ADDITIONS ET CORRECTIONS

On prie de faire tout de suite ces corrections dans le texte, ou au moins d'indiquer dans les différentes places qu'il y a des additions ou des modifications à faire; car les notes et les tables suivantes se rapportent au texte **corrigé**.

Sigles des Auteurs qui ont indiqué ces additions: b = Bettazzi; bf = Burali-Forti; c = Castellano; f = Fano; g = Giudice; p = Peano.

I. — § 1.

Ajoutez:

14'. $abc = bac$.

26'. $b \supset . a = ab$.

44'. $ab = ac . = : a \supset . b = c$.

46. $a \supset . b = cd : \supset : ac \supset . b = d$.

47. $abc \supset . bd = ce : = : abc \supset . d = e$.

48. $a \supset b . ab \supset c . \supset . a \supset c$.

49. $ab \supset c . ac \supset d . \supset . ab \supset cd$.

§ 2.

Ajoutez:

25'. $a \supset b \cup c . = . a - b \supset c$. $\left[\binom{-b}{b} \text{P25} = \text{P25}'\right]$

28'. $ac \supset b . a \supset b \cup c . \supset . a \supset b$.

Peirce (v. Schröder, *Alg. d. Logik*, I, p. 363).

36. $a \supset c . \cup . b \supset c . \supset . ab \supset c$.

37. $c \supset a . \cup . c \supset b . \supset . c \supset a \cup b$.

38. $a - a \supset b$. [P38 = P15]

(α) $a - a \supset b - b$. $\left[\binom{b-b}{b} \text{P38} = (\alpha)\right]$

39. $a - a = b - b$. $\left[(\alpha) . \binom{b , a}{a , b} (\alpha) . = . \text{P39}\right]$

§ 3.

Corrigez:

1. $\Lambda = a - a$. [Def.]

(C. BURALI-FORTI, *Logica Matematica*, a. 1894, pag. 49.)

Ajoutez:

9'. $a = b . = . a - b \cup b - a = \Lambda$.

SCHRÖDER, id., I, p. 359.

14'. $a \supset b . \supset : a -= \Lambda . \supset . b -= \Lambda$.

Corrigez:

28. $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$.

§ 4.

Ajoutez:

$a , b \, \varepsilon \, \mathrm{K} . \supset :$

11. $x \, \varepsilon \, a . a \supset b . \supset . x \, \varepsilon \, b$. [P1 ⊃ P11]

12. $x \, \varepsilon \, a . \supset . a -= \Lambda$.

13. $x \, \varepsilon \, \iota y . = . x = y$. [Def.]

13'. $\iota y = \overline{x} \, \varepsilon \, (x = y)$.

14. $x \, \varepsilon \, a . = . \iota x \supset a$.

15. $x \, \varepsilon \, a . = . \iota x \cap a -= \Lambda$.

16. $x - \varepsilon \, a . = . \iota x \cap a = \Lambda$.

$a , b , c , \ldots \varepsilon \, \mathrm{K} . \supset :$

§ 1 P1-11, 13-25, 28-36, 40-41; § 2 P1-39; § 3 P1-31.

§ 5.

Ajoutez:

18'. » $. \supset . (f^{m})^{n} = f^{mn}$.

34. $a , b \, \varepsilon \, \mathrm{K} . f \, \varepsilon \, b \, \mathrm{f} \, a . \supset \therefore f \, \varepsilon \, \mathrm{Sim} . =: x , y \, \varepsilon \, a . x -= y . \supset_{x , y} . fx -= fy$. [Def.]

35. » $. f \, \varepsilon \, (b \, \mathrm{f} \, a) \, \mathrm{sim} . \supset . f \, \varepsilon \, (b \, \mathrm{f} \, a) \, \mathrm{Sim}$.

36. » $. f \, \varepsilon \, (b \, \mathrm{f} \, a) \, \mathrm{Sim} . \supset . f \, \varepsilon \, (f a \, \mathrm{f} \, a) \, \mathrm{sim}$.

37. $s \, \varepsilon \, \mathrm{K} . \mathrm{num} \, s \, \varepsilon \, \mathrm{N} . \supset : f \, \varepsilon \, (s \, \mathrm{f} \, s) \, \mathrm{sim} . = . f \, \varepsilon \, (s \, \mathrm{f} \, s) \, \mathrm{Sim}$.

38. $a , b \, \varepsilon \, \mathrm{K} . f \, \varepsilon \, (b \, \mathrm{f} \, a) \, \mathrm{sim} . \supset . \bar{f} \, \varepsilon \, (a \, \mathrm{f} \, b) \, \mathrm{sim}$.

