1921.

1931

ZASADY ARYTMETYKI

Adam Bar
ucz. VII
1845

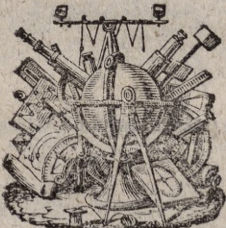
ZASADY ARYTMETYKI

UŁOŻONE

PRZEZ

BYŁEGO PROFESSORA MATEMATYKI

I DO UŻYTKU MŁODZIEŻY TAK W DOMOWÉM JAK PUBLICZNÉM WYCHOWANIU ZASTOSOWANE.



WYDANIE TRZECIE POWIĘKSZONE.

CZĘŚĆ 2ga.

Obeymuiąca podnoszenie do potęg i wyciąganie pierwiastków, naukę o stosunkach, proporcyiach i postępach z zastosowaniem wszelkiego gatunku reguły trzech.

---

w WARSZAWIE
w Drukarni XX. Piiarów.
1834.

Za pozwoleniem Cenzury.

REJESTR RZECZY.

karta

O podnoszeniu do potęg i wyciąganiu pierwiastków - 1

Wiadomości poprzednicze - 1
O podnoszeniu do potęg - - 3
Zagadnienia - - - - 5
O wyciąganiu pierwiastków kwadratowych - - - - 5
Zagadnienia - - - - 17
O wyciąganiu pierwiastków sześciennych - - - - 23
Zagadnienia - - - - 36

O stosunkach, proporcyiach i postępach - - - - 43

Wiadomości poprzednicze - 43
Zagadnienia - - - - 49
O własnościach proporcyy i postępów różnicowych (arytmetycznych) - - - - 50
Zagadnienia - - - - 63

O własnościach proporcyy i postępów ilorazowych (ieometrycznych) - - - - 69
Zagadnienia - - - - 84
O regule trzech - - - 87
— *łańcuchowéy* - - 107
— *procentu* - - - 127
— *odtrącania* - - - 144
— *spółki* - - - - 162
— *połączenia* czyli *mieszania* 180
— *fałszywego założenia* - 211
Do każdéy z tych reguł dodane są osobne zagadnienia.
Rozwiązania zagadnień w ciągu téy części podawanych - - 226
O układzie nowych miar francuzkich 300

REJESTR

Niektórych rzeczy szczególnych poprzedzaiącym reiestrem ogólnym nie skazanych.

W wynoszeniu liczb do potęg wyższych iak się skraca działanie n° 7

Definicyia *wykładnika* . . n° 8

Przy wyciąganiu pierwiastku kwadratowego, dla czego w liczbie podanéy robią oddziały od lewéy ręki zawieraiące tylko po dwie cyfry? . . n° 11 i 14

Gdy iaka liczba nie iest kwadratem zupełnym, iak za pomocą dziesiętnych przybliżyć prawdziwą ważność pierwiastka o tyle, ile zechcemy? . . . n° 17

Sposób wyciągania pierwiastku kwadratowego z ułomków n° 20 i 23 (rozwiązanie zagadnienia IIgo).

Definicyia *liczb niespółmiernych* n° 21

Ogólne uwagi nad rozwiązywaniem zagadnień . . . n° 23 (rozwiązanie zagadnienia XIIIgo).

Przy wyciąganiu pierwiastku sześciennego, dla czego w liczbie podanéy robią oddziały od lewéy ręki zawieraiące tylko po trzy cyfry . . n° 25 i 27
Gdy liczba iaka nie iest sześcianem zupełnym, iak za pomocą dziesiętnych przybliżyć prawdziwy pierwiastek sześcienny o tyle, ile zechcemy? . . n° 30
Sposób wyciągania pierwiastku sześciennego z ułomków n° 33 i 36 (rozwiązanie zagadnienia IIIgo).
Umieiąc wyciągać pierwiastek kwadratowy i sześcienny, iak można wyciągać pierwiastek z liczby któréy wykładnik iest potęgą z 2ch, lub potęgą z 3ch, lub iloczynem potęgi z 2 przez potęgę z 3. . . . . . n° 35
Jakie odmiany czynić można w proporcyi różnicowéy bez iéy zepsucia . . n° 59 do 61
Jakie odmiany czynić można w proporcyi ilorazowéy bez iéy zepsucia . . . n° 79 do 85
Działaniom dodawania lub odeymowania w stosunkach arytmetycznych, odpowiadaią działania

mnożenia lub dzielenia w stosunkach ieometrycznych; działaniom zaś mnożenia lub dzielenia w pierwszych, odpowiadaią działania wynoszenia do potęg lub wyciągania pierwiastków w drugich. . . n° 89

Reguła 3ch bądź prosta, bądź odwrotna, może być *poiedyncza* albo *składana* . . karta 89

Sposoby łatwego rozwiązywania zagadnień reguły trzech składanéy z ilukolwiekbądź stosunków n° 96 do 99

Sciśle uważaiąc, iest tylko ieden gatunek reguły trzech, chociaż iest liczba prawie nieskończona zagadnień do których ią można stosować . . . n° 99

Czasem stosunki zachodzące w regule trzech składanéy nie są dane wyraźnie, wtenczas trzeba ie z warunków zagadnienia wyprowadzić i podług reguły ułożyć n° 100

Czasem zagadnienia które na pozor zdaią się do reguły trzech należyć wcale przez nią rozwiązanemi być nie mogą. . . n° 102

Sposób używania tablic metrologicznych - . n° 112 do 117

Zastosowanie własności *ułomków z ułomków* do zamian miar i pieniędzy . . . n° 117

W rachunkach reguły łańcuchowéy zachodzą często wyrazy w handlu używane: *brutto, netto, tara,* i t. d. definicyia ich n° 118 kar. 124

Sposób ułatwiaiący rozwiązywania zagadnień procentu składanego . . . n° 127 do 131

Ten sam sposób użyty być może i do zagadnień procentu prostego n° 131

Niektóre ieszcze skrócenia w obrachowywaniu procentu. n° 132 i 133

W zagadnieniach reguły odtrącania, gdy kwota od któréy chcą odtrącać, miała być spłacana częściami przez znaczny przeciąg czasu, zachodzi wiele względów n° 137

Co nazywaią odtrącenie zewnątrz (escompte en dehors), a co odtrącenie wewnątrz (escompte en dedans), i czy sposób odtrącania pierwszego iest dokładny n° 139

Zdarzaią się okoliczności w których przy eskontowaniu zachodzi potrzeba uwagi i na procent składany . . . . n° 140

W obrachowywaniu eskontu należy pilnie uważać na stopę procentu która albo wyraźnie albo okolicznościami może być skazana n° 141

W zagadnieniach reguły spółki zachodzić mogą wątpliwości przy rozdzieleniu straty pomiędzy spólników, którzy mieli w spółce nierówne kapitały przez nierówne czasy. Rachunek w tym razie zależyć powinien od warunków umowy i zastosowanych do niéy okoliczności n° 146 do 148

Skrócenie w obrachowywaniu zysku lub straty dla wielu szczególnych kapitałów odpowiadaiącéy n° 151

Reguły połączenia używa się do wzięcia środka między wypadkami z doświadczenia lub postrzeżeń otrzymanemi, a które nie zgadzaią się z sobą. Między tą regułą i *rachunkiem prawdopodobieństwa* zachodzi analogiia . . n° 156 do 159

Jakie zagadnienia zowią się *niewyznaczone* . . . n° 162
Zagadnienie będzie wtenczas niewyznaczoném, ieżeli wchodzi w nie więcéy liczb szukanych aniżeli iest danych warunków n° 166
Lubo zagadnienie nie wyznaczone ma nieograniczoną liczbę odpowiedzi, iednak zdarza się, że są podane takie warunki, które liczbę odpowiedzi tak ograniczaią, że czasem iest ich tylko kilka, czasem iedna tylko, a czasem i żadnéy nie masz. Prawidła za pomocą których rozwięzuiemy takie zagadnienia nazwano *regułą ślepego* (regula coeci). . . n° 166 karta 192
Co nazywamy *spółczynnikiem* n° 166 karta 193
Znaleźć dwie liczby których wiadoma summa lub różnica iloczynów każdéy przez innego spółczynnika . . . . n° 173
W regule fałszywego założenia skraca się działanie, ieżeli zamiast założonych liczb bierze się zero i iedność . . . . n° 182

O PODNOSZENIU DO POTĘG
I WYCIĄGANIU PIERWIASTKÓW.

WIADOMOŚCI POPRZEDNICZE.

1. NAZYWAMY *potęgą* (potentia) samą liczbę, lub też iloczyny téy liczby pomnożonéy przez nią samą pewną liczbę razy.

Każda liczba iest pierwszą swoią potęgą (prima potentia).

Iloczyn iakiéy liczby pomnożonéy raz przez siebie samą nazywa się drugą potęgą czyli *kwadratem* (quadratum) téy liczby: tak 3×3 czyli 9 iest kwadratem z 3ch.

Iloczyn iakiéy liczby rozmnożonéy dwa razy następnie przez siebie samą, to iest przez iéy kwadrat, nazywa się trzecią potęgą czyli *sześcianem* (cubus) téy liczby: tak $4 \times 4 \times 4$ czyli $4 \times 16 = 64$, iest sześcianem z 4; i tak następnie co do czwartéy, piątéy i d. potęg.

2. Działanie przez które znayduiemy pewną potęgę iakiéy liczby, nazywa się *podnoszenie do potęgi* (formatio potentiae). Oto iest mała tablica trzech pierwszych potęg z liczb poiedynczych:

1sza.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2ga.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
3cia	1	8	27	64	125	216	343	512	729

(1)

Postrzegamy iż druga, trzecia, i w ogólności wszystkie potęgi z 1 są 1: bo 1 rozmnożona przez siebie tyle razy ile zechcemy, nie może wydać tylko 1. Jedność sama ma tę własność.

3. Nazywamy *pierwiastkiem* (radix) potęgi, liczbę, która pomnożona przez siebie ilekolwiek razy, daie potęgę naznaczoną. Pierwiastek pierwszy i potęga pierwsza są sobie równe.

Liczba z którey powstała potęga druga czyli kwadrat nazywa się pierwiastkiem drugim, pierwiastkiem kwadratowym, albo po prostu pierwiastkiem.

---

(1) Tablicę tę powinni sami uczący się umieć na pamięć. Mogą zaś sobie rozciągnąć ią, i do następnych potęg. Wypada im tu oraz okazać *kwadrat* i *sześcian* ieometryczny, od którychto figur potęgi 1sza i 2ga biorą swoie nazwiska: a razem w krótkości okazać, lub przypomnieć, iak się dochodzi *powierzchnia* kwadratu i *obiętość* sześcianu, nawet i powierzchnia *prostokąta*, a obiętość *równoległościanu*. I tak np. sznur kwadratowy ma sto prętów kwadr: morg ma 300 prętów kwadr. i t. d. stopa sześcienna ma 1718 cali sześć i t. d.

Liczba z którey powstała potęga trzecia czyli sześcian, nazywa się pierwiastkiem trzecim, czyli pierwiastkiem sześciennym, i tak następnie co do czwartéy, piątéy i d. potęg.

4. Działanie które wykonywamy dla znalezienia pierwiastku iakiéy potęgi nazywa się *wyciąganie pierwiastku* (extractio radicis).

O PODNOSZENIU DO POTĘG.

5. Podnoszenie do potęg nie ma żadnéy trudności; idzie tylko o pomnożenie pewną liczbę razy przez siebie saméy liczby z któréy chcemy uformować potęgę: tak mnożąc 12 raz przez 12, iloczyn 144 daie kwadrat z 12; mnożąc 144 przez 12, iloczyn 1728 daie sześcian z 12.

Także $0,3 \times 0,3 = 0,09$ iest kwadratem z 0,3; $0,09 \times 0,3 = 0,027$ iest sześcianem z 0,3.

Podobnie $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ iest kwadratem z $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ iest sześcianem z $\frac{2}{3}$.

6. Z tego widzimy, iż dla uformowania rozmaitych potęg ułomków, trzeba podnieść licznik i mianownik do potęgi żądanéy: więc ważność ułomka zmnieysza się w miarę podnoszenia go do wyższych potęg; to zaś zmnieyszanie tém iest znacznieysze, im mianownik iest większy od licznika.

7. Gdybyśmy iaką liczbę wynieść chcieli do potęgi piątéy, skraca się działanie mnożąc iéy kwadrat przez siebie, co wyda iuż czwartą potęgę, tę mnoży się ieszcze raz przez tęż liczbę, a będzie piąta szukana potęga; gdyby liczba dana miała bydź wyniesiona do potęgi szóstéy, dosyć iest iéy trzecią potęgę czyli sześcian rozmożyć przez siebie; gdyby zaś liczbę iaką trzeba było wynieść do potęgi dziesiątéy, pomnożylibyśmy iéy trzecią potęgę dwa razy następnie przez siebie, coby iuż dało dziewiątą potęgę, i ieszcze raz przez tęż liczbę, co dałoby dziesiątą potęgę, i t. d.

8. Gdy chcemy oznaczyć wyniesienie iakiéy liczby do potęgi danéy, piszemy z prawéy strony téy liczby nieco u góry cyfrę oznaczaiącą ile razy liczba dana ma bydź wziętą za czynnik; np. chcąc 7 wynieść do potęgi czwartéy; piszę 7^4; $\frac{3}{5}$ do potęgi czwartéy oznaczymy $(\frac{3}{5})^4$. Liczba 4 zowie się *wykładnikiem* (exponens).

Wyciąganie pierwiastków wymaga prawideł szczególnych; wyłożymy ie naprzód na pierwiastek kwadratowy, a następnie na sześcienny.

Zagadnienia.

9. I. Wynieść do kwadratu 1) 66342; 2) 863,24; 3) $\frac{635}{677}$

II. Wynieść do sześcianu 1) 5208; 2) 37,24; 3) $\frac{84}{127}$

III. Wynieść do potęgi czwartéy 1) 68; 2) 5,24; 3) $\frac{77}{93}$

IV. Daną liczbę 1) 6 wynieść do potęgi 16téy; 2) 10 do potęgi 7méy; 3) 12 do potęgi 8méy.

O wyciąganiu pierwiastków kwadratowych.

10. Wyciągnąć pierwiastek kwadratowy z iakiéy liczby, iestto znaleźć liczbę która przez siebie rozmnożona daie tę samę z któréy wyciągnąć mamy pierwiastek, ieżeli podana liczba iest kwadratem zupełnym; lub ieżeli nim nie iest, wyda naywiększy kwadrat w niéy zawarty.

11. Gdy liczba dwiema tylko cyframi est wyrażona, iéy pierwiastek ma tylko iiednę: tak pierwiastek z 81 iest 9; pierwiastek z 99 iest ieszcze 9, które w liczbach całych zbliża się naywięcéy poniżéy pierwiastku prawdziwego z 99.

12. Aby wyciągnąć pierwiastek z iakiéy liczby złożonéy z więcéy niż dwóch cyfer, uważam naprzód iż każda liczba złożona z więcéy niż dwóch cyfer ma ich koniecznie więcéy niż iednę w swoim pierwiastku: np. 100, które iest naymnieysze z liczb o trzech cyfrach, ma ich dwie w swoim pierwiastku, który iest 10; więc każda liczba wyrażona więcéy niż dwoma cyframi, ma za pierwiastek liczbę złożoną z dziesiątków i iedności. Uważam także iż każda liczba złożona z więcéy niż cztérech cyfer, ma ich koniecznie więcéy niż dwie w swoim pierwiastku; bo 10000, które iest naymnieysze z liczb o pięciu cyfrach, ma za piewiastek liczbę o trzech cyfrach która iest 100.

Więc w ogólności, pierwiastek iakiéy liczby która ma więcéy niż dwie cyfry, będzie złożony z dziesiątków i iedności; dziesiątki będą czasem wyrażone kilku cyframi, lecz iedności zawsze tylko iedną (1).

13. To założywszy, szukaymy iakie części wchodzą w formowanie kwadratu liczby złożonéy z dziesiątków i iedności;

(1) Widoczną iest rzeczą, iż iedności rzędów wyższych niż dziesiątki, mogą bydź wyrażone przez iedności dziesiątków.

co nam posłużyć będzie mogło do odkrycia pierwiastku iakiéykolwiek liczby, albo przynaymniéy naywiększego kwadratu w niéy zawartego.

Zastanawiaiąc się nad formowaniem kwadratu liczby złożonéy z dziesiątków i iedności, iak np. z 34, widzimy, iż aby ią wynieść do kwadratu, mnożymy 1*ód* 4 przez 4; 2*re* 30 przez 4; 3*cie* 4 przez 30 (czyli 30 przez 4); 4*te* 30 przez 30.

$$\begin{array}{r} 34 \\ 34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 1156 \end{array}$$

Że zaś ostatnie działanie daie kwadrat dziesiątków; trzecie i drugie złączonę daie dwa razy iloczyn dziesiątków przez iedności; a pierwsze daie kwadrat iedności; więc kwadrat liczby złożonéy z dziesiątków i iedności zawiera trzy części, to iest: 1ód *kwadrat dziesiątków*, 2re *podwóyny iloczyn dziesiątków przez iedności*, 3cie *kwadrat iedności*.

Jaśniéy to ieszcze widzimy przez mnożenie następuiące, w którém skazuiemy tylko działania maiące się odbyć:

$$\begin{array}{l} \phantom{30^2 + {}}30 + 4 \\ \phantom{30^2 + {}}30 + 4 \\ \hline 30^2 + 30 \times 4 \\ \phantom{30^2 + {}}30 \times 4 + 4^2 \\ \hline 30^2 \times 2\,(30 \times 4) + 4^2 \end{array}$$

14. Daymy iż trzeba wyciągnąć pierwiastek z 3364. Piszę tę liczbę w sposób następuiący:

$$\begin{array}{r} 33|64 \\ 8\ \dot{6}4 \\ 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{c} 58 \\ \hline 108 \end{array} \right.$$

a że ma więcéy niż dwie cyfry, pierwiastek iéy będzie miał dziesiątki i iedności.

Nie znaiąc ich, wiem, iż 3364 zawiera kwadrat dziesiątków, podwóyny iloczyn dziesiątków przez iedności, i kwadrat iedności.

Kwadrat zaś dziesiątków iest liczbą set, które maią dwa mieysca przed sobą, czyli dwie cyfry z prawéy strony; więc oddzieliwszy kréską dwie cyfry w liczbie 3364 z prawéy strony, część z lewéy zawierać będzie kwadrat dziesiątków. Gdy część ta zawiera tylko dwie cyfry, widzę iż pierwiastek naywiększego kwadratu który ona zamyka nie może mieć tylko iednę cyfrę, i że ta iest 5.

Piszę ią w pierwiastku, który tu ma mieysce dzielnika; odeymuię iéy kwadrat 25 od 33, reszta iest 8 do którey spuszczam przedział 64 i mam liczbę 864.

Odiąwszy kwadrat dziesiątków od 3364, część pozostała 864 zawiera tylko podwóyny iloczyn dziesiątków przez iedności, i kwadrat iedności.

Podwóyny iloczyn dziesiątków przez iedności, iest koniecznie liczbą dziesiątków, która powinna mieć iedno mieysce czyli iednę cyfrę z prawéy strony (1); część 86 będzie więc zawierać podwóyny iloczyn dziesiątków przez iedności: dzieląc zatém 86 przez podwóyną liczbę dziesiątków pierwiastku, wypadną na iloraz iedności pierwiastku (n° 96 część I.).

Piszę pod kréską 10, które iest podwóyną liczbą 5 dziesiątków. Iloraz liczby 86 podzielonéy przez 10 iest 8. Nim napiszę tę cyfrę w pierwiastku, probuię iéy sposobem następuiącym: piszę 8 obok 10, i mnożę 108 przez 8; tym sposobem robię zaraz podwóyny iloczyn dziesiątków przez iedności i kwadrat iedności. Jeżeli iloczyn z 108 przez 8 nie może bydź odięty od 864, wniosę iż 8 iest za wielkie i sprobuię cyfry bezpośrednie mnieyszéy; lecz widzę iż 864, będące tym iloczynem, może bydź odięte od 864; 8 więc iest prawdziwą liczbą iedności których szukam: piszę ią zatém w pierwiastku, a że się nic nie zostaie po odięciu 864 od 864, liczba 58 iest pierwiastkiem zupełnym liczby 3364, która iest kwadratem zupełnym. Jakoż $58 \times 58 = 3364$.

(1) Dla tego w liczbie 864 znaczę kropką cyfrę 6; to iest cyfrę przedostatnią.

15. Wypada z powyższych działań, iż aby wyciągnąć pierwiastek z iakiéy liczby trzeba:

1ód. *Oddzielić dwie cyfry od prawéy ręki, wziąć kwadrat naywiększy zawarty w pierwszym przedziale od lewéy ręki, pierwiastek tego kwadratu napisać na mieyscu pierwiastka i kwadrat iego odiąć od tego przedziału.*

2re. *Do reszty spuścić następuiący przedział, naznaczyć kropką przedostatnią iego cyfrę iż iedności nie mogą składać dzielnego, i pozostałą część dzielić przez podwóyną liczbę znalezionych dziesiątków wziętą za dzielnik, iloraz który będzie liczbą iedności położyć obok dzielnika.*

3cie. *Doświadczywszy go, iż nie iest za wielki, napisać ten iloraz po prawéy stronie dziesiątków pierwiastka i rozmnożywszy przezeń powiększony iuż dzielnik; iloczyn wypadły który będzie zawierał podwóyną liczbę dziesiątków przez iedności i kwadrat iedności, odiąć od liczby z reszty poprzedzaiącego i całego spuszczonego przedziału uformowanéy.*

Gdy nie masz reszty, liczba dana iest kwadratem zupełnym; ieżeli iest reszta, będzie ona nadmiarem liczby całéy napisanéy w pierwiastku.

16. Podług tego prawidła, wyciąganie pierwiastku liczby złożonéy z tylu cyfer z ilu zechcemy, nie ma iuż trudności: tak aby wyciagnąć pierwiastek z 49534, piszę tę liczbę iak następuie:

```
4|95|34 { 222
  95    { 42
  1134    442
  250
```

i postrzegam zaraz, iż pierwiastek będzie złożony z dziesiątków i iedności. Oddzielam więc dwie cyfry od prawéy ręki, i kwadrat dziesiątków iest zawarty w części pozostałéy od lewéy ręki. Gdy ta część 495 ma więcéy niż dwie cyfry, pierwiastek iéy będzie złożony z dziesiątków i iedności; wyciągam ie nie uważaiąc na 34, to iest działam iak gdyby szło tylko o wzięcie pierwiastku z 495; ten pierwiastek który się znayduie iak się pokazało w przykładzie poprzedzaiącym, iest 22.

Spuściwszy do reszty 11, przedział następuiący 34, co mi daie 1134, znaczę kropką przedostatnią cyfrę i biorę 113 za liczbę dzielną; a uważaiąc 22 iako dziesiątki pierwiastka liczby danéy 49534, podwaiam ie; co mi daie 44 za dzielnik; iloraz iest 2, który piszę obok 22 dziesiątków i obok ich podwóynéy liczby 44. Iloczyn liczby 442 przez 2 iest 884. Odeymuiąc go od 1134, zostaie się 250 naresztę, i ta liczba iest nadmiarem kwadratu danego nad kwadrat z 222.

Gdyby która dzielna nie zawierała właściwego dzielnika, natenczas napisalibyśmy zero w pierwiastku, tudzież obok dzielnika, który stałby się dzielnikiem następnym ieżeli daléy ciągnąć mamy działanie.

Widzimy z powyższego przykładu, iż iakkolwiek wielka byłaby liczba z któréy mamy wyciągać pierwiastek, znaydziemy następnie cyfry tegoż pierwiastka przez wyciągania cząstkowe które odbywamy tym samym sposobem iak gdyby pierwiastek szukany miał tylko zawierać dwie cyfry.

17. Gdy iaka liczba nie iest kwadratem zupełnym, można za pomocą dziesiętnych przybliżyć prawdziwą wartość pierwiastka o tyle ile zechcemy. W tym celu trzeba przydać za przecinkiem z prawéy strony liczby danéy napisanym, liczbę zer podwóyną względem liczby cyfer dziesiętnych, które mieć chcemy w pierwiastku, potém wyciągnąć pierwiastek z liczby tak przygotowanéy, nie zważaiąc na przecinek, nakoniec, oznaczyć w pierwiastku znalezionym liczbę cyfer dziesiętnych równą połowie liczby zer przypisanych do liczby danéy. Przydaiąc bowiem 2, 4, 6, i t. d. zer do liczby danéy, powiększyliśmy ią sto, dziesięć

tysięcy, miliion i t. d. razy; a zatém z tak powiększonéy liczby otrzymany pierwiastek będzie 10, 100, 1000, i t. d. razy większy od pierwiastku szukanego. Dzieląc go więc przez 10, 100, 1000 i t. d. otrzymamy pierwiastek przez przybliżenie w częściach dziesiętnych, setnych, tysiącznych, i t. d.

Tak, aby mieć pierwiastek z 964. zbliżony mniéy niż o iednę setną piszę 964,0000; i wyciągam pierwiastek iak gdyby nie było przecinku, ten pierwiastek iest 3104, z resztą którą opuszczam. W tym kształcie iest on sto razy za wielki, ponieważ należy do liczby 10000 razy większéy niż liczba dana: aby go sprowadzić do swéy prawdziwéy wartości, trzeba go sto razy zmnieyszyć; co uskuteczniemy oddzielaiąc przecinkiem dwie cyfry z prawéy strony; pierwiastek więc z 964 zbliżony mniéy niż o iednę setną, iest 31,04. Aby się o tém przekonać, dosyć iest przydać tylko iednę setną do pierwiastku znalęzionego, to iest, wziąć za pierwiastek 31,05 iego kwadrat będzie większy niż 964. Oto iest wzór działania.

9|64|00|00	31,04
64	61
30000	62,04
5184	

18. Jeżeli są iuż dziesiętne w liczbie danéy do wyciągnienia pierwiastku zbliżonego, należy tylko przydać od prawéy ręki tyle zer ile trzeba do uczynienia w kwadracie przypuszczonym, liczby cyfer dziesiętnych parzystéy i podwóynéy, względem téy liczby dziesiętnych którą mieć chcemy w pierwiastku. Tak, aby wyciągnąć pierwiastek z 69,3 zbliżony mniéy niż o iednę setną, napiszem 69,3000 i szukać będziemy pierwiastku iak gdyby była liczba 693000. Znalazłszy go, oddzielimy w nim dwie cyfry dziesiętne od prawéy ręki, i będzie 8,32 za pierwiastek z 69,3 zbliżony mniéy niż o idnę setną.

19. Toż samo prawidło służy dla wyznaczenia pierwiastku liczb zawieraiących same tylko dziesiętne: Jeżeli mieć chcemy pierwiastek np. z 0,469 zbliżony mniéy niż o iednę tysiączną; napiszemy naprzód 0,469000 i wyciągniemy pierwiastek iak gdyby była liczba 469000. Pierwiastek naywiększego kwadratu zawartego w téy liczbie iest 684. Pierwiastek więc z 0,469 zbliżony mniéy niż o iednę tysiączną, będzie 0,684.

20. Wyciągamy pierwiastek z ułomku biorąc pierwiastek licznika i pierwiastek mianownika. Tak pierwiastek z $\frac{4}{9}$ iest $\frac{2}{3}$.

Dziesiętne nastręczaią sposób naywygodnieyszy i nayprostszy do znalezienia, przez przybliżenie, pierwiastku ułomka gdy ten nie iest zupełnym kwadratem dla niewymierności iednego z swych wyrazów lub obudwu. W iednym iako i drugim przypadku, zaczynamy od zamiany ułomku danego na dziesiętne tak, ażeby liczba wyrażaiąca ułomek zamieniony miała dwa razy tyle cyfer dziesiętnych ile ich mieć chcemy w pierwiastku. To przygotowanie uczyniwszy, będzie tylko szło, dla znalezienia pierwiastku szukanego, wyciągnąć go z wyrażenia dziesiętnego, na które zamieniliśmy ułomek dany.

Tak, aby znaleźć mniéy niż o iednę setną zbliżony pierwiastek ułomku $\frac{7}{9}$, zamienimy ułomek dany na ilość dziesiętną 0,7777 któréy pierwiastek 0,88 iest pierwiastkiem z $\frac{7}{9}$ przybliżonym mniéy niż o iednę setną.

Gdyby trzeba było wyciągnąć pierwiastek z liczby złożonéy z całości i z ułomku zwyczaynego, zamielibyśmy ułomek na dziesiętne, i wyciągnęli pierwiastek podług (n° 18).

21. Z tego cośmy dopiero powiedzieli okazuie się, iż gdy liczba dana nie iest kwadratem, nie możemy otrzymać iéy pierwiastka dokładnego, lecz tylko przez przy-

bliżenie. Pierwiastek natenczas zowie się *liczbą niespółmierną* (numerus incommensurabilis albo irrationalis). Bo choćbyśmy iak naydaléy posuwali wyciąganie pierwiastku za pomocą dziesiętnych, nie znaydziemy nigdy tak małych cząstek aby te służyły za spólną miarę i iedności i pierwiastkowi. W ogólności, wszelkie ilości nie maiące spólnéy miary z iednością zowią się *niespółmierne* (incommensurabiles albo irrationales). Przeciwnie wszystkie inne *spółmiernemi* (commensurabiles) nazywamy (1).

22. Kiedy chcemy oznaczyć wyciąganie pierwiastku iakiéy liczby całkowitéy albo ułomkowéy, poprzedzamy tę liczbę znakiem $\sqrt{}$ który się wymawia *pierwiastek*. Tak, aby oznaczyć wyciąganie pierwiastku z 29, pierwiastku z $\frac{3}{5}$, piszemy $\sqrt{29}$; $\sqrt{\frac{3}{5}}$ i wymawiamy pierwiastek z 29; pierwiastek z $\frac{3}{5}$.

---

(1) Gdy poznamy niżéy znaczenie wyrazu *stosunek*, wtedy nam się wyiaśni, że wszelkich liczb całych lub ułomkowych maiących spólną miarę z iednością, to iest liczb *spółmiernych*, może bydź dokładnie oznaczony stosunek z iednością; podobnego zaś stosunku co do liczb *niespółmiernych* oznaczyć nie można.

ZAGA-

ZAGADNIENIA.

23. I. Wyciągnąć pierwiastek:
1) z 15625, 2) z 998001; 3) z 8116281?

II. Wyciągnąć pierwiastek przybliżony mniéy niż o iednę dziesięciomiliionową 1) z 2; 2) z 3; a mniéy niż o dziesięciotysiączną 3) z 1359,3969; 4) z $\frac{5}{7}$; 5) z $65\frac{43}{47}$?

III. Znaleźć taką liczbę, aby różnica pomiędzy iéy kwadratem a kwadratem z liczby 4, była 48.

IV. Dana iest liczba 6, znaleźć inną któréy kwadratu połowa rozmnożona przez kwadrat danéy, wydaie iloczyn 25992?

V. Rozdzielono: 1) 1600 rubli pomiędzy pewną liczbę osób, tak iż każda z nich dostała tyle rubli ile było osób. Ileż było osób, i ile dostała każda.

2) 180 zł. pomiędzy pewną liczbę osób, tak, iż każda z nich dostała tyle sztuk pięciozłotowych ile było osób. Pytanie iak w.

VI. Pewna liczba osób składa się na 48 tal. 4 dgr. każda daie tyle dgr. ile ich iest wszystkich. Jleż było osób?

VII. Pewny grunt ma: 1) 545 prętów długości a 110 szerokości. Jleż ma prętów kwadr. powierzchni.

2) 9625 sążni □ powierzchni, a szerokość iego iest 35 sążni. Jakaż iest iego długość?

VIII. Chcą na pewnym gruncie ogrodzić kwadrat, któryby zupełnie 3 morgi gruntu zawierał. Jakiż ma być bok kwadratu, wiedząc iż mórg ma 3 sznury □ c. 300 prętów □ albo 16875 łok. □ (ob. n. 194 w części I.)?

IX. Podłoga 4,3 prętów długa, 3,4 szeroka, wyłożona być ma deskami 0,12 prętów długiemi a 0,1 szerokiemi. Jleż tu będzie potrzeba desek?

X. Chce ktoś na 120 morgach lasu obliczyć ileby z niego mieć mógł sążni drzewa. Doświadczył zaś iż z pręta kwadrat owego, otrzymuie $2\frac{1}{2}$ sążni.

XI. Aby na fałszywéy wadze znaleźć prawdziwą wagę towaru, iest takie prawidło z mechaniki: włożyć towar np. w prawą szalę, a w lewą gwichty do równowagi; potém przełożyć towar do lewéy szali, a w prawą włożyć gwichty do równowagi. Rozmnożywszy wagę gwichtów przez siebie i wyciągnąwszy √ ten prawdziwą będzie wagą towaru. Daymy, iż w lewą szalę włożono 21 ℔, a po przełożeniu towaru, musiano włożyć w prawą szalę 24 ℔. Jakaż iest prawdziwa waga towaru?

XII. Chce ktoś hurtować pole 10 morgów obszerne. Ma hurt 16 sztuk po 15 stóp dług. Jakiegoż czasu potrzebuie na shurtowanie, rachuiąc iż przynaymniéy 2 dni hurty na jedném mieyscu pozostać muszą?

XIII. Mam w myśli liczbę, którą ieżeli rozmnożę przez siebie,

1) wypada mi 36. Jakąż liczbę mam w myśli?

2) a po tém dodam 6, wypada 55. Pytanie iak wyżéy.

3) a iloczyn przez 3 podzielę, wypada mi 27. pyt. iak w.

4) iloczyn przez 2 podzielę, i do ilorazu dodam 6, wypada 38. pyt. iak. w.

5) a $\frac{1}{3}$ część iloczynu powiększoną o 5 rozmnożę przez 5, wypada mi 160. pyt. iak wyżéy.

6) i do iloczynu dodam 4, wszystko podzielę przez 4, a od ilorazu odiąwszy 5, podzielę przez 5, wypada mi $3\frac{1}{5}$. pyt. iak w.

XIV. Z dwóch ilości, mnieysza iest 3, a summa ich kwadratów iest 130. Jakaż iest ilość większa.

XV. Jakaż iest liczba która rozmnożona 1) przez 10, daie na iloczyn $\frac{1}{3}$ swego kwadratu? 2) przez 8, daie na iloczyn $\frac{1}{5}$ swego kwadratu?

XVI. Jakaż iest liczba która podzielona 1) przez 4, daie na iloraz podwóyność swego pierwiastka?
2) przez 6, daie podobnież na iloraz swóy podwóyny pierwiastek?

3) przez 8 daie na iloraz potroyność swego pierwiastku?

XVII, Czworokątna sala 4 pręty w każdym boku maiąca wyłożona bydź ma flizami, tak, ażeby z każdéy strony było 12 fliz kwadratowych. Jleż sala ma powierzchni? ileż fliz będzie potrzeba? iakiż ma bydź bok flizy? i ileż fliza obeymuie powierzchni?

XVIII. Pewna osoba ma 4 pola: 1sze zawiera 870 sznurów kwadr: pow. 2gie 188. 3cie. 500. a 4te 355. Zamienia ona ie na iedno pole tegoż samego gatunku: to ostatnie iest w figurze kwadratu, którego bok ma 45 sznurów, dopłaciła zaś 328 rubli i 60 kop. Po iakieyże cenie sznur kwadr: tego pola był rachowany?

XIX. Pewny ogrodnik chce wysadzić kwadrat tulipanami. W tym celu potrzeba mu sadzić cebulki w równéy od siebie odległości wzdłuż i wszerz. Lecz probuiąc, raz brakuie mu 12 cebulek; drugi raz gdy w każdym boku kwadratu uiął iednę, zbywa mu 27. Jleż miał cebulek?

XX. Pewny Jenerał chce uszykować oddział woyska w kwadrat pełny. Lecz w iednym razie zbywa mu 124 ludzie, w drugim niedostaie 129. Jleż ma woyska pod swoiem zarządzaniem?

XXI. Pewny ogrodnik założył szkołkę na gruncie na którym zasadził 64 drzewek wzdłuż a 36 wszerz iednakowo oddalonych. Następnie przesadza te drzewka na inny grunt téyże samé powierzchni, lecz zupełnie kwadratowy. O ileż drzewek musi powiększyć lub zmnieyszyć każdy z pierwszych wymiarów?

XXII. Ogrodnik chce zasadzić 1445 drzewek w szkołce która iest 5 razy dłuższa niż szeroka. Gdy drzewka maią bydź równo oddalone, ileż ich będzie w każdym wymiarze?

XXIII. Grunt maiący 90000 prętów kwadr. powierzchni, iest 4 razy dłuższy niż szeroki. Jakaż iest iego długość i szerokość?

XXIV. Pewna izba ma 180 stóp. kwadr. Powierzchni. Gdyby była tak szeroka iak iest długa, miałaby 225 st. kw. Jakaż iest iéy długość i szerokość?

XXV. Pewne pole kwadratowe ma 125 sążni w każdym boku.

1) drugie pole także kwadratowe, maiace trzy razy dłuższe boki, ileż zawiera sążni?

2) drugie pole także kwadratowe 9 razy większe, iakże długie boki mieć będzie?

XXVI. Pewny grunt kwadratowy którego boki maią po 30 sążni, był kupiony za 300 rubli. Jleżby trzeba zapłacić za kwadrat takiegoż ogrodu, którego każdy bok miałby tylko 15 sążni?

XXVII. Szal zupełnie kwadratowy trzymaiący $1\frac{3}{4}$ arszyna w iednym boku, kosztował 37 ⌗. Drugi tegoż samego gatunku, lecz który miał $1\frac{7}{8}$ arsz. długości a $1\frac{1}{4}$ szerokości kosztował 42 ⌗. któryż był lepiéy kupiony?

XXVIII. Cztery obrusy i 36 serwet przybito komuś na licytacyi za 32 rubli 80 kop. każdy obrus ma 4 arszyny, 10 werszków długości a $2\frac{1}{2}$ arsz. szer. każda serweta ma 1 arsz. dług. a 14 werszków szerokości.

Gdy gatunek iest iednakowy, ileż ma wziąć za 1 obrus i 12 serwet odstępuiący iednemu z przyiaciół po cenie przybitéy?

XXIX. Sala maiąca 52 stóp dług. 30 szerokości ma bydź wyłożona taflami, z których każda iest 2 stóp długa i 2 szeroka. Jleż tafli będzie tu potrzeba?

XXX. Jeżeli cegła iest 12 cali długa i 6 szer. a przyymuiemy iż fuga wapna między cegłą a cegłą $\frac{1}{4}$ cala wynosi; ileż sztuk cegły będzie potrzeba do wyłożenia mieysca 10 prętów długiego a 1,3 prętów szerok. skoro ieszcze na zepsucie $\frac{1}{10}$ część cegły rachuiemy?

O WYCIĄGANIU PIERWIASTKÓW SZEŚCIENNYCH.

24. Wyciągnąć pierwiastek sześcienny z iakiey liczby, iestto znaleźć liczbę która rozmnożona przez swóy kwadrat, wyda tęż samę z któréy się ma wyciągnąć pierwiastek, ieżeli dana liczba iest sześcianem zupełnym; lub ieżeli nim nie iest, wyda naywiększy sześcian w niéy zawarty.

25. Jeżeli dana liczba nie ma więcéy nad trzy cyfry, iéy pierwiastek sześcienny będzie mieć tylko iednę; tak pierwiastek sześcienny z 729, iest 9; tenże z 999 iest ieszcze 9, które w liczbach całych zbliża się naywięcéy poniżéy prawdziwego pierwiastka sześciennego z 999.

Gdy liczba dana ma więcéy niż trzy cyfry, iéy pierwiastek sześcienny ma ich więcéy niż iednę: tak liczba 1000, która iest naymnieyszą z liczb o czterech cyfrach, ma za pierwiastek sześcienny 10 które ma dwie cyfry. Podobnież liczba wyrażona więcéy niż sześcioma cyframi, ma ich więcéy niż dwie w swoim pierwiastku sześciennym. Tak 1000 000, który iest naywiększy z liczb o siedmiu cyfrach, ma za pierwiastek sześcienny 100, które ma trzy cyfry.

Więc, w ogólności, pierwiastek sześcienny iakiéy liczby, która ma więcéy niż trzy cyfry, będzie złożony z dziesiątków i iedności. Dziesiątki będą czasem wyrażone kilku cyframi, lecz iedności zawsze tylko iedną. Zważmy w iaki sposób w uformowanie sześcianu wchodzą części pierwiastku iego.

26. Dla uformowania sześcianu iakiéy liczby złożonéy z dziesiątków i iedności, iak np. 34, trzeba mnożyć iéy kwadrat 1156 przez 34; czyli, co na iedno wychodzi, trzeba mnożyć przez iedności i dziesiątki liczby 34, trzy części, z których liczba 1156 iest złożona; to iest: kwadrat dziesiątków, podwóyny iloczyn dziesiątków przez iedności, i kwadrat iedności.

A 1od, kwadrat iedności rozmnożony przez iedności, daie sześcian iedności.

2re, podwóyny iloczyn dziesiątków przez iedności rozmnożony ieszcze przez iedności, daie podwóyny iloczyn dziesiątków przez kwadrat iedności, czyli podwóyny kwadrat iedności rozmnożonéy przez dziesiątki.

3cie, kwadrat dziesiątków rozmnożony przez iedności, daie raz kwadrat dziesiątków rozmnożony przez iedności.

4te, kwadrat iedności rozmnożony przez dziesiątki, daie kwadrat iedności rozmnożony przez dziesiątki.

5te, Podwóyny iloczyn dziesiątków przez iedności rozmnożony przez dziesiątki, daie podwóyny kwadrat dziesiątków rozmnożony przez iedności.

6te, Nakoniec kwadrat dziesiątków rozmnożony przez dziesiątki, daie sześcian dziesiątków.

Zbierzmy te różne iloczyny, czyniąc tylko iednę summę z tych które są iednegoż gatunku; znaydziemy iż sześcian z 34, a zatém sześcian liczby złożonéy z dziesiątków i iedności, zawiera cztéry części, to iest: 1ód *sześcian dziesiątków*; 2re *potróyny kwadrat dziesiątków przez iedności*; 3cie *potróyny kwadrat iedności przez dziesiątki*; 4te *sześcian iedności.*

Jaśniéy to ieszcze widzimy przez mnożenie następuiące,

$$\begin{array}{r} 30^2+2(30\times4)+4^2 \\ 30\ +4 \\ \hline 30^3+2(30^2\times4)+30\times4^2 \qquad\qquad \\ 30^2\times4+2(30\times4^2)+4^3 \\ \hline 30^3+3(30^2+4)+3(30\times4^2)+4^3 \end{array}$$

27. Daymy że mamy teraz wyciągnąć pierwiastek sześcienny z liczby np. 91125.

Ponieważ liczba ta złożona iest z więcéy niż trzech cyfer, pierwiastek iéy sześcienny będzie miał dziesiątki i iedności; a zatém liczba dana zawiera sześcian dziesiątków, potróyny kwadrat dziesiątków przez iedności, potróyny kwadrat iedności przez dziesiątki, i sześcian iedności. Że zaś sześcian dziesiątków iest liczbą tysięcy, które maią trzy mieysca z prawéy strony, więc oddzieliwszy kréską trzy cyfry w liczbie 91125, część pozostała z lewéy strony zawierać będzie sześcian dziesiątków.

$$\begin{array}{r} 91|125 \\ 27125 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 45 \\ \hline 48 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{rr} 4800 \times 5 = & 24000 \\ 75 \times 40 = & 3000 \\ \text{sześcian z } 5 = & 125 \\ \hline \text{summa:} & 27125 \end{array}$$

Naywiększy sześcian zawarty w 91 iest 64 którego pierwiastek iest 4; piszę go w mieyscu pierwiastka i odeymuię iego sześcian 64 od 91; reszta iest 27, do któréy spuszczam przedział następuiący 125, i mam liczbę 27125.

Lecz, odiąwszy sześcian dziesiątków od liczby danéy; 27125 zawiera iuż tylko potróyny kwadrat dziesiątków, przez iedności, potroyny kwadrat iedności przez dziesiątki, i sześcian iedności.

Pierwsza z tych części będąc liczbą set ma koniecznie dwa mieysca od prawéy ręki (1); będzie się więc zawierać w 271. Dzielę 271 przez 48 które iest potróynym kwadratem z 4; iloraz 5 daie iedności pierwiastka.

Nim go napiszę na właściwém mieyscu, probuię pierwéy czyli iest prawdziwym, mnożąc:

1*od* 48000 potróyny kwadrat dziesiątków przez też liczbę 5, iloczyn iest 24000.

2*re* Potróyny kwadrat iedności przez 40, to iest przez dziesiątki, iloczyn iest 3000.

Nakoniec, biorę sześcian z 5 który iest 125. Jeżeli summa tych trzech iloczynów cząstkowych nie może bydź odiętą od 27125, wnoszę ztąd, iż liczba 5 iest za wielka, a zatém w iéy mieysce wezmę bezpośrednie mnieyszą i z nią podobną uczynię próbę; lecz postrzegam iż summa tych trzech cząstkowych iloczynów, to iest 27125 może bydź odięta od 27125; 5 iest więc prawdziwą liczbą iedności których szukam, i piszę ie w pierwiastku.

A że się nic nie zostaie po odięciu, więc 45 iest pierwiastkiem sześciennym liczby danéy 91125, która iest sześcianem zupełnym. Jakoż pomnożywszy 2025 kwadrat z 45, przez też liczbę 45, znaydę liczbę

(1) Dla tego w liczbie 27125 znaczę kropką cyfrę 1, to iest cyfrę trzecią od końca.

daną 91125, czyli co na iedno wychodzi $45 \times 45 \times 45 = 91125$.

28. Z tego postępowania widzimy, iż aby wyciągnąć pierwiastek sześcienny z iakiéy liczby, trzeba:

1ód. *Oddzielić trzy cyfry od prawéy ręki, wziąć naywiększy sześcian zawarty w pierwszym przedziale od lewéy ręki, pierwiastek tego sześcianu napisać na mieyscu pierwiastka, i sześcian iego odiąć od tegoż przedziału.*

2re. *Do reszty spuścić następuiący przedział, naznaczyć kropką trzecią od końca iego cyfrę; iż dziesiątki i iedności nie mogą składać dzielnéy, i pozostałą część dzielić przez potróyny kwadrat dziesiątków pierwiastka wzięty za dzielnik, a iloraz który będzie liczbą iedności położyć obok dzielnika.*

3cie. *Przekonawszy się iż iloraz nie iest za wielki, napisać go po prawéy stronie dziesiątków pierwiastka, i trzy iloczyny, to iest:* potróyny kwadrat dziesiątków przez ten iloraz (iedności), potróyny kwadrat tego ilorazu przez dziesiątki, i sześcian z tegoż ilorazu dodane w summę; odiąć od liczby z reszty poprzedzaiącego całego spuszczonego przedziału uformowanéy.

Gdy nie masz reszty, liczba dana iest sześcianem zupełnym; ieżeli iest reszta, będzie ona nadmiarem liczby danéy nad sześcian liczby całéy napisanéy w pierwiastku.

29. Podobnie należy postępować przy wyciąganiu pierwiastku sześciennego liczby z ilukolwiek cyfer złożonéy. Tak, aby wyciągnąć pierwiastek sześcienny z liczby 126 5 39137, piszę ią iak następuie:

$$\left.\begin{array}{r} 126|53\dot{9}|137^{\cdot} \\ 1\dot{5}39\dot{1}37 \\ 33129 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \underline{502} \\ 75 \\ 7500 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} 750000 \times 2 & = & 1500000 \\ 12 \times 500 & = & 6000 \\ \text{sześcian z } 2 & = \ldots. & 8 \\ \hline \text{Summa:} & & 1506008 \end{array}$$

i postrzegam zaraz, iż pierwiastek będzie złożony z dziesiątków i iedności. Oddzielam więc trzy cyfry od prawéy ręki. Sześcian dziesiątków iest zawarty w części pozostałéy od lewéy ręki, to iest w 126539. Gdy zaś ta liczba ma więcéy niż trzy cyfry, Pierwiastek iéy będzie złożony z dziesiątków i iedności: wyciągam ie nie uważaiąc 137, to iest, działam iak gdyby tylko szło o znalezienie pierwiastka sześciennego z 126539; ten pierwiastek iest 50, i zostaie 1539.

Do 1539 spuszczam przedział 137, i mam liczbę 1539137. Znaczę kropką trzecią od końca cyfrę i biorę 15391 za dzielną; a uważaiąc 50 iako dziesiątki pierwiastka całéy liczby 126539137, biorę za dzielnik 7500 potróyny kwadrat z 50; dzielę 15391 przez 7500, iloraz iest 2.

Pisząc 2 po 50, liczba ta staie się 50 dziesiątków czyli 500. Mnożę przez 2 potróyny kwadrat z 500, który iest 750000; iloczyn iest 1500000. Mnożę 12 potróyny kwadrat iedności przez 50 dziesiątków, iloczyn iest 6000.

Nakoniec sześcian liczby 2 iedności, iest 8; summa tych trzech iloczynów iest 1506008, którą odeymuię od 1539137; a reszta 33129 iest nadmiarem liczby danéy nad sześcian z 502.

Widzimy więc, iż iakkolwiek wielka byłaby liczba, znaydziemy łatwo iéy pierwiastek sześcienny, przez wyciągania cząstkowe, które odbywamy iak gdyby liczba sześcienna była złożona z dwóch tylko części, a pierwiastek miał tylko dwie cyfry zawierać.

30. Gdy liczba iaka nie iest sześcianem zupełnym, a chcemy przez przybliżenie za pomocą dziesiętnych znaleźć prawdziwy

pierwiastek sześcienny, przypisuiemy za przecinkiem z prawéy strony téy liczby napisanym, trzy razy tyle zer ile chcemy mieć dziesiętnych w pierwiastku; potém wyciągamy pierwiastek z liczby tak przygotowanéy, iak gdybyto była liczba całkowita; nakoniec odcinamy w pierwiastku znalezionym, liczbę cyfer dziesiętnych równą trzeciéy części liczby zer przypisanych do liczby danéy. Przydaiąc bowiem 3, 6, 9 i t. d. zer do liczby danéy, zwiększamy ią tysiąc, milion, bilion i t. d. razy, a zatém z tak powiększonéy liczby otrzymany pierwiastek będzie 10, 100, 1000, i t. d. razy większy od pierwiastku szukanego. Dzieląc go więc przez 10, 100, 1000, i t. d. otrzymamy pierwiastek przez przybliżenie w częściach dziesiętnych, setnych, tysiącznych i t. d.

Tak, ażeby znaleźć pierwiastek sześcienny z 58 zbliżony mniéy niż o iednę setną, działam iak gdybym miał wziąć pierwiastek sześcienny z 58 000 000; ten pierwiastek iest 387 z resztą którą opuszczam. W tym kształcie, 387 iest sto razy za wielkie, ponieważ należy do liczby 1000000 razy większéy niż 58. Aby go sprowadzić do prawdziwéy wartości, zmnieyszam go sto razy, odcinaiąc przecinkiem dwie cyfry z prawéy strony. Pierwiastek więc sześcienny z 58 zbliżony mniéy niż o iednę setną iest 3,87; bo sześcian z 3,88 byłby iuż większy niż 58. Oto iest wzór działania:

$$\begin{array}{r|l} 58|000|000 & \underline{3,87} \\ 31000 & 27 \\ 3128000 & 4332 \\ 39397 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} 2700 \times 8 & = & 21600 \\ 192 \times 30 & = & 5760 \\ 8^3 & = & 512 \\ \hline & \text{summa} \ldots & 27872 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcr} 433200 \times 7 & = & 3032400 \\ 192 \times 380 & = & 55860 \\ 7^3 & = & 343 \\ \hline & \text{summa} \ldots & 3088603 \end{array}$$

31. Gdy są iuż dziesiątne w liczbie z któréy chcemy wyciągnąć pierwiastek sześcienny zbliżony, należy tylko przydać od prawéy ręki tyle zer ile potrzeba do uczynienia w sześcianie przypuszczonym, liczby cyfer dziesiętnych potróynéy względem liczby dziesiętnych którą mieć chcemy w pierwiastku. Tak, dla wyciągnienia pierwiastku sześciennego z 19,54 zbliżonego mniéy niż o iednę setną; napiszę 19,540000 i szukać będę ich pierwiastku, iakby było 1954000. Znalazłszy go, oddzielę w nim dwie

dwie cyfry dziesiętne, i będzie 2,69 na pierwiastek sześcienny z 19,54 mniéy niż o iednę setną zbliżony.

32. Toż samo prawidło służy do wyciągania pierwiastku sześciennego, liczb zawieraiących same tylko dziesiętne. Aby mieć np. pierwiastek sześcienny, z 0,6 zbliżony mniéy niż o iednę setną, napiszę 0,600000 i wyciągnę z nich pierwiastek sześcienny iak gdyby była liczba 600000. Pierwiastek naywiększego sześcianu zawartego w téy liczbie, iest 84; pierwiastek więc sześcienny z 0,6 zbliżony mniéy niż o iednę setną, iest 0,84.

33. Wyciągamy pierwiastek sześcienny z ułomku biorąc pierwiastek sześcienny z licznika i pierwiastek sześcienny z mianownika. Tak pierwiastek sześcienny z $\frac{27}{64}$ iest $\frac{3}{4}$.

Jeżeli mamy wyciągnąć przez zbliżenie pierwiastek sześcienny ułomku który nie iest sześcianem zupełnym dla niewymierności iednego ze swych wyrazów lub obudwu, zaczynamy od zamiany ułomku na dziesiętne tak, ażeby liczba wyrażaiąca ułomek zamieniony, miała trzy razy tyle dziesiętnych ile ich mieć chcemy w pierwiastku; a pozostanie tylko wyciągnąć pierwiastek szukany z ilości dziesiętnéy na którą zamieniliśmy ułomek dany. Tak aby mieć, mniéy niż o iednę tysiączną zbliżony pierwiastek sześcienny z $\frac{4}{9}$, zamienimy ułomek dany na wyrażenie dziesiętne 0,444444444 którego pierwiastek sześcienny 0,763 iest pierwiastkiem z $\frac{4}{9}$ mniéy niż o iednę tysiączną zbliżonym.

Jeżeli idzie o wyciągnienie pierwiastku sześciennego z liczby całkowitéy połączonéy z ułomkiem zwyczaynym, należy zamienić ułomek na dziesiętne i wyciągnąć pierwiastek podług n° 31.

33. Widzimy więc, iż to co się wyżéy powiedziało (n° 21) o niespołmierności pierwiastków kwadratowych, zastosować należy i do pierwiastków sześciennych, a w ogólności i do pierwiastków innych potęg.

34. Gdy chcemy oznaczyć iż trzeba wyciągnąć pierwiastek sześcienny z iakiéy liczby całkowitéy lub ułomkowéy, poprzedzamy te liczbę znakiem $\sqrt[3]{}$
Tak, aby oznaczyć wyciąganie pierwiastku sześciennego ze 125, tudzież z $\frac{5}{7}$, piszę $\sqrt[3]{125}$; $\sqrt[3]{\frac{5}{7}}$. Wymawiamy; pierwiastek sześcienny ze 125; pierwiastek sześcienny z $\frac{5}{7}$.

35. Umieiąc wyciągać pierwiastek kwadratowy i pierwiastek sześcienny, można wyciągnąć pierwiastek czwarty, pierwia-

stek szósty, pierwiastek ósmy, dziewiąty, dwunasty, szesnasty, ośmnasty, dwudziesty czwarty i t. d. i w gólności pierwiastek z liczby któréy wykładnik iest potęgą z 2, lub potęgą z 3, lub iloczynem potęgi z 2 przez potęgę z 3.

Otrzymuiemy pierwiastek czwarty przez dwa wyciągania następne pierwiastku kwadratowego; pierwiastek szósty przez dwa wyciągania następne, iedno pierwiastku kwadratowego, a drugie sześciennego; pierwiastek osmy przez trzy wyciągania następne pierwiastku kwadratowego; pierwiastek dziewiąty przez dwa wyciągania następne pierwiastku sześciennego; pierwiastek dwunasty, przez trzy wyciągania następne dwa pierwiastku kwadratowego, a iedno pierwiastku sześciennego i t. d. (n° 7).

Naprzykład, niechby potrzeba było wyciągnąć pierwiastek czwarty, szósty i dwunasty z 4096; będzie

$\sqrt[4]{4096}=8$; ponieważ $\sqrt{4096}=64$, a $\sqrt{64}=8$.

$\sqrt[6]{4096}=4$; ponieważ $\sqrt{4096}=64$, a $\sqrt[3]{64}=4$.

$\sqrt[12]{4096}=2$, a ponieważ $\sqrt{4096}=64$, $\sqrt{64}=8$, $\sqrt[3]{8}=2$.

Zobaczymy poniżéy iak za pomocą logarytmów można wyciągać pierwiastek piąty, siodmy, dziewiąty (1). i t. d.

Zagadnienia.

36. I. Wynieść do sześcianu 1) 5208; 2) 37,24; 3) $\frac{84}{127}$?

II. Wyciągnąć pierwiastek sześcienny 1) z 628099136; 2) z 205379000; 3) z 979084448529?

III. Wyciągnąć $\sqrt[3]{\ }$ przybliżony mniéy niż o iednę dziesięciomilionową 1) z 3; 2) z 4; a mniéy niż o iednę dziesięciotysiączną 3) z 48,5624; 4) z $\frac{7}{3}$; 5) z $29\frac{1}{13}$?

IV. Dana iest 1) liczba 8, znaleźć inną któréy różnica sześcianu z sześcianem danéy iest 1216?

(1) Z liczby z któréy mamy wyciągnąć pierwiastek dziesiąty, wyciągnąwszy pierwiastek kwadratowy, będzie iuż tylko potęga piąta, a zatém pozostanie tylko wyciągnąć pierwiastek piąty. Toż się rozumie i o innych potęgach, których wykładniki nie są *liczbami pierwotnemi*.

2) liczba 9, znaleźć inną któréy sześcianu połowa podzielona przez sześcian danéy, wydaie iloraz 4?

V. Wyciągnąć 1) $\sqrt[16]{152587890625}$; 2) $\sqrt[12]{531441}$; 3) $\sqrt[18]{262144}$.

VI. Pewna cysterna ma 36 cali głębok. 42 cali szerok. a 72 cali dług. Jleż zawiera kwart berlińskich, rachuiąc kwartę 64 cali sześciennych?

VII. Pewne schowanie na zboże iest 30 stóp reńskich długie, 20 szerokie a 10 wysokie. Jeżeli schowanie to całe napełnione iest zbożem *np.* pszenicą, ileż korcy berlińskich mieści się w niém, gdy korzec berl. zawiera 3072 reńskich cali kubicznych.

VIII. Ma ktoś brog zboża 5 sąż. 4 st. długi, $3\frac{1}{2}$ sąż. szeroki, a 2 sąż. wysoki. Równą ilość zboża chce on złożyć w drugim brogu maiącym 4 sąż. wzdłuż i 4 wszerz. Jakaż bydź musi wysokość?

IX. Stopa sześcienna wody waży 64 ℔ Gdy powietrze 800 razy iest lżéysze od wody, ileż waży stopa sześć. powietrza.

Zagadnienie więc to niepotrzebuie w roz: wiadomości o wyciąg: pierwiastków i formowaniu potęg, lubo obeymuie wyrażenie miar sześciennych, podobnież i rozwiązanie następuiące :

X. Wiadomo że sposób rąbania i układania drzewa w sążnie, wielki ma wpływ na liczbę sążni, którą z téy saméy massy drzewa otrzymuiemy. Podług doświadczenia przybywa powiekszenie mieysc próżnych w układanych sążniach w stosunku $\sqrt{}$ liczby łup (szczap mnieyszych), które ze szczap większych lub kloców robimy. Jeżeli więc w sążniu drzewa każdą szczapę lub klocek rozłupiemy na 2. ileż przybędzie na sążniu ułożywszy drzewo złupane? a ile nadmiar wyniesie w pieniądzach, ieżeli sążeń 48 zł. kosztuie?

XI. Potrzeba ułożyć szczapy drzewa w wielki stos, któryby zawierał 4480 stóp kub. Jakaż ma bydź długość tego stosa, wiedząc, iż wysokość ma bydź stóp 14, a szerokość 16?

XII. Ma ktoś brog zboża 5 sążni, 4 stopy długi, $3\frac{1}{2}$ sąż. szeroki, 2 sąż. wysoki. Równą ilość zboża chce on złożyć w drugim brogu maiącym 4 sąż. wzdłuż i 4 wszerz. Jakaż bydź musi wysokość?

XIII. Pewna liczba grabarzy wykopała rów maiący długości łokci 48,6, szerokości 12,4, głębokości 9,7; iakież wymiary miałaby sadzawka, z któreyby wykopano tęż samę liczbę łokci sześć: ziemi, a wymiary żeby były równe?

XIV. Gdy pewna skrzynia ma długości cali $84\frac{3}{5}$, szerokości cali $32\frac{1}{2}$, wysokości cali $27\frac{2}{3}$;

1) ileż zawiera korcy, wiedząc że korzec ma cali sześciennych 9260. —

2) iakie powinna mieć wymiary inna skrzynia, zawieraiąca tęż samę liczbę korcy i któréyby wymiary były równe.

XV. Pewny plac opasano fossą 15 stóp szer. a 10 głęb. maiącą; długość zaś iéy cała wynosi 648 sąż.

1) Jeżeli za sążeń kub. wykopania téy fossy, płacą po 20 kop., ileż kosztować będzie wykopanie całéy fossy?

2) z ziemi wysypanéy kazano robić wał (terrasse) wysoki 2 *np.* sąžnie, a $3\frac{1}{2}$ razy szerszy od wysokości. Wiedząc iż taki wał na sążeń długości, zawiera $21\frac{1}{8}$ stóp kub. ziemi, iakaž będzie długość całego wału, pamiętaiąc oraz iż ziemia wzruszona zaymuie o $\frac{1}{10}$ część więcéy mieysca?

3) Gdyby ziemię z téy fossy trzeba było wytaczkować tylko, na pole do pewnéy odległości, na każdą zaś taczkę bierze się $1\frac{2}{3}$ stóp sześć. ziemi, i potrzeba 4 minut do

wywiezienia taczki; 1000 ludzi przez ileż godzin taczkować musi? (1)

XVI. Jeżeli się na morg gruntu wysiewa 18 garcy zboża, a garniec zawiera $289\frac{1}{3}$ cali sześciennych, cal zaś sześć. zawiera 510 ziarek zboża, iest pytanie: na ileż cali kwadr. iedno ziarko przypada?

XVII. Właściciel pewnego gruntu każe go opasać rowem. Umawia się z przedsiębiercą (antreprenerem) po $\frac{1}{2}$ rubla za sążeń sześcienny wykopania ziemi i rozrzucenia iéy po innym gruncie, który ma 351 stóp długości a 100 szerokości. Wiedząc iż pierwszy grunt iest 4 razy dłuższy niż szeroki, że zawiera sześć morgów, i że rów mieć będzie 6 stóp szerokości u wierzchu, a daléy szerokość iak i głębokość w miarę, tak, iż na sążeń długości zawierać będzie 72 stóp sześciennych; znaleźć:

1) długość i szerokość pierwszego gruntu.

