

## Sposób wyznaczania rezystywności materiałów stykowych na próbkach w kształcie krążków

### 1. WSTĘP

Zestyki łączników elektrycznych są z materiałów stykowych, których dobór wynika z zasad konstrukcji aparatów elektrycznych. Coraz szersze zastosowanie, szczególnie w łącznikach próżniowych, znajdują materiały stykowe wytwarzane metodami metalurgii proszków. Jedną z szeroko stosowanych technologii opiera się na spiekaniu szkieletów z metali trudnotopliwych, a następnie nasycaniu ich odpowiednimi metalami lub stopami metali.

Spiekane materiały stykowe są wytwarzane w postaci nakładek stykowych, łączonych następnie z podstawą styku łącznika i mają często kształt krążków.

Jednym z podstawowych parametrów materiału stykowego, określającym jego własności, jest rezystywność. Od niej bowiem zależy rezystancja przejścia, decydująca o nagrzewaniu się zestyku, a zatem o dopuszczalnym przepływającym prądzie, a także wielkość innego istotnego parametru zestyku, jakim jest prąd szcepienia. Znajomość rezystywności materiału stykowego ma zatem duże znaczenie dla jego producentów, pozwalając nie tylko na weryfikację nowych wariantów technologicznych lecz również na ocenę jakości produkowanych materiałów

Rezystywność materiałów stykowych, przeznaczonych do łączników próżniowych, jest rzędu  $10^{-7}$   $\Omega \cdot m$ . Materiały te można więc zaliczyć do dobrych przewodników elektrycznych, co w połączeniu z kołowym kształtem nakładek stwarza pewne trudności pomiarowe.



## 2. SPOSOBY POMIARU REZYSTYWNOŚCI

Zgodnie z prawem Ohma rezystancja  $R_{12}$  przewodnika między przekrojami 1 i 2 jest wyrażona zależnością:

$$R_{12} = \int_1^2 \varrho \frac{dl}{S}, \quad (1)$$

gdzie  $\varrho$  jest rezystywnością materiału, a  $S$  - przekrojem przewodnika prostopadłym do kierunku przepływu prądu.

Z zależności (1) wynika, że do wyznaczenia rezystywności konieczny jest pomiar rezystancji próbki wykonanej z badanego materiału. W przypadku, gdy kształt próbki jest taki, że przekrój - prostopadły do kierunku przepływu prądu - jest jednakowy na całej mierzonej długości przewodnika  $l_{12}$  oraz gdy materiał jest jednorodny, tzn.  $\varrho = \text{const.}$ , wtedy rezystywność można wyznaczyć w prosty sposób z zależności:

$$\varrho S = \text{const.} = R_{12} \frac{S}{l_{12}} \quad (2)$$

Wszelkie dokładne pomiary rezystancji są wykonywane prądem stałym, aby uniknąć zjawiska naskórkowości i aby zapewnić równomierny rozptyw prądu w przewodniku. Wartość rezystancji jest proporcjonalna do spadku napięcia na długości pomiarowej  $l_{12}$ , przy przepływie prądu o ustalonym natężeniu. Pomiar rezystywności próbek, mających jednakowy przekrój na całej długości, napotyka praktycznie tylko na jedno ograniczenie. Zestyk utworzony przez próbkę i doprowadzenia prądowe powoduje wystąpienie przewężenia na drodze prądu i w rezultacie zagęszczenie linii prądowych. Uniemożliwia to jednoznaczne określenie przekroju przepływu prądu, niezbędne - zgodnie z zależnością (2) - do wyznaczenia rezystywności. Z ograniczenia tego wynika istnienie określonej minimalnej długości pomiarowej - przy danym przekroju próbki - dla której możliwe jest poprawne wyznaczenie rezystywności. Przyjmuje się, że pełne wyrównanie rozptywu prądu w przypadku styku dwóch walcowych przewodników o średnicy  $D$  występuje w odległości  $0,75D$  od miejsca styczności [1].