39. $a , b , c \, \varepsilon \, \mathrm{K} . f \, \varepsilon \, (b \, \mathrm{f} \, a) \, \mathrm{sim} . g \, \varepsilon \, (c \, \mathrm{f} \, b) \, \mathrm{sim} . \supset . g f \, \varepsilon \, (c \, \mathrm{f} \, a) \, \mathrm{sim}$. (p

II. — § 1.

56. Au lieu de $p-1+Z_{q-p}$ lisez $p-1+Z_{q+1-p}$

§ 2.

26. Changez l'Hp en $b-=0$.
27. » $a, b-=0$.
28, 29. » $b, c-=0$.
31. Ajoutez l'Hp $a-=0$.

Ajoutez:
42'. $a/b = c/d . = . ad = bc$.
EUCLIDES, VII, 19.

§ 3.

12. Corrigez: $\text{mod}\,(a^m) = (\text{mod}\,a)^m$.
14. Au lieu de $a \varepsilon - Q$ lisez $a \varepsilon -Q$.

§ 4.

Ajoutez:
14. $(a+b)^2 + a^2 + b^2 = 2(a^2 + ab + b^2)$.
15. $4(a^2 + ab + b^2) = 3(a+b)^2 + (a-b)^2$.
37. $4(a^3 + b^3) = (a+b)^3 + 3(a+b)(a-b)^2$.
38. $a^3 + a^2 b + ab^2 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2)$.
39. » » » $= \frac{1}{2}(a+b)^3 + \frac{1}{2}(a+b)(a-b)^2$.
50. Au lieu de $ab - a'b$ lisez $ab' + a'b$.
52'. $(a^2 - pb^2 - qc^2 + pqd^2)(a'^2 - pb'^2 - qc'^2 + pqd'^2) =$
$(aa' + pbb' \pm q(cc' + dd'))^2 - p(ab' + a'b \pm q(cd' + c'd))^2$
$- q(ac' - pbd' \pm (ac' - pb'd))^2 + pq(bc' - ad' \pm (a'd - b'c))^2$.
LAGRANGE, *Nouv. Mém. de Berlin*, a. 1770, p. 133; *Œuvres*, III, p. 201.

59. Au lieu de $(a^4 - 2ab + 2b^2)$ lisez $(a^2 - 2ab + 2b^2)$

Ajoutez:
60'. $(a+b)^4 + a^4 + b^4 = 2(a^2 + ab + b^2)^2$.
60''. $8(a^4 + b^4) = (a+b)^4 + 6(a+b)^2(a-b)^2 + (a-b)^4$.
66. $(a+b)^8 + a^8 + b^8 = 2(a^2 + ab + b^2)[(a^2+ab+b^2)^3 + 4a^2b^2(a+b)^2]$.
67. $(a+b)^{10} + a^{10} + b^{10} = (a^2 + ab + b^2)^2[2(a^2+ab+b^2)^3 + 15a^2b^2(a+b)^2]$.
14, 60', 66, 67. E. SADUN. Riv. di Mat., IV, pag. 189.
37, 60''. CAVALIERI, *Exercitationes geometricae*, a. 1647, pag. 269.

§ 5.

27. Au lieu de $\left(\frac{a+b}{2}\right)$ lisez $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

§ 6.

26. (Dans quelques exemplaires) au lieu de $-b$ lisez b.

§ 7.

21. Au lieu de $. =$ lisez $. = .$

§ 8.

29. Au lieu de $xy = \frac{b^3 - a}{3b}$ lisez $3bxy = b^3 - a$.

§ 9.

17. Corrigez l' Hp : $n \varepsilon \mathrm{N}$ (c

§ 10.

9. Au lieu de $m / 12$ lisez $m^2 / 12$.
21. Au lieu de $\leqq$ lisez $\geqq$.

Ajoutez :
$n \,\varepsilon\, \mathrm{N} + 1 \,.\, x, y \,\varepsilon\, \mathrm{q\,f\,Z}_n \,.\, m \,\varepsilon\, \mathrm{Q\,f\,Z}_n \,.\supset:$

25. $\left(\sum_{i=1}^{i=n} m_i x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{i=n} m_i y_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{i=n} m_i x_i y_i\right)^2 = \sum_{i=n}^{i=n-1} \sum_{j=i+1}^{j=n} m_i m_j (x_i y_j - x_j y_i)^2.$

