ARYTMETYKA

W ZADANIACH

przez

S. DICKSTEINA

CZĘŚĆ III

Stosunki. — Proporcyonalność. — Kwadraty.
Sześciany. — Zadania różne.

WARSZAWA
GEBETHNER i WOLFF

1895

ARYTMETYKA W ZADANIACH.

ARYTMETYKA

W ZADANIACH

przez

S. DICKSTEINA

CZĘŚĆ III

Stosunki. — Proporcyonalność. — Kwadraty. Sześciany. — Zadania różne.

WARSZAWA
GEBETHNER i WOLFF

1895

Дозволено Цензурою.
Варшава, 25 Февраля 1895 г.

Druk Rubieszewskiego i Wrotnowskiego, Nowy-Świat 34.

OD AUTORA.

W Części III-ej „Arytmetyki w zadaniach” stosowaliśmy te same zasady dydaktyczne, na których oparto układ zadań w Części I-ej i II-ej.

W zadaniach, odnoszących się do nauki o stosunkach i proporcyonalności, pominęliśmy bezpożyteczne, zdaniem naszem, przykłady, odnoszące się do rozmaitych własności proporcyj; staraliśmy się natomiast wskazać, że z pojęć stosunku i proporcyonalności wysnuwają się z łatwością najprostsze metody rozwiązywania zagadnień, obejmowanych dawniej i dziś jeszcze pod nazwami: reguły trzech prostej i złożonej, reguły łańcuchowej, mieszaniny i t. p. W zbiorze niniejszym zadania te występują wprost w odpowiednich miejscach działu nauki o stosunkach i proporcyonalności. Tylko rachunkowi odsetek, jako szczególnie ważnemu w zastosowaniu, poświęciliśmy rozdział osobny.

Naukę o kwadratach, sześcianach, pierwiastkach kwadratowych i sześciennych, pomijaną zwykle w wykładzie arytmetyki właściwej, wprowadziliśmy do Części niniejszej, gdyż nauka ta stanowi dopełnienie pożądane i praktycznie bardzo ważne dla młodzieży, która nie ma możności przechodzenia kursu algebry elementarnej.

W rozdziale ostatnim podaliśmy szereg zadań, odnoszących się do rozmaitych działów całkowitego kursu arytmetyki oraz jej zastosowań do rachunków w geometryi, fizyce i t. d., o ile to było możliwem na elementarnym stopniu nauki.

Wreszcie do niektórych zadań wprowadziliśmy oznaczenia za pomocą liter i proste wzory ogólne, które mogą łatwo być zrozumiane przez młodzież, rozwiązującą zadania w tej Części podane.

S. D.

Warszawa, w marcu 1895 r.

SPIS RZECZY.

		Str.
I.	**Stosunki**	1 — 48
	a) Zadania przygotowawcze	1
	b) Oznaczenie stosunku dwóch wielkości. Stosunki równe i nierówne	7
	c) Zmiana postaci stosunku. Dalsze przykłady na oznaczenie stosunku	11
	d) Działania na stosunkach	24
	e) Dalsze przykłady i zastosowania	32
	f) Łańcuch stosunków	43
	g) Podział w stosunku danym	46
II.	**Proporcyonalność**	49 — 77
	a) Zależność wielkości jednych od drugich	49
	b) Proporcyonalność prosta. Proporcyonalność odwrotna	51
	c) Dalsze zadania do nauki o stosunkach i proporcyonalności	66
III.	**Rachunek odsetek**	78 — 156
	a) Zadania przygotowawcze	78
	b) Dalsze zadania	82
	c) Rachunek procentów prostych	96
	d) Rachunek procentów składanych	127
	e) Rachunek dyskonta	137
	f) Zastosowania i powtórzenie	151
IV.	**Zadania na powtórzenie**	157 — 168
V.	**Kwadraty i pierwiastki kwadratowe**	169 — 194
	a) Kwadraty	169
	b) Pierwiastki kwadratowe	178
VI.	**Sześciany i pierwiastki sześcienne**	195 — 217
	a) Sześciany	195
	b) Pierwiastki sześcienne	206
VII.	**Zadania różne**	217 — 249

Dostrzeżone omyłki druku.

Str.		zamiast	powinno być
18	wiersz 19 od dołu	okręgn	okręgu
60	„ 6 „ „	A i C	A i D
67	„ 8 „ „	AB	AC
69	„ 4 od góry	100 m³ sześciennych	100 m³
83	„ 1 i 2 od góry		Oznaczyć w odsetkach sumy nabycia zysk osiągnięty
88	„ 7 od góry		warunek pierwszy w zadaniu 595-em nie jest konieczny
93	„ 14 „ „	12%	12
121	w zadaniu 835-em	$s = K : (1 + rl)$	$k = K : (1 + rl)$

I. STOSUNKI.

a. Zadania przygotowawcze.

1. Oznacz, ile razy: *a*) liczba 8 jest większa od $\frac{2}{3}$; *b*) liczba 12 od $\frac{3}{4}$; *c*) liczba $\frac{15}{8}$ od $\frac{5}{24}$; *d*) liczba 7,2 od 0,6?

2. Oznacz, ile razy: *a*) liczba $4\frac{1}{4}$ jest mniejsza od 17; *b*) liczba $2\frac{5}{6}$ od $8\frac{1}{2}$; *c*) liczba $\frac{2}{5}$ od 6; *d*) liczba 0,7 mniejsza od 4,2?

3. Oznacz: *a*) ile razy długość 15 m jest większa od długości 2,5 m; *b*) ile razy powierzchnia 48 dm^2 jest większa od powierzchni 12 cm^2; *c*) ile razy objętość 12 dm^3 jest większa od objętości 3 cm^3.

4. Oznacz: *a*) ile razy ciężar $\frac{2}{9}$ kg jest mniejszy od ciężaru 400 kg; *b*) ile razy $\frac{1}{15}$ godziny jest mniejsza od 12 minut?

5. Oznacz, ile razy suma długości: 15 m, 23 m, 465 cm, 790 cm jest większa od sumy długości $3\frac{3}{4}$ m, 5 m, 1,15 m, 210 mm?

---

6. Za jednostkę miary przyjmijmy 15 cm; jakiemi liczbami wyrazić należy w tej jednostce długości: *a*) 30 cm, *b*) 45 cm, *c*) 90 cm, *d*) 1,8 m, *e*) 3 m?

7. Za jednostkę miary przyjmijmy $\frac{1}{4}$ dm; jakiemi liczbami wyrazimy długości: *a*) 3 cm, *b*) 4 dm *c*) $\frac{3}{5}$ m, *d*) $\frac{4}{15}$ m?

8. Wyrazić odpowiedniemi liczbami powierzchnie: *a*) 3 cm^2, *b*) 15 dm^2, *c*) $\frac{2}{3}$ m^2, *d*) 3,5 m^2, przyjmując za jednostkę miary $\frac{1}{5}$cm.^{2}

9. Wyrazić odpowiednią liczbą powierzchnią pola prostokątnego: *a*) mającego długości 80 m, szerokości $12\frac{1}{5}$ m, *b*) długości 45 m, szerokości $30\frac{1}{5}$ m; przyjmując za jednostkę powierzchni kwadrat, którego bok ma długości 45 cm.

10. Wyrazić odpowiedniemi liczbami objętość: *a*) $\frac{1}{10}$ m^3, *b*) $3\frac{1}{2}$ dm^3, *c*) 400 cm^3, *d*) 2 litry, przyjmując za jednostkę objętości $\frac{1}{5}$ litra.

11. Wyrazić odpowiedniemi liczbami ciężary: *a*) 3 kg, *b*) $2\frac{1}{4}$ kg, *c*) 3 dg, *d*) 400 g, przyjmując za jednostkę ciężaru $\frac{1}{10}$ kg.

12. Wyrazić odpowiedniemi liczbami wielkości: *a*) $\frac{1}{15}$ godziny *b*) $3\frac{1}{4}$ godziny, *c*) 300 minut, przyjmując $\frac{1}{18}$ minuty za jednostkę miary.

---

13. Oznacz następujące ilorazy:

a) $3\frac{4}{5} : 8\frac{1}{3}$; *b*) $8\frac{1}{3} : 3\frac{4}{5}$;

c) $1{,}25 : 2{,}5$; *d*) $2{,}5 : 1{,}25$.

14. Oznacz ilorazy:

a) $\dfrac{1\frac{1}{4}}{8}$; *b*) $\dfrac{3\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}}$; *c*) $\dfrac{6\frac{1}{8}}{2\frac{1}{3}}$;

d) $\dfrac{3\frac{1}{2}}{2{,}5}$; *e*) $\dfrac{3\frac{1}{8}}{3{,}2}$; *f*) $\dfrac{6\frac{1}{4}}{6{,}4}$;

g) $\dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$; *h*) $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}}$; *i*) $\dfrac{1\frac{3}{4}}{1\frac{2}{5}}$;

15. Oznacz ilorazy:

a) $\dfrac{\frac{2}{5} \cdot 8 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{5}{6} \cdot 4} = ?$

$b)\ \dfrac{8 \cdot 9 \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} \cdot 6}{4 \cdot 2 \cdot 10 \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{2}{3}} = ?$

16. Oznacz iloczyn:

$$\frac{2\frac{2}{3}}{3\frac{1}{4}} \cdot \frac{3\frac{1}{4}}{4\frac{5}{6}} \cdot \frac{2\frac{5}{12}}{8\frac{1}{9}} \cdot \frac{73}{5} = ?$$

17. Oznacz iloczyny:

$a)\ \dfrac{1{,}8}{2{,}4} \cdot \dfrac{1{,}2}{0{,}76} \cdot \dfrac{2{,}25}{14} \cdot \dfrac{7}{0{,}9} = ?$

$b)\ \dfrac{1\frac{1}{4}}{1\frac{5}{6}} \cdot \dfrac{11}{12} \cdot \dfrac{2{,}8}{0{,}7} \cdot \dfrac{56}{40\frac{1}{2}} \cdot \dfrac{91}{25} = ?$

$c)\ \dfrac{2\frac{1}{3}}{1\frac{1}{6}} \cdot \dfrac{3\frac{1}{2}}{\frac{7}{8}} \cdot \dfrac{1\frac{1}{5}}{\frac{6}{25}} \cdot \dfrac{3\frac{1}{4}}{\frac{13}{24}} = ?$

---

18. Sprawdź równości:

$a)\ 8\frac{1}{3} : 4 = 25 : 12;$

$b)\ \frac{1}{8} : 9\frac{1}{2} = 2 : 152;$

$c)\ 1{,}5 : 0{,}8 = 15 : 8;$

$d)\ 8{,}4 : 0{,}3 = 56 : 2.$

19. Sprawdź równości:

$a)\ 1,2 : 3 = \frac{2}{5} : 1;$

b) $0{,}9 : \frac{3}{4} = 1{,}2 : 1$;

c) $6{,}6 : 0{,}11 = 60 : 1$;

d) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{5}{6} : 1$.

20. Sprawdź równości:

a) $5 : 6 = \frac{5}{6} : 1$;

b) $6 : 5 = \frac{6}{5} : 1$;

c) $8 : 1{,}2 = 20 : 3$;

d) $1{,}2 : 8 = 3 : 20$;

21. Sprawdź równości:

a) $1 : \frac{7}{8} = 8 : 7$;

b) $1 : 3{,}5 = 2 : 7$;

c) $1 : \dfrac{1}{3 \,.\, 5} = 15 : 1$.

22. Sprawdź równości:

a) $5 : 7 = (5 \,.\, 2) : (7 \,.\, 2)$;

b) $3\frac{1}{8} : 4\frac{1}{9} = \left(3\frac{1}{8} \,.\, 9\right) : \left(4\frac{1}{9} \,.\, 9\right)$;

c) $7\frac{2}{3} : 4\frac{1}{8} = \left(7\frac{2}{3} : 8\right) . \left(4\frac{1}{8} : 8\right)$;

d) $43{,}5 : 2{,}9 = (43{,}5 : 29) : (2{,}9 : 29)$;

23. Sprawdź równości:

a) $3 : 4 = \left(3 \,.\, \frac{1}{8}\right) : \left(4 \,.\, \frac{1}{8}\right) = (3 \,.\, 0{,}36) : (4 \,.\, 0{,}36)$;

b) $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{3} \,.\, 12\right) : \left(\frac{1}{4} \,.\, 12\right) = \left(\frac{1}{3} \,.\, \frac{3}{5}\right) . \left(\frac{1}{4} \,.\, \frac{3}{5}\right)$;

c) $\frac{1}{8} : \frac{1}{15} = \left(\frac{1}{8} : 0{,}4\right) : \left(\frac{1}{15} : 0{,}4\right) = \left(\frac{1}{8} : 2{,}4\right) : \left(\frac{1}{15} : 2{,}4\right);$

24. Sprawdź równości:

a) $5 : 7 = 10 : 14 = (5 + 10) : (7 + 14);$

b) $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = 4 : 3 = 4\frac{1}{3} : 3\frac{1}{4};$

c) $2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} = 15 : 20 = \left(15 + 2\frac{1}{2}\right) : \left(20 + 3\frac{1}{3}\right).$

25. Sprawdź równości:

a) $\frac{1}{8} : \frac{1}{5} = \frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{1}{6} : \frac{4}{15}$

$= \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{16}\right);$

b) $0{,}25 : 0{,}36 = 3\frac{1}{8} : 4\frac{1}{2} = 12\frac{1}{2} : 18$

$= \left(0{,}25 + 3\frac{1}{8} + 12\frac{1}{2}\right) : \left(0{,}36 + 4\frac{1}{2} + 18\right).$

---

26. Sprawdź nierówności:

a) $5 : 6 > 4\frac{3}{4} : 7;$

b) $7\frac{1}{4} : 2 > 7\frac{1}{4} : 2\frac{1}{8}$

27. Sprawdź nierówności:

a) $\frac{3}{5} : \frac{5}{6} < 18 : 24;$

b) $0{,}8 : 1{,}4 < 81 : 12;$

28. Sprawdź nierówności:

a) $1 : 1\frac{1}{2} > 2 : 4 > 2 : 5$;

b) $7 : 10 < 7 : 9 < 8 : 9$;

c) $4 : 5 > 3 : 4 > 2 : 3$;

d) $9 : 8 < 8 : 7 < 7 : 6$

29. Sprawdź nierówności:

a) $5 : 4 > (5 \,.\, 2) : (4 \,.\, 3)$;

b) $3\frac{1}{3} : 7\frac{1}{4} > \left(3\frac{1}{3} \,.\, 3\right) : \left(7\frac{1}{4} \,.\, 4\right)$

30. Sprawdź nierówności:

a) $7\frac{1}{8} : 5\frac{1}{6} < \left(7\frac{1}{8} \,.\, 8\right) : \left(5\frac{1}{6} \,.\, 6\right)$

b) $58{,}2 : 1{,}5 < (58{,}2 \,.\, 10) : (1{,}5 \,.\, 8)$.

b. Oznaczenie stosunku dwóch wielkości. Stosunki równe i nierówne.