Dla przewodników o innych regularnych kształtach można przyjąć, że strefa nierównomiernego rozptywu prądu związana z doprowadzeniami prądowymi wynosi  $1,5B$ , gdzie  $B$  jest największym z wymiarów poprzecznych przewodnika, określających jego przekrój. W związku z tym minimalna długość próbki powinna wynosić:

$$l_{\min} = l_{12} + 1,5B \quad (3)$$



Wielkość  $L_{12}$  jest związana z przekrojem próbki i w konkretnym układzie pomiarowym powinna być tak dobrana, aby zapewnić wymaganą dokładność spadku napięcia. W przypadku nakładek stykowych w kształcie krążków, grubość  $H$  nakładki jest w praktyce rzędu  $0,1 \pm 0,2$  jej średnicy  $D$ . Jeżeli grubość nakładki potraktujemy jako długość próbki pomiarowej, warunek (3) jest niemożliwy do spełnienia, czyli nie można w ten sposób poprawnie wyznaczyć rezystywności nakładki.

Metodą pozwalającą mierzyć rezystywność próbek w kształcie krążków jest metoda czterosondowa [2], która znajduje szerokie zastosowanie w pomiarach rezystywności materiałów półprzewodnikowych. Jednakże w przypadku materiałów będących dobrymi przewodnikami, uzyskane metodą czterosondową wyniki pomiarów oscylują wokół dolnej granicy jej stosowności i mają zbyt małą rozdzielczość w stosunku do potrzeb.

Rezystywność nakładek stykowych można również określić na próbkach o regularnym kształcie, spełniających warunek (3) - wycinanych wzdłuż średnicy gotowych nakładek lub też wytworzonych w procesie produkcyjnym wraz z nakładkami. Oba te sposoby są jednak dość kłopotliwe. Wadami pierwszego z nich jest niszczenie nakładek przeznaczonych do badań oraz znaczne zwiększenie czasu i kosztów przeprowadzania pomiarów spowodowane dużą czasochłonnością precyzyjnego wycięcia próbek o niewielkich wymiarach. Wady drugiego sposobu wynikają ze stosowania metod metalurgii proszków w procesie wytwarzania materiałów stykowych, a między innymi takich operacji, jak prasowanie i spiekanie. Wykonanie próbki o innym kształcie wymaga specjalnego oprzyrządowania, czyli praktycznie sprowadza się do uruchomienia produkcji nowego wyrobu tylko do celów pomiarowych, co jest rozwiązaniem zupełnie nieekonomicznym. Z drugiej strony pewne niezbędne zmiany parametrów technologii, związane z kształtem próbki, nie gwarantują identyczności materiału próbki i nakładki.

Aby umożliwić pomiar rezystywności nakładek stykowych, przy zachowaniu dodatkowych wymagań, tzn.: względnej szybkości i prostocie oraz nieniszczeniu próbek, opracowano i zastosowano nową metodę pomiaru.

### 3. OPIS PROPONOWANEJ METODY POMIARU

#### 3.1. Zasada pomiaru

Jak już wspomniano, dla wyznaczenia rezystywności materiału należy zmierzyć rezystancję próbki. Rezystancja nakładki jest mierzona prądem stałym, metodą techniczną, przy użyciu amperomierza i woltomierza, włączonych w układ pomiarowy na zasadzie poprawnie mierzonego napięcia.

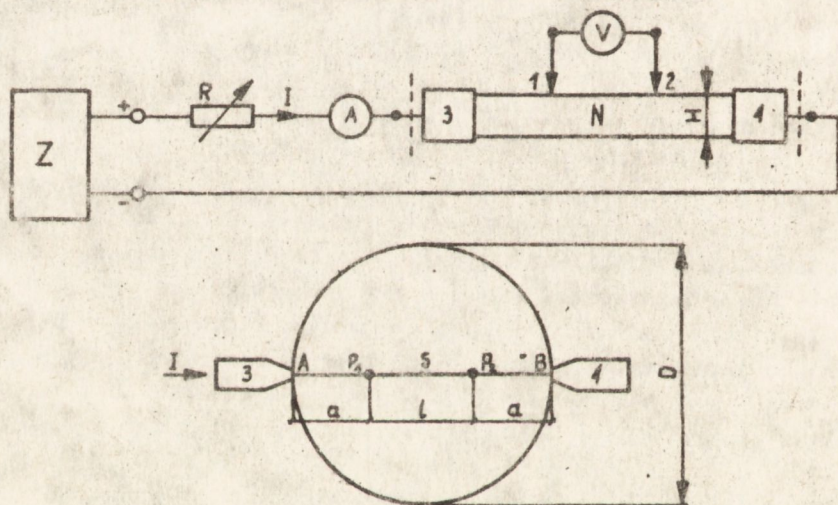
Aby można było pominąć wpływ rezystancji przejścia między sondami