2) ilość stóp sześć: ziemi wykopać się z rowu maiącéy?

---

(1) Fossy i rowy zwykle u dołu węższe bywaią. W tym przypadku np. mogłaby bydź na spodzie fossa 9, 8 lub mniéy stóp szeroka. Skoro uczniowie postąpią w nauce Bryłomiernictwa, nauczyciel urozmaicać może tego rodzaiu zagadnienia.

3) Kwotę, iaką za wykopanie rowu i rozrzucenie ziemi trzeba zapłacić.

4) ilość o iaką grunt drugi podniesionym zostanie?

XVIII. Jest 6 berlinek lub innych statków naładowanych zbożem. Na każdym statku iest zagroda 11 łokci długa, $3\frac{1}{2}$ szeroka, $2\frac{1}{2}$ wysoka.

1) ileż korcy iest zboża na każdym i na wszystkich 6 statkach, gdy korzec ma cali sześciennych 9260.

2) ileż cetnarów waży zboże na każdym i na wszystkich 6 statkach, gdy korzec waży 140 ℔?

XIX. Kanał maiący 198 stóp długości, 120 szerokości, a 4 stopy głębokości, ileż zawiera beczek, wiedząc że sztóf zawiera cali sześciennych $90\frac{5}{12}$?

XX. Pewny właściciel chce zrobić kanał, któryby zawierał 6000 beczek, a nie był głębszy nad 3 stopy. Jakież maią bydź wymiary kanału, który ma bydź kwadratowy, wiedząc z resztą, iż wiadro zawiera cali sześciennych $723\frac{1}{3}$?

XXI. Grunt maiący 70 prętów długości, a 45 szerokości, chcą opasać wałem kamiennym, to iest z kamieni na ziemię tłustą osadzonych. Wał ma bydź wedle miary szerszy niż wysoki. Jeżeli na sążeń długości takiego wału, potrzeba 25 stóp kub. kamieni, a fura kamieni maiąca 3 stopy kub. kosztuie 5 kopieiek, ileż kosztować będzie sama zwózka kamieni do tego wału?

O STOSUNKACH, PROPORCYIACH I POSTĘPACH.

WIADOMOŚCI POPRZEDNICZE.

37. Wszelkie wielkości poznać możemy tylko przez porównanie iednych z drugiemi. W arytmetyce porównywamy ie tylko tyle, ile są wyrażone przez liczby. Każda nawet liczba iest oznaczeniem iakiegoś porównania.

38. Wypadek który znayduiemy porównywaiąc dwie ilości iednegoż gatunku nazywamy *stosunkiem* (ratio).

39. Można porównywać dwie ilości, albo uważaiąc o ile iedna przewyższa drugą, lub ile razy iedna zawiera drugą. Tak mogę porównywać 4 do 8, albo uważaiąc o ile liczba 8 przewyższa 4, lub ile razy zawiera 4.

40. Dwie ilości które porównywamy nazywamy *wyrazami* stosunku (termini rationis), wyraz który piszemy lub wymawiamy pierwszy, nazywamy *poprzednikiem* (antecedens), a drugi *następnikiem* (consequens).

41. Kiedy porównywamy dwie ilości uważaiąc o ile iedna przewyższa drugą,

stosunek zawisł na różnicy którą znayduiemy *odeymuiąc poprzednik od następnika* i nazwiemy go *stosunkiem różnicowym* albo *arytmetycznym* (ratio arithmetica). Tak stosunek różnicowy między liczbami 4 i 6, który piszemy 4 . 6 iest 6—4=2; stosunek 10 . 7 iest 7—10=—3. Możnaby odeymować następnik od poprzednika, lecz zatrzymamy iednostaynie sposób pierwszy (1).

42. Więc w każdym stosunku różnicowym, następnik równy iest summie z poprzednika i stosunku (n° 57 część I.) np. 6=4+2, 7=10—3.

43. Kiedy porównywamy dwie ilości, uważaiąc ile razy iedna zawiera drugą, stosunek zawisł na ilorazie który znayduiemy *dzieląc następnik przez poprzednik*, i nazwiemy go *stosunkiem ilorazowym* lub *ieometrycznym* (ratio geometrica) albo prosto *stosunkiem*.

Tak stosunek ilorazowy liczb 5 i 20 który piszemy 5 : 20 iest $\frac{20}{5}=4$; a stosunek

---

(1) Gdybyśmy brali różnicę między poprzednikiem i następnikiem t. i. odeymowali następnik od poprzednika, natenczas za powiększeniem poprzednika lub zmnieyszeniem następnika, stosunekby się powiększał, i przeciwnie; lecz podług nas zwiększa się za powiększeniem następnika, lub zmnieyszeniem poprzednika, i przeciwnie.

9 : 3 iest $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. Możnaby dzielić poprzednik przez następnik; lecz zatrzymamy iednostaynie sposób pierwszy (2).

44. Więc w każdym stosunku ilorazowym następnik równy iest iloczynowi z poprzednika i stosunku (n° 84 część I.) np. $20 = 5 \times 4$; $3 = 9 \times \frac{1}{3}$.

45. Łatwo tu postrzedz możemy, że następnik i poprzednik iest to samo co dzielna dzielnik, albo co licznik i mianownik; stosunek zaś to samo co iloraz albo ważność ułomka. Iloraz więc, ułomek i stosunek znaczą toż samo lecz pod różnym względem. (porówn: n° 119 i przypisek do n° 179 w części Iszéy).

46. Dwa stosunki równe między sobą składaią *proporcyią*. Nazywamy *proporcyią różnicową* lub *arytmetyczną* (proporcio arithmetica), ieżeli dwa stosunki są różnicowe, nazywamy zaś *proporcyią ilorazową* lub *ieometryczną* (proportio geometrica) albo tylko *proporcyią*, ieżeli stosunki są ilorazowe; np. stosunek różni-

(2) Gdybyśmy dla znalezienia stosunku dzielili poprzednik przez następnik, tedy za powiększeniem poprzednika lub zmnieyszeniem następnika, powiększałby się stosunek, i przeciwnie; lecz podług nas, stosunek zwiększa się za powiększeniem następnika lub zmnieyszeniem poprzednika, i przeciwnie.

cowy liczb 4 i 6, iest równy stosunkowi liczb 9 i 11, czyli co na iedno wychodzi 6—4=11—9. Mogę więc mówić, 4 iest do 6, iak iest 9 do 11. co piszemy sposobem następuiącym; 4 · 6 : 9 · 11.

Podobnież 7—10=9—12, więc 10 · 7 : 12 · 9. Kropka będąca między dwoma wyrazamy każdego stosunku oznacza i wymawia się *iest do*, a dwie kropki albo też znak równości (=) znayduiące się między dwoma stosunkami, oznaczaią i wymawiaią się *iak*.

Stosunek ilorazowy liczb 5 i 20, iest równy stosunkowi liczb 6 i 24; to iest, iż $\frac{20}{5}=\frac{24}{6}$; powiem więc, 5 iest do 20, iak 6 do 24; co piszemy tak; 5 : 20 :: 6 : 24. Podobnież $\frac{3}{9}=\frac{7}{21}$; więc 9 : 3 :: 21 : 7. Dwie kropki będące między dwoma wyrazami każdego stosunku oznaczaią i wymawiaią się *iest do*, a cztery kropki, albo też znak równości (=) znayduiące się między dwoma stosunkami oznaczaią i wymawiaią się *iak*.

47. Podobnież każdy stosunek składa się z dwóch wyrazów, proporcyia więc składa się z czterech, z których pierwszy i trzeci są poprzednikami, a drugi i czwarty są następnikami.

48. Gdy w dwóch stosunkach ilorazowych pierwszy poprzednik iest do swego

następnika, iak drugi poprzednik iest swego następnika, mówimy *iż dwa ostatnie wyrazy są w stosunku prostym* (in ratione directa) dwóch pierwszych. Gdy zaś pierwszy poprzednik iest do swego następnika, iak drugi następnik do swego poprzednika, mówimy natenczas iż dwa ostatnie wyrazy są *w stosunku odwrotnym* (in ratione inversa) dwóch pierwszych. Liczby 4 i 6 są w stosunku prostym 3 i 6; liczby 14 i 7 są w stosunku odwrotnym 5 i 10.

49. Nazywamy *skrayne* (termini externi) pierwszy i ostatni wyraz proporcyi; drugi i trzeci nazywaią *średniemi* (termini interni) (1).

50. Jeżeli drugi wyraz proporcyi będący następnikiem pierwszego stosunku iest oraz poprzednikiem drugiego, proporcyia nazywa się *ciągłą* (continua) tak, 3 . 5 : 5 . 7 iest proporcyą różnicową ciągłą którą piszemy tak, ÷ 3 . 5 . 7 . Proporcyia 2 : 4=4 : 8 iest proporcyią ilorazową ciągłą, którą piszemy tak, ∺ 2 : 4 : 8.

Znak ÷ napisany przed proporcyią różnicową ciągłą, a znak ∺ przed proporcyią ilorazową ciągłą, oznacza iż wymawiając proporcyią, trzeba powtórzyć dwa razy

(1) Gdy się mówi dla krótkości *skrayny*, *skrayne*; *średni*, *średnie*; łatwo się domyślić można, *wyraz*, *wyrazy*.

wyraz w środku, który nazywaią *średni proporcyionalny* (medius proportionalis) albo tylko średni (to iest: trzeba wymawiać proporcyią tak, iak gdyby była napisana w sposobie proporcyi zwyczaynéy). Wszystkie wyrazy proporcyią ciągłą składaiące nazywaią się *ciągłoproporcyionalne* (continuo proportionales).

51. Nazywamy *postępem różnicowym czyli arytmetycznym* (progressio arithmetica), ciąg wyrazów które wzięte następnie, maią między sobą iednakową różnicę; a nazywamy *postępem ilorazowym czyli ieometrycznym* (progressio geometrica), ciąg wyrazów które podzielone następnie ieden przez drugi, daią ten sam iloraz.

Ciąg $\div$ 3 · 6 · 9 · 12 · 15, i t. d. iest postępem różnicowym. Różnicę 3 znayduiącą się między wyrazami następuiącemi, nazywamy *stosunkiem postępu* (ratio progressionis).

Ciąg $\ddot{\div}$ 2 : 4 : 8 : 16 : 32, i t. d. iest postępem ilorazowym. Iloraz 2 znayduiący się z podzielenia wyrazów następnych ieden przez drugi, zowiemy *stosunkiem postępu*.

Znak $\div$ poprzedzaiący postęp różnicowy, i znak $\ddot{\div}$ poprzedzaiący postęp ilorazowy, oznaczaią, iż wymawiaiąc postęp, trzeba powtórzyć dwa razy każdy wyraz, wyiąwszy pierwszy i ostatni.

52. Postępy mogą bydź *rosnące albo maleiące* (*wstępuiące* albo *sstępuiące*, crescentes vel decrescentes) Postęp iest rosnący, gdy wyrazy następuią zwiększaiąc się: postęp różnicowy i postęp ilorazowy wyżéy położone są rosnące.

Postęp iest maleiący, gdy wyrazy następuią zmnieyszaiąc się; np. ÷ 19 · 15 · 11 · 7 · 3 iest postępem rożnicowym maleiącym; ∺ 64 : 32 : 16 : 8 : 4 : 2 iest postępem ilorazowym maleiącym (1).

ZAGADNIENIA.

53. I. Stopa Wiedeńska ma 100000 cząstek takich, iakich stopa Paryzka 102764. Oznaczyć 1) wprost ułomkiem zwyczaynym stosunek pierwszéy stopy do drugiéy; 2) ułomkiem dziesiętnym; 3) przez zbliżenie ułomkiem prostym za pomocą ułomku ciągłego. Wzaiemnie oznaczyć stosunek drugiéy stopy do pierwszéy temi trzema sposobami.

---

(1) Jest ieszcze trzeci gatunek proporcyy i postępów które się zowią *harmoniczne*, lecz te mniéy rozciągłego będąc użytku nie zaymuią zwykle mieysca w pospolitych arytmetykach, i dla tego ie opuszczamy. Chcący poznać ie niech czyta między innemi *Traité complet d'Arith. par Trincano*. Paris 1782 kar. 504.

II. Okręt w naywiększym pędzie upływa na godzinę mil ieometrycznych $4\frac{1}{2}$, a kula armatna iednofuntowa wyrzucona przez pół funta prochu ubiega w iednéy sekundzie 100 sążni. Oznaczyć stosunek prędkości iednego do drugiéy trzema sposobami, podobnie iak wyżéy.

III. Wiedząc że gołąb ubiega w przeciągu trzech dni mil 500, a koń angielski nayszybszy 60 stóp na sekundę; oznaczyć stosunek prędkości pierwszego do drugiego i wzaiemnie.

IV. Jedno naczynie trzyma $1\frac{1}{2}$ garca, drugie garcy 3 i kwaterek 2. Jakiż iest stosunek obiętości pierwszego względem drugiego, i wzaiemnie?

O WŁASNOŚCIACH PROPORCYY I POSTĘPÓW RÓŻNICOWYCH (ARYTMETYCZNYCH).

54. *W każdéy proporcyi różnicowéy summa wyrazów skraynych iest równa summie wyrazów średnich.*

Naprzykład, w proporcyi $4 \cdot 6 : 7 \cdot 9$; $4 + 9$ czyli 13 summa skraynych, $= 6 + 7$ czyli 13, summie średnich. W proporcyi $3 \cdot 1 : 7 \cdot 5$; $3 + 5$ czyli 8, summa skraynych, $= 1 + 7$ czyli 8, summie średnich.

Toż się rozumie o każdéy innéy proporcyi różnicowéy, bo w takiéy proporcyi każdy następnik iest równy summie z swego poprzednika i z różnicy spólnéy; więc na mieysce każdego następnika można położyć summę z iego poprzednika, i z różnicy spólnéy. Po takiéy zaś zamianie, summa skraynych i summa średnich znayduią się złożone z tychże samych ilości, któremi są dwa poprzedniki i stosunek spólny; a zatém obie te summy są równe (1), więc *w każdéy proporcyi różnicowéy summa* i t. d.

55. Więc lod. *w każdéy proporcyi różnicowéy ciągłéy summa skraynych iest równa średniemu dwa razy wziętemu.*

Bo np. gdy proporcyia różnicowa ciągła $\div 3 \cdot 7 \cdot 11$ iest taż sama co $3 \cdot 7 : 7 \cdot 11$, będzie na summę skraynych $11 + 3$

(1) W proporcyi różnicowéy $4 \cdot 6 : 7 \cdot 9$, iest $6 = 4+2$ a $9 = 7+2$. Położywszy $4+2$ na mieyscu 9, proporcyia poprzedzaiąca zamienia się na tę, $4 \cdot 4+2 : 7 \cdot 7+2$. Summa zaś $4+7+2$ skraynych, iest złożona z tychże ilości co summa $4+2+7$ średnich. W proporcyi $3 \cdot 1 : 7 . 5$, iest $1 = 3 - 2$, a $5 = 7 - 2$, proporcyia więc zamienia się na $3 \cdot 3-2 : 7 \cdot 7-2$. Jest zaś summa $3 + 7 - 2$ skraynych, złożone z tychże samych ilości co snmma $3-2+7$ średnich.

czyli $14=7+7$ czyli średniemu dwa razy wziętemu.

56. Więc 2re. *łatwo iest poznać czwarty wyraz proporcyi różnicowéy któréy trzy inne są znane.* Jeżeli wyraz którego szukamy iest skrayny, znaydziemy go odeymuiąc od summy średnich skrayny wiadomy; ieżeli wyraz którego szukamy iest średni, znaydziemy go odeymuiąc od summy skraynych średni wiadomy (1); np. ieżeli mam trzy wyrazy 5, 7, 9, proporcyi różnicowéy, a 5 iest iednym ze skraynych, szukaiąc drugiego skraynego, dodaię średnie 7, 9, i od ich summy 16, odeymuię 5, reszta 11 będzie skraynym; tak iż proporcyia zupełna będzie 5 · 7 : 9 · 11, albo 11 · 7 : 9 · 5.

Gdy trzy wyrazy 3, 7, 9, proporcyi różnicowéy są dane, a 7 iest iednym średnim, ieżeli żądaią drugiego średniego;

(1) Gdybyśmy od summy skraynych odięli ieden skrayny, otrzymalibyśmy drugi skrayny na różnicę. Że zaś summa średnich iest równa summie skraynych, więc odeymuiąc od summy średnich skrayny wiadomy, znaydę skrayny szukany. Gdybym od summy średnich odiął ieden średni, otrzymałbym na różnicę drugi średni. Że zaś summa skraynych iest równa summie średnich; więc odeymuiąc od summy skraynych średni wiadomy, znaydę średni szukany.

dodam skrayne 3, 9 i od ich summy 12 odeymuię 7; reszta 5 będzie średnim żądanym; tak iż proporcyia zupełna będzie 3 · 5 : 7 · 9, albo 3 · 7 : 5 · 9.

57. Jeżeli idzie o wyraz średni proporcyi różnicowéy ciągłéy, znaydziemy go *biorąc połowę skraynych*. Tak, ażeby znaleźć wyraz średni proporcyi różnicowéy ciągłéy któréy 4 i 8 są skraynemi, dodaię te dwie liczby, ich summa iest 12, któréy połowa 6 iest średnim szukanym. Proporcyia więc zupełna iest ÷ 4 · 6 · 8, lub ÷ 8 · 6 · 4.

58. *Jle razy cztery liczby iak* 6, 5, 4, 3, *są takie, iż summa skraynych iest równa summie średnich, takie cztery liczby składaią proporcyią różnicową.*

Albowiem, gdy 6+3=5+4, będzie, odeymuiąc 3 z iednéy i z drugiéy strony, 6=5+4—3; ieżeli w tym wypadku odeymiemy 5 z iednéy i drugiéy strony, będzie 6—5=4—3; więc 5 · 6=3 · 4 (n° 46). *Więc ile razy cztery liczby* i t. d.

59. Więc 1od. *Jeżeli summa dwóch liczb iest równa summie dwóch innych, można wziąć dwie pierwsze za skrayne, a dwie drugie za średnie wyrazy proporcyi różnicowéy. I tak ponieważ* 10+5=8+7; wnoszę iż, 10 · 8 : 7 · 5 lub 5 · 8 : 7 · 10.

Więc 2re. *Jeżeli cztery liczby są w proporcyi różnicowéy, składać ią także będą, iakiekolwiek odmiany czynić z niemi będziemy, byleby była równość między summą wyrazów skraynych i summą wyrazów średnich.*

Odmiany zaś te mogą być:

1od. Co do samego mieysca, iak np. ztąd że $8 \cdot 6 = 7 \cdot 5$; mieć będziemy:

$$
\text{1sze.}\left\{\begin{array}{l}
8 \cdot 7 = 6 \cdot 5 \\
7 \cdot 8 = 5 \cdot 6 \\
7 \cdot 5 = 8 . 6 \\
5 \cdot 7 = 6 . 8 \\
5 \cdot 6 = 7 \cdot 8 \\
6 \cdot 5 = 8 \cdot 7 \\
6 \cdot 8 = 5 \cdot 7
\end{array}\right.
$$

2re. Dodaiąc iednakowe ilości do wyrazów pierwszego lub do wyrazów drugiego stosunku, lub do samych poprzedników lub następników; albo też odeymuiąc iednakowe ilości od wyrazów pierwszego lub drugiego stosunku, lub od samych poprzedników lub następników. I tak:

$$2\text{re.}\left\{\begin{array}{l} 8+3 \cdot 6+3 = 7 \cdot 5 \\ 8 \cdot 6 = 7+3 \cdot 5+3 \\ 8+3 \cdot 6 = 7+3 \cdot 5 \\ 8 \cdot 6+3 = 7 \cdot 5+3 \\ 8-3 \cdot 6-3 = 7 \cdot 5 \\ 8 \cdot 6 = 7-3 \cdot 5-3 \\ 8-3 \cdot 6 = 7-3 \cdot 5 \\ 8 \cdot 6-3 = 7 \cdot 5-3 \end{array}\right.$$

3e. Dodaiąc iednakowe ilości do wszystkich wyrazów proporcyi, lub odeymuiąc ie od nich; albo też mnożąc lub dzieląc przez iednakowe ilości wszystkie wyrazy proporcyi.

I tak:

$$3.\left\{\begin{array}{l} 8+3 \cdot 6+3 = 7+3 \cdot 5+3 \\ 8-3 \cdot 6-3 = 7-3 \cdot 5-3 \\ 8\times2 \cdot 6\times2 = 7\times2 \cdot 5\times2 \\ \frac{8}{2} \cdot \frac{6}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{2} \end{array}\right.$$

We wszystkich bowiem tych przypadkach, summa wyrazów skraynych równa iest summie średnich.

60. Nakoniec, ieżeli dodamy do siebie wyrazy odpowiadaiące dwóch lub więcéy proporcyy różnicowych, lub odeymiemy od siebie wyrazy odpowiadaiące dwóch takich proporcyy; summy lub reszty ztąd wypadłe będą także w proporcyi różnicowéy; np. maiąc dwie proporcyie różnicowe:

$$5 \cdot 8 = 4 \cdot 7$$
$$1 \cdot 2 = 3 \cdot 4$$

summy odpowiadaiących wyrazów są:

$$6 \cdot 10 = 7 \cdot 11$$

różnice zaś wyrazów odpowiadaiących są:

$$4 \cdot 6 = 1 \cdot 3.$$

Widzimy bowiem iż te summy i te różnice są w proporcyi różnicowéy.

Stosunki wypadaiące z dodania wyrazów odpowiadaiących w dwóch lub więcéy stosunkach różnicowych danych, zowią się *stosunki różnicowe złożone*.

Przeydźmy do postępów różnicowych.

61. *W każdym postępie różnicowym, wyraz którykolwiek równy iest pierwszemu powiększonemu stosunkiem tyle razy wziętym, ile wyrazów poprzedza ten o który idzie.*

Bo postęp różnicowy iest ciągiem wyrazów takich, iż różnica między następnym a poprzednim iest zawsze ta sama. Więc:

1e. Drugi wyraz postępu równy iest pierwszemu powiększonemu stosunkiem, to iest pierwszemu więcéy raz stosunek.

2e. Trzeci wyraz postępu równy iest drugiemu powiększonemu stosunkiem, więc równy iest pierszemu więcéy dwa razy stosunek.

3e. Czwarty wyraz postępu równy iest trzeciemu powiększonemu stosunkiem; więc równy iest pierwszemu więcéy trzy razy stosunek, i tak daléy (1); więc *w każdym postępie różnicowym wyraz którykolwiek, i t. d.*

62. Więc, *w każdym postępie różnicowym który ma zero za pierwszy wyraz, wyraz którykolwiek równy iest stosunkowi wziętemu tyle razy ile wyrazów poprzedza ten o który idzie.*

63. Prawidło ustanowione (n° 61) służy do włożenia między dwa wyrazy dane iakieykolwiek liczby wyrazów średnich, któreby były z danemi w postępie różnicowym.

Jeżeli trzeba np. złączyć 11 i 19 przez trzy liczby któreby były w postępie różnicowym z 11 i 19, widzę iż ten postęp będzie złożony z pięciu wyrazów, i że znaiąc pier-

---

(1) W postępie rosnącym: $18 \cdot 21 \cdot 24 \cdot 27 \cdot 30$; i t. d. iest 1e. $21 = 18 + 3 = 18 +$ raz $3 = 18 + 1 \times 3$;

2e. $24 = 21 + 3 = 18 +$ 2 razy $3 = 18 + 2 \times 3$, i t. d.

W postępie różnicowym maleiącym $\div$ $18 \cdot 15 \cdot 12 \cdot 9 \cdot 6 \cdot$ i t. d. iest 1e. $15 = 18 - 3 = 18 + 1$ raz $-3 = 18 + 1 \times -3$;

2e. $12 = 15 - 3 = 18 + 2$ razy $-3 = 18 + 2 \times -3$, i t. d.

wszy, pozostaie mi tylko do uformowania następnych znaleźć stosunek postępu. Wiem zaś iż piąty i ostatni wyraz 19 składa się z pierwszego wyrazu 11, więcéy 4 razy stosunek (n° 61); zatém ieżeli od 19 odeymę 11; reszta 8 składa się ze stosunku wziętego 4 razy. Więc ieżeli podzielę tę resztę przez 4, iloraz 2 iest stosunkiem postępu. Oznaczam więc średnie szukane. Pierwszy $=11+2=13$; drugi $11+(2\times2)=15$; a trzeci $=11+(2\times3)=17$.

Postęp więc różnicowy który te trzy wyrazy średnie składaią ze skraynemi 11 i 19, iest $\div$ 11 · 13 · 15 · 17 · 19.

64. W ogólności: *ażeby włożyć pomiędzy dwie liczby podane pewną liczbę średnich równoróżnicowych, potrzeba liczbę która ma być pierwszym wyrazem postępu, odiąć od liczby która ma być ostatnim iego wyrazem, i różnicę tę podzielić przez liczbę maiących się włożyć średnich zwiększoną o 1, a iloraz wypadły będzie stosunkiem który maiąc można iuż łatwo złożyć postęp*. np. ażeby włożyć pomiędzy 0 i 1, dziewięć średnich równoróżnicowych, gdy 0, ma być pierwszym wyrazem postępu a 1 ostatnim, będzie stosunek $=\frac{1-0}{10}=\frac{1}{10}$; postęp więc wypadnie

$\div$ 0 · 0,1 · 0,2 · 0,3 · 0,4 · 0,5 · 0,6 · 0,7 0,8 · 0,9 · 1.

Widzimy iż między dwie liczby iakożkolwiek bliskie siebie, można zawsze włożyć tyle średnich równoróżnicowych ile się podoba.

65. *Summa wszystkich wyrazów iakiegokolwiek postępu różnicowego równa iest połowie iloczynu z summy skraynych przez liczbę wyrazów, albo iloczynowi z połowy summy skraynych przez liczbę wyrazów, albo iloczynowi z summy skraynych przez połowę liczby wyrazów.*

Wziąwszy bowiem iakikolwiek postęp różnicowy np. $\div$ 1 · 3 · 5 · 7 · 9 · 11, i wystawiwszy sobie, że ten sam napisany iest odwrotnie tak, iż ostatni wyraz staiąc się pierwszym napisany iest pod pierwszym, przedostatni staiąc się drugim napisany iest pod drugim, i t. d. iak tu widzimy:

$\div$ 1 · 3 · 5 · 7 · 9 . 11
$\div$ 11 . 9 . 7 . 5 . 3 . 1

ieżeli teraz dodamy wyrazy odpowiadaiące, znaydziemy wszędzie iednakową summę, to iest summę skraynych; to widoczną iest rzeczą co do pierwszéy i ostatniéy summy: co zaś do innych łatwo postrzedz, iż iak drugi wyraz pierwszego postępu = wyrazowi pierwszemu *więcéy* stosunek, tak drugi wyraz drugiego postępu = pierwszemu swemu wyrazowi *mniéy* tenże stosunek, czyli, że summa tych dwóch wyrazów = pierwszemu iednego postępu + stosunek i pierwszemu drugiego postępu — stosunek, to iest, pierwszemu iednego postępu + pierwszy drugiego postępu, czyli co na iednoż wychodzi, = dwom skraynym postępu danego.

Summa trzecich wyrazów równa będzie podobnie pierwszemu wyrazowi iednego postępu + dwa razy stosunek i pierwszemu drugiego postępu — dwa razy stosunek, czyli pierwszemu iednego postępu + pierwszy drugiego postępu, to iest, dwom skraynym postępu danego, i t. d.

Powtarzaiąc więc summę skraynych postępu danego tyle razy ile iest w nim wyrazów, otrzymamy dwa razy summę wszystkich wyrazów postępu. Więc, *summa wszystkich wyrazów iakiegokolwiek postępu różnicowego, i t. d.*

Tak summa wszystkich wyrazów postępu różnicowego $\div 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 15 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 27 = \frac{(3+27)\times 7}{2}$ czyli

$$\frac{30\times 7}{2} = \frac{30}{2}\times 7 = 30 \times \frac{7}{2}.$$

66. Poiąwszy dobrze poprzedzaiącą teoryią o postępach różnicowych, łatwo będzie rozwiązać następuiące zagadnienia:

1e. Maiąc wiadome *skrayne* (1) i *summę wyrazów* postępu różnicowego, ażeby znaleźć *liczbę wyrazów*, trzeba podzielić ich summę przez połowę summy skraynych: np. gdy wiadome są skrayne 5 i 15, tudzież summa wyrazów 60; liczba wyrazów $=\frac{60}{10}=6$.

67. 2e. Maiąc wiadome *skrayne* i *liczbę wyrazów*, ażeby znaleźć *stosunek*, trzeba wyraz pierwszy odiąć od ostatniego, a resztę podzielić przez liczbę wyrazów zmnieyszoną o 1; np. gdy wiadome są skrayne 5 i 15, tudzież liczba wyrazów 6; stosunek będzie $=\frac{15-5}{6-1}=\frac{10}{5}=2$ (porówn: n° 64). Odwrotnie.

68. 3e. Maiąc wiadome *skrayne* i *stosunek* postępu różnicowego, ażeby znaleźć *liczbę wyrazów*, trzeba odiąć wyraz pierwszy od ostatniego i podzielić resztę przez stosunek, a do ilorazu wypadłego dodać 1; np. gdy wiadome są skrayne 5 i 15, tudzież stosunek 2, liczba wyrazów będzie $\frac{15-5}{2}=\frac{10}{2}=5$ powiększona o 1, to iest 6.

(1) To iest wyrazy: pierwszy i ostatni postępu.

69. 4e. Maiąc wiadome *liczbę wyrazów*, *stosunek* i *wyraz ostatni*, ażeby znaleźć *pierwszy*, trzeba odiąć od ostatniego stosunek tyle razy wzięty ile iest wyrazów mniéy iednym; np. gdy liczba wyrazów iest 6, stosunek 2, a wyraz ostatni 15; odeymuię od 15 stosunek 2 pięć razy wzięty, to iest 10, i mam 5 na wyraz pierwszy postępu.

70. 5e. Maiąc wiadome *liczbę wyrazów*, ich *summę* i wyraz *ieden ze skraynych*, ażeby znaleźć *drugi skrayny*, trzeba podzielić summę przez połowę liczby wyrazów i odiąć od ilorazu skrayny wiadomy. Tak ieżeli liczba wyrazów iest 6, ich summa 60, a wyraz pierwszy postępu iest 5; ostatni $=\frac{60}{3}-5=20-5=15$.

Gdyby dany był ostatni wyraz 15, pierwszy byłby $=\frac{60}{3}-15=20-15=5$.

71. 6e. Maiąc wiadome *liczbę wyrazów*, ich *summę* i *stósunek*, oznaczyć każdy wyraz w szczególności? Wypada znaleźć naprzód wyraz pierwszy. Podzieliwszy summę wyrazów przez połowę ich liczby, iloraz będzie summą skraynych. Że zaś ostatni wyraz $=$ pierwszemu $+$ stosunek tyle razy wzięty ile iest przed nim wyrazów, więc summa skraynych $=$ podwóynemu pierwszemu $+$ stosunek tyle razy wzięty, ile iest wyrazów mniéy iednym. Więc

ieżeli od znalezionéy summy skraynych odeymiemy ten iloczyn ostatni, a potém weźmiemy połowę reszty, ta będzie pierwszym wyrazem. Znaiąc wyraz pierwszy i stosunek łatwo iuż oznaczyć wszystkie wyrazy postępu; np. dana liczba wyrazów 6, ich summa 60, stosunek 2, będzie naprzód $\frac{60}{3} = 20$ summa skraynych; $20 - (2+5) = 10$ podwóynemu pierwszemu. Zatém pierwszy wyraz iest 5, który iuż maiąc, łatwo iest złożyć cały postęp.

ZAGADNIENIA.

72. I. Znaleźć czwarty wyraz proporcyi różnicowéy któréy wiadome są trzy
$10 \cdot 8 = 15 \cdot x;$

tudzież $3 \cdot x = 6 \cdot 8$? (1).

II. Znaleźć wyraz trzeci ciągłoproporcyionalny różnicowy do dwóch drugich $\div 24 \cdot 36 \cdot x;$

tudzież $\div 22 \cdot 14 \cdot x$?

III. Znaleźć wyraz średni proporcyi różnicowéy ciągłéy któréy wiadome są skrayne $\div 12 \cdot x \cdot 6$; tudzież $\div 5 \cdot x \cdot 17$?

---

(1) Ilości szukane niewiadome oznaczaią się pospolicie przez ostatnie głoski alfabetu, iakoto: x, y, z.

IV. Wynaleźć setny wyraz postępu ÷ 1 · 4 · 7 . . . i t. d. tudzież 25ty postępu ÷ 82 · 79 · 76 · · · i t. d.

V. Włożyć między 5 i 32 sześć średnich równoróżnicowych; tudzież ośm średnich między 45 i 9?

VI. Wieleż uderzeń zrobi młotek zegara godzinnego od godziny pierwszéy zrana, aż do 12téy południowéy włącznie? a ileż zrobi gdyby wciąż bił od pierwszéy do 24 godziny?

VII. Ileż amb czyli połączeń 2ch liczb znayduie się w loteryi liczbowéy składaiącéy się z 90 numerów?

VIII. Pewien młodzieniec siedząc w kompanii, w odległości 6 sążni od szpaleru złożonego ze 100 drzew oddalonych o 3 sążnie od siebie, mówi: oto iest 100 iabłek które składam, założę się, że w 2ch godzinach rozniosę te iabłka biorąc po iedném i kładąc u spodu każdego drzewa. Jest pytanie czy ten młodzieniec mógł wygrać zakład?

IX. Ponieważ ciało spadaiąc przebiega w 1 sekundzie 15 stóp, w 2éy 3 razy 15, w 3ciéy 5 razy 15, i tak daléy, w postępie iloczynu z 15 $\times$ przez szereg liczb nieparzystych 1 · 3 · 5 i t. d. iakąźby drogę przebiegło spadaiąc przez minutę?

X.

X. Znaiąc powyższą prawdę; ieżeli kamień w studnią wpuszczony w 6″ spada do wody, iakże głęboka iest studnia?

XI. Kupuie ktoś 24 książki, pierwszą naytańszą za 3 kopieyki, naylepszą zaś za 95 kop. O ileż była każda iedna od drugiéy droższa?

XII. Rzeźnik chce kupić 16 wołów. Sprzedaiący żąda za naymnieyszego 12 tal. a za resztę o 4 tal: za każdego więcéy. Ileż więc kosztował wół ostatni i naylepszy, a ile wszystkie?

XIII. Dwóch kuryerów wyieżdzaią w iednym kierunku i w iednym czasie z dwóch miast z których pierwsze iest o 60 mil odległe od drugiego. Ten co wyiechał z pierwszego miasta i ma iechać przez drugie, iedzie 6 razy prędzéy niż drugi kuryer. Jleż powinien mil uiechać aby dogonił drugiego?

XIV. Pomiędzy 12 osobami znayduie się następnie każda o 3 lata starsza iedna od drugiéy. Naystarsza zaś ma lat 40. Jleż lat ma naymłodsza?

XV. Dzieli ktoś pomiędzy 25 ubogich pewną summę, tak iż każdy następnie ubogi o 6 rub: więcéy dostaie od drugiego; ostatni zaś dostał 200 rub: Jleż dostał pierwszy a ile wszyscy razem?

XVI. Dach tróykątny ma być dachowką pokryty, wierzchołek dachu mieć ma tylko 1 dachówkę, 2gi rząd 3 dachówki, 3ci 5, i tak d. aż do ostatniego od dołu rzędu który iest 21szy; ileż dachówek na ten dach porzeba?

XVII. Jest dach taki, że naywyższy rzęd dachowek obeymuie 35, następne rzędy każdy o 2 dachowki więcéy, aż do ostatniego 20go. Jleż dach ten ma w sobie dachowek?

XVIII. Zakładaiący miasto chce w niém 16 domów wybudować coraz następnie większych. Do pierwszego potrzeba będzie 800 kamieni ciosowych, do drugiego 20 takichże kamieni więcéy, i tak następnie. Jleż takich kamieni potrzeba będzie 1) do ostatniego domu, a 2) ile do wszystkich.

XIX. Mający liczną stadninę rozdzielił swe konie we 40 mieyscach, tak, iż w pierwszém znayduie się koni 30, w drugiém 32 i tak d. Jleż koni było 1) w ostatniém mieyscu i 2) we wszystkich razem?

XX. A kupuie 200 sztuk towarów. Za pierwszą płaci $2\frac{1}{2}$ rub: za drugą 4 rub: i tak następnie. Jleż zapłaci 1) za ostatnią sztukę, a 2) ile za wszystkie.

XXI. Pewny właściciel miał od kilku swoich ekonomów dostawiany mieć słód, pierwszy ekonom obowiązany był dostawić

15 czetwerti, każdy następnie o 3 czetwerty więcéy, a ostatni 39 czetwerti. Jleż było ekonomów, a ile wszyscy słodu dostawić mieli?

XXII. Grabarz maiący kopać studnię zgodził się tak: aby mu za pierwszy sążeń głębokości zapłacono zł. 3, za drugi zł. 5, za trzeci zł. 7. i tak daléy w postępie różnicowym. Stało się iż skończywszy robotę za ostatni sążeń wziął 41 zł. Jleż sążni kopał?

2) Gdyby maiąc kopać studnię na 20 sążni głęboką zgodził się od całéy roboty zł. 400. lecz zachorowawszy po skończeniu sążnia osmego, nie mógł iuż kończyć roboty; ileż mu się za zrobioną iuż iéy część należy?

Dla większéy wprawy weźmy ieszcze zagadnienie które się da zastosować do różnych przypadków w rachunku postępów różnicowych:

XXIII. Zapłacono summę pewną w 12stu ratach, które się przewyższały porówno o 10 tal. a z których:

1) pierwsza była 100 tal. Jakaż była ostatnia rata, i iaka cała summa wypłacona we wszystkich ratach? lub

2) z których ostatnia była 210 tal. Jakaż była pierwsza, i iaka summa wszystkich? lub

3) niewiadoma przewyżka rat, lecz pierwsza była 100, a ostatnia 210 tal. O ileż się przewyższały raty, i iaka była cała summa? lub

4) niewiadoma liczba rat, lecz pierwsza była 100 a ostatnia 210 tal. Jleż było rat, i iaka cała summa? lub

5) wiadoma summa 1860 tal. lecz niewiadoma liczba rat, z których pierwsza była 100 ostatnia zaś 210 tal. Jakaż była liczba rat i ich różnica? lub

6) wiadoma taż summa i liczba rat 12, z których pierwsza była 100 tal. Jakaż była ostatnia rata i różnica rat? lub

7) wiadoma taż summa i liczba rat z których ostatnia była 210 tal. Jakaż była pierwsza rata i różnica stała? lub

8) wiadoma taż summa, liczba rat i różnica 10 tal. Jakaż była pierwsza a iakaż ostatnia rata?

XXIV. Też same ośm zagadnień uformować i rozwiązać z następuiącego:

Dłużnik pewnéy summy umawia się zaspokoić ią w 15 miesięcy. Pierwszego miesiąca ma zapłacić 12 rub. drugiego 15, i tak następnie. Jakaż będzie ostatnia iego wypłata i iaka całkowita summa wypłacona? i t. d.

O WŁASNOŚCIACH PROPORCYY I POSTĘPÓW ILORAZOWYCH (IEOMETRYCZNYCH).

73. *W każdéy proporcyi ilorazowéy iloczyn skraynych iest równy iloczynowi średnich.*

Naprzykład, wproporcyi 8 : 16 = 6 : 12; 8 × 12 czyli 96 iłoczyn skraynych, = 16 × 6 czyli 96 iłoczynowi średnich; i w téy drugiéy, 15 : 5 = 6 : 2; 15 × 2 czyli 30 iloczyn skraynych, = 5 × 6 czyli 30 iloczynowi średnich.

Taż sama własność ma mieysce we wszelkiéy innéy proporcyi ilorazowéy; bo w takiéy następnik iest równy iloczynowi ze swego poprzednika przez spólny stosunek; więc na mieysce każdego następnika można położyć iego poprzędnik rozmnożony przez spólny stosunek. Że zaś po téy zamianie, iloczyn skraynych i iloczyn średnich znayduią się złożone z tych samych czynników, którémi są dwa poprzedniki i spólny stosunek; więc te dwa iloczyny są równe (1);

---

(1) Pierwsza proporcyia w któréy 16 = 8 × 2, i 12 = 6 × 2, staie się 8 : 8 × 2 = 6 : 6 × 2. Jest zaś 8 × 6 × 2 iloczyn skraynych złożony z tych samych czynników co iloczyn średnich 8 × 2 × 6.

więc *w każdéy proporcyi ilorazowéy, iloczyn, i t. d.*

74. Więc 1e. *W każdéy proporcyi ilorazowéy ciągłéy iloczyn skraynych iest równy kwadratowi z wyrazu średniego.* Bo np. proporcyia ciągła ÷ 4 : 6 : 9 będąc ta sama co 4 : 6 = 6 : 9, daie 4×9 czyli 36 iloczyn skraynych = 6×6 czyli 36, kwadratowi z wyrazu średniego 6.

75. 2e. *Łatwo iest znaleźć czwarty wyraz proporcyi ilorazowéy któréy trzy inne są wiadome.* Jeżeli wyraz którego szukamy iest skrayny, podzielimy iloczyn średnich przez skrayny wiadomy; iloraz będzie skraynym szukanym: ieżeli wyraz niewiadomy iest średni, znaydziemy go dzieląc iloczyn skraynych przez średni wiadomy (1) Naprzykład, gdy trzy wyrazy 4, 8, 12,

---

Druga proporcyia w któréy $5=15\times\frac{1}{3}$, i $2=6\times\frac{1}{3}$ staie się $15 : 15\times\frac{1}{3}=6 : 6\times\frac{1}{3}$. Jest zaś $15\times6\times\frac{1}{3}$ iloczyn skraynych, z tych samych czynników złożony co iloczyn średnich $15\times\frac{1}{3}\times6$.

(1) Dzieląc iloczyn skraynych przez ieden skrayny, wypada na iloraz drugi skrayny. Że zaś iloczyn średnich iest ten sam co iloczyn skraynych, więc dzieląc iloczyn średnich przez skrayny wiadomy, znaydziemy skrayny szukany. Dzieląc iloczyn średnich przez ieden średni, wypada na iloraz drugi średni. Że zaś iloczyn skraynych iest ten sam co iloczyn średnich, więc dzieląc iloczyn skraynych przez średni wiadomy, znaydziemy średni szukany.

iakiéy proporcyi są dane, a 4 iest iednym ze skraynych; ieżeli żądaią drugiego skraynego, rozmnożę średnie 8 i 12 ieden przez drugi i podzielę przez 4, ich iloczyn 96, iloraz 24 będzie skraynym żądanym; tak iż proporcyia zupełna będzie 4 : 8 = 12 : 24, lub 24 : 8 = 12 : 4. Jeżeli znamy trzy wyrazy 5, 15, 21, proporcyi ilorazowéy, a 15 iest iednym ze średnich, szukaiąc drugiego średniego, rozmnożę skrayne 5 i 21 ieden przez drugi, i podzielę przez 5, ich iloczyn 105, iloraz 8 będzie średnim szukanym; tak iż proporcyia zupełna będzie.

5 : 7 = 15 : 21, lub 5 : 15 = 7 : 21.

76. Jeżeli idzie o wyraz średni proporcyi ciągłéy, znaydziemy go *biorąc pierwiastek z iloczynu skraynych*. Tak ażeby znaleźć wyraz średni proporcyi ciągłéy któréy 4 i 9 są skraynemi, mnożę 4 przez 9, iloczyn iest 36, którego pierwiastek 6 iest średnim szukanym; tak iż proporcyia zupełna iest $\div$ 4 : 6 : 9 lub $\div$ 9 : 6 : 4.

77. *Jle razy cztery liczby iak* 10, 5, 8, 4, *są takie iż iloczyn skraynych równa się iloczynowi średnich, takie cztery liczby składaią proporcyią ilorazową.*

Bo gdy $5 \times 8 = 4 \times 10$, będzie podzieliwszy przez 10 oba iloczyny, $\frac{5 \times 8}{10} = 4$; ieżeli teraz podzielimy przez 8 obie strony, będzie $\frac{5}{10}=\frac{4}{8}$; więc $10:5=8:4$ (n° 46). Więc, *ile razy cztery liczby* i t. d.

78. Więc, 1e. Gdy dwa iloczyny są równe, można z nich zawsze wyprowadzić proporcyią ilorazową, biorąc za skrayne dwa czynniki iednego z iloczynów a za średnie dwa czynniki drugiego iloczynu. Tak ztąd, że $25\times3=36\times2$, wnoszę iż $24:36=2:3$, lub iż, $2:3=24:36$.

79. Więc 2e. Jeżeli cztery liczby są w proporcyi ilorazowéy, składać ią także będą, iakiekolwiek odmiany czynić z niemi będziemy, byleby była równość między iloczynem skraynych a iloczynem średnich.

Odmiany zaś te mogą być:

1od. Zmieniaiąc samo mieysce; np. ztąd że: $8:4=6:3$ wnoszę iż:

$$\left\{\begin{array}{l} 8:6=4:3 \\ 6:8=3:4 \\ 6:3=8:4 \\ 3:6=4:8 \\ 3:4=6:8 \\ 4:3=8:6 \\ 4:8=3:6 \end{array}\right.$$

2e. Mnożąc lub dzieląc przez iednakową liczbę oba wyrazy pierwszego lub wyrazy drugiego stosunku, albo same poprzedniki lub same następniki. I tak:

$$\left\{\begin{array}{l} 8\times5 : 4\times5 = 6 : 3 \\ 8 : 4 = 6\times5 : 3\times5 \\ 8\times5 : 4 = 6\times5 : 3 \\ 8 : 4\times5 = 6 : 3\times5 \\ \frac{8}{5} : \frac{4}{5} = 6 : 3 \\ 8 : 4 = \frac{6}{5} : \frac{3}{5} \\ \frac{8}{5} : 4 = \frac{6}{5} : 3 \\ 8 : \frac{4}{5} = 6 : \frac{3}{5} \end{array}\right.$$

3e. Dodaiąc następniki do poprzedników i stosuiąc ie do następników lub poprzedników; albo odeymuiąc następniki od poprzedników i stosuiąc ie do następników lub przedników. I tak:

$$\left\{\begin{array}{l} 8+4 : 4 = 6+3 : 3 \\ 8+4 : 8 = 6+3 : 6 \\ 8-4 : 4 = 6-3 : 3 \\ 8-4 : 8 = 6-3 : 6 \end{array}\right.$$

4te. Dodaiąc do siebie same poprzedniki i same następniki lub też odeymuiąc ie od siebie, i summy ich lub różnice stosuiąc do wyrazów pierwszego lub drugiego stosunku. np.

$$\left\{\begin{array}{l} 8+6 : 4+3 = 8 : 4 \\ 8+6 : 4+3 = 6 : 3 \\ 8-6 : 4-3 = 8 : 4 \\ 8-6 : 4-3 = 6 : 3 \end{array}\right.$$

We wszystkich bowiem tych przypadkach iloczyn skraynych równa się iloczynowi średnich.

80. *W iakimkolwiek zbiorze stosunków ilorazowych równych, summa wszystkich poprzedników, tak się ma do summy wszystkich następników, iak którykolwiek poprzednik do swego następnika, lub iak summa pewnéy liczby poprzedników, do summy takiéyże liczby odpowiadaiących następników.*

Niech będzie, na przykład, zbiór stosunków równych $2:4=3:6=5:10$ i t. d. będzie 1e. $2+3+5:4+6+10=5:10$, lub $=3:6$, lub nakoniec $=2:4$.

Będzie 2e. $2+3+5:4+6+10=2+3:4+6$; w każdéy bowiem z tych dwóch proporcyy, iloczyn skraynych iest równy iloczynowi średnich.

81. Wniesiemy z téy saméy przyczyny, iż *w iakimkolwiek zbiorze stosunków ilorazowych równych, summa iakieykolwiek liczby poprzedników, ma się do summy takiéyże liczby odpowiadaiących następników, iak którykolwiek poprzednik do swego następnika, albo iak summa innéy iakieykolwiek liczby poprzedników do summy takiéyże liczby odpowiadaiących następników.*

82. *Jeżeli rozmnożymy lub podzielimy cztery wyrazy iakiéy proporcyi ilorazowéy przez cztery wyrazy iednéy lub kilku proporcyy ilorazowych, poprzednik*

przez poprzednik i następnik przez następnik, iloczyny lub ilorazy z tąd wypadaiące są w proporcyi. Proporcyia bowiem polega na równości dwóch stosunków. To założywszy, Iód. rozmnóżmy porządkiem wyrazy iakiéy proporcyi np.

$$2 : 4 = 3 : 6.$$

przez wyrazy innéy proporcyi np.

$$5 : 15 = 7 : 21.$$

Iloczyny odpowiadaiące są:

10, 60, 21, 126.

Jest zaś stosunek 10 do 60 równy stosunkowi 21 do 126, ponieważ $\frac{60}{10} = \frac{126}{21}$; więc Iód. iloczyny 10, 60, 21, 126 składaią proporcyią, to iest:

$$10 : 60 = 21 : 126.$$

2e. Podzielmy porządkiem wyrazy proporcyi

$$2 : 4 = 3 : 6:$$

przez wyrazy proporcyi

$$5 : 15 = 7 : 21.$$

Ilorazy ztąd wypadaiące są

$\frac{2}{5}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{21}$.

Jest zaś stosunek $\frac{2}{5}$ do $\frac{4}{15}$ równy stosunkowi $\frac{3}{7}$ do $\frac{6}{21}$. ponieważ $\dfrac{\frac{4}{15}}{\frac{2}{5}} = \dfrac{\frac{6}{21}}{\frac{3}{7}}$; więc,

2e. ilorazy $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{21}$, składaią proporcyią, to iest mam

$$\frac{2}{5} : \frac{4}{15} = \frac{3}{7} : \frac{6}{21}.$$

Dowodzenie to miałoby mieysce gdybyśmy mieli do pomnożenia lub podzielenia porządkiem cztery wyrazy iakiéy proporcyi przez wyrazy dwóch, lub trzech, lub i t.d. proporcyy; wniesiemy więc w ogólności, iż *mnożąc lub dzieląc porządkiem wyrazy iakiéy proporcyi przez wyrazy odpowiadaiące innéy lub kilku proporcyy, iloczyny lub ilorazy będą w proporcyi.*

Stosunki wypadaiące z dwóch lub więcéy stosunków ilorazowych, rozmnożywszy poprzednik przez poprzednik i następnik przez następnik, nazywaią się *stosunki ilorazowe złożone.*

83. Więc *kwadraty*, *sześciany i t. d. wyrazów proporcyi ilorazowéy są także w proporcyi*: bo te rozmaite potęgi są tylko iloczynami wyrazów proporcyy rozmnożonych porządkiem pewną liczbę razy przez siebie; stąd że, $2:4=3:6$, wniesiemy

1e. że $4:16=9:36$

2e. że $8:64=27:216$ i t.d.

Stosunki ilorazowe tak składane ze stosunków równych, nazywaią się *dwumnożne*, *tróymnożne*, *i t. d.*

84. Odwrotnie, *pierwiastki kwadratowe*, *sześcienne*, *i t. d. wyrazów proporcyi ilorazowéy są także w proporcyi*: bo gdyby pierwiastki nie składały proporcyi kiedy ią ich potęgi składaią, trzebaby przypuścić że dwa stosunki nierówne, rozmno-

żone porządkiem pewną liczbę razy przez siebie, dałyby na iloczyny stosunki równe, co mieysca mieć nie może. I tak z tego, że

$$4 : 16 = 9 : 36,$$
$$i\ 8 : 64 = 27 : 216,$$

wniosę, że $2 : 4 = 3 : 6$.

Stosunki w iakich są między sobą pierwiastki kwadratowe, sześcienne, t. d. wyrazów składaiących stosunki ilorazowe, nazywaią się względem tych ostatnich *dwudzielnemi*, *tróydzielnemi*, *i t. d.*

Przeydźmy do teoryi postępów ilorazowych.

85. *W każdym postępie ilorazowym, wyraz którykolwiek, równy iest pierwszemu rozmnożonemu przez stosunek wyniesiony do potęgi oznaczonéy liczbą wyrazów które poprzedzaią ten o który idzie.*

Bo postęp ilorazowy iest ciągiem wyrazów, które podzielone następnie ieden przez drugi, daią tenże sam iloraz. Więc 1sze. drugi wyraz postępu równy iest pierwszemu rozmnożonemu przez stosunek.

2e. trzeci wyraz postępu równy iest drugiemu rozmnożonemu przez stosunek, więc równy iest pierwszemu rozmnożonemu przez drugą potęgę stosunku.

3e. czwarty wyraz postępu równy iest trzeciemu rozmnożonemu przez stosunek;

więc równy iest pierwszemu rozmnożonemu przez trzecią potęgę stosunku; i tak daléy (1); więc, *w każdym postępie ilorazowym, wyraz którykolwiek, it, d.*

86. Więc, *w każdym postępie ilorazowym którego pierwszym wyrazem iest* 1, *wyraz którykolwiek równa się stosunkowi wyniesionemu do potęgi oznaczonéy liczbą wyrazów które poprzedzaią ten o który idzie.*

87. Zasada wyłożona (n° 85) służy do włożenia między dwa wyrazy dane iakiéykolwiek liczby wyrazów średnich któreby były z niemi w postępie ilorazowym.

Chcę np. złączyć 4 i 128 przez cztery liczby któreby były w postępie ilorazowym z 4 i 128. Widzę iż postęp ten złożony będzie z sześciu wyrazów, i że znaiąc pierwszy, uformuię bez trudności następne, skoro wynaydę stosunek postępu. Że zaś szósty i ostatni wyraz 128, składa się z pierwsze-

---

(1) W postępie rosnącym $\div$ 32 : 64 : 128 : 256 : 512, i t. d. iest 1e. $64 = 32 \times 2$, 2e. $128 = 64 \times 2 = 32 \times 2 \times 2 = 32 \times 4$ które iest kwadratem z 2. 3e. $156 = 128 \times 2 = 32 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \times 8$ które iest sześcianem z 2, i t. d. W postępie maleiącym $\div$ 32 : 16 : 8 : 4 : 2, i t. d. 1e. $16 = 32 \times \frac{1}{2}$, 2e. $8 = 16 \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{4}$ które iest kwadratem z $\frac{1}{2}$, 3e. $4 = 8 \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{8}$ które iest sześcianem $\frac{1}{2}$, i t. d.

go wyrazu 4 rozmnożonego przez stosunek wyniesiony do potęgi piątéy (n° 85); zatém ieżeli podzielę 128 przez 4, iloraz 32 który znaydę, będzie złożony z piątéy potęgi stosunku. Więc, ieżeli wyciągnę pierwiastek piąty z 32, ten pierwiastek który iest 2 będzie stosunkiem postępu (1). Przystępuię teraz do wyznaczenia średnich szukanych. Pierwszy $= 4 \times 2 = 8$; drugi $= 4 + 4 = 16$; trzeci $= 4 \times 8 = 32$; czwarty $= 4 \times 16 = 64$. Postęp więc który te cztery średnie formuią z 4 i 128, iest

$$\div 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128.$$

88. W ogólności, *ażeby włożyć pomiędzy dwie liczby dane pewną liczbę średnich równoilorazowych, trzeba podzielić liczbę maiącą być wyrazem ostatnim przez liczbę maiącą być wyrazem pierwszym, a z wypadłego ilorazu wyciągnąć pierwiastek stopnia oznaczonego liczbą maiących się włożyć średnich zwiększoną o* 1. *Pierwiastek znaleziony będzie stosunkiem który maiąc, łatwo iuż potrafimy złożyć postęp.*

Tak, maiąc włożyć pomiędzy dwie liczby 6 i 48 pięć średnich ilorazowych, gdy 6 ma być pierwszym wyrazem postępu a

(1) Przypuszczam iż są w pamięci potęgi liczb poiedynczych wyższe od sześcianu.

48 ostatnim; dzielę 48 przez 6, a z ilorazu 8 wyciągam $\sqrt[6]{}$. Pierwiastek ten iest: 1,41419.... Postęp więc szukany będzie ÷÷ 6 : 8,48514 : 11,99960 : 16,96961 : 23,99825 : 33,93809 : 48 (1). Z tego widzimy, iż między dwie liczby iakiekólwiek, można zawsze włożyć tyle średnich równoilorazowych ile się podoba, bądź dokładnie bądź przez przybliżenie.

89. W wyłożonéy dotąd teoryi stosunków, proporcyy i postępów różnicowych i ilorazowych, porównywaiąc działania arytmetyczne między sobą, postrzegamy tę odpowiadaiącą sobie własność, iż co się otrzymuie w stosunkach różnicowych przez dodawanie, odeymowanie, mnożenie lub dzielenie liczb, to samo otrzymuie się w stosunkach ilorazowych przez mnożenie, dzielenie, wynoszenie do potęg lub wyciąganie pierwiastków; a zatém, że działaniom dodawania lub odeymowania w stosunkach różnicowych, odpowiadaią działania mnożenia lub dzielenia w stosunkach ilorazo-

---

(1) Przedostatni wyraz 33,93809 rozmnożony przez stosunek dałby wprawdzie tylko 47,99.... z resztą którą pomiiam. Wyciąganie tu pierwiastków staie się działaniem dosyć trudném, lecz wkrótce zobaczymy iak za pomocą logarytmów może być nader łatwém.

wych,

wych, działaniom zaś mnożenia lub dzielenia w pierwszych, że odpowiadaią, działania wynoszenia do potęg lub wyciągania pierwiastków w drugich.

Wymienione własności wypływaią z natury tych stosunków: iak bowiem stosunek różnicowy znayduie się przez odeymowanie, a ilorazowy przez dzielenie; tak wszystko co wykonywać mamy przez odeymowanie w stosunkach różnicowych, powinniśmy wykonywać przez dzielenie w ilorazowych; a zatém, wszystko co wykonywać mamy przez dodawanie w pierwszych, powinniśmy wykonywać przez mnożenie w drugich; wszystko co wykonywamy przez mnożenie w tamtych, powinniśmy w tych wykonywać przez wynoszenie do potęg; nakoniec, wszystko co wykonywamy przez dzielenie w iednych, powinniśmy wykonać przez wyciąganie pierwiastków w drugich.

O téy prawdzie w dalszym ciągu iaśniéy się ieszcze przekonamy.

90. Tak, gdybyśmy chcieli wiedzieć iloczyn wszystkich wyrazów iakiego postępu ilorazowego, trzebaby iloczyn skraynych wynieść do potęgi oznaczonéy przez liczbę wyrazów postępu, i z téy potęgi wyciągnąć pierwiastek kwadratowy: np. w postępie $\div\!\div$ 3 : 6 : 12 : 24 : 48, iloczyn wszystkich wyrazów $= (3 \times 48)^5$ czyli

144 wyniesione do potęgi piątéy, która iest 61917364224, a iéy pierwiastek kwadratowy =248832, i liczba ta iest iloczynem szukanym (1). Gdybyśmy z iloczynu skraynych mieli złożyć potęgę parzystą np. szóstą, ósmą, i t.d. natenczas, ponieważ z niéy potrzebaby było potém wyciągnąć pierwiastek kwadratowy, oszczędza się pracy formuiąc tylko potęgę przez połowę mnieyszą, to iest trzecią, czwartą, i t. d. a ta byłaby już równą iloczynowi szukanemu.

91. Lecz częściéy zdarza się potrzeba wiedzieć iak się znayduie summa wyrazów iakiego postępu ilorazowego. Z tego zaś cośmy powiedzieli pod n° 89 wynika, iż summa ta nie ma działania odpowiadaiącego w postępie różnicowym. Aby ią otrzymać, *trzeba ostatni wyraz pomnożyć przez stosunek, odiąć od tego iloczynu pierwszy wyraz i podzielić resztę przez stosunek zmnieyszony iednością.*

Bo wziąwszy np. postęp $\div\!\!\div$ 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128; rozmnóżmy iego wyrazy przez 2, będzie postęp $\div\!\!\div$ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256, którego summa wyrazów iest oczywiście dwa razy większa

---

(1) Pomiiam tu okazanie téy prawdy nieco przydłuższe a daiące się wywieść rozumowaniem analogiczném rozumowaniu pod n° 65.

od summy wyrazów pierwszego. Odiąwszy zatém pierwszy od drugiego, zostanie 256 — 1 na summę żądaną.

Gdybyśmy mieli postęp którego stosunek iest 3, np. $\div\!\!\div$ 1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243, rozmnożywszy go przez stosunek, będzie $\div\!\!\div$ 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729, postęp, którego summa wyrazów iest widocznie trzy razy większa od summy wyrazów pierwszego. Odiąwszy więc pierwszy od drugiego będzie 729 — 1 równać się ieszcze podwóynéy summie wyrazów postępu pierwszego. Zatém podzieliwszy 728 przez 2, to iest przez stosunek zmnieyszony iednością, otrzymamy 364 summę szukaną.

Gdyby stosunek był 4, znaleźlibyśmy przez rozumowanie podobne, iż aby mieć summę szukaną, trzebaby pomnożyć przez 4 wyraz ostatni, odiąć od iloczynu wyraz pierwszy i podzielić resztę przez 3; a zatém słusznie wnieść możemy iż, *aby mieć summę wszystkich wyrazów iakiego postępu ilorazowego, trzeba ostatni wyraz i t. d.*

Tak summa wszystkich wyrazów postępu ilorazowego $\div\!\!\div$ 3 : 12 : 48 : 192 : 768 : 3072

$$=\frac{(3072\times4)-3}{4-1}=\frac{12288-3}{3}=\frac{12285}{3}=4095$$

Gdyby postęp był maleiący, np. $\div$ 2187 : 729 : 243 : 81 : 27 : 9, którego stosunek iest $\frac{1}{3}$, zachodziłoby nieco trudności w znalezieniu summy iego wyrazów podług powyższego prawidła. Znaydziemy ią iednak łatwo, uważaiąc iakoby postęp był odwrotnie rosnący zacząwszy od ostatniego wyrazu aż do pierwszego któryby-śmy uważali za ostatni. Podany np. postęp uważaiąc iak gdyby był rosnący $\div$ 9 : 27 : ... 2187, summa wyrazów iego

$$=\frac{(2187 \times 3)-9}{3-1}$$

$$=\frac{6561-9}{2}=\frac{6552}{2}=3276.$$

Zupełna teoryia o postępach tak różnicowych iak ilorazowych iedna z nayciekawszych i nayużytecznieyszych w początkach Matematyki, wykładana iest w Algiebrze. Mówiliśmy tu tylko tyle o niéy, ile wypadało mówić w traktacie Arytmetyki systematycznym.

ZAGADNIENIA.