26. $(\Sigma m_i x_i^2)(\Sigma m_i y_i^2) \geqq (\Sigma m_i x_i y_i)^2.$ [P25 $\supset$ P26]

27. $(\Sigma m_i x_i^2) \Sigma m_i \geqq (\Sigma m_i x_i)^2.$ $\left[\begin{pmatrix} 1 & 1 & \\ y_1, & y_2, & \ldots \end{pmatrix} \mathrm{P26} = \mathrm{P27}\right]$

28. $\sqrt{\frac{\Sigma m_i x_i^2}{\Sigma m_i}} \geqq \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}.$ [P27 = P28]

29. $\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2}{n}} \geqq \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$ $\begin{pmatrix} 1 & & 1 \\ m_1 & \ldots & m_n \end{pmatrix}$ P28 = P29

29. CAUCHY, *Analyse algébrique*, a. 1821, p. 453.

30. $z \,\varepsilon\, \mathrm{Med}\,(x_1, \ldots, x_n) \,.=.\, \min\,(x_1, \ldots, x_n) \leqq z \leqq \max(x_1, \ldots, x_n)$. Def.

31. $\dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \,\varepsilon\, \mathrm{Med}\,(x_1, \ldots, x_n)$.

32. $\dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} \,\varepsilon\, \mathrm{Med}\,(x_1, \ldots x_n)$.

33. $\dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} \,\varepsilon\, \mathrm{Med}\left(\dfrac{x_1}{m_1}, \dfrac{x_2}{m_2}, \ldots \dfrac{x_n}{m_n}\right)$. $\left[\begin{pmatrix} x|m \\ x \end{pmatrix} \mathrm{P}32 = \mathrm{P}33\right]$

30-33. CAUCHY. *Analyse algébrique,* a. 1821, pag. 17.

34. $m \,\varepsilon\, (\mathrm{Q}\,\mathrm{f}\,\mathrm{Z}_m)\,\mathrm{decr}\,.\,\supset.$

$\dfrac{(m_1 - m_2)x_1 + (m_2 - m_3)x_2 + \ldots + (m_{n-1} - m_n)x_{n-1} + m_n x_n}{m_1} \,\varepsilon\, \mathrm{Med}\,(x_1, \ldots, x_n)$.

$\left[\begin{pmatrix} m_1 - m_2, \ldots \\ m_1, \ldots \end{pmatrix} \mathrm{P}32 \supset \mathrm{P}34\right]$

35. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}34\,.\supset.\, \dfrac{m_1 x_1 + m_2(x_2 - x_1) + \ldots + m_n(x_n - x_{n-1})}{m_1} \,\varepsilon\, \mathrm{Med}\,(x_1 \ldots x_n)$.

[P34 = P35]

36. » $.\supset.\, \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1} \,\varepsilon\, \mathrm{Med}\,(x_1, \Sigma x_2, \ldots, \Sigma x_n)$.

$\left[\begin{pmatrix} \Sigma x \\ x \end{pmatrix} \mathrm{P}35 = \mathrm{P}36\right]$

34-36. ABEL, *Crelle J.,* a. 1826; *Œuvres,* I, pag. 222. (p

III. — § 1.

15. Ajoutez à l' Hp. $c - = 0$.

Ajoutez:

27'. $(a^2 - 1)\, a^2\, (a^2 + 1) \,\varepsilon\, 60\, \mathrm{n}$.
MATHESIS, a. 1894, pag. 213.

32. Écrivez l' Hp. $a, b \,\varepsilon\, \mathrm{N}$.

§ 3.

Ajoutez:

8''. $\mathrm{D}\,(2a - 1, 2a + 1) = 1$.

16. Au lieu de $\supset$. lisez $\supset$:

La définition 1' ne satisfait pas à toutes les lois sur les définitions. On pourrait la modifier, et simplifier les autres propositions; mais en attendant la publication d'une théorie complète des nombres, on peut supprimer les propositions 1', 2', 9', 12', 25.

§ 4.

Supprimez les propositions 1′, 3′, 7, 10. [Même remarque]

§ 5.

Ajoutez:

1′. $\mathrm{Np} = (\mathrm{N}+1) - [(\mathrm{N}+1) \times (\mathrm{N}+1)]$.

6-11. Ajoutez l'Hp . $a\,;b\,;c\,\varepsilon\,\mathrm{N}$.

12. Au lieu de $b - \varepsilon\,\mathrm{N}\,a$ lisez $b\,\varepsilon\,(\mathrm{N}+1) - \mathrm{N}\,a$.

25′. Au lieu de sim lisez Sim .

