





3379

ARYTMETYKA

z potrzebnemi przystosowaniami
monet, miar, i wag różnych
dla Szkół Narodowych

P R Z E Z

X. JGNACEGO PRZYBYLSKIEGO

REKTORA SZKÓŁ WOIEWÓDZKICH KALISKICH etc. etc.

Cena na wodn: pap: Zł: 3.

W WARSZAWIE 1818.

w Drukarni Piiarskiéy

44910
Nro 5561. w Warszawie Dnia: 27. Listo-
pada 1818: Roku.

KOMMISSYA RZADOWA
Wyznań Religijnych i Oświecenia
Publicznego.

Dzieło pod tytułem: *Arytmetyka z potrzebnymi Przystósowaniami przez X. Ignacego Przybylskiego w Warszawie r. b. wydane: po roztrząśnieniu przez Towarzystwo Elementarne potwierdza i do używania w Klassach niższych Szkół publicznych przeznaczą.*

Minister Prezydujący
STANISŁAW POTOCKI.

GLUSZYNSKI S. J.



ARYTMETYKA

CZEŚĆ PIĘRWSZA

ROZDZIAŁ I.

o Liczeniu.

1.

Zamknij naprzykład lewą rękę, otwórz potem następnie palce i rachuj :

Jeden palec, dwa, trzy, cztery, pięć palców. Toż samo zrób z ręką prawą i rachuj dalej :

Sześć, siedm, ośm, dziewięć, dziesięć palców.

Tak otwarte ręce pokazują dziesięć palców, czyli od iednego do dziesięciu następujący ciąg pojedynczych rzeczy czyli Jedności :

Jedno, dwa, trzy, cztery, pięć, sześć, siedm, ośm, dziewięć, dziesięć.

2.

Zamiast wyrazów, iedno, dwa, trzy, i tam dalej, pisać się zwykły znaki, czyli postaci następujące :

Nic lub zero.	Jedno.	dwa.	trzy.	cztery.	
0.	1.	2.	3.	4.	
pieć.	sześć.	siedm.	ośm.	dziewięć.	dziesięć.
5.	6.	7.	8.	9.	10.

Te postaci 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, nazywają się cyframi: 0 nazywa się zero.

A

Od tych cyfr zawisły wszelkie rachunki, znać je więc doskonale i pisać umieć powinienś.

3.

Niechby teraz druga osoba otworzyła następnie palce swoje; więc z twoimi już otwartymi byłoby otwartych:

Dziesięć i jeden.		dziesięć i dwa.	
10	i 1	10	i 2
dzies: i trzy.	dzies: i cztery.	dzies: i pięć.	
10	i 3.	10	i 4.
dzies: i sześć.	dzies: i siedm.	dzies: i ośm.	
10	i 6.	10	i 7.
dzies: i dziewięć.		dziesięć i dziesięć.	
10	i 9	10	i 10.

Nie zwykło się zaś mówić; dziesięć i jeden, dziesięć i dwa, dziesięć i trzy i t. d. tylko: *Jedenaście, dwanaście, trzynaście, czternaście, piętnaście, szesnaście, siedmnaście, osmnastie, dziewiętnaście, dwadzieścia.*

Podobnież i liczby nie piszą się, iakęśmy pisali wyżej:

10 i 1 10 i 2, 10 i 3, 10 i 4 i t. d. ale tak: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

Cyfra pierwsza od prawej ręki w liczbie np. 13, znaczy trzy palce, cyfra zaś druga 1, znaczy dziesięć palców.

W liczbie 19 cyfra 9 znaczy dziewięć moich np. palców otwartych, cyfra zaś 1 znaczy dziesięć palców drugiej osoby.

W liczbie 20 cyfra 2 znaczy dwa razy dziesięć palców. Zera tu nie opuszczam, iak w liczbach 11, 12, 13 i t. d. Bo bez 0 czyli zera, znaczyłaby tylko cyfra 2, dwa palce: 20 zaś znaczy dziesięć i dziesięć czyli dwadzieścia palców.

4.

Dalszy ciąg

Dwadzieścia jeden. d: dwa. d: trzy. d: cztery
21. 22. 23. 24.

Trzydzieści jeden. t: dwa. t: trzy. t: cztery
31. 32. 33. 34.

Czterdzieści jeden. c: dwa. c: trzy. c: cztery
41. 42. 43. 44.

Pięćdziesiąt jeden. p: dwa. p: trzy. p: cztery
51. 52. 53. 54.

Sześćdziesiąt jeden. sz. dwa. sz: trzy. sz: cztery
61. 62. 63. 64.

Siedmdziesiąt jeden. s: dwa. s: trzy. s: cztery
71. 72. 73. 74.

Ośmdziesiąt jeden. o: dwa. o: trzy. o: cztery
81. 82. 83. 84.

Dziewięćdziesiąt jeden. d: dwa. d: trzy. d: cztery
91. 92. 93. 94.

A 2

liczb od dwudziestu iednego do sta.

d: pięć. d: sześć. d: siedm. d: ośm. d: dziew. trzyd.
25 26 27. 28. 29. 30.

t: pięć. t: sześć. t: siedm. t: ośm. t: dziewięć. czter.
35. 36. 37. * 38. 39 40.

o: pięć. o: sześć. o: siedm. o: ośm. o: dziew. pięćdz.
45. 46. 47. 48. 49. 50.

p: pięć. p: sześć. p: siedm. p: ośm. p: dzie. sześćdz.
55. 56. 57. 58. 59. 60.

sz: pięć. sz: sześć. sz: siedm. sz: ośm. sz: dzie. sied.
65. 66. 67. 68. 69. 70.

s: pięć. s: sześć. s: siedm. s: ośm. s: dzie. ośmdz.
75. 76. 77. 78. 79. 80.

o: pięć. o: sześć. o: siedm. o: ośm. o: dzie. dziew.
85. 86. 87. 88. 89 90.

d: pięć. d: sześć. d: siedm. d: ośm. d: dziew. sto.
95. 96. 97. 98. 99. 100.

Zamiast palców rachuy kropki następujące:

(a)

.
.
.
.
.
.
.
.
.
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Wszystkie te punkta w porządku następującym czytaé możesz, zaczynając od kropki, nad którą jest (a) i postępując na dół.

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Uwaga I. Wszystkie liczby od 10 do 100 są złożone z dwóch cyfr; np 34 składa się z 3 i 4.

Czytasz tę liczbę 34. *Trzydzieści cztery.* Cyfra 4 znaczy cztery palce, lub uczniów, lub grosze czyli cztery pojedyncze jakie rzeczy lub cztery iedności.

Cyfra zaś 3 znaczy trzy razy dziesięć palców, lub uczniów, lub groszy czyli trzydzieści iedności, albo trzy dziesiątki iedności albo trzy dziesiątki.

Podobnież 89 składa się z 9 iedności i 8 dziesiątków.

Toż mówić o liczbach:

42	56	74.	86	99
Dz. Je.	D. J.	D. J.	D. J.	D. J.

Wnieś zatem z tych i wielu innych przykładów tę prawdę, że wartość cyfry iakięj zależy od miejsca, na którym stoi. W téj np liczbie 29, cyfra 2 ma większą wartość, niż 9. Bo oznacza dwa dziesiątki czyli dwie iedności dziesiątne czyli dwadzieścia iedności prostych, a 9 znaczy tylko dziewięć iedności prostych; lubo osobno wzięwszy cyfry 2 i 9, druga t. i. 9 w samęj rzeczy większa iest od 2.

Uwaga II. Aby cyfrę iaką dziesięć razy większą zrobić, dodasz tylko po prawęj stronie cyfry zero lub 0. I tak do 1 dodawszy 0, masz 10 czyli dziesięć. Już teraz cyfra 1 złączona z 0, oznacza 10 iedności prostych, czyli iedność dziesiątną, czyli dziesiątek; iest zatem dziesięć razy większa od 1.

Podobnież 20 dziesięć razy większe od 2.

30 dziesięć razy większe od 3.

90 dziesięć razy większe od 9.

Pamiętaj więc, że, gdy do cyfry iakięj dodasz po prawęj ręce zero, ta cyfra staie się dziesięć razy większą.

Zagadnienie 1. Jak się czyta 50 ?

Odpowiedź. W téj liczbie 50, zero pokazuje, że nie ma iedności prostych, że zaś 5 stoi

na drugiem miejscu od prawej ręki; więc znaczy pięć jedności dziesiątnych, czyli pięć dziesiątków; więc liczba 50 czyta się pięćdziesiąt.

Zagadnienie 2. Jak się czyta 55?

Od: Pierwsza cyfra 5 od prawej ręki znaczy pięć jedności prostych, a druga oznacza, pięć jedności dziesiątnych czyli pięć dziesiątków, więc; liczba 55 czyta się pięćdziesiąt pięć.

Zagadnienie 3. Jak napiszesz cyframi siedmdziesiąt?

Od: Gdy dodam do 7 po prawej stronie zero, t. i. 70 będzie siedmdziesiąt. Czemu?

Zagadnienie 4. Jak się czyta 05?

Od: Cyfra 5 oznacza pięć jedności prostych; zero zaś po lewej stronie nic nie znaczy; więc 05 znaczy tylko pięć; zero tu zatem nie potrzebne.

Zagadnienie 5. Jaka jest różnica między jednością prostą i jednością dziesiątną? czyli między jednością i dziesiątkiem?

To i podobne zagadnienia rozwiążesz łatwo, jeżeliś dokładnie objał prawdy dotąd wyłożone.

5.

Znasz już teraz jedności proste i jedności dziesiątne, czyli jedności i dziesiątki, umiesz je czytać i pisać. Przypatrz się teraz następującym kupkom kropek, z których każda zamyka 10, i rachuy.

10	110	210	310	410	510	610	710	810	910
20	120	220	320	420	520	620	720	820	920
30	130	230	330	430	530	630	730	830	930
40	140	240	340	440	540	640	740	840	940
50	150	250	350	450	550	650	750	850	950
60	160	260	360	460	560	660	760	860	960
70	170	270	370	470	570	670	770	870	970
80	180	280	380	480	580	680	780	880	980
90	190	290	390	490	590	690	790	890	990
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

Uwaga 1. Każda kupka kropek ::::: zamyka 10 iedności; więc każda kupka jest iednością dziesiątną czyli dziesiątkiem. W każdym oddziale kropek masz *sto* iedności czyli dziesięć iedności dziesiątnych czyli dziesięć dziesiątków; więc w dwóch oddziałach jest dwadzieścia iedności dziesiątnych, czyli dwadzieścia dziesiątków, czyli *dwieście* iedności prostych. W od-

działach 30 iedności dziesiątnych czyli 30 dziesiątków czyli iedności trzysta. W 4 oddziałach 40 iedności dziesiątnych, czyli 40 dziesiątków, czyli iedności czterysta. Na koniec w dziesięciu oddziałach iest iedności dziesiątnych sto, czyli dziesiątków sto albo iedności prostych tysiąc. Te więc liczby

100, 200, 300, 400, 500,
sto, dwieście, trzysta, czterysta, pięćset,
600, 700, 800, 900,
sześćset, siedmset, ośmset, dziewięćset,

inaczej tak czytać można:

100 sto lub 10 iedności dziesiątnych
lub 10 dziesiątków.

200, dwieście, lub 20 iedności dziesiątnych
lub 20 dziesiątków.

300, trzysta lub 30 iedności dziesiątnych
lub 30 dziesiątków.

400, czterysta lub 40 iedności dziesiątnych
lub 40 dziesiątków.

Wnieś więc z tych i innych przykładów, że sto zamyka dziesięć iedności dziesiątnych, albo dziesięć dziesiątków.

Uwaga 2. Było wyżey, iż, dodawszy do cyfry iakiey zero, ta cyfra staie się dziesięć razy większą. Zastanów się teraz nad liczbami:

100, 200, 300, 400 900.

W tych liczbach cyfra każda ma dwa zera po prawey stronie. Wiesz oraz, że 100 iest 10 razy większe od 10, a sto razy większe od 1.

Podobnież 400 zamyka 40 dziesięć razy a 4 sto razy; więc iako cyfra, gdy do niéy po prawey ręce dodasz zero, staie się dziesięć razy większą, tak gdy do niéy dodasz dwa zera, tęż samę cyfrę zrobisz sto razy większą.

Uwaga 3. Wyżey mieliśmy dwa gatunki iedności; iedności proste i iedności dziesiątne czyli dziesiątki; teraz przybyły iedności setne czyli sta. I tak cyfra w téy liczbie 400, zamyka 4 iedności setne czyli cztery sta; 900, dziewięć iedności setnych czyli dziewięć set.

6

Pisaliśmy dotąd liczby od 1 do 1000. Idzie ieszcze o pośrednie między 100 i 110, między 110 i 120 i t. d.

Sto	-	-	-	100.
Sto iedno	-	-	-	101.
Sto dwa	-	-	-	102.
Sto cztery	-	-	-	104.
Sto dziewięć	-	-	-	109.
Sto dwadzieścia pięć	-	-	-	125.
Sto dziewiędziesiąt sześć	-	-	-	196.
Dwieście piętnaście	-	-	-	215 i t. d.

Nie są tu wypisane wszystkie liczby od 100 do 1000; ale na wzór wypisanych łatwo inne i czytać i pisać możesz; bo zawsze tylko powtórzysz ciąg powyższy iedności, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Rozbierzmy teraz niektóre liczby ze trzech cyfr złożone.

563. Pięćset sześćdziesiąt trzy.

Cyfra 3 na pierwszym miejscu po prawey ręce zamyka trzy iedności proste; cyfra 6 na drugim miejscu sześć iedności dziesiątnych albo sześć dziesiątków. Cyfra 5 na trzecim miejscu zawiera pięć iedności setnych, lub pięć stów.

Podobnież czytać możesz 208.

Dwieście ośm, albo ośm iedności, nie dziesięiątków, dwa sta.

356, 897. 458. 904. 999.
S. D. J. S. D. J. S. D. J. S. D. J. S. D. J.

Zagadnienie 1. Czyli 004 znaczy cztery sta ?

Od. Tę liczbę, 004 czytać możesz tak : cztery iedności, nie dziesięiątków, nie stów ; liczba więc zadana znaczy tylko cztery ; powinna się więc była pisać tak, 4.

Zagadnienie 2. Co znaczy liczba 040 ?

Od. W liczbie 040 nie ma iedności ; 4 są dziesięiątki, nie ma stów, liczba więc zadana znaczy tylko 40, zero więc na trzecim miejscu nie iest potrzebne, pisać się powinno 40.

7.

Wiesz już, że iedność dziesięiątna, czyli dziesięiątek zamyka dziesięć iedności prostych ; że dziesięć dziesięiątków składają iedność setną, czyli sto, a dziesięć stów iedność tysiężną, czyli tysięż ; zważ teraz następujące liczby.

- 1000 tysięż czyli dziesięć stów.
- 2000 dwa tysięż.
- 3000 trzy tysięż.
- 9000 dziewięć tysięż.
- 15000 piętnaście tysięż.
- 80000 osmdziesięć tysięż.
- 99000 dziewięćdziesięć tysięż.
- 100000 sto tysięż.
- 102000 sto dwa tysięż.
- 346000 trzysta czterdzieści sześć tysięż.
- 879000 osmsset siedmdziesięć dziewięć tys.
- 998000 dziewięćset dziewięćdziesięć osm tys.

Sta tysięcy nazywają się inaczej *krociami*, te więc liczby, 346000, 879000, 998000, czytają tak trzykroć czterdziści sześć tysięcy, ósmkroć siedmdziesiąt dziewięć tysięcy, dziewięćkroć dziesięć tysięcy.

Uwaga 1 Widzisz z tych przykładów, że, gdy od 1 do 1000 pisać umiesz, i większe liczby bez trudności napiszesz: i tak chcąc pisać ósmnastcie tysięcy, wypiszesz naprzód 18, potem dodasz trzy zera i będziesz miał 18000.

Gdybyś chciał pisać pięćdziesiąt sześć tysięcy; napisałbyś naprzód 56, a potem dodałbyś trzy zera i miałbyś 56000.

Gdybyś zaś miał pisać liczbę następującą cyframi:

Dziewięć kroć ósmdziesiąt sześć tysięcy, pięćset dwa; mógłbyś najpierw wypisać 986000, potem na miejsce zer pisałbyś 502; więc razem miałbyś 986502.

Uwaga 2. Wnieś więc z tych przykładów, że wartość cyfry iakięj zależy od miejsca, na którym stoi, którą to prawdę jeszcze iasnięj poznasz z następujących przykładów, w których cyfra 3 następnie na pierwszym, drugim, trzecim i t. d. miejscu stoi, od prawej ku lewej postępując:

6003.

615035.

876302.

43679.

639054.

325608.

W tych przykładach znaczy cyfra 3 na 1wszem miejscu 3 iedności np złote.
na 2giem 3 iedności dziesiątne, lub 5 dziesiątki.

- na 3ciem 3 iedności setne lub 3 sta.
- na 4tém 3 iedności tysiączne lub 3 tysiące.
- na 5tem 3 iedności dziesiątne tysiączne lub 3 dziesiątki tysięcy.
- na 6tem 3 iedności setne tysiączne lub 3 sto albo 3 kroc sto tysięcy.

Toż samo powiedzieć można owszystkich cyfrach. Wartość ich zależy od miejsca, na którym stoią. Każda znaczy na 1wszém miejscu od prawey ręki iedności proste.

- na 2giem iedności dziesiątne, czyli dziesiątki.
- na 3cim iedności setne, czyli sta.
- na 4tém iedności tysiączne albo tysiące.
- na 5tem iedności dziesiątne tysiączne albo dziesiątki tysięcy.
- na 6tem iedności setne tysiączne albo krocie czyli sta tysięcy.

Jeżeli zaś w jakiej liczbie niema którego kolwiek gatunku z iedności wyliczonych, piszemy na iego miejsce zero, zera w.ęc używamy tylko na zastąpienie miejsca tego gatunku iedności, którego w liczbie iakiéy brakuie.

Zagadnienie: czytaj tę liczbę, 892 365.

Od. Czytam od lewey ręki zaczynając: 8kroc 9dziesiąt 2tysiące 3sta 6dziesiąt pięć.

Inne przykłady do czytania.

8406	20203	805208
23110	600060	304050
245678	123456	903452
101010	70005	101101
S. D. J S. D. J	S. D. J S. D. J	S. D. J S. D. J
tysięcy.	tysięcy.	tysięcy.

Uwaga 1. Naukę rachunkową zacząłeś od palców i rachowałeś naprzód do pięciu, potem do dziesięciu, sta, tysiąca i t. d.

Dodawaleś zawsze jedności następnie do siebie, iako to:

Jedno, dwa, trzy, cztery i t. d.
 1 2 3 4

Takową robotę czyli działanie nazywam *liczeniem*. Liczenie jest więc dodawaniem następnem jedności.

Od którejkolwiek liczby zaczniesz rachunek, dodając następnie jedność, liczysz. Zaczynając od 1 i postępując do 6 lub dalej, liczysz. Zaczynając od 10 i postępując *np* do 309, i t. d. liczysz.

Uwaga 2. Postąpiłeś w rachunkach aż do kwadrylionów; w samej rzeczy zaś rachowałeś tylko od 1 do 10; powtórzyłeś tylko ciąg następujący pod rozmaitemi względami:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, jedności. Do 9 dodawszy 1, miałeś 10 jedności prostych. To 10 wzięte znowu za jedność dziesiątą, czyli dziesiątek; 20 za 2 dziesiątki, 30 za trzy dziesiątki; nakoniec 90 za dziewięć dziesiątków, a do 99 dodawszy 1 miałeś 100 jedności czyli 10 dziesiątków, więc od 10 do 100 miałeś następujący ciąg jedności dziesiątnych albo dziesiątków;

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 dziesiątków lub 10
 20 30 40 50 60 70 80 90 100 jedności. Podobnie od 100 do 1000.

1, 2 3, 4, 5, 6, 7, 8., 9; 10 jedności setnych lub stów.

Lub 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000 jedności i t. d.

Zrób

Zrób sobie tabelę wszelkich gatunków iedności, abys ie dokładnie mógł objać; bo ci bardzo dalsze rachunki ułatwi.

ROZDZIAŁ II.

o Odliczeniu.

10

W liczeniu rosły liczby następnie, od iednéy iedności zoczynaiąc, podług tego, iak otwieralem palce następnie.

Jeśli, liczywszy do 10, spuszcze następnie palce, liczby będą się zmniejszały następnie iedną iednością; powiem więc

10 palców, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 palec.

Podobnież

100 Zł:	99,	98,	97,	96,	95,	94,	93,	92,	91,	90
	89,	88,	87,	-	-	-	-	-	-	80
	79,	78,	77,	-	-	-	-	-	-	70
	69,	68,	67,	-	-	-	-	-	-	60
	59,	58,	57,	-	-	-	-	-	-	50
	49,	48,	47,	-	-	-	-	-	-	40
	39,	38,	37,	-	-	-	-	-	-	30
	29,	28,	27,	-	-	-	-	-	-	20
	19,	18,	17,	-	-	-	-	-	-	10
	9,	8,	7,	6,	5,	4,	3,	2,	1,	0

Uwaga 1. Takową robotę czyli działanie nazywam *Odliczeniem*, *odliczenie* iest więc następnem odeymowaniem iedności, iak liczenie następnem dodawaniem tychże iedności.

Liczenie składa liczby, a odliczenie roskłada ie. Są więc te dwa działania sobie przeciwné, tak iak otwieranie palców przeciwné iest

B

spuszczaniu onych, gdzie zatem liczenie się kończy, tam odliczenie zaczyna się, jeżeliś np. liczył do 10, więc odliczać znowu zaczniesz od 10 i postąpisz do końca.

Uwaga 2. Odtąd już tylko liczyć i odliczać będziesz. Cała nauka rachunkowa, nayniższa i naywyższa jest tylko *liczeniem i odliczeniem*. Jeżeliś się więc już nauczył dokładnie liczyć i odliczać, prędko i bez trudności pozamiesz wszelkie rachunki.

R O Z D I A Ł III.

o Liczeniu przedszem czyli dodawaniu.

11.

Gdyby mi kto pokazał u iednéy ręki 3 palce otwarte, u drugiéy 2, powiedziałbym że w obu rękach 5 ma palców otwartych.

Nie wiedząc zaś, że 3 i 2 czyni 5, musiałbym do 3 dodać naprzód 1, potem znowu 1 i znalazłbym 5, dodawając następnie do 3 drugie dwie iedności.

Podobnież mając w iednéy ręce 3 grosze a w drugiéy 5, powiedziałbym, że mam w obu dwu 8 groszy.

Lecz ten, który nie wie, że 3 i 5 iedności czynią razem 8, musiałby liczyć czyli dodawać następnie do 3 iedności 5 iedności, i znalazłby nakoniec 8, które razem zamyka i 3 i 5 iedności czyli groszy.

12.

Jdzie tu więc o to, żeby umieć różne zbiory iedności prędko zliczyć czyli dodawać do siebie, co następująca ułatwi tabella:

Używam w nięy następujących znaków

+ = Znak + wymawia się i
Znak = czyta się, równo.

Np. 2 + 3 = 5, czyta się:

Dwa i trzy grosze równo pięć.

2 + 3 = 5	3 + 3 = 6	4 + 4 = 8
2 + 4 = 6	3 + 4 = 7	4 + 5 = 9
2 + 5 = 7	3 + 5 = 8	4 + 8 = 12
2 + 6 = 8	3 + 6 = 9	4 + 9 = 13
2 + 7 = 9	3 + 7 = 10	4 + 10 = 14
2 + 8 = 10	3 + 8 = 11	5 + 4 = 9
2 + 9 = 11	3 + 9 = 12	5 + 9 = 14
2 + 10 = 12	3 + 10 = 13	7 + 8 = 15
		7 + 9 = 16

i t. d.

Uwaga. Tym sposobem nauczywszy się składać liczby, liczysz także, ale prędzëy, bo już nie następnie, ale zbiorowo, czyli *dodajesz*.

Dodawanie jest więc prędzëm liczeniem.

Różnica między liczeniem i dodawaniem jest ta, że te liczby, któreby tamto składało następnie, to tu składa zbiorowo czyli razem.

Mówić 5 + 1 + 1 + 1 = 8; jest liczyć,

Mówić zaś 5 + 3 = 8, jest dodawać.

13.

Żebyś się mógł lepiëy wprawiać w dodawanie, następujące podaę ci sposoby.

Zagad. Gdyby ci kto dał 2 orzechy, potem znowu 2 i tak dalëy do 100, ile byś miał następnie.

Odpowiedź. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14:.. 100 orzechów.

B 2

Pomysl teraz, że masz np. 1 orzech, a zkađ inąd dostajesz zawsze po 2, ile masz następnie?

Odpowiedź. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13... 101 orzechów.

Zacznij potém od 3 i dodawaj zawsze po 3, więc masz następnie: 3, 6, 9, 12, 15... 96, 99, 102 orzechy.

Zacznij znowu od 1 i dodawaj zawsze po 3, więc 1, 4, 7, 10, 13... 94, 97, 100.

Teraz dodawaj po 4 grosze lub złote.

0, 4, 8, 12, 16	- - - - -	100
2, 6, 10, 14, 18	- - - - -	102
1, 5, 9, 13, 17	- - - - -	101
3, 7, 11, 15, 19	- - - - -	102
Dodawaj po 5 po 6	. . . 7, 8, 9, - -	10
5, 10, 15, 20, 25	- - - - -	100
10, 20, 30, 40	- - - - -	1000
11, 21, 31, 41, 51	- - - - -	1001
12, 22, 32, 42, 52	- - - - -	1002
17, 27, 37, 47, 57	- - - - -	1007
i t. d.		

Staraj się, abyś te i inne tém podobne zagadnienia iak nayprędzėj potrafił rozwiązać.

14.

Umiejąc iuż prędko dodawać z pamięci, możesz na tablicy liczby dodawać się mające pisać w następujący sposób.

Zagad. 1. Matka ci dała 5 groszy a Ojciec 4; ileż masz?

Wzór. $\begin{array}{r} 5 \text{ groszy.} \\ \hline 4 \text{ grosze.} \end{array}$

Liczby dodawać się mające *Od. 9 groszy.*
podkreśl liniyką

Inne przykłady $\begin{array}{r} 7 \text{ gr.} \\ \hline 5 \text{ gr.} \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ \hline 4 \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ \hline 8 \end{array}$ $\begin{array}{r} 9 \\ \hline 5 \end{array}$ $\begin{array}{r} 8 \\ \hline 6 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 10 \end{array}$

12. 10 17 14 14 14 i t. d.

Zagad. 2. Jednego dnia zarobiłem 5 zł.
drugiego 4 zł, 3go 6 zł; ileż mam razem?

Napisz te liczby, iak wzór pokazuje.

Wzór. $\begin{array}{r} 5 \\ \hline 4 \\ \hline 6 \end{array}$

Odp. 15 zł.

Liczba 15 pod liniyką zamyka w sobie 5 zł; i 4 zł; i 6 zł. ztąd ją nazywamy zbiorem czyli summą trzech liczb 5, 4, 6.

Inne przykłady.

7 gruszek	8 groszy	9	4	5	
6	4	5	3	9	
9	3	6	8	7	
<u>Summa.</u>	<u>S. (a)</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>	
3 groszy.	7	3	8	4	7
8	5	8	9	3	6
4	4	5	3	5	8
3	6	9	2	8	5
<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>
		4	7	7	2
		<u>S.</u>	6	6	1
			5	9	9
			<u>S.</u>	3	8
				<u>S.</u>	7
					6
					8
					<u>S.</u>
					4
					<u>S.</u>
					3

Chcę się przekonać, czy summa z dodawania liczb wynika jest dokładna, możesz dodawanie powtórzyć z góry na dół lub przeciwnie.

Takowych przykładów powinienś sobie jak najwięcej zadawać, do póki nie nabierzesz w dodawaniu jak największej łatwości. Wtedy będziesz mógł przesłać, gdy dodawając nie powtórzysz liczb jak np. w zadaniu pod głoską (a), 7 a 5 to 12, a 4 to 16 a 6 to 22, lecz gdy powiesz 7, 12, 16, 22. Krótko mówiąc dopóty się ćwiczyc masz w dodawaniu takowych przykładów, dopóki, za każdym, iż tak powiem, rzutem oka summy nie zgadniesz.

15.

Zagad. Jednego dnia wydałeś na książki 14 zł. drugiego 12 zł, ileś wydał razem?

Od. 26 zł.

Inne przykłady. 24 i 35. 17 i 12. 13 i 26 i t. d. Więcej takowych przykładów rozwiąż z pamięci.

Chcąc je pisać na tablicy, trzymaj się sposobu wyżej podanego. Ze zaś w tych zadaniach liczby złożone, są z dziesiątków i jednościami i jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami pisać będziesz, tak np.

14

12

Summa 26 zł.

Robota. Liczba 14 składa się ze 4 jedności i z 1 dziesiątką. Druga liczba 12 składa się ze 2 jedności i z 1 dziesiątką.

Zacznijmy dodawanie od jedności.

2 jedności i 4 jed: czynią 6 jedności.

1 dziesiątek i 1 dziesiątek, czynią 2 dziesiątki.

Summa wiec w tym przykladzie iest 6 ie-
dności, i 2 dziesiątki, to iest 26 zł.

Inne przykłady. 24 Owiec 17 Jabłek 13
gruszek i t. d. 55 12 26

<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>
-----------	-----------	-----------

16.

Zagad. Kupiec pewny włożył w ieden
handel 78 cz. zł. to iest czerwonych złotych,
w drugi handel 69; ileż w obadwa handle wło-
żył?

Działanie. 78 cz. zł.
69

Summa 147

9 iedności i 8 iedności czynią razem 17 iedno-
ści, czyli 7 iedności i 1 dziesiątek. 7 iedności
pisze pod iednościami, a 1 dziesiątek przenoszą
do dziesiątków.

1 dziesiątek a 6 ozynią 7 a 7 ozynią 14
dziesiątków, więc summa zamyka 14 dziesiątków
i 7 iedności, czyli 147 cz. zł.

Inne przykłady. 79 cz. zł. 63 Tal. 99 gr. 68
Jabłek 84 68 81 74

<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>
-----------	-----------	-----------	-----------

17.

Zagadnienie. Pewna osoba wydała w Sty-
czniu 173 zł, w Lutym 458, w Marcu 384 zł,
ileż przez te trzy miesiące, czyli przez kwartał
wydała?

Działanie. 173 zł.
458
384

Suma 1015 zł.

Summa iedności iest 15, to iest, 5 iedności i 1 dziesiątek: dziesiątek ten przenoszę do dziesiątków, których wszystkich razem iest 21 t. i. 2 sta i ieden dziesiątek. Te dwa sta przenoszę do stów, summa wszystkich stów iest 10 czyli 1000 iedności, summa zatém całkowita iest 1015 zł.

Uwaga. Ten sam sposób postępowania iest we wszystkich innych przykładach, choćby największych, zawsze dziesiątki wynikające z dodania iedności przenoszą się do dziesiątków, sta do stów, tysiąca do tysięcy i t. d.

Inne przykłady.

1, 532 zł.	2, 623 grosze.	3, 456 Tal.	4, 456 cz. zł.
213	704	438	478
654	35	275	294
142	14	55	35
105	110	4	9
<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>
5, 675 Owiec.	6, 4798 koni.	95573 zł.	
843	5373	48798	
957	8654	79649	
436	6797	58372	
874	9463	1892954	
558	4795	3546070	
<u>S.</u>	<u>S.</u>	<u>S.</u>	

Następujące przykłady wypisz na tablicy albo na papierze porządnie i dodawaj:

- 1) 98. 7643. 9876. 391 i 79857. Sum. 97865.
- 2). 3765. 89. 276. 97654 i 607453. Summa 70. 237.
- 3) 362056. 98643. 6273. 986. 27. 9. Summa 467994.

4). 8. 24. 879. 7659. 38758. 987654. *Summa*
1034982.

5). 3. 27. 946. 7986. 43297. 9876. 876. 59. 4.
Summa 63074.

6). 98765. 8765. 8765. 765. 65. 5. 45. 345.
2345. 112345. *Summa* 123445.

7). 12345. 23456. 3456. 4567. 56. 678. 7890.
98765. 8765. 765. 65. 4321. 3210. 21000. 10000.
Summa 199339.

8). 9. 98. 987. 9876. 98765. 9876. 987. 98. 9.
Summa 120705.

9). 4897207. 5368238. 5334761. 4512376.
1345105. 4365238. 5487623. 8654894. *Summa*
40265502.

10). 7967823. 6583789. 5231476. 2986345.
3147602. 4768523. 7013654. 6832397. *Summa*
44551609.

11). 9346688. 6137234. 6145136. 5476134.
3862765. 3854863. 4523865. 1239746 *Summa*
40586431.

12). 6546739. 8357867. 4251327. 3451762.
4126726. 5748672. 6548237. 5873273. *Summa*
44904603.

13). 874589. 547613. 262471. 694276. 452386.
737528. 305723. 834165. 350142. *Sum.* 5058893.

14). 523437. 368472. 547967. 643578. 631527.
452032. 356421. 763236. 449863. *Sum.* 4736533.

15). 78787. 76247. 67526. 85246. 23752. 32473.
14753. 61188. 73881. 12872. *Summa* 526725.

16). 86548. 38763. 80125. 48695. 13451. 61236.
19874. 51304. 67948. 98937. *Summa* 566881.

17). 73284. 48597. 36835. 13773. 26726. 51415.
63137. 86262. 37697. 92554. *Summa* 530280.

18). 35876. 47352. 86429. 64123. 15264. 13570.
47523. 52476. 98947. 99887. *Summa* 561447.

- 19). 26845. 34657. 65748. 63485. 73154. 65342.
 34251. 36514. 54867. 99559. *Summa* 554422.
- 20). 48762. 23853. 65482. 72354. 51237. 76146.
 54517. 27645. 87658. 97132. *Summa* 584786.
- 21). 43875. 47652. 82375. 15234. 56214. 52347.
 91762. 84760. 92354. 98975. *Summa* 665458.
- 22). 41758. 15692. 23105. 38165. 76543. 23456.
 61834. 76834. 84307. 58241. 96978. 97192. *Summa* 694165:
- 23). 3587. 8768. 9786. 8608. 8769. 8769. 8767.
 8707. 5786. *Summa* 71547.
- 24). 876459. 392742. 859768. 458769. 456389.
 798247. 947654. 894376. 943682. 987654. 896589.
 685943. 897468. 714136. *Summa* 10789876.

Uwaga. Skończywszy te przykłady, możesz kilka razem złączyć i dodać, toż zrobisz z summami tym przykładom odpowiadającymi. Z dodania w tedy samych jedności wypadną sta, dziesiątki i jedności. Jedności wypiszesz pod jednościami, dziesiątki dodasz do dziesiątków, a sta zachowasz do stów, które do nich dodasz. Z dodania znowu dziesiątków wypadną tysiące, sta i dziesiątki, każdy gatunek jedności napiszesz pod gatunkiem sobie odpowiadającym i razem dodasz, i t. d. Pamiętaj zaś każdy przykład dwa razy zrobić, powtarzając go z góry na dół lub przeciwnie. Bo tym sposobem sprawdzisz robotę, i wprawisz się w coraz prędsze dodawanie.

R O Z D Z I A Ł I V

o Prędzém odliczeniu, czyli odeymowaniu

18.

Z 5 palców otwartych przygiąwszy 2 palce, zostanie otwartych palców 3. Podobnie z 8 groszy wydawszy 3, zostanie 5 groszy.

Gdybys zaś nie wiedział, że po wydaniu 3 groszy z 8, zostaje 5, musiałbys odliczać, czyli od 8 odjąć naprzód 1 grosz, potem znowu 1, na koniec znowu 1, a tak przyszedłbys powoli do 5 groszy, które zostaną, gdy odejmiesz 3 od 8.

Jdzie tu więc o to, żebys się nauczył prędko odliczać czyli odeymować różne zbiory-iedności, iak już one umiesz dodawać.

Następująca tablica ułatwi to działanie
 Znaki w niéy używają się — i =
 — czyta się bez lub mniéy. = równe np. 5—5
 = 2 czytaj, 5 mniéy 3 równe 2.

TABLICA ODEYMOWANIA.

3 — 2 = 1	9 — 4 = 5	13 — 6 = 7
4 — 2 = 2	10 — 4 = 6	14 — 6 = 8
5 — 2 = 3	11 — 4 = 7	15 — 6 = 9
6 — 2 = 4	12 — 4 = 8	16 — 6 = 10
7 — 2 = 5	13 — 4 = 9	7 — 7 = 0
8 — 2 = 6	14 — 4 = 10	8 — 7 = 1
9 — 2 = 7	5 — 5 = 0	9 — 7 = 2
10 — 2 = 8	6 — 5 = 1	10 — 7 = 3
11 — 2 = 9	7 — 5 = 2	11 — 7 = 4
12 — 2 = 10	8 — 5 = 3	12 — 7 = 5
3 — 3 = 0	9 — 5 = 4	13 — 7 = 6
4 — 3 = 1	10 — 5 = 5	14 — 7 = 7
5 — 3 = 2	11 — 5 = 6	15 — 7 = 8
6 — 3 = 3	12 — 5 = 7	16 — 7 = 9
7 — 3 = 4	13 — 5 = 8	17 — 7 = 10
8 — 3 = 5	14 — 5 = 9	8 — 8 = 0
9 — 3 = 6	15 — 5 = 10	9 — 8 = 1
10 — 3 = 7	6 — 6 = 0	10 — 8 = 2
11 — 3 = 8	7 — 6 = 1	11 — 8 = 3
12 — 3 = 9	8 — 6 = 2	12 — 8 = 4
13 — 3 = 10	9 — 6 = 3	13 — 8 = 5
4 — 4 = 0	10 — 6 = 4	14 — 8 = 6
5 — 4 = 1	11 — 6 = 5	15 — 8 = 7
6 — 4 = 2	12 — 6 = 6	16 — 8 = 8
7 — 4 = 3		17 — 8 = 9
8 — 4 = 4		18 — 8 = 10

Uwaga. Tym sposobem nauczywszy się rozkładać liczby, odliczasz także, lecz prędzój; bo już nie następnie, ale zbiorowo, czyli, odejmiesz. Odeymowanie jest więc prędzem odliczeniem. Odliczenie przeciwnem jest liczeniu, podobnież odeymowanie jest przeciwnem doda-

waniu. To tu składa zbiory iedności razem, to tam rozkłada je razem.

Odliczenie zaczyna się tam, gdzie liczenie kończy się, tak i odeymowanie zaczynać się tam powinno, gdzie dodawanie się kończy.

Zebys się lepiéy ieszcze wprawił w odeymowanie na pamięć różnych liczb, rozwiąż następujące zagadnienia z pamięci:

Zagadnienie. Ze 100 zł. wydaię zawsze po 2, ile mi za każdą razą zostanie?

Od. 100, 98, 96, 94 - - - 4, 2, 0.

Wydaie potém po 3, po 4, po 9, po 10.

Inne Zagad. Z 1000 wydaię po 100 zł. następnie

Z 1000 wydaię po 200 zł. następnie

Z 1000 wydaie po 10 zł. następnie.

19.

Zagadnienie. Miałem 78 zł, a wydałem 24 zł, ile mi się zostało?

Odpowiedź. Z 70 zł. wydawszy 20, zostało mi 50, z 8 wydawszy 4, zostało mi 4, zatem zostało mi wszystkiego 54 zł.

Więcéy takowych przykładów rozwiąż z pamięci. Chcąc działanie odprawić na tablicy lub na papierze, wypiszcz liczby zadane, iak w dodawaniu, iedności pod iednościami, dziesiątki pod dziesiątkami i t. d. Liczbę, którą masz odiać, napiszesz pod tą, od której masz odiać i podkreślisz je liniyką, iak wzór następuie.

Wzór działania. 78 zł.

24

Reszta 54

Liczba wypadająca z odeymowania, nazywa się *resztą*.

Inne przykłady.

96	87	79	568	897	9546
<u>54</u>	<u>63</u>	<u>56</u>	<u>433</u>	<u>542</u>	<u>7325</u>
Reszta.					

20.

Zagadnienie. Z 32 zł. pożyczyłeś sąsiadowi 19, ile ci się zostało?

Odpowiedź. Zostało 32 bez 19 zł.

Wzór działania. 32 zł.

19

Reszta 13 zł.

Ze 3 dziesiątków wydawszy 1, zostaną 2 dziesiątki, lecz, że z 2 jedności wydać nie możesz 9, więc ze 2 pozostałych dziesiątków przeńs 1, do jedności, a 1 dziesiątek podpiszesz pod linią pod dziesiątkami.

Ten 1 dziesiątek rozłożywszy na 10 jedności, dodaj do 2 jedności, będziesz zatem miał 12 jedności, z których wydawszy 9, zostanie 3, więc reszta jest 13 zł.

Uwaga. Takto właściwie odeymować się powinno. Bo odeymowanie będąc przeciwnem dodawaniu, tam zacząć się powinno, gdzie to tu kończy się; zwyczaj jednakowoż powszechny każe odeymować od prawej ręki ku lewej, to jest, od jedności prostych zaczynając, i postępując ku złożonym, i tego zwyczaju będziesz się trzymał, pierwszym jednak sposobem będziesz zawsze robotę sprawdzał.

Zaczniy teraz odeymować od prawej ku lewej.

Ze 2 zł. nie możesz 9 pożyczyć, lecz nie tylko masz 2 zł, ale jeszcze 30, weź więc z 30

jedności czyli z 3 dziesiątków 1 dziesiątek i do-
day go do 2 jedności, 2 zatem jedności i 10
uczynią 12, na znak zaś wziętego dziesiątka zro-
bisz przy 3 kropkę; z 12 jedności wydawszy 9,
zostanie 3. Nakoniec z 2 dziesiątków wyda-
wszy 1, zostanie jeszcze 1 dziesiątek, reszta za-
tém całkowita iest 13 zł.

Inne przykłady.

43	52	73	97	85	93	25
<u>27</u>	<u>36</u>	<u>29</u>	<u>79</u>	<u>38</u>	<u>46</u>	<u>19</u>
Reszta.						
35	46	54	92	86	53	25
<u>28</u>	<u>38</u>	<u>29</u>	<u>29</u>	<u>79</u>	<u>46</u>	<u>18</u>
Reszta.						

20.

Zagadnienie. W szkółce ogrodowej było
drzewek 3241, przesadził z nich ogrodnik 1563,
ileż sztuk pozostało w szkółce?

Wzór działania. 3241
1563

Reszta. 1678.

Pierwszy sposób. 3 jedności od 1 odjąć
nie mogę, biorę więc od 4 dziesiątków 1 dzie-
siątek, będą zatem miał 11 jedności, 3 jedności
odjąwszy od 11 zostają 8.

6 dziesiątków od 3 odjąć także nie mogę,
biorę zatem 100 czyli 10 dziesiątków i dodaję
do 3, będą zatem miał 13 dziesiątków, od któ-
rych odjąwszy 6, zostanie 7 dziesiątków.

Podobnież 5set nie mogę odjąć od 1 sta,
biorę zatem 1000 jedności czyli 10 stów i do-

daię do 1 sta mam więc 11 stów, od których odiaawszy 5 stów, zostanie 6set.

Nakoniec odiaawszy 1 tysiąc od 2 tysięcy zostanie 1 tysiąc. Reszta więc drzewek pozostałych w szkółce jest 1678.

Drugi sposób czyli sprawdzenie.

1 tysiąc odiaawszy od 3 tysięcy, zostają 2 tysiące, lecz że od 2set odiać nie mogę 5set, więc z 2 tysięcy pozostałych biorę tysiąc, a tysiąc 1 pod tysiącami podpisuję. Ten wzięty 1 tysiąc czyli 10set dodaię do 2set i mam 12set, od których odiaawszy 5set, zostanie 7set.

Od 4 dziesiątków podobnie odiać nie mogę 6 dziesiątków, przenoszę więc z 7set pozostałych 1 sto czyli 10 dziesiątków do 4 dziesiątków, a 6set podpisuję pod stami; od 14 więc dziesiątków odiaawszy 6, zostanie 8 dziesiątków, z których przeniósłszy 1 dziesiątek czyli 10 jednostości do 1, zostanie dziesiątków 7, które pod dziesiątkami podpisuję. Nakoniec do 1 jednostki dodawszy 10 i od summy 11 odiaawszy 3, zostanie 8, całkowita więc reszta jest ta sama, co wyżej.

Inne przykłady.

4324	5468	4576	5234	8321
<u>1678</u>	<u>5679</u>	<u>2787</u>	<u>2698</u>	<u>5678</u>
Reszta.				
9654	8730	5836	72345	325445
<u>4765</u>	<u>4952</u>	<u>1958</u>	<u>36857</u>	<u>136855 itd</u>
Reszta.				

Zagadnienie. Ma Paweł 300 zł, Piotr 125, ileż Paweł ma więcej od Piotra ?

Odpowiedź. Dowiem się tego, odiawszy 125 zł. od 300.

Wzór działania. 300

125

Reszta. $\frac{300}{125}$
175

W tym przykładzie nie można odiać 5 iedności od 0, dziesiątków także nie masz, biorę więc od 3set i sto. Lecz, abym mógł odiać 5 iedności, nie potrzebuje na to całego sta, dosyć mieć dziesiątek. To więc sto rozkładam na 9 dziesiątków i 1 dziesiątek. Na miejscu dziesiątków zostawiam w myśli 9 dziesiątków, a 1 dziesiątek przenoszę do iedności, tym sposobem 3 sta zamieniły się na dwieście, dziewiędziesiąt i dziesięć. Teraz odejmuję 5 iedności od 10, i zostanie 5, 2 dziesiątki odejmuję od 9, którem w myśli na miejscu zera zostawił, i zostaje 7 dziesiątków. Na koniec odejmuję 100 od 200 i zostaje 100. Całkowita więc reszta 175, więc Paweł ma 175 zł. więcej niż Piotr.

Sprawdzenie. Od 3set odiawszy 1 sto, zostaną 2 sta, lecz w samy rzezy zostanie tylko 1 sto, przeniósłszy 1 sto czyli 10 dziesiątków na miejsce dziesiątków, których w tym przykładzie nie masz, od tych 10 dziesiątków odiawszy 2, zostanie 8 dziesiątków, w samy rzezy zaś zostanie 7 dziesiątków, gdy przeniosę 1 dziesiątek czyli 10 iedności na miejsce iedności, które zastępuje 0, od tych nakoniec 10 iedności

C

odiąwszy 5, zostanie 5, więc reszta całkowita jest ta sama, co wyżej, t. i: 175 zł.

22.

Zagadnienie. Kupiec pewien ma 200000, zł. włożył w handel 124657 zł, ileż mu się zostało?

Odpowiedź. Dowiem się, ile się temu kupcowi zostało, odiąwszy 124 657 zł. od 200000.

Wzór działania.

$$\begin{array}{r} 200000 \\ 124657 \\ \hline \text{Reszta } 75343 \text{ zł.} \end{array}$$

W tym przykładzie jedności, dziesiątków stów, jedności tysięcy, dziesiątków tysięcy nie mam od czego odjąć, biorę zatem od 200000, 1 sto tysięcy. To 1 sto tysięcy rozkładam na 9 dziesiątków tysięcy, 9 jedności tysięcy, 9set, 9 dziesiątków i 10 jedności.

9 dziesiątków tysięcy zostawiam w myśli na miejscu dziesiątków tysięcy, 9 jedności tysięcy na miejscu tysięcy, 9 stów na miejscu stów, 9 dziesiątków na miejscu dziesiątków a 10 jedności na miejscu jedności. Tym sposobem liczba 200000 zamieniła się na liczbę 199990 i jeszcze 10 jedności. Teraz odciągamy 7 jedności od 10 jedności, 5 dziesiątków od 9 i t. d. i reszta wypadnie 75 343 zł.

Sprawdzenie. 1 sto tysięcy odiąwszy od 200000 zostanie 1 sto tysięcy, lecz, że 2 dziesiątków tysięcy nie mogę odjąć od 0; więc pozostałe 1 sto tysięcy zamieniam na 10 dziesiątków tysięcy, od których odiąwszy 2 dziesiątki tysię-

cy, zostanie 8 dziesiątków tysięcy. Wsaméy rzeczy zaś zostanie tylko 7 dziesiątków tysięcy, przeniósłszy znówu 1 dziesiątek tysięcy, czyli 10 tysięcy na miejsce jedności tysięcy, które o zastępuje. Od tych 10 tysięcy odiawszy 4 tysiące, zostanie 6 tysięcy; lecz, że 6set przypada odiać, a nie ma stów, więc od pozostałych 6 tysięcy przenoszę tysiąc na miejsce stów, zostanie więc znówu tylko 5 tysięcy, które pod tysiącami podpisuję, a od 1 tysiąca rozłożonego na 10 stów, gdy odeymę 6set, zostanie 400. 5 dziesiątków znówu odiać nie mogę od zera, więc z pozostałych 4 stów, przenoszę 1 sto na miejsce dziesiątków i zostanie tylko 300. To 1 sto rozkładam na 10 dziesiątków, od których odiawszy 5 dziesiątków, zostanie 5 dziesiątków, z których przeniósłszy 1 na miejsce ietności, i odiawszy 7, zostanie 3, reszta więc jest też sama, co wyżej.

Inne przykłady.

50000	70000	60000	90000
<u>32654</u>	<u>56842</u>	<u>52364</u>	<u>45632</u>
Reszta			
600000	700000	800000	900000
<u>325698</u>	<u>354673</u>	<u>554281</u>	<u>258649</u>
5'000000	8'000000	6'000000	
3'564321	5'364328	5'423468.	

Następujące przykłady wypisz porządnie na tablicy lub papierze i odeymuy.

- 1). Od 7978 odiawszy 1843 zostanie 6135.
- 2). Od 9463 odeymuy 4654, Reszta 4809.
- 3). Od 9431 odciagniy 3764. Reszta 5667.
- 4). Od 7048 odciagniy 5310. Reszta 1738.

- 5). Od 30824 odciagniy 12705. Reszta 18119.
- 6). Od 75098 odciagniy 24314. Reszta 50784.
- 7). Od 803790 odciagniy 430260. Resz. 573530.
- 8). Od 1'000000 odciag. 640984. Resz. 359016.
- 9). Od 7'005601 odciagniy 57680 i 374298. Reszta 6'573623.
- 10). Od 163086 odciagniy 97609 i 1094 i 397. Reszta 63986.
- 11). Od 923'264930 odciagniy 98'697898. Reszta 824'567032.
- 12). Od 680'209034 odciagniy 394939269. Reszta 285269765.
- 13). Od 842'174151 odciagniy 398786459. Reszta 443387692.
- 14). Od 987'369482 odciagniy 50'387645. Reszta 936981837.
- 15). Od 19'845650 odciagniy 6'852034 i 7'406839. Reszta 5'586777.
- 16). Od 86'037258 odciag. 62'034876 i 9'876543. Reszta 14'125839.
- 17). Od 7'569809 odciagniy 4'765234 i 980476. Reszta 1'824099.
- 18). Od 5423'672603 odciagniy 4312'560493 i 987'654321. Reszta 123456789.
- 19). Ile razy da się odiać 3'578621 od 10735863? Odpowiedź 3 razy.
- 20). Ile razy 6'403857 od 25'615428? Odpowiedź 4 razy.
- 21). Ile razy 9'384756 od 46'923780? Odpowiedź 5 razy.
- 22). Ile razy 123'456789 od 740740'734? Odpowiedź 6 razy.

Przydatek do dwóch poprzedzających rozdziałów, zawierający różne przykłady dla wprawy.

1. Oyciec pewny dał synowi pilnemu i gospodarstwu na książki szkolne 36 zł, na zabawki rozmaite 24 zł, matka zaś mu dała 26 zł.

Po niejakim czasie pytaią go się rodzice, ile jeszcze ma pieniędzy? Syn z wszelkiem uszanowaniem odpowiada, iż wszystko, co wydał, wiernie zapisał, iak następuje:

1go Września dałem za katechizm	zł:	1.
Za Grammatykę Polską	-	2.
Za Bayki Krasieckiego	-	3.
3go Wzześnia za książkę łacińską do czytania	-	zł. 3.
Za Grammatykę łacińską	-	3.
Za Grammatykę francuzką	-	2.
Za książkę francuzką do czytania	-	3.
4go Wrześ. za Grammatykę niemiecką	-	3.
Za książkę niemiecką do czytania	-	3.
5go Wrześ. za mapę Jeograficzną Pol:	-	2.
Za mapę powszechną całego świata	-	2.
Na inkaust w różnych czasach	-	4.
Na ołówki do rysunków	-	2.
Na papier	-	6.
Na piora	-	3.
Na kredkę do rachunków	-	1.
Ubogim rozmaitym	-	8.

Ille się temu synowi pieniędzy zostało?

Odpowiedź. Dowiem się tego, dodawszy naprzód to, co Rodzice dali, potem co Syn wydał, i odjąwszy ostatnią sumę od pierwszey

2. Pewny Xiądz Pleban ze 150000 zł. ma iątku swego, umieraiąc zapisał testamentem.

1. Szkółce, w który się uczył czytać, pi-
sać i rachować, na fundusz dla nauczycie-
la zł. 18000
 2. dwóm sierotom z parafii, który był
Pasterzem, mającym ochotę do nauki, zł. 24000
 3. Szpitalowi miejscowemu 8000
 4. Łazarzom krajowym 18000
 5. Przeznaczył na założenie Biblioteki
publicznej w mieście 30000
 6. na swój pogrzeb 600
- Nakoniec resztę zapisał krewnym.

Jakaż ta jest reszta?

Odpowiedź. Dowiem się, dodawszy rozma-
ite zapisy i odjąwszy je od 150000.

3. Oyciec pewny miał lat 34, gdy mu się
syn urodził. Syn ma teraz lat 18, ileż więc lat
ma oyciec?

4. Pewien Kupiec ma majątku 135678 zł.
winien zaś 150942 zł, ileż mu się zostanie, kie-
dy dług opłaci?

Odpowiedź. Dług tego Kupca przewyższa
majątek, więc po spłaceniu długu, zostanie ie-
szcze winnym. W tym więc przykładzie trze-
ba odjąć majątek od długu, a reszta okaże dług
do spłacenia.

5. Zupy solne odkryto w Bochni roku 1251
a w rok potem w Wieliczce, ileż lat upłynęło
od odkrycia pierwszych i drugich?

Odpowiedź. Dowiem się tego, odjąwszy 1251
od roku terażniejszego.

6. Przemysław wskrzesił tytuł Królewski,
roku 1295, który Polska za Bolesława śmiałego
straciła roku 1078, przez ile lat pod rządem
ziąząt została?

7. Pewna osoba winną będąc 187343 zł.
czterech dłużników spłaciła.

Pierwszemu dała	36852.
Drugiemu -	12764.
Trzeciemu -	9473.
Czwartemu -	18999.

Ileż wszystkiego wypłaciła i ile jeszcze winna ?

8. Pewny Kupiec miał na sprzedaż 4 sztuki materyi :

w pierwszój było łokci	324
w drugiej -	256
w trzeciej -	358
w 4tej -	239
Przedała z pierwszój sztuki łokci	154
z drugiej -	89
z trzeciej -	198
z czwartej -	216

Ile się tej osobie zostało z każdej sztuki i ile wszystkich łokci ?

ROZDZIAŁ V.

o Prędzem dodawaniu czyli o mnożeniu.

23.

Zagadnienie. Kupię 5 koni po 7 cz. zł, ileż dam za wszystkie ?

Od. Za pierwszego konia dam 7 cz. zł.

Za drugiego - - 7

Za trzeciego - - 7

Za czwartego - - 7

Za piątego - - 7

Summa 35 cz. zł.

Więc za 5 koni zapłacę 5 razy 7. Kto zaś wie na pamięć, że 7 dodane do siebie 5 razy, czyni 35, mógłby prędzej to zagadnienie rozwiązać.

Podobnież, gdyby kto kupił 9 kamieni wełny po 4 cz. zł, musiałby te 4 cz. zł. wypisać 9 razy i dodać: wiedząc zaś, że 9 razy 4 czyni 36, powiedziałby iż za 9 kamieni wełny da 9 razy 4 cz. zł. to jest 36 cz. zł.

Gdyby ten Kupiec kilkanaście, lub kilkadziesiąt, lub kilkaset i t. d. kamieni wełny zakupił, musiałby 4 cz. zł. kilkanaście, lub kilkadziesiąt lub kilkaset i t. d. razy wypisać i dodać. Takowa zaś robota zabrałaby i wiele miejsca i czasu.

Idzie tu więc o to, aby wiedzieć na pamięć, ile czyni każda liczba dodana do siebie 2, 3, 4 i t. d. razy. Dodawać do siebie liczbę iaką 2, 3, 4 i t. d. jest to ią powtórzyć 2, 3, 4, i t. d. razy. Działanie takowe nazywa się *mnożeniem*. Mnożenie więc jest przedszem dodawaniem. Różni się od dodawania, że dodawanie składa rozmaite zbiory iedności, mnożenie zaś składa tylko zawsze iednakowy zbiór iedności, np. gdybym za iedną krowę dał

3 cz. zł.		
za drugą	-	5
za trzecią	-	4
za czwartą	-	6

więcbym dał za 4 krowy 18 cz. zł: Sum: 18.

W tym przykładzie dodałem rozmaite zbiory iedności, iako to 3, 5, 4, 6.

W mnożeniu zaś dodaiemy zawsze iednakowy zbiór iedności, iakośmy to widzieli w pierwszym przykładzie o koniach, gdzie 7 cz. zł. pięć razy dodaliśmy, i w drugim o wełnie, w którym 4 dodaliśmy 9 razy.

24.

Zastanawiając się nad zagadnieniami o koniach i wełnie, widzę dwie tylko liczby zadane

w każdym. W pierwszym dochodzę, ile dam za 5 koni, płacąc iednego po 7 cz. zł. Tu są wiadome liczby 5 i 7. W drugim dochodzę, ile mam zapłacić za 9 kamieni wełny po 4 cz. zł. Tu są zadane liczby 9 i 4.

Takowe dwie liczby w mnożeniu, nazywają się *Czynnikami*. Bo one stanowią to, co summa uczyni, którą mam dać za konie lub wełnę.

Zastanawiając się nadto nad czynnikami, widzę, iż ieden każe drugi tyle razy do siebie dodawać, ile ma iedności, np. w zagadnieniu o koniach, musiałem czynnik 7 cz. zł. dodać do siebie 5 razy, bo czynnik 5 zamyka 5 iedności.

Czynnik 5, który każe czynnik drugi tyle razy powtórzyć, ile ma iedności, nazywa się *Mnożnikiem*, że drugi czynnik każe powtarzać czyli mnożyć.

Czynnik zaś 7, który trzeba było 5 razy powtórzyć, nazywa się *Mnożną*; że ta liczba ma być powtarzana czyli mnożona.

Liczba nakoniec, której przez mnożenie dwóch czynników doszedłem, nazywa się *Iloczynem*; 35 jest iloczyn zagadnienia o koniach, w mnożeniu więc bywają zawsze zadane dwa czynniki, a szukać trzeba iloczynu.

25.

Aby sobie mnożenie ułatwić, trzeba się następującej tablicy dokładnie nauczyć. Pytania takowe lub podobne można sobie zadawać:

Pytanie. Kupiłem 2 gęsi po 2 złote, ile dam za nie?

Odpowiedź. Za 2 gęsi po 2 zł. dam 2 razy 2 zł, to jest 4 zł. kupiłem 2 gęsi po 3 zł;

ile dam za nie? Za 2 gęsi po 3 zł. dam 2 razy 3 zł, t. i. 6 zł. W każdym przykładzie trzeba szukać czynników, a między niemi mnożnika i mnożnéy.

W tablicy mnożenia znak nowy następujący jest używany . lub X. Wymawia się razy np. 3. 2 lub 3 X 2 czyta się 3 razy 2. Znak pierwszy, t. i. . częściej bywa używany.

TABLICA MNOŻENIA.

Czynniki Gęsi. zł.			Czynniki Kury. zł.		
		zł.			zł.
Mnożniki	Mnożne	2.2 == 4	Mnożniki	Mnożne	3 .2 == 6
		2.3 == 6			4 .2 == 8
		2.4 == 8			5 .2 == 10
		2.5 == 10			6 .2 == 12
		2.6 == 12			7 .2 == 14
		2.7 == 14			8 .2 == 16
		2.8 == 16			9 .2 == 18
		2.9 == 18			10 .2 == 20
		2.10 == 20			
Krowy. cz. zł.		cz. zł.	Jabłka. grosze.		gr.
Mnożniki	Mnożne	3.3 == 9	Mnożniki	Mnożne	3 .3 == 9
		3.4 == 12			4 .3 == 12
		3.5 == 15			5 .3 == 15
		3.6 == 18			6 .3 == 18
		3.7 == 21			7 .3 == 21
		3.8 == 24			8 .3 == 24
		3.9 == 27			9 .3 == 27
		3.10 == 30			10 .3 == 30

Czynniki

Czynniki

konie. cz. zł.

konie. cz. zł.