92. Znaleźć czwarty wyraz proporcyi 4 : 12 = 6 : x; tudzież 5 : 15 = x : 24?

II. Znaleźć wyraz trzeci ciągłoproporcyionalny do dwóch drugich ∺ 4 : 10 : x, tudzież ∺ 48 : 12 : x?

III. Znaleźć wyraz średni proporcyi ciągłéy ∺ 2 : x : 32; tudzież ∺ 36 : x : 4?

IV. Znaleźć wyraz 33ci postępu ∺ 3 : 6 : 12. . . i t. d. tudzież 8my postępu ∺ 15309 : 5103 : 1701. . . . i t. d.

V. Jest 12 wyrazów z których pierwszy iest 9, stosunek postępu iest 2; 1) iakiż iest wyraz ostatni, i 2) iaka summa wszystkich wyrazów?

VI. Jest 12 wyrazów z których ostatni iest 18432, stosunek postępu 2. Jakiż iest wyraz pierwszy?

VII. Jest 12 wyrazów z których pierwszy iest 9, ostatni 18432. Znaleźć stosunek postępu.

VIII. Dany iest pierwszy wyraz 9, ostatni 18432, i stosunek postępu 2. Znaleźć liczbę wyrazów.

IX. Włożyć 1) pięć średnich proporcyionalnych między 4 i 2916; tudzież 2) siedm między 768 i 3?

X. Pewny graiący o skwitowanie lub drugie tyle (à quitte ou double) przegrał dziesięć razy raz poraz. Przy zaczęciu téy gry winien był drugiemu zł. 3. Jleż stracił w ostatniéy przegranéy?

XI. Pomiędzy 10 osób zostaie pewna summa rozdzielona, pierwsza dostaie 4 kopieyki i każda następnie 3 razy więcéy. 1) Jleż dostała ostatnia, a 2) ile wszystkie razem.

XII. Ktoś targuie 9 morgów roli. Żądaią za nią 555 rub. Zdaie mu się to za drogo. Przedaiący proponuie mu, ażeby za pierwszy morg zapłacił 5 kop. za drugi 4 razy więcéy i za każdy następnie 4 razy więcéy. Gdyby kupuiący przystał na tę propozycyią, ileżby taniéy lub drożéy kupił tę rolę od summy na początku żądanéy?

XIII. Pewny człowiek chce przedać swego konia za summę oznaczoną przez 32 gwoździe u podków. Żąda tylko szeląg za pierwszy gwoźdź, 2 szelągi za drugi, 4 za trzeci i t. d. za każdy gwoźdź dwa razy więcéy niż za poprzedzaiący. Jakaż będzie cena konia?

XIV. Gdyby iedno ziarno pszenicy zasiane, 20 tylko ziarn każdego roku wydawało, ileż zboża z iednego ziarna za lat 10 mogłoby się rozmnożyć?

XV. *Sheram* ieden z królów Indyi tak był ucieszony z gry Szachów którą *Sessa* wynalazł, iż mu pozwolił żądać wszystkiego co mu się podoba za nagrodę, choćby i połowę iego królestwa. *Sessa* odpowiedział iż byłby kontent gdyby dostał ziarno zboża za pierwszą przegrodkę szachownicy, 2 za drugą, 4 za trzecią, i t. d. zawsze podwaiaiąc aż do sześćdziesiątéy czwartéy. Jakaż iest liczba ziarn zboża które *Sessa* miał odebrać?

XVI. Znaleźć iloczyn wyrazów postępu $\div\!\div$ 2 : 6 : 18 . . . 4374 z ośmiu wyrazów złożonego.

O REGULE TRZECH.

93. Własność proporcyi ilorazowéy o iakiéy wspomnieliśmy wyżéy (n° 73) obeymuie regułę którą dla iéy użyteczności nazwano *złotą* (regula aurea) a którą pospolicie *regułą trzech* (regula, trium) zowiemy. Przedmiotem reguły trzech iest znalezienie iednego wyrazu proporcyi któréy trzy inne wyrazy są wiadome.

Gdy wyraz szukany powiększa się albo zmnieysza w miarę powiększania się lub zmnieyszania wyrazu, z którym on iest w związku, w tym przypadku mówimy, iż *wyrazy odpowiadaiące są w stosunku prostym*(in ratione directa). Jeżeli zaś wyraz szukany zwiększa się w miarę iak się zmnieysza ilość z którą on iest w związku, albo gdy się zmnieysza w miarę iak się ta ilość powiększa, natenczas mówimy, że *wyrazy* *odpowiadaiące są w stosunku odwrotnym* (in ratione inversa) (n° 48).

Naprzykład gdyby się pytano, ile pewnéy roboty może być dokonanéy przez pewną liczbę robotników, widoczną iest samo przez się rzeczą, iż robota iest w stosunku prostym liczby robotników; bo im więcéy robotników, tém więcéy będzie dokonanéy roboty; im mniéy robotników tém mniéy dokonanéy roboty. Lecz gdyby się pytano o długość czasu roboty wyznaczonéy, widzimy iż iest w stosunku odwrotnym robotników; bo im mniéy będzie robotników tém więcéy trzeba czasu, a im więcéy robotników tém mniéy czasu (1).

Można więc względnie do stosunku prostego lub odwrotnego wyrazów odpowiadaiących, rozróżnić dwa gatunki reguły trzech; to iest, reguły trzech *prostéy* i reguły trzech *odwrotnéy*.

Reguła trzech iest wtenczas *prosta*, gdy wyrazy odpowiadaiące idą od *więcéy* do *więcéy*, lub od *mniéy* do *mniéy*; iest *odwrotna*, gdy wyrazy odpowiadaiące idą od *więcéy* do *mniéy*, lub od *mniéy* do *więcéy*.

---

(1) W tym i podobnych przykładach przypuszczamy, iż robotnicy wszyscy z iednakową usilnością pracuią.

Reguła trzech bądź prosta, bądź odwrotna, może być *poiedyncza* albo *składana* (simplex vel composita); iest poiedyncza, gdy są tylko trzy wyrazy wiadome; iest składana, gdy ich iest więcéy niż trzy. Co wszystko wyiaśnimy w przykładach.

Przykład I. 25 robotników zrobiło 32 łokci pewnéy roboty; ileż iéy zrobi 50 robotników w tym samym czasie?

Widzimy, iż im więcéy będzie robotników tém więcéy będzie roboty; wyrazy odpowiadaiące idą od więcéy do więcéy: reguła więc iest prosta, i przywodzi się do znalezienia czwartego wyrazu proporcyi 25 robot. : 50 robot. czyli $25 : 50 =$ 32 łok. : x łok.

$$x = \frac{32 \times 50}{25} = \frac{1600}{25} = 64 \text{ łokci.}$$

W rzeczy saméy, ieżeli 25 robotników zrobiło 32 łokci roboty pewnéy, 50 robotników powinni iéy zrobić dwa razy więcéy, to iest 64 łokci w tym samym czasie (1).

(1) W stosunku $25 : 50$ można oba wyrazy podzielić przez 25 (n° 79) i byłoby

$$1 : 2 = 32 : x = \frac{32 \times 2}{4} = 64 \text{ łokci.}$$ Nie należy zapominać o podobném skracaniu gdzie go użyć można pamiętaiąc zawsze iż pierwszy z drugim lub z trzecim wyrazem daie się skracać.

Przykład II. Jeżeli 12 łokci iakiego sukna kosztowało 240 zł. ileż kosztować będzie 4 łokcie tegoż sukna?

Im mniéy będzie łokci tém mniéy kosztować będą: wyrazy odpowiadaiące idą od mniéy do mniéy, reguła więc iest prosta i przywodzi się do znalezienia czwartego wyrazu proporcyi 12 łok. : 4 łok.

czyli $3 : 1 = 240 : x$ zł. $= \frac{240 \times 1}{3} = 80$ zł.

Liczba ta iest wyrazem szukanym: bo gdy 12 łokci kosztowały 240 zł. trzecia część 12 łokci powinna kosztować trzecią część 240 zł.

94. *Przykład III.* Jeżeli 20 ludzi spotrzebowali pewny zapas żywności w 16 dniach, w ilużby dniach 40 ludzi tenże zapas spotrzebowali?

Im więcéy iest ludzi, tém mniéy być musi dni; wyrazy odpowiadaiące idą od więcéy do mniéy; reguła więc trzech iest odwrotna, i sprowadza się do znalezienia trzeciego wyrazu niewiadomego téy proporcyi $\overset{\text{lud:}}{20} : \overset{\text{lud.}}{40}$ czyli $1 : 2 = x : 16$ dni;

więc $x = \frac{16 \times 1}{2} = 8$d. Jakoż dwa razy więcéy ludzi spotrzebuią też samę żywność w dwa razy krótszym czasie.

Przykład IV. Kupuię na podszewkę 8 łokci materyi szerokiéy na $\frac{2}{3}$ łokcia, ileżby mi potrzeba było łokci inney materyi szerokiéy na $\frac{2}{9}$ łok. na tęż podszewkę?

Im materyia iest węższa tém więcéy trzeba łokci: reguła więc iest odwrotna i przywodzi się do znalezienia trzeciego wyrazu niewiadomego proporcyi $\frac{2}{3} : \frac{2}{9} = x$ łok: 8 łok. więc $x = \frac{8 \times \frac{2}{3}}{\frac{2}{9}} = \frac{144}{6} = 24$ łok; liczba znaleziona łokci iest prawdziwa, trzeba bowiem trzy razy więcéy łokci, kiedy iest materyia trzy razy węższa.

95. W dwóch poprzedzaiących przykładach, chcąc ażeby wyraz niewiadomy x był na końcu, trzeba odwrócić pierwsze stosunki; a będzie w pierwszym przykładzie $2 : 1 = 16 : x$ czyli $1 : 1 = 8 : x$; w drugim będzie $\frac{2}{9} : \frac{2}{3}$ czyli rozmnożywszy oba wyrazy przez 3, $\frac{2}{3} : 2$, a rozmnożywszy ie iescze przez 3, będzie $2 : 6 = 8 : x$, i t. d.

96. *Przykład V.* 5 ludzi, pracuiąc przez 8 dni, zrobili 42 łokci pewnéy roboty, ileż iéy zrobi 10 ludzi przez 16 dni?

Ta reguła trzech iest składana; widzimy bowiem, iż stosunek między łokciami roboty zależy od dwóch stosunków, t. i. od stosunku między liczbą ludzi pracuiących i między dniami roboty, i że powinien być równy stosunkowi złożonemu z obudwu tych stosunków.

Ażeby uskutecznić należycie to złożenie, biorę każdy z tych stosunków oddzielnie; i tak, uważaiąc stosunek ludzi, mówię: im więcéy ludzi tém więcéy zrobią, mam więc $5 : 10 = 42 : x = \frac{420}{5} = 84$ łok. Uważam teraz, że im więcéy dni tém więcéy będzie roboty, mam więc 8 : 16 czyli

$$1 : 2 = 84 : x = \frac{84 \times 2}{1} = 168 \text{ łok.}$$

97. Okazaliśmy wyżéy (n° 82) iż mnożąc porządkiem kilka proporcyy otrzymuiemy proporcyią ze stosunków złożonych. Aby zastosować tę prawdę, weźmy dwie powyższe proporcyie nie szukaiąc ważności x którą daie pierwsza; będziemy mieli

$$\begin{array}{c} 5 : 10 = 42 : x \\ 8 : 16 = x : x' \\ \hline 5 \times 8 : 10 \times 16 = 42 \times x : x \times x' \end{array}$$

Gdy x iest czynnikiem w obu wyrazach drugiego stosunku, można go wypuścić, będzie więc

$$5 \times 8 : 10 \times 16 = 42 : x'; \text{ więc } x' =$$

$$\frac{10 \times 16 \times 42}{5 \times 8} = \frac{2 \times 2 \times 42}{1 \times 1} = 168.$$

Moglibyśmy byli zaraz skrócić stosunki w napisanych proporcyiach, i tak można było zaraz napisać

$$1 : 2 = 42 : x.$$

oraz . . . $1 : 2 =$ i t. d.

98. W poprzedzaiącym przykładzie obadwa stosunki dane wpływały sposobem prostym na wypadek, lecz weźmy inny przykład: 24 robotników zrobiło 36 łokci pewnéy roboty w 14 dniach, pracuiąc codziennie po 12 godzin; ileż trzeba robotników do zrobienia 30 łokci téyże roboty w 10 dniach, gdy po 8 godzin na dzień pracować będą?

Dla ułatwienia poznania danych stosunków, układam ie w sposób następuiący:

24 robot.	36 łok.	14 dni.	12 god.
x . . .	30 . . .	10 . . .	8 . . .

Widzę, że im mniéy łokci tém mniéy trzeba robotników; lecz im mniéy dni tém więcéy trzeba robotników dla dokonania oznaczonéy roboty, również im mniéy godzin. Dwa więc ostatnie stosunki są odwrotne, a gdy czwarty wyraz ma być na końcu, muszę ie odwrócić, piszę zatém

$$36 : 30 = 24 : x$$
$$10 : 14 = x : x'$$
$$8 : 12 = x' : x''$$

czyli skróciwszy stosunki

$$\left.\begin{array}{l} \cancel{6} : \cancel{8} \\ \cancel{8} : 7 \\ 4 : \cancel{6} \end{array}\right\} = 24 : x''$$

a znosząc ieszcze czynniki spólne przekréślone w obu wyrazach pierwszego stosunku, będzie;

$4 : 7 = 24 : x''$ lub

$1 : 7 = 6 : x''$; więc $x'' = \frac{7 \times 6}{1} =$ 42 liczbie robotników.

Odbywana w ten sposób reguła służy do rozwiązania z równą łatwością reguły trzech złożonéy z ilukolwiek bądź stosunków prostych lub odwrotnych, a przeto zadań z pozoru nayzawikłańszych. Naprzykład:

140 Robotników których siłę oceniono na 10 stopni, pracuiąc 234 dni po $7\frac{1}{2}$ godz. codziennie, na ziemi twardéy na stopni 7, usypali groblę 450 sąż. długą, sążeń i 4 stopy wysoką, a 3 sążnie i 2 stopy szeroką. Jakaż będzie długość grobli usypanéy przez 200 robotników maiących 11 stopni siły i pracuiących na ziemi 11 stopni twardéy, po $6\frac{1}{2}$ god. co dzień przez 372 dni. Grobla zaś ma być 2 sążnie 3 stopy wysoka, a 4 sążnie i 1 stopa szeroka.

Ułożywszy porządkiem wszystkie dane wyrazy iak następuie:

robot.	st. siły,	dni		godz:	sąż. dł.	sąż.	st wy.
140..	10...	234..	po..	$7\frac{1}{2}$..	450..	1..	4..
200..	11...	378...		$6\frac{1}{2}$..	x..	2..	3..

sąż.	st. szer.	st. tward.
3..	2...	7.
4..	1...	11.

postrzegam, iż stosunek między sążniami długości, zawisł od wszystkich innych zachodzących tu stosunków, bo z nich się składa. Napisawszy go z prawéy strony iak niżéy widzimy 450: x; układam z lewéy strony stosunki odpowiadaiące, bacząc na to, czy wpływaią na wyraz czwarty w stosunku prostym lub odwrotnym, i wyrażam zaraz w liczbach iednogatunkowych te, które były podane w liczbach wielorakich, iest więc:

$$\left.\begin{array}{rcr} 140 & : & 200 \\ 10 & : & 11 \\ 234 & : & 378 \\ \frac{15}{2} & : & \frac{13}{2} \\ 15 & : & 10 \\ 25 & : & 20 \\ 11 & : & 7 \end{array}\right\} = 450 : \overset{\text{sąż.}}{x}$$

czyli skracaiąc wyrazy:

$$\left.\begin{array}{rcr} \cancel{7} & : & \cancel{1}\cancel{0} \\ \cancel{1}\cancel{0} & : & 11 \\ \cancel{1}\cancel{8} & : & 21 \\ 15 & : & \cancel{1}\cancel{8} \\ 3 & : & 2 \\ 5 & : & 4 \\ \cancel{2}\cancel{2} & : & \cancel{7} \end{array}\right\} = 450 : \overset{\text{sąż.}}{x}$$

a znosząc czynniki spólne poprzekréślane w ułożonych stosunkach; będzie

$$225 : 168 = 450 : x \text{ czyli}$$

$$1 : 168 = 2 : x = \frac{168 \times 2}{1} = 336 \text{ sąż.}$$

99. Łatwo stąd spostrzedz możemy, iż wynalezienie wyrazu niewiadomego w regule trzech bądź poiedynczéy bądź złożonéy, sprowadza się zawsze do pomnożenia dwóch średnich a podzielenia ich iloczynu przez wyraz skrayny, co się zawsze iednakim sposobem odbywa; ściśle więc mówiąc, iest tylko ieden gatunek reguły trzech, chociaż iest liczba prawie nieskończona zagadnień do których ią można stosować: takiemi są zagadnienia *procentu*, *odtrącania*, *spółki*, i t. d. o których niżéy mówić będziemy.

100. Czasem stosunki zachodzące w regule trzech składanéy nie są dane wyraźnie, wtenczas trzeba ie z warunków zagadnienia wyprowadzić i podług reguły ułożyć; np. dla

4 lu-

dla

4 ludzi za 60 zł. żywności wystarcza na 4 miesiące; gdyby żywność zdrożała o $\frac{1}{4}$ ceny, dla iluż ludzi wystarczy żywności za 200 zł. na 6 miesięcy?

Postrzegam iż za więcéy pieniędzy więcéy będzie żywności dla ludzi, lecz im dłuższy czas z niéy żyć maią, tém ich mniéy być musi, równie im żywność iest droższa. Stosunek zaś pierwszéy ceny żywności, do drugiéy iest iak 1 : $\frac{5}{4}$.

Układam więc wyrazy iak następuie:

$$\left.\begin{array}{ccc} 60 & : & 200 \\ 6 & : & 4 \\ \frac{5}{4} & : & 1 \end{array}\right\} = \overset{\text{lud.}}{4} : \overset{\text{lud.}}{x}$$

Skracaiąc i uskuteczniaiąc, znaydę $x = 7\frac{1}{9}$, to iest, iż żywność wystarczyć może dla 7 ludzi, i dla 8go zostaie $\frac{1}{9}$ téy kwoty którą na swoie wyżywienie przez 6 miesięcy wydaćby powinien, czyli, ósmy ten człowiek mógłby żyć za tę kwotę $\frac{1}{9}$ sześciu miesięcy, zatém $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ iednego miesiąca, t. i. 20 dni.

101. Proba zagadnień rozwiązanych przez regułę trzech bądź poiedynczą bądź składaną, uskutecznioną być może biorąc wyraz wynaleziony za wiadomy, a wyraz ieden z wiadomych za niewiadomy.

102. Trzeba iednak zawsze być ostrożnym w układaniu reguły 3ch. czasem bowiem zagadnienia które na pozór zdaią się

do niéy należyć w cale przez nią rozwiązanemi być nie mogą. I tak, gdyby zadano iż 100 żołnierzy uchodzą na dzień 6 mil, ileż uydzie na 1 dzień 1000 żołnierzy? Zastanowiwszy się spostrzégamy łatwo, iż 100, lub 1000, lub 2000 i t.d. żołnierzy razem idąc, tęż samą drogę odprawią co ieden żołnierz. Nie można więc ułożyć proporcyi 100 : 6 = 1000 : x; chyba, gdyby żołnierze byli w różnych mieyscach lub w różne mieysca iść mieli, a chciano wiedzieć summę drogi przez wszystkich odbytéy, przypuszczaiąc każdemu iednakową prędkość.

Podobnież gdyby podano: iż kamień spadaiąc w 1 sekundzie przebiega 15 stóp; ileż przebieży spadaiąc przez 4 sekund. Nie można tu ułożyć proporcyi. Wiemy bowiem z doświadczeń fizycznych, iż ciało iakie spadaiąc przebiega w 2éy sek. 3 razy tyle co w pierwszéy, w 3éy sek. iuż 5 razy tyle co w pierwszéy i t. d.

Są więc przypadki w których rachunek nie może być podciągnięty pod regułę 3ch lubo do niéy zdaie się należyć, gdyż nie zawsze wyraz szukany powiększa się lub zmnieysza w miarę iak się powiększa lub zmnieysza wyraz do którego on się odnosi, i przeciwnie. Że zaś nie zawsze łatwo iest rozeznać podobne przypadki, naylepsza więc w téymierze reguła iest: *gruntownie poiąć całe zadanie i to tylko rachować* co *dobrze rozumiemy*.

ZAGADNIENIA.

103. I. Za $40\frac{1}{2}$ cet. pewnego towaru, dano $68\frac{5}{6}$ #; ileż będzie tego samego towaru za $45\frac{3}{4}$ #?

II. Coż kosztuie $6\frac{3}{4}$ arszyna sukna, ieżeli $2\frac{1}{2}$ arszyna za $12\frac{1}{3}$ rubli przedano?

III. Za 52 tal. 16 dgr. kupiono 20 cet. 12 ℔ towaru; ileż go kupią za 131 tal. 18 dgr.

IV. Jeżeli 5 ℔ 16 łót. kosztuie 10 zł. reńskich i 45 kraycarów; ileż kosztować będzie 12 ℔ i 2 łóty.

V. Przedaiąc za 4155 franków zarobił kupiec 554 franki. Za ileż przedać powinien aby zarobił 320 franków?

VI. Rzemieślnik robiący w 9 dniach $\overset{\text{łok.}}{21{,}9}$ pewnéy roboty, ileżby potrzebował czasu do zrobienia iéy $\overset{\text{łok.}}{42{,}75}$. przypuściwszy iżby robił zawsze iednakowym sposobem?

VII. Rachuiąc czerwony złoty po 18zł. trzeba na zapłacenie długu 324 czer. zł;

gdy na spłacenie tego długu oddano 300 czerw. zł. w złocie, po ileż złotych rachowano dukat?

VIII. Wiadoma z list śmiertelności, iż w przecięciu na 100 ludzi umiera 3 rocznie. Jleż podług tego stosunku umiera na rok w kraiu maiącym 3 miliiony ludności?

IX. Służący który ma 292 zł. zasług rocznych, ileż za 125 dni dostanie?

X. Laska na 8 stóp wysoka daie 7 stóp cienia.—Wieża któréy nie znamy wysokości, daie w téy chwili cienia 203 stóp. Jakaż iest wysokość wieży?

XI. Okręt iednostaynym wiatrem pędzony przebiegł 275. mil we 3ch dniach, W ilużby dniach przebiegł 1925 mil, gdyby z resztą wszystkie okoliczności pozostały te same?

XII. Przypuszczaiąc iż 543 rub. 56 kopieiek przyniosły w roku 46 rub. 60 kopieiek, pytam się ile w proporcyi przyniesie 2875 rub. 25 kopieiek?

XIII. Kiedy miara zboża kosztuie 45 zł. płaci się wtenczas $7\frac{1}{2}$ gr. funt chleba. Po ileż wypadnie w proporcyi gdy taż sama miara $41\frac{2}{3}$ zł. kosztuie?

XIV. Pewna osoba uieżdzaiąc $7\frac{1}{2}$ mil na dzień, potrzebuie do odprawienia drogi 20 dni; lecz chce odprawić tęż drogę w 12 dniach, ileż mil na dzień ma uieżdzać?

XV. Posłaniec z iednego mieysca do drugiego bawił 15 dni w drodze iadąc po 14 godz. dziennie. Napowrot zaś wracał dni 21. Jleż godzin uieżdzał na dzień wracaiąc?

XVI. Kiedy ośmina pszenicy kosztuie zł. 12, bułka groszowa waży łutów 4. Jleż łutów takowa bułka ważyć powinna, gdy ośmina pszenicy kosztuie tylko 1) zł. 6; 2) zł. 9?

XVII. W roku n. korzec pszenicy kosztował 1, 6 rub. a dwukopieykowa bułka ważyła 16 łut. W roku n. kosztował korzec pszenicy 2, 55 rub. Jleż wtenczas dwukopieykowa bułka ważyć powinna?

XVIII. Korzec żyta waży np. 115 ℔, tyleż ℔ mąki i z wagą otrąb należy się z młyna odebrać, potrzeba tylko 4 ℔ na rozkurzenie odtrącić. — Przy zemleniu korca żyta na dosyć cienką mąkę otrzymuią 11 ℔ otrąb: daléy wiadomo że 10 ℔ mąki daie zwykle 13 ℔ dobrego chleba. Jleż więc bochenków dwufuntowych otrzymamy z korca żyta?

XIX. Kiedy korzec zboża kosztował 22 zł. 10 gr. piekarz przedawał chleb po gr. 11. drożeiąc zboże doszło do téy ceny, iż piekarz przedaiąc chleb po 16 gr. bierze

5 szelągów mniéy niżby wziąć powinien w proporcyią ceny. Do iakieyże ceny doszło zboże?

XX. Jleż kosztuie 12 łotów towaru, gdy 15 ℔ tegoż towaru kosztuie 20 zł. reńskich?

XXI. Posiadacz 35 morgów lasu (morg o 1600 sąż. kwadr.) chce wiedzieć ile ma sążni drzewa w całym swym lesie. Rozkazał więc drzewo na 125ciu sąż. kwadr. stoiące ściąć, złupać, i w sąż. ułożyć. Otrzymał ztąd 18 sąż. drzewa i 6 kóp faszyny (wiązek chrustu). Lecz z 35 morgów, 25 tylko było tak dobrze i iednostaynie zarosłych iak owe 125 sąż. kwadr. Pozostałe 10 morgów były nieco podleysze, ale także iednostaynie zarosłe. Kazał więc i tu zrobić probę i na 120 sąż. kwa: ściąć drzewo, otrzymał zaś tylko 12 sąż. drzewa i 5 kóp faszyny. — Jleż tedy zawiera cały las sąż. drzewa, a ile kóp faszyny?

XXII. 4 sążnie bukowiny ogrzewa tak dobrze iak 5 sąż. sośniny. Jleż wart iest sążeń bukowiny, ieżeli sążeń sośniny kosztuie $4\frac{2}{3}$ talara?

XXIII. 3 sąż. tyk podług doświadczenia daie tyle ciepła, co 2 sąż. szczap. Jleż 40 sąż. tyk ma wartości, ieżeli ieden sążeń szczap kosztuie rubla i 35 kopiciek?

XXIV. Doświadczenie uczy, iż iedną sztuka trzody chlewnéy która się nasyca $1\frac{1}{2}$ garca żołędzi, potrzebuie 2 garce bukwi do nasycenia. Jeżeli tedy korzec żołędzi kosztuie 25 kopieiek, ileż w stosunku wart będzie korzec bukwi?

XXV. Pewnéy fabryce należy się podług kontraktu 250 sąż. drzewa na $\frac{7}{4}$ łok. długiego rocznie dostarczać. W tym czasie nie masz innego drzewa w zapasie tylko $\frac{9}{4}$ łok. długości, ale tegoż samego gatunku. Jleż sąż. tego ostatniego trzeba dostawić zamiast 250 sąż. pierwszego?

XXVI. Umówiono się odebrać 56 łok: sukna na $\frac{5}{3}$ łok. szer. W chwili odebrania sukna, znalazło się szersze. Ustanowiono wyrównanie daiąc 40 łok. zamiast 56. Jakaż więc była szerokość tego ostatniego sukna?

XXVII. Potrzebowano 350 łok. sukna na $\frac{3}{4}$ łok. szer. ażeby zrobić pewną ilość ubiorów. Gdy sukno iest tylko na $\frac{2}{5}$ łok. szer. ileż trzeba łokci do zrobienia téy saméy ilości ubiorów?

XXVIII. 8 ℔ nici daią $26\frac{2}{5}$ łok. płótna $\frac{7}{8}$ łok. szer. Jleż trzeba funtów nici tegoż gatunku na 99. łok. płótna, któreby było $\frac{5}{4}$ łok. szer?

XXIX. Zboża nie należy ani zawcześnie zżynać, bo będzie niedoyrzałe, ani za późno, bo będzie przestałe i łatwo się w polu wykrusza. Jeżeli więc iest *np.* 40 morgów pola które w 8 dniach aby się zboże nie przestało, chcemy sprzątnąć, iest pytanie: 1) ile żniwaków naiąć potrzeba, ieżeli ieden na dzień 400 sąż. kwadr. zżyna? mórg rachuiemy tu 1600 sąż. kwadr. 2) Jleż żniwaków potrzeba, kiedy się iuż wzięło 2 kośników z których każdy 1500 sąż. kwadr. codziennie skosi?

XXX. Gracz maiący 300 zł. przegrywa $\frac{5}{6}$ téy summy. Jleż powinien był wygrać, ażeby zyskał był w téy samey proporcyi do maiątku, w iakiéy iest strata?

XXXI. Pewny gospodarz oddawszy na polu dziesięcinę ze swoich snopków, zwiózł ich 702 do stodoły. Jleż miał wszystkich snopków, a ile dziesięcina wynosi?

XXXII. Pewne miasto miało utrzymać 1000 żołnierzy przez 3 miesiące, a 500 przez 4 miesiące; późniéy przysłano rozkaz, ażeby wszyscy ci żołnierze iednakowy czas w témże mieście pozostali, z zastrzeżeniem iednak, by miasto tyle tylko poniosło kosztów iak gdyby pierwszy rozkaz był uskuteczniony. Jakże długo pozostaną w mieście oba te oddziały woyska?

XXXIII. Zapłacono za 23 sąż. 5st. 4c. pewnéy roboty, 43 zł. 10 gr. 12 de. ileżby trzeba zapłacić po téy saméy cenie za 77 sąż. 3 st. 8 c.?

XXXIV. Ugodzono furmana do przewiezienia 50 cet. towaru o 28 mil, lecz że okazała się potrzeba aby umówioną liczbę cetnarów tylko o 22 mil przewiózł; ileż mu za to można ieszcze przyłożyć cetnarów towaru?

XXXV. 8 Ludzi z których każdy zrobił 3 łok. pewnéy roboty na dzień, zyskali razem 1500 zł. za dni 40; ileż 12 ludzi robiąc każdy na dzień po 4 łok. téyże roboty zyskaią za dni 45?

XXXVI. 43 łok. płótna $\frac{5}{9}$ łok. szerok, kosztowały 25,8 rubli. Jleżby kosztowały 56 łok. tegoż gatunku, lecz tylko na $\frac{3}{4}$ łok. szer?

XXXVII. 9 robotników robiąc po 10 godz. na dzień, przez dni 15, zrobili 1350 arszynów pewnéy roboty. Jleż zrobi 17 robotników przez dni 14. pracuiących po 8 godz. dziennie?

XXXVIII. Na 3ch gankach młyna w przeciągu 4ch tygodni zmielono 14 beczek zboża. Jleż ganków zaiąć potrzeba, ieżeli ta sama ilość zboża ma być zmielona w 6 dni?

XXXIX. Jluż robotników trzeba do wymurowania muru na 256 stóp długiego,

$4\frac{1}{6}$ st. szerokiego a $12\frac{1}{2}$ st. wysokiego, gdy ten w tym samym czasie ma być wymurowany, w iakim 3 robotników wymurowali mur na 16 st. długi, $2\frac{1}{2}$ st. szeroki, a $6\frac{1}{4}$ st. wysoki?

XL. Pewny furman zgodził się na przewiezienie 30 beczek trunku o 20 mil za 100 tal. Innym razem przewieźć miał 70 beczek tegoż trunku o 30 mil; lecz że droga pogorszyła się bardzo, podwyższył o 4tą część cenę przewozu. Jleż mu teraz przypadnie zapłacić talarów?

XLI. 20 robotników przez 18 dni po 9 god. codzień pracuiąc wykopali 360 sąż. rowu, $4\frac{2}{3}$ łok. szerokości, $3\frac{2}{3}$ łok. głębokości, i wzięli za tę robotę 190 tal. 4 zł. 24 gr; 54 robotników przez 60 dni po 10 godz. codzień pracuiąc, ileż wykopią sążni rowu za $7\frac{1}{2}$ łok. szerok. a $2\frac{2}{5}$ łok. głębokości, i wieleż za tę robotę wezmą?

XLII. Nauczyciel pensyionatu maiąc 132 pensyionarzy wydał w 16 dniach na ich żywność i inne dzienne wydatki zł. 3168. 1) po zmnieyszeniu się liczby pensyionarzów okazuie się, iż w 72 dniach wydatek proporcyionalny wynosi zł. 9504. Jleż było pensyionarzy? — 2) gdy się iego pensyionat zmnieyszył na 88 pensyionarzy; na ileż dni w proporcyi wystarczyło zł. 9504?

3) gdy się pensyionarze iego zmnieyszyli do liczby 88; ileżby wydać powinien w proporcyi przez 72 dni?

XLIII. Funt ołowiu spadaiąc z pewnéy wysokości w 1 sekundzie przebiega 15 stóp; 100 ℔ ołowiu spadaiąc z téyże wysokości, ileż w 1″ przebiegą?

XLIV. Jeżeli ieden koń uciągnie 10 cet. wieleż cetnarów uciągnie 12 koni przypuszczaiąc równie mocne konie i równie dobrą drogę?

XLV. Gdy zwierciadło pewnéy wielkości kosztuie 50 rub. Zwierciadło 2 razy większe, ileż będzie kosztować, przypuszczaiąc ten sam gatunek?

O REGULE ŁAŃCUCHOWÉY.

104. *Reguła łańcuchowa* (regula catenaria) iest tylko szczególnym gatunkiem reguły trzech składanéy. Dla tego zaś ią nazywaią łańcuchową że stosunki w nią wchodzące, składaią nieiako ogniwa; znayduiemy w niéy bowiem stosunek między dwoma ilościami ze stosunku, który ma iedna z tych dwóch do innéy; ta inna do trzeciéy, trzecia do czwartéy i t. d. aż do stosunku między iedną z wiadomych i ostatnią niewiadomą.

Wiedząc np. że 22 łok polskich czynią 19 łok. berlińskich, 19 zaś berliń: idzie na 15 łok. bawarsk: a 35 łok. bawarskich na 51 hamburskich; ieżeli chcę doyść wiele 50 łok. polskich uczynią łokci hamburskich? piszę proporcyie:

$$\begin{array}{ccccccc}
\text{ł. pol.} & & \text{ł. ber,} & & \text{ł. pol.} & & \text{łt ber.} \\
22 & : & \cancel{19} & = & 50 & : & x \\
\text{ł. ber.} & & \text{ł. bawt} & & \text{ł. ber.} & & \text{ł. baw.} \\
\cancel{19} & : & \cancel{15} & = & x & : & x' \text{ (1)} \\
\text{ł. baw.} & & \text{ł. hamb.} & & \text{l baw.} & & \text{łl hamb:} \\
\cancel{35} & : & 51 & = & x' & : & x''
\end{array}$$

czyli, gubiąc czynniki spólne w ułożonych stosunkach i skracaiąc ie (n° 97) będzie

$$\left.\begin{array}{c} 22 : 3 \\ 7 : 51 \end{array}\right\} = \overset{\text{ł. pol.}}{50} : \overset{\text{ł. hamb.}}{x''}$$

$$\text{zatém } 154 : 153 = \overset{\text{ł. pol.}}{50} : \overset{\text{ł. hamb.}}{x''}$$

$$\text{a więc } x'' = \tfrac{7650}{154} = 49{,}675 \text{ łok. hamb.}$$

W przykładzie tym zachodziło pytanie, 50 łok. pol. ile uczynią łok. hambur. Liczby te można nazwać głównemi zagadnienia.

---

(1) Napisaliśmy tu $\overset{\text{l. pol.}}{22.} : \overset{\text{ł. ber.}}{19}$; wszakże widzimy w tym razie, iż $\overset{\text{ł. pol.}}{22}$ wyrównywaią $\overset{\text{ł. baw.}}{15}$, można było więc prosto napisać stosunek 22 : 15.

Pierwszą nazwiemy *główną wiadomą*, drugą *główną niewiadomą*. Zważmy ieszcze, że między danemi muszą się znaleźć koniecznie dwie liczby inne tegoż samego gatunku, co wspomnione dopiero dwie liczby główne.

105. W układaniu stosunków trzeba pamiętać, iż należy zaczynać od liczby tego gatunku co główna wiadoma, a skończyć ostatni stosunek na liczbie gatunku co główna niewiadoma. Pośrednie zaś stosunki tak maią być ułożone, aby ie zawsze ten gatunek liczb zaczynał, na iakim się kończy poprzedzaiący stosunek. Tym sposobem dane stosunki formuią proporcyie takie, iż wyraz czwarty niewiadomy pierwszéy, staie się trzecim wiadomym w drugiéy, wyraz czwarty niewiadomy w drugiéy, staie się trzecim wiadomym w trzeciéy i t. d.

106. Używamy téy reguły szczególniéy w zamianie miar, wag, i pieniędzy iednego kraiu na miary, wagi i pieniądze drugiego, w rachunkach wexlowych, i t. p.

Gdy mamy pod ręką tablice porównania miar i wag używanych w różnych kraiach, natenczas zagadnienia tego gatunku rozwiązać możemy wprost przez regułę trzech poiedynczą.

I tak, co do powyższego przykładu, ieżeli wiem, że łokcie polskie maią się do hamburskich iak 190 : 189; znaydę od razu przez proporcyią $190 : 189 = \overset{\text{ł.pol.}}{50} : \overset{\text{ł.ham.}}{x}$, że $x = 49{,}736$; odpowiedź różniąca się od pierwszéy tylko o 61 części tysiącznych, i to dla tego że stosunki w poprzedzaiącém zagadnieniu są wzięte przez przybliżenie.

107. Reguła łańcuchowa służy także do rozwiązania wielu zagadnień w rachunkach procentu (o których niżéy powiemy), w rachunkach mnożeń i dzieleń liczb wielorakich, i t. d.

Przykład: 7 łokci pewnéy roboty kosztuie 13 zł. pytaią się ile przypadnie zapłacić za piętnaście sążni téyże roboty? układam stosunki w ten sposób:

$$\left.\begin{array}{ccc} \overset{\text{sąż.}}{1} & : & \overset{\text{łok.}}{3} \\ \overset{\text{łok.}}{7} & : & \overset{\text{zł.}}{13} \end{array}\right\} = \overset{\text{sąż.}}{15} : \overset{\text{zł.}}{x}$$

$$7 : 39 = 15 : x = \frac{39 \times 15}{7} = 83\tfrac{4}{7}\text{ zł.}$$

108. W regule łańcuchowéy a mianowicie w zagadnieniach podobnego rodzaiu iak poprzedzaiące, to iest, w które wchodzą liczby wielorakie, trzeba się często domyślać stosunków pośrednich, i dla dopełnienia warunków przepisaney (n° 105) reguły, przybierać podziały główney iedno-

ści. Tak gdyby się pytano po czemu wypada arkusz papieru do pisania kiedy 3 bele kosztuią 20 ♯? układam stosunki w sposób następuiący:

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{ark.} & & \text{libra} \\ 24 & : & 1 \\ \text{liber} & & \text{ryza} \\ 20 & : & 1 \\ \text{ryza} & & \text{bela} \\ 10 & : & 1 \\ \text{bel} & & \sharp \\ 3 & : & 20 \\ \sharp & & \text{zł,} \\ 1 & : & 18 \\ \text{zł.} & & \text{gr.} \\ 1 & : & 30 \end{array}\right\} = \begin{array}{ccc} \text{ark.} & & \text{gr.} \\ 1 & : & x \end{array}$$

czyli skróciwszy, $4 : 3 = 1 : x$, które $= \frac{3}{4}$ gr.

109. Niechby się pytano: na wiele tygodni wystarczy 5ciu ludziom pewna żywność, gdy ta sama wystarcza 10ciu ludziom na dni 80? ułożywszy wyrazy:

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{lud.} & & \text{dni.} \\ 10 & : & 80 \\ \text{dni} & & \text{tyg.} \\ 7 & : & 1 \end{array}\right\} = \begin{array}{ccc} \text{lud.} & & \text{tyg.} \\ 5 & : & x \end{array}$$

wypada $7 : 8 = 5 : x$, $x = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7}$ tygodni, co iest przeciw oczywistości, gdyż dwa razy mnieyszey liczbie ludzi, powinna wystarczyć ta sama żywność na 2 razy dłuższy czas.

Wniesiemy stąd, iż często zagadnienie zdaiące się być podobne do rozwiązania przez regułę łańcuchową, nie może być przez nią rozwiązane, co się zdarza gdy zachodzą stosunki odwrotne, i wtenczas zagadnienie rozwięzuiemy za pomocą reguły trzech składanéy, skoro tylko iest dostateczna liczba warunków danych, co z łatwością poznaiemy pisząc zadanie w sposób podany pod n° 98.

110. Uważmy teraz, iż gdy w regule trzech składanéy a zatém i w łańcuchowéy dla znalezienia wyrazu niewiadomego, trzeba iloczyn średnich dzielić przez iloczyn skraynych wiadomych, więc gdybyśmy drugi stosunek proporcyi, w przykładzie pod n° 108, $\overset{\text{ark.}}{1} : \overset{\text{gr.}}{x}$ napisali odwrócony nad stosunkami z lewéy strony, mielibyśmy tyle stosunków iedne pod drugiemi podpisanych ile iest warunków

gr. x	ark. 1
ark. 24	lib. 1
liber 20	ryza 1
ryz. 10	bela 1
bel. 3	# 20
# 1	zł. 18
zł. 1	gr. 30

tak, iż po skróceniu według prawideł, podzieliwszy iloczyn wypadły z wyrazów drugiéy kolumny czyli następników, przez iloczyn wypadły z wyrazów pierwszéy czyli z poprzedników wiadomych, znaleźlibyśmy tęż samę odpowiedź co i podług pierwszego sposobu.

Taki sposób układania stosunków we dwie kolumny bądź w regule trzech składanéy, bądź w łańcuchowéy, zowie się po niemiecku *kettensatz* albo *reesische Regel* od wynalazcy Holendra P. *Rees.* Wszakże sposób ten powszechnie w handlu używany a nawet podawany iako nie zawisły od reguły proporcyi, iest prawie zupełnie mechanicznym i podlega omyłkom zwłaszcza kiedy zachodzą stosunki odwrotne (n° 109) do których także chcą go rozciągać. Jest on pozornie łatwiéyszy i krótszy od rachunku za pomocą proporcyi, lecz i ten nie iest trudnym skoro się go porządnie i na rozum uczymy. Nadto, rachunek za pomocą proporcyi ćwiczy w myśleniu, a na rozumowaniu oparty zabezpiecza od błędu. W nimto szczególniéy obeymuiemy razem całe zadanie, cel iego i wewnętrzny związek, poznaiemy czyli warunki dane są dostateczne lub nie; widzimy zaraz potrzebne do rozwiązania działania, i sposoby skrócenia drogi do celu który z pewnością osiągamy.

111. Co się tyczy próby zagadnień przez regułę łańcuchową rozwiązanych, te uskutecznić możemy podobnie iak mówiliśmy pod n° 101.

112. Wspomnieliśmy wyżéy (n° 106) o zamianie miar, wag, i t. d. za pomocą tablic ich porównania. Wypada teraz powiedzieć o użyciu takowych tablic.

Gdy miary wielkości, wagi i monety w różnych kraiach a nawet i w znaczniey-szych miastach iednego kraiu znayduią się rozmaite: przeto dla porównania ich między sobą, musiano ie porównywać z pewną iaką tegoż rodzaiu miarą.

I tak, do porównania miar liniiowych czyli długości, używano prawie powszechnie dawnéy stopy paryzkiéy czyli francuzkiéy podzielonéy na 144 lub 1440 cząstek równych nazwanych *liniiami.*

Do porównania powierzchni, używano téyże stopy kwadratowéy, a do porównania obiętości, cala sześciennego téy stopy.

Do porównania wag, używano grzywny kolońskiéy podzielonéy na 65536 cząstek równych (*Richtpfennig*), albo funta amszterdamskiego (*Troysgewicht*) podzielonego na 10240 części równych nazwanych *essami*, albo nakoniec dawnego funta paryzkiego zwanego wagą grzywny (*poids de marc*) dzielącego się na 8216 *granów* (*grains*).

Stosownie do tych podziałów miar, uważano ile obranych części znaydowało się w stopach, łokciach, korcach, funtach i t. d. innych kraiów, i układano tablice służące do poznania wzaiemnych stosunków między temiż miarami i do zamiany iednych na drugie.

113. Jakoż wiedząc, iż iakich cząstek np. stopa francuzka ma 144, takich stopa reńska zawiera 139,13; wiem iuż ich stosunek do siebie, to iest: że stopa paryzka tak się ma do reńskiéy, iak 144 : 139,13 czyli $\underset{\text{st. par.}}{1} : \underset{\text{st. reń.}}{1} = 14400 : 13912.$

Więc stopa paryzka$=\frac{14400}{13913}=1{,}035003$ stopy reńskiéy, a stopa reńska $=\frac{13913}{14400}=$ 0,96618 stopy paryzkiéy.

Skoro więc mamy stopy paryzkie do zamienienia na reńskie, rozmnóżmy tylko 1,035003 przez liczbę stóp paryzkich a iloczyn będzie liczbą stóp reńskich. Przeciwnie, ieżelibyśmy stopy reńskie zamienić chcieli na paryzkie, rozmnożylibyśmy 0,96618 przez liczbę daną stóp reńskich, a iloczyn byłby liczbą stóp paryskich.

Łatwo także iest poznać iż 13913 stóp paryskich wyrownywaią długości 14400 stóp reńskich: gdyż 14400 cząstek stopy paryskiéy wzięte 13913 razy, daią tęż samę długość, iak 13913 takichże cząstek stopy reńskiéy wzięte 14400 razy.

114. Maiąc więc tablice takiego porównania miar i wag w iakichkolwiek cząstkach równych, widzieć zawsze możemy, ile trzeba iednych miar na drugie, odwróciwszy tylko stosunek. I na témto właśnie porównaniu zależy użycie tablic. Podobne tablice umieściliśmy przy końcu tego dziełka, porównywaiąc w nich miary i wagi z cząstkami nowych miar francuzkich o których układzie przyłączona iest także osobna wiadomość.

115. Jeżeli stosunek o iakim mówimy, wyrażony iest wielkiemi liczbami, a nie

idzie o zupełną ścisłość; można go bez znacznego uchybienia skrócić w wyrażeniu za pomocą sposobu podanego pod n° 173 w części I. Znayduiąc np. że łokieć lipski
milimetry.
ma 565,2, a łokieć hamburski 672,97; zmnieyszymy naprzód te liczby dzieląc ie przez 3, będzie stosunek łokcia lipskiego do łokcia hamburskiego = 1884 : 1909,9 czyli
ł. lip. ł. hamb.
1 : 1 = 18840 : 19099; więc
ł. lip. ł. hamb.
$1 = \frac{18840}{19099} = 0,986439$, a przeciwnie
ł. hmb. ł. lip.
$1 = \frac{19099}{18840} = 1,013747$; łokci zaś lipskich 19099 = 18840 hamburskich.

Maiąc więc np. 120 łok. lipsk. zamienić na łokcie hamburskie, ułożę proporcyią:
ł. lip. ł. hamb. ł. lip. ł. hamb.
19099 : 18840 = 120 : x : x znaydziemy = 118,37.

Uważaiąc teraz stosunek 19009 : 18840 iako ułomek $\frac{18840}{19099}$ (n° 45) szukam iego wyrażenia prostego przestaiąc podług okoliczności na więcéy lub mniéy krótszém. I tak znaydę odpowiadaiące ułomki
$\frac{72}{73}$, $\frac{73}{74}$, $\frac{218}{221}$, $\frac{291}{295}$, i t. d. Mogę więc za pierwszy stosunek wziąć 73 : 72 albo 74 : 73, lub też 221 do 218 i t. d. Wypadki zawsze będą te same w liczbach całych, i tylko w częściach setnych, tysiącznych i t. d.

mało odmienne. Równie otrzymalibyśmy tę samę odpowiedź gdybyśmy pomnożyli 0,986439 przez 120, to iest, części łokcia hamburskiego którym się równa łokieć lipski przez liczbę łokci lipskich.

116. Należy ieszcze uważać, iż znayduią się tablice, w których porównywaią ile iakich miar idzie na pewną obraną: natenczas oczywista iest iż porównanie będzie, biorąc prosto liczby przy każdéy miarze napisane. Np. ieżeli na 1000 # bawarskich trzeba 1133,04 amszterdamskich, a 1195 berlińskich, widzimy iż 1133,04 # amszterdamskich, = 1195 # berlińsk. Wiedząc także, iż na czystą grzywnę kolońską rachuie się sztuk 86,688 iednozłotowych polskich, a 42,55 szylingów angielskich, wniosę iż 86688 złotych polskich = 42550 szyling. angielskim.

117. Naostatek uczynimy ieszcze uwagę, iż w zamianie miar, pieniędzy, i t. d. z korzyścią użyć można ułomków złożonych czyli *ułomków z ułomków*.

Na przykład: rossyyski rubel srebrny waży $\frac{95}{2}$ sztywerów holenderskich, sztywer waży $\frac{1}{20}$ zł. hol. ten iest $\frac{2}{3}$ tal. hol. ten zaś waży $\frac{71}{50}$ tal. prusk. który iest $\frac{1}{3}$ dukata wiedeńskiego?

Wysłowienie okazuie, iż rubel iest $\frac{95}{2}$ z $\frac{1}{20}$ z $\frac{2}{5}$ z $\frac{71}{50}$ z $\frac{1}{3}$ dukata wiedeńskiego: mnożąc te ułomki przez siebie (n° 166 część I.) będzie ułomek $\frac{1340}{3000}$ na ważność rubla względem dukata wiedeńskiego.

Znaiąc tę ważność, łatwo iest znaleźć ile iakakolwiek liczba rubli ważyć będzie dukatów wiedeńskich. W tym razie dosyć iest pomnożyć licznik znalezionego ułomku przez podaną liczbę rubli, a iloczyn podzielić przez mianownik; iloraz okaże liczbę dukatów szukaną, I tak np. 150 rubli ross. uczynią 112 i $\frac{5}{12}$ # wiedeńsk.

Powyższe zagadnienia możnaby ieszcze i tak wysłowić: 2 ruble rossyyskie czynią 95 sztywerów holenderskich, tych 20 czyni 1 złoty holend. 5 zł. holen. czynią 2 tal. holend. tych zaś 50 czyni 71 tal. pruskich, których 3 idzie na dukat wiedeński; 250 rubli ross. ileż więc czynią dukatów wiedeńskich?

Gdybyśmy ułożyli dane stosunki we dwie kolumny (n° 110) to iest, gdybyśmy pisali następnie mianowniki powyższych ułomków po lewéy stronie linii a liczniki po prawéy, nakoniec x położyli z lewéy a 250 z prawéy, znaleźlibyśmy ten sam wypadek.

To nas naprowadza na myśl, że rachunek zwany *kettensatz* nie iest czém innêm tylko rachunkiem za pomocą ułomków z ułomków. Oparty więc na ich teoryi może mieć tę pewność na któréy mu zbywa.

ZAGADNIENIA.

118. I. Gdy 113 łok. berliń. czynią 106 arszynów. a 64 arszynów czynią 79,06 łok. pol. wieleż 50 łok. berliń. uczynią łokci polskich?

II. 58 frydrychsdorów ileż uczynią dukatów w złocie, rachuiąc 16 tal. na 3 frydrychsdory a $12\frac{1}{2}$ tal. na 4 # w złocie?

III. Jeżeli 86 łok. pol. czynią 97 łok. litewsk. 54 łok. litewsk. idzie na 59 rossyys. 32 rossyysk. na 33. amszterd. tych 31 na 24 lipsk. tych 15 na 13 berliń. tych 7 na 6 wiedeńsk. tych 29 na 30 amszterd. tych 177 na 105 bawarskich; 128 łok. pol. ileż uczynią bawarskich?

IV. Jeżeli 13 tal. holendersk. czyni 33 zł. reńskie, a 72 zł. reńskie idzie na 35 portugalskich *millerées*, tych zaś 7 na 34 liry florenckie, tych 35 na 27 franków francuzk. tych 611 na 28 funtów szterlingów, tych 68 na 399 dukatów neapolitańsk. tych 55 na 59 rubli srebrnych rossyyskich; ileż 1222 tal. holenderskich uczynią srebrnych rubli rossyyskich?

V. Wieleż kosztuie 8 ℔ hamburskich pewnego towaru, gdy tegoż 3 ℔ berlińskie kosztuią 10 zł.

VI. Jleż talarów kosztować będzie bela papieru do pisania, gdy arkusz kosztuie 2 szelągi?

VII. Jleż łutów pewnego towaru dostać można za gr. 3, kiedy 5 ℔ tego towaru kosztuie 8 tal?

VIII. Stopa sześcienna wody waży $64\frac{1}{2}$℔ gdy zaś powietrze 800 razy lżéysze iest od wody; iest pytanie, ile zaważy stopa sześcienna powietrza? (n° 107).

IX. 8 sąż. ile zawieraią liniy?

X. 1 łót towaru kosztuie $2\frac{1}{2}$ kopieyki; ileż kosztuie pud tegoż towaru?

XI. Jleż kosztuic 36 cet. nowéy miary polskiéy pewnego towaru, ieżeli łót kosztuie 2 kopieyki?

XII. Jeżeli gdański ankier wina kosztuie 18 tal. po czemuż wypada przedawać nowy garniec warszawski chcąc mieć zysku 12 # na 100 (co piszemy tak, $12\frac{0}{0}$)?

XIII. Jleż trzeba zapłacić za 650 łok. sukna, którego łokieć 1 chcą przedawać po 12 zł. z zarobkiem $20\frac{0}{0}$, lubo na swóy łokieć przedaiąc tracą 2 łokcie na sto, albo $2\frac{0}{0}$?

XIV. Jleż zapłacić przypadnie za 240 ℔ pewnego towaru którego funt przedaiąc po zł. 1. gr. 12 chcą zarobić 12%, lubo ważąc na swóy funt tracą 2½ ℔ na %?

XV. 54 łok. lipsk. idzie na 53 łok. warsz. 180 zaś łok lip. pewnéy materyi kosztowało 75 # w złocie rachuiąc # po zł. 20. Po ileż zł. trzeba będzie przedawać łokieć polski téy materyi aby zarobić 15% mimo tego że w miarze straci się 2 łok na %?

XVI. Przyiaciele Platona wykupuiąc go z niewoli dali 3000 drachm; ileż to czyni tal. wiedząc że 61 drachm czyni 64 franki, a 128 franków idzie na 207 zł. pol.

XVII. Mury Ateńskie do portu Falereyskiego miały długości 36 stadiów a 40 do Pireyskiego. Mury te złączone były na końcach trzecim poiedynczym 60 stadiów długim. Uważaiąc te mury poiedynczo, iakaż ich długość w milach ieograf. rachuiąc na stadium 125 kroków których mila ma 6000?

XVIII. Podług Pana *Condamine* góra Chimborako wysoka iest na 3217 sążni paryskich *(toises)*. Znaiąc z dołączonych przy końcu dziełka tablic metrologicznych stosunek miar francuzkich z polskiemi, znaleźć ile ta wysokość czyni stóp polskich?

XIX. 600 zł. konwenc. monety, ileż uczyni frydrychsdorów, ieżeli 3 zł. konw.

mon. waży 2 tal. a 10 tal. waży 9 rub. sr. 11 rub. sr. = 40 rub. assygn. 9,25 rub. ass. waży dukat 1; 30 zaś duk. waży 17 frydr.

XX. Jeżeli za garniec pszenicy dostaię 3 garce owsa, a za 5 garcy owsa 3 gar. ięczmienia; ileż ięczmienia dostanę 1) za 4 korce pszenicy? 2) za 3 łaszty pszenicy? Łaszt rachuie się 30 kor.

XXI. Kupuie ktoś towar łokciowy w Norymberdze, płaci łokieć po $6\frac{2}{3}$ zł. talarami konwencyinemi po zł. 2 talar. po iakiéyże cenie wypada mu łokieć frankfurtski, wiedząc iż talar konwencyiny waży $2\frac{8}{5}$ zł. frankfurt. i że 11 łok. frankf. czyni 9 łok. norymb?

XXII. Kupuiący w Norymberdze 200 łok. materyi iedwabnéy, ileż iéy łokci odmierzy w Hamburgu, wiedząc iż 7 łok. norymb. czyni 8 wrocławskich, 6 wrocł. czyni 5 brabanck. 4 brabanc. czyni 8 hamb.

XXIII. 6 ℔ towaru kosztuie 2 tal. 2 ℔ tegoż towaru maią tę samę wartość co 3 łok. pewnéy materyi: Cóż kosztować będzie 8 łokci téy materyi?

XXIV. Kupiec chce zamienić 1200 łok. sukna za barchan. Wiadomo zaś że 1 łok. sukna waży 2 łok. kazimirku, a 3 łok. kazimirku waży 7 łok. dymy, 8 łok. dymy waży 5 łok. barchanu. Jleż więc kupiec otrzyma łok. barchanu?

XXV. Jleż frydrychsdorów waży 680 laubtalarów, ieżeli laubtalar waży $1\frac{1}{2}$ tal. saskiego kurantu, $108\frac{1}{2}$ tal. saskim kurantem waży 100 tal. pruskich, a 11 tal. prus. waży 36 rub. ass. 180 rub. ass. waży 1. frydrychsdor.

W rachunkach reguły łańcuchowéy zachodzą często wyrazy używane w czynnościach handlowych. Nayużywańsze są:

Brutto zowie się waga towaru z materyałami w które towar iest opakowany, iako to: z beczkami, fasami, skórą, płótnem, i t. d.

Netto zowie się waga samego towaru bez opakowania.

Tara, waga samego opakowania. Tara często rachuie się *na sto* (auf Hundert), albo *ze stu* (von Hundert). W Hamburgu np. ze 100 ℔ rozynków rachuią 10 ℔. tara. I tak ieżeli maią 10 fasów rozynków, które *brutto* 1500 ℔ ważą, tedy *netto* waży 1500 —150, to iest 1350 ℔. Układaiąc zaś proporcyią dla znalezienia téy tary, napisałbym 100 : 90 = 1500 : x. W Genewie rachuią tarę *na sto*. I tak ieżeli tara wynosi tam 10 procent, w układaniu rachunku nie można pisać 100 ℔ daie 90, tylko 110 daie 100.

Rabat iest potrącenie czyli odciągnienie pewnego procentu, na który zezwala przedaiący, gdy gotowizną zaraz a nie po pewnym przeciągu czasu należytość odbiera. Rabat ma także mieysce i wtedy, gdy kupuiący znaczną razem ilość towaru bierze, i dla tego pewny procent odtrąca przedaiącemu z ceny sklepowéy. Pierwszy zowie się rabat *na sto*; drugi, rabat *ze stu*.

Agio iest to przewyżka wartości iednego gatunku pieniędzy nad drugi, czyli iestto naddatek (Aufgeld) który przydaiemy chcąc zamienić mniéy poszukiwany gatunek pieniędzy, na więcéy poszukiwany. Agio nayczęściéy rachuie się na 100. (1).

Koszta, expens (Spesen) iestto kwota na przesłanie towaru, wyładowanie i t. d. wydana. Koszta ieżeli są proporcyionalne, mogą być w wyrazach reguły łańcuchowéy umieszczone; ieżeli zaś nie są proporcyionalnemi, tedy do ceny całości doliczone, lub od niéy odięte być muszą.

---

(1) Dokładna wiadomość o wszelkich wyrazach handlowych w przedaży i wexlarstwie używanych, niemniéy wiadomość o pieniądzach, miarach i wagach używanych w kraiach europeyskich, znayduie się *w Nauce handlu przez Jana Waszkiewicza* ułożonéy, w Wilnie 1830 roku.

Dawniéy od tych wyrazów nazywano i rozróżniano gatunki rachunków; i tak nazywano *rachunek tara* (Thararechnung), *rachunek rabat* (Rabattrechnung), i t. d. rachunki iednak te niczém innêm nie są, tylko regułą trzech prostą lub składaną z rozmaitém zastosowaniem, lub regułą łańcuchową, która też niczém innêm nie iest, tylko gatunkiem reguły trzech. *np*.

XXVI. Kupiec w Rydze przedaie $6\frac{1}{2}$ pudów tabaki, funt po 24 kopieiek sr. z 15 ze sta rabatu. Jleż weźmie za wszystkie?

XXVII. Jleż trzeba zapłacić za 6 fass ryżu ważących brutto 856 pudów, gdy cena 100 pudów netto iest 58,50 rub., a tara $\frac{1}{8}$ wagi brutto?

XXVIII. Kupiec dostaie transport cukru. Waga brutto iest 175 kamieni. Tara iest 6 ze sta. Cena zaś iest 3,20 rub. sr. za kamień netto. Jleż kosztuie cały transport?

XXIX. Kupuie ktoś w Hamburgu fassę cukru 1900 ℔ brutto ważącą. Na tarę rachuie się tu 8 ℔ ze sta, a funt netto wypada mu na 7 szylingów. Jleż zapłacona kwota wynosi w pruskim kurancie, wiedząc że 16 szylingów czyni 1 markę, a 3 marki 1 talar kurantem pruskim?

XXX. Jeżeli beczka masła waży 280 ℔ netto w Hamburgu, a ℔ kosztuie $6\frac{1}{2}$ szyllingów, na 1 zaś markę hamburską kurantu idzie 16 szyllingów, a ważne frydrychsdory stoią na 14 mar. i 4 szyll. Jleż kosztuie wspomniona beczka masła? Wiedzieć potrzeba iż frydrychsdor ma 5 tal.

Więcéy podobnych zagadnień mieć będziemy przy regule procentu.

O REGULE PROCENTU.

119. *Reguła procentu* (regula trium usurae) iest reguła 3ch zastosowana do wyznaczenia *procentu* to iest kwoty za pieniądze pod pewnemi warunkami pożyczone które zowiemy *kapitałem*, lub do wyznaczenia kapitału z wiadomego procentu i t. p. (1).

Przykład 1. Jleż przyniosą procentu na rok 3575 zł. rachuiąc po 5 od sta rocznie, to iest, iż 100 zł. przynoszą w roku 5zł. co piszemy tak : 5%.

Widoczną iest samo przez się rzeczą, że im więcéy kapitału, tém więcéy będzie procentu; iest więc proporcyia:

---

(1) Pożyczaiący komu pieniędzy nazywa się *Wierzycielem*, a ten który od niego pożycza, *dłużnikiem*.

$$\begin{array}{rcccl} & \text{kap.} & \text{kap.} & \text{pro.} & \text{pro:} \\ & 100 : & 3575 = & 5 : & x \\ \text{czyli} & 20 : & 3575 = & 1 : & x \\ \text{czyli nakoniec} & 4 : & 715 = & 1 : & x; \end{array}$$

a zatém $x = \frac{715}{4} = 178\frac{3}{4}$ zł.

Można ieszcze rozwiązać ten przykład uważaiąc iż 5 iest $\frac{1}{20}$ ze 100, a zatém procent od iakieykolwiek summy na taką miarę czyli iak zowią *stopę* pożyczonéy będzie, biorąc tylko z niéy $\frac{1}{20}$. I tak $\frac{1}{20}$ z 3575 zł. iest $178\frac{3}{4}$ zł. wypadek zgodny z powyżéy znalezionym.