31-34. Supprimez. [Même remarque]

§ 6.

2. Au lieu de $2\,\mathrm{N}+1$ lisez $2\,\mathrm{N}-1$.

Ajoutez:

3′. $a\,\varepsilon\,\mathrm{N}^2 . = : x\,\varepsilon\,\mathrm{Np} . \supset_x . \mathrm{mp}\,(x\,, a)\,\varepsilon\,2\,\mathrm{N}_0$.

19. Au lieu de sim lisez Sim . (bf

IV.

Pag. 53, 54, 55, 56 dans le titre. Au lieu de VI lisez IV.

§ 1.

Supprimez les propositions 14-20.

§ 3.

25, 26. **[1 . 4 . 6]** au lieu de [6] .

27, 29. **[1 . 4 . 5 . 6]** » [5 . 6] . (bf

V. — § 2.

Ajoutez:

17. $u\,\varepsilon\,\mathrm{K}\,(\mathrm{q} \cup \iota\infty \cup \iota-\infty) . \infty\,\varepsilon\,u . \supset . \max u = \infty$. Def.

18. » $. -\infty\,\varepsilon\,u . \supset . \min u = -\infty$. Def.

§ 3.

Ajoutez :

3''. $x \varepsilon u . \supset . \mathrm{l}' u \geqq x \geqq \mathrm{l}_1 u$.

4''. $x \varepsilon u . y \varepsilon v . \supset_{x,y} . x \leqq y : \supset . \mathrm{l}' u , \mathrm{l}_1 v \varepsilon \mathrm{q} . \mathrm{l}' u \leqq \mathrm{l}_1 v$.

8 *a*). $m \varepsilon \mathrm{q} . \supset : \mathrm{l}' u \leqq m . = . u \cap (m + \mathrm{Q}) = \Lambda$.

8 *b*). » $\mathrm{l}' u > m . = . u \cap (m + \mathrm{Q}) -= \Lambda$.

8 *c*). » $\mathrm{l}_1 u \geqq m . = . u \cap (m - \mathrm{Q}) = \Lambda$.

8 *d*). » $\mathrm{l}_1 u < m . = . u \cap (m - \mathrm{Q}) -= \Lambda$.

16. (note) G. ASCOLI, *Atti Accademia Lincei*, a. 1875, p. 867.

§ 4.

Ajoutez:

32. $x \varepsilon \mathrm{q}_n . \supset . \mathrm{El}_1 x = x_1 . \mathrm{El}_2 x = x_2 . \ldots . \mathrm{El}_n x = x_n$. Def.

§ 6.

5. Au lieu de $Eu \cup Lu = \Lambda$ lisez $Eu \cap Lu = \Lambda$.

§ 7.

23. Au lieu de) lisez))

Ajoutez :

31. $u \varepsilon \mathrm{Kq} . \supset . \mathrm{Med}\, u = \mathrm{q} \cap \overline{x \varepsilon} (y , z \varepsilon u . y \leqq x \leqq z . -=_{y,z} \Lambda)$. Def.

32. $u \varepsilon \mathrm{Kq}_n . \supset . \mathrm{Med}\, u = \mathrm{q}_n \cap \overline{x \varepsilon} [a \varepsilon \mathrm{q}_n . \supset_a . a|x \varepsilon \mathrm{Med}\, (a|u)]$. Def.

33. » $. \supset . I\, \mathrm{Med}\, u = \mathrm{med}\, u$. (p

VI. — § 1.

Ajoutez :

11'. $u \varepsilon \mathrm{KK} . u \backsim \mathrm{N} : v \varepsilon u . \supset_v . v \backsim \mathrm{N} .\because. \supset . \cup{}' u \backsim \mathrm{N}$. CANTOR, III, p. 313.

15'. $n \varepsilon \mathrm{N} . u \cap D^n u = \Lambda . \supset . u \backsim \mathrm{N}$.

29. Au lieu de $\supset :$ lisez $\supset : w \varepsilon \mathrm{Kq}$.

Ajoutez :

30'. $u \varepsilon (\mathrm{Kq})\, \mathrm{Contin} . a , b \varepsilon u . \supset . a \sqcap b \supset u$. JORDAN, LXIX, n. 34.

§ 2.

Ajoutez :

1'. $u, v \varepsilon \mathrm{K} . \supset . \mathrm{Nc}`u > \mathrm{Nc}`v . = \therefore u \mathrel{-\!=} v : w \supset u . w \backsim v . \mathrel{-\!=}_w \Lambda .$ Def.