pomiarowymi i mierzoną próbką na wynik pomiaru, użyto do mierzenia spadku napięcia woltomierza cyfrowego o dużej impedancji wejściowej. Prąd pomiarowy jest doprowadzony do wyróżnionej średnicy AB próbki, na której znajdują się również punkty pomiaru spadku napięcia  $P_1$  i  $P_2$ . Dla uzyskania całkowitej pewności, że rozptyw prądu w miejscach pomiaru jest równomierny, przyjęto, że odległość punktów pomiaru spadku napięcia od doprowadzeń prądowych nie powinna być mniejsza niż grubość nakładki  $H$ . Wynika z tego, że maksymalna odległość pomiarowa wynosi:

$$l_{12\max} = D - 2H \quad (4)$$

Rys. 1 jest ilustracją przedstawionej metody pomiaru. Konsekwencją tak określonej metody pomiaru jest nieliniowa zmienność przekroju poprzecznego próbki w funkcji odległości pomiarowej, co powoduje nieliniową zmienność rezystancji.



Rys. 1. Zasada pomiaru rezystywności nakładek stykowych w kształcie krążków  
 $R$  - opornik regulowany,  $Z$  - zasilacz stabilizowany prądu stałego,  $A$  - amperomierz,  $V$  - woltomierz cyfrowy,  $N$  - nakładka o średnicy  $D$  i grubości  $H$ ,  $AB$  - wyróżniona, wykreślona średnica nakładki,  $1$  i  $2$  - sondy pomiarowe,  $3$  i  $4$  - doprowadzenia prądowe,  $P_1$  i  $P_2$  - punkty pomiaru napięcia,  $S$  - środek nakładki,  $l$  - odległość pomiarowa,  $a$  - odległość punktów pomiarowych od krawędzi nakładki

### 3.2. Podstawy teoretyczne

Na wstępie należy rozważyć wpływ zmian przekroju próbki na wielkość mierzonej rezystancji. Dla uproszczenia przyjęto, że w próbce nie wys-



tępują strefy nierównomiernego rozplywu prądu, związane z jej stycznością z doprowadzeniami prądowymi. Przekrój poprzeczny próbki, prostopadły do kierunku przepływu prądu, jest funkcją grubości próbki  $H$ , która jest wielkością stałą oraz odległości  $x$  od środka próbki mierzonej wzdłuż wyróżnionej średnicy pomiarowej  $AB$ .

$$S = H \cdot f(x), \quad (5)$$

gdzie  $0 \leq x \leq \frac{D}{2}$ .

Maksymalny przekrój poprzeczny występuje dla  $x = 0$  i wynosi  $S = H \cdot D$ . Punkty pomiaru spadku napięcia  $P_1$  i  $P_2$  znajdują się w odległości  $x$  od środka nakładki i tym samym odpowiadają określonym przekrojom poprzecznym próbki. Ponieważ  $l_{12} = D - 2a$  oraz  $a + x = D/2$  czyli  $l_{12} = 2x$ . Można więc stwierdzić, że

$$S = H \cdot f_1(l_{12}). \quad (6)$$

Biorąc pod uwagę równanie (6) otrzymuje się po przekształceniu zależności (1) następujący wzór na rezystywność:

$$\rho = \frac{U_{12}}{I} \cdot \frac{H}{2 \int_1^2 \frac{dl}{F_1(l_{12})}} \quad (7)$$

Z uwagi na to, że wartość  $\rho$  jest stała i niezależna od wyboru położenia punktów pomiarowych, a ponadto uwzględniając stałość prądu pomiarowego  $I$  oraz grubość próbki  $H$ , można równanie (7) przekształcić następująco:

$$U_{12} = C \int_1^2 \frac{dl}{F_1(l_{12})},$$

gdzie  $C = \rho \frac{I}{H}$ .