120: Gdyby się ieszcze spytano: ile podany kapitał przyniesie procentu w lat 3? oczywista iest, iżby trzeba wziąć znaleziony procent roczny 3 razy i wypadłby procent szukany $536\frac{1}{4}$ zł.

Procent taki od którego się nie rachuie procentu nazywaią *procentem prostym*, i ażeby go znaleźć z wielu lat od iakiego kapitału, mnożymy procent roczny przez liczbę lat; gdy zaś procent każdego roku przyłączaią do kapitału ażeby sam przynosił także procent na rok następuiący, natenczas mówimy, iż się rachuie *procent* od *procentu* i taki nazywaią *procentem składanym*.

121. *Przykład* II. Gdyby kto na końcu roku odebrał 7208 zł. kapitału z procentem po $6\frac{0}{0}$, a pytaią się ile iest samego kapita-

łu, a ile procentu? należy uważyć iż 106 zł. kapitału z rocznym procentem, zawiera kapitału zł. 100, trzeba więc ułożyć proporcyią:

kap. z pr. kap. z pr. kap. kap.
106 : 7208 = 100 : x; znaydziemy na odpowiedź 6800 zł. kapitału, które odięte od 7208 zł. pokażą procent 408 zł. Lub gdybyśmy ułożyli proporcyią

kap. z pr. kap. z pr, proc. proc.
106 : 7208 = 6 : x, znaleźlibyśmy na odpowiedź procent 408 zł. a ten odięty od 7208 zł. okazałby kapitał.

122. Gdyby kapitał był połączony z procentem kilkoletnim prostym, wzięlibyśmy za pierwszy wyraz proporcyi 100 zł. kapitału z procentem tyloletnim iaki podano w zagadnieniu. Np. Gdyby odebrano 5880 zł. kapitału razem z procentem po 5% ośmioletnim, a pytaią się ile iest samego kapitału a ile procentu? skoro tu procent 8 letni od sta iest 40 zł. układam proporcyią

kap. z pro. kap. z pro. kap. kap.
140 : 5880 = 100 : x, i znayduię na odpowiedź 4200 które odięte od 5880 zł. pokażą procent ośmioletni 1680 zł.

Gdybyśmy zaś ułożyli proporcyią,

kap. z pr. kap. z pr: proc. proc.
140 : 5880 = 40 : x; znaleźlibyśmy procent ośmioletni 1680 taki sam iak wyżéy.

123. W regule procentu mogą zachodzić i odwrotne stosunki. Np. osoba A pożyczyła osobie B 488 tal. na 8 miesięcy bez procentu; na iak długi czas B może pożyczyć tamtéy 640 tal. także bez procentu chcąc iéy uczynność bez zobopolnéy krzywdy nagrodzić?

Uważam, iż im więcéy ma nawzaiem osoba B pożyczyć osobie A, tém na krótszy czas pożyczenie być powinno; ma więc być wyraz 4ty mniéyszy, a zatém układam proporcyią:

$$\overset{\text{tal.}}{620} : \overset{\text{tal.}}{488} = \overset{\text{m.}}{8} : \overset{\text{m.}}{x}.$$ Skracaiąc i uskuteczniaiąc wypada $x = 6\frac{1}{10}$ miesięcy.

124. Gdyby osoba A pożyczywszy osobie B 300 tal. po 2ch miesiącach przydała 400 tal. po 6ciu zaś odebrała 200 tal. naostatek po 8miu miesiącach, rachuiąc zawsze od daty pierwszéy pożyczki, odebrała wszystko; a teraz się pytaią na iak długi czas B może pożyczyć tamtéy 600 tal?

W tym przypadku trzeba obrachować zysk iaki osoba B miała z używania wspomnionych kwot odnosząc go do zysku z iednéy summy przez czas określony np. przez miesiąc. A naprzód 300 tal. używała ona przez 2 miesiące, tyle więc niemi zyskuie, ile przez miesiąc 2 razy większą summą t. i.

600 talarami. Od końca 2 miesiąca do końca 6go, a zatém przez 4 miesiące używała 700 tal. tyle więc niemi zyskuie ile przez miesiąc 4 razy większą summą t. i. 2800 talarami. Od końca 6go do końca 8go mca t. i. przez 2 miesiące, miała tylko 500 tał. z tych więc tyle ma zysku, ile na 1 miesiąc z 2 razy większéy summy, to iest, z 1000 tal. Z wziętych więc różnemi czasy kwot od osoby A, tyle zyskuie, iak gdyby miała od niéy na miesiąc dane

$\overset{\text{tal.}}{600} + \overset{\text{tal.}}{2800} + \overset{\text{tal.}}{1000} = \overset{\text{tal.}}{4400}$. Zagadnienie więc sprowadza się na gatunek poprzedzaiącego, idzie bowiem oto: iak długo osoba B może pożyczyć osobie A 600 tal. gdy od téy pożyczyła na miesiąc 4400 tal. bez procentu? Odpowiedź iest, na $7\frac{1}{3}$ miesięcy.

125. Nader często zachodzi w rachunku procentów reguła 3ch składana. Np. gdyby się pytano ile 2000 zł. powinno przynieść procentu w 29 miesięcy rachuiąc rocznie po 5%?

Widzimy że procent zwiększa się w stosunku kapitału i czasu, będzie więc

$$\left.\begin{array}{ccc} \overset{\text{kap.}}{100} & : & \overset{\text{kap.}}{2000} \\ \overset{\text{m.}}{12} & : & \overset{\text{m.}}{29} \end{array}\right\} = 5 : x.$$

skracaiąc i uskuteczniaiąc, wypada $x = 241\frac{2}{3}$ zł.

Lecz ieżeliby się spytano: iak długo być maią na procencie 3000 zł. aby po 6% przyniosły 790 zł? widzę iż im więcéy ma przynieść iaki kapitał, tém dłużéy musi być na procencie, lecz im większy iest kapitał, tém krócéy będzie dla przyniesienia pewnego procentu (n° 123). Układam więc stosunki:

$$\left.\begin{array}{ccc} \overset{\text{pr.}}{6} & : & \overset{\text{pr.}}{790} \\ \overset{\text{k.}}{3000} & : & \overset{\text{k.}}{100} \end{array}\right\} = \overset{\text{rok.}}{1} : \overset{\text{lat}}{x}$$

skróciwszy i uskuteczniwszy, znaydę $x =$ 4lat, 4mcy i 20dni.

Przeydźmy do zagadnień procentu złożonego.

126. *Przykład I.* Kapitał 1500. zł. ileż wyniesie po 3 latach, rachuiąc po 20% z procentem od procentu? (1).

Możnaby naprzód porachować od 1500 zł. procent roczny, i ten przydawszy do nich, uważać ie iako zwiększony na drugi rok kapitał: od którego znowu znaleziony procent dodać do tegoż kapitału, aby go mieć zwiększony na rok 3ci; od tego zaś kapitału wzięty ieszcze procent roczny

(1) Procent w tym przykładzie wzięty tak wysoki nazywa się *lichwą*, i iest prawem zakazany.

przydawszy do niego, znaleźlibyśmy odpowiedź 2592 zł. Podamy iednak na rozwiązanie podobnych przykładów sposób dogodnieyszy.

127. Znaydźmy ile kapitał 1 zł. wynosić będzie po 3ch latach rachuiąc procent od procentu. Gdy procent iest 20%, będzie rocznie od złotego iednego $\overset{\text{zł.}}{\frac{1}{5}}$; zatém $\overset{\text{zł.}}{1}$ wynosi po skończonym roku $\overset{\text{zł.}}{1} + \overset{\text{zł.}}{\frac{1}{5}}$ czyli $\overset{\text{zł.}}{\frac{6}{5}}$ czyli $\frac{6}{5}$ części z $\overset{\text{zł.}}{1}$. A tak kapitał $\overset{\text{zł.}}{1}$ oddany na procent po 20% wynosi na końcu roku $\overset{\text{zł.}}{\frac{6}{5}}$ z 1, t. i. $\frac{6}{5}$ tego co wynosił na początku roku. Widzimy więc iż, *aby znaleźć ile iaka summa dana na podobny procent wynosi na końcu roku, dosyć iest pomnożyć ią przez* $\overset{\text{zł.}}{\frac{6}{5}}$. Dane na procent $\overset{\text{zł.}}{\frac{6}{5}}$ na drugi rok, wynoszą na końcu roku $\overset{\text{zł.}}{\frac{6}{5} \times \frac{6}{5}}$; te $\overset{\text{zł.}}{\frac{6}{5} \times \frac{6}{5}}$ dane na procent na 3 rok wynoszą na końcu tegoż roku $\overset{\text{zł.}}{\frac{6}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{5}}$, czyli $\overset{\text{zł.}}{1} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{5}$ czyli $\overset{\text{zł.}}{1} \times (\frac{6}{5})^3$ t. i. $= 1 \times \frac{216}{125}$.

128. Łatwo spostrzegamy w takim razie postęp zwiększania się kapitału, i wypro-

wadzamy regułę ogólną, iż *aby otrzymać ważność kapitału 1 zł. po pewnéy liczbie lat, trzeba wziąć ułomek który wyraża ile 1 złoty wynosi na końcu roku, i rozmnożyć kapitał 1 zł. przez ten ułomek wzięty za ogólny czynnik tyle razy, ile iest iedności w liczbie lat, czyli wyniesiony do potęgi oznaczonéy liczbą lat. Iloczyn będzie ważnością złotego po czasie danym. Aby więc znaleźć ważność iakiego kapitału po pewnéy liczbie lat, dosyć iest rozmnożyć ważność 1 zł. po czasie danym przez liczbę złotych kapitału.*

Rozwiążmy za pomocą tego sposobu przykład poprzedzaiący. Gdy $\overset{\text{zł.}}{1}$ po 3 latach wynosi zł. $\overset{\text{zł.}}{\frac{216}{125}}$ (n° 127); $\overset{\text{zł.}}{1500}$ wynosić będą po 3 latach 1500 razy $\overset{\text{zł.}}{\frac{216}{125}}$ t. i. $\overset{\text{zł.}}{2592}$.

129. *Przykład II.* Chcą wiedzieć ile wynosić będą $\overset{\text{zł.}}{1500}$ po 3 latach i 5 miesiącach, dane na podobny iak wyżéy procent.

Wiemy iuż ile dany kapitał wynosi po kilku latach (n° 128), trzeba tylko znaleźć zwiększenie się iego w 5 miesiącach.

Procent od $\overset{\text{zł.}}{1}$ iest $\overset{\text{zł.}}{\frac{1}{5}}$ za 12 mcy, a zatém $\overset{\text{zł.}}{\frac{1}{60}}$ za miesiąc, a $\frac{5}{60}$ czyli $\overset{\text{zł.}}{\frac{1}{12}}$ za 5 mcy. Więc

$\overset{\text{zł.}}{1}$ wynosi po 5 miesiącach $\overset{\text{zł.}}{1} + \overset{\text{zł.}}{\frac{1}{12}}$ czyli $\overset{\text{zł.}}{\frac{13}{12}}$ czyli $1 \times \frac{13}{12}$. A zatém iakikolwiek kapitał dany podług warunków o iakich mowa, zwiększa się na końcu 5 mcy $\frac{13}{12}$ razy. Że zaś $\overset{\text{zł.}}{1}$ po 3 latach wynosi $\overset{\text{zł.}}{\frac{216}{125}}$, więc $\overset{\text{zł.}}{1}$ po 3 latach i 5 miesiącach wynosi $\frac{216}{125} \times \frac{13}{12}$ t. i. $\frac{234}{125}$ (1); a zatém $\overset{\text{zł.}}{1500}$, wynosić będą 1500 razy $\overset{\text{zł.}}{\frac{234}{125}}$ czyli 2808 zł.

130. Niechby odebrał kto 2592 zł. kapitału z 3 letnim procentem składanym po $20\frac{0}{0}$, a pytaią się iaki był iego kapitał pierwiastkowy?

Uważam, iż gdy podany kapitał w tym przykładzie, iest iloczynem z ważności 1 zł. po danym czasie przez liczbę zł. kapitału pierwiastkowego (n° 128); ieżeli go więc podzielę przez ważność 1 zł. wziętą po tymże czasie, iloraz okaże liczbę zł. kapitału pierwiastkowego. I tak, ieżeli podzielę 2592 zł. przez ważność 1 zł. po trzech latach która iest $\frac{216}{125}$ (n° 127), iloraz, $2592 \times \frac{125}{216}$ t. i. 1500 będzie liczbą zło. kapitału pierwiastkowego; zatém 2592 zł, kapitału z 3 letnim procentem składanym po $20\frac{0}{0}$, daią 1500 zł. kapitału pierwiastkowego.

---

(1) Podzieliliśmy bowiem licznik 216 przez 12, a wypadek rozmnożyli przez 13.

131. Użyty sposób mnożenia wartości 1 zł. po danym czasie przez liczbę złotych kapitału pierwiastkowego, dla znalezienia kapitału wraz z procentem składanym; i przeciwnie, dzielenia kapitału złożonego z procentem składanym, przez wzmiankowaną wartość 1 zł. dla znalezienia kapitału pierwiastkowego, może być wygodnie zastosowany do zagadnień procentu prostego.

132. W tenczas nawet gdy od wielu różnych kapitałów przychodzi obrachowywać procent podług iednakowéy stopy, może mieć mieysce skrócenie następuiące: znaleźć ióód procent od 1 zł. a następnie przez proste dodawanie albo mnożenie, procent od 2 zł. od 3, i t. d. aż do 9 włącznie, np. ieżeli procent od

		zł.
1 zł.		0,06
2	. .	0,12
3	. .	0,18
4	. .	0,24 it d.

aby wziąć procent roczny od 4223 zł. dosyć iest wziąć podług téy tabelli procent

od . . .	4000 zł.		
który będzie . .		240 zł.	(n° 79)
	od 200	12	(cz. I.)
	od 20	1,2	
	od 3	0,18	
		253,38 czyli	

zł. 253 gr. $10\frac{2}{5}$.

133. Gdy stopa procentu iest dana, łatwo iest znaleźć procent od 1ści kapitału za dzień 1. I tak $2\frac{0}{0}$ rocznie znaczy toż samo co $\frac{2}{100}$ od 1ści za 360 dni (1), więc na 1 dzień od 1ści kapitału będzie $\frac{1}{360}$ część z $\frac{2}{100}$ czyli $\frac{2}{36000} = \frac{1}{18000}$.

Podbnież znaydziemy że:

$3\frac{0}{0}$ rocznie, daie $\frac{3}{36000} = \frac{1}{12000}$ od 1ści na dzień 1.

$4\frac{0}{0}$ . . . . . $\frac{4}{36000} = \frac{1}{9000}$ . . .

$5\frac{0}{0}$ . . . . . $\frac{5}{36000} = \frac{1}{7200}$. . . .

$6\frac{0}{0}$ i t. d.

Aby więc obliczyć procent po $3\frac{0}{0}$, $4\frac{0}{0}$, $5\frac{0}{0}$, i t. d. od kapitału np. 4223 zł. za dni 44, dosyć iest pomnożyć $4223 \times \frac{44}{12000}$, lub $\times \frac{44}{9000}$, lub $\times \frac{44}{7200}$, i t. d.

Niżéy zobaczymy, ile za pomocą logarytmów rozwiązanie zagadnień ściągaiących się do procentu złożonego ułatwioném być może.

---

(1) Powszechnie rachuią w podobnych razach 30 dni na każdy miesiąc.

ZAGADNIENIA.

134. I. Dano na procent 25000 zł. po 5%; ileż będzie procentu za rok?

II. Gdy iest procentu rocznego 1250 zł. biorąc po 5%, iakiż będzie kapitał?

III. Gdy od 25000 zł. iest rocznego procentu 1250 zł. po ileż brano od sta?

IV. Gdy po roku odebrano 26250 zł. kapitału z procentem po 5%; iakiż iest kapitał i iaki procent roczny?

V. 1) kupił ktoś towaru za 4500 zł. przedał go zaś za 6000 zł. ileż zarobił na %?

2) Przeciwnie, ieżeli kupił za 6000 zł. a przedał za 4500 zł. ile na % stracił?

VI. Kupiec *n.* kupił sukna po 4,15 rub. łokieć, po ileż przedać powinien, aby miał zysku 14%?

VII. Kupiec szczegółowy zakupił pewną ilość chustek po zł. 3,5; po ileż ma ie przedawać chcąc zarobić 20%?

VIII. Przedaiąc partyą płótna po zł. 2, 4 łokieć, zarobił kupiec $6\frac{5}{4}$ na %. Po ileż kosztował go łokieć?

IX. Chcąc mieć procentu 5%, po ileż powinienbym płacić sto w listach zastawnych które iak wiadomo przynoszą tylko 4%?

X. A kupuie 1) 1375 wiązek lub paczek pewnego towaru z warunkiem, iż na $\frac{0}{0}$ przydaią mu 8. Jleż wiązek lub paczek powinien odebrać?

XI. A podaie za pewną nieruchomość 6000 zł. zaraz gotowizną. B podaie za nią 7000 zł. z których 4000 zaraz a 3000 w pięciu wypłatach równych co rok chce uiścić bez procentu. Któryż z tych dwóch targów iest użytecznieyszy dla sprzedawcy uważaiąc procent prosty?

XII. Pewny kupiec 1) stracił po 4 fr. 50 cent. na 100 fr. kupna towarów. Wiedząc iż stracił w ogóle 584 fr. pytaią się za ile kupił towarów?

XIII. Kupiec *n*. sprzedał łokieć sukna po 6,12 rub. zyskuie na sprzedaży 15$\frac{0}{0}$. Po ileż płacił łokieć kupuiąc?

XIV. Jleż trzeba odtrącić z 1488 kamieni brutto, na tarę po 8 kam. na $\frac{0}{0}$?

XV. Waga netto pewnego towaru po odtrąceniu tary 8 kamieni na $\frac{0}{0}$ iest 1368,96 kam. Jakaż iest 1) waga tary? 2) waga brutto?

XVI. Otrzymano 119,04 kam. zmnieyszenia na tarę w stosunku 8 kam. na $\frac{0}{0}$. Jakaż była waga brutto a iaka waga netto?

XVII. Otrzymano 119,04 pudów zmnieyszenia z tary na 1445 pudów wagi brutto. Jakaż była tara na 100 pudów?

XVIII. Zapłacono 1000 fr. za koszta kommissowe po $5\frac{2}{3}$ $\frac{0}{0}$ z summy sprzedaży pewnego towaru. Jleż wynosiła przedaż?

XIX. Jeżeli koszta kommissowe oznaczono za $1\frac{1}{2}$ $\frac{0}{0}$, ileż ich otrzymaią na sprzedaży za 3450 rub?

XX. Summa z przedaży po odięciu kosztów kommissu $7\frac{1}{2}$ od $\frac{0}{0}$, iest 1950 tal. Jleż wynoszą koszta kommissu?

XXI. Lichwiarze pożyczaiący na fanty zwykli brać procenta na tydzień. Jeżeli więc lichwiarz od 1 zł. na tydzień tylko 1 grosz wymaga, iakiż to wyniesie procent rocznie?

XXII. Jleż przyniosą procentu 8000 zł. w 7 latach, ieżeli 3000 zł. w 6 latach 1500 zł. przyniosło?

XXIII. Dano na procent 36000 zł. po $7\frac{0}{0}$; ileż będzie prowizyi za lat 6, mcy 9 i dni 18?

XXIV. Gdy procent iest 17136 zł. za lat 6, mcy 9 i dni 18 biorąc po $7\frac{0}{0}$, iakiż iest kapitał?

XXV. Gdy 36000 zł. w lat 6, mcy 9, dni 18, przyniosły procentu 17136 zł. po ileż brano od sta?

XXVI. Gdy odebrano w lat 6, 9 mcy, 18 dni, 53136 zł. kapitału z procentem po $7\frac{0}{0}$, iakiż iest kapitał i iaki procent?

Podane wyżéy zagadnienia wysłowialiśmy iednakowym sposobem, lecz możnaby ie wysłowiać sposobem rozmaitym. Zagadnienie np. ostatniego gatunku może być tak wysłowione: iakiż kapitał w 15 lat biorąc po 6% wypadnie na 21600 zł. nie rachuiąc procentu od procentu? Wszakże pewną iest rzeczą, iż prawdy dokładnie poznane ze strony z którey widzimy nay-bliższy między niemi związek, iakkolwiek nam się potém nasuną, łatwiéy a nawet ogólniéy poznane być mogą, bo ie do pierwszych w związku o nich powziętych znaiomości odnosić możemy. Przyzwyczaiony prostym sposobem zagadnienia wysłowiać, i w znacznie zawikłanych, prostuiąc wysłowienie, znaydzie porządek, a następnie łatwo ie rozwiąże: często bowiem rozdrabniane bywaią okoliczności zadania, dla uczynienia go na pozor trudném, i łączone nawet uwagi obce zagadnieniu arytmetycznie uważanemu, które aby z łatwością rozwiązać, trzeba od niego odłączyć to wszystko co istotnych iego warunków nie składa, i przywieśdź do nayprostszego wysłowienia. Często także wysłowiaią zagadnienie iak nayzwięźléy pomiiaiąc nawet istotne warunki, których się iednak po zastanowieniu nad wysłowieniem domyślić można.

XXVII. Jak długo być maią na procencie 36000 zł. aby po 7% przyniosły 17236 zł?

XXVIII. 36000 zł. w 5 lat, 4 miesiące przyniosły 13200. zł. procentu: 1) 27000 zł. w 10 lat 5 miesięcy, ileż *procentu* przyniosą? lub 2) żeby w 10 lat 5 miesięcy urosło procentu $14662\frac{1}{2}$ zł. iakiż ma być *kapitał*? lub 3) 27000 zł. aby przyniosły $14666\frac{1}{2}$ zł. procentu, *iakże długo* być maią na procencie?

XXIX. Gdy pewny kapitał złączony z procentem prostym wynosił 2460 zł. po 5 miesiącach, a 2690 zł. po 16 mcach; iakiż iest sam kapitał i iaki procent od niego?

XXX. Osoba A pożyczyła osobie B 800 rub. 20 kop. na rok nie żądaiąc procentu. W krótce po odebraniu długu osoba B potrzebuiąc pieniędzy pożyczyła od osoby A, 2400 rub. 60 kop. Jakże długo używać może tych pieniędzy bez szkody osoby A?

XXXI. Osoba A pożyczyła osobie B 500 ⌗ na 7 miesięcy bez procentu; 1) na iak długo B może pożyczyć tamtéy $1166\frac{2}{3}$ ⌗ także bez procentu, chcąc iéy uczynność bez zobopólnéy krzywdy nagrodzić? lub 2) iakąż kwotę B może pożyczyć osobie A na 3 miesiące aby wyrównać uczynność?

XXXII. Osoba A pożyczyła osobie B 500 tal. po 3ch miesiącach przydaie iéy 300 zł. a po 7 miesiącach odbiera 400, po 10 miesiącach przykłada znowu 500 tal. po 14 miesiącach rachuiąc zawsze od dnia pożyczki, odebrała wszystko; 1) na iak długo B może pożyczyć osobie A 800 tal. żeby iéy uczynność bez zobopolnéy krzywdy odsłużyć? 2) iakąż kwotę B może pożyczyć osobie A na $10\frac{3}{4}$ miesięcy żeby odsłużyć iéy uczynność?

XXXIII. Osoba A pożyczyła osobie B 18000 tal. na 6 miesięcy, lecz nazaiutrz rozpoznawszy że iéy ta kwota na własne użycie prędzéy będzie potrzebna; 1) żeby ią wcześniéy odebrać bez uszkodzenia zapewnionéy umową korzyści osobie B, przydaie iéy 900 tal. iakże długo B obie te summy może zatrzymać? lub 2) aby ią za 4 mce odebrać, ileż musi przydać osobie B żeby zapewnionéy umową dla niéy korzyści dorównać?

XXXIV. Osoba A ma wypłacić osobie B 2400 tal. po 8 miesiącach. Wypłaca zaś iéy po 3 miesiącach 900 tal. iakże długo może resztę zatrzymać?

XXXV. 100000 zł. kapitału za lat 5 po 5% rachuiąc procent od procentu, ileż przyniosą kapitału z procentem?

XXXVI. Jeżeli po pięciu latach odebrano kapitału 127628 $\frac{5}{32}$ zł. wraz z procentem składanym po 5%; iakiż był pierwiastkowy kapitał?

XXXVII. 1) 60000 zł. kapitału, ileż wyniesie po 4 latach i 4 miesiącach razem z procentem składanym po 8%? i przeciwnie, 2) ieżeli po 4 latach 4 miesiącach odebrano kapitału wraz z procentem składanym po $8\frac{0}{0}$, $83806\frac{1874}{18625}$ zł. iakiż był kapitał pierwiastkowy?

O REGULE ODTRĄCANIA PROCENTU

135. *Reguła odtrącania procentu* (ademptio usurae, l'escompte, Rabattrechung) zależąca od reguły trzech, iest działanie przez które znayduiemy ilość iaką trzeba odtrącić od summy która przed oznaczonym terminem ma być wypłacona. (Jlość tę nazywaią w handlu *eskontem* a samo działanie *eskontowaniem* lub *dyskontowaniem*).

Naprzykład: pewny kupiec bierze towaru za 500 zł. które się obowięzuie za rok wypłacić, z warunkiem iednak iż skoro prędzéy zapłaci, będzie mógł odtrącić $10\frac{0}{0}$ rocznie. Zdarza się iż w 3 lub 4 dni potém chce zapłacić. Jleż tedy ma dać zamiast 500 zł. któreby dał gdyby płacił w swoim terminie, to iest za rok?

Mógłby kto mówić: że kiedy ze 100 wytrąca się 10, z 500 wytrąci się 50, a zatém, że kupiec powinien teraz zapłacić 450zł; co iednak byłoby z krzywdą wierzyciela a z zyskiem kupuiącego, bo ten odtrącaiąc dziś

dziś sobie 10$\frac{0}{0}$ od całego długu czyli kapitału, odtrącałby także procent i od 50 zł. których nie daie.

Łatwo się iednak przekonać możemy o ile chybia rzetelności taki rachunek. Gdy bowiem 450 zł. dodane na końcu roku do swego procentu który tu iest 45 zł. uczyniłyby tylko 495 zł; 50zł. przyniosłszy przez rok 5 zł. zamieniłyby się na końcu roku na 55 zł; 5 zł. więc iest w tym razie stratą z iednéy a zyskiem z drugiéy strony. Nie iestto w prawdzie strata znaczna przy małéy summie, lecz znaczną być może przy wielkiéy.

Ażeby w tym rachunku zachować należną sprawiedliwość, zważyć potrzeba, iż 500 zł. maiące być wypłacone po roku, składaią się właśnie z kapitału i procentu 10$\frac{0}{0}$; zagadnienie więc to sprowadza się do gatunku tego o iakim mówiliśmy pod n° 121 i proporcyią należy ułożyć:

$$110 : 100 = 500 : x$$

czyli $11 : 10 = 500 : x$,

które $= 454\frac{6}{11}$ zł.

Gdybyśmy ułożyli proporcyią

$$110 : 10 = 500 : x$$

czyli $11 : 1 = 500 : x$,

x byłoby $= 45\frac{5}{11}$ zł.

Nie trudno iest teraz przekonać się o dokładności tego rachunku. Wziąwszy procent 10$\frac{0}{0}$ osobno od każdego z tych wypadków, będzie procent od pierwszego $45\frac{5}{11}$ zł. od drugiego $4\frac{6}{11}$ zł; procenta te złączone w końcu roku z kwotami które ie wydaią, uczynią 500 zł. i 50 zł. po tyle też właśnie powyżsi kontraktuiący w końcu roku mieć powinni.

136. Gdyby się pytano, ile osoba B maiąca za lat 4 oddać osobie A 2000 zł. ma iéy oddać zaraz, wytrącaiąc sobie procent po $5\frac{1}{2}$ od sta?

Zastanowiwszy się, postrzegam iż 2000 zł. na końcu 4 lat oddane zawieraią razem kapitał i procent. Zagadnienie więc to wychodzi na zagadnienie pod n° 122, to iest, ażeby znaleźć kapitał który wzięty z procentem 4letnim czyni 2000 zł. Wziąwszy zatém za pierwszy wyraz sto zł. kapitału z procentem 4letnim który tu iest 22, będę miał proporcyią

$$122 : 2000 = 100 : x, \quad x = 1639\frac{21}{61} \text{ zł.}$$

W ogólności: *w każdém zagadnieniu tego gatunku, trzeba uważać summę maiącą się spłacić po pewnym czasie, iako kapitał złączony razem z procentem prostym lub składanym po tymże czasie*, i stosownie do warunków podług n° 122 lub 130 zagadnienie rozwiązać.

137. Lecz nie tak iest łatwo wyrachować kwotę do spłacenia w czasie oznaczo-

nym, gdyby summa częściami miała być przez znaczny przeciąg czasu spłacana. Naprzykład: gdyby osoba A miała wypłacać co rok osobie B 2000 zł. a to przez lat 10; ileż ma dziś oddać wytrąciwszy sobie procent po $5\frac{0}{0}$?

Aby rozwiązać to zagadnienie, trzeba naprzód obrachować korzyść w końcu oznaczonego czasu zapewnioną iednéy i drugiéy osobie, a potém szukać kwot, które dziś wzięte wyrównywałyby tymże korzyściom w czasie oznaczonym.

Jeżeli uważymy rzecz ze strony osoby A, zastanowmy się, że ta maiąc wypłacać osobie B 2000 zł. razy 10, co czyni 20000 zł. ma zysk następuiący: pierwszych 2000 zł. które w końcu roku pierwszego wypłaci, używać będzie rok 1; drugich 2000 zł. które w końcu roku drugiego wypłaci, używałaby lat 2, i t. d.... ostatnich 2000 zł. które w końcu roku dziesiątego wypłaci, używałaby lat 10. A że procent roczny od 2000 zł. po $5\frac{0}{0}$ iest 100 zł; więc osoba A miałaby ten procent od wypłaconéy summy pierwszéy, raz ieden, od drugiéy razy 2.. i t. d. od dziesiątéy razy 10. Idzie więc o zebranie tych procentów których liczba = summie wyrazów postępu różnicowego $\div 1.2.3 \ldots. 10, \ldots\ldots.$ to iest $= (1+10) \times 5 = 55$ (n° 65). Procent więc roczny od 2000 zł. czyli zł. 100. wzięte razy 55 to iest 5500 zł. iest zyskiem iaki osoba A przez wspomnione wypłaty w końcu lat 10 ma sobie zapewniony. Jeżeli zatém osoba B chce dziś odebrać co iéy słusznie należy, a nie pozbawiać osoby A korzyści do iakiéy ona ma prawo, powinna iéy oddać taką summę któraby w lat 10 z procentem po 5% urosła do 5500 zł. Powyższym więc rozbiorem sprowadzone zostało zagadnienie do tego: iaki ma być kapitał żeby w lat 10 z procentem po 5% wyszedł na 5500.?

Odpowiedź podług n° 122, znaydziemy przez proporcyią

$$\overset{\text{k. z pr.}}{150} : \overset{\text{k.}}{100} = \overset{\text{k. z pr.}}{5500} : \overset{\text{k.}}{x};$$

znalezione na czwarty wyraz $3666\frac{2}{3}$ zł. odpowiadaią warunkom; bo od téy kwoty procent roczny $183\frac{1}{3}$ wzięty razy 10, uczyni $1833\frac{1}{3}$ zł. a te dodane do $3666\frac{2}{3}$ zł. uczynią 5500 zł.

Gdybyśmy znalezioną część dla osoby A, to iest $3666\frac{2}{3}$ zł. odięli od kapitału 20000 zł. który ma wypłacić osobie B w 10 latach, reszta $16333\frac{1}{3}$ zł. będzie kwotą iaką ma dzisiay wypłacić osobie B, i iaka odpowiada warunkom, iak zaraz zobaczymy.

Jeżeli uważać będziemy rzecz ze strony osoby B, postrzeżemy, iż ta wziąwszy na końcu pierwszego roku pierwsze 2000 zł. używać ich będzie do czasu ukończenia interesu lat 9, a zatém miałaby z nich procent razy 9; drugie 2000 zł. któreby na końcu drugiego roku odebrała, przyniosłyby iéy procent razy 8... i t. d..... przedostatnie 2000 zł. które na końcu dziewiątego roku odbierze, przyniosłyby iéy tylko raz procent. Trzeba więc i w tym razie znowu zebrać procenta których liczba = summie wyrazów postępu różnicowego $\div$ 9 · 8 · 7 .. .. 1, to iest $(9 + 1) \times 4\frac{1}{2} = 45$. Wziąwszy więc 100 zł. 45 razy, będzie z samego procentu 4500 zł. Że zaś osoba B odbiera nadto w tym czasie i kapitał który wynosi 20000 zł. więc ogółem na końcu dziesiątego roku ma korzyści 24500 zł. Powinna więc taką dziś wziąć summę, ażeby ta z procentem po 5% urosła za lat 10 na 24500 zł. Summę tę podług powyższego prawidła znaydziemy $16333\frac{1}{3}$ zł. Procent roczny od niéy po 5%, który iest $816\frac{1}{3}$ zł. weźmy dla sprawdzenia 10 razy, będzie procent 10letni $8166\frac{2}{3}$ zł. które dodane do $16333\frac{1}{3}$ zł. czynią na końcu 10go roku 24500 zł. iak być powinno.

I38. Gdyby się wspomnione osoby umówiły w ten sposób, ażeby A wytrzymawszy zapewnioną sobie podług powyższych warunków korzyść, wypłaciła razem osobie B należącą kwotę; kiedyż wypłacenie ma nastąpić?

Rozwiązalibyśmy zagadnienie obrachowawszy iak powyżéy, ile ma mieć korzyści, osoba A na końcu roku 10go, a natenczas zagadnienie sprowadza się do następuiącego: iak długo 2000 zł. maią być na procencie po 5$\frac{0}{0}$ aby przyniosły 5500 zł.? odpowiedź znaydziemy podług n° 125 lat 5$\frac{1}{2}$.

Łatwo się teraz przekonać możemy o słuszności tego rachunku i na stronę osoby B. Wiemy bowiem z powyższego, iż na końcu 10go roku powinna mieć korzyści z samego procentu 4500 zł. Weźmy procent po 5$\frac{0}{0}$ od 20000 zł. przez lat 4$\frac{1}{2}$ które są dopełnieniem oznaczonego czasu, procent ten iest zupełnie 4500 zł.

139. Sposób któryśmy tu wyżéy podali (n° 135 do 138) do obliczania eskontu, lubo iest dokładny i ścisły, iednak nie iest zwykle używany przez bankierów i kupców. Obliczaią oni zwykle eskont tak iak procent z góry. Francuzi w tym razie powszechnie u nich używanym, nazywaią odtrącenie *zewnątrz*, (escompte en dehors), w tamtym zaś razie, t. i. uważaiąc summę iako kapitał połączony z procentem, nazywaią *escompte en dedans* odtrącenie *we-*

wnątrz. O ile iednak sposób dyskontowania przez bankierów i kupców używany iest fałszywym, zwłaszcza przy długich terminach wypłaty, okazuie przykład następuiący: Jest mi ktoś winien 2000 zł. oddać po 20 latach. Ponieważ potrzebuię pieniędzy, przedaię rewers z warunkiem, aby kupuiący odtrącił sobie procent prosty po 5%. Podług kupieckiego sposobu obrachowany procent za 20 lat, wynosi 2000 zł. które odiąwszy niceby mi nie dał. A gdyby te 2000 zł. dopiero po 30 latach były wypłacalne, tedy procent wynosiłby 3000 zł. Musiałbym więc ieszcze dopłacić 1000 zł. temu komu rewers móy sprzedaię. Podług ścisłego zaś sposobu rachuię tak: 100 zł. przynosi w 30 lat. (rachuiąc np. 5%) 150 zł. procentu; 100 zł. więc kapitału z procentem za lat 30 wynosi zł. 250. Wnioskuię więc: gdybym przedawał rewers na 250 zł. wypłacalnych po 30 latach, tedy dziś ma on wartości zł. 100; ileż więc w proporcyi 2000 zł. wypłacalne po 30 latach, maią dziś wartości? znaydę odpowiedź 800 zł. Jakoż istotnie 800 zł. po 30 latach z procentem 5% wyniosą 2000 zł.

140. Ponieważ zaś im większe summy i dłuższe przeciągi czasu, tém większe są różnice między procentami prostemi i składanemi; więc zdarzaią się okoliczności,

w których przy eskontowaniu kapitału zachodzi potrzeba uwagi i na procent składany. Jeżeli *np.* kupuię las który dopiero po 42 latach mieć będzie wartości 26000 zł. do owego zaś czasu nic nie przyniesie; tedybym sobie szkodził, gdybym te 26000 podług prostego procentu dyskontował, mówiąc: 310 zł. w 42 latach wypłacalne, maią dziś wartości 100. ileż dziś maią wartości 26000? znalazłbym tu 8387 $\frac{3}{31}$ zł. Gdybym tę summę za las zapłacił, tedy sprzedawca miałby od niéy przeszło 419 zł. rocznego procentu, który może mu znowu procent przynosić, dla mnie zaś z lasu ten procent od procentu znika. Sprawiedliwiéy więc iest, ażebym przedawcy dziś taką tylko summę zapłacił, która z procentem od procentu za lat dopiero 42 mieć będzie wartości 26000 zł. że zaś 1 zł. w lat 42 rachuiąc z procentem od procentu, *np.* po $5\frac{0}{0}$ wynosi 1 zł. $\times \left(\frac{21}{20}\right)^{42} =$

$$\frac{54\ 135\ 823\ 067\ 412\ 405\ 261\ 341\ 512\ 451\ 566\ 463\ 326\ 809}{4\ 398\ 046\ 511\ 104\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$$

$$\frac{746\ 506\ 282\ 585\ 241}{000\ 000\ 000\ 000\ 000}$$

(n° 128); więc przez proporcyią $\left(\frac{21}{20}\right)^{42} : 1 = 26000 : x$ znaydę ilość zł. 3352,46 którą dziś za ten las sprawiedliwie zapłacić mogę.

141. Jeżeli w iakim przedmiocie trzy osoby A, B, C, podaią swe proiekta: A *np.* chce dać 18200 zł. zaraz, B 20000 zł. w tym sposobie, 4000 zaraz, a potém co rok po 4000 przez 4 lata; C 2100 zł. zaraz po tém co rok po 3000 przez lat 6; któryż z podanych proiektów iest nayzyskownieyszy?

Gdybyśmy wartości proiektowanych kapitałów podług danych warunków sprowadzić chcieli do wartości teraźnieyszéy, wypadałoby użyć teoryi w tym rozdziale wskazanéy. Lecz gdy w tym razie idzie tylko o proste poznanie stosunku korzyści z iednéy strony, dosyć iest odnieść każde podanie proiektu do iednakowego czasu, iak tu do końca roku 6go, a łatwo zaraz wartość ich porównamy. Wziąwszy więc iakiś stały procent *np.* 5%, znaydziemy, że kapitały powyższe spłacone podług warunków w oznaczonym czasie, przyniosą procenta następuiące: kapitał osoby A 5460, osoby B 4000, osoby C 2380 zł. te złączone z właściwemi kapitałami okażą, iż kapitał pierwszéy na końcu 6go roku urośnie do 23660 zł. 2giéy do 24000, a 3ciéy do 22980 zł. Drugi więc podany proiekt iest nayzyskownieyszy, pierwszy mniéy zyskowny, a trzeci naymniéy zyskowny.

W tym sposobie rachunku uważaliśmy tylko procent prosty. Lecz ściśleyszy byłby rachunek z uwagą na procent składany. Pieniądz bowiem w widoku korzyści użyty, uważany iest w każdym czasie iako maiący korzyść przynosić. Obrachowawszy więc korzyść z powyższych trzech proporcyy ze względem na procent składany, wyniosłby na końcu roku 6go kapitał A 24389,74; B 24347,53; C 23219,9. Ztąd się okazuie iż proiekt A byłby nayzyskownieyszy, B mało co mniéy zyskowny, a C naymniéy zyskowny.

Tu widzimy nietylko odmienne, lecz i w odmiennym między sobą stosunku wypadki, podobnież byłoby, gdybyśmy nie 5% lecz inny iaki mnieyszy lub większy procent przyięli. W rachunkach więc tego rodzaiu trzeba pilnie uważać na stopę procentu, która albo wyraźnie, albo okolicznościami może być wskazana.

ZAGADNIENIA.

142. I. Osoba A winna zapłacić osobie B 162oo zł. za rok bez procentu; ileżby teraz powinna zapłacić wytrąciwszy sobie procent roczny po 5%?

II. Dowiaduie się ktoś że bankier odebrał assygnacyią na wypłacenie mu 3ooo zł. za 6 miesięcy, lecz że potrzebuie pieniędzy, udaie się do bankiera; ileż ma bankier zaraz wypłacić wytrącaiąc sobie 5% na rok?

III. Pewna osoba maiąca prawo odebrania od drugiéy zł. 600 za 3 miesiące, żąda wypłacenia sobie zaraz z odtrąceniem procentu. Chcą iéy zapłacić tylko 564 zł. iakże wysoki odtrącaią procent?

IV. Pewna osoba daie na siebie kartę kupcowi na 2854 zł. maiące być za rok wypłacone; lecz na końcu 7 miesięcy przychodzi uiścić się z długu. Kupiec zezwala na zmnieyszenie długu, odbiera go bowiem przed terminem. Rachowano zaś procent w karcie po 6%. Jest pytanie za iakąż summę powinien kupiec oddać kartę?

V. A winien będąc 1o8oo zł. w Warszawie, odbiera w Petersburgu od bankiera wexel téy wartości, i wypłaca mu 1) 11178 zł. Jleż od 2% wynosi eskont (zewnątrz)? 2) 1676 rub. 7 kop. Pytanie iak wyżéy?

VI. A zrealizował 3 wexle: na 1*szym* na 3500 rub. potrącono mu 166 rub. 25 kop. na 2*gim* na 2149 fr. potrącono 116 fr. 66 cent. na 3*cim* na 1250 zł. potrącono 115 zł. Jakież było odtrącenie na % (zewnątrz) na każdym wexlu?

VII. A kupił za 2480 fr. towaru na 8 miesięcy Kredytu. Obrachowawszy się proponuie zara z zapłacić 2331 fr. 20 cent: co przedawca przyimuie. Jakiż tu rachowano eskont roczny na % (zewnątrz)?

VIII. Kupiec sprzedawszy za 1920 rub. towaru, przyimuie termin wypłaty roczney i porachowanie eskontu na pewną stopę, skoro mu przed terminem wypłacą. Po 5 miesiącach zapłacono mu 1875 rub. 20 kop: Na iakąż stopę rachowano eskont?

IX. A ma wexel na 3646 zł. do odebrania za 9 miesięcy; lecz potrzebuiąc pieniędzy żąda wypłaty zaraz. Wypłacaią mu z odtrąceniem po 6%. Jleż ma odebrać gdy odtrącenie rachuią 1) zewnątrz czyli na sto, 2) wewnątrz t. i. uważaiąc summę iako kapitał połączony z procentem?

X. A zakupił za 1280 rub. towaru. Przedawca przyimuie rok kredytu i zezwala na eskontowanie należytości w stosunku 6% rocznie, w razie uprzedzenia terminu wypłaty. Zdarza się iż po pewnym czasie kupiec wylicza 1212 rub. 40 kop. i zaspokaia dług zupełnie. Po iluż miesiącach zapłacił?

XI. A ma bilet na 25000 zł. wypłacalny (*zachlbar*, *payable*) za 27 miesięcy. B który ma bilet zrealizować proponuie eskontować go po 8% rocznie. O ileż uprzedzić powinien wypłatę, ażeby tylko 2150 zł. zapłacił?

XII. Chcą eskontować 1% miesięcznie z summy 3546 fr. Jleż trzeba odtrącić, wiedząc iż wexel ma ieszcze 37 dni do wypłaty?

XIII. Chcą eskontować z 7092 fr. za 40 dni po $\frac{1}{2}$ % miesięcznie. Jakież będzie odtrącenie?

XIV. Negocyant który wysławił wexle następuiące: 1szy na 1560 fr. 30 c. za 120 dni z eskontem $\frac{3}{4}$ miesięcznie; 2gi na 1800 fr. za 65 d. z eskontem $\frac{2}{3}$; 3ci na 345 fr. 20 c. za 50 dni z eskontem $\frac{5}{8}$; 4ty na 9400 fr. za 125 dni z eskontem $\frac{1}{2}$; 5ty na 645 fr. za 72 dni z eskontem $1\frac{3}{4}$, chce ich spłacić od razu. Jakaż iest summa całego na tych wexlach eskontu?

XV. A ma wypłacić osobie B 35000 zł. po 12 latach skończonych; 1) ileż dziś zapłacić ma wytrąciwszy sobie procent po 5%? lub 2) zgadzaią się, ażeby A po 4 latach wypłaciła dług; ileż iéy dać przypadnie gdy sobie wytrąci procent po 5%?

XVI. Zagadnienie toż samo co wyżéy, tylko dodany warunek, żeby mieć wzgląd na procent od procentu?

XVII. Osoba A ma wypłacić osobie B 45000 zł. w 15tu po sobie idących latach, to iest co rok po 3000 zł. lecz 1) chcąc się pozbyć tego długu i nie płacić 15 razy, pyta się, ile dziś oddać ma wytrąciwszy sobie procent po 6%? lub 2) obie przystaią, ażeby osoba A razem te 45000 zł. wypłaciła; kiedyż wypłacenie nastąpić powinno? lub 3) obie zgodziły się, ażeby osoba A po pierwszych 3 latach cały dług wypłaciła: ileż na końcu 3 lat dać powinna wytrąciwszy sobie procent po 5%?

Nayczęściéy iednak zdarzaią się nierówne kwoty i w nierównych terminach do wypłacenia, np.

XVIII. Ma ktoś 800 tal. wypłacić w ten sposób; 300 tal. po 4 miesiącach, 400 tal. po 6, a 100 tal. po 8, uważaiąc czas rachowany zawsze od zaczęcia umowy; lecz wolałby od razu dług zapłacić, co przyięto; kiedyż wypłacenie ma nastąpić?

XIX. A iest winien zapłacić 3000 zł. po 4ch latach, a 4000 po 5ciu. Chciałby oba te kapitały na raz zapłacić. Kiedyż wypłata ma nastąpić, ażeby ani dłużnik ani wierzyciel nie szkodował?

XX. Pewny kupiec winien za towary 3600 zł. zapłacić w ten sposób: 600 zł. zaraz, 800 za 3 miesiące, 200 za 8 miesięcy, a resztę w końcu roku, rachuiąc od czasu zaciągnionego długu; lecz umawiaią się żeby dług razem był wypłacony, w iakimże czasie wypłata nastąpi?

XXI. Pewny kupiec winien drugiemu za towary summę 6480 tal. które ma wypłacić w 4 ratach, to iest, czwartą część zaraz, $\frac{1}{3}$ po 3 miesiącach, $\frac{1}{3}$ po 6, resztę w końcu roku; lecz 1) chce wszystko od razu wypłacić, kiedyż wypłatę słusznie uiści? lub 2) przystaią oba ażeby dłużnik po 2ch miesiącach cały dług spłacił; ileż wtedy ma dać wytrącaiąc sobie umówiony procent po 8%?

XXII. Dłużnik który winien 3000 tal. umówił się z wierzycielem, że 1500 tal. zapłaci mu za 2 lata, w rok potém 1000 tal. a w rok ieszcze resztę; lecz na końcu pierwszego roku wierzyciel mu proponuie, iż ieżeli zechce wypłacić zaraz cały dług, gotów iest odtrącić mu procent po 8%; dłużnik na propozycyią przystaie. Trzeba wiedzieć ile ma zaraz wypłacić?

XXIII. Ma ktoś 1000 zł. w trzech terminach wypłacić, t. i. $\frac{1}{4}$ téy kwoty po 4rech mcach, $\frac{1}{5}$ po 7 mcach, a resztę na końcu roku, rachuiąc czas od zawarcia umowy;

lecz on płaci $\frac{1}{2}$ długu po 3ch. a $\frac{1}{8}$ po 5 mcach; pytam się iak długo reszty może ieszcze nie wypłacić?

XXIV. A pożyczył osobie B, 6000 zł. z tym warunkiem, iż procent oznaczony po 6%, iż co rok kapitału z procentem rówuą summę odbierze, i że w 5 latach wypłata się skończy. Jleż ma co rok odebrać? Wypłata zaczyna się z końcem roku pierwszego.

XXV. Pewny las podług dzisieyszego oszacowania 6000 sążni drzewa zawiera. Peryiod wycięcia lasu iest na 60 lat oznaczony. Jleż można corocznie drzewa wyrąbać, wiedząc z doświadczenia, iż w tym lesie na 100 sążni co rok 2 sążnie przyrastaią, a w każdym roku równa ilość ma być wyrąbana?

XXVI. Obowiązany płacić czynsz wieczny 4200 zł. od kapitału 42000 zł. chce się zbyć tak wielkiego ciężarn. Przyięto warunek, ażeby w 2 latach zupełnie się wypłacił, to iest w równych wypłatach na końcu każdego roku. Jakaż ma być każda wypłata maiąc wzląd na procent od procentu?

XXVII. Chcą podobnież umieszczony kapitał 3310 zł. spłacić w 3 równych wypłatach na końcu każdego roku; iakaż ma być każda wypłata?

XXVIII.

XXVIII. Proponuią pewnemu kupcowi 30 łokci materyi iednego gatunku na $\frac{9}{4}$ łokci szerokości za 720 zł. gotowizną; lub 50 łokci materyi drugiego gatunku na $\frac{8}{4}$ łokci szerokości za 1200 zł. wypłacić się maiące za 2 lata. Gatunek 1széy materyi ma się do gatunku 2éy iak 16 : 15. Procent uważa się po 10% ze względem na procent od procentu. Trzeba wiedzieć które kupno zyskownieysze dla kupca?

XXIX. Kapitał 6000 zł. na 5% przyięty, trzeba wypłacić w 14 latach razem z procentem równemi ratami. Z Końcem roku pierwszego zaczyna się wypłata. 1) Po ileż co rok wypada zapłacić?

2) Jeżeli wypłata ma być w półrocznych terminach, po ileż w tedy zapłacić wypadnie?

3) Jeżeli w terminach kwartalnych, po ileż zapłacić wypadnie?

XXX. Pewny las nie może być teraz rąbany ponieważ iest młody, lecz po 20 latach przyniesie on przez 10 lat czystego dochodu po 100 zł. reńskich. Jleż drzewo ma dziś wartości?

XXXI. Do kupna pewnéy nieruchomości zdarza się 3 kupców: pierwszy podaie 20000 zł. zaraz gotowizną, 2gi 21700 zł. lecz z tych 4700 zaraz, a resztuiące 17000 w 4ch latach po 4250 zł. 3ci podaie 22800, lecz tylko 3000 zaraz, a potém przez 6 lat po 3300 zł. Któregoż podanie iest naylepsze? 1) rachuiąc procent prosty, 2) procent składany po 5%.

O REGULE SPÓŁKI.

143. Gdy reguła 3ch służy do podzielenia zysku lub straty proporcyionalnie do składki każdego spólnika, natenczas ią nazywaią *regułą spółki* (regula societatis). Reguła ta służy w ogólności do podzielenia liczby iakiéy na części proporcyionalne liczbom danym a które nazywaią *liczbami stosunkowemi*.

Reguła spółki może być także poiedyncza albo składana; iest poiedyncza kiedy liczby do których maią być proporcyionalne części szukane, są wprost dane przez zagadnienie; iest składana gdy te liczby nie są wprost wysłowione, lecz dopiero trzeba ie oznaczyć składaiąc zachodzące stosunki. Wyiaśniamy to w przykładach.

Przykład I. Dwie osoby składaią się: pierwsza daie 100 zł. 2ga 200 zł. zyskuią razem 150 zł. ileż każdéy z zysku przypada?

Ponieważ każdy zysk szczególny powinien być proporcyionalny do każdéy składki szczególnéy, będzie więc proporcyia:

Pierwsza składka: pierwszego zysku = druga składka: drugiego zysku. Stąd (n^o 80) summa składek : summy

$$\text{zysków} = \begin{cases} \text{pierwsza składka : pierwszego zysku} \\ \text{druga składka : drugiego zysku.} \end{cases}$$

Reguła więc ta sprowadza się do reguły trzech, któréy pierwszy wyraz iest summą składek (czyli summą liczb podług których ma być podzielona liczba dana).

Drugim wyrazem iest summa zysków lub strat (czyli liczba dana do rozdzielenia na części proporcyionalne).

Trzecim każda składka w szczególności (czyli liczba do któréy ma być proporcyionalna część odpowiadaiąca).

A czwartym będzie część każdego spólnika (czyli liczba szukana). Będzie więc

$$\begin{array}{l} 300 : 150 = \\ \text{lub} \quad 2 : \quad 1 = \end{array} \begin{cases} 100 : x = \frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ zł.} \\ 200 : y = \frac{200 \times 1}{2} = 100. \end{cases}$$

144. *Przykład II.* Trzy osoby A. B. C. wchodzą w spółkę handlową. A daie 100 zł. na 2 miesiące; B daie 200 zł. na 4 mcę; C daie 300 zł. na 5 mcy. Zdarza się iż zyskuią razem 400 zł. ileż każdéy przypada z zysku?

Spostrzegamy łatwo iż każda osoba zyskać powinna w stosunku kapitału i czasu, przez który w handlu iéy kapitał zostaie.

Reguła więc spółki w tym razie iest składana. Zamienimy ią zaś na poiedynczą iak w przykładzie powyższym, skoro sprowadzimy używanie składek do iednakowego czasu (n° 124), to iest, skoro znaydziemy iakie powinny być składki ażeby zostaiąc iednakowy czas w handlu, przyniosły zyski żądane, co pospolicie wyrażamy: *sprowadzić składki do iednakowego czasu.* Mówię zatém, iż:

100 zł. przez 2 mce tyle zysku przyniosą, ile 2 razy 100 czyli 200 przez 1 miesiąc.

200 zł. przez 4 mce tyle zysku przynoszą, ile 4 razy 200 czyli 800 przez 1 miesiąc.

300 zł. przez 5 mcy tyle zysku przyniosą, ile 5 razy 300 czyli 1500 przez 1 miesiąc.

Maiąc iuż składki do iednakowego czasu sprowadzone rozwiążemy zagadnienie podług n° poprzedzaiącego. Piszę więc:

$$2500 : 400 = \left\{ \begin{array}{l} 200 : x \\ 800 : y \\ 1500 : z; \end{array} \right.$$ czyli skracaiąc

$$\begin{array}{r} \cancel{25} : \cancel{400} = \\ 1 : 16 = \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2 : x = \frac{16 \times 2}{1} = 32 \\ 8 : y = \frac{16 \times 8}{1} = 128 \\ 15 : z = \frac{16 \times 15}{1} = 240 \end{array} \right.$$

Weźmie zatém ze spólnego zysku osoba A, 32 zł. B, 128; C, 240.

145. Sprawdzić możemy regułę tę biorąc summę zysków lub strat szczególnych; summa ta powinna być równa zyskowi całemu lub stracie całéy.

146. Gdyby w poprzedzaiącém zagadnieniu zamiast 400 zł. zysku, dane było 400 zł. straty do rozdzielenia między spólników; natenczas, lubo przyięte iest zwykle między handluiącemi, iż zarówno strata iak zysk dzielone są w prostym stosunku składanym z kapitału i z czasu, i podług tego wypadałoby na każdą osobę część straty iak wyżéy, a zatém gdyby odbierali swe składki z handlu wzięłaby 1sza 68 zł. 2ga 72, 3cia 60; iednakże zastanawiaiąc się, postrzeżemy, że gdy do spólnego handlu iedna osoba dwa razy więcéy daie i na dwa razy dłuższy czas niż druga, nie masz słusznéy przyczyny ażeby dla tego w razie straty ponosiła iéy cztery razy więcéy, t. i. ażeby strata miała być w stosunku prostym równie czasu iak kapitału. W takim więc razie, skoro spólna strata nie przenosi złożonego kapitału, wypadałoby podług ścisłości ażeby się podzielili spólnicy pozostałą massą kapitału w prostym stosunku składanym z szczególnych kapitałów i czasu. I

tak w niniejszym razie dostałaby osoba A, 16 zł. B, 64; C, 120.

147. Skoroby zaś strata przenosiła kapitał np. gdyby rzeczeni spólnicy zamiast 400 zł. stracili 1000, i oprócz straty swoich kapitałów które wynoszą razem 600 zł. obowiązani byli ieszcze ponieść i nadmiar straty t. i. 400 zł. natenczas nadmiar ten mógłby być rozdzielony albo w stosunku prostym kapitałów, i podług tego miałaby płacić osoba A, $66\frac{2}{3}$ zł; B, $133\frac{1}{3}$; C. 200; albo w stosunku prostym złożonym z kapitałów i czasu, i w tym razie powinnaby dopłacić osoba A, 32 zł; B, 128; C 240; albo nakoniec, co się zdaie naysłuszniéy, wypadałoby nadmiar ten rodzielić w stosunku prostym kapitałów lecz odwrotnym czasu. Trzebaby więc podzielić szczególne kapitały przez czasy, a tak regułę spółki składaną zamienimy na poiedynczą i trzeba będzie tylko rozdzielić 400 zł. podług liczb $\frac{100}{2}$, $\frac{200}{4}$ i $\frac{300}{5}$ t. i. podług liczb 50, 50 i 60. Zatém miałaby ieszcze dopłacić osoba A, 125 zł; B, 125; C, 150. Wszakże rachunek w tym razie zawisł szczególnie od warunków umowy i zastosowanych do niéy okoliczności.

148. Gdyby spólnicy zmieniali swe składki dodaiąc do nich w różnych czasach, lub odeymuiąc iakie kwoty, np. gdyby się

pytano: ile każda z dwóch osób A i B ma dostać ze spólnego zysku 840 tal. gdy w handel 10 mcy trwaiący, 1sza włożyła 1od 550 tal. lecz po 4 mcach przyłożyła 100 tal. a po 6 mcach uięła 50 tal; 2ga włożyła 1od 600 tal. ale po 3 mcach uięła 150 tal?

Wtym razie sprowadzilibyśmy składki szczególne do iednakowego czasu podług (n° 124). a zatém szłoby tylko o podzielenie 840 tal. w stosunku prostym składek 6900 tal. osoby 1széy; 4850 tal. 2éy; i znaleźlibyśmy dział 1széy $498\frac{9}{79}$ tal. 2éy $350\frac{70}{79}$ tal.

149. Gdyby żądano podzielić 67250 zł. pomiędzy trzy osoby tak, aby część czyli dział 2éy był $\frac{2}{5}$ działu 1széy; a dział 3ciéy był $\frac{7}{8}$ działu 2éy?

Widzimy iż dział 3ciéy względem działu pierwszéy będzie $\frac{7}{8}$ z $\frac{2}{5}$, czyli $\frac{14}{40}=\frac{7}{20}$ (n° 166 Część I).

Trzy więc działy szukane są między sobąiak liczby 1, $\frac{2}{5}$, i $\frac{7}{20}$; a sprowadziwszy ie do iednakowego mianownika, znaydziemy $\frac{20}{20}$, $\frac{8}{20}$ i $\frac{7}{20}$. Będą zatém trzy liczby 20, 8 i 7 proporcyionalne danym pierwszym czyli stosunkowe. Pozostaie więc tylko podzielić liczbę daną proporcyionalnie do liczb 20, 8 i 7. Co uskuteczniwszy podług prawideł poprzedzaiących znaydziemy dział osoby 1széy $38428\frac{20}{35}$, 2éy $15371\frac{15}{35}$; 3éy 13450 zł.

150. Gdyby żądano podzielić daną kwotę na trzy części tak, ażeby 1sza była do 2éy $=5:4$, a 1sza do 3éy $=7:3$, trzebaby zrobić podobne iak wyżéy przygotowanie.

Spostrzegamy łatwo, iż część 2ga ma być $\frac{4}{5}$ pierwszéy, a część 3cia $\frac{3}{7}$ pierwszéy. Wyraziwszy więc pierwszą przez 1, 2ga będzie wyrażona przez $\frac{4}{5}$, a 3cia przez $\frac{3}{7}$. Zagadnienie więc zamienia się na gatunek poprzedzaiącego, i znaydziemy na odpowiedź, że część 1sza iest $30176\frac{11}{39}$, 2ga $24141\frac{1}{39}$, 3cia $12932\frac{27}{39}$.

151. Skrócenie o którém mówiliśmy pod n° 132 daie się także i w tym przypadku korzystnie zastosować, gdy do wielu szczególnych kapitałów czyli liczb zwłaszcza wielkich, potrzeba szukać odpowiadaiących części. I tak znalazłszy np. że

		zł.
1zł.	daie zysku lub straty.	0,03295
2	. . . .	0,06590
3	. . . .	0,09885
4	. . . .	0,13180 i t. d.

ieżeli mam znaleźć część odpowiadaiącą 34579 złotym, biorę podług téy tablicy

	zł.
na 30000 zł.	988,5
na 4000	131,80 i t. d.

Dodawszy razem mieć będę liczbę odpowiadaiącą 34579 złotym.

Ponieważ dziesiętne mogą nie zawsze odpowiadać zupełnie pierwszéy iedności, iak tu np. złotemu, więc otrzymane tym sposobem wypadki mogą się czasem nie zgadzać z nayściśleyszym rachunkiem. Nie zgadzanie się będzie tém bardziéy nieznaczne, im pilniéy pamiętać będziemy na to coś my powiedzieli pod n° 113 i 191 w części I.

Zagadnienia.

152. I. Cztery osoby składaią do spólnego handlu: A, 5600 zł. B, 4800; C, 6200, D, 5000; straciły razem 3400 zł; ileż każda straty poniesie?

II. Trzy osoby A, B, C, miały kapitału spólnego 36000 zł. dzieląc się zaś otrzymanym z téy summy zyskiem proporcyionalnie do kapitałów swoich, A bierze 460 zł. B 230, C 250. Jakiż każdéy osoby był kapitał?

III. Trzy osoby składaią towarzystwo, A daie 350 ♯, B 200 ♯; ileż ma włożyć C, chcąc otrzymać w stosunku kapitału połowę zysku który ma być 1000 zł. i ile każda z nich tegoż zysku dostanie?

IV. Artyllerzysta potrzebuie mieszaniny z 2ch części saletry, $1\frac{1}{3}$ siarki, 1 części węgli, a 4 prochu. Chcąc mieć 50 ℔ takiéy mieszaniny ileż weźmie z każdego materyiału?

V. Do zrobienia białego szkła potrzebuią 3 części dziarnistego piasku, 1 część potażu, $\frac{1}{5}$ część kredy; ileż trzeba wziąć z każdego materyiału chcąc mieć massy 60 funtów?

VI. 4600 robotników 1) podzielono na 3 odziały: w 1szym iest ich 2300, w 2gim 828, w 3cim 1472; wszyscy maią razem zrobić 1000 miar pewnéy roboty; ileż miar każdy oddział zrobi? 2) trzeba podzielić na 3 oddziały: 1szy ma zrobić 5000 miar pewnéy roboty, 2gi 1800, a 3ci 3200; iakże liczny powinien być każdy oddział, wszystkie inne okoliczności iednakowe przypuszczaiąc?