2. $a, b \varepsilon \mathrm{Nc} . \supset : a > b . = . b < a .$ Def.

2''. $a, b \varepsilon \mathrm{Nc} . \supset : a = b . \cup . a > b . \cup . a < b .$ CANTOR, III, p. 311.

6'. $a \varepsilon \mathrm{Nc} . \supset_a : b \varepsilon \mathrm{Nc} . b > a . \mathrel{-\!=}_b \Lambda .$ CANTOR, LXVI.

9'. $u \varepsilon \mathrm{Kord} . \mathrm{num}\, u \varepsilon \mathrm{N} . \supset . u \varepsilon \mathrm{Kbord} .$

18'. $u = \Lambda . \supset . \mathrm{Ntrasf}`\, u = 0 .$ Def.

18''. $\mathrm{N}_0 \supset \mathrm{Ntrasf} .$

9. Au lieu de $:: x \varepsilon u . \supset_x$ lisez $:: x \varepsilon u . u \mathrm{S} y . \mathrel{-\!=}_y \Lambda . \supset_x .$

10. Au lieu de $f \varepsilon (v \,\mathrm{f\,ord}\, u) . \mathrel{-\!=}_f \Lambda$ lisez $. (v \,\mathrm{f\,ord}\, u) \mathrel{-\!=} \Lambda .$

22. Supprimez Def.

§ 3.

Ajoutez:

0. $u \frown D^\omega u = \Lambda . \supset . u \backsim \mathrm{N} .$ CANTOR, XII, p. 375.

0'. $D^\omega u \backsim \mathrm{N} . \supset . u \backsim \mathrm{N} .$ Ib.

Liste bibliographique (pag. 36).

Ajoutez:

XXXVI *bis.* S. PINCHERLE. *Alcune osservazioni sugli ordini d'infiniti delle funzioni.* Memorie dell'Acc. di Bologna, Serie IV, t. V, 1884, p. 739-750.

G. VIVANTI.

VII. — § 1.

Pag. 77, titre. Au lieu de VI lisez VII.

Ajoutez:

6. $\mathrm{Hp} . v \varepsilon \mathrm{Kq} . \mathrm{l}' v = \infty . \supset :: y \varepsilon \mathrm{q} . \supset \therefore y \varepsilon \lim f x . = : h \varepsilon \mathrm{Q} . a \varepsilon v . \supset_{h,a} .$
$f[u \frown (a + \mathrm{Q})] \frown (y - h) \overline{\ } (y + h) \mathrel{-\!=} \Lambda .$

7. » » » $. \supset \therefore \infty \varepsilon \lim f x . = : m \varepsilon \mathrm{Q} . a \varepsilon v . \supset_{m,a} .$
$f[u \frown (a + \mathrm{Q})] \frown (m + \mathrm{Q}) \mathrel{-\!=} \Lambda .$

8. » » » $. \supset \therefore -\infty$ » »
$f[u \frown (a + \mathrm{Q})] \frown (m - \mathrm{Q}) \mathrel{-\!=} \Lambda .$

23. $m \varepsilon \mathrm{q} . m > \mathrm{l}' \lim f x . \supset \therefore a \varepsilon \mathrm{q} : x \varepsilon u . x > a . \supset_x . f x < m : \mathrel{-\!=}_a \Lambda .$

24. » $m < \mathrm{l}_1$ » » $f x > m$ »

25. $m \varepsilon \mathrm{q} . a \varepsilon \mathrm{q} : x \varepsilon u . x > a . \supset_x . f x < m : \supset . \mathrm{l}' \lim f x \leqq m .$

26. » » » » $>$ » $\supset . \mathrm{l}_1 \lim f x \geqq m .$

23-24. PEANO, *Sur la définition de la limite d'une fonction* (American Journal of Math., t. XVII, a. 1894, pag. 56).

25, 26. PEANO, *Estensione di alcuni Teoremi di Cauchy* (Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, t. XXX, a. 1894).

