B.Atamaniuk, K.Żuchowski

TŁUMIENIE FAL AKUSTYCZNYCH W NIEMAGNETYCZNEJ PLAZMIE PYŁOWEJ

1/2003

WARSZAWA 2003

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 21 lutego 2003 r.

Recenzent - Doc.dr hab.inż.Andrzej Turski

IPPT PAN

Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark. wyd.0,75 Ark. druk. 1,00
Oddano do drukarni w marcu 2003 r.

ATOS - Poligrafia-Reklama, W-wa, ul. Jana Kazimierza 35/37

Barbara Atamaniuk i Krzysztof Żuchowski
Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych

TŁUMIENIE FAL AKUSTYCZNYCH W NIEMAGNETYCZNEJ PLAZMIE PYŁOWEJ

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono dwa szczególne przypadki tłumienia fal akustycznych w plazmie pyłowej. W pierwszym przypadku rozpatrujemy bezzderzeniową, pozbawioną elektronów plazmę pyłową . Zimne i gorące jony są opisane przez bezzderzeniowe równanie Własowa. Natomiast ciężki pył jest opisany przez równania płynowe, nie rozpatrujemy w tych równaniach efektów dysypatywnych. Odpowiednia normalizacja wielkości występujących w układzie równań opisującym łącznie jony i pył narzuca sposób wyboru małego parametru rozwinięcie. Ograniczając się do drugiego rzędu względem tego parametru, otrzymujemy równania Kortewega-de Vriesa z członem nielokalnym. Ten człon nielokalny, odpowiedzialny jest za tłumienie nieliniowej fali akustycznej na jonach (tłumienie Landaua na jonach). Znaleziona warunek, zależny od parametrów plazmy pyłowej, kiedy może on być istotny. Pokazano, że jest on łatwiejszy do spełnienia w obszarze długofalowym.
W drugiej części pracy zajmowano się tłumieniem fali pyłowo-jonowo –akustycznej (DIAW) rozchodzącej się w nieidealnej plazmie pyłowej (uwzględnia się fluktuacje ładunku elektrycznego na ziarnach pyłu), w której temperatura elektronów jest dużo wyższa od temperatury jonów. Opis jest płynowy. W stosunku do plazmy pyłowej idealnej, gdzie ładunek ziaren pyłu jest stały, występuje niejednorodność w równaniu ciągłości dla elektronów. Nie zakłada się wymiany ładunku elektrycznego pomiędzy ujemnie naładowanymi ziarnami pyłu a dodatnimi jonami. Do analizy zagadnienia zastosowano „metody liniowej odpowiedzi układu na zaburzenie zewnętrzne". zakładając, że współczynniki fenomenologiczne określające fluktuacje ładunku elektrycznego ziaren pyłu są małe pokazano,żę efektywnie tłumienie fali pyłowo-jonowo-akustycznej (DIAW), w opisanej wyżej plazmie pyłowej, zależy tylko od jednego fenomenologicznego współczynnika. W granicy długofalowej ten współczynnik sam określa tłumienie powyższej fali.

1. WSTĘP

Pył jest powszechnie występującym składnikiem materii we wszechświecie. Gazowa składowa materii jest często zjonizowana (przynajmniej częściowo) i pył koegzystuje z plazmą i formuje plazmę pyłową, gdy gęstość ziaren pyłu ma dostatecznie dużą wielkość. Plazma pyłowa została zidentyfikowana w dolnych obszarach jonosfery Ziemi, w atmosferach (magnetosferach) planet, w strefach asteroidów i mgławic oraz ogonach komet. Plazma zawierająca ziarna pyłu jest nie tylko interesująca z punktu widzenia badań przestrzeni kosmicznej [1], ale występuje także w badaniach laboratoryjnych i praktyce przemysłowej [2]. W tym ostatnim przypadku plazma pyłowa występuje między innymi przy produkcji urządzeń mikroelektronicznych.

Ziarna pyłu występujące w przestrzeni kosmicznej są zazwyczaj naładowane elektrycznie ujemnie. Czasem mogą być jednak naładowane również dodatnio, gdyż na ich ładunek wpływa kilka niezależnych czynników np. absorpcja naładowanych cząstek, fotojonizacja. Takie przypadki mają często miejsce w urządzeniach techniki termojądrowej, gdzie zanieczyszczenia (odpady) grają rolę pyłu. Ziarna pyłu, których rozmiary i masy mogą być dosyć zróżnicowane, są konglomeratami elektronów, jonów i cząstek neutralnych. Liczba ładunkowa ziaren pyłu Z_d przybiera wartości w przedziale $10^4 - 10^6$, zaś masy ziaren m_d mogą być rzędu 10^6 masy protonu lub nawet większe. Ponadto ziarna pyłu mogą zmieniać swoje parametry w czasie, zazwyczaj liczbę ładunkową Z_d. Polega to na ogół na absorpcji lub oddawaniu elektronów przez ziarna pyłu.

