

Wypadki pomiarów siły składowej poziomej magnetyzmu ziemskiego

wykonane w Tatrach w r. 1891

przez

Ludwika Birkenmajera.

Rzecz przedstawiona na posiedzeniu Wydz. mat.-przyr. z d. 2 maja 1892 r.;
ref. członek Karliński.

Bawiąc podczas tegorocznych feryj szkolnych w Tatrach, wykonałem tam kilka pomiarów magnetycznych, a mianowicie wyznaczyłem względne natężenie poziomej składowej magnetyzmu ziemskiego w pięciu miejscowościach Tatrzańskich, przyczem za jednostkę porównawczą służyło mi natężenie tej samej siły w Czernichowie pod Krakowem ($\varphi = 49^{\circ}59'3''$, $\lambda = 17^{\circ}20'8''$ od Paryża). Pierwotnie obiecywałem sobie wykonanie pomiarów magnetycznych w Tatrach na skalę obszerniejszą, a mianowicie pomiaru dwóch innych pierwiastków magnetyzmu ziemskiego, tj. zбочenia i nachylenia, ale zamiar ten został udaremnionym wskutek braku odpowiednich przyrządów. Na ten raz musiałem się zadowolić jedynie pomiarami natężenia H , zakładając sobie jako cel poznać wpływ wysokości wzniesienia się, ewentualnie obecności mas górskich na wielkość tej siły. Do pomiarów służyły mi dwa przyrządy: magnetometr (w rodzaju Weberowskiego) i chronometr.

A. Magnetometr roboty F. Erneckego w Berlinie urządzeniem przypomina przyrządy zwane galwanometrami; ustawiony na trzech nóżkach śrubowych składa się z silnego trójnoga mosiężnego, w którego środkowej panewce daje się obracać poziomy krążek drewniany wraz z leżącą na nim okrągłą płytą ze szkła mlecznego, opatrzoną na brzegu podziałami kątowymi do odczytywania kątów z dokładnością połowy stopnia. W dwu przeciwległych miejscach krążka (wystającego poza płytę szklaną) jest do niego przytwierdzony gruby i wysoki pręt mosiężny, wznoszący się zrazu pionowo do góry, później krzywiący się nakształt łuku i znowu ku przeciwległemu miejscu krążka pionowo zmierzający, tak iż ma postać przewróconej litery U. W najwyższym miejscu tego pręta znajduje się wążutki otworek przechodzący przez pręt na wylot i służący do przeprowadzenia włókien kokonowych, na których jest zawieszony magnes. Również przy najwyższym miejscu rzeczonego pręta, ale nieco z boku poza jego płaszczyznę, jest do niego przytwierdzoną mosiężną przysadka składająca się z małego krążka, z rowkiem na obwodzie, przeznaczonego do nawinięcia włókien, jako też drugiego większego krążka (główki) na tej samej osi osadzonego, służącego do podnoszenia lub opuszczania włókien, a wraz z nimi i samego magnesu. Silna sprężyna mosiężna dozwalała wykonywać tę czynność tylko przez pokonanie pewnego oporu, co zabezpiecza zawieszony magnes od możliwego opadnięcia w ciągu obserwacji. Pionowa styczna do rowkowanego krążka mosiężnego pada poza cieniutką szczelinę pręta mosiężnego, tak iż włókna kokonowe dzwigające wiszący magnes poniżej tej szczeliny są pionowe, ale powyżej górnego jej otworu przybierają kierunek pochyły, aż do zetknięcia się z rowkiem mosiężnego krążka. Proste to urządzenie zabezpiecza niezmiennosc punktu zawieszenia włókien, bez potrzeby robienia węzełków. Znaczek umieszczony na krótkim słupku ebonitowym, przytwierdzonym prostopadle do krążka drewnianego, dozwala opuszczać włókna, a więc i magnes zawsze do tej samej wysokości ponad płytą szklaną; ostrożność ta służy do tego, ażeby wpływ sprężystości włókien (*torsya*) w czasie wahań był jednaki podczas wszystkich względnych pomiarów.

Magnes, którego używałem, ma kształt walcowy o długości 13·08 cm., średnicy 0·397 cm. i waży blisko 12·8 gm., jest osadzony w małej tulejce mosiężnej, długości 0·55 cm., zewnętrznej średnicy = 0·56 cm., wewnętrznej = 0·40 cm., opatrzonej u góry dwoma malutkimi haczykami, oddalonymi od siebie (w kierunku równoległym do osi magnesu) na 1·45 cm. a przeznaczonymi do zawieszania magnesu na dwu parach włókien. Te włókna (długości około 28·2 cm.) stają się ku górze coraz bardziej zbieżne, aż wreszcie łączą się ze sobą w górnym otworze,

tworząc tam z pionem kąt bardzo ostry, wynoszący blisko $1028'$. Zawieszenie takie, pozornie dwunitkowe, w istocie zaś równoważne z jednonitkowem, chroniło magnes od drobniutkich wachnięć w płaszczyźnie pionowej, wywołanych działaniem siły ciężkości na wałeczek magnesowy zawieszony powyżej swego środka ciężkości; wiadomo zaś, jaką przeszkodą ścisłej obserwacji są te wachnięcia, mogące przy małych odchyleniach poziomych zupełnie maskować ruchy magnesu wywołane momentem obrotu magnetyzmu ziemskiego. Delikatne pionowe rysy na obu zewnętrznych kołowych przekrojach magnesu służą za wskazówkę przy odczytywaniu amplitud. Opisany magnetometr nie zawiera w swym składzie żelaza, gdyż nawet czop pionowy, wchodzący w panewkę trójnoga a służący do obracania całej górnej części przyrządu, jest mosiężny. Wysoki dzwon szklany, zachodzący swym dolnym brzegiem w głęboki rowek kołowy drewnianego krążka, pozwala chronić wachający się magnes od prądów powietrza i pyłu.

B. Do pomiaru czasu służył chronometr okrętowy, pochodzący od nowojorskiej firmy Bliss and Creighton N^o 1097, którego sekundowa wskazówka daje bezpośrednio połowy sekundy (czasu średniego), ale że w ciągu tej połowy sekundy słychać dwa uderzenia zegaru, przeto przy dostatecznej wprawie można było notować chwile z dokładnością 0.25 sekundy. W praktyce jednak notowano chwile tylko z dokładnością 0.5 sekundy, gdyż stosunkowo wielki okres wachnięć magnesu (około $11^{\circ}5'$) niezupełnie pozwalał na wyróżnienie prawdziwego „uderzenia“ odpowiadającego chwili ukończenia wachnienia, zwłaszcza wówczas gdy obszerność wachnienia była mała, a zakończenie okresu odnosiło się do punktu zwrotu ruchomego magnesu.

Chronometr badany w listopadzie r. 1890 w krakowskim obserwatorium astronomicznym przez przeciąg trzech tygodni okazał ruch bardzo jednostajny opóźniając dziennie $+0^{\circ}31'$ do $+0^{\circ}38'$. Z 19-dniowych porównań metodą najmniejszych kwadratów, znalazłem ruch dzienny $= 0^{\circ}3613 \pm 0^{\circ}0023$. W lipcu b. r., bezpośrednio przed wyruszeniem w góry, badałem ruch jego ponownie w Czernichowie za pomocą małej lunetki przejściowej o trzech nitkach osadzonej stale przy murze w płaszczyźnie bliskiej południka, dla której ilości Bessela n , c , kąt i , jako też odległości wzajemne nitek z przeszło stu obserwacji i niwelacji osi, zostały poprzednio wyznaczone. Otrzymałem dla dziennego ruchu zegaru wartości leżące między $+0^{\circ}2'$ a $0^{\circ}4'$, nie dostrzegając żadnego wyraźnego śladu systematycznej zmiany ruchu z biegiem czasu. Pomimo znacznie mniejszej dokładności tych wyznaczeń w porównaniu z wyznaczeniem krakowskim, dokonaniem większymi i lepszymi instrumen-

tami ¹⁾, uzyskałem stąd przynajmniej to przekonanie, że w przeciągu 8-miu miesięcy sam średni ruch dzienny chronometru nie doznał zmiany, któraby mogła przekraczać $\frac{1}{10}$ sekundy.