VII. W wielkich arsenałach rachuie się $101\frac{1}{2}$℔ materyiału do prochu wchodzących na 100℔ prochu t. i. $76\frac{1}{2}$℔ saletry, $12\frac{1}{2}$ siarki i $12\frac{1}{2}$℔ węgli. Jeżeli trzeba zrobić 5000 cent. prochu, ileż na to wyydzie każdego materyiału?

VIII. 56 robotników z iednéy strony, a 64 z drugiéy, obrobili 456 stay pola. Jleż stay obrobili robotnicy każdego oddziału i po ile za każde staie płacono, wiedząc iż drugi oddział odebrał 106,8 zł. więcéy, niż pierwszy? I ile dostali zapłaty pierwsi, a ile drudzy robotnicy?

IX. 3ch kupców złożyli się na 152000 zł. Zyskali 1900 zł. Rozdzielili się zyskiem w stosunku wkładki, 1) pierwszy dostał 1200 a 2gi 400 zł. Jakiż był a) zysk pierwszego i b) wkładka każdego?

2) Pierwszy włożył 9600 zł. 2gi 3200. Jakaż była a) wkładka 3go, i b) zysk każdego?

X. Dwóch kupców którzy złożyli spółkę 1000 zł. zyskali 3250 zł. 1) Zysk 1szego przewyższa o 650 zł. zysk 2go. Jakież są składki i iakie zyski każdego?

2) Wkładka 1szego przewyższa o zł. 200 wkładkę 2go. pytanie iak w.

XI. Z dwóch spólników A i B, drugi włożył 600 tal. więcéy niż pierwszy do spółki. Gdy przyszło do podziału zysku 450 tal. A dostał 180 tal. Jleż każdy włożył do spółki?

XII. Z dwóch kupców złożyło się na 800 rub. które przyniosły im 150 rub. zysku. Pierwszy odebrał razem wkładkę i zysk 570 rub. Jakaż iest wkładka każdego i zysk drugiego?

XIII. A i B robią spółkę. A daie 26640 zł. B 22400 zł. po skończeniu antrepryzy A dostaie 648 zł. więcéy zysku niż B. Jleż zyskał każdy?

XIV. Trzech kupców robi spekulacyią, która po pewnym czasie przyniosła im 12648 fr. korzyści. Iwszy włożył 19660 fr. a 2gi 22500 fr. Jleż włożył 3ci który za swoią wkładkę odebrał zysku 4216 fr. i iaki iest zysk każdego z dwóch pierwszych?

XV. Z trzech spólników, pierwszy dał 10800zł. 2gi 3600, niewiadomo ile dał trzeci, lecz wiadomo iż z ogólnego zysku 15200 zł. dostał za część swoią 2400. Jleż każdy z dwóch pierwszych dostał zysku, a ile trzeci dał składki?

XVI. A miał trzech braci z których średni był w domu, a dwóch, to iest naystarszy i naymłodszy poszli do woyska. Powziąwszy wiadomość że ieden z braci woyskowych zginął na woynie, zostawia taki testament: ieżeli starszy brat wróci z woyny, tedy ma dostać dwa razy tyle co średni; ieżeli zaś wróci naymłodszy tedy średni ma wziąć dwa razy więcéy od niego. Zdarza się iż szczęśliwie oba wracaią. Jleż każdy ma dostać z maiątku 21000 zł. wynoszącego?

XVII. W mieyscu gdzie ma być budowana szeroka droga, 3ch granicznych posiadaczy tracą część gruntu; pierwszy 6 morgów pola które w przecięciu 3cie ziarno przynosiło; drugi 5 morgów które przynosiły $3\frac{1}{2}$ ziarna; 3ci 2 morgi przynoszące po 4 ziarna. Lecz zostaią wynagrodzeni przez 20 morgów gruntu który dopiero ma być uprawnym. Jleż każdy z tego gruntu ma dostać?

XVIII. Trzech handlarzy wołów naymuią pastwisko na czas 4ch miesięcy za 82,5 rub. A, miał na tém pastwisku 85 wołów przez 56 dni, B 70 wołów przez tygodni 10 i dni 4, C 90 wołów przez tygodni 7 i dni 3. Jleż każdy zapłaci w stosunku naymu pastwiska?

XIX. Trzech spólników wysłało statek ze zbożem na którém zarobili 1560 tal. 1) iakiż ma być zysk 1szego który włożył w ten handel 840 tal. na rok cały, 2go który włożył 630 tal. na 6 mcy, 3go który włożył 540 tal. na 3 mce?

2) Gdyby nie powiedziano ile zyskali, lecz tylko wiadomo było, iż za cały kapitał kupili 700 kor. zboża które po 20 zł. korzec przedali, ileż każdy wziął zysku?

3) Mogłoby także być, iż za powyższe składki kupili 1000 kor. które przedali w 3ch partyiach: 1od 18 łasztów po 400 zł. 2re 300 kor. po $11\frac{1}{2}$ zł; 3cie resztę tak, iż na całym kapitale 10% zyskali. Po ileż korzec z reszty sprzedawano, i ileż każdy z zysku otrzymał?

XX. Włożył kto w handel 2500 zł. po upłynieniu roku przyiaciel iego dołożył

2400 zł. w półroku potém dołączył się do nich trzeci daiąc 2100 zł. Nakoniec w pół roku ieszcze się dołączył 4ty daiąc 5600 zł. Po upłynieniu 2ch lat rachuiąc od czasu połączenia się wszystkich, zyskali razem 4800 zł. Jleż każdy z tego zysku dostanie?

XXI. 3 osoby są uczestnikami w przedsięwzięciu kopalni. Kopalnią 6 lat obrabiano lecz dopiero na końcu 6go roku wydobyto z niéy czysty dochód 8000 rub. Z pomienionych 3ch osób pierwsza przystąpiła do przedsięwzięcia przed 6 laty z wkładką 4000 rub. druga przed laty 4 z 3000 rub. trzecia przed laty $2\frac{1}{2}$ z 2600 rub. Jleż każda dostać powinna?

XXII. Trzy osoby A, B, C, kładą w ieden handel tak: A daie 400 #, B 500, C 700; lecz A po 4 mcach przykłada 300 #, po 7 mcach rachuiąc czas zawsze od zaczęcia handlu, uymuie 150 #, a po 9 mcach przydaie 250 #.

B, po 8 mcach po włożeniu swéy składki, uymuie 150 #, po 5 mcach przykłada 220 #, po 8 mcach przykłada ieszcze 140 #, a po 10 mcach uymuie 300 #.

C. po 5 mcach uymuie 200 #, po 7 mcach uymuie ieszcze 110 #, a po 9 mcach przykłada 340 #.

Po upłynieniu roku od czasu włożenia w handel ich pierwszych składek, zyskali razem 2400#. Jleż każda otrzyma z tego sku?

XXIII. Trzech spólników stowarzyszonych prowadziło handel przez 15 miesięcy, na którym w ogóle zyskali 100000 zł. 1szy dał na początku handlu 86000 zł. na końcu 4go mca dodał ieszcze 10000 zł. 2gi dał na początku 60000 zł. w 6 mcy przydał 50000 zł. a na początku 9 mca uiął 10000 zł. 3ci zaś wszedł do spółki na końcu 2go mca z kapitałem 100000 zł. W pierwszych 2 mcach ponieśli stratę 7400 zł. i ostatniego mca stracili znowu 2900 zł. Trzeba rozdzielić zysk i stratę proporcyionalnie dla każdego spólnika.

XXIV. Cztery osoby A, B, C, D, należały do spólnego handlu.

A dała 900 # na 6 mcy i zyskała 18 #;

B dała 500 # na 7 mcy, lecz niewiadomo ile zyskała;

C dała 800 # nie wiadomo na ile mcy, lecz $21\frac{1}{3}$ # zyskała;

D niewiadomo ile dała, lecz na 5 mcy, i zyskała $11\frac{2}{3}$ #.

Jakiż był zysk osoby B, na ile mcy dała osoba C; i iaka była składka osoby D?

XXV. A i B daią w handel 15000 rub. Wkładka A iest przez 3 miesiące, B przez 4. A zyskuie 180 rub. B 160. Jleż każdy włożył?

XXVI. Do wykopania rowu 15600 sąż. długiego maią być użyci na szarwark włościanie 4ch wsi, 1sza odległa iest od mieysca pracy o $\frac{5}{4}$ mili, a ma dostawić 36 robotników; 2ga odledła od tegoż mieysca o $\frac{7}{4}$ mili a ma dostawić 25 robotników: 3cia odległa od tegoż mieysca o $\frac{10}{4}$ mili a ma dostawić 32 robotników; 4ta odlegla o 2 mile a ma dostawić 48 robotników. Jleż robotnicy każdéy wsi z osobna powinniby wykopać sążni wspomnionego rowu, maiąc wzgląd na odległość każdéy wsi od mieysca roboty i przypuszczaiąc iż ten ma być wszędzie iednakowéy obszerności, i że ziemia przez całą długość rowu iest iednakowo twarda?

XXVII. Las z którego 3 wsie *l. m. n.* maią opał pobierać, trzeba na 3 części podzielić, tak, by każda wieś w stosunku swéy potrzeby z naybliższego oddziału opał swóy pobierała. Rewir (mieysce poręby, las) zawiera 811 morgów. Rąbalność rewiru iest na 50 lat ustanowiona, a przy oszacowaniu znaleziono 150 sążni drzewa na mórg.

l ma

l ma 40 domów z których każdy na rok potrzebuie 4 sąż. 4 warsztaty z których każdy 60 sąż. na rok potrzebuie i kuźnią 20 sąż. na rok potrzebuiącą.

m posiada 40 morgów własnego lasu z którego co rok 49 sąż. wziąć może, ma zaś 100 domów, każdy także 4 sąż. potrzebuiący, 3 warsztaty po 100 sąż. i kuźnią 25 sąż. rocznie potrzebuiącą.

n ma 46 domów po 4 sąż. 2 warsztaty po 50 sąż. i kuźnią 20 sąż. rocznie potrzebuiącą. Jleż morgów lasu dla każdéy wsi wyznaczyć trzeba?

XXVIII. Pewny nie maiący familii zostawia 24000 tal. które pomiędzy 3ch swoich przyiaciół A, B, C, dzieli tak, ażeby się działy ich miały do siebie iak $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$; iakiż iest dział każdego?

XXIX. Oyciec zapisuie dla trzech synów testamentem: że pierwszy syn ma wziąć połowę, drugi część trzecią, a trzeci czwartą pozostałego maiątku. Okazuie się, iż maiątek wynosi 12000 zł. Jleż każdy syn dostanie?

XXX. Dwie osoby podzieliły się 120 zł. tak, iż gdy iedna 3, druga bierze 4. Jleż dostanie każda?

XXXI. Gdyby chciano podzielić 24000 zł. na cztery osoby A, B, C, D, w tym sposobie, ażeby działy A i B miały się do siebie $= 3 : 4$; B i C $= 5 : 6$; działy zaś C i D $= 2 : 3$. Jleż każdéy przypadnie?

XXXII. 4ch rzemieślników dokonali pewnéy roboty; pierwszy pracował dni 18, a dzieńnie zwykł zarabiać 6 fr. Drugi pracował dni 6, a zwykle zarabia dziennie 3 fr. trzeci pracował dni 4, dziennie zarabiał zwykle 2 fr. czwarty pracował dni 12, dziennie zaś zarabiał 8 fr. Dokonana robota została oszacowana na 700 fr. Jleż wypadnie każdemu rzemieślnikowi w stosunku czasu i zwykłego zarobku dziennego?

XXXIII. Rozdzielono 1830 rub. pomiędzy 15 mężczyzn, 17 kobiet, i 8 dzieci. Dział kobiety 3 razy większy od działu dziecięcia był równy $\frac{15}{21}$ działu mężczyzny; po ileż się dostało każdemu?

XXXIV. Oyciec zapisuie testamentem 36000 zł. maiątku dla 5 synów z warunkiem aby się podzielili w odwrotnym stosunku lat wieku, t. i. im który młodszy tém więcéy ma dostać. Ma zaś naystarszy lat 30, 2gi 20, 3ci 18, 4ty 12, a naymłodszy 10. Jleż każdy dostanie?

XXXV. Maiątek kupca który zbankrutował wynosi ieszcze 75000 zł. Udowodnione zaś długi wierzycieli iego obrachowane wynoszą: 1go zł. 82494, 2go 66646, 3go

53942, 4go 49540, 5go 44750, 6go 12606, 7go 7204. 8go 1300, 9go 518. Jleż każdemu wierzycielowi przypadnie z massy upadłego?

XXXVI. Od dłużnika który zbankrutował należy się osobom: A $40\frac{1}{2}$ tal. B $42\frac{3}{4}$, C $121\frac{5}{12}$, D 86, E $113\frac{5}{5}$. F $90\frac{1}{2}$. Maiątek upadłego po odciągnieniu prawnie zabezpieczonych długów i wydatków sądowych wynosi iuż tylko 165 tal. Jleż z téy summy dostanie każdy z pomienionych dłużników, ile straci i po wiele na sto?

O REGULE POŁĄCZENIA CZYLI MIESZANIA.

153. *Reguła połączenia* (regula alligationis) iest działanie służące do znalezienia średniéy ceny mieszaniny kilku gatunków rzeczy których ilości i ceny szczególne są dane; lub do wyznaczenia w iakiéy ilości wziąć trzeba każdéy z rzeczy maiących wchodzić w mieszaninę, skoro znamy ich ceny tudzież cenę mieszaniny. Obeymuie więc dwa gatunki zagadnień (1).

Dla znalezienia ceny średniéy, kilku gatunków rzeczy których znamy liczbę i wartość, *rozmnoż wartość rzeczy każdego gatunku przez liczbę tych rzeczy; doday wszystkie iloczyny i podziel summę przez liczbę całą rzeczy zmieszanych.*

---

(1) Nie liczymy zaś do téy reguły tych zagadnień (któreby się zdawały do niéy należyć), gdzie idzie o wynalezienie, ile do zrobienia pewnéy mięszaniny trzeba wziąć w szczególności z innych materyy których stosunki są dane, np. do dobrego prochu trzeba 16 części saletry, 3 węgla, i 2 siarki; chcąc zrobić 1000 funtów prochu, ileż trzeba wziąć każdéy z tych materyy w szczególności? Podobne bowiem zagadnienia rozwiązuią iak widzieliśmy przez regułę spółki.

154. *Przykład I.* Zmieszano razem 15 butelek wina po 4 zł. butelka z 25 butelkami po 3 zł. i z 30 po 2 zł. pytaią się o cenę butelki mieszaniny?

15 butelek po	4 zł. butelka kosztuią	4 zł. $\times$ 15	= 60 zł.
25 . . .	3 . .	3 $\times$ 25	= 75
30 . . .	2 . .	2 $\times$ 30	= 60
70			195

Liczba butelek iest 70, a summa iloczynów iest 195 zł. Dzielę więc 195 zł. przez 70; iloraz $2\frac{11}{14}$ zł. iest ceną butelki mieszaniny.

Możnaby rozwiązanie to zastosować do reguły 3ch w ten sposób: summa butelek zmieszanych, iest do summy ich cen, iak butelka mieszaniny, do ceny średniéy; czyli $70 : 195 = 1 : x$; $x = \frac{195 \times 1}{70} = 2\frac{11}{14}$ zł. Łatwo spostrzegamy iż proporcyia ta iest prawdziwa.

Sprawdzić możemy rozwiązanie doświadczaiąc, czy 70 butelek wina po $2\frac{11}{14}$ zł. czynią tęż samę wartość co i summa wartości szczególnych 15 butelek wina po 4 zł. 25 po 3 zł. i 30 po 2 zł. butelka.

155. Gdyby podane było zagadnienie, iż przedsięwzięto zmieszać troiakiego gatunku zboże, t. i. 48 kor. po 14 zł. 68 po 16 i 86 po $15\frac{1}{2}$; dobroczynna zaś osoba ofiarowała do tego 60 kor. ażeby cena dla

maiących kupować zboże zniżona była; po ileż korzec téy mieszaniny powinien być przedawany?

Znaleźlibyśmy cenę szukaną podzieliwszy summę wartości tego zboża 3093 zł. przez liczbę korcy 262. Wypada na iloraz 11 zł. $24\frac{21}{131}$ gr. Może być zatém przedawany korzec po 11 zł. i 25 gr. bez straty.

156. Używamy ieszcze reguły poprzedzaiącéy do wzięcia środka między wypadkami z doświadczenia lub postrzeżeń otrzymanemi, a które nie zgadzaią się z sobą. Na przykład, gdyby szło o poznanie dokładne odległości dwóch mieysc dosyć od siebie oddalonych i z iakąžkolwiek pilnością powtarzano wymiar, a zaszły iednak uchybienia w mierzeniu, to iest, że otrzymane wypadki nie zgadzałyby się z sobą: dwa razy np. znaleziono 3794,48 sąż.; z trzech innych pomiarów dał każdy 3795,27 sąż.; nakoniec w ostatniém mierzeniu otrzymano 3793,115 sąż.

Ponieważ się te liczby niezgadzaią, oczywistą iest rzeczą, iż w niektórych musi być błąd, a może i we wszystkich. Gdyby była znaleziona za każdym razem prawdziwa miara, summa wypadków byłaby równa sześć razy téy miarze. Łatwo zaś spostrzedz możemy, iż ta sama byłaby summa, gdyby wypadki otrzymane chybiały iedne przez nadmiar a drugie przez niedomiar, tak, iżby nadmierzenie wypadłe z dodania nadmiarów, wynagradzało niedomiar wypadków mnieyszych od prawdziwéy ważności; doszlibyśmy zatém do poznania téyże wartości dzieląc summę wypadków przez ich liczbę.

Przypadek taki iest nader szczególny, ani sądzić można iżby się często trafiał. Lecz zdarza się prawie zawsze, iż błędy w iednym względzie znoszą część innych w drugim, a pozostały rozdzielony zarówno na każdy wypadek iest tém mniéyszy im większa iest liczba wypadków.

Podług tych uwag działać będziemy tak:

weźmiemy	2razy	3794,48	czyli	sąż. 7588,96
. . . .	3 . .	3795,27	. . .	11385,81
, . . .	1 . .	3793,115	. .	3793,115

6 wypadków daie w ogóle sąż. 22767,885

Podzieliwszy 22767,885 przez 6 znaydziemy ważność

średnią . . . sąż. 3794,647.

157. Gdyby podano, iż pewna loteryia złożona z 10000 biletów czyli losów po 6 zł.

każdy; miała w sobie wygrywaiący ieden los wielki na 9600 zł. 2 po 4500 zł, 4 po 1200 zł. 8 po 600 zł. 200 po 50 zł. a 400 po 25 zł. a pytano się, iaki ma zysk z téy loteryi zakładaiący takową, i iaka iest średnia cena biletu?

Obrachowawszy summę z wygrywaiących losów która iest 48200 zł. summę zeza 10000 biletów po 6 zł. która iest 60000 zł. odięlibyśmy pierwszą od drugiéy; różnica ich 11800 zł. okazuie zysk utrzymuiącego loteryią. Aby zaś znaleźć średnią cenę rzetelną biletu, trzeba podzielić 48200 zł. przez całą liczbę biletów 10000, czyli 482 przez 100, co daie 4 zł. $24\frac{2}{3}$ gr. na cenę średnią szukaną.

158. Z dwóch poprzedzaiących przykładów widzimy analogiią zachodzącą między regułą mieszania i teoryią *rachunku prawdopodobieństwa* czyli domniemań (calculus probabilitatis) (1). Moglibyśmy ieszcze posunąć daléy wnioski z tego postrzeżenia, lecz gdy wspomniony rachunek należy szczególniéy do wyższéy arytmetyki, i

(1) Obacz *Rys Filozoficzny zasad rachunku losów czyli rachunku prawdo-podobieństwa*, przez *Kajetana Garbińskiego w Warszawie* 1823 *r.* *in 4to*

gdy przeznaczone są szczególne dzieła temu przedmiotowi, który zaymował naypierwszych wieku naszego jeometrów; przeto wspomnimy tylko, iż teoryia rachunku o *o środkach ciężkości i o równowadze między rozmaitemi siłami*, które działaią na punkt ieden, odniesiona także być może do tego pierwszego gatunku reguły reguły połączenia.

Przeydźmy teraz do drugiego gatunku zagadnień téy reguły.

159. *Przykład I.* Z dwóch trunków z których garniec pierwszego kosztuie 11 zł. a garniec drugiego 5 zł. trzeba zrobić mieszaninę któréy garniec ma wypadać 7 zł. wieleż garcy wziąć należy z każdego gatunku dla zrobienia mieszaniny?

Gdybym wino pierwszego gatunku zamiast po 11 zł. sprzedawał po 7 zł. straciłbym na każdym garcu po zł. 4; gdybym zaś wino drugiego gatunku zamiast po 5. zł. sprzedawał po 7 zł. zyskiwałbym na każdym garcu po zł. 2. Aby więc zysk wynagradzał stratę, powinienem sprzedać z obu gatunków wina, ilość garcy w stosunku odwrotnym różnicy ich cen z ceną średnią, to iest: iak w danym przykładzie, wina droższego garcy 2, a tańszego garcy 3. Jakoż sprzedawszy droższego wina 2 garce po zł. 7. tracę zł. 8; sprzedawszy zaś tańszego garcy 4 po zł. 7 zyskuię zł. 8, strata więc wyrównywa zyskowi. Zmieszawszy zatém obadwa gatunki wina w stosunku 2 : 4, rzetelna cena mieszaniny będzie zł. 7.

Sposób rozwiązywania takowych zagadnień iest następuiący : Układam ceny tak

$$7 \left\{ \begin{array}{l} 11 \ldots 2 \\ 5 \ldots 4 \end{array} \right.$$

Biorę różnicę ceny wyższéy 11 z naznaczoną ceną średnią 7, i piszę tę różnicę naprzeciw ceny niższéy 5. Biorę potém różnicę ceny średniéy 7 z ceną niższą 5 i umieszczam ią naprzeciw ceny wyższéy 11.

Wnoszę zatém, iż mieszaiąc 2 garce trunku po 11 zł. z 4 garcami trunku po 5 zł. będzie mieszanina po 7 zł. garniec.

Zrobimy ieszcze tę uwagę, iż gdy podług przykładu poprzedzaiącego ma wchodzić w mieszaninę 2 części droższego wina, a 4 tańszego, czyli co na toż samo wyydzie, 1 część droższego, a 2 części tańszego; więc w iakiéykolwiek ilości mieszaniny, proporcyią tę zachować należy. I tak, chcąc mieć np. 1 tylko garniec mieszaniny, trzebaby wziąć $\frac{1}{3}$ gar. z gatunku pierwszego a $\frac{2}{3}$ gar. drugiego.

160. Gdyby mięszanina miała się składać z wina którego garniec, 1go kosztuie

zł. 16, drugiego zł. 10, a 3go zł. 9; chciano zaś otrzymać wino któregoby garniec wypadał po zł. 12, natenczas ułożywszy ceny iak następuie:

$$12\left\{\begin{array}{l} 16 \ldots 3+2=5 \\ 10 \ldots 4 \\ \;\;9 \ldots 4 \end{array}\right.$$

porówywam 16 i 9 z ceną średnią 12, i różnice wypadłe piszę na odwrot iak się wyżéy powiedziało. Porównywam daléy 16 i 10 ceny wyższą i niższą od ceny średniéy, z tąż ceną, i różnice piszę podobnież na odwrot. Dodawszy do siebie różnice 3 i 2 położone przy 16, wypadnie wziąć z wina na zł. 16 gar. 5, na zł. 10 gar. 4, na zł. 9 także garcy 4, a zmięszawszy razem wypadnie 13 garcy wina po zł. 12.

Gdyby w mieszaninę miało wchodzić, 4, 5 lub więcéy gatunków rzeczy rozmaitéy ceny, porównać ie trzeba podobnym sposobem koleyno po dwie, z ceną średnią, uważaiąc, aby za każdym razem porównywać z sobą dwie tylko ceny, t. j. iednę wyższą drugą niższą od ceny średniéy i podług powyższego sposobu postąpić.

161. Wnieśmy z tąd, że we wszystkich podobnych zagadnieniach, należy zawsze na to pamiętać, iż *aby wynagrodzenie zupełne między cenami wyższemi i niższe-*

mi nad cenę średnią miało mieysce, trzeba ażeby liczba rzeczy wziąć się maiących po cenie wyższéy, i liczba rzeczy po cenie niższéy, były w stosunku odwrotnym różnicy tychże cen a ceną średnią.

Prawidło to zachować także należy, skoro w zagadnieniu daném, więcéy iest cen wyższych aniżeli niższych od ceny średniey, lub przeciwnie.

162. Łatwo postrzegamy, że w takich razach gdzie wchodzi w mieszaninę kilka gatunków cen wyższych i niższych od ceny średniéy, można rozmaicie porównywać ceny tych gatunków, a zatém podług różnego porównania można znaleźć rozmaity stósunek ich mieszaniny, i że tém samém liczba odpowiedzi iest wieloraka. Zagadnienia w podobnych razach zowią się *Zagadnienia nie wyznaczone* (problemata indeterminata).

Np. Jeżeli mam cztery gatunki towaru: pierwszego ℔ kosztuie 58 Zł. drugiego 49 Zł. trzeciego 28 zł. a czwartego 22 zł. chcę zaś zrobić mieszaninę funt po zł. 36. Mogę porównywać. —

1º Pierwszy gatunek z trzecim, a drugi z czwartym, a ztąd znalazłbym, że Igo trzeba wziąć 8 ℔. 2go 14 ℔, 3go 22 ℔, a 4go 13 ℔. —

2º Pierwszy gatunek z czwartym, a drugi z trzecim, stosunek znaleziony byłby z 1go 14 ℔. z 2go 8 ℔, z 3go 13 ℔, a z 4go 22 ℔.

3º Pierwszy gatunek z trzecim i czwartym, a drugi z trzecim lub czwartym, albo też z obudwoma. Oto iest wzór działania podług porównania ostatniego.

$$36 \left\{ \begin{array}{l} 58 - 8 + 14 = 22 \\ 49 - 8 + 14 = 22 \\ 28 - 22 + 13 = 35 \\ 22 - 22 + 13 = 35 \end{array} \right.$$

163. Również spostrzegamy, iż gdyby oznaczono ilość iednego gatunku maiącego wchodzić w mieszaninę, natenczas i do tego zastósowaćby należało ilość innych gatunków, z któremiby był tenże mieszany. Jakoż wziąwszy przykład poprzedzaiący, ieżeli mam oznaczoną ilość gatunku pierwszego, ażeby z niego wziąć tylko 12 ℔; natenczas szukam przez proporcyią ilości gatunku, z którym mieszany być ma tenże pierwszy gatunek. I tak w pierwszym sposobie mieszaniny, ponieważ mam wziąć do 8 ℔ pierwszego gatunku 22 ℔ trzeciego, układam proporcyią, 8: 12 = 22 : X, znaydę X = 33 ℔, ilość zaś gatunku drugiego i 4go zostanie taż sama.

Łatwo iest sprawdzić, iż 14 ℔ po 49 zł. 33 ℔ po 28 zł. i 13 ℔ po 22 zł. zmieszane z 12 ℔ towaru po 58 zł. dadzą towar którego funt przypadnie po 36 zł.

164. Z tego co poprzedziło, łatwo poiąć możemy, iż gdyby oprócz ceny każdego gatunku i ceny średniey ieszcze była dana ilość mieszaniny, np. gdyby się pytano w iakiéy ilości trzeba zmieszać powyższe 4 gatunki aby mieć 100 ℔ towaru po zł. 36 ℔, żadnego zaś gatunku ilości nie oznaczono; zagadnienie w tym razie miałoby nieograniczoną liczbę odpowiedzi. Bo rozłączywszy liczbę 100 na iakiekolwiek części, do każdéy z tych części można mieszać 2, 3, lub wszystkie gatunki, zawsze podług innego stósunku (n° 162), mieszaiąc zaś wszystkie te części razem, mielibyśmy 100 funtów po 36 zł.

I tak np. wziąwszy 11 ℔ po zł. 28 a 4 ℔ po 58 zł. 14 ℔ po 49 zł. a 13 ℔ po 22 zł. mielibyśmy razem 42 ℔ po zł. 36; daléy wziąwszy 14 ℔ po zł. 58, 8 ℔ po 49, 13 ℔ po 28 i 22 ℔ po 22, mielibyśmy znowu 57 ℔ mieszaniny po zł. 36. Brakowałoby tylko do 100 ℔ 1 ℔, do którego wziąwszy $\frac{4}{15}$ ℔. po 58 zł. a $\frac{11}{15}$ ℔ po 28 zł. lub $\frac{14}{27}$ ℔ po 49, a $\frac{13}{27}$ ℔ po 22, lub $\frac{7}{18}$ ℔ po 58 a $\frac{11}{18}$ po 22, lub w reszcie podług innego ieszcze stósunku, mielibyśmy 100 ℔ towaru po zł. 36 funt.

165. Gdyby nawet podano warunek, że np. do 100 ℔ mieszaniny wchodzić ma z pierwszego gatunku tylko 12 ℔. odpowiedź ieszcze byłaby wieloraka, bo gdy od 3600 zł. wartości 100 ℔. całéy mieszaniny odeymuię 696 zł. wartość 12 łot. po 58 zł. i resztę 2904 zł. podzielę przez 88 pozostałe od 100 ℔. iloraz będzie 33 zł. a tak zagadnienie to sprowadza się do zagadnienia powyższego iuż tylko z trzema gatunkami i postępuiąc iak wyżéy, znaydziemy że w tym szczególnym razie, można wziąć po równéy części, t. i. po 29 $\frac{1}{3}$ ℔. Lecz gdyby podano ilość z dwóch gatunków, iednego wyższéy ceny a drugiego niższéy, wtenczas zagadnienie miałoby tylko iednę odpowiedź, bo sprowadziłoby się do takiego w którém mielibyśmy tylko 2 gatunki i oprócz ceny średniéy ieszcze ilość mieszaniny. Podobnego rozumowania użyiemy gdy do mieszaniny ma wchodzić więcéy iak 4 gatunki.

166. W ogólności zagadnienie będzie wtenczas niewyznaczoném, ieżeli wchodzi w nie więcéy liczb szukanych aniżeli iest danych warunków. Tak w powyższych przykładach mieliśmy kilka szukanych t. i. ilość każdego gatunku, a warunków tylko dwa t. i. cenę średnią i ilość całéy mieszaniny. Nie możemy zaś liczyć do tego rodzaiu zaga-

dnień w których mamy dane dwa gatunki, ich cenę, i cenę średnią: w tym bowiem razie idzie o znalezienie stosunku czyli dwóch liczb, przez które trzeba mnożyć liczbę mieszaniny daną w każdym szczególnym razie, aby otrzymać, ile każdego z dwóch gatunków wziąć należy do téy mieszaniny: i tak w przykładzie (n° 159) stosunek $\frac{1}{3}:\frac{2}{3}$ znaleziony, znaczy, że ieżeli idzie o znalezienie ile trzeba wziąć z każdego gatunku, aby mieć 27 łot. mieszaniny, mnożę 27 przez $\frac{1}{3}$ iloczyn 9 będzie ilością pierwszego gatunku a $\frac{2}{3}$ razy 27 czyli 18 ilością drugiego gatunku mieszaniny.

Lubo zagadnienie niewyznaczone ma nieograniczoną liczbę odpowiedzi, iednak zdarza się, że są podane takie warunki, które liczbę odpowiedzi tak ograniczaią, że czasem iest ich tylko kilka, czasem iedna tylko, a czasem i żadnéy nie masz. Obiaśniemy to przykładem: —

Ma ktoś troiakiego gatunku bydło, t. i. woły, krowy, barany. Wół kosztuie 9 ⌗ krowa 6 ⌗ a baran 4 ⌗. Sprzedaie za 240 ⌗ 48 sztuk. Jest pytanie, ileż każdego gatunku sprzedał? Trzeba tu mieć na uwadze, że liczby szukane muszą być liczbami całkowitemi. (Prawidła za pomocą których rozwięzuiemy takie zagadnienia, nazywali tą ślepego regułą coeci.)

W tém zagadnieniu mamy szukać trzech liczb, lecz dwa są tylko dane warunki, t: i: summa sztuk i summa pieniędzy. Uważam naprzód, że gdyby wzięto za sztukę po 4 # wszystkie razem kosztowałyby $4 \times 48 = 192$ #, a że zapłacono 240 # t: j: 48 # więcéy, to pochodzi stąd, że krowy kosztowały po 6 #, a zatém po 2 # drożéy, a woły po 9 # a zatém po 5 # drożéy; Przewyżka więc 48 # musi być równa liczbie krów pomnożonéy przez 2, więcéy liczbie wołów pomnożonéy przez 5. Zagadnienie więc zamieni się na następuiące: Znaleźć dwie liczby z których pierwsza pomnożona przez 2, a druga przez 5, dadzą na summę iloczynów 48. Liczby 2 i 5 nazywamy *spółczynnikami* (coefficientes). Ponieważ zaś 48 iest podzielną przez 2, można je zatém rozłożyć na $2 \times 24 + 5 \times 0$. Lecz podług warunków zagadnienia, przez liczbę 5 ma być pomnożona liczba wołów, która ma ważność nie 0. Łatwo iednak przekonamy się, że gdy od 24 odeymuiemy 5, t: j: spółczynnik drugiego iloczynu, a do 0 dodamy 2, t: j: spółczynnik pierwszego iloczynu, i w ogólności, ieżeli odeymiemy od 24 ilekolwiek razy 5, a tyle razy 2 dodamy do 0, zawsze summa iloczynów będzie 48, a liczby pomnożone przez 2 i 5 będą liczby wołów i krów, odtrącaiąc zaś ich summę od summy sztuk t: j: od 48, reszta będzie równa liczbie baranów. Zagadnienie zatém będzie miało cztery następuiące rozwiązania:

	woły	krowy	bar:	
I.	2	19	27	jakoż $\begin{cases} 2+19+27=48 \\ 2.9+19.6+27.4=240 \end{cases}$
II.	4	14	30	$\begin{cases} 4+14+30=48 \\ 4.9+14.6+30.4=240 \end{cases}$
III.	6	9	33	$\begin{cases} 6+9+33=48 \\ 6.9+9.6+33.4=240 \end{cases}$
IV.	8	4	36	$\begin{cases} 8+4+36=48 \\ 8.9+4.6+36.4=240 \end{cases}$

167. **Przykład II.** Do iednéy oberży przyiechało 35 osób t: j: mężczyźni, kobiety i dzieci. Przy wyieździe każdy mężczyzna zapłacił po 13 zł. kobieta po 10 zł. a dziecie po 6 zł. Razem zaś zapłacili 308 zł. Jleż było mężczyzn, ile kobiet, a ile dzieci?

Postępuiąc iak wyżéy, trzeba $308 - 6 \times 35$ czyli 98 rozłożyć na takie dwie części, z którychby iedna była wielokrotnością 4, a druga wielokrotnością 7, czyli $4 \times$ liczbę kobiet $+ 7 \times$ liczbę mężczyzn $= 98$; z tąd widzimy, że $98 - 7 \times$ liczbę mężczyzn, musi być podzielną przez 4. Aże $\frac{98}{4} = 24\frac{2}{4}$, a $\frac{7 \times \textit{liczbę męż:}}{4} =$ liczbie męż:

przeto liczba $\frac{7 \times lm - 2}{4} = lm + \frac{3 \times lm - 2}{4}.$

$+\frac{3 \times \textit{liczbę męż:}}{4}$ (n° 85. Cz: I), idzie więc o to, aby $\frac{3 \times \textit{liczbę męż.} - 2}{4}$ była liczbą całkowitą. Tę liczbę nazywamy *niewyznaczoną* (numerus indeterminatus). A zatém $3 \times$ liczbę mężcz: $= 2 + 4 \times$ niewyz: a tém samém liczba męż. $= \frac{4 \times \textit{niewyz} + 2}{3}$ $=$ niewyzn: $+ \frac{\textit{niewyzn:} + 2}{3}$. Idzie ieszcze o to, aby niewyz: $+ 2$ była podzielną przez 3; ten iloraz nazywamy *drugą niewyznaczoną*. Mamy więc Iszą niewyzn: $+ 2 = 3 \times$ 2gą niewyzn: zatém Isza niewyzn: $= 3 \times$ 2gą niewyzn. $-$ 2. Wziąwszy za 2gą niewyzn: iakąkolwiek liczbę, ta uczyni zadosyć warunkom naszego zagadnienia. Zaczniymy od Iści; Isza niewyzn: $= 3 \times 1 - 2 = 1$, liczba męż: $= \frac{4 \times 1 + 2}{3} = 2$; a liczba kob: $= \frac{98 - 7 \times 2}{4} = \frac{84}{4} = 21$. Liczba zaś dzieci $= 35 - 2 - 21 = 12$. Wziąwszy za 2gą niewyz: 2; Isza niewyz: $= 3 \times 2 - 2 = 4$; liczba męż. $= \frac{4 \times 4 + 2}{3} = 6$; liczba kob: $= \frac{98 - 7 \times 6}{4} = 14$; a liczba dzieci $=$

$35 - 6 - 14 = 15$. Biorąc zaś 2gą niewyz. $= 3$; Isza niewyznaczona $= 3 \times 3 - 2 = 7$: liczba męż: $= \frac{4 \times 7 + 2}{3} = 10$; liczba kob: $= \frac{98 - 7 \times 10}{4} = \frac{28}{4} = 7$; a liczba dzieci $= 35 - 10 - 7 = 18$. Więcéy zagadnienie to niema odpowiedzi, bo gdy weźmiemy 2gą niewyz: $= 4$: będzie Isza niewyz: $= 3 \times 4 - 2 = 10$; liczba mężczyzn $= \frac{4 \times 10 + 2}{3} = 14$; liczba kob: $= \frac{98 - 7.14}{4} = \frac{98 - 98}{4} = 0$, co iest przeciwne warunkowi: a zatém zagadnienie ma tylko 3 odpowiedzi.

168. Czasem zdarza się, że trzeba brać więcéy iak dwie niewyznaczone, co zależy od natury spółczynników, iak zobaczymy w następuiącym przykładzie: kupił ktoś za 855 # inwentarz dwoiakiego gatunku, t: j: woły po 17 #, a konie po 44 #. Jleż było sztuk każdego gatunku?

Rozwiązuiąc zagadnienie znayduiemy, że $17 \times$ liczbę wołów $+ 44 \times$ liczbę koni $= 855$, a zatém

1sze: liczba woł: $= \frac{855 - 44 \times \text{licz:kon:}}{17}$ $= 50 + \frac{5}{17} - 2 \times$ liczbę koni $- \frac{10 \times \text{liczbę koni.}}{17}$

1sza niewyzn: będzie $\frac{10 \times \text{licz: koni} - 5}{17}$ czyli $10 \times$ liczbę koni $-5 = 17 \times$ 1szą niewyzna: zatém

2re: liczba koni $= \frac{17 \times \text{1szą niewyz:} + 5}{10}$ $=$ 1széy niewyzn: $+ \frac{7 \times \text{1sza niewyz:} + 5}{10}$ $=$ 1szey niewyz: $+$ 2gą niewyz:

Mamy daley $7 \times$ 1szą niewyz: $+ 5 = 10 \times$ 2gą niewyznacz: a tém samém

3cie: 1sza niewyz: $= \frac{10 \times \text{2gą niewyz:} - 5}{7}$ $=$ 2giey niewyzn: $+ \frac{3 \times \text{2gą niewyzn:} - 5}{7}$ $=$ 2iey niewyz. $+$ 3cią niewyz: Biorąc $\frac{3 \times \text{2gą niewy:} - 5}{7}$ $=$ 3ciey niewyz: czyli $3 \times$ 2gą niewyz: $-5 = 7 \times$ 3cią niewyzn: a 2ga niewyz: $= \frac{7 \times \text{3cią niewyz.} + 5}{3}$ $= 2 \times$ 3cią niewyz: $+ \frac{\text{3cią niewyz:} + 5.}{3}$ Nazywaiąc ten ostatni iloraz czwartą niewyz: będzie

4te: 2ga niewyznaczona $= 2 \times$ 3cią $+$ 4tą niewyznaczoną, a nakoniec

5te: 3cia niewyznaczona $= 3 \times$ 4tą niewyzn. -5. Biorąc 4tą niewyznaczoną tak, aby jéy trzykrotność była większą od 5, tedy wszystkie niewyzn: jako i liczba koni i wołów, będą całkowitemi. Biorąc np. 4tą niewyzn: $= 2$; będzie 3cia niewyzn. $= 3 \times 2 - 5 = 1$ (5te); 2ga niewyznacz: $= 2 \times 1 + 2 = 4$ (4te); 1sza niewyzna: $= 4 + 1 = 5$ (3cie); liczba koni $= 5 + 4 = 9$ (2re), a liczba wołów $= \frac{855 - 44 \times 9}{17} = \frac{855 - 396}{17} = \frac{459}{17} = 27$ (1sze). Jakož $17 \times 27 + 44 \times 9 = 855$. To zagadnienia ma tylko iednę odpowiedź, gdyž biorąc 4tą niewyz: $= 3$; 3cia niewyz: $= 3 \times 3 - 5 = 4$ (5te); 2ga niewyz: $= 2 \times 4 + 3 = 11$ (4te); 1sza niewyz: $= 11 + 4 = 15$ (3cie); liczba koni $= 15 + 11 = 26$ (2re), co już jest za wielka, bo $44 \times 26 = 1144$.

169. Dotąd uważaliśmy zagadnienia gdzie szło o znalezienie dwóch liczb z których mamy wiadomą *summę* iloczynów każdéy przez inny czynnik. Liczba odpowiedzi była ograniczoną, a nawet w ostatnim przykładzie mieliśmy tylko jednę odpowiedź. Weźmy teraz przykład, gdzie trzeba znaleźć, takie dwie liczby z których każda pomnożona przez inny czynnik da *różnicę* iloczynów równą liczbie danéy.

Zagadnienie w tym razie będzie miało nieograniczoną liczbę odpowiedzi, np. gdyby w poprzedzającym przykładzie, taki był warunek: że wszystkie woły kosztowały 855 # więcéy niż konie, wtenczas mielibyśmy 17 × liczbę wołów —44 × liczbę koni = 855, a postępuiąc jak wyżéy, będzie:

(1sze) liczba wołów = 50 + 2 × licz. koni + $\frac{10 \times \text{licz: koni} + 5}{17}$;

(2re) liczba koni = 1szey niewyz: + $\frac{7 \times \text{1szą niewyz:} - 5}{10}$; = 1szey + 2gą niewyz:

(3cie) 1sza niewyz: = $\frac{10 \times \text{2gą niewy:} + 5}{7}$;

= 2giéy niewyz: + $\frac{3 \times \text{2gą niewyz} + 5}{7}$

(4te) 2ga niewyz: = $\frac{7 \times \text{3cią niewyz:} - 5}{3}$

= 2 × 3cią niewyz: + $\frac{\text{3cią niewyz:} - 5}{3}$;

(5te) 3cia niewyz: = 3 × 4tą niewyz: + 5.

Nadając dla 4téy niewyz: jakąkolwiek ważność począwszy od 0, a nawet od —1, zawsze znaydziemy dwie liczby takie, że 17 × pierwszą —44 × drugą = 855. Biorąc 4tą niewyzn: = 0; 3cia niewyzn: będzie = 5, 2ga niewyz: = 10, 1sza niewyz: = 15; liczba koni = 25; a licz: wołów = 115. Jakoż

$17 \times 115 - 44 \times 25 = 855$. Każda inna liczba zamiast 4téy niewyz: daje także dwie liczby, które zadosyć uczynią ostatniemu warunkowi np.

4ta niew:	3cia niew:	2ga niew:	1sza niew:	Kon:	Wol:
—1	2	3	5	8	71
0	5	10	15	25	115
1	8	17	25	42	159
2	11	24	35	59	203

i t. d.

170. Z tego co poprzedziło widzimy:

1od Że w zagadnieniach gdzie idzie o znalezienie trzech liczb których mamy wiadomą summę i summę iloczynów każdéy liczby przez inne czynniki; trzeba pomnożyć summę liczb przez naymnieyszy spółczynnik, a ten iloczyn odjąć od danéy summy iloczynów, przez co zagadnienie zamienia się na takie gdzie mam szukać iuż tylko dwóch liczb, z których wiadoma summa iloczynow każdéy przez inny spółczynnik który jest równy różnicy między własnym a naymnieyszym spółczynnikiem.

2re. Mając jednę odpowiedź, łatwo znaydziemy wszystkie inne, albowiem każda liczba szukana postępuje tu w postępie różnicowym, którego stosunek = spółczynnikowi drugiéy liczby szukanéy. Z tych postępów, będzie jeden malejącym kiedy będzie wiadoma *summa* iloczynów; obydwa zaś będą rosnące, jeżeli *różnica* iloczynów będzie wiadoma, i wtym razie zagadnienie będzie miało nieograniczoną liczbę odpowiedzi.

171. Wypada jeszcze dodać uwagę, iż gdy spółczynniki takiego zagadnienia mają spólny dzielnik, który nie dzieli daney summy lub różnicy iloczynów; zagadnienie żadnéy nie będzie miało odpowiedzi. Obiaśniemy to przykładem; żądają aby liczbę 71 podzielić na takie dwie części, by jedna była podzielną przez 4, druga przez 6?

Ponieważ pierwsza liczba pomnożona przez 4 więcéy drugą liczbą pomnożoną przez 6 musi być liczbą całkowitą; zatém podzieliwszy oba ich spółczynniki przez spólny ich dzielnik 2, summa ilorazów musi być także całkowitą, co jest przeciwne zadaniu. Bo podług warunków zadania połowa summy będzie $= \frac{71}{2}$ to jest ułomek, a zatém spółczynniki muszą być pierwotnemi między sobą. Tož samo rozumowanie służy do każdego przykładu, gdzie spółczynniki mają spólny dzielnik; który nie dzieli danéy summy lub różnicy.

172. Zastanawiając się nad postępowaniem ze spółczynnikami, któregośmy się trzymali w przykładach poprzedzających, łatwo postrzegamy, iż że jest zupełnie podobne temu któreśmy podali w nº 136. Cz. I. gdzieśmy szukali naywię-

kszego spólnego dzielnika dwóch liczb, t: i: że dzieliliśmy większy spółczynnik przez mnieyszy, ten znowu przez pierwszą resztę, pierwszą resztę zaś przez drugą, i t.d: aż naostatku przyśliśmy do reszty = jedności, przez którą każda liczba jest podzielną.

2re, że wiadomą summę lub różnicę podzieliliśmy przez mnieyszy spółczynnik, reszta została taż sama aż do końca działania, tylko że raz trzeba ią było dodać, drugi raz odjąć przy wyznaczeniu tak liczb szukanych jak i niewyznaczonych. Jeżeli ta reszta przy ostatniém dzieleniu ma być dodana, ostatnia niewyznaczona może być zero, a czasem nawet i liczbą ujemną; ieżeli zaś ma być odjętą, wtenczas trzeba ostatniey niewyznaczoney taką ważność nadać, by przedostatnia była przynaymniey równa jedności.

3cie, Że mając iednę niewyznaczoną łatwo znaydziemy bezpośrednio poprzedzającą. Mając zaś pierwszą niewyznaczoną można znaleźć drugą z szukanych liczb, przez którą znowu znaydziemy i pierwszą szukaną.

173. To założywszy, ażeby znaleźć dwie liczby z których mamy wiadomą *summę* lub *różnicę* iloczynów każdéy przez innego spółczynnika:

1od, *Piszę spółczynniki w sposobie ułomku niewłaściwego biorąc większy spółczyn-*

nik za licznik, a mnieyszy za mianownik ułomku; ten ułomek zamieniam na liczbę całkowitą i z ułomkiem właściwym (n° 129 Część I). *który znowu obracam na ułomek niewłaściwy, biorąc licznik za mianownik, a mianownik za licznik, i t.d. aż do ułomku, którego mianownikiem będzie jedność a iloraz równy licznikowi.*

2re. Dzielę wiadomą summę lub różnicę przez mnieyszy spółczynnik, resztę dodaję do ostatniego wyż znalezionego ilorazu lub odeymuię od niego, t: i. jeżeli mamy summę, dodaję gdy liczba dzieleń jest parzystą, odeymuję zaś gdy liczba dzieleń iest nieparzystą; odwrotnie jeżeli wiadoma różnica; wtenczas dodaję, gdy liczba dzieleń iest nieparzystą, a odeymuję gdy liczba dzieleń iest parzystą.

Oto jest wzór działania przykładu z pod n° 168.

$\frac{44}{17}=2+\frac{10}{17}$, licz. koni: $=50-2\times$ licz. wołów $-$ 1szą niewyz.

$\frac{17}{10}=1+\frac{7}{10}$, liczba wołów $=$ 1szey niewyz: $+$ 2gą niewyz:

$\frac{10}{7}=1+\frac{3}{7}$, 1sza niewyz: $=$ 2iéy $+$ 3cią niew:

$\frac{7}{3}=2+\frac{1}{3}$, 2ga niewyz: $=2\times$ 3cią $+$ 4tą niewyzn:

$\frac{3}{1}=3+0$, 3cia niewyz: $=3\times$ 4tą niewyz: -5.

Wziąwszy 4tą niewyznaczoną $=2$, będzie 3cia niewyz: $=3\times2-5=1$; 2ga niewyz: $=2\times1+2=4$; 1sza niewyz: $=4+1=5$. liczba więc wołów $=5+4=9$. a licz: koni $=50-18-5=27$, jak wyżéy.

Wzór działania przykładu z pod n° 169.

$\frac{44}{17}=2+\frac{10}{17}$. licz. koni $=50+2\times$ licz. woł: $+$ 1sza niewyz.

$\frac{17}{10}=1+\frac{7}{10}$. licz. wołów $=$ 1szey $+$ 2gą niewyz.

$\frac{10}{7}=1+\frac{3}{7}$. 1sza niewyz: $=$ 2giey $+$ 3cią niewyz.

$\frac{7}{3}=2+\frac{1}{3}$. 2ga niewyz. $=2\times$ 3cią $+$ 4tą niewyz.

$\frac{3}{1}=3+0$. 3cia niewyz. $=3\times$ 4tą niewyz. $+5$.

Wziąwszy 4tą niewyz. $=0$, będzie 3cia niewyz. $=5$; 2ga niewyz $=2\times5=10$; 1sza niewyz. $=10+5=15$. Liczba więc wołów $=10+15=25$, a liczba koni $=50+2\times25+15=115$.

Teoryia reguły mieszania szczególniéy iest użyteczna tym wszystkim którzy pracuią około złota i srebra.

Zwykle każdy z tych dwóch przednieyszych kruszców bywa zmieszany z podleyszym, iako to; złoto ze srebrem lub miedzią, srebro z miedzią. Sposób oznaczenia stopnia ich czystości należy do sztuki probierskiey. Tu tylko namienimy, iż grzywna srébra wszelkiey massy uważa się podzieloną na 16 równych części nazwanych *łutami*, a grzywna złota wszelkiey massy na 24 części równych nazwanych *karatami*. Jeżeli kruszec zupełnie iest czysty, natenczas srébro zowie się 16to łutowe czyli 16 próby, złoto zaś 24ro karatowe; ieżeli w pierwszym lub drugim iest np. 4 części przymieszki, natenczas srébro zowie się 12stey próby a złoto 20sto karatowe; i t. p.

ZAGADNIENIA.

174. I. Złotnik ma troiakiéy próby srebro; iednego grzywien 200. po 74zł. drugiego 180 po 65zł, trzeciego 90 po zł. 58. Stopiwszy srebro w iednę massę; po ileż iedna grzywna przypadnie?

II. Zmieszano 7 łutów srebra 15téy próby z pięciu łutami 13téy próby; iakieyże próby iest mieszanina?

III. Wmiesiącu *n* roku *n* była cena zboża w miastach pewnéy prowincyi następuiąca: w mieście *n*, korzec żyta zł. $14\frac{2}{3}$; w *n* zł. 17; w *n* zł. $16\frac{1}{3}$; w *n* zł. $18\frac{1}{2}$ w *n* zł. 15; w *n* zł. $13\frac{3}{4}$; iakaż podług tego była w tym miesiącu średnia cena korca?

Maiąc zaś zebrane średnie ceny z miesięcy całego roku, łatwo iezt znaleźć średnią cenę w tymże roku; bo trzeba tylko podzielić summę cen średnich z 12 miesięcy przez 12. maiąc znowu ceny średnie z pewnéy liczby lat, znaydziemy podobnie i średnią cenę, w tychże latach.

Podobnież znaydziemy średnią wysokość Barometru, Termometru i t. d. (1).

IV. Dla ustanowienia dokładney ceny chleba robiono doświadczenie wypieku. W pierwszym znaleziono że 109 ℔ mąki dały 139 ℔ dobrze wypieczonego chleba, w 2ém 100 ℔... 133; w 3em 100 ℔... 120, w 4ém 100 ℔... 134; w 5em 200 ℔... 260, w 6em 100 ℔ ...135: w 7em 100 ℔ ... 136; w 8em 100 ℔... 141. Chcą wiedzieć; ile w przecięciu 10 ℔ mąki wydaie dobrze wypieczonego chleba?

V. Rozmaici znaleźli różny stosunek massy drzewnéy sążnia tak ułożonego iżby w nim żadnych nie było mieysc próżnych (*Stammklafter*), względem sążnia ze szczap zwyczaynych. I tak, ieden twierdził iż ten stosunek iest iak 216 : 195; drugi że 216 : 194, 4; trzeci że 216 : 188, 6; czwarty że 216 : 187, 2; piąty że 216 : 168. Jakiż iest stosunek średni podług prawdopodobieństwa naybliższy?

---

(1) Obacz Fizykę Bystrzyckiego karta 171 Tom 1, w Warszawie 1810.

VI. Ma ktoś 100 garcy pewnego likworu którego garniec iest po zł. 4; pytają się ile ma przymieszać wody ażeby garniec mieszaniny wychodził tylko na $3\frac{1}{3}$ zł.?

VII. Chcą mieć na pewne doświadczenie wodę morską, taką, aby 100 ℔ wody zawierały 6 ℔ soli: Lecz znayduią że wziętéy w tym celu wody 100 ℔, zawieraią 9 ℔ soli. Ileż należy przydać wody słodkiéy aby mieć wodę morską w stopniu żądanym?

VIII. Maiący zboże dwoiakiego gatunku, to iest po 8 i po 14 zł. korzec, chce ie mieszać tak, aby zmieszane mógł przedawać po 10 zł. korzec; ileż ma mieszać z każdego gatunku?

IX. Maiący srebro 10téy próby, robić z niego każe złotnikowi naczynia lecz oraz podnieść do 12 próby. Złotnik ma srebro naywyższéy proby 16téy; ileż z tego srébra ma wziąć, ażeby dane do roboty było próby 12téy?

X. Ze srébra 14 próby chcą mieć srébro 12 próby; ileż miedzi trzeba przymieszać? (miedź oznaczamy tu przez 0, bo zwykle żadnéy w tym razie nie daią iéy wartości).

XI. Pewnego towaru z dwóch gatunków zmieszanego kosztuie pewna miara zł. 60;

lepszy z gatunków zmieszanych wart iest 75zł. a pośledni eyszy 48zł. na tę samę miarę rachuiąc; w iakiéyże proporcyi są zmieszane?

XII. Pewny złotnik ma dwie sztuki mieszaniny złota i srébra. Pierwsza sztuka na 100 grammach zawiera 95 złota a 5 srébra, druga na 100 gram. zawiera 85 złota a 15 srébra. Chce on zrobić trzecią sztukę mieszaniny którąby zawierała na 100 grammach, 90 złota a 10 srébra; po ileż na to wziąć powinien z dwóch pierwszych sztuk?

XIII. Kupiec maiący 4 gatunki towaru z których pierwszego funt po 30zł. 2go po 24zł. 3go po 12zł. a 4go po 16zł. chce ie mieszać tak, aby mieszaniny funt mógł przedawać po 15zł. Ileż ma wziąć z każdego gatunku towaru?

XIV. Złotnik chcący zrobić sztukę która ma ważyć 24 grzywny srébra po 50zł. grzywna, ma srébro w 4 gatunkach, to iest po 60zł. po 58, po 46 i po 21zł. grzywna; ileż ma wziąć z każdego gatunku, ażeby złożył 34 grzywny żądanéy wartości?

XV. Na pewną sztukę mającą być z czworakiego kruszczu ulaną i ważyć 3500 ℔ trzeba przysposobić materyał.

Pier-

Pierwszego kruszcu cetnar kosztuie 12tal. 2go 14 tal. 3go 20 tal. a 4go 30 tal. Cały materyał użyty razem nie ma więcéy kosztować iak 630 tal. Jleż trzeba wziąć cetnarów z każdego kruszcu?

XVI. Pewny złotnik chce zrobić sztukę która ma ważyć 35 grzywien srebra po 25zł. ma zaś srebro w 4ch gatunkach, to iest po 30zł. grzywna, po 29 zł. po 23 i po 21. Chce nadto ażeby z pierwszego gatunku wziąć tylko 10 grzywien; ileż ma wziąć każdego z 3ch innych gatunków?

XVII. Jest 4 gatunki towaru, pierwszego funt po 28 gr. 2go po 24, 3go po 15 a 4go po 18. Chcą z tego zrobić mieszaninę po 22 gr. funt, z warunkiem ażeby wziąć 3 razy więcéy gatunku drugiego niż pierwszego, a 2 razy więcéy gatunku trzeciego niż czwartego; ileż trzeba wziąć każdego z tych gatunków towaru?

XVIII. Złotnik ma zrobić srebne naczynie 1 ℔ i 28 łut. ważące, a to ze srebra 10téy próby, lecz ma tylko 13téy i iedenastéy próby srebro; wieleż ma wziąć z każdego gatunku dla złożenia próby?

XIX. N. mieć chce 80 grzywien srebra 8méy próby, ma zaś tylko srebro 12 i 11 próby. Po ileż ma wziąć z każdego gatunku srebra, i ile miedzi przymieszać?

XX. Pewna liczba robotników maystrów i czeladzi dostała wynagrodzenie 1836 zł. t. i. każdy 1) mayster po 11 zł. a czeladnik po 7. Jleż było iednych i drugich?

2) Mayster po zł. 13, a czeladnik po zł. 5. Pytanie iak wyżéy.

XXI. Znaleźć liczbę która podzielona 1) przez 6, daie reszty 2, podzielona zaś przez 13 daie reszty 3?

2) przez 39, daie reszty 16, a przez 56 daie reszty 27?

XXII. Gdy ogrodnik chciał sadzić drzewka po 6 w rzędzie, zbywało mu 2; chcąc zaś sadzić po 17 nie dostawało mu 10. Jleż miał drzewek.

XXIII. Ktoś ma bilet na odebranie zł. 514. Oddaiący dług ma tylko 1) 5 złotówki i dukaty po zł. 19. Jleż sztuk dać powinien z każdego gatunku monet dla zaspokoienia długu?

2) Talary po zł. 6 i frydrychsdory po zł. 25. Pyt. iak wyż.

3) ruble po zł. 6 gr. 20, i czertwertaki po zł. 1. gr. 20. Pyt. iak wyż.

XXIV. Człowiek dobroczynny rozdawał co piątek jałmużnę pewnéy liczbie ubogich. Ktoś ciekawy zapytał się go: iluż ubogim i po ile rozdaie? Tamten nie chcąc mu wyraźnie odpowiedzieć, a z drugiéy strony nie chcąc być niegrzecznym, ażeby nie odpowiedzieć, mówi: rozdawszy im po 5 kop. zostało mi teraz $\frac{1}{2}$ rub: a gdybym rozdawał po 6 kop: brakowałoby mi 20 kop. Jleż było ubogich, iaka summa rozdana, i ile miał przy sobie rozdaiący?

XXV. Maiątek 3ch osób A, B, C, wynosi razem 718 ⌗. a zyskała 3 tyle co miała, B 7 razy tyle, a C 14 razy tyle. Pokazało się na końcu że maiątek osoby C, przewyższył maiątek obudwóch innych osób o 71 ⌗. Jleż miała każda osoba?

O REGULE FAŁSZYWEGO ZAŁOŻENIA.

175.* *Reguła fałszywego założenia* (regula falsae positionis) służy do znalezienia liczby żądanéy za pomocą liczby przypuszczonéy którą poddaiemy warunkom danym, a które nie mogą być, iak w każdym rachunku, tylko stosunkami różnicowemi, albo ilorazowemi, albo kombinacyią obudwóch.

Założenie wymaga czasem iednego przypuszczenia, czasem zaś dwóch. W pierwszym razie zowie się reguła założenia poiedynczego; a w drugim reguła założenia podwóynego. Zaczniymy od pierwszéy.

14*

Przykład. Jakaż iest liczba któréy połowa, trzecia część i czwarta *czynią* 52?

Możnaby tu przypuścić liczbę iakąkolwiek dowolnie, lecz rozwiązanie będzie tém łatwieysze, im liczba wzięta będzie prostsza; biorę więc liczbę naymnieyszą daiącą się dzielić dokładnie na pół, na trzy i na 4 części. Taką iest 12; połowa iéy iest 6, trzecia część 4, a czwarta 3. Jest zaś $6 + 4 + 3 = 13$ przypuszczenie więc moie iest fałszywe; lecz posłuży mi do znalezienia prawdziwéy liczby szukanéy; bo liczba 13 złożona iest z części liczby 12, iak liczba 52 z części liczby szukanéy; więc $13 : 12 = 52 : x = \frac{52 \cdot 12}{13} = 48$. W saméy rzeczy połowa, trzecia i czwarta część 48miu $= 52$.

Widzimy stąd, iż z liczbą przypuszczoną trzeba postępować tak, iakby się postępowało dla sprawdzenia z liczbą szukaną gdyby była wiadomą.

Jeżeli natrafiemy na liczbę szukaną, tedy zagadnienie będzie zaraz rozwiązane. Jeżeli wypada inna liczba, tedy wnioskuiemy podług reguły trzech; iak się ma wypadek : liczby przypuszczonéy = liczba podana : szukanéy.

176. Gdyby się pytano, iaka liczba dodana do siebie, ze swoią połową i z trzecią częścią i ieszcze 5, czyni 56?

W tym razie liczbę 5 iako stałą ilość odiąwszy od 56, pozostałe 51 biorę do proporcyi, a wziąwszy iakąkolwiek liczbę, lecz naylepiéy ile można naymnieyszą, iakaby się dała na żądane części podzielić, iak tu np. 6, dodaię do nich drugie 6, potém 3 i 2, to iest połowę i trzecią część 6ciu. Summa tych części iest 17, miało zaś być 51; trzeba więc ułożyć proporcyią

$17 : 51 = 6 : x$; $x = 18$ liczbie szukanéy. Jakoż $18 + 18 + 9 + 6 + 5 = 56$ (1).