31. Oznacz stosunek długości 15 m do długości $\frac{1}{4}$ cm, przyjmując za jednostkę miary: *a)* 1 m, *b)* 1 cm, *c)* $\frac{1}{10}$ cm.

32. Oznacz stosunek długości $2\frac{1}{4}$ m do długości $1\frac{1}{5}$ dm, przyjmując za jednostkę miary: *a)* 1 m, *b)* 1 dm, *c)* $2\frac{1}{4}$ m, *d)* $1\frac{1}{5}$ dm, *e)* $\frac{1}{10}$ m, *f)* $\frac{1}{5}$ dm.

33. Oznacz stosunek powierzchni 3 m^2 do powierzchni 45 dm^2, przyjmując za jednostkę miary: *a*) 1 m^2, *b*) 1 dm^2, *c*) 100 m^2, *d*) 1000 cm^2.

34. Oznacz stosunek objętości 15 litrów do objętości 8 cm^3, przyjmując za jednostkę objętości: *a*) 1 litr, *b*) 1 dm^3, *c*) $\frac{1}{4}$ litra.

35. Oznacz stosunek ciężaru 3 kg do ciężaru 120 g, przyjmując za jednostkę ciężaru: *a*) 1 kg, *b*) 1 g, *c*) 100 g, *d*) 0,05 kg, *e*) 2,4 g.

36. Napisać kilka stosunków równych stosunkowi: *a*) $17 : 3\frac{3}{4}$, *b*) $11 : \frac{1}{8}$, *c*) $2\frac{2}{3} : 3{,}5$, *d*) $0{,}76 : 2{,}19$.

37. Napisać kilka stosunków równych stosunkowi: *a*) $\frac{1}{8} : \frac{1}{16}$, *b*) $\frac{3}{4} : \frac{1}{12}$, *c*) $\frac{1}{8} : 0{,}25$, *d*) $0{,}25 : \frac{1}{12}$.

38. Sprawdź, że stosunek długości 1,5 m do długości 25 cm równa się stosunkowi długości 30 dm do długości 5 dm.

39. Nakreśl dwa odcinki prostoliniowe takie, aby stosunek długości pierwszego do długości drugiego był równy stosunkowi: *a*) 2 : 1, *b*) 2 : 3, *c*) 5 : 4.

40. Nakreśl dwa odcinki prostoliniowe takie, aby stosunek ich równał się stosunkowi liczb: *a*) 5 : 2, *b*) $11 : 5\frac{1}{2}$, *c*) 1,4 : 0,7.

41. Oznacz: *a*) różnicę dwóch długości 4,5 m. i 2,75 m; *b*) stosunek tych dwóch długości.

42. Oznacz: *a*) różnicę powierzchni 72 m^2 i 4,5 m^2; *b*) stosunek jednej powierzchni do drugiej.

43. Nakreśl dwa odcinki prostoliniowe takie, aby stosunek ich długości był równy stosunkowi 4 m^2 do 3 m^2.

44. Oznacz: *a*) różnicę objętości $\frac{1}{8}$ m^3 i $\frac{1}{15}$ m^3; *b*) stosunek pierwszej objętości do drugiej.

45. Oznacz: *a*) różnicę ciężarów $14\frac{2}{5}$ kg i $8\frac{2}{3}$ kg; *b*) stosunek drugiego ciężaru do pierwszego.

46. Stosunek ciężaru 3,8 kg do 19 kg równa się stosunkowi ciężaru 0,19 dg do 0,95 dg. Sprawdź to.

47. Stosunek długości 14,4 m do 1,8 m jest równy stosunkowi ciężaru 1,2 kg do 0,15 kg. Sprawdź to.

48. Nakreśl dwa odcinki prostoliniowe takie, aby ich stosunek był równy stosunkowi $2\frac{1}{3}$ kg : $1\frac{1}{6}$ kg.

49. Jaki jest stosunek: *a*) doby do godziny, *b*) godziny do minuty, *c*) doby do minuty?

50. Jaki jest stosunek liczby godzin, zawartych w miesiącu styczniu, do liczby godzin w miesiącu lutym, w roku zwyczajnym i przestępnym?

51. Oznacz stosunek $2\frac{1}{4}$ godziny do 40 minut i nakreśl dwa odcinki prostoliniowe, których stosunek jest równy poprzedniemu.

52. Napisać kilka stosunków równych stosunkowi 6,12 m do 44,61 cm.

53. Napisać kilka stosunków równych stosunkowi 4,5 kg : 3,5 kg.

54. Napisać: *a*) kilka stosunków większych od stosunku 7 : 12, *b*) kilka stosunków mniejszych od stosunku 12 : 15.

55. Napisać kilka stosunków: *a*) większych od stosunku $\frac{1}{21} : \frac{1}{43}$, *b*) mniejszych od stosunku 0,24 : 0,08.

56. Stosunek 3,5 m do 8 m jest większy od stosunku 7 : 18, mniejszy zaś od stosunku 5 : 8. Sprawdź to.

57. Stosunek 14 m^2 : 775 dm^2 jest mniejszy od stosunku 60 : 31, większy zaś od stosunku 7 : 4. Sprawdź to.

58. *a*) Dane są dwie długości: 14,5 m i 2,7 m; oznacz stosunek sumy tych długości do ich różnicy. *b*) Dane są dwa ciężary: 14,5 kg i 2,7 kg; oznacz stosunek sumy tych ciężarów do ich różnicy.

59. Dane są dwa kwadraty; bok jednego ma 14 cm, bok drugiego 6 cm. Oznacz stosunek obwodu pierwszego kwadratu do obwodu drugiego.

60. Dane są kwadrat i prostokąt. Bok kwadratu ma długości 3,6 dm; podstawa prostokąta ma długości 4,9 dm, wysokość jego 2,3 dm. Oznacz stosunek obwodu kwadratu do obwodu prostokąta.

61. Ojciec ma lat 44, syn lat 12; *a*) jaki był stosunek wieku ojca do wieku syna przed laty 10; *b*) jaki będzie stosunek wieku syna do wieku ojca po latach 11?

c. *Zmiana postaci stosunku. Dalsze przykłady na oznaczanie stosunku.*

62. Każdy z poniższych stosunków sprowadź do stosunku dwóch liczb całkowitych względnie pierwszych:

a) $8\frac{1}{4} : 1\frac{2}{9}$; *b*) $2\frac{1}{4} : 7\frac{4}{5}$; *c*) $\frac{3}{8} : 18$;

d) $1{,}8 : 2{,}4$; *e*) $0{,}75 : 2{,}5$; *f*) $4{,}8 : \frac{3}{4}$;

g) $1\frac{1}{4} : 0{,}25$; *h*) $8{,}2 : 2\frac{1}{20}$; *i*) $0{,}72 : 0{,}08$.

63. Każdy z poniższych stosunków sprowadź do stosunku dwóch liczb całkowitych względnie pierwszych:

a) 8,4 m : 6,4 m; *d*) 2,5 m^2 : 1,5 m^2;
b) 2,8 dm : 0,7 m; *e*) 0,06 m^2 : 2,4 dm^2;
c) 0,075 km : 4,5 m; *f*) 0,005 km^2 : 25 m^2;
g) 1,4 m^3 : 0,7 m^3;
h) 0,35 m^3 : 25 dm^3;
i) 0,00075 m^3 : 1500 cm^3.

64. Boki jednego trójkąta mają długości: 15 cm, 20 cm, 25 cm; boki drugiego: $12\frac{1}{2}$ cm, $14\frac{1}{4}$ cm, $18\frac{1}{4}$ cm. Wyrazić stosunek obwodów tych trójkątów za pomocą równego im stosunku dwóch liczb całkowitych względnie pierwszych.

65. Stosunek powierzchni pola prostokątnego, mającego długości 125 metrów, szerokości 82 metry, do powierzchni pola, mającego długości 60 metrów, szerokości

35 metrów, sprowadź do stosunku dwóch liczb całkowitych względnie pierwszych.

66. Oznacz stosunek powierzchni kwadratu, którego bok ma długości 3 m. do powierzchni kwadratu, którego bok ma długości 1,5 m.

67. Nakreśl dwa odcinki prostoliniowe, których stosunek równa się stosunkowi powierzchni pierwszego kwadratu do powierzchni drugiego.

68. Niechaj p oznacza obwód, s — powierzchnią kwadratu, którego bok ma długości 1,3 dm; p' oznacza obwód, s' — powierzchnią drugiego kwadratu, którego bok ma długości 24,7 cm. Oznacz stosunki: *a*) $p : p'$; *b*) $p' : p$; *c*) $s : s'$; *d*) $s' : s$.

69. Oznacz stosunki $p : p'$; $p' : p$; $s : s'$; $s' : s$; wiedząc, że bok pierwszego kwadratu: *a*) jest trzy razy większy od boku drugiego kwadratu; *b*) jest dwa razy mniejszy od boku drugiego kwadratu, *c*) stanowi $\frac{3}{4}$ boku drugiego kwadratu.

70. Rozwiąż podobne zadanie, wiedząc, że stosunek boku pierwszego kwadratu do boku drugiego kwadrata równa się 8 : 5.

71. Niechaj p i p' oznaczają obwody dwóch prostokątów, s i s' powierzchnie tych prostokątów. Oznacz stosunki $p : p'$, $p' : p$, $s : s'$, $s' : s$, wiedząc, że podstawa pierwszego prostokąta ma długości 4,5 dm, podstawa drugiego 1,125 dm, szerokość pierwszego 3,6 dm, szerokość drugiego 0,45 dm.

72. Rozwiąż podobne zadanie dla dwóch prostokątów, wiedząc, że podstawa pierwszego stanowi $\frac{5}{3}$ podstawy drugiego, wysokość pierwszego $\frac{5}{3}$ wysokości drugiego.

73. Boki trójkąta A mają długości: 4,4 dm, 6,8 dm, 5,4 dm; boki trójkąta B: 1,1 cm, 1,7 cm, 1,35 cm. Oznacz stosunek obwodu pierwszego trójkąta do obwodu trójkąta drugiego.

74. Oznacz stosunek powierzchni trójkąta A do powierzchni trójkąta B, wiedząc, że podstawa trójkąta A wynosi 0,75 m, wysokość 0,36 m; podstawa trójkąta B: 0,48 m; wysokość 0,15 m.

75. Oznacz stosunek powierzchni trójkąta A do powierzchni trójkąta B, wiedząc, że podstawa drugiego jest dwa razy mniejsza od podstawy pierwszego, wysokość zaś drugiego jest dwa razy większa od wysokości pierwszego.

76. Prostokąt A i trójkąt B mają podstawy równe; stosunek wysokości prostokąta do wysokości trójkąta jest 5 : 6. Oznacz stosunek powierzchni pierwszej figury do powierzchni drugiej.

77. Krawędź jednego sześcianu ma długości 12 cm, krawędź drugiego 8 cm. Niechaj s oznacza całkowitą powierzchnią pierwszego sześcianu, v jego objętość, s' całkowitą powierzchnią drugiego sześcianu, v' jego objętość. Oznaczyć stosunki: $s : s'$, $s' : s$, $v : v'$, $v' : v$.

78. *a*) Nakreśl dwie linie proste takie, aby stosunek ich długości równał się stosunkowi $s : s'$ *b*) dwie proste takie, aby ich stosunek równał się stosunkowi $v : v'$.

79. Oznaczyć stosunki: $s : s'$, $s' : s$, $v : v'$, $v' : v$, wiedząc, że *a*) krawędź pierwszego sześcianu stanowi $\frac{3}{4}$ krawędzi drugiego; *b*) stosunek krawędzi pierwszego sześcianu do krawędzi drugiego równa się $6 : 5$.