4.4	=	16
4.5	=	20
4.6	=	24
4.7	=	28
4.8	=	32
4.9	=	36
4.10	=	40

4.4	=	16
5.4	=	20
6.4	=	24
7.4	=	28
8.4	=	32
9.4	=	36
10.4	=	40

5x5	=	25
5x6	=	30
5x7	=	35
5x8	=	40
5x9	=	45
5x10	=	50

5x5	=	25
6x5	=	30
7x5	=	35
8x5	=	40
9x5	=	45
10x5	=	50

6x6	=	36	<i>Mnożniki</i>	<i>Mnożne</i>	<i>Moczyzny</i>
6.7	=	42			
6.8	=	48			
6.9	=	54			
6.10	=	60			

6x6	=	36	<i>Mnożniki</i>	<i>Mnożne</i>	<i>Moczyzny</i>
7.6	=	42			
8.6	=	48			
9.6	=	54			
10.6	=	60			

7.7	=	49
7.8	=	56
7.9	=	63
7.10	=	70

7.7	=	49
8.7	=	56
9.7	=	63
10.7	=	70

8.8	=	64
8.9	=	72
8.10	=	80

8.8	=	64
9.8	=	72
10.8	=	80

9.9	=	81
9.10	=	90

9.9	=	81
10.9	=	90

10.10	=	100
10.100	=	1000

10.10	=	100
100.10	=	1000.

Uwaga 1. Z tablicy Mnożenia okazuje się, iż, którenkolwiek z czynników wezmą za mnożnik lub mnożną, zawsze iednakowy iloczyn wypadnie np. $3 \cdot 4 = 12$ i znowu $4 \cdot 3 = 12$. Bo, iako 4 dodane do siebie 3 razy tyle czyni, ile 3 dodane 4 razy tak też 4 rozmnożone przez 3 tyle uczynić powinno, ile 3 rozmnożone przez 4.

Następujące kropki mogą to rozumowanie objaśnić:

. . . .

Czytając je wzdłuż, mam $3 \cdot 4 = 12$.

Czytając je w szerz, mam $4 \cdot 3 = 12$.

Toż mówić o wszelkich czynnikach. Dwa więc czynniki, iakożkolwiek przez siebie rozmnożone, dają zawsze iednakowy iloczyn.

Uwaga 2. W tablicy mnożenia były następujące przykłady:

$$2 \cdot 10 = 20.$$

$$3 \cdot 10 = 30.$$

$$4 \cdot 10 = 40. \text{ i t. d.}$$

W tych przykładach mnożnik iest cyfrą, a mnożna liczbą złożoną z cyfry i zera, iloczyn składa się z cyfry i zera.

Przyczyna tego iest ta: gdybym tylko mnożył 1 przez 2, miałbym na iloczyn 2; lecz mnożę 10 przez dwa, to iest liczbę dziesięć razy większą przez 2, więc iloczyn 2 powinien być 10 razy większy, zrobię zaś 2 dziesięć razy większe, dodając po prawej ręce 0.

Podobnież, gdyby przyszło mnożyć 200 przez 3 wypadłoby na iloczym 600. Bo mnożąc tylko 2 przez 3, wypada 6; lecz, tu trzeba mnożyć 200 przez 3, to iest liczbę sto razy większą przez 3, więc i iloczyn sto razy większym

bydź powinien; zrobię go zaś sto razy większym dodając po prawej ręce dwa zera, jest zatem 600.

$$\text{Inne przykłady } 300 \times 4 = 1200.$$

$$800 \times 3 = 2400.$$

$$4000 \times 8 = 32000. \text{ i t. d.}$$

$$\text{Albo też } 2 \times 300 = 600.$$

$$6 \times 7000 = 42000.$$

$$8 \times 600000 = 4800000 \text{ it. d.}$$

Mnożąc 600 przez 20, wypadnie 12000. Jakoż, gdybym 600 mnożył przez 2, wypadłoby 1200, lecz, że tu nie mnożę przez 2, tylko przez 20, to jest przez liczbę 10 razy większą, więc i iloczyn muszę dziesięć razy większym uczynić, dodając do niego 0, jest zatem $600 \times 20 = 12000$.

Ztąd wnoszę następującą prawdę: że, gdy czynniki złożone są z cyfry i zer, dosyć cyfry przez siebie rozmnożyć, a do iloczynu ztąd wypadającego tyle zer dodać, ile ich było razem w czynnikach.

Inne przykłady.

$$600 \times 800 = 480000$$

$$3000 \times 400 = 1200000$$

$$8000 \times 60000 = 480000000$$

$$700 \times 800000 = 560000000 \text{ i t. d.}$$

Chcąc te zadania na tablicy rozwiązać, napiszesz napraód mnożną, pod nią mnożnik - podkreślisz liniyką, pod którą nakoniec napiszesz iloczyn.

Zagadnienie. Kupię 2 łokcie sukna po 4 zł, ileż za 2 łokcie zapłacę?

Odpowiedź. Za 2 łokcie dam 2. 34 zł. = 68.

Wzór działania

34	Mnożna
2	Mnożnik.
—	
8	
60	
—	
68	Iloczyn.

Uwaga 1. Gdybym 1 łokieć płacił tylko po zł. 4, tobym za 2 łokcie zapłacił 2. 4 = 8, ale jeszcze 1 łokieć płacę po zł. 50, więc za 2 łokcie zapłacę 2 razy 50 to jest, 60, zapłacę przeto wszystki go zł. 60 i zł. 8 czyli 68.

2re. Ponieważ zero w dodawaniu 8 do 60 nie znaczy, można je w działaniu opuścić, pisząc 6 dziesiątków zamiast 60 jedności, iak następujący wzór wystawia.

34	
2	
—	
68.	

Albo tak. Gdybym płacił łokieć po 4 jedności, więc za 2 łokcie dałbym 2. 4 = 8, lecz płacę iesz za łokieć po 3 jedności dziesiątne, więc za 2 łokcie dam ieszcze 2 × 3 ied. dzies. = 6 ied: dziesiąt. więc wszystki go zapłacę 68.

Inne przykłady.

Mnożna	32	12	43	432	1234
Mnożnik	3	4	2	3	2 i t. d.
Iloczyn.	—	—	—	—	—

27.

Zagadnienie. Ile czynią złotych, 4 cz. zł. rachując 1 cz. zł. po złotych 18?

Odpowiedź. Ponieważ 1 cz. zł. czyni zł. 18, więc 4 cz. zł. uczynią $4 \cdot 18 = 72$ zł.

Wzór działania.

$$\begin{array}{r} 18 \text{ Mnożna} \\ 4 \text{ Mnożnik} \\ \hline 32 \\ 40 \\ \hline 72. \end{array}$$

Gdyby 1 cz. zł. czynił tylko 8 zł, 4 cz. zł. uczyniłyby $4 \cdot 8 = 32$., ale że jeszcze 1 cz. zł. czyni zł. 10, więc 4 uczynią jeszcze $4 \cdot 10 = 40$., zatem wszystkiego złotych 72.

Wzór drugi. 18

Albo tak.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 72 \text{ Iloczyn.} \end{array}$$

Gdyby 1 cz. zł. czynił tylko 8 zł, 4 cz. zł. uczyniłyby $4 \cdot 8 = 32$ zł. czyli 2 jedności i 3 dziesiątki: 2 jedności piszę pod jednościami, a 3 dziesiątki dodam potem do dziesiątków, ale 1 cz. zł. czyni jeszcze 10 zł, czyli 1 dziesiątek zł, więc 4 uczynią 4 dziesiątki, do których dodawszy 3 dziesiątki, które wypadły z rozmnożenia 8. 4, będzie dziesiątków 7. Będzie więc wszystkiego zł. 72.

Inne przykłady.

Mnożna.	65	82	94	87	98	76
Mnożnik.	3	5	6	7	8	9
Iloczyny.	<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>

Zagadnienie. Kupię 4 konie po zł. 346
ileż zapłacę?

Odpowiedź. Za 4 konie zapłacę 4. 346

Wzór działania 346 Mnożna.

4 Mnożnik.

1384 Iloczyn.

Gdybym tylko płacił konia po 6 zł, więc
za 4 dałbym 4. 6 = 24.

4 jedności piszę pod jednościami, a 2 dzie-
siątki dodam potem do dziesiątków.

Lecz płacę jeszcze konia po 4 dziesiątki
złoty, więc za 4 dam 4. 4 dzies. zł. = 16 dzie-
siątków zł. Dodawszy do tych 16 dzies. 2 dzie-
siątki, które wypadły z rozmnożenia 6. 4, bę-
dzie 18 dziesiątków, czyli 8 dziesiątków i 1 sto:
8 dziesiątków piszę pod dziesiątkami, a 1 sto do-
dam potem do stów.

Płacąc nakoniec konia jeszcze po 3 sta,
dam za 4 konie 4. 3 sta = 12 stów.

Do tych 12 stów dodawszy 1 sto, które
mi wypadło z rozmnożenia 4 dziesiątki przez
4, będzie wszystkich stów 13 czyli 3 sta i 1
tysiąc, 3 sta pisze pod stami, a 1 tysiąc na mie-
scu tysięcy i będzie wszystkiego 1384 zł.

Inne Przykłady

Mnożne	789	2345	65728	123746
Mnożniki	3	4	6	9
Iloczyny.				
Mnożne	897698	439696	985679876	
Mnożniki.	6	8	9	
Iloczyny.				

t. i. sto razy więcej sztuk, więc i sto razy więcej cz. zł. dostanie, zrobi się zaś 24 sto razy większe, dodając dwa zera.

Wreszcie, powiedzieliśmy wyżej, że dwa czynniki iakożkolwiek przez siebie rozmnożone dają zawsze iednakowy iloczyn, jeżeli się więc trafią takowe czynniki, iż ieden z nich będzie złożony z cyfr i zer, a drugi będzie tylko samą cyfrą, dosyć będzie przez cyfrę pomnożyć cyfry, a w iloczynie tyle zer dodać, ile ich było w czynniku złożonym z cyfr i zer.

Inne przykłady.

	8	7	9
Mnożne	900	28000	786000
Mnożniki	<u>7200</u>	<u>196000</u>	<u>7074000.</u>
Iloczyn			
<i>Albo</i> Mnożne	900	28000	786000
Mnożniki	8	7	9
	<u>7200</u>	<u>196000</u>	<u>7074000.</u>
Iloczyn			

30.

Zagadnienie. Ile kosztuje 40 pak różnych towarów, kiedy każda kosztuje 300 zł.?

Odpowiedź. 40 pak towarów po 300 zł. kosztuje 40×300 .

$$\begin{array}{r} \text{Wzór.} \quad - \quad 300 \text{ Mnożna} \\ \quad \quad \quad 40 \text{ Mnożnik} \\ \hline 12000 \text{ Iloczyn.} \end{array}$$

Gdyby paka kosztowała 3 zł, więc 40 kosztowałyby $40 \times 3 = 120$.

Lecz każda paka kosztuje 300 zł, t. i : sto razy więcej niż 3, więc i 40 będą kosztowały i sto razy więcej, niż 120, to jest 12000.

Jeżeli więc czynniki złożone są z cyfr i zer dosyć jest cyfry przez siebie rozmnożyć, a w iloczynie tyle zer dodać, ile ich było razem w czynnikach, co podobnież wyżej było. Dobrze także jest w mnożniku z zerami wystąpić na prawą i pisać je za zerem mnożnej, bo tym sposobem prędzej je zrachować można *np.*

Mnożne	526000	4620000	60
Mnożniki	8 0	7 000	78 000
	26080000		

Iloczynny.

51.

Zagadnienie. Gospodarz najmuje na dzień 23 robotników, płacąc każdemu na dzień po groszy 46, ileż zapłaci wszystkim ?

Odpowiedź. 23 robotnikom płacąc na dzień po groszy 46 zapłaci 23×46 .

Wzór działania. 46 Mnożna
23 Mnożnik

$$\begin{array}{r} 138 \text{ Iloczyn } 46 \times 3 \\ 920 \text{ Iloczyn } 46 \times 20 \\ \hline 1058 \text{ Iloczyn } 46 \times 23. \end{array}$$

Gdyby ten gospodarz tylko był niał 3 robotników, byłby im zapłacił $3 \times 46 = 138$. Lecz, że nadto niał 20, więc im zapłaci jeszcze $20 \times 46 = 920$, zapłaci więc wszystkiego 138 i 920, to jest 1058.

Uwaga. Ponieważ zero w dodawaniu nie ma znaczenia, więc w mnożeniu można je opuścić; iak jest w następującym wzorze.

D 2

$$\begin{array}{r}
 46 \\
 23 \\
 \hline
 138 \text{ Jloczyn } 46 \times 3. \\
 92 \text{ Jloczyn } 46 \times 2 \text{ dziesiątki.} \\
 \hline
 1058
 \end{array}$$

Inne przykłady.

Mnożne	56	87	98	67	96
Mnożniki	<u>48</u>	<u>72</u>	<u>87</u>	<u>98</u>	<u>78</u> it.d.
Jloczyny.					

32.

Zagadnienie. Pułkownik zakupił dla swego pólku 674 koni po 583 zł, ileż dał za te konie ?

Odpowiedź. Za koni 674 po 583 dał 674×583 zł.

Wzór działania.

$$\begin{array}{r}
 583 \text{ Mnożna} \\
 674 \text{ Mnożnik} \\
 \hline
 2332 \text{ Jloczyn } 583 \times 4. \\
 40810 \text{ Jloczyn } 583 \times 70. \\
 349800 \text{ Jloczyn } 583 \times 600. \\
 \hline
 392942 \text{ Jloczyn } 583 \times 674.
 \end{array}$$

Za 4 konie byłby dał $4 \times 583 = 2332$.

Za 70 koni byłby dał $70 \times 583 = 40810$.

Nakoniec za 600 koni dałby $600 \times 583 = 349800$.

więc da za 674 po 583 zł. $674 \times 583 = 392942$.

Zera w tym przykładzie znowu opuściwszy będzie :

$$\begin{array}{r}
 583 \\
 674 \\
 \hline
 2332 \text{ Iloczyn } 583 \times 4 \\
 4081 \text{ Iloczyn } 583 \times 7 \text{ dziesiątków} \\
 3498 \text{ Iloczyn } 583 \times 6 \text{ stów.} \\
 \hline
 392942.
 \end{array}$$

Tego sposobu trzeba się trzymać w jakimkolwiek przykładzie mnożenia. *Iloczyn* wypadający z rozmnożenia mnożnéy przez jedności mnożnika, pisze się, iak zwyczajnie pod linią.

Jedności iloczynu mnożnéy przez dziesiątki mnożnika podpisują się pod dziesiątkami pierwszego iloczynu.

Jedności iloczynu mnożnéy przez sta mnożnika podpisują się pod stami pierwszego iloczynu i t. d.

Inne przkłady.

Mnożne	3568	4865	94587	84950
Mnożniki	<u>485</u>	<u>7948</u>	<u>5694</u>	<u>6386</u> oo i t. d.
Iloczyny.				

33.

Zagadnienie. Koń uciągnąć może 598 funtów ciężaru; 207 koni ileż uciągną funtów?

Odpowiedź. 207 koni uciągną 207×598 .

Wzór działania. 598

$$\begin{array}{r}
 207 \\
 \hline
 4180 \text{ Iloczyn } 598 \times 7. \\
 1196 \text{ Ilocz. } 598 \times 2 \text{ sta} \\
 \hline
 125786 \text{ Iloczyn } 598 \times 207.
 \end{array}$$

Uwaga. W tym przykładzie mamy tylko dwa iloczyny cząstkowe: pierwszy iloczyn mnożny przez jedności mnożnika; drugi iloczyn mnożny przez sta mnożnika. Iloczynu zaś mnożny przez dziesiątki mnożnika nie masz, bo w mnożniku nie masz dziesiątków. Jedności zatem iloczynu mnożny przez sta mnożnika podpisują się podług poprzedzającego prawidła pod stami pierwszego iloczynu cząstkowego.

Gdyby przyszło mnożyć 3457 przez 2003, ponieważ w mnożniku są tylko jedności i tysiące, będziemy też tylko mieli dwa iloczyny cząstkowe, to jest: iloczyn mnożny przez jedności mnożnika i iloczyn mnożny przez tysiące mnożnika, zaś jedności ostatniego podpiszemy pod tysiącami pierwszego iloczynu, iak wzór pokazuje.

$$\begin{array}{r}
 3457 \\
 2003 \\
 \hline
 10371 \text{ Iloczyn } 3457 \times 3 \text{ jedności.} \\
 6914 \text{ Iloczyn } 3457 \times 2003 \\
 \hline
 6924371 \text{ Iloczyn } 3457 \times 2003.
 \end{array}$$

Inne przykłady.

Mnożne	8568	987072	8596673
Mnożniki	4003	40006	3000009
Iloczyny.	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>

Przykłady dla wprawy.

- | | | | |
|-----|------------|---|---------|
| 1). | 673498 × 2 | ≡ | 1346996 |
| 2). | 536042 × 3 | ≡ | 1608126 |
| 3). | 249873 × 4 | ≡ | 999492 |
| 4). | 739864 × 5 | ≡ | 3699320 |

5).	980703X6	==	5884218
6).	476358X7	==	3334506
7).	854367X8	==	6834936
8).	370895X9	==	3338055
9).	3276X68	==	222768
10).	68079X75	==	5105925
11).	12305X86	==	1058230
12).	67345X92	==	6195740
13).	123X123	==	15129
14).	345X345	==	119025
15).	1456X679	==	988624
16).	2768X705	==	1951440
17).	6325X274	==	1733050
18).	2987X895	==	2673365
19).	6789X630	==	4277070
20).	2834X604	==	1711736
21).	67054X8009	==	537035486
22).	5346X5346	==	28579716
23).	6789X6789	==	46090521
24).	98765X4635	==	457775775
25).	53241X2738	==	145773855
26).	64137X4060	==	260396220
27).	539863X76000	==	41029588000
28).	905675X908006	==	825082352050
29).	4327098X997875	==	4317902916750

Przydatek do trzech rezdziałów poprzedzających.

Zagadnienie 1. Czerwonych złotych 2369, talarów 2, złotych 5, groszy miedzianych 24, ile uczynią samych groszy miedzianych, rachując 1 czer. zł. po 3 talary; 1 talar po 6 zł, a 1 złoty po 30?

Od. Czer. zł. 2369 czyni tal. $2369 \times 3 = 7107$

Do 7107 talarów dodawzzy 2 $= 7109$

7109 talarów czynią złotych $7109 \times 6 = 42654$

Do 42654 złotych dodawszy 5 zł. będzie = 42659
 42659 złotych uczynią gr. $42659 \times 30 = 1279770$

Do 1279770 dodawszy 24 gr, sum uczyni 1279794

Zagadnienie 2. Pewny K. piec czworakie-
 go gatunku zboża kupił:

Pierwszego gatunku 5834 korcy po zł. 8.

Drugiego gatunku 1389 korcy po zł. 6.

Trzeciego gatunku 2763 korcy po zł. 10.

Czwartego gatunku 943 korcy po 7 zł.

Miesza razem te cztery gatunki i przedaie
 korzec po zł. 11, ileż zyska wszystko przeda-
 wszy ?

Odp. Za korcy 5834 po zł. 8 dał $5834 \times 8 = 46672$.

Za korcy 1389 po zł. 6 dał $1389 \times 6 = 8334$

Za korcy 2763 po zł. 10 dał $2763 \times 10 = 27630$

A za kor. 943 po zł. 7 dał $943 \times 7 = 6601$

Wydał zatem za korcy 5834 zł. 46672

1389 - - - 8334

2763 - - 27630

943 - - 6601

Summa korcy 10929. zł. 89237.

Ponieważ wszystkie gatunki miesza i
 korzec po zł. 11 przedaie, więc za 10929 kor-
 cy wźmie $10929 \times 11 = 120219$ zł.

Ze zaś za zboże wydał 89237

więc ma zysku zł. 30982.

R O Z D Z I A Ł VI.

O przedsem odeymowaniu. czyli dzieleniu.

34.

Zagad. Za 8 zł. kupiła pewna osoba płótna,
 płacąc łokieć po złotych 2, ile kupiła łokci?

Odpowiedź. Z 8 zł. odiawszy zł. 2 na zapłacenie 1 łokcia płótna, zostanie jeszcze zł. 6.

Z tych 6 zł. odiawszy znowu 2 na zapłacenie 2go łokcia, zostanie jeszcze zł. 4. Z tych 4 odiawszy znowu 2 zł, na zapłacenie 3go łokcia, zostanie jeszcze 2 zł. Z tych 2 odiawszy znowu 2 na zapłacenie 4go łokcia, nic się nie zostanie.

Zatém kupiła ta osoba za 8 zł. 4 łokcie płótna. I w saméy rzeczy, ponieważ 1 łokieć kosztuje 2 zł, 4 łokcie kosztują 4 razy $2 = 8$.

Wzajemnie, gdybym wiedział, że ta osoba kupiła 4 łokcie płótna za 8 zł, doszedłbym tymże sposobem, ile łokieć kosztuje.

Zakładam *np.* iż płaciła łokieć po złotemu, więc za 4 łokcie byłaby zapłaciła 4 zł. Te 4 zł. odciągamy od 8. zostaną jeszcze 4 zł.

Zakładam powtóre, iż łokieć płaci po złotemu, więc za 4 łokcie zapłaci 4 zł.

Te 4 zł. odiawszy od 4, nic nie zostanie, więc łokieć kosztuje 2 zł.

Jakoż płacąc za 1 łokieć 2 zł, zapłacić ta osoba musiała za 4 łokcie, $4 \times 2 = 8$ zł.

Podobnie rozumowałbym, gdyby mi większa liczba podana była, *np.*

Kupił kto sukna za 72 zł. łokieć płacił po 8 zł, ile kupił łokci?

Odejmuję cenę 1 łokcia, t. i. 8 zł. od 72 ceny wszystkich następującym sposobem:

72
8 za 1wszy łokieć.

64

8 za 2gi łokieć.

56

8 za 3ci łokieć

48

8 za 4 łokieć.

40

8 za 5ty łokieć

32

32

8 za 6ty lok.

24

8 za 7my lok.

16

8 za 8my lok.

8

8 za 9ty lok.

8

8

0.

8. odięło się zatem od 72 razy 9, więc 9 łokci ta osoba kupiła.

Wzajemnie, gdybym wiedział, że ta osoba kupiła 9 łokci sukna za 72 zł, doszedłbym, po czemu łokieć płaciła?

Założmy, że łokieć kosztuje złoty, więc 9 łokci kosztuje 9 zł.

Te 9 zł. odejmuję następnie od 72 zł. Daje się odciągnąć 8 razy, 1 zatem złoty za każdy łokieć odciągnę 8 razy, więc łokieć kosztuje 8 złotych.

Jakoż, kiedy łokieć płacę po 8 zł, więc za 9 łokci zapłacę $9 \times 8 = 72$ zł.

Inne przykłady.

1. Talar zamyka 6 zł, 48 zł. ile uczynią talarów?

2. Złoty zamyka 30 groszy, 90 groszy ile uczynią złotych?

3. Czerwony złoty waży 18 zł, 72 zł. ile uczynią czer. zł.

Zagadnienie. Pewna osoba kupiła zboża za 189³⁶ zł, korzec płaci po zł. 12, ile korcy kupiła?

Odpowiedź. Abym się dowiedział, ile ta osoba korcy kupiła, muszę odjąć 12 zł, t. i. cenę 1 korca, od 189³⁶, ceny wszystkich korcy.

Takowa robota zabierałaby wiele miejsca i czasu i różnaitém omyłkóm podlegałaby. Trzeba więc szukać sposobu krótszego, którymbyśmy to i inne temu podobne zagadnienia rozwiązać mogli.

Tym końcem wracam się do pierwszego zagadnienia.

Za 8 zł. kupiła pewna osoba płótna, płacąc łokieć po zł. 2, ile kupiła łokci?

Łód. 2 można odjąć zupełnie od 8 zł. 4 razy, więc 8 daie się rozdzielić na 4 kupki lub części, z których każda zamyka 2 zł.

2re. 2 rozmnożywszy przez 4 = 8.

Ście. Dwie liczby są tu zadane 2 i 8, które z mnożenia nam są wiadome. Ponieważ $2 \times 4 = 8$. Czynniki 2 i iloczyn 8 są w tém zagadnieniu wiadome liczby, szukamy drugiego czynnika, który znaleźlim odeymuiąc 2 zł. od 8 zł.

Wiedząc teraz, iż w zagadnieniach tego gatunku zadane bywają, i czynnik i iloczyn, można się obeysdź bez następnego odeymowania, aby znaleśdź czynnik drugi.

Dosyć iest rozdzielić iloczyn na kilka części równych, z którychby każda tyle w sobie iedności zawierała, ile ich czynnik wiadomy zamyka. Liczba tych części równych iest czynnikiem szukanym, np. 8 daie się rozdzielić na 4 równe części, a każda zamyka 2 iedności, t. i

tyle, ile ich czynnik wiadomy zawiera, że zaś tych równych części jest 4, więc 4 jest drugim czynnikiem.

Wzajemnie gdy wiadome są liczby 4 i 8, znajdzie czynnik drugi dzieląc iloczyn 8 na tyle, ile się da dzielić, części równych, z którychby każda zawierała 4 iedności. Takich części jest 2; więc 2 jest czynnikiem drugim, bo $4 \times 2 = 8$.

Kto więc umie dokładnie mnożyć, bez wszelkiéy trudności zagadnienia tego gatunku rozwiąże. Gdyby np. przyszło rozwiązać następujące zagadnienie: *dano 72 zł. do podzielenia zarówno między 9 osób, ile się każdej dostanie?* zwrócilibyśmy uwagę na iloczyn 72 i czynnik 9. Wiedząc, że 72 powstało z rozmnożenia 9×8 ; powiedzielibyśmy, iż każdej osobie dostanie się po 8 zł. Inaczej musielibyśmy dla każdej osoby odeymować po złotemu, t. i. od 72 odjąć 9, potem znowu 9 i t. d. póty odeymować 9, pókiby się nic nie zostało.

36.

Działanie, za pomocą którego, mając wiadomy iloczyn i czynnik, szukamy drugiego czynnika, zowie się *dzieleniem*, dla tego, że, chcąc rozwiązać takowe zagadnienia, trzeba iloczyn dany dzielić na pewną liczbę części równych np. 72 dzielimy na 9 równych części, z których każda zamyka 8.

Liczbę, którą potrzeba dzielić na części równe, zwać będziemy odtąd liczbą *dzielną* lub *podzielną*; czynnik wiadomy *dzielnikiem*, a niewiadomy *ilorazem*, dla tego, że, chcąc np. 72 podzielić na 9 równych części, musimy się wprzód zastanowić, ile razy 9 mieści się w 72,

lub ile razy 9 powinno być wzięte, aby uczyniło 72: więc 72 jest dzielna, 9 dzielnikiem a 8 ilorazem.

37.

Co więc mnożenie składa, to dzielenie rozkłada, dzielenie jest więc przeciwnem mnożeniu, tak jak odliczenie przeciwnem jest liczeniu, lub odejmowanie dodawaniu. Łatwo odlicza ten, który dobrze liczyć umie; podobnież prędko się poymie dzielenie, jeżeli się mnożenie gruntownie poięło.

Odliczenie tam się zaczyna, gdzie się liczenie kończy, dzielenie także od tych liczb się zacznie, na których się mnożenie skończyło. A iako cząstkowe mnożenia ułatwiały nam robotę, tak i cząstkowe dzielenia to na pozór nowe działanie ułatwią.

38.

Ponieważ $2 \times 4 = 8$; więc 8 jest 4 razy większe niżeli 2, czyli 2 jest 4 razy mniejsze od 8, i wzajemnie 4 jest 2 razy mniejsze niż 8, a 8 jest 2 razy większe od 4, t. i. szukany iloraz tyle razy jest mniejszy od dzielny, ile dzielnik ma iedności. Zatem dzielić 8 przez 2, to samo znaczy co szukać, ile razy 2 mieści się w 8, albo szukać liczby 2 razy mniejszey od 8, albo szukać liczby, któraby rozmnożona przez 2 uczyniła 8, albo rozdzielić 8 na 2 równe części, albo 2 odejmować poty od 8, póki się nie zostanie.

Wprawiajmy się w te sposoby mówienia na następujących przykładach.

Zagadnienie. 18 zł. ile czynią talarów; rachując na 1 talar zł. 6?

Odpowiedź. Talar czyni zł. 6, więc 18 zł. tyle uczynią talarów, ile razy można odjąć 6 od 18 t. i. 3 talary.

Albo. Dzielę 18 na części, aby w każdej było po 6 zł, takich jest 3, więc 18 zł. czynią 3 talary.

Albo. 18 wypada, mnożąc 6 przez 3, więc te 3 pokazują liczbę talarów.

Albo. Ponieważ iloraz tyle razy mniejszym być powinien od dzielnej, ile dzielnik zamyka iedności, więc iloraz szukany w tym przykładzie powinien być 6 razy mniejszy od 18, ten zatem jest 3.

Nakoniec, ponieważ 6 zł. czynią 1 talar, więc 18 zł. tyle uczynią talarów, ile razy 6 mieści się w 18, więc 18 trzeba podzielić przez 6.

Inne przykłady. 12 zł. polskich ile czynią zł. niemieckich czyli ryńskich, rachując na ieden złoty ryński 4 zł. polskie?

56 zł. czynią rublów 8; ileż złotych rachując się na 1 rubel?

1 rubel czyni 7 zł, 56 zł. ile uczynią rubli? kupiono zboża za zł. 42, płacąc korzec po zł. 7; ileż kupiono korcy?

Za 42 zł. kupiono 6 korcy zboża, po cze ma korzec?

39.

Aby się jeszcze lepiéy wprawié w prędkie wynaydowanie ilorazu i umieć rozróżniać pytania wyciągające mnożenia lub dzielenia, trzeba się oswoić z tablicą następującą. Nie jest

cała wypisana; ale na wzór tablicy mnożenia, łatwo iéy dopełnić można.

Znaku używa się w niéy nowego,:

Te dwie kropki między dzielnikiem i dzielną położone, znaczą dzielenie, tak iak iedna między czynnikami mnożenie oznacza *np.* $2 : 4 = 2$. bo 4 podzieliwszy przez 2 równe 2.

Zagadnienia trzeba sobie zadawać przez cały ciąg tablicy, *np.* kupił ktoś iablek za 8 groszy, płacił 1 iablko po 2 grosze, ile iablek kupił?

Odpowiedź. Tyle iablek kupił, ile razy 2 mieści się w 8, więc kupił 4.

Jakoż dawszy za 1 iablko 2 grosze, więc za 4 przyydzie dadź 8 groszy i t. d.

W każdym zagadnieniu trzeba szukać, dzielney, dzielnika i ilorazu i uważać, iak się te liczby w mnożenin nazywaią.

TABLICA			DZIELENIA]		
2: 6	=	3	3 : 6	=	2
2: 14	=	7	7 : 14	=	2
2: 20	=	10	10 : 20	=	2
3: 15	=	5	5 : 15	=	3
3: 21	=	7	7 : 21	=	3
3: 30	=	10	10 : 30	=	3
4: 20	=	5	5 : 20	=	4
4: 28	=	7	7 : 28	=	4
4: 36	=	9	9 : 36	=	4
4: 40	=	10	10 : 40	=	4
<i>Dzielniki</i> 5: 30	=	6	<i>Dzielniki</i> 6 : 30	=	5
5: 40	=	8	8 : 40	=	5
5: 45	=	9	9 : 45	=	5
5: 50	=	10	10 : 50	=	5
6: 42	=	7	7 : 42	=	6
6: 48	=	8	8 : 48	=	6
6: 54	=	9	9 : 54	=	6
7: 63	=	9	9 : 63	=	7
7: 70	=	10	10 : 70	=	7
8: 64	=	8	8 : 64	=	8
8: 72	=	9	9 : 72	=	8
9: 81	=	9	9 : 81	=	9
10: 100	=	10	10 : 100	=	10
10: 1000	=	100	100 : 1000	=	10.

Uwaga. Wiemy z tablicy, że $2 : 6 = 3$. Pomnożmy teraz tak dzielnik, jak i dzielną np. przez 4; wypadnie dzielić 8: $24 = 3$. Ten sam jest iloraz po rozmnożeniu dzielnika i dzielny przez 4, który był pierwéy. Rozmnożmy znowu przez 2, 3, 5, 6 it.d. lub przez iakąkolwiek liczbę, a zawsze iednakowy iloraz wypadnie. Podó.

Podobnież dzielimy przez iakąkolwiek liczbę tak dzielnik, iak i dzielną, a iloraz będzie ten sam, co przed dzieleniem *np.*

$8 : 24 = 3$. Dzielimy tak dzielnik 8 iako i dzielną 24 przez 2, wypadnie $4 : 12 = 3$. dzielimy teraz przez 4, będzie $1 : 3 = 3$.

Ze to można twierdzić o wszelkich przykładach dzielenia, następujące pokazuje rozumowanie.

1 iedność mieści się w każdéy liczbie tyle razy, ile ta liczba ma iedności *np.* $1 : 4 = 4$

$$1 : 8 = 8$$

$$1 : 12 = 12.$$

każda zaś liczba w sobie saméy mieści się raz, *np.* $2 : 2 = 1$

$$5 : 5 = 1 \text{ i t. d.}$$

Weźmy teraz przykład: $1 : 3 = 3$.

Rozmnożmy dzielnik i dzielną przez 2, wypadnie, $1 \times 2 : 3 \times 2 = 3$ czyli $2 : 6 = 3$.

Rozmnożmy znówu przez 5, wypadnie $1 \times 2 \times 5 : 3 \times 2 \times 5 = 3$ czyli $10 : 30 = 3$.

Widać oczywście, że 10 w 30 mieści się tyle razy, ile 1 we 3. Bo dzielnik 10 da się inaczéy wyrazić $1 \times 2 \times 5$, dzielna zaś 30 da się wyrazić $3 \times 2 \times 5$, więc iloraz w tym przypadku jest $3 \times 1 \times 1$ czyli 3.

Podobnież dzielimy dzielnik i dzielną przez 5 w przykładzie $10 : 30 = 3$, wypadnie $2 : 6 = 3$ czyli $1 \times 2 : 3 \times 2 = 3 \times 1$ czyli 3.

Można więc dzielnik i dzielną przez iakąkolwiek liczbę rozmnożyć lub podzielić, nie odmieniając ilorazu.

46.

Zagadnienie. 2 uczniów mają między siebie podzielić 24 iablek, ileż na iednego przypadnie?

E

Odpowiedź. Gdyby ci uczniowie 20 iabłek byli dostali; wzięłby każdy połowę 20 to jest 10, ale dostali nadto 4, więc każdy weźmie jeszcze 2, mają zatem po 12 iabłek.

Jakoż obadwa mają iabłek 24.

Z pamięci trzeba rozwiązać to i następujące zagadnienia:

$$\begin{array}{ll} 2 : 62 = 31 & 3 : 63 = 21 \\ 2 : 84 = & 3 : 33 = \\ 2 : 48 = & 3 : 96 = \text{i t. d.} \end{array}$$

Chcąc takowe przykłady robić na tablicy, trzeba dzielną odłączyć od dzielnika i ilorazu dwiema linijkami, iak wzór pokazuje. Dzielnik pisze się po lewéy, a iloraz po prawéy ręce.

Wzór działania.

$$\begin{array}{r|l} \text{Dzk.} & \text{Dzielna.} \\ 2 & \left| \begin{array}{l} 24 \\ 20 \end{array} \right| \begin{array}{l} 10 \\ 2 \end{array} \\ \hline & 4 \quad 12 \text{ Iloraz.} \\ & \underline{4} \\ & 0. \end{array}$$

Połowa 20 jest 10, bo $2 \times 10 = 20$. To 20 podpisuję pod dzielną i odciągam, zostaje 4. Połowa 4 jest 2, bo $2 \times 2 = 4$.

Więc całkowity iloraz jest $10 + 2$ czyli 12.

Inne przykłady.

$$\begin{array}{llll} \text{Dk.} & \text{Dna.} & \text{Ilor.} & \text{Dk.} & \text{Dna.} & \text{Ilor.} & \text{Dk.} & \text{Dna.} & \text{Ilor.} \\ 2 & |62| & & 3 & |63| & & 3 & |96| & \end{array}$$

Uwaga. Można tę robotę skrócić, biorąc dziesiątki za iedności dziesiątne, np.

Wzór.

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 24 \quad | \quad 12 \\
 \hline
 & 2 \quad | \\
 \hline
 & 4 \\
 & \underline{4} \\
 & 0
 \end{array}$$

Połowa 2 iedności dziesiątnych jest 1 iedność dziesiątna; bo $1 \times 2 = 2$. Tę 1 iedność dziesiątną piszemy, gdzie iloraz stać powinien.

Połowa 4 jest 2, bo $2 \times 2 = 4$. To 2 piszemy przy 1 iedn: dziesiątny, więc całkowity iloraz jest 12.

Powyższe przykłady trzeba na ten sposób powtórzyć. Równie dzielenie jest łatwem, kiedy dzielna składa się z kilku gatunków iedności, np.

Zagadnienie. Dano 864 zł. do podzielenia zarówno między 2 zasłużonych żołnierzy, ileż się każdemu z nich dostanie?

Odpowiedź. Każdy dostanie połowę 864 zł, więc 864 trzeba podzielić przez 2.

Wzór działania.

$$\begin{array}{r|l}
 2 & 864 \quad | \quad 400 \\
 \hline
 & 800 \quad | \quad 30 \\
 \hline
 & 64 \quad \quad \quad \underline{2} \\
 & 60 \\
 & \underline{4} \\
 & 4 \\
 & \underline{4}
 \end{array}$$

Połowa 8 stów jest 400, bo $2 \times 400 = 800$. To 800 odciągamy od 864, zostanie jeszcze do podzielenia 64.

Połowa 60 jest 30, bo $2 \times 30 = 60$. To 60 odciągamy od 64, zostanie do podzielenia 4,

E 2

4 połowa jest 2, więc iloraz jest $400 \div 30 \div 2$
czyli 432. Jakoż $2 \times 432 = 864$.

Sposób 2gi

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 864} \quad | \quad 432 \\
 \underline{8} \\
 6 \\
 \underline{6} \\
 4 \\
 \underline{4} \\
 \\
 \dots
 \end{array}$$

Biorę naprzód połowę 8 iedności setnych, a ta jest 4 iedności setne, które napisawszy na miejscu ilorazu, mnożę przez dzielnik 2, a iloczyn 8 iedności setnych odciągąm od 8 iedności setnych i nic nie zostanie. Spuszczam potem do podzielenia 6 iedności dziesiątnych, które przez dzielnik 2 podzieliwszy, wypadną na iloraz 3 iedności dziesiątne, które przy iedności setnych wypisuję i mnożę przez 2, iloczyn 6 odciągnąwszy od 6 iedności dziesiątnych, nic nie zostanie, nakoniec spuściwszy 4 i podzieliwszy przez 2, wypadnie iloraz 2, którego rozmnożywszy przez dzielnik 2 a iloczyn odciągnąwszy od 4, nic nie zostanie, więc każdy żołnierz dostanie 432.

Inne przykłady.

Przez 2 podzielić 246

8462

24684 i t. d.

przez 3 podzielić 963

6999

39696 i t. d.

przez 4 podzielić 4484

8844 i t. d.

Zagadnienie. Kraj pewien zamyka 1'500000 mieszkańców założywszy, iż 5 osób składa iedną familią, ileż ten kraj żywi familii?

Odpowiedź. Familiia iedna składa się z 5 osób, więc piąta część 1'500000 mieszkańców wskaże ilość familii tego kraiu, trzeba zatem 1'500000 podzielić przez 5.

Uwaga 1. W tym przykładzie znajduie się w podzielny iedna iedność milionowa, ale iloraz iey mieć nie może, bo wypada 1 iedność milionową na 5 części rozdzielić, tu więc trzeba zacząć dzielić dwie pierwsze cyfry w dzielny, to iest 15 kroć sto tysięcy. Podobnież postąpić sobie należy we wszystkich przykładach, w których pierwsza cyfra dzielny mniejsza iest od dzielnika.

Uwaga 2. W dzielny zadaney nie masz dziesiątków i iedności tysięcy, nadto nie masz stów, dziesiątków i iedności prostych, w ilorazie więc także na miejscu dziesiątków, iedności tysięcy, stów, dziesiątków i iedności prostych będą zera.

Wzór działania $5 \overline{) 1500000} 300000$

Zatem kraj ten liczy familii 300000. Jakoż $5 \times 300000 = 1'500000$.

Inne przykłady.

Przez 3 podzielić 1'200300.
 4 . . . 1600000 i t. d.

Zagadnienie. W pewnym kraju konsumuje się co rok 4500000 korcy zboża, założywszy, iż 1 osoba potrzebuje na rok 3 korcy, ileż w tym kraju jest mieszkańców?

Odpowiedź. Ponieważ każdy mieszkaniec, okrągło rachując potrzebuje 3 korcy zboża, więc trzecia część 4500000 korcy wskaże ilość mieszkańców, wypadła więc 4500000 dzielić przez 3.

Uwaga. Podzieliwszy 3 miliony przez 3, wypadnie na iloraz 1 milion, ale się jeszcze zostanie do podzielenia 1 milion. Ten 1 milion rozkładam na 10 kroć sto tysięcy, a w dzielny zadany jest jeszcze prócz tego 5 kroć sto tysięcy, więc wszystkich kroci jest 15, które podzieliwszy przez 3, wypadnie na iloraz 5 kroć sto tysięcy, i t. d. Podobnie postępować sobie należy we wszystkich przykładach, w których podzieliwszy jaki gatunek jedności przez dzielnik, zostanie jeszcze 1 lub więcej jedności do podzielenia. Zawsze pozostałe jedności obrotą się na jedności następującego gatunku, i razem przez dzielnik podany dzielą się.

Wzór działania.

$$\begin{array}{r|l} 3 \quad | \quad 4500000 \quad | \quad 1500000. \\ \quad \quad | \quad 3 \quad \quad \quad | \\ \quad \quad | \quad \hline \quad \quad | \quad 15 \quad \quad \quad | \\ \quad \quad | \quad \quad \quad \quad | \\ \quad \quad | \quad 15 \quad \quad \quad | \\ \quad \quad | \quad \quad \quad \quad | \\ \quad \quad | \quad \hline \quad \quad | \quad 0. \quad \quad \quad | \end{array}$$

3 mieści się w 4 milion: 1: bo $1 \times 3 = 3$ które 5 odciągnąwszy od 4, zostaje jeszcze 1 jedność milionowa do podzielenia, obróciwszy ją

na 10 kroć sto tysięcy i dodawszy 5 kroć sto tysięcy, wypada przez 3 dzielić 15 kroć sto tysięcy, trzecia część tychże jest 5 kroć sto tysięcy, które w ilorazie wypisuję przy 1 milio-
nie, że zaś na miejscu następujących gatunków
jedności w dzielnéy są zera, więc ich podobnie
tyle w ilorazie wypisać należy.

Inne przykłady.

Przez 2 podzielić	7954
2	37598
2	13570
3	1194 i t. d.

43.

Zagadnienie. Wierzyciel czyli kredytor po-
zwala dłużnikowi częściami równemi na 6 rat
wypłacać sobie 648 cz. zł. ileż na każdą ratę przyy-
dzie dłużnikowi zapłacić ezer. złotych?

Odpowiedź. Dłużnik zapłaci Wierzycie-
lowi na każdą ratę szóstą część 648 ezer. zł,
trzeba więc 648 podzielić przez 6.

Uwaga. Podzieliwszy 6 stów przez dzielnik 6,
wypadnie jeszcze dzielić 4 dziesiątki przez 6, lecz
oczywista jest, że szósta część 4 dziesiątków
nie będzie dziesiątkiem, więc w ilorazie dzie-
siątków nie będzie; zatem na miejscu dziesiąt-
ków położymy zero. Że zaś oprócz 4 dziesiąt-
ków czyli 40 jedności jest jeszcze w dzielnéy
8 jedności, złożywszy więc 8 jedności, będzie
wszystkich jedności 48, które podzieliwszy przez
6, znajdziemy na iloraz 8 jedności.

Wzór działania $6 \left| \begin{array}{r} 648 \\ 6 \\ \hline 48 \end{array} \right. 108$

6 w 6 iednościach setnych mieści się 1,
 bo $1 \times 6 = 6$ odciagnawszy nie stów nie zostanie.

6 w 4 dziesiątkach nie mieści się, piszę
 więc wilorazie 0 na miejscu dziesiątków.

Złożywszy nakoniec do 4 dziesiątków czyli
 40 iedności nadto 8 iedności i podzieliwszy 48
 iedności przez 6, wypadnie na iloraz 8, całko-
 wity więc iloraz iest 108; dłużnik zatem zapła-
 ci na 1 ratę 108 cz. zł. Bo $6 \times 108 = 648$.

Inne przykłady.

Przez 2	podzielić	4116
3		9228
4		16344
4		804248
5		34025
5		48920
6		482516
7		112
7		3584
8		40048
8		8200344
9		4051341 i t. d.

44.

Zagadnienie. Na 15 osób dano 1845 zł.
 do równego działu, ileż się każdej dostanie?

Odpowiedź. Każdę dostanie się pientna-
 sta część 1845 zł, trzeba więc przez 15 podzie-
 lić summę daną 1845 zł.

$$\begin{array}{r}
 \text{Wzór działania} \quad 15 \quad | \quad 1845 \quad | \quad 123 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad | \quad 15 \quad | \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 34 \quad ' \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 50 \quad ' \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 45 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 45 \\
 \hline
 \end{array}$$

Uwaga 1. Ponieważ tylko 1 tysiąc dany iast do podzielenia na 15 osób, więc tysiące tym osobom nie dostaną się.

1 tysiąc czyni stów 10, oprócz tego w dzielney iest jeszcze stów 8, zatem wszystkich stów do podzielenia iest 18, które podzieliwszy na 15 osób, każda dostanie 1 sto, a tém samém wszystkie dostaną stów 15 zostanie się więc ieszcze do podzielenia stów 3, czyli dziesiątków 30; aże ieszcze w liczbie dzielney iest dziesiątków 4, wszystkich więc dziesiątków iest 34, które podzieliwszy na 15 osób, każda dostanie po 2 dziesiątki, a tém samém wszystkie wezmą 30 dziesiątków: zostanie się więc ieszcze do podzielenia 4 dziesiątki, czyli iedności 40, aże ieszcze w liczbie dzielney są 5 iedności, więc wszystkich iedności iest 45, które podzieliwszy na 15 osób, każda dostanie po 3 iedności, a zatem wszystkie dostaną 45 iedności i nie się do podzielenia nie zostanie.

Uwaga 2. Dla skrócenia tak się mówi popolicie: 15 w 18 mieści się raz, raz 15 iest 15: 15 od 18 zossaie się 3. Składam 4: 15 we 34 mieści się 2 razy: 2 razy 15 iest 30: 30 od 34, zostanie się 4. Składam 5. 15 w 45 mieści się razy 3: 3 razy 15 iest 45, odiawszy 45 od 45 nic się nie zostanie, zatem każda osoba będzie miała po zł. 123.

Inne przykłady.

Przez 16 podzielić 6976
 24 26424 i t. d.

45.

Zagadnienie. Pewne Towarzystwo kupców zyskuje co rok 106896 zł, ileż wynosi zysk miesięczny? Ponieważ rok dzieli się na 12 miesięcy; więc 12ta część 106896 będzie zyskiem miesięcznym; dzielić więc wypada 106896 przez 12.

Wzór działania

$$\begin{array}{r|l}
 12 & 106896 \\
 \hline
 & 96 \\
 \hline
 & 108 \\
 & 108 \\
 \hline
 & 96 \\
 & 96
 \end{array}
 \quad \Bigg| \quad 8908$$

Uwaga 1. Ponieważ 12 nie mieści się w dwóch pierwszych cyfrach dzielnej, więc podzielę przez 12 trzy pierwsze cyfry, i iloraz nie będzie zamykał stów tysięcy ani dziesiątków tysięcy, tylko jedności tysięcy, bo 12sta część 106 tysięcy jest 8 tysięcy, zaś 8 tysięcy rozmnożywszy przez 12, wypada 96 tysięcy które odiawszy od 106 tysięcy, zostanie 10 tysięcy czyli 100 stów, do tych 100 stów złożywszy 8 stów, przyjdzie dzielić 108 stów przez 12: dzielnik 12 mieści się zupełnie w 108 razy 9, bo $9 \times 12 = 108$. Złożywszy potem 9, widzę, iż 12 nie mieści się w 9, na miejsce więc dziesiątków piszę w ilorazie zero, do 9 dziesiątków czyli 90 jedności składam 6 jedności, i dzielę 96 jedno-

ści przez 12. Na iloraz wypada 8, bo $8 \times 12 = 96$, więc zysk miesięczny wynosi 8908 zł; bo $12 \times 8908 = 106896$.

Uwaga 2. Podobnież postąpić należy w przykładach, w których dzielnik składa się z więcej niż dwóch cyfr. Jeżeli się nie zmieści w takiéj liczbie cyfr dzielny, jaką sam zawiera, przybierze się następującą cyfrę dzielny.

Uwaga 3. Cośmy powiedzieli o zerach w ilorazie, rozwiązując zagadnienia, w których dzielnik ma tylko 1 cyfrę, to samo ma miejsce w zagadnieniach tych, w których dzielnik ma dwie, trzy, lub więcej cyfr, t. i. Kiedy w złożony cyfrze dzielny, dzielnik nie mieści się, na ten czas w ilorazie trzeba napisać 0, jak było w poprzedzającym przykładzie, gdzie 12 nie mieściło się w 9 dziesiątkach, w ilorazie zatem nie mogły bydz dziesiątki i na ich miejsce piśało się zero, i t. d.

Inne przykłady.

Przez 365	podzielić	133225
302		892108
814		92796
523		82634
2842		93786
3404		602508
5865		8222730
354		23833050 i t. d.

46.

Zagadnienie. 840 groszy miedzianych ile czynią złotych?

Odpowiedź. Złoty zamyka 30 groszy miedzianych, ile razy więc 30 groszy zmieści się w 840 groszach, tyle złotych mieć będą, wypada więc przez 30 dzielić 840.

Uwaga 1. W tym i podobnych przykładach można robotę zmniejszyć, przypominając sobie prawdę wyłuszczoną w uwagach nad tablicą dzielenia, iż dzielnik i dzielną można dzielić przez jakąkolwiek liczbę i t. d.

W przykładzie podanym podzieliwszy tak dzielnik, iako i dzielną przez 10 czyli przekreśliwszy zero w dzielniku i w dzielnej, wypadnie na iloraz 28.

Wzór działania ze zerem.			Bez zer.		
30	840	28	3	84	28
	60			6	
	240			24	
	240			24	
	

Inne przykłady.

Przez 200	podzielić	84600
42000		9628000
600		8496000
300		684352 i t. d.

Uwaga. W 3cim przykładzie dzielna ma wprawdzie 3 zera, ale dzielnik ma tylko dwa, ztąd tylko przez 100 można dzielić dzielnik i dzielną, a zatem w dzielnej przekreślą się tylko dwa zera, t. i. tyle, ile ich jest w dzielniku.

W przykładzie 4tym nie ma zera w dzielnej, ale że są w dzielniku, można przez 100 podzielić tak dzielnik iako i dzielną z tą różni-

3).	4 :	771348	=	192837
4).	5 :	964185	=	192837
5).	6 :	1157022	=	192837
6).	7 :	1349859	=	192837
7).	8 :	1542696	=	192837
8).	9 :	1735533	=	192837
9).	9 :	3338055	=	370895
<hr/>				
10).	48 :	180672	=	3764
11).	68 :	222768	=	3276
12).	75 :	5105925	=	68079
13).	86 :	1058230	=	12305
<hr/>				
14).	321 :	207045	=	645
15).	432 :	326392	=	756
16).	760 :	6558800	=	8530
17).	125 :	15129	—	123
18).	345 :	119025	=	345
19).	979 :	988624	=	1455
20).	705 :	1951440	=	2798
<hr/>				
21).	1234 :	11644024	=	9436
22).	4050 :	225646300	=	53246
23).	6847 :	459296760	=	67080
24).	8009 :	637035486	=	67054
25).	5346 :	28579716	=	5346
26).	6789 :	46090521	=	5789
<hr/>				
27).	5426 :	23984634594	=	7000768
28).	6253 :	5532088518	=	9007006
29).	7438 :	44628661932	=	6000079
30).	2345 :	21105021105	=	9000009
31).	40708 :	19180489333	=	473639
32).	76000 :	41029588000	=	539863
33).	997875 :	825082352050	=	908006.
34).	997875 :	4317902916750	=	4327098.

Przestroga. Nie przestaniez na tych przykładach. Zadasz ich sobie więcej, dopóki nie

nabędziesz iak naywiększý zręczności w wykonaniu działań. W tedy będziesz mógł mniéy zagadnień sobie zadawać, kiedy dzieląc, nie będziesz pod dzielną wypisywał iloczynu wypadającego z mnożenia ilorazu przez dzielnik, tylko w myśli go odeymniąc, wypiszesz resztę pozostałą po odeymowaniu iloczynu od dzielney. Skroci to bardzo robotę a prędkość w rachowaniu ma w każdym stanie wielką zaletę. Co we dwóch minutach skończyć możesz, na to trzech nie używaj. Szybkość w rachowaniu tak z głowy, iak i kredką iest iedynym kupców sekretem.

Pierwszy przydatek do Rozdziałów poprzedzających zamykający zagadnienia łatwe reguły trzech prostéy, odwrotnéy, procentu, spółki, reguły trzech składanéy i reguły łańcuchowey.

1. Zagadnienie reguły trzech prostéy.

Pierwszy gatunek zagadnień reguły trzech prostéy.

Zagadnienie. Za 2 jabłka daiąc 3 grosze, ileż dam za 4?

Odpowiedź. Drugą razą kupię 4 jabłka, a zatém dwa razy więcéy niż pierwszą, daiąc więc za 2 jabłka 3 grosze, za dwa razy większą liczbę jabłek dam dwa razy więcéy groszy, dam więc 6 groszy.

Inne przykłady.

1mo, Daiąc podobnież iak w pierwszym przykładzie za 2 jabłka 3 grosze, ileż się da za 6 lub 8 — 10 — 12 — 14 — 16 i t. d. jabłek?

zdo. 3 funty cukru kosztują 27 zł, ileż trzeba będzie zapłacić za 9 funtów, lub 12 lub 15 — 18 — 21 — 24 i t. d.

3tio. Za 4 łokcie płótna płać 9 zł, ileż zapłać za 12 lub 16 — 20 — 24 i t. d. łokci?

4to. Za 5 mendeli iay dał ktoś 2 zł; za 10 lub 20 — 25 — 30 mendeli ileż da?

5to. 5 kroków czyni 7 łokci, 15 lub 25 — 50 — 100 kroków, ileż czynią łokci?

6to. Za 9 funtów cukru zapłacono 51 zł, ileż przyjdzie dać za 3 funty?

7mo. Za 9 złotych kupiono 4 łokcie płótna, za 27 zł. ileż będzie łokci? lub za 36 — 45 — 54 — 63 — 72 zł? i t. d.

8ve. 1 robotnik zrobił 6 łokci pewnej roboty, 8 robotników ileż zrobi?

9no. 8 robotników zrobiło 48 łokci pewnej roboty, ileż ieden zrobi łokci?

Uwaga 1. O takowych zagadnieniach mówić się zwykło, iż należą do reguły trzech, to jest, do téj części nauki rachunkowej, w której podają się reguły czyli prawidła rozwiązania zagadnień z trzema liczbami zadanymi. Przykłady przedostatni i ostatni pokazują, że mnożenie i dzielenie do reguły trzech należą.

Uwaga 2. W zagadnieniach dotąd zadanym, pierwsza liczba zawierała trzecią, kilka kilkanaście, lub kilkadziesiąt razy i wzajemnie. O takowych liczbach mówi się, iż są wielokrotne. W następujących zagadnieniach dwie pierwsze liczby będą względem siebie wielokrotnemi.

Drugi gatunek zagadnień reguły trzech
prostéj.

Zagadnienie. 3 kamienie wełny kosztują 21 tal, 10 kamieni ileż będzie kosztowało?

Odpo-

Odpowiedź. 3 kamienie wełny kosztują 21 talarów, więc 1 kamień kosztuje 3 razy mniej, t. i. 7 talarów; więc za 16 kamieni zapłaci się 16 razy 7 talarów t. i. 112 talarów.

Inne przykłady.

1mo. 15 korcy zboża wystarczyło przez dni 50 na wyżywienie pewnej liczby ludzi, na ileż dni wystarczy tyluż ludziom 124 korcy zboża?

2do. 8 tokei sukna kosztuje 48 zł, ileż kosztować będzie lokci 17?

3tio. Pewna osoba uiechała mil 8 w 16 godzinach, ileż mil uiedzie w 76 godzinach?

4to. 2 dukaty czynią 6 talarów, 13 dukatów ileż uczynią talarów?

5to. 3 talary czynią zł. 18, 100 talarów ileż uczynią złotych?

6to. 4 Ryńskie czyni 16 zł. polskich, 100 Ryńskich ileż uczynią zł. polskich?

7mo. 56 zł. czynią Rublów 8, 94 rubli ileż uczynią złotych?

8vo. 4 złote zamykają 120 groszy miedzianych, 1000 zł. ileż uczynią groszy miedzianych?

it. d.

Trzeci gatunek zagadnień reguły trzech prostéy bez liczb wielokrotnych.

Zagadnienie. Ileż zapłacę za 17 jabłek, płacąc za 2 jabłka 3 grosze?

Odpowiedź. Gdyby mi przyszło dać za 1 jabłko 3 grosze, więc za 17 musiałbym zapłacić 17 razy 3 grosze czyli 51, lecz, że nie za 1 jabłko dałem 3 grosze, tylko za 2, t. i. za 1 jabłko płaciłem dwa razy mniej niż 3 grosze,

więc też za 17 iabłek nie zapłacę 51 groszy, lecz dwa razy mniej, t. i. 25 groszy i pół.

Inne przykłady.

1mo. 5 osoby wydały w pewnym czasie 11 ezer. zł, 19 osób ileż w tymże czasie wyda, założywszy, iż wydatki są równe?

2do. Pracując przez 6 godzin kilkunastu robotników, zrobili 80 prętów pewnej roboty, ci sami robotnicy ileżby zrobili w godzinach 25?

Uwaga. Rozwiążesz zagadnienia 1go i 2go gatunku reguły trzech prostej według sposobu w trzecim gatunku podanego.

II. Zagadnienia reguły trzech odwrotnej.

Pierwszy gatunek zagadnień.

Zagadnienie. 16 ludzi mogłoby oparkaniec ogród pewny w 6 dniach, mając tylko 8 ludzi, pytam się, w ilu dniach tenże ogród oparkani?

Odpowiedź. W drugim razie liczba ludzi 2 razy mniejszą jest od liczby ludzi w pierwszym razie, 2 razy zatem dłuższego czasu trzeba na oparkaniec tego ogrodu, a ponieważ 16 ludzi może skończyć tę robotę w 6 dniach, więc 8 oparkani ogród w dniach 12.

Inne przykłady;

1mo. Pożyczyłem przyjacielowi 800 talarów na rok, czyli 12 miesięcy, nie żądając zysku od tej summy, w parę lat potrzebując pieniędzy, pożyczyłem od tegoż przyjaciela 2400 talarów, iak długo używać mogę tych pieniędzy bez szkody jego?

2do. Kiedy korzec pszenicy kosztuje 12 zł, założmy, iż bułka groszowa ważyć powinna 4 łoty, ileż łotów też bułka ma ważyć, gdy korzec pszenicy kosztuje 6 zł?

3tio. Garnizon pewney fortecy wynoszący 12000 ludzi opatrzony jest żywnością na 6 miesięcy, ileżby ludzi trzeba z fortecy wysłać, jeżeli ta żywność na 18 miesięcy ma wystarczyć?

4to. 18 mularzy może skończyć pewną robotę w 12 miesiącach, iluż trzeba mularzy, chcąc tę robotę w 6 miesiącach skończyć?

Drugi gatunek zadadnień Reguły
trzech odwrotnéy.

Zagadnienie. Żywność, która 10 osobom wystarczyła na 18 miesięcy, 9 osobom na iak długi czas wystarczy?

Odpowiedź. Gdyby ta żywność wystarczyła iednéy osobie na 18 miesięcy, 9 osób wypotrzebowałoby iéy w czasie 9 razy krótszym, czyli we 2 miesiącach, że zaś podług założenia żywność 10 osobom wystaroza na 18 miesięcy, nie iednéy, więc 9 osob nie wypotrzebuie iéy we 2 miesiącach, tylko w czasie 10 razy dłuższym, to jest we 20 miesiącach.

Inne przykłady.

1mo. 8 kopaczów może rów pewien wykopać w 24 dniach, 12 kopaczów w iakim czasie skończą tę robotę?

2do. Furman za ugodzoną summę zobowiązał się wieźć 16 centnarów towaru mil 36, towar zaś, który ma kupiec, ważył tylko 12 cen-

tnarów, ileż mil ten furman obowiązany jest uiechać z towarem?

3tio. Za pewną summę może dać trakter dla 15 osób 18 obiadów, dla 6 osób za tęż summę ile da obiadów?

Trzeci gatunek zagadnień bez liczb wielokrotnych.

Zagadnienie. W pewnym magazynie znajduje się zapas wszelkiego gatunku zboża dla 6500 ludzi na 18 miesięcy, ta żywność na jak długi czas wystarczyłaby 39000 osobom?

Odpowiedź. Ponieważ 6500 osobom wystarczy ten zapas zboża na 18 miesięcy, więc jednéy wystarczyłby na czas 6500 razy dłuższy czyli na 117000 miesięcy, więc 39000 osób wystarczy na czas 39000 razy krótszy t. i. na 3 miesiące.

Uwaga. Podług tego sposobu rozumowania powtórz wszystkie poprzedzające zagadnienia. Chciéy się ze trzema wymienionemi sposobami rozumowania oswoić, ostatni jest wprawdzie naywygodniejszy, ale pierwsze dwa swéy zalety nie tracą, bo są nayłatwiejsze. Rozgatunkowałam dla tego tylko zagadnienia reguły trzech prostéy i odwrotnéy, abyś każdy sposób rozumowania tém łatwiey i gruntowniéy mógł obiać i do zagadnień następujących reguły tém wygodniey one przystosował.