177. Trzech przyiaciół stawiwszy łącznie na loteryią wygrali 20000 zł. które trzeba podzielić proporcyionalnie do ich składek, lecz te są niewiadome. Wiadomo iest tylko, iż stawka 2go iest podwóyna względem stawki Iszego, a stawka 3go iest podwóyna względem summy stawek 2ch pierwszych. Jakiż będzie dział każdego?

Gdybym znał stawkę pierwszego łatwo-

(1) Widzieliśmy wyżéy (no 169 cz. I.) iż te przykłady, możnaby iuż rozwiązać znaiąc teoryią ułomków, położyliśmy ie tu iednak, gdyż podobne zagadnienia podciągaią zwykle pod regułę fałszywego założenia.

by mi było oznaczyć stawkę 2go i 3go, lecz ponieważ stawka pierwszego iest niewiadoma, przypuszczam iż ta iest 1 zł. stawka 2go będzie 2 zł. a stawka 3go 6 zł. Będę więc miał

$$9:20000 \begin{cases} 1 : x = 2222\tfrac{2}{9}\text{zł.} \\ 2 : y = 4444\tfrac{4}{9} \\ 6 : z = 13333\tfrac{3}{9} \end{cases}$$

178. Trzeba podzielić 300zł. na 3 osoby w ten sposób, ażeby 2ga miała 2 razy więcéy iak pierwsza i nadto zł. 6, a 3cia żeby tyle miała ile obie pierwsze i nadto zł. 10.

Przypuszczaiąc iż dział pierwszéy osoby iest 1zł. dział 2giéy będzie 2zł. + 6 czyli 8zł. a dział 3éy 1+8+10 = 19 zł. Widzimy zaś iż nie można podzielić 300zł. propórcyionalnie do liczb 1, 8, 19, a to z przyczyny że w dział 2éy osoby wchodzi liczba stała 6zł. a w dział 3éy liczba stała 6 + 10 czyli 16zł. Odiąć więc trzeba 6+16 czyli 22zł. od 300zł. a resztę 278zł. podzielić na 3 części tak, ażeby 2ga była podwóyną 1széy, a 3cia równa summie dwóch pierwszych, oto iest wzór działania:

$$\begin{array}{ll} \text{Izł.} & \quad 300\text{zł.} \\ 2+6\text{zł} & \quad\ \ 22 \\ \underline{3+6+10\text{zł.}} & \overline{\quad 278} \\ 6+22 & \end{array}$$

$$6:278 = \begin{cases} 1 : x = 46\frac{1}{3} \\ 2 : y = 92\frac{2}{3} \\ 3 : z = 139 \end{cases}$$

Dodawszy teraz do działu drugiéy osoby, zł. 6, a do działu 3ciéy zł. 16; będzie dział 1széy $46\frac{1}{3}$; dział 2éy $98\frac{2}{3}$, a dział 3éy 155. zł.

179. Przeciwnie, gdyby podziały miały być pewną ilością zmnieyszane np. gdyby chciano podzielić na 3 osoby 300zł. w ten sposób, ażeby 2ga miała 2 razy więcéy iak 1sza mniéy zł. 6, a 3cia tyle ile dwie pierwsze mniéy zł. 10; naznaczywszy dział

$$\begin{array}{rl} \text{osoby 1széy} \ldots & \text{1zł.} \\ \text{będzie dział 2éy} & 2-6\text{ zł.} \\ \text{dział zaś 3éy.} & \underline{3-6-10\text{zł.}} \\ & 6-22. \end{array}$$

Dodałbym 22zł. do 300zł. a summę 322zł. które iuż równałyby się całym 6ciu działom, podzieliłbym podług prawidła powyższego, i miałbym na dział osoby 1széy

$53\frac{2}{3}$, 2éy $107\frac{1}{3}$, 3éy 161zł. Odiąwszy teraz oddziału 2éy zł. 6 a od działu 3éy zł. 16, będzie dział Iszéy $53\frac{2}{3}$, 2éy $101\frac{1}{3}$, 3éy 145zł.

Przeydźmy do zagadnień podwóynego założenia.

180. *Przykład I.* Pewny strzelec obiecuie przyiacielowi dać 10zł. za każde nieubicie zwierza; przyiaciel obiecuie z swéy strony płacić 8zł. za każde ubicie zwierzyny. Po dwunastu wystrzałach okazało się, iż przyiaciel strzelca ma mu zapłacić 24zł. Ilez wystrzałów zrobił strzelec na próżno?

Przypuszczam iż ich zrobił 6; w tém przypuszczeniu powinienby zapłacić 60 zł. a wziąć 48zł. więc daleki ieszcze od otrzymania 24 zł. byłby obowiazany zapłacić 12zł. przypuszczenie więc moie iest fałszywe, i błąd móy iest o 36zł. mniey, czyli — 36 zł.

Przypuśćmy więc iż strzelec na próżno strzelił 2 razy; w tym przypadku powinienby zapłacić 20 zł. a wziąć 80 zł. a zatém zamiast 24 zł. miałby 60zł. móy więc błąd iest o 36 zł. więcéy; układam dwie liczby przypuszczone i błędy odpowiadaiące tak:

$$6 - 36.$$
$$2 + 36.$$

Mnożę drugi błąd przez pierwszą liczbę przypuszczoną . . $36 \times 6 = 216.$
mnożę pierwszy błąd przez drugą liczbę przypuszczoną $36 \times 2 = 72.$

$$\overline{288.}$$

Dzielę summę iloczynów przez summę błędów i mam $\frac{288}{72} = 4$; więc 4 iest liczbą szukaną.

181. Gdyby dwie liczby przypuszczone dały dwa błędy o mniéy, byłoby trzeba dzielić różnicę iloczynów przez różnicę błędów: tak znalazłszy przez pierwsze przypuszczenie iż strzelec nie strzelił na prożno 6 razy, przypuszczam iż strzeiił próżno 5 razy. W tém przypuszczeniu powinienby zapłacić 50zł. a wziąć 56zł. więc zamiast 24zł. wziąłby tylko 6zł. błąd więc iest o 18zł. mniéy.

Mam więc $6 - 36$
$5 - 18$

$$18 \times 6 = 108$$
$$36 \times 5 = 180$$

Różnica błędów $= 36 - 18 = 18$: różnica iloczynów iest $180 - 108 = 72$, $\frac{72}{18} = 4$, iak znaleźliśmy wyżéy.

Gdyby oba błędy były o więcéy, działanie odbywalibyśmy tym sposobem iak w przypadku dopiero poprzedzaiącym.

182. Czasem łatwiéy można rozwiązać zagadnienie, ieżeli zamiast iednéy z liczb założonych bierze się zero, a potém iedność. I tak w przykładzie poprzedzaiącym przypuszczam iż strzelec żadnego strzału nie chybił: w ten czas należałoby mu za 12 strzałów trafionych po zł. 8, czyli razem 96. Przypuszczam daléy, że raz na próżno strzelił, a zatém 11 razy trafił: w tym przypadku powinien zapłacić 10 zł. a wziąć 88 zł. czyli po potrąceniu 10 zł. za strzał chybiony, powinien wziąć 78 zł. Widzę więc, że każdy strzał chybiony robi różnicę o zł. 18. Że zaś w istocie należało się strzelcowi zł. 24, stracił więc z 96 zł. 72 zł. to iest 4 razy 18; zatém musiał 4 razy na próżno wystrzelić.

183. *Przykład II.* Do iednéy oberży przyiechało 36 osób, mężczyzn i kobiet. Przy wyieździe z oberży, każdy mężczyzna zapłacił po zł. 9, a kobieta po zł. 5. Oberżysta wziął od wszystkich razem zł. 224. Jleż było mężczyzn a ile kobiet?

Przypuszczam nayprzód, iż żadnéy nie było kobiety. W tym razie oberżysta wziąłby $36 \times 9 = 324$. Przypuszczam daléy, że iedna tylko była kobieta a 35 mężczyzn. Oberżysta wtedy wziąłby $35 \times 9 + 5 = 320$. Widzę stąd, że każda kobieta pomnieysza dochód oberżysty o 4 zł. aże on istotnie wziął zł. 224, to iest 25 razy 4 mniéy niż zł. 324. zatém było kobiet 25, a mężczyzn 11. Jakoż $25 \times 5 + 11 \times 9 = 224$.

Tym nawet sposobem, gdzie on się da użyć, możemy iuż w części przez rozumowanie rozwiązać zagadnienie. Ogólne zaś i zupełne okazanie zasad téy reguły za pomocą rozumowania należy iuż do algiebry do któréy odsyłamy w téymierze.

Namienimy ieszcze, iż zagadnienia które rozwięzuiemy przez regułę założenia poiedynczego, rozwiązać można i przez regułę założenia podwóynego, ostatnia więc iest ogólnieysza. Wreszcie są zagadnienia które za pomocą tych reguł rozwięzuiemy iedynie dla krótszéy często drogi, niż za pomocą innych reguł arytmetycznych.

Nakoniec widzimy, iż reguła fałszywego założenia mogłaby się właściwiéy nazwać regułą ślepego, niż ten gatunek reguły połączenia i mieszania o którym mówiliśmy w rozdziale poprzedzaiącym pod n° 166.

ZAGADNIENIA.

184. I. Jakaż iest liczba która podzielona przez 7 a iloraz iéy rozmnożony przez 15 daie na iloczyn 450?

II. Pewny spytany wieleby miał lat, odpowiedział: gdyby do lat moich przydano ich połowę, a z summy odięto część iéy 4tą, natenczas zostaie się 90; ileż ma lat?

III. Pewny zapisuie swóy maiątek 3em przyiaciołom w ten sposób: 1szy ma wziąć trzecią część całego maiątku, 2gi dwie piąte, a 3ci 32000 zł. pozostaiące po wzięciu 2ch pierwszych zapisów. Jakiż był maiątek zapisuiącego, i iaki dział każdego z 2ch pierwszych legataryuszów?

IV. Jakaż iest liczba któréy $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, i $\frac{1}{4}$ równe są 500?

V. Trzy osoby maią 1000 zł. do podziału; 1sza ma wziąć dział pewny, 2ga dwa razy tyle, więcéy 7 zł. a 3cia tyle ile dwie pierwsze mniéy 5 zł. Jakiż będzie dział każdéy?

VI. Trzeba rozdzielić 69960 zł. między 5 osób tak: ażeby 2ga miała trzy więcéy niż pierwsza i nadto 540 zł. ażeby 3cia miała połowę tego co pierwsza i trzecią część co druga, mniéy 120 zł. 4ta żeby miała 2 razy tyle co 3cia i 360zł. nakoniec 5ta żeby miała tyle co 1sza i 4ta; pytaią się ile każdéy z działu przypadnie?

VII. Jakaż iest liczba która rozmnożona przez 3, a do połowy iloczynu, dodana iego $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, i $\frac{1}{8}$ i nadto 25, uczynią 250?

VIII. Znaleźć dwie liczby takie, iż dodawszy II. do pierwszéy, summa byłaby poczwórna względem liczby drugiéy, dodawszy zaś też same II do liczby drugiéy, summa wtedy byłaby potróyną względem liczby pierwszéy?

IX. Zapłacono oddziałowi z 350 ludzi, 950 rub. Podofficerowie i kaprale otrzymali każdy po 4 rub. a prości żołnierze po 2 rub. 50 kop. Jleż było podofficerów i kaprali, a ile żołnierzy?

X. U pewnego traktyera zgodzono obiad. Od mężczyzny obowiązano się zapłacić po 40 piętaków (piętak iest 5 kop. sr.) od kobiety po 35 piętaków. Obiadowało 25 osób razem mężczyzn i kobiet, a traktyer dostał 94 rub. Jleż było mężczyzn a ile kobiet?

XI. Pewny ma bilet na odebranie 502 tal. 8 dgr. Oddaiący dług płaci mu tylko sztukami, 1) po 3 tal. i po 8 dg. Oddał zaś razem 219 sztuk. Jleż było sztuk z każdego gatunku?

2) po zł. 3 gr. 10, i po 40 gr. pol. Oddał zaś razem sztuk 951. pytanie iak w.

3) po 5 zł, i po 2 zł. Oddał zaś razem 727 sztuk. pytanie iak w.

XII. Kufa zawieraiąca 450 gar. okowity napełniona została mieszaniną 2ch gatunków, to iest po 3 zł. i po 2 zł. garniec. Cała zaś ilość w kufie kosztowała 1080 zł. Jleż było gar. z każdego gatunku?

XIII. Puszczaiąc na przemiany w naczynie maiące obiętości 66 gar. dwie fontanny z których 1sza wydaie 6, a 2ga 4 gar. na minutę, napełniono naczynie w 16 min. Jleż minut każda z tych fontann była otworzona?

XIV. Pewny kupiec ma 2 gatunki herbaty: 1széy wypada mu po 112 rub. a 2ey po 72 rub. pud. Dostarcza on z tego zapasu innemu kupcowi 100 pudów i odbiera za nie 10956 rub. Jleż było z każdego gatunku zmieszanéy, wiedząc iż kupiec zarobił 15% w téy sprzedaży?

XV. Dwa oddziały robotników otrzymały każdy iednakową summę: każdy robotnik z pierwszego oddziału otrzymał 112 zł. a każdy z drugiego 144 zł. Jleż było robotników w każdym oddziale? Wiadomo zaś iż wszystkich było 16.

XVI. Złotnik kupuie dwie sztuki zawieraiące mieszaninę złota i srebra; pierwsza zawiera 3 unc. złota i 5 srebra, a zapłacił za nią 318 fr. 2ga zawiera 5 unc. złota i 7 srebra, a za tę zapłacił 522 fr. Po czemuż przypada uncya złota i uncya srebra?

XVII. Przechodzący młodzieńcy kupuią od ogrodnika wszystek owoc na iednéy gruszce za $3\frac{1}{2}$ rub. ass. Otrząsłszy gruszki dzielą ie po równo między sobą, i chcą nayprzód wziąć każdy po 20, lecz w tym razie zabrakłoby zupełnie dla iednego. Wziął więc każdy po 18, a natenczas zostało 10, które oddali dzieciom ogrodnika. Jleż było gruszek, ile kosztowała sztuka, a ile było młodzieńcow?

XVIII. Przyiął ktoś rzemieślnika do pewnéy roboty, i umówił się z nim że za każdy dzień w który pracuie zapłaci mu zł. 5, a przeciwnie za każdy dzień w którymby próżnował wytrąci mu zł. $1\frac{1}{2}$. Zdarza się iż rzemieślnik w 60 dni ukończył swoie dzieło, lecz po porachunku dostał tylko 209 zł. Ileż dni robił a ile próżnował?

XIX. Dwóch kupców sprowadzaią wino z pewnego portu. Dla 1szego kupca iest 20 beczek, a dla 2go 64 beczek. Opłacaiąc cło i koszta sprowadzenia, 1szy dał 2 beczki wina, lecz mu zwrócono 40tal. 2gi dał 5 beczek i nadto 40 tal. ileż warta iest beczka wina i po ile płacono od każdéy beczki?

XX. Kupiono ogrod i znowu go przedano, lecz ze stratą 18%, przedano go zaś za 7298 zł. Jakaż była cena pierwszego kupna ogrodu?

XXI. Jakiż kapitał który złączony z 3 letnim po $4\frac{1}{3}$ od sta procentem czyni 7797zł.?

XXII Trzy osoby składaią towarzystwo. 1sza daie 320 #, 2ga 3cią część całéy składki, a 3cia czwartą część: iakaż iest składka każdéy osoby i działy przypadaiące z zysku całego, który iest czerw. zł. 100?

XXIII. Pewny kupiec kupił 12 sztuk towaru które kosztuią 96 #; druga sztuka kosztuie o 1 # więcéy niż 1sza, 3cia o 1 # więcéy niż 2ga i t. d. zawsze więcéy o 1 # aż do ostatniéy; ileż kosztowała pierwsza i wszystkie inne?

XXIV. Summa dwóch liczb iest 20, a dodaiąc 3 razy mnieyszą do 5 razy wziętéy większéy, otrzymamy 84. Jakież są te liczby?

XXV. Trzeba podzielić 47 na dwie części tak, by dzieląc mnieyszą przez 3 a większą przez 5, summa ilorazów była 11. Jakież są te części?

XXVI. Chcą podzielić 100 na dwie części tak, by $\frac{1}{3}$ pierwszéy, więcéy $\frac{1}{5}$ drugiéy uczyniły 30. Jakież są te części?

XXVII. Żądaią znaleźć dwie liczby takie, iż dodaiąc 11 do pierwszéy, summa będzie poczworna względem liczby drugiéy. gdybyśmy zaś dodali 11 do liczby danéy, summa byłaby potróynością względem liczby pierwszéy. Jakież są te liczby.

ROZWIĄZANIA ZAGADNIEŃ
w ciągu dzieła podawanych.

Karta 17. n° 23.

I. Pierwiastki szukane są. 1) 125; 2) 999; 3) 9009.

II. Pierwiastki przybliżone są 1) 1,4142136 2) 1,7320508; 3) 36,81. 4) 0,8451; 5) 8,1187.

Pierwiastek z ułomku znaleźlibyśmy także, mnożąc licznik przez mianownik, a pierwiastek tego iloczynu dzieląc przez mianownik.—Albowiem,

$$\sqrt{\frac{5}{7}} = \sqrt{\frac{5.7}{7.7}} = \sqrt{\frac{35}{49}} = \frac{\sqrt{35}}{7} = \frac{5,9161}{7}$$

$= 0,8451$. Ten sposób iest nawet krótszy, gdyż przy zamianie na dziesiętne, trzeba zawsze mieć 2 razy tyle cyfer dziesięt. w ułomku zamienionym, ile ich chcemy mieć w pierwiastku.

III. Kwadrat liczby danéy iest 16; aże go przewyższać ma kwadrat szukanéy o 48; więc ten iest 64, iego zaś pierwiastkiem iest liczba 8.

IV. Ponieważ kwadrat danéy t. i. 36 pomnożony przez połowę kwadratu szukanéy daie 25992, zatém 36 rozmnożone przez cały kwadrat szukanéy, da 2 razy 25992 t. i. 51984. Podzieliwszy tę liczbę przez 36, wypadnie na iloraz kwadrat liczby szukanéy 1444, $\sqrt{}$ zaś iego iest 38.

V. 1) 1600 rub: uważam iako iloczyn dwóch czynników równych, więc $\sqrt{1600} = 40 =$ każdemu z tych czynników. Było więc 40 osób i każda dostała po 40 rubli. —

2) Gdyby kwota do podzielenia była 5 razy mnieysza, każda osoba dostałaby tyle złotówek, ile teraz pięciozłotówek t. i: tyle ile iest osób. Liczba więc któreby miała każda, $= \sqrt{\frac{180}{5}} = \sqrt{36} = 6$. Było więc osób 6. a każda dostała po 6 sztuk pięciozłot. czyli po zł. 30.

VI. 48 tal. 4 dgr: $=$ 1156 dgr: $\sqrt{1156} = 34$, liczba osób, a razem i dgr: złożonych przez każdą osobę. —

VII. 1) 59950 pręt: kwadr:
2) 275 sąż.

VIII. Ponieważ morg ma 3 sznury kwadr: więc 3 morgi będą miały 9 sznurów kwadr. a zatém, bok tego kwadratu będzie $\sqrt{9}$, t. i. 3 sznury. —

IX. Obrachowawszy powierzchnią podłogi, która wynosi 14,62 pręt. kwadr: i powierzchnią deski które wynosi, 0,012 pręt: kwadr: i podzieliwszy pierwszą przez drugą, iloraz będzie $1218\frac{1}{3}$.

X. Ponieważ morg ma 300 pręt: kwadr: więc, może przynieść $300 \times 2\frac{1}{2}$ t. i: 750 sążni, za tém 120 morgów przyniesie 120 razy więcéy t. i: 90000. —

XI. Prawdziwa waga towaru iest 22, 45 ℔.

XII. Nayprzód trzeba uważać iak iest naykorzystniéy hurty ustawić. Nie dobrze byłoby 2 hurty w szerz a 6 w zdłuż, albo 3 w szerz, a 5 w zdłuż, lecz naykorzystniéy w kwadrat. Tym bowiem sposobem obeymą one 16 pręt: kwadr; 10 morgów $=$ 3000 pręt. kwad: $3000 : 16 = 187\frac{1}{2}$, liczbie razy ile odnawiać i przenosić trzeba hurty; $187\frac{1}{2} \times 2 = 375$ liczbie dni potrzebnych do zmiany hurt.

XIII. Do każdego zagadnienia wchodzą dwoiakie liczby t. i: *wiadome* czyli *dane* i *niewiadome* czyli *szukane*. Te są pomiędzy sobą za pomocą iednego lub kilku działań arytm: związane. Cała sztuka rozwiązania, zależy od tego, aby odosobnić *niewiadomą* od *wiadoméy*, co się wykona, ieżeli wykonam działania takie, które są przeciwne działaniom podług zagadnienia wykonanym, zaczynaiąc od działania które w zagadnieniu na ostatku iest wykonane (dodawanie i odeymowanie, mnożenie i dzielenie, wynoszenie do potęg i wyciąganie pierwiastków, są działaniami nawzaiem sobie przeciwnemi). I tak np. rozwiązuiąc zagadn.

1) $\sqrt{36} = 6$;

2) $55 - 6 = 49$ a $\sqrt{49} = 7$

3) $27 \times 3 = 81$; $\sqrt{81} = 9$

4) $38 - 6 = 32$; $32 \times 2 = 64$; $\sqrt{64} = 8$

5) $\frac{160}{5} = 32$; $32 - 5 = 27$; $27 \times 3 = 81$; $\sqrt{81} = 9$

6) $3\frac{1}{5} \times 5 = 16$; $16 \times 5 = 80$; $80 + 4 = 84$; $84 - 4 = 80$; $\sqrt{80} = 8,9442719$.

XIV. $3 \times 3 = 9$; $130 - 9 = 121$, $\sqrt{121} = 11$; 11 więc iest ilością większą.

XV. Ponieważ ta liczba pomnożona przez 10 daie $\frac{1}{3}$ swego kwadratu, więc pomnożona przez 30 da całkowity swóy kwadrat, aże każdy kwadrat iest złożony, z dwóch czynników równych, a zatém tą liczbą musi być 30. Jakoż 30×10 daie na iloczyn 300, co iest $\frac{1}{3}$ kwadratu z 30 który iest 900.

2) Podobnym sposobem znaydziemy liczbę 40. —

XVI. Postępuiąc podług prawidła podanego w zaganieniu XIII. znaydziemy iż skoro pomnożę przez 4, liczba sama będzie równa swemu pierwiastkowi 8 razy wziętemu, a że każda liczba składa się ze swego pierwiastku pomnożonego przez siebie, zatém pierwiastek téy liczby musi być 8, a liczba sama $=64$. Jakoż $\frac{64}{4} = 16 = 2\sqrt{64}$

2) $144 = 12 \times 12$ iakoż $\frac{144}{6} = 2\sqrt{144} = 2 \times 12$.

3) $576 = 24 \times 24$ iakoż $\frac{576}{8} = 72 = 3 \times 24$.

XVII. $4 \times = 416$ pręt. kwad: sali; $12 \times 12 = 144$ liczba fliz potrzebnych.

4 pręty czyli 60 stóp: $12 = 5$ stóp, długości boku flizy, a zatém 25 pręt: kwad: zawiera każda. Ostatnią niewiadomą

możnaby znaleźć podzieliwszy 16 pręt: kwadr: czyli 3600 st: kwadr: przez 144.

XVIII. $870 + 188 + 500 + 355 = 1913$ Sznurów kwadr: t. i: powierzchni 4 pierwszych pól; $45 \times 45 = 2025$ szn: kwad: t. i: powierzchni pola zamienionego. Potrzeba więc było dopłacić wartość $2025 - 1913 = 112$ szn: kwa: ponieważ zaś dopłacono 328 rubli 60 kop: więc każdy sznur kwadr: był szacowany $\frac{328,60}{112} = 2$ rub: $93\frac{11}{28}$ kop.

XIX. Różnica tych dwóch kwadr. wynosił $12 + 27 = 39$; że zaś różnica kwadratów z dwóch liczb całkowitych naybliższych = Summie tych dwóch liczb, więc bok kwadratu w pierwszym razie, miał cebulek 20, w drugim 19. Wszystkich zaś cebulek było $20 \times 20 - 12 = 388$; lub $19 \times 19 + 27 = 388$.

XX. Podług powyższego rozwiązania $124 + 129 = 253$; $\frac{253}{2} = 126$ i resztą ieden. Zatém bok mnieyszego kwadratu był 126, a większego 127, liczba zaś wszystkich ludzi 16000.

XXI. Drugie pole zawierać ma zupełnie tyleż drzewek, co pierwsze, t. i.

$64 \times 36 = 2304$. Ponieważ zaś iest kwadratowém, więc bok iego $= \sqrt{2304} = 48$; zatém długość będzie zmnieyszona o $64 - 48 = 16$: a szerokość powiększona o $48 - 36 = 12$.

XXII. Widoczna iest iż $\frac{1}{5}$ część gruntu szkółki, iest zupełnym kwadratem, kwadrat ten zawierać będzie $\frac{1}{5}$ część liczby drzewek t: i: $\frac{1445}{5} = 289$; $\sqrt{289} = 17$. Wszerokość więc będzie 17 drzewek, a w długość $17 \times 5 = 85$.

Doszlibyśmy do tegoż samego wypadku, mówiąc: gdyby szkółka była tak szeroka iak długa, t: i: była zupełnym kwadratem, zawierałaby 5 razy więcéy drzewek t: i: $1445 \times 5 = 7225$, a wtedy w każdym boku byłoby drzewek $\sqrt{7425} = 85$; lecz ponieważ szerokość iest 5 razy mnieysza, nie obeymuie więc tylko $\frac{85}{5} = 17$ drzewek.

XXIII. Gdyby grunt dany był tak długi, iak szeroki, dosyćby było wyciągnąć $\sqrt{}$ z liczby oznaczaiącéy powierzchnią, aby mieć liczbę żądaną, lecz gdy iest 4 razy dłuższy, więc iloczyn iest 4 razy większy, niżby był gdyby liczba mnieysza była rozmnożona przez siebié. więc $\frac{90000}{4} = 22500 =$ kwadratowi szerokości, a $\sqrt{}$ iego $= 150$; zatém grunt ma 600 pręt: długości, a 150 szerok: co łatwo sprawdzić.

XXIV. Gdyby izba była tak długa iak szeroka, byłaby kwadratowa, a zatém każdy iéy bok byłby $= \sqrt{225} = 15$. Podług wysłowienia zaś ma 15 st. dług: przez tę długość więc podzieliwszy powierzchnią, znaydziemy 12 st. szerokości. —

XXV. 1) $125 \times 3 = 375$ sążni, bok drugiego pola kwadratowego, a powierzchnia iego $= 140625$ sąż. kwadr.
2) drugie pole ma powierzchni $15625 \times 9 = 140625$ sąż: kwadr. $\sqrt{}$ zaś tego kwadratu iest 375 sąż. *albo*, skoro ieden kwadrat iest 9 razy większy od drugiego, tedy bok pierwszego musi być 3 razy większy od boku drugiego, a zatém ten bok $= 125 \times 3 = 375$ sąż.

XXVI. Ponieważ bok nowego kwadratu ma być $15 = \frac{30}{2}$, zatém powierzchnia będzie $\frac{1}{4}$ tamtego, a będzie kosztował $\frac{300}{4} = 75$.

XXVII. Szal pierwszy ma arszynów kwadr: $\frac{49}{16} - \frac{98}{32}$ a kosztuie 37#; drugi szal ma $\frac{75}{32}$

arszyn. kwadr: i kosztuie 42 ǂǂ; a zatém widocznie drugi iest mnieyszy i więcéy kosztuie, zatém pierwszy daleko lepiéy był kupiony.

XXVIII. 4 rub: 88 kop. iest cena obrusa; odeymuiąc 4 rub: 88 kop. od całéy summy 32 rub: 80 kop. i resztę podzieliwszy przez 3, wypadnie 9 rub: 31 kop. za 1 obrus i 12 serwet,

XXIX. Powierzchnia sali iest $52 \times 30 = 1560$ st. kwadr: podzieliwszy przez 4 st: kwadr. t: i: przez powierzchnią iednéy tafli, wypadnie że potrzeba tafli 390.

Ułatwia się działanic zamieniaiąc stopy na łokcie, sala będzie miała 26 łok. długości, 15 szerokości, tafle będą miały po iednym łokciu kwadr. $26 \times 15 = 390 =$ liczbie tafli.

XXX. Do długości i szerokości cegły dodawszy fugę wapna, każda cegła uważa się $12\frac{1}{4}$ cal: długości, a $6\frac{1}{4}$ cala szerok: zatém powierzchnia iednéy cegły razem z fugą wapna wynosi $76\frac{9}{16}$ cal: kwadr. Podzieliwszy powierzchnią daną, która wynosi 13 pręt: kwadr: czyli 421260 cali: kwadr. przez powierzchnią iednéy cegły t: i. $76\frac{9}{15}$ wypadnie 5501, do tego dodawszy $\frac{1}{10}$ część, będzie 6051 liczba cegieł.

Karta 36ta n° 36.

I. Żądane sześciany są: 1) 141 257 958 912; 2) 51645,087424; 3) $\frac{592704}{2048383}$.

II. Pierwiastki szukane są: 1) 856,4; 2) 590; 3) 4609.

III. Pierwiastki przybliżone są: 1) 1,4422496; 2) 1,5874011; 3) 3,64383; 4) $\frac{19129312}{14422496}$. Można i tym sposobem wyciągnąć pierwiastki sześcienne z ułomków, mnożąc licznik i mianownik przez kwadrat mianownika, przez co mianownik staie się zupełnym sześcianem, i tak: $\sqrt[3]{\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{\frac{7 \times 9}{3 \times 9}} = \sqrt[3]{\frac{63}{3}}$ $= \frac{3,97905}{3} = 1,32635$. 5) $\sqrt[3]{29\frac{11}{13}} =$ $\sqrt[3]{29,84615} = 3,1019$. (ob. pod n° 23 str. 17, zagadnienie II. i iego rozwiąz.)

IV. 1) Sześcian danéy iest 512, a że go przewyższać ma sześcian szukanéy o 1216, ten więc iest 1728, iego zaś pierwiastkiem iest 12.

2) Sześcian danéy iest 729 a ten cztéry razy wzięty musi być równy połowie sześcianu liczby szukanéy, cały zaś iéy sześcian będzie równy $8 \times 729 = 5832$, a pierwiastkiem iego iest 18.

V. 1) Znaydziemy 16ty pierwiastek ieżeli wyciągamy cztery razy następnie pierwiastek kwadratowy; takim sposobem będzie $\sqrt{152\,587\,890\,625} = 390\,625$, a $\sqrt{390\,625} = 625$, $\sqrt{625} = 25$, zaś $\sqrt{25} = 5$; zatém szukany pierwiastek będzie 5.

2) pierwiastek 12ty znaydziemy wyciągaiąc 2 razy pierwiastek kwadr. a nakoniec pierwiastek sześcienny, będzie zatém, $\sqrt{531441} = 729$; a $\sqrt{729} = 27$, nakoniec $\sqrt[3]{27} = 3$ = pierwiastkowi szukanemu.

3) $\sqrt{262\,144} = 512$, zaś $\sqrt[3]{512} = 8$, a $\sqrt[3]{8} = 2$; będzie więc $\sqrt[18]{262\,144} = 2$.

VI. Obiętość cysterny $= 36 \times 42 \times 72 = 108864$ cal: sześć. te podzielone przez 64 daią 1701 kwart.

VII. $30 \times 20 \times 10 = 6000$ stóp kub. reńsk. $1728 \times 6000 = 10\,368\,000$ cali, zaś $10368000 : 3072 : = 3375$ korcom berl.

VI. Sąż 2, stóp 2, cali $10\frac{1}{2}$.

IX. Stopa ważyć będzie $\frac{64}{800}$ ℔ $= \frac{2}{25}$ ℔ $=$ 1 unc. 2 drach. 17 gran. 1 granik 1,02 milgr. $= 0,08$ ℔.

X. Otrzymamy 0,414 sąż. więcéy, co wynosi prawie 19 zł. gr. $26\frac{1}{2}$.

XI. Stóp 20.

XII. Ob. rozwiązanie pod liczbą VIII.

XIII. Liczba łokci sześć. ziemi wykopanéy z rowu $= 48,6 \times 12,4 \times 9,7 = 5845,608$; zaś wymiary sadzawki powinny być $= \sqrt[3]{5845,608} = 18,014$ łokci.

XIV. 1) 8 kor. 6 gar. 3 kwart. 1,9 kwater.

2) powinna mieć wymiary zawieraiące 42,3 cali.

XV. 1) 2700 sąż. po 20 kop. $= 540$ rub. $= 3600$ zł.

2) Sąż. 697, stóp 4, cali 10 prawie.

3) 25 godzin 40 min.

XVI. 3,66 cali.

XVII. 1) pole pierwsze zawiera 6 morgów czyli 101250 łok. kwadr. gdyby więc długość równa była szerokości, długość byłaby $\sqrt{101250}$; lecz że szerokość powinna być 4 razy większa, ażeby pole było zupełnie kwadratowe, długość zatém $= \sqrt{4 \times 101350} = 636{,}5$ łok. szerokość zaś 159,1 łok.

2) ponieważ rów otaczaiący pole ma mieć długości 1591,2 łok. a na każdy łokieć długości, wykopuie się 24 stóp sześć: ziemi, więc cała ilość stóp sześć: ziemi maiącéy się wykopać $1591{,}2 \times 24 = 38189$, stóp sześć. prawie.

3) kwota wynosi 88, 4 rubli, czyli 88 rubli, 4 kop.

4) podniesienie gruntu drugiego wyrównywa ilości stóp sześciennych ziemi maiącéy się wysypać, podzielonéy przez powierzchnią pola, na które ma być rozrzucona wyrażoną także w stopach, czyli $= 38209 : 35100 = 1{,}0878$ stóp = 1 st. 1 cal. prawie.

XVIII. 1) Jest na każdym, korcy 143, garcy 19 prawie, a na wszystkich korcy 861, garcy 18 prawie.

2) Zboże na każdym statku waży cet. 201, ℔ 3, a na wszystkich waży cet: 1206, ℔ 18 prawie.

XIX. Kanał ma 15840 stóp sześć: beczka zaś maiąc 320 sztofy ma cali sześć: 28933,3 a zatém stóp sześć. 16,744. Kanał więc zawiera 946,01 beczek prawie.

XX. Warunek, by kanał nie był głębszy nad 3 stopy, iest niewyraźny, trzeba go więc wyraźnie oznaczyć t. i. czy kanał ma być 2, czy $2\frac{1}{2}$, czy 3 stopy głęboki. Weźmy ostatnią głębokość, w tym razie szukana długość i szerokość kanału będzie pierwiastkiem kwa: z 3ciéy części obiętości kanału wyrażonéy w stop. sześć. a że beczka zawiera 40 wiader, a zatém $=$ 28933,3 c. sześć. $=$ 16,744 stóp. sześć. więc bok kanału $=$ 183, stóp. prawie.

XXI. Obwód tego gruntu wynosi prętów 230 czyli sążni 575. Więc na wał téy długości wyidzie kamieni stóp kubicznych 14375, a zwiezienie tych będzie kosztowało 239 rub. $58\frac{1}{3}$ kop.

Karta 49 nº 53.

I. 1) $\frac{25000}{25691}$; 2) 0,973103; 3) $\frac{37}{38}$. Odwrotnie zaś będzie stósunek stopy paryskiéy dó wiedeńskiéy 1) $1\frac{691}{25000}$;

2) 1,02764; 3) $1\frac{1}{37}$.

II. Mila ieograficzna ma 4286 sąż. zatém okręt upływa na godzinę 19281 sąż. kula zaś ubiega w godzinę 360000 sąż. Stósunek więc będzie 1) $18\frac{4314}{6427}$; 2) 18,671; 3) $18\frac{2}{3}$.

III. Gołąb ubiega w 3ch dniach 500 mil ieogr. czyli stóp 12858000, a w iednéy sekundzie 49,6 stóp. Koń zaś ubiega 60 stóp. Stósunek zatém będzie 496 : 600, a wzaiemnie 600 : 496.

IV. 12 : 25, a wzaiem 25 : 12.

Karta 63 nº 72.

I. Wyraz czwarty w pierwszéy proporcyi różnicowéy iest $= 8 + 15 - 10 = 23 - 10 = 13$; w drugiéy zaś $x = 3 + 8 - 6 = 11 - 6 = 5$.

II. Wyraz trzeci ciągłoproporcyionalny w pierwszéy proporcyi iest $= 36 + 36 - 24 = 48$; w drugiéy zaś, $14 + 14 - 22 = 6$.

III. Sredni szukany $= \frac{12+6}{2} = 9$, w drugiéy proporcyi $x = \frac{5+17}{2} = 11$.

IV. Wyraz 100tny szukany $= 1 + (3 \times 99) = 298$; w drugim zaś postępie wyraz 25ty $= 82 - (3 \times 24) = 10$.

V. Pierwszy stósunek szukany $= \frac{32-4}{7} = \frac{28}{7} = 4$, zatém postęp będzie $\div\ 4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 20 \cdot 24 \cdot 28 \cdot 32$; drugi stósunek szukany iest $\frac{9-45}{9} = -\frac{36}{9} = -4$, postęp więc będzie $\div\ 45 \cdot 41 \cdot 37 \cdot 33 \cdot 29 \cdot 25 \cdot 21 \cdot 17 \cdot 13 \cdot 9$.

VI. Summa uderzeń młotka zegarowego $=$ summie wyrazów postępu $\div\ 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots 12$; summa zaś ta $= 1 + 12 \times \frac{12}{2} = 13 \times 6 = 78$. Summa uderzeń młotka w drugim razie $= 1 + 24 \times \frac{24}{2} = 25 \times 12 = 300$.

VII. Numer 1 może z następuiącemi, 89 amb czyli połączeń dwóch liczb formować, numer 2 połączeń 88, numer 3 połączeń 87 . . . i t. d. numer 89 iedno tylko połączenie a numer 90 żadnego. Ztąd wynika postęp którego pierwszym wyrazem iest 89, ostatnim zaś 1. Summa tego postępu $= 89 + 1 \times \frac{89}{2} = 90 \times 44\frac{1}{2} = 4005$.

VIII. Młodzieniec nie mógł wygrać zakładu, bo miał $7\frac{29}{40}$ t. i. prawie $7\frac{3}{4}$ mil do przebieżenia w 2ch godzinach. W saméy rzeczy, przebiegłby 6 sąż. dla złożenia pierwszego iabłka u spodu pierwszego drzewa, i 6 sąż. aby przyyść wziąć drugie iabłko, co czyni 12 sążni. Aby zanieść drugie iabłko do drugiego drzewa przebiegłby 9 sąż. i 9 napowrot aby wziąć trzecie iabłko, co czyni 18 sąż. Podobnie rozumuiąc co do 3ciego iabłka; 4go, i t. d. widzimy, iż zadanie ściąga się do znalezienia summy wszystkich wyrazów postępu różnicowego którego pierwszy wyraz iest 12, stosunek 6, a liczba wyrazów 100. Summa zaś ta $= 12 + 606 \times \frac{100}{2} = 618 \times 50 = 30900$ sąż. $= 7\frac{29}{40}$ mil, rachuiąc po 4000 sąż. na milę, nowych zaś mil polskich uczyniłaby $6\frac{9}{35}$.

IX. Trzeba tu Iód znaleźć summę wyrazów postępu $1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots$ aż do wyrazu 60go włącznie. Wyraz ten $= 1 + (2 \times 59) = 119$. Summa więc wyrazów tego postępu $= 1 + 119 \times 30 = 3600$; ciało więc spadaiące w 1 minucie przebiega $3600 \times 15 = 54000$ stóp.

X. Odpowiedź, 540 stóp.

XI. Odp. o 4 kop.

XII. Ostatni wół kosztował 72 tal. a wszystkie 672 tal.

XIII. Mil. 72, pierwszy albowiem zrobi w ten czas mil $\frac{72}{6} = 12$, czyli razem $60 + 12 = 72$.

XIV. Odp. lat. 7.

XV. Pierwszy dostał 56 rub. a wszyscy 3072 rub.

XVI. Odp. 630 dachówek.

XVII. Odp. 1080 dachówek.

XVIII. 1) 1100; 2) 15200.

XIX. 1) 108; 2) 2700 koni,

XX. 1) 301; 2) 30350 rub.

XXI. 1) 9 ekonomów; 2) 243 czetwerty.

XXII. 1) Idzie tu o znalezienie liczby wyrazów podług n° 68; liczba zaś ta $= \frac{41-3}{2} + 1 = \frac{38}{2} + 1 = 19 + 1 = 20$. 2) Mylonoby się sądząc iż się należy grabarzowi $\frac{2}{5}$ umówioney nagrody, że i 8 sąż. są $\frac{2}{5}$ głębokości umówioney: łatwo iest bowiem widzieć, iż praca zwiększa się w miarę głębokości kopania. Przypuszczamy zresztą, bo ciężko byłoby oznaczyć dokładnie, iż praca zwiększa się w postępie różnicowym głębokości, a zatém i cena podobnie wzrastać powinna. Idzie więc o rozdzielenie kwoty 400zł. na 20 wyrazów któreby były w postępie różnicowym: summa 8iu pierwszych okaże, ile się należy grabarzowi za iego robotę. Lecz 400 zł. mogą być rozdzielone wielorakim sposobem na 20 wyrazów różnicowo proporcyionalnych, podług oznaczenia pierwszego wyrazu (1): przypuściwszy np. iż na pierwszy wyraz iest 1zł. otrzymalibyśmy postęp $\div 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ i t. d. którego ostatni wyraz byłby 39; co dałoby na ośm pierwszych wyrazów summę 64zł. przypuściwszy zaś iż pierwszym wyrazem iest $10\frac{1}{2}$. ciąg wyrazów byłby $\div 10\frac{1}{2} \cdot 11\frac{1}{2} \cdot 12\frac{1}{2} \ldots$ i t. d. coby dało na ośm pierwszych wyrazów summę

(1) Znaiąc bowiem liczbę wyrazów, ich summę, ieżeli przypuścimy wyraz pierwszy, znaydziemy podług no. 70 wyraz ostatni, a ten maiąc, łatwo już znaleźć stosunek postępu. Możnaby także przypuścić podług upodobania stosunek, a natenczas znaleźlibyśmy wyraz pierwszy (no 71).

116zł. Ażeby więc naznaczyć sprawiedliwie co się należy grabarzowi, trzeba zacząć od oznaczenia sprawiedliwéy ceny Iszego sążnia roboty i wziąć tę cenę za Iszy wyraz postępu. Przypuszczam iż cena ta iest zł. 5; natenczas postęp szukany będzie.

$\div 5 \cdot 6\frac{11}{19} \cdot 8\frac{1}{19} \cdot 9\frac{14}{19}$. i t. d. którego różnica stała iest $\frac{30}{19}$, a ostatni wyraz 35. Osmy wyraz tego postępu $= 5 + \frac{30}{19} \times 7 = 16\frac{1}{19}$; summa zaś pierwszych 8miu wyrazów $= (5 + 16\frac{1}{19}) \times 4 = 21\frac{1}{19} \times 4 = 84\frac{4}{19}$ będzie summą złotych przypadaiącą grabarzowi za część dokonanéy przez niego roboty.

Podobież należałoby postąpić gdyby np. wieża rozebrana być miała tak, ażeby kamień lub cegła ile można w całości była zdeymowana i na dół znoszona. Rozebranie bowiem wyższych części wieży kosztowałoby więcéy pracy niż rozebranie niższych. Jeżeli więc zrobioną umowę na rozebranie całéy wieży; za rozebraniem np. 3ciéy części nie byłoby dosyć zapłacić tylko 3cią część umówionéy summy; lecz zdaie się sprawiedliwiéy aby za każdą np. stopę zaczynaiąc wysokość od dołu rachować coraz więcéy w stosunku różnicowym.

XXIII. 1) Idzie tu o znalezienie ostatniego wyrazu (n^o 61), a następnie summy wyrazów (n^o 65); ostatni wyraz $= 100 + (10 \times 11) = 100 + 110 = 210$. Summa zaś wyrazów $= \frac{100+210}{2} \times 12 = 1860$ tal.

2) Wyraz pierwszy znaydziemy podług n^o 69: który $= 210 - (10 \times 11) = 100$; summa zaś iak wyżéy.

3) Przewyżka czyli stosunek szukany podług n^o 67 iest $\frac{210-100}{11} = 10$; summa zaś iak wyżéy.

4) Szukana liczba wyrazów podług n^o 68 iest $= \frac{210-100}{10} + 1 = 12$, summa zaś iak wyżéy.

5) Liczba wyrazów podług n^o 66 $= \frac{1860}{155} = 12$; stosunek zaś podług n^o 267 iest $= \frac{210-100}{11} = 10$.

6) Wyraz ostatni podług n^o 70 iest $= \frac{1860}{6} - 100 = 210$; stósunek zaś iak wyżéy.

7) Wyraz 1szy podług n^o 70 iest $= \frac{1860}{6} - 210$; stosunek zaś iak wyżéy.

8) Trzeba naprzód znaleźć wyraz pierwszy podług n^o 71, t. i. podzieli-

wszy 1860 przez 6, iloraz 310 będzie summą skraynych; $310-(10\times11)=200$ powóynemu pierwszemu, zatém pierwszy wyraz iest 100. Wyraz ostatni iako też i summę łatwo iuż znaleźć możemy.

XXIV. Ostatnia wypłata będzie 54 tal. a cały dług 510 tal. i t. d.

Karta 84 n° 92.

I. Wyraz czwarty w proporcyi $4:12=6:x$, czyli $1:3=6:x$, $=\frac{3\times6}{1}=18$: w drugiéy zaś $1:3=x:24$, $x:=\frac{24\times1}{3}=8$.

II. Wyraz trzeci ciągłoproporcyionalny w pierwszéy proporcyi iest $=\frac{10\times10}{4}=25$; w drugiéy zaś $\frac{12\times12}{48}=3$.

III. Wyraz średni szukany iest $=\sqrt{64}=8$, w 2éy zaś proporcyi $=\sqrt{144}=12$.

IV. Wyraz 33ci szukany $=3\times2^{32}=3\times4294967296=12884901888$; wyraz 8my w postępie 2gim $=15309\times(\frac{1}{3})^7=15309\times\frac{1}{2187}=\frac{15309}{2187}=7$ (n° 86).

V. 1) Wyraz ostatni iest 18432; 2) summa wszystkich iest 36855 (n° 91).

VI. Wyraz pierwszy iest 9.
VII. Stosunek iest 2.
VIII. Liczba wyrazów iest 12.
IX. 1) Podzieliwszy 2916 przez 4 wypada iloraz 729, z tego wyciągniony $\sqrt[6]{}=3$; postęp więc iest
$\div 4 : 12 : 36 : 108 : 324 : 972 : 2916$.
2) Podzieliwszy 3 przez 768 iloraz iest $\frac{3}{768}$ czyli $\frac{1}{256}$, z tego $\sqrt[8]{}=\frac{1}{2}$ iest stosunkiem postępu, który iest
$\div 968 : 384 : 192 : 96 : 48 : 24 : 12 : 6 : 3$.
X. Idzie o znalezienie ostatniego t. i. 10go wyrazu. Wyraz ten $= 3 \times 2^9 = 3 \times 512 = 1536$.
XI. 1) 2916 kop. czyli 29, 16 rub. a 2) wszystkie 4372 kop.
XII. Podług propozycyi zapłaciłby drożéy o 3814, 05 rub.
XIII. Idzie o znalezienie summy postępu ilorazowego o 32 wyrazach (n° 91) z których pierwszy iest 1, a stosunek 2. Jest zaś 32gi wyraz $= 1 \times 2^{31}$, czyli 2^{31} który trzeba rozmnożyć ieszcze przez stosunek, a zatém wziąć 2^{32} co czyni 4 294 967 296. Odeymuię od tego iloczynu pierwszy wyraz 1, zostaie 4 294 967 295, co trzeba podzielić przez

2 — 1, to iest przez 1, zostanie więc taż sama liczba; i cena konia iest 4 294 967 295 szel. czyli 47 721 858 zł. 25 gr.

XIV. Postęp w tym razie iest ∺ 20 : 400 : 8000 .... wyraz 10ty $= 20 \times (20)^9$. Summa zaś wyrazów =

$$\frac{20 \times (20)^{10} - 20}{20 - 1} = 538\,947\,368\,420$$ i ta

iest szukana liczba ziarn, które ieżeli 1 korzec będzie ich brał w siebie 4 000 000, uczynią korcy 134 736 i ieszcze nieco więcéy.

XV. Liczba ziarn zboża = summie wyrazów postępu ilorazowego którego pierwszym razem iest 1, stosunek 2, liczba wyrazów 64. Jest zaś 64ty wyraz tego postępu $= (2)^{63}$; więc summa wszystkich iego wyrazów =

$$\frac{2^{64} - 1}{2 - 1} = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615.$$

Przypuściwszy iż korzec bierze w siebie tych ziarn 5 000 000, byłoby korcy 3 689 358 814 741. Przypuśćmy ieszcze iż łan pola wydaie 400 korcy, tedy na wydanie powyższych korcy trzebaby 9 223 397 036 łanów.

Wyrachowano iż na wydanie téy ilości zboża w roku iednym, trzebaby pola równego powierzchni kuli 8 razy większéy niż powierzchnia naszéy ziemi, obeymuiąc i te części powierzchni które zaymuią wody, morza, lasy, i t. d. Widoczna iest także, iż summa pieniężna za toż zboże rachowane choćby podług naypomiernieyszéy ceny, przechodziłaby wszystkie skarby ziemi.

XVI. Szukany iloczyn wyrazów $= (2 \times 4374)^8$ z czego trzeba ieszcze wyciągnąć pierwiastek kwadratowy (n° 90), lecz że iest stopień potęgi parzystéy, oszczędzi się pracy, wynosząc tylko iloczyn oznaczony t. i. 8748 do potęgi $\frac{8}{2} = 4$. Potęga 4ta liczby 8748 iest 5856305815462016 szukanym iloczynem wyrazów.

Karta 99 n° 103.

I. Za mniéy pieniędzy mniéy będzie towaru, stosunki są proste, wypada więc proporcyia

$68\frac{5}{6}\,\# : 45\frac{3}{4}\,\# = 40\frac{1}{2}$ cent : x cent.

czyli $\frac{413}{6} : \frac{183}{4} = \frac{81}{2} : x$

$=$ 26 cet. 85 ℔ $24\frac{3}{4}$ łut.

II. 33,30 rub.
III. 50 cet. 3 ℔ 5 łót prawie.
IV. 23 zł. reń. $34\frac{5}{8}\frac{3}{8}$ kr.
V. Za 2400 fr.
VI. Im więcéy ma zrobić tém więcéy potrzebuie czasu, stosunki są proste, i iest:

$$\overset{\text{łok.}}{21,9} : \overset{\text{łok.}}{42,75} = \overset{\text{d.}}{9} : \overset{\text{d.}}{x}$$

czyli 2190 : 4275 = 9 : x, skracaiąc i uskuteczniaiąc znaydziemy

$$x = 17,568 \ldots \text{ dni.}$$

VII. Po $19\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ zł. czyli 19zł. $13\frac{1}{5}$ gr.
VIII. 90000 ludzi.
IX. Zł. 100.
X. 232 stóp.
XI. W dniach 21.
XII. 246 rub, 49 kop.
XIII. Po gr. $6\frac{1}{1}\frac{7}{8}$.
XIV. 12 $\frac{1}{2}$ mil.
XV. po 10 godzin.
XVI. 1) łutów 8; 2) łutów $5\frac{1}{3}$.
XVII. Łutów $10\frac{2}{31}$.
XVIII. 65 bochenków.
XIX. 35 zł. 26 gr. $\frac{2}{11}$ szel.
XX. $\frac{1}{2}$ zł. reńsk.
XXI. 7360 sąż. drzewa, a $2586\frac{2}{3}$ kóp faszyny.
XXII. $5\frac{5}{6}$ tal.
XXIII. Rubli 36.

XXIV. $18\frac{3}{4}$ kopieiek.

XXV. $194\frac{4}{9}$ sąż.

XXVI. 2 łok. 8 cal.

XXVII. $656\frac{1}{4}$ łok.

XXVIII. $42\frac{6}{7}$ ℔.

XXIX. 1) 20 żniwaków; 2) $12\frac{1}{2}$, gdy tu iednak ułomki mieysca mieć nie mogą, więc naymie się 13. na 4 dni a 12 na drugie 4 dni,

XXX. Maiątek po sracie ma się do maiątku przed sratą iak 50 : 300 czyli iak 1 : 6; proporcyia więc 1 : 6 = 300 : x pokaże 1800 nadmiar, więc 1500 zł. iest ilością iakąby wygrać był powinien.

XXXI. Każde 9 snopków zawiezionych do stodoły były 10tkiém przed oddaniem dziesięciny; ułożywszy więc proporcyią 9 : 10 = 702 : x, znaydziemy x = 780 liczbie wszystkich snopków; a zatém dziesięcina wynosiła 780 — 702 = 78 snopków.

XXXII. Trzeba sprowadzić utrzymywanie tych oddziałów woyska do iednakowego czasu; iak tu np. do miesiąca. Mówię zatém: utrzymywać 1000 żołn. przez 3 mce; iest toż samo co przez miesiąc 3 razy więcéy czyli 3000. Utrzymywać 500 żołn. przez 4 mce, iest toż samo co przez ieden miesiąc 4 razy więcéy czyli 2000. Miasto więc obowiązane było tyle ponieść kosztu, iak gdyby 5000 woyska przez miesiąc utrzymywało. Że zaś rzeczywiście ma teraz utrzymywać tylko 1500 ludzi, więc utrzymanie to przez dłuższy czas być musi. Ułożymy zatém proporcyią 1500 : 5000 = 1mc : xmcy; odpowiedź iest $3\frac{1}{3}$mcy.

XXXIII. Za więcéy sążni trzeba więcéy zapłacić. Zamieniwszy liczby wielorakie na ułomki, będzie

$23\frac{8}{9}$ sąż. : $77\frac{4}{9}$sąż. = $44\frac{16}{45}$zł. : xzł.

czyli 215 : 697 = $\frac{1996}{45}$: x; uskuteczniaiąc działanie znaydziemy x = 143zł. 23gr. $15\frac{9}{215}$ den.

XXXIV. Im bliżéy ma przewieźć umówiony towar, tém więcéy go przewieźć powinien, będzie więc 22 : 28 = 50cet. : xcet. = $63\frac{7}{11}$cet. a zatém $13\frac{7}{11}$ cent. więcéy od umówioney ilości.

XXXV. Ażeby sobie ułatwić poznanie zachodzących stosunków, piszę zagadnienie tak:

ludzi	łok.	zł.	dni
8...	3....	1500....	40
12...	4....	x....	45

układam teraz stosunki iak następuie:

$$\left.\begin{array}{r} 8 : 12 \text{ czyli } 2 : \cancel{3} \\ \cancel{3} : 4 \\ 40 : 45 \text{ czyli } 8 : 9 \end{array}\right\} = 1500\text{zł.} : x \text{ zł.}$$

zatém (n° 97) $4 : 9 = 1500 : x$, które znayduiemy $= 3375$zł.

XXXVI. 45 rub. 36 kop.

XXXVII. 1904 arszynów.

XXXVIII. 14 ganków.

XXXIX. Postępuiąc iak w zagadn: poprzedz. znaydziemy iż trzeba 160 robotn:

XL. Odpowiedź $437\frac{1}{2}$ tal.

XLI. Napisawszy zagadnienie w ten sposób:

robot.	dni	gód.	sąż. dł.	ł. szer.	ł. głę.	tal. zł. gr.	tal
20...	18....	9....	360...	$4\frac{2}{5}$...	$3\frac{2}{3}$	190 4 24 =	$190\frac{4}{5}$
54...	60....	10...	x....	$7\frac{1}{2}$...	$2\frac{2}{5}$		

piszę naprzód stosunek w który wchodzi wyraz niewiadomy, to iest $360 : x$; układam dane stosunki z lewéy strony, maiąc wzgląd czy wpływaią na wyraz ostatni w sposobie prostym lub odwrotnym:

$$\left.\begin{array}{r} 20 : 54 \\ 18 : 60 \\ 9 : 10 \\ \frac{15}{2} : \frac{14}{3} \\ \frac{12}{5} : \frac{11}{3} \end{array}\right\} = 360 \text{ sąż.} : x \text{ sąż.}$$

gubiąc teraz spólne czynniki i skracaiąc podług prawideł, znayduię na czwarty wyraz $3422\frac{2}{9}$ sąż. Chcąc zaś wiedzieć ile zarobią ci robotnicy, dosyć iest uważać stosunek wielkości roboty lub stosunek liczby robotników i łożonego czasu. W pierwszym razie byłyby stosunki iak pod lit. a), w drugim iak pod lit. b), wypadek iest zawsze iednakowy 1908 tal.

$$\text{a)}\ \left.\begin{array}{l} 360 : 3422\tfrac{2}{9} \\ \tfrac{34}{3} : \tfrac{15}{2} \\ \tfrac{11}{3} : \tfrac{12}{5} \end{array}\right\} = \begin{array}{l} \text{tal.}\quad\ \text{tal.} \\ \tfrac{954}{65} : x \\ \ \end{array} \qquad \text{b)}\ \left.\begin{array}{r} 20 : 54 \\ 18 : 60 \\ 9 : 10 \end{array}\right\} = \begin{array}{l} \text{tal.}\quad\ \text{tal.} \\ \tfrac{954}{5} : x \\ \ \end{array}$$

XLII. 1) Przez regułę 3ch składaną znaydziemy, iż wydatek drugi odpowiada 88 pensyionarzom, a więc ubyło ich $132 - 88 = 44$.

2) 72 dni; 3) 9504 zł.

XLIII. Zagadnienie to należy do gatunku zagadnień o których mówiliśmy pod n° 102; 100 ℔ ołowiu ieden przy drugim uważane lub razem w iedney bryle złączone, nie mogą 100 razy prędzéy upaść, niż 1 ℔; równie iak 100 żołnierzy razem idących nie mogą zayść 100 razy daléy niż 1 żołn. Droga więc od 100 ℔ przebieżona w 1 sek. iest ta sama którą 1 ℔ w tymże czasie przebiega. A ieżeli 100 funtowa bryła ołowiu pospolicie nieco prędzéy spaść może, tedy to zawisło od okoliczności ktorych ocenienie szczególniéy do fizyki należy.

XLIV. Jeżeli ieden koń zaprzągnięty do wozu ciągnie 10 cent. a inne także poiedynczo zaprzągnięte być maią do wozów; tedy 12 koni, 12 razy więcéy ciężaru uciągną niż 1 koń. Lecz ieżeli 12 koni maią być zaprzągnięte do 1 wozu, rzecz się ma inaczéy, i nie można wnosić że 120 cent. uciągną. Przypuściwszy nawet że się wóz nie złamie, co iednak bardzo iest podobna; tedy iuż tak wielki ciężar tłoczyć będzie wóz tak mocno w ziemię, że z tego samego względu więcéy niż 12 razy cięższy się stanie do uciągnięcia, inne okoliczności pomiiaiąc.

XLV. Więcéy niż 2 razy 50 rub. gdyż sztuka zrobienia 2 razy większego zwierciadła nie równie iest cięższa, a niebezpieczeństwo nieudania się roboty daleko iest większe. Przypuszczaiąc że wartość zwierciadła iest w stosunku kwadratów wielkości, zwierciadło o które pytaią, kosztowałoby 200 rub. Też same względy i proporcyią zachowuią przy kupowaniu i szacowaniu kleynotów.

Karta 120

Karta 120 nº 118.

I. Napisawszy naprzód stósunek główné́y wiadomé́y z główną niewiadomą, iak w zagadnieniu ninieyszém $\overset{\text{ł. ber.}}{50} : \overset{\text{ł. pol.}}{x}$, następnie wiadome stosunki układam podług reguły, po lewé́y stronie, iako to:

$$\left.\begin{array}{r} 113 : 106 \\ 64 : 79{,}06 \end{array}\right\} = \overset{\text{ł. ber.}}{50} : \overset{\text{ł. pol.}}{x}$$

skracaiąc i uskuteczniaiąc działanie znaydziemy x równe 57 łok. pol. i 22 cale prawie.

II. Odpowiedź: 58 frydrychs. równaią się $98\frac{74}{75}$ ♯ w złocie.

III. Ułożywszy stosunki i po skróceniu uskuteczniwszy znaydziemy, iż 128 łokci pol. uczynią łok. bawars. $96\frac{103}{387}$

IV. Znaydziemy podobnie iż 1222 tal. holl. uczynią srebrnych rubli rossyyskich 1629, 9...

V. Wiedząc z tablic metrologicznych, że 1℔ hamburski ma 484,335 gramów iakich 468,5358 rachuie się na 1℔ berl. znaydę odpowiedź 27,565 zł. prawie.

VI. Stosunki ułożone będą następuiące:

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{bela} & & \text{ryz.} \\ 1 & : & 10 \\ \text{ryza} & & \text{liber.} \\ 1 & : & 20 \\ \text{libra} & & \text{ark.} \\ 1 & : & 24 \\ \text{ark} & & \text{szel.} \\ 1 & : & 2 \\ \text{szl.} & & \text{gr.} \\ 3 & : & 1 \\ \text{gr.} & & \text{zł.} \\ 30 & : & 1 \\ \text{zł.} & & \text{tal.} \\ 6 & : & 1 \end{array}\right\} = \begin{array}{ccc} \text{bela} & & \text{tal.} \\ 1 & : & x \end{array}$$

skróciwszy wypadnie $9:160 = 1:x$, $x = 17\frac{7}{9}$ tal.

VII. Za 3gr. dostaniemy $\frac{1}{3}$ łuta.

VIII. $619\frac{1}{5}$ gran. = 1 unc. 7 drach. $16\frac{1}{5}$ gran. (ob. nº 36 zagad. IX).

IX. 6912 liniy.

X. 32 rub.

XI. 2304 rub.

XII. Znaiąc z tablic metrologicznych stósunek ankra gdańskiego do garca warszawskiego czyli raczéy pośrednie między niemi stosunki, układam ie tak:

$$\left.\begin{array}{rrcl} & & \text{gar.} & \text{litr.} \\ & & 1 & : 4 \\ & & & \text{stof.} \\ 1{,}71 : 1 & \text{czyli} & 171 & : 100 \\ & & & \text{ankr.} \\ 27\tfrac{1}{2} : 1 & \text{czyli} & 55 & : 2 \\ & & 1 & : 18\,\text{tal.} \\ & & 1 & : 6\,\text{zł.} \\ & & 100 & : 112 \end{array}\right\} = \begin{array}{ccc} \text{gar. pol.} & & \text{złp.} \\ 1 & : & x \end{array}$$

uskuteczniwszy działanie, znaydziemy $x = 10$ zł. 8 gr.