Dynamika ziarna pyłu (wszystkich cząstek naładowanych) zależy od stosunku jego ładunku do masy: eZ_d / m_d, gdzie e jest bezwzględną wartością ładunku elementarnego [3],[4]. Dla ziaren pyłu ten stosunek jest dużo mniejszy niż dla plazmy z ujemnymi jonami. Drugą istotną różnicą pomiędzy plazmą pyłową a plazmą z ujemnymi jonami jest możliwość fluktuacji w czasie liczby ładunkowej ziaren pyłu. Z tego względu prace teoretyczne dotyczące ujemnych jonów nie mogą być bezpośrednio wykorzystane nawet dla takiej plazmy pyłowej, w której zakłada się, że wszystkie ziarna pyłu są jednakowe i nie ulegają zmianom w czasie.

Nawet przy tak upraszczających założeniach, że wszystkie ziarna pyłu mają jednakowe masy i ładunki elektryczne nie zmieniające się w czasie, może wystąpić tłumienie fal akustycznych w plazmie pyłowej pomimo braku zderzeń binarnych pomiędzy cząstkami plazmy. Efekt ten można zilustrować w egzotycznej plazmie pyłowej, która składa się jedynie z dodatnich jonów i ujemnie naładowanych ziaren pyłu. W klasycznej plazmie elektronowo-jonowej może wystąpić bezzderzeniowe tłumienie fali elektrostatycznej (fali Langmuira) na elektronach, które jest opisane przez zlinearyzowane kinetyczne równanie Własowa i równanie Poissona [3],[4]. Efekt ten nosi nazwę tłumienia Landaua. Także liniowa fala jonowo-akustyczna (uzyskana na podstawie zlinearyzowanych kinetycznych równań Własowa i równania Poissona jest także tłumiona, mimo braku zderzeń binarnych, ale tym razem na jonach. Stąd mamy tłumienie Landaua na jonach. Natomiast nieliniowa fala jonowo-akustyczna, może być, w pewnych warunkach, bezzderzeniowo tłumiona na elektronach, co pokazano w [5],[6] oraz także wykazano możliwość tłumienia bezzderzeniowego nieliniowej fali jonowo-akustycznej przy obecności dwu populacji elektronów o różnych temperaturach [7]. Tak więc występuje tłumienie Landaua nieliniowych fal jonowo-akustycznych na elektronach.

W naszym opracowaniu pokazaliśmy, że możliwe jest bezzderzeniowe tłumienie na jonach (tłumienie Landaua na jonach) słabej nieliniowej, pyłowo-akustycznej fali, występującej w egzotycznej plazmie pyłowej, która nie zawiera elektronów, ale posiada dwie populacje jonów o różnych temperaturach [8].

Omówione wyżej przypadki tłumienia fal akustycznych zachodzą w przypadku idealnej plazmy pyłowej, gdzie wszystkie ziarna pyłu mają jednakowe ładunki q_d i jednakowe masy m_d, które ponadto nie ulegają zmianie w czasie.

W przypadku nieidealnej plazmy pyłowej dopuszczamy możliwość wystąpienia niewielkich fluktuacji w czasie ładunku elektrycznego ziarna pyłu. Gdy taka nieidealna plazma pyłowa nie zawiera strumieni cząstek, wtedy te niewielkie fluktuacje ładunku elektrycznego ziarna pyłu nie wpływają na liniowy związek dyspersyjny fali pyłowo-akustycznej DAW (to jest na zależność częstości ω fali pyłowo-akustycznej od wektora falowego k), natomiast określają jej tłumienie. W przypadku występowania strumieni cząstek w plazmie pyłowej niewielkie fluktuacje ładunku ziarna pyłu także nie modyfikują liniowej zależności dyspersyjnej, natomiast może wystąpić niestabilność, której obecność podważa poprawność liniowego opisu takiej fali akustycznej w plazmie pyłowej.

Jeżeli fluktuacje ładunku ziaren pyłu są niewielkie, to posługując się 'teorią liniowej reakcji na zaburzenie zewnętrzne' można wyznaczyć tłumienie fal akustycznych dla nieidealnej plazmy pyłowej w oparciu o zależności dyspersyjne dla fal akustycznych w idealnej plazmie pyłowej.

W pracy rozważamy przypadek bez zewnętrznego stałego pola magnetycznego, więc zagadnienie jest istotnie jednowymiarowe przestrzennie i samouzgodnione pole elektryczne $E(t,x)$ reprezentowane jest za pomocą potencjału elektrycznego $\phi(t,x)$

$$E(t,x) = -\partial_x \phi(t,x)$$

Zakładamy również, że temperatura lżejszych składników jest dużo większa niż cięższych, co oznacza, że temperatura elektronów jest dużo większa niż temperatura jonów zaś temperatura jonów jest dużo większa niż temperatura pyłu. Jest to (z pewnymi wyjątkami) cecha zaburzeń akustycznych w plazmie.