14. Au lieu de $h \varepsilon \mathrm{q}$ lisez $h \varepsilon \mathrm{Q}$.
21. Au lieu de $D \lim f x$ lisez $D (\mathrm{q} \cap \lim f x)$.
32. Au lieu de $. a \varepsilon \mathrm{q} . \supset .$ lisez $: a \varepsilon \mathrm{q} . \supset_a .$

Ajoutez :

34. $\infty \varepsilon \lim f x . = : a \varepsilon \mathrm{q} . \supset_a . \mathrm{l}' f [u \cap (a + \mathrm{Q})] = \infty .$
35. $\infty - \varepsilon \lim f x . = : a \varepsilon \mathrm{q} . \mathrm{l}' f [u \cap (a + \mathrm{Q})] \varepsilon \mathrm{q} . - =_a \Lambda :$
36. $- \infty \varepsilon \lim f x . = : a \varepsilon \mathrm{q} . \supset_a . \mathrm{l}_1 f [u \cap (a + \mathrm{Q})] = - \infty .$
37. $- \infty - \varepsilon \lim f x = : a \varepsilon \mathrm{q} . \mathrm{l}_1 f [u \cap (a + \mathrm{Q})] \varepsilon \mathrm{q} . - =_a \Lambda .$

34-37. PEANO, *Lezioni di analisi*, a. 1893, t. I, pag. 266.

§ 2.

22, 23. Au lieu de u lisez N .

Note. 22-23. Ajoutez: LA MAESTRA, *Sulle successioni* (Giornale di Matematica, t. 28, pag. 241).

Ajoutez :

24. $m \varepsilon \mathrm{N} . v_1 , v_2 , \ldots v_m \varepsilon \mathrm{K\,N} . \mathrm{N} = v_1 \cup v_2 \cup v_3 \ldots \cup v_m : r \varepsilon \mathrm{Z}_m . \supset_r . \mathrm{l}' v_r = \infty .$
$\lim_{x, v_r, \infty} f x \varepsilon \mathrm{q} \cup \iota \infty \cup \iota - \infty .\therefore \supset . \lim_{x, \mathrm{N}, \infty} f x = \lim_{x, v_1, \infty} f x \cup$
$\lim_{x, v_2, \infty} f x \cup \ldots \cup \lim_{x, v_m, \infty} f x .$ [Hp.§1 P5 , 33 , 35 , 37:$\supset$.P24]

25. $v \varepsilon (\mathrm{KN}) \mathrm{f} \mathrm{N} . \mathrm{N} = \cup ' v_{\mathrm{N}} : r \varepsilon \mathrm{N} . \supset_r . \mathrm{l}' v_r = \infty . \lim_{x, v_r, \infty} f x \varepsilon \mathrm{q} \cup \iota \infty$
$\cup \iota - \infty : w = \overline{y} \varepsilon (r \varepsilon \mathrm{N} . \supset_r . y = \lim_{x, v_r, \infty} f x) .\therefore \supset . \lim_{x, \mathrm{N}, \infty} f x = \mathrm{C} w .$
[Hp.§1 P5 , 21 , 33 , 35 , 37 : $\supset$. P25]

§ 3.

Ajoutez:

33'. $\lim - f x = - \lim f x .$

44. Au lieu de $\pm \infty \varepsilon \lim$ lisez $\infty \varepsilon \lim \mathrm{mod} f x$.

Au lieu de 67, 68, 69, 70, 71 lisez:

69. $a \varepsilon 1 + \mathrm{Q} . \supset . \mathrm{Log}_a \infty = \infty . \mathrm{Log}_a 0 = - \infty .$ Def.

70. $a \varepsilon 1 - \mathrm{Q} . \supset . \mathrm{Log}_a \infty = - \infty . \mathrm{Log}_a 0 = \infty .$ Def.

$f \varepsilon \mathrm{Q} \mathrm{f} u . \supset :$

71. $a \varepsilon \mathrm{Q} - \iota 1 . \supset . \lim \mathrm{Log}_a fx = \mathrm{Log}_a \lim fx$.

72. Au lieu de $= \mathrm{Log}_a \lim fx$ lisez $\varepsilon \mathrm{q}$.

§ 4.

Au lieu des P1-8 lisez :

$f, g \varepsilon \mathrm{q} \mathrm{f} \mathrm{N} . \lim = \lim_{x, \mathrm{N} . \infty} . \supset :$

1. $\lim [f(x+1) - fx] \varepsilon \mathrm{q} \cup \iota \infty \cup \iota - \infty . \supset . \lim (fx)/x = \lim [f(x+1) - fx]$.

2. $\lim fx \varepsilon \mathrm{q} \cup \iota \infty \cup \iota - \infty . \supset . \lim \frac{\Sigma fx}{x} = \lim fx$. $\left[\binom{\Sigma f}{f} \mathrm{P1} = \mathrm{P2}\right]$

2 a). $\mathrm{l}' \lim \frac{\Sigma fx}{x} \leqq \mathrm{l}' \lim fx$.

2 b). l_{ι} » $\geqq \mathrm{l}_{\iota}$ »

2 c). $\lim \frac{\Sigma fx}{x} \supset \mathrm{Med} \lim fx$.