XIII. Uważam iż 100 łok. kupionych, uczynią tylko 98 przedanych; lecz za 120 zł. maiących się zebrać, teraz się wydaie tylko 100. Układam więc stosunki:

$$\left.\begin{array}{rcl} \text{ł.} & & \\ 100 & : & 98 \\ 1 & : & 12 \\ 120 & : & 100 \end{array}\right\} = \begin{array}{ccc} \text{ł.} & & \text{zł.} \\ 650 & : & x \end{array}$$

skróciwszy i uskuteczniwszy działanie, znaydę $x = 6370$ zł.

XIV. Zachodzą tu podobne względy iak w poprzedzaiącém zagadnieniu, postąpimy więc podobnież w ułożeniu stosunków wyrażaiąc zł. 1 gr. 12 w ułomku dla skrócenia, i tak 1 zł. 12 gr. $= 1\frac{2}{5}$ zł. czyli. $\frac{7}{5}$ zł.

Odpowiedź zaś żądaną znaydziemy $392\frac{1}{2}$ zł.

XV. Ułożywszy stosunki iak następuie:

$$\left.\begin{array}{r}
53 : 54 \\
98 : 100 \\
180 : 75 \\
1 : 20 \\
100 : 115
\end{array}\right\} = \begin{array}{cc}
\text{ł. pol.} & \text{zł.} \\
1 : & x
\end{array}$$

znaydziemy skróciwszy i uskuteczniwszy, że $x = 9$ zł. 29 gr. prawie.

XVI. Znaydziemy na odpowiedź: 848 tal. $2\frac{10}{61}$ zł.

XVII. Gdy mury do portów prowadzące były po dwóch stronach, zatém długość muru do portu Falereyskiego wzięta poiedynczo, była stadiów 70, a do portu Pireyskiego 80, do których przydawszy długość muru poiedynczego 60 stadiów, będzie całéy długości murów wziętych poiedynczo 210 stadiów; ułożywszy stosunki iak następuie:

$$\left.\begin{array}{r}
\text{stad.} \quad \text{krok.} \\
1 : 125 \\
\text{krok.} \quad \text{mili} \\
6000 : 1
\end{array}\right\} = \begin{array}{cc}
\text{stad.} & \text{mil.} \\
210 : & x
\end{array}$$

po skróceniu i uskutecznieniu wypadnie $x = 4\frac{3}{8}$ mil.

XXI. $173\frac{1}{3}$ od $\frac{0}{0}$.

XXII. $4666\frac{2}{3}$ zł.

XXIII. Trzeba 9 miesięcy i 18 dni zamienić na ułomek lat; 9 mcy $=\frac{3}{4}$ roku, a 18 dni $=\frac{3}{5}$ mca; że zaś miesiąc iest $\frac{1}{12}$ roku, więc $\frac{3}{5}$ mca są $\frac{3}{60}$ czyli $\frac{1}{20}$ roku; $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{20}=\frac{15}{20}$ i $\frac{1}{20}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$ roku. Zatém 6 lat 9 mcy i 18 dni $=6\frac{4}{5}$ lat. To przygotowanie maiąc, łatwo za pomocą reg. 3ch składanéy wyrachuię żądany procent: będzie bowiem propor.

$$\left.\begin{array}{l} 100 : 36000 \\ 1 : \frac{34}{5} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{pr. pr.} \\ =7 : x \end{array}$$

skracaiąc i uskuteczniaiąc znaydziemy odpowiedź 17136 zł.

XXIV. Podobnież szukany kapitał iest 46000 zł.

XXV. Brano po $7\frac{0}{0}$.

XXVI. Zamieniwszy podobnie 6 lat 9 mcy i 18 dni na $6\frac{4}{5}$ lat, trzeba wziąć na 1szy wyraz propor. podług (n° 112), kapitał z procentem $7\frac{0}{0}$ tyloletnim iak iest w zadaniu. Będzie więc propor:

$$\begin{array}{llll} \text{k. z pr.} & \text{k. z pr.} & \text{k.} & \text{k.} \\ 147\frac{3}{5} : & 53136 & =100 : & x\text{zł.} \end{array}$$

czyli $\frac{738}{5} : 53136=100 : x$

czyli $738 : 53136=500 : x$

czyli $41 : 2952=500 : x$, uskuteczniwszy znaydziemy $x=36000$ zł. te odiąwszy od 53136, lub przez propor:

$$147\tfrac{3}{5} : 53136 = \overset{\text{pr.}}{7} : \overset{\text{pr.}}{x}.$$ znaydziemy procent 17136 zł.

XXVII. Im więcéy ma przynieść zysku iaki kapitał tém dłużéy musi być na procencie, lecz im większy iest kapitał tém krócéy będzie na procencie dla przyniesienia zysku; ułożywszy więc stosunki:

$$\left.\begin{array}{rcr} 7 & : & \cancel{12136} \\ \cancel{36000} & : & 100 \end{array}\right\} = \overset{\text{rok.}}{1} : \overset{\text{lat}}{x}$$

skracaiąc i uskuteczniaiąc znaydziemy $x = 6$ lat 9mcy 18dni.

XXVIII. 1) procent iest $14062\frac{11}{22}$ zł.
2) kapitał iest 27000zł.
3) czas, iest 10 lat i 5mcy.

XXIX. Gdy kap. pierwiastkowy wynosi 2460zł: po 5 mcach, a 2592zł. po 16 mcach, więc zwiększył się o 132zł. w 11 mcach, a zatém o $\frac{132}{11}$ czyli 12zł. w iednym mcu; a o 60zł. w 5 mcach; lecz że po zwiększeniu wynosi 2460zł. kap. więc pierwiastkowy iest 2400zł. Skoro zaś wiem proc. miesięczny, łatwo iuż wiedzieć proc. roczny, a wiedząc ten od całego kap. znaydę i od sta, który będzie 6zł.

XXX. Przez 4 miesiące.

XXXI. 1) czas iest 3 miesiące;
2) kwota, iest $1166\frac{2}{3}$ #.

XVIII. Wiedząc z tablic metrologicznych że $\frac{1}{6}$ sąż. parysk. ma 324,7 milimetrów których rachuiemy 288 na I stopę polską, znaydę odp: 21761,66.

XIX. 80 frydrychsdorów.

XX. 1) Trzeba tu uważać, iż za korzec pszenicy dostaie 3 kor. owsa, a za 5 korcy owsa 3 kor. ięcz. Znaydę więc odp. $7\frac{1}{5}$ kor. ięcz. Podobnież co do 2) znaydę $5\frac{2}{5}$ łasztu.

XXI. 6 zł. frankf. $32\frac{8}{11}$ krayc.

XXII. $380\frac{20}{21}$ łok. hamb.

XXIII. $1\frac{7}{9}$ tal.

XXIV. 3500 łok.

XXV. $188\frac{4}{217}$ frydrychsdorów.

XXVI. $53\frac{1}{5}$ rub.

XXVII. 417 rub. $10\frac{1}{2}$ kop.

XXVIII. 526 rub.

XXIX. $252\frac{5}{12}$ tal. pr.

XXX. $42\frac{29}{53}$ tal.

Karta 138 n° 134.

I. Procent o który się pytaią, iest 1250 zł.

II. Kapitał szukany, iest 25000 zł.

III. Od sta brano po 5 zł.

IV. Kapitał o który się pytaią, iest 25000 zł. a procent roczny 1250 zł.

V. 1) Ponieważ zarobiono 1500zł. ułożę więc propor. $4500:1500=100:x$, które $=33\frac{1}{3}$. 2) podobnie znaydę iż stracono na $\frac{0}{0}$, $33\frac{1}{3}$.

VI. Ponieważ za 100 mieć chce 114, układam więc proporcyią, $100:114=4,15:x$; $x=4$ rub. 73,1 kop.

VII. Po 4,2 zł.

VIII. Przez propor. $106\frac{3}{4}:100=2,4:x$ znaydę $x=2,25$ zł. prawie, cenę szukaną.

IX. Po 80 zł.

X. 1485.

XI. 6000 zł. uczynią na końcu 5ciu lat rachuiąc po $5\frac{0}{0}$ rocznie 7500. Summy zaś wypłacać się maiące ze strony osoby B uczyniłyby na końcu 5ciu lat, 8300 zł. Propozycyia więc ze strony osoby B iest korzystnieysza o zł. 800.

XII. Za 13561,77 fran.

XIII. 5 rub. 32 kop. prawie.

XIV. 110,22 kam.

XV. 1) 109,52 prawie. 2) 1478,5 kam. prawie.

XVI. 1607,04 kam. brutto; 1488 kam. netto.

XVII. 8,97 pudów.

XVIII. $17647\frac{1}{17}$ fr.

XIX. 51,75 rubli.

XX. 147,3 prawie tal.

III. Widzimy iż trzeba ułożyć proporcyią, $600 : 600-564=100 : x$ czyli $600 : 36=100 : x$, oznaczaiąc przez x to, co odbieraiący traci na 100zł. znaydziemy $x=6$zł.

IV. Dłużnik miałby prawo zatrzymać pieniądze ieszcze przez 5 mcy. Proc. za 5 mcy wypada od $\frac{0}{0}$ $2\frac{1}{2}$. Zagadnienie więc sprowadza się na takie: iaki kap. należy dziś oddać, aby za 5 mcy wyszedł, na 2854zł. Odp. podł. n° 136 znaydziemy $2784\frac{16}{41}$zł.

V. 1) $11178-10800=378$zł. eskontowi na 10800. Przez proporcyią więc $10800 : 378=100 : x$, znaydziemy $3\frac{1}{2}$ od $\frac{0}{0}$.

2) trzeba zamienić zł. na rub. albo rub. na zł. a daléy postąpić iak wyżéy.

VI. Na 1szym $4\frac{3}{4}$, na 2gim $5\frac{3}{7}$, na 3cim $9\frac{1}{5}$ na $\frac{0}{0}$.

VII. $2480-2331,20=148,80$ fr. eskontowi za 8 mcy. a zatém w proporcyią za 12 mcy byłby 223,20. więc od $\frac{0}{0}$ wynosi 9.

VIII. 4 od $\frac{0}{0}$.

IX. 1) 3481,93 zł. 2) 3488, $99\frac{109}{209}$ zł.

X. $1280-1222,40=57,60$ rub. eskontowi za szukane miesiące. A że eskont roczny od 1280 po $6\frac{0}{0}$ byłby 76,80; więc eskont 57,60 przypada za 9 miesięcy, więc kupiec zapłacił dług po 12—9 =3ch miesiącach.

XI. Skoro 12 miesięcy daią 8%, więc 27 miesięcy dadzą 18%, a zatém 25000 dadzą 4500. Wypłacaiąc 21500 odtrącaią z 25000 tylko 3500 zamiast 4500. Przez proporcyią więc 45 : 35 = 27 : x, znaydę 21 mcy.

XII. Przez proporcyą 100 : $1\frac{7}{30}$ = 3546 : x znaydę odtrącenie 43,784 fr.

XIII. Przez propor. 100 : $\frac{2}{3}$ = 7092 : x, znaydę 47,28.

XIV. $46,809+26+3,59583\frac{1}{3}+195,8333\frac{1}{3}+27,09=299,32816\frac{2}{3}=299,33$ fr.

XV. 1) wypłata iest 28125zł.

2) Zagadnienie dane wychodzi na następ: maiąc po 8 latach wypłacić 4500zł. ileż dziś oddać należy wytrąciwszy sobie proc. po 5%? Odp. iest 37500 zł.

XVI. 1) Co do Iszego pytania, ile dziś wypłacić należy? podzieliwszy 45000złz. przez $\left(\frac{21}{20}\right)^{12}=\frac{7355827511386641}{4096000000000000}$ wartość 1zł. po 12 latach (n° 127), znaydziemy iloraz 25057zł. gr. 20 i $\frac{140180197050410}{272438055977283}$, czyli skracaiąc ułomek, 25057zł. $20\frac{1}{2}$ gr. prawie.

2) Co do pytania drugiego, podzieliwszy 45000zł. przez $\left(\frac{21}{20}\right)^4=\frac{194481}{160000}$

XXXII. 1) czas, iest $10\frac{3}{4}$ miesięcy; 2) kwota zaś iest 800tal.

XXXIII. 1) czas, iest 4mce; 2) kwota iest 900tal.

XXXIV. Gdy osoba A wytrzymała iuż przez 3mce całą kwotę, ma ią ieszcze trzymać przez 5 mcy; lecz wypłaciwszy 900tal. pozostaie iéy tylko 1500tal. Zagadnienie zamienia się na następ: maiąc 2400tal. używać 5 mcy, iak długo wypada używać 1500tal.? Odp. iest 8 mcy.

XXXV. Gdy proc. iest $5\frac{0}{0}$ czyli $\frac{1}{20}$, więc od 1zł. na końcu r. $\frac{1}{20}$zł. a zatém 1zł. waży po roku wraz z proc. $\frac{21}{20}$zł: czyli 1zł.$\times\frac{21}{20}$, a po 5 latach ważyć będzie 1zł.$\times(\frac{21}{20})^5$ czyli 1zł. $\times\frac{4084101}{3200000}$ (n° 128); 100000 zł. ważyć zaś będą 100 000 razy więcéy; czyli $\frac{408410100000}{3200000} = \frac{4084101}{32}$ zł. Uskuteczniwszy dzielenie znaydziemy $127\,628\frac{5}{32}$zł. i ta iest szukana ważność kapitału na końcu 5go r. wraz z proc. składanym. Odiąwszy od znalezionéy summy pierwiastkowy kap. 100 000, znaydziemy $27628\frac{5}{32}$ zł. zwiększenie iego w 5 latach z przyczyny samego proc. składanego, który gdyby był prostym uczyniłby tylko 2500zł (n° 120).

XXXVI. Podzieliwszy $127628\frac{5}{32}$ zł. przez ważność 1zł. po 5 latach która iest $(\frac{21}{20})^5$ czyli $\frac{4084101}{3200000}$ (n° 130), iloraz $127628\frac{5}{32} \times \frac{3200000}{4084101} = \frac{408410100000}{4084101} =$ 100 000zł. okaże kap. pierwiastkowy.

XXXVII. 1) Wypada od 1zł. na końcu r. $\frac{8}{100} = \frac{2}{25}$zł. więc 1zł. waży po roku wraz z proc. $\frac{27}{25}$zł. a po 4 latach ważyć, będzie 1zł. $\times (\frac{27}{25})^4 =$ 1zł. $\times \frac{531441}{390625}$, proc. zaś miesięczny iest tu $\frac{2}{300} = \frac{1}{150}$. a zatém za 4 mce iest $\frac{4}{150} = \frac{2}{75}$ zła. Więc 1zł. waży po 4 mcach $\frac{77}{75}$zł. zatém po 4 latach i 4 mcach ważyć, będzie $\frac{531441}{390625} \times \frac{77}{75} = \frac{40920957}{29296875}$ zł. (n° 129), a zatém 60000zł. ważyć będą $\frac{40920957}{29296875}$zł. $\times 60000 = \frac{40920957}{15625}$ zł. $\times 32$. Uskuteczniwszy znaydziemy odp. $83806\frac{1874}{15625}$zł.

2) Podzieliwszy $83806\frac{1874}{15625}$zł. przez ważność 1zł. po 4 latach i 4 mcach która iest $\frac{40920957}{29296875}$ (n° 130). iloraz 60000zł. okaże pierwiastkowy kapitał.

Karta 155. n° 142.

I. Osoba A wypłacić teraz powinna $15428\frac{4}{7}$zł.

II. Bankier wypłacić powinien $2926\frac{34}{41}$zł.

wartość 1zł. po 4 latach; kwota szukana iest 37021 $\frac{118809}{194481}$ czyli 37021zł. $18\frac{1}{8}$gr. prawie.

XVII. 1) wypłata podł. n° 137 iest $3363\frac{11}{19}$zł.

2) czas, iest lat $7\frac{2}{5}$; t. i. lat 7, mcy 4 i dni 24 (n° 138).

3) trzeba obrachować iak długo A może całego długu nie wypłacać, iak dopiero widzieliśmy, lat $7\frac{2}{5}$; a zagadnienie zamienia się wtedy na następuiące: maiąc ieszcze $4\frac{2}{5}$lat używać 45000zł. ileż dziś oddać należy wytrąciwszy proc. po $5\frac{0}{0}$? Odp. iest 36000zł.

XVIII. Wypada obrachować korzyść zapewnioną dłużnikowi przez umowę, a to sprowadzaiąc używanie pożyczonych pieniędzy do używania pewnéy kwoty w iednakowym czasie. I tak uważam 1ód, iż 800 tal. używa dłużnik przez 4 mce, co iest toż samo iakby używał przez miesiąc 3200 tal. Daléy używa 500 tal. przez 2 mce, co iest to samo iakby używał przez miesiąc 1000 tal. Naostatek używa 100tal. przez 2 mce, co iest to samo używać 200 tal. przez miesiąc. Cała więc korzyść z używania pożyczonych pieniędzy sprowadza się do używania przez miesiąc 4400tal. Jeżeli zaś téy korzyści ma wyrównywać używanie 800 tal. więc bydź musi na dłuższy czas. Odp: znaydziemy podł: n° 123, mcy $5\frac{1}{2}$.

XIX. We 4 i $\frac{4}{7}$ lat.

XX. Odpowiedź: w $6\frac{2}{3}$ miesięcy, czyli w 6 miesięcy i dni 20.

XXI. 1) Wziąwszy $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ i $\frac{1}{3}$ z daney summy, co czyni 1620, 810 i 2160 tal. i części te razem dodane odiąwszy od 6480 tal. reszta iest 1890 tal. a tak zagad. zamienia się na poprzedzaiące, i podobnym sposobem znaydziemy iż wypada oddać ten dług za $6\frac{1}{8}$ mcy.

2) Potrzeba tu obrachować iak długo mógł trzymać dłużnik całą wypłatę, iakieśmy dopiero widzieli $6\frac{1}{8}$ mcy, a zatém wytrzymawszy iuż 2 mce: powinien ią ieszcze trzymać $4\frac{1}{8}$ mcy. Zagad. więc zamienia się na to: maiąc używać 6480 tal. przez $4\frac{1}{3}$ mcy, ile wypada dziś oddać wytrącaiąc sobie po $8\frac{0}{0}$?. Odp. iest 6306 zł. 17 gr. i $1\frac{1}{2}$ d. prawie.

XXII. Obrachowawszy iak się iuż wyżéy okazało, zapewnioną dłużnikowi korzyść, znaydziemy iż ta wyrównywa używaniu przez rok 5000 tal. czyli podł. przyiętego proc. czystéy korzyści 400 tal. Lecz korzyść tę powinien mieć dłużnik na końcu 3 lat. Zagad. więc zamienia się na następ: iaki ma bydź kap. ażeby z proc. prostym po 8% za 3 lata wyszedł na 400tal? Znaydziemy odp. 345,81 tal. n° 136.

XXIII. Trzeba obrachować korzyść iaką ma zapewnioną płacący podług umowy. To zaś nastąpi sprowadzaiąc wypłacić się maiącą kwotę do iednego czasu np. mca. I tak podług n° 124 znaydziemy, iż korzyść ta wyrównywa używaniu przez miesiąc 9000 zł. Obrachuymy znowu ile korzyści otrzymał iuż płacący z używania wypłacaiącego się długu do końca 5ciu mcy. Znaydziemy że tyle, iak gdyby przez miesiąc 4000 zł. używał. Idzie mu więc tylko o wyrównanie korzyści z używania ieszcze 5000 zł. przez miesiąc. Że zaś po wypłaceniu 2ch rat długu, zostaie mu tylko na końcu 5go mca 375zł. więc zagad. wychodzi na następ: maiąc używać 5000zł. przez miesiąc, iak długo można używać 375zł? odp. podług n° 123, znaydziemy $13\frac{1}{3}$ mcy.

XXIV. Co rok po zł. 1416.

XXV. Po 161 sąż. corocznie.

XXVI Gdy czynsz 4200zł. iest $\frac{1}{10}$ kapitału, 1zł. wynosi na końcu r. $\frac{11}{10}$ zł. a zatém 42000 zł. wynosić będą na końcu 2go r. 42000 zł. $\times (\frac{11}{10})^2$ czyli 50820zł. obie więc wypłaty złączone i obrachowane w téyże epoce powinny wynosić 50820zł. Lecz 1sza wypłata uiszczona na końcu 1szego r. wynosi na końcu 2go r. $\frac{10}{10}$ swoiéy wartości, 2ga zaś wypł. uiszczona na końcu 2go r. wynosi $\frac{11}{10}$ swoiéy wartości; obie więc wypłaty łącznie obrachowane na końcu 2go r. wynosić będą $\frac{11}{10} + \frac{10}{10} = \frac{21}{10}$ części Iszéy wypł. Zatém $\frac{21}{10}$ części Iszéy wypł. $=$ 50820 zł. a $\frac{1}{10}$ téyże wypłaty $\frac{50820}{21}$ czyli 2420 zł; cała więc Iwsza wypł. iako 10 razy większa $=$ 24200. Spłaci się więc czynsz i kap. w 2ch wypł: po 24200zł. na końcu Iszego i 2go r. Jakoż płacąc na końcu Igo r. 24200 zł. gdy 4200 zł. przypada iako czynsz od 42000 zł. więc spłaca się rzeczywiście tylko 20000 zł. z kap. który przez to sprowadza się do 22000zł. Idzie więc na 2gi r. o proc. tylko 22000zł. proc. ten iest 2200, który dodany do 22000 czyni 24200zł. 2ga więc wypłata podł. warunku zaspokaia dług zupełnie.

XXVII. Podobnie rozumuiąc iak w przykł. poprz. znaydziemy, iż każda wypłata powinna być 1331 zł. Trzeba tylko uważać, że gdy 1sza wypłata uiszczona na końcu 1szego roku wynosi na końcu r. 2go $\frac{11}{10}$ czyli $\frac{110}{100}$ swoiéy wartości, taż sama wartość na końcu 3go r. wynosić będzie $\frac{110}{100}$ swoiéy wartości; 2ga wypł. uiszczona na końcu 2go r. wynosi na końcu r. 3go $\frac{110}{100}$ swoiéy wartości; 3cia zaś uiszczona na końcu 3go r. wynosi tylko $\frac{100}{100}$ swoiéy wartości; wszystkie więc 3 wypłaty łącznie obrachowane na końcu 3go r. wynosić będą $\frac{121}{100}+\frac{110}{100}+\frac{100}{100}=\frac{331}{100}$ części 1széy wypłaty, i t. d.

Widzimy zatém iż dla rozwiązania tego gatunku zagadnień, trzeba wartość summ wypłacać się maiących w różnych epokach, obrachować w iednéy epoce.

XXVIII. Aby rozwiązać zagad. trzeba znaleźć iaka byłaby teraz wartość 50łok. materyi 2go gatunku na $\frac{8}{4}$łok. szerok. stosuiąc ią do warunków 1szego kupna; wartość ta porównana z wartością wypadaiącą z warunków 2go kupna proponowanego, da poznać propozycyią korzystnieyszą. Podług warunku 1szego kupna, 30łok. materyi Iszego gatunku na $\frac{9}{4}$łok. szerok. kosztuią 720zł. gotowizną; lecz gdy 2gi gatunek materyi iest podleyszy, 50łok. 2go gatunku na $\frac{8}{4}$łok. szerok. kosztowałyby 1000 zł. gotowizną a 1210 zł. wypłacić się maiące za 2 lata (no 128). Więc 50łok. matery 2go gatunku maiące się wypłacić po 2ch latach, kosztowałyby kupca 1210 zł. stosuiąc do warunków Iszego kupna, a 1200zł: podł. warunku 2go kupna; 2gie więc kupno iest korzystnieysze.

Widzimy więc iż w zagadnieniach tego gatunku trzeba odnosić zyski i straty do iednakowéy epoki; różnica summy zysków od summy strat każdéy spekulacyi; da poznać korzyść rzeczywistą.

XXIX. 1) Po 560 zł: 2) po 355 zł. 3) po 138$\frac{1}{8}$ zł.

XXX. 441zł. reńsk. 21 krayc.

XXXI. Zwracaiąc wartość podanych summ do czasu teraźnieyszego, podanie 2go kupca = 19848,57; 3go = 19940,88; podanie więc pierwszego iest naylepsze.

2) Igo 20000 zł. 2go 19770,3; 3go 19730, 64.

Karta 169 n° 152.

I. A straci $881\frac{13}{27}$ zł. B. $755\frac{5}{9}$, C $975\frac{25}{27}$, D $787\frac{1}{27}$.

II. A miała kapitału $17617\frac{1}{47}$, B $8808\frac{24}{47}$, C $9574\frac{22}{47}$.

III. Gdy C mieć ma połowę całego zysku, powina dać tyleż ile obiedwie osoby pierwsze; dodawszy więc składki 350 # i 200 # summa ich iest 550 #, kwotę więc tę włożyć ma osoba C. Zysk zaś osoby A $318\frac{2}{11}$, B $181\frac{9}{11}$, a C 500 zł.

IV. Weźmie 12℔ saletry, 8℔ siarki, 6℔ węgli i 24℔ prochu.

V. Trzeba $42\frac{6}{7}$℔ piasku, $14\frac{2}{7}$ potażu a $2\frac{6}{7}$ kredy.

VI. 1) Pierwszy oddział zrobi 5000 miar, 2gi 1800, a 3ci 3200.
2) Pierwszy oddział powinien liczyć 2300 robotników, 2gi 828, a 3ci 1472.

VII. Należy naprzód obrachować ile potrzeba będzie w ogóle materyałów, a to przez proporcyią: $100 : 101\frac{1}{2}$ czyli czyli $200 : 203 = 5000$ cetn : x; które $=$ 5075 cet. Ponieważ zaś w iakieykolwiek ilości prochu wzięte ilości saletry, siarki i węgla maią się mieć między sobą iak $\frac{153}{2} : \frac{25}{2} : \frac{25}{2}$ zatém potrzeba proporcyionalnie do tych liczb podzielić

5075 centn. a znaydziemy na odp. 3825 cetn. saletry, 625 siarki i 625 węgli.

VIII. $212\frac{4}{5}$ stay robotnicy Igo oddziału, $243\frac{1}{5}$ stay robotnicy 2go oddziału. Nadmiar stay $30\frac{2}{5}$ robi nadmiar zapłaty 106,8 zł. Za 1 staie więc płacono $3\frac{39}{79}$ zł. Pierwsi dostali zł. 747 gr. $16\frac{1}{2}$. drudzy 854 gr. $10\frac{1}{2}$ prawie.

IX. 1) a) 300; b) Igo 9500, 2go 3200, 3go 2400 zł.

2) a) 2400; b) Igo 1200, 2go 400, 3go 300.

X. Trzeba tu wiedzieć ważną prawdę matematyczną, że z 2ch ilości nierównych, większa składa się z $\frac{1}{2}$ ich summy więcéy $\frac{1}{2}$ ich różnicy, a mnieysza z $\frac{1}{2}$ summy mniéy $\frac{1}{2}$ różnicy. Znaydziemy więc zysk osoby A 1950, a osoby B 1300; wkładka Iszéy 600, 2giéy 400.

2) Przez podob. rozumow. znaydziemy zysk A 1725, B 1525; wkładka Iszéy $514\frac{62}{67}$, 2giéy $485\frac{5}{67}$. Ażeby znaleźć ważność dwóch ilości z wiadoméy ich summy i różnicy, dosyć iest i to pamiętać: iż gdy do summy dwóch ilości nierównych dodamy ich różnicę, otrzymamy podwóyność większéy, a gdy od ich summy odeymiemy ich ró-

żnicę, otrzymamy podwóyność mnieyszéy ilości.

XI. Skoro A zyskał 180, tedy B 450 — 180 = 270; 270 — 180 = 90 nadmiarowi zysku, który pochodzi z 600 tal. nadmiaru kapitału B nad kapitał A. W stosunku więc 90 : 600 znaydziemy kapitał A 1200, B 1800.

XII. 800 + 150 = 950 przyniosło 150, 570 przyniesie w proporcyi 90 rub. zysk Iszego; a zatém zysk 2go iest 60 rub. Wkładka Igo iest 480, 2go 320.

XIII. 26640 — 22400 = 4240 daie 648, więc w proporcyi zysk A $4071\frac{21}{53}$, zysk B $3423\frac{21}{53}$.

XIV. 12648 — 4216 = 8432 zyskowi dwóch pierwszych. A zatém gdy 42160 daie 8432, w proporcyi zysk Iszego będzie 3932, 2go 4500. Wkładka zaś 3go iest 21080.

XV. 15200 — 2400 = 12800 zysk 2ch pierwszych pochodzi z 14400, więc 2400 pochodzi w proporcyi z 2700. Zysk zaś Iszego iest 9600, 2go 3200.

XVI. Łatwo tu naleźć liczby stosunkowe zważaiąc iż średni ma dostać 2 razy tyle co naymłodszy, a naystarszy 2 razy tyle co średni. Liczby więc stosunkowe będą: 1, 2, 4, i znaydziemy część naymłodszego 3000, średniego 6000, naystarszego 12000 zł.

XVII. Reguła spółki iest składana, gdyż trzeba rozdzielić wynagrodzenia w stosunku liczb morgów i dobroci gruntu. Rozmnożywszy więc morgi przez liczbę ziarn, znaydziemy liczby stosunkowe, a następnie i odp. że Iszy dostanie 9 morgów, 2gi 7, a 3ci 4.

XVIII. A $26\frac{1037}{1938}$, B $29\frac{778}{1938}$, C$26\frac{1092}{1938}$, razem 82,5 rub.

XIX. Trzeba sprowadzić składki do iednakowego czasu, aby mieć tylko regułę spółki poiedynczą. Gdy zaś dany czas naykrótszy 3 mce, dzieli dokładnie 6 i 12 mcy, mogę wziąć 3 mce za iedność czyli miarę czasu, i aby do niéy sprowadzić składkę spólnika 2go, powiem 630 tal. przez 6 mcy daie takież prawo do zysku iak 2 razy 630 czyli 1260 tal. przez 3 mce. Podobnież Isza składka użyta przez 4 razy 3 mce, tyle czyni iak 4 razy 840 czyli 3360 tal. przez 3 mce. Trzy te składki tak przygotowane daią summę 5160 tal. Pierwszy zatém stosunek spólny trzem proporcyiom iest 5160 : 1560 czyli 43 : 13 = i t. d. Znaydziemy iż Isza osoba bierze z zysku $1015\frac{35}{43}$ tal. 2ga $380\frac{40}{43}$, a 3cia $163\frac{11}{43}$.

2) Trzeba naprzód wynaleźć zysk cały, który będzie odtrąciwszy summę włożonych kapitałów t. i. 12060 zł. od kwoty zebranéy za 700 korcy po 20zł. t. i. od 14000 zł. Zysk ten iest 1940 zł. Zagadn. więc rozwiążemy iak wyżéy; i dla 1széy osoby przypadnie $1263\frac{11}{43}$ zł; dla 2éy $473\frac{31}{43}$; a dla 3éy $203\frac{1}{43}$.

3) Zysk iest wskazany iako 10ta część całego kap. czyli 1206 zł. Lecz aby znaleźć cenę korca przedanéy reszty zboża, trzeba lód obrachować ile wszyscy wziąć maią ogółem: Maią zaś wziąć summę z kap. włożonego 12060 zł. i zysku 1206 zł. t. razem 13266 zł. A że za 18 łaszt. po 400 zł. wzięli 7200 zł. za 300 kor. po $11\frac{1}{2}$ zł. wzięli 3450 zł. t. i. razem 10650 zł. więc za resztę zboża zebrać ieszcze maią 2616 zł. Podzieliwszy tę summę przez pozostałe 214 kor: wypada cena korca po 12 zł. 6gr. $13\frac{37}{107}$ den. Zysk zaś podług poprzdz. rozwiązania znaydziemy 1széy osoby $785\frac{13}{43}$ zł. 2giéy $294\frac{21}{43}$, a 3éy $126\frac{9}{43}$.

XX. Widoczna iest, iż kap. ostatniego był tylko 2 lata w handlu: przedostatniego zaś półroku dłużéy t. i. $2\frac{1}{2}$ lat; 2go spólnika półroku ieszcze dłużéy t. i.

lat 3. Naostatek 1szego, był kapitał w handlu lat 3. Sprowadziwszy więc włożone kap. do iednakowego czasu, znaydziemy iż zysk 1szego spólnika iest $1426\frac{302}{673}$ zł. 2go $1027\frac{128}{673}$, 3go $748\frac{506}{673}$, 4go $1597\frac{410}{673}$.

XXI. 1sza $3764\frac{12}{17}$, 2ga $1882\frac{6}{17}$, 3cia $2352\frac{16}{17}$ rub.

XXII. Sprowadziwszyy składki do iednakowego czasu znaydziemy ie odp. na 1 mc kwotom: 7200 #, 6150 i 7470. Podzieliwszy zysk proporcyionalnie do tych liczb, wypadnie dla 1széy osoby zysku $829\frac{1011}{1041}$ #, dla 2giéy $708\frac{972}{1041}$ a dla 3éy $861\frac{99}{1041}$.

XXIII. Gdy oprócz strat poniesionych, zysk wynosi, 100 000 zł. musieli więc spólnicy zyskać od początku 3go mca aż do końca 14go, $100\,000 + 7300 + 2900 = 110\,200$. 1sza strata poniesiona była przez 2ch 1szych spólników, a 2ga iuż przez 3ch.

Zadanie więc to daie mieysce 3m działaniom.

1ód. Trzeba rozdzielić stratę 7400 zł. propor. do 86000 i do 60000zł. wypadną działy odp. 4300 i 3000 zł.

2re. Aby rozdzielić 2gą stratę, trzeba poznać kap. które miał w handlu każdy ze spólników w ciągu 15go mca. 1szy miał w téy epoce 96000, a z 2ch innych każdy po 100 000 zł. Strata więc dla 1go wypada $940\frac{160}{298}$, a dla 2ch innych po $979\frac{216}{298}$ zł.

3cie; trzeba rozdzielić zysk cały 110 200 zł. a odtrąciwszy od działu każdego właściwą stratę, otrzymamy zysk iego rzeczywisty.

Zysk ten miał mieysce w ciągu 12tu mcy t. i. od początku 3go mca aż do końca 14go. Uważaymy więc iak gdyby towarzystwo zawiązane było na początku 3go mca a skończyło się na końcu 14go, i obrachuymy iaki w tym czasie miał w handlu każdy ze spólników kap. sprowadzaiąc go do iednakowego czasu.

Kap. Iszego okaże się iakby miał 1132 000 zł. w handlu przez 1 miesiąc, 2go iakby 1060 000, a 3go iakby 1 200 000.

Rozdzielony więc zysk cały proporc: do tych kapitałów, da działy odp. Iod $35213{,}78\frac{374}{417}$; 2re $35345{,}92\frac{136}{417}$; 3cie $39640{,}28\frac{324}{417}$ zł.

Odtrąciwszy od każdego działu właściwe straty, znaydziemy na dział każdego spólnika z czystego zysku

100000 zł. dla Iszego 30013,78$\frac{374}{417}$ zł. dla 2go 31345,92$\frac{136}{417}$ zł. dla 3go 38640,28$\frac{324}{417}$ zł. Gdy summa ułomków czyni 2 setne, zaniechaymy ich dodaiąc po iednéy setnéy do działów Iszego i 3go przy których są ułomki naywiększe: będzie zatém na zysk spólnika Iszego 30013,79; 2go 31345,92; 3go 38640,29.

XXIV. Sprowadziwszy składki osób A i B do iednakowego czasu znaydziemy zysk osoby B = $11\frac{2}{3}$ #. Ułożywszy zaś propor: 18 # zysk osoby A : $21\frac{1}{3}$ zysku osoby C = 540 # kap. osoby A rozmnożony przez liczbę mcy : x kap. osoby C rozmnożonego przez liczbę mcy, znaydziemy ten ostatni = 6400 #. Że zaś sam kap. 800 # wiadomy, więc podzieliwszy przezeń 6400 #, wypadnie 8 mcy. Podobnież ułożywszy propor. 18 # zysku : $11\frac{2}{3}$ # zysku = 5400 # kap. $\times$ przez liczbę mcy: x kap. przez liczbę mcy; znaydziemy 3500 # kap. osoby D $\times$ liczbę mcy. Za zaś te wiadome, więc podzieliwszy niemi 3500 # wypada kap. szukany 800 #:

XXV. Liczby 180 i 160 podzielone przez właściwą liczbę mcy, t. i, $\frac{180}{3}$ i $\frac{160}{4}$, czyli 60 i 40, będą liczbami stosunkowemi; znaydziemy więc składki, A 900, B 600 tal.

XXVI. Widoczna iest iż każdy oddział robotników powinien mieć wydzieloną sobie ilość sążni w prostym stosunku swéy liczby, a zdawaćby się mogło iż w odwrotnym odległości; podzieliwszy więc szczególne liczby robotników przez właściwe odległości, trzebaby rozdzielić 15600 sążni proporcyonalnie do liczb: $36 \times \frac{4}{5}$, $25 \times \frac{4}{7}$; $32 \times \frac{4}{10}$ i $48 \times \frac{4}{8}$ (n° 160 cz. I.). czyli opuszczaiąc spólnego czynnika 4 do liczb $\frac{36}{5}$, $\frac{25}{7}$, $\frac{32}{10}$ i $\frac{48}{8}$ które sprowadzone do nayprostszego mianownika są $\frac{252}{35}$, $\frac{250}{35}$, $\frac{112}{35}$, i $\frac{210}{35}$. A pomiiaiąc znowu mian: spólnego, sprowadzilibyśmy zagad: do rozdzielenia 15600 zł. propor: do liczb: 252, 250, 112 i 210. Wypadłoby zatém na robotników z Iszéy wsi, $4770\frac{90}{103}$ sąż. z 2éy $4733\frac{1}{103}$, z 3éy $2120\frac{40}{103}$, a na przybywaiących z 4téy $3975\frac{75}{103}$.

Lecz zastanowiwszy się nad tém zagad. łatwo postrzeżemy, iż wyznaczyć się maiąca ludziom robota nie może być dzielona w stosunku odwrotnym odległości ich mieszkania od mieysca roboty. Wziąwszy bowiem równą liczbę robot. z 2ch mieysc np. z których iedno na 1 milę a drugie na 2, od mieysca roboty odległe, wypadałoby na 1szych 2 razy więcéy sąż. przeznaczyć niż na 2gich, co widocznie byłoby niesprawiedliwie. Dosyć tu więc rozdzielić 1ód w stos. prostym liczbę wykopać się maiących sąż. na oddziały robot. potém zaś stosownie do szczególnych odległości 1nym uiąć 2gim dodać wyrachowanych sąż: a to zważaiąc podług okoliczności czas potrzebny do przebycia drogi od mieysca mieszkania do mieysca roboty.

Podaliśmy to zagad: aby dać poznać, że iak w prostych rachunkach, tak tém bardziéy w nieco zawikłanych bacznym być trzeba na drogę postępowania, czyli idąc nią, nie obłąkamy się, a zatém czyli nas dokładnie do celu prowadzi.

XXVII. Obrachowawszy potrzebę drzewa dla każdéy wsi, wypadnie dla l 540, dla m 677, dla n 304 sąż. w tym stos. więc trzeba wyznaczyć dla l $137\frac{1473}{1521}$, m $360\frac{1487}{1521}$, dla n $162\frac{1421}{1521}$ morgów.

XXVIII. Sprowadziwszy ułomki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ do iednakowego mian. są one między sobą iak $\frac{6}{12}$, $\frac{4}{12}$ $\frac{3}{12}$, zatém iak 6, 4, 3; iest więc propor. 13 : 24000 i t. d. znaydziemy odp: dla 1szego $11076\frac{12}{13}$ tal. dla 2go $7884\frac{8}{13}$, a dla 3go $5538\frac{6}{13}$.

XXIX. $\frac{1}{2}$ maiątku iest 6000, $\frac{1}{3}$ iest 4000, a $\frac{1}{4}$ iest 3000, co razem przenosi maiątek. Podział więc taki być nie może. Wchodząc w myśl testatora, trzeba liczb $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, i $\frac{1}{4}$ uważać iako liczby stosunkowe do których proporcyionalnie ma być podzielony maiątek. Znaydziemy więc że Iszy dostał $5538\frac{6}{13}$, 2gi $3692\frac{4}{13}$, 3ci $2769\frac{3}{13}$ zł.

XXX. Jedna $51\frac{3}{7}$, 2ga $68\frac{4}{7}$ zł.

XXXI. Widzimy łód, iż dział B iest $\frac{4}{3}$ działu A; dział C $\frac{6}{5}$ działu B; dział zaś D iest $\frac{3}{2}$ działu C. Wyraziwszy więc pierwszy przez 1, 2gi będzie wyrażony przez $\frac{4}{3}$; 3ci będzie $\frac{6}{5}$ z $\frac{4}{3} = \frac{24}{15}$ 4ty będzie $\frac{3}{2}$z $\frac{24}{15} = \frac{72}{30} = \frac{36}{15}$. Zagad. sprowadza się więcdo podziel. 24000zł. proporc. do liczb 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{24}{15}$, $\frac{36}{15}$ czyli $\frac{15}{15}$, $\frac{20}{15}$, $\frac{24}{15}$, $\frac{36}{15}$ i t.d. Znaydziemy dział A = $3789\frac{9}{19}$; B $5052\frac{12}{19}$, C $6063\frac{3}{19}$, a D $9094\frac{14}{19}$.

XXXII. Dla 1go $328\frac{16}{23}$, 2go $54\frac{18}{23}$, 3go $24\frac{8}{23}$, 4go $292\frac{4}{23}$ fr.

XXXIII. Gdy mężczyzna dostawał 21 rub. kobieta dostała 15, a dziecie 5; a zatém gdy 15 mężczyzn dostało 315 rub. 17

kobiet dostało 255, a 8 dziecie 40 rub. podług tych liczb stos. mężczyzni dostali 945, kobiety 765, dzieci 120. Każdy zatém mężczyzna dostał 63, kob. 45, a dziecie 15 rub.

XXXIV. Wiemy iż ułomek iest tém mniéyszy im większego ma mian. przy iednakowym licz.

To założywszy, łatwo poiąć iż w tym razie maiątek trzeba podzielić proporc. do ułomków $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{10}$. Te sprowadzone do iednakowego mian. są $\frac{6}{180}$, $\frac{9}{180}$, $\frac{10}{180}$, $\frac{15}{180}$, $\frac{18}{180}$. *Są* więc między sobą iak liczby 6, 9, 10, 15, 18. Podzieliwszy 36000 zł. propor. do tych liczb, będzie dla syna 1szego 3724,1$\frac{11}{29}$, 2go 5586,2$\frac{2}{29}$, 3go 6206,8$\frac{28}{29}$, 4go 9310,3$\frac{13}{29}$, 5go 1117,2$\frac{4}{29}$ zł.

XXXV. Znalazłszy iż złotemu iednemu odpowiada zł.
0,2351096 (n°151) znaydziemy iż
1szy weźmie 19395,1313
2gi 15669,1144, 3ci 12682,282;
4ty 11647,3296, 5ty 10521,1546;
6ty 2968,3792. 7my 1693,7296;
8my 306,6425; 9ty 121,7868.

XXXVI. Osoba A dostanie $13\frac{1}{2}$; B $14\frac{1}{4}$, C $40\frac{17}{36}$, D $28\frac{2}{3}$, E $37\frac{17}{18}$ F $30\frac{1}{6}$. Traci więc ze swego długu A 27, B $28\frac{1}{2}$, C $80\frac{34}{36}$, D $57\frac{1}{3}$, E $75\frac{16}{18}$, F $6\frac{1}{3}$, co czyni na $\frac{0}{0}$ straty $66\frac{2}{3}$.

Karta 205 nº. 174.

I. Cena grzywny przypadnie po $67\frac{23}{47}$ zł.

II. Postępuiąc podobnie iak w poprzedz. zagad. znaydziemy próbę mieszaniny 14,16.

III. Srednia cena kor. iest po $15\frac{7}{8}$zł.

IV. Dla uproszczenia stosunku by pierwszy wyraz był wszędzie 100, biorę sobie w 5tym razie stos. 100 : 130; w pierwszym zaś razie, mówię: ieżeli 109 ℔, daie 135 ℔; ileż da 100? znaydę prawie 124. Po takiém przygotowaniu dodaię poprzedniki i następniki, i mam 800 : 1048; podzieliwszy przez liczbę doświadczeń, mam 100 : 131, lub 10 : 13,1. Opuszczaiąc $\frac{1}{10}$ otrzymam skrócony stos. szukany 10 : 13.

V. 216 : 186,664 czyli 216 : 187.

VI. Ponieważ likwor za przylaniem wody ma być tańszy, a zatém w stos. zniżonéy ceny powinno być go więcéy. Ilość zaś iego znaydziemy przez propor:

$$\overset{\text{zł.}}{3\tfrac{1}{3}} : \overset{\text{zł.}}{4} = \overset{\text{gar.}}{100} : \overset{\text{gar.}}{x} = 120\text{gar.}$$

nadmiar więc 120 gar nad 100 gar. t. i. 20gar. iest szukaną liczbą gar. wody.

VII. Podług poprz. znaydziemy iż trzeba dodać 50 ℔ wody słodkiéy.

VIII. 2 korce zboża droższego a 4 tańszego składaią mieszaninę po 10 zł. korzec (n° 159).

IX. Podobnież znaydziemy iż 2 części droższego srebra a 4 tańszego, czyli $\frac{1}{3}$ droższego a $\frac{2}{3}$ tańszego do każdéy grzywny brać potrzeba.

X. Znaydziemy podobnym co wyżéy spos. postępuiąc, że 12 części danego srebra a 2 miedzi, czyli 6 części srebra a 1 miedzi, dadzą srebro żądanéy próby. Do 21 łutów np. trzebaby wziąć 18 z 1szego, a 3 z 2giéy.

XI. Postępuię iak gdybym miał z danych gatunków zrobić mieszaninę ceny oznaczonéy i znayduię (n° 159). iż lepszego gatunku wchodzi w mieszaninę $\frac{4}{9}$ a podleyszego $\frac{5}{9}$ miar.

XII. Uważaymy iak gdyby szło o ieden tylko metal np. złoto: porównawszy ilość iego średnią maiącą być w nowéy mieszaninie, z ilościami będącemi iuż w mieszaninach, znaydziemy.

$$90\begin{cases}95 & \ldots & 5\\ 85 & \ldots & 5\end{cases}$$

iż po równéy ilości z każdéy sztuki wziąć trzeba, a zatém na 100 gram, weźmiemy po 50 z każdéy sztuki. Jakoż 50 gram z Iszéy sztuki zawieraią 47,5 gram. złota, a 50 gram z 2éy zawierać będą 42,5 gram. t. i. razem 90 gram.

XIII. Porównawszy wyższe ceny z nayniższą, wypada mieszać po 25 ℔ naytańszego gat. z 3 ℔ każdego z 3ch droższych gat.

XIV. Szukam Iód ile grzywien z każdego gat. wziąć trzeba dla zrobienia mieszaniny po 50 zł. grz.

$$50 \ldots \begin{cases}60 \ldots 29\\ 58 \ldots 4\\ 46 \ldots 8\\ 21 \ldots 10\end{cases}$$
$$\overline{\qquad 51}$$

a ułożywszy propor:

$$51 : 34 \text{ czyli } 3 : 2 = \begin{cases}29 : x = 19\tfrac{1}{3}\\ 4 : y = 2\tfrac{2}{3}\\ 8 : z = 5\tfrac{1}{3}\\ 10 : v = 6\tfrac{2}{3}\end{cases}$$

znaydę, że trzeba wziąć $19\frac{1}{3}$ grzyw. z Iszego gat. $2\frac{2}{3}$ grz. z 2go; $5\frac{1}{3}$ z 3go; i $6\frac{2}{3}$ grz. z 4go.

XV. Trzeba Iód znaleźć cenę cetnara. Podzieliwszy 630tal. przez 35 cent. wypada na iloraz 18 tal. Zresztą zagad. podł. (n° 164) łatwo rozwiążemy i znaydziemy że mamy wziąć kruszczu Igo $17\frac{6}{12}$ cent. 2go $2\frac{11}{12}$; 3go $5\frac{10}{12}$ a 4go $8\frac{9}{12}$.

XVI. Trzeba wziąć $5\frac{5}{9}$ grzyw. na 29 zł. $2\frac{7}{9}$ na 23 zł. a $16\frac{6}{9}$ na 21 zł.

XVII. Uważam iż 3℔ po 24gr. i ℔ na 28gr. uczynią 4℔ których wartość cała wynosi 100gr. a zatém ℔ 1 wypada na 25 gr. Podobnież 2℔ po 15 gr. i ℔ na 18gr. uczynią 3℔, których wartość razem wynosi 48 gr. a zatém ℔ 1 po 16 gr. Zagad. więc sprowadzamy do tego: z towarów na 25gr. i na 16gr. ℔, zrobić mieszaninę na 22gr. ℔. Podług reg. znaydziemy iż trzeba wziąć 6℔ na 25gr. a 3℔ na 16gr. Idzie więc tylko o sprowadzenie rozwiązania do pierwszych warunków. Dla tego dzielę 6 na 2 części, z którychby iedna była potróyną względem 2giéy, iako to, $1\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$; a liczbę 3 na dwie części z którychby iedna była podwóyna względem 2giéy, iako to: 2 i 1; trzeba więc wziąć $1\frac{1}{2}$ ℔ z Iszego gat. $4\frac{1}{2}$ z 2go, 2 z 3go i 1 ℔ z 4go.

XVIII. Gdy dane gat. są wyższéy wartości niż ma być mieszanina, widzimy iż nie można zrobić żadnéy kompozycyi bez przybrania poślednieyszego od niéy gat. Do kompozycyi tego rodzaiu przymieszywa się pospolicie miedź, która w tym razie za nic się uważa. Układam więc różnicę:

$$10\,..\left\{\begin{array}{l} 13\;\ldots\;10 \\ 11\;\ldots\;10 \\ 0\;\ldots\;3\;\ldots\;1 \end{array}\right.$$

Gdyby więc naczynie miało ważyć łut. 24; wzięlibyśmy Iszego i 2go gat. srebra po 10 łut. a miedzi 4łut. lecz że ma ważyć ℔ 1 i 28 łut. czyli 60łut. układam więc propor.

$$24 : 60 \text{ czyli } 2 : 5 = \left\{\begin{array}{l} 10 : x = 25 \\ 10 : y = 25 \\ 4 : z = 10 \end{array}\right.$$

i znayduię, że trzeba wziąć z Iszego i 2go gat. srebra po 25 łut. a miedzi 10 łut.

XIX. $18\frac{14}{17}$ grz. 12 łutowego, $37\frac{11}{17}$ grz. 11 łut. a $22\frac{9}{17}$ grz. miedzi.

XX. 1) Idzie tu o podziel. liczby 1836 na 2 części z którychby iedna była podziel. na przez 11 a druga p. 7. postępuiąc podł. n° 173 znaydziemy, że liczba maystrów odpowiada postępowi arytmetycznemu rosnącemu 4 · 11 · it. d. .... 165, liczba zaś czeladników postępowi arytm. maleiącemu 256 · 245 .... 3.

2) Liczba maystrów odpowiada $\div$ 2 · 7... 137, a liczba czeladników $\div$ 362 · 349 ....11.

XXI. 1) Gdyby liczba szukana była o 2 mnieyszą, byłaby zupełnie podzielną przez 6, a podzielona wtenczas przez 13 dałaby reszty 1. podług n° 169 byłaby więc ta liczba 66. Liczba więc szukana iest $66 + 2 = 68$. Że zaś dodaiąc do téy liczby $6 \times 13 = 78$, tyle razy ile zechcemy, nie zmienią się warunki zagadnienia, więc zagad. to może mieć nieograniczoną liczbę odpowiedzi.

2) Liczba szukana będzie 1147 i 1147 powiększone, o ilekolwiek razy wziętą liczbą $2184 = 39 \times 56$.

XXII. Gdyby ogrodnik sadził po 17 drzewek w rzędzie, lecz o ieden rzęd mniéy, tedyby mu zbywało 7 drzewek. Podług powyższego więc rozw. znaydziemy liczbę drzewek 92 i 92 powiększone o 6 $\times$ 17 czyli 102, tyle razy wzięte ile zechcemy.

XXIII. 1) Dukatów : 1 · 6 · 11 · 16 · 21 · 26.
pięciozłotówek: 99 · 80 · 61 · 42 · 23 · 4.

2) Frydrychsdorów : 4 · 10 · 16.
Talarów : 69 · 44 · 19.

3) Nie masz rozwiązania, obróciwszy bowiem rubel i czetwertak, na dziesięciogroszówki, równie iak i dług 514 zł. wypada 1542 zapłacić 5ciodziesiątkami i 20stodziesiątkami które maią spólnego dzielnika 5 nie dzielącego liczby 1542 (n° 171).

XXIV. Ponieważ daiąc po 5 kop. zbywało mu 50 kop. a daiąc po 6 kop brakowało mu 20, widzę stąd że liczba ubogich musiała być 70 a rozdane im 70 razy 5 kop. = 3, 50 rub; rozdaiący zaś miał przy sobie 4 rub.

XXV. Miała A, 576 · 555 ...
B. 9 · 26 ...
C, 133 · 137 ...

Karta 220 n° 184.

I. Przypuszczam iż liczba szukana iest 7, ta podzielona przez 7 daie na iloraz 1, który rozmnożony przez 15 czyni 15;

lecz powinno być 450, mówię więc: ieżeli 15 powstaie z 7, z czegoż powstaie 450? t. i. układam proporcyią $15 : 7 = 450 : x$, $x = 210$ iest liczbą szukaną, co łatwo iest sprawdzić.

II. Przypuszczam iż liczba lat iest 16, ta ze swoią połową czyni 24, od których odiąwszy część 4tą postaie 18. Układam więc proporcyią, $18 : 16 = 90 : x$. Wypada liczba szukana 80 lat.

III. Widzimy łatwo iż maiątek o który idzie, iest podzielny przez 3 i 5, i taki, że odiąwszy od niego część iego trzecią i dwie piąte, zostaie 32000 zł. Przypuszczam więc liczbę 15, a odiąwszy od niéy $\frac{1}{3}$ i $\frac{2}{5}$ iéy części których summa iest 11; mam reszty 4; powiem zatém: ieżeli 4 powstaie z 15; z iakieyże liczby powstaie 32000 zł.? znaydę na odp. 120000 zł. które zupełnie odpowiadaią danym warunkom.

IV. Liczba szukana iest $272\frac{8}{11}$.

V. Oznaczywszy dział 1széy 1
dział 2giéy będzie . . . $2 + 7$zł.
dział 3ciéy . . . . $3 + 7 - 5$zł.

razem . . . . . 6 działów $+ 9$zł.
równe 1000 zł. odiąwszy więc 9zł. od 1000 zł. i pozostałe 991 zł. podzieliwszy

przez 6, wypada na iloraz, dział Iszéy osoby $165\frac{1}{6}$ zł. a zatém dział 2giéy będzie $337\frac{2}{6}$ zł. a dział 3éy $497\frac{3}{9}$ zł.

VI. Przez podobne postęp. iak w przykł. poprz. znaydziemy dział Iszéy osoby 5472, 2éy 16956; 3éy 8268; 4éy 16896; a 5éy 22368 zł.

VII. Liczba szukana iest $257\frac{1}{7}$.

VIII. Zagad. to nie daie się rozwiązać przez reg. założenia poiedynczego. Przypuszczam więc Iód, iż iedna z 2ch liczb niewiad. iest 13, ażebym dodaiąc do niéy 11 miał 24 podzielne przez 4. W tém przypuszczeniu 2ga liczba byłaby 6, do któréy przydawszy 11 mam 17 zamiast 39 liczby potróynéy względem 13, iakby to być powinno podł. 2go warunku zagad. ztąd wynika błąd Iszy o mniéy, = 22. Przypuszczam 2re iż Isza liczba = 9, bym dodaiąc ią do 11, miał 20 podzielne przez 4, co daie 5 na 2gą liczbę niewiad. do téy ieżeli dodam 11, będzie 16 zamiast 27 liczby potróynéy względem 9. Ztąd wynika błąd drugi także o mniéy, = 11. Nakoniec postąpiwszy podł. n° 181 znaydę że Isza liczba iest 5 a 2ga 4.

IX. Podof. 50; żołnierzy 300.

X. Zagad. nie ma rozwiązania.

XI. 1) 58 sztuk po 8 dgr. a 161 po 3 tal.
2) 873 sztuk po zł. 3. gr. 10. a 78 po 40 gr.
3) 520 sztuk po 5 zł. a 207 po 2 zł.

XII. 180 po 3 zł. = 540 zł. 270; po 2 zł. = 540; razem 1080 zł.

XIII. 1sza 1 minutę, 2ga 15 minut.

XIV. przez propor. 115 : 100 = 10956 : x, znaydę $9526\frac{22}{23}$ rub. rzeczywistą wartość mieszaniny. Podług proporc. więc znaydę: $58\frac{4}{23}$ pud. Iszego gatunku $41\frac{19}{23}$. pud. 2go gatunku.

XV. 9 w oddz. Iszym, a 7 w 2gim.

XVI. Przypuszczam Iód, że złoto i srebro było kupione po iednakowéy cenie. Wypadałaby więc z Iszego kupna uncyia po zł. $\frac{318}{8} = 39\frac{3}{4}$. Lecz w takim razie wypadałoby zapłacić przy 2giém kupnie $12 \times 39\frac{3}{4} = 477$ zł. t. i. 45 zł. mniéy, niż istotnie zapłacono. Przypuszczam 2re, że unc. złota kosztowała 2 zł. więcéy od unc. srebra. Wtedy płacąc za 3 unc. złota i 5 unc. srebra 318 fr. wypadałaby unc. srebra po 39 fr. a unc. złota po 41 fr. lecz w tym razie należałoby się zapłacić za 5 unc. złota i 7 unc. srebra 478 fr. mam więc propor. 478 — 477 : 522 — 477 = 2 — 0 : x, czyli 1 : 45 = 2 : x = 90. Znayduię więc, że unc. złota kosztowała 90 fr. więcéy od unc. srebra.

Odiąwszy 3 × 90 od 318 a resztę podzieliwszy przez 8, znaydę 6 fr. cenę unc. srebra, unc. zaś złota kosztowała 96 fr.

XXVII. Przypuszczam że było 2ch młodź, a gruszek 20. Wtedy wziąwszy po 20. brakowałoby im wprawdzie dla iednego, lecz drugi warunek nie dopełniałby się, bo biorąc po 18, brakowałoby ieszcze 16 co daie błąd — 26. Przypuszczam że młodź. było 3ch a gruszek 40. Moy błąd iest ieszcze — 24. Widzę więc, że przypuszczony ieden młodź. więcéy przybliża znalezioną liczbę do prawdziwéy o 2. Że zaś cała różnica iest 26; zatém było 13 młodz. więcéy. niż 2ch czyli 15; zaś gruszek 280.

XVIII. Robił dni 46 a próżnował 14.

XIX. Przypuszczam iz beczka wina kosztuie 50 tal. 2 beczki zatém które dał Iszy kupiec, kosztowały 100 tal. lecz że mu zwrócono 40 tal. pozostaie 60tal. które zapłacił za cło i sprowadzenie 20· becz. wina. Mówię teraz ieżeli od 20 beczek zapłacono 60tal. ileż wypada od 64? 4ty wyraz proporcyi okazuiemi 192tal. Że zaś kupiec 2gi dał 5 becz. wina które podł. przypuszczenia kosztuią 250tal. i nadto 40 tal. t. i. razem 290 tal. więc różnica czyli błąd iest 98 tal. więcéy.

Założywszy iż beczka wina kosztowała 60 tal. znaydziemy znowu podobną różnicę o 84 tal. więcéy. Postępuiąc nakoniec podł. n° 181 znaydziemy cenę beczki 120 tal.

XX. Przypuszczam iż ogród kupiono za 100 zł. lecz w tym razie przedawszy go za 100 — 18 wziętoby 82 zł. zamiast 7298 zł. układam więc propor. 82 : 7298 = 100 : x; a 4ty wyraz 8900 zł. iest ceną szukaną.

XXI. Przypuszczam iż kapitał iest 100 zł. 3letni iego proc. iest 13 zł. lecz przypuszczenie iest fałszywe, bo na końcu 3ch lat miałbym tylko 113 zł. powinienem zaś mieć 7797 zł. Układam zatém propor: 113; 100 = 7797 : x, które = 6900 zł. okaże kap. szukany.

XXII. Uważać należy 320 ⌗ iako resztę z liczby któréy $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{4}$ iéy części są odięte. Przypuściwszy iż ta liczba iest 12 odeymiymy od niéy wzmiankowane części, zostaie 5 na składkę osoby Iwszéy, a powinno zostać 320; ułożę więc reg. 3ch 5 : 12 = 320 : x które = 768 ⌗; $\frac{1}{3}$ téy liczby iest 256, a $\frac{1}{4}$ iest 192 i reszta zostaie się 320 ⌗. Maiąc zaś wiadomą składkę każdéy osoby, znaydę łatwo iż Isza weźmie z zysku $41\frac{2}{3}$, 2ga $33\frac{1}{3}$, a 3cia 25 ⌗.

XXIII. Przypuszczam iż 1sza sztuka kosztowała 1 #, 2ga 2#, 3cia 3# i t. d. ostatnia zatém kosztowała 12# a wszystkie razem kosztowałyby 78#, lecz ztąd wypada 18# mniéy niż być powinno; przypuszczam iż 1sza sztuka kosztowała 2#, 2ga 3# i t. d. ostatnia 13#, a wszystkie razem 90#, lecz i tak wypada mniéy 6# niż być powinno. Postępuiąc podług reg. (n° 181), znaydę iż 1sza sztuka kosztowała $2\frac{1}{2}$# zatém 2ga $3\frac{1}{2}$, 3cia $4\frac{1}{2}$ i t. d. ostatnia $13\frac{1}{2}$.

XXIV. Większa 12, mnieysza 8.

XXV. Większa 35, mnieysza 12.

XXVI. Pierwsza 75, druga 25.

XXVII. Pierwsza 5, druga 4.

O UKŁADZIE NOWYCH MIAR FRANCUZKICH.

1. Potrzeba używania iednostaynych i stałych miar w społeczności, była powodem do ścisłych i mozolnych badań w celu ustanowienia *miary pierwotnéy* czyli *zasadniczéy* do któréyby wszelkie inne z łatwością można odnosić. Uczeni francuzcy starali się ile możności zadosyć uczynić wszelkim w téymierze trudnym warunkom. Jak wielkie prace podięto nim tego dostąpiono, nie iest tu mieysce ani szczupłość dzieła dozwala wymieniać. Odsyłamy raczéy do dzieł obszernie o tém piszących, kładąc tylko same z tych prac wypadki.

2. Układ miar nowych wprowadzonych od r. 1795 i ustanowionych we francyi nazywaią *systematem metrycznym*, gdyż w nim wszystkie miary zawisły od *metra* który iest iednością miar długości. Że zaś miara ta zasadza się na rzeczywistéy wielkości ziemi naszéy ztąd ią nazywaią naturalną.

3. Rozróżniaią w systemacie metrycznym ośm gatunków miar używanych w towarzystwie.

1e miary liniiowe czyli długości, których iednością iest *metr*.