III. Zagadnienia reguły procentu.

Zagadnienie. Pożyczam od pewnéy osoby 1000 zł, i obowiązuję się iéy za rok oddać

tę summę i nadto od każdego sta po 5 zł, ileż złotych, oddawszy summę pożyczoną, za pożyczanie od 1000 zł. zapłacę?

Pierwszy sposób. 1000 zł. zawiera 10 razy 100 zł, od każdego zaś sta obowiązaniem się płacić po 5 więc od 10 stów zapłacę $10 \times 5 = 50$ złotych.

Drugi sposób. Gdybym, pożyczając 1 złotego obowiązał się płacić od niego 5 zł. na rok, więc od 1000 zł. musiałbym zapłacić $5 \times 1000 = 5000$ zł. Lecz nie od 1 złotego, tylko od 100 zł. podług ugody mam zapłacić 5, więc od 1000 nie zapłacę 5000, tylko 100 razy mniej, czyli 50 złotych.

Uwaga. 1. Te 5 zł, które podług ugody mam za rok od każdego sta zapłacić, nazywamy *procentem* z łacińskiego, *procentum*, od sta lub *przewizyją*, podobnie z łacińskiego *provisio*, opatrowanie, przeglądanie. Pieniądze pożyczone nazywamy *kapitałem* lub *summą*. To, co się podług umowy od sta płaci, pisac się zwykło tak, 5%, 6%, 7%, i t. d. czytamy to 5 od sta, 6 od sta lub 7 od sta i t. d.

Junne przykłady.

Kapitał 6000 zł. lub 60000 lub 600000 zł. itd.
5% lub 4%, lub 6% — 7% — 8% i t. d.

Jaki procent od summ zadanych za rok 1,
lub 2 — 5 — 6 — 10 i t. d. lat?

Uwaga. W tych zagadnieniach wiadome są kapitał i procent od sta; szukaliśmy procentu czyli przewizyi od kapitału pożyczonego.

Zagadnienie. Syn pewien po śmierci Ojca, przerzucając papiery, znalazł, iż sąsiad obowiązany jest co rok płacić 50 zł, po 5%, iakiegoż kapitału oyciec swemu sąsiadowi pożyczyl?

Odpowiedź. Procent od kapitału wynosi podług rewersu to jest, podług pisma przez sąsada oycu danego 50 zł, jest zatem ten procent ogólny 10 razy większy od procentu szczególnego od sta, t. i. od 5, więc i kapitał dany sąsiadowi powinien być 10 razy większy od sta, wynosi zatem ten kapitał 1000 zł.

Albo tak. Gdyby podług umowy nie 5 zł, tylko 1 złoty przyszło dać prowizji od sta, więc 50 zł. przypadłoby od summy 100 razy większej t. i. od 5000, lecz nie 1 złoty, tylko 5 zł. wypadło płacić od sta, zatem 50 zł. nie przypada od 5000, tylko od summy 5 razy mniejszej, to jest od 1000 zł, więc kapitał pożyczony wynosi 1000 zł.

Albo tak podług 2go sposobu rozumowania podanego w regule trzech prostych w tym przykładzie.

5 zł. płaci się od 100, więc 1 złoty wypada płacić od 20, więc 50 zł. zapłaciło się od summy 50 razy większej, niż 20 zł, to jest od 1000 złotych.

Inne przykłady.

Jaki jest kapitał pożyczony, kiedy procent ogólny wynosi 300 zł. po 5%, lub 240 zł. po 4% lub 360 zł. po 6%, lub 420 zł. po 7% i t. d.

Uwaga. W tych zagadnieniach wiadome były procent ogólny od summy i szczególny od sta, szukaliśmy kapitału.

3.

Zagadnienie. Tenże syn znajdzie w papierach obligacyą (i pismo obowiązujące do płacenia pewney ilości pieniędzy) na mocy której oyciec płacił co rok X. Plebanowi 60 zł. od summy kościelney 1500 zł, ciekawy iest, ile oyciec od sta płacił?

Odpowiedź. Ponieważ 1500, t. i. kapitał ogólny iest 15 razy większy od 100, kapitału szczególnego, więc i procent ogólny 60 zł, powinien być 15 razy większy od procentu szczególnego, którego szukamy, procent zatem szczególny iest piętnastą częścią 60 zł, wynosi zatem 4 złote.

Albo tak. Gdyby nie od 1500 zł. przyszło płacić prowizyi roczney 60 zł, tylko od 1 złotego, więc od 100 zł. przypadłoby płacić 100 razy 60, t. i. 6000 zł, lecz od 1500 zł. płaci się podług obligacyi 60 zł, więc od 100 nie wypada płacić 6000, tylko 1500 razy mniej, t. i. 4 złote.

Inne przykłady.

Kapitał wynosi 6000, a procent ogólny 240 zł. lub 300 lub 360 lub 420 i t. d. iaki procent w tych przypadkach od 100?

Uwaga. W tych zagadnieniach wiadome są kapitał i procent ogólny, szukaliśmy procentu szczególnego od 100.

IV. Zagadnienia reguły spółki.

Zagadnienie. 3 kupców włożyło w handel wspólny 12000 zł i zyskało na nich 2400 zł. Kupiec *A* włożył 2000 zł, *B* 4000, *C* 6000 zł, ileż ze zysku na każdego przypadnie?

Odpowiedź. 1. Na 12000 zyskali ci kupcy 2400 zł, więc kupiec *A*, który w handel włożył 2000, to jest, summę 6 razy mniejszą od 12000, powinien szóstą część zysku dostać, t. i. 400 złotych.

2. Kupiec *B* włożywszy w handel 4000 zł. czyli trzecią część całej summy 12000, weźmie trzecią część zysku wspólnego, t. i. 800 zł.

3. Kupiec *C*, ponieważ włożył w handel 6000 zł, czyli połowę 12000, dostanie także połowę zysku czyli 1200 zł.

Jakoż summa zysków szczególnych równa się zyskowi wspólnemu.

Inne Przykłady

1. Trzech kupców sprowadza z Francji morzem pewną ilość oxeftów wina.

Kupiec *A* 48 oxeftów

C 36

D 24

Pod czas gwałtownej burzy trzeba było 45 oxeftów w morze wyrzucić, iakże się ci kupcy resztą podziela?

2. Rozkazano 4 Dominiom przystawić do Magazynu 200 korcy owsa.

Dominium *A* liwruie 20 korcy

Dominium *B* 50 korcy

C 60

D 70.

Bonifikacyi za owies tém Dominiom dał Rząd 600 zł, iakąż część bonifikacyi przypadnie na każde Dominiium?

3. 4 osoby pędzą bydło na iarmark naj-
mnią za 300 zł. łakę i pasą je na nię.

Osoba A	ma bydła sztuk	20
B		40
C		60
D		80

Ileż każda osoba pachtu zapłaci?

4. Rząd nakazał 5 gminom sadzić drzewek 20 kłp po drogach co rok w stosunku podat-
ków, które płacą. Gmina A płaci 400 zł.

B	300
C	200
D	200
E	100.

Ileż drzewek każda gmina ma co rok wy-
sadzić?

5. Umiera dłużnik i zostawia majątku 675 talarów, winien zaś Osobie A 545 talarów.

B	1090
C	2180
D	4360

Jakąż część majątku pozostałego po dłu-
żniku przypadnie na każdego z wierzycieli?

Uwaga. Z tych i tém podobnych zagadnień
pokazuje się, iż reguła spółki jest tylko regułą
trzech kilka lub więcej razy powtórzoną, po-
dług tego, iak zagadnienie wymaga.

V. Zagadnienia reguły trzech składaney.

Zagadnienie. 4 Mularzy zarobiło przez 6 ty-
godni 48 talarów, 16 mularzy ileż zarobi w 12
tygodniach?

Odpowiedź. 1. kiedy 4 mularzy zarobiło 48 talarów, ileż zrobi 16 mularzy? oto 4 razy więcej, t. i. 192 talarów.

2. Zarobek ostatnich mularzy w 6 tygodniach wynosi 192 talarów; ileż wyniesie za tygodni 12? 2 razy więcej, t. i. 384 talarów, więc 16 mularzy zarobiło przez 12 tygodni 384 talarów.

Uwaga. Chcąc robotę sprawdzić, zrobilibyśmy sobie następujące zagadnienie, które podobnież na dwa zagadnienia reguły trzech prostéj rozłożyć można.

Zagadnienie. Za 48 talarów mogę nająć 4 mularzy na 6 tygodni, za 384 talarów iluż najmę mularzy na tygodni 12?

1. Opuszczam naprzód liczby oznaczające czas i formułę pytanie reguły trzech prostéj. Za 48 talarów mogę mieć 4 mularzy; za 384 talarów, iluż mularzy mieć będę? rozwiązując pierwszym lub 3cim sposobem reguły trzech prostéj, znajdziemy, iż można nająć 32 mularzy.

2. Teraz przybieram czas.

Kiedy na 6 tygodni potrzebuję 32 robotników, na tygodni 12, ileż potrzebować będę? 16 robotników.

Uwaga. Chciéy ten sposób rozumowania gruntownie objać, są wprawdzie i inne, ale tu wyluszezony jest najłatwiejszy.

Inne przykłady.

1. 25 tkaczów przez 12 godzin robiąc zrobili płótna łokci 150, ileżby 30 tkaczów zrobić mogło przez godzin 15?

2. 8 ludzi, z których każdy zrobi 3 łokcie pewnej roboty na dzień, zyskało zł. 1500 za dni 40, ileż 12 ludzi robiąc każdy po 4 łokcie na dzień, zyska za dni 45? To zagadnienie rozłóżysz na trzy następujące.

1. 8 ludzi zyskało 1500 zł, 12 ludzi ile zyska? 2250 zł.

2. 12 ludzi czyli pewna ilość ludzi za dni 40 zyskała 2250 zł, za dni 45 ileż ta ilość ludzi zyska? oto 2531 zł. i 1 srebrny grosz.

3. Pewna ilość ludzi robiąc na dzień po 3 łokcie pewnej roboty zyskuje 2531 zł. i 1 srebrny grosz, taż sama ilość ludzi robiąc na dzień po 4 łokcie ileż zyska? zyska 3375 zł.

3. *Zagadnienie.* Daje pewna osoba 1600 talarów na procent po 4% talarów, za ile lat ta summa przyniesie procentu 640 talarów.

VI. Jedno zagadnienie reguły tańczuchowey.

Zagadnienie. Pewna chłopka chce kupić kilka łokci wstążki zielonej, nie mając zaś pieniędzy, myśli dać za nie kilka mendelei.

Kupcowa mając wstążki rozmaitej dobroci i szerokości w różnych kolorach, powiada chłopce, iż nie zbyt dawno za 4 mendelei sprzedała 2 łokcie białej wstążki.

Za 4 zaś łokcie białej może dać 8 łokci czerwonej, a za 16 czerwonej przeda 36 zielonej, ileż łokci wstążki zielonej dostanie chłopką za 4 mendelei:

Układam następujące pytania reguły trzech.

1. Kiedy 4 łokcie białej wstążki kupcowa dać może za 8 łokci czerwonej, za 2 łokcie białej, ile da czerwonej? 4 łokcie czerwonej.

2. Kiedy za 16 łokci czerwony przeda 56 zielony, za 4 łokcie czerwony, ileż da wstażki zielony? da 9 łokci zielony.

Za 4 więc mendele iay da chłopce kupcowa 9 łokci wstażki zielony.

Drugi przydatek o liczbach rzymskich.

Oprócz postaci liczbowych Arabskich ktorými dotąd zatrudniłmy się, używają się czasem znaki liczbowe Rzymskie do wyrażenia roku, do napisów, i t. d.

Znaki te są następujące siedm :

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
1.	5.	10.	50.	100.	500.	1000.

Znak pierwszy-powtórzony dwa razy, znaczy 2 *np.* II. powtórzony trzy razy, znaczy 3 *np.* III.

Każdy z wyżey wyrażonych znaków, stojący po lewéy stronie innego znaku, odeymie od niego tyle, ile sam znaczy, *np.*

IV.	IX.	II.	VC.	CXL.	CD.	XM.
4.	9.	49.	95.	140.	400.	990.

Każdy z wyżey wyrażonych znaków, stojący po prawéy stronie znaku innego, dodaje do niego tyle, ile sam znaczy *np.*

VI.	XI.	LV.	CX.	DCV.	MD.
6.	11.	55.	110.	605.	1500.

Zamiast M, które znaczy 1000, używa się czasem tego znaku **CI**.

Tenże znak **CI** wyrażający tysiąc, mając podwoyne C zwyczajne i wspaczne, znaczy 10 razy więcej, *np.* **CCII** znaczy 10002 więc **CCCCII** oznaczy 100002. Nakoniec wszelki znak z powyższych nad którym stoi liniyka —

znaczy tyle tysięcy, ile znak dany zawiera iet dności *np.* V znaczy 5000 LX. 60000.

M oznacza 1'000000.

Niewiemy, iak Rzymianie za pomocą tych głosek rachunki robili. Mieli zapewne Arytmetykę, iak my, i możeby nie było niepodobną rzeczą, znaleźć ją, lecz ta robota byłaby bardziéy ciekawa, niż pożyteczna. Cyfry Arabskie daleko wygodnieysze od niéy nas uwalniają.

Rok przeszły pisze się MDCCCXVII 1817.

Przydatek trzeci o wynaydywaniu pola Prostokątów, kwadratów, i objętości równoległościanów.

1. Figura taka, iaką ma xiażka, którą czytasz, arkusz papieru, lub pół arkusza, szyba w oknie, samo okno, drzwi, ściany pokoju, tablica w szkole, ogród, i t. d. nazywa się *Prostokątem*.

Taką figurą iest ta Prostokąt.

W prostokącie na dwie rzeczy odmienne bacznosc dawać należy, naprzód na *cztery linie*, które nazywamy, *obwodem*, powtóre na *mieście między temi czterema liniami*, które zowie się *powierzchnią*. Z tych czterech linii każda na drugą prosto spada, nie nachylając się bardziéy na iedną, niż na drugą stronę. Można się o tém przekonać, obracając prostokąt rozmaicie.

Takowa linia, która prosto na drugą spada, nazywa się *Prostopadłą*.

Prostokąt iest więc mieście czterema liniami prostopadłemi określone.

2. Widzimy, że w prostokącie linie przeciwne są sobie równe, więc, gdy wypadnie mierzyć calem, lub stopą, lub łokciem linie pro-

stokąta, wymierzmy tylko jedną dłuższą i jedną krótszą.

Dłuższą linią nazywamy *długością prostokąta*, krótszą *szerokością*. np. w podłodze pokoiu jedna z dłuższych linii jest *długością podłogi*, a jedna z krótszych *szerokością* tejże.

Kiedy zaś prostokąt stoi, np. w ścianie nazywamy *dolną dłuższą, podstawą*, a *krótszą do góry idącą, wysokością*. Te więc wyrazy *długość, podstawa* jedno znaczą, iako też, *szerokość, wysokość*. Różnicę ich stanowi rozmaite położenie prostokąta.

Prostokąt mający długość równą szerokości, nazywa się *kwadratem*.

W kwadracie jedną więc tylko linią mierzyć trzeba.

3. Zrobmy mały kwadracik.

Kwa- drat.

Daemy, że jedna liniyka jest caliem, więc obwód składa się ze czterech cali. O takim kwadracie mówimy, że jest *caliem kwadratowym*.

Przeestroga. Trzeba się dobrze przypatrzeć calowi prostemu, czyli liniowemu, i calowi kwadratowemu; bo te rzeczy wcale są różne od siebie.

Gdyby liniia kwadratu była stopą, lub łokciem, prętem, sznurem lub milą, powierzchnia kwadratu byłaby stopą, łokciem, prętem, sznurem lub milą kwadratową.

Zeby zawsze nie pisać, cal kwadratowy, stopa kwadratowa, łokieć kwadratowy i t. d. pisać się zwykło tak cal \square , stopa \square , łokieć \square , mila \square . Ten kwadracik pokazuje, że to jest cal, stopa, łokieć, mila kwadratowa.

4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

Niechby był dany 1 cal \square , przydaymy drugi. Zrobi się prostokąt, którego szerokość zawiera 1 cal, a długość 2 cale, widzimy, że powierzchnia także ma 2 cale \square .

Powierzchnia takowa już wyrachowana nazywa się *polem*.

Pole więc wymienionego prostokąta zawiera 2 cale \square .

Przydaymy 3ci, 4ty, 5ty i t. d. 10ty, 11ty cal \square , szerokość powiększonego prostokąta zamyka cal 1, długość zaś 3, 4, 5, 10, 11 cali, pole zamyka także 3, 4, 5, ... 10, 11 cali \square .

Gdyby szerokość tego prostokąta zamykała stopę, a długość 2, 3, 4... 10, 11 stop, pole zamykałoby 2, 3, 4... 10, 11 stóp \square .

Toż samo powiedzieć można o prostokącie, którego by szerokość miała łokieć, pręt, sznur, miłę, a długość 2, 3, 4... 100... 1000 łokci, lub prętów... sznurów... lub mil, pole jego zamykałoby 2, 3, 4, ... 100... 1000 łokci \square , lub prętów \square , lub sznurów \square lub mil \square . Cal, stopa, łokieć, pręt, sznur, miła są miarą, którą podług potrzeby mniejszą lub większą długość wymierzamy, więc, aby nie zawsze powtarzać, cal, stopa, i t. d. powiedzmy tak:

Prostokąt mający w szerokości 1 miarę, ma w polu tyle miar kwadratowych, ile w długości miar prostych czyli liniowych.

Przykłady.

1. Ogród prostokątny ma w szerokości 1 sznur, w długości 3 sznury, pole jego ile zamyka sznurów kwadratowych?

2. Gościńiec prosto rżnięty z iednéy wsi do drugiéy, ma w szerokości 1 przęt, w długości zaś 3000 przętów, ile przętów kwadratów zawiera pole jego?

5.

1.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Niechby prostokąt 1 zamykał 11 cali \square . Przydamy drugi taki. Zrobi się prostokąt, którego szerokość 2 cale, a długość 11 cali zamyka

Szerokość 2 pokazuje, iż 2 są prostokąty, mające w szerokości po 1 calu a w długości po 11 cali, więc pole każdego zamyka 11 \square cali więc dwa prostokąty mają $2 \times 11 \square = 22 \text{ cal} \square$.

Przydamy trzeci taki prostokąt, taki był pierwszy lub drugi. Z tych 3 prostokątów zrobi się jeden, którego szerokość mająca 3 cale pokazuje, iż może rozdzielić się na 3 prostokąty mające po 1 calu w szerokości, długość zaś każdy go wynosi 11 cali: więc pole każdego zamyka 11 cali \square , trzy zatem prostokąty mieć będą w p. lu $3 \times 11 \text{ cali} \square = 33 \text{ cal} \square$.

Pole więc prostokąta mającego 3 cale w szerokości a 11 cali długości, zawiera 33 cale \square .

Gdyby prostokąta długość zawierała 500 cali, a szerokość 50 wniosłbym, iż prostokąt dany podzielonym być może na 50 prostokątów, każdego szerokość zamykałaby 1 cal a długość 500 cali, więc pole każdego z ostatnich

tnich zamykałoby 300 cali \square , więc i 50 równych prostokątów zamykałoby 50×300 cali $\square = 15000$, więc pole prostokąta mającego szerokości 50 cali, długości 300, zawiera 50×300 \square cali = 15000.

W prostokącie zatem mierząc szerokość, dowiaduję się, na ile równych prostokątów mających w szerokości 1 miarę, prostokąt dany być może podzielony. Mierząc potem długość, dowiaduję się, ile każdy z tych ostatnich prostokątów ma miar \square w powierzchni.

Dodając nakoniec liczbę miar \square iednego z tych prostokątów, tyle razy, ile szerokość danego ma iedności, czyli mnożąc długość przez szerokość, znajdę liczbę miar \square pola prostokąta.

Szerokość więc i długość prostokąta są czynnikami. Szerokość jest mnożnikiem, długość albo raczcy pole iednego z prostokątów mających po 1 miarze w szerokości jest mnożną, pole nakoniec danego prostokąta jest iloczynem.

6. Zagadnienie. Podłogi pokoju szerokość zamyka 7 łokci, długość 11 łokci, iakie jest iey pole?

Odpowiedz. Szerokość pokazunie, że podłoga może być podzielona na 7 prostokątów równych; każdy z nich ma łokieć 1 w szerokości, że zaś długość podłogi zamyka 11 łokci, więc długość każdego ze 7 równych prostokątów zamyka 11 łokci, więc pole każdego zawiera 11 łokci \square , więc 7 prostokątów równych zamyka 77 łokci \square , więc pole podłogi wynosi 77 łok. \square .

Inne przykłady.

1. Szerokość ogrodu zamyka 15 prętów, długość 36 prętów, pole ogrodu ile zamyka prętów \square ?

6

2. Zakupie ktoś w mieście plac szeroki na 15 łokci, długi na 25, od łokcia kwadratowego ma zapłacić 3 cz. zł, ileż czerwonych złotych da za plac cały?

7. *Zagadnienie.* Pole podłogi pokoju zawiera 77 łokci \square szerokość zaś iéy 7 łokci; iaka iest długość pokoju?

Odpowiedź. Ponieważ szerokość 7 łokci zamyka, więc iest 7 prostokątów równych, na które na 77 łokci \square rozdzielić trzeba, ieden więc będzie zamykał siódmą część 77 łokci \square , to iest 11 łokci \square , że zaś szerokość zawiera 1 łokiec, więc długość każdego ma 11 łokci, zatem i długość pokoju podłogi wynosi 11 łokci.

Wzajemnie, gdyby długość podłogi 11 łokci i pole wiadome było, znaleźlibyśmy szerokość tym sposobem.

Długość 11 pokazuje, że każdy z prostokątów, z których się podłoga składa, 11 łokci \square zawiera, tyle więc będzie prostokątów, ile razy 11 w 77 mieści się, t. i. 7, więc szerokość ma 7 łokci.

Kiedy więc pole wiadome iest i szerokość, aby znalazł długość, dzieli się pole przez szerokość, lub, gdy dane są pole i długość na wyznalezienie szerokości dzieli się przez długość.

8. Łokieć kwadratowy ile ma cali \square ?

Odpowiedź W łokciu kwadratowym długość równa się szerokości, że zaś łokieć ma cali 24, więc pole łokcia \square zamyka $24 \times 24 = 576$ cali \square . Tymże sposobem dojdę, że łokieć \square ma 4 stopy \square . Pręt liniowy ma łokci 7 i poł, czyli 15 stóp, zatem pręt \square ma stóp \square 225.

Sznur ma 10 prętów, więc sznur kwadratowy zawiera prętów \square 100.

I. Miary liniowe czyli proste.

	Cwierć 1		Cal 1		Liniia
					12
Półłokcia lub stopa 1	2	4	6	12	72
Łokieć 1	2	4	6	12	144
Pręt 1	7 1/2	15	30	180	2160
Sznur 1	10	75	150	300	1800
					21600

II. Miary kwadratowe.

	Cwierć □ 1		Cal □ 1		Liniia □
					144
Stopa □ 1	4	16	36	144	5184
Łokieć □ 1	4	16	36	144	20736
Pr. □ 1	56 1/4	225	900	32400	82944
S. □ 1	100	3625	22500	90000	3240000
					466560000

O sześciianach i równoległościach (a).

9. Bryłka taką, jaką jest kostka do grania, nazywa się sześcianiem złąd, że ma sześć ścian równych.

W sześcianie każda ściana jest kwadratem. Liniie tych kwadratów nazywają się w sześcianie *krawędziami*, i jest ich 12.

(a). Sześciiany zrobisz sobie z drzewa, lub z gliny, żebyś to, co następuje, dokładnie mógł rozumieć.

G 2

Gdy krawędź 1 w sześciianie jest calem, wszystkie zamykają po calu, więc każda ściana sześciianu jest calem \square . O takim sześciianie mówimy, iż jest *calem sześciennym*.

Gdy krawędź sześciianu jest stopą; ściana każda byłaby stopą \square , a tém sześciian *stopą sześcienną*.

Gdyby krawędź sześciianu była łokciem, każda ściana byłaby łokciem \square , a ten sześciian byłby *łokciem sześciennym* i t. d.

10. Do cala *np. sześciennego* dodamy drugi. Zrobi się bryła podługowata, która się nazywa *rownoległościaniem*, że w téj bryle ściany przeciwne równoodległe od siebie leżą.

Xiążka, którą czytasz, pokóy, w którym mieszkasz, jest *rownoległościaniem*.

W *rownoległościannie* jest także krawędzi 12, ale nie są sobie równe, tylko na przeciwko siebie leżące.

Podobnież i ściany na przeciwko siebie leżące są sobie równe.

Ściana, na której *rownoległościann* stoi, nazywa się *podstawą*, i taką jest w pokoju podłoga.

Krawędź iedna idąca od podstawy do góry, zowie się *wysokością* *rownoległościannu*.

Mieście sześcią ścianami ograniczone nazywa się *obiętością* lub *bryłowatością* *rownoległościannu*.

Bryłowatość *rownoległościannu* mierzyć, jest szukać, ile *rownoległościann* ma cali, lub stóp lub łokci i t. d. *sześciennych*.

11. Do cala *sześciennego* przydawszy drugi, zrobi się *rownoległościann*. Wysokość jego zawiera cal prosty, podstawa 2 cale \square , a bryłowatość ma 2 cale *sześcienne*.

Przydamy 3, 4, 5... 9, 10 cali sześcienny: Wysokość będzie zawsze calem prostym, podstawa będzie zamykała 3, 4, 5... 10 cali \square , bryłowatość zaś 3, 4, 5... 10 cali sześciennych. Toż samo możnaby powiedzieć o równoległościanie, któregooby wysokość była stopą lub łokciem, lub jakąkolwiek miarą prostą. *Bryłowatość jego zawierałaby tyle stop, lub łokci lub miar sześciennych, ileby podstawa zawierała stóp, lub łokci, lub miar \square .*

12. Weźmy teraz równoległościan, któregooby wysokość była calem a podstawa miała 5 cali \square , bryłowatość zatem jego zawierałaby 5 cali sześć: Do tego równoległościanu przyłożmy mu równy, zrobi się nowy równoległościan. Wysokość jego zamyka cal prosty, podstawa 10 cali \square , bryłowatość jego zamyka także 10 cali sześciennych.

Przyłożmy trzeci równoległościan, wysokość nowego ma cal prosty, podstawa 15 cali \square , bryłowatość zaś 15 cali sześcienn:

Gdy więc równoległościanu iakiego wysokość zamyka iedną tylko miarę, bryłowatość jego tyle miar sześciennych zawiera, ile podstawa ma miar \square .

13. Weźmy teraz równoległościan, którego wysokość iest calem prostym, szerokość podstawy ma 2 cale, a długość 3, więc podstawa zamyka 6 cali \square , zatem bryłowatość zamyka także 6 cali sześcienn:

Postawmy na nim drugi taki równoległościan. Wysokość nowego równoległościanu ma 2 cale, podstawa 6 cali \square , bryłowatość zaś wynosi 12 cali sześć: wysokość zatem pokazuje, że równoległościan może być podzielony na 2, z których każdy ma 6 cali sześć:

Gdy więc wypada mierzyć równoległością, trzeba naprzód zmierzyć calem lub stopą lub łokciem i t. d. wysokość jego, liczba miar wysokości pokaże, ile jest równoległością równych mających za wysokość *jedność*, potem zmierzwszy długość i szerokość podstawy, znajdziemy ię pole, więc i bryłowatość równoległością mającego za wysokość i miarę; pomnożywszy nakoniec tę bryłowatość przez wysokość danego równoległością, znajdziemy bryłowatość jego.

Krócéy się to tak wyraża:

Aby znaleźć bryłowatość równoległością, trzeba szerokość podstawy przez ię długość pomnożyć, a ten iloczyn jeszcze pomnożyć przez wysokość.

Zagadnienie. Szerokość podstawy muru zamyka 3 stopy, długość 75, a wysokość stóp 30, ile ten mur zamyka stóp sześciennych.

Odpowiedź. Szerokość podstawy zamyka 3 stopy a długość 75, więc podstawa ma 3×75 $\square = 225$ stóp \square , więc każdy równoległością którego wysokość ma stopę, zamyka 225 stóp sześć: Ze zaś wysokość muru zawiera 30 stóp, więc jest 30 równych równoległością, że zaś każdy z nich ma 225 stóp sześć: więc 30 mieć będzie 30×225 stóp sześć. = 6750, stóp sześć.

Inne przykłady.

1. Wysokość pokoju wynosi 15 stóp, szerokość podłogi 12, długość ię 19, iaka jest bryłowatość pokoju?
2. Wysokość muru 25 stóp, szerokość podstawy 3 stóp, długość 87 stóp.

Zagadnienie. Stopa sześcienna ile ma cali sześć:

Odpowiedź. Stopa sześcienna ma za wysokość 1 stopę czyli 12 cali, będzie więc w stopie sześć. 12 równoległościów równych, z których każdy ma za wysokość cal 1.

Szerokość podstawy zamyka także stopę czyli 12 cali, podobnież i długość, więc podstawa zawiera $12 \times 12 = 144$ cali \square , więc każdy z tych równoległościów ma 144 cali sześć: że zaś ich jest 12, więc 12 równoległościów mieć będzie 12. 144 cali sześć: $= 1728$ cali sześć.

Inne przykłady.

1. Łokieć sześć: ile ma stóp sześć?
2. Pręt, ile ma stóp sześć: lub cali sześć.

Zagadnienie. 8 cegieł napelni stopę sześcienną, ileż kóp cegieł trzeba, chcąc stawić mur wysoki na 24 stóp, szeroki na 3, a długi na 58 stóp?

C Z Ę Ś C D R U G A.

Zawierająca cztery działania z liczbami oznaczającymi różn: gatunki rzeczy czyli z liczbami wielorakimi.

Wstęp do rozdziałów następujących.

Nie znając wartości rzeczy iakiéy, porównujemy ją z inną, której wartość znamy, czyli mierzymy ją. Mierzyć więc rzecz iaką jest ją cenić, szacować, taxować lub cenę iéy naznaczyć.

Natura wskazała nam miary wszelkiego gatunku, a potrzeba uczy nas ich używać.

Ze wsszystkich rzeozy nappierwéy ludzie mierzyli *długość*. Dała iéy miarę natura w *palcach, stopach i krokach*. Aby inne gatunki miar wynaleźdź, trzeba było stopy, kroki, kilka razy lub więcéy powtórzyć, ztąd poszły *łokieć, pręt, sznur, mila*.

Dawszy dwa ramiona, dała nam natura *Wagę (a)*, któręy talerzami są ręce.

Ta waga była dobra, gdy ludzie sądzili o rzeczach przez przybliżenie, mówiąc, iż rzecz ta prawie tyle waży, co ta tu. Lecz na tém przestać nie mogli. Handel wskazał inne widoki, trzeba było cenić, czyli dokładniéy ważyć. Kupcy w tędy naśladowali wagę od natury nam daną i to naśladowanie miano za wynalazek.

Handel więc kazał robić wagi, a wagi pieniądze. Bito ie z rozmaitych kruszców i wagi różnéy.

Ciało pewnéy wagi dowolnéy nazwano *funtem*, i wzięto ie za miarę.

Funt dzieli się na 2 pół funty czyli *grzywny*; grzywna na 16 łotów.

Można było ten podział lepiéy zrobić, tak iak i inne.

Do mierzenia rzeczy sypnych garś była w początkach dostateczną. Wynaleziono potém *garniec*, który kilkanaście lub kilkadziesiąt razy powtórzony nowe przybierał nazwiska, i zwał się *korcem, antalem, beczką i t. d.*

(a) Ten wyraz *Waga* ma dwoiakié znaczenie, znaczy naprzód narzędzie znaiomé do ważenia rzeczy, powtórę zbiór cząstek, z których są złożone, czyli ich masę.

Podziały miar, wag i pieniędzy nie tylko nie są wygodne i iednostayne, lecz także między sobą żadnego związku nie mają. Garniec, łokieć, funt, złoty wcale od siebie nie zależą.

Idzie tu więc o to, żeby długość pewną naznaczyć, któraby była iednostayną i stałą dla wszystkich narodów i wieków. Do nię trzeba stosować *łokieć*, *garniec*, *funt*, *złoty* a nawet i *czas*, nadto podział zrobić wszystkich miar iednakowy, a zatém łatwy do pamiętania. Już w tedy takowe miary nie będą dowolne, lecz z sobą złączone.

Te miary wyłożą się w dalszych rozdziałach. Teraz zobaczymy, iakie miary, wagi i pieniądze są używane. Podział ich choć przytrudny, staraymy się pamiętać.

I. W A G A.

			Łót 1
Pół funta lub grzywna 1			10
	Funt 1	2	32
	Kamień 1	32	64
	Centnar 1	5	160
			320
			5120

II. Miara rzeczy sypnych.

				Kwarta 1
			Garniec 1	4
			Cwierć 1	8
				32
			Pół korca 1	2
				16
				64
			Korzec 1	2
				4
				32
				128
			Łaszt 1	27
				54
				108
				864
				3456

III. Miara ciał płynnych.

			Kwaterka 1	
			Kwarta 1	4
		Garniec 1	4	16
Cwierć Beczki, Antał 1	18		72	288
Polbeczek 1	2	36	144	576
Beczka 1	2	4	72	288
				1152

IV. Moneta.

				Szeląg 1
		Grosz miedziany 1		3
		Srebrny grosz 1	7 i pół	22 i pół
		Złoty 1	4	30
		Talar 1	6	24
Duk. czy. cz zł 1	3	18	72	540
				1020

V. Miara Roln.

			Sznur □ 1
		Morg 1	3
		Włoka 1	30
		Łan 2	3
			90
			270

IV. Miara Papieru.

			Arkusz 1
		Libra 1	24
		Ryza 1	20
		Bela 1	10
			200
			4800

Libra ma 24 arlusze papieru, na którym się pisze, a 25, na którym się drukuje.

ROZDZIAŁ I.

o Dodawaniu liczb wielorakich.

1.

1 Zagadnienie. Pewna osoba wydała jednego dnia 8 cz. zł. 4 zł. 5 groszy, drugiego dnia 3 cz. zł. 5 zł. 7 groszy, trzeciego dnia 7 cz. zł. 6 zł. 8 groszy, ileż ze wszystkiem wydała?

Odpowiedź. Dowiem się, ile wydała, dodawszy wydatki trzech dni do siebie.

	cz.	zł.	gr.
<i>Wzór działania.</i>	8	4	5
	3	5	7
	7	6	8
	18 cz.	15 zł.	20 r.

Uwaga. Gatunki różne pieniędzy składające wydatek dnia 1go, wypisuję w nieiakięj odległości od siebie. Gatunki potem podobne wydatku dnia 2go i 3go piszę pod pierwszemi i dla większey wygody zaczynam dodawać od gatunku najniższego, t. i. od groszy, postępując do coraz wyższych.

Inne przykłady.

1. Pewny kupiec przywiozł towaru

	Cetnarów Kamieni Funtów		
z Gdańska	15	2	5
z Frankfortu.	16	1	19
z Lipska	24	1	7

ile miał razem? Summa

2. Liwerant zakupił zboża

1	12	Łasztów	3 korcy	1 Cwierć
2	16		8	"
3	18		7	1

Summa.

5. Wyszynkował kto piwa w iednym tygodniu

	6 beczek	12 garcy
w 2gim	4	15
w cim	6	9
w 4tym	8	10

Sum.

4. Ma kto ogród długi na

5 sznurów 1 pręt 2 łokcie
 przykupuie plac długi na 4 szn. 5 pr. 4 łokcie.
 Jakaż będzie długość téy rozległości?

5. Ma kto w iednem polu 2 łany, 1 włokę 5 morgów.

w 2gim polu	5 łan.	" wł.	4 m.
w 5ciem polu	5	1	6

Summa

6. kupiec pewien sprowadził papieru.

1	5 Bel	3 Ryzy	5 libr.
2	12	6	3
3	18	5	9

Summa.

2.

2. Zagadnienie

Dochód roczny	cz.	zł.	gr.
z iednego folwarku iest	384	16	18
z 2go	569	17	25
z 3go	878	15	24
z 4go	957	14	29

Jleż wynosi dochód ze czterech folwarków?

Odpowiedź 1. Summa groszy wynosi 96, 00 uczyni 3 złote i 6 groszy. Te 6 groszy pisze pod groszami, a 3 złote przenoszę do rzędu złotych i dodam je do nich.

2. Summa złotych ze 3 wynikłymi z dodania groszy wynosi 65, co uczyni 3 cz. zł. i 11 zł. Te 11 zł. wypisuję pod złotemi, a czerwone złote przenoszę do czer. zł, które na koniec dodam.

	cz.	zł.	gr.
<i>Wzór działania</i>	384	16	18
	569	17	25
	878	15	24
	957	14	29
	3	5	
	2791 cz.	11 zł.	6 groszy

Doehód, ze czterech folwarków.

Uwaga. Tego sposobu trzymać się należy we wszystkich następujących przykładach. Zaczawszy od najniższego gatunku rzeczy dodawanie i obróciwszy summę liczb tego gatunku na następujący wyższy, wypiszesz pod nim summę z tego działania wynikającą, a resztę pod gatunkiem niższym, od którego dodawać zacząłeś. Też samą robotę powtórzysz, postępując do gatunku co raz wyższego.

Inne przykłady.

1. Pewien dziedzic ma 8 wsi. Kresocencya żyta wsi

<i>A</i>	24 łaszty,	19 koroy,	26 garcy.
<i>B</i>	18	25	29
<i>C</i>	17	24	31
<i>D</i>	14	18	17
<i>E</i>	16	15	14
<i>F</i>	24	19	23

	l:	k:	g:
G	35	26	30
H	54	25	27

Summa.

2. Zrobiono piwa w iednym miesiącu w mieście *N*, iak się pokazuje z reiestrów Akcyzy, 1 z 2 łasztów Jęcz. 3 kor. 114 beczek 56 garoy.

2 z 3	24	210	69
3 z 5	26	322	48
4 z 6	25	387	70
5 z 7	23	424	36
6 z 8	18	434	15
7 z 4	19	215	71
8 z 3	26	217	56

Ile wyszło łasztów ięczmieuia i ile było beczek piwa?

3. Ma kto pola

Pole *A* zamyka 4 Łany 2 włoki 26 morgów.

B	5	1	29
C	6	2	28

Summa.

4. Ma kto 5 ogrodów.

Pole ogrodu <i>A</i> wynosi 4 Sz. <input type="checkbox"/> 85 Pr. <input type="checkbox"/> 189 St. <input type="checkbox"/>			
B	3	96	213
C	5	79	178
D	7	99	219
E	12	85	224

Summa.

5. Do Gdańska przyplłynęło 5 okrętów kupieckich. Na *A* było towaru 325 C. 4 k. 29 f.

B	469	3	31
C	297	4	27
D	586	4	30
E	872	3	31

Summa.

6. Papiernia *A* sprzedała papieru przez rok

	38 bel	9 ryz	18 liber
<i>B</i>	59	8	19
<i>C</i>	76	7	17
<i>D</i>	24	6	16
<i>E</i>	97	5	15
<i>F</i>	103	8	19

Summa.

7. W kupieckich rejestrach znaleziono wypis długi następującego.

Osoba *A* winna 124 cz. zł. 13 zł. 2 srebr. gr.

B winna więcej niż *A* 56 cz. zł. 17 zł. 3 srebrne grosze.

C winna więcej niż *B* 72 cz. zł. 6 zł. 1 srebrny grosz.

D winna więcej niż *C* 96 cz. zł. 7 zł. 2 srebrne grosze.

E winna więcej niż *D* 105 cz. zł. 12 zł. 3 srebrne grosze.

F winna więcej niż *E* i *D* 6 cz. zł. 9 zł. 3 srebrne grosze.

Jeż każda z tych osób winna i ile cały dług wynosi?

R O Z D Z I A Ł II.

O odeymowaniu liczb wielorakich.

3.

1. Zagadnienie. Pewna osoba miała 36 cz. zł. 14 zł. 24 grosze miedziane, wydała 15 cz. zł. 12 zł. 14 gr. ileż iéy się zostało?

Odpowiedź. Dowiem się tego, odiawszy wydatek od tego co miała.

Z 24 groszy wydawszy 14,	zostało 10 gr.
Z 14 złotych wydawszy 12,	zostało 2 zł.
Z 36 cz. zł. wydawszy 15 cz.	zostało 21 cz. zł.
Zostało więc tę osobie 21 cz. zł.	2 zł. gr. 10.
<i>Wzór działania</i>	36 cz. zł. 14 24
	15 12 14
	<hr/>
	21 cz. zł. 2 z. 10 gr.

Uwaga. Liczby podpisują się w odciąganiu iak się podpisywały w dodawaniu i działaniu zaczyna się podobnie od najniższego gatunku.

Inne przykłady.

1. Z 24 łasztów żyta 19 korcy 15 garcy,
sprzedał ktoś 15 łasztów 17 korcy 9 garcy

Ile mu się zostało? Reszta.

2. Z waru piwa wynosz. 46 becz. 24 garce,
sprzedano 25 13

Ile się ieszoze piwa zostało? Reszta

3. Oyciec dał synowi z 5 łan. 2 włok 18 mor.
2 łan. 1 13

Ileż pola ma ieszoze oyciec? Reszta

4. Z 8 bel 6 ryz 19 liber. sprzedał kupiec
6 4 13

Reszta.

5. Miał bydź rów kopany długi Szn. Pr. Łok
na 12 5 4
Wykopano tylko 8 3 2

Ile zostaje do kopania? Reszta.

6. Z 28 Cent. 4 kam. 16 fun. sprzedał Kup.
24 3 14

Reszta.

4.

Zagadnienie 2. Z 386 cz. zł. 8 zł. 9 groszy wydałem 298 cz. zł. 16 zł. 15 groszy, ilez mi się zostało?

Odpowiedź. Z 9 groszy wydać nie mogłem 15 groszy, biorę (a) więc z 8 zł. jeden rozłożywszy go na 30 groszy, dodaję 9, z 39 groszy wydawszy 15, zostanie mi 24 groszy.

2. Z 7 zł. wydać nie mogłem 16, biorę więc od 386 czer. zł. jeden czer. zł. i rozłożywszy go na 18 zł, dodaję do nich 7, z 25 zł. wydawszy 16, zostanie mi 9.

3. Nakoniec odciągnawszy 298 cz. zł. od 385, zostanie 87.

Wzór działania

386 cz. zł. 8 zł. 9 groszy		
298	16	15
87	9	24

Uwaga. Niższego gatunku pieniędzy nie miały tyle iedności, ile wypadło z nich wydać; wzięliśmy więc z wyższych po 1 iedności i rozłożyliśmy ją na iedności niższego gatunku. Dla pamięci zaś można położyć kropkę przytym gatunku, od którego się wzięła iedność. Do téy iedności tak rozłożonéy dodaliśmy niższy gatunek, a od téy summy odieiliśmy liczbę żadaną.

(a). Jeżeli się zkad inąd przyzwyczaił do słowa pożyczam, chciéy się od niego odzwyczaić. Kto pożyczam, powinien oddać. W rachunkach pożyczając, kiedy oddajesz? Jeśli summa zadana cz. zł. i groszy była moją, nie pożyczam złotego chcąc wydać 15 groszy, miewszy tylko 9, biorę z moich pieniędzy, nie potrzebuję.

H

Kiedy piszemy 1812 rok 3go Maia o godzinie 10tęy zrana, upłynęło od narodzenia Chrystusa lat 1811, miesięcy 4, dni 2 i 10 godzin. Bo od północy zaczynamy dzień rachować.

Nakoniec, kiedy piszemy 1812, 3go Maia o godzinie 1szęy po południu, upłynęło w samey rzeczy lat 1811, miesięcy 4, dni 2, i godzin 13. Bo od północy do południa mamy godzin 12, więc do 1wszëy po południu 13 godzin.

Inne przykłady.

1. Gdy pisano rok 1542, 5 Lutego, wieczorem o godzinie 7, ile lat, miesięcy i dni upłynęło od narodzenia Chrystusa?

2. Gdy pisano rok 1325, 17 Marca o 5tęy zrana, ile lat, miesięcy, dni i godzin upłynęło od narodzenia Chrystusa?

Zagadnienie. Umarła pewna osoba 1770 roku 11go Marca, o 8męy wieczorem, urodziła się zaś 1701. 8 Lutego o 7 zrana, ile żyła lat, miesięcy, dni i godzin?

Odpowiedź. Umarła ta osoba 1770 roku 11go Marca, o 8męy wieczorem, rachowano więc wtedy od narodzenia Chrystusa upłynionych lat 1769, 2 miesiące 10 dni, 20 godzin.

Urodziła się zaś ta osoba, gdy upłynęło było lat 1700, miesiąc 1, dni 7, i 7 godzin.

Odeymuiąc teraz liczby pierwsze od drugich, dowiemy się, ile ta osoba żyła lat, miesięcy, dni i godzin.

Wzór działania.

		mie.	dn.	god.
Umarła ta osoba	1769 roku	2	10	20
Urodziła się	1700	1	7	7
Żyła lat	69	1	3	13

Inne przykłady.

2. Ile lat, miesięcy, i dni upłynęło od sławnego zwycięstwa Jana III. Sobieskiego pod Wiedniem, które nad Turkami odniósł r. 1683 12go Września?

3. Ile lat rachujemy od zwycięstwa Stefana Batorego pod Lubinem nad 150000 Turkami otrzymanego roku 1580 12go Października?

4. August II. poraża Szwedów pod Kaliszem roku 1706, 29 Października, ilez upłynęło lat?

5. Stefan Batory, Xiążę Siedmiogrodzki obrany był królem Polkim r. 1576, 15 Grudnia, umarł zaś w Grodnie 1586, 13 Grudnia ile lat rządził?

6. Stefan Czarniecki przebywszy w Helsocyi wplaw odnogę morską, zwycięża Szwedów na wyspie Alsen r. 1658, 16 Grudnia.

7. Jan III. umarł w Wilanowie pod Warszawą r. 1696. 17 Czerwca, obrano go krolem r. 1674 18 Maia, ile lat rządził?

8. Pulcherka pyta się Matki, *matuniu ile mam lat?* Odpowiada matka, *twój bracişzek Dezzydery, który iuż na drugi rok uczy się rachunków, rozwiąże to pytanie, gdy mu powiem, że twoja Babunia starsza była odemnie 15 laty, 12 niedziel i 2 dni, i kiedyś się ty urodziła, miałam lat 31, niedziel 4, 2 dni. Gdyby zaś nie.*

boszezka babka, która umarła przed 12 laty, 18 tygodni, 1 dniem, dotąd była żyła, miała-by była teraz 68 lat, 36 niedziel, 5 dni. Dezyderku, powiedz siostrze, ile ma lat?

Odpowiedź. 10 lat, 2 niedziele.

R O Z D Z I A Ł III.

O mnożeniu liczb wielorakich.

5.

1. Zagadnienie. Kupiła pewna osoba 16 centnarów towaru po 27 cz. zł. 15 zł. 18 groszy, ile za 16 centnarów zapłaciła?

Odpowiedź. Zapłaciła ta osoba 16×27 cz. zł. i 15×15 zł. i 16×18 groszy.

Uwaga. Takowa odpowiedź zwykła się krótko tak wyrazić:

$16 (27 \text{ cz. zł.} + 15 \text{ zł.} + 18 \text{ groszy})$ lub też $16 \times 27 \text{ cz. zł.} + 15 \text{ zł.} + 18 \text{ groszy}$. Liczby między nawiasem () lub pod linią, trzeba w szczególności każdą przez mnożnik 16 pomnożyć.

Działanie 1. Gdyby ta osoba kupiła 1 centnar po 18 groszy, dałaby za 16 centnarów 16×18 groszy = 288 groszy, czyli obróciwszy na złote, dzieląc przez 30, dałaby 9 zł. 18 groszy.

2. Kupiła ta osoba 1 centnar nie tylko po 18 groszy, ale nadto po 15 złotych, więc zapłaci jeszcze 16. 15 zł. = 240 złotych, czyli obróciwszy na złotych, dzieląc przez 18, zapłaci 13 cz. zł i zł. 6. Zapłaci już tedy 13 cz. zł, 15 zł, 18 groszy.

3. Nakoniec płaci jeszcze centnar po 27 cz. zł, więc za 16 centnarów, da 16. 27 cz. zł. = 432 cz. zł.

Do tych cz. zł. dodawszy wyższą summę, wypadnie 445 cz. zł. 15 zł i 18 groszy, i tyle zapłaciła ta osoba za 16 centnarów towaru.

Albo tak. Czerwone złote i złote obracam na grosze.

1 czerwony zł. ma 540 gr. więc 27 cz. zł. czynią $27 \cdot 540 = 14\,580$ groszy.

1 złoty ma groszy 30, więc 15 zł. uczynią $15 \cdot 30 = 450$.

1 Centnare więc kosztui groszy $14\,580$
 450
 18

Razem $15\,048$ gr.

Więc 16 centnarów będzie kosztowało, 16. $15\,048$ groszy $= 240\,768$, czyli obróciwszy na czer. zł. i na złote wypadnie, iak wyżej 445 czer. zł. 15 zł. 18 groszy.

Inne przykłady.

1. Od centnara towaru ma kupiec farmaceutowi zapłacić 16 zł. 24 grosze, ileż zapłaci od 65 centnarów?

Zapłaci 65 (16 zł. + 24 grosze) lub 65×16
 $\text{zł.} + 24 \text{ grosze.}$

2. Kupię 24 łokci sukna po 17 zł. 16 gr. ileż zapłacę za 24 łokcie?

Zapłacę 24 (17 zł. + 16 groszy) lub 24×17
 $\text{zł.} + 16 \text{ groszy.}$

3. Liwerant zakupił 58 łasztów żyta po 32 cz. zł. 15 zł. 24 groszy, ileż zapłaci?

Zapłaci 58 (32 cz. zł. + 15 zł. + 24). gros.

4. Ogrodu pewnego szerokość zamyka 6 sznurów długość zaś 9 sznurów, 3 pręty 12 stóp, iakie jest pole ogrodu w sznurach, prętach i stopach kwadratowych?

Uwaga. W tym przykładzie mnożniki i mnożną na stopy obróćisz, rozmnożywszy potem te czynniki, wypadną stopy kwadratowe, które na pręty kwadratowe obrocisz, dzieląc przez 225, nakoniec pręty kwadratowe na sznury \square , dzieląc je przez 100.

5. Zakupie pewna osoba w mieście plac na dom zaizdny, szeroki na 3 sznury 2, pręty 8 stóp, a długi na 6 sznurów, 4 pręty, 12 stóp; od stopy kwadratowey ma zapłacić 2 talarzy, 3 zł. 15 groszy, ileż zapłaci?

6. Cena złota bywa bardzo odmienna, założmy, iż za czerwony złoty dają 23 zł. 15 gr. w zdawkowey monecie; 56 cz. zł. ile uczyni złotych i groszy w drobnéy monecie?

7. Kiedy za czerwony złoty dają w kurancie 19 zł. 15 groszy, 24 cz. zł. ile uczynią w kurancie?

8. Kupię 8 łokci sukna po 17 zł. 15 gr. w dobréy monecie, a mam tylko złoto, ileż zapłacę czer. zł, rachując 1 czer. zł. po 22 zł. w dobréy monecie?

9. Pewny Xiążę posiada 4 majątności, w każdéy trzyma 8 kommissarzy, każdy kommissarz ma pod sobą 15 wsi, w każdéy wsi jest 10 rolników, a każdy rolnik płaci co rok 12 talarów czynszu, jaki dochód ma ten Xiążę?

Odpowiedź? 57600 talarów.

R O Z D Z I A Ł IV.

O dzieleniu liczb wielorakich.

6.

Zagadnienie 1. Za 16 centnarów towaru dano 445 cz. zł. 15 zł. 18 gr, ile kosztuje cent?

Odpowiedź. Gdyby tylko dano za 16 centnarów 445 cz. zł. kosztowałyby ieden 16tą częścią 445 cz. zł, to iest 27 cz. zł, 13 zaś zostałyby iesoze do podzielenia przez 16, czego wykonać nie można, bo dzielna iest mnieysza od dzielnika, obracam więc te 13 czer. zł. na zł, co uczyni 234, a do nich dodawszy 15 zł. w zagadnieniu będących, summa będzie zł. 249.

Wystawiam sobie teraz, iż za 16 centnarów dano 249 zł, więc 1 centnar kosztuje 16 razy mniej, t. i. 15 zł, zostanie znowu 9 zł. do podzielenia przez 16.

Obróciwszy pozostałe 9 zł. na grosze i dodawszy do nich 18 groszy w zagadnieniu będących, uczyni summa 288 groszy, które dano ieszcze za 16 centnarów więc 1 centnar przyjdzie nadto po 18 groszy.

Centnar więc towaru kosztuje 27 czer. zł. 14 zł. 18 groszy.

Sprawdzenie. Kiedy 1 centnar kosztuje 27 cz. zł. 15 zł. 18 groszy, więc 16 będzie kosztowało 16 (27 cz. zł. + 15 zł. + 18 groszy).

Albo tak. Obróćmy ezerwone złote i złote na grosze.

445 cz. zł. czyni groszy	240300
15 złotych	450
Dodamy nakoniec 18 gr.	18

240768 groszy.

Za 16 centnarów towaru dano 240768 groszy, więc 1 centnar kosztuje 16 razy mniej.

Z tego dzielenia wypadające grosze obróciwszy na złote i ezerwone złote, wypadnie 27 cz. zł. 15 zł. 18 groszy,

Uwaga. Drugi sposób iest łatwiejszy, ale pierwszym chciej następujące zagadnienia roz-

wiązać, bo w niektórych przypadkach krótszy jest niż drugi.

Inne przykłady.

1. Od 65 centnarów towaru zapłacił kupiec cła 60 cz. zł. 12 zł, ile dał od 1 centnara?
2. Za 24 łokci sukna dała pewna osoba 420 zł. 24 grosze, po ozemu i łokcie?
3. Za 58 łasztów żyta płacono 1908 cz. zł. 16 zł. 12 groszy, po ozemu łaszt?
4. Pewien powiat złożony z 3482 kominów, ma do magazynu liwerować 56 łasztów żyta i 12 korcy.
2. 14 łaszt. owsa i 8 korcy.
3. 90 kóp słomy i 2 mendle ileż i komien da?
5. Pole pewnego ogrodu zamyka 36 szn.
6. 5 st. szerokość zaśiegi wynosi 6 sznurów, jaka długość ogrodu?

7.

Zagadnienie 2. Za pewną liczbę centnarów towaru дано 445 cz. zł. 15 zł. 18 groszy, płacono zaś centnar po 27 cz. zł. 15 zł. 18 groszy, ile kupiono centnarów?

Odpowiedź. Tyle kupiono centnarów, ile razy cena jednego mieści się w cenie wszystkich.

Uwaga Trzeba dzielnik złożony z różnych gatunków pieniędzy obrócić na grosze, podobnie i dzielną, a potem dzielić, iloraz pokaże, ile kupiono centnarów.

Inne przykłady.

1. Zapłacono furmanowi 60 czerwonych złotych 12 złotych od centnara zaś дано mu 16 zł. 24 grosze, ileż wieź centnarów?

2. Za pewną liczbę łokci sukna dano 420 zł. 24 groszy, łokieć zaś kosztował 17 zł. 16 groszy, ile kupiono łokci?

3. Za pewną liczbę łasztów żyta dano 1906 cz. zł. 16 zł. 12 groszy, łaszt kosztował 32 cz. zł. 15 zł. 24 grosze, ile kupiono łasztów?

4. Rozległość pewnego ogrodu wynosi 56. sznurów \square 63 st. \square długość zaś zawiera 9 sz. 3 pręty 12 st, iaka jest szerokość?

5. Jeżeli dostanie za 1 czer. zł. złotych 19 i 24 grosze w kurancie, 52634 zł. ile uczyni czerwonych złotych?

6. Pewien Szlachciec ma 2 wsie, w każdym 6 kurników, w każdym kurniku po 6 kogutów, każdy kogut prowadzi 8 kur, a każda kura, okrągło rachując, 10 kurcząt. Za kurczęta mu dano 240 talarów, po czemu kurczęta sprzedał?

C Z E Ś Ć III.

Skrócenia działań z liczbami wielorakiemi czyli o ułamkach.

I. Wstęp do rozdziałów następujących.

Działania z liczbami wielorakiemi, wiele częstokroć i czasu i miejsca zabierają, trzeba zatem szukać sposobu skrócenia ich. Nic nowego w następujących rozdziałach mieć nie będziemy. To, co dotąd było, pod innym tylko będziemy rozbierali względem. Umiemy więc to, co następuje, i oprócz dwóch lub trzech wyrazów nowych niczego się więcej nie nauczymy.

1.

Czytanie ułamków.

Złoty dzieli się na 30 groszy, każdy więc grosz jest *trzydziestą* częścią złotego, i jedno zatem znaczy, grosz, lub trzydziesta część złotego.

Więc też będę mógł powiedzieć:

Dwie trzydzieste części złotego lub 2 grosze.

Trzy trzydzieste części złotego lub 3 . . .

Cztery trzydzieste części złotego lub 4 . . .

Pięć trzydziestych części złotego lub 5 . . .

29 trzydziestych części złotego lub 29 groszy.

Inne Przykłady

Czym są 1, 2, 3 17 złotych względem cz. zł?

Czym są 1, 2, 3 31 lotów względem funta?

Czym są 1, 2, 3 31 funtów względem kam?

Czym 1, 2, 3 kamienie względem cent?

Czym 1, 2, 3 pręty względem sznura?

Czym 1, 2, 3 arkusz względem libry?

Jaką częścią jest 1, 2, 3 uczniów *np* klasy II?

2.

Gdy tak stosuję grosz, lub 2, 3, 4, 5 do złotego, wystawiam sobie, iakby te grosze od złotego ułamane były, stąd takowe wyrażenia, *dwie trzydzieste części złotego, trzy trzydzieste części złotego*, nazywamy *ułamkami*.

Siedm trzydziestych drugich funta jest ułomek. Wystawiam tu sobie, iakby 7 lotów

od 3^o było oderwanych| czyli ułamanych , na które funt dzieli się.

3.

W ułamku np. tym pięć ośmnastych części czerwonego złotego postrzegam dwa wyrazy *Pięć* i *ośmnastych*.

Wyraz *ośmnastych* mianuje mi, czyli oznajmuje, na ile części czerwony złoty dzieli się, stąd nazywa się *mianownikiem*.

Wyraz *Pięć* liczy mi, ile części z ośmnastu biorę, stąd zowie się *licznikiem*.

Ułomek pisać się zwykł tym sposobem :

Licznik. *Pięć*.

Mianownik. ośmnastych części dukata, czyli 5 zł.

Licznik. *Dwie*.

Mianownik trzydzieste części złotego czyli 2 grosze.

Licznik. *Cztery*.

Mianownik. piąte centnara czyli 4 kamienie
Licznik oddziela się linią od mianownika.

4.

Ułamki wyrażają się cyframi króćcy, iak następuje :

Licznik $\frac{5}{18}$ czer. zł. czyli pięć ośmnastych części czer. zł.

Mianownik. Albo pięć ośmnastych cz. zł.

Licznik. $\frac{2}{30}$ zł. dwie trzydzieste złotego.

Mianownik.

Licznik. $\frac{2}{5}$ Centnarów cztery piąte centnara.

Mianownik.

Zagadnienie. Jak się wyrazi w ułamku włoka względem łąnu?

Odpowiedź. Łan zawiera 5 włóki, więc włoka jest trzecią częścią łąnu, napisze się zatem włoka tak: $\frac{1}{5}$ łąnu.

Inne przykłady.

1. Trzy ryzy napisać względem beki.
2. Dwie kwarty względem garca.
3. korcy względem łasztu i t. d.

Uwaga. Dotąd czytaliśmy ułamki, zaczynając od licznika a postępując do mianownika.

5.

Ułomek $\frac{2}{30}$ zł, czytaliśmy: dwie trzydzieste złotego, t. i. 2 grosze.

Można go i tak czytać.

Trzydziesta część dwóch złotych.

Tu zaczynam czytanie od mianownika i kończę na liczniku.

Czytając ułomek $\frac{2}{30}$ zł, *trzydziesta część dwóch złotych*, uważam go jak dzielenie. Mianownik 30 jest dzielnikiem, a licznik 2 jest liczbą dzielną, ilorazu zaś szukać trzeba.

Szukamy go:

2 zł. czyli 60 groszy jest jedno, więc ułomek $\frac{2}{30}$ zł. znaczy to samo, co 30: 60, czyli 2 grosze.

Czy więc czytam ułomek $\frac{2}{30}$: *Dwie trzydzieste złotego* czyli też *Trzydziesta część dwóch złotych*, jest wszystko jedno.

Ułomek więc może być znakiem dzielenia. *Dzielna będzie licznikiem, dzielnik mian-*

nownikiem, ilorazu zaś szukać trzeba dzieląc dzielną przez dzielnik.

Np. za 4 łokcie sukna dałem 36 zł, ile 1 kosztuje?

Kiedy 4 łokcie kosztują 36 zł, więc 1 kosztuje czwartą część 36 czyli $\frac{36}{4}$. Dzieląc teraz 36 przez 4, znajdem iloraz 9, więc 1 łokieć kosztuje 9 zł.

Ten tedy ułomek $\frac{36}{4}$ pokazuje mi, że 36 trzeba dzielić przez 4, nie zaś, że 4 jest podzielone przez 36.

Podobnież ułomek $\frac{2}{3}$ zł. biorę za znak dzielenia, dzielną jest licznik 2, a mianownik 3 dzielnikiem.