2 d). $\lim \frac{fx}{x} \supset \mathrm{Med} \lim [f(x+1) - fx]$.

2 e). $y \varepsilon \mathrm{Med} \lim \frac{\Sigma fx}{x} . y - \varepsilon \lim \frac{\Sigma fx}{x} . \supset . \infty, -\infty \varepsilon \lim fx$.

2 f). $\infty - \varepsilon \lim fx . \cup . -\infty - \varepsilon \lim fx . \supset . \lim \frac{\Sigma fx}{x} = \mathrm{l}_{\iota} \lim \frac{\Sigma fx}{x} \mathrm{l}' \lim \frac{\Sigma fx}{x}$.

3. $\lim fx, \lim gx = 0 . g \varepsilon \mathrm{dec} . \lim [f(x+1) - fx]/[g(x+1) - gx] \varepsilon \mathrm{q} . \supset .$
$\lim fx/gx = \lim [f(x+1) - fx]/[g(x+1) - gx]$.

3 a). $\lim gx = \infty . g \varepsilon \mathrm{cres}$. » » »

3 b). $g \varepsilon \mathrm{Q} \mathrm{f} \mathrm{N} . \Sigma_1^x gx = \infty . \supset . \lim \frac{f1.g1 + f2.g2 + \ldots + fx.gx}{g1 + g2 + \ldots + gx} \supset \mathrm{Med} \lim fx$.

3 c). » » $. \supset . \lim \frac{\Sigma fx}{\Sigma gx} \supset \mathrm{Med} \lim \frac{fx}{gx}$.

3 d). $g \varepsilon (\mathrm{Q} \mathrm{f} \mathrm{N}) \mathrm{cres} . \lim gx = \infty . \supset . \lim \frac{fx}{gx} \supset \mathrm{Med} \lim \frac{f(x+1) - fx}{g(x+1) - gx}$.

4. $g \varepsilon \mathrm{Q} \mathrm{f} \mathrm{N} . \Sigma_1^x gx = \infty . \lim \frac{fx}{gx} \varepsilon \mathrm{q} \cup \iota \infty \cup \iota - \infty . \supset .$

$$\lim \frac{f1 + f2 + \ldots + fx}{g1 + g2 + \ldots + gx} = \lim \frac{fx}{gx} . \left[\binom{\Sigma f, \Sigma g}{f \quad g} \mathrm{P3}\, a) = \mathrm{P4}\right]$$

4 a). » » $. \lim fx \varepsilon \mathrm{q} \cup \iota \infty \cup \iota - \infty . \supset .$

$$\lim \frac{f1 . g1 + f2 . g2 + \ldots + fx . gx}{g1 + g2 + \ldots + gx} = \lim fx . \left[\binom{fg}{f} \mathrm{P4} = \mathrm{P4}\, a)\right]$$

5. $f \varepsilon \mathrm{Q\,f\,N} \,.\, \lim f(x+1)/fx \,\varepsilon\, \mathrm{Q}_0 \cup \iota\infty \,.\, \supset .\, \lim (fx)^{\frac{1}{x}} = \lim \frac{f(x+1)}{fx}$.

6. $f \varepsilon \mathrm{Q\,f\,N} \,.\, \lim fx \,\varepsilon\, \mathrm{Q}_0 \cup \iota\infty \,.\, \supset .\, \lim \sqrt[x]{f1 \,.\, f2 \ldots fx} = \lim fx$.

7. $g \,\varepsilon\, (\mathrm{Q\,f\,N})\,\mathrm{dec} \,.\, \lim gx = 0 \,.\, \Sigma_1^x\, gx = +\infty \,.\, \lim \frac{f1+f2+\ldots+fx}{x} \,\varepsilon\, \mathrm{q}$.
$\supset .\, \lim \frac{f1 \,.\, g1 + f2 \,.\, g2 + \ldots + fx \,.\, gx}{g1 + g2 + \ldots + gx} = \lim \frac{f1+f2+\ldots+fx}{x}$.

8. $\lim fx \,,\, \lim gx \,\varepsilon\, \mathrm{q} \,.\, \supset .\, \lim \frac{f1 \,.\, gx + f2 \,.\, g(x-1) + \ldots + fx \,.\, g1}{x}$
$= \lim fx \times \lim gx$.