Jeżeli zdefiniuje się funkcję  $F_{12}/l$ , określoną w przedziale  $0 \leq l \leq D$ , jak następuje:

$$F_{12}(l) = \int_1^2 \frac{dl}{F_1(l_{12})}, \quad (8)$$

to można ostatecznie stwierdzić, że istnieje liniowa zależność pomiędzy zmierzonym spadkiem napięcia  $U_{12}$ , a położeniem punktów pomiarowych



$P_1$  i  $P_2$ , określonym funkcją  $F_{12}$  i, taka, że:

$$U_{12} = C \cdot F_{12} \quad (9)$$

Z zależności tej wynika, że dla wyznaczenia wartości  $Q$  należy określić przebieg funkcji  $F_{12}(l)$ .

### 3.3. Wyznaczenie funkcji $F_{12}(l)$

Nie wnikając w rzeczywisty rozpiływ prądu w badanej próbce, można przyjąć upraszczające założenie, że linie prądowe są łukami okręgów opartymi na wspólnej cięciwie, którą jest wyróżniona średnica próbki. Jeżeli w prostokątnym układzie współrzędnych umieścimy próbkę tak, aby wyróżniona średnica pokrywała się z osią  $X$ , a środek próbki pokrywał się ze środkiem układu, to możemy linie prądowe, będące łukami eliptycznej rodziny okręgów, opisać równaniem:

$$x^2 + (y - C_1)^2 = \frac{D^2}{4} + C_1^2, \quad (10)$$

gdzie  $y \geq 0$ , a  $C_1$  jest parametrem rodziny okręgów i współrzędną środków kolejnych okręgów na osi  $Y$ .

Odpowiednio linie ekwipotencjalne stanowią łuki hiperbolicznej rodziny okręgów o równaniu:

$$(x - C_2)^2 + y^2 = C_2^2 - \frac{D^2}{4}, \quad (11)$$

ograniczone okręgiem o równaniu  $x^2 + y^2 = D^2/4$  oraz prostą  $x = 0$ .

$C_2$  jest parametrem rodziny i współrzędną środków kolejnych okręgów na osi  $X$ . Na rys. 2 przedstawiono nakładkę, jedną z linii prądowych oraz jedną z linii ekwipotencjalnych.

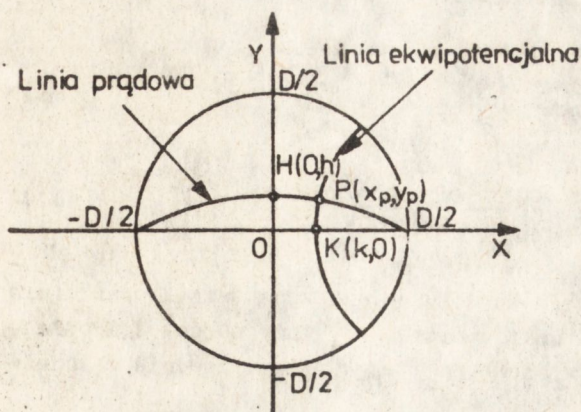
Z uwagi na to, że każda linia prądowa przecina oś  $Y$  tylko w jednym punkcie i każda linia ekwipotencjalna przecina oś  $X$  też tylko w jednym punkcie, wygodnie jest wprowadzić nowe zmienne  $h$  oraz  $k$ , zdefiniowane następująco:

$$\begin{aligned} k &= 2x/D & \text{dla } y &= 0 \\ h &= 2y/D & \text{dla } x &= 0. \end{aligned}$$

Dzięki temu każda linia prądowa jest określona jednoznacznie parametrem  $h$ , a każda linia ekwipotencjalna - parametrem  $k$ .

Z uwagi na symetrię próbki, dalsze rozważania można ograniczyć do przedziałów  $0 \leq x \leq D/2$  oraz  $0 \leq y \leq D/2$  czyli  $0 \leq k \leq 1$  i  $0 \leq h \leq 1$ .