2 zaś dzielić nie mogę przez 3. Bo większa liczba w mniejszy mieścić się nie może, używam więc znaku, któryby mnie ostrzegł iż mniejszą liczbę trzeba podzielić przez większą, i ten znak jest $\frac{2}{3}$:

Teraz szukam sposobu za pomocą któregobym mógł to dzielenie wykonać, 2 więc złote obracam na groszy 60. Te 60 podzieliwszy przez 3, iloraz 20 pokazuje, iż ułomek $\frac{2}{3}$ zł. znaczy 20 groszy.

Byłbym podobnież tego doszedł, czytając ułomek $\frac{2}{3}$ dwie trzecie złotego.

Bo tak czytając, mianownik 3 pokazuje, iż złoty jest podzielony na 3 części.

Każda trzecia część złotego zamyka 10 groszy, aże licznik dwie takie części oznacza, więc $\frac{2}{3}$ zł. znaczy 20 groszy.

Uwaga. Dzielenie więc dało pochód do wynalezienia ułomków. Gdy przyszło dzielić liczbę mniejszą przez większą, trzeba było znaku jakiegoś użyć na pokazanie tego gatunku dzielenia, i tym znakiem dzielenia jest ułomek.

Lecz i w pospolitem dzieleniu można wygodnie tegoż znaku używać: co pokaże się niżej przy mnożeniu i dzieleniu ułomków, oraz w części praktycznej Arytmetyki, gdzie obszernie mówić będziemy o regule trzech, składaney, łańcuchowey: skrócenia wszelkie tych działań od wspomnianego znaku zależeć będą. Znaki umoczenia i dzielenia ułatwią nam wszelkie rachunki.

Następujące ułamki czytaj dwojako i dochódź, jeżeli te dwa wyrażenia iedno znaczą.

$\frac{4}{5}$ zł. lub piąta część czterech złotych.	
$\frac{2}{5}$ czer. zł. lub.....	$\frac{5}{150}$ cent. lub....
$\frac{1}{24}$ łokcia lub.....	$\frac{8}{32}$ kamienia lub....
$\frac{1}{32}$ funta lub.....	$\frac{4}{16}$ grzywny lub....
$\frac{3}{4}$ garca lub.....	$\frac{8}{72}$ beczki lub....
$\frac{4}{10}$ beli lub.....	$\frac{5}{100}$ sznura \square lub.... itd.

6.

II. Liczenie i odliczenie ułomków.

Wiedząc teraz, zkąd wypada ułomek, iak się jego wyrazy nazywają, iak się go czyta, i czego jest znakiem, przystąpmy do liczenia ilości ułomkowych.

Cośmy powiedzieli o liczeniu ilości całkowitych, toż samo powiedzieć można o liczeniu ilości ułomkowych. W tamtym iedności następnie dodawaliśmy, tu części wyrażone przez mianownik dodawać będziemy następnie:

np. $\frac{1}{30}$ czyli 1 grosz, $\frac{2}{30}$, $\frac{3}{30}$, $\frac{4}{30}$, $\frac{5}{30}$, $\frac{6}{30}$ $\frac{10}{30}$
 $\frac{20}{30}$ $\frac{25}{30}$ $\frac{30}{30}$ zł. czyli 1 zł.

Podobnież $\frac{1}{18}$ czer. zł., $\frac{2}{18}$, $\frac{3}{18}$ $\frac{17}{18}$, $\frac{18}{18}$

Można to liczenie dalej posunąć np. $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$
 $\frac{30}{18}$ i t. d. takowe ułamki, których liczniki są równe mianownikom lub większe od ostatnich nazywają się niewłaściwe, których zaś

liczniki są mniejsze od mianowników są właściwe.

7.

Z liczenia ułomkowych ilości pokazuje się, iż powiększając licznik powiększamy ułomek, nie tknąwszy mianownika, i tak $\frac{15}{20}$ zł. więcej znaczy niż $\frac{9}{20}$ zł., podobnie $\frac{7}{8}$ większe jest od $\frac{5}{8}$ ozer. zł.

Jakoż ilość części jedności, oznaczona przez mianownik, jest iednostayną, bo mianownika nie odmieniamy: powiększając więc licznik, powiększamy liczbę części w ułamku zawartych, a zatem i sam ułomek.

Ztąd wnosimy, iż ze dwóch ułomków mających różne liczniki a mianowniki równe, ten jest większy, który ma większy licznik.

8.

Mnożymy liczbę jaką, dodając ją kilka lub kilkanaście razy i t. d. do siebie, podobnie mnożymy ułomek, powtarzając licznik 2, 3, 4, it. d. razy, nie ruszywszy mianownika $5 \times \frac{5}{20} = \frac{15}{20}$; podobnie $2 \times \frac{6}{18} = \frac{12}{18}$. Albowiem powiększyć licznik ułamku 2, 3, 4 i t. d. razy, jest to dać ułamkowi 2, 3, 4 i t. d. razy więcej części, wielkość zaś tych części jest ta sama, co przedtem, bośmy mianownika nie ruszyli.

9.

Odeymuiąc po iednéy iedności odliczamy, podobnie odeymuiąc po iednéy części następnie od licznika ułamku odliczamy, np. $\frac{17}{18}$ ozer. zł:

$\frac{16}{18}, \frac{15}{18}, \frac{14}{18}, \dots, \frac{10}{18}, \dots, \frac{1}{18}$

Zmniejszy.

Zmniejszając więc licznik, zmniejszamy ułomek, nie tknąwszy mianownika. Bo po zmniejszeniu licznika, zamyka ułomek mniejszą część cząstek, a wielkość ich jest też sama, co i przed zmniejszeniem była. Więc dzieląc przez 2 lub 3 lub przez inną liczbę licznik ułamka, nie tknąwszy mianownika, 2 lub 3 i t. d. razy tenże ułomek robimy mniejszym, czyli dzielimy sam ułomek przez 2, lub 3 i t. d. Bo 2, 3 i t. d. razy mniej części zamyka, niż przed dzieleniem, a wielkość tych części nie odmieniła się, np. przez 6 podzieliwszy $\frac{12}{18}$, wypada iloraz $\frac{2}{3}$, podobnież piąta część $\frac{5}{30}$ jest $\frac{1}{6}$.

Mnożąc więc licznik, mnożymy ułomek.
Dzieląc licznik, dzielimy ułomek.

10.

Przeciwnie powiększając mianownik ułamku, zmniejszamy ułomek, nie odmieniwszy licznika. Bo powiększając mianownik dzielimy jedność na więcey części, stają się więc one mniejszemi, że zaś licznik tyle tych części oznacza, ile przed tém powiększeniem mianownika, więc zbiór ich mniej znaczy, np. $\frac{2}{5}$ zł. mniej znaczy niż $\frac{2}{3}$ zł., podobnież $\frac{1}{6}$ czer. zł. mniej znaczy niż $\frac{1}{2}$ czer. zł., $\frac{1}{4}$ arkusza czyli ćwiartka jest mniejsza od $\frac{1}{2}$ arkusza.

Ze dwóch więc ułamków mających równé liczniki a mianowniki różne, ten jest większy, który ma mniejszy mianownik.

11.

Ztąd wniesiemy, że kiedy mianownik ułamku mnożymy przez 2, 3 lub inną liczbę, nie tkną-

wszy licznika, sam ułomek robimy tyleż razy mniejszym, czyli dzielimy go przez tę liczbę. Bo licznik zamyka zawsze jednostayną ilość części, lecz po dzieleniu mianownika, każda jest 2, 3, i t. d. razy mniejsza. I tak poło są $\frac{3}{4}$ zł. są $\frac{3}{8}$ zł. podobnie $\frac{4}{15}$ zł. jest trzecią częścią $\frac{4}{5}$

12.

Przeciwnie, zmniejszając mianownik, powiększamy ułomek, nie odmieniacząc jego licznika. Bo w tym przypadku wystawiamy sobie jedność podzieloną na mniejszą ilość części, każdą więc robimy większą, więc i ich zbiór powiększamy, i tak $\frac{3}{4}$ zł. znaczy więcej niż $\frac{3}{5}$ zł.

13.

Więc dzieląc mianownik ułomku przez 2, 3 i t. d, robimy tenże ułomek tyle razy większym, czyli dzieląc mianownik, mnożymy ułomek. Bo licznik zawiera zawsze jednakową liczbę tych części, lecz, po dzieleniu mianownika przez 2, 3 i t. d, każda z tych części stała się 2, 3 i t. d. razy większą, więc i zbiór tychże, czyli ułomek 2, 3, i t. d. razy pomnożony został, np. $\frac{3}{5}$ zł. zamyka 5 razy $\frac{3}{15}$; $\frac{5}{6}$ zamyka 4 razy $\frac{5}{24}$ zł.

Zagadnienie. Dla czego, mnożąc ułomek $\frac{2}{3}$ przez 3, dosyć jest przekreślić mianownik? podobnie, $\frac{4}{5}$ zł. mnożąc przez 5, czemu na iloczyn wypada 4?

W powszechności mówiąc, kiedy mnożnik tyle zamyka jedności ile ich jest w mianowniku, czemu tylko mianownik przekreśla się, a licznik już przez to samo jest iloczynem?

Odpowiedź...

14.

Zbieramy teraz krótko prawdy dotąd wy-
lusczone :

*Działania z licznikiem ułamku, odpowia-
dają działaniom ułamku, bośmy pokazali, że
mnożąc licznik, mnożymy ułomek, dzieląc licznik,
dzielimy ułomek.*

*Działania zaś z mianownikiem są przeci-
wne działaniom ułamku. Bośmy widzieli, że
mnożąc mianownik, dzielimy ułomek, dzieląc
mianownik, mnożymy ułomek.*

15.

1. Wnieśmy ztąd naprzód tę ważną prawdę,
że, mnożąc wyrazy ułamku przez jakąkolwiek
liczbę, ułamku nie odmieniamy, czyli ułomek
przez to mnożenie wyrazów wartości swojej nie
traci. Bo mnożąc licznik, robimy ułomek 2,
3, i t. d. razy większym, mnożąc zaś mianownik
robimy go 2, 3 i t. d. razy mniejszym, taż sa-
ma więc liczba, która ułomek mnożyła, dzie-
ląc go znowu, żadney w nim odmiany sprawić
nie mogła, a tak $\frac{1}{5}$ zł. = $\frac{2}{15}$ zł., $\frac{5}{6}$ zł. = $\frac{20}{24}$ zł.
Można się o tém przekonać, szukając znaczenia
tych ułamków.

2. Wnieśmy powtórę, że dzieląc wyrazy
ułamku przez jakąkolwiek liczbę, ułomek war-
tości swojej nie traci. Bo dzieląc licznik, ro-
bimy ułomek 2, 3 i t. d. razy mniejszym, dzie-
ląc zaś mianownik, robimy go 2, 3, i t. d. ra-
zy większym, taż sama więc liczba, która uło-
mek dzieliła, mnożąc go znowu, żadney w nim
odmiany sprawić nie mogła, a tak $\frac{2}{4}$ zł. = $\frac{1}{2}$ zł.
 $\frac{15}{16}$ czer. zł. = $\frac{5}{8}$ cz. zł.

i 2

Ztąd wypada sposób odmieniania wyrażeń tak liczb całkowitych, iako i ułomkowych.

$$\begin{aligned}
 1 &= \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} \dots\dots \frac{100}{100} \dots\dots \frac{1005}{1005} \text{ i t. d.} \\
 2 &= \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} \dots\dots \frac{100}{50} \dots\dots \frac{2000}{1000} \text{ i t. d.} \\
 6 &= \frac{12}{2} = \frac{18}{3} = \frac{24}{4} = \frac{30}{5} = \frac{60}{10} = \frac{600000}{100000} \text{ i t. d.}
 \end{aligned}$$

Wszystkie *np.* wyrażenia w trzecim przykładzie znaczą 6 iedności. Bo, jeżeli sobie wystawiam iedność podzieloną *np.* na 2 części, a mam takich części 12, więc w samy rzeczy mam tylko iedności 6, toż samo powiedzieć można o wszelkiej liczbie całkowitej.

Można więc sobie wystawić iedność podzieloną na iakąkolwiek liczbę części równych; jeżeli licznik zawiera sumę tych części przez mianownik wyrażonych, tyle razy powtórzoną, ile całkowita liczba zamyka iedności, w tedy wyrażenie ułomkowe, tyle znaczy, ile liczba całkowita.

Podobnie ułamki mogą być rozmaicie wyrażone.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} &= \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{50}{100} \text{ i t. d.} \\
 \frac{1}{3} &= \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{7}{21} = \frac{8}{24} \text{ i t. d.}
 \end{aligned}$$

Lecz z tych wszystkich wyrażeń pierwsze jest najlepsze; bo najprostsze, ztąd najprędzej wartość ułamku daie nam poznać, iest za'ém dobrze umieć je wynaleśdź w każdym z wyżej wypisanych wyrażeń, co można wykonać, dzieląc oba wyrazy ułamku przez iedną liczbę *np.* wyrazy ułamku $\frac{2}{8}$ dzieląc przez 8, wypadnie $\frac{1}{4}$ najprostsze wyrażenie.

Tych zaś tylko ułomków najprostsze wyrażenia mieć można, których wyrazy przez iedną liczbę są podzielne, i takową liczbę dzielącą tak licznik iako i mianownik ułamku na-

zywamy *wspólnym dzielnikiem ułamku*, np 8 jest *wspólnym dzielnikiem* $\frac{8}{24}$.

Następujące zaś ułamki $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{10}{16}$ i t. d. *wspólnego dzielnika nie mają*; iedność dzieli wprawdzie licznik i mianownik, lecz po dzieleniu wyrazów przez iedność wyrażenie nie odmie- nia się: ztąd takowe ułamki nazywamy *nieprze- rabialnemi*, że wyrażenie ich przerobić się nie daie na mnieysze.

Takowe to nieprzerabialne ułamki naywy- godniéy czytać się daia drugim sposobem, np. $\frac{15}{16}$ zł, czytamy, szesnasta część 15 zł.

Te 15 zł. obróciwszy na grosze, wypadnie 450 groszy, 16sta część 450 groszy iest 28 gro- szy i $\frac{2}{16}$ lub $\frac{1}{8}$ grosza.

Czytaj tak $\frac{18}{19}$ czer. zł. $\frac{5}{7}$ talara, $\frac{0}{11}$ zł. it. d.

17.

O *wspólnym dzielniku*.

Widzieliśmy iuż, że, choćc mieć wyraże- nie nayprostsze ułamku, trzeba dzielić wyrazy iego przez iedną iaką liczbę, trzeba więc do- świadczać, iezeli się wyrazy iego nie dadzą dzie- lić przez 2, lub 3, lub 4... 5... 6 i t. d.

Idzie tu więc o to, żeby się nauczyć, któ- re liczby dzielić się daia przez 2, ... 3, ... lub 4 i t. d.

I. które liczby dzielić można przez 2? że cyfry 2, 4, 6, 8, 10 przez 2 dzielić można, iest oczywista.

Dzielać zaś 3, 5, 7, 9, przez 2, zostaię za- wsze 1 do podzielenia przez 2, więc, iezeli w li- czbie iakiéy na miescu dziesiątków są cyfry 3,

5, 7, 9, zostanie zawsze 1 dziesiątek do podzielenia przez 2.

Założywszy teraz, iż liczba iaka na końcu ma 0, lub iednę z cyfr 2, 4, 6, 8, więc przez 2 przyydzie dzielić 12, 14, 16, 18, 10 iedności, te zaś wszystkie liczby przez 2 dzielić się daią, zatem *wszelka liczba mająca na końcu 0, lub iedną z cyfr 2, 4, 6, 8 iest przez 2 podzielna.*

Toż samo rozumowanie można przystosować do liczb złożonych z kilku lub kilkunastu gatunków iedności.

Liczby przez 2 podzielone nazywamy *parzystymi*.

Przykłady. Przez 2 podzielić 390 lub 1976
..... 5792.. 39154.. 375538 i t. d.

II. Które liczby dzielić się daią przez 3?
To pewna, że $10 = 1 + 3 \cdot 3$.
więc 20 czyli $10 + 10 = 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3$.
więc 30 lub $10 + 10 + 10 = 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3$.
i t. d.

Każda więc liczba złożona z cyfry i zera, składa się z tejże cyfry i z iloczynu 3. 3 tyle razy wziętego, ile cyfra ma iedności, 40 np. składa się ze 4 i z iloczynu 3. 3 wziętego razy 4.

Niechby teraz była dana liczba 51 czyli $50 + 1$.

50 rozkłada się na cyfrę 5 i 3. 3 wzięte 5 razy, więc 51 rozkłada się na $5 + 1$ czyli 6 i na 3. 3 wzięte 5 razy.

Iloczyn 3. 3 czyli 9 daie się dzielić przez 3, że zaś 6 to iest summa iedności cyfr składających liczbę 51 przez 3 iest podzielna, więc cała liczba może być przez 3 podzielona.

Toż samo rozumowanie przystosować można do liczb zamykających kilka gatunków ied

dnosci. *Więc wszelka liczba może być podzielona przez 3, kiedy summa cyfr składających tę liczbę przez 3 dzielić się daie.*

Te liczby 111, 222, 444, 555, 80001, 6213, 10101 i t. d. daią się przez 3 dzielić, bo summy cyfr składających te liczby, są 3, 6, 12, 15, 9, 12, 3 i t. d. które to liczby przez 3 są podzielne.

III. Które liczby daią się dzielić przez 4? 100 daie się dzielić przez 4, ieżeli więc dziesiątki i jedności liczby iakiéy przez 4 podzielone być mogą, w tedy całą liczbę przez 4 podzielić można *np.* liczby 108, 324, 528, 860, 1992, 3768 i t. d. daią się dzielić przez 4, bo końcowe liczby 8, 24, 28, 60, 92, 68 przez 4 dzielić się daią.

IV. Które liczby przez 5 dzielić można? które na końcu mają 0 lub 5, *np.* 860, 675 i t. d.

Można się o tém przekonac rozumowaniem podobnem pod liczbę I wyłuszczenemu.

V. Które liczby podzielne są przez 6? Te liczby, które przez 2 i przez 3 są podzielne, trzeba więc, aby i na końcu liczby danéy była cyfra parzysta, i aby summa cyfr liczbę daną składających podzielna była przez 3. *np.* 3012. 80112. te zaś 603, 202 nie dadzą się dzielić przez 6. Dla czego?

VI. Przez 8 które liczby dzielić można? 1000 daie się dzielić przez 8: ieżeli więc ieszcze sta dziesiątki i jedności liczby iakiéy przez 8 podzielić można, całą liczbą będzie podzielna przez 8, *np.* 9008, 70016, 978104:

VII. Przez 9 które liczby daią się dzielić? Te liczby, w których summa cyfr składających liczbę przez 9 dzielić się daie. Tego można dowieść rozumowaniem podobnem pod liczbą 11 wyłuszczenemu.

Liczby podzielne przez 9 np. 261, 3006, 980415 i t. d.

Uwaga. Liczby 2, 3, 5, 7, 11, 13 i t. d. nie mające innych liczb siebie dzielących o prócz siebie samych i jedności, nazywają się liczbami pierwszymi.

Liczby zaś 4, 6, 10, 12, 15, 18 i t. d. pochodzące z rozmnożenia liczb pierwszych, nazywają się składanemi.

W następujących przykładach zmniejszysz wyrazy ułamków podług prawideł w 7 punktach podanych.

$$\begin{array}{llll}
 1. \frac{390}{1675} & 2. \frac{5792}{39734} & 3. \frac{355}{8001} & 4. \frac{49754}{373338} \\
 5. \frac{108}{324} & 6. \frac{860}{775} & 7. \frac{6213}{10101} & 8. \frac{628}{800} & 9. \frac{3012}{80114} \\
 10. \frac{1992}{3768} & 11. \frac{9068}{70038} & 12. \frac{261}{3008} & &
 \end{array}$$

Nakoniec, jeśli podług sposobów podanych wspólnego dzielnika znaleźć nie można, trzeba o jeszcze szukać podług sposobu następującego, który, jeśli ułamek ma wspólny dzielnik, odkryje największy, albo pokaże, że wyrazy ułamku zmniejszyć się nie dadzą, czyli, że ułamek nie ma wspólnego dzielnika.

Niechby był ułamek dany następujący, $\frac{169}{455}$. Podług prawideł podanych nie znajdziemy wspólnego dzielnika, lecz jeżeli, jaki jest dla ułamku danego, większym zaiste bydz nie może od licznika 169.

1. Gdyby liczba 169, dzieląca siebie samę, dzieliła bez reszty mianownik 455, więc licznik 169 byłby wspólnym dzielnikiem ułamku danego.

Podzieliwszy zaś mianownik przez licznik, wypada iloraz 2 i reszta 117.

Ułomek zatem $\frac{169}{455}$ może być inaczey tak wyrażony $\frac{169}{169+169+117}$.

Jeżeli więc ułomek dany $\frac{169}{455}$ ma dzielnik wspólny, ułomek $\frac{169}{169+169+117}$ ten sam dzielnik mieć musi, ta zatem liczba, która dzieli 169 i 455, musi oraz dzielić 117, czyli resztę wynikającą z dzielenia liczby większey 455 przez mnieyszą 169.

Idzie więc teraz o to, żebyśmy wspólnego dzielnika szukali liczb 117 i 169.

2. Wspólny dzielnik liczb wspomnionych nie może być większy od 117.

Gdyby 117 dzieliło bez reszty 169, więc 117 byłoby wspólnym dzielnikiem, lecz podzieliwszy drugą przez pierwszą, wypada na iloraz 1 i reszta 52.

Ułomek zatem $\frac{117}{169}$ może być inaczey tak wyrażony $\frac{117}{117+52}$.

Pokazaliśmy już wyżej, iż ta liczba, która dzieliła wyrazy ułamku $\frac{169}{455}$, dzielić oraz musi 117, więc taż sama dzielić oraz będzie 52.

Jaki więc dzielnik liczby 52 i 117 mieć będą, taki oraz mieć muszą liczby 169 i 455. Szukaymy tedy jeszcze wspólnego dzielnika liczb 52 i 117.

3. Ten dzielnik nie może być większy od 52. Ostatnia liczba mieści się w 117 razy 2 i zostaje się reszta 13 nie jest zatem dzielnikiem wspólnym, ułomek więc $\frac{52}{117}$ możemy inaczey

tak wyrazić $\frac{52}{52+52+13}$.

Podobnież, iak wyżej rozumując pokażemy, iż liczba dzieląca wyrazy ułamku $\frac{169}{455}$ lub $\frac{117}{169}$ lub $\frac{52}{117}$, musi oraz dzielić resztę 13.

4. Należy więc ieszcze szukać wspólnego dzielnika liczb 13 i 52.

Tenznowu wspólny dzielnik nie może przewyższyć 13.

Podzieliwszy zaś przez 13, liczbę 52 wypada iloraz 4 bez reszty: 13 zatem jest wspólnym dzielnikiem ułamku danego $\frac{169}{455}$.

Można się o tём przekonac powtarzając działania w porządku wstacznym, iak następuie:

13 dzieląc wyrazy ułamku $\frac{13}{13+13+13+13}$
czyli $\frac{13}{52}$, podzieli oraz $\frac{52}{52+52+13}$ czyli $\frac{52}{117}$,

podzieli także $\frac{117}{117+52}$ czyli $\frac{117}{169}$, więc także

podzieli $\frac{169}{169+169+117}$ czyli wyrazy ułamku danego $\frac{169}{455}$.

Wzór działania. Ułomek dany $\frac{169}{455}$.

$$\begin{array}{r}
 169 \quad | 455 | 2 \\
 \hline
 \text{1wsza reszta} \quad 117 \quad | 169 | 1 \\
 \hline
 \text{druga reszta} \quad 52 \quad | 117 | 2 \\
 \hline
 \text{trzecia reszta} \quad 13 \quad | 52 | 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

Ułamki, których wyrazy nie są liczbami składanemi, czyli iloczynami, tylko czynnikami wyrażają się, są najwygodniejsze, bo na pierwszy rzut oka zmniejszyć je można, np. $\frac{13. 13}{13. 35}$

wygodniejsze wyrażenie niż $\frac{160}{455}$. Przekreśliwszy 13 w liczniku i w mianowniku, mam już najprostsze wyrażenie ułamku. Takich najczęściej używać będziemy. Tymczasem ułamków następujących szukaj wspólnego dzielnika, i każdego wyrazy czynnikami chcielibyśmy pisać.

Przykłady dla wprawy.

1. $\frac{1056}{1104} = \frac{22}{23}$ Cz. zł.	$\frac{4725}{6015} = \frac{5}{7}$ zł. Cz. zł.	$\frac{4968}{5940} = \frac{46}{53}$ Cz. zł.
2. $\frac{106}{153} = \frac{1}{17}$ Cent.	$\frac{16281}{30094} = \frac{201}{374}$ Cent.	$\frac{1449}{6408} = \frac{161}{712}$ Cent.
3. $\frac{598}{1035} = \frac{26}{45}$ zł.	$\frac{848}{744} = \frac{33}{49}$ zł.	$\frac{1666}{4760} = \frac{119}{348}$ zł.
4. $\frac{7295}{2619} = \frac{85}{97}$ Rvzy.	$\frac{1296}{2304} = \frac{9}{16}$ Rvzy.	$\frac{931}{1715} = \frac{19}{35}$ Rvzy.
5. $\frac{975}{24000} = \frac{320}{85}$ Beczki.	$\frac{3816}{6120} = \frac{53}{85}$ Beczki.	$\frac{5143}{10008} = \frac{37}{72}$ Beczki.
6. $\frac{6707}{20667} = \frac{217}{957}$ zł.	$\frac{925}{3000} = \frac{37}{120}$ zł.	$\frac{7656}{7788} = \frac{58}{59}$ zł.
7. $\frac{648}{744} = \frac{27}{31}$ Sznur □.	$\frac{9906}{10287} = \frac{78}{81}$ Sznur □.	$\frac{31752}{52920} = \frac{3}{5}$ Sznur □.
8. $\frac{525}{1533} = \frac{25}{73}$ Pręt □.	$\frac{1764}{2216} = \frac{7}{9}$ Pręt □.	$\frac{207}{368} = \frac{9}{16}$ Pr. □ i t. d.

Wyrażenia niektórych ułamków staraj się także zmniejszyć podług sposobów wyżej w

siedmiu punktach podanych. Po zmniejszeniu szukaj każdego ułamku wartości w pieniądzech, wagach, miarach kwadratowych i t. d. Każdy także ułamek chciéy dwoiako czytać, krótko mówiąc, dopoty powtarzaj rzeczy w tym wstępie zawarte, dopóki nie nabierzesz łatwości iak największey, opowiadania ich drugim z iak największą iasnością, a w tedy dopiero przystąpisz do rozdziałów następujących.

R O Z D Z I A Ł I.

18.

O dodawaniu ułamków i liczb mieszanych.

Zagadnienie 1. $\frac{5}{18}$ czer. zł. i $\frac{7}{18}$ czer. zł. ile razem uczyni?

Odpowiedź. 5 i 7 części takich, na iakich 18 czerwonny złoty dzieli się, uczyni razem 12, części takich, iakich czerwonny złoty ma 18. summa więc ułamków zadanych jest $\frac{12}{18}$ czer. zł. czyli $\frac{2}{3}$ cz. zł.

Uwaga. Z liczenia ułamków można iuż było wnieść następującą prawdę, że, *aby ułamki z równemi mianownikami dodadź, dosyć jest, liczniki dodadź a mianownik ten sam podpisać.*

Inne przykłady.

1. $\frac{3}{5}$ zł. i $\frac{1}{5}$ zł. = Sum. 2. $\frac{1}{8}$ czer. zł. $\frac{4}{8}$ czer. zł. = Summa.

3. $\frac{3}{7}$ fun. i $\frac{2}{7}$ = Sum. 4. $\frac{11}{22}$ i $\frac{10}{22}$ pręta = Summa.

19.

Zagadnienie 2. Pewna osoba ma 8 zł. i $\frac{3}{5}$, odebrała od dłużnika 15 zł. i $\frac{4}{5}$, ileż ma?

Odpowiedź. $\frac{3}{5}$ i $\frac{4}{5}$ uczyni $\frac{7}{5}$ zł. czyli 1 zł. i $\frac{2}{5}$ zł. Ten 1 zł. dodawszy do całkowitych, wypadnie summa 24 zł, ta zatem osoba ma razem $24\frac{2}{5}$ zł, czyli 24 zł. i 12 groszy.

Uwaga. We wszystkich przykładach zliczbami mieszanemi, trzeba naprzód ułamki dodawać, całkowite z nich wypadające do całkowitych przenieść i dodać.

Chcąc robić podobne przykłady na tablicy, wypisać trzeba liczby iak w zwyczajnem dodawaniu.

Wzór działania. $8\frac{3}{5}$ złotych

$$\begin{array}{r} 15\frac{4}{5} \\ \hline \text{Summa } 24\frac{2}{5} \text{ złotych.} \end{array}$$

Inne przykłady.

1. $96\frac{3}{10}$ centnara 2. $84\frac{7}{16}$ kam. 3. $16\frac{3}{4}$ funta.

$72\frac{7}{10}$ centnara $123\frac{11}{16}$ kam. $4\frac{1}{4}$ funta.

Summa.

S.

S.

4. $18\frac{5}{16}$ korcy

$24\frac{13}{16}$ korcy

5. $9\frac{1}{8}$ ł. 6 1 Pole ma $7\frac{3}{5}$ lan.

$17\frac{9}{8}$ łaszt. 2

$3\frac{1}{5}$

Summa

S.

3

$5\frac{4}{5}$

S.

20.

Zagadnienie 3. Mam $\frac{4}{5}$ zł, dostaję z kąd inąd $\frac{2}{5}$ zł, ileż mam razem?

Odpowiedź. Do piątych części złotego dodadź trzecich części złotego nie mogą, tak właśnie, jak groszy miedzianych do groszy srebrnych dodadź nie można. Obróciwszy zaś drugie na pierwsze, łatwo wyndę summę. Trzeba się więc i tu starać z tych części różnogatunkowych jednogatunkowe zrobić, co się łatwo wykona. Przypominam sobie, że można wyrazy ułamku przez jakąkolwiek liczbę pomnożyć, a jego wartość nie odmieni się. Podobnie przypominam sobie z rozdziału o mnożeniu liczb prostych, iż czynniki iakożkolwiek przez siebie pomnożone, zawsze jednakowy dają iloczyn.

Te dwie prawdy ułatwią niniejsze działanie. Wyrazy ułamku $\frac{4}{5}$ mnożę przez 5 mianownik drugiego ułamku, wypada $\frac{12}{5} = \frac{4}{5}$.

Wyrazy zaś drugiego ułamku $\frac{2}{3}$ mnożę przez 5 mianownik pierwszego, wypada $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$. Te więc ułamki $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, różnogatunkowe części zamienione zostały na $\frac{12}{15}$ i $\frac{10}{15}$, które zamykają części jednogatunkowe, te więc ostatnie mogą być dodane i summa ich jest $\frac{22}{15}$ zł. czyli 1 zł. $\frac{7}{15}$ zł. czyli 1 zł. i 14 groszy.

Uwaga 1. O ułamkach różnogatunkowych części zawierających mówi się zwykło, chcą je dodawać, iż je trzeba do jednego mianownika przywieść lub sprowadzić, to więc sprowadzenie ułamków do jednakowego mianownika znaczy dzielenie jedności, których części różne ułamki wyrażają, na jednakową ilość części równych, co sprawia mnożenie mianowników przez siebie, lecz przez to każdy ułamek tyle razy zmniejszony został, ile mnożnik zawierał jedności, że zaś przez ten sam mnożnik i licznik się mnożył, więc tyle znowu razy każdy ułamek

powiększony został ile mnożnik zawierał jedności, o której to prawdzie już wyżej przekonaliśmy się.

Inne przykłady.

- | | |
|---|--|
| 1. $\frac{2}{5}$ zł. i $\frac{3}{4}$ zł. = Sum. | 2. $\frac{4}{5}$ ryzy i $\frac{5}{6}$ = Sum. |
| 3. $\frac{3}{5}$ Szaura i $\frac{1}{2}$ = Sum. | 4. $\frac{2}{3}$ cz. zł. i $\frac{4}{5}$ = Sum. |
| 5. $\frac{24}{25}$ Sz. \square i $\frac{14}{15}$ = Sum. | 6. $\frac{1}{2}$ stóp \square i $\frac{1}{3}$ = Sum. |
| 7. $\frac{2}{3}$ cz. zł. i $\frac{5}{6}$ = Sum. | 8. $\frac{7}{15}$ kam. i $\frac{9}{10}$ = Sum. |

i t. d.

Uwaga 2. Ułomek pod liczbą 7, $\frac{2}{3}$ czer zł. i $\frac{5}{6}$ można przedzwy do jednakowego przywieśdź mianownika, ponieważ ich mianowniki są wielokrotne. 3 mieści się w 6 razy 2, pomnożywszy więc przez 2 wyrazy ułamku $\frac{2}{3}$, wypadnie $\frac{4}{6}$ cz. zł, to więc ułamki $\frac{4}{6}$ i $\frac{5}{6}$ mogą być dodane.

Inne przykłady.

- | | |
|---|--|
| 1. $\frac{4}{5}$ zł. i $\frac{7}{15}$ = Sum. | 2. $\frac{4}{9}$ cz. zł. i $\frac{2}{3}$ = Sum. |
| 3. $\frac{11}{18}$ Łasz. i $\frac{7}{9}$ = Sum. | 4. $\frac{1}{3}$ talar. i $\frac{5}{6}$ = Sum. |
| 5. $\frac{4}{15}$ włokii i $\frac{3}{5}$ = Sum. | 6. $\frac{1}{12}$ becz. i $\frac{23}{24}$ = Sum. |

i t. d.

Uwaga 3. Ułamki pod liczbą 8, $\frac{7}{15}$ kamienia i $\frac{9}{10}$ można było także do jednakowego sprowadzić mianownika krótszym sposobem, chociaż mianowniki ich nie są wielokrotne względem siebie. Opadwa dają się dzielić przez 5.

Podzieliwszy mianownik 15 ułamku $\frac{7}{15}$, wypada iloraz 3.

Podzieliwszy znowu mianownik 10 ułamku $\frac{9}{10}$ przez 5, wypada 2.

Pomnożywszy wyrazy ułamku $\frac{7}{15}$, przez 2, iloraz drugi, wypadnie $\frac{14}{30}$.

Pomnożywszy potém wyrazy drugiego ułamku $\frac{9}{10}$ przez 3, iloraz pierwszy, wypadnie $\frac{27}{30}$, te tedy ułamki $\frac{14}{30}$ i $\frac{27}{30}$ kamienia są sprowadzone do iednakowego mianownika krótszym sposobem.

Inne przykłady.

$\frac{5}{6}$ cz. zł. i $\frac{4}{9}$ cz. zł. iaka summa?

Po podzieleniu mianowników przez 3, wypisziesz ilorazy, iak wzór następujący pokazuje i pomnożysz wyrazy ułamków przez nie na odwrót.

Wzór działania ($3 \frac{5}{6}$ cz. zł. i $2 \frac{4}{9}$ czyli $\frac{15}{18}$ i $\frac{8}{18}$ it d.

1. $\frac{7}{18}$ łasztu i $\frac{13}{15} = \text{Sum}$ 2. $\frac{24}{25}$ włoki i $\frac{7}{30} = \text{Sum}$.

3. $\frac{5}{6}$ beczki i $\frac{7}{8} = \text{Sum}$ 4. $\frac{7}{12}$ kam. i $\frac{9}{16} = \text{Sum}$.

5. $\frac{7}{10}$ pręta i $\frac{1}{15} = \text{Sum}$ 6. $\frac{11}{12}$ st. \square i $\frac{7}{18} = \text{Sum}$.

i t. d.

21.

Zagadnienie 4. Pewna osoba wydała iednego dnia $7\frac{3}{5}$ zł, drugiego dnia $4\frac{3}{4}$ zł, trzeciego dnia $5\frac{2}{3}$ zł, il ż ze wszystki m wydała

Odpowiedź. Dodawszy wydatki 3 dni, dojdę summy.

Wzór działania

$$\begin{array}{r} 7\frac{3}{5} \\ 4\frac{3}{4} \\ 5\frac{2}{3} \\ \hline \end{array}$$

Summa $18\frac{1}{60}$ złotych.

Uwaga 1. W tym przykładzie wypada trzy ułamki do iednakowego przywieść mianownika.

$$\frac{3}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3}$$

Wyrazy i ułamku mnożę przez iloczyn mianowników dwóch drugich t. i. przez 12 i wypada $\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$.

Wyra.

Wyrazy 2go ułomku mnożę przez iloczyn mianowników 1go i 3go ułomku t. i. przez 15, i wypada $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$.

Nakoniec wyrazy 3go ułomku, mnożę przez iloczyn mianowników dwóch pierwszych, t. i. przez 20, wypada $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$.

Mam więc teraz 3 ułamki z jednakowym mianownikiem $\frac{36}{60}$, $\frac{45}{60}$ i $\frac{40}{60}$ czyli $\frac{36 + 45 + 40}{60}$.

Summa ich wynosi $\frac{121}{60}$ czyli 2 zł. i $\frac{1}{60}$ zł.

te dwa złote dodawszy do całkowitych, wypadnie 18 zł. i $\frac{1}{60}$ zł. czyli pół grosza.

Uwaga 2. Gdyby przyszło więcéy ułomków do iednakowego przywieśdź mianownika, trzebaby mnożyć licznik każdego przez iloczyn mianowników wśzystkich innych ułomków, liczniki ztąd wypadaiące dodać z podpisem wspólnego mianownika.

Lecz sposobu tego używaiąc, trudno się ustrzedz omyłki, podaię więc daleko łatwiejszy, którego chciéy doysdź przyezyny.

Ułomki z poprzedzaiącego przykładu wypisuię, iak pokazuje wzór:

$$\begin{array}{r|l}
 60 & \\
 \hline
 \frac{3}{3} & 12. . . . 36 \\
 \frac{3}{4} & 15. . . . 45 \\
 \frac{2}{3} & 20. . . . 40
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} 121 \\ 60 \end{array} \right.$$

Mnożę wszystkie trzy mianowniki przez siebie, iloczyn ich 60 piszę nad ułomkami, odzielaiąc go od nich krzywą liniyką. Ten iloczyn będzie wspólnym mianownikiem przyszłych ułomków.

K

Dzielię teraz wspólny mianownik 60 przez mianownik 5 pierwszego ułamku, wypada 12, ten iloraz piszę za linią przy pierwszym ułamku i mnożę go przez licznik jego 3, iloczyn ztąd wypadający 36, jest licznikiem ułamku, mającego za mianownik 60.

Dzielię znowu wspólny mianownik 60 przez 4 mianownik 2go ułamku, wypada 15, ten iloraz rozmnożony przez 3 licznik tegoż ułamku, daje 45, iloczyn ten jest licznikiem ułamku mającego za mianownik 60.

Tymże sposobem dojdę licznika ułamku ostatniego.

Te trzy liczniki 36, 45, 40, dodawszy i pod Summą ich podpisawszy wspólny mianownik, będę miał sumę ułamków danych: reszta jak wyżej.

Tego sposobu trzymając się, możesz ułamków jak najwięcej bardzo wygodnie do jednakowego przywieść mianownika i dodać:

Weźmiesz naprzód iloczyn wszystkich mianowników, i wypiszesz go nad ułamkami jako wspólny mianownik przyszytych ułamków.

Powtóre przez mianownik każdego ułamku podzielisz wspólny mianownik; iloraz ztąd wypadający wypiszesz za linią przy ułamku, którego mianownik wzięłeś za dzielnika.

Nakoniec, iloraz wspomniany pomnożysz przez licznik ułamku, przy którym stoi; a tak będziesz miał licznik ułamku szukanego.

Tym sposobem znalezione liczniki dodasz, i pod summą ich napiszesz wspólny mianownik
i. t. d.

Inne Przykłady..

<p>1. $\begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ 4 \\ 7 \\ 5 \\ 5 \\ \hline \end{array}$ <p>Sum:</p> </p>	<p>2. $\begin{array}{r} 2 \\ 5 \\ 4 \\ \hline 11 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 3 \\ 8 \\ \hline \end{array}$ <p>Sum.</p> </p>	<p>3. $\begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 6 \\ 4 \\ 7 \\ \hline 12 \\ 13 \\ 5 \\ 9 \\ 12 \\ \hline \end{array}$ <p>Summa.</p> </p>
---	---	--

Ten sposób daie się ieszcze skrócić ale tylko w tych przypadkach, w których mianowniki są wielokrotne, iedne względem drugich.
n. p.

12				
3	3	.	9	}
4	2	.	10	
5	1	.	7	
6				
7				
12				$\frac{26}{12}$

Mianowniki 4 i 6 mieszczą się zupełnie w mianowniku 12. ; 12. więc biorę tu za wspólną liczbę podzieloną reszta, iak wyżej.

Wtakowych przypadkach największy mianownik zawsze się bierze za wspólną podzieloną.

Inne przykłady.

<p>1. $\begin{array}{r} 24 \\ \hline 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ \hline 11 \\ 11 \\ 17 \\ 24 \\ \hline \end{array}$ <p>Summa.</p> </p>	<p>2. $\begin{array}{r} 10 \\ \hline 2 \\ 5 \\ 6 \\ 10 \\ 12 \\ \hline \end{array}$ <p>Sum.</p> </p>	<p>3. $\begin{array}{r} 18 \\ \hline 2 \\ 3 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 9 \\ 12 \\ \hline 7 \\ 12 \\ \hline \end{array}$ <p>Summa.</p> </p>
---	---	--

Choćby i mianowniki nie wszystkie były wielokrotne względem siebie, dosyć, że niektóre są wielokrotne względem iakiękółwiek liczby, można więc jeszcze skrócenia użyć, n.p.

$$\begin{array}{r} 360 \\ \hline 17 \\ 24 \\ 5 \\ 18 \\ 0 \\ 20 \end{array}$$

Rozmnożywszy mianowniki wszystkie przez siebie, wypadłby wspólny mianownik znacznie wielki; żeby mieć mniejszy, dzielę przez 6, mianownik 24. i 18. ilorazy są 4, 3.

Do tych ilorazów przypisuję jeszcze mianownik, który się przez 6, nie dał dzielić; mam więc trzy liczby 4, 3, 20.

Z tych dwie, to jest, 4 i 20 dają się dzielić przez 4, mam zatem 1, 3, 5.

Te trzy liczby mnożę przez siebie, wypadła 15.

Dzielniki powyższe mnożę także przez siebie, to jest. $6 \cdot 4 = 24$.

Nakoniec rozmnożywszy $24 \cdot 15 = 360$. i ten iloczyn 360. będzie wspólną podzielną liczbą; reszta iak wyżej.

Inne przykłady.

1.
$$\begin{array}{r} 60 \\ \hline 3 \\ 4 \\ 3 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$
 Sum:

2.
$$\begin{array}{r} 72 \\ \hline 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}$$
 Su:

3.
$$\begin{array}{r} 480 \\ \hline 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array}$$
 Summa. = i t. d.

Uwaga: Na takowy sposób, dla wynalezienia mianownika za wspólną podzielną służyć mającego, trzeba dopóty mianowniki wielokrotne dzielić, póki w naykrótszych wyrazach nie zostaną, pamiętając o dzielnikach wszystkich, aby je potem między sobą mnożyć, a daley postąpić z działaniem, iak wyżej mówiono.

Wreiestrach podatkowych, celnych, kupieckich i innych wypada często bardzo wielkie szeregi ułomków z rozmaitemi mianownikami dodadź. Następującego wtedy sposobu użyć można: Wypisuią się ułamki z rejestrów, iak wzór pokaznie.

Niechby były dane ułamki następujące do dodania:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{7}{8}$, it. d.

Teraz wypisuię mianowniki różne w ułomkach będące ;

Mianowniki różne.	2	3	4	8
Podkreślam one.	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>5</u>
Pod każdym mianownikiem wypisuię	1	2	3	7
teraz liczniki mu	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>10</u>	<u>22</u>
odpowiadające :	2	3	4	8

Dodawszy liczniki odpowiadające mianownikowi 2, wypada $\frac{4}{2}$ czyli 2 całkowite.

Dodawszy liczniki należące do mianownika 3 wypada $\frac{3}{3}$ czyli 1. i t. d.

Różne przykłady dla wprawy.

1.	$\frac{1}{0}$	+	$\frac{3}{3}$	=	$\frac{13}{24}$	+	$\frac{1}{20}$	+	$\frac{11}{24}$	=	$\frac{11}{15}$		
2.	$\frac{3}{4}$	+	$\frac{3}{6}$	=	1.	$\frac{7}{12}$	+	$\frac{3}{4}$	+	$\frac{5}{12}$	=	2.	
3.	$\frac{5}{6}$	+	$\frac{5}{10}$	=	14.	$\frac{8}{15}$	+	$\frac{5}{12}$	+	$\frac{3}{4}$	=	1.	
4.	$\frac{5}{12}$	+	$\frac{9}{16}$	+	$\frac{3}{4}$	=	1.	$\frac{35}{88}$	+	$\frac{1}{8}$	=	1.	
5.	$\frac{7}{9}$	+	$\frac{11}{24}$	+	$\frac{3}{4}$	=	1.	$\frac{48}{672}$	+	$\frac{1}{72}$	=	1.	
1.	$\frac{3}{20}$	+	$\frac{4}{5}$	+	$\frac{3}{40}$	+	$\frac{9}{10}$	+	$\frac{7}{20}$	=	1.	$\frac{10}{60}$	
2.	$\frac{1}{8}$	+	$\frac{5}{5}$	+	$\frac{3}{4}$	=	1.	$\frac{17}{24}$	=				
3.	$\frac{7}{8}$	+	$\frac{5}{12}$	+	$\frac{15}{8}$	=	1.	$\frac{73}{96}$	=				
4.	$\frac{4}{5}$	+	$\frac{8}{12}$	+	$\frac{2}{2}$	+	$\frac{32}{22}$	+	$\frac{10}{8}$	=	$36\frac{167}{440}$		
5.	$\frac{9}{10}$	+	$\frac{3}{3}$	+	$\frac{2}{2}$	=		$\frac{21}{6}$	=				
6.	$\frac{1}{12}$	+	$\frac{10}{48}$	+	$\frac{7}{72}$	+	$\frac{5}{8}$	=		$2\frac{17}{144}$			
7.	-	-	-	-	-	-	-	-	$\frac{7}{8}$	+	$\frac{5}{9}$		
8.	$\frac{3}{7}$	+	$\frac{3}{4}$	+	$\frac{1}{2}$	=		$\frac{127}{28}$	=		$1\frac{51}{72}$		
9.	$\frac{7}{8}$	+	$\frac{1}{2}$	+	$\frac{7}{12}$	+	$\frac{5}{10}$	=		$2\frac{10}{24}$			
10.	$\frac{3}{4}$	+	$\frac{7}{10}$	+	$\frac{5}{8}$	+	$\frac{10}{32}$	=		$2\frac{13}{32}$			
11.	$\frac{6}{10}$	+	$\frac{13}{24}$	+	$\frac{7}{40}$	=		$\frac{217}{240}$	=				
12.	$\frac{7}{4}$	+	$\frac{5}{6}$	+	$\frac{9}{10}$	+	$\frac{8}{5}$	+	$\frac{147}{16}$	=	$46\frac{29}{60}$		
13.	$\frac{1}{2}$	+	$\frac{2}{3}$	+	$\frac{4}{5}$	=	$1\frac{29}{30}$	=					
14.	$\frac{5}{6}$	+	$\frac{1}{3}$	+	$\frac{3}{5}$	+	$\frac{7}{3}$	=	$2\frac{7}{43}$				
15.	$\frac{15}{16}$	+	$\frac{65}{72}$	+	$\frac{13}{18}$	+	$\frac{22}{27}$	=	$3\frac{179}{33}$				
16.	$\frac{23}{24}$	+	$\frac{17}{80}$	+	$\frac{25}{32}$	=		$1\frac{457}{480}$					
17.	$\frac{7}{11}$	+	$\frac{4}{3}$	+	$\frac{10}{110}$	+	$\frac{21}{22}$	=	$2\frac{31}{33}$				
18.	$\frac{11}{13}$	+	$\frac{2}{3}$	+	$\frac{20}{60}$	+	$\frac{3}{4}$	+	$\frac{7}{8}$	=	$56\frac{1}{120}$		
19.	$\frac{4}{9}$	+	$\frac{5}{7}$	+	$\frac{1}{8}$	+	$\frac{3}{5}$	=	$1\frac{2227}{320}$				
20.	$\frac{10}{32}$	+	$\frac{7}{3}$	+	$\frac{4}{5}$	+	$\frac{5}{8}$	+	$\frac{1}{8}$	+	$\frac{23}{24}$	=	$3\frac{329}{480}$ itd.

Przestroga. W rozwiązaniu tych przykładów baczność dawać należy na sposoby skrócenia.

R O Z D Z I A Ł II.

⊙ odejmowaniu ułomków i liczb mieszanych.

22.

1. Zagad. Ze $\frac{4}{3}$ zł: wydałem $\frac{2}{3}$; ileż mi się zostało.

Odpo: Ze 4 części takich, na iakich 5. złoty jest podzielony, wydawszy 2, zostaną jeszcze 2 takie, na iakich 5. złoty dzieli się; zatem $\frac{2}{5}$ zło:

Uwaga. Z odliczenia ułomków można już było wnieść tę prawdę, że: gdy wypadnie, ułomki mające równe mianowniki odjąć, dosyć jest liczniki od siebie odjąć, a mianownik ten sam podpisać.

Inne przykłady.

1. $\frac{3}{5}$ zł: — $\frac{1}{5}$ = Reszta. 2. $\frac{5}{6}$ — $\frac{1}{6}$ = Resz.
 3. $\frac{5}{7}$ fun: — $\frac{2}{7}$ = Reszta.
 4. $\frac{7}{32}$ przęt: — $\frac{5}{32}$ = Resz. ...

23.

2. Zagad. Pewna osoba mająca 8 i $\frac{5}{6}$ zł: wydała 3 i $\frac{1}{6}$ zł:; ile się iéy zostało ?

Odpo. Z $\frac{5}{6}$ wydawszy $\frac{1}{6}$, zostało $\frac{4}{6}$ czyli $\frac{2}{3}$. Z 8. zł: wydawszy 3, zostało 5; więc reszta jest $5\frac{2}{3}$ zł.

Uwaga. W takowych przykładach trzeba naprzód ułomki od siebie odjąć, a potem liczby całkowite.

Choć robić takowe przykłady na tablicy, wypisać trzeba liczby iak w zwyczajném odejmowaniu.

Wzór działania.

$$\begin{array}{r} 8 \frac{5}{6} \text{ zł:} \\ 3 \frac{1}{6} \\ \hline \text{Reszta.} \quad 5 \frac{2}{3} \text{ zł:} \end{array}$$

Inne przykłady.

1. $96 \frac{7}{10}$ Cent:	2. $123 \frac{11}{10}$ Kami;	3. $16 \frac{7}{8}$ funt:
$\underline{\quad 72 \frac{3}{10}}$	$\underline{\quad 84 \frac{7}{10}}$	$\underline{\quad 4 \frac{5}{8}}$
Reszta...	Reszta.	Reszta...
4. $24 \frac{13}{16}$ Korca	5. $17 \frac{5}{6}$ Łasztu.	6. Pole wyno:
$\underline{\quad 18 \frac{5}{16}}$	$\underline{\quad 9 \frac{1}{6}}$	$7 \frac{4}{3}$ łanu.
Reszta...	Reszta...	Przedano $5 \frac{2}{5}$ łanu
		Zostało...

24.

3. *Zagad.* Pewien Uczeń miał $5 \frac{1}{3}$ zł; kupił sobie książkę za $3 \frac{4}{3}$ zł; ile mu się zostało ?

Odpow. Z $\frac{1}{3}$ zł; wydadź nie mógł $\frac{4}{3}$; ale, nie tylko miał $\frac{1}{3}$ zł; lecz jeszcze 5 zł. wziął więc z 5 zł. 1. zł.

Ten 1 zł: rozłożywszy na $\frac{5}{5}$; miał $\frac{5}{5}$ i $\frac{1}{5}$ zł; czyli $\frac{6}{5}$ zł; z tych $\frac{6}{5}$ wydawszy $\frac{4}{3}$; zostało $\frac{2}{3}$ zł.

Nakoniec ze 4 zł; wydawszy 3, został 1. Zostało więc jeszcze temu uczniowi $1 \frac{2}{3}$ zł.

Wzór działania.

$$\begin{array}{r} 5 \frac{1}{3} \text{ zł.} \\ 3 \frac{4}{3} \\ \hline \text{Reszta.} \quad 1 \frac{2}{3} \end{array}$$

Uwaga. Kiedy ułomek mający się odjąć, większy jest od tego, od którego się ma odjąć, zawsze się przybiera od całkowitych jedna jedność, i rozkłada się na tyle części, ile ich ma mianownik ułamku; tak wyrażona jedność dodaje się potem do ułamku, od którego się ma odjąć. Na znak zaś wziętej jedności daje się kropka przy liczbie całkowitej.

Inne przykłady.

1. Z $24 \frac{3}{10}$ łasztu przedano $15 \frac{7}{10}$ łasztów; ile zostało? Tu się jedność wyrazi $\frac{10}{10}$ i t. d.
2. $56 \frac{7}{16}$ Kamienia — $32 \frac{11}{16}$ Kam. = Reszta.
3. $18 \frac{5}{8}$ funta — $4 \frac{7}{8}$ funta. = Resz.
4. $19 \frac{5}{16}$ korca — $15 \frac{13}{16}$ kor. = Resz:
5. $7 \frac{5}{12}$ czer: zł. — $3 \frac{11}{12}$ czer: zł. i t. d:

25.

4te. **Zagadnienie.** Pewna osoba miała $8 \frac{2}{3}$ zł. pożyczyla przyjacielowi $5 \frac{4}{7}$ zł: ile się iéy zostało?

Odpowiedź. Od trzecich części nie mogę odjąć piątych; sprowadzam więc te ułamki do iednakowego mianownika; $\frac{2}{3}$ to znaczy, co $\frac{10}{15}$ a $\frac{4}{7}$ to znaczy, co $\frac{12}{15}$.

Zaś $\frac{12}{15}$ od $\frac{10}{15}$ odjąć nie mogę; biore więc podług poprzedzającego przypadku 1 zł: i wyrażam go $\frac{15}{15}$.

Dodawszy to wyrażenie złotego $\frac{15}{15}$ do $\frac{10}{15}$, mam $\frac{25}{15}$, od których odjąwszy $\frac{21}{15}$, zostanie $\frac{4}{15}$. Nakoniec 5 od 7 zostanie 2. Reszta więc jest 2 i $\frac{4}{15}$ zł: czyli 2 zł: i 26 groszy.

Wzór działania.

$$8 \frac{2}{3} \text{ zł; albo } 8 \frac{10}{15} = 2 \frac{15}{15} \\ - 5 \frac{4}{5} \quad \text{albo } 5 \frac{12}{15}$$

Inne przykłady.

- | | | | | | | | | | |
|----|----|---------------|-----------|---|----|---------------|-----------|---|---------|
| 1. | 73 | $\frac{1}{3}$ | kam: | — | 56 | $\frac{5}{6}$ | kam: | = | Resz. |
| 2. | 96 | $\frac{2}{5}$ | funta | — | 24 | $\frac{3}{4}$ | funt: | = | Resz: |
| 3. | 54 | $\frac{2}{3}$ | korca | — | 36 | $\frac{7}{8}$ | korca. | = | Resz: |
| 4. | 10 | $\frac{1}{2}$ | czar: zł. | — | 4 | $\frac{2}{3}$ | czar: zł. | = | i t. d. |

Różne przykłady dla wprawy.

1.	33	—	13	=	5	24	31	—	3	=	2
2.	33	—	25	=	9	40	43	—	8	=	43
3.	33	—	33	=	1	12	34	—	81	=	84
4.	33	—	74	=	2	13	14	—	14	=	23
5.	17	—	13	=	1	13	63	—	20	=	378
	20	—	34	=	1	4	78	—	97	=	10
							15	—	21	=	776
							41	—	315	=	184
											615

1.	400	—	33	=	376273
	719	—	1000	=	710000
2.	105	—	112	=	7455
	121	—	211	=	25331
3.	35	—	28	=	6
	35	—	4	=	34
4.	8	—	7	=	35
	18	—	20	=	10
5.	318	—	42	=	7
	79	—	19	=	61
6.	10	—	36	=	14
	511	—	15	=	17
7.	31	—	22	=	22
	14	—	3	=	7
8.	75	—	18	=	12
	3	—	3	=	12
9.	14	—	29	=	46
	12	—	8	=	17
10.	91	—	7	=	46
	1720	—	50	=	40
11.	27	—	9	=	6
	15	—	2	=	17
12.	48	—	14	=	18
	78	—	5	=	18
13.	9	—	20	=	17
	37	—	33	=	18
14.	46	—	60	=	72
	38	—	53	=	8
	8	—	17	=	180
		—	22	=	101

i t. d.

R O Z D Z I A Ł III.

0 mnożeniu ułomków i liczb mieszanych.

Przestroga. Przypomniemy tu sobie prawdy wyłuszczone w wstępie:

1. Mnożąc licznik, mnożymy ułomek.
2. Dzieląc licznik, dzielimy ułomek.
3. Mnożąc mianownik, dzielimy ułomek.
4. Dzieląc mianownik, mnożymy ułomek.
5. Ułomki najwygodniejsze są te, których wyrazy nie są iloczynami prawdziwemi, tylko ich znakami.

26.

1. Zagadnienie. Kupię 15. łokci płótna po $\frac{4}{5}$ zł.; ile za 15. łokci zapłacę?

Odpowiedź. Gdybym łokieć płótna płacił po 4 zł.; za 15 łokci dałbym 15 razy 4 zł: czyli 15. 4; nie daię zaś za 1. łokieć 4 zł: tylko $\frac{4}{5}$ zł: czyli 5 razy mniej, niż 4 zł: więc i za 15 łokci nie dam 15. 4, tylko 5 razy mniej, to jest zapłacę $\frac{15. 4}{5}$. Zmniejszywszy wyrazy ułomku

przez 5, wypada zapłacić $3. 4 = 12$ zł:

Albo tak. Ponieważ za 1 łokieć płótna płace $\frac{4}{5}$ zł.; więc za 15 łokci zapłacę 15 razy $\frac{4}{5}$ czyli $15 \times \frac{4}{5} = \frac{15. 4}{5} = 3. 4. = 12$ zł.

Uwaga. 1. Wtym przykładzie mnożnik jest liczbą całkowitą, mnożna ułomkiem. Przez liczbę całkowitą mnożyliśmy licznik, i przez to samo ułomek pomnożony został; więc, aby ułomek przez liczbę całkowitą pomnożyć, dosyć

przez nią pomnożyć licznik, co się zgadza z prawdą wyżej wyrażoną.

Uwaga. 2. Iloczyn licznika przez liczbę całkowitą wyraziliśmy tylko znakiem mnożenia; oszczędziliśmy przez to sobie pracy szukania go, i dzielenia liczby wielkiej. Iloczynu wtedy tylko szukać wypada, gdy czynniki składające wyrazy ułomków są liczbami pierwszymi.

Inne przykłady.

1. 12 łokci sukna po $\frac{2}{3}$ czer: zł: $= \frac{12 \cdot 2}{3} = 4 \cdot 2 = 8$

2. 9 cent: towa: po $\frac{4}{5}$ czer: $= \frac{9 \cdot 4}{5} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$

3. 3 funty kawy po $\frac{2}{3}$ tala: $= 2$ tal:

W ostatnim przykładzie przekreśli się mianownik, a licznik będzie iloczynem dla czego?

4. $8 \times \frac{7}{8} = 7$.

5. $12 \times \frac{7}{12} = 7$.

6. $10 \times \frac{9}{10} = 9$.

7. $6 \times \frac{5}{6} = 5$.

8. $5 \times \frac{4}{5} = 4$.

9. $16 \times \frac{15}{16} = 15$.

10. $3 \times \frac{2}{3} = 2$.

11. $4 \times \frac{31}{40} = \frac{31}{10} = 3\frac{1}{10}$.

12. $16 \times \frac{17}{48} = \frac{17}{2} = 5\frac{2}{3}$.

$3 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

$5 \times \frac{7}{10} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

$4 \times \frac{15}{32} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$.

$6 \times \frac{17}{24} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$.

$3 \times \frac{41}{48} = \frac{41}{16} = 2\frac{13}{16}$.

$2 \times \frac{23}{30} = \frac{23}{15} = 1\frac{8}{15}$.

$8 \times \frac{17}{24} = \frac{17}{3} = 3\frac{2}{3}$.

$9 \times \frac{20}{36} = \frac{20}{4} = 5$.

$8 \times \frac{31}{32} = \frac{31}{4} = 7\frac{3}{4}$.

$32 \times \frac{57}{64} = \frac{57}{2} = 28\frac{1}{2}$.

i t. d.

27.

2. Zagadnienie. Pewna osoba kupuje 9-centnarów towaru po $24\frac{5}{8}$ czer: zł; ileż zapłaci?

Odpowiedź. Gdyby ta osoba płaciła 1. centnar tylko po 24 czer.;; za 9 centnarów dałaby 9. $24 = 216$.

Lecz płaci ieszcze centnar po $\frac{5}{6}$ czer.;; więc za 9 centnarów zapłaci $\frac{9 \cdot 5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$.