Przy pomiarach bezwzględnej wartości składowej poziomej magnetyzmu ziemskiego (ilość H wyrażona w układzie C. G. S.) potrzebną jest oczywiście znajomość dokładnej wartości dziennego ruchu zegaru; natomiast przy względnych pomiarach nie zależy na tej ilości i wystarcza, aby wartość jej była jednakową dla wszystkich względnych pomiarów. Składając niepewność $\pm 0.0023''$ dziennej zmiany na karb zmienności ruchu chronometru, a nawet biorąc ją dziesięć razy większą i bacząc, że wszystkie pomiary wykonałem w ciągu dni sześciu, otrzymany dla okresu jednego wachnienia (około 11.5 sekund) możliwy błąd nie dochodzący do $\pm 0.00002''$, tak że ewentualna zmiana ruchu zegaru nie mogła mieć już żadnego wpływu na czwartą cyfrę dziesiątą znalezionych okresów wachnień.

Pomiary wykonywałem z pomocą służącego, poprzednio w Czernichowie należycie wprawionego do tego rodzaju czynności. Pomocnik mój zwracał uwagę wyłącznie na wachnienia magnesu w magnetometrze, wymawiając krótko „raz“ w chwili ukończonego każdego wachnienia, ja zaś sam, śledząc uważnie ruch wskazówki sekundowej chronometru, zapisywałem niezwłocznie chwile dawanych mi w ten sposób sygnałów. Przed przystąpieniem do pomiaru oddaliliśmy obaj od siebie wszelkie przedmioty żelazne, które mogłyby wyrzeć wpływ na okresy wachnień.

Gdy nie chodzi o bardzo wielką dokładność pomiarów, wynajduje się szukany czas wachnienia, notując chwile początku pierwszego oraz końca np. 200-go wachnienia i dzieląc otrzymany ustęp czasu przez liczbę całkowitych wachnień. Sposób ten, zasadzający się na niezupełnie ścisłym przypuszczeniu dokładnej równoczesności wachnień, nie mógł tu wystarczać. Przewidując, jak to następnie pomiary stwierdziły, że różnice czasów wachnień w miejscowościach przeze mnie zwiedzonych będą bardzo małe, musiało mi zależeć nietylko na skrupulatnej redukcji obserwowanych czasów, ale także na powiększeniu dokładności samych odczytań na chronometrze, co starałem się osiągnąć znaczniejszem powiększeniem liczb danych przez obserwację, jak to zaraz bliżej objaśnię.

¹⁾ Za pomocą mojej lunetki przejściowej dawały się ilości n i c (kollimacya) wyznaczyć tylko z mierną dokładnością, z powodu, że lokal pozwalał obserwować przejścia gwiazd na południowej stronie nieba, tylko najwyżej do 40° północnego zбочenia.

Ustawivszy magnetometr poziomo, podnosiło się magnes obrotem główki do stałej i bardzo małej wysokości ponad płytę szklaną, a po uspokojeniu się jego ruchu odchyłało się go cienkiem drewnikiem poza południk magnetyczny (o kąt 20—30 stopni), przykrywało się cały przyrząd dzwonem szklanym i otaczało się ten ostatni w około dolnego rowka wałeczkiem pluszowym. Wyczekawszy następnie 3—5 minut, przystępowano do właściwych obserwacyj, rozpoczynając od odczytania początkowej amplitudy, notując zaraz potem chwile początku 1-go, 2-go, 3-go, 4-go... wachnienia np. aż do 20-go i odczytując bezpośrednio potem ponownie amplitudę, tymczasem zmniejszoną. To dawało pierwsze ogniwo łańcucha całego pomiaru. Następowiała pauza kilkuminutowa (4—9 minut), po której, rozpoczynając znowu odczytaniem amplitudy (jeszcze bardziej zmniejszonej), zapisywano chwile początku blisko 20 kolejno po sobie następujących wachnień (np. 47-go, 48-go, 49-go... 67-go) i odczytywano końcową amplitudę; co razem dawało drugie ogniwo łańcucha całego pomiaru. Po kilkuminutowej pauzie następowało trzecie ogniwo, czwarte i t. d. aż do chwili, gdy obszerność wachnień tak się zmniejszyła, iż ruchy magnesu już tylko z trudnością dawały się dostrzegać. Liczba takich ogniw w rozmaitych miejscowościach bywała nieco różną, stosownie do obszerności początkowego wachnienia, czasu jaki się miało do dyspozycyi i innych okoliczności, wśród których pomiar się odbywał i wynosiła 8—12. Wyjątkowo raz tylko (w Roztoce) zmuszony byłem ograniczyć się do sześciu ogniw. Pauzy w obserwacjach dawały jeszcze tę korzyść, że napięta uwaga obydwu obserwatorów zbytnio się nie nużyła, co musiałoby nastąpić podczas bacznego wpatrywania się w jeden i ten sam przedmiot, podczas godziny i dłużej.

Zapisywane czasy odnosiły się zazwyczaj do chwil największych odchyżeń magnesu; raz tylko do momentów przejścia ruchomego magnesu przez płaszczyznę południka magnetycznego. Teoretycznie ostatni rodzaj obserwacyj zdaje się właściwszym z powodu, że chyżość magnesu jest wówczas największa, ale w praktyce rzecz ma się nieco odmiennie. Przy wachnieniach o obszerności zmniejszonej do 1^0 i mniej, uchwycenie gołem okiem momentu przejścia magnesu przez jego położenie równowagi jest bardzo niepewne, podczas gdy ocena chwili zwrotu jego ruchu jest nierównie bezpieczniejsza. Przyczyna leży w okoliczności, o ile wiem, nigdzie niepodniesionej. Przy największej staranności podczas wprowadzania magnesu w ruch początkowy, nie można się ustrzedz, aby całe wachadełko magnetyczne, prócz ruchów wywołanych magnetyzmem ziemskim, nie popadło w drobnitkie ruchy wachadłowe, około górnego punktu zawieszenia nitek, wywołane wyłącznie działaniem siły ciężkości. Ogólnie biorąc, środek ciężkości wachadełka stożkowego opisuje

skutkiem tego małą elipsę, która przenosi się oczywiście także na końcowe punkty magnesu i sprawia, że krzywa, którą wspomniane wyżej rysy opisują na płaszczyźnie poziomej, przy niewspółmierności obu czasów wachnień jest bardzo zawikłaną ¹⁾.

Ponieważ okres wachnień magnetycznych był przeszło 10 razy większy od okresu wachnień „eliptycznych“, dla małych więc amplitud magnetycznych mogło się zdarzać i rzeczywiście zdarzało się, że podczas połówki okresu wachnienia magnetycznego koniec magnesu przechodził dwa, a nawet trzy razy przez płaszczyznę południka magnetycznego, a obserwator przy magnetometrze był w kłopotcie, które z tych przejść ma sygnalizować. Błąd uchwycenia właściwego momentu mógł skutkiem tego dochodzić do 2 sekund czasu, jak się o tem wielokrotnie przekonałem. Niedogodność ta prawie zupełnie znika jeżeli sygnały odnoszą się zamiast do przejść magnesu przez południk magnetyczny, do największych jego wschodnich lub zachodnich odchyień.

Obserwacje wykonywałem prawie bez wyjątku w cieniu i pod gołym niebem. Dwa szeregi pomiarów, wykonane z konieczności, skutkiem trwałej niepogody, pod dachem Schroniska przy Morskiem Oku, okazały się po wykonaniu obliczeń zupełnie chybione. Stanowczo za mały okres wachnień magnetycznych, jaki obydwie zgodnie dawały, mógł zależeć jedynie od obecności mas żelaza, bądź wchodzących w skład budynku, bądź chwilowo tam nagromadzonych ²⁾.