Rys. 2. Nakładka stykowa o średnicy  $D$  wraz z dowolną linią prądową i dowolną linią ekwipotencjalną

Współrzędne punktów przecięcia się linii prądowych z liniami ekwipotencjalnymi są określone równaniami:

$$x_P = \frac{(1 + h^2)k}{1 + k^2 h^2} \cdot \frac{D}{2} \quad (12)$$

$$y_P = \frac{(1 - k^2)h}{1 + k^2 h^2} \cdot \frac{D}{2} \quad (12a)$$

Jeżeli wprowadzi się pojęcie przyrostów współrzędnych  $x_P$  i  $y_P$  wzdłuż linii prądowych  $-\Delta x_{Ph}$  i  $\Delta y_{Ph}$ , a wzdłuż linii ekwipotencjalnych  $-\Delta x_{Pk}$  i  $\Delta y_{Pk}$  w sposób następujący:

$$\Delta x_{Ph} = x_P(k + \Delta k) - x_P(k), \quad (13a)$$

$$\Delta y_{Ph} = y_P(k + \Delta k) - y_P(k), \quad (13b)$$

$$\Delta x_{Pk} = x_P(h + \Delta h) - x_P(h), \quad (13c)$$

$$\Delta y_{Pk} = y_P(h + \Delta h) - y_P(h), \quad (13d)$$

przy czym  $\Delta h = \Delta k = \frac{1}{n}$ , gdzie  $n \gg 1$ , to z równań (12) i (12a) wynika, że:

$$\Delta x_{Ph} = \Delta k \frac{(1 + h^2) \cdot (1 - k^2 h^2)}{(1 + k^2 h^2)^2} \cdot \frac{D}{2} \quad (14a)$$



$$\Delta y_{Pk} = \Delta k \frac{h(1+h^2)}{(1+k^2h^2)^2} \cdot (2k + \Delta k) \cdot \frac{D}{2} \quad (14b)$$

$$\Delta x_{Pk} = \Delta h \frac{k(1-k^2)}{(1+k^2h^2)^2} \cdot (2h + \Delta h) \cdot \frac{D}{2} \quad (14c)$$

$$\Delta y_{Pk} = \Delta h \frac{(1-k^2) \cdot (1-k^2h^2)}{(1+k^2h^2)^2} \cdot \frac{D}{2} \quad (14d)$$

Rozważmy elementarną warstwę materiału ograniczoną osią X oraz linią prądową o parametrze  $h = \Delta h$ . Punkt pomiarowy  $P_1$  leży na osi X w odległości  $k$  od środka układu. Rezystancja  $R_{\Delta h}$  tej warstwy, zgodnie z zależnością (1), wynosi:

$$R_{\Delta h} = \rho \int_0^1 \frac{dl}{S_{\Delta h}}$$

Z analizy przebiegów funkcji  $\Delta x_{Pk}$  i  $\Delta y_{Pk}$  w pobliżu osi X, tzn. w przedziale od  $h = 0$  do  $h = \Delta h$ , wynika, że  $\Delta y_{Pk} = \Delta h(1 - k^2) \cdot \frac{D}{2}$  oraz  $\Delta x_{Pk} \approx \frac{1}{h} \Delta y_{Pk}$ . Oznacza to, że wartość  $\Delta x_{Pk}$  można pominąć, a wtedy

$$S_{\Delta h} = \Delta y_{Pk} \cdot H \quad (15)$$

Uwzględniając to ostatnie równanie otrzymuje się ostatecznie:

$$R_{\Delta h} = \frac{\rho}{H \Delta h} \ln \frac{1+k}{1-k} \quad (16)$$

Ze względu na symetrię próbki całkowity spadek napięcia  $U_{12}$  mierzony między punktami  $P_1$  i  $P_2$  wynosi:

$$U_{12} = 2R_{\Delta h} I_{\Delta h} \quad (17)$$

gdzie  $I_{\Delta h}$  jest częścią prądu pomiarowego  $I$  w elementarnej warstwie materiału przy osi X.