80. Pokój A ma długości 8 m, szerokości 6,5 m, wysokości 4,8 m; pokój B długości 7,5, szerokości 6 m, wysokości 5 m. Oznaczyć: *a*) stosunek powierzchni czterech ścian pierwszego pokoju do powierzchni czterech ścian drugiego; *b*) stosunek objętości powietrza zawartego w pierwszym pokoju do objętości powietrza zawartego w drugim.

---

81. Za 15 m jednej materyi zapłacono 36,3 rubla; za 18 m drugiej 40,5 rubla. Oznacz stosunek ceny jednego metra pierwszej materyi do ceny metra drugiej.

82. Za $2\frac{3}{4}$ funta herbaty zapłacono 7 rs. $12\frac{1}{2}$ kop.; za 15 funtów cukru 2 rs. 75 kop. Oznacz stosunek cen herbaty i cukru.

83. Nakreśl dwie linie proste takie, aby ich stosunek był równy stosunkowi ceny herbaty do ceny cukru.

84. Pociąg A przebył w ciągu 3,4 godziny drogę długości 119 km; pociąg *B* w ciągu 2,2 godziny drogę długości 66 km. Oznaczyć stosunek *prędkości* tych dwóch pociągów. Prędkością nazywamy tu ilość km, przebytych w ciągu godziny.

85. Nakreśl dwie linie proste takiej długości, aby stosunek ich długości równał się stosunkowi prędkości pierwszego pociągu do prędkości drugiego.

86. Europa ma powierzchni 9886 tysięcy km^2, Azya 44228 tysięcy km^2, Afryka 29825 tysięcy km^2. Oznacz stosunek rozległości: *a*) Europy do Azyi, *b*) Azyi do Afryki, *c*) Europy do Afryki.

87. Ameryka ma rozległości 41825 tysięcy km^2, Australia z Oceanią 8959 tysięcy km^2, ziemie wokoło bieguna południowego 657 tysięcy km^2. Oznacz stosunek rozległości: *a*) Ameryki do Australii z Oceanią, *b*) Australii do ziem wokoło bieguna południowego *c*) rozległości tych ziem do powierzchni Ameryki.

88. Liczba mieszkańców Europy wynosi 356 milionów, Azyi 826 milionów, Afryki 168 milionów, Ameryki 123 miliony, Australii z Oceanią 5,7 miliona. Oznacz stosunek zaludnienia Europy do każdej z pozostałych części świata.

89. Przy pomocy danych z poprzedzających trzech zadań możemy oznaczyć *gęstość* zaludnienia każdej z części świata, t. j. liczbę mieszkańców, przypadających na 1 km^2 (z przybliżeniem na jedność). Mając to, oznacz stosunek gęstości zaludnienia Europy do gęstości zaludnienia każdej z pozostałych części świata.

90. Nakreśl dwie proste linie takie, aby stosunek długości pierwszej z nich do długości drugiej równał się stosunkowi gęstości zaludnienia Europy do gęstości zaludnienia Ameryki.

91. Ciało, wolno spadające na ziemię nad poziomem Warszawy, przebiega w ciągu pierwszej sekundy drogę 4,9 m, w ciągu drugiej 14,7 m, w ciągu trzeciej 24,5 m, w ciągu czwartej 34,6 m i t. d. Oznaczyć stosunek drogi przebytej w ciągu pierwszej sekundy: *a*) do drogi przebytej w ciągu drugiej sekundy, *b*) do drogi przebytej w ciągu trzeciej sekundy, *c*) do drogi przebytej w ciągu czwartej sekundy i t. d.

92. Oznaczyć dla ciała wolno spadającego na ziemię stosunek drogi przebytej w pierwszej sekundzie: *a*) do drogi przebytej w dwie sekundy od początku spadania, *b*) do drogi przebytej w trzy sekundy, *c*) do drogi przebytej w cztery sekundy i t. d.

---

93. Nakreśl trójkąt ABC, którego boki AB, AC, BC mają odpowiednio długość: 7 cm, 5 cm, 4 cm. Na boku AB odetnij część AD równą $4\frac{1}{2}$ cm i przez punkt D poprowadź prostą równoległą do boku AC; niechaj ta prosta przecina bok BC w punkcie E. Oznacz stosunki długości:

$$AD : AB; \quad CE : CB; \quad DE : AC.$$

94. Na tymże rysunku poprowadź przez punkt D prostą równoległą do boku BC; niechaj ta prosta przecina bok AC w punkcie F. Oznacz stosunki: $AF : AC$; $DF : BC$.

95. W tymże trójkącie odetnij na boku AB część AG równą $5\frac{1}{2}$ cm i z punktu G uskutecznij podobne wykreślenie, jak w dwóch zadaniach poprzedzających, t. j. wykreśl prostą GH równoległą do AC i prostą GI równoległą do BC. Oznacz stosunki:

$$AG : AB, \quad CH : CB, \quad GH : AC,$$
$$AI : AC, \quad GI : BC.$$

96. Powtórz to samo wykreślenie i oznaczenie dla trójkąta, którego boki mają długości $6\frac{1}{2}$ cm, $4\frac{1}{2}$ cm, 3 cm, i w którym na jednym z boków, np. na drugim, odcięto część równą $2\frac{1}{2}$ cm.

97. Nakreśl dwie proste, spotykające się w punkcie A pod kątem dowolnym. Na jednem z ramion kąta, począwszy od wierzchołka A, odetnij $AB=2$ cm, $BC=2\frac{1}{2}$ cm, $CD=3$ cm. Przez punkt B poprowadź linią prostą dowolną, przecinającą drugie ramię kąta w punkcie E; przez punkty C i D poprowadź proste równoległe do prostej BE i przecinające drugie ramię kąta w punktach F, G. Oznacz stosunki:

a) $AB : BC$; $AE : EF$. *d)* $AB : AD$; $AE : AG$.
b) $BC : CD$; $EF : EG$. *e)* $BE : CF$
c) $AB : AC$; $AE : AF$. *f)* $BE : DG$.

98. Powtórz to samo wykreślenie i podobne oznaczenia dla dwóch innych prostych spotykających się w punkcie M, jeżeli na jednem z ramion kąta, od punktu M począwszy, odcięto $MN = 3$ cm, $NP = 3\frac{1}{2}$ cm, $PQ = 3\frac{3}{4}$ cm.

99. Geometrya uczy, że stosunek długości przekątnej kwadratu do długości jego boku jest przybliżenie równy 707 : 500. Oznacz stosunek: *a*) podwojonej przekątnej do potrojonego boku *b*) trzeciej części przekątnej do połowy boku.

100. Z geometryi wiadomo, że stosunek długości okręgu koła do średnicy jest przybliżenie równy stosunkowi 22 : 7. Oznacz stosunek: *a*) ćwierci okręgu koła do promienia; *b*) dziesiątej części okręgn koła do $\frac{2}{5}$ średnicy; *c*) $\frac{1}{5}$ promienia do $\frac{1}{16}$ okręgu.

101. Stosunek okręgu koła do średnicy przedstawia dokładniej 355 : 113. Na podstawie tego stosunku oznacz stosunek: *a*) $\frac{1}{6}$ okręgu koła do promienia; *b*) $\frac{1}{15}$ okręgu do $\frac{2}{5}$ promienia; *c*) $\frac{1}{20}$ okręgu do $\frac{3}{16}$ promienia.

102. Oznaczyć: *a*) stosunek długości łuku 60^0, *b*) 30^0, *c*) 15^0 do długości promienia.

103. Oznaczyć stosunek długości promienia do długości łuku: *a*) 90^0, *b*) 45^0, *c*) $22^0\ 15'$.

104. Oznaczyć: *a*) stosunek długości łuku $59^0,296$

do długości promienia; *b*) stosunek długości łuku $108^0,592$ do długości średnicy.

105. Wiadomo z geometryi, że stosunek powierzchni koła do powierzchni kwadratu, którego bokiem jest promień koła, równa się przybliżenie stosunkowi 355 : 113. Oznacz stosunek powierzchni półkola do powierzchni kwadratu, którego bokiem jest średnica koła.

106. Oznacz stosunek powierzchni ósmej części koła do powierzchni kwadratu, którego bok jest połową promienia.

107. Geometrya uczy, że stosunek powierzchni kuli do powierzchni kwadratu, którego bokiem jest średnica kuli, równa się przybliżenie stosunkowi 355 : 113. Oznaczyć stosunek powierzchni kuli do powierzchni kwadratu, którego bokiem jest promień kuli.

108. Oznaczyć stosunek powierzchni półkuli do powierzchni kwadratu, którego bok ma długość równą połowie promienia kuli.

109. Objętość kuli, jak uczy geometrya, jest przybliżenie w takim stosunku do objętości sześcianu, którego krawędzią jest promień kuli, w jakim jest liczba 1420 do liczby 339. Oznaczyć stosunek objętości kuli do objętości sześcianu, którego krawędzią jest średnica kuli.

110. Oznacz stosunek objętości półkuli do objętości sześcianu, którego krawędź ma długość trzech promieni.

---

111. Oznaczyć stosunek dwóch liczb, wiedząc, że podwojona pierwsza równa się potrojonej drugiej.

112. Oznaczyć stosunek dwóch liczb, wiedząc, że połowa pierwszej równa się trzeciej części drugiej liczby.

113. Oznacz stosunek długości A do długości B, wiedząc, że 5 razy powtórzona pierwsza równa się 8 razy powtórzonej drugiej.

114. Oznacz stosunek powierzchni A do powierzchni B, wiedząc, że ósma część pierwszej równa się piątej części drugiej.

115. Oznacz stosunek objętości A do objętości B, wiedząc, że trzecia część pierwszej równa się siódmej części drugiej.

116. Oznacz stosunek dwóch wielkości, wiedząc, że $\frac{3}{4}$ pierwszej z nich równa się $\frac{5}{6}$ drugiej?

117. Oznacz stosunek dwóch wielkości, wiedząc, że 0,75 pierwszej z nich równa się 0,45 drugiej.

118. Oznacz stosunek dwóch wielkości, wiedząc, że 5 razy powtórzona pierwsza stanowi $\frac{7}{11}$ drugiej.

---

119. Łokieć ma 576 milimetrów; oznacz stosunek *a*) metra do łokcia; *b*) łokcia do metra.

120. Oznacz stosunek: *a*) metra do stopy; *b*) cala do decymetra; *c*) linii do milimetra.

121. Oznacz stosunek: *a*) 75 m do 85 łokci; *b*) 15 dm do 40 cali; *c*) 7 stóp do 4 m.

122. Oznaczyć: *a*) stosunek długości sznura do metra; *b*) stosunek długości metra do pręta. Sznur równa się 75 łokciom, pręt jest $\frac{1}{10}$ sznura.

123. Stosunek metra do arszyna równa się 1,406 : 1. Oznacz stosunek długości 5 m do 12 arszynów.

124. Oznacz stosunek długości arszyna do metra (z przybliżeniem na 0,001).

125. Oznacz *a*) stosunek metra do werszka (z przybliżeniem na 0,001); *b*) stosunek 3 metrów do 80 werszków.

126. Oznacz stosunek: *a*) sażenia do metra; *b*) metra do sażenia; *c*) 8 sażeni do 15 metrów; *d*) 18 metrów do 5 sażeni.

127. Oznacz stosunek: *a*) wiorsty do metra; *b*) kilometra do wiorsty.

128. Oznacz: *a*) stosunek długości 3600 m do długości 2,8 wiorsty; *b*) stosunek $\frac{5}{8}$ wiorsty do $\frac{7}{10}$ km.

129. Oznaczyć stosunek: *a*) arszyna do łokcia; *b*) łokcia do arszyna.

130. Oznaczyć stosunek: *a*) werszka do cala; *b*) cala do werszka.

131. Oznaczyć stosunek: *a*) 15 łokci do 12 arszynów; *b*) 18 cali do 15 werszków.

132. Łokieć kwadratowy ma 331776 milimetrów kwadratowych; oznaczyć: *a*) stosunek metra kwadratowego do łokcia kwadratowego; *b*) łokcia kwadratowego do metra kwadratowego.

133. Oznacz: *a*) stosunek 10 m^2 do 25 łokci kwadratowych; *b*) stosunek cala kwadratowego do milimetra kwadratowego.

134. Oznaczyć: *a*) stosunek morgi do metra kwadratowego; *b*) stosunek włóki do hektara. Morga równa się 3 sznurom kwadratowym.

135. Oznacz stosunek kilometra kwadratowego: *a*) do pręta kwadratowego; *b*) do morgi; *c*) do włóki.

136. Arszyn kwadratowy ma 505810 milimetrów kwadratowych. Oznacz stosunek: *a*) metra kwadratowego do arszyna kwadratowego; *b*) arszyna kwadratowego do metra kwadratowego.

137. Oznaczyć stosunek: *a*) sażenia kwadratowego do metra kwadratowego; *b*) metra kwadratowego do sażenia kwadratowego.

138. Oznaczyć stosunek: *a*) diesiatiny do metra kwadratowego; *b*) diesiatiny do hektara.

139. Oznacż stosunek powierzchni pola, mającego rozległości 1000 ha, do powierzchni pola, mającego rozległości 915,29 diesiatiny.

140. Oznacz stosunek: *a*) łokcia kwadratowego do arszyna kwadratowego; *b*) arszyna kwadratowego do do łokcia kwadratowego; *c*) sążnia kwadratowego do sażenia kwadratowego; *d*) sażenia kwadratowego do sążnia kwadratowego.