2. TŁUMIENIE FAL AKUSTYCZNYCH W IDEALNEJ PLAZMIE PYŁOWEJ

Aby wykazać możliwość wystąpienia tłumienia, w pewnych warunkach, fal akustycznych dla bezzderzeniowej idealnej plazmy pyłowej ograniczymy się do egzotycznej plazmy pyłowej w której występują tylko jony dodatnie i ujemnie naładowane ziarna pyłu. Dynamikę j-tego składnika plazmy pyłowej określa stosunek ładunku elektrycznego do masy dla cząstki j-tego składnika plazmy pyłowej: $q_j Z_j / m_j$ - gdzie q_j, Z_j i m_j oznaczają odpowiednio ładunek, liczbę ładunkową i masę dla j-tego składnika plazmy pyłowej. Zimny pył można opisać równaniami płynowymi (2.1) oraz (2.2) :

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_d u_d) = 0, \tag{2.1}$$

$$\frac{m_d}{Z_d}\left(\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x}\right) = e\frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{2.2}$$

W powyższych wzorach n_d, u_d, m_d, Z_d, e i ϕ oznaczają odpowiednio : liczbę gęstości ziaren pyłu, prędkość płynową ziaren, masę ziarna, liczbę ładunkową ziarna, dodatni ładunek elementarny i potencjał pola elektrycznego.

Natomiast zimne i gorące jony, dla których przyjmujemy $Z_i = 1$, opisujemy bezzderzeniowymi równaniami Własowa:

(2.3) $$\frac{\partial f_j}{\partial t}+v\frac{\partial f_j}{\partial x}-\frac{e}{m_i}\frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{\partial f_j}{\partial v}=0,$$

gdzie indeks j w funkcji rozkładu prędkości jonów oznacza c lub h (zimne lub gorące jony), zaś m_i -jest masą jonów zarówno zimnych jak i gorących.
Całkowita gęstość jonów dana jest przez równanie:

(2.4) $$n_i=\int_{-\infty}^{\infty}(f_c+f_h)dv=n_{ic}+n_{ih},$$

gdzie f_c i f_h są odpowiednio rozkładami prędkości zimnych i gorących jonów, zaś n_{ic} oraz n_{ih} są odpowiednio liczbowymi gęstościami zimnych i gorących jonów. Do powyższych równań dołączone jest równanie Poissona :

(2.5) $$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}=\frac{e}{\varepsilon_0}(Z_d n_d-n_i),$$

gdzie ε_0 -oznacza przenikalność dielektryczną próżni.
Zakładamy globalną kwazineutralność plazmy pyłowej w stanie równowagi, tzn.:

(2.6) $$Z_d n_{d0}=n_{i0}^c+n_{i0}^h=n_{i0},$$

gdzie $n_{d0}, n_{i0}^c, n_{i0}^h$ oraz n_{i0} oznaczają odpowiednio: gęstość liczbową ziaren pyłu w stanie równowagi, gęstości liczbowe zimnych i gorących jonów wstanie równowagi oraz całkowitą gęstość liczbową jonów wstanie równowagi.
W naszych rozważaniach ograniczamy się do badania plazmy pyłowej słabo sprzężonej, to znaczy takiej, w której stosunek energii potencjalnej cząstek do ich energii kinetycznej jest mały. Warunek ten jest równoważny stwierdzeniu, że mamy dużo cząstek (lub w przypadku pyłu cząsteczek) plazmy w sferze Debyea, o promieniu λ_{Dj}, odpowiadającej j-temu składnikowi plazmy pyłowej. Oznacza to, że w skali obszarów plazmy porównywalnych ze sferą Debyea mamy tylko niewielkie odchylenie od warunku równowagi (2.6).
W celu znalezienia nieliniowego równania dla fal normalizujemy odpo wiednie wielkości występujące w równaniach (2.1)-(2.6), tak by w nowych zmiennych występowały wielkości bezwymiarowe, dokonując jednocześnie transformacji zmiennych zależnych: $Z_d n_d=n, \phi=-\phi'$ oraz $m_d/Z_d=m$ tak jak w [8]. Gęstość liczbową pyłu n_d normalizujemy do jej wartości równowagowej $n_{d0}=n_{i0}/Z_d$, potencjał pola elektrycznego ϕ normalizujemy do $k_B T_{ic}/e$, gdzie k_B -oznacza stałą Boltzmanna, zaś T_{ic} -temperaturę zimnych jonów, długość normalizujemy do L -skali charakteryzującej długość fali rozpatrywanego zaburzenia. Ponadto prędkość płynową ziarna pyłu u_d normalizujemy do $a_0=(k_B T_{ic}/m_i)^{1/2}$, prędkość jonów normalizujemy do prędkości termicznej jonów $a_i=(k_B T_{ic}/m_i)^{1/2}$, czas normalizujemy do L/a_0 oraz funkcje rozkładu prędkości dla jonów normalizujemy do n_{i0}.