Rozważmy, analogicznie, elementarną warstwę materiału ograniczoną osią Y i linią ekwipotencjalną o parametrze  $k = \Delta k$ . Rezystancję  $R_{\Delta k}$  można uważać za sumę  $n$  równolegle połączonych rezystancji cząstkowych odpowiadających stałemu przekrojowi  $S = \Delta nH$  zmiennej długości  $l_{\Delta k}$ .

Z przeprowadzonej analizy przyrostów  $\Delta x_{Ph}$  i  $\Delta y_{Ph}$ , w przedziale od  $k = 0$  do  $k = \Delta k$ , wynika, że  $\Delta x_{Ph} = \Delta k(1 + h^2) \cdot \frac{D}{2}$ , a wartość  $\Delta y_{Ph}$  może być pominięta. Wtedy  $l_{\Delta k} = \Delta x_{Ph}$ , a rezystancja cząstkowa  $R_1$  jest określona wyrażeniem:



$$R_i = \frac{\rho}{H} \cdot (1 + i^2 \Delta h^2), \quad (18)$$

gdzie  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ . Zatem:

$$\frac{1}{R_{\Delta k}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Ostatecznie:

$$R_{\Delta k} = \Delta h \frac{2\rho}{\pi H}. \quad (19)$$

Uwzględniając równość spadku napięcia dla wszystkich rezystancji  $R_i$  można stwierdzić, że

$$R_i I_{\Delta h} = R_{\Delta k} \cdot \frac{I}{2}.$$

Ponieważ  $R_i = \frac{\rho}{H} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$ , można przyjąć, że  $R_i = \frac{\rho}{H}$  czyli

$$I_{\Delta h} = \frac{\Delta h I}{\pi}. \quad (20)$$

Podstawiając tę wartość do wzoru (17) otrzymuje się w rezultacie

$$U_{12} = \frac{2I\rho}{\pi H} \ln \frac{1+k}{1-k}. \quad (21)$$

W ten sposób została wyznaczona poszukiwana wartość funkcji  $F_{12}(1)$ .

$$F_{12}(1) = \frac{2}{\pi} \ln \frac{1+k}{1-k}. \quad (22)$$

#### 4. EKSPERYMENTALNE SPRAWDZENIE PROPONOWANEJ METODY POMIARU

W związku z przyjętą zasadą pomiaru, próbka powinna mieć kształt regularnego walca prostokątnego o wysokości  $H$ , którego podstawą jest koło o średnicy  $D$ . Powierzchnie podstaw powinny być gładkie i bez widocznych wad. Dla zwiększenia poprawności pomiaru należy na jednej z podstaw wykreślić co najmniej dwie średnice, następnie zmierzyć ich długość oraz grubość próbki. Na średnicach tych należy następnie zaznaczyć punkty pomiarowe  $P_1$  i  $P_2$ , jednakowo odległe od krawędzi próbki. Jeżeli przez  $a$  oznaczymy zmierzoną odległość punktu pomiarowego od krawędzi próbki, to wielkość  $k$  można obliczyć ze wzoru

$$k = \frac{D - 2a}{D}. \quad (23)$$



Do tak przygotowanej próbki, wzdłuż wykreślonej średnicy jest doprowadzony prąd pomiarowy I. Pomiedzy punktami  $P_1$  i  $P_2$  jest mierzony spadek napięcia  $U_{12}$ . Poszukiwaną wartość rezystywności materiału wyznacza się ze wzoru

$$\rho = \frac{\pi}{2} \frac{U_{12} \cdot H}{I \cdot \ln \frac{1+k}{1-k}} \quad (24)$$

W celu sprawdzenia poprawności zastosowanej metody zbadano przede wszystkim, czy wyniki pomiarów spełniają warunek (9), tzn. czy istnieje liniowa zależność między zmierzonymi spadkami napięcia, a rozmieszczeniem punktów pomiarowych, scharakteryzowanym parametrami k.