141. Oznacz stosunek 300 sążni kwadratowych do 250 sażeni kwadratowych.

142. Oznacz stosunek cala kwadratowego do werszka kwadratowego.

143. Oznacz stosunek: *a*) włóki do diesiatiny; *b*) diesiatiny do morgi.

144. Kwarta polska równa się litrowi; oznacz: *a*) stosunek kwaterki do decylitra; *b*) $\frac{1}{5}$ kwarty do 8 decylitrów.

145. Cal sześcienny polski ma milimetrów sześciennych 13824. Oznaczyć stosunek: *a*) metra sześciennego do łokcia sześciennego; *b*) łokcia sześciennego do metra sześciennego.

146. Oznaczyć stosunek 100 łokci sześciennych do 15 metrów sześciennych.

147. Sażeń sześcienny równa się 9,71281 m^3. Oznaczyć stosunek 100 sażeni sześciennych do 450 metrów sześciennych.

148. Oznaczyć: *a*) stosunek metra sześciennego do arszyna sześciennego; *b*) arszyna sześciennego do metra sześciennego; *c*) 100 m^3 do 150 arszynów sześciennych.

149. Oznaczyć stosunek arszyna sześciennego do łokcia sześciennego.

150. Wiadro ma 12,2995 litra. Oznaczyć stosunek 3 wiader do 20 kwart.

151. Czetweryk ma objętość równą 26,239 litra. Oznaczyć stosunek: *a*) czetweryka do wiadra; *b*) wiadra do czetweryka.

152. Pud ma 16,3805 kg. Znaleźć: *a*) stosunek funta do kilograma; *b*) kilograma do funta (z przybliżeniem na 0,001).

153. Oznaczyć stosunek: *a*) łuta do grama; *b*) grama do łuta; *c*) zołotnika do miligrama.

154. Centymetr sześcienny glinu waży 2,56 g, decymetr sześcienny żelaza waży 7,2 kg. Oznacz stosunek ciężarów właściwych żelaza i glinu.

155. Oznacz stosunek ciężarów właściwych złota i srebra, wiedząc, że $\frac{1}{3}$ dm^3 złota waży 6,42 g; $\frac{1}{2}$ dm^3 srebra — 5,26 g.

156. Centylitr rtęci waży 136 g, decymetr sześcienny alkoholu waży 0,795 g. Oznacz stosunek gęstości tych dwóch cieczy.

157. Oznacz stosunek gęstości wody przy temperaturze 4° C. do gęstości wody przy temperaturze *a*) 18° C., *b*) 30°, *c*) 50°, wiedząc, że centymetr sześcienny wody przy 18° C. waży 0,9986 g, przy 30° — 0,9958; przy 50° — 0,9882.

158. Stosunek ciężaru powietrza (przy temperaturze 0° i przy zwyczajnem ciśnieniu atmosfery) do ciężaru wody równej objętości jest równy 25 : 19332. Oznaczyć stosunek ciężaru 1000 litrów powietrza do 1 dm^3 wody.

159. Oznacz stosunek ciężaru danej objętości tlenu do ciężaru równej objętości wody, wiedząc, że 100 litrów tlenu waży tyle, co 110 litrów powietrza.

d. Działania na stosunkach.

160. *a*) Stosunek $14 : 3\frac{1}{2}$ przekształcić na równy mu stosunek, którego pierwszym wyrazem jest 7; *b*) stosunek $7 : 9\frac{1}{2}$ przekształcić na równy mu stosunek, którego drugim wyrazem jest 19.

161. Stosunek $3 : 4\frac{1}{2}$ przekształcić na równy mu stosunek: *a*) którego pierwszym wyrazem jest 5; *b*) którego drugim wyrazem jest $17\frac{1}{2}$.

162. *a*) Stosunek $\frac{5}{6} : \frac{7}{15}$ przekształcić na równy mu stosunek, którego pierwszym wyrazem jest 10; *b*) stosunek $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{5}$ przekształcić na równy mu stosunek, którego drugim wyrazem jest 12.

163. Stosunki 7 : 8 i 5 : 4 przekształcić w ten sposób, nie zmieniając ich wielkości, aby w obu *a*) pierwsze wyrazy były równe 10; *b*) drugie wyrazy były równe 6.

164. Stosunki 3 : 4 i 5 : 6 przekształcić w ten sposób, nie zmieniając ich wielkości, aby drugi wyraz pierwszego stosunku i pierwszy wyraz drugiego były równe 8.

165. Stosunek $2 : 2\frac{1}{2}$, 4 : 5, 7 : 8 przekształcić w ten sposób, aby drugi wyraz pierwszego stosunku i pierwszy wyraz drugiego stały się równemi 5, i aby pierwszy wyraz trzeciego przekształconego stosunku równał się drugiemu wyrazowi drugiego stosunku przekształconego.

---

166. Napisać: *a*) stosunek dwa razy większy od stosunku 45 : 12; *b*) stosunek trzy razy większy od stosunku $3\frac{1}{3} : 5$; *c*) stosunek ośm razy większy od stosunku $6\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$.

167. Napisać: *a*) stosunek dwa razy mniejszy od stosunku 4 : 3; *b*) trzy razy mniejszy od stosunku 15 : 8; *c*) dziesięć razy mniejszy od stosunku 2 : $17\frac{1}{2}$.

168. Napisać stosunek: *a*) trzy razy większy od stosunku 3 m do $\frac{4}{5}$ dm; *b*) cztery razy mniejszy od stosunku $12\frac{1}{2}$ cm : $4\frac{5}{6}$ mm.

169. Nakreśl dwa odcinki prostoliniowe takiej długości, aby stosunek tych długości był 7 razy mniejszy od stosunku przekątnej kwadratu do boku kwadratu. Porówn. zad. 99.

170. Nakreśl dwa odcinki prostoliniowe takie, aby ich stosunek był 8 razy większy od stosunku cala do milimetra. Porówn. zad. 120.

171. *a*) $(3 \text{ m} : 4 \text{ dm}) \times 5 = ?$

b) $\left(4\frac{1}{2} \text{ cm} : 12 \text{ mm}\right) : 9 = ?$

c) $(0{,}75 \text{ mm} : 0{,}048 \text{ m}) \times 10 = ?$

d) $(1{,}32 \text{ km} : 432 \text{ m}) : 6 = ?$

172. *a*) $\left(4 \text{ m}^2 : \frac{1}{5} \text{ dm}^2\right) \times 10 = ?$

b) $(6 \text{ m}^2 : 300 \text{ cm}^2) : 30 = ?$

c) $(3 \text{ ha} : 100 \text{ m}^2) \times 5 = ?$

d) $\left(5 \text{ a} : \frac{1}{80} \text{ km}^2\right) : 2 = ?$

173. *a*) $\left(3 \text{ m}^3 : \frac{1}{8} \text{ m}^3\right) \times 8 = ?$

b) $(4\ m^3 : 12\ cm^3) : 100 = ?$

c) $(60\ l : 125\ dm^3) : 30 = ?$

174. *a*) $(7\ kg : 4{,}2\ dg) \times 3 = ?$

b) $\left(100\ kg : \frac{4}{5}\ g\right) : 3 = ?$

c) $\left(1\frac{1}{3}\ g : \frac{5}{16}\ g\right) \times 10 = ?$

d) $\left(3\frac{1}{4}\ g : 7\frac{1}{2}\ g\right) : 13 = ?$

---

175. Liczbę 4 pomnożyć: *a*) przez stosunek 5 : 12; *b*) przez stosunek 3 : 8; *c*) przez stosunek $2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$.

176. Długość 14 m pomnożyć: *a*) przez stosunek 7 : 12; *b*) przez stosunek $1\frac{1}{4} : 5\frac{1}{4}$; *c*) przez stosunek 2,4 : 0,8.

177. Powierzchnią $3\ m^2$ pomnożyć: *a*) przez stosunek $7\frac{3}{4} : 15\frac{1}{2}$; *b*) przez stosunek 6 : 0,48; *c*) przez stosunek $1\frac{1}{8} : 2\frac{1}{2}$.

178. $8\frac{1}{2}$ kg pomnożyć: *a*) przez stosunek 14 : 15; *b*) przez stosunek $\frac{11}{12} : 5$; *c*) przez stosunek $3\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2}$.

179. $3\frac{1}{4}$ godziny pomnożyć: *a*) przez stosunek 2 : 5, *b*) przez stosunek 4 : 13; *c*) przez stosunek 5 : 26.

180. 3,5 m pomnożyć: *a*) przez stosunek 12 kg : 3 kg; *b*) przez stosunek 12 min : 3 min.

Pomnożyć przez stosunek dwóch wielkości jest to pomnożyć przez liczbę oderwaną, wyrażającą wielkość tego stosunku.

181. $13\frac{1}{2}$ kg pomnożyć: *a*) przez stosunek $4\frac{1}{2}$ m : $7\frac{1}{2}$ m; *b*) przez stosuuek 1 m^2 : 5 dm^2; *c*) przez stosunek $\frac{1}{4}$ m^3 : 100 dm^3.

182. Pomnożyć przez siebie dwa stosunki: 7 : 4 i 3 : 2.

183. Pomnożyć przez siebie stosunki:

a) $5 : \frac{3}{4}, \quad \frac{2}{5} : 8;$

b) $2 : \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{4} : 2.$

184. Oznaczyć iloczyny stosunków:

a) $\left(3\frac{1}{4} : 5\right) \times \left(\frac{5}{2} : 2\frac{1}{2}\right) = ?$

b) $\left(6\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}\right) \times \left(3\frac{1}{3} : 3\frac{1}{4}\right) = ?$

c) $(17 : 18) \times \left(9 : 8\frac{1}{2}\right) = ?$

185. Oznaczyć iloczyny stosunków:

a) $\left(\frac{2}{3} : \frac{5}{6}\right) \times \left(3\frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right) = ?$

b) $\left(3\frac{1}{8} : 2{,}4\right) \times \left(1{,}2 : \frac{3}{4}\right) = ?$

c) $(12{,}5 : 0{,}8) \times (1{,}4 : 3{,}2) = ?$

186. Jaki otrzymasz stosunek, mnożąc przez siebie trzy stosunki:

$$4 : 5, \quad 8 : 12, \quad 7 : 15?$$

187. Oznacz iloczyn trzech stosunków:

$$3\frac{3}{2} : 4, \quad 8 : 2\frac{1}{2}, \quad 5 ; 6.$$

188. Oznacz iloczyny stosunków:

a) $(3 : 4) \times (5 : 8) \times (12 : 6) = ?$

b) $\left(6 : 7\frac{1}{2}\right) \times (15 : 19) \times \left(9\frac{1}{2} : 4\right) = ?$

c) $(3 : 3{,}5) \times (7 : 4{,}8) \times (15 : 0{,}5) = ?$

189. Oznacz iloczyny stosunków:

a) $(3 : 8) \times \left(8 : 2\frac{1}{2}\right) \times \left(3\frac{1}{4} : 5\right) \times (5 : 16) = ?$

b) $(7 : 15) \times \left(3\frac{1}{8} : 7\frac{1}{2}\right) \times (11 : 12) \times \left(2\frac{1}{2} : 11\right) = ?$

c) $\left(3\frac{1}{4} : 4\right) \times (5 : 6) \times \left(3\frac{1}{4} : 5\right) \times \left(1{,}4 : 3\frac{1}{4}\right) = ?$

d) $(0{,}75 : 8) \times (2 : 0{,}25) \times (4 : 3{,}4) \times (1{,}8 : 12) = ?$

---

190. Jeden robotnik pracował 5 dni, drugi 8 dni; pierwszy wyrabia dziennie 8 m materyi, drugi 6 m tejże materyi. Oznaczyć stosunek roboty wykonanej przez pierwszego robotnika do roboty wykonanej przez drugiego. Przedstawić szukany stosunek jako iloczyn dwóch stosunków.

191. Oznaczyć stosunek wartości partyi towaru *A* do wartości partyi towaru *B*, jeżeli stosunek wagi pierwszej partyi do wagi drugiej jest $8 : 4\frac{1}{3}$, stosunek zaś ceny pierwszego towaru do ceny drugiego jest 12 : 25.

192. Oznaczyć stosunek powierzchni prostokąta *A* do powierzchni prostokąta *B*, jeżeli stosunek podstawy pierwszego z nich do podstawy drugiego jest 3 : 5, stosunek wysokości pierwszego do wysokości drugiego $4\frac{1}{3} : 3\frac{2}{5}$.

193. Stosunek powierzchni pola *A* do powierzchni pola *B* jest 3 : 4; stosunek ceny metra kwadratowego ziemi na polu pierwszem do ceny metra kwadratowego na polu drugiem jest 6 : 5. Oznaczyć stosunek wartości pola *A* do wartości pola *B*.

194. Oznaczyć stosunek objętości powietrza zawartego w pokoju *A* do objętosci powietrza zawartego w pokoju *B*, jeżeli stosunek długości pierwszego pokoju do długości drugiego jest 3 : 4, stosunek szerokości 6 : 5, stosunek wysokości 10 : 9.

195. Oznaczyć stosunek wagi sześcianu pełnego ze złota do takiegoż sześcianu ze srebra, znając ciężary właściwe złota i srebra (porówn. zad. 155) i wiedząc, że stosunek krawędzi pierwszego sześcianu do krawędzi drugiego równa się 1 : 3.

---

196. Stosunek 4 m : 3 m pomnóż przez stosunek $2\frac{1}{2}$ m : $4\frac{1}{2}$ m.

Pomnożywszy liczbę oderwaną, wyrażającą wielkość pierwszego stosunku, przez liczbę oderwaną, wyrażającą wielkość drugiego, możemy iloczynowi dać postać stosunku.