Po wykonaniu wspomnianej wyżej operacji otrzymujemy nowy układ w zmiennych bezwymiarowych:

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(nu_d)=0, \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t}+u_d\frac{\partial u_d}{\partial x}=-\frac{\partial \phi'}{\partial x}, \tag{2.8}$$

$$\left(\frac{m_i}{m}\right)^{1/2}\frac{\partial f_j}{\partial t}+v\frac{\partial f_j}{\partial x}+\frac{\partial \phi'}{\partial x}\frac{\partial f_j}{\partial v}=0, \tag{2.9}$$

$$\frac{\lambda_D^2}{L^2}\frac{\partial^2 \phi'}{\partial x^2}=n_i-n, \tag{2.10}$$

gdzie $\lambda_D=\left(\varepsilon_0 k_B T_{ic}/n_{d0}Z_d e^2\right)^{1/2}$ -jest długością Debyea, która jest definiowana poprzez temperaturę zimnych jonów T_{ic}. Wzór (2.9) dla $j=c$ przedstawia równanie Własowa zimnych jonów, zaś gdy $j=h$ równanie Własowa dla gorących jonów. Następnie postępując podobnie jak w [7] transformujemy układ współrzędnych do układu poruszającego się, przy jednoczesnej zmianie skali czasu:

$$\xi=x-\frac{a_{s0}}{a_0}t\ , \qquad \tau=\varepsilon t, \tag{2.11}$$

gdzie a_{s0} jest prędkością pyłowo-akustyczną dla przypadku występowania populacji jonów zimnych i gorących , uwzględniając wcześniejszą normalizacje ta transformacja jest przejściem do układu poruszającego się z prędkością fazową fali pyłowo-akustyczną, w tym przypadku zmodyfikowaną występowaniem gorących jonów :

$$a_{s0}=\left(\frac{k_B T_{ic} Z_d}{m_d}\,\frac{1+\dfrac{n_{i0}^h}{n_{i0}^c}}{1+\dfrac{T_{ic}}{T_{ih}}\dfrac{n_{i0}^h}{n_{i0}^c}}\right)^{1/2}, \tag{2.12}$$

gdzie T_{ih} -jest temperaturą gorących jonów, zaś ε -oznacza mały parametr powiązany z wielkościami występującymi w naszym zagadnieniu :

$$\left(\frac{m_i}{m}\right)^{1/2}=Z_d^{1/2}\left(\frac{m_i}{m_d}\right)^{1/2}=\alpha_1\varepsilon \tag{2.13}$$

oraz

$$\frac{\lambda_D^2}{r^2}=\alpha_2\varepsilon, \tag{2.14}$$

które podobnie jak w [8] wprowadziliśmy za [5],[7] ,gdzie rozpatrywano podobne zagadnienie, ale dla klasycznej plazmy elektronowo-jonowej.
Wyrażenia: $(m_i/m)^{1/2} = Z_d^{1/2}(m_i/m_d)^{1/2}$ oraz λ_D^2/L^2 są miarami odpowiednio: tłumienia Landaua oraz efektu dyspersji.
Wielkości fizyczne występujące w układzie (2.7)-(2.10) rozwijamy w szereg względem małego parametru ε

$$n = 1 + \varepsilon n^{(1)} + \varepsilon^2 n^{(2)} + \varepsilon^3 n^{(3)} + \cdots, \tag{2.15}$$

analogicznie postępujemy z pozostałymi wielkościami: $u_d, \phi', n_{ic}, n_{ih}, f_{ic}$ oraz f_{ih}.
Dla u_d oraz ϕ' zerowe wyrazy rozwinięcia względem ε są równe zeru, natomiast dla n_{ic}, n_{ih}, f_{ic} oraz f_{ih} mamy odpowiednio zerowe wyrazy rozwinięcia: $\frac{n_{i0}^c}{n_{d0}Z_d}, \frac{n_{i0}^h}{n_{d0}Z_d}, f_{ic}^{(0)}$ oraz $f_{ih}^{(0)}$, gdzie:

$$f_{ic}^{(0)} = \frac{n_{i0}^c}{n_{d0}Z_d}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{v^2}{2}\right), \tag{2.16}$$

$$f_{ih}^{(0)} = \frac{n_{i0}^h}{n_{d0}Z_d}\sqrt{\frac{T_{ic}}{2\pi T_{ih}}}\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{T_{ic}}{T_{ih}}v^2\right). \tag{2.17}$$