Obawa wpływu stalowych części chronometru (jak np. sprężyny) na magnetometr, nakazywała mi ustawiać obydwie przyrządy w niejakim (najmniej dwumetrowem) oddaleniu na osobnych podstawach. Za podstawy brałem pnie drzew (w Roztoce), płaskie złomy granitowe (przy Czarnym Stawie), małe drewniane stoliki (w Poroninie i Bystrem), a raz obszerny stopień betonowy (w Czernichowie).

Zapisywałem wreszcie ciepłotę powietrza na początku, na końcu każdego szeregu, jako też raz przynajmniej podczas pauz. Przed rozpoczęciem i po zakończeniu pomiaru odczytywałem także aneroid, którego poprawki były poprzednio wyznaczone.

¹⁾ Gdy amplituda wachnień magnetycznych jest jeszcze dość znaczną, krzywa ta przypomina nieco idealną drogę bieguna świata, wywołaną równoczesnem istnieniem precesyi i nutacyi.

²⁾ I tak, wiadomość o świeżo przybyłym do Schroniska większym transporcie dzbanków i kubków z emalowanego żelaza, złożonym w niedalekiem sąsiedztwie izby obranej na pomiary, doszła mię zapóźno, już po ich wykonaniu. Dwa te szeregi pomiarów wykluczam też w ogólnem zestawieniu rezultatów.

Pierwszym warunkiem udania się pomiaru, jest uwaga, spokój i brak widzów. Pod tym ostatnim względem nie zawsze byłem szczęśliwym. Jeden szereg obserwacyj (przy Morskiem Oku) został zepsuty przez zbliżenie się dwóch ciekawych górali, a raczej przez nigdy ich nieodstępujące żelazne siekierki (ciupagi), inny szereg (w Roztoce) został przerwany przedwcześnie w skutek wtargnięcia liczego i gwarneho towarzystwa na miejsce obserwacyi.

Cały sposób obliczania potrafimy najlepiej objaśnić, przytaczając chociaż część liczb jednego szeregu obserwacyjnego.

Czernichów, 30 lipca 1891. p. m.; średnia ciepłota + 17° C. Pierwotne jednostronne wychylenie 15·5⁰ dla 4-go wachnienia. Przez *m* rozumieć liczbę porządkową wachnienia, przyczem *m* ujemne oznaczają nadliczbowe wachnienia, które następnie do rachunku nie wchodziły.

Pierwsze ogniwo.

m.	chwile	wychylenie	m.	chwile	wychylenie
— 4	—		10	4 ^h 43 ^m 26 ^s	
— 1	4 ^h 41 ^m 19 ^s	15·5 ⁰	11	43 37	
0	41 31		12	43 48·5	
1	41 42		13	44 0	
2	41 53·5		14	44 11·5	
3	42 5·5		15	44 23	
4	42 16·5		16	44 35	
5	42 28		17	44 46·5	
6	42 39		18	44 58	
7	42 51		19	45 9	
8	43 2·5		20	45 20·5	
9	43 14·5		24	—	10·0 ⁰

Drugie ogniwo.

(36)	—	8·0 ⁰	(47)	4 ^h 50 ^m 30·5 ^s	
(40)	4 ^h 49 ^m 11 ^s		(48)	50 42·5	
(41)	49 22·5		(49)	50 54	
(42)	49 34·5		(50)	51 5·5	
(43)	49 45·5		(51)	51 17·5	
(44)	49 56·5		(52)	51 29	
(45)	50 8		(53)	51 40	
(46)	50 19·5		(57)	—	5·5 ⁰

Trzecie ogniwo.

m.	chwile	wychylenie	m.	chwile	wychylenie
(81)	—	3·0 ⁰	(96)	4 ^h 59 ^m 55 ^s	
(86)	4 ^h 58 ^m 0 ^s		(97)	5 0 6·5	
(87)	58 11		(98)	0 18·	
(88)	58 22·5		(99)	0 29·5	
(89)	58 34		(100)	0 41	
(90)	58 46		(101)	0 53	
(91)	58 57		(102)	1 4·5	
(92)	59 8		(103)	1 15·5	
(93)	59 20·5		(104)	1 27	
(94)	59 32		(105)	1 39	
(95)	59 43·5		(106)	1 50	
			(111)	—	2·0 ⁰

Czwarte ogniwo.

(142)	—	1·25 ⁰	(157)	5 ^h 11 ^m 34·5 ^s	
(147)	5 ^h 9 ^m 40 ^s		(158)	11 46	
(148)	9 51		(159)	11 57·5	
(149)	10 2		(160)	12 9·5	
(150)	10 13		(161)	12 21	
(151)	10 24·5		(162)	12 32	
(152)	10 35·5		(163)	12 44	
(153)	10 46·5		(164)	12 56	
(154)	10 58·5		(165)	13 7	
(155)	11 10·5		(166)	13 19	
(156)	11 22·5		(167)	13 30	
			(168)	13 41	
			(169)	13 52·5	
			(174)	—	1·0 ⁰

i t. d. Szereg ten zawierał dziesięć ogniów, obejmujących razem 362 wachnię; końcowa amplituda była tak mała, że wartość jej na podziałach płyty szklanej nie dała się już bezpiecznie odczytać.

Nawiasy oznaczają, że porządkowe liczby wachnię takich jak 40-go, 41-go, 42-go..., nie były uzyskane przez bezpośrednie liczenie wachnię, ale wyznaczone dopiero później z protokołu obserwacyjnego. I tak, już z pierwszego ogniwa obserwacyjnego znaleziono przybliżony okres wachnienia

$$= \frac{45^m 20 \cdot 5^s - 41^m 42^s}{20 - 1} = 11 \cdot 50^s,$$

jeżeli więc chodziło o wyznaczenie liczby m dla pierwszej chwili drugiego ogniwa, t. j. dla $4^h 49^m 11^s$, wystarczyło różnicę ($4^h 49^m 11^s - 4^h 45^m 20 \cdot 5^s$) = $3^m 50 \cdot 5^s = 230 \cdot 5^s$ podzielić przez $11 \cdot 50^s$, aby otrzymać na iloraz liczbę $20 \cdot 04$... wskazującą niewątpliwie, że upłynęło 20 całkowitych wachni. Jeżeli tedy dla chwili $4^h 45^m 20 \cdot 5^s$ liczba m wynosiła 20, to dla $4^h 49^m 11^s$ musiała wynosić 40. W ten sposób wszystkie liczby m dla wszystkich ogniw (z wyjątkiem pierwszego) dały się *a posteriori* wyznaczyć.

Zamiast tej wielkiej liczby dat obserwacyjnych, posiadających z konieczności każda z osobna tylko mierną dokładność, użyłem do następnego rachunku znacznie mniejszej ilości, posiadających jednak nierównie większą dokładność. Doszedłem do tego, tworząc średnie z liczb każdego ogniwa i podstawiając otrzymaną w ten sposób średnią zamiast ilości rzeczywiście obserwowanych.

Prosty rachunek wskazuje, że średnie arytmetyczne chwil m -go, $(m+1)$ -go, $(m+2)$ -go, $(m+3)$ -go... $(m+2\mu)$ -go wachnienia, są teoretycznie identyczne z czasem $(m+\mu)$ -go wachnienia, i to aż po kwadrat malutkiej ilości, pochodzącej z niezupełnego synchronizmu wachni, a różnicę dwu takich średnich chwil, należących do dwóch ogniw pomiaru nawet po czwartą potęgę rzeczonyj ilości, tak iż pozostała niedokładność jest znikomą w porównaniu z błędami bezpośredniego materiału obserwacyjnego, zwłaszcza wówczas, gdy początkowe ogniwa zawierają mniejszą, a następne nieco większą ilość dat zanotowanych. Stosując to do niniejszego przykładu, otrzymamy z pierwszego ogniwa dla 11-go wachnienia średnią arytmetyczną z czasów wachnienia (2-go, 3-go, 4-go... 20-go) = $4^h 43^m 37 \cdot 13^s$, a postępując tak samo dla drugiego, trzeciego, i t. d. ogniwa, otrzymamy następujące zestawienie:

m	chwile
11 wachnienie	$4^h 43^m 37 \cdot 13^s$
47 „	4 50 32·19
96 „	4 59 54·93
158 „	5 11 45·83
208 „	5 21 21·89
262 „	5 31 40·24
286 „	5 36 18·07
311 „	5 41 5·85
333 „	5 45 17·90
351 „	5 48 46·02,

skład dla liczby n nierównoczesnych wachni otrzymujemy przez proste odejmowanie średnią czasu θ

n	θ
36	6 ^m 54.06 ^s
85	16 17.80
147	28 8.70
197	37 44.76
251	48 3.11
275	52 40.94
300	57 28.72
322	61 40.77
340	65 8.89.