197. Stosunek $2\frac{1}{2}$ kg : 3 kg pomnożyć przez stosunek 6 m : 5 m.

198. Długość $3\frac{1}{4}$ m pomnóż przez stosunek $3\frac{1}{2}$ m : $1\frac{1}{5}$ m, otrzymaną zaś długość pomnóż przez stosunek 4 m^2 : $\frac{3}{3}$ m^2.

199. Powierzchnią 15 m^2 pomnóż przez stosunek 2 m : 7 m i otrzymaną powierzchnią pomnóż przez stosunek $3\frac{1}{2}$ kg : $2\frac{1}{2}$ kg.

200. Wielkość $3\frac{1}{3}$ m^3 pomnóż przez stosunek 4 m : 3 m, otrzymaną wielką pomnóż przez stosunek $\frac{1}{4}$ m^2 : $\frac{5}{6}$ m^2, wreszcie wynik tego mnożenia pomnoż przez stosunek 4 kg : $2\frac{1}{2}$ kg.

201. Stosunek metra do łokcia pomnóż przez stosunek arszyna do metra.

202. Stosunek sążnia do metra pomnóż przez stosunek metra do sażenia.

203. Stosunek okręgu koła do jego średnicy pomnóż przez stosunek szóstej części okręgu do promienia.

204. Stosunek przekątnej kwadratu do jego boku pomnóż przez stosunek obwodu kwadratu do połowy przekątnej.

205. *a*) Ile razy stosunek 17 : 5 jest większy od stosunku $4\frac{1}{4} : 10$; *b*) ile razy stosunek $\frac{1}{4} : \frac{1}{20}$ jest większy od stosunku 100 : 40?

206. Ile razy stosunek $\frac{1}{10} : \frac{1}{120}$ jest większy od stosunku 1200 : 200?

207. Ile razy stosunek 5 m do $4\frac{1}{2}$ m jest mniejszy od stosunku 20 kg : 9 kg?

208. Ile razy stosunek ciężarów właściwych złota i srebra jest większy od stosunku ciężarów właściwych rtęci i srebra? (Porówn. zad. 155 i 156).

209. Ile razy stosunek kilometra kwadratowego do hektara jest większy od stosunku ara do 10 metrów kwadratowych?

e. Dalsze przykłady i zastosowania.

210. Stosunek dwóch liczb jest 3 : 8; pierwsza równa się 42; oznacz drugą.

Drugą liczbę znajdziemy, mnożąc 42 przez stosunek 3 : 8; będzie ona zatem równa

$$42 \cdot \frac{8}{3}.$$

Sprawdź to.

211. Rozwiąż tymże sposobem zadanie: „Stosunek dwóch liczb jest 8 : 3; pierwsza równa się 112; znajdź drugą.“

212. Stosunek dwóch liczb jest 5 : 7; druga równa się 12; znajdź pierwszą.

Pierwszą liczbę znajdziemy, mnożąc 12 przez stosunek 5 : 7; będzie ona zatem równa

$$12 \cdot \frac{5}{7}.$$

Sprawdź to.

213. Rozwiąż podobnym sposobem zadanie: „Stosunek dwóch liczb równa się 7 : 5, druga równa się 18; znajdź pierwszą."

214. *a*) Stosunek dwóch długości jest 5 : 9; pierwsza z nich wynosi 14,08 m; znajdź drugą; *b*) stosunek dwóch długości jest 9 : 5; pierwsza z nich jest 25,344 m; oznacz drugą.

215. Oznacz długość przekątnej kwadratu, którego bok ma długości 1,4 dm. (Porówn. zad. 99).

216. Oznacz długość boku kwadratu, wiedząc, że jego przekątna ma długości 15 cm.

217. Stosunek podstawy prostokąta do wysokości jego równa się 8 : 5. Obliczyć powierzchnią prostokąta, wiedząc, że podstawa ma długości 16,5 cm.

218. Oznacz długość okręgu koła, wiedząc, że promień jego ma długości 3,25 dm. (Porówn. zad. 100).

219. Oznacz długość promienia koła, wiedząc, że długość jego okręgu wynosi 320 cm. (Porówn. zad. 101).

220. Oznacz długość łuku 60^0 okręgu koła, którego średnica ma długości 2,5 dm.

221. Oznacz długość promienia koła, wiedząc, że łuk $52^0\ 30'$ ma długości 16 cm.

222. Oznacz powierzchnią koła, którego promień ma długości: *a*) 4 cm; *b*) 8 $\frac{1}{2}$ cm; *c*) 10,5 cm. (Porówn. zad. 105).

223. Oznacz powierzchnią kuli, której średnica ma długości: *a*) 45 cm; *b*) 60$\frac{1}{2}$ dm; *c*) 3,5 m. (Porówn. zad. 105).

224. Oznacz objętość kuli, której promień ma długości: *a*) 2 cm; *b*) 3$\frac{1}{2}$ dm; *c*) 1, 4 m.

225. Stosunek powierzchni pola A do powierzchni pola B jest równy 8 : 25; powierzchnia pierwszego wynosi 1200 hektarów; oznacz powierzchnią drugiego pola.

226. Stosunek objętości dwóch naczyń jest 12 : 85; objętość pierwszego wynosi 144 decylitry; oznacz objętość drugiego.

227. Stosunek dwóch objętości równa się $\frac{8}{9} : \frac{9}{10}$; druga objętość wynosi 4,5; oznacz pierwszą.

228. Stosunek dwóch ciężarów równa się $\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$; pierwszy z nich wynosi 2,4 kg; oznacz drugi.

---

229. Oznacz długość x, wiedząc, że jej stosunek do długości 5 m równa się stosunkowi 3 : 4.

230. Oznacz powierzchnią x, wiedząc, że jej stosunek do powierzchni 15 m^2 równa się stosunkowi 1,2 : 0,8.

231. Oznacz objętość x, wiedząc, że stosunek objętości 3 m^3 do objętości x równa się 4 : 0,5.

232. Oznaczyć powierzchnią x pola, wiedząc, że stosunek tej powierzchni do powierzchni innego pola, mającego długości 125 m, szerokości 48 m, równa się stosunkowi 12 : 15.

233. Oznaczyć x z następujących równości:

a) $x : 12 = 7\frac{3}{4} : 15\frac{1}{2}$;

b) $x : 0{,}6 = 1{,}3 : 0{,}52$;

c) $4\frac{1}{2} : 54 = 16 : x$;

d) $2{,}25 : 1{,}5 = 0{,}8 : x$.

234. Oznaczyć x z następujących równości:

a) $16 : x = 9 : 4$;

b) $2\frac{1}{2} : x = 2\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2}$;

c) $1\frac{2}{3} : 5\frac{1}{3} = x : 8$;

d) $0{,}72 : 4{,}8 = x : 1\frac{1}{3}$.

235. Oznaczyć x z następujących równości:

a) $\dfrac{x}{3\frac{1}{2}} = \dfrac{4}{5}$; *d*) $\dfrac{5}{17} = \dfrac{x}{3{,}4}$;

b) $\dfrac{x}{2{,}4} = \dfrac{0{,}6}{1{,}8}$; *e*) $\dfrac{8\frac{1}{2}}{19} = \dfrac{x}{4\frac{3}{4}}$;

c) $\dfrac{x}{2\frac{2}{3}} = \dfrac{3\frac{4}{5}}{\frac{4}{9}}$; *f*) $\dfrac{7\frac{1}{2}}{2\frac{3}{4}} = \dfrac{x}{16}$.

236. Oznaczyć x z następujących równości:

$$a)\ \frac{5\frac{1}{2}}{x} = \frac{16}{18};\quad d)\ \frac{2}{101} = \frac{7}{x};$$

$$b)\ \frac{7\frac{1}{4}}{x} = \frac{2}{3};\quad e)\ \frac{3,5}{6,4} = \frac{1,04}{x};$$

$$c)\ \frac{18\frac{1}{4}}{x} = \frac{4\frac{9}{16}}{12};\quad f)\ \frac{12\frac{1}{2}}{0,25} = \frac{48}{x}.$$

---

237. Za 8 m sukna zapłacono $15\frac{1}{2}$ rubla; ile rubli trzeba zapłacić za $12\frac{1}{2}$ m?

Dla rozwiązania tego zadania dość $15\frac{1}{2}$ rubla pomnożyć przez stosunek $12\frac{1}{2}$ m : 8 m. Rozwiązanie w rublach daje wyrażenie:

$$15\frac{1}{2} \cdot \frac{12\frac{1}{2}}{8}.$$

Sprawdź to.

238. Rozwiąż podobnym sposobem zadanie: „Za $7\frac{1}{2}$ kg mąki zapłacono 1 rs. $12\frac{1}{2}$ kop; ile zapłacić trzeba za $3\frac{1}{2}$ kg mąki“?

239. Za 375 rubli kupiono 250 funtów herbaty; ile kupić można herbaty za 48 rubli?

Dla rozwiązania tego zadania dość 250 funtów pomnożyć przez stosunek 48 rub. : 375 rub. Rozwiązanie w funtach daje wyrażenie:

$$250 \cdot \frac{48}{375}.$$

Sprawdź to.

240. Rozwiąż w podobny sposób zadanie: „Za 18 metrów wstążki zapłacono 4 rs. 10 kop.; ile metrów wstążki dostać można za 69 kopiejek?

241. Drut długości $3\frac{1}{2}$ m waży 1,4 kg; ile waży kawałek tego drutu, mający długości: *a*) 25 cm; *b*) 30,5 cm; *c*) $40\frac{5}{6}$ cm?

242. Za beczkę wina objętości 220 litrów zapłacono 165 rubli; ile zapłacić należy za: *a*) 48 litrów; *b*) 50,5 litra takiegoż wina?

243. Trzy czwarte pewnej długości stanowi $2\frac{7}{15}$ m; oznaczyć $\frac{7}{10}$ tejże długości.

244. Oznaczyć $\frac{5}{8}$ powierzchni, wiedząc, że $\frac{17}{5}$ tej powierzchni stanowi 300 arów.

245. Robotnikowi za 12 dni pracy wypłacono 10 rs. 20 kop.; ile należy wypłacić temuż robotnikowi za 19 dni roboczych?

246. Za plac, mający rozległości 2550 m^2, żądają 8925 rubli; ile metrów kwadratowych placu nabyć można za 4900 rubli?

247. Z rury wypływa jednostajnie woda; w ciągu 45 minut wypłynęło 298 litrów; ile wody wypłynie w ciągu $3\frac{1}{3}$ godziny?

248. Łokieć sukna kosztuje 3 rs. 20 kop.; oznaczyć cenę metra tegoż sukna. (Patrz zad. 119).

249. Metr sukna kosztuje 5 rs. 60 kop.; oznaczyć cenę łokcia tegoż sukna.

250. Jeżeli za łokieć płótna zapłacono 35 kop., ile należy zapłacić za arszyn tegoż płótna?

251. Arszyn wstążki kosztuje 36 kopiejek; ile wart metr tejże wstążki? (Patrz zad. 123).

252. Za funt herbaty zapłacono 2 rs. 25 kop.; ile wart kilogram tejże herbaty? (Patrz zad. 152).

253. Kilogram cukru wart 48 kop.; jaka jest cena funta tegoż cukru?

254. 15 tkaczy w ciągu pewnego czasu utkało 400 m płótna; ile płótna utkać może 48 tkaczy w ciągu takiegoż czasu?

255. Jeżeli dla przygotowania w ciągu pewnego czasu 180 m sukna potrzeba 16 robotników, to iluż robotników trzeba, aby w ciągu takiegoż czasu przygotować 202,5 m sukna?

256. Z 45 kg mąki można otrzymać 61,5 kg chleba: *a*) ile można otrzymać chleba z 125 kg mąki; *b*) ilu potrzeba kilogramów mąki, aby otrzymać $54\frac{2}{3}$ kg chleba?

257. Za 72 ruble 20 kop. otrzymano 150 marek niemieckich: *a*) ile otrzymać można marek za 252 ruble 70 kop.; *b*) ile rubli za 420 marek?

258. Za 90 rubli 48 kop. otrzymano 120 guldenów austryackich: *a*) ile otrzymać można guldenów za 75 rubli 40 kop.; *b*) ile rubli za 377 guldenów?

---

259. 15 robotników ukończyło pewną robotę w ciągu dni 16; w jakim czasie 24 robotników mogłoby ukończyć takąż samą robotę?

Oznacz szukaną liczbę dni, mnożąc 16 przez stosunek 15 : 24 (lub stosunek $\frac{1}{24} : \frac{1}{15}$). Rozwiązanie będzie:

$$16 \cdot \frac{15}{24}.$$

Sprawdź to.

260. Rozwiąż podobnym sposobem zadanie:

Do wykończenia pewnej roboty w ciągu dni 18 najęto 24 robotników; ilu potrzebaby robotników dla wykonania tejże roboty w ciągu dni 12?

261. Na sprawienie sukni potrzeba $13\frac{1}{2}$ m materyi szerokiej na $1\frac{1}{4}$ m; ile zużyćby trzeba na tęż suknią materyi: *a*) szerokiej na $1\frac{1}{2}$ m; *b*) na $\frac{9}{10}$ m?

262. Pisząc po $4\frac{1}{2}$ godziny dziennie, można przepisać całą książkę w ciągu dni 20; po ile godzin trzeba przepisywać dziennie, aby przepisać książkę w dni 18?