Z wzorów (2.16) i (2.17) widać, że rozkłady prędkości dla jonów są wybrane w postaci rozkładów Maxwella.
Podstawiając do (2.7)-(2.10) rozwinięcia zmiennych zależnych analogicznie jak w (2.15), wraz ze wzorami (2.16)-(2.17) uwzględniając przy tym (2.6) oraz transformacje (2.11) otrzymujemy związki wynikające z pierwszego przybliżenia (względem ε):

$$u_d^{(1)} = \frac{a_0}{a_{s0}}\phi'^{(1)}, \tag{2.18}$$

$$n^{(1)} = \frac{a_0^2}{a_{s0}}\phi'^{(1)}, \tag{2.19}$$

$$n^{(1)} - n_i^{(1)} = 0, \tag{2.20}$$

$$f_{ic}^{(1)} = f_{ic}^{(0)}\phi'^{(1)}, \tag{2.21}$$

$$u_d^{(1)} = \frac{a_0}{a_{s0}}\phi'^{(1)}. \tag{2.22}$$

Aby otrzymać równanie pierwszego rzędu, np. $n^{(1)}$ trzeba korzystać z rozwinięć do drugiego rzędu. Posługując się metodą zaproponowaną w [5] otrzymaliśmy równanie

Kortewega-deVriesa z członem nielokalnym na liczbę gęstości jonów w pierwszym rzędzie względem małego parametru ε :

(2.23) $$\frac{\partial n^{(1)}}{\partial \tau}+an^{(1)}\frac{\partial n^{(1)}}{\partial \xi}+\alpha_1 bP\int\frac{\partial n^{(1)}}{\partial \xi'}\frac{d\xi'}{\xi-\xi'}+\alpha_2 c\frac{\partial^3 n^{(1)}}{\partial \xi^3}=0,$$

gdzie:

(2.24) $$a=\frac{1}{2}\frac{a_{s0}}{a_0}\left[3-\frac{n_{i0}\left(\frac{n_{i0}^c}{T_{ic}^2}+\frac{n_{i0}^h}{T_{ih}^2}\right)}{\left(\frac{n_{i0}^c}{T_{ic}}+\frac{n_{i0}^h}{T_{ih}}\right)^2}\right],$$

(2.25) $$b=\frac{1}{2}\frac{a_{s0}^4}{a_0^4}\frac{n_{i0}^c}{n_{i0}}\left[1+\frac{n_{i0}^h}{n_{i0}^c}\left(\frac{T_{ic}}{T_{ih}}\right)^{3/2}\right]$$

(2.26) $$c=\frac{1}{2}\frac{a_{s0}^3}{a_0^3}.$$

We wzorze (2.23) P -oznacza wartość główną całki w sensie Cauchy.
Jeżeli $\alpha_1 << 1$ zaś $\alpha_2 \approx O(1)$, wtedy

(2.27) $$1 >> \lambda_D^2/L^2 >> \left(\frac{Z_D m_i}{m_d}\right)^{1/2}$$

i można zaniedbać nielokalny człon w równaniu (2.23), który uwzględniał tłumienie Landaua na jonach (*Tłumieniem Landaua na jonach (elektronach)*– w skrócie - ***tłumienie na jonach (elektronach)***-*będziemy nazywać tłumienie fali o prędkości fazowej bliskiej prędkości termicznej jonów (elektronów) zwane tłumieniem Landaua, które występuje na skutek oddziaływania fali z jonami (elektronami)*), zaś równanie (2.23) przechodzi w równanie Kortewega-de Vriesa, które nie uwzględnia dyssypacji energii.
Natomiast w przypadku gdy spełniony jest warunek:

(2.28) $$\lambda_D^2/L^2 \approx (Z_d m_i/m_d)^{1/2},$$

tłumienie Landaua fali pyłowo-akustycznej na jonach jest ważne ponieważ nie można zaniedbać nielokalnego członu w równaniu (2.23
Warunek (2.28) pokazuje, że tłumienie Landaua fal pyłowo-akustycznych jest możliwe jedynie w obszarze długofalowym widma.

3. TŁUMIENIE FAL AKUSTYCZNYCH W NIEIDEALNEJ PLAZMIE PYŁOWEJ

Nieidealność plazmy pyłowej rozumiemy w tym opracowaniu jako możliwość zmiany ładunku ziarna pyłu q_d, przy jednoczesnej możliwości zmiany gęstości liczbowej elektronów n_e. Zagadnienie fluktuacji ładunku elektrycznego na ziarnach pyłu w plazmie pyłowej omówione zostało w [9].

Pokażemy w tej części pracy, że opis płynowy takiej plazmy pyłowej daje możliwości uwzględnienia wpływu jej nieidealności na tłumienie fal akustycznych. W odróżnieniu od opisu kinetycznego można w jego ramach wprowadzać współczynniki fenomenologiczne do równań plazmy pyłowej. Te współczynniki mogą być wykorzystywane np. do opisu źródeł cząstek lub zderzeń pomiędzy różnymi składnikami plazmy pyłowej.

Zakładamy, że wszystkie ziarna pyłu mają jednakową masę i temperatura elektronów T_e jest dużo wyższa niż temperatura jonów T_i: $T_e >> T_i$. Jednak temperatura elektronów nie powinna być na tyle wysoka by powodować dalszą jonizację już jednokrotnie zjonizowanych jonów lub ewentualnych neutralnych atomów.