Zachowałem w tych zestawieniach także setne części sekundy, nie dla tego, iżby miały one odpowiadać rzeczywistości, ale dla tego tylko, aby tem bezpieczniej można było ufać pierwszej cyfrze dziesiątej.

Ażeby z liczb takiego zestawienia można było wydobyć jak najdokładniejszą wartość prawdziwego okresu wachnienia dla amplitud nieskończenie małych, potrzeba liczby te sprostować za pomocą poprawek zawisłych od każdorazowej obszerności wachni. Oznaczając przez α zmieniającą się z czasem obszerność (jednostronną amplitudę), przez T zmienny okres wachnienia, mamy jak wiadomo z teorii

$$T = \tau \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \dots \right),$$

przyczem wystarcza najzupełniej urwać powyższy szereg na wyrazie proporcjonalnym do czwartej potęgi wstawy kąta $\frac{\alpha}{2}$, gdyż dla $\tau =$ około 11.5^s błąd przez to popełniony dochodzi zaledwo do jednej stutysięcznej części sekundy, nawet dla tak wielkich amplitud jak $\alpha = 20^\circ$.

Zamiast wstaw kąta $\frac{\alpha}{2} = \beta$, dogodniej będzie wprowadzić łuki (wyrażone w częściach promienia). Mamy

$$\sin \beta = \beta \left(1 - \frac{\beta^2}{6} + \dots \right),$$

co podnosząc do drugiej i czwartej potęgi z dokładnością 4-ej potęgi, otrzymamy

$$\sin^2 \beta = \beta^2 \left(1 - \frac{1}{3} \beta^2 + \dots \right), \quad \sin^4 \beta = \beta^4 (1 - \dots),$$

tak że z tą samą dokładnością będzie

$$T = \tau \left(1 + \frac{1}{4} \beta^2 + \frac{11}{192} \beta^4 \right).$$

Chodziło teraz o prawo, według którego zmniejszają się kąty α (lub β) z upływem czasu, skutkiem oporu powietrza, wśród którego magnes zmuszonym był odbywać swoje wachnienia. Najbliższem i, o ile osądzić mogłem, najbezpieczniejszem tutaj przypuszczeniem było, że kąty α maleją w postępie geometrycznym, gdy liczba m wachnień wzrasta w arytmetycznym. Takie prawo zmiany amplitud istnieje z całą ścisłością dla wachnień magnesu, znajdującego się w miedzianem naczyniu czyli tak zwanym tłumiku pod wpływem prądów indukcyjnych, wywołanych ruchem magnesu. Wprowadzona przez Gaussa ilość, zwana ubytkiem logarytmicznym (logarithm. Decrement), oparta jest właśnie na tej zasadzie. Analogia oporu i systematycznych prądów powietrza, wywołanych pod dzwonem magnetometru wachnieniami magnesu, upoważniała więc do użycia tej samej zasady przy redukcji liczb otrzymanych przy moich pomiarach.

Jeżeli początkową wartością kąta β jest kąt γ (dla początku pierwszego wachnienia), to dla następnych kolejnych wachnień wartości jego będą

$$\varepsilon \gamma, \quad \varepsilon^2 \gamma, \quad \varepsilon^3 \gamma, \quad \varepsilon^4 \gamma, \dots,$$

gdzie ε jest ilością bardzo niewiele mniejszą od jednostki. Kolejne okresy wachnień będą tedy :

1	wachnienie,	połówka	amplitudy	γ ,	$T_1 = \tau (1 + a_1 \gamma^2 + a_2 \gamma^4)$
2	wachnienie	"	"	$\varepsilon \gamma$,	$T_2 = \tau (1 + a_1 \varepsilon^2 \gamma^2 + a_2 \varepsilon^4 \gamma^4)$
3	"	"	"	$\varepsilon^2 \gamma$,	$T_3 = \tau (1 + a_1 \varepsilon^4 \gamma^2 + a_2 \varepsilon^8 \gamma^4)$,
.
n	"	"	"	$\varepsilon^{n-1} \gamma$	$T^n = \tau (1 + a_1 \varepsilon^{2n-2} \gamma^2 + a_2 \varepsilon^{4n-4} \gamma^4)$,

gdzie

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_2 = \frac{11}{192}.$$

Stąd otrzymamy

$$(T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n) = \tau \left\{ n + a_1 \gamma^2 [1 + \varepsilon^2 + \varepsilon^4 + \varepsilon^6 + \dots + \varepsilon^{2(n-1)}] + a_2 \gamma^4 [1 + \varepsilon^4 + \varepsilon^8 + \dots + \varepsilon^{4(n-1)}] \right\},$$

a wykonawszy naznaczone sumowania mamy

$$T = \tau \left[n + a_1 \gamma^2 \frac{1 - \varepsilon^{2n}}{1 - \varepsilon^2} + a_2 \gamma^4 \frac{1 - \varepsilon^{4n}}{1 - \varepsilon^4} \right]. \quad (A)$$

Tutaj T , n , wiadome są z dat pomiaru; a_1 , a_2 są stałymi współczynnikami; ilości ε , γ wreszcie dają się przynajmniej w przybliżeniu wyznaczyć z wielkości notowanych amplitud, jak to zaraz okażemy. Teoretycznie biorąc, możnaby wprowadzić obie te ilości wyznaczyć bez znajomości amplitud tworząc kilka (najmniej trzy) równań ostatniego typu i rozwiązując je ze względu na trzy niewiadome τ , γ , ε ; z powodu jednak, że postać takich równań jest co do τ , γ , ε nieliniową, nie da się ominąć użycia z grubsza obserwowanych amplitud, ażeby zdobyć przynajmniej przybliżone wartości dla γ i ε .

Jeżeli prawo zmienności amplitud wyraża się równaniem $\alpha = \alpha_0 \varepsilon^n$, to

$$\log \alpha = \log \alpha_0 + n \log \varepsilon = \log \alpha_0 + \frac{n}{100} \cdot 100 \log \varepsilon,$$

a kładąc dla skrócenia $\log \alpha_0 = p$, $100 \log \varepsilon = -q$, $\frac{n}{100} = \mu$, prościej

$$p - \mu \cdot q = \log \alpha.$$

Dla naszego szeregu obserwacyjnego było

n	α	podług czego mamy dziesięć równań
-4	15.5 ⁰	$p + 0.04 q = 1.190$
+24	10.0	$p - 0.24 q = 1.000$
+36	8.0	$p - 0.36 q = 0.903$
57	5.5	$p - 0.57 q = 0.740$
81	3.0	$p - 0.81 q = 0.477$
111	2.0	$p - 1.11 q = 0.301$
142	1.25	$p - 1.42 q = 0.097$
174	1.0	$p - 1.74 q = 0.000$
194	0.75	$p - 1.94 q = -0.125$
222	0.5,	$p - 2.22 q = -0.301,$

które wyrównane metodą najmniejszych kwadratów dają

$$p = \log \alpha_0 = +1.1101, \quad q = -100 \log \varepsilon = +0.6570,$$

skąd

$$\alpha_0 = 12.89^0, \quad \varepsilon = 0.9850$$

z prawdopodobnymi błędami $\pm 0.71^0$ dla α_0 , a ± 0.0001 dla ε . W taki sam sposób postąpiłem z odczytywanymi amplitudami dla pozostałych szeregów obserwacyjnych.