263. Pociąg drogi żelaznej, poruszając się z prędkością 30 km na godzinę, może przebyć pewną przestrzeń w ciągu $3\frac{4}{5}$ godziny; w jakim czasie przebędzie tęż samą przestrzeń, jeżeli poruszać się będzie z prędkością 38 km na godzinę?

264. W twierdzy przygotowano żywności dla 3345 ludzi na dni 56. Na ile dni starczy tej żywności, jeżeli w twierdzy będzie: *a*) o 2899 ludzi więcej; *b*) o 223 ludzi mniej.

265. Machina parowa w ciągu pewnego czasu podnosi 37575 kg węgla z głębokości 45 m. *a*) Ile kg węgla w ciągu tego samego czasu mogłaby podnieść ta machina z głębokości 33,75 m; *b*) z jakiej głębokości mogłaby podnieść w ciągu tegoż samego czasu 28577 kg?

266. Zbiornik napełnia się całkowicie wodą przez 5 jednakowych rur w ciągu $6\frac{3}{4}$ godziny; jeżeli woda wpływać będzie przez 9 takich rur, to w jakim czasie napełni się zbiornik?

267. Jeżeli z pewnej ilości przędzy wyrobiono 429 łokci płótna szerokiego na $1\frac{1}{2}$ łokcia, to jakiej szerokości będzie płótno wyrobione z tej samej ilości przędzy, jeżeli długość jego wynosi $500\frac{1}{2}$ łokcia?

---

268. Budowa szosy długiej na 7,4 wiorsty, szerokiej na 6,5 sażenia kosztowała 9620 rs.; ile kosztować będzie budowa podobnej szosy długiej na 10,2 wiorsty, szerokiej na 5,8 sażenia?

Znajdujemy koszt szukany w rublach, mnożąc liczbę 9620 przez iloczyn stosunków: $\frac{10,2}{7,4} \cdot \frac{5,8}{6,5}$. Dlaczego?

269. 15 robotników, pracując po 8 godzin dziennie, ukończyło pewną robotę w ciągu dni 21; ilu potrzeba robotników dla wykończenia takiejże roboty w ciągu dni 24, jeżeli pracować będą po $7\frac{1}{2}$ godzin dziennie?

Dla rozwiązania tego zadania należy liczbę 15 pomnożyć przez iloczyn stosunków $\frac{8}{7\frac{1}{2}} \cdot \frac{21}{24}$. Sprawdź to.

270. Dla wzniesienia muru długiego na 30 m, szerokiego na 36 cm, wysokiego na 3,5 m użyto 30 robotników, którzy ukończyli robotę w ciągu dni 15. Ilu potrzeba użyć robotników dla wzniesienia w przeciągu dni 20 podobnego muru długiego na 42 m, szerokiego na 40 cm, wysokiego na 3,6 m:

Rozwiązujemy to zadanie, mnożąc liczbę 30 przez iloczyn stosunków:

$$\frac{15}{20} \cdot \frac{42}{30} \cdot \frac{40}{36} \cdot \frac{3,6}{3,5}.$$

Dlaczego?

271. Z 9 kg przędzy otrzymano 28 m płótna szerokiego na 72 cm; ile metrów płótna szerokiego na 84 cm otrzymać można z 15 kg przędzy?

272. Na posadzkę w sali użyto 390 płytek mających długości 22,5 cm, szerokości 16, 8 cm. Ilu potrzebaby na tęż posadzkę płytek długich na 18 cm, szerokich na 15,6 cm?

273. Pięciu robotników za robotę 12 dniową po 7 godzin dziennie otrzymało zapłatę 31 rub. 50 kop. Jaką na tych samych warunkach należy wypłacić sumę 13 robotnikom za 8 dni roboty po $7\frac{1}{2}$ godziny dziennie?

274. Na wytapetowanie pokoju potrzeba było 21 rulonów obicia długich na 13 m, szerokich na 90 cm. Zamiast tego wzięto rulony długie na $13\frac{1}{2}$ m, szerokie na 91 cm; ile ich wzięto?

275. Płyta metalowa mająca długości 2,75 m, szerokości 0,24 m, grubości 0,225 cm waży 102 kg. Ile ważyć będzie płyta z tegoż metalu, mająca długości 4,125 m, szerokości 0,18 m, grubości 0,15 cm?

276. 17 robotników, pracując dni 12 po 7 godzin dziennie, przygotowało 348 m materyi szerokiej na $\frac{5}{6}$ m; 28 robotników, pracując dni 10 po $8\frac{1}{2}$ godzin dziennie, ile przygotuje metrów takiejże materyi szerokiej na $\frac{7}{8}$ m?

277. Pewne dzieło składa się z 12 tomów; każdy tom z 25 arkuszy, każda stronnica zawiera 36 wierszy, w każdym wierszu jest po 40 liter. Z ilu tomów składać się będzie nowe wydanie tego samego dzieła, jeżeli tom ma się składać z 40 arkuszy, każda stronnica zawierać 54 wiersze, każdy wiersz 50 liter?

f. Łańcuch stosunków.

278. Długość A jest dwa razy większa od długości B, długość B trzy razy większa od długości C. Oznacz stosunek $A : C$.

279. Liczba mieszkańców miasta A jest dwa razy większa od liczby mieszkańców miasta B; liczba mieszkańców miasta B stanowi $\frac{2}{3}$ liczby mieszkańców miasta C. Oznacz stosunek ludności miasta A do ludności miasta C.

280. Są dane trzy wielkości; stosunek pierwszej do drugiej jest równy stosunkowi $1 : 2$, stosunek drugiej do trzeciej jest równy stosunkowi $2 : 5$. Oznacz stosunek pierwszej wielkości do trzeciej.

281. Stosunek długości A do długości B równa się $7 : 5$, stosunek długości $B : C$ równa się $5 : 9$. Oznaczyć stosunek $A : C$ i stosunek *odwrotny* $C : A$.

282. Stosunek powierzchni A do powierzchni B równa się $2 : 3$, stosunek powierzchni B do powierzchni C równa się $6 : 5$. Znajdź: *a*) wielkość stosunku $A : C$; *b*) wielkość stosunku odwrotnego $C : A$.

283. Powierzchnia A stanowi $\frac{3}{4}$ powierzchni B, powierzchnia B stanowi $\frac{6}{5}$ powierzchni C. Oznacz stosunki: *a*) $A : C$; *b*) $C : A$.

284. Objętość A stanowi 0,75 objętości B; objętość B stanowi $\frac{7}{4}$ objętości C, objętość C jest dwa razy większa od objętości D. Oznacz stosunki: *a*) $A : D$; *b*) $D : A$.

285. Stosunek objętości A do objętości B równa się $8 : 15$, stosunek objętości B do objętości C równa się $5 : 4$. Znajdź stosunek objętości C do objętości A.

286. Mając stosunki $A : B = 3 : 4$; $B : C = 5 : 8$; oznacz stosunek $A : C$.

287. $A : B = \frac{1}{2} : \frac{3}{4}$; $B : C = \frac{5}{6} : \frac{8}{9}$; oznacz stosunek $A : C$.

288. Stosunek $A : B = 4 : 5$;
stosunek $B : C = 10 : 13$;
stosunek $C : D = 26 : 9$.

Oznacz stosunki: *a*) $A : C$; *b*) $B : D$; *c*) $A : D$.

289. Znane są stosunki:

$$A : B = 1 : 2; \quad B : C = 3 : 4: \quad C : D = 5 : 6;$$

oznaczyć stąd stosunek $D : A$.

290. Stosunek wielkości $A : B$ równa się $5 : 8$, stosunek $B : C$ równa się $7 : 9$; stosunek $C : D$ równa się $8 : 11$. Oznacz stosunek $A : D$.

291. Znane są stosunki:

$$A : B = 1 ; 3; \quad B : C = \frac{1}{2} : \frac{1}{3};$$

$$C : D = 4 : 5; \quad D : E = \frac{1}{5} : \frac{1}{4};$$

oznaczyć stosunek: *a*) $A : E$; *b*) $E : A$.

292. Yard angielski zawiera 3 stopy, stopa stanowi $\frac{1}{7}$ sażenia rosyjskiego; oznaczyć stosunek yarda do arszyna.

293. Yard kwadratowy zawiera 9 stóp kwadratowych; stopa kwadratowa stanowi $\frac{1}{49}$ sażenia kwadratowego; oznaczyć stosunek arszyna kwadratowego do yarda kwadratowego.

294. Stosunek yarda do metra równa się 914404 : 1000000; oznaczyć stosunek yarda do łokcia polskiego (porówn. zad. 119).

295. Akr, miara angielska powierzchni, zawiera 4820 yardów kwadratowych. Oznaczyć stosunek: *a*) akra do sażenia kwadratowego; *b*) diesiatiny do akra.

296. Znaleźć stosunek sążnia wiedeńskiego do metra, znając stosunek metra do yarda (porówn. zadanie 294) i wiedząc, że stosunek yarda do metra wiedeńskiego równa się 500 : 1037.

297. Oznaczyć stosunek monety brazylijskiej zwanej milrejsem do rubla, wiedząc, że stosunek milrejsa do franka równa się 137 : 50, stosunek franka do rubla równa się 5 : 13.

298. Za 1 rubla można otrzymać 2,6 franka, za 100 rubli 221,5 marki. Oznaczyć stosunek marki do franka.

299. Za monetę angielską zwaną „funtem sterling“ można otrzymać 25,22 fr. Oznaczyć stosunek: *a*) funta sterling do rubla; *b*) szylinga do kopiejki; *c*) kopiejki do pensa. Szyling = $\frac{1}{20}$ funta sterling, pens = $\frac{1}{12}$ szylinga.

g. Podział w stosunku danym.

300. Podzielić liczbę 18 na dwie części takie, aby stosunek pierwszej do drugiej był równy 2 : 7.

301. Podzielić liczbę 18 na dwie części takie, aby stosunek pierwszej do drugiej był równy $\frac{1}{2} : \frac{1}{7}$.

302. Znajdź dwie liczby, wiedząc, że ich suma jest 805, stosunek zaś pierwszej do drugiej równa się 3 : 4.

303. Znajdź dwie liczby, wiedząc, że suma ich wynosi $12\frac{1}{2}$, stosunek zaś równa się $\frac{1}{29} : \frac{1}{21}$.

304. Podziel długość 16 m na dwie części, z których pierwsza stanowi $\frac{3}{5}$ drugiej.

305. Podziel długość 15 metrów na dwie części tak, aby stosunek pierwszej do drugiej równał się 3 : 5;

306. Linią prostą długości 135 cm podzielić na dwie części, będące w stosunku: *a*) 4 : 5; *b*) 7 : 8; *c*) 4 : 11; *d*) 2 : 13.

307. Linią prostą długości 102 dm podzielić na dwie części, będące w stosunku: *a*) $\frac{1}{5} : \frac{1}{12}$; *b*) $\frac{1}{9} : \frac{1}{8}$; *c*) $\frac{1}{22} : \frac{1}{13}$.

308. Powierzchnią pola mającego rozległości 7280 m^2, podzielić na dwie części w stosunku 5 : 8.

309. Nakreślić prostokąt, mający długości 5 dm, szerokości 3 dm, i podzielić go na dwie części, będące w stosunku 7 : 8, za pomocą: *a*) prostej równoległej do podstawy; *b*) za pomocą prostej równoległej do wysokości.

310. Podzielić liczbę 140 na trzy części takie, aby stosunek pierwszej do drugiej był równy 3 : 5, stosunek drugiej do trzeciej był równy 5 : 7. Krócej wyrażamy to w ten sposób: podzielić liczbę 140 w stosunku 3 : 5 : 7.

311. Podzielić powierzchnią 1600 m^2 na trzy części, z których pierwsza stanowi $\frac{2}{5}$ drugiej, druga $\frac{5}{9}$ trzeciej.

312. Podzielić powierzchnią 1600 m^2 na trzy części tak, aby stosunek pierwszej do drugiej był 2 : 5, drugiej do trzeciej 5 : 9.

313. Podzielić długość 220 cm na trzy części: *a*) w stosunku 2 : 4 : 5; *b*) w stosunku 3 : 3 : 5; *c*) w stosunku 1 : 3 : 7.

314. Pole, mające rozległości 2250 m^2, podzielić na trzy części w stosunku 7 : 5 : 3. Oznaczyć wartość każdej części, jeżeli za 1 m^2 płacono $4\frac{1}{2}$ rubla.

315. Z trzech liczb, będących w stosunku 4 : 5 : 6, pierwsza równa się 18; znajdź drugą i trzecią.

316. Z trzech liczb, będących w stosunku $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$, druga równa się 8; znajdź pierwszą i trzecią.

317. Z trzech wielkości, będących w stosunku 2 : 7 : 9, trzecia równa się 207 m^2; znajdź pierwszą i drugą.

318. Liczbę 120 podzielić na trzy części takie, aby stosunek pierwszej do drugiej był równy $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$, stosunek drugiej do trzeciej równy $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$, lub krócej mówiąc: podzielić liczbę 120 w stosunku $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$.

319. Długość 75 m podzielić na 5 części takich, aby stosunek pierwszej do drugiej był równy $\frac{1}{2} : \frac{2}{5}$, stosunek drugiej do trzeciej $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$, stosunek trzeciej do czwartej $\frac{3}{16} : \frac{1}{8}$, stosunek czwartej do piątej 2 : 1.

320. Znajdź trzy liczby, wiedząc, że ich suma równa się 82, że stosunek pierwszej do drugiej jest równy 3 : 4, stosunek zaś drugiej do trzeciej jest równy 3 : 5.