Równania ciągłości dla pyłu o liczbie gęstości n_d, jonów o liczbie gęstości n_i i elektronów o liczbie gęstości n_e mają odpowiednio postać (rozpatrujemy przypadek jednowymiarowy, ponieważ wykluczamy obecność stałego pola magnetycznego w rozważanej plazmie pyłowej):

$$\partial n_d / \partial t + \partial (n_d u_d) / \partial x = 0, \tag{3.1}$$

$$\partial n_i / \partial t + \partial (n_i u_i) / \partial x = 0, \tag{3.2}$$

$$\partial n_e / \partial t + \partial (n_e u_e) / \partial x = S_e, \tag{3.3}$$

gdzie u_d, u_i oraz u_e oznaczają odpowiednio prędkość płynową pyłu, jonów i elektronów, zaś S_e oznacza „źródło” (sink/source) elektronów, które może mieć także wartość ujemną. Równanie ciągłości dla pyłu (3.1) nie zawiera członu źródłowego po prawej stronie, co interpretujemy jako brak wymiany masy pomiędzy ziarnami pyłu a jonami. Jednak wpływ przyłączania lub utraty elektronów przez ziarna pyłu na ich masę można zaniedbać. Również równanie ciągłości dla jonów (3.2.) nie zawiera członu źródłowego ponieważ zakładamy, że jony nie wymieniają masy z pyłem i elektronami. Natomiast równanie ciągłości dla elektronów (3.3) zawiera człon źródłowy, który dopuszcza osiadanie elektronów na ziarnach pyłu bądź utratę elektronów przez ziarna, co zależy lokalnie (w czasie) od znaku źródła. Można napisać ogólną zasadę zachowania ładunku w plazmie pyłowej:

(3.4) $$\partial(n_d q_d - n_e e + n_i e)/\partial t + \partial(n_d q_d u_d - n_e e u_e + n_i e u_i)/\partial x = 0,$$

gdzie q_d jest ładunkiem ziarna pyłu. W powyższym równaniu uwzględniono fakt, że jony są tylko jednokrotnie zjonizowane. Po uwzględnieniu równań ciągłości (3.1)-(3.3) równanie (3.4) przybiera postać:

(3.5) $$n_d(\partial/\partial t + u_d \partial/\partial x) q_d = eS_e.$$

Z drugiej strony fluktuacje ładunku ziarna pyłu prowadzą do zależności:

(3.6) $$dq_d/dt = (\partial/\partial t + u_d \partial/\partial x) q_d = I_i + I_e = \delta I_e,$$

ponieważ jonowy prąd ładujący (ziarna pyłu) I_{i0} daje wkład jedynie do stanu równowagi, gdzie prądy ładujące jonowy i elektronowy się równoważą:

$$I_{i0} + I_{e0} = 0,$$

zaś na poziomie fluktuacji rozważany jest tylko prąd ładujący elektronów δI_e:

$$I_e = I_{e0} + \delta I_e$$

ponieważ założyliśmy, że temperatura elektronów jest dużo większa niż temperatura jonów. Z powyższych rozważań wynika zależność :

(3.6a) $$dq_d/dt = \delta I_e(n_e, q_d).$$

Uwzględniając (3.5) można napisać:

(3.7) $$eS_e \cong n_d(\partial I_e/\partial n_e)\delta n_e + n_d(\partial I_e/\partial q_d)\delta q_d.$$

Wobec tego źródło S_e występujące w równaniu ciągłości dla elektronów można przedstawić w postaci:

(3.8) $$S_e = -\nu_e \delta n_e - \mu_e \delta q_d.$$

W celu uproszczenia obliczeń uwzględniających wpływ fluktuacji ładunku pyłu na tłumienie fal akustycznych w plazmie pyłowej wykorzystamy: „Metodę Liniowej Odpowiedzi Układu na Zaburzenie Zewnętrzne" [10],[11]. Potencjał pola elektrycznego fluktuacji w reprezentacji Fouriera względem zmiennej przestrzennej x oraz czasu t: $\phi(k,\omega)$ możemy traktować jako zaburzenie zewnętrzne, gdzie k-wektor falowy zaś ω-częstość fali zaburzającej. Odpowiedzią na ten potencjał $\phi(k,\omega)$ będzie fluktuacja liczby gęstości j-tego składnika plazmy pyłowej $\delta n_j(k,\omega)$ także w reprezentacji Fouriera:

(3.9) $$q_j \delta n_j(k,\omega) = -\varepsilon_0 k^2 \chi_j(k,\omega)\phi(k,\omega),$$

gdzie $\chi_j(k,\omega)$-podatność dielektryczna j-tego składnika plazmy, która określa przenikalność dielektryczną plazmy $\varepsilon(k,\omega)$:

(3.10) $$\varepsilon(k,\omega) = \varepsilon_0\{1+\sum_j \chi_j(k,\omega)\}.$$

Przenikalność dielektryczna plazmy określa własności dyspersyjne plazmy w równowadze [3],[4] poprzez równanie:

(3.11) $$\varepsilon(k,\omega) = 0.$$

Zapiszemy teraz równanie Poissona uwzględniając fluktuacje ładunku pyłu δq_d oraz fluktuacje liczby gęstości składników plazmy δn_j:

(3.12) $$\varepsilon_0 k^2 \phi(k,\omega) = \sum_j q_j \delta n_j(k,\omega) + \delta q_d(k,\omega) n_{do}.$$

We wzorze (3.12) n_{do}-oznacza równowagową liczbę gęstości pyłu. Podstawiając (3.9) do (3.12) i wykorzystując (3.10) otrzymujemy:

(3.13) $$\varepsilon(k,\omega) = \frac{\delta q_d(k,\omega)}{k^2 \phi(k,\omega)} n_{d0}.$$

Na podstawie wyrażeń (3.5) oraz (3.8), uwzględniając linearyzacje wokół stanu równowagi i transformację Fouriera względem zmiennej przestrzennej i czasu uzyskujemy:

(3.14) $$\delta q_d(k,\omega) = \frac{-\nu_e \frac{e}{n_{d0}}\left(i\omega + \frac{e}{n_{d0}}\mu_e\right)\delta n_e(k,\omega)}{\left(\omega^2 + \frac{e^2}{n_{d0}^2}\mu_e^2\right)}.$$

Podstawiając następnie (3.9) przy $j = e$ do (3.14) i otrzymany wzór wraz z wzorem (3.10) do (3.13) otrzymamy równanie, które da związek dyspersyjny dla fal akustycznych w plazmie pyłowej uwzględniający fluktuacje ładunku elektrycznego na ziarnach pyłu, jeżeli zostaną konkretnie wybrane podatności dielektryczne $\chi_j(k,\omega)$ dla poszczególnych składników plazmy pyłowej:

(3.15) $$1+\sum_j \chi_j(k,\omega)=\frac{-\nu_e\frac{e}{n_{d0}}\left(i\omega+\frac{e}{n_{d0}}\mu_e\right)\chi_e(k,\omega)n_{d0}}{e\left(\omega^2+\frac{e^2}{n_{d0}^2}\mu_e^2\right)}.$$

Lewa strona równania (3.15), przyrównana do zera daje związek dyspersyjny dla fal akustycznych, bez uwzględnienia fluktuacji ładunku na ziarnach pyłu.
Wybierając fale akustyczną pyłowo-jonową (DIAW) [12],[13],[14], w której prędkość fazowa fali jest dużo mniejsza od prędkości termicznej elektronów, lecz jest dużo większa od prędkości termicznej jonów oraz oczywiście pyłu, mamy:

$$\chi_e(k,\omega)\approx\frac{1}{k^2\lambda_{De}^2} \quad \text{i} \quad \chi_i(k,\omega)\approx-\frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \quad \text{oraz} \quad \chi_d(k,\omega)\approx-\frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2},$$

gdzie λ_{Dj} oraz ω_{pj} oznaczają odpowiednio długość Debyea oraz częstość plazmową dla j-tego składnika plazmy pyłowej. W naszym przypadku zakładamy, poza tym, że współczynniki określające fluktuacje ładunku pyłu ν_e oraz $\frac{e\mu_e}{n_{d0}}$ są małe w porównaniu z częstością pyłowo-jonowo-akustyczną ω_{dia} określającą rozchodzące się fale:

(3.16) $$\omega_{dia}=\sqrt{\frac{k^2\lambda_{De}^2\omega_{pi}^2}{1+k^2\lambda_{de}^2}}.$$

Wobec tego, wyrażenia drugiego rzędu względem tych współczynników możemy pominąć.
Przy tych przybliżeniach związek dyspersyjny dla fal pyłowo-jonowo-akustycznych (DIAW), uwzględniający fluktuacje ładunku elektrycznego ziaren pyłu, ma postać:

(3.17) $$\omega=\omega_{dia}-i\nu_e\frac{1}{2\left(1+k^2\lambda_{De}^2\right)}.$$

W przybliżeniu długofalowym (dla małych k), na podstawie (3.16) i (3.17), otrzymujemy:

(3.17a) $$\omega=k\lambda_{De}\omega_{pi}-i\nu_e/2.$$

Z wzorów (3.17) i (3.17a) jest widoczne, że zasadnicza część związku dyspersyjnego (ta która określa dyspersje fal), odpowiednio ω_{dia} i $k\lambda_{De}\omega_{pi}$, nie zawiera współczynnika

ν_e-odpowiedzialnego za fluktuacje ładunku elektrycznego ziarna pyłu, a we wzorach (3.17) i (3.17a) określającego tłumienie.