Ażeby się przekonać, czy będzie dość bezpieczną rzeczą polegać na tak otrzymanych wartościach przy obliczaniu redukcji wachni na wachnienia nieskończenie małe, obieram jedną z największych wartości $\alpha_0 = 22^0$ z niepewnością $\pm 0.8^0$ jaka w ogóle w całym ma-

teryale obserwacyjnym przychodzi, oraz należąca do niego wartość 0.9825 ilości ε z niepewnością ± 0.0009 . W częściach promienia będzie tedy

$$\gamma = \frac{1}{2} a_0 = 0.192 \pm 0.007.$$

Zważając, iż pozostała niepewność obliczonych ilości γ i ε wywiera na drugi wyraz szeregu w (A) wpływ już całkiem znikomy i oznaczając

$$a_1 \gamma \frac{1 - \varepsilon^{2n}}{1 - \varepsilon^2} = U,$$

napiszemy

$$\tau \frac{T}{n + U}, \text{ więc } \Delta \tau = - \frac{\Delta U \cdot T}{(n + U)^2},$$

albo prościej, z uwagi, że ilość U w porównaniu z liczbą n jest małą

$$\Delta \tau = - \frac{\Delta U}{n^2} \cdot T.$$

Jest zaś

$$\Delta U = \frac{\partial U}{\partial \gamma} \Delta \gamma + \frac{\partial U}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon = 2 a_1 \gamma \frac{1 - \varepsilon^{2n}}{1 - \varepsilon^2} \cdot \Delta \gamma + 2 a_1 \gamma^2 \varepsilon \frac{1 - n \varepsilon^{2n-2} + (n-1) \varepsilon^{2n}}{(1 - \varepsilon^2)^2} \Delta \varepsilon,$$

więc dla zmiany $\Delta \tau$ wywołanej niepewnością w $\Delta \gamma$ i $\Delta \varepsilon$ (pomijając czynnik ε)

$$\Delta \tau < \frac{T}{n^2} \sqrt{\left(\frac{1 - \varepsilon^{2n}}{1 - \varepsilon^2}\right)^2 \Delta \gamma^2 + \gamma^2 \frac{(1 - n \varepsilon^{2n-2} + (n-1) \varepsilon^{2n})^2}{(1 - \varepsilon^2)^4} \cdot \Delta \varepsilon^2} \cdot 2 a_1 \gamma,$$

a że $\frac{T}{n}$ jest bardzo blizkiem ilości τ , więc

$$n \Delta \tau < \tau \cdot 2 a_1 \gamma \sqrt{\left(\frac{1 - \varepsilon^{2n}}{1 - \varepsilon^2}\right)^2 \Delta \gamma^2 + \gamma^2 \frac{(1 - n \varepsilon^{2n-2} + (n-1) \varepsilon^{2n})^2}{(1 - \varepsilon^2)^4} \cdot \Delta \varepsilon^2},$$

a że nadto $n \varepsilon^{2n-2} > n \varepsilon^{2n}$, więc tem więcej

$$n \Delta \tau < \frac{\tau \cdot \gamma}{2} \cdot \frac{1 - \varepsilon^{2n}}{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\Delta \gamma^2 + \frac{\gamma^2}{(1 - \varepsilon^2)^2} \Delta \varepsilon^2},$$

a tem bardziej

$$\Delta \tau < \frac{\tau \gamma}{2n} \cdot \frac{1}{1 - \varepsilon^2} \sqrt{\Delta \gamma^2 + \frac{\gamma^2}{(1 - \varepsilon^2)^2} \Delta \varepsilon^2},$$

a przeto $n \Delta \tau < 0.15^\circ$; w znaczniejszej liczbie przypadków nawet $< 0.10^\circ$.

Wobec tej okoliczności wyrobiłem sobie przekonanie, że nie byłoby rzeczą właściwą porzucać wartości znalezione dla α_0 , ε przez bezpośrednią obserwację amplitud i szukać dopiero mozolnym rachunkiem bardziej przybliżonych dla nich wartości z całego układu równań (A).

Porównanie korzyści i straty wynikającej z tego ostatniego sposobu, tak się przedstawia: zyskałoby się nieco dokładniejsze wartości dwóch ostatnich stałych, a przez to zapewne i nieco dokładniejsze redukcje na wachnienia nieskończenie małe, ale stałoby się to widocznie kosztem pomniejszenia ilości równań (A), wyznaczających najważniejszą dla nas ilość τ . Gdybyśmy np. w pewnym szeregu obserwacyjnym posiadali 13 ogniw, więc 12 równań kształtu (A), to pragnąc z nich samych, bez uwzględnienia obserwowanych amplitud, wyprowadzić możliwie dokładną wartość czasu τ , należałoby w układzie (A) przyjąć aż trzy niewiadome τ , γ , ε i w takich okolicznościach układ ten rozwiązać metodą najmniejszych kwadratów. Jasną jest jednak rzeczą, że w takim razie na wyznaczenie każdej z tych trzech ilości, więc np. τ , przypadałaby tylko trzecia część równań tego układu, to jest w uważanym przypadku 4, podczas gdy nie odrzucając obserwowanych i rachunkiem wyrównanych amplitud, będzie się rozporządzało całkowitą ilością 12 równań przy wyznaczeniu szukanej ilości τ . Niepewność redukcji, mniejsza od ± 0.15 (w n wachnieniach), jest zresztą jeszcze cztery lub pięć razy mniejszą od średniego błędu, jaki niezupełna dokładność spostrzeżeń, a może i niezupełna ścisłość prawa ubywania amplitud, w rachunku pozostawiają.

Przed ukończeniem obliczeń byłem zdania, że ilość ε wyprowadzona z obserwacyj, wykonanych wśród powietrza o różnej gęstości, t. j. w różnych wysokościach nad poziomem morza, będzie wykazywała małe różnice, a mianowicie, że dla wysokości większych, gdzie rzadsze powietrze słabiej uśmierza początkową obszerność wachnienia, ilość ta będzie nieco bliższą jedności. Istotny stan rzeczy nie odpowiedział temu oczekiwaniu. Otrzymałem bowiem

	ε	temperatury
Czernichów	0.985	+ 17°C
Poronin	0.985	+ 19
Bystre	0.981	17
Roztoka	0.983	11
Morskie Oko	0.980	11
Czarny Staw	0.980	8°,

gdzie stacye uporządkowane są według wielkości ich wzniesień ponad poziom morza i dołączone są zarazem temperatury (średnie) powietrza podczas wykonywania pomiarów. Zestawienie to okazuje, że rzadsze powietrze (Morskie Oko, Czarny Staw) daje wbrew oczekiwaniu nieco mniejsze wartości dla ilości ε , co, gdybyśmy mogli zupełnie ufać trzecim

cyfrym dziesiętnym, prowadziłyby do wniosku dość szczególnego, że rzadsze powietrze rychlej uspokaja wachania magnezu, aniżeli gęstsze. Wniosek taki, wyprowadzony z bądź co bądź nadto szczupłego materiału obserwacyjnego, wydaje mi się, przynajmniej na razie, nieco ryzykownym, a gdy drobniutka zmienność ilości ε nie może również być wytłómaczona zmiennością temperatury, wydawało mi się rzeczą najwłaściwszą uważać owe małe niezgodności liczb ε jedynie za wyniki błędów obserwacyjnych. Uważając tedy ilość ε za stałą, albo prawie stałą w obrębie naszych sześciu stacyj i uwzględniając ważność każdej odrębnej wartości, otrzymałem stąd średnio $\varepsilon = 0.9820$, którąto wartośćią posługiwałem się przy wszystkich redukcjach na wachnienia nieskończenie małe.