321. Wspólnicy włożyli do przedsiębiorstwa: jeden 1200 rubli, drugi 900 rubli, trzeci 840 rubli. Zysk na przedsiębiorstwie wynosił 560 rubli. Podzielić ten zysk w stosunku do wkładów.

322. Czterem robotnikom wypłacono razem 39 rub. 15 kop. Pierwszy znich pracował dni 17, drugi 15, trzeci 12, czwarty 10. Podzielić całą wypłatę w stosunku do liczby dni, przez które każdy z robotników pracował.

II. PROPORCYONALNOŚĆ.

a. Zależność wielkości jednych od drugich.

323. Wartość towaru *zależy* od jego ilości. Objaśnij to na przykładach.

324. Odwrotnie, ilość danego towaru zależy od wartości t. j. od ilości pieniędzy, jaką za towar płacimy. Objaśnij to.

325. Ciężar ciała zależy od jego objętości. Odwrotnie, objętość ciała zależy od jego ciężaru. Objaśnij to.

326. Powierzchnia prostokąta zależy: *a*) od jego długości; *b*) od jego szerokości. Objaśnij to.

327. Przy danej powierzchni prostokąta, długość jego zależy od szerokości. Objaśnij to.

328. Długość drogi przebytej w ruchu jednostajnym zależy: *a*) od prędkości ruchu; *b*) od czasu. Objaśnij to.

329. Czas potrzebny na przebycie pewnej drogi w ruchu jednostajnym zależy: *a*) od długości drogi; *b*) od prędkości. Objaśnij to.

330. Droga, przebyta przez ciało wolno spadające na ziemię, zależy od wielkości czasu spadania. Objaśnij to.

331. Czas, potrzebny na wykonanie pewnej roboty, zależy od liczby robotników. Objaśnij to.

332. Odwrotnie, liczba robotników, potrzebnych do wykonania pewnej roboty, zależy od czasu, w ciągu którego robota ma być wykonaną.

333. Wielkość sumy zależy od wielkości jej składników. Wielkość różnicy zależy: *a*) od wielkości odjemnej; *b*) od wielkości odjemnika. Objaśnij to na przykładach. Wskaż przypadki, w których, przy zmianie jednoczesnej odjemnej i odjemnika, różnica nie zmienia się.

334. Długość okręgu koła zależy od długości promienia. Wielkość powierzchni koła zależy od jego średnicy. Objaśnij to.

335. Wielkość powierzchni kuli zależy od długości jej promienia. Objętość kuli zależy od długości jej średnicy. Objaśnij to.

336. Długość promienia kuli zależy od objętości kuli. Objaśnij to.

337. Wielkość iloczynu zależy od wielkości jego czynników. Objaśnij to.

338. Wielkość ilorazu zależy: *a*) od wielkości dzielnej, *b*) od wielkości dzielnika. Objaśnij to na przykładach. Wskaż przypadki, w których, przy jednoczesnej zmianie dzielnej i dzielnika, iloraz nie zmienia się.

339. Wielkość ułamka zależy: *a*) od wielkości licznika, *b*) od wielkości mianownika. Objaśnij to. Wskaż przypadki, w których, przy zmianie jednoczesnej licznika i mianownika, wielkość ułamka nie zmienia się.

340. Wartość stosunku dwóch wielkości zależy od wielkości: *a*) wyrazu pierwszego, *b*) wyrazu drugiego. Objaśnij to. Wskaż przypadki, w których, przy zmianie jednoczesnej pierwszego i drugiego wyrazu, wartość stosunku pozostaje bez zmiany.

341. Ciała rozszerzają się przy ogrzewaniu. Objętość ciał zależy od temperatury. Objaśnij to na przykładzie termometru, w którym rtęć podnosi się przy powiększaniu się temperatury, obniża się przy jej zmniejszaniu.

342. Długość sztaby żelaznej zależy od jej temperatury. Objaśnij to.

b. Proporcyonalność prosta. Proporcyonalność odwrotna.

343. Jeżeli ilość danego towaru powiększymy pewną liczbę razy (np. 2, 3, 4... $3\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{4}$...), to ile razy powiększy się wartość towaru?

344. Jeżeli ilość towaru zmniejszymy pewną liczbę razy (np. 2, 5... $3\frac{1}{2}$, $8\frac{1}{3}$...), to ile razy zmniejszy się wartość towaru?

345. Wartość towaru jest *proporcyonalna* do jego ilości. Objaśnij to.

343. Czy rozumiesz, że stosunek dwóch jakichkolwiek ilości danego towaru jest równy stosunkowi ich odpowiednich wartości. Objaśnij to na przykładzie.

347. Wartość sukna jest: *a*) przy danej szerokości proporcyonalna do jego długości, *b*) przy danej długości proporcyonalna do jego szerokości. Objaśnij to.

348. Wartość sukna jest proporcyonalna do ceny metra kwadratowego. Objaśnij to.

349. Ciężar ciała jest przy danej gęstości proporcyonalny do jego objętości. Objaśnij to.

350. Ciężar ciała jest przy danej objętości proporcyonalny do jego gęstości, t. j. do ciężaru jednostki objętości, np. decymetra sześciennego. Objaśnij to.

351. Obwód kwadratu jest proporcyonalny do jego boku. Objaśnij to.

352. Geometrya uczy, że długość okręgu koła jest proporcyonalna do jego promienia. Objaśnij to.

353. Z poprzedzającego wynika, że stosunek długości dwóch okręgów jest równy stosunkowi ich promieni lub stosunkowi ich średnic.

354. Stosunek promieni kół równa się stosunkowi długości ich okręgów. Dlaczego?

355. Promienie dwóch kół są w stosunku 5 : 6; oznacz stosunek długości okręgów tych kół.

356. Długości okręgów dwóch kół są w stosunku $\frac{5}{6} : \frac{3}{4}$. Oznacz stosunek ich promieni.

357. Nakreślmy koło i poprowadźmy w niem dwa promienie. Kąt, utworzony przez te promienie, jako mający wierzchołek w środku koła, nazywa się *kątem środkowym*. Ramiona kąta odcinają na okręgu koła łuki. Geometrya uczy, że wielkość kąta środkowego jest proporcyonalna do długości łuku, zawartego między ramionami kąta. Objaśnij to.

358. Odwrotnie, długość łuku na okręgu koła jest proporcyonalna od wielkości kąta środkowego, którego ramiona przechodzą przez końce łuku. Objaśnij to.

359. Jeżeli stosunek wielkości dwóch kątów środkowych w kole jest równy $3\frac{1}{2} : 4$, to jaki będzie stosunek długości łuków im odpowiadających?

360. Jeżeli stosunek długości dwóch łuków w kole równa się 5 : 6, to jaki będzie stosunek wielkości dwóch kątów środkowych im odpowiadających?

361. Kątowi środkowemu *prostemu* odpowiada łuk równy ćwierci okręgu koła. Jaką częścią kąta prostego jest: *a*) kąt środkowy, którego łuk odpowiedni stanowi $\frac{5}{24}$; *b*) kąt środkowy, którego łuk odpowiedni stanowi $\frac{7}{36}$ okręgu?

362. Oznacz stosunek kąta środkowego do kąta prostego, wiedząc, że łuk odpowiadający temu kątowi środkowemu stanowi: *a*) 0,025 okręgu, *b*) $\frac{2}{5}$ okręgu.

363. Powierzchnia prostokąta jest: *a*) przy danej wysokości proporcyonalna do jego podstawy, *b*) przy danej podstawie proporcyonalna do jego wysokości. Objaśnij to.

864. Czy rozumiesz: *a*) że stosunek powierzchni dwóch prostokątów, mających równe podstawy, jest równy stosunkowi wysokości tych prostokątów; *b*) że stosunek powierzchni dwóch prostokątów, mających równe wysokości, jest równy stosunkowi ich podstaw?

365. Stosunek podstaw dwóch prostokątów, mających równe wysokości, równa się $2\frac{3}{4} : 3\frac{1}{8}$. Oznacz stosunek powierzchni tych prostokątów.

366. Powierzchnia trójkąta jest: *a*) proporcyonalna do jego podstawy, *b*) proporcyonalna do jego wysokości. Objaśnij to.

367. Droga, przebyta przez ciało w ruchu jednostajnym, jest proporcyonalna do czasu. Objaśnij to na przykładzie.

368. W tymże ruchu przy danej prędkości czas jest proporcyonalny do drogi. Objaśnij to.

369. Z geometryi wiadomo, że powierzchnia koła jest proporcyonalna do drugiej potęgi jej promienia. To znaczy: jeżeli promień staje się 2 razy większy, powierzchnio koła staje się 2 . 2 razy większa; jeżeli promień koła staje się 3 razy większy, powierzchnia staje się 3 . 3 razy większa; jeżeli promień staje się 2 razy mniejszy, powierzchnia koła staje się 2 . 2 razy mniejsza i t. d. Podaj jeszcze kilka podobnych przykładów.

370. Promienie dwóch kół są w stosunku 3 : 4; oznacz stosunek powierzchni tych dwóch kół.

371. Średnice dwóch kół są w stosunku $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$; oznacz stosunek powierzchni tych kół.

372. Fizyka uczy, że droga ciała, wolno spadającego na ziemię, jest proporcyonalna do *drugiej potęgi* czasu. To oznacza, że jeżeli czas spadania jest 2 razy większy, to droga przebyta przez ciało spadające jest 2 . 2, t. j. 4 razy większa; jeżeli czas jest 3 razy większy, to droga przebyta jest 3 . 3 t. j. 9 razy większa i t. d. Porówn. zad. 92. Podaj kilka jeszcze podobnych przykładów.

373. W ruchu ciał, wolno spadających na ziemię, stosunek dróg przebytych jest równy stosunkowi drugich potęg czasu. Objaśnij to na przykładzie.

374. Droga, przebyta przez ciało wolno spadające na ziemię, jest proporcyonalna do drugiej potęgi czasu. Objaśnij to.

375, Jeżeli określony zapas żywności jest wystarczający na czas pewien, np. na dni 18, dla pewnej liczby osób, to na jaki czas będzie tenże zapas wystarczający: *a*) dla podwójnej, *b*) dla potrójnej liczby osób, *c*) dla dwa razy mniejszej, *d*) dla trzy razy mniejszej liczby osób?

376. W zadaniu poprzedniem liczba dni jest *odwrotnie proporcyonalna* do liczby ludzi. Objaśnij to.

377. Jeżeli pewna ilość robotników może ukończyć określoną robotę w ciągu pewnego czasu, np. w ciągu dni 24, to w jakim czasie wykończyć może tęż samą robotę: *a*) dwa razy większa, *b*) trzy razy większa, *c*) cztery razy większa, *d*) dwa razy mniejsza, *e*) trzy razy mniejsza, *f*) cztery razy mniejsza liczba robotników?

378. W zadaniu poprzedniem liczba dni jest odwrotnie proporcyonalna do liczby robotników. Objaśnij to.

379. Jeżeli na suknią potrzeba pewnej liczby metrów sukna, mającego oznaczoną szerokość np. $1\frac{1}{4}$ m, to ile potrzeba będzie zużyć metrów sukna, jeżeli szerokość sukna będzie: *a*) dwa razy większa, *b*) dwa razy mniejsza?

380. W poprzedniem zadaniu liczba metrów sukna jest odwrotnie proporcyonalna do szerokości. Objaśnij to.

381. Przy danej powierzchni: *a*) długość prostokąta jest odwrotnie proporcyonalna do jego szerokości, *b*) szerokość odwrotnie proporcyonalna do długości. Objaśnij to na przykładach.

382. Przy danej wartości towaru: *a*) ilość jego jest odwrotnie proporcyonalna do ceny, t. j. do wartości jednostki towaru; *b*) cena jest odwrotnie proporcyonalna do ilości. Objaśnij to na przykładach.

383. Przy danym ciężarze: *a*) objętość ciała jest odwrotnie proporcyonalna do jego gęstości; *b*) gęstość odwrotnie proporcyonalna do jego objętości. Objaśnij to.

384. Przy danej długości drogi w ruchu jednostajnym: *a*) czas potrzebny na jej przebycie jest odwrotnie proporcyonalny do prędkości; *b*) prędkość ruchu jest odwrotnie proporcyonalna do czasu potrzebnego na przebycie drogi. Objaśnij to.

---

385. Za 7 kilogramów towaru zapłacono $9\frac{4}{5}$ rubla; ile trzeba zapłacić za: *a*) 6, *b*) 9, *c*) $10\frac{1}{2}$, *d*) $14\frac{3}{4}$ kg tego towaru?

Napisz w jednym wierszu liczby, wyrażające szukane odpowiedzi; w drugim wierszu pod każdą z tych liczb napisz odpowiednią liczbę, wyrażającą ilość kilogramów towaru. Oznacz ilorazy z podzielenia każdej liczby wiersza pierwszego przez odpowiednią liczbę w wierszu drugim.

386. Powtórz to samo z liczbami zachodzącemi w zadaniu: „18 cm^3 rtęci waży 244,8 g; oznaczyć ciężar: *a*) 15 cm^3, *b*) 24 cm^3, *c*) 4,5 dm^3, *d*) $\frac{1}{400}$ m^3.“

Uprzednio należy objętości rtęci wyrazić w jednych i tych samych jednostkach.