8 *a*). $f \varepsilon \mathrm{q\,f\,N} \,.\, m \,\varepsilon\, \mathrm{N} \,.\, v_1, v_2, \ldots v_m \,\varepsilon\, \mathrm{K\,N} \,.\, \mathrm{N} = v_1 \cup v_2 \cup \ldots \cup v_m : r, s \,\varepsilon\, \mathrm{Z}_m \,.$
$r -= s \,.\, \supset_{r,s} .\, v_r \cap v_s = \Lambda : r \,\varepsilon\, \mathrm{Z}_m \,.\, \supset_r .\, \mathrm{l}'\, v_r = \infty \,.\, \lim_{x, v_r, \infty} fx \,\varepsilon\, \mathrm{q}$.
$\lim_{n, \mathrm{N}, \infty} \frac{\mathrm{num}\,[v_r \cap (n - \mathrm{N}_0)]}{n} \,\varepsilon\, \mathrm{q} : \supset .$
$\lim \frac{fx}{x} = \sum_{r=1}^{r=m} \lim_{x, v_r, \infty} fx \times \lim_{n, \mathrm{N}, \infty} \frac{\mathrm{num}\,[v_r \cap (n - \mathrm{N}_0)]}{n}$.

8 *b*). $f \varepsilon \mathrm{Q\,f\,N} \,.\, \supset .\, \lim \sqrt[x]{f1 \,.\, f2 \ldots fx} \supset \mathrm{Med} \lim fx$.

8 *c*). « $\supset .\, \lim \sqrt[x]{fx} \supset \mathrm{Med} \lim \frac{f(x+1)}{fx}$.

§ 4. 1, 5. CAUCHY, *Analyse algébrique,* a. 1821, pag. 48, 53.
2, 6, 7, 8. CESÀRO, *Analisi algebrica*, Torino 1894, pag. 99, 105.
2 *a*), *b*), *c*), *d*), *e*), *f*), 4 *b*), *c*), *d*), 8 *b*), *c*). PEANO, *Estensione,* ecc.
3, 3 *a*). STOLZ, *Ueber die Grenzwerthe von Quotienten* (Math. Ann., Bd. XIV).
4 *d*). STOLZ, *Vorlesungen über Arithmetik*, pag. 340.
8 *a*). CESÀRO, *Teixeira J.*, t. 7, a. 1887, p. 171; *Analisi algebrica,* pag. 101.

14. Ajoutez l'Hp: $\lim fx \,\varepsilon\, \mathrm{Q} \,.\, \supset .$
22. Au lieu de $r \,\varepsilon\, \mathrm{Q} \cap (1 - \mathrm{Q})$ lisez $r \,\varepsilon\, (-1 + \mathrm{Q}) \cap (1 - \mathrm{Q})$.
31. Lisez ..... $\supset .\, \lim \frac{fx}{x^{n+1}} = \frac{1}{n+1} \lim \frac{f(x+1) - fx}{x^n}$.

Note. — 31-33. Ajoutez : CAUCHY, l. c., pag. 48.

33. Au lieu de $\lim \frac{f(x+1)}{fx} \varepsilon \mathrm{q}$ lisez $f \varepsilon \mathrm{Q\,f\,N} . \lim \frac{f(x+1)}{f(x)} \varepsilon \mathrm{Q}_0 \cup \iota \infty$.

34. À supprimer.

Ajoutez

18, 19, 20 (note). LAISANT, *Ass. fr. Congrès d'Alger*, a. 1881. (b

VIII. — § 2.

16. Supprimez l'Hp $u \varepsilon \mathrm{Q\,f\,N}$.

§ 3.

54. Au lieu de $.\supset.$ lisez $:\supset.$

55. Au lieu de $— . \supset : — . — . \supset_n . — : —$
lisez $— . \supset .\!\cdot\!. — : — . \supset_n . — : —$

56. Au lieu de $— . — . \supset_n . — . — . \supset . —$
lisez $— : — . \supset_n . — : — : \supset . —$

58. Au lieu de $.\supset.$ lisez $:\supset.$

59. Au lieu de $— : — . \supset_r . — . — . \supset . —$
lisez $— : — . \supset_r . — : — : \supset . —$

§ 4.

10, 11, 12, 13. Au lieu de $.\supset.$ lisez $:\supset.$ (g

IX. — § 1.

1. Au lieu de $... + a_m$ lisez $... + a_n$.

Ajoutez :

16'. $x \varepsilon \mathrm{conj}\, y . \supset . y \varepsilon \mathrm{conj}\, x$.

16''. $x \varepsilon \mathrm{conj}\, y . y \varepsilon \mathrm{conj}\, z . \supset . x \varepsilon \mathrm{conj}\, z$. (f