Dla pierwotnej amplitudy znaleźliśmy $\alpha_0 = 12.89^0$, z uwagi więc, że w rachunku niniejszego przykładu jedynaste wachnienie odgrywa rolę pierwszego, będziemy mieli jego amplitudę $= 12.89^0.0.9820^{10}$, t. j. dla kąta γ (połówki ostatniego kąta)

$\log \gamma = 8.97208 - 10$; $\log \gamma^2 = 7.94416 - 10$; $\log \gamma^4 = 5.88832 - 10$,
jako też

$$\log \varepsilon = 9.99211, \quad \log(1 - \varepsilon^2) = 8.55237, \quad \log(1 - \varepsilon^4) = 8.84588,$$

podług czego obliczamy natychmiast układ dziewięciu równań

$$\begin{aligned} 36.0450 \tau &= 414.06^* \\ 85.0588 \tau &= 977.80 \\ 147.0611 \tau &= 1688.70 \\ 197.0616 \tau &= 2264.76 \\ 251.0616 \tau &= 2883.11 \\ 275.0616 \tau &= 3160.94 \\ 300.0616 \tau &= 3448.72 \\ 322.0616 \tau &= 3700.77 \\ 340.0616 \tau &= 3908.89, \end{aligned}$$

a że τ jest bardzo blizkiem wartości 11.50^* , więc nieco prościej

$$\begin{aligned} 36 \tau &= 413.54 \\ 85 \tau &= 977.12 \\ 147 \tau &= 1688.00 \\ 197 \tau &= 2264.05 \\ 251 \tau &= 2282.40 \\ 275 \tau &= 3160.23 \\ 300 \tau &= 3448.01 \\ 322 \tau &= 3700.06 \\ 340 \tau &= 3908.18, \end{aligned}$$

skąd, utworzywszy według metody najmniejszych kwadratów jedyne równanie

$$516849 \tau = 5939245.66',$$

wyprowadzamy

$$\tau = 11.4913'.$$

Pozostałe niezgodności obserwacji i rachunku przedstawiają się jak następuje (Obs. — Rach.)

1.	-0.15'	4.	+0.27'	7.	+0.62'
2.	+0.36	5.	-1.92	8.	-0.14
3.	-1.22	6.	+0.12	9.	+1.14,

tak, iż suma kwadratów pozostałych błędów wynosi + 7.1078, a prawdopodobny błąd wartości τ

$$= \pm \frac{0.6745}{\sqrt{516849}} \cdot \sqrt{\frac{7.1078}{9-1}} = \pm 0.0009'.$$

Uderzająco wielkich niezgodności - 1.22', + 1.14', a zwłaszcza - 1.92', nie podobna żadną miarą składać wyłącznie na karb niedokładności w notowaniu chwil, jeżeli zważymy, że błąd jednego wyznaczenia mógł sięgać najwyżej jednej sekundy, a liczby odnoszące się do całości ogniów obserwacyjnych są średniami z 20—27 pojedynczych oznaczeń. Przyczyny tego nie mogą upatrywać w czem innem¹⁾, jak w niezupełnej ścisłości prawa ubywania amplitudy, które, jak się zdaje, tylko dla bardzo małych odchylen daje bezpieczną redukcję, a które, teoretycznie biorąc, dla wielkich amplitud razi nawet niemożliwością. Jakoż odwracając wzór $\alpha = \alpha_0 \varepsilon^n$, otrzymujemy

$$\alpha_0 = \alpha \cdot \varepsilon^{-n} \quad (\varepsilon < 1),$$

skąd przyjmując końcową amplitudę nawet bardzo małą, dla n dostatecznie wielkiego otrzymalibyśmy wartość początkowego odchylenia α_0 dowolnie wielką, większą np. od 90°, co przecież dla wachni magnetycznych jest wręcz niemożliwym. I tak biorąc w naszym przykładzie

¹⁾ O wpływie sprężystości włókien (*torsya*) nie może być tutaj mowy. Prosty wywód rachunkowy okazuje, że okres wachnienia, pod wpływem poziomej siły kierującej magnetyzmu ziemskiego i sprężystości włókien, równa się, z dokładnością ilości czwartego rzędu, zwyczajnemu okresowi wachnienia (bez uwzględnienia torsyi) pomnożonemu przez stały czynnik bardzo mało różny od jedności, a zależny jedynie od wielkości sprężystości włókna. Oczywiście, że przy względnych pomiarach natężenia magnetyzmu ziemskiego, czynnik ten z rachunku całkiem wypada, jeżeli natura i długość włókien pozostają te same.

amplitudę 289-go wachnienia równą połowie stopnia, otrzymalibyśmy dla amplitudy pierwszego wachnienia wartość niemożliwą 94 stopni.

Odrzucając ogniwa (3) i (5), dające największą niezgodność z obserwacją, z pozostałych siedmiu równań otrzymamy równanie

$$432239 \tau = 4967627 \cdot 26'$$

skąd

$$\tau = 11 \cdot 4928'$$

z prawdopodobnym błędem $\pm 0 \cdot 0004$. Pozostałe niezgodności będą się przedstawiały obecnie jak następuje:

1. — 0·20'
2. + 0·23
4. — 0·03
6. — 0·29
7. + 0·17
8. — 0·62
9. + 0·63,

tak, iż ostatniej wartości na τ należy w każdym razie bardziej ufać aniżeli poprzednio otrzymanej. Gdy zaś dalsze pomniejszenie prawdopodobnego błędu (np. przez ponowne opuszczenie najmniej zgodnej liczby obserwacyjnej) nie dało się już osiągnąć, a dla wypisanych tu niezgodności nie można wysledzić żadnej systematyczności, nie pozostało nic innego jak poprzestać na wyznaczeniu ostatniem.

W ten sposób badany materiał obserwacyjny wszystkich sześciu stacyj doprowadził mię do następującego zestawienia czasów trwania jednego wachnienia magnesu:

Czernichów	11·4928'	Morskie Oko	11·4024'
Poronin	11·4386	Czarny Staw	11·4210
Roztoka	11·3828	Bystre	11·4190.

Nateżenia składowej poziomej H magnetyzmu ziemskiego mają się do siebie odwrotnie jak kwadraty okresów wachnień; przyjmując więc na razie Czernichów za miejsce porównania, dla którego H ma posiadać względną wartość równą jednostce, otrzymujemy następujące względne wartości siły H :

	H	1891
Czernichów	1·00000	30. VII.
Poronin	1·00950	4. VIII
Roztoka (Schronisko)	1·01942	4. VIII
Morskie Oko (Schronisko)	1·01592	6. VIII

Czarny Staw pod Kościelcem	1·01261	9. VIII
Bystre	1·01297	10. VIII,

które uważam za dokładne po czwartą cyfrę dziesiątą z wyjątkiem liczby dla stacyi Roztoka (zdaje się nieco za wielkiej), gdzie, jak to już wyżej napomknąłem, szereg pomiarów musiał pozostać niedokończonym.

Jeżeli otrzymane natężenia H dla wszystkich pięciu górskich stacyj są większe niż w stacyi Czernichów, to nie należy zapominać, że leżą one na południe od stacyi ostatniej, że więc to powiększenie idzie w pierwszym rzędzie na karb zmiany szerokości geograficznej, a częściowo i długości. Wyznaczanie stałych magnetyzmu ziemskiego w ogólności, a w szczególności pomiary ilości H , są w naszym kraju dotąd tak jeszcze skąpe ¹⁾, że nie można, bodaj na razie, myśleć o ustaleniu

¹⁾ Pierwsze wyznaczenia ilości H zrobił w Krakowie ś. p. prof. Kuczyński w r. 1847 i to trzy pomiary przyrządem Webera, dwa przyrządem Leysera. Z pomiarów jednak tych, podanych w Sprawozdaniu Komisji fizyograficznej Tom IV str. [237], tylko jeden, wykonany d. 7 marca 1847, który dał $H=0\cdot1938$ (C. G. S.) jest dobry, trzy dały wypadki za wielkie (0·1941 do 0·1960), jeden za mały 0·1910.

Następnie pomiarami temi trudnił się w Krakowie i Galicyi dyrektor Obserwatorium prazkiego prof. Kreil, który w r. 1848 otrzymał dla Krakowa d. 10 i 11 października $H=0\cdot19305$, a w r. 1850 d. 4—6 lipca $H=0\cdot19385$; oba wypadki otrzymane teodolitem Lamonta, opatrzonym trzema prętami magesowymi.