Zapłaci zatem ta osoba $216 + 7\frac{1}{2}$ czer: $= 223\frac{1}{2}$ czerwonych zł:

Albo tak. Obracam liczbę całkowitą na ułomek. Ponieważ ułomek $\frac{5}{6}$ ma za mianownik 6; więc wystawiam sobie 1. czer: złoty pod tym kształtem $\frac{6}{6}$; zatem 24 czer: zł: przyjdzie wyrazić $24 + \frac{6}{6} = 1\frac{44}{6}$; do tych $1\frac{44}{6}$ dodawszy $\frac{5}{6}$, Summa uczyni $1\frac{49}{6}$ czer.;; czy więc za centnar płacę $24\frac{5}{6}$ czer.;; czyli też $1\frac{49}{6}$; iesz iedno.

Teraz formułę następujące pytanie. Kiedy za 1. centnar płacę $1\frac{49}{6}$ czer: zł:, ile zapłacę za 9. centnarów.

Podług rozumowania pierwszego przypadku znajde, że zapłacę 9. $1\frac{49}{6}$ czer: zł: czyli $3 \cdot 1\frac{49}{6} = 223\frac{1}{2}$ czer: zł:

Uwaga. Wtym przykładzie mnożnik iesz liczbą całkowitą, mnożna mieszana. Rozwiązaliśmy go, naprzod, podług mnożenia zwyczajnego i podług pierwszego przypadku mnożenia ułomków; powtore, obróciliśmy liczbę całkowitą na ułomek, i przywiedliśmy to zagadnienie do pierwszego przypadku. Prawidło więc tam dane i tu służy, a wprawa pokaże, który czasem z tych dwóch sposobów iesz wygodniejszy.

Inne przykłady.

$$\begin{array}{l} 1. \quad 5 \times 19\frac{1}{4} = 96\frac{1}{4} \quad | \quad 4 \times 22\frac{3}{4} = 91. \\ 2. \quad 12 \times 13\frac{3}{5} = 163\frac{1}{5} \quad | \quad 72 \times 9\frac{5}{8} = 708. \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
 3. & 8 \times 17\frac{5}{8} = 141. & 9 \times 21\frac{1}{2} = 193\frac{1}{2}. \\
 4. & 16 \times 33\frac{5}{8} = 538. & 5 \times 23\frac{4}{5} = 119. \\
 5. & 7 \times 14\frac{2}{3} = 102\frac{2}{3} & 12 \times 65\frac{7}{12} = 787. \\
 6. & 16 \times 35\frac{5}{9} = 568\frac{8}{9}. & 27 \times 7\frac{2}{3} = 207.
 \end{array}$$

i t. d.

28,

3. *Zagadnienie.* Pewna osoba kupuje na czapkę trzy ćwierci czyli $\frac{3}{4}$ łokcia sukna, łokieć zaś tego sukna przypada po 20 zł: ile za $\frac{3}{4}$ łokci zapłaci?

Odpowiedź. Gdyby ta osoba kupiła 3. łokcie, zapłaciłaby 3. 20 = 60.

Lecz kupuje 4 razy mniej; więc 4 razy mniej zapłaci czyli $\frac{3 \cdot 20}{4} = 3 \cdot 5 = 15$ zł:

Uwaga. Wtym przykładzie mnożnik jest ułamkiem. a mnożna liczbą całkowitą; mnożyliśmy ostatnią przez licznik, i iloczyn dzieliśmy przez mianownik; więc, aby liczbę całkowitą mnożyć przez ułomek, trzeba przez licznik liczbę całkowitą pomnożyć, a przez mianownik ten iloczyn podzielić.

Jtu dobrze jest iloczyn tylko czynnikami wyrazić, i doświadczyć, jeżeli się wyrazy ułamku nie dadzą zmniejszyć.

Inne przykłady.

$$1. \quad \frac{3}{4} \times 16 = \frac{3 \cdot 16}{4} = 3 \cdot 4 = 12.$$

$$2. \quad \frac{7}{16} \times 48 = \frac{7 \cdot 48}{16} = 7 \cdot 3 = 21.$$

$$3. \quad \frac{4}{3} \times 25 = \frac{4 \cdot 25}{3} = 4 \cdot 5 = 20.$$

$$\begin{array}{l}
 4. \quad \frac{7}{9} \times 36 = 28 \quad \left| \quad \frac{3}{8} \times 72 = 27. \right. \\
 5. \quad \frac{11}{18} \times 54 = 33. \quad \left| \quad \frac{7}{12} \times 144 = 84. \right. \\
 6. \quad \frac{2}{3} \times 18 = 12. \quad \left| \quad \frac{5}{6} \times 14 = \frac{5}{3} \quad 7 = \frac{35}{3} \quad 11 \frac{2}{3} \right. \\
 7. \quad \frac{5}{7} \times 28 = 20. \quad \left| \quad \frac{9}{16} \times 38 = 9 \frac{19}{8} = 17 \frac{1}{8} = 21 \frac{3}{8} \right.
 \end{array}$$

$$\frac{7}{20} \times 36 = \frac{7 \cdot 9}{5} = \frac{63}{5} = 12 \frac{3}{5}$$

$$\frac{15}{32} \times 48 = \frac{15 \cdot 3}{2} = \frac{45}{2} = 22 \frac{1}{2} \quad \text{i t. d.}$$

29.

4. *Zagadnienie.* Pewna osoba kupiła $5 \frac{3}{4}$ korca żyta; za 1 korzec ma dać 8 zł. ile zapłaci za $5 \frac{3}{4}$ korca?

Odpowiedź. Za 5 korcy po 8 zł. zapłaci

$$5 \cdot 8 = 40. \text{ Za } \frac{3}{4} \text{ korca da } \frac{3 \cdot 8}{4} = 3 \cdot 2 = 6.$$

więc ze wszystkiem zapłaci $40 + 6 \text{ zł.} = 46.$

Albo tak. Obroćmy całkowitą 5 na ułomek. Korzec wyrazi się tu $\frac{4}{4}$; więc 5 korcy

$$= \frac{20}{4} \text{ a } \frac{3}{4} \text{ uczyni } \frac{25}{4}$$

1 Korzec kosztuje 8 zł., $\frac{23}{4}$ korca ile bę-

dzie kosztować? $\frac{25 \cdot 8}{4} = 46 \text{ zł.}$

Uwaga. Wtym przykładzie mnożnik jest liczbą mieszaną, a mnożna całkowitą. Czy się całkowita obróci na ułomek, czyli nie, prawidło toż samo tu służy, co w poprzedzającym przypadku.

Inne przykłady.

$$\begin{array}{l|l} 33\frac{5}{6} \times 16 = 568\frac{8}{9} & 23\frac{4}{5} \times 5 = 119. \\ 9\frac{5}{6} \times 72 = 708. & 65\frac{7}{12} \times 12 = 787. \text{ i t. d.} \end{array}$$

30.

5. *Zagadnienie.* Pewna osoba kupuje $\frac{3}{4}$ łok. sukna, a łokieć kosztuje 15 zł. czyli $\frac{5}{8}$ czer. ileż zapłaci?

Odpowiedź. Gdyby ta osoba kupiła 3 łokcie sukna; płacąc łokieć po $\frac{5}{8}$ czer. zł. musiałaby za 3 łokcie zapłacić $\frac{3 \cdot 5}{6}$ czer. zł. lecz kupuje tylko czwartą część 3 łokci czyli $\frac{3}{4}$ ło. więc nie zapłaci $\frac{3 \cdot 5}{6}$ czer. zł. tylko 4tą część $\frac{3 \cdot 5}{6}$ cz. zł. to jest. $\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 6}$ cz. zł. czyli zmniejszywszy wyraży ułamku przez 3, zapłaci $\frac{5}{4 \cdot 2} = \frac{5}{8}$ czer. zł.

Uwaga. 1. Wypadło tu dzielić ułomek przez 4; mnożyliśmy więc jego mianownik dla przyczyny już wiadomej.

Uwaga. 2. Mnożnik w tym przykładzie jest ułamkiem i mnożna. Mnożyliśmy przez licznik pierwszego ułamku, licznik drugiego, a potem przez mianownik pierwszego, mianownik drugiego; więc, aby ułomek przez ułomek pomnożyć, dosyć jest liczniki i mianowniki przez siebie pomnożyć.

Inne

Inne przykłady.

- | | |
|--|--|
| 1. $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ | $\frac{5}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{32}$ |
| 2. $\frac{7}{8} \times \frac{3}{3} = \frac{21}{40}$ | $\frac{5}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{9 \cdot 4} = \frac{5}{3 \cdot 4} = 1\frac{5}{12}$ |
| 3. $\frac{4}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{21}$ | $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 4} = \frac{5}{2 \cdot 4} = \frac{5}{8}$ |
| 4. $\frac{3}{8} \times \frac{5}{12} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 12} = \frac{5}{8 \cdot 4} = \frac{5}{32}$ | |
| 5. $\frac{7}{15} \times \frac{5}{6} = \frac{7 \cdot 5}{15 \cdot 6} = \frac{7}{3 \cdot 6} = \frac{7}{18}$ | |
| 6. $\frac{4}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{4 \cdot 7}{9 \cdot 8} = \frac{7}{9 \cdot 2} = \frac{7}{18}$ | |
| 7. $\frac{5}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{3}{7}$ i t. d. | |

31.

6. *Zagadnienie.* Kupię $6\frac{3}{4}$ łokcia płótna po $\frac{4}{5}$ zł. ile zapłacę?

Odpowiedź. Za 6 łokci po $\frac{4}{5}$ zł. zapłacę

$$\frac{6 \cdot 4}{5} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5} \text{ zł.}$$

Za $\frac{3}{4}$ lok. zapłacę $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$.

— Zapłacę więc 4 zł. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$ zł. = $5\frac{2}{5}$ zł.

Albo tak. Obróciwszy 6 lok. na ułomek i dodawszy $\frac{3}{4}$ wypadnie $\frac{27}{4}$ łokci.

Więc za $\frac{27}{4}$ łokci, płacąc lokiec po $\frac{4}{5}$ zł. dam $\frac{27}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$ zł.

Uwaga. Wtym przykładzie mnożnik jest liczbą mieszaną, mnożna ułomkiem. Prawidła dane pod 4tém i 5tém zagadnieniem tu służą.

L

Inne przykłady.

$$\begin{array}{l}
 1. \quad 6\frac{2}{9} \times \frac{2}{3} = 4\frac{4}{27} \quad \left| \quad 5\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = 4\frac{1}{4} \\
 2. \quad 12\frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = 8\frac{1}{4}\frac{1}{8} \quad \left| \quad 18\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = 15 \\
 3. \quad 7\frac{1}{8} \times \frac{5}{9} = 3\frac{23}{24} \quad \left| \quad 9\frac{5}{7} \times \frac{7}{12} = 5\frac{2}{3} \\
 \text{i t. d.}
 \end{array}$$

32.

7. *Zagadnienie.* Kupię $\frac{3}{4}$ kamienia kawy, a kamień kosztuje $16\frac{2}{3}$ tala. ileż zapłacę?

Odpowiedź. Gbyby mi przyszło płacić kamień po 16 tala. więc za $\frac{3}{4}$ kam. dałbym $\frac{3 \cdot 16}{4}$

albo $3 \cdot 4 = 12$ talarów.

Płacę zaś jeszcze kamień po $\frac{2}{3}$ tal. więc za $\frac{3}{4}$ kam. dam $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ tal. więc za $\frac{3}{4}$ kamienia dam $12\frac{1}{2}$ tal.

Albo. Obracając 16 tal. na ułomek, wypadnie. $\frac{50}{3}$ tal.

$$\begin{array}{l}
 \text{Za } \frac{3}{4} \text{ kam. zapłacę } \frac{3}{4} \times \frac{50}{3} = \frac{3 \cdot 50}{4 \cdot 3} = \frac{50}{4} \\
 \text{— } \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}.
 \end{array}$$

Uwaga. Mnożnik w tym przykładzie jest ułamkiem, mnożna liczbą mieszaną; więc prawdziwa dane pod zagadnieniami 3ciem i 5tym powtarzają się.

Inne przykłady.

$$\begin{array}{l}
 1. \quad \frac{3}{4} \times 5\frac{2}{3} = 4\frac{1}{4}. \\
 2. \quad \frac{7}{12} \times 9\frac{5}{7} = 5\frac{2}{3}. \quad \text{i t. d.}
 \end{array}$$

33.

8. *Zagadnienie.* Pewna osoba sprzedała $5\frac{1}{2}$ łasztów żyta po $28\frac{2}{5}$ czer. zł. ile iey trzeba zapłacić?

Odpowiedź. 1. Za 5 łasztów po 28 czer. zł. weźmie 5. 28 = 140. czer. zł.

2. za $\frac{1}{2}$ łasztu po 28 czer. weźmie $\frac{1}{2} \times 28 = \frac{28}{2} = 14$ czer. zł.

3. Za 5 łasz. po $\frac{2}{9}$ cze. weźmie $\frac{5 \cdot 2}{9} = 10 \frac{2}{9}$ czer. zł.

4. Za $\frac{1}{2}$ łasz. po $\frac{2}{9}$ czer. weźmie $\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 9} = \frac{1}{9}$ czer. zł.

Weźmie zatem ze wszystkim $140 + 14 +$

$10 \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = 155 \frac{2}{9}$ czer. zł. Albo obrocivszy

łasztu na ułomek, wypadnie $\frac{11}{2}$ łasztu, podobnież czerwone złote, wypadnie $\frac{254}{9}$ cz. zł; weźmie zatem ta osoba $\frac{11}{2} \times \frac{254}{9} = \frac{11 \cdot 127}{9} = \frac{1397}{9} = 155 \frac{2}{9}$.

Uwaga. Zagadnienie to rozwiązało się po dług dwóch poprzedzających. Sposob drugi jest wygodniejszy.

Powtórz teraz krótko 8 przypadków mnożenia ułomków.

Inne przykłady:

1. Pręt kwadratowy, ile zamyka łokci kwadratowych?

2. Długość podłogi Pokoju zamyka 8 łokci, i calów 12 czyli $\frac{1}{2}$ łokcia; szerokość ma 9 łokci i calów 6 czyli $\frac{1}{4}$ łok. jakie pole téj podłogi?

3. $4 \frac{7}{8} \times 6 \frac{5}{8} = 35 \frac{5}{16}$ | $15 \frac{5}{8} \times 8 \frac{2}{3} = 119 \frac{8}{9}$
 4. $25 \frac{1}{4} \times 3 \frac{4}{5} = 82 \frac{1}{5}$ | $5 \frac{1}{4} \times 3 \frac{1}{3} = 17 \frac{1}{2}$
 5. $7 \frac{2}{3} \times 4 \frac{1}{2} = 34 \frac{1}{2}$ | $10 \frac{3}{8} \times 7 \frac{3}{4} = 120 \frac{29}{32}$

L 2

R O Z D Z I A Ł IV.

O Dzieleniu ułomków i liczb mieszanych.

34.

1. *Zagadnienie.* Łokieć sukna kosztuje 2 czer. zł. ile dostanę sukna za $\frac{2}{3}$ czer zł?

Odpowiedź. Tyle kupię sukna, ile razy cena jednego łokcia mieści się w summie, za którą sukna kupię; trzeba więc przez 2 dzielić $\frac{2}{3}$ czer. zł. Dzielimy ułomek, albo dzieląc licznik, albo mnożąc mianownik. Wtém zagadnieniu licznik daje się dzielić przez 2; kupię zatem za $\frac{2}{3}$ czer. zł. $\frac{1}{3}$ łokcia.

Jakoż, kiedy za łokieć płacę 2 czer. zł. więc za $\frac{1}{3}$ łokcia zapłacę $\frac{2}{3}$ czer. zł.

Uwaga. W tym przykładzie dzielnik jest liczbą całkowitą, dzielna ułomkiem. Podobne zagadnienia dwoiako rozwiązać można albo dzieląc licznik, jeżeli się da dzielić, albo mnożąc mianownik przez liczbę całkowitą.

Inne przykłady.

1. Na 5 ubogich podzielić $\frac{1}{2}$ zł.

$$\begin{array}{l} 2. \quad 6 : \frac{4}{3} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} \\ 3. \quad 8 : \frac{2}{3} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12} \\ 4. \quad 4 : \frac{3}{4} = \frac{3}{16} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 9 : \frac{9}{10} = \frac{1}{10} \\ 5 : \frac{15}{16} = \frac{3}{16} \\ 7 : \frac{14}{17} = \frac{2}{17} \end{array} \right.$$

35.

2. *Zagadnienie.* Kiedy kamień kawy kosztuje 15 tal. za $38\frac{2}{3}$ tala. ile kamieni dostanę?

Odpowiedź. Tyle dostanę kamieni, ile razy 15 tal. mieści się w $38\frac{2}{3}$ tal. trzeba więc przez 15 dzielić $38\frac{2}{3}$. Obróciwszy na ułomek, wypadnie $\frac{114}{3}$ dodawszy $\frac{2}{3}$ będzie $\frac{116}{3}$.

Teraz przez 15 dzię $\frac{116}{3}$ wypadnie $\frac{116}{45}$. czyli 2 kamienie, 18 funt. 15 łotów $\frac{29}{43}$ łotów czyli blisko pół łota.

Albo tak. Podzieliwszy naprzód 38 przez 15. wypadnie 2 kam. i zostanie 8 do podzielenia przez 15. To 8 obróciwszy na ułomek $\frac{24}{3}$ i dodawszy $\frac{2}{3}$ będzie $\frac{26}{3}$, co przez 15 podzieliwszy, wy-

padnie kamieni $\frac{26}{45}$ Ważności szukawszy w funtach, łotach, wypadnie, eo wyżej

Uwaga. Wtém zagadnieniu dzielnik jest liczbą całkowitą, dzielna mieszana. Obraca się całkowita na ułomek i podług poprzedzającego przypadku albo dzieli się licznik, albo mnoży się mianownik. Albo też, przez dzielnik dzieli się całkowita, reszta, jeżeli jaka jest, obraca się na ułomek i dodaje się do ułamku w zagadnieniu będącego, potem dzielenie iak wyżej, odprawi się. Przez mnożenie sprawdzaj zawsze.

Inne Przykłady

I całkowita i licznik dają się dzielić w następujących przykładach.

- | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---|---|----|-----------------|---|-----------------|--|---|---|----|----------------|---|----------------|
| 1. | 5 | : | 25 | $\frac{15}{10}$ | = | $5\frac{3}{10}$ | | 6 | : | 12 | $\frac{6}{7}$ | = | $2\frac{1}{7}$ |
| 2. | 2 | : | 8 | $\frac{4}{9}$ | = | $4\frac{2}{9}$ | | 3 | : | 21 | $\frac{3}{4}$ | = | $7\frac{1}{4}$ |
| 3. | 7 | : | 28 | $\frac{14}{15}$ | = | $4\frac{2}{15}$ | | 9 | : | 27 | $\frac{18}{9}$ | = | $3\frac{2}{9}$ |
| i t. d. | | | | | | | | | | | | | |

Całkowita daie się dzielić ale nie licznik.

$$\begin{array}{l}
 1. \quad 3 : 24 \frac{5}{6} = 8 \frac{5}{18} \quad \left| \quad 4 : 8 \frac{3}{4} = 2 \frac{3}{10} \\
 2. \quad 6 : 18 \frac{1}{3} = 3 \frac{1}{18} \quad \left| \quad 4 : 12 \frac{1}{2} = 3 \frac{1}{8} \\
 4. \quad 2 : 4 \frac{1}{4} = 2 \frac{1}{8} \quad \left| \quad 7 : 21 \frac{4}{5} = 3 \frac{4}{5} \\
 \text{i t. d.}
 \end{array}$$

Całkowita nie daie się dzielić bez reszty, licznik iest podzielny.

$$\begin{array}{l}
 1. \quad 4 : 18 \frac{4}{5} = 4 \frac{7}{10} \quad 2. \quad 5 : 19 \frac{5}{6} = 5 \frac{2}{3} \\
 3. \quad 7 : 38 \frac{7}{9} = 5 \frac{3}{3} \quad \text{i t. d.}
 \end{array}$$

Ani całkowita, ani licznik nie są podzielne bez reszty; ważny to iest przypadek, choiey zatem następujące rozwiązać zsgadnienia, znączenie przywiązuąc zawąże do liczb.

$$1. \quad 6 : 25 \frac{1}{3} = 4 \frac{2}{9} \quad \begin{array}{r} 18 \\ \overline{) 3} \\ 1 \end{array} \\
 \hline
 = 4 \frac{4}{18} = 4 \frac{2}{9}$$

$$2. \quad 8 : 27 \frac{5}{6} = 3 \frac{3}{8} \quad \begin{array}{r} 48 \\ \overline{) 18} \\ 5 \end{array} \\
 \hline
 = 3 \frac{21}{48}$$

$$3. \quad 12 : 54 \frac{2}{3} = 4 \frac{5}{9} \quad \begin{array}{r} 18 \\ \overline{) 9} \\ 1 \end{array} \left(\frac{5}{9} \right)$$

Uwaga. Dzielać tu liczbę całkowitą z ułomkiem, przez całkowitą za dzielnika służącą, można ułamki z tego dzielenia wypadające dodać sposobem na karcie 147 do § 21 podanym.

Obracając na ułomek

$$1. \quad 6 : 25\frac{1}{2} = \frac{76}{18} = 4\frac{2}{9}.$$

$$2. \quad 8 : 27\frac{5}{6} = \frac{167}{48} = 3\frac{23}{48}.$$

$$3. \quad 12 : 54\frac{2}{3} = \frac{164}{36} = 4\frac{5}{9}.$$

$$4. \quad 2 : 15\frac{1}{2} = 7\frac{3}{4}.$$

$$5. \quad 4 : 18\frac{1}{2} = 4\frac{5}{8}.$$

$$6. \quad 5 : 16\frac{3}{4} = 3\frac{7}{20}.$$

$$7. \quad 9 : 20\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}.$$

$$8. \quad 4 : 58\frac{9}{10} = 14\frac{29}{40}.$$

$$9. \quad 5 : 47\frac{1}{2} = 9\frac{1}{2}.$$

$$4. : 31\frac{2}{3} = 7\frac{11}{12}.$$

$$6 : 44\frac{3}{4} = 7\frac{11}{24}.$$

$$8 : 76\frac{1}{2} = 9\frac{9}{16}.$$

$$4 : 65\frac{7}{8} = 16\frac{15}{32}.$$

$$5 : 11\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}.$$

$$9 : 73\frac{1}{2} = 8\frac{5}{2}.$$

i t. d.

3. *Zagadnienie.* Kiedy funt cukru jest po $\frac{2}{3}$ tal. za 14. tal. ilé kupię funtów?

Odpowiedź. Tyle kupię funtów, ile razy $\frac{2}{3}$ cena iednego funta, mieści się w 14 cenie wszystkich funtów, trzeba zatem przez $\frac{2}{3}$ podzielić 14.

Gdybym funt cukru płacił po 2 talary, więc za 14 tal. kupiłbym 7 funtów.

Lecz za 1 funt płacę 3 razy mniéy niż 2 tala. czyli $\frac{2}{3}$; więc za 14 tal. nie kupię 7 funt; ale 3 razy więcey, t. i. 21 funtów.

Albo tak, Gdybym funt cukru płacił po $\frac{1}{3}$ tal.; więc za $\frac{2}{3}$ tal. czyli za 1 talar dostałbym 3 funty; więc za 14 tal. dostałbym 14. $3 = 42$ funty.

Lecz za funt płacę 2 razy więcéy niż $\frac{1}{3}$ tal.; bo $\frac{2}{3}$ tal.; więc za 14 tal. nie kupię 42 funt.; ale 2 razy mniéy czyli 21.

Jakoż kiedy za 1 funt płacę $\frac{2}{3}$ tal. więc za 21 zapłacę 21 razy $\frac{2}{3}$ czyli $\frac{21 \cdot 2}{3} = 7 \cdot 2 =$

14 tal.

Uwaga. W tym przykładzie dzielnik jest ułomkiem, dzielna liczbą całkowitą. Rozwiązaliśmy zagadnienie dwoiako: dzieląc przez licznik liczbę całkowitą, i ten iloraz przez mianownik mnożąc, lub mnożąc przez mianownik całkowitą a potem ten iloczyn przez licznik dzieląc; więc, aby liczbę całkowitą przez ułomek podzielić, trzeba całkowitą, jeśli się da, dzielić przez licznik, a iloraz pomnożyć przez mianownik, albo też naprzód przez mianownik pomnożyć liczbę całkowitą, a ten iloczyn przez licznik podzielić.

Inne Przykłady.

1. $\frac{3}{10} : 11 = 36 \frac{2}{3}$.
2. $\frac{4}{5} : 10 = 12 \frac{1}{2}$.
3. $\frac{5}{8} : 15 = 24$
4. $\frac{5}{6} : 8 = 9 \frac{3}{5}$.
5. $\frac{4}{7} : 20 = 35$.
6. $\frac{4}{7} : 21 = 30 \frac{3}{4}$ i t. d.

37

4. *Zagadnienie.* Założmy, że kamień wełny jest po $12 \frac{2}{3}$ tal. potrzebuje 146 tal. ileż mam kamieni wełny przedadź, abym mógł dostać summe, którą potrzebuje?

Odpowiedź. Tyle kamieni przedadź muszę, ile razy $12 \frac{2}{3}$ mieści się w 146 tal.; trzeba więc przez $12 \frac{2}{3}$ podzielić 146. Obróciwszy na ułomek 12, będzie $\frac{36}{3}$ —dodawszy $\frac{2}{3}$ będzie $\frac{38}{3}$

trzeba więc teraz przez $\frac{38}{3}$ podzielić 146 tal.;

co wykonawszy podług poprzedzającego przypadku, wypadnie przedadź wełny $11 \frac{10}{19}$ kam. czyli przeszło $\frac{1}{2}$ kamienia wełny, i 11 ka:

Uwaga. W tym przykładzie dzielnik jest liczbą mieszaną, dzielna całkowitą. Obróciwszy dzielnik na ułomek, prawidło też samo będzie tu służyło, co w poprzedzającym zagadnieniu

Inne przykłady.

1. $3 \frac{1}{4} : 26 = 8$.
2. $13 \frac{3}{4} : 110 = 8$.

3. $7 \frac{1}{5} : 30 = 4 \frac{1}{8}$.
4. $5 \frac{1}{3} : 32 = 6$.
5. $8 \frac{2}{3} : 48 = 5 \frac{7}{13}$.
6. $4 \frac{1}{8} : 24 = 5 \frac{0}{11}$.
7. $5 \frac{1}{3} : 40 = 12$.
8. $7 \frac{1}{2} : 40 = 5 \frac{1}{3}$.

38.

5. *Zagadnienie.* Łokieć sukna kosztuje $\frac{8}{9}$ czer. zł. ileż sukna dostanę za $\frac{5}{6}$ czer. zł.?

Odpowiedź. Tyle sukna dostanę, ile razy $\frac{8}{9}$ czer. zł. cena 1 łokcia mieści się w $\frac{5}{6}$ cz. zł. w summie, za którą sukna kupię, trzeba więc przez $\frac{8}{9}$ czer. zł. podzielić $\frac{5}{6}$ czer. zł.

Gdyby łokieć sukna kosztował 8 czer. zł. więc tylebym kupił łokci, ile razy 8 cz. zł. mieści się w $\frac{5}{6}$; kupiłbym zatem $\frac{5}{8 \cdot 6}$ łokci; lecz 1 łokieć nie kosztuje 8 czer. zł. tylko 9 razy mniej czyli $\frac{8}{9}$ czer. zł. więc nie kupię $\frac{5}{8 \cdot 6}$ łokcia, ale 9 razy więcej; kupię zatem sukna $\frac{9 \cdot 5}{8 \cdot 6}$ łok. czyli zmniejszywszy wyrazy przez 3, będzie $\frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 2} = \frac{15}{16}$ łok. czyli $22 \frac{1}{2}$ cali.

Jakoż kiedy za 1 łokieć płacę $\frac{8}{9}$ cz. zł. więc za $\frac{15}{16}$ łokcia zapłacę $\frac{15}{16} \times \frac{8}{9} = \frac{15 \cdot 8}{16 \cdot 9} = \frac{5 \cdot 8}{16 \cdot 3} = 5 \cdot 1 = \frac{5}{2} = \frac{5}{2}$ czer. zł. co było w zagadnieniu.

Uwaga. Wtym przykładzie dzielnik i dzielna są ułomkami. Przez licznik dzielnika mnożyliśmy mianownik dzielny, a przez mianownik dzielnika, mnożyliśmy licznik dzielny; więc, aby ułomek przez ułomek podzielić, trzeba przez licznik dzielnika, mianownik dzielny, potem przez mianownik dzielnika licznik dzielny pomnożyć, czyli, co na jedno wypadnie, w dzielniku na miejscu licznika napisać mianownik, a licznik na miejscu mianownika: i potem pomnożyć ułomki, iak wzór pokazuje.

Wzór działania,

$$\frac{8}{9} : \frac{5}{6} \text{ czyli } \frac{9 \times 5}{8 \cdot 6} = \frac{9 \cdot 5}{8 \cdot 6} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 2} = \frac{15}{16} \text{ lok.}$$

Inne przykłady.

$$1. \quad \frac{1}{2} : \frac{3}{4} = 1 \frac{1}{2}.$$

$$2. \quad \frac{2}{3} : \frac{7}{8} = 1 \frac{5}{12}.$$

$$\frac{3}{4} : \frac{4}{7} = \frac{16}{21}.$$

$$\frac{7}{8} : \frac{1}{2} = \frac{7}{4}.$$

$$\frac{2}{5} : \frac{2}{3} = 1 \frac{2}{3}.$$

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{4} = \frac{16}{15}.$$

39.

6. *Zagadnienie.* Za 48 garcy czyli $\frac{2}{3}$ beczki wina dała pewna osoba $37\frac{1}{3}$ czer. zł. ile kosztuje beczka tego gatunku wina?

Odpowiedź. Tyle beczka tego wina będzie kosztowała, ile razy $\frac{2}{3}$ będzie się mieściło w $37\frac{1}{3}$,

czer. zł. trzeba więc przez $\frac{2}{3}$ podzielić $37\frac{1}{3}$ cz.
zł. 37 obróciwszy na ułamek trzecie części
mający, wypadnie $\frac{111}{3}$, dodawszy $\frac{1}{3}$ będzie $\frac{112}{3}$

czer. zł. Teraz podzieliwszy $\frac{112}{3}$ przez $\frac{2}{3}$, czyli
przez $\frac{3}{2}$ pomnożywszy $\frac{112}{3}$ wypadnie $\frac{3 \cdot 112}{2 \cdot 3} =$
 $\frac{112}{2} = 56$ czer. zł. więc beczka tego wina ko-
sztnie 56 czer. zł.

Jakoż, kiedy za 1 beczkę płacę 56 cz. zł.;
więc za $\frac{2}{3}$ beczki zapłacę $\frac{2}{3} \times 56 = \frac{2 \cdot 56}{3} = \frac{112}{3}$
 $= 37\frac{1}{3}$ czer. zł.

Uwaga. Dzielnik w tym przykładzie jest u-
łomkiem, dzielna liczbą mieszaną. Obróciwszy
mieszaną na ułamek rozwiązaliśmy to zagadnie-
nie podług poprzedzającego przypadku.

Inne przykłady.

1. $\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2} = 5\frac{1}{4}$.

2. $\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{3}$.

3. $\frac{4}{5} : 3\frac{1}{4} = 4\frac{1}{10}$.

$\frac{3}{8} : 9\frac{1}{6} = 24\frac{4}{9}$.

$\frac{5}{6} : 4\frac{2}{3} = 5\frac{3}{5}$.

i t. d.

40.

7. *Zagadnienie.* Za półczwarta łokcia płó-
tna, czyli $3\frac{1}{2}$ dano 8 zł. czyli $\frac{4}{9}$ czer. zł.; po-
czemu łokieć?

Odpowiedź. Łokieć tego płótna tyle będzie kosztował, ile razy $3\frac{1}{2}$ będzie się mieścić w $\frac{4}{9}$ czer: zł: trzeba więc przez $3\frac{1}{2}$ podzielić $\frac{4}{9}$ cz: zł: Obrociwszy 3 na ułomek zawierający drugie części i dodawszy $\frac{1}{2}$, wypadnie $\frac{7}{2}$; teraz przez $\frac{7}{2}$ podzieliwszy $\frac{4}{9}$ czer: zł: czyli przez $\frac{2}{7}$ pomnożywszy $\frac{4}{9}$, wypadnie dadź za łokieć $\frac{8}{63}$ czer: zł:

Jakoż, kiedy 1 kosztuje $\frac{8}{63}$ cz: zł: więc $3\frac{1}{2}$ łok: czyli $\frac{7}{2}$, będzie kosztował $\frac{8}{63} \times \frac{7}{2} = \frac{4}{63} \cdot \frac{7}{1}$
 $= \frac{4}{9}$ czer: zł:

Uwaga. W tym przykładzie dzielnik jest liczbą mieszaną, dzielna ułamkiem. Obrociwszy mieszaną na ułomek, rozwiązaliśmy przykład podług 6go zagadnienia.

Inne przykłady.

1. $3\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{14}$.
2. $2\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{8}{25}$.
5. $7\frac{1}{3} : \frac{3}{4} = \frac{9}{88}$.
1. $\frac{1}{4} : \frac{3}{8} = \frac{3}{10}$.
5. $\frac{3}{4} : \frac{7}{8} = \frac{7}{40}$.
5. $\frac{5}{6} : \frac{2}{3} = \frac{4}{1}$.

i t. d.

41.

8. **Zagadnienie.** Zapłacono za pewną liczbę łokci materyi 41 czer: zł: i 16 zł. czyli $\frac{8}{9}$ cz: zł: łokieć zaś iéy kosztował 4 czer. i zł: 6 czyli $\frac{1}{3}$ czer: zł:; ile kupiono łokci?

Odpowiedź. Tyle kupiono łokci materyi, ile razy $4\frac{1}{3}$ czer. zł. cena jednego łokcia, mie-

ści się w $41\frac{8}{9}$ czer. zł. w summie, którą za wszystkie łokcie dano, trzeba więc przez $4\frac{1}{3}$ cz: zł. podzielić $41\frac{8}{9}$ czer: zł:

Obrociwszy liczby mieszane na ułomek wypadnie przez $\frac{13}{3}$ podzielić $\frac{377}{9}$ t. i: $\frac{3 \cdot 377}{15 \cdot 9}$

$$= \frac{1 \cdot 377}{13 \cdot 3} = \frac{29}{3} = 9\frac{2}{3}$$
 łokcia.

Jakoż kiedy łokieć materyi kosztuje $4\frac{1}{3}$ czer: zł. czyli $\frac{13}{3}$ cz: zł.; więc $9\frac{2}{3}$ czyli $\frac{29}{3}$ łok:

będzie kosztowało $\frac{29}{3} \times \frac{13}{3} = \frac{377}{9} = 41\frac{8}{9}$ c: z:

Uwaga. W tym przykładzie dzielnik i dzielna są liczbami mieszanymi. Obróciwszy je na ułamki rozwiązałyśmy przykład podług zagadnienia 6go.

Inne przykłady.

1. $2\frac{1}{3} : 4\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$.
2. $3\frac{1}{4} : 18\frac{1}{3} = 5\frac{25}{30}$.
3. $5\frac{1}{2} : 16\frac{2}{3} = 3\frac{1}{33}$.
- $4\frac{2}{3} : 21\frac{5}{6} = 4\frac{19}{28}$.
- $6\frac{5}{6} : 3\frac{7}{8} = \frac{93}{164}$.
- $7\frac{3}{5} : 4\frac{1}{4} = \frac{85}{152}$ i t. d.

Przykłady, w które wchodzi 4 działania z Ułomkami.

1. Próżniak pewien żył 50 lat; $\frac{1}{3}$ swego życia na spaniu przepędził, $\frac{1}{16}$ na iedzeniu i picciu, $\frac{1}{4}$ na włóczeniu si, $\frac{3}{16}$ na grach rozma-

itych, a $\frac{1}{16}$ w krześle, ileż czasu łożył na interes gospodarzki?

2. Kiedy kto codziennie próżnuje $5\frac{1}{2}$ minuty ile to na tydzień wyniesie, ile na rok?

3. Pewna osoba obiecała dać złotnikowi $6\frac{2}{3}$ czer: zł: za srebrny kubek, jeżeli będzie ważył $\frac{3}{4}$ grzywny; waży zaś tylko $\frac{5}{8}$ grzy:; ileż ma pieniędzy odtrącić?

4. Pewny kupiec ma 2 antały wina po $12\frac{1}{2}$ czer: zł:; 3 antały po $10\frac{1}{3}$ czer: zł: i 1 antał po $15\frac{5}{6}$ czer: zł: miesza razem to wino; po czemu wypadnie garniec téj mieszaniny?

5. Kiedy mieszam razem 3 korce żyta po $1\frac{5}{6}$ tal., i 5 korcy po $1\frac{1}{2}$ tal.; poczemu przyjdzie przedać korzec?

6. Kupuje pewna osoba następujące sztuczki płotna: 1^{sz} ma łokci $24\frac{1}{4}$ po $2\frac{1}{3}$ zł.; 2^{ga}

$30\frac{1}{2}$ łokcia po $1\frac{1}{2}$ zł.; 3^{cia} $23\frac{3}{4}$ ł. po $1\frac{4}{5}$ zł.; 4^{ta}

$27\frac{2}{3}$ łok: po $1\frac{2}{3}$; zł: 5^{ta} $20\frac{1}{2}$ łok. po $4\frac{1}{2}$ zł. ile

zapłaci za te 5 sztuczek płotna?

7. Pewna osoba każe sobie robić półtuzina koszul. Na każdą wydzie płot. $5\frac{1}{2}$ łok. łokieć kosztuje $1\frac{4}{5}$ zł. od roboty każdej koszuli ma zapłacić $1\frac{1}{2}$; ileż kosztują koszule i po czemu jedna wypadnie?

8. Kiedy kto na tydzień potrzebuje $1\frac{1}{2}$ funta kawy i $1\frac{3}{4}$ funta cukru a funt kawy jest po $6\frac{1}{2}$ zł. funt zaś cukru po $5\frac{1}{2}$; ile to wyniesie na rok, czyli 52 tygodni?

9. 5 Panów woiażujących ma zapłacić w oberży $25\frac{5}{6}$ tal. $\frac{2}{3}$ tal. tryngieltu, od sporządzenia powozu $4\frac{1}{2}$ tal.; ileż każdy ma dać?

10. Sprowadził ktoś 83 łokci wstążek, które po $1\frac{2}{3}$ zł. od transportu zapłacił $4\frac{1}{2}$, wstążki te, że nie podobały się, musiał przedać po $1\frac{1}{3}$ zł. ileż stracił?

Przestręga. Powtórz teraz krótko wszystkie 41 punktów, które nauka o ułamkach zawiera.

R O Z D Z I A Ł. V.

O Ułomkach dziesiętnych.

1.

Zaczęliśmy naukę rachunkową od Jedności, dodawając ją następnie tworzyliśmy rozmaite jej zbiory, *dziesiątki, sta, tysiące. . . . miliony, biliony. i t. d.*

Wróćmy się teraz od któregokolwiek z wyższych gatunków jedności do jedności samej.

W tej np. liczbie 1818. zaczynając od tysięcy, jak zwykliśmy czytać, każdy gatunek jedności jest 10 razy większy od następującego; i tak *tysiąc zamyka 10 razy sto. sto 10 razy dziesiątek; dziesiątek 10 razy jedność.*

Każdy więc gatunek jedności, zaczynając od lewej ręki i postępując ku prawej, 10 razy jest większy od następującego, więc każdy gatunek jedności jest dziesiątą częścią poprzedzającego, i jedność, która jest dziesiątą częścią dziesiątka, jest granicą tego sposobu rachowania.

2.

Leż, iakakolwiek iest ta iedność, można ją będzie zawsze dzielić na 10 części, iedną z tych 10 części, znowu na 10 i t. d.

Już w tym razie *Jedność*, która była pierwéy granicą, będzie 10 razy więkzzą od części za nią stojący; ta znowu 10 razy większa od następujący. i t. d.

Jedność zatém w tém założeniu miałaby po lewéy ręce szereg iedności 10 razy powiększających się; po prawéy zaś szereg iedności 10 razy zmniejszających się.

3.

W takowym szeregu cyfr zamykającym różne gatunki iedności i dziesiątych części, abyśmy znalazł mogli *Jedność*, której podział na 10 części *przedsięwzięliśmy*, piszemy przy niéy przecinek zwyczajny, iak np. w liczbie tej: 8765, 432.

Przecinek ten ostrzega, iż od iednej iedności cyfry 5, zaczynamy iéy podział na 10 części:

1. Cyfra zatém 4, stojąca za przecinkiem zamyka 4 takie części, na iakich 10 iedność podzieliłiśmy.

2. Cyfra 3 zamyka 3 takie części, na iakich 10 podzieliłiśmy dziesiątą część iedności; a zatém zamyka 3 takie części, na iakich 100 iedność podzieloną została.

3. Cyfra 2 zamyka 2 takie części, na iakich 10 podzieliłiśmy setną część iedności, a zatém zawi-ra 2 takie części, na iakich tysiąc iedność podzieloną została.

M

Cyfra zatem pierwsza po przecinku znaczy
dziesiąte części jedności;

Druga setne.

Trzecia tysięczne. i t. d.

4.

Abyśmy to sobie lepiéy wystawić mogli,
zważmy, co następuje.

Sznur dzieli się, iak wiemy, na 10 prętów,
pręt wprawdzie zwykły się dzielić na łokci $7\frac{1}{2}$
czyli 180 cali; ale Miernicy dla ułatwienia so-
bie rachunków, dzielą pręt znowu na 10 części;
dziesiąta zatem część pręta zawiera 18 cali czyli
połtory stopy. Tę dziesiątą część pręta nazywają
stopą *ieometryczną*, dla rozróżnienia iéy od sto-
py zwyczajnéy; stopa zatem *Jeometryczna* za-
wiera 18 cali, a zwyczajna 12 cali.

Stopę *ieometryczną* dzielą znowu na 10 części;
każdą z nich nazywają *ławką*, a $\frac{1}{10}$ ławki zowią
ławeczką.

Podług tego podziału łatwo można wię-
ksze gatunki miar na mniejsze obrócić i wza-
iemnie; i tak *np.*

- | | |
|---------------------------|-------------------------------------|
| 1. Sznur ma 10 pręt: lub | 100 stop |
| | lub 1000 ławek, lub 10,000 ławeczek |
| 1. Pręt ma 10 stop; lub | 100 ławek |
| | lub 1000 ławeczek |
| 1. Stopa ma 10 ławek, lub | 100 ławeczek |
| 1. Ławka | 10 ławeczek. |

Niechby teraz długość iaka zamykała 5
sznurów, 3 pręt: 4 sto: 2 ławki, 7 ławeczek; pi-
salibyśmy to iak następuje.

5,3427

1. Cyfra 3 oznacza trzy takie części, na iakich 10, sznur dzieli się; pierwsza zatem cyfra po przecinku znaczy dziesiąte części Jedności.

2. Cyfra 4 znaczy oztéry części takie, na iakich 10, pręt, lub na iakich 100, sznur dzieli się; Cyfra zatem druga po przecinku znaczy setne części Jedności.

5. Cyfra 2 oznacza dwie części takie, na iakich 10, stopa dzieli się, zatem oznacza takie dwie części, na iakich 1000 sznur dzieli się; Cyfra za tem 3^{cia} po przecinku znaczy tysięczne części Jedności.

4. Cyfra nakoniec 7, oznacza siedm takich części, na iakich 10 ławka dzieli się; więc oznacza 7 części takich, na iakich 10 000 sznur jest podzielony; zatem 4^{ta} cyfra, wprawą rękę po przecinku znaczy dziesięć tysięczne części Jedności.

Albo też obrocivszy większe gatunki dziesiątych części na najmniéysze: Pierwsza cyfra po przecinku będzie oznaczała 3000; 2^{ga} 400; 3^{cia} 20, 4^{ta} na koniec 7 części takich, na iakich 10,000 iedność, t. i. sznur podzielony został.

Można zatem takowy ułomek, który nazywamy dziesiątnym, tak czytać, iak liczby zwyyczajne; na końcu trzeba tylko dodać ilość części, na którą iedność podzieloną została, i tak czytamy poprzedzający ułomek.

Piędziesiąt trzy tysiące 4 sta dwadzieścia siedm, dziesięć tysięcznych.

Albo też

Pięć całkowitych i 3427 dziesięć tysięcznych części.

M 2

Inne przykłady do czytania.

1. 23,793 tysięcznych lub
2. 436,25 setnych lub
3. 5873,923 542 milionowych lub . . .
4. 320,7 dziesiątych. i t .d.

Uwaga. Wnieśmy z tego, cośmy dotąd mówili, iż ułamki dziesiątne to mają wspólne z liczbami całkowitemi; że iako w tyochtu nay wyższe gatunki iedności na naymnieysze prędko i bez zadney trudności obrocić można, tak podobnież w tamtych naywieksze części na naymnieysze łatwo zamienić się daią. Jedna *np.* Jedność milionowa wystawia nam milion iedności prostych; podobnież w téy liczbie 5863,923542 cyfra 9 na pierwszym miejscu po przecinku oznaczająca dziesiąte części, zawiera 9 kroćsto tysięcy części takich, na iakich milion iedność w tym przykładzie iest podzielona. Przyczyna tego iest ta, iż zawsze każdy gatunek wyższy zamyka następujący 10 razy.

A iako w liczbach całkowitych, gdy brakuie iakiego gatunku iedności, na miejscu iego piszemy zero; tak i w ułomkach dziesiątnych, zera zastąpią miejsca tych gatunków dziesiątych części, których nie będzie. *np.*

- 0,01 . setna sznura
 0,001 . tysięczna sznura
 0,0001 dziesięć tysięczna sznura i t .d.

Ponieważ w tych przykładach iedności prostych niema, napisaliśmy zero, bo bez tego zera nie moglibyśmy ułamku dziesiątnego rozróżnić od liczb całkowitych.

Zagadnienia.

1. Wyrazić w ułamku dziesiętnym 3 stopy Jeometryczne.
2. Wyrazić 2 stopy, 3 ławki.
3. Wyrazić 5 ławeczek.
4. Napisać pięćset cztery milionowe i t. d.

5.

Każdy ułomek dziesiętny można, iak zwyczajny wyrazić; i tak np. 0,25 znaczy to samo, co $\frac{25}{100}$; $76,504 = 76 \frac{504}{1000}$; $508,001 =$

$$508 \frac{1}{1000}.$$

Więc, aby ułomek dziesiętny wyrazić, iak zwyczajny, trzeba cyfry za przecinkiem stojące na miejscu licznika wypisać, a w mianowniku do iedności tyle zer dodać, ile znaków liczebnych jest za przecinkiem.

I wzajemnie aby ułomek zwyczajny, mający za mianownik iedność i zera, iak dziesiętny wyrazić, trzeba licznik tak za przecinkiem wypisać, izby za nim tyle było znaków liczbowych, ile w mianowniku zer znajduie się n p.

$$\frac{1}{1000} = 0,001.$$

6.

Cyfr dziesiętnych ważność zależy od miejsca, na którym stoią względem przecinka; więc po prawey ręce zera dodane, nie odmieniają ułamku dziesiętnego; np. 0,5 sznura, lub 0,50 sznura lub 0,500; te trzy wyrażenia iedno zna.

ozą; bo zero dodane w pierwszym przypadku zrobiło wprawdzie ułomek dziesięć razy większym; lecz z dziesiątych stały się części setnymi, a zatem dziesięć razy mniejszemi, niż były przedtém: w drugim przypadku dodawszy 2 zera, zrobiliśmy ułomek 1000 razy większym, ale te części, które były dziesiątymi, przemienili. śmy w tysięczne, a zatem 100 razy mniejsze; dodanie więc zer po prawey ręce w ułamku dziesiątnym znaczy to samo, co mnożenie wyrazów ułamku zwyczajnego przez jakąkolwiek liczbę.

7.

Dodawanie ułamków dziesiątnych.

W ułamkach dziesiątnych, zaczynając zbior od prawey i postępując ku lewey. zbiory części złożone są iedne z drugich, iak w liczbach całkowitych; więc ie tak dodawać należy, iak całkowite; np. , 0, 24; 0, 056; 0, 0042 wypisując te ułamki, iak następuje:

$$\begin{array}{r}
 0, 24 \\
 0, 056 \\
 0, 0042 \\
 \hline
 \text{Summa.} \quad 0, 3002.
 \end{array}$$

Przykład 2gi. Dodadź liczby 32,456; 73284,5; 0,002; 3,256. Wypisuiemy ie tak:

$$\begin{array}{r}
 32, 456 \\
 73284, 5 \\
 0, 002 \\
 3, 256 \\
 \hline
 \text{Summa.} \quad 73320, 214.
 \end{array}$$

W powszechności mówiąc, iakośmy w liczbach całkowitych, gatunki iedności pod sobą podpisywali a potem dodawali: tak podobnie w ułomkach dziesiątnych, piszemy dziesiąte części pod dziesiątymi, setne pod setnemi, tysięczne pod tysięcznemi, i t. d. i dodajemy, a w summie robimy przecinek w tym rzędzie, w którym stoją przecinki wszystkich ułomków.

Inne przykłady.

1) 0,428 0,007 0,6 0,05 <hr style="width: 100%;"/>	2) 0,324 7,27 0,4 6,245 <hr style="width: 100%;"/>	3) 27,004 0,8052 45,3 124,73 <hr style="width: 100%;"/>
--	--	---

Sum: , , ,

8.

Odejmowanie ułomków dziesiątnych.

Z przyczyny pod dodawaniem wyrażony ułomki dziesiątne, tak się odejmują, iak liczby całkowite; np.

	Od	, 0,532		
	odjąć	<u>0,321</u>		
Różnica.		0,211		

Przykład 2 gi.	0,8	Odiemny	
	<u>0,642</u>	Odiemnik.	
Reszta.	0,158		

W tym przykładzie wyraz odiemny ma tylko dsiesiąte części; a w odiemniku są dziesiąte,

setne i tysiączne; setnych i dziesiątych nie mieliśmy więc od czego odjąć; ale, iako w liczbach całkowitych w podobnym przypadku bierzemy od wyższego gatunku jedne jedność i rozkładamy ją na niższe; tak i tu wzięliśmy jedną część dziesiątą i w myśli rozłożyliśmy ją na setne i tysiączne, czyli, co toż samo znaczy, w myśli tylko dodaliśmy tyle zer, ili brakuje w odjemnym cyfr, przez co się ułomek nie odmienia, a potem odjemnik odejmujemy od odjemnego.

Inne przykłady

Odiemny	0, 32	0, 5
Odiemnik	0, 21 345	0, 528799.
Różnica.	<hr/>	<hr/>

Przykład 3 ^{ci}	9, 1457	Odiemny.
	6, 564	Odiemnik.
Różnica.	<hr/>	
	2, 5817	

W odjemniku brakuje jednéj cyfry; można ją sobie w myśli wystawić, i odjąć iak liczby całkowite.

W powszechności mówiąc, odéymowanie ułomków dziesiątnych odprawia się podobnym sposobem iak liczb całkowitych; trzeba tylko przez dodanie zer po prawey ręce, odjemny, i odjemnik do jednakowey ilości znaków liczbowych przywieść, a w różnicy przecinek pisać w tym rzędzie, w którym stoją przecinki wyrazów do odéymowania danych.

Sprawdzać można dodawanie i odeymowanie podobnym sposobem, iakośmy te działania z liczbami całkowitemi sprawdzali.

Mnożenie ułomków dziesiętnych.

Przecinek oddziela zbiory iedności całkowitych od części dziesiętnych; więc przekładając przecinek, odmieniamy ważność liczby całej. Posuwając go ku prawej ręce, przenosimy do całkowitych te cyfry, które były w części ułomkowej; powiększamy więc ważność całej liczby. Przeciwnie, posuwając przecinek ku lewej, przenosimy do części ułomkowej te cyfry, które były w części całkowitej; a zatem zmniejszamy ważność całej liczby zadanej. W tęg *np.* liczbie 134,28, pisząc przecinek między 2 i 8, będzie 1342,8; w tęg więc wyrażeniu każda cyfra ku lewej ręce idąca jest 10 razy większa niż była; bo setne części są dziesiętnymi, dziesiąte iednościami, iedności dziesiątkami, i t. d. powiększyliśmy zatem całą liczbę 10 razy. Gdybyśmy w liczbie zadanej przecinek wcale opuścili, powiększylibyśmy ją 100 razy, czyli mnożylibyśmy ją przez 100.

Więc posuwając przecinek ku prawej ręce, powiększamy liczbę 10 lub 100 lub 1000 i t. d. razy, podług tego, iak przecinek ze swego miejsca na 2 gie, 3 cie lub 4 te i t. d. przenosimy; bo za każdą odmianę miejsca przecinka wszystkie zbiory iedności lub dziesiętych części zamieniają się następnie na wyższe gatunki.

W wyżej podanej liczbie 134,28, zrobmy teraz przecinek między 3 i 4, będzie: 13,428. Setne części są teraz tysięcznymi, dziesiąte setnymi, iedności dziesiątymi częściami, dziesiątki iednościami, i t. d. w tem więc wyrażeniu każda cyfra jest 10 razy mniejsza, niż była;

więc i cała liczba 10 razy zmniejszoną została, czyli jest podzielona przez 10.

Więc posuwając przecinek ku lewej ręce, zmniejszamy liczbę 10, lub 100, lub 1000 i t. d. razy, podług tego, iak ténże przecinek ze swego miejsca na 2gie, lub 3cie lub 4te i t. d. przenosimy: bo w tém założeniu za każdą odmianną miejsca przecinka, wszystkie zbiory jedności lub dziesiątych części zamieniaią się następnie na niższe gatunki, czyli dzielimy liczbę daną przez 10. lub przez 100. lub przez 1000. i t. d.

10.

Te uwagi dostatecznie zgłębiwszy, poymiemy łatwo mnożenie i dzielenie: ułomków dziesiątnych, i tak:

Przykład 1. Pomnożyć 32, 14. przez 5. Mnożnik jest całkowitą, mnożna ułomkiem dziesiątnym.

Opuśćmy przecinek i mnożmy te liczby iak całkowite. Iloczyn jest; 9642. Lecz opuszczając przecinek w mnożnéy, zrobiliśmy ją 100 razy większą, więc i iloczyn 100 razy większym jest, niż być powinien; zatem 100 razy zmniejszyć go trzeba, co wykonamy, oddzielając przecinkiem dwie cyfry od prawej ręki, czyli dzieląc przez 100. Podobnym postępowałibyśmy sposobem, gdyby mnożnik był ułomkiem, a mnożna całkowitą.

Więc, aby pomnożyć przez siebie czynniki, z których jeden ma przy sobie ułomek dziesiątny, trzeba opuścić przecinek, i mnożyć te czynniki iak zwyczajne całkowite, a potem w iloczynie tyle oddzielić cyfr przecinkiem od prawej ręki, ile ich jest w jednym z czynników.

Inne Przykłady.

1. Przez $8 \times 85,704.$
2. - - - $24 \times 864,0006-$
3. - - - $372 \times 0,050203.$
4. - - - $8436 \times 0,000043.$

- Przez $5,03 \times 231.$
 - - - $78,002 \times 79.$
 - - - $943,506 \times 856.$
 - - - $8,54632 \times 4. \quad \text{i t. d.}$

11.

Przykład. 2 gi. Przez 3, 24 pomnożyć 23, 7. Wtym przykładzie mają oba czynniki ułamki dziesiętne.

Opuściwszy przecinki i pomnożywszy czynniki, iak liczby całkowite, wypadnie 76788.

Ten iloczyn z przyczyny mnożnika 100 razy mniejszego, byłby 100 razy większym, a z przyczyny mnożnéy 10 razy mniejszém, byłby 10 razy większym, więc byłby 1000 razy większym, niż być powinien; trzeba go zatem 1000 razy zmniejszyć, co wykonamy, oddzielając od prawej ręki przecinkiem 3 cyfry, to jest tyle. ile jest cyfr za przecinkiem w obu czynnikach, czyli dzieląc przez 1000.

Więc, aby pomnożyć przez siebie czynniki mające ułamki dziesiętne, trzeba, opuściwszy przecinki, pomnożyć je, iak liczby całkowite. a w iloczynie, od prawej ręki tyle cyfr oddzielić, ile ich było za przecinkiem w obu czynnikach.

Inne przykłady

1. $34, 56 \times 4, 578.$
2. $567, 8901 \times 54, 53.$
3. $0, 254 \times 0, 789.$
4. $0, 002 \times 0, 0003.$

Uwaga. W 4 tym przykładzie wypadnie tylko na końcu z prawey ręki cyfra 6 na iloczyn; a summa znakow liczbowych oddzielonych w obu czynnikach iest 7; więc tey liczby dopełnić należy sześćo zerami; aby było znaków oddzielonych siedm pisząc zawsze przy przecinku od lewey ręki zero na miejscu liczby całkowitey, który po rozmnożeniu nie masz. Iloczyn zatem w 4 tym przykładzie będzie; 0, 0000006. A w krótkości, prawdziwo do mnożenia ułomków dziesiątnych, czyli to mieszanych z liczbami całkowitemi lub samych tylko przez się, podać można takie: iż w iloczynie, tyle się odcina znaków na ułamki dziesiątne, od prawey ręki, ile ich było w obu czynnikach przed mnożeniem.

12.

Dzielenie ułomków dziesiątnych.

Pzypomniemy tu sobie prawdę wyłuszczoną w Rozd: o dzieleniu liczb zwyczajnych, iż można dzielnik i dzielną przez iakąkolwiek liczbę dzielić lub mnożyć, nie odmieniałe ilorazu, bo i tu też prawdę przystosujemy.

Przykład. 1. Przez 13 trzeba podzielić 451,49 Dzielnik tu iest całkowtą, dzielna ma ułomek dziesiątny. Mnożąc dzielną przez 100, zniesiemy ułomek; lecz, abyśmy prawdziwy iloraz znał

leśdź mogli, trzeba nam także dzielnik przez 100 pomnożyć; i będzie 1300. Wypadnie więc teraz naksztalt liczb całkowitych dzielić 45149 przez 1300: iloraz będzie $34\frac{949}{1300}$.

Więc, aby ułomek dziesiątny dzielić przez liczbę całkowitą, trzeba w ułamku opuścić przecinek, a do dzielnika tyle zer dodać ile było znaków liczbowych w dzielnej od przecinka rachując ku prawej ręce.

Toż samo twierdzić można kiedy dzielnik będzie ułamkiem dziesiątnym a dzielna całkowitą, z tą różnicą, że w tym przypadku w dzielnej tyle zer dodamy, ile było znaków liczebnych w dzielniku za przecinkiem.

Inne przykłady.

1. 12 : 56,856
2. 123 : 84,3962
3. 2 : 654,8

4. 3,4 : 86532
5. 3,35 : 98794
6. 5,894 : 85326 i t. d.

13.

Przykład 2. Przez 0,08 podzielić 0,024
Dzielnik i dzielna są w tym przykładzie ułomkami dziesiątnymi.

W dzielniku są tylko setne części; a w dzielnej setne i tysięczne; dodawszy w dzielniku po prawej ręce zero, zamienimy setne części na tysięczne. Już teraz dzielnik i dzielna iednakową ilość znaków liczebnych w ułamkach swe-

ich mają. Rozmnożywszy je więc przez 1000 czyli opuściwszy przecinki, wypadnie przez 80 podzielić 24, a iloraz będzie $\frac{24}{80} = \frac{3}{10} = 0,3$.

Więc, aby ułamki dziesiętne, jeden przez drugi podzielić, jeżeli jednakową ilość znaków liczbowych za przecinkiem mają, trzeba tenże przekreślić, a potem dzielić, iak liczby zwyczajne; w przeciwnym przypadku, tyle zer w jednym z ułamków dodadź, ile trzeba, aby ilość znaków liczbowych tak w dzielniku, iako i w dzielny równą zrobić: potem przecinki zmasać i dzielić.

Inne przykłady-

1.	0,8	:	1,6	
2.	0,2	:	1,2	
3.	0,24	:	0,72	
4.	0,028	:	0,096	
5.	1,6	:	8,674	
6.	1,24	:	849,3	
7.	1,256	:	493,8	
8.	24,3	:	456,789	i t. d.

14.

Jak się ułamki zwyczajne na dziesiętne obracaia.

Widzieliśmy wyżej, że ułamki zwyczajne mające za mianowniki liczby, 10, 100, 1000 i t. d. iak dziesiętne wyrażać można; teraz trzeba jeszcze umieć ułamki z iakiemikolwiek mianownikami na dziesiętne obrócić, ponieważ łatwiejsza z ostatnimi robota, niż z pierwszemi; nad-

to, ilorazy, których nam częstokroć ułomki zwyczajne poznać nie dają, tak dalece za pomocą dziesiętnych zbliżone do prawdziwych być mogą, że ich różnica nie wcale nie znaczy.

Przykład 1. Obrócić $\frac{1}{2}$ na ułomek dziesiętny. Szukamy liczby, przez którąby mianownik pomnożony czynił 10, lub 100, lub 1000 i t. d. Taką tu liczbą jest 5; bo $5 \times 2 = 10$.

Pomnożywszy więc wyrazy ułamku danego $\frac{1}{2}$ przez 5, wypadnie $\frac{5}{10}$ czyli 0,5.

Można się obyć bez szukania wspomnionéj liczby i wygodniéj daleko ułomek żądany znaleźć takim sposobem: Licznik ułamku obracam na części dziesiąte, iak następuje.

$$\text{Wzór działania.} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 1,0 \\ & \underline{1,0} \end{array} \quad 0,5.$$

1. 2 nie mieści się w 1; na miejscu więc jedności, których nie ma, napiszę w ilorazie zero z przecinkiem.