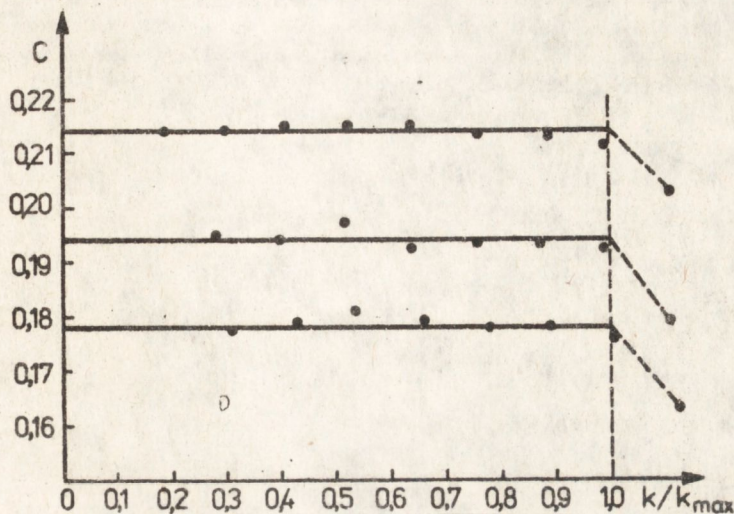
Dla każdej mierzonej nakładki wartość C powinna być stała, niezależnie od wyboru punktów pomiarowych, o ile tylko maksymalna odległość między nimi nie przekroczy wartości określonej wzorem (4), który można przedstawić również w innej formie:

$$k_{\max} = \frac{D - 2H}{D} \quad (25)$$

Na rys. 3 przedstawiono w formie zależności  $C = f(k:k_{\max})$  wyniki pomiarów kontrolnych dla trzech dowolnie wybranych nakładek. Występujące odchylenia wartości C od średniej nie przekraczają 1,5% i są głównie spowodowane niedokładnością wyznaczenia punktów pomiarowych - generalnie jednak zgodność wyników z przewidywaniami teoretycznymi zarówno w prezentowanym przykładzie jak i w innych pomiarach, jest bardzo dobra. Wyraźnie widoczny jest również skutek umieszczenia punktów pomiarowych w strefie nierównomiernego rozptywu prądu ( $k \geq k_{\max}$ ).

Po uzyskaniu pozytywnych rezultatów omówionych powyżej pomiarów, dokonano pomiarów rezystywności na specjalnie przygotowanych próbkach. Z nakładek, których rezystywność wyznaczono omawianą metodą, wycięto belki prostopadłościennie o możliwie największym stosunku długości do przekroju i wyznaczono ich rezystywność zgodnie z zależnością (2). Największa stwierdzona różnica między wartościami rezystywności, wyznaczonymi obiema metodami, nie przekroczyła 3%. Również w rozrzucie wyników nie stwierdzono żadnych prawidłowości.





Rys. 3. Wyniki pomiarów kontrolnych proponowanej metody w formie wykresów:

$$C = f\left(\frac{k}{k_{\max}}\right) = \frac{U_{12}}{\ln \frac{1+k}{1-k}}$$

## 5. PODSUMOWANIE

Uznając wyniki pomiarów kontrolnych za pozytywne, można stwierdzić że proponowana metoda:

- umożliwia pomiar rezystywności materiałów stykowych wprost na nakładkach w kształcie krążków, z dokładnością nie gorszą niż 5%;
- pozwala na pomiar rezystywności spieczonych szkieletów nakładek, co ma duże znaczenie zarówno dla kontroli jakości produkcji, jak i dla prac badawczych nad nowymi wariantami technologii materiałów stykowych;
- ze względu na stosunkowo szybkie i łatwe dokonywanie pomiarów może być stosowana dla celów kontroli międzyoperacyjnej w trakcie procesu produkcji nakładek stykowych;
- jako nieniszcząca pozwala na objęcie kontrolą próbek o większej liczności.

/Tekst dostarczono 1985.02.22/



## LITERATURA

1. Ciok Z.: Procesy łączeniowe w układach elektroenergetycznych. WNT, Warszawa, 1976.
2. Swartzendruber L.J.: Four-point probe measurement of non-uniformities in semiconductor sheet resistivity. *Solid-State Electronics* 1964, Vol. 7, pp 413-422.
3. Purcell E.M.: Elektryczność i magnetyzm. PWN, Warszawa, 1975.