2e miary kwadratowe czyli powierzchni, których iednością iest *ar* (szczególniéy do mierzenia ziemi).

3e miary sześcienne czyli obiętości ciał stałych, których iednością iest *ster* (szczególniéy do mierzenia drzewa opałowego).

4e miary obiętości ciał ciekłych i sypnych, których iednością iest *litr*.

5e miary ciężkości czyli wagi, których iednością iest *gram*;

6e miary wartości czyli monety, których iednością iest *frank*;

7e miary kątów, których iednością iest *stopień*;

8e miary czasu, których iednością iest *godzina*.

4. Mówić tylko będziemy o sześciu pierwszych gatunkach miar, odsyłaiąc do ieometryi co do kątów, a do mechaniki co do czasu.

5. Siedm iest wyrazów które dołączaią do iedności głównych dla uformowania miar po 10 razy większych i po 10 razy mnieyszych. Do powiększenia użyto wyrazów greckich: do zmnieyszenia łacińskich. Obięte są one w następuiącéy kolumnie ze swoiém znaczeniem.

Między *deca* i *deci* zostawiony iest odstęp dla umieszczenia iedności.

Myria . . dziesięćtysięcy
Kilo . . tysiąc
Hecto . . sto
Deca . . dziesięć

Metr, *Ar*, *Ster*, *Litr*, *Gram*, *Frank*.

Deci . . dziesiąta
Centi . . setna
Milli . . tysiączna

6. *Metr* iest dziesiąta miliionowa część ćwierci *południka ziemskiego* (1) albo odległości *bieguna* od *równika*. Cały więc południk ma 40 miliionów metrów. A że każdy okrąg dzielą podług nowego podziału na 400 części równych nazwanych *stopniami*, zatém 4ta część południka zawiera stopni 100; więc metr iest 100 000ną częścią nowego stopnia południka.

metr = $1\frac{3}{4}$ łok. polsk: blisko, dokładnie
metr.
zaś 72 = 125 łokci polskich.

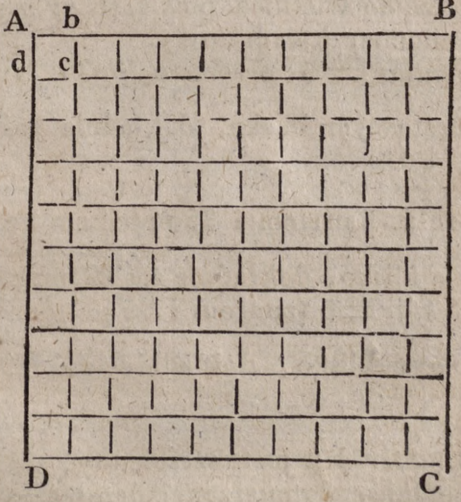
miriametr = $1\frac{1}{3}$ mili polskich blisko
myriam.
dokładnie zaś 10 = 12,15 mil polskich.

Na 4tą część południka idzie 1000 myriametrów a 1215 mil polskich, na cały

(1) Znaczenie wyrazów: *południk*, *biegun*, *równik*, wiadome iest z początków ieografii matematyczney.

więc południk czyli okrąg ziemski 4000 myriametrów a 4860 mil polskich.

7. *Ar* iest dekametr kwadratowy t. i. kwadrat maiący w każdym boku dziesięć metrów, i zawiera sto metrów kwadratowych, iak to okazuie figura następuiąca:



Liniia AB = 10 metrom, linia AD = 10 metrom, liniia Ab = 1 metrowi, toż samo liniia Ad: powierzchnia Abcd iest metrem kwadratowym (ob. przyp. na kar. 82 Cz. I.), dekametr więc kwadratowy zawiera sto metrów kwadratowych. Widzimy stąd, iż gdy wymiary iakiéy powierzchni są 10 razy większe albo mnieysze od wymiarów innéy, powierzchnia pierwsza iest sto razy większa albo mnieysza od powierzchni drugiéy. *Deciar* nie iest w używaniu gdyż nie iest kwadratem, lecz *centiar* czyli metr kwadratowy; również *dekar* nie iest używany, lecz *hektar* czyli hektometr. Używany iest także do wielkich powierzchni *myriar* czyli kilometr kwadratowy.

Centiar = 5 pręcikom i 35 ławkom
centiar
kwadratowym blisko, dokładnie zaś 2916
pręcikom kwadr.
= 15625.

Ar = 5 prętom i 35 pręcikom kwadra-
ar. prętom kwadr.
towym blisko, dokładnie zaś 2916 = 15625

Hektar = 5 sznurom i 35 prętom kwa-
hektar.
dratowym blisko, dokładnie zaś 2916 =
sznurom kwadr.
15625

8. *Ster* iest metr sześcienny, służy on szczególniéy do mierzenia drzewa na opał. Podziałów téy miary nie używaią.

Jest zaś ster = blisko 5téy części naszego sążnia sześciennego albo = $41\frac{19}{20}$ stóp sześciennych.

9. *Litr* iest obiętość decimetru sześciennego, t. i. naczynia któreby miało decimetr wzdłuż, decimetr wszerz i decimetr wzwyż

(ob. przypisek na kar. 27 Cz. I.). Zobaczymy w artykule następuiącym że litr wody czystéy waży 1 kilogram. Litr używany iest w handlu do rzeczy suchych i ciekłych w małéy ilości, *dekalitr* szczególniéy do zboża, *hektolitr* do rzeczy suchych i ciekłych w znacznéy ilości. Kilolitr i myrialitr iako bardzo wielkie nie są używane.

Litr = 1 kwarcie polskiéy zupełnie, *dekalitr* = $2\frac{1}{2}$ garcom, *hektolitr* = 25 garcom.

10. *Gram* iest waga centymetru sześciennego wody dystylowanéy wziętéy w naywiększéy swoiéy gęstości (t. i. przy 4tym stopniu termometru stostopniowego, *centigrade*). *Centimetr* sześcienny równa się obiętości iednego mililitra, więc mililitr wody dystylowanéy waży 1 *gram*, a zatém *litr* waży 1 kilogram. Kilogramu używaią iako funta metrycznego. Półkilogramu równa się używanemu w handlu funtowi (*livre*). Poddziały gramu używane są szczególnie od chemików i w ogólności od trudniących się artykułami drogiemi. *Myriagram* używany iest w ciężarach znacznych, tudzież waga o 100 kilogramach iako cetnar metryczny, lub o 50 kilogramach iako pół cetnara metrycznego równaiącego się cetnarowi używanemu.

gram. granom. gram. granom

1 = $22\frac{2}{3}$ blisko; dokładnie zaś 11 = 250

kilogr. funtom. kilogr.

1 = $2\frac{7}{15}$ blisko; dokładnie zaś 405 504

funt.

= 1 000 000.

myriagra. funt. myriagr.

1 = $24\frac{5}{8}$ blisko; dokładnie zaś 405 504 = 1000 000 funt.

11. *Frank* iest sztuka srebra ważąca 5 gramów zmieszana z $2\frac{1}{10}$ miedzi; zawiera więc 45 decygramów czystego srebra, a 5 decygramów miedzi. Co do nazwisk poddziałów, nie mówią decyfrank, centyfrank, lecz *decim*, *centym*. Wyższych także podziałów nie używaią. Kilogram monety srebrnéy ważyłby 200 franków.

frank. frank.

1 = 1zł. 18gr. blisko, dokładnie zaś 128 = 207 zł.

12. Systemat metryczny z wielu względów ma pierwszeństwo przed innemi dotąd używanemi systematami miar. Szczególna dogodność iego iest ta, że podziały miar są w nim iednakowe i stosowne do systematu naszego liczenia (1). Rachunek więc z liczbami wielorakiemi nie ma w tym razie mieysca, bo iest ten sam co rachunek liczb całych i dziesiętnych, zamiana miar wyższych na niższe i przeciwnie, uskutecznia

---

(1) A stąd są iak nayłatwieysze do spamiętania.

się iednym pociągiem pióra dopisuiąc zera lub przenosząc przecinek.

Np. 504,35 metrów, czynią 50,435 dekam. 5,0435 hektom. 0,50435 kilom. a 5043,5 decimetr. 50435 centim. 504350 milim. i. t. d. podobnież i co do innych miar dziesiętnych.

Gdyby więc we wszelkich miarach używano podziałów dziesiętnych, nie byłoby potrzeby używania ułomków zwyczaynych (porówn: n° 180 i 214 Cz. II.). Lecz przyzwyczaieni iesteśmy brać $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$ i t. p. części z całkowitości których za pomocą dziesiętnych dokładnie oznaczyć nie można; i ta iest główna niedogodność którą systematowi metrycznamu słusznie zarzucić można. Życzyćby ieszcze wypadało, ażeby podział dwunastny był zachowany, wszakże to nastąpić nie mogło, gdy podział miar nowych miał być stosowny do układu liczenia naszego.

Zważaiąc iż miary iednego rodzaiu nie są iednostayne przynaymniéy w każdym w szczególności kraiu, lecz często różne w różnych iego prowincyiach, a nawet w iednémże mieście; że się znayduią stopy zwyczayne i szczególne, łokcie większe i mnieysze; słowem że na różne gatunki rzeczy które naturalnie powinny mieć iednę miarę, różne miary iuż pod różnym iuż pod iednakowém nazwiskiem są używane (2); gdy tak rozlicznych miar zważymy rozliczniéysze ieszcze podziały; nie można nie życzyć ustanowienia miar stałych i iednostaynych.

(2) W miastach Europeyskich osobliwie niemieckich znayduiemy łokcie inne do iedwabiu, inne do płótna a inne do wełny; z miar do ciał ciekłych inne do wina, inne do piwa, inne do oleiu i t. d. wagi także inne handlowe, inne menniczne, inne jubilerskie, a inne aptekarskie, lubo te nie mniéy są handlowemi.

TABLICE
METROLOGICZNE
OBEYMUIĄCE

I. MIARY LINIIOWE CZYLI DŁUGOSCI
II. MIARY KWADRATOWE C. POWIERZCHNI.
III. MIARY SZEŚCIENNE C. OBIĘTOŚCI.
IV. MIARY CIĘŻKOŚCI C. WAGI,
V. MIARY WARTOŚCI C. MONET,

niektórych Miast i Kraiów Europeyskich; tudzież

VI. PODZIAŁY NOWYCH MIAR KRAIOWYCH.
VII. STOSUNKI ZBLIŻONE POLSKICH MIAR NOWYCH Z DAWNEMI.
VIII. STOSUNKI ZBLIŻONE POLSKICH MIAR NOWYCH Z ROSSYYSKIEMI.

I. MIARY LINIIOWE

1. STOPY I ŁOKCIE WYRAŻONE W MILIMETRACH

m. znaczy miarę mnieyszą, w. większą.

NAZWISKA MIEYSC	MILIMETROW stopa.		MILIMETROW łokieć.
Altona *obacz* Hamburg			
Akwisgran (Aachen)	283,		667,72
Amszterdam	283,11		687,81
łok. flamandzki			694,38
Anglia	304,76		
Yards		m.	914,28
Anszpach i Bayreyt	297,76	m.	584,29
		w.	600,64
Antwerpiia	285,5	m.	684,42
		w.	694,34
Augszpurg	296,17	m.	592,38
		w.	609,52
Bawaryia od 1811. r.	291,86		835,01
Bazylea	298,2		
braccio . .			544,10
aune . . .			1179,35
Berlin od r. 1816. we			667,71
wszyst: Prowin: Pru-			541,71
skich stopa reńska	313,85		691,41
Bern . . . . . . m.	293,33		
w.	317,69		
Brabancya ob: Antwerpia			
Bremen	289,2		578,4
Brunszwik	285,		570,72

NAZWISKA MIEYSC	MILIMETROW stopa.	łokieć.
Bruxella ob. Antw.		
Dania	313,62	627,68
Florencya i w całéy Toskanii od r. 1781. *braccio* = $\frac{1}{4}$ *canna* . .		594,18
Francyia, dawna stopa Paryzka = $\frac{1}{6}$ sążnia (*toise*)	324,7	
aune		1188,37
teraźnieyszy *metr.*		1000,
Frankfurt nad Menem	284,6	547,28
Freyburg		566,65
Geldryia		670,4
Genewa (*Genf*) . . .	487,94	1143,7
Genua, *palmo* . . .		249,93
Görlica		563,2
Haga	iak daw. Paryż	iak daw. Ams.
Hamburg	286,49	572,97
Hannower	292,99	583,98
Hiszpania	282,66	836,6
Hollandyia ob. Amszt.		
Holsztyn ob. Hamb.		
Inflanty ob. Ryga		
Karlsbad		w. 677,2 m. 591,7
Karlsruhe	291,1	555,
Kassel	284,9	569,4
Kolonia nad ren. . .	287,59	575,19
Kraków	356,41	616,98
Leodyum (Lütich, *Liege*)	287,62	551,55
Linc. obacz Wiedeń		

NAZWISKA MIEYSC	MILIMETROW stopa.	MILIMETROW łokieć.
Lipsk . . zwyczayna	282,65	565,2
budownicza	282,72	
Litwa.	iak daw. Paryż	649,68
Liworno ob. Florencyia		
Łowanium (Löven)	285,66	w. 694,34
		m. 684,41
Lubeka	291,	577,04
Luka	589,91	*brac.*595,09
Lüneburg ob. Brunszwik		
Luxemburg ob. Antwerp.		
Manheim ob. Heidelberg		
Mantua, *braccio* . . .		643,81
Mechlin	279,71	iak m. Low.
Medyiolan	397,02	*brac.*586,51
braccio do wełny		675,4
Meklenburg ob. Lubeka		
Modena.	517,71	*brac.*648,09
Moguncyia (Werkfuss,	291,5	551,18
Kameralfuuss) . .	187,5	
Neapol *palmo* . . .	262,8	
canna . . .		2112,
Neyszatel	300,	1127,
Nimega ob. Geldryia		
Norwegia ob. Dania		
Norymberga . . .	305,86	656,44
Oldenburg ob. Bremen		
Osnabrug	279,27	w. 601,62
		m. 583,35
		699,3
Ostenda		
Padwa	428,38	641,57
braccio do iedwabiu		679,92
dito do wełny		
Piemont *lipranzo* . .	514,4	
raso	iak daw. łok.	Polsk. koron.

2. MIARY DROŻNE,

których długość odniesiona iest do długości stopnia południka ziemskiego podług dawnego podziału okręgu.

NAZWISKA MIEYSC		na 1. stopień południka
Angliia . . . mil rządowych		69,33
dit. pospolitych		73,
dit. morskich		60,
dit. *leagues* . .		20,
Anszpach i Bayreyt		13,
Austrya . . pocztowych . . .		14,65
Bawarya mil małych		14,15
dit. wielkich		8,69
Brruxella		20,
lieues .		25,
Brunszwik Luneburg		10,51
Czechy mil wielkich		12,
dit. małych		16,12
Daniia (prawie iak reńskie) . .		14,77
Francya *lieues*		25,
morskich mil		20,
Flandrya, większe *iak* reńskie ;		
mnieyszych		25,
Hamburg		20,
Hessyia		11,29
Hiszpaniia		26,63
Hollandyia		19,66
Irlandyia		40,
Litwa	w.	12,44
	m.	20,
Lombardyia		67,25
Luxemburg		28,
Neapol		57,71

NAZWISKA MIEYSC.		na 1. stopień południowy.
Niemcy, ieograficznych		15,
małych		17,75
wielkich		12,
Polska dawnych dużych. . . .		15,
mnieyszych c. morskich		20,
nowych . .		13,05
Portugaliia	w.	15,
	m.	18,
Prusy		14,37
Reńskich mil		14,76
Rossyia . . . . *werszt*		104,3
Rzym		74,7
Saxoniia		12,3
Szkocyia	w.	50,
	m.	60,
Szląsk		17,18
Szwabiia		12,
Szwaycaryia	w.	13,3
	m.	15,06
Szwecyia		10,4
Tureyia . . . . *berri*		69,66
morskich . . .		84,68
Ukraina		12,
Węgry		13,33
Westfaliia		10,
Włochy.		60,

NAZWISKA MIEYSC	MILIMETROW stopa.	lokieć.
Polska, dawne korónne	297,77	595,54
nowe od początku roku 1820	288,	576,
Portugalia *palmo* . . .	218,6	
varas . .		1092,94
Praga w Czechach ob. Wiedeń		
Prezburg ob. Wiedeń		
Prusy ob. Berlin		
Raguza . . . . . , .	313,56	513,2
Ratyzbona (Regensburg)		810,97
Rawenna *braccio* . .		w. 584,26
		m. 578,85
Reńska *stopa* . . .	313,85	
Rossyia	354,1	
pospolicie teraz używaią stopy angielskiey lub reńskiéy.		
arszyn=16 *werszk.*		711,48
Rosztok ob. Lubeka		
Rotterdam	312,43	iak Amszt.
Ryga	274,8	548,16
Rzym . . stopa daw:	248,2	*can.* 1989,6
palmo do budowli .	223,4	*can.* 2234,
Sardyniia, *palmo* . .	248,36	*raso* 549,29
Salcburg, łok. do iedwabiu		800,84
łok. do płótna		1005,64
Saxonia ob. Lipsk		
Stralsund ob. Lubeka		
Sycyliia . . . . . :	242,05	
canna iak w Neapolu.		

NAZWISKA MIEYSC	MILIMETROW stopa.	łokieć.
Szafhauzen.		603,43
Szląsk Austryacki . .	289,42	578,4
Sztuttgard ob. Wirtemberg		
Szwecyia	297,1	593,73
Toskaniia ob. Florencyia		
Trewir ob. Koblenc		
Tryiest łok. do iedwabiu		640,65
łok. do wełny		675,84
Turcyia, *pik* w . . .		669,08
dit. m. . . .		647,87
Turyn, stopa zwyczayna	342,43	*raso* 603,2
stopa wielka .	513,65	
Tyrol Hrabstwo . .	334,11	804,14
Węgry ob. Wiedeń		
Wenecyia	347,4	
braccio do iedwab.		688,39
dit. do wełny		684,41
Werona	340,63	
braccio do iedwab.		948,55
dit. do wełny		657,12
Wiedeń i w całéy Austryi	316,	779,16
iednak w Austr. wyższéy		799,68
Wirtemberg	286,46	614.24
Wirtzburg	294,42	588,84
Zurych	300,93	601,86

III. MIARY SZESCIENNE

(Do ciał suchych i ciekłych) których obiętość wyrażona iest w litrach.

NAZWISKA MIEYSC I MIAR	do ciał suchych.	do ciał ciekłych.
	zawieraią	litrów.
Akwisgran 1 *fass* (beczka) $=\frac{1}{6}$ *malter* .	24,708	
kanne do piwa $=\frac{1}{104}$ beczki . .		1,132
dit. do wódki .		1,07
dit. do wina .		1,065
Altona 1 *sak* = 2szeffel = 4 *fass* . .	210,7418	
stübchen $=\frac{1}{32}$ *tonne* (beczki) . .		3,6412
Amszterdam *sak* $=\frac{1}{36}$ łasztu . .	83,442	
mingel $\frac{1}{180}$ oxeftu		1,19019
Anszpach i Bayreyt .		
simra do twardego ziarna . .	338,502	
dit. do owsa .	624,132	
maass $\frac{1}{60}$ *eymer* (wiadra) . .		1,3558
Antwerpiia *viertel* $\frac{1}{37}$ łasztu	78,988	
stoop $=\frac{25}{152}$ both $=\frac{1}{60}$ *ahm* . .		2,748
Auszpurg *szaff* = 8 metzen	205,268	
do wina *maas* $\frac{1}{708}$ *fuder*, $\frac{1}{48}$ *muids* .		1,1728
Baden *obacz* Karlsruhe.		
Bawarya *schaff* czyli		

NAZWISKA MIEYSC I MIAR.	do ciał suchych.	do ciał ciekłych.
	zawiera litrów.	
scheffel twardego zboża = 6 metzen . .		
dit. do owsa = 7 metzen		
1 metze . .	37,506	
do wina *maas* $\frac{1}{60}$ *eimer* = 4 *quartel* .		1,06903
Bazylea . . *müdde* czyli *szeffel* = $\frac{1}{8}$ *sack* .	17,08	
do wina: *ohm* = $\frac{1}{3}$ *saum* = 96 dawn. = 120 now. *polt.* . . .		45,507
Berlin 1 *last* = 3 *winspel* (lecz do owsa i jęczmienia tylko 2 wins.) *winspel* = 2*malter* = 24 *scheffel.*		
1 *scheffel* = 16 *metzen*	54,961	
do wina: *fuder* = 4 *oxhoft* = 6 *ohm* = 12 *eymer* = 24*anker* = 720 *quart.*		
1 *quart*		1,145
Bern *maess* = $\frac{1}{12}$ *mütt* = 48 *Immi* . . .	14,011	
maass czyli *pinte* $\frac{1}{25}$ *eymer*		1,670
Brunszwik *himt* = $\frac{1}{40}$ *scheffel* = $\frac{1}{10}$ *wispel* .	31,044	
stübchen = 4 *quartier* = $\frac{1}{40}$ ahm . .		3,6762
Bruxella iak Antwerpiia		
Chełmno *korzec dawny* .	54,4112	
stof $\frac{1}{100}$ beczki . .		1,3885
Florencya *staja* = $\frac{1}{3}$ *sacco* = 1 *quarti* . .	24,364	

II. MIARY KWADRATOWE

których powierzchnia wyrażona iest w arach.

NAZWISKA MIEYSC.	Liczba arów.
Angliia *acre*=160 prętów □	40,458
Anspach *morg*=360 dit.	45,965
Antwerpiia *bunder*=400 dit. . .	130,291
Austrya *ob.* Wiedeń.	
Auszpurg *iauchart* . .	24,588
Bawaryia dit. . .	34,074
Bazylea dit.=140 pręt.	31,873
Berlin *morg* Magdeb. = 180 pręt. reńs. . .	25,532
Bern *iauchart* pola . .	34,399
dit. łąki . .	30,099
dit. lasu . .	37,599
dit. mały .	27,519
dit. naymnieyszy	26,991
Brunszwik *morg*=120 pręt. .	25,02
Chelmno dawnéy miary *morg* = 300 prętów . .	56,034
nowéy miary dit. .	57,796
Daniia *beczka wysiewu* . .	55,471
Francya *arpent roy.* daw. miar.	51,072
ar nowéy miary . .	1,
hectar dit. . .	100,
Gdańsk *morg*=300 prętom .	55,555
Genewa *morg* . . .	51,663
Gotha *acker.* . . .	22,7
Hamburg *morg*=600 prętom	96,522
korzec wysiewu .	42,024
Hannower *morg*=120 prętom	26,2

NAZWISKA MIEYSC.	Liczba arów
Hiszpaniia *fanego*, 4900 *varas*	45,95
Hollandyia *morg*=600 prętom	81,268
Irlandyia *ob.* Angliia	
Lipsk *morg*=300 prętom .	55,132
Litwa dit.=dit. . . .	71,228
Liworno *ob.* Toskania	
Magdeburg *ob.* Berlin	
Meklenburg *morg*=300 pręt.	65,036
dit. 200 pręt.	43,357
Neapol *moggio* . . .	35,184
Norymberga *morg*=200 .	47,275
acker=160 pręt:	21,274
Polska *morg*=300 prętom nowéy miary	56,15
dit. dit. staréy miary	59,839
Pomeraniia dit. dit. .	65,51
Prussy *ob.* Berlin	
Reński *morg* pola=120 pręt. .	17,032
dit. lasu=160 pręt	22,695
iauchart=60 prętom	8,516
Rossyia *diesiatyna* . .	109,324
Saxoniia *ob.* Lipsk	
Szkocyia *acre* . . .	51,493
Szwecya *beczka wysiewu* .	49,352
Toskania *saccato*=10 *staioli*	
=660 *pertice* .	56,783
Węgry *ob.* Wiedeń.	
Wenecya *passo*=25 stóp □ .	0,03018
Wiedeń *ioch* czyli *iochart* .	57,554
Wirtemberg *morg*=384 pręt	
$=\frac{2}{3}$ *iuchart* . . .	31,518
Zurych *iauchart* pola . .	32,404
dit. lasu .	36,004
dit. łąki .	28,804

NAZWISKA MIEYSC I MIAR.	do ciał suchych.	do ciał cieklych.
	zawieraią	litrów.
do wina: *barillo*=20 *fiaschi*=40 *bocali*		45,584
Francyia daw: miary, *boisseaux*=$\frac{1}{12}$ *setier*=16 picotins . .	31,0126	
pinte=$\frac{1}{72}$ *quartauts* =$\frac{1}{144}$ tierçon		0,9313
nowa miara, *ster* czyli *kilolitr* . .	1000,	
hectolitr (setier) .	100,	
decalitr (boisseaux, velte) . .	10 iak boiss	10 iako velt
litr (pinte) .	1,	
Frankfurt nad Menem: *simmer*=$\frac{1}{4}$ *malter*= 2 metzen . . .	28,683	
viertel=80 dawnym a 90 nowym *maass*		143,43
Gallicyia Austryacka . korzec . .	122,999	
Gdańsk *szeffel*=$\frac{1}{60}$ *łasztu* =4 *viertel* . .	48,639	
do wina: *oxeft*=1$\frac{1}{2}$ *antała* (*ohm*)=6 *ankierów*= 30 *viertel* =165 *stofom*. 1. *stof*		1,71
Hamburg *łast*= 3 *winspel* =30 *scheffel*. 1 *scheffel* . . .	105,37	
do wina: *ankier*=1$\frac{1}{4}$ *eymer*= 5 *viertel*=10 *stübchen*=40 *qnartier*. 1 *quartier*		0,90504

NAZWISKA MIEYSC I MIAR	do ciał suchych zawieraią	do ciał ciekłych. litrów.
Hanower *himt* = $\frac{1}{6}$ *malter* = $\frac{1}{48}$ *winspel* = $\frac{1}{96}$ *last*	31,1	
do wina: *quartier* = $\frac{1}{180}$ *oxhoft* = $\frac{1}{64}$ *eymer*		0,97199
Hiszpania *fanega* = $\frac{1}{12}$ *cahiz* . . .	57,148	
do wina: *cantaro* = 8 *acumbres* = 32 *quartillos*		15,75
Kassel *szeffel* = $\frac{1}{2}$ *viertel* = 2 *himt* . .	80,368	
maass do wina .		1,984
dit. do piwa .		2,828
Kopenhaga *tonne* = $\frac{1}{22}$ *last* = 8 *szeffel* . .	139,11	
do wina: *kanne* = 2 *pott* . .		1,93208
Kraków *korzec* . .	120,099	
Litwa *beczka* = 4 *ćwierciom* = 8 *osminom* = 16 *szesnastkom* = 144 gar.	407,04258	
do napoiu *czaszka* = 12 garcom		33,9
Londyn: *bushel* = $\frac{1}{2}$ *strikes* = $\frac{1}{4}$ *combs* = $\frac{1}{8}$ *Quarters*	36,335	
do wina: *gallon* = $\frac{1}{18}$ *rundlets* = $\frac{1}{12}$ *tierces*		4,5419
Lubeka *szeffel* = $\frac{1}{4}$ *tonne* = $\frac{1}{96}$ *last* . .	33,404	
do wina: iak Hamburg		
Luxemburg iak Antwerpiia		

NAZWISKA MIEYSC I MIAR	do ciał suchych	do ciał ciekłych
	zawieraią	litrów.
Medyolan *staro* czyli *staio* $\frac{1}{8}$ *moggi* = $\frac{1}{16}$ *rubbi*	17,297	
do wina: *pinte* = $\frac{1}{4}$ *quartari* = $\frac{1}{8}$ *mines*		1,54
Moguncya *simmer* (*virnsel*) = $\frac{1}{4}$ *malter* . .	27,347	
do wina: *maass* = $\frac{1}{4}$ *viertel* = 4 *schoppen*		1,6947
Monachium *metze* = $\frac{1}{6}$ *szeffel* do zboża twardego a $\frac{1}{7}$ do owsa . .	37,28506	
do wina: *kanne* = $\frac{1}{60}$ *eymer* = 4 *quartel*		1,06903
Neapol *tomolo* = $\frac{1}{36}$ *carro* = 24 *misure* . .	55,234	
do wina: *caraffa* = $\frac{1}{60}$ *barile*		0,727
Norymberga *metze* = $\frac{1}{8}$ *malter* do gładkiego ziarna . . .	19,883	
metzee do ostrego dit.	18,386	
do wina: *eymer* = $5\frac{2}{4}$ *maass* . .		73,2928
Polska garniec daw: = $\frac{1}{32}$ korca daw: = $\frac{1}{72}$ becz. daw:		3,7689
dit. nowy (od pocz: roku 1820) = $\frac{1}{32}$ kor. = $\frac{1}{25}$ beczki. .		4,
Ratysbona: *meess* = $\frac{1}{4}$ *schaff*	26,245	
do wina *köpfel* = $\frac{1}{86}$ *eymer*		1,2894
Rossyia *czetwert* = 2 *osminy*		

NAZWISKA MIEYSC I MIAR	do ciał suchych	do ciał ciekłych
	zawieraią litrów	
=4 *poiok*, 8 *czetwerików*=64 *garcy* .	194,556	
wedro=4 *czetweriki*=8 *osmuszków*; 1 *osmuszek* czyli *kruszka* .		1,58692
Rosztok *scheffel*=$\frac{1}{96}$ *last*	38,89	
do ciał ciekłych, iak Hamburg.		
Ryga *lof*=$\frac{1}{2}$ beczki =6 *kulmet* . .	65,163	
stof= $\frac{1}{8}$ *viertel* .		1,21003
Rzym *scorzi* = $\frac{1}{22}$ *rubbio*	13,38	
do wina: *barile*=4$\frac{1}{2}$ *rubbi*=32 *bocali*		58,3416
Stambul *Kisloz*= $\frac{1}{4}$ *fortin*	33,136	
alma . .		5,23684
Stralsund podobnie iak Lubeka . .		
Sycylia *salma generale* =16 *tomoli* .	276,72	
do wina: *salma*=$\frac{1}{12}$ *tonna* = 8 *quartari*		87,598
Szwecya *tonne*= 8 *viertel* =56 *kanne*= 112 *stoop*	164,84	
do wina: *oxeft*=4$\frac{4}{5}$ *ankra*= 72 *kanne*, 1 *kanne*		2,6184
Węgry iak Wiedeń: używaią iednak następuiących miar		
do wina *eymer* w niższych węgrzech		56,891
dit. w wyższych .		75,854

NAZWISKA MIEYSC I MIAR.	do ciał suchych.	do ciał ciekłych
	zawieraią litrów.	
antał tokayski .		50,543
Wenecyia *staio*=$\frac{1}{4}$ *moggio* =4 *quarta* . .	80,	
secchi =$\frac{1}{6}$mastelli= $\frac{1}{12}$ *bigonce* = $\frac{1}{24}$ *amphora*		10,8
Wiedeń *metze*=$\frac{1}{30}$ *muth*	61,492	
do wina: *eymer*=40 *mauss* . .		57,6
miara do napoiu, *achtring* =4 *seidel*		1,415
Wirtemberg *scheffel*=8 *simri* . . .	177,227	
hellaichmaass .		1,837045
Wirtzburg do twardego ziarna *metze* $\frac{1}{8}$ *malter*	21,623	
do owsa $\frac{1}{12}$ ditto.	33,393	
eymer = 64 *aichmass* = 72 *schenkmass* . .		74,88

IV. MIARY WAG,

KTÓRYCH CIEŻKOŚCI WYRAŻONE SĄ W GRAMACH,

f. h. znaczy funt handlowy, apt. aptekarski, m. menn. marka menniczna.

NAZWISKA MIEYSC I MIAR.	liczba gramów.
Akwisgran f. = $\frac{1}{100}$ ceto = $\frac{1}{3}$ *szif-funt*	467,04
Altona ob. Hamburg . .	
Amszterdam 1 *sziffunt* = 3 cent. = 20 *liesfunt* = $37\frac{1}{2}$ *kamieni* = 300	
f. (*troysgewicht*) . .	494,09
f. handl: . . .	494,02
f. Apt: = 12 uncyy . .	369,0033
m. menn: do złota i srebr: *troys-mark* . . .	246,084
Angliia f. królewski z 24 unc:	680,2806
dit. *avoir du poids* z 16 unc:	453,56
dit. menn. i jubilerski *Troy* z 24 *karat* . . .	373,21
Anszpach i Bayreyt f. . .	509,4
z resztą iak w Norymberdze.	
Antwerpia f. = $\frac{1}{8}$ kamienia = $\frac{1}{100}$ cetn.	468,75
Auszpurg f. cięźki . .	491,14
f. lżeyszy . .	472,69
m. menn. = 16 łutom .	236,05
Bamberg f. = $\frac{1}{100}$ cetn. .	485,648
Bawarya daw. f: = $\frac{1}{25}$ kamienia = $\frac{1}{100}$ cetn. . . .	571,4307
nowy f. od 1811 . .	560,
f. aptekarski . .	360,

NAZWISKA MIEYSC I MIAR.	liczba gramów.
m. menn. nieco większa od kolońsk: . . .	233,951
Berlin daw: f. $\frac{1}{12}$ ciężkiego a $\frac{1}{11}$ lekkiego kamienia = $\frac{1}{100}$ cent.	467,5
f. apt.	357.5668
m. menn: iak kolońska	
karat jubilerski = angielsk:	
od r. zaś 1816 f. $\frac{1}{100}$ cetn.	467,5
f. apt. . . .	350,7835
m. menn: . . .	233,85933
karat jubilerski . .	0,205537
Bern f. = $\frac{1}{100}$ cetn. . .	520,22
f. aptekarski z 12 unc.	356,728
m. menn. oraz do iedwab: i soli . . .	244,755
Brunszwik f. = $\frac{1}{114}$ cent. .	467,29
m. menn: iak koloń.	
Bruxella iak Antwerp.	
Drezno ob. Lipsk.	
Florencya f. h. menn. i apt: .	339,572
Francyia f. daw. *poids de marc*	489,2
wagi nowe : *kilogr.* = 10 *hectogr.* = 100 *decagr.* .	1000,
Gdańsk daw. f. = $\frac{1}{100}$ cetn. .	435,421
Genewa f. ciężki . .	348,89
f. lżeyszy . . .	317,17
Hamburg, f. = $\frac{1}{112}$ cetn. .	484,41
f. = apt. iak w Berlinie	
m. menn. iak kolońska. .	
Hannower f. $\frac{1}{112}$ cetn. . .	489,7
dit. apt. . . .	367,275
do złota i srebra m. koloń.	
Inflanty ob. Ryga.	

NAZWISKA MIEYSC I MIAR.	liczba gramów.
Irlandyia funt . . .	544,744
Koloniia nad renem f. = $\frac{1}{100}$ cet.	467,7
m. menn. = $\frac{1}{2}$ f. . .	233,751
Kopenhaga f. = $\frac{1}{100}$ cetn. .	499,42
f. apt: iak w Berl. .	
marka do zlot: i srebra .	235,
Kraków funt . . .	404,93
m. menn. . . .	198,912
Lipsk f. = $\frac{1}{22}$ kamienia = $\frac{1}{100}$ cetn.	467,54
m. menn: iak w kolonii.	
Litwa funt $\frac{1}{200}$ cetn. . .	374,828
Liworno iak Florencyia .	
Lubeka podział wag iak w Hamburgu, lecz f. . . .	484,705
m. menn. kolońska. . .	
Madryt *libra* = $\frac{1}{25}$ *arrobas*	460,009
do zł. i sr. m. kastylska	230
do kleynotów *quilat* (karat)	0.2,
Medyiol. f. *peso grosso* z 28 unc.	762,971
f. *peso sottile* z 12 unc.	326,76
marka do zł. i srebra .	234,97
Moguncyia funt . . .	470,686
Neapol *rotolo* = $2\frac{7}{9}$ *libra* .	891,004
do zł. i sr. . . .	320,76
Neyszatel *poids de fer* . .	520,1
poids de marc iak Franc:	
Norymberga f. = $\frac{1}{100}$ cetn. .	509,996
f. apt. . . .	357,854
marka do zł. i srebra .	238,563
Polska f. dawnieyszy zwyczay:	405,228
dit: aptekarski . . .	358,51
f. now. $\frac{1}{25}$ kamienia $\frac{1}{100}$ cetn.	405,504

NAZWISKA MIEYSC I MIAR.	liczba gramów.
m. menn. iak w Kolonii.	
Prezburg funt . . .	382,219
Ratyzbona funt = $\frac{1}{100}$ cetn.	568,191
m. do zł. i sre. iak Amszt.	
Rossyia *berkowiec* = 10 pudom = 400	
f. f. zaś handl: i men: .	409,06
Ryga f. = $\frac{1}{20}$ *liesfunta* . .	418,076
m. do zł. i sr. = $\frac{1}{2}$ funta .	
Rzym *lira* f. handl. i menn. .	339,13
Stambuł *rottel* = $\frac{1}{2}$ *oka* .	641,451
cheky do zł. i srebra . .	320,75
Stralsund iak Lubeka.	
Sycyliia *rotolo grosso* $\frac{1}{100}$ *cantaro grosso*	873,48
rotolo sottile $\frac{1}{100}$ *cantaro sottile*	794,09
do zł. i sr. iak Neapol. .	
Szafhauzen funt *cięzki* .	574,965
dit. *lekki* . .	459,972
Szwecya *schaalpfund* . .	423,53
do żelaza *marka* = $\frac{1}{20}$ *markpfund*	340,14
marka zwana mieyska.	327,904
dit. do zł. i srebra. .	210,68
f. apt. . . .	356,392
Tryiest i Wiedeń iak Węgry	
Wenecya f. *peso grosso* . .	477,707
f. *peso sottile* .	301,29
uncyia apt. . .	250,83
mar. do zł. i sreb. .	238,567
Wiedeń f. = $\frac{1}{100}$ cetn. . .	560,06
f. apt. . . .	420,045
mar. do zł. i sre. .	280,665
karat jubilerski .	0,206085
Wirtemberg iak w Kolonii.	
Wirtzburg iak w Bawaryi. .	
Wizmar podział w. iak w Rosztoku, a f.	483,951

V. MIARY MONET

ZŁOTYCH i SREBRNYCH RZECZYWISCIE BITYCH, (1)

których wartość odniesiona iest do wartości czystéy grzywny kolońskiéy iednegoż metalu (2)

NAZWISKA MIEYSC i MONET	na czystą grzywnę koloń. rachuie się sztuk.		wartość iedney szt: w mon. pols.	
	złota	srebra	zł.	grosze
Angliia: *gwinea* sztuki podwóyne i połowy, podług stosunku (3).	30,3871		43	11,19

(1) Jak są gatunki monet rzeczywiście bitych, tak znayduią się też i monet tylko idealnych, t. i. używanych tylko w rachunkach; tak funty szterlingi w Anglii których $2\frac{1}{8}$ rachuią na czystą grzywnę kolońską srebra, są monetą umysłową; taką w Niemczech iest złoty reński, taką u nas iest dukat (zł. 18,) i szeląg trzecia część grosza.

(2) Prawne oznaczenie wagi i czystości kruszcu monety zowie się stopą menniczną. Ta więc oznacza ciężkość szczególnych sztuk, tudzież ilość, w nich metalu przedniéyszego i pośledniejszego który zwykle przymieszywany iest w monecie (ob. notę pod no 367). Że zaś większa część europeyskich kraiów stosuie swoię monetę do wagi kolońskiéy; przeto i tu stosowanie się takowe zachowano.

(3) Opuszczać tu będziemy podobną uwagę przy innych monetach, wyiąwszy gdzie stosunek iest odmienny. Wszakże oczywista iest, iż gdy np. w Genewie rachuie się 10,104 sztuk złota o 96 lirach na czystą grzywnę kolońską złota, podobnych sztuk o 48 lirach t. i. przez połowę mnieyszych trzeba będzie na tęż grzywnę 20,208. Toż rozumie się względem sztuk podwóynych, i t. d. iakiéy monety, gdzie są używane.

Obszerną wiadomość tak co do monet iako też innych miar powziąć można z książki: Nelkenbrechers Taschenbuch der Münz-Maass-und Gewichtskunde 15te wydanie w Berlinie 1832 i Loehman's Tables pour la réduction des mesures etc. Leipsic 1821—1826; co do monet zaś, z Tabell zamiany monet

NAZWISKA MIEYSC i MONET.	na czystą grzywnę koloń. rachuie się sztuk		wartość iednéy szt. w mon pols.	
	złote	srebra	zł.	grosze.
Nowa *crone* .		8,9369	9	21,01
Nowy *schilling*		44,6957	1	28,09
Antwerpia i Bruxella. *liondor* .	30,8023		42	2,14
10 florinowa sztuka z r. 1820. .	38,7011		34	2,
kronenthaler .		9,1268	9	14,92
sztuka po 5 stüver		115,238		22,56
florin z r. 1816.		24,3055	3	16,79
Daniia: *courant ducaten* . .	85,4727		15	12,75
species ducaten	68,5731		19	6,76
christiansd'or	38,6596		31	3,08
dawny *reichsthaler*		10,4731	8	12,6
24 shillings-stück		52,3505	1	19,67
Francya: *double louis* przed 1786	16,038		82	6,27
louis od 1786	33,9317		25	65,5
sztuka 20 frankowa. .	40,2112		32	23,64
dawny *ecu* (6 livres)		8,948	9	20,6
sztuka 5 franków		10,6619	8	3,82
franc . .		51,9733	1	20,03
Genewa: sztuka 96 lirów. .	10,0837		130	22,56
cekin . .	67,5458		19	15,59
scudo po 8 *lire*		7,8857	10	29,79
Hollandyia: *ruyder*	25,7271		51	7,41
dukat . .	68,3134		19	8,98

tak rachunkowych iak i bitych, złotych i srebrnych *p.* Juliana Colberga w Warsz. 1832. i z Arytmetyki handlowéy Barcińskiego w Warsz. 1833—34.

NAZWISKA MIEYSC I MIAR	na czystą grzywnę koloń: rachuie się sztuk		wartość iednéy szt. w mon: pols:	
	złota	srebra	zł.	grosze
sztuka 3 złotowa		8,08	10	21,88
sesthalf $5\frac{1}{2}$ stüwer		94,6706		27,47
ryksdaalder = 50 stüver.		9,8041	8	25,25
Hiszpania : *pistole* dubeltowa przed r. 1772 .	19,2165		68	18,34
pistole z r. 1801.	40,0327		32	27,92
piaster .		9,7248	8	27,41
real nowy .		99,9155		26,02
Medyolan: *cekin*	67,7998		19	13,36
doppia lub *pistole*	40,8026		32	9,38
scudo (6 *lire*)		11,2858	7	20,39
sztuka po 30 soldi		46,7221	1	25,66
lire nowa		68,3134	1	8,05
Modena: *scudo* po 15 *lire*.		9,3638	9	7,69
scudo z r. 1796		12,5502	6	27,21
Neapol: sztuka 6 dukatowa z r. 1752.	30,387		43	11,65
zecchino z r. 1762	96,4425		13	20,08
oncetta z r. 1818.	62,0817		21	7,17
sztuka po 12 *carlini*		10,2967	8	12,55
nowy *dukat*		12,2103	7	2,94
Niemcy: dukaty kremnickie austryackie . .	67,6726		19	18,17
dukaty *maxdor* baw.	46,843		28	3,91
dukaty *carolin* baw.	31,364		42	1,07
dukaty *augustd'or* saskie .	39,1209		23	21,05

NAZWISKA MIEYSC I MONET.	na czystą grzywnę koloń. rachuie się sztuk		wartość iednéy szt. w mon. pols.	
	złota	srebra	zł.	grosze
reichsthaler austryacki		10,146	8	16,31
speciesthaler węgierski		9,994	8	20,22
kopfstück bawar.		60,723	1	12,8
sztuka 6 dobr. gr. Hessen-Cassel		55,406	1	20,6
sztuka 4 dobr. gr. pruskie		87,547		29,69
Piemont ob. Sabaudyia .				
Polska: *dukaty* od 1765 .	67,		19	2
dto od 1810	68,184		18	22,068
sztuka 50 zł. od 1816	26,		50	
dto 25 zł.	52,		25	
talary zwane *bite* od 1787 do 1794		10,	8	18
talary od 1794		14,008	6	4
dto . od 1810		14,	6	4
złotówki od 1816		86,688	1	
dwuzłotówki i pięcio zł. podług proporcyi .				
Portugalia: *dobraons* (24,000 rees)	4,7522		277	13,26
lisbonine (12800 rees)	8,9836		146	22,86
moedore .	23,698		55	18,93
crusade nowa .	213,712		5	12,29
mille rees .	199,279		6	18,52
Prussy: *obacz* Niemcy				

NAZWISKA MIEYSC I MONET.	na czystą grzywnę koloń. rachuie się sztuk		wartość iednéy szt. w mon. pols.	
	złota	srebra	zł.	grosze
Rossyia *imperyiał* przed r. 1763	15,368		85	23,72
imperyiał z r. 1763	19,528		67	12,38
imperyiał z r. 1801	19,829		66	14,
pół imperyiały w stosunku.				
dukat z krzyżem Sgo Andrzeia .	34,549		38	4
dukat z dartym orłem Rossyi .	68,573		19	6
rubel Piotra Wiel. .		11,557	7	15,02
rubel Katarzyny z roku 1725		11,639	7	21,99
rubel Piotra II. z r. 1727		11,6353	7	13,47
rubel Elżbiety z r. 1750		11,208	7	21,99
rubel Alexandra z r. 1805		12,9699	6	20,54
sztuka po 50 *kopieiek* po 25, po 15 i po 10, podług proporcyi				
Rzym: *doppia* .	47,088		27	29,99
zecchino .	69,098		19	2,46
scudo . .		9,798	8	25,4
testone .		32,7012	2	19,25
Sabaudyia *pistole* od r. 1785 .	28,717		45	27,39
zecchino .	68,184		19	10,06
marengo po 20 *francs*	43,615		30	6,85
scudo . .		73,611	11	22,46

NAZWISKA MIEYSC I MONET.	na czystą grzywnę koloń. rachuie się sztuk		wartości iednéy szt. w mon. pols.	
	złota	srebra	zł.	grosze
sztuka po 2 *lire*		21,177	4	3,05
Sardynia: *carlino* po 25 *lire* .	16,4101		80	6,16
scudo po $2\frac{1}{2}$ *lire* albo 10 *reali* .		11,1085	7	24,11
Sycylia: *oncia* po 3 *ducati* .	61,975		21	8,2
ducato po 10 *carolini* 100 *grani*		12,278	7	1,17
Szwaycaryia: *pistole*				
— bazyleyski	34,319		38	12,48
— genewski	15,086		29	7,27
dukat bazyleyski	74,988		17	17,39
— berneński	78,582		16	23,33
— zurychski	68,573		19	6,81
10 *batzen-stück* bazyleyski		36,033	2	12,13
21 dtto neuszatelski		19,206	4	15,43
21 *sols-stück* genewski		65,82	1	9,5
nadto, szczególne kantony maią różne gatunki mon.				
Szwecya: *ducaten*	69,498		18	29,15
speciesthaler po 48 *shilling*		9,28	9	10,27
dubeltowy *plott* lub $\frac{2}{3}$ sztuki		13,894	6	7,18
Toskania: *ruspone* po 3 *zecchino* a 40 *lire*	22,431		58	23,32
zecchino ,	67,293		19	17,75
lira .		67,545	1	8,47
sztuka po 10 *paoli*		9,42	9	6,04

NAZWISKA MIEYSC I MONET.	na czystą grzywnę koloń. rachuie się sztuk.		wartości iednéy szt. w mon. pols.	
	złota	srebra	zł.	grosze
Turcya: *mahbub zecchine* .	124,807		10	16,8
fonduk zecchine po 12 piaster .	84,869		15	16,05
piaster po 40 para		53,278	1	18,79
Wenecyia: *zecchino*	67,293		19	17,75
scudo doro .	5,604		235	7,75
osella doro .	16,815		78	12,11
osella .		25,347	3	12,
lira . .		213,428		12,17
Ziednoczone stany Ameryki: *eagle*	14,656		89	28,72
dollar		9,745	8	26,85
dime po 10 *cents*		91,315		29,118

VI. PODZIAŁY NOWYCH MIAR POLSKICH.

I. MIARY DŁUGOŚCI CZYLI LINIIOWE.

a) podział łokcia.

łokieć	stóp	ćwierci	calów	linii	milim.
1	2	4	24	228	576
	1	2	12	144	288
		1	6	72	144
			1	12	24
				1	2

b) Podział sążnia.

sążeń	łokci	stóp	calów	linii	milim.
1	3	6	72	864	1728
	1	2	28	288	576
		1	12	144	288
			1	12	24
				1	2

c) Podział sznura mierniczego.

sznur	prętów	łokci	pręcików czyli st. ieometrycz.	ławek	calów	linii	mili-metr:
1	10	75	100	1000	1800	21600	43200
	1	$7\frac{1}{2}$	10	100	180	2160	4320
		1	$1\frac{1}{3}$	$13\frac{1}{3}$	24	288	576
			1	10	180	216	432
				1	1,8	21.6	43,2
					1	12	24
						1	2

d) miary drożne.

Podział mili polskiéy.

mila	pół mili	ćwierć mili.	pół ćwierci mili, czyli staie milowe.	łokci	cali	linii	milimetrów
1	2	4	8	14816	12	3,74	8534311,490
	1	2	4	7408	6	1,87	4267155.745
		1	2	3704	3	0,93	2133577,872
			1	1852	1	6,46	1066788,936

II. MIARY POWIERZCHNI CZYLI KWADRATOWE.

a) Podział łokcia □

łok. □	stóp □	ćwierci □	calów □	linii □	milimetrów □
1	4	16	576	82944	331776
	1	4	144	20736	82944
		1	36	5184	20736
			1	144	576
				1	4

b) Podział sążnia □

sążeń □	stóp □	calów □	linii □	milimetr. □
1	36	5184	746496	2985984
	1	144	20736	82944
		1	144	576
			1	4

c) Podział sznura □

szn. □	pręt. □	łok. □	pręt. cz. □ st. geome.	ławek □	calów □	linii □	milimetrów □
1	100	5625	10000	1000000	3240000	466560000	1866240000
	1	$56\frac{1}{4}$	100	10000	32400	4665600	18662400
		1	$7\frac{7}{9}$	$177\frac{7}{9}$	576	82944	331776
			1	100	324	46656	186624
				1	3,24	466,56	1866,24
					1	144	576
						1	4

d) Podział włoki □

włoka	morgów	sznur. □	pręt. □	łokci □	pręcik. □	ławek □
1	30	90	9000	506250	900000	90000000
	1	3	300	16875	30000	3000000
		1	100	5625	10000	1000000
			1	$56\frac{1}{4}$	100	10000
				1	$1\frac{7}{9}$	$177\frac{7}{9}$
					1	100

III. MIARY OBIĘTOSCI CZYLI SZESCIENNE.

a) Podział łokcia sześciennego

łok. S.	stóp S	ćwier S.	calów S.	linii S.	milimetrów S.
1	8	64	13824	23887872	191102976
	1	8	1728	2985982	23887872
		1	216	373248	2985984
			1	1728	13824
				1	8

b) Podział sążnia sześciennego

sążeń sz.	stóp sz.	calów S.	linii sześć.	milimetr. sześcien.
1	216	373248	644972544	5159780352
	1	1728	2985984	23887872
		1	1728	13824
			1	8

c) Podział korca

korzec.	półkorc.	ćwierci.	garcy.	kwart.	kwaterek.	calów sześciennych	linii sześciennych.	milimetrów sześciennych.
1	2	4	32	128	512	9239,25	16000000	128000000
	1	2	16	64	256	4629.629	8000000	64000000
		1	8	32	128	2314,815	4000000	32000000
			1	4	16	289,352	500000	4000000
				1	4	72.347	125000	1000000
					1	18,084	31250	250000
						1	1728	13824
							1	8

IV. MIARY CIĘŻKOŚCI CZYLI WAG.

podział centnara

cetnar.	kamieni.	funtów.	uncyi.	łutów.	drachm.	skrupułów	granów.	graników.	miligramów.
1	4	100	1600	3200	12800	38400	921600	5068800	40550400
	1	25	400	800	3200	9600	230400	1267200	10137600
		1	16	32	128	384	9216	50688	405504
			1	2	8	24	576	3168	25344
				1	4	12	288	1584	12072
					1	3	72	396	3168
						1	24	132	1056
							1	5,5	44
								1	8

V. PODZIAŁ GRZYWNY KOLOŃSKIEY CZYLI WAGI MENNICZNEY.

grzywna	unc.	łutów	ćwierć łuta	granów	richtpfennig.
1	8	16	64	288	65536
	1	2	8	36	8192
		1	4	9	2048
			1	2,25	512
				1	227,55..

VI. MIARY WARTOŚCI CZYLI MONET.

moneta złota.		moneta srebrna.						moneta miedziana	
podwoynyzł. król.	poiedyn. zł. król.	10cio złot.	5cio złot.	2u złot.	1den złoty	10cio grosz.	5cio grosz.	3 groszowki	grosze
1	2	5	10	25	50	150	300	500	1500
	1	2,5	5	12,5	25	75	150	250	750
		1	2	5	10	30	60	100	300
			1	2,5	5	15	30	50	150
				1	2	6	12	20	60
					1	3	6	10	30
						1	2	3,33	10
							1	1,66	5
								1	3

VII. STOSUNKI ZBLIŻONE POLSKICH MIAR NOWYCH Z DAWNEMI.

17. łok. nowéy miary = prawie 16 dawnéy miary, czyli ściśléy, stosunek łokci teraźnieyszych do dawnieyszych iest 67 : 63, albo iak 100 : 96,72 Odwrotnie zaś 100 łok. dawn. = prawie 103,39 łok. teraźnieyszym.

7 mil nowych = prawie 8 większym milom dawnieyszym których rachowano 15 na stopień południka; czyli dokładniéy, stosunek mil nowych do dawnieyszych, iest 20 : 23, albo iak 100 : 118,77.
Odwrotnie zaś 100 mil dawn. = 87 teraźnieyszym.

16 morgów nowych = prawie 15 morgom dawnieyszym, czyli dokładniéy, stosunek morgów nowych do dawnieyszych, iest 81 : 76 albo iak 100 : 93,84.
Odwrotnie zaś 100 morg. dawn. = prawie 106,58 nowym.

16 korcy nowéy miary = prawie 17 korcom dawnieyszym, czyli dokładniéy, stosunek korcy teraźnieyszych do dawnieyszych, iest 212 : 225, albo iak 100 : 106,13.
Odwrotnie zaś 100 kor. dawn. miary = prawie 94,22 kor. teraźn.

1468 funtów nowéy miary = bardzo blisko 1469 funtom dawnieyszym, a 100 ℔ now. miary = prawie 100,068 ℔ dawn.
Odwrotnie zaś 100 ℔ dawn. = prawie 99,93 ℔ teraźnieyszym.

VIII. PORÓWNANIE I STOSUNKI ZBLIŻONE NOWYCH MIAR POLSKICH z ROSSYYSKIEMI (1).

a) Miary liniiowe

1 cal pols.	=	$11\frac{1}{3}$ lin. ross.
12 — czyli stopa	=	11 cal (дюймъ) 4 lin.
2 st: czyli łok.	=	1 st. (Футъ) 10,7 cal.
6 — — sążeń	=	5 — 8 —
10 —	=	9 — 5,4 —
100 —	=	94 — 6 —
1 łok.	=	0 arsz. 12,96 wersz.
3 — czyli sążeń	=	2 — 6,88
10 —	=	8 — 1,60
100 —	=	81 prawie
1 sąż.	=	0 sąż. 2 arsz. 6,9 wersz. cz. 0 sąż. 5 st. 10,7 cal.
10 — —	=	8s.4,8 wer.cz. 8s.2st.8,3c.
100 — —	=	81 — prawie
1 pręt. mier:	=	2 — 2 cal.
10 — czyli sznur	=	20 — 1 st. 8,8 c.
1 mila —	=	7,98 werst. cz. 3992 s.

Odwrótnie

1 cal ross.	=	1cal 0,7lin. pol.
12 cali cz. stopa	=	1 st. 0,7 —
7stóp czyli sążeń	=	7 — 4,9
10 —	=	10 — 7
100 —	=	105 — 10
1 werszek	=	1 — 10,2 —
10 —	=	18 — 4

---

(1) *Ułożone szczególniéy podług dziełka*: Польская метрологія, или описаніе польскихъ мѣръ, вѣсовъ и монетъ. Соч. Ѳ. Петрушевскаго. Санктпетербургъ, въ Военной Типографіи Главнаго Штаба ЕГО ИМПЕРАТОРСКАГО ВЕЛИЧЕСТВА 1831.

16 wersz. czyli arszyn	= 1 łok. 5,5 c.
3 arsz. czyli sążeń	= 3 — 16,9—
1 sąż. —	= 1 sąż 1 st. 4,9 cal.
10 — —	= 12 — 2—
100 — —	= 123 — 2,—9,5—
1 wersta —	= $\frac{1}{8}$ m. prawie cz. 617$\frac{1}{3}$ sąż.

b) Miary kwadratowe

1 st. kw. pols.	= 128,5 cal. kw. ross.
1 łok. —	= 3,57 st.
1 sąż. —	= 32,14 —
1 pręt —	= 201, —
1 sznur, —	= 410 sąż. ross.
1 morg —	= 1229,9 — cz. $\frac{1}{2}$ diesiatyny 29,9 sąż.
1 włoka —	= 36898,— cz. 15 diesiat. 898 sąż.

Odwrotnie

1 stopa kw. ross.	= 1 st. 17,28 c. kw. pol.
100 —	= 112 — —
1 sąż. —	= 1 sąż. 18,88 st.
100 —	= 152 — 16 —
1 diesiatina (Десятина)	= 1 morg, 2 szn. 83 pr. cz. 3658,75 sąż.

c) Miary kubiczne

1 st. Kub. pols.	= 0,84362 st. kub. ross.
100 — —	= 84,362 —
1 łok. —	= 0,5312 arsz.
100 — —	= 53,12 —
1 sąż. —	= 0,5312 sąż. cz. 181,96 st.
100 — —	= 53,126 — 18196—

Odwrotnie

1 cal. kub. ross.	= 1,854 cal. kub. pols.
1 st. — —	= 1,854 st.
100 — —	= 185,4 —
1 arsz. —	= 1,88 łok.
100 — —	= 188,23 —
1 sąż. —	= 1,882 sąż.
100 — —	= 188,2 —

d) Miary obiętości do ciał płynnych

1 kwaterka pols.	=	2, czarek ross.		
4 — czyli kwarta	=	$8\frac{1}{2}$	—	
1 garniec	=	3 szt. 2,5	—	
10 — —	=	32—5,5	—	
25 — czyli beczka	=	81—3,7	cz. 8,137	wiadr.

Odwrotnie.

1. Czarka ross.	=		0, 5 Kwater. pols.	
1. Sztof	=	1 Kwar:	0, 9 Kwater.	
1. wiadro	=	12 —	1, 16 —	
1 Beczka	=	4 becz:	3 gar:	1, 6 kwart.

e) Miary obiętości do ciał sypnych.

1 garniec pols:	=	1,2 gar. ross.
8 — czyli ćwierć	=	9,75 —
1 korzec	=	$\frac{1}{2}$ czetw: 1 gar: czy: 35 gar.
10 —	=	6 — 6,6 —

Odwrotnie

1 gar. ross.	=	3,33 kwart. pols.
8 — czyli (Четверикъ)	=	6 gar. 2,2 kwart.
1 czetwert (Четверть)	=	1 kor. 20,4 gar.
10 —	=	16 — 12 —

f) Miary wag Handlowych.

1 łut pols.	=	3 zołot. ross. blisko
2 — czyli uncyia	=	6 —
10 — 5 —	=	29,75 —
1 funt	=	95,4 —
10 —	=	9 funt. 87,1 zołot.
25 — czyli Kamień	=	24 — 73,9 —
100 — czyli Cetnar	=	99 — 10,25
1 Cet.	=	2 pud. 19,1 funt.
10 — — —	=	24 — 31,17
100 — — —	=	247 — 31,4

g) Miary wag Aptekarskich

1 drachma pols.	=	$\frac{7}{8}$ zołot. ross.
1 uncyia — —	=	7 —
1 funt — —	=	84 —

Odwrotnie

1	zołot. ross.	=	96,875 gran. pols.
1	funt — —	=	1 funt 452 gran.
1	pud — —	=	40 — 11,4 łut.
1	berkowiec	=	403 — 18 —

h) Miary wag Menniczných

1	drach. pols.	=	82,3 dolia ross.
1	łut —	=	3 zołot. 41,14 dol.
1	uncyia —	=	6 — 82,28—
1	grzyw. pols:	=	54,7—
10	— —	=	15 funt. 86,6 zołot.
100	— —	=	57 — 13,7 —

Odwrotnie

1	dolia (Доля) ross.	=	12,4 richtpf. hollend.
1	zołot. —	=	1194,6 — —
1	łut — —	=	3,5 drach. czy. 3584 richtpf.
1	funt —	=	1,75 grz. czy. 14 unc. czy. 7035 assom hol: czy. 114687 richtpf.

Próba złota i Srebra.

Dla oznaczenia gatunku złota i srebra, czyli dla znalezienia przymieszki (aliażu), dzieli się całość na 96 części które się nazywaią zołotnikami i tak będzie:

Złoto	24	karatowe	=	96	zołotnikowemu
	23	—	=	92	— —
	22	—	=	88	i t. d.
Srebro	16	próby	=	96	zołotnikowemu
	15	—	=	90	— —
	14	—	=	84	i t. d.

Odwrotnie

Sztuka 96	zołot.	=	24 karat. złota,	lub	16 próby srebra	
95	—	=	23 $\frac{3}{4}$	—	15 $\frac{5}{8}$	—
94	—	=	23 $\frac{1}{2}$	—	15 $\frac{2}{3}$	—
84	—	=	21	—	14	—
80	—	=	20	—	10 $\frac{1}{3}$	—
48	—	=	12	—	8	—

i t. d.

ZNACZNIEYSZE OMYŁKI W DRUKU.

karta	23	wiersz	25:	naywiększy	*popraw*	naymnieyszy
—	27	—	8	48000	—	4800
—	71	—	12	8	—	7
—	72	—	8	25	—	24
—	106	—	26	było	—	ubyło
—	138	—	22	— $\frac{5}{4}$	—	$\frac{3}{4}$
—	155	w. *przedostat.*		$\frac{2}{0}$	—	$\frac{0}{0}$
—	157	w. 1*szy*		1212	—	1222
—	—		7	2150	—	21500
—	—		25	35000	—	45000
—	175		4	sku	—	zysku
—	184		8	ze-	—	zebrana
—	192	w. *ostatni*, *opuścić wyraz* tą, *a po wyrazie* regułą *dodać* regula				
—	220	—	25	trzy	—	trzy razy
—	230	—	24	4×=416	—	4×4=16

sich versünden
Lebensfreude
beschwichtigen
ächten
beschweren
verschmerzen
vermöge
Lebenshaltung
Gestaltung
gewaltig
huschen