4. PODSUMOWANIE

W pracy rozważaliśmy tłumieniem fal akustycznych w plazmie pyłowej, w obszarze niskich częstości, to znaczy znajdujących się w okolicy częstości pyłowo-jonowo-akustycznej ω_{dia}. W pierwszej części rozpatrywaliśmy szczególny model bezzderzeniowej plazmy pyłowej bez elektronów z dwoma populacjami jonów: zimnych i gorących.. Plazma tego typu występuje w pierścieniach Saturna [1]. Ze względu na małą ruchliwość pyłu posługiwaliśmy się mieszanym modelem, a mianowicie: ciężki pył opisaliśmy równaniami płynowymi, zaś jony kinetycznymi równaniami Własowa. Korzystając z rozwinięć względem małego parametru (rzędu λ_D^2 / L^2 i $\sqrt{m_i / m_d}$) znaleźliśmy warunek dopuszczający w pewnych warunkach, w skali długofalowej, tłumienie Ladaua na jonach.
Druga część pracy dotyczyła nieidealnej plazmy pyłowej dopuszczającej fluktuacje ładunku elektrycznego ziaren pyłu. Ograniczyliśmy się do modelu płynowego dla wszystkich składników plazmy pyłowej. Założyliśmy, że temperatura elektronów jest dużo wyższa niż temperatura jonów, ale nie na tyle wysoka by powodować dalszą jonizacje jonów i, że jony nie biorą udziału w wymianie ładunku elektrycznego z ziarnami pyłu. Ten model opisu zminimalizował ilość współczynników fenomenologicznych wprowadzonych w opisie płynowym do jedynej niejednorodności (źródła) w równaniu ciągłości dla elektronów, która jest przedstawiona w końcu przez dwa współczynniki fenomenologiczne ν_e oraz μ_e. Do analizy równań, z uwagi na występowanie małych wielkości, (współczynniki ν_e oraz $e\mu_e / n_{d0}$ są małe w porównaniu z częstością pyłowo-jonowo-akustyczna) zastosowaliśmy „metodę liniowej odpowiedzi układu na zaburzenie zewnętrzne". Pozwoliło to posłużyć się własnościami dyspersyjnymi plazmy pyłowej bez fluktuacji do opisu własności plazmy pyłowej z fluktuacjami ładunków elektrycznych ziaren pyłu. Pokazaliśmy, że własności dyspersyjne plazmy pyłowej z fluktuacjami ładunku dla fal pyłowo-jonowo-akustycznych (DIAW) różnią się tylko od analogicznego przypadku dla plazmy idealnej występowaniem tłumienia, które zależy od jednego tylko współczynnika ν_e odpowiedzialnego za fluktuacje w nieidealnej plazmie. Pokazaliśmy, że w granicy długofalowej (dla małych k) współczynnik określający tłumienie fali pyłowo-jonowo-akustycznej (DIAW) wynosi $\nu_e / 2$.

Literatura

[1] **C. K. Geortz**, *Dusty plasmas in the solar system*, Reviews of Geophysics, 27,2/May (271-292) 1989.

[2] **R. L. Merlino, A. Barkan, C.Thompson, N. D'angelo**, *Laboratory studies of waves and instabilities in dusty plasmas*, Phys. Plasmas **5**, 1607, 1998.

[3] **R. A.Treumann and W.Baumjohann**, *Advanced space plasma physics,* Imperial College Press, London 1997.

[4] **N.A. Krall i A.W. Trivelpiece**, *Fizyka plazmy,* PWN, Warszawa 1979.

[5] **E.Ott and R.N.Sudan**, *Nonlinear theory of ion acoustic waves with Landau damping,* Phys. Fluids, **12**, 2388, 1969.

[6] **J. W. VanDam and T.Taniuti**, *Nonlinear Ion Acostic Waves with Landau damping,* J. Phys. Soc. Jpn., **35**, 897, 1973.

[7] **M.Tajiri and K.Nishihara**, *Solitons and shock waves in two electron-temperature plasmas,* J. Phys. Soc. Jpn., **54**, 572, 1985.

[8] B.Atamaniukand, K.Żuchowski, *Tw ion dusty plasma waves and Landa damping* J.TechPhys., **41**,121,2000

[9] **F. Verheest**, *Waves in Dustty SpacePlasmas,* Kluwer, Dordrecht 2000.

[10] **P. P. J. M. Schram**, *Kinetic Theory of Gases and Plasmas,* Kluwer, Dortrecht 1991.

[11] **K. Nishikawa and M. Wakatani**, *Plasma Physics,* Springer, Berlin 2000.

[12] **P. K. Shukla, V. P. Silin**, *Dust ion-acoustic wave,* Phys.Scr.,**45**, 508, 1992.

[13] **P.K.Shukla**, *Low- frequency modes in dusty plasmas,* Phys.Scr.,**45**, 504, 1992.

[14] **A. J.Turski, B.Atamaniuk and K.Żuchowski**, *Dusty plasma solitons in Vlasow plasmas,* Arch. Mech, 51,167, 1999.