2. 2 w 10 mieści się razy 5; iloraz zatem 0,5 jest ułamkiem żądanym.

Przykład 2. Obrócić $\frac{3}{8}$ na ułomek dziesiętny.

Obracam licznik na części dziesiąte, iak wzór pokazuje:

$$\text{Wzór działania.} \quad \begin{array}{r} 8 \quad 3,0 \quad 0,375 \\ \quad \quad \underline{24} \\ \quad \quad 60 \\ \quad \quad \quad \underline{56} \\ \quad \quad \quad \quad \underline{40} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \underline{40} \end{array}$$

1. 8 we 3 nie mieści się; piszę więc w ilorazie na miejscu jedności, których nie ma, zero z przecinkiem.

2. 8 w 30 mieści się razy 3; bo $3 \times 8 = 24$. odiawszy 24 od 30, zostaje 6.

3. Tę resztę 6, obracam przez dodanie zera na części setne i dzielę: 8 w 60 mieści się razy 7; bo $7 \times 8 = 56$. odiawszy 56 od 60, zostanie 4.

4. Tę resztę drugą 4, ponieważ wyraża części setne, obracam przez dodanie zera na tysięczne, i dzielę: 8 w 40 mieści się razy 5; bo $5 \times 8 = 40$ więc $0,375 = \frac{3}{8}$.

Aby więc ułomek zwyczajny na dziesiętny obrócić, trzeba licznik zamienić na części dziesiętne; te dzielić przez mianownik resztę jeżeli jaka jest, obrócić na setne, i dzielić, i tę robotę dopoty powtórzyć, dopoki się reszta jaka obrociona na części niższego gatunku nie podzieli zupełnie.

Przykład 3. Obrócić $\frac{2}{3}$ na ułomek dziesiętny.

Ten ułomek iako i wiele innych, nie da się bez reszty na dziesiętny obrócić; iednakoż można iloraz coraz bardziéy zbliżyć do prawdziwego, tak dalece, że różnica zaniechana bydź może; i tak sposobem wyżéy wyrażonym znaleziony ułomek $0,666\ 666$ i t. d. różni się od danego $\frac{2}{3}$ dwiema tylko takimi cząsteczkami, na iakich 3 000 000, iedność iest podzielona, co tak pokazuję.

Ułomek $0,666\ 666$ iak zwyczajny wyraziwszy, będzie $\frac{666\ 666}{1\ 000\ 000}$.

Szukamy teraz różnicy między $\frac{666\ 666}{1\ 000\ 000}$

i $\frac{2}{3}$.

S.

Sprowadziwszy te ułamki do iednakowego mianownika, będzie $\frac{1999\ 998}{3\ 000\ 000}$ i $\frac{2\ 000\ 000}{3\ 000\ 000}$; odiawszy pierwszy od drugiego wypadnie różnica $\frac{2}{3\ 000\ 000}$ lub $\frac{1}{1\ 500\ 000}$. Tę różnicę tak małą, można ieszcze mnieyszą zrobić, rozciągając da-léy ułomek dziesiątny.

Wykład miar dziesiątnych.

Widzieliśmy, że miary i wagi nasze dowolnie zrobione, wcale z sobą nie są złączone. Po-dział ich nie tylko nie ułatwia, ale czyni ra-chunki zawilszemi; i nie rozumiémy, że tylko u nas tak dziwacznie dzielą i na żadný zasa-dzie stały i pewný nie gruntują się.

We wszystkich Narodach i wiekach tę do-wolność znajdujemy i trudny do pamiętania po-dział. Ztąd przykróść nowa w porównaniu ich między sobą, iak się w praktycznéj części A-rytmetyki o tém przekonamy. Uożeni nakoniec Francuzcy uprzętneli to wszystko, i, aby każdy Narod w każdym wieku mógł powiedzieć, *ta miara iest moją*, szukali zasady miar wszelakich w naturze i znaleźli onę. Sławni Astronomowie Méchain i Delambre mierzyli iak naydokładniéy część południka od Dunkierki do Barcelony za-wierającego blisko 10 stopni, a ztąd wnieśli, ile ćwierć południka, albo odległość równika od bieguna ma w sobie miar pewnych, a dziesięcio-millionową część téy odległości nazwali *Metrem*. Ten tedy metr iest zasadą miar wszelkich, czyli *pierwiastkową* lub *elementarną* miarą. Miary większe od metra są te :

N

Długość zamykająca 10 metrów, zowie się *Decametr*. 100 metrów, *Hektometr*; 1000 metrów *Kilometr*; 10000 metrów *Myriametr*.

Miary mniejsze od metra są: 0, 1 metra zowie się *decimetr*. 0, 01 metra *centimetr*; 0, 001 metra *millimetr*. Tabliczki następujące ułatwią bardziéy te i miary następne.

I.

Miary liniowe.

Myryametr zamyka	10 000 metrów.
Kilometr - - - -	1 000 - -
Hektometr - - - -	100 - -
Dekametr	10 - -
<i>Metr</i> \	1
decimetr - - - -	0, 1 metra
centimetr - - - -	0, 01 - -
millimetr - - - -	0, 001 - -

Te miary odpowiadają naszym, liniom, calom, stopom, łokciom, i t. d. i t. d.

II.

Miary kwadratowe.

Kwadrat z dekametru nazywa się *Ar*, zamyka zatem 100 metrów kwadratowych. *Ar* jest początkową wszystkich miar powierzchni wyrażających; podział iak następuje.

Myryar zamyka -	10000 arów
Kiilar - - - -	1000 - -

Hektar	- - :	100	- -
Dekar	- - -	10	- -
<i>Ar</i>	- - -	1.	
deciar	- . - -	0,1	ara.
centiar	- - - -	0,01	- -
milliar	- - - -	0,001	- .

III.

Miary objętość wyrażające.

Sześcian z decymetru zowie się *Litr.* i jest początkiem wszystkich miar do mierzenia ciał sypnych i płynnych.

Myryalitr zamyka	10 000	litrów
kilolitr	1 000	- - -
Hektolitr	100	- - -
Dekalitr	10	- - -
<i>Litr</i>	1.	
decilitr	0,1	litra
centilitr	0,01	- -
millilitr	0,001.	- -

Odpowiadają naszym kwaterkom, kwartom, ćwierciom, korcom. it.d.

IV.

Wagi.

Początkiem wszystkich wag jest sześciąt z centymetru napelniony wodą mającą już marznąć, j nazywa się *Gram.* Podział następujący-

Myryagram zamyka	10 000	gramów.
Kilogram - - -	1 000	- - -
Hektogram - .	100	- - -
Decagram - .	10	- . -
Gram - - -	1.	
decigram - - -	0, 1	
centigram - -	0, 01	
milligram - -	0, 001.	

Te wagi odpowiadają naszym łotom, grzywnom, funtom, kamieniom i t. d.

V.

Pieniądze.

Sztuka srebra wążąca 5 gramów, zmieszana z $\frac{1}{10}$ miedzi nazywa się *Frank*.

Frank dzieli się na 10 decimów.
decim na 10 centimów.

- VI:

Miara drzewa na opał.

Sześcian z metru zowie się *Ster*.

Na stery przedaie się drzewo na opał, iak u nas na sążnie.

Uwaga. Temi pięcioma wyrazami, *Metr*, *Ar*, *Litr*, *Gram*, i *Ster*, miary wszelkie i wagi wyrażają się; podział zaś ich iednakowy nadzwyczajnie ułatwia rachunki, co następujące pokażą przykłady.

I. Dodawanie liczb wyrażających miary, wagi i pieniądze dziesiątne.

Przykład 1. Pewny kupiec przedał sukna na iednym iarmarku za 1334 fr: 45 centymów;

na 2gim za 1951 fr: 17 cent; na 3cim za 183 fr: 11 cent; ile zebrał pieniędzy?

Wypisuję liczby, iak ułamki dziesiątne pi-
sać tię zwykły, mające bydź dodane.

<i>Wzór działania.</i>	1334,45
	1951,17
	183,11
Summa.	<u>3468,73</u>

Zebrał więc franków 3468. i 73 cent.

Przykład 2. Kupiue pewna osoba 4 sztuki ma-
teryi.

1wsza	zamyka metrów	217,43. c. me.
2ga	-	- 97,21.
3cia	-	- 194,07.
4ta	-	<u>51,34.</u>

Summa metrów 4 sztuk. 560,05.

Uwaga. Summę tę można czytać 560 me-
trów i 5 centymetrow, lub 5 Hektametrów, 6 De-
kametrów i 5 centymetrow lub 56005 centime-
trow. Podług tego podziału można bez nay-
mniejszey trrudności, miary naywiększe na nay-
mniejsze obrócić i wzajemnie.

II. Odeymowanie liczb wyrażających mia-
ry, wagi dziesiątne.

Przykład. Kupiec ze sztuki materyi zawie-
raiącý metrów 217,43, sprzedał metrów 97,56,
ile mu się jeszcze zostało?

<i>Wzór działania.</i>	217,43
	<u>97,56</u>
Reszta.	119,87

Uwaga. Odeymowanie rownie więc tak jest
łatwe, iak i dodawanie.

III. Mnożenie liczb wyrażających miary, wagi, dziesiątne.

Przykład. Odległość równika od bieguna zawiera stóp paryskich 30' 784 440.

Ponieważ teraz dzielą tę odległość na 10' 000 000 metrów; więc 1 metr będzie czynił stóp Paryskich 3,078 444.

Pytam więc, ile 12 metrów uczyni stóp dawnych paryskich?

Odpow. 12 metrów uczyni $12 \times 3,078\ 444 = 36,941\ 528$ stóp paryskich.

Uwaga. Mnożnik w tym przykładzie jest całkowitą, mnożna ułamkiem. Opuściwszy przecinek mnożyliśmy liczby zadane iak całkowite; w iloczynie zaś oddzieliliśmy 6 znaków liczebnych: bo tyle ich było oddzielnych w mnożney.

Uwaga. 2. Wiedząc, ile metr czyni stóp paryskich, można łatwo zgadnąć, ile Deka, Hekto, Kilo i Myryametr uczyni tychże stóp, ułamki zaś dziesiątne przy stopach, można obrócić na całe i linie paryskie, mnożąc przez 12.

Przykład 2gi. Sztuka materji zamyka metrów 37,14; metr zaś kosztuje fr: 19,25; ile się zapłaci za całą sztukę?

Odpow. Ponieważ 1 metr kosztuje fr: 19,25; więc metrów 37,14 będzie kosztowało $37,14 \times 19,25 = 714,9450 = 714,95$ fr.

Uwaga. Oba czynniki są w tym przykładzie ułamkami. Summa cyfr za przecinkiem wynosi 4, i tyle w iloczynie oddzieliliśmy; że zaś frank dzieli się tylko na 100 centymów, a w iloczynie nadto mamy tysięczne części franka, czyli pół centyma; ztąd w iloczynie drugim zamiast 4 centymów napisaliśmy 5.

IV. Dzielenie liczb wyrażających miary dziesiętne.

Przykład 1. Za sztukę materyi dano franków 714,945; metr zaś kosztuje fran. 19,25; ile sztuka zawiera metrów?

Odpowiedź Tyle metrów ta sztuka zawiera, ile razy 19,25 mieścić się będzie w 714,945; wypada więc przez 19,25 dzielić 714,945 czyli przez 19,250 dzielić 714,945 czyli przez 19250 dzielić 714945 = 37,14 metra.

Przykład 2. Kiedy stóp paryskich 3,078 444 czyni 1 metr; 1 stopa paryska jaką część metra uczyni?

Odpowiedź Wypada tu przez 3,078 444 dzielić 1; czyli przez 3,078 444 wypada dzielić 1,000 000 czyli przez 3078 444 trzeba dzielić 1000000; jedna zatem stopa paryska będzie względem 1 metra $\frac{1000000}{3078444}$. Obracając te części metra na decymetry i dzieląc wypadnie 3,2484.

Stopa zatem Paryska czyni decymetrów 3,2484.

Przykład 3. Kiedy 1 stopa Paryska, czyli 12 cali czyni decymetrów 3,2484; 1 cal ile uczyni;

Odpowiedź. Przez 12 podzieliwszy 3,2484, znajdem, jaką częścią jest cal paryski decimetra. $12 : 3,2484$ czyli $12,0000 : 3,2484$ czyli $120000 : 32484 = \frac{32484}{120000}$.

Te części decimetra obróciwszy na centymetry wypadnie $\frac{324840}{120000} = 2,7070$ centyme: a więc cal paryski czyni centymetrów 2,7070.

Uwaga. Ponieważ cal paryski czyni 12 linii; więc dzieląc ważność cala w centymetrach przez 12, znajdziemy ważność linii w millimetrach; iak to następująca pokazuje tabliczka.

Znamy już ważność 1 stopy w decymetrach; więc łatwo znajdziemy ważność 2, 3, 4 i t. d. stóp, iak iest w tablicy, którą w wolnych czasem godzinach chciéy sprawdzić.

Jak zaś miary dziesiątne na nasze, lub przeciwnie mają być zamienione, o tem będzie w części następującéy w Rozdziale 1wszym.

Tablica. Iwsza.

Zamiana stóp Paryskich, calów, linii na Metry, i ich dziesiątne części.

Stopy.	Decymetry.	Cal.	Centymetry.	Linie.	Millimetry.
1 - -	3,2484	1 . -	2: 707	1. - -	2,255
2 - -	6,4968	2 - -	5, 414	2. - -	4,51
3 - -	9,7452	3 - -	8, 121	3. - -	6,765
4 - -	12,9936	4 - -	10,828	4. - -	9,02
5 - -	16,2420	5 - -	13,535	5 - -	11,275
6 - -	19,4904	6 - -	16, 242	6 - -	13,330
7 - -	22,7388	7 - -	18, 949	7 - -	15,785
8 - -	25,9872	8 - -	21, 656	8 - -	18,040
9 - -	29,2356	9 - -	24, 363	9 - -	20,296
		10 - -	27, 07	10 - -	22,551
		11 - -	29, 777	11 - -	24,806

Uwaga. Podług téy tablicy można iakakolwiek ilość stóp Paryskich w decymetrach wyrazić.

Przykład 1. 557 stóp Paryskich ile uczyni decymetrów?

1. 5 Stóp czyni 16,242 decymetrów, więc 500 uczyni 100 razy więcej czyli 1624,2 decymetrów

2. 3 stopy czynią decym. 9,7452; więc 30 uczyni 10 razy więcej czyli 97,452.

3. nakoniec 7 stóp czyni decym. 22,7388. dodawszy teraz trzy summy iak wzór pokazuje, będziemy mieli ważność 537 stóp paryskich w decymetrach.

$$\begin{array}{r} \text{Wzór.} \quad 1624,2 \\ \quad \quad 97,452 \\ \quad \quad 22,7388 \\ \hline \end{array}$$

Summa decym. 1744,3908

Przykład. 2. Znaleźć, 3 cali, 5 linii ważność w millimetrach.

1. 5 linii podług tablicy czyni millimetrów 11,275.

2. Cal 1 czyli 12 linii czyni millimetrów 27,06; więc 3 cale uczynią $3 \wedge 27,06 = 81,18$ millimetrów.

3. Dodawszy 11,275 i 81,18, będziemy mieli 3 cali, 5 linii ważność w millimetrach, 92,455.

Uwaga. Wiemy, że 1 metr czyni stóp Paryzkich 3,078444; czyli stóp 3, linii 11,296. ztąd można sobie dwie następujące tablice zrobić, i na ich fundamencie zagadnienia podobne poprzedzającym rozwiązać, z tą różnicą, że tu metrów iakąkolwiek ilość trzeba będzie na stopy i t.d. zamienić.

Tablica II.

Zamiana Metrów na stopy, cale, liniie.

Metry	Stopy	Cale	Liniie	Metry	Stopy	Cale	Liniie
	py					le.	ie.
1	3	„	11,296	200	615	8	3,2
2	6	1	10,592	300	923	6	4,8
3	9	2	9,888	400	1231	4	6,4
4	12	3	9,184	500	1539	2	8
5	15	4	8,48	600	1847	„	9,6
6	18	5	7,776	700	2154	10	11,2
7	21	6	7,072	800	2462	9	0,8
8	24	7	6,368	900	2770	7	2,4
9	27	8	5,664	1000	3078	5	4
10	30	9	4,96	2000	6156	10	8
20	61	6	9,92	3000	9235	4	„
30	92	4	2,88	4000	12313	9	4
40	123	1	7,84	5000	15392	2	8
50	153	11	0,8	6000	18470	8	„
60	184	8	5,76	7000	21549	1	4
70	215	5	10,72	8000	24627	6	8
80	246	3	3,68	9000	27705	„	„
90	277	„	8,64	10000	30784	5	4
100	307	10	1,6				

Ta

Tablica III.

Zamiana Decymetrów, Centymetrow Mil.
limetrów na stopy, cale, linie.

Decy- metry	Sto- py	Ca- le.	Linie.	Centy- met:	Ca- le.	Liniei	Milli- metry.	Linie.
1	„	3	8,3296	1	„	4,43296	1	0,443296.
2	„	7	4,6592	2	„	8,86592	5	0,886292.
3	„	11	0,9888	3	1	1,29888	3	1,329888.
4	1	2	9,3184	4	1	5,73184	4	1,773184.
5	1	6	5,648	5	1	10,16485	5	2,21648.
6	1	10	1,9776	6	2	2,59776	6	2,659776.
7	2	1	10,3072	7	2	7,03072	7	3,103072.
8	2	5	6,6368	8	2	11,46368	8	3,546368.
9	2	9	2,9664	9	3	3,89664	9	3,989664.
10	3	„	11,296	10	3	8,3296	10	4,43296.

Miary dziesiętne stosowane do Kraiowych
w części następującej.

C Z E Ś C I V

Zawierająca przystosowanie prawideł wyła-
szczonych w trzech pierwszych częściach do roz-
wiązania zagadnień reguły trzech prostey i od-
wrotney, reguły procentu, spółki, składaney
i łańcuchowey-

R O Z D Z I A Ł I

O Regule trzech prostey.

Wstęp.

1. W przydatku pierwszym Cześci 1, mie-
liśmy zadane trzy gatunki zagadnień reguły

trzech. Rozgatunkowaliśmy ietylko dla tego, a-
żebyśwy się lepiéy oswoili, postępując stopnia-
mi, z każdym w szczególności sposobem roz-
wiązania onych, i rozumowanie grunto- niéy
obięli.

Widzieliśmy, że każde zagadnienie zawie-
ra po rozwiązaniu cztery liczby; wyrażające dwa
tylko różne gatunki rzeczy. W pierwszym np.
były jabłka i pieniądze dwoma różnemi gatun-
kami. Trzy liczby zawsze mieliśmy zadane, a
czwartéy niewiadoméy szukaliśmy.

Każde więc zagadnienie reguły trzech, da-
ie się rozdzielić na dwie główne części: pier-
wsza. zamyka założenie; druga pytanie i odpo-
wiedź. Pytanie odpowiada pierwszéy liczbie za-
łożenia a odpowiedź drugiéy. Wspomnion-ego
przykładu część pierwsza iest: *za 2 jabłka
placę 3 grosze*; część druga: *ile dam za 4 jabł.
ka. i znaleźlim 6 gr*: 4 jabłka w pytaniu odpowia-
dają 2 jabłkom w założeniu; podobnie 6 gr: wy-
rażające odpowiedź odpowiadają 3 w założeniu.

Gdybyśmy zagadnienie następujące mieli
zadane: *za 2 jabłka placę 3 grosze; ile dosta-
nę jabłek za 6 gr.*; ułożylibyśmy wyrazy założe-
nia tak, żeby liczba wyrażająca pytanie odpo-
wiała liczbie pierwszéy założenia, np. *za 3
gro: mam 2 jabłka; ile dostanę jabłek za 6 gr*:
tak zbliżone wyrazy do siebie ułatwiają rozwią-
zanie.

2. Zagadnienia reguły trzech rozwiązując
pierwszym sposobem, zastanawiamy się nad tém,
czyli liczba wyrażająca pytanie iest dwukrotną,
trzykrotną i t. d. pierwszéy w założeniu, lub 2,
3 i t. d. razy od niéy mnieyszą; i postrzegamy,
że liczba wyrażająca odpowiedź, musi być tak:

że dwukrotną, trzykrotną i t.d. odpowiadającą sobie, czyli 2, 3 i t.d. razy od niéy mnieyszą.

Drugim rozwiązując sposobem, zatrudniamy się naprzód częścią pierwszą zagadnienia, i staramy się ją do nayprostszych przywieść wyrazów, co nam potem ułatwia odpowiedź na pytanie.

Trzecim nakoniec rozwiązując sposobem, szukamy prawdy zdaleka, zakładamy nawet przeciwko założeniu; znajdujemy ją iednakowoż porównywiąc fałszywe założenie z prawdziwém.

Którymkolwiek bądź sposobem rozwiązujemy, zawsze to postrzegamy, że, *ile razy liczba wyrażająca pytanie zamyka odpowiadającą sobie, lub przeciwnie, tyle razy liczba wyrażająca odpowiedź odpowiadającą sobie zamykać musi lub przeciwnie.*

Trzecim sposobem naywygodniéy wprawdzie będziemy mogli rozwiązywać następujące zagadnienia; pierwszemi dwoma trzeba będzie iednakowoż sprawdzać każde, bo tak i rozmaite prawidła wyluszczone dotąd przypomnimy sobie, i nabędziemy nałogu rachowania *prędko a z pewnością.*

Abyśmy zaś poznanie zagranicznéy monety, miar i wag, nieznacznie ułatwić sobie mogli; krótkie zagadnienia z niemi i w tym rozdziale zadadzą się, a tak przymuszeni będziemy czasem udać się do tablic na końcu téy części będących i zawierających opis pieniędzy, miar i wag znaczniejszych miast Europejskich; takim sposobem nauczymy się z łatwością tego, co umieć powinniśmy.

1. *Zagadnienie.* Za $\frac{3}{4}$ funta Kawy dano 5 zł; ileż trzeba będzie dać za 6 funtów czyli 6 (a)?

Odpowiedź. Gdyby 1 ½ Kawy kosztował 5 zł; więc 6 ½ kosztowałoby $6 \cdot 5 = 30$; ale że za $\frac{3}{4}$ ½ Kawy dano w samém rzeczy 5 zł: nie za 1 funt; , więc 1 ½ kosztuje $\frac{3}{4}$ razy mniej niż 5 zł; więc 6 ½ Kawy nie będzie kosztowało 30 zł.; tylko $\frac{3}{4}$ razy mniej czyli $\frac{4}{3} \times 30 = 4 \times 10 = 40$ zł.

Pierwszy sposób sprawdzenia. Postrzegam, że drugą razą kupuje się Kawy 8 razy więcej niż pierwszą; bo $\frac{3}{4}$ mieści się w 6, razy 8; więc i 8 razy trzeba więcej zapłacić, czyli $8 \cdot 5 = 40$ zł.

Drugi sposób sprawdzenia. Kiedy za $\frac{3}{4}$ ½ dano 5 zł; więc 1 ½ kosztuje $\frac{3}{4}$ razy mniej niż 5 zł: czyli $\frac{4}{3} \times 5$ zł: $= \frac{20}{3}$ zł; więc 6 ½ będzie kosztowało $\frac{6 \cdot 20}{3} = 2 \cdot 20 = 40$ zł.

Inne przykłady:

1. Za $\frac{3}{4}$ łokcia sukna dano 3 tal.; ileż przyjdzie dać za 6 łokci? *Odpo.* 24 tal.

2. $3 \frac{1}{8}$ ½ towaru kosztuje 12 tal.; 18 ½ ileż będzie kosztowało? *Odpo.* 69 tala: $21 \frac{3}{5}$ gr.

3. $4 \frac{1}{2}$ łokci płótna kosztuje 5 zł.; 25 łokci ileż będzie kosztowało. *Odpo.* 27 zł: $23 \frac{1}{3}$ gr.

4. Za 6,4 metra sukna dano w Paryżu 86 franków; za 15 metrów ile trzeba będzie zapłacić? *Odpo.* 201,5625 fran: czyli 201 franków, i 57 centymów blisko.

(a) ½ jest skróceniem łacińskiego wyrazu libra, co znaczy funt.

2. *Zagadnienie.* Kiedy się za 110 Hb pewnego towaru płaci w Berlinie 25 tal. i 16 gr: rachując na talar 24 grosze; ile przyjdzie zapłacić za 38 Hb tegoż towaru.

Odpowiedz. Gdyby 1 Hb kosztował 25 tal:

i 16 gro: czyli $25\frac{2}{3}$ tal: czyli $\frac{77}{3}$ tal; więc 38

Hb kosztowałyby $38 \times \frac{77}{3} = \frac{2926}{3}$ ale że 110

Hb dopiero kosztuje $\frac{77}{3}$ tal:; więc 1 Hb ko-

sztuje 110 razy mniej niż $\frac{77}{3}$ tal:; zatem i 38

Hb będzie kosztowało 110 razy mniej;

niż $\frac{2926}{3}$ tal: t. i $\frac{2926}{330} = \frac{1463}{165} =$ tal: 8 tal:

20 groszy i $9\frac{17}{27}$ denara, rachując na 1 grosz 12 denarów czyli fenigów.

1wszy Sposób sprawdzenia. Drugą razą

kupuje się $\frac{38}{110}$ czyli $\frac{19}{55}$ razy więcej funtów

niż pierwszą; więc i $\frac{19}{55}$ razy $\frac{77}{3}$ tal. zspla-

cić trzeba, czyli $\frac{1463}{165}$ tala. i t. d.

2gi Sposób. Kiedy 110 Hb kosztuje $\frac{77}{3}$

tala; więc 1 Hb kosztuje 110 razy mniej czyli

$\frac{77}{330}$; więc 38 Hb kosztować będzie $38 \times \frac{77}{330}$

$= \frac{19 \cdot 77}{165} = \frac{1463}{165}$ tala. i t. d.

Inne przykłady.

1. 110 ₰ fernambuku czyli 1 Cetnar Berliński kosztuje także $13\frac{1}{2}$ tala; ileż za 24 ₰ trzeba będzie zapłacić? *Odpowiedź.* 2 tal: 22 gro: $8\frac{16}{17}$ denara.

2. 22 ₰ wełny czyli, kamień Berliński kosztuje także $8\frac{1}{2}$ tala; ileż za 17 ₰: trzeba będzie zapłacić? *Odpowiedź.* 6 tal. 13 gro: $7\frac{7}{17}$ denara.

3. Kiedy Kopa płótna zawierająca 60 łokci, kosztuje w Berlinie $12\frac{3}{4}$ tal.; ileż wypadnie daż za 16 łokci?

Odpowiedź. 5 Tal., 9 gro: $7\frac{1}{3}$ denara.

4. Za 16 metrów sukna dano w Paryżu 124,56 frankow; ileż wypadnie zapłacić za 7 metrów? *Odpo.* 54 fran: $49\frac{1}{2}$ cent.

3. *Zagadnienie.* 8 łokci materji kosztowa: 15 cz: zł: $12\frac{3}{4}$ łokcia ileż będzie kosztowało?

Odpowiedź, Gdyby 1 łokieć kosztował 15

cz:z. więc $12\frac{3}{4}$ ło: czyli $\frac{51}{4}$ kosztowałoby $\frac{51}{4} \times 15$

$= \frac{765}{4}$ czer: zł: ale że dopiero 8 łokci kosz-

tuje 15 cz: zł.; więc $\frac{51}{4}$ ło: nie będzie koszto-

wało $\frac{765}{4}$ czer zł: tylko 8 razy mniej t. i $\frac{765}{32}$

$= 23$ czer: zł: 16 złł. i $9\frac{3}{8}$ gro: pol.

1. *Sposób sprawd:* Drugą razą kupuje się

$\frac{51}{32}$ razy więcej sukna niż pierwszą, więc i $\frac{51}{32}$

razy trzeba więcej zapłacić t. i. $\frac{51}{32} \times 15 = \frac{765}{32}$

i t. d.

2. *Spo-*

2. *Sposób spraw.* Kiedy 8 łokci sukna kosztuje 15 czer: zł; więc 1 łokieć kosztować będzie $\frac{15}{8}$ cz: zł; więc $\frac{51}{4}$ ło: kosztować będzie $\frac{51}{4} \times \frac{15}{8} = \frac{765}{32}$ i t. d.

Inne przykłady.

1. Kilkunastu robotników pracująco przez 8 godzin, zrobili 90 prętów pewnej roboty; ci sami robotnicy ileżby zrobili w godzinach $16\frac{1}{2}$?
Odp. 185 pręt. 4 łok: 1 sto. $4\frac{1}{2}$ cala.

2. Kiedy się za 2 cz: zł: dostanie 45 złk: w zdawkowej monecie; ileż złotych będzie za $75\frac{1}{2}$ czer: zł: ? *Odpow.* 1698 złk: i 3 srebrne grosze.

3. Kiedy kopa płótna czyli 60 łok: kosztuje 19 tal; ileż trzeba będzie dać za $6\frac{3}{4}$ łokci? *Odpow.* 2 tal: $24\frac{3}{4}$ grosze pol:

4. Kiedy 50 (a) Kilogramów ryżu kosztuje w Francyi 25 frankow; ileż przyydzie dać za 16 Kilogramów, i 5 Hektógr. czyli 16,5 Kilogramów? *Odp.* 8, 250 frank:

4. *Zagadnienie.* Za $1\frac{1}{4}$ Hb cukru dano $7\frac{5}{2}$ zł; ileż przyydzie dać za 8 Hb?

Odpow. Gdyby 1 Hb kosztował $7\frac{1}{2}$ zł: czyli $\frac{15}{2}$ zł; więc 8 Hb kosztowałyby $8 \times \frac{15}{2} =$

$4 \cdot 15 = 60$ zł; ale $1\frac{1}{4}$ Hb czyli $\frac{5}{4}$ Hb kosztują $\frac{15}{2}$ zł; więc za 8 Hb nie przyydzie zapłacić 60 zł.: tylko $\frac{5}{4}$ razy mniej niż 60 zł: czyli $\frac{4}{5} \times 60 = 4 \times 12 = 48$ zł.

(a) 50 Kilogramów = 102 dawnych francuz: Hb.
O

1. *Sposób sprawd.* $\frac{5}{4}$ mieści się w 8 razy $\frac{32}{5}$; więc $\frac{32}{5}$ razy więcej kupuje się drugą razą, niż pierwszą; więc i $\frac{32}{5}$ razy trzeba zapłacić $\frac{15}{2}$ czyli $\frac{32}{5} \times \frac{15}{2} = \frac{16}{5} \times 15 = 16 \times 3 = 48$ z:

2. *Sposób sprawd.* Kiedy $\frac{5}{4}$ Hb cukru za $\frac{15}{2}$ zł; więc 1 Hb kosztować będzie $\frac{5}{4}$ razy mniej, niż $\frac{15}{2}$ zł: czyli $\frac{4}{5} \times \frac{15}{2} = \frac{2}{5} \times 15 = 2.3 = 6$ zł. a kiedy 1 funt kosztuje 6 zł.; więc 8 Hb kosztować będzie $8.6 = 48$ zł.

Inne Przykłady.

1. Kiedy $5\frac{1}{2}$ łok: płótna kosztuje $2\frac{1}{8}$ tal: ; ileż kosztować będzie 8 łokci? *Odpow.* $3\frac{1}{11}$ tal:

2. $8\frac{3}{4}$ łok: sukna kosztuje $56\frac{2}{3}$ zł; 12 łok. ileż będzie kosztować? *Odpow.* 77 zł. $18\frac{24}{5}$ gr: pol:

3. $5\frac{1}{2}$ Hb pieprzu kosztuje $3\frac{2}{3}$ tal: ; 12 Hb ileż będzie kosztować? *Odpow.* 8 tal.

4. 3,2 metry kosztuje 24,5 fran: ; 8 metrów ileż kosztować będzie? *Odpow.* 61 frank:, 25 centymów

5. *Zagadnienie.* $8\frac{2}{3}$ łokcia sukna kosztowało zł. $108\frac{1}{3}$; ileż kosztować będzie łokci $18\frac{3}{4}$?

Odpowiedź. Gdyby 1 łokieć sukna kosztował $108\frac{1}{3}$ zł.; czyli $\frac{325}{3}$ więc łokci $18\frac{3}{4}$ czyli $\frac{75}{4}$ kosztowałyby $\frac{75}{4} \times \frac{325}{3} = \frac{24375}{4.3}$; ale że do

piero $8\frac{2}{3}$ lok. kosztuje $\frac{325}{3}$; więc $\frac{75}{4}$ lok. nie

będzie kosztowało $\frac{24375}{4 \cdot 3}$; tylko $8\frac{2}{3}$ czyli $\frac{26}{3}$

razy mniej, czyli $\frac{3}{26}$ razy $\frac{24375}{4 \cdot 3} = \frac{24375}{26 \cdot 4}$

$= \frac{24375}{104}$ czyli 234 zł. i $11\frac{13}{32}$ grosz: pol.

1. *Sposób sprawd.* Drugą razą kupuje się $\frac{225}{104}$ razy więcej sukna niż pierwszą; więc i

$\frac{225}{104}$ razy więcej trzeba zapłacić, czyli $\frac{225}{104} \times \frac{325}{3}$

$= \frac{73125}{312} = 234$ zł. i t. d.

2. *Sposób sprawd.* Kiedy $\frac{26}{3}$ lok: koszt.

wało $\frac{325}{3}$; więc 1 lokiec kosztuje $\frac{26}{3}$ razy

mniej czyli $\frac{3}{26} \times \frac{325}{3} = \frac{325}{26}$ zł.; więc $\frac{75}{4}$ lok.

kosztować będzie $\frac{75}{4} \times \frac{325}{26} = \frac{24375}{104}$ czyli

234 zł: $11\frac{23}{32}$ gr: pol.

Inne przykłady.

1. $5\frac{3}{4}$ lb pewnego towaru kosztuje $8\frac{2}{3}$ #; $15\frac{1}{2}$ lb tegoż towaru ileż będzie kosztować?

Odpow. 25 # 6 zł. $15\frac{15}{32}$ gr: pol.

2. Za $8\frac{1}{2}$ lb towaru dano $72\frac{2}{3}$ zł; za $15\frac{3}{4}$ lb ileż trzeba będzie zapłacić? Odpow. 134 zł.

$4\frac{10}{17}$ gr: pol.

5. 5,4 met: sukna kosztuje 42,6 frank. ;
25,63 metry, ileż będzie kosztować ?

Odpow. 202 frank: 19 centymów przeszło.

Uwaga. 1. Z tych przykładów wnieśmy sobie następujące prawidło, że w zagadnieniach reguły trzech prostéy, aby znaleźć liczbę, o którą idzie, trzeba liczbę wyrażającą pytanie, pomnożyć przez liczbę drugą założenia, a iloczyn z tą dwudziestą wypływającą przez pierwszą liczbę założenia podzielić.

Chcąc działanie sprawdzić pierwszym sposobem, trzeba liczbę wyrażającą pytanie przez odpowiadającą liczbę pierwszą założenia podzielić, a przez ten iloraz liczbę drugą założenia pomnożyć.

Chcąc sprawdzić działanie drugim sposobem, trzeba liczbę drugą założenia podzielić przez pierwszą a ten iloraz rozmnożyć przez liczbę wyrażającą pytanie.

Uwaga. 2. Dla nabycia większey łatwości w rozwiązaniu zagadnień reguły trzech prostéy i poznania monety zagraniczney łatwym sposobem, rozwiążemy następujące zagadnienia. Miasta, których się monety używa w zagadnieniach są na brzegu wypisane. Przysiępując do zagadnień przy mieście iakiem wypisanych, trzeba wprzód czytać w tablicy monet zagranicznych, na końcu tey książki będącý, iaka w tém mieście moneta bywa używana; bo podług pieniędzy każdemu miastu właściwych zagadnienia są wyrachowane, i tak np. w zagadnieniach pod tytułem Berlin, rachujemy na talary, grosze i denary; Talar zawiera 24 grosze a 1 grosz 12 denarów.

Zagadnienia nie są zupełnie wyrazami wypisane, ale łatwo dopełnić ich można, np. pier-

wsze zagadnienie tak się czyta. Kiedy 1 funt kawy przedniéy kosztuje 17 gr.; ileż będzie kosztować 127 funtów?

Łatwe zagadnienia dla wprawy.

		Talary. gr: de:		
1. Berlin.	1 Hb Kawy przedniéy po 17 gr: .. 127 Hb?	89	25	—
2. - - -	1 Hb Kawy średniéy po 15 $\frac{1}{2}$ gr: .. 325 Hb? - -	209	21	6
3. - - -	1 Hb Kaw: ordynaryynéy po 14 $\frac{3}{4}$ gr: 73 Hb?	44	20	9
4. - - -	1 kamień wełny ordy: lub 22 Hb po 7 tal. 15 gr: po czemu funt?		8	3 $\frac{2}{11}$
5 - -	1 Karat brylantów po 36 $\frac{1}{2}$ tal. - 9 $\frac{5}{16}$ Ka: ? -	339	21	9
- - -	1 Karat bryl. po 49 $\frac{5}{8}$ tal. - - 5 $\frac{7}{8}$ Kar? - - -	292	19	6
- - -	Grzywna złota prze: dni: go zamykająca 16 łótów po 18 gra: czyli ziarek, kosztuje w Fry: drychdorach 192 $\frac{3}{4}$ tal. 13 łótów 6 ziarek? -	160	15	
- - -	1 Grzywna zło: przed: 193 tal. 9 łótów 8 $\frac{1}{2}$ zia?	114	6	2 $\frac{1}{2}$
- - -	1 Łót srebra po 20 $\frac{1}{4}$ gro: 1 grzywna i 14 $\frac{7}{8}$ łót: srebra? - - - -	26	1	
10 - -	1 Bela papieru po 36 $\frac{1}{2}$ tal. 17 bel 3 $\frac{1}{2}$ ryzy?	633	6	7 $\frac{1}{5}$

		Talar. S: gr: d:		
<i>Wroclaw.</i>	1 Kamień wełny po 15 tal. 24 srebrnych gro: 1 Hb? (<i>Kamień ma 24 Hb.</i>)	19	9	
...	1 Hb Rhubarbarum po 74 $\frac{1}{2}$ sr: gr: 85 $\frac{3}{4}$ Hb?	212	28	4 $\frac{1}{2}$
...	1 Kopa płótna po 26 tal. 21 sr: gr: 24 lok: ? (<i>kopa zamyka 60 lokci</i>)	10	20	4 $\frac{4}{5}$
...	1 Centnar Baweł: 56 tal. 6 cent: 9 Hb? (<i>centnar zamyka 132 Hb</i>)	339	24	6 $\frac{6}{11}$
15. ...	1 Cent. weisztynu po 25 $\frac{1}{4}$ tal. 8 cent: 16 Hb?	205	1	9 $\frac{1}{11}$
...	1 Korzec pszenicy po 3 tal. 22 $\frac{1}{2}$ sreb. gr: 57 maltrów 10 korey? (<i>1 malter = 12 kor:</i>)	2602	15	
<i>Hirschberg w Szląsku.</i>	1 Kam: drobnych rodzenków 85 srebr: gr: 67 kami: 16 Hb? (<i>kamień = 24 Hb</i>).	191	21	8
...	1 Kamień Kminu po 6 $\frac{3}{4}$ tal. 125 ka: 19 Hb	849	2	9 $\frac{3}{4}$
		Talary. gr: de:		
<i>Szozecin. iak w Berlinie.</i>	Oxheft wina Kahors po 75 $\frac{7}{8}$ tal. 1 ankierek? (<i>Oxet = 6 Ankierekom</i>)	12	15	6
20. -	Beczka Ryńskiego win: po 92 $\frac{1}{2}$ tal. ? 1 Ankie: (<i>beczka = 4 Ankie;</i>)	23	3	
...	Cent: Syropu Kopenhagskiego po 18 $\frac{1}{2}$ tal;			

	tal:	gr:	den
3 $\frac{7}{8}$ cent? (C: = 110 Hb)	71	16	6
Cent: oliwy po 27 tal;			
4 $\frac{1}{4}$ cents; i 5 $\frac{1}{2}$ Hb?			
(Centnar = 110 Hb)	116	2	44 $\frac{4}{55}$
Funt Masła po 6 $\frac{1}{4}$ gr;			
5 $\frac{3}{4}$ Centn: i 9 Hb.	167	1	4 $\frac{1}{2}$
Cent: piep: po 58 $\frac{2}{3}$ tal;			
8 $\frac{1}{2}$ centn: i 4 Hb?			
(Centnar = 110 Hb)	500	19	2

Złote. gr: fen:

25 Gdańsk.	Łaszt żyta po 265 zł;			
	27 łasztów 7 $\frac{1}{2}$ Korca?			
	(Łaszt = 60 Korcom)	7188	5	13 $\frac{1}{2}$
...	Łaszt psze: po 429 zł;			
	47 $\frac{3}{4}$ Łaszt: ?	20484	22	9
...	8zyffunt żelaza Szwedz-			
	kiego po 81 zł; 239			
	Kamieni 14 Hb? (Szyf-			
	funt = 10 kamieniom			
	= 330 Hb)	1939	10	1 $\frac{7}{11}$
...	Cent: cyny Angiel: po			
	172 zł: 27 $\frac{1}{5}$ Cent: 11 Hb?	4695	18	—

Złote. gr: fen:

Elbląg.	Kamień wełny po 43 zł:			
	19 $\frac{1}{3}$ kamie: 9 Hb?	843	1	14 $\frac{8}{11}$
30. . .	Funt faryny białey po			
	28 $\frac{1}{2}$ gr: 1319 Hb?	1253	1	9
Królewiec.	Funt anyżu Magde-			
	bur: po 19 gr: 145 Hb?	91	25	—
...	Funt anyżu Polskie: po			
	14 $\frac{2}{3}$ gr: 337 Hb?	164	22	1
Memel	Funt lnu Rakickiego			
jak w Kró-	15 $\frac{5}{8}$ zł.; 28 $\frac{1}{2}$ Hb?	15	21	4 $\frac{1}{2}$
lewcu				

Albertyńskie
Talary. gr:

Ryga.	Dukat Holl: waży 2 ta: 12 gr: Albertyńskich; 175 # Hollenderskich?	373	30
35. . .	Dukat Hol: 2 tal. 16 gr: Alber: 87 # Holle: ?	189	42
. . .	Łaszt Hiszpańskiéy soli po 33 $\frac{1}{2}$ tal. Alber: 37 Łaszt: 5 beczek ? (Łaszt = 18 Beczkom)	1242	53 $\frac{1}{5}$

ko.
Ruble. piy-
ki.

Peters- burg.	Pud kleiu z wyża po 69 rubli; 22 $\frac{1}{2}$ # ?	38	81 $\frac{1}{4}$
. . .	Pud juchtowéy skóry czerwo: po 15 $\frac{1}{2}$ rubli; 127 pudów 14 # ? (Pud = 40 #)	1973	92 $\frac{1}{2}$
. . .	Berkowec konopi przed: po 51 $\frac{3}{4}$ rubli, 230 Berkoweców ? (Berkowec = 10 pud:)	11902	50
40. . .	Berkowec łoiu do my- dła po 52 rubli 20 ko- pie: 345 Berk: 9 $\frac{1}{4}$ pu- dów ?	18057	28 $\frac{1}{2}$
. . .	1000 sztuk zaięczych skórek za 783 rubli; 1865 sztuk ? - -	1460	29 $\frac{1}{2}$
. . .	Arszyn płótna po 128 $\frac{3}{4}$ kopieek; 620 arszy: ?	798	25

<i>Kopën haga.</i>		Tala. gro: szy- lin:		
	Funt Kawy po 20 szy- lingów; 1217 Hb? - -	291	3	7
...	Funt bawełny Bur- bońsk: po 7 $\frac{1}{4}$ szylin: 4058 Hb? - - -	3128	—	4
45. . .	Funt Indychtu po 3 $\frac{2}{3}$ ta: 517 $\frac{1}{2}$ Hb? - - -	1897	3	—
...	Funt Sago Chińs: po 21 szyli; 714 $\frac{1}{2}$ Hb?	156	1	12 $\frac{1}{2}$
...	Funt hebanu po 7 $\frac{3}{4}$ tal: 27 Hb? - - -	209	1	8

Species
Talary. szy: Fe-
nin:

<i>Sztokholm.</i>	Szyffunt miedzi po 58. tal. 18 szylling; 23 szyffun: 14 $\frac{1}{2}$ markfunt: (Szyffunt = 20 mark. funt: lub 400 Hb).	1384	45	5 $\frac{2}{3}$
...	Szyffunt stali po 11 tal. 38 szyllin; 19 szyf- funt: 5 markfuntów?	226	47	6
50. . .	Szyf: żelaza po 6 $\frac{3}{4}$ tal. 125 szyffun. 15 mark- funtów? - - -	848	39	
...	Beczka śledzi po 6 tal. 46 szyllin; 27 łasztów 5 beczek? (Łaszt = 12 Beczek) - - -	2289	29	2
	Becz: smoły po 5 $\frac{1}{4}$ tal; 9 łaszt: 11 beczek?	624	36	
	Becz: dziegieci po 3 $\frac{5}{8}$ t: 35 łasztów, 10 beczek?	1558	36	

Talary. g r: feni:

Lipsk. . .	Grzywna srebra przed:	1116	22	$2\frac{17}{32}$
	po 13 tal: $2\frac{1}{2}$ gr.; 85 grzywi: $3\frac{3}{4}$ lotów? (Grzy: = 16 lotów.)			
53. . .	Lokieć Atlasu po 1 ta: 14 gr.; $125\frac{1}{2}$ lokci?	198	17	
. . .	Lok: kitayki po 19 gr: 6 feni.; $34\frac{1}{4}$ lok. ?	27	19	$10\frac{1}{2}$

Grzy- szy- fen:
wny.

Hamburg.	100 Hb fernambuku po $54\frac{1}{4}$ grzywny; 315 Hb?	170	14	$2\frac{2}{3}$
. . .	Cent: oleiu konopne: po $45\frac{1}{2}$ grzy; 183 Hb? (Centnar = 112 Hb).	74	5	6
. . .	Cent: oleiu lnianego po $49\frac{3}{4}$ grzywny; $217\frac{1}{2}$ Hb?	96	9	$9\frac{9}{14}$
60. .	100 Hb Brezyljowego drzewa po $17\frac{3}{8}$ grzy; 89 Hb?	15	7	$5\frac{1}{25}$

Kurant.
Zł. stywe fe-
ry. nin:

Amszter- dam.	1 Hb Kawy z Martyni- ki po $19\frac{1}{2}$ styw:	1867	2	8
. . .	1 Hb Kawy z St. Do- mingo po 18 styw: $814\frac{1}{2}$ Hb?	733	1	—
. . .	1 Hb herbaty Pekko po 116 styw: $325\frac{1}{4}$ Hb?	1886	9	—

	1 Hb herbary Hyzan po 89 styw: 185 $\frac{7}{8}$ Hb?	827	2	14
65.	1 Hb liści tabaczných z Wirginii po 6 $\frac{3}{4}$ sty: 2135 Hb? - . . .	720	11	4

Fran: De. Cen
cy: ty:

<i>Paryż.</i>	1 metr Kitayki po 3 franki 75 centymy; 375 $\frac{1}{2}$ met: . . .	1408	1,2	—
...	1 tuzin pugillaresów po 36 fran: 5 decy: 7 $\frac{3}{4}$ tuzin. ? . . .	282	8,7	—
...	1 tuzin pończoch ba- wełnianych po 95 fra: 10 centy; 29 $\frac{1}{2}$ tuzi: ?	2773	7,5	—
...	50 kilogr: po 78 fran: 5 decym: 271 $\frac{1}{3}$ kilogr. tabaki Wirginii ? .	4250	4,1	—

70. <i>Marsy- lia. iak</i>	100 Hb Oliwy Prowanc- kiéy za 115 frankow,			
<i>w Paryżu.</i>	3734 Hb ? . . .	4294	1	—
<i>Bordeaux.</i>	100 Hb Korkowe: drze- iak w Pa- rzyżu.			
	wa za 42 $\frac{1}{2}$ frankow, 3240 Hb ? . . .	1377	—	—

Funt. St. szy. fe:
ling.

<i>Londyn.</i>	1 Hb Tabaki z Martin: po 9 fening: 107 centn: 2 kwartery 25 Hb ? (Centn = 4 Kwartero): (Kwarter = 28 Hb).	452	8	9
----------------	---	-----	---	---

...	1 H tabaki ordyn: po 6 $\frac{1}{2}$ fening: , 75 Cent:			
	1 kwarter. 7 H? -	228	8	11 $\frac{1}{2}$
...	1 H skóry po 19 fenin: 7 Cent. 2 kwarte: 19 H.	68	—	1
75 . . .	1 H skóry na podeszwy po 19 $\frac{7}{8}$ feni: 19 Cent. 3 kwartery 27 H?	185	8	4 $\frac{1}{2}$
	1 H Goździków po 3 sz: 9 $\frac{1}{2}$ feni: 3 Kwartery, 25 $\frac{1}{2}$ H?	20	15	2 $\frac{1}{2}$

Liry. sol. de-
dy. na:

<i>Liworno.</i>	1 H indychtu po 9 $\frac{1}{4}$ Liry; 9 15 $\frac{1}{2}$ H?	8468	7	6
...	1 H Kerali po 13 pez- zów: 87 H 5 uncyi? (1 H = 12 Uncyi)	6818	10	=
...	1 H Korali po 18 $\frac{1}{2}$ pez- zów: 42 H 11 $\frac{1}{2}$ uncyi?	4768	7	6

Zł. gray.de-
cary na:

<i>So Triest.</i>	1 H Gummi Elasticum po 3 zł. 44 graycary:			
	32 $\frac{1}{2}$ H?	121	20	
	1 H szafranu po 42 $\frac{4}{5}$ zł.; 68 $\frac{5}{8}$ H?	2937	8	
	i t. d.			

ROZDZIAŁ II.

O Regule trzech odwrotnéy.

Uwaga. Widzieliśmy w przydatku 1wszym części 1 w zagadnieniach reguły trzech odwrotnéy, 3 liczby zadane a czwartéy niewiadoméy szukaliśmy. Te cztery liczby dwa tylko gatunki rzeczy oznaczały.

Dwie także części w tych zagadnieniach postrzegamy; np. *Kiedy pszenica iest po 12 zł; bułka ma ważyć 4 łoty: to iest założenie. Pytamy się, Kiedy korzec pszenicy iest po 6 zł., ile bułka ważyć powinna?* i znaleźlim, iż ważyć powinna 8 łótów. Liczba 6 wyrażająca pytanie odpowiada liczbie pierwszéy założenia 12 zł; liczba odpowiedzi 8 łótów, odpowiada drugiéy liczbie założenia, to iest, 4 łotom.

W wspomnionych względach zagadnienia reguły trzech prostéy nie różnią się, od zagadnień reguły trzech odwrotnéy.

W pierwszych, ile razy liczba wyrażająca pytanie zamyka liczbę pierwszą założenia lub przeciwnie, tyle też razy liczba wyrażająca odpowiedź zamyka liczbę drugą założenia lub przeciwnie.

W zagadnieniach reguły trzech odwrotnéy, jeżeli liczba pytania iest 2, 3, 4 i t. d. razy mnieyszą od liczby pierwszéy założenia, wtedy liczba odpowiedzi iest 2, 3, 4 i t. daléy razy większą od liczby drugiéy założenia, lub przeciwnie: w zagadnieniu np. powyższém liczba pytania 6 iest dwa razy mnieyszą od pierwszéy liczby założenia 12, a liczba odpowiedzi 8 iest dwa razy większa od liczby drugiéy założenia, 4.

Któregokolwiek więc sposobu użyjemy do znalezienia liczby żądanej, do tego nas zawsze prowadzić będzie, abyśmy szukali liczby odpowiedzi tyle razy większój lub mniejszój od liczby drugiej założenia, ile razy liczba pytania jest mniejszą lub większą od liczby pierwszej założenia, i dla téjto przyczyny mówimy, iż takowe zagadnienia należą do reguły trzech odwrotnój.

1. *Zagadnienie.* 2 Robotników skończyło w 9 miesiącach pewną robotę; 3 robotników w jakim czasie skończyłoby tę samą robotę?

Odpowiedź. Kiedy 2 robotników skończyło robotę w 9 miesiącach; więc 1 robotnik skończyłby ją w czasie 2 razy dłuższym t. i. w 18 miesiącach; więc 3 robotników skończy ją w czasie 3 razy krótszym t. i. w 6 miesiącach.

Pierwszy sposób sprawdzenia. Liczba robotników w drugim razie jest $\frac{3}{2}$ razy większa od liczby robotników w pierwszym razie; więc czas roboty drugich robotników powinien być $\frac{2}{3}$ razy mniejszy od czasu robotników pierwszych; jest zatem 6 miesięcy.

Drugi sposób sprawdzenia. Gdyby 1 robotnik naznaczoną robotę skończył w 9 miesiącach; więc 3 robotników skończyłoby ją w czasie 3 razy krótszym, t. i. w 3 miesiącach; ale że nie 1 robotnik, tylko 2 skończyło robotę w 9 miesiącach, więc 3 nie skończyłoby w 3 miesiącach, tylko w czasie 2 razy dłuższym, to jest. w 6 miesięcy.

Inne przykłady.

1. Posłaniec uchodzący codziennie 4 mile, może odbyć swą podróż w 16 dniach; chciałby dla interesu pewnego 4 dniami skrócić tę podróż; ileż wtedy mil na dzień uchodzić powinien? *Odpow.* $5\frac{1}{3}$.

2. 8 Rolników mogłoby pewną rozległość roli zaorać w 16 dniach i 6 godzinach; gdy się przybierze jeszcze 2 rolników; w jakim wtedy czasie tę robotę skończą?

Odpowiedź: w 13 dniach.

3. Kupiec A pożycza od B 2500 tal. na 6 miesięcy bez procentu; po niejakim czasie kupiec B pożycza znowu od A 1500 t. bez procentu; iakże długo téj summy używać może, aby był wynadgradzony za procent; któryby był mógł swym kapitałem zarobić?

Odpowiedź. 10 miesięcy.

4. Uieżdza pewna osoba codziennie 4 mile, a na uiechanie całej drogi łoży 15 dni, inna osoba codziennie 1 milą więcéy uieżdżając, w jakimby czasie mogła odbyć tę podróż?

Odpowiedź w 12 dniach.

5. W pewnym magazynie nayduie się zapas zboża wystarczający 6500 osobom na 4 miesiące; tenże zapas zboża na iak długi czas wystarczy 4000 osob?

Odpowiedź. na $6\frac{1}{2}$ miesięcy :

6. Od Kapitału 1600 # odbiera ktoś pewną sumę procentu za 15 miesięcy; jeżeliby chciał co 6 miesięcy takż procent odbierać, iaki wtedy Kapitał dać powinien na procent?

Odpowiedź. 4000 #.

7. Gdy Korzee żyta kosztował $2\frac{3}{4}$ tal., ważył chleb półzłotkowy 2 lb $8\frac{1}{2}$ łotów: ileż

tenże chleb ważyć powinien, gdy żyto kosztuje $1\frac{1}{3}$ tal.?

Odpowiedź. 4 H $8\frac{1}{8}$ łotów.

8. 12 ludzi może pewną robotę skończyć w $16\frac{2}{3}$ dnia: 10 ludzi w jakim czasie skończy tę robotę? w 20 dniach.

9. Dwa Kapitały, jeden wynoszący 1500 H a drugi 1250 H w jednakowym czasie równy przynoszą procent; drugi kapitał dany jest na 5 H procentu; pierwszy na jaki procent był pożyczony?

Odpowiedź. $4\frac{1}{6}$ H procentu.

10. Jeśli kto w miesiąc wyda $75\frac{1}{2}$ tal., wystarczy mu zapas pieniędzy na 1 rok i $\frac{1}{4}$ roku; jeśli mu też summa wystarczyć ma na 1 rok, i $\frac{2}{3}$ roku; ileż w tedy co miesiąc wydawać powinien? *Odpowiedź.* $56\frac{5}{8}$ tal. ,

11. Gdy 1 centnar kawy kosztuje $73\frac{1}{3}$ tal., sprzeda się 1 H kawy po 4 zł.; kiedy za 1 centnar trzeba 8 tal. więcej płacić; ileż się kawy dostanie za 4 zł.?

Odpowiedź. $28\frac{52}{61}$ łotów.

2. *Zagadnienie.* Trzeba komu na suknie 6 łokci sukna szerokiego na łokieć $1\frac{3}{4}$; ileż mu trzeba będzie na podszewkę materji szerokiej na łokieć $1\frac{1}{2}$?

Odpowiedź. 6. łokci sukna szerokiego na łokieć $1\frac{3}{4}$ czyni łokci kwadratowych $\frac{21}{2}$; materji trzeba zatem także $\frac{21}{2}$ łokci kwadratowych; jest tu zatem prostokąt, którego pole zawiera $\frac{21}{2}$ łok. \square ; że zaś szerokość tego prostokąta wynosi $1\frac{1}{2}$ czyli $\frac{3}{2}$ łok. ; więc przez $\frac{3}{2}$ dzieląc $\frac{21}{2}$ znajdziemy ilość łokci materji; zatem 7 łokci materji trzeba na podszewkę.

Inne przykłady

1.) Podłoga pokoju kwadratowego ma 12 łokci długości; drugiego pokoju równie wielkiego podłoga ma 9 łokci szerokości, iakże będzie długa? *Odpowiedź* 16 łokci.

2.) Na obicie pokoju trzeba było 60 łok: materji szerokiej na łokieć 1; ileż trzeba będzie innéj materji szerokiej tylko na $\frac{2}{3}$ łok.:? *Odpowiedź* 90 łokci.

3) Posadzka Kościelna zamykająca 180 fliz po 20 cali kwadratowych, ma bydź wyłożona nowemi flizami po 16 cali \square ; ile ostatnich trzeba do wysadzenia posadzki? *Odpowiedź* 225 Fliz.

4) Xiązka złożona z 48 arkuszy, mająca na każdéj stronie po 33 wiersze, ma bydź przedrukowana, ileż trzeba arkuszków papieru, kiedy każda strona ma zawierać 36 wierszy? *Odpowiedź* 44 arkusze.

5) Z pewnéj liczby sztuk przędzy zrobił tkacz 114 łokci płótna szerokiego na łokieć $1\frac{1}{4}$; z teyże przędzy, ile zrobi płótna szerokiego na łokieć $1\frac{1}{2}$? *Odpow.* 95 łokci.

Uwaga. Z tych przykładów wnieśmy, że, aby zagadnienie należące do reguły trzech odwrotnéj rozwiązać, trzeba liczby założenia przez siebie rozmnożyć, a ten iloczyn przez liczbę pytania podzielić.

Cheąc sprawdzić pierwszym sposobem, trzeba liczbę wyrażającą pytanie przez odpowiadającą liczbę założenia podzielić, a przez wynikający iloraz liczbę drugą założenia podzielić.

Cheąc sprawdzić drugim sposobem, trzeba liczbę drugą założenia podzielić, przez liczbę

wyrażającą pytanie, a ten iloraz przez liczbę pierwszą założenia rozmnożyć.

R O Z D Z I A Ł III.

O Regule procentu i odtrącania onego.

Uwaga. Znamy już wyrazy procent lub prowizya i kapitał lub summa. Wiemy także, iż zagadnienia procentu do reguły trzech prostéy należą, a zatem że ie troiako rozwiązać można. Trzy także przypadki takowych zagadnień widzieliśmy; bo 1^o albo mamy zadany kapitał i procent szczególny a szukamy procentu ogólnego, albo 2^o mamy zadany kapitał i procent ogólny a szukamy procentu szczególnego, albo 3^ocie nakoniec mamy zadany procent szczególny i ogólny a szukamy kapitału.

1. *Zagadnienie.* Jakiż jest procent od zł. 6530 po $5\frac{1}{2}$ od sta czyli $\frac{11}{2}$?

Odpow. Gdyby na iednym złotym było zarobku $5\frac{1}{2}$ czyli $\frac{11}{2}$ zł., na złotych 6530 byłoby zarobku $6530 \times \frac{11}{2} = 35915$ zł. ale że dopiero na 100 złotych zarabia się $\frac{11}{2}$ zł.; więc zarobek czyli procent od 6530 zł. będzie 100 razy mniejszy to jest 359,15 czyli 359 zł. $4\frac{1}{2}$ gr: miedzianych.

Sprawdzenie pierwszym sposobem.

Kapitał 6530 jest większy od 100, razy 65,3; więc i procent od Kapitału powinien być 65,3 razy większy od procentu od sta; wzięwszy zatem $\frac{11}{2}$ razy 65,3, znajdziemy procent żądany 359 zł. $4\frac{1}{2}$ gr:

Sprawdzenie drugim sposobem.

Ponieważ 100 złotych daie zysku $\frac{11}{2}$; więc 1 złoty da zysk sto razy mniejszy to jest $\frac{11}{200}$; a zatem 6530 zł. przyniesie procentu $6530 \times \frac{11}{200}$ czyli 359 zł. $4 \frac{1}{2}$ gr:

Inne przykłady.

1. Kapitał 24856 zł: po $6 \frac{1}{2}$, % ?
2. Kapitał $72634 \frac{5}{8}$ zł: po $7 \frac{1}{2}$, % ? i t. d.
2. Zagadnienie. Pożyczono 8940 zł. po 6%. iakiż procent za półtora roku przypadnie ?