Pomiary późniejsze z lat 1855—1873, wykonane przez prof. Kuczyńskiego (Sprawozd. Kom. fiz. T. IV) i prof. Skibę (tamże Tom IV str. [171] i Tom VIII str. [171]) dały wypadki mało wiarogodne, sięgające od 0·19370 (d. 2 czerwca 1855) aż do 0·20501 (d. 2 lipca 1871).

W roku 1876 we wrześniu prof. Smirnow z kazańskiego Uniwersytetu, przybywszy do Krakowa, znalazł przyrządem Elliota wartość $H=0\cdot1989$ [Zob. Wild. Repertorium für Meteorologie Bd. IX Absch. Nr. 5. Über die geographische Vertheilung und säculare Aenderung der erdmagnetischen Kraft im europäischen Russland von dr. Al. von Tillo, General-major im Generalstabe. S. Petersburg 1885, str. 26].

Późniejsze dwa pomiary w Krakowie wykonał (tymże samym teodolitem Lamonta, którego w latach 1848 i 1850 używał Kreil) p. Liznar, adjunkt c. k. Zakładu centralnego dla meteorologii i magnetyzmu ziemskiego w Wiedniu, a mianowicie otrzymał on (zob. Sitzungsberichte der Kais. Akademie d. Wissenschaften in Wien. Mathem.-naturwiss. Classe Bd. 85 u. 99):

w r. 1881 d. 22—24 czerwca $H=0\cdot1993$

w r. 1890 (w lipcu) $H=0\cdot2095$ dla 1890, 0.

Z tych pomiarów, robionych tym samym przyrządem (t. j. teodolitem Lamonta) przez Kreila i Liznara, wynika dla Krakowa roczny wzrost natężenia siły składowej poziomej magnetyzmu ziemskiego + 0·00021.

Oprócz tych pomiarów mamy dla Galicyi jeszcze pomiary prof. Kreila z r. 1848 wykonane w Stryju, Przemyślu, Rzeszowie, Nisku, Tarnowie i Wieliczce tak w zamku jak w kopalni; a z r. 1850 w Starym Sączu, Krosnie, Sanoku, Samborze, Lwowie, Rawie Ruskiej, Brodach, Tarnopolu, Czortkowie, Kołomyi, Stanisławowie, Dolinie i Sko-

empirycznego prawa zmiany ilości H ze zmianą geograficznych współrzędnych φ , λ . Chcąc oznaczyć wspomnianą zmianę, przynajmniej w przybliżeniu, nie pozostaje nic innego jak uciec się do zestawień liczbowych Lamonta, jako też do jego kart magnetycznych. Za pomocą tego środka (posługując się wyznaczeniami w Pradze, Krakowie, Wiedniu, Budapeszcie i Sybinie) znajduję dla południka o $17\cdot6^\circ$ na wschód od Paryża przechodzącego następujący wzór empiryczny:

$$H = A [1 - 0\cdot022 (\varphi - 50^\circ)],$$

który pozwoli w przybliżeniu uwolnić obserwowane ilości H od części wywołanej zmianą szerokości geograficznej. Ów kąt $17\cdot6^\circ$ jest średnią z długości geograficznych (od Paryża liczonych) wszystkich sześciu stacyj leżących zresztą prawie na tym samym południku; okoliczność bardzo słabej zmienności ilości H wraz ze zmianą długości λ , usprawiedliwia dostatecznie odniesienie rzeczy do jednej średniej długości geograficznej.

Dla Czernichowa mamy $\varphi = 49^\circ 59' 16''$, tak, że przyjmując dla tej miejscowości (jak to poprzednio uczyniliśmy) $H = 1$, mamy wartość względną stałej A prawie całkiem dokładnie równą jednostce. Ponieważ dalej, dla pozostałych pięciu górskich stacyj, szerokość geograficzna φ jest tylko o ułamek stopnia różną od 50° , z uwagi więc na niewielki współczynnik $0\cdot022$, redukcya ilości H na równoleżnik Czernichowa, będzie $= -0\cdot022 (49\cdot99 - \varphi)$.

W zestawieniu poniższem umieszczam obok nazw stacyj ich szerokości geograficzne, redukcye na równoleżnik 50° , zredukowane ilości H , a wreszcie przybliżone wzniesienia nad poziom morza.

			H	h
Czernichów	$\varphi = 49\cdot99^0$	0·0000	1·0000	220 m.
Poronin	49·34	-0·0143	0·9952	730 "
Roztoka	49·24	-0·0165	(1·0029)	990 "
Morskie Oko (Rybie)	49·21	-0·0172	0·9987	1390 "
Czarny Staw (pod Kościelcem)	49·27	-0·0158	0·9968	1630 "
Bystre	49·29	-0·0154	0·9976	910 "

Pomijając, ujętą w nawias, wartość siły H dla Roztoki, którąto wartość, wypadającą z bardzo krótkiego szeregu obserwacyjnego (192 wachni

lem (zob. Magnetische u. geographische Ortsbestimmungen im oesterreichischen Kaiserstaate ausgeführt von Karl Kreil. 3-ter u. 4-ter Jahrgang. Prag 1850 u. 1851). Te pomiary Kreila powtarza obecnie wspomniany wyżej p. Liznar.

W Dublanach w r. 1881 znalazł prof. dr. Witkowski przyrządem własnego pomysłu wartość $H = 0\cdot2026$, znacznie przybliżoną do prawdziwej.

(d. 29 marca 1892 r. Prof. dr. Karliński).

pod koniec wątpliwie sygnalizowanych) uważam za niedokładną, mamy dla pozostałych czterech górskich stacyj ilość H wszędzie mniejszą od wartości do Czernichowa się odnoszącej. Powód tego leży niewątpliwie w istotnem zmniejszaniu się natężenia magnetyzmu ziemskiego w miarę wznoszenia się do większych nad poziom wysokości, jak to z góry można było oczekiwać. Gdyby wolno było przypuszczać, że bardzo rozmaite ukształtowanie się terenu tatrzańskiego i wielkie nagromadzenie mas, niewolnych od rud żelaznych, nie wpływa na ilość H , to powyższe zestawienie powinno by wykazać mniej lub więcej wyraźne prawidłowe pomniejszanie się tej ilości wraz ze wzrostem wysokości ponad poziom morza. Tak jednak nie jest, jak to widać z dołączonych w tabelce wzniesień h . Gdy różnic dwóch lub trzech jednostek na trzeciem miejscu dziesiętnem liczb H nie podobna już złożyć na karb samej niedokładności pomiarów, zmuszony jestem uważać ich występowanie za objaw wpływu, jaki górskie otoczenie wywierało w kierunku poziomym na wachający się magnes. Materiał obserwacyjny, jaki dotąd zebrać zdołałem, jest nadto jeszcze skąpy i do wysnuwania donioslejszych wniosków niedostateczny. W każdym jednak razie sądzę, że może on służyć do ogólnego zorientowania się w rzeczy, zanim większa mnogość i to dokładniejszych niż te pomiarów, dozwoli wnikać w przebieg zjawisk geomagnetycznych na obszarze tatrzańskim zapewne dość zawikłany.

Na razie, bardziej jakościowo niż ilościowo, można sobie wytworzyć przybliżony obraz wpływu samych mas górskich na składową H , jeżeli obserwowane w znanych wysokościach ilości H , sprowadzimy teoretycznie do jednego i tego samego poziomu, a to za pomocą wzoru analogicznego z tym, którego się używa do redukcji siły ciężkości ziemi z jednego poziomu na drugi. Takim wzorem jest, jak wiadomo,

$$G_0 = G \left(1 + 2 \frac{h - h_0}{R} \right),$$

gdzie G_0 , G są siłami ciężkości w wysokościach h_0 , h , R średnim promieniem ziemi. Pomimo, że rozkład mas magnetycznych jest jeszcze mniej centrobarycznym, aniżeli rozkład mas dających potencyał grawitacyjny, wzór powyższy dla niezbyt wielkich wysokości h , h_0 jest dla naszego celu dostatecznie dokładny ¹⁾, tak, że G_0 , G wolno będzie zastąpić przez H_0 , H .