Odpow. Procent roczny od summy daney

Wypada.	-	536 zł:	12 gr:
Półroczny	-	268 zł:	6 -
Procent za półtora roku		<u>804 zł:</u>	<u>18 gr:</u>

Inne przykłady

1. Jaki jest procent od 8649 zł. po $6 \frac{1}{2}$, % za 3 lata 5 miesięcy i 8 dni ?
2. Jaki jest procent od $248\ 978 \frac{3}{4}$ po $7 \frac{1}{2}$, % za 2 lata 8 miesięcy 12 dni? i t. d.
3. Zagadnienie. Z Kapitału 8000 zł. odbiera kto procentu rocznego 480 zł., ileż od sta bierze ?

Odpow: Gdyby od 1 złotego dostał za rok 480 zł.; więc od 100 zł. dostałby $100 \times 480 = 48000$ zł.; ale nie od 1 zł. odbiera 480 tylko od 8000; więc od 100 zł. nie weźmie 48000 tylko 8000 razy mniej, to tesr. 6 zł.

Sprawdzenie 1. 100 jest 80 razy mniejsze od 8000; więc i procent od 100 powinien być

80 razy mniejszy od procentu danego 480; więc 80 ta część 480 zł. czyli 6 jest procentem od sta.

Sprawdzenie 2. Ponieważ 8000 zł. dają procentu 480 zł., więc 1 zł. da 8000 razy mniej

niż 480 zł. to jest $\frac{480}{8000} = \frac{6}{100}$; ponieważ

więc 1 zł. daje procentu $\frac{6}{100}$ zł.: więc 100

przyniesie $100 \times \frac{6}{100} = 6$ zł.

Inne przykłady.

1.) Z Kapitału 6200 odbiera kto procentu rocznego 341 zł.; ileż bierze od sta?

2.) Kapitał jest 3000 #; procent roczny 150 #.

3.) Kapitał 40 # procent 3 #; ile od sta wypada?

4.) Kapitał 20000 tal.; procent 600 tal.

5.) 10 tal. daje 3 zł. procentu; ile da 100 zł.

6.) 4400 zł. Kapitał; procent roczny 250 zł. i t. d.

4. *Zagadnienie.* Pożyczył kto summy po 6% od której procentu na rok odbiera 366 zł.; iakaż jest ta summa?

Odpow. Gdyby na 1 złotym było zarobku 100 zł.; więc 366 zł. byłoby od summy sto razy większy t. i. od 36600; ale że nie 100 zł. jest zarobku od 1 zł. tylko 6 zł. od sta; więc 366 zł. nie jest od 36600 tylko od summy 6 razy mniejszy t. i. od 6100 zł.

Sprawd. 1, Procent od Kapitału 366 jest 61 razy większy od procentu od sta; więc i ka.

pital powinien być 61 razy większy od sta; będzie zatem 6100. zł.

Sprawd. 2. Kiedy 6 zł. jest od 100, jeden złoty byłby od summy 6 razy mniejszy, t. i. od $\frac{100}{6}$; a kiedy 1 złoty daje procentu $\frac{100}{6}$,

366. da 366 razy $\frac{100}{6} = \frac{366 \times 100}{6} = 6100$ zł.

Inne przykłady.

1. Summa dana na $5\frac{1}{2}\%$; procent roczny 8564 zł;

2. Summa dana na $6\frac{1}{2}\%$; procent roczny 12485 $\frac{3}{4}$ zł.

3. Summa dana na $7\frac{1}{2}\%$; procent roczny 15678 zł.

4. Pewny Ojciec żadnego synowi nie zostawił majątku; dał mu tylko edukacją przyzwoitą, nie żałując na nią nakładu; dostąpił syn potem urzędu, z którego miał roczny pensyi 8000 zł.; rachując po 5% , jaki Ojciec w samej rzeczy synowi zostawił majątek? i t. d.

5. *Zagadnienie.* W pewnym sądzie zdarzył się takowy przypadek. Po nieboszczyku jedynym znaleziono pismo, na którym stało, że sąsiad N. winien mu kapitału wraz z procentem 15 stoletnim 250000 zł. rachując po 5% ; iakiż był ten kapitał i procent?

Odpowiedź. Ponieważ 100 daje na rok 5 zł. więc przez 15 lat przyniesie procentu 75 zł.

Kiedy więc 175, t. i. sto wraz z procentem od $\frac{1}{2}\%$ 15 stoletnim, jest od 100, summa wraz z procentem 15 stoletniem, t. i. 250000 od iakięj wypadnie summy? J znajdziemy, że ta

summa iest $142\ 857\ \frac{1}{7}$; procent więc 15 stoletni iest $107\ 142\ \frac{6}{7}$ zł.

Sprawdzić można to zagadnienie, szukając procentu rocznego od Kapitału $142\ 857\ \frac{1}{7}$ i tenże procent mnożąc przez 15; wypadnie wówczas $107\ 142\ \frac{6}{7}$ zł.

6. *Zagadnienie.* Mam wierzycielowi oddać za rok 8400 zł. bez procentu. Chciałbym się tego długu pozbyć i zaraz go oddać, ile procentu po 5% mam sobie wytrącić?

Odpowiedź. Gdybym komu winien był 100; za rok musiałbym oddać 105, to iest dług i procent roczny; więc kiedy za rok mam komu wypłacić 105 zł. teraz zaraz powinienem oddać 100 zł. Mając zatem za rok wypłacić 8400 zł.; ileż będę musiał natychmiast płacić? Rozwiązując to zagadnienie sposobem wyżey podanym, dowiem się, iż teraz wypłacić należy 8000 zł.; procent zaś 400 wytrąsam od 8400.

Wierzyciel więc, któremu 8000 zł. teraz oddałem, dawszy ie na procent po 5%, mieć będzie za rok 8400, ile ia wypłacić miałem.

Dawszy ia nakoniec 400 zł. na procent, przydzie mi od nich 20; miałbym więc ze wszystkim 420 zł. procentu którybym równie był odebrał, oddawszy dopiero za rok 8400 zł.

Inne Przykłady

1. Mam za rok wypłacić 5250 zł. ileż mam natychmiast oddać, wytrąciwszy sobie procent po 5%?

2. Mam za rok oddać 12480 zł.; ileż mam zaraz wypłacić odtrąciwszy procent po 4%?

Uwaga. Ten sposób dokładny odtrącania nie bywa używany; pospolicie wszyscy nastę-

pującego trzymać się zwykli; tym końcem powtórzymy powyższe zagadnienie: Mam wierzycielowi oddadź za rok 8400 zł. i t. d.

Procent roczny od 8400 zł. jest 420; więc kiedy natychmiast sumę oddaę, zdaie się, iż powinienem wytrącić sobie 420 zł. od 8400 z: i oddadź tylko 7980 zł.

Ja dawszy 420 na procent, zyskałbym 21 zł.; miałbym więc za rok 441 zł.; byłbym zaś w samęy rzeczy tylko zyskał 420 zł.; nie oddaiać aż za rok sumę 8400.

Wierzyciel zaś, któremn teraz wypłacam po odtrąceniu 7980 zł., dawszy ie na procent po 5%, zyskałby tylko 399 zł.; ile więc ia zyskałem, tyle wierzyciel stracił; powinienem więc w samęy rzeczy dopłacić wierzycielow 21 z: i procent od nich wyniosłby 1 zł. 1 $\frac{1}{2}$ gr: i tylebym wtedy w samęy rzeczy stracił.

7. *Zagadnienie*, Mam wierzycielowi oddadź za 8 miesięcy 5400 zł. Gdyby chciano, abym teraz zapłacił; ileżbym oddadź powinien odtrąciwszy za 8 miesięcy procent po 6%?

Odpowiedź. Procent roczny od 5400 zł. jest 324 zł. więc za 8 miesięcy czyli $\frac{2}{3}$ roku jest 216 zł. Odtrąciwszy od 5400 zł., zł. 216 zostanie do zapłacenia 5184 zł.

Inne Przykłady.

1. Mam oddadź za 10 miesięcy 36754 po 4%; wierzyciel żada teraz odemnie téy summy; ileż będę mu musiał zapłacić, odtrąciwszy sobie procent za 10 miesięcy?

2. Winienem 72000 zł. które mam za 4 miesiące wypłacić. Wierzyciel potrzebuie teraz

téy summy; ileż mu mam oddadź wytrąciwszy sobie procent po $8\frac{0}{0}$?

9. Zagad. Dłużnik pewien ma zapłacić za 7 miesięcy i dni 20 zł. 7200; ileż mu teraz zaraz przypadnie zapłacić, wytrącając procent po $6\frac{0}{0}$

Odpowiedź. Procent roczny od 7200 zł. iest 432 zł. 7 miesięcy obrociwszy na dni, (okrągło rachując każdy miesiąc po 30 dni) i dodawszy dni 20, będzie $\frac{23}{30}$ roku; wzięwszy więc $\frac{23}{30}$ razy procent 432 zł.; wypadnie 276 zł. na procent za 7 miesięcy i dni 20.

Odtrąciwszy 276 od 7200, zostanie do oddania 6924 zł.

Inne przykłady.

1. Ileż odtrącić trzeba od 8460 zł. za 8 miesięcy dni 12 po $8\frac{0}{0}$
2. Ileż odtrącić trzeba od 12624 zł. za 4 miesiącey 24 dni po $6\frac{0}{0}$.
3. Ileż odtrącić trzeba od 72638 zł. za 9 miesiącey 15 dni po $5\frac{0}{0}$? i t. d.

R O Z D Z I A Ł IV.

O Regule spółki.

Uwaga. Widzieliśmy w przydatku pierwszym części 1, że w zagadnieniach reguły spółki tyle razy powtarzaliśmy regułę trzech, ale można było formować szczególnych pytań.

Pierwszym wyrazem założenia iest zawsze summa złożonych pieniędzy lub rzeczy.

Drugim wyrazem założenia iest wspólny zysk lub strata.

1. *Zagadnienie.* 3 Osoby złożyły się na los loteryi. A dała 3 tal. B. 5 tal. a C. 8 tal: wygrały 50 tal. Ileż z téy wygranej przypadnie na każdą w szczególności?

Odpow. Summa pieniędzy na los złożonych iest 16 tal.

1. Na 16 tala: zarobiły te osoby 50 tal.; na 3 tala: ile A. zarobi? ... 9 tal 2 zł: $7\frac{1}{2}$ gr: miedzianych.

2. Na 16 tal. zarobiły te osoby 50 tal.; na 5 tal. ile B zarobi? ... 15 tal. 3 zł. $22\frac{1}{2}$ gr: mied:

3. Na 16 tal. zarobiły te osoby 50 tal.; na 8 tal. ileż C zarobi? 25 tal.

Jakóż summa tych trzech zysków wynosi 50 tal.

Inne przykłady.

1. Kupiec A włożył w handel 4000 #
 B 6400 #
 C 5600 #

Zyskali 2400 # ile każdemu z tego zysku przypadnie? *Odpow.* A = 600

B = 960

C = 840

Zysk całkowity. 2400

2. Pewny właściciel robi ugodę ze swoimi wierzycielami. Zamiast 12800 tal., która im winien, ofiaruje 8320 tal. wypłacić. Winien zaś wierzycielowi A 2400, B 4600. C 2800 a D 4000 tal.; ile każdemu z nich zapłaci?

3. Trzech sąsiadów ma złożyć 68 tal. na zrobienie pompy wodnej w miarę szerokości

domów swoich. A ma 11 prętów. B 18. C 8 prętów. Ileż każdy obowiązany jest zapłacić?

Odpow. A. $20\frac{8}{37}$ tal. B. $33\frac{3}{37}$. C. $14\frac{26}{37}$ ta:

4. Proch do strzelania składa się z 1 części saletry, z $\frac{5}{16}$ węgla i z $\frac{1}{8}$ siarki; ile się weźmie z każdej z tych materji, chcąc zrobić 50 funtów prochu?

Odpowiedź. Saletry $58\frac{2}{21}$ Hb. Węgla $7\frac{5}{21}$ Hb. Siarki $4\frac{16}{21}$ Hb.

5. Zysku pewnego wynoszącego 860 tal. ma A dostać $\frac{1}{8}$. B. $\frac{2}{5}$ C $\frac{1}{4}$ a D resztę; iakąż jest ta reszta, i ile każdej z tych osób przypadnie?

Odpowiedź. D weźmie $\frac{9}{40}$; dostanie zaś

A $107\frac{1}{2}$ tal. B 344. C 215. D. $193\frac{1}{2}$ tal.

6. Pewien towar, który 5 osób kupiło za 24000 tal., został znowu przedany za 25620 tal.

Osoba A dostała ze zysku 135 tal. B 243 C 297. D 405. a E 50 tal. Jaką summę każda z tych osób złożyła na kupienie towaru?

Odpowiedź. A 2000. B. 3600. C. 4400. D 6000. E. 8000 tal.

7. Na pewną partję kawy o 988 Hb dało A $\frac{1}{3}$ ceny, B $\frac{1}{4}$. C zaś 240 tal. Ileż dało A i B, i ile każda z tych osób dostanie funtów kawy?

Odpowiedź. A dało 192 tal. B 144 tal. A otrzyma $329\frac{1}{3}$ Hb kawy. B. 247 Hb a C. $411\frac{2}{3}$ Hb

8. Trzy gatunki towaru posłano do pewnego miasta. Gatunku A $14\frac{1}{2}$ centna: . B. $18\frac{3}{4}$ a C. $25\frac{5}{8}$ centna:; koszta podróży wynosiły $176\frac{5}{8}$ tal.; czém każdy towar w ogólności będzie droższy?

Odpow. A. $45\frac{1}{2}$. B. $56\frac{1}{4}$. C. $76\frac{7}{8}$ tal.

9. Wyznaczono z Kassy ogniowey na wspomnienie 4 pogorzalcow $642\frac{1}{2}$ tal. Dom A

taxowany był na 850 tal. B. na 945. C. na 600
D. na 255 tal. ; ileż każdy otrzyma ? i t. d.

R O Z D Z I A Ł V.

Przystósowanie Reguły trzech do zamian pieniędzy.

W rozdziale pierwszym téy części mieliśmy już zagadnienia naznaczone z zagraniczną monetą ; przenieśliśmy się właśnie z miasta do miasta i staraliśmy się poznawać wyższe i niższe gatunki pieniędzy, nie porównywając ich z naszymi ; teraz mamy się jeszcze nauczyć zamienić pieniądze nasze na zagraniczne lub przeciwnie.

Ważność monety zagranicznéy w jakim narodzie, nie jest iednostayna. Zależy ona od rozmaitych okoliczności. Obfitosć wielka lub niedostatek iakiego gatunku monety podwyższa lub zniża iéy cenę ; owszem nawet w iednym i tym samym narodzie złoto i kurant odmienną ma wartość. Wexlarze i kupcy, utrzymując częste korespondencye z znacznemi miastami Europy, znają tę wartość odmienną najlepiej.

To, co tu powiemy względem zamiany pieniędzy, ma tylko służyć za wzór, iak sobie mamy postąpić w podobnych okolicznościach, znając dokładnie wartość czyli Kurs zagranicznéy monety.

We Francyi rachowano dawniéy na Liwry, Soldy i denary.

Liwr szedł po 20 soldów : sold po 12 denarów.

Dziś, iak wiemy, rachuią na franki, decymy i centymy.

Kupcy Warszawscy rachowali na 1 czerwony złoty liwrów 10 i soldów 12.

Biorąc liwr dawniejszy za frank teraźniejszy, uczyni 1 sold pół decyma czyli 5 centymów. (Frank cokolwiek jest lepszy od liwra i 80 franków czyni 81 liwrów); nasz więc czerwony złoty ważyłby 10 franków, i 6 decymów czyli 10,6 franków.

1. *Zagadnienie.* 580 czerw: zł: ile uczyni naprzód liwrów, powtóre franków.

Odpowiedź. 1. 1 czerw: zł. czyni 10 liwrów i 12 soldów czyli $10\frac{2}{5}$ liwrów; więc $580 \neq$ uczyni $580 \times \frac{53}{5}$ liwrów = 6148 liwrów.

Odpowiedź. 2. 1 czerw: zł: czyni 10,6 franków; więc 580 czerw: zł. uczyni $580 \times 10,6 = 6148$ franków.

2. *Zagadnienie.* Rachując na 1 czerw: zł: , 18 zł, ile złoty uczyni soldów, lub decymów?

Odpowiedź. 1. 1 czerw: zł. czyli 18 zł. czyni $10\frac{2}{5}$ liwrów czyli $\frac{53}{5}$ liwrów; więc 1 złoty uczyni 18 razy mniej niż $\frac{53}{5}$ to jest uczyni $\frac{53}{90}$ liwra, czyli $11\frac{7}{9}$ soldów.

Odpowiedź. 2. 1 czerw: zł. czyli 18 zł. czyni 10,6 franków; więc 1 złoty czyni 18 razy mniej niż 10,6 franków; podzieliwszy zatem 10,6 przez 18 czyli 106 przez 180, znajdziemy, iż złoty czyni $5\frac{3}{9}$ decymów. Pospolicie złoty nasz bierze się za 12 soldów, a zatem za 6 decymów.

3. *Zagadnienie.* Kiedy 6 decymów czyni nasz złoty, 10,6 franków czyli 106 decymów ile uczyni złotych naszych?

Odpowiedź. 106 decymów tyle uczyni złotych naszych, ile razy 6 decymów t. i. ważność 1 złotego w 106 mieści się; 106 decymów uczyni zatem $17\frac{2}{3}$ zł.

Uwaga. 1. Dochodząc wartości złotego w decymach z wartości czerwonego złotego w frankach, znaleźlim, iż złoty czyni $5\frac{8}{9}$ decymów. Dochodząc znowu wartości czerw: złotego z wartości złotego w 6 decymach, znaleźlim, iż czer: złoty waży tylko 17 zł: 20 gr:

Naylepiéy więc iest szukać naprzod wartości zbliżaiący się do prawdziwéy w większych gatunkach monety, a dopiero ztąd i niższym gatunkom wartość naznaczać, nie zaś przeciwnie; bo zaniedbanie ułomków w ostatnich znacznie wartość pierwszych zmniejsza.

Uwaga. 2. Handlem bawiący się zwykli sobie układać tablice podobne następujący dla łatwiejszego uczynienia zamian pieniędzy. Czerwone złote od 1 do 90 są wyrachowane w frankach i decymach podług biegu wyżéy podanego, że 1 czer: złoty czyni 10 franków i 6 decymów.

Wartość w mon. Franc: Wart. w mon: Franc:

Czer: złote	Franki.	Czer: złote.	Franki.
1 . . .	10,6.	10 . . .	106
2 . . .	21,2	20 - - -	212
3 . . .	31,8.	30 - - -	318
4 . . .	42,4.	40 - - -	424
5 . . .	53.	50 - - -	530
6 . . .	63,6.	60 - - -	636
7 . . .	74,2.	70 - - -	742
8 . . .	84,8.	80 - - -	848
9 . . .	95,4.	90 - . .	954.

Wzory używania téy tablicy.

1. *Zagadnienie.* 75 czer: złotych ile uczyni franków ?

Odpow. 70 czer: zło czyni franków 742
 5 czer: zł: - - - - - 53
 więc 75 czer: zł. uczyni franków - - . 795.

2. *Zagadnienie.* 846 czerwonych złotych ile uczyni franków ?

Odpowiedź. 800 czer: zł: czyni franków
 10 razy więcej niz 80 czerw: zł: ; więc 800
 czerwonych złotych uczyni franków - 8480
 40 czerw: zł: czyni franków - - - 424
 Nakoniec 6 czerw: zł: czyni franków - 63,6.
 więc 846 czerw zł: uczyni franków - 8967,6.

Inne przykłady.

7947 czerw: zł: ile uczyni franków ?

756694 czerw: zł: ile uczyni franków ? i t. d.

Uwaga. Chcąc znaleźć liczbę czerwonych złotych z ilości franków daney , trzebaby zrobić tablicę przeciwną; ale że za téy pomocą robota byłaby bardzo długa; więc bez niéy obeysdź się można; gdyż następujące zagadnienie ułatwia tę robotę.

Zagadnienie. 7928,8 franków ile uczyni czerwonych złotych, rachuiąc na 1 czerw. zł: 10,6 franków ?

Odpowiedź. Ponieważ czerwony złoty idzie po 10,6 franków; więc za sumę daną franków tyle czerw: złotych mieć będziemy, ile razy 10,6 mieści się w 7928,8 czyli 106 w 79288 = 748 czerw: złotych.

Inne przykłady.

9542,76 franków ile uczyni czerw: złotych?
84775,92 fran. ile uczyni czerw: złotych? it. d.

Uwaga. Widzieliśmy wyżéy, że u nas biorą złoty za 6 decymów; można téż samę wartość znaleźć za pomocą tablicy monet na końcu Xiązki będącéy. Wypisano tam, ile sztuk monety wyższego gatunku wybiia się w jakim Narodzie z grzywny Kolońskiéy (szukay w następującym Rozdziale); np. we Francyi wybiia się z grzywny Kolońskiéy franków 51,934; u nas zaś, ponieważ stopa Pruska wprowadzoną została, wybiiają z takiéyże grzywny 84 zł.; więc 51,934 franków tyle waży, co 84 zł.; łatwo zatem za pomocą następującego zagadnienia znaleźć można wartość złotego w frankach lub przeciwnie.

Zagadnienie. Jaka iest ważność naszego złotego w monecie francuzkiéy, kiedy 51,934 fr: czyni 84 zł.?

Odpow. 84 zł. czynią 51,934 fran.; więc 1 zł. czyni 84 razy mniéy niż 51,934; trzeba więc przez 8400 podzielić 51934 i wypadnie, franki obróciwszy na decymy, że złoty nasz czyni 6 decymów i $1\frac{23}{8}$ centyma. †

Uwaga. Na wzór tego zagadnienia łatwo rozwiązać można następujące i znaleźć wartość monety naszéy w monecie zagranicznéy.

Inne Przykłady.

1 mo. 13 Rubli Rossyiskich czyni 84 zł.;
1 Rubel ile uczyni złotych naszych, lub przeciwnie?

2 do. $42\frac{1}{2}$ szelingów Angielskich czyni 84 zł; 1 szyling ile uczyni?

3 cio. 84 zł. czyli 14 tal. czyni $23\frac{1}{4}$ zło. Hollenderskich Bankowych; ile uczyni 1 talar?

4 to. 84 zł: czynią Hiszpańskich Realów de plata $102\frac{4}{7}$; złoty nasz ile uczyni realów?

5 to. 14 tal. naszych czyni $9\frac{5}{24}$ talarów Hamburgskich Bankowych; ile uczyni nasz tal?

6 to. 14 tal. naszych czyni $11\frac{1}{3}$ talarów w kurancie Hamburgskim; ile uczyni talar? i t. d.

Zagadnienie. Kiedy 84 zł. czynią 51,934 franków; 580 czer: zło: ile uczyni franków?

Odpowiedź. Obróciwszy 84 zł: na czer: zło: te dzieląc przez 18, wypadnie rozwiązać następujące zagadnienie.

$4\frac{2}{3}$ czerw: zł. czyni 51,934 franków; 580 czerw: zł: ile uczyni?

Gdyby 1 czerw: zł: czynił franków 51,94; więc 580 cz: zł: czyniłoby $580 \times 51,934 = 30119,40$. ale że nie 1 czer: zł. czyni fran: 51,934, tylko $4\frac{2}{3}$, czyli $\frac{14}{3}$; więc 580 czer: zł: nie uczyni 30119,40 fran: tylko $\frac{14}{3}$ razy mniej; trzeba więc przez $\frac{14}{3}$

podzielić 30119,40, czyli przez $\frac{1400}{3}$ podzie-

lić 3011940 czyli przez $\frac{3}{1400}$ pomnożyć

$3011940 = 6454\frac{11}{10}$ franków czyli fr. 6454, decym 1 i $57\frac{1}{7}$ centymów.

Uwaga. Porównywiąc tę summę franków ze summą wynalezioną w pierwszym zagadnieniu tego rozdziału, widzimy, iż różnica wynosi 306 fran: 1 decym i $57\frac{1}{7}$ centymów; pochodzi ona stąd, żeśmy wyżej rachowali 10 fran:

i 6 decymów na czerw: złoty, gdy tym czasem prawdziwa ważność wynosi 11 fran: i $\frac{179}{1400}$ fran.

Inne przykłady.

1 mo. 84 zł. czynią 13 Rubli Rosyjskich, 9566 zł.; ile uczyni rubli ?

2 do. 84 zł: czynią $42\frac{1}{2}$ szelingów Angielskich; 40 zł. ile uczyni szelingów? *Odpo.* $20\frac{5}{21}$ szelingów; to jest funt szeling i $\frac{5}{21}$ szelin.

Kupcy biorą funt sterling za 40 zł. naszych.

3 cie. 84 zł. czyni $9\frac{5}{24}$ talarów Bankowych Hamburgskich; 75684 zł. ile uczyni tala: ?

4 to. 84 zł. czynią $11\frac{1}{3}$ talarów w kurancie Hamburgskim; 75684 zł.; ile uczyni tal. w kur: ?

5 to. 14 tal. czyni $10\frac{2}{3}$ liwrów Bankowych Berlińskich; 6785 tal. ile uczyui liwrów Bankowych Berlińskich? i t. d.

Przestroga. Wczasie wolnym można dla zabawy robić sobie tablice podobne więy podanéj zamian pieniędzy miast Européyskich w tablicy monet na końcu książki wypisanych.

Przydatek o Bankach.

Handel i podróże wielu osób dały powód do przesyłania i przewożenia wielkich summ pieniędzy, co pospolicie znacznych wymaga wydatków i niebaspieczeństwu częstokroć podpada. Dla uniknienia więc tych nieprzyzwoitości znajdujemy w znaczniejszych miastach takowych kupców, którzy się przeselania pieniędzy z jednego miejsca na drugie za mierną nagrodę podejmują i ci nazywają się *Baukierami*.

Q

Osoby te, które się do Bankierów tym końcem udawają, wypłaciwszy im summę swoją z procentem, iaki wypadnie, odbierają piśmo z niemieckiego zwane *Wexel* z wyrażeniem ilości pieniędzy, nazwiska miasta, gdzie ie chcą przesłać lub same iechać i nazwiska kupca lub Bankiera tegoż miasta w którym ma żadaną Summę wypłacić w monecie swego kraju.

Trzeba więc umieć pieniądze Banku jednego zamienić na pieniądze innego Banku według biegu, który okoliczności rozmaite stanowią.

Następujące tablice zawierają bieg pieniędzy Banków miast niektórych znaczniejszych.

Znaczek takowy \dagger przy gatunku iakim monety położony znaczy, że mniej lub więcej tego gatunku idzie na summę odpowiadającą.

Summa iaka dana w iednym Banku za summę pewną innego Banku zawiera iuż także procent. Tablicę następującą trzeba tak czytać: W Paryżu za $55\frac{1}{8}$ denarów Flammandzkich Bankowych Amszterdamskich daią 3 Franki, lub za $56\frac{3}{8}$ denarów w kurancie Amszterdamskim daią w Paryżu 3 Frank:

P A R Y Ż;

			daie Franki
Amszter-	za \dagger $55\frac{1}{8}$ den. Flam. Ban:		3
dam ...	za \dagger $56\frac{3}{8}$ den. w Kurancie		3
Hamburg	za 100 grzywien Banko:	\dagger	190
Londyn	za 1 funt sterling -	\dagger	25, 3.
Madryt .	za 1 Pistolę o 32 Re-	\dagger	15, 85.
	- - - alach de plata.		
Lisbona	za \dagger 478 Reów - - -		3
Bazylea	za 100 liwrów - - -	\dagger	98, 25.

Augsburg	za	1 złoty	- - -	+	2, 56.
Wiedeń	za	1 zł: w Bankocetl:		+	1, 19.
Kopenhag:	za	32 $\frac{1}{2}$ szel: w Duńskich			
			Bankocetlach		1.

W i e d e ñ.

daie w Ban-
kocetlach

Amszter-	za	100 tal. albo 250 zł:			
dam	w	Kurancie - - -	+	301 tal.	
Augszburg	za	100 zł. w Kurancie	+	232 zł. ryń:	
Hamburg	za	100 tal. Bankowych	+	307 tal.	
	albo	za 200 grzy: Bankow:	+	307 zł.	
Londyn	za	1 funt sterling.	+	18 zł.	
Paryż	za	1 frank - - -	+	52 $\frac{3}{4}$ gray.	

carów.
daie

Frankfurt nad Menem.

Amszter:	za	100 tal. albo 250 zł.	+	136 tala:
	-	- hol: w Kurancie		Banko:
Bazylea	za	100 tal. nowych po 6	+	99 $\frac{1}{2}$ now:
	-	- - - - - liwrów		tal. po 6 liw:
Hamburg	za	100 tal. lub 300 grzy:	+	148 $\frac{3}{4}$ tala:
	-	- - - Bankowych		Banko:
Londyn	za	22 $\frac{1}{2}$ funt. szterlingów	+	145 tal. B:
Lipsk	za	100 tal. Bankowych	+	99 $\frac{1}{2}$ ta: Ba:
Paryż	za	300 franków - -	+	75 $\frac{1}{2}$ tal B:
Wiedeń	za	150 Ryńskich w Ban-	+	45 $\frac{1}{2}$ tala:
	-	- - - kocetlach		Banko:

Q 2

Lipsk.

		daie	
		Tal. w Kura:	
Amszter:	za 100 tal. w Kurancie	+	134. -
Augszburg	za 100 - - - - -	+	99 $\frac{3}{4}$ -
Frankfurt nad Menem	+ za 103 tal. - - -		100 -
Hamburg	za 100 tal. Bankow:	+	143 -
Londyn	za 1 funt Sterling	+	6 $\frac{1}{2}$ -
Paryż -	za 300 frankow	+	76 $\frac{1}{2}$ -
Praga lub Wiedeń	za 100 tal. lub 150 ryńskich.	+	45 $\frac{1}{4}$ -

Petersburg.

Hamburg lub	za + 34 $\frac{1}{2}$	szylin: Bank:	1 Ru: srebr:
	za + 24 $\frac{1}{2}$	szylin: Bank:	1 Ru. w Bankotach.
Amszterd: lub	za + 37 $\frac{1}{2}$	szttywerów w Kurancie	1 Ru. srebr:
	za + 28	Styw: w Kur:	1 Ru: w Bankotach.
Londyn lub	za + 39	feningów	1 Ru: srebr:
	za + 28	feningów -	1 Ru. w Bankotach.
Wiedeń	za + 144	Gray: w Bankocetlach	1 Ru. w Bankotach.
Paryż	za 2,85	franków -	1 Ru. w Ban:

Krolewiec.

Amszterd:	za 1 funt Flammandzki	+	304 gro:
Hamburg	za 1 talar Bankowy -	+	135 $\frac{1}{2}$ gr:

Londyn	za 1 funt Szterling -	+ 19 $\frac{1}{2}$ zł.
Petersbu.	za 1 Rubel: w B. notach	+ 69 $\frac{1}{2}$ gr:
Gdańsk	za + 33 zł. - - -	100 zł.
Berlin	za 100 tal. w Kuran:	+ 99 $\frac{1}{4}$ tal. w Kura:

G d a ń s k.

Amszter- dam	za 1 Fun: Flamman- dzki Bankowy.	+ 360 w Hol- lenderskich + obra: du- + kat: po 12 + zł. Gdań:
Hamburg	za 1 Talar Bankowy	+ 162 $\frac{1}{2}$ gr: w zło: Hol:
Londyn	za 1 Funt Szterling	+ 23 $\frac{1}{6}$ zł. Gdańsk:

A m s z t e r d a m.

Paryż -	za 3 Franki - - -	+ 55 den. Flam: Ban:
Londyn	za 1 funt Sterling . .	+ 35 sol: Fl:
Wiedeń	za 1 Talar - - -	+ 39 sty- wer: Bank:
Lipsk -	za 1 Talar - - -	+ 37 styw: zwycz. biegu
Berlin -	za 1 funt Bankowy	44 sty: B.
Hamburg	za + 32 Soldy Lubeckie Bankowe -	33 sty: B.
lub	za + 100 tala. Banko:	103 tal. w
	za + 310 groszy - -	Kurancie
Królewiec	- - - - -	1 Liwr Fl:
Gdańsk	za + 324 grosze - -	1 Liw:Ban:

Petersburg	za	$\frac{1}{2}$	1 Rubel	- -		46 stywe;
Ryga	za	100	talarów	- -		+ 104 tal. w

1. *Zagadnienie.* Ileż waży 2145 zł. banku Hollenderskiego w monecie Hamburgskięy, rachując 33 Stywe. bankowych za 32 Soldy Lubeckie?

Odpowiedź. 33 Stywery obróciwszy na złote Hollend: mieć będą $\frac{33}{20}$ zł. Hollen. Jeżeli

więc w Amszterdamie daią $\frac{33}{20}$ zł. za 32 soldy Lubeckie; 2145 zł. Hol: ile będzie ważyło soldów Lubeckich?

Rozwiązawszy to zagadnienie reguły trzech prostey, znajde, iż 2145 zł. Holl: waży 41600 soldów Lubeckich, które obróciwszy na talary, wypadnie 866 tal. i 2 grzywny.

Inne przykłady.

1. W Banku Amszterdamskim ile się dostanie złotych Holl: za 5698 franków?

2. W tymże Banku ileż wydadzą zł. Hollenderskich za 9568 Rubli Moskiewskich.

3. Za 6854 franków ileż dadzą w Lipsku talarów? i t. d.

2. *Zagadnienie.* W banku Amszterdamskim płacą za 104 zł w biegu zwyczajnym, 100 zł. Bankowych; za 59904 zł. w biegu zwyczajnym ile dadzą bankowych?

Odpowiedź. Rozwiązując to zagadnienie reguły trzech, za 104 zł. zwyczajne Holl:

mam 100 zł. Bank.; za 59904 zł. zwyczajne ile dostanę Bankowych? znajdę 57600 zł. bankowych.

3. Zagadnienie. Odbiera kto w Banku Amszterdamskim za 720 franków 55 liwrów i 5 szylingów? ileż denarów Flamandzkich rachują na 3 franki?

Odpowiedź. Obróciwszy 55 liwrów czyli funtów i 5 szylingów na denary, których jest 13260, wypadnie rozwiązać następujące zagadnienie reguły trzech prostéj: za 720 franków dają w Banku 13260 denarów: za 3 franki ile dadzą? i znajdziemy, iż za 3 liwry dają $55\frac{1}{4}$ denarów.

Przystósowanie Reguły trzech odwrotnéj do miar i wag w miastach znakomitszych Europy używanych.

Miary i wagi różne są wprawdzie w rozmaitych miastach; téj jednakowoż odmiany, iak pieniądze nie doznawają. Ráchunki więc na miary i wagi raz ustanowione, zawsze są dobre.

Miary i wagi zagraniczne trzeba umieć na miary i wagi krajowe zamienić; bo towary za granicą kupione, trzeba wiedzieć, iak w Kraiu naszym sprawiedliwie przedawać.

Aby łatwiéj miary i wagi miast rozmaitych porównywać można, dzielą miarę długości np. łokieć na linii francuzkie: miarę ciał sypnych, np. Korzec na cale sześciennie dawnéj miary francuzkiéj a wagi np. funt na Essy Holenderskie. W tablicy miar i wag widzimy, że łokieć Lipski dzieli się na linii francuzkich 250,6 a łokieć Warszawski na 261,7 tychże linii; wnosiśmy z tego, że łokieć Warszawski większy jest od Lipskiego. Toż samo powiedzieć można o korcach i funtach.

1. Zamiana Łokci.

1. *Zagadnienie.* Wiedząc, że łokieć Warszawski zamyka linii francuzkich 261,7, a łokieć Lipski 250,6 tychże linii, 100 łokci Warszawskich ile uczyni Lipskich?

Odpowiedź. Ponieważ 1 łokieć Warszawski zawiera linii 261,7; więc 100 łokci Warszawa zawierać będzie 100 razy $261,7 = 26170$; tyle więc mieć będą łokci Lipskich za 100 Warszawskich, ile razy 250,6 mieści się będzie w 26170, czyli ile razy 2506 mieści się w $261700 = 104 \frac{538}{1253}$ łokci Lipskich.

Uwaga. Wyrazy tego ułamka $\frac{538}{1253}$ nie da się zmniejszyć; żeby jednakowoż wyobrażenie jego zrobić sobie można, podaę następujący sposób, który w przypadkach nie wielkiej dokładności wyciągających, wygodnie być może użytym: mnożę licznik 538 przez jakąkolwiek liczbę np. przez 3. Iloczyn 1614 dzielę przez mianownik 1253; iloraz nakoniec 1 dzielę przez liczbę 3, przez którą mnożyłem licznik; ułomek $\frac{1}{3}$ nie znaczy wprawdzie tyle, co dany, zbliżony jest jednakowoż znacznie i w mniejszych wyrażony wyrazach.

Na końcu książki znajduje się lepszy sposób zbliżania ułamków, gdzie mowa o ułamkach ciągłych.

2. *Zagadnienie.* Metr Francuzki, iak się pokazuje z tablicy miar i wag na końcu będącej, zawiera linii dawnéj miary, 443,2959; a łokieć Warszawski tychże linii 261,7; 100 metrów Francuzkich' czyli Hektometr ile uczyni łokci Warszawskich?

Odpowiedź. Ponieważ 1 metr ma linii 443,2959; więc 100 metrów zawierać będzie 100

razy 443, 2959 linii = 44329, 59; tyle więc łokci Warszawskich zamykać będzie Hektometr, ile razy 261, 7 mieści się będzie w 44329, 59 czyli ile razy 26170 mieści się będzie w 4432959 = 169, 390867 łokci Warszawskich.

Uwaga. Teraz łatwo zamienić można inne miary Francuzkie na Warszawskie, co następująca pokazuje tabliczka.

Myryametr czyni łokci War:	16939, 0867.
Kilometr - - -	1693, 90867.
Hektometr - - -	169, 390867
Dekametr - - -	16, 9390867.
Metr - - -	1, 69390867.
Decymetr - - -	0, 169390867.
Centymetr - - -	0, 0169390867.
Millimetr - - -	0, 00169390867.

3. *Zagadnienie.* Podług poprzedzającego zagadnienia 100 Metrów czyni łokci Warszaw: 169, 390867, łokieć 1 Warszawski ile uczyni metrów?

Odpowiedź. Kiedy 169, 390867 łokci War-
sza: czyni 100 metrów, więc 1 łokieć uczyni
169, 390867 razy mniej niż 100 metrów; trzeba
więc przez 169390867 podzielić 100 czyli przez
169390867 podzielić 100000000 = 0, 5903506
metrów.

Uwaga. Łatwo teraz zamienić można łokieć Warszawski na inne miary francuzkie, iak to następująca pokazuje tabliczka.

Łokieć War: czyni metrów	-	0, 5903506	
- - - - -	decymetrów	-	5, 903506.

-	-	-	centymetrów	-	59, 03506.
-	-	-	millimetrów	-	590, 3506.

Uwaga. Ponieważ łokieć zamyka 24 cale; więc dzieląc ważność łokcia w metrach przez 24, znajdziemy, iż cal czyni metrów 0,024597. z tą.

Cal łokcia War:	czyni metrów	0, 024597
	decymetrów	0, 24597
	centymetrów	2, 4597.
	millimetrów	24, 597.

Uwaga. Ponieważ cal dzieli się na linii 12; więc dzieląc ważność cala w metrach przez 12, znajdziemy, że linia czyni metrów 0,002049; a zatem.

Linia łokcia War:	czyni met:	0, 002049.	
-	-	decymetrów	0, 02049.
-	-	centymetrów	0, 2049.
-	-	millimetrów	2, 049.

2. Zamiana Wag.

4. *Zagadnienie.* Z tablicy miar i wag pokazuje się, że funt nasz waży Essów Hollenderskich 8551 a funt Berliński 9750 tychże Essów, 100 funtów naszych ile uczyni Berlińskich?

Odpowiedź. Ponieważ 1 funt Warszawski waży 8551 Essów; więc 100 ważyć będzie $100 \times 8551 = 855100$ essów; tyle więc 100 Hb Warszawy: uczyni Berlińskich, ile razy 9750 mieścić się będzie w $855100 = 87 \frac{137}{195}$ Hb Berliń.

Uwaga. Funt Paryski czyni grammów 489,50584601 a funt Warsza. czyni grammów 403,55563577.; łatwo więc można podług tej

wiadomości jakąkolwiek ilość naszych funtów na Paryskie zamienić i wzajemnie wyrachować, ile nasz łót zamyka gramów. (obacz *Tablice stosunku miar i wag fran: przez Hr: Chodkiewicza.*)

3. Zamiana Korcy.

1. *Zagadnienie.* Gdański Korzec ma cali sześciennych francuzkich 2452 a Warszawski 5932 tychże cali, 100 Korcy Warszawskich ile uczyni Gdańskich?

Odpowiedź. Ponieważ Korzec Warszawski zawiera cali sześciennych 5932, więc 100 Korcy Warszawskich zawierać będzie $100 \times 5932 = 593200$; tyle więc korcy Gdańskich uczyni 100 Warszawskich, ile razy 2452 mieścić się będzie w $593200 = 241 \frac{576}{618}$ korcy Gdańskich.

2. *Zagadnienie.* Litry zamyka cali sześć: Paryskich 50,412416, Korzec Warszawski 5932 tychże cali, łaszt Warszawski czyli 27 Korcy ile uczyni litrów?

Odpowiedź. Ponieważ korzec Warszawa: zawiera 5932 cal. sześciennych; więc 27 Korcy zawierać będzie $27 \times 5932 = 160164$; zatem łaszt tyle uczyni litrów, ile razy 50,412416 mieścić się będzie w 160164; czyni zatem łaszt litrów 3177,0774.

Przykłady dla wprawy tyczące się zamiany miar i wag.

1szy. 100 funtów Hamburgskich ile czyni Berlińskich? *Odpow.* $103 \frac{5}{13}$ Hb Berlińskich.

2gi. 100 łokci Berlińskich, ile czyni łokci Hamburgskich? *Odpow.* $116 \frac{68}{127}$.

3ci. 100 Hamburgskich korcy ile czyni Gdańskich? *Odpow.* $216 \frac{392}{613}$.

4ty.	7	łokci Pol. ile czyni Amszter: ?	— 6.
5ty.	26	- - - Berlińskich ?	— 23.
6ty.	14	- - - Wrocławskich ?	— 15.
7my.	35	- - - Gdańskich ?	+ 36.
8my.	23	łok: Pol. ile czyni Dreźden: ?	+ 24
9ty.	11	Frankfurt nad Menem ?	+ 12.
10ty.	9	Frankfurt nad Odrą ?	+ 8.
11ty.	33	Hamburskich ?	- - + 34.
12ty.	37	Krolewieckich ?	- - + 38.
13sy.	23	Lipskich ?	- - + 24.
14ty.	15	Londyńskich ?	- . + 13.
15ty.	6	Petersburskich ?	- - - 5,
16ty.	13	Rygskich ?	- - - + 14.
17ty.	25	Wiedeńskich ?	. - - + 19.

R O Z D I A Ł VI.

O Regule trzech składanęy.

1. Zagadnienie. Postaw sukna szerokiego na $2\frac{1}{4}$ łokci zawieraiący 24 łok: kosztuie 432 zł; postaw sukna szerokiego na $2\frac{1}{2}$ łokci téyże samęy dobroci, zawieraiący $32\frac{1}{4}$, ile będzie kosztował.

Pierwszy sposob. Postaw pierwszy sukna zamyka łokci kwadratowych 54.

Drugi postaw sukna zawiera łokci kwadratowych $\frac{645}{8}$ Jeżeli się więc za 54 łok. \square su-

kna dało 432 zł.; za $\frac{645}{8}$ łok. \square téyże samęy dobroci sukna zapłaci się 645 zł.

Drugi sposob. Założmy, że i sukno drugie szerokie iest na $2\frac{1}{4}$ łokcia. Jeżeli więc za 24 łokcie dano 432; więc za $32\frac{1}{4}$ łokcia trzeba zapłacić $580\frac{1}{2}$ zło.

Kiedy za pewną ilość sukna szerokiego na $2\frac{1}{4}$ łokci dano 580 $\frac{1}{2}$ zł; więc za taką ilość sukna szerokiego na $2\frac{1}{2}$ łok: trzeba będzie zapłacić 645 zło.

Inne przykłady.

1. Z 18 funtów przędzy zrobiono 40 $\frac{1}{2}$ łokci płotna szerokiego na $1\frac{1}{4}$ łokcia; z ilu funtów przędzy teyże samey dobroci będzie można zrobić płotna łokci 125, szerokiego na $1\frac{1}{2}$ łok? *Odpowiedź.* z 66 $\frac{2}{3}$ lb.

2. Za pewny kawał roli długiéy na 40 prętów: szerokiey na 6 dano zł. 810; chcąc zakupić drugi kawał długi na 16 a szeroki na 5 prętów, ileż trzeba będzie zapłacić? *Odpowiedź.* 270 zł.

3. Jeżeli się na poczcie płaci od 8 koni za 3 mile 18 zł.; od 30 koni za 4 mile ile się zapłaci? *Odpowiedź.* 90 zł.

4. Ma kto zapłacić od 24 sztuk bydła, które ma zostać na pastwisku 8 niedziel, 49 $\frac{1}{2}$ zł; chce ieszcze posłać na toż pastwisko na 12 niedziel 8 sztuk; ileż będzie musiał zapłacić? *Odpowiedź.* 99 zł.

5. Wysiał kto na pewnéy roli długiéy i szerokiéy na 4 pręty 15 garcy zboża; ile wysieje na roli długiéy 48 prętów a szerokiéy na $6\frac{1}{2}$? 9 korcy $4\frac{1}{2}$ garcy.

6. 25 tkaczów przez 12 godzin robiąc, zrobili płotna łokci 150; 30 tkaczów przez 15 godzin robiąc, ileż zrobi? *Odpow:* 225.

7. 32 ludziom wystarczyło na wyżywienie przez dni 24 korcy 144; przez iaki czas wystarczy na 48 ludzi 180 korcy tegoż zboża? *Odpowiedź.* na 20 dni.

2. *Zagadnienie.* 2350 # ile przyniesie procentu po $4\frac{1}{2}\%$ za $18\frac{2}{3}$ miesięcy.

Odpowiedź. Ponieważ od 100 płaci się $4\frac{1}{2}\%$ czyli $\frac{9}{2}$; więc od 2350 # zapłaci się 105,75 #. A kiedy za rok czyli 12 miesięcy zapłaciło się procentu 105,75 #; więc za $18\frac{2}{3}$ miesięcy zapłaci się $164\frac{1}{2}$ #; zatem 2350 # przyniesie procentu za $18\frac{2}{3}$ miesięcy $164\frac{1}{2}$ #.

Inne przykłady.

1). Jaki będzie procent od 4440 zł. po 6% za 60 dni, rachując na rok 360 dni?

Odpowiedź. $44\frac{2}{5}$ zł.

2). 1200 zł. przyniosło procentu za 9 miesięcy, $40\frac{1}{2}$ zł.; 2800 zł. za 7 miesięcy i 10 dni ile przyniesie? *Odpowiedź.* 77 zł.

3. *Zagadnienie.* 8 ludzi zrobiło przez 12 dni 120 łokci pewnej roboty szerokiej na łokieć 1 i $\frac{1}{3}$ łok. ; 12 ludzi przez dni 15 ileż zrobi łokci roboty szerokiej na $1\frac{1}{2}$ łokcia?

Odpowiedź. 1). Kiedy 8 ludzi zrobiło w pewnym czasie 120 łokci; 12 ludzi zrobiłoby w tymże czasie 180 łokci.

2). Pewna ilość ludzi zrobiła przez 12 dni 180 łokci; więc przez 15 dni zrobiłaby 225 łokci.

3). Kiedy ta ilość ludzi zrobiła 225 łokci roboty szerokiej na $1\frac{1}{3}$ łok. ; więc zrobi 200 łokci roboty szerokiej na $1\frac{1}{2}$ łok.:

Uwaga. Aby ułatwić sobie rozwiązanie takich zagadnień, rozkładamy je na kilka, jak w ostatnim przykładzie. Zaczeliśmy od istotnego warunku, że 8 ludzi zrobiło 120 łokci; nie mając względu ani na czas ani na szerokość roboty, doszliśmy, iż 12 ludzi musiałoby zrobić 180 łokci w tymże czasie i tejże szerokości, co pierwsi.

Przystąpiliśmy potem do czasu, który jest tylko przypadkowym warunkiem! bo czas roboty nie zrobi, tylko dopomaga. że robotnicy więcej lub mniej zrobią, gdy więcej lub mniej czasu mają do roboty; i tak, kiedy ci robotnicy przez 12 dni zrobili 180 łokci; więc przez 15 zrobią 225 łokci.

Przystąpiliśmy nakoniec do drugiego warunku przypadkowego, do szerokości roboty.

Te 225 łokci, które 12 ludzi przez 15 dni zrobiło, wyrachowaliśmy podług szerokości pierwszej roboty, i łatwośmy doszli podług reguły trzech odwrotnéj, ile łokci powinni byli zrobić roboty szerokiéj na $1\frac{1}{2}$ łokcia.

Trafiają się często przykłady mające jeszcze więcej warunków przypadkowych od zagadnienia przytoczonego. Podług podanego sposobu łatwo one rozwiążemy, zaczynając zawsze od warunku istotnego i postępując następnie do przypadkowych; dla tego też tę regułę nazywamy regułą trzech składaną, iż się składa z kilku zagadnień reguły trzech.

Można także wszystkie liczby takowych zagadnień przywieść do trzech tylko liczb, ale takowa robota w niektórych przykładach jest bardzo zawiła, i żadnego w tym przypadku prawidła powszechnego naznaczyć nie można. Prawidła tego patrz niżej, gdzie mowa o skróceniach.

Przykłady dla wprawy.

1) 12 robotników przez 3 tygodnie, 4 dni co tydzień a 8 godzin na dzień robiąc ścięło drzewa w boru sążni 136; 32 robotników w 8 tygodniach, na tydzień po 6 dni a na dzień po 10 godzin robiąc ile spuści drzewa?

Odpow. $1813\frac{1}{3}$ Sążni.

2) W miejscu długim na 4 stopy, szerokim na 2, wysokim na 3 st: zmieszczą się 4 Korce zboża; ile Korcy zmieścić się może w miejscu długim na 20 st., szerokim na 8, a wysokim na 6 stóp *Odpow:* 160 Korcy.

3) Sążen drzewa długi na 8 stóp, szeroki na $1\frac{1}{2}$ i gruby na $1\frac{1}{2}$ st: kosztował $7\frac{1}{2}$ zł.; inny sążen długi 16, szeroki 2, a gruby $1\frac{3}{4}$ stop ile będzie kosztował? *Odpow,* $23\frac{1}{3}$ zł.

4) Pewna liczba mularzy skończyła mur długi na 30 stóp, 8 wysoki a 3 gruby w 24 dniach; taż sama liczba mularzy w ilu dniach wystawi mur długi na 60 stóp, wysoki $10\frac{1}{2}$ a 4 stop gruby? *Odpow:* w 84 dniach.

5) Za 39 zł. kupiła pewna osoba 15 łokci płótna szerokiego na $\frac{5}{4}$; za 900 zł. ile kupi łokci płótna szerokiego na 6 ćwierci?

Odpowiedź. $288\frac{6}{13}$ łokci.

6) Jaki jest ten kapitał, od którego za 4 lata $1\frac{1}{2}$ wzięło się procent 630 zł. rachując po 5 $\frac{1}{2}$? *Odpowiedź.* 2800 zł.

7) 20 ludzi, codzień 10 godzin robiąc, może w 36 dniach rów wykopać; jeżeli ten rów w 16 dniach ma być skończony i codzień 15 godzin robić można, ilu ludzi potrzeba?

Odpowiedź. 30 ludzi.

8) Z ciosowych kamieni ma być mur wystawiony długi na 52 łokcie, szeroki, na $2\frac{1}{2}$ a wysoki na 10 łokci; każdy z ciosowych kamieni ma być 2 łokcie długi; $1\frac{1}{2}$ szeroki a $\frac{5}{8}$ łokci wysoki; ile trzeba kamieni na wystawienie tego muru? *Odpawieź.* 780 kamieni.

9) 6 Sukienników zrobiło przez 9 tygodni i 4 dni, 48 postawów sukna; każdy postaw zawierał 30 łokci, a sukno było 10 ćwierci szerokie; 8 sukienników w jakim czasie zrobi 240

po-

postawów, z których każdy ma mieć 25 łokci, a sukno ma być szerokie na 2 łokcie, rachując na tydzień po 6 dni?

Odpowiedź. w 24 tygodniach i 1 dniu.

4. *Zagadnienie.* Dwie osoby złożyły się, jedna na 1000 #, druga na 1500 #; w pięć miesięcy druga wzięła ze składki 500 #. Poroku zaś skończonym zysk spólny wynosił na 265 #. Jakże się te osoby zyskiem podziela?

Odpowiedź. Pierwsza osoba z 1000 # danych na rok czyli 12 miesięcy, tyle powinna mieć zysku ile ze Summy 12 razy większy daney na 1 miesiąc czyli z 12000 #.

Druga tyle znowu powinna mieć zysku z 1000 cz: złotych danych na 12 miesięcy i z 500 # na 5 miesięcy, ile ze Summy 12 i 5 razy większy na 1 miesiąc daney, to jest z 12000 i 2500 # czyli razem z 14500 #.

To zatem zagadnienie tak być może wyrażone: Dwie osoby złożyły się, jedna na 12000 # druga na 14500 #; zyskały za miesiąc 265 #; ileż na każdą przypadnie?

Podług reguły spółki rozwiązując znaydziemy, iż pierwszy przypadnie 120 a drugi 145 #.

Tym sposobem i następujący rozwiąże się przykład.

Jedna osoba dała 800 a druga 700 cz: zł; w 5 miesięcy przyłożyła pierwsza 300 # druga w 7 miesięcy 400; zyskały 442 # ile każdej ze zysku przypadnie.

Odpow: Pierwszy 234 a drugi 208 #.

R O Z D Z I A Ł VII.

O Regule Łańcuchowéy.

Reguła łańcuchowa jest iedna z nayużyteczniejszych. Rachunki bez niéy stałyby się częstokroć bardzo zawiłemi i wieleby czasu zabrały, o czém się szczególniéy przekonamy, mówiąc niżej o skróceniach; trzeba iéy zatem zrobić sobie dokładne wyobrażenie; tym końcem od nayprostszycch zaczniemy przykładów.

1. *Zagadnienie.* Po czemu kupiec ma przedadź arkusz papieru, kiedy go bela 20 # kosztuie?

Odpowiedź. 1sza: ponieważ bela czyli 10 ryz kosztuie 20 czer: zł.; więc 1 ryza kosztować będzie 2 # .

2rc: Jedna ryza czyli 20 liber kosztuie 2 # więc 1 libra kosztować będzie 0, 1 # .

3cie. Jedna libra czyli 24 arkusze kosztuią 0, 1 # ; więc 1 arkusz kosztować będzie $\frac{1}{240}$ # .

4te. Jeden czer: złoty czyni 18 zł.; więc $\frac{1}{240}$ # uczyni złotych $\frac{3}{40}$.

5te. Nakoniec ieden złoty czyni 30 groszy; więc $\frac{3}{40}$ zł. uczyni $2\frac{1}{4}$ grosza.

Więc arkusz papieru wypadnie kupcowi pszedadź po $2\frac{1}{4}$ czyli da 4 arkusze za 9 groszy.

Inne przykłady.

1) Pewien gospodarz wypotrzebował przez 2 lata i 8 miesięcy 385 funtów cukru, ile łótów

potrzebował na' dzień, rachując na rok 365 dni a na miesiąc dni 30.

Odpowiedź. $12\frac{24}{57}$ łotów.

1) Za 4 funty pewnego towaru дано 7 t. l. za 10 łotów ile trzeba będzie zapłacić?

Odpowiedź. $3\frac{27}{96}$ zł.

3) Kiedy za 2 arkusze papieru trzeba zapłacić 3 grosze, oo będzie kosztowała bela?

Odpowiedź. 40 talarów.

4) Kula armatna ile ubieży mil w 1 godzinie, przypuściwszy, że w iednéy sekundzie ubiega 1000 kroków, a 12000 króków rachując na milę? Odpow. 300 Mil.

5) Daie pewna osoba krowę za 35 gęsi, 42 Krowy za 15 Koni, 5 Skopów za 70 gołębi, a 2 Konie za 63 Skopy; podług téy zamiany ile wypadnie dadź gołębi za 30 gęsi?

Odpowiedź. 135 gołębi.

Uwaga. Widzimy z tych przykładów, że warunki, tak iak w łańcuchu ogniwa, ściśle i nieprzerwanie z sobą się łączą, i od tego podobieństwa reguła podająca sposoby rozwiązania onych, nazywa się *Regułą łańcuchową*. Różnicę istotną między regułą trzech składaną i łańcuchową to stanowi, że w zagadnieniach pierwszém iedno tylko zawsze iest założenie, mogące z kilku warunków byđź złożoném, w zagadnieniach zaś drugiéy kilka założeń byđź może domyslnych lub wyraźnych. W pierwszém i następujących czterech łatwo się wszystkich warunków domysleć można; w piątém zaś zagadnieniu wszystkie są wyraźne; w każdym więc przykładzie dawać baczność na to należy, czy warunki są domyslné czyli też wyraźne a potém tyle razy regułę trzech powtórzyć; ile tych iest warunków czyli założeń.

2. *Zagadnienie.* Wexel Petersburgski na 1000 Rubli ma być w Berlinie w dukatach wyplacony, ile to wyniesie?

Bankierzy znają dobrze warunki tego zadania domyślne; bo mają zawsze z zamianą pieniędzy do czynienia; dla nas zaś takowe warunki powiuny być dokładnie wyrażone; są zaś następujące:

W Amszterdamie dają 37 stywerów za Rubel; 50 stywerów czyni talar w kurancie Hollender; a 100 talarów Hollend: w Kurancie czyni 144 Berlińskich; dukat zaś w Berlinie biorą za 3 talary; to wiedząc natychmiast odpowiemy na zagadnienie.

Odpowiedź. 1sza. Jeden rubel czyni 37 stywerów; więc 1000 rubli uczyni 37000 stywerów.

2ga. 50 Stywerów czyni 1 talar Hollen; w Kurancie; 37000 stywerów uczyni 740 Talar Hollenderskich w Kurancie.

3cie. 100 tal: Hollen: czyni 144 Berliń; więc 740 talarow Hollen: uczyni Berliń: 1065,6.

4te. 3 tal. Berlińskie czynią 1 dukat; więc 1065,6 uczyni dukatów $355\frac{1}{5}$.

Zatém za wexel na 1000 rubli wydadzą w Banku Berlińskim $355\frac{1}{5}$ czerwonych zł.

Inne przykłady.

1) 200 fantów Gdańskich ile czyni Berlińskich, kiedy 100 Hamburgskich czyni 112 Gdańskich, a 100 Berlińskich czyni 106 Hamburgskich? *Odpow.* $185\frac{115}{371}$ ₰ Berlińskich.

2) 560 łokci Lipskich ile uczyni Gdańskich, kiedy 24 Lipskich czyni 23 Warszawskich, a 35 łokci Warszawskich czyni 36 łokci

Gdańskich? *Odpow.* 552 Gdańskich łokci.

3) 289 łokci Tureckich ile uczyni Polkich, kiedy 41 Polskich czyni 34 łokci Moskiewskich a 16 Moskiewskich czyni 17 łokci Tureckich?

Odpowiedź. 328 łokci Polskich.

4) 201 funtów Szwedzkich ile uczyni Polskich, kiedy 67 funtów Szwedzkich, czyni 70 funtów Moskiewskich, a 15 funtów Moskiewskich czyni 17 funtów polskich?

Odpowiedź. 238 funtów Polskich.

5) Ile Lipsk zapłaci talarów za 1000 czer: zł. Hollenderskich w Banku Amszterdamskim, kiedy 1 czer. zł: czyni 5 zł. 4 stywery w kurancie, 105 zł. w Kurancie waży 100 zł. Bankowych, 1 talar Hollen: czyni $2\frac{1}{2}$ zł. Holender:, nakoniec za 100 talarów Holenderskich Bank biorą $53\frac{1}{4}$ Lipskich?

Odpowiedź. 2639 talarów, 15 groszy.

6) 100 funtów Amszterdamskich ile uczyni Brunświckich, kiedy 55 Amszterd: czyni 56 Hamburgskich, a 26 Hamburgskich 27 Brunświckich z

Odpowiedź. 105 $\frac{105}{143}$ funtów Brunświckich.

3. Zagadnienie. Jleż zapłacił kupiec za 650 łokci, którego łokieć sprzedał po zł. 12 z zarobkiem 20% ; lubo na swój łokieć sprzedać stracił 2 na 100 łokciach?

Odpowiedź. 1sza. Ponieważ 100 łokci kupionych czyni tylko 98 przedanych; więc zakupiwszy 650 sprzedał tylko w rzeczy saméy 637.

2ga. Ponieważ 1 łokieć sprzedał po 12 zł; więc za 637 łokci wziął 7644 zł.

3cia. Ze zaś 20 na 100 zarobił, to iert 120 zł. miał po sprzedaży sukna za każde sto wydane za sukno; więc zebrawszy 7644 zł. zapłacił tylko kupcowi 6370 zł.

Inne przykłady.

1) Ile zapłacił kupiec za 240 funtów pewnego towaru, którego funt sprzedał po $1\frac{1}{5}$ zł. z zarobkiem 12% ; lubo na swój funt wając stracił $2\frac{1}{2}$ ₰ na 100?

Odpowiedź. $292\frac{1}{2}$ zł.

2) 576 łokci materyi zakupionéj w Lipsku kosztowało kupca 75 czer: zł. z transportem; poczemu ma przedawać łokieć, choąc na stu zarobić 15 zł., lubo na miarze traci 2 łokiecie na stu i 24 łokci Lipskich, czyni 23 Warszawskich?

Odpowiedź. Po 2 zł. i po $26\frac{1}{10}$ groszy.

4. *Zagadnienie.* Jaka jest wartość 1 czer: zł. w pieniądzach Genewęńskich, gdy czer. złoty rachować będziemy po 10,5 franków a 5 franków czyni 3 liwry Genewęńskie, z których każdy zawiera 20 soldów, a sold 12 denarów?

Odpowiedź. Ponieważ 5 franków, czyni 3 liwry Genewęńskie; więc 10,5 franków czyli 1 czer. zł. uczyni 6 liwrów i 6 soldów Genewęńskich.

Inne przykłady.

1. Szyling Bankowy Hamburgski ile waży naszéj monety, kiedy za 300 grzywien Bankowych trzeba dać 912 zł. Polskich?

Odpowiedź. $5\frac{7}{10}$ groszy naszych.

2. Jaka jest wartość stywera Holend: w kurancie, kiedy w Amszterdamie za 250 zł. w Kurancie trzeba zapłacić 861 zł. naszych?

Odpowiedź. 5 groszy.

3. Jaka jest wartość Graycara Wiedeńskiego w naszych pieniądzach, kiedy się za 150 Rynskich w kurancie płaci 630 zł.?

Odpowiedź. $2\frac{1}{10}$ groszy.

4. Jakaż jest wartość Centyma w naszych pieniądzech, kiedy się za 300 franków płaci 473 zł.

Odpowiedź. 0,473 grosza.

Różne Przykłady dla wprawy.

1) Ile kosztuje oxeft wina w Szczecinie, kiedy się kwarta po $8\frac{1}{3}$ groszy w kurancie przedaie, a oxeft 6 ankiezków po 30 kwart zamyka? Odpowiedź. 63 talary 18 groszy.

2) Za 13 grzywien i 2 łoty srebra ile trzeba zapłacić w Berlinie, kiedy łót kosztuje 26 groszy 8 feninów? 145 talar. 20 groszy.

3) (Pewna osoba żyjąc tylko z procentu wydaie codzienn na życie 15 zł.; jaki jest ieý kapital, od którego po 6% bierze, rachując na rok 365 dni; Odpow. 91250 zł.

4) Kiedy łokieć pewnego towaru w Lipsku kosztuje 1 talar 6 groszy, po czemu będzie można ten towar na łokieć Berliński przedawać, kiedy 100 talarów Saskich czyni 105 tal. Pruskich w Kurancie i 118 łokci Berlińskich czyni 100 Łokci Lipskich?

Odpowiedź. Po 1 talarze 13 groszy 2 feningi w kurancie.

5). Po czemuż trzeba będzie przedawać butelkę ryńskiego wina, kiedy beczka zamykająca 4 ankiecki po 40 butelek kosztuje 75 talarów w luidorach po 5 talarów, koszta transportu wynoszą 25% a 100 talarów w luidorach czyni 114 w kurancie?

Odpowiedź. Po 4 złote.

6). Kiedy za $\frac{3}{4}$ łota pewnego towaru zapłacić trzeba $4\frac{23}{48}$ groszy naszych, ile w tedy

funtów dostanę za 40 czer. zł. rachując je po 18 złotych?

Odpowiedź. 108 Hb.

R O Z D Z I A Ł VIII.

O skróceniach działań w tej części zawartych.

1. Skrócenie reguły trzech prostéy.

Uwaga. Przypomniemy tu sobie prawidłó następujące wyżej podane: w zagadniczeniach reguły trzech prostéy chcąc znaleźć liczbę, o którą idzie, trzeba liczbę pytania pomnożyć przez liczbę drugą założenia, a ten iloczyn przez pierwszą liczbę założenia podzielić.

Przypomniemy sobie powtore, że ułomek jest tylko znakiem dzielenia, tak właśnie iak kropka lub \times między dwoma czynnikami położona jest znakiem mnożenia.

Przypomniemy sobie na koniec, że te ułamki są naywygodniejsze, których wyrazy nie są iloczynami prawdziwemi, tylko wyrażeniem iloczynów.

Na trzech tych prawdach zasadzają się następujące skrócenia; abyśmy to zaraz pojąć mogli, zaczniemy od nayłatwiejszego przykładu.

1. Kiedy kto za 2 jabłka daie 3 grosze; ile da za 4?

Odpowiedź. Liczbę pytania 4 trzeba pomnożyć przez 3, ten iloczyn podzielić przez 2;

co tak wykonamy.
$$\frac{4 \cdot 3}{2}$$

Podzieliwszy czynnik 4 przez 2 i mianownik przez siebie, wypadnie $2 \cdot 3 = 6$. i tyle trzeba zapłacić za 4 jabłka.

Gdybyśmy czynnika 4 nie byli 2 razy zmniejszyli, byłibyśmy mieli iloczyn 2 razy większy który trzeba było 2 razy zmniejszyć; łatwiej zaś jest liczbę mniejszą dzielić niż większą.

Można jeszcze tę robotę wygodniey odprawić, dając ułomkowi $\frac{4.3}{2}$ pionowe położenie

takie $2 \left| \begin{array}{l} 4 \\ .3 \end{array} \right.$ zamiast poziomego $\frac{4.3}{2}$. W tém pionowém położeniu mam czynniki po prawey ręce a dzielnik po lewéy.

Tak pisząc ułomek opuszczam kropkę między czynnikami, mogę oraz opuścić liniykę oddzielającą mianownik od licznika; prócz tego do takowego mnożenia, podpisując liczbę pod liczbą, już iesteśmy przyzwyczajeni, iako też do dzielenia, mając dzielnik po lewéy ręce.

Zebyśmy zaś mieć mogli równą ilość wyrazów w obu szeregach, dodaiemy w szeregu lewym głoskę x, która oznacza liczbę, której szukamy np.

Grosze x	4 Jabłka.
Jabłka 2	5 Grosze.

Czytam to tak, ile groszy dam za 4 Jabłka, kiedy za dwa jabłka daię 5 groszy.

Podkreślam potém te liczby liniyką, pamiętając, że w szeregu prawym mam czynniki a w lewym dzielnik.

Wzór działania.

Gr. x	2 4 Jab.
Jab. 2	3 Gro.
<hr/>	
6 groszy.	

Przez 2 podzieliwszy 2, wypadła wprawdzie iloraz 1; ale żadney odmiany nie zrobię jedność, mnożąc i dzieląc, ztąd ją opuszczam i przekreślam 2; bo mi już nie jest potrzebne.

Przez 2 dzieląc potem czynnik 4, wypadła iloraz 2, przekreśliwszy 4, piszę obok 4 przekreślonych iloraz 2, który pomnożywszy przez 3, daje 6. To 6 piszę pod linią, i odpowiada na zadanie.

Drugie zagadnienie. Ile dam złotych za 16 łokci, kiedy 12 łokci kosztuje 15 zł?

Odpowiedź. Zł. x	4. 16 łok.
Łok 12 3	5 15 zł.
20 zł.	

W tym przykładzie dały się liczby 12 i 16 dzielić przez 4; po przekreśleniu ich napisaliśmy ilorazy 3 i 4 obok pierwszych.

Postrzegliśmy potem, że 3 i 15 znowu dały się zmniejszyć przez 3; przekreśliwszy je i jedność opuściwszy, mnożyliśmy czynniki zmniejszone i 20 jest liczbą, której szukaliśmy.

Trzecie zagadnienie. Płaci kto za $\frac{3}{4}$ Hb pewnego towaru $\frac{3}{5}$ złotych; ile da za $\frac{1}{2}$ Hb?

Odpowiedź. x	$\frac{1}{2}$ Wzór.
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$
x	1
8	3
5	2 4
3	
$\frac{2}{5}$ złotych.	

W tym przykładzie wypadła liczniki wyrazów pytania i drugiego założenia przez siebie pomnożyć a potem przez iloczyn mianowników

podzielić, ten nowy ułomek trzeba znowu podzielić przez liczbę pierwszą założenia, która także jest ułamkiem; najlepiej zatem jest ułamki wypisać, jak wzór pokazuje, a potem mianowniki prawego szeregu przenieść do lewego, a mianownik ułamka lewego szeregu do prawego, liczniki zostawiwszy na swém miejscu; potem czynniki prawego szeregu zmniejszyć przez dzielniki lewego dopóty, dopóki się dadzą, nakoniec czynników iloczyn prawego podzielić przez iloczyn dzielników lewego szeregu.

Czwarte zagadnienie. Za $1\frac{1}{4}$ Hb cukru da-
no $7\frac{1}{2}$ zł; ileż trzeba będzie zapłacić za 8 Hb?

Odpowiedź. Zł. x 8 Hb

Hb. $1\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$ zł.
x	8
$\frac{5}{4}$	$\frac{15}{2}$
x	48
$\frac{3}{2}$	3 $\frac{15}{2}$
2	4

48 złotych.

Kiedy się trafiają liczby mieszane, wtedy trzeba je na ułamki obrócić, potem mianowniki prawego szeregu do lewego przenieść i wzajemnie, i zmniejszyć liczby, dopóki się dadzą. Co się zaś tycze porządku w układaniu liczb zagadnienia, ten jest najwygodniejszy; po lewéj ręce trzeba napisać x, co znaczy liczbę nie wiadomą, po prawéj, odstąpiwszy cokolwiek, liczbę pytania. Pod x liczbę pierwszą założenia, a pod liczbą pytania liczbę drugą założenia; czyli króćcéj, wypisze się naprzód

część pytania, a pod nią część założenia; wtedy gatunki rzeczy w zagadnieniu zawarte odpowiadają sobie na krzyż, iak w ostatnim przykładzie:

$$\begin{array}{ccc} \text{Zł. } x & \times & 8 \text{ Hb} \\ \text{Hb } 1\frac{1}{4} & & 7\frac{1}{2} \text{ zł.} \end{array}$$

Przestroga. Wszystkie zagadnienia reguły trzech prostéy, procentu i spółki, zacząwszy od tych, które w przydatku pierwszym Części I, iako : w ostatniéy podane były, trzeba powtórzyć i podług sposobów tu wyłuszczo-nych dopóty rozwiązać, dopóki nie nabędziemy nałogu rozwiązywania ich bez najmniejszego natężenia umysłu. Nie wielebyśmy pisać mogli, gdybyśmy byli przymuszeni, mając co pisać, zastanowić się, nad każdą głoską, zkąd ją zaiąć i gdzie ją skończyć. Nabywszy nałogu przez częste pisanie, ręka kręśli głoski, a umysł tylko myślami się trudni, nie zastanawiając się nad głoskami, iakie i iak ie pisać należy. Podobnież, iezeli nabędziemy takiego nałogu, że, ledwo usłyszawszy zagadnienie, ręka szybko ułoży liczby podług wzorów tu podanych, umysł wynaydzie liczby, przez które zmniejszyć inne się dadzą, będziemy mogli przestać i do następujących działań przystąpić i takąo robotę szypką a dokładną nazywamy praktyką.

2. Skrócenie reguły trzech odwrótnéy.

W téy regule dało się następujące prawidło: *Aby znaleźćsź liczbę żadaną, trzeba liczby założenia przez siebie pomnożyć a ten iloczyn przez liczbę pytania podzielić.*

Na fundamencie tego prawidła łatwo znajdziemy sposób skrócenia działań.

Pierwsze zagadnienie. 16 ludzi skończyło pewną robotę w 6 dniach, 8 ludzi w jakim czasie skończy tęż robotę?

Odpowiedź. Podług prawidła podanego wypadnie ten ułomek $\frac{16 \cdot 6}{8}$ czyli $2 \cdot 6 = 12$.

Dawszy ułomkowi położenie pionowe, będzie:

$$8. \left| \begin{array}{r} 16 \\ \cdot \\ 6 \end{array} \right.$$

Opuściwszy kropkę między czynnikami i liniykę między wyrazami ułomku, i napisawszy x na miejscu ilości niewiadoméy, będzie:

Dni x	16	Ludzi.
Ludzi 8	6	Dni.

Nakoniec podzieliwszy przez 8 dzielnik 8 i czynnik 16, i rozmnożywszy czynniki pozostałe, wypadnie

Dni x	2	16 Ludzi.
Ludzi 8	6	Dni.

12.

Uwaga. Z tego przykładu pokazuje się że po lewéj ręce trzeba pisać x na miejscu ilości niewiadoméy, pod niém liczbę pytania, po prawéj ręce liczby założenia, czyli krócéy, po lewéj ręce część pytania, po prawéj część założenia.

Z ułomkami i liczbami mieszanemi postąpilibyśmy sobie, iak się powiedziało, o skróceniach reguły trzech prostéy.

Przestroga. Wszystkie zagadnienia przydatku pierwszego Części I, tudzież Części IV. powtórzyć tu należy.

3. Skrócenie reguły trzech składanęy.

Powtórzmy tu zagadnienie iakie i znakami tylko mnożenie i dzielenie odprawmy.

Pierwsze zagadnienie. 12 robotników przez 3 tygodnie, 4 dni na tydzień a 8 godzin na dzień robiąc, ścięło drzewa w boru sążni 136; 32 robotników w 8 tygodniach, na tydzień po 6 dni a na dzień po 10 godzin robiąc, ile spuści drzewa?

Odpowiedź 1. Kiedy 12 robotników ścięło drzewa sążni 136, 32 zetnie $\frac{136 \cdot 32}{12}$.

2. Przez 3 tygodnie druga liczba robotników ścięła drzewa sążni $\frac{136 \cdot 32}{12}$; więc przez 8 tygodni spuści drzewa $\frac{136 \cdot 32 \cdot 8}{3 \cdot 12}$.

3. 4 dni na tydzień robiąc spuściła druga liczba robotników sążni $\frac{136 \cdot 32 \cdot 8}{3 \cdot 12}$, więc 6 dni na tydzień robiąc zetnie sążni $\frac{136 \cdot 32 \cdot 8 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 12}$.

4. 8 godzin na dzień robiąc ścięli robotnicy drudzy $\frac{136 \cdot 32 \cdot 8 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 12}$; więc 10 godzin na dzień robiąc zetną $\frac{136 \cdot 32 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 10}{8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 12} = 1813 \frac{1}{3}$ sążni.

Uwaga. Zastanawiając się nad tém zagadnieniem, widzimy, iż istotne warunki iego są, że 12 robotników ścięło sążni drzewa 136, 32 robotników ile sążni spuści? 136 jest drugą

liczbą założenia, którą wypada mnożyć przez liczbę pytania 32.

W ułamku powyższym widzimy liczbę drugą założenia pomnożoną przez liczbę pytania i następnie przez wszystkie liczby znaczące warunki przypadkowe a ściągające się do liczby pytania; ten zaś iloczyn, widzimy, iż jest dzielony przez pierwszą liczbę założenia, pomnożoną następnie przez wszystkie liczby oznaczające warunki przypadkowe a ściągające się do pierwszój liczby założenia, ztąd wyciągniemy następujące prawidło: *Zagadnienie reguły trzech składanój rozłożywszy na zagadnienie reguły trzech prostój zawieraiące warunki istotne, trzeba pomnożyć liczbę drugą założenia przez liczbę pytania pomnożoną przez liczby oznaczaiące warunki przypadkowe a do niój ściągaiące się, potóm ten iloczyn podzielić przez pierwszą liczbę założenia pomnożoną przez wszystkie liczby oznaczaiące warunki przypadkowe a do niój ściągaiące się.*

Uwaga 2. Ułomkowi $\frac{136. 32. 8. 6. 10}{8. 4. 3. 12}$

dawszy położenie pionowe, będzie:

	136
8	32
4	8
3	6
12	10.

Z tego układu liczb wnosimy, że, aby liczby zagadnienia reguły trzech składanój bez trudności ułożyć, trzeba naprzód szukać istotnych warunków jego, one ułożyć podług prawidła danego o skróceniu reguły trzech pro-

stéy, potém podpisać liczby oznaczające warunki przypadkowe; i tak warunki istotne są:

Sażni x	32 ludzi
Ludzi 12	136 sażni.

Maiąc ten układ podpisuję w prawym szeregu liczby warunków przypadkowych należące do 32, a w lewym liczby warunków przypadkowych należące do 12, mieć więc będą:

Sażni x	8	32 ludzi
Ludzi 12 3	34.	136. sażni.
Tyg. 3		8 tygodni.
Dni 4		2.0 dni.
Godzin 8		10 godzin.

Teraz przystępuję do zmniejszenia, zaczynając zawsze od lewego szeregu: 8 w obu dwu przekreślam. Przez 4 dzielę 4 i 32, przekreśliwszy 32 piszę obok iloraz 8. Potém przez 3, dzielę 3 i 6. Przekreśliwszy 6, piszę obok iloraz 2. Daléy przez 4 zmniejszam 12 i 136, ilorazy wypisuję po przekreśleniu.

Nakoniec ilorazy pozostałe prawego szeregu mnożę przez siebie, wypadnie iloczyn 5440, który dzielę przez 3 iloraz pozostały lewego szeregu, iloraz $181\frac{1}{3}$ iest liczbą, którą szukaliśmy.

Gdyby się trafiały ułamki, w tedy ułożywszy liczby iak się powiedziało, przenieslibyśmy mianowniki prawego szeregu do lewego i wzajemnie.

Gdyby zaś były liczby mieszane, obróciłibyśmy naprzód one na ułamki, potém zrobilibyśmy zamianę mianowników, a z resztą obchodzilibyśmy się, iak się powiedziało wyżej.

Przestroga. Wszystkie przykłady z przydatku i z téy części trzeba tu powtórzyć.

Skró.

Skrócenia reguły, trzech odwrotnéj składanéj.

Zagadnienie 1. 2 pługami można w 3 dniach 9 morgów roli zorać, robiąc na dzień godzin 8; za ile dni zorze się 120 morgów 8 pługami, robiąc na dzień godzin 12?

Odpowiedź. Rozumowaniem podobném temu, co w poprzedzającym oddziale wyłuszczyło się, doysść można łatwo następującego układu liczb:

Dni. x	10.	120	Mor.	Dni	x	3	Dni.
Pług. 8		2	Pług.	lub Pł.	8	2	Płu.
Godz. 12		8	God.	Godz.	12	8	god.
Mor. 93		3	dni	Mor:	9.	120	Mor.
		$6\frac{2}{3}$					
			dni.				

Zagadnienie 2. 8 robotnikom obiecano 624 złotych za robotę mającą być skończoną za 12 tygodni po 8 godzin robiąc; okoliczności przymuszaia gospodarza do przyspieszenia roboty, tym końcem przybięra jeszcze 12 robotników, obiecując im zapłacić 1560 złotych, za 9 godzin roboty na dzień; za ile tygodni tę robotę skończą, rachując na tydzień roboczy po 6 dni?

Odpowiedź.

Tygodni	x	39	78	1560	złotych
Robot:	20			8	Robot:
Godzin	9			48	Godzin.
Złot.	624	52	26	13	12 Tygodni.
				$10\frac{2}{3}$	Tygodni.

Zagadnienie 3. Rów długi na 240 stóp, szeroki na 12, głęboki na 7 wykopało 28 robotników w 4 tygodniach, robiąc na dzień po 8 godzin; tenże gospodarz chce kazać kopac

S

na inszém miejscu rów długi na 630 stóp, 15 szeroki i 9 głęboki, a za 12 tygodni ma być skończony; ilu potrzebować będzie robotników, którzyby 9 godzin na dzień robili?

Odpowiedź.	Robotn:	x	630 dł.
	Tygod.	12	15 szer.
	Godzin.	9	9 głęb.
Dług.	stóp.	240	28 Rob.
	Szer.	12	4 Tygod.
	Głęb.	7	8 God.
			<hr/>
			35 Rob.

Uwaga. Kiedy zagadnienia bardzo wiele liczb zamykają, można sobie następującym sposobem układ ich ułatwić.

Rob.	x	28	Rob.
Tyg.	12	4	Tyg.
God.	9	8	God.
Dłu.	240	630	Dług.
Szer.	12	15	Szer.
Głęb.	7	9	Głęb.
			<hr/>
			35 Robotn.

Dla wprawy zrobisz jeszcze następujące:

1. Jak wielki powinien być kapitał, od którego za 2 lata i $\frac{1}{4}$ wynieść ma prowi-
zya 729 zł. po 4%, kiedy 500 zł. 5% daie
za rok 25 zł?

Odpowiedź. 8100 złotych.

2. Ilu robotników spuści sążni drzewa
1813 $\frac{1}{3}$ za 8 tygodni, po 6 dni na tydzień i
po 10 godzin na dzień robiąc, kiedy 12 ro-
botników przez 3 tygodnie po 4 dni na tydzień
i na dzień po 8 godzin robiąc, spuściło drze-
wa sążni 136? Odpowiedź. 32 robotników.

3. W stodole długiéy na 81 stóp, 52 szerokiéy, a 30 stóp wysokiéy można pomieścić 180 fur zboża, myśli gospodarz nową sobie stodołę wystawić na 48 stóp szeroką, a 36 stóp wysoką, w którejby się 160 fur pomieścić mogło, iakże ma być długa?

Odpowiedź. 65 stóp.

5. *Skrócenie reguły łańcuchowéy.*

Powtórzmy tu zagadnienie téy reguły z przydatku Części I. mnożenie i dzielenie za pomocą tylko znaków odprawmy.

Zagadnienie 1. Pewna chłopka i t. d.

Odpowiedź 1. za 4 łokcie białéy wstążki daie kupcowa 8 czerwonéy, więc za 2 łokcie białéy wstążki da czerwonéy lokoi $\frac{8 \cdot 2}{4}$ czyli przy liczbach wypisuiąc ich znacze-

nie
czer. biał.

da $\frac{8 \cdot 2}{4}$ czerwonéy wstążki łokcie.

białéy.

2. Kiedy za 16 czerwonéy przeda 36 zielonéy, za $\frac{8 \cdot 2}{4}$ czerwonéy da zielonéy wstążki

czer. biał. ziel.

$\frac{8 \cdot 2 \cdot 36}{4 \cdot 16}$

biał. czer.

Daymy teraz temu ulómkowi pionowe położenie i zbliżmy iednonazwiskowe liczby, będzie :

		2 biał.
biał. 4		8 czer.
czer. 16		36 ziel.

Cena 4 kóp iay równa się cenie 2 łokci wstążki biały; będzie zatem

łokci wst. ziel. x	2	łok. biały.
łokci biały	4	8 czer.
czer.	17 42	9 36 zielonych.
		<hr/>
		9 łokci zielonéy.

Czytamy to następującym sposobem, ileż dostanie chłopka łokci wstążki zielonéy za 4 mendele iay czyli za 2 łokcie wstążki biały, kiedy za 4 łokcie biały daie kupcowa 8 czerwonéy, a za 16 czerwonéy 36 zielonéy?

Z tego przykładu pokazuię się, że nie ma nic łatwiejszego nad regułę łańcuchową. Po lewéy ręce mamy czynniki mianownika, po prawéy czynniki licznika. Zmniejszywszy je zaczynając od lewego szereg, pokaże się, że liczba 9 czyni zadosyc zagadnieniu.

Zagadnienie 2. Ile będzie kosztowała bela papieru, kiedy arkusz kosztuię 1 grosz?

Odpowiedź.

Ile czer. zł. x		1	bela.
Bela	1	10	Ryz.
Ryza	1	10	20 liber.
Libra	1	8	24 arkusze.
Założenie. Arkusz	1	1	grosz.
Groszy	30 3	1	złoty.
Złot.	18 9	1	czer. zł.
		<hr/>	
		8 8	czer. zł.

Choć sprawdzić takowe zagadnienia, zaczniemy od téj liczby, której szukaliśmy i wrócimy się do téj, która była założona *np.*

Po czemu trzeba będzie przedawać arkusz papieru, kiedy bela kosztuje $8\frac{8}{9}$ #?

Odpowiedź.

Ile groszy	x	1	Arkusz.
Arkusz:	24	1	Libra.
Liber	20	1	Byza.
Ryz	10	1	Bela.
Zał. Bela	1	$\frac{80}{9}$	#
#	1	18	zł.
Zł.	1	50.	

Mianownik 9 przeniósłszy do lewego szeregu, będzie:

x	1
24 0	1
20	1
10	1
1	0 80
1	1 18
1	
03	3 50.

1 grosz.

Przerobiwszy według prawideł wyżej podanych, wypada na końcu przez 6 dzielić 6, iloraz zatem i pokazuje, iż arkusz po 1 groszu przedać należy.

Zagadnienie 3. Zapłacił ktoś za 20 grzywien srebra $213\frac{1}{2}$ tal; po czemu wypada lót, rachując na grzywnę 16 łotów?

Odpowiedź.

Zł. x	1 łót.
łótów 16	1 grzywń.
Założenie. grzy. 20	213 $\frac{1}{3}$ tal.
Tal. 1	6. $\frac{1}{3}$

Obróciwszy 213 na ułómek i przeniósłszy mianownik do lewego szeregu, będzie:

x	1
164	1
20	16640
1	20
3	

Łót kosztuje . . 4 złote.

Zagadnienie 4. Ile trzeba zapłacić w Berlinie za funt pewnego towaru, kiedy centnar zawierający 110 funtów kosztuje 45 luidorów, a 100 talarów w luidorach czyni 112 w kurancie?

Odpowiedź.

Groszy x	1 ₰
₰ 110	1 Cent.
Założ. Centnar 1	45 tal. w luidorach.
tal. w Lui: 100	112 tal. w kurancie.
talar. 1	24 grosze.
275	3024

więc funt kosztuje 11 groszy.

5. Kiedy kto w Hamburgu za 300 grzywien bankowych płaci naszych talarów 152 $\frac{1}{2}$ w kurancie, ile wtedy waży grzywna Hamburgska w kurancie naszych pieniędzy, gdy 124 grzywien w kurancie czyni 100 grzywien bankowych?

Odpowiedź.

	Zł. x	1 grzy. w kurancie
Grzyw. w kur.	124	100 grzy. bankowych.
Grzy. Bankow.	300	152 $\frac{1}{2}$ talarów naszych.
Talar nasz	1	6 Złotych.
<hr/>		2 zł. 13 $\frac{49}{62}$ groszy pol.

6. Kiedy w Hamburgu 1 Hb pewnego towaru kosztuje 52 szyllingi Flamandzkie, za 24 Hb ile trzeba będzie zapłacić grzywien bankowych, kiedy na 100, 8 $\frac{2}{3}$ Rabatu (a) obiecia?

Odpowiedź.

Pyt. Grzy: x	24 Hb .
Założ. Hb 1	52 sz. Flam.
Szyl: Flam. 8	3 grzy. Bank.
Gr. Bank. 108 $\frac{2}{3}$	100 grzy. Ban.
<hr/>	
430 grzy. 10 szyl. 9 fen.	

7. Kupiec Gdański zakupuie w Londynie 2840 Hb po 2 szyl. sterling: i 9 denarów sterling: kupiec Londyński z Amszterdamu odbiera zapłatę po 37 $\frac{1}{2}$ szyllingów Flamandzkich za co kupiec Gdański 398 groszy płaci; ile kupiec Gdański za wszystko zapłaci?

(a). *Kiedy kto razem wiele bierze towaru, w tedy mu go kupcy dają tanię, iak w tym przykładzie za 108 $\frac{2}{3}$ grzywien bankowych zapłaci się tylko 100, i to się nazywa Rabat.*

• **Odpowiedź.**

Gdań. zł.	x	2840	Hb. Pytanie.
Hb	1	$2\frac{3}{4}$	szyllingów.
Szyl.	20	1	funt sterling.
funt ster.	1	$37\frac{1}{2}$	szyl. Flaman.
szyl. Flam.	20	6	zł. Hollender.
Zł. Hol.	6	398	Gr. Gdań.
Gr- Gdań.	30	1	Zł. Gdański.

Wypadnie przez 16 dzielić 155419. Zapłaci zatem zł. Gdańsk $9713\frac{11}{16}$ złotych?

Przestroga. Należy tu jeszcze powtórzyć zagadnienia z poprzedzającego rozdziału.

Przydatek o ułamkach ciągłych.

Wiemy, że dzieląc lub mnożąc wyrazy ułamku przez iakąkolwiek liczbę, ilorazu jego lub ważności nie odmieniamy; więc, jeśli licznik nie jest wspólnym dzielnikiem, dzieląc licznik przez siebie, wypadnie jedność, potem dzieląc mianownik przez tę samą liczbę, wypadnie całkowita, i zostanie jeszcze ułamek. Jeżeli toż samo z drugim zrobimy ułamkiem, będziemy mieli na nowo jedność podzieloną przez całkowitą i ułamek, i tak dalej. Niechby był ułamek $\frac{68}{47} = 1 + \frac{21}{47}$. Dzieląc licznik i mianownik przez 21, mieć będą $\frac{1}{2 + \frac{5}{21}}$.

Dzieląc znowu licznik i mianownik ułamku $\frac{5}{21}$ przez 5, wypadnie $\frac{1}{4 + \frac{1}{5}}$; więc pierwszy ułamek może być tak wyrażony:]

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}$$

Takie ułamki z sobą złączone nazywają się *ciągłymi*.

Każdy ułamek można na ciągłe ułamki rozebrać, i z ciągłych wrócić się do ułamka

danego; weźmy np. $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}$

Jdzie tu o to, żebyśmy znaleźli ułamek, z którego te ciągłe ułamki powstały.

Zacznijmy od $4 + \frac{1}{5}$.

Obróciwszy 4 na ułamek, będzie $\frac{21}{5}$; że zaś jedność była podzielona przez $4 + \frac{1}{5}$, a $4 + \frac{1}{5} = \frac{21}{5}$; więc i trzeba podzielić przez $\frac{21}{5}$ czyli pomnożyć przez $\frac{5}{21}$, wypadnie zatem $\frac{5}{21}$.

Do $\frac{5}{21}$ przybierzmy 2; więc mamy $5 + \frac{5}{21}$; obróciwszy 2 na ułamek i dodawszy, będziemy mieli $\frac{47}{21}$; przez $\frac{47}{21}$ trzeba podzielić 1, czyli i pomnożyć przez $\frac{21}{47}$, do tego dodawszy i będzie $\frac{68}{47}$, to jest ułamek dany.

Gdybyśmy, w ułamku danym $\frac{68}{47}$ podzieliwszy licznik i mianownik, byli tylko przestali na 1 z dzielenia wypadający, a ułamek $\frac{21}{47}$ zaniedbali; ważność znaleziona byłaby za małą.

Przybrawszy znowu ułómek z drugiego dzielenia wynikający, mielibyśmy ważność cokolwiek większą od ułómka danego.

Dodawszy znowu trzeci ułómek, mielibyśmy ułómek cokolwiek mniejszy od ułómka danego, i tak idzie zawsze na przemiany; łatwo tego doświadczyć można. Pożytek wielki ułómków ciągłych pokaże się z przykładu następującego.

Niechby był ułómek dany $\frac{100000000}{1111764706}$. Trzeba znaleźć ułómek wyrażający prawie to, co ułómek dany, a mniejsze daleko wyrazy mający.

Obróciwszy go na ułómki ciągłe; będzie

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{8 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2941176}}}}$$

Zaniedbawszy ułómek ostatni, i przerobimy tylko trzy pierwsze $\frac{1}{1 + \frac{1}{8 + \frac{1}{2}}}$; znaj-

dziemy ułómek $\frac{17}{19}$; który wziąć można za ułómek dany; bo różnica wynosi tylko $\frac{1}{2941176}$, co nic nie znaczy.

Tym sposobem trzeba jeszcze szukać ułómków, któreby prawie to wyrażały, co następujące :

$$1. \frac{1103}{887} \quad 2. \frac{31415926535}{10000000000} \quad \text{i t. d.}$$

Jeśli kto ochotę mieć będzie do wyższyć Algiebry, więcey się nauczy i bardzo pożytecznych i ciekawych nader rzeczy o ułómkach ciągłych.

R O Z D Z I A Ł. IX.

O monecie i iéy stopie.

Jest moneta wartości rzeczy, przedmiotem handlu będących, podług przepisu Rządu odpowiadająca. Jest także moneta, która tylko wyobraża cenę wszelakich rzeczy, iako i monety prawdziwéy. Taką są *Noty bankowe, Wexle, Bilety kassowe, Trezorszeiny*, i tak nazwane *papierowe pieniądze*. Nakoniec znajduje się także moneta, ułatwiająca tylko rachunki, i ani przez papier, ani przez inną rzecz nie wyobrażana; taką był w Rzymie dawnym *talent*, taką jest w Anglii *funt szterling*, *funt flamandzki* w Hollandyi, *funt bankowy* w Berlinie, a u nas *dukat*; bo rachujemy na dukaty a płacimy drobną monetą lub kurantem. Ostatni więc gatunek monety jest tylko umysłowy. Ułatwia rachunki przeto, iż prędzey sobie wystawić możemy wielość iaką kilka razy powtórzoną, niż iedności składające wielość tyle, co pierwéy, razy wzięte.

Moneta przedniejsza bywa bita ze złota lub srebra.

Wszelką bryłę czystego złota wystawiamy sobie podzieloną na 24 części równe-zwane *karatami*, karat zaś na 12 *ziarek* lub *granów*; każda zatem sztuka złota czystego zawiera *ziarek 288*.

Wszelką znowu bryłę srebra czystego wystawiamy sobie, podzieloną na 16 części równych zwanych *łótami*, *łót* zaś na 18 *ziarek*; każda zatem sztuka czystego srebra zawiera także 288 ziarek.

Moneta i wszelkie rzeczy ze złota lub srebra są zawsze mniéj lub więcéj zmieszane z podlejszym kruszcem, *np.* złoto ze srebrem lub miedzią, srebro z miedzią; podlejszy kruszec złączony z przedniejszym traci wtedy swą wartość, tak właśnie, iak woda, z piwem, lub wino podle z winem przedniém zmieszane żadnéj nie ma wartości.

Część złota lub srebra w jakiéj massie nazywa się *tytułem* massy, po niemiecku *Korn*. Ciężar zaś całéj massy zowie się *wagą*, po niemiecku *Schrot*.

Jeśli *np.* w massie iakiéj znajduie się 20 karatów czystego złota a 4 srebra lub miedzi; tytuł téj massy iest 20to karatowy, i t. d.

Jeśli w massie iakiéj srebra, iest 12 łótów srebra a 4 miedzi, tytuł srebra iest 12to-łótowy czyli 12téj próby.

Rząd tylko w każdym kraiu może postanowić; iaka ma byédź waga i tytuł pieniędzy.

Wagę i tytuł pieniędzy nazywamy *stopą* pieniędzy, rząd zatem sam ieden ma prawo stanowienia stopy monety.

Rozmaite okoliczności każą częstokroć stopę odmienić; tabliczka następująca pokazuje, iakiéj u nas odniany doznawała.

W niemczech i u nas wzięto grzywnę kołńską za wagę pieniędzy.

1. Od roku 1765, do roku 1787.

Bito 67 czer. zł. z grzywny kolońskiej z tytułem 23 karat: 7 granów.

Szły po 16 zł: $22\frac{1}{2}$ groszy polskich.

Z grzywny kolońskiej czystego srebra bito talarów nazwanych bitemi po 8 złotych.

	10
Półtalarów czyli złotych Ryńskich	20
Dwuzłotówek	40
Złotówek	80
Półzłotków po 15 groszy miedzianych	160
Srebrnych groszy po $7\frac{1}{2}$ gr. miedzianych.	320

2. Od roku 1787 do 1794.

Złoto iak wyżej.

Talarów bitych po 8 zł.	$10\frac{7}{16}$
Półtalarów albo złotych Ryńskich	$20\frac{7}{8}$
Dwuzłotówek	$41\frac{3}{4}$
Złotówek	$83\frac{1}{2}$
Dziesiątków po 10 groszy miedzianych	$250\frac{1}{2}$

3. Od roku 1794 do podziału, to iest, 1795.

Talarów po 6 zł.	$14\frac{1}{12}$
Dwuzłotówek	$42\frac{1}{4}$
Złotówek	$84\frac{1}{2}$
Dziesiątaków	$253\frac{1}{3}$
Trojaczków po 6 groszy	675.

Roku zaś 1810 wprowadzoną została dekretem Najjaśniejszego Pana Xiążęcia Warszawskiego. *Stopa Pruska*; wybiła się zatem z grzywny kolońskiej 84 złotych czyli 14 talarów.

Kurs monety za granicą.

1. Za 1 czerw. złoty daią w Amszterdamie mniéy lub więcéy 105 stywerów Hollenderskich w kurancie.
2. W Hamburgu za 1 czerwony złoty 6 grzywien bankowych.
3. W Londynie za $39\frac{1}{4}$ lub 40 zł. 1 funt sterling.
4. W Paryżu za 1 czerwony złoty 230 soldów czyli 115 decymów.
5. We Wiedniu za 1 czerwony złoty $4\frac{1}{2}$ Ryńskich w kurancie.

Wiedząc, ile wybiła się w jakim Narodzie monety z grzywny kolonńskiej, łatwo można pieniądze nasze z obcemi i wzajemnie, porównywać, cośmy już wyżej widzieli.

Tablica następująca zawiera gatunki monety srebrney miast celnieyszych Europy; oraz iéy wartość w naszey, rachując na 1 talar 6 złotych lub 24 srebrne grosze po 12 denarów.

I. TABLICA MONETY SREBRNEY MIAST

MONETA SREBRNA.

ALTONA.

Talary		Grzywny		Szelingi		Feningi	
Bite	Kur.	Bite	Kur.	Bite	Kur.	Bite	Kur.
1	$1\frac{1}{4}$	3	$3\frac{3}{4}$	48	60	576	720
	1	$2\frac{2}{5}$	3	$38\frac{2}{5}$	48	$460\frac{4}{5}$	576
		1	$1\frac{1}{4}$	16	20	192	240
			1	$12\frac{4}{5}$	16	$153\frac{3}{3}$	192
				1	$1\frac{1}{4}$	12	15
					1	$9\frac{1}{5}$	12
						1	$1\frac{1}{4}$

Wexel' iak w Hamburgu.

AMSZTERDAM.

Funt. Flam- mandzki	Hol. tal.	Hol. złó.	Szel. Flam	Hol. styw.	Gro. Flam	Hol. Fenin.
1	$2\frac{2}{5}$	6	20	120	240	1920
	1	$2\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{3}$	50	100	800
		1	$3\frac{1}{3}$	20	40	320
			1	6	12	96
				1	2	16
					1	8

CEL.

CELNIEYSZYCH EUROPY.

	1 grrywna ko- łońska nie mie- szana zamyka.	Wartość 1 sztuki w monecie Polskiej, to jest bitego talara. talary sr. gr. den.		
ALTONA.				
	9 $\frac{1}{4}$ bitych tala- rów.	1	12	4
	11 $\frac{9}{16}$ talarów w kurancie.	1	5	2 $\frac{3}{8}$
AMSZTE.				
	4 $\frac{4}{16}$ funtów fla- mandzkich.	3	10	8 $\frac{1}{2}$
	9 $\frac{3}{4}$ talarów Hol- lenderskich.	1	10	5 $\frac{1}{2}$
	24 $\frac{3}{8}$ złotych Hol- lenderskich.	—	13	9 $\frac{2}{5}$

T

MONETA SREBRNA

BERLIN.

Funt lub liwr Ban- kowy.	Tal. kur.	Grosze		Feningi.	
		Banko.	Kurant.	Banko.	Kurant.
1	$1\frac{5}{16}$	24	$31\frac{1}{2}$	288	578
	1	$18\frac{2}{7}$	24	$21\frac{3}{7}$	288
		1	$1\frac{5}{16}$	12	$15\frac{3}{4}$
			1	$9\frac{1}{7}$	12
				1	$1\frac{5}{16}$

CADIX.

1 Real de plata antiqua po 34 morawedis.

Elbląg iak w Królewcu.

GDANSK.

Talar.	Złote.	Grzyw.	Grosze.	Szelagi.	Feningi
1	3	$4\frac{1}{2}$	90	270	1620
	1	$1\frac{1}{2}$	30	90	540
		1	20	60	360
			1	3	18
				1	6

1 Grzywna kolońska nie mieszana na zamyka.	Wartość 1 sztuki w monecie Polsk.		
	Tal.	Sr. gr	Den.

BERLIN

10²/₃ Liwrów Ban-
kowych.
14 talarów.

1	7	6
1	"	"

CADIX

102 ⁴/₅

—	3	3 ¹ / ₂
---	---	-------------------------------

ELBLĄG

iak w Królewcu.

—	—	—
---	---	---

GDANSK

18²/₃ talarów Gdań-
skich.
56 złotych Gdań-
skich.

—	18	—
—	6	—

T 2

MONETA SREBRNA.

HAMBURG.

Talar Bank	Talar w kur.	Grzy. lubec.	Szyl. Flam	Szyl. lubec	grooty Flam.	Fenin. lubec.
1	$1\frac{1}{2}$	3	8	48	96	576
	1	2	$5\frac{1}{3}$	32	64	384
		1	$2\frac{2}{3}$	16	32	192
			1	6	12	72
				1	2	12
					1	6

HANNOWER.

1 Talar zamyka 36 Maryengroszy po 8 fenningów.

HIRSZBERG iak Wrocław.

KROLEWIEC.

Talar.	Pruskie Złote	Pruskie grosze.	Szelagi.	Pruskie feningi.
1	3	90	270	1620
	1	30	90	540
		1	3	18
			1	6

KONSTANTYNOPOL.

1 Piastr zamyka 100 Asprów

1 Grzywna Kolońska nie mieszana za- myka.	Wartość 1 sztuki w monecie Polskiej.		
	Talar	Sr. gr.	Den.
HAMBURG			
$9\frac{5}{24}$ talarów bankowych.	1	12	6
$11\frac{1}{3}$ talarów kurznt.	1	5	8
$27\frac{5}{8}$ grzywien bankowych.	—	12	2
34 grzywien w kurancie	—	9	$10\frac{2}{3}$
HANNOWER			
12 talarów — —	1	4	—
KROLEWIEC			
14 talarów iak w Berlinie	1	—	—
42 złotych — —	—	8	—
KONSTANTYNOPOL			
$26\frac{1}{2}$ Piastr: — —	—	12	8

M O N E T A.

K O P E N H A G A.

- 1 Bity talar zamyka 6 grzywien duńskich po
16 szelągów Duńskich — — — —
1 Talar kurant zamyka 4 grzywny Duńskie
-

L I P S K.

- 1 Kurant talar zamyka 24 srebrne grosze po
12 feningów — — — —
Talar bity zamyka $1\frac{1}{2}$ talarów w kurancie, a
zatém 32 grosze srebrne — —
-

Libawa iak w Rydze.

Lugdun iak w Paryżu.

L I S B O N A.

- 1 Kruzada 400 Reów — — —
-

L I W O R N O

- 1 Pezza zamyka 20 Soldów po 12 denarów lub.
1 Pezza 6 lirów po $1\frac{1}{2}$ Paoli.
-

L O N D Y N.

- 1 Funt sterling ma 20 szellingów sterling: po 12
feningów sterlingów — — —

1 Grzywna kolońska nie
mieszana zamyka.

Wartość 1 sztuki
w monecie Polsk.

Tal | sr. gr. | Den.

K O P E N H A G A

9 $\frac{1}{4}$ Talarów bitych	1	12	4
11 $\frac{1}{2}$ Talarów w kurancie	1	5	6 $\frac{3}{5}$

L I P S K

13 $\frac{1}{3}$ Talarów w kurancie	1	1	2 $\frac{2}{5}$
-------------------------------------	---	---	-----------------

L I S B O N A

21 $\frac{1}{5}$ Kruzad	—	—	—	15	10 $\frac{1}{2}$
8480 Reów	—	—	—		

L I W O R N O

10 $\frac{3}{4}$ Pezzów					
62 Liwrów	—	—	—	5	5

L O N D Y N

2 $\frac{1}{2}$ funtów sterlingów	6	14	1 $\frac{1}{2}$
42 $\frac{1}{2}$ szellingów sterlingów		7	10 $\frac{7}{8}$

M O N E T A.

L U B E K A.

- 1 Grzywna zamyka 16 szelingów po 12 fenin
gów Lubeckich — — —
1 Talar zamyka 3 grzywny — —
-

Lunenburg iak w Hanowerze

Madryt iak w Cadix — —

M E D Y O L A N.

- 1 Lira zamyka 20 Seldi po 12 denari
-

Marsylia iak w Paryżu — —

Moskwa iak w Petersburgu — —

M O N A C H I U M.

- 1 Ryński zamyka 60 graycarów po 4 feningi
1 Talar ma 90 graycarów
-

N E A P O L.

- 1 Dukat di regno zamyka 100 grano
-

Norymberga iak w Monachium.

P A R Y Ż.

- 1 Frank ma 10 decymów po 10 centymów.
dawniey 1 Liwr miał 20 soldów po 12 denarów

1 Grzywna kolońska nie mięszana zamyka.	Wartość 1 sztuki w monecie Polsk.		
	Tal.	sr. gr.	den.
L U B E K A			
34 grzywny — —	—	9	10 ⁸ / ₈
11 ¹ / ₃ — —	1	5	8
— — —	—	—	—
M E D Y O Ł A N			
47 ⁷ / ₁₆ Lirów — —	—	7	7
— — —	—	—	—
M O N A C H I U M (M U N I C H)			
16 talarów lub — —	—	21	—
24 Ryńskich — —	—	14	—
N E A P O L			
12, 328 — —	1	3	3
— — —	—	—	—
P A R Y Z			
51, 934 funtów — —	—	6	—
52, 884 Liwrów — —	—	6	—

MONETA SREBRNA

P E T E R S B U R G.

Rubel.	Grzyw.	Altyny	Kopiy.	Deniusz	Polusz.
1	10	33 $\frac{1}{3}$	100	200	400
	1	3 $\frac{1}{3}$	10	20	40
		1	3	6	12
			1	2	4
				1	2

Praga iak we Wiedniu — —

Ratysbona iak w Monachium — —

R Y G A.

Talar		Złote.	Grzywny.		Grosze.	
Alber-	Kuran	Alber-	Rygs.	Feldin.	Alber-	Kur.
towy		towe.				
1	1 $\frac{1}{3}$	3	15	40	90	120
	1	2 $\frac{1}{4}$	11 $\frac{1}{4}$	30	67 $\frac{1}{2}$	90
		1	5	13 $\frac{1}{3}$	30	40
			1	10	22 $\frac{1}{2}$	30
				1	6	8
					1	3

R Z Y M.

1 Scudo Romani ma 100 Bajocchi

1 Grzywna kolońska nie
mieszana zamyka.

Wartość 1 sztuki
w monecie Polsk.

Tal. | sr. gr. | Den.

PETERSBURG

15 Rubli — —

1 1

10 $\frac{1}{2}$

25 $\frac{3}{8}$ Banknotów — —

13

1 $\frac{1}{2}$

— — —
— — —

— —
— —

R Y G A

9 $\frac{3}{4}$ Albertowych talarów

1 11

—

12 $\frac{4}{5}$ talar w kurancie

1 2

5

R Z Y M.

9,524 Scudi

1 11

3 $\frac{1}{2}$

MONETA SREBRNA

R O S T O K

1 Talar zamyka 3 grzywny po 16 szelingów po
12 feningów

R O T T E R D A M

1 Złoty ma 20 stywerów po 16 fenningów
Sewilla iak w Cadix — —

S M I R N A

1 Piastr zamyka 40 Parów po 2 i 3 Aspry.
Szczecin iak w Pomeranii —

S Z T O K O L M.

Talar.	Złote Pomor.	Sundz.. grzyw.	Dobre grosze.	Szylingi	Fenin- gi.
1	2	6	24	48	576
	1	3	12	24	288
		1	4	8	96
			1	2	24
				1	12

S T R A L S U N D.

1 Talar zamyka 24 grosze lub 48 szyllingów
po 12 feningów — —

1 Grzywna kolońska nie
mięszana zamyka.

Wartość 1 Sztuki
w monecie Polsk.

Tal. | sr. gr. | den.

R O S T O K

11 $\frac{1}{2}$ talarów — —

1 5 8

R O T T E R D A M

24 $\frac{3}{8}$ Złotych —

— 13 9 $\frac{1}{2}$

S M I R N A

26 $\frac{1}{2}$ Piastrów —

— 12 8

S Z T O K O L M

9,093 talarów —

1 12 11 $\frac{1}{2}$

S T R A L S U N D

12 $\frac{4}{9}$ talarów —

1 3

MONETA SREBRNA

W E N E C Y A.

1 Lira zamyka 20 Soldi po 12 denari

W I E D E N.

Talar bity.	Reichs- talary	Ryńsk	Szelag	Cesar. grosze	Gray- cary.	Fen-
1	$1\frac{1}{2}$	2	16	40	120	480
	1	$1\frac{1}{2}$	12	30	90	360
		1	8	20	60	240
			1	$2\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	30
				1	3	12
					1	4

W R O C Ł A W.

Reichs- talary.	Śląskie talary.	ryńskie	Grosze Dobre	srebrne grosze.	Grayc.
1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	24	30	90
	1	$1\frac{1}{5}$	$19\frac{1}{5}$	24	72
		1	16	20	60
			1	$1\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{4}$
				1	3

W I R T E M B E R G.

- 1 Złoty zamyka 60 graycarów po 4 feningi
 1 Złoty zamyka także 28 szylingów po 6 feningów

1 Grzywna kolońska nie mieszana zamyka.	Wartość 1 sztuki w monecie Polsk.		
	Tal.	sr. gr.	Den.
W E N E C Y A			
64 $\frac{1}{15}$ Lirów — —	—	5	3
W I E D E N			
13 $\frac{1}{5}$ Reichstalarów	1	1	2 $\frac{12}{15}$
20 Ryńskich —	—	16	9 $\frac{14}{15}$
W R O C Ł A W			
14 Reichstalarów	1		
W I R T E M B E R G			
24 Złote —	—	14	

II. Tablica zawierająca niektóre gatunki mone-

Dukaty <i>Brabanckie</i>	Nieczysta lub lego- wana grzy- wna kolon- ska zamy- ka duka- tów sztuk.
Suweryny podwójne poiedyncze Dukaty	21 $\frac{1}{4}$ 42 $\frac{1}{2}$ 67 $\frac{5}{8}$
DUNSKIE	
Dukaty bite od roku 1671	67
Dukaty kurantowe od 1757 po 12 grzywien	75
Krystyandory od 1775	35
<i>Rzeszy Niemieckiej.</i>	
Dukaty podług stopy Rzeszy Z czystego złota	67
Karoliny	24
Maxdory	36
Pistole, iak Saskie Augustdory, Brunświckie Karldory, Pruskie Fry- drychsory, Hanowerskie Georgs- dory, Hessenkasselskie, Hildeshein- skie, Westfalskie dory	35
ANGIELSKIE	
Gwinei podwójne, poiedyncze i t. d.	83 $\frac{5}{8}$.
	FRAN-

ty złotéy narodów celniejszych Europy.

Waga w Es- sach Hol- lender- skich.	Tytuł w karatach	granach.	Czysta grzywna kolońska zamyka.
228,9	22	—	23,182
114,4	22	—	46,364
72	23	8	68,506
72,6	23	6	68,426
64,8	21	—	85,714
138,9	21	8	38,769
72,6	23	8	67,944
72,6	24	—	67
202 $\frac{2}{3}$	18 złota	6	31,135
135,1	3 srebra	8	
	18 złota	6	
	4 srebra	—	
138,9	21	9	38,621
58 $\frac{1}{2}$	22	—	91,227

U

1 Nieczy-
sta legowa-
na grzy-
wna koloń-
ska zamy-
ka duka-
tów sztuk

FRANCUZKIE

Nowe sztuki po 40 franków	18,26
Sztuki po 20 franków	36,52

HOLLENDERSKIE

Dukaty	23 $\frac{1}{2}$
--------	------------------

POLSKIE

Dukaty od 1766 do 1794	67
------------------------	----

MOSKIEWSKIE

Dukaty po 5 rubli od 1798	38,49
Imperyaly po 10 rubli	18

Waga w Es- sach Holen- derskich.	Tytuł Karaty	Grany.	Czysta grzywna kolońska zamyka.
266,4 135,2	21 21	$7\frac{1}{2}$ $7\frac{1}{6}$	20,287 41,575
207	22	—	25,636
72,6	23	7	68,184
126,4 270,2	23 22	8 —	39,01 19,77

U 2

III. Tablica zawierająca miarę łokci w liniach francuzkich, korcy w calach sześciennych francuzkich dawnéj miary i wag w hollenderskich essach, celniejszych miast Europy.

Nazwiska Miast	Łokcie w liniach francuzkich	korcy w ca- lach sześ- ciennych francuzkich	Wagi w Essach hollender- skich.
Amszterdam	306	6811	10280
Berlin	296	2741 $\frac{1}{2}$	9750
Braunszweig.	253	15650	9716
Dania	278,25	7013	10388
Drezno	250,6	5404	9716
Elbląg	254,8	146984	8842
Frankfurt nad Odrą	269	Łaszt 2741 $\frac{1}{2}$	9750
Frankfurt nad Menem	2559	3730 (Litr	8434
Francya Metr.	443,5959	50,4124992	kil. 20,853
Gdańsk	254,4	2452	9062
Hamburg	254	5312	10080
Kraków	373,5	gar. 161	8426
Królewiec	254,8	2673	9750
Konstantyno- pol	296,6	1770	13275
Londyn	301,9	5176	9062
Lipsk	250,6	5404	9716
Lubeka	255,8	1684	10059

Nazwiska Miast	Łokcie w liniach francuzkich	Korce w ca- lach sześć- ciennych francuzkich	Waga i Hb w Essach hollender- skich.
Memel	254,8	2440	8594
Moskwa	315,4	9658	8512
Narwa	265,2	8172	9738
Norymberga.	292,4	16336	10608
Petersburg	315,4	9658	8512
Ryga	243	3285	8701
Szczecin	296	2470	9750
Sztokolm	263,2	8310	żel: 7078
Warszawa	261,7	5931 $\frac{1}{2}$	8551
Wrocław	255,3	3730	8434
Wiedeń	344,5	3100	11656

K O N I E C

R E I E S T R

Rozdziałów i paragrafów w téy
Arytmetyce zawartych.

C Z E Ś C I.

	karta.
ROZDZIAŁ I. O Liczeniu -	1
ROZDZIAŁ II. O odliczeniu -	17
ROZDZIAŁ III. O liczeniu przed- szém czyli dodawaniu -	18
ROZDZIAŁ IV. O przedszém odli- czeniu czyli odeymowaniu -	27
Tablica odeymowania -	28
Sprawdzenie odeymowania	32
Przydatek do dwóch po- przednich rozdziałów	37
ROZDZIAŁ V. O przedszém doda- waniu czyli mnożeniu -	39
Tablica mnożenia z przykła- dami - - -	42
Przydatek do trzech rozdzia- łów poprzedzających	55
ROZDZIAŁ VI. O przedszém odey- mowaniu czyli dzieleniu -	56
Tablica dzielenia z przykładami	64

•	Przydatek I. do rozdziałów poprzedzających zawierają- cy łatwe zagadnienia regu- ły trzech prostéy, odwro- tnéy, procentu, spółki, reguły trzech składanéy, i reguły łańcuchowéy	79
§ I.	Pierwszy gatunek zagadnień reguły trzech prostéy -	79
	Drugi teyże gatunek -	80
	Trzeci gatunek reguły trzech prostéy - - -	81
§. II.	Pierwszy gatunek zagadnień reguły trzech odwrotnéy	82
	Drugi gatunek teyże -	83
	Trzeci gatunek oneyże -	84
§. III.	Zagadnienia reguły pro- centu - - -	84
§. IV.	Zagadnienia reguły spółki	88
§. V.	Zagadnienia reguły trzech składanéy - -	89
§. VI.	Zagadnienie reguły łańcu- chowéy - - -	91
	Przydatek 2 O liczbach Rzym- skich - - -	92
	Przydatek 3. O wynaydywaniu pola Prostokątów, kwadra- tów, i objętości rownole- głościánów - -	93
§. I.	Miary liniowe czyli proste	99

	karta
§. II. Miary kwadratowe -	99
§. III. O sześciątach i równoległościach - -	99

C Z Ę Ś Ć II.

Zawierająca działania z liczbami wielorakimi.

O wagach i miarach - -	103
§ I. Wagi - - -	105
§ II. Miary rzeczy sypnych	105
§ III. Miary ciał płynnych	106
§ IV. Moneta - - -	106
§ V. Miara roli - -	106
§ VI. Miara papieru -	106
ROZDZIAŁ I. Dodawanie liczb wielorakich - - -	107
ROZDZIAŁ II. O odeymowaniu liczb wielorakich - -	111
Przydatek o odeymowaniu liczb wyrażających podział czasu - - -	114
ROZDZIAŁ III. O mnożeniu liczb wielorakich - - -	117
ROZDZIAŁ IV. O dzieleniu liczb wielorakich - - -	119

C Z E Ś C III.

o Ułamkach.

Wstęp do rozdziałów następujących,	
Wnioski - - - -	122
O spólnym dzielniku -	133
ROZDZIAŁ I. O dodawaniu ułam-	
ków i liczb mieszanych -	140
Łatwiejszy a nowy sposób	
dodawania ułamków	145
ROZDZIAŁ II. O odejmowania u-	
łamków i liczb mieszanych -	151
ROZDZIAŁ III. O mnożeniu ułam-	
ków i liczb mieszanych -	155
ROZDZIAŁ IV. O dzieleniu ułam-	
ków i liczb mieszanych -	164
Przykłady, w które wchodzi	
4 działania z ułamkami	174
ROZDZIAŁ V. O ułamkach dzie-	
siątnych.. Wstęp. . - -	176
§. I. Dodawanie ułamków dzie-	
siątnych - - -	182
§. II. Odejmowanie ułamków	
dziesiątnych - -	183
§ III. Mnożenie ułamków dzie-	
siątnych - - -	185
§ IV. Dzielenie ułamków dzie-	
siątnych - - -	188
§ V. Wykład miar dziesiątnych	193

§ VI.	Miary liniowe z metra , <i>Miryametr, kilometr, Hektometr, Dekametr, decimetr, centimetr, millimetr</i>	194
§ VII.	Miary kwadratowe z Ar, <i>Miryar, kiliar, Hektar, dekar, deciar, centiar, milliar.</i>	194
§ VIII.	Miary objętość wyrażające z <i>Litr, Miryalitr, kilolitr, hektolitr, dekalitr, decilitr, centilitr, millilitr</i>	195
§ IX.	Wagi z Gramma, <i>Miryagram, kilogram, Hektogram, dekagram, decigram, centigram, miligram</i>	196
§ X.	Pieniądze i ich gatunek	196
§ XI.	Miara drzewa na opał, zwana <i>Ster</i>	196
§ XII.	Działania Arytmetyczne z temi gatunkami miar, i wag i t. d.	196
Tablica I.	Zamiana stop Paryskich, calów, liniy na metry, i ich dziesiętne części	200
Tablica II.	Zamiana Metrów na stopy, cale, liniie	202
Tablica III.	Zamiana decymetrów, cen-	

timetrów, millimetrów, na stopy,
cale, liuie - - - - 203

C Z Ę Ś Ć IV.

Zawierająca przystosowanie prawideł wy-
łuszczonych w 3ch pierwszych częściach do
rozwiązania zagadnień reguły trzech pro-
stéy, odwrotnéy składanéy, reguły procentu,
spółki i łańcuchowéy.

ROZDZIAŁ I. O regule trzech pro-
stéy. Wstęp - - - - 203

Tabella różnych wag, miar, pieniędzy
w miastach handlowych Eu-
ropejskich używanych roz-
wiązująca zagadnienia po-
dane - - - - 213

ROZDZIAŁ II. O regule trzech od-
wrotnéy - - - - 221

ROZDZIAŁ III. O regule procen-
tu i odtrącania onego. — Przy-
kłady. - - - - 228

ROZDZIAŁ IV. O regule spółki 232

ROZDZIAŁ V. Przystosowanie re-
guły trzech do zamian pieniędzy 235

Tabella wartości czerw. zł. w frankach
francuzkich - - - - 237

Przydatek o bankach - - - - 241

Tablelle zawierające bieg pieniędzy
Bankowych miast znaczniejszych
handlownych - - - - 242

Przystosowanie reguły trzech odwrotnéy do miar i wag w tychże miastach - - - -	247
§ I. Zamiana miar francuzkich na Warszawskie -	249
§ II. Zamiana wag różnych	250
§ III. Zamiana korcy. i łokci	251
ROZDZIAŁ VI. O regule trzech składanéy - - - -	252
ROZDZIAŁ VII. O regule łańcuchowéy - - - -	258
ROZDZIAŁ VIII. O skróceniach działań w części IV. zawartych— a naprzód w regule trzech prostéy	264
Toż w regule trzech odwrotnéy	268
W regule trzech składanéy	270
W regule trzech odwrotnéy składanéy - - -	273
W regule łańcuchowéy -	275
PRZYDATEK o Ułomkach ciągłych	281
ROZDZIAŁ IX. O monecie i iéy stopie - - - -	284
Jle w Polsce bito pieniędzy z grzywny kolońskiéy złota lub srebra - - -	286
Kurs monety za granicą	287
Tablica I. Monety srebrnéy miast celniejszych Europy - - -	289
Tablica II. Obok pierwszéy wyrażająca ilość monety z grzywnéy kolońskiéy srebra - - -	290

Tablica zawierająca niektóre gatunki monety złoty narodów celniejszych Europy - - -	304.
Tablica obok poprzedzającej wyrażająca wagę złota w Essach hollenderskich—Tytuł w karatach, granach	306
Tablica miar łokci w liniach francuzkich, korcy w calach sześciennych fran. dawnych, tudzież wag w hollenderskich Essach, celniejszych miast Europy - - -	309