¹⁾ Jako wzór redukcyjny jest on nawet całkiem dokładnym dla całkowitego natężenia I magnetyzmu ziemskiego; redukcja składowej poziomej $H = I \cdot \cos i$ wymaga małego pomniejszenia współczynnika 2, z powodu, że dla wysokości h nie tylko I się zmniejsza, ale i samo nachylenie i równocześnie ulega drobnej zmianie.

Jeżeli redukcya ma się odnosić do poziomu w Czernichowie, to $h_0 = 220$ m., co dla $R = 6370000$ m. i wysokości poprzednio podanych, daje dla wyrazu $+ 2H \frac{h-h_0}{R}$ następujące wartości:

$$+ 0.0002; \quad + 0.0002; \quad + 0.0004; \quad + 0.0004; \quad 0.0002,$$

tak, iż wartości dla H , zredukowane na te same współrzędne geograficzne i tę samą wysokość nad poziomem morza, będą

		$H' - I$	
		w jedn. względn.	w jedn. C. G. S.
Czernichów	1.0000	0.0000	—
Poronin	0.9954	— 0.0046	— 0.00094
Roztoka	(1.0030)	(+ 0.0030)	(+ 0.00061)
Morskie Oko	0.9990	— 0.0010	— 0.00020
Czarny Staw	0.9971	— 0.0029	— 0.00059
Bystre	0.9978	— 0.0022	— 0.00045
		średnia — 0.00054.	

Liczby ostatniej kolumny powstały z liczby przedostatniej przez pomnożenie ich współczynnikiem 0.204. Tyle bowiem dają tablice Lamonta dla natężenia siły H w Czernichowie na rok 1891, 5 co prawda tylko w przybliżeniu, ale tutaj najzupełniej wystarczającym. Nie przeceniając dokładności liczb dopiero co podanych, pozwałam sobie z powyższej dyskusji wyprowadzić następujące wnioski:

1. Ilość H posiada w różnych miejscowościach Tatr wartości większe aniżeli w Krakowie (różnica ΔH dla Krakowa i Czernichowa jest prawie znikająca). Powód tego leży w położeniu bardziej południowym tego łańcucha górskiego.

2. Odrzucając z ilości H te części, które są zawisłe od współrzędnych geograficznych, znajdujemy siłę H w stacych górskich wszędzie mniejszą, aniżeli w Krakowie. Powód tego należy jednak odnieść tylko częściowo i to w nierównie mniejszej części do znaczniejszego wzniesienia ponad poziom morza.

3. Znacznie większa część otrzymanych różnic może być wytłómaczona jedynie przez masy górskie niepozbawione rud żelaznych, jak to skądinąd wiadomo. Na badanym obszarze (Tatry wschodnie, wysokie) rozkład perturbujących mas magnetycznych jest tego rodzaju, że wypadkowa sił stąd wynikających zmniejsza wielkość siły H , jakaby

pochodziła od geomagnetyzmu, gdyby owe masy perturbujące zostały usunięte. Dla wspomnianego obszaru wielkość tego zmniejszenia wynosi około — $0.0005 \frac{\text{cm. gm.}}{\text{sec}^2}$.

Te skromne rezultaty uważam bardziej za informację dla dalszych, bardziej szczegółowych i dokładniejszych pomiarów, aniżeli za dane, na którychby spokojnie można było poprzestać. Co do „stałych“ magnetycznych na tak ciekawym obszarze jak Tatry, to zaledwie zaczynamy je poznawać. Przed kilku laty, wyznaczył z polecenia Komisji fizyograficznej Dr. D. Wierzbicki, dla kilku miejscowości w Tatrach dwa elementa: zboczenie i nachylenie; o natężeniu H żadnych wiadomości nie mamy. Wypadało mi tedy rozpocząć od rozejrzenia się z grubsza w rzeczy, zanim ktoś szczęśliwszy ode mnie, lepszymi instrumentami wsparty, podejmie systematyczne wykonywanie tych ciekawych pomiarów, według jednolitego z góry ułożonego planu. Nie mam tutaj zamiaru kreslić takiego planu, gdyż przy braku odpowiednich instrumentów nie miałyby on praktycznego znaczenia. Niejakie doświadczenia, jakie zebrałem podczas wykonywania względnych pomiarów ilości H własnymi, stosunkowo prostymi środkami, skłaniają mnie jednak do wypowiedzenia jeszcze kilku uwag końcowych.

Magnetometr tego rodzaju, jak ten, którym się posługiwałem, wystarczy, według mojego przekonania, do względnych pomiarów siły H znacznie jeszcze dokładniejszych i zupełnie wystarczających, jeżeli tak w jego urządzeniu, jakoteż w sposobie obserwacji poczyni się niektóre korzystne modyfikacje. I tak uważam za bardzo pożądane:

1. Zastąpienie obserwacji wachnięń gołem okiem obserwacją ich przez lunetkę z nitką pionową, albo chociaż przez przeziernik (dyoptre).
2. Podwojenie odczytań przez sygnalizację końca nie tylko samego okresu wachnienia, ale także każdego półokresu.
3. Przedłużenie możliwie największe każdego szeregu pomiarów, zawisłe oczywiście od momentu magnetycznego i momentu bezwładności wachającego się magnesu. Tak n. p. dla magnesu, którego używałem przy wstępnych moich pomiarach, dałyby się szeregi pomiarów posunąć aż do 400go wachnienia, a nawet nieco dalej, jeżeli zachowane zostaną pewne środki ostrożności.
4. Wykonanie kilku pomiarów dla każdej zwiedzanej stacyi a to magnesami o różnych momentach magnetycznych.
5. Przyjęcie dla każdego szeregu pomiarów stale jednego i tego samego wychylenia początkowego w celu lepszego zabezpieczenia dokładności redukcji na wachnienia nieskończenie małe.

6. Odrzucenie zasady logarytmicznego ubytku obszerności wachnień, która tylko w grubszym zarysie odpowiada rzeczywistemu stanowi rzeczy przy obszerniejszych wachnieniach, uśmierzanych oporem powietrza, a nie prądami indukcyjnymi, wywołanymi ruchem magnesu. Zamiast tej zasady, bezpieczniejsz będzie użyć empirycznego prawa, dającego się wyprować bezpośrednio z kilku, umyślnie w tym celu wykonanych, pomiarów, polegających na możliwie dokładnem odczytywaniu zmiennych amplitud dla całego szeregu kolejno po sobie następujących wachnień.

7. Uwzględnienie małego wpływu sprężystości włókien kokonowych przez wykonanie kilku szeregów pomiarów, obserwując w jednej i tej samej miejscowości wachnienia magnesu, zawieszono na włóknach różnej długości i redukując wyniki w innych stacjach otrzymane na włókna nieskończenie długie.

8. Oznaczenie empiryczne drobnej poprawki z powodu zmian temperatury, wykonywając w jednej i tej samej miejscowości i rychło po sobie dwa szeregi pomiarów w ciepłotach znacznie różnych, a wreszcie

9. Dłuższe badanie ruchu chronometru przed wyruszeniem w drogę, i po powrocie, jakoteż ustalenie możliwych drobnych zmian tego ruchu skutkiem zmienności temperatury.

Nie wątpię, iż wprowadzenie tych ulepszeń do pomiarów pozwoliłoby wyznaczyć okresy wachnień z dokładnością sięgającą ± 0.00002 ich wartości, jeżeli zważymy, że dotąd osiągnięta dokładność pozostawia niepewności, nieprzekraczające ± 0.0002 tych samych wartości, co przy względnej prostocie użytych środków mierniczych, dość korzystnie świadczy o praktyczności metody. Dodam wreszcie, że wartość otrzymanych wyników podniosłaby się znacznie, gdyby w jednej lub dwu miejscowościach, prócz względnych pomiarów, zostały wykonane pomiary absolutne, jakoteż gdyby ewentualne zmiany (peryodyczne i wiekowe) siły H były śledzone magnetometrem dwunitkowym Gaussa w jednej miejscowości (n. p. w Krakowie) w ciągu tych kilku tygodni, podczas których byłyby wykonywane względne pomiary w Tatrach.