387. 18 robotników ukończyło pewną robotę w dni 30; w jakim czasie ukończy tęż robotę: *a*) 12 robotników; *b*) 10 robotników; *c*) 30 robotników; *d*) 36 robotników?

Napisz w jednym wierszu liczby 18, 12, 10, 30, 36; w drugim wierszu pod każdą z nich odpowiednią liczbę, wyrażającą ilość dni. Oznacz iloczyn każdej liczby wiersza pierwszego przez odpowiednią liczbę wiersza drugiego.

388. Powtórz to samo z liczbami zachodzącemi w zadaniu:

Na odzież potrzeba 24 łokci sukna szerokiego na $\frac{5}{6}$ łokcia; ilu potrzeba łokci sukna szerokiego na: *a*) $\frac{2}{3}$ łokcia; *b*) $\frac{3}{4}$ łokcia; *c*) $\frac{7}{8}$ łokcia; *d*) $1\frac{1}{4}$ łokcia?

389. Dwie wielkości A i B są proporcyonalne. Pomyśl różne wartości pierwszej z nich i wyraź je liczbami w jednej jednostce miary. Pomyśl następnie odpowiadające tamtym wartości drugiej wielkości i wyraź je liczbami we właściwej jednostce miary. Wypisz w dwóch wierszach jedne i drugie liczby odpowiadające sobie, jak to uczyniłeś w zadaniu 385 i, podobnie jak w tem zadaniu, oznacz ilorazy z podzielenia każdej liczby wiersza pierwszego przez odpowiadającą jej liczbę wiersza drugiego. Ilorazy te będą równe sobie. Dlaczego?

390. Dwie wielkości A i B są odwrotnie proporcyonalne. Pomyśl różne wartosci pierwszej z nich i wyraź je liczbami w jednej jednostce miary. Pomyśl następnie odpowiadające tamtym wartości drugiej wielkości i wyraź je liczbami we właściwej jednostce miary. Wypisz w dwóch wierszach jedne i drugie liczby odpowiadające sobie, jak to uczyniłeś w zadaniu 387 i, podobnie jak w tem zadaniu, oznacz iloczyny każdej liczby wiersza pierwszego przez odpowiadającą jej liczbę w wierszu drugim. Iloczyny te będą równe. Dlaczego?

---

391. Jeżeli wielkość A zmienia się proporcyonalnie do wielkości B, to i wielkość B zmienia się proporcyonalnie do wielkości A. Sprawdź to na przykładzie.

392. Jeżeli wielkość A zmienia się odwrotnie proporcyonalnie do wielkości B, to wielkość B zmienia się odwrotnie proporcyonalnie do wielkości A. Sprawdź to na przykładzie.

393. Jeżeli wielkość A zmienia się proporcyonalnie do wielkości B i równocześnie wielkość B zmienia się proporcyonalnie do innej wielkości C, to wielkość A zmienia się proporcyonalnie do wielkości C. Dlaczego?

394. Wielkość A zmienia się proporcyonalnie do wielkości B, wielkość B zmienia się proporcyonalnie do wielkości C, wielkość C zmienia się proporcyonalnie do wielkości D. Czy wynika stąd, że wielkość A zmienia się proporcyonalnie do wielkości D? Dlaczego?

395. Przy danej objętości pokoju wysokość jego jest odwrotnie proporcyonalna do powierzchni podłogi; powierzchnia podłogi jest przy danej szerokości pokoju wprost proporcyonalna do jej długości. Czy rozumiesz, że przy danej objętości i szerokości pokoju, wysokość jego jest odwrotnie proporcyonalna do długości?

396. Jeżeli wielkość A zmienia się odwrotnie proporcyonalnie do wielkości B, wielkość B zmienia się wprost proporcyonalnie do wielkości C, to wielkość A zmieniać się będzie odwrotnie proporcyonalnie do C. Dlaczego?

397. Długość prostokąta przy danej szerokości zmienia się proporcyonalnie do jego powierzchni; szerokość prostokąta przy danej długości zmienia się również proporcyonalnie do jego powierzchni. Jeżeli przyjmiemy że powierzchnia prostokąta jest stała, to długość i szerokość mogą się zmieniać; w jakiej zależności będzie jedna od drugiej? Porówn. zad. 381.

398. Niechaj wielkości A i B zmieniają się obie wprost proporcyonalnie do C; przy założeniu, że wielkość C pozostaje stałą, wielkości A i B zmieniać się będą względem siebie odwrotnie proporcyonalnie. Sprawdź to.

399. Rękopis danego dzieła można, według obliczenia, wydrukować na 15 arkuszach druku, jeżeli na każdej stronicy będzie wierszy 45, w każdym wierszu liter 40. Ile będzie arkuszy druku, jeżeli zachowamy długość wierszy, na każdej stronicy umieścimy wierszy 40 i użyjemy czcionek (i przedziałów między niemi) o szerokości większej o $\frac{1}{9}$ poprzedniej?

400. Liczba arkuszy druku w zadaniu poprzedzającem jest odwrotnie proporcyonalna do liczby liter w wierszu; liczba liter w wierszu, przy danej długości wiersza, jest odwrotnie proporcyonalna do szerokości liter (i przedziałów). Wynika stąd, że liczba arkuszy druku jest wprost proporcyonalna do szerokości liter (i przedziałów). Sprawdź to.

401. Jeżeli wielkość A zmienia się odwrotnie proporcyonalnie do wielkości B i jednocześnie wielkość B zmienia się odwrotnie proporcyonalnie do wielkości C, wtedy wielkości A i C zmieniają wprost proporcyonalnie względem siebie. Sprawdź to.

402. Liczba dni, na jaką starczyć może zapas żywności dla danej liczby ludzi, jest wprost proporcyonalna do wielkości tego zapasu i odwrotnie proporcyonalna do wielkości porcyi dziennej, jaką otrzymuje każdy człowiek. Jeżeli założymy, że liczba dni jest stałą, wielkość porcyi dziennej będzie wprost proporcyonalna do wielkości zapasu.

403. Jeżeli wielkość A zmienia się wprost proporcyonalnie do wielkości B, odwrotnie proporcyonalnie do wielkości C, to gdy założymy, że wielkość A jest stałą, będzie wielkość C zmieniała się wprost proporcyonalnie do wielkości B. Sprawdź to.

404. Wielkość A zmienia się wprost proporcyonalnie do wielkości B, wielkość B odwrotnie proporcyonalnie do wielkości C, wielkość C wprost proporcyonalnie do wielkości D. Jaka jest zależność wielkości A i C?

405 Wielkości A i B są względem siebie odwrotnie proporcyonalne, wielkości B i C są wprost proporcyonalne, wielkości C i D odwrotnie proporcyonalne. Jaka jest zależność wielkości A i D?

406. Objętość prostopadłościanu zależy od jego długości, szerokości i wysokości. Przy danej szerokości i wysokości jest proporcyonalna do długości; przy danej długości i wysokości jest proporcyonalna do szerokości; przy danej długości i szerokości jest proporcyonalna do wysokości. Mówimy wtedy przez skrócenie, że objętość prostopadłościanu jest wprost proporcyonalna do jego długości, szerokości i wysokości.

407. Co oznacza wyrażenie: „wielkość A jest proporcyonalna do wielkości B, C, D....“? Podaj przykład.

408. Co oznacza wyrażenie: „wielkość A jest odwrotnie proporcyonalna do wielkości B, C, D...“ Podaj przykład.

409. Co to znaczy: „wielkość A jest wprost proporcyonalna do wielkości B, C, D..., odwrotnie proporcyonalna do wielkości F, G, H...,“ Podaj przykład.

410. Jeżeli wielkość A jest wprost proporcyonalna do wielkości B, C i D, to przy stałych wartościach na A i B, wielkości C i D będą odwrotnie proporcyonalne. Dlaczego?

---

411. Z wielu zadań poprzednich (np. z zadania 385) przekonywasz się, że mając jednę parę wartości dwóch wielkości proporcyonalnych (7 kg, $9\frac{4}{5}$ rubla), możemy dla każdej nowej wartości jednej z tych wielkości oznaczyć łatwo odpowiadającą wartość drugiej. W jaki sposób? Porówn. zad 237.

412. Wskaż na innym przykładzie sposób oznaczania szukanej wartości. Zachodzi tu mnożenie przez stosunek; przekonaj się o tem.

413. Z wielu zadań poprzednich (np. z zadania 387) przekonywasz się, że mając jednę parę wartości dwóch wielkości odwrotnie proporcyonalnych (np. 18 robotników, 30 dni), możemy dla każdej nowej wartości jednej z tych wielkości oznaczyć łatwo odpowiadającą wartość drugiej. W jaki sposób? Porówn. zad. 250.

414. Wskaż na innym przykładzie sposób oznaczania wartości szukanej. Zachodzi tu mnożenie przez stosunek; przekonaj się o tem.

415. Jeżeli wielkość A jest wprost proporcyonalna do innych wielkości B, C, $D\ldots$ (np. objętość pokoju do długości, szerokości, wysokości), to mając jej wartość dla pewnego *układu* wartości tych wielkości $B, C, D\ldots.$ możemy znaleźć jej wartość dla każdego innego układu wartości tychże, (t. j. mając objętość dla danej długości, danej szerokości i danej wysokości, możemy znaleźć objętość dla każdej innej długości, szerokości i wysokości). W jaki sposób? Porówn. zad. 268.

416. Sposób oznaczenia wartości szukanej polega tu na mnożeniu wartości A danej przez iloczyn stosunków. Przekonaj się o tem.

417. Jeżeli wielkość A jest odwrotnie proporcyonalna do innych wielkości B, C, $D\ldots$ (np. przy oznaczonej wielkości roboty liczba robotników jest odwrotnie proporcyonalna do liczby dni, do liczby godzin pracy w ciągu dnia i t. p.), to mając jej wartość dla pewnego układu wartości tych wielkości B, C, $D\ldots$, możemy znaleźć jej wartość dla każdego innego układu wartości tychże (t. j. mając liczbę robotników przy danej liczbie dni i danej liczbie godzin pracy dziennej, możemy znaleźć liczbę robotników dla innej liczby dni, innej liczby godzin i t. d.). W jaki sposób? Porówn. zad. 269.

418. Sposób oznaczenia wartości szukanej polega tu na mnożeniu wartości A danej przez iloczyn stosunków. Przekonaj się o tem.

419. Jeżeli wielkość A jest wprost proporcyonalna do wielkości B, C, $D\ldots$, odwrotnie zaś proporcyonalna do wielkości F, G, $H\ldots$, (np. liczba robotników potrzebnych do wybudowania muru—proporcyonalna do wysokości muru, do długości i t. d., odwrotnie proporcyonalna do liczby dni, do liczby godzin pracy dziennej i t. d.), to mając jej wartość dla pewnego układu wartości zarówno wielkości B, C, $D\ldots$, jak i wielkości F, G, $H\ldots$, możemy znaleźć łatwo jej wartość dla każdego nowego układu tychże wielkości, (np. mając liczbę robotników przy danej wysokości i długości muru i t. d., przy danej liczbie dni, liczbie godzin pracy dziennej, możemy oznaczyć liczbę robotników dla każdej innej wysokości i długości muru, liczby dni, liczby godzin i t. d.). W jaki sposób? Porówn. zad. 270.

420. I tu sposób oznaczenia niewiadomej polega na mnożeniu wartości danej przez iloczyn stosunków. Przekonaj się o tem.

421. W zadaniu 419-em oznaczmy literami b, c, $d\ldots$, f, g, $h\ldots$ wartości pewnego układu wielkości B, C, $D\ldots$.

$F, G, H\ldots$ przez a odpowiadającą im wartość wielkości A; szukajmy wartości a' wielkości A, odpowiadającej nowym wartościom $b', c', d'\ldots f', g', h'\ldots$ wielkości $B, C, D\ldots F, G, H$. Szukaną wartość a' otrzymamy z wyrażenia:

$$a' = a \cdot \frac{b'}{b} \cdot \frac{c'}{c} \cdot \frac{d'}{d} \cdots \cdot \frac{f}{f'} \cdot \frac{g}{g'} \cdot \frac{h}{h'} \cdots$$

Tu wartość a mnożymy przez iloczyn stosunków, z których stosunki $b' : b$, $c' : c$, $d' : d\ldots$ odpowiadają proporcyonalności prostej, stosunki zaś $f : f' = \frac{1}{f'} : \frac{1}{f}$; $g : g' = \frac{1}{g'} : \frac{1}{g}$; $h : h' = \frac{1}{h'} : \frac{1}{h}\ldots$ odpowiadają proporcyonalności odwrotnej.

---

422. Dla rodziny złożonej z 7 osób potrzebna jest kwota 120 rub. i $1\frac{1}{2}$ kop. na utrzymanie w ciągu dni 27. Na ile dni wystarczy kwota 127 rub., jeżeli ubędą 2 osoby? Zakłada się, że wydatek dzienny na utrzymanie każdej osoby jest jednakowy.

423. Z pewnej ilości zboża, wystarczającej dla 125 ludzi na przeciąg dni 120, żywiono 40 ludzi przez dni 18, następnie 100 ludzi przez dni 50, wreszcie pewną liczbę ludzi przez dni 116. Ilu było tych ostatnich?

424. Pewną robotę może wykonać 5 mężczyzn przez dni 12 lub 9 kobiet przez dni 10. W ile dni wykonaną będzie taż robota, jeżeli pracować będzie razem 2 mężczyzn i 6 kobiet.

425. Do wykonania pewnej roboty potrzebaby

120 ludzi i 24 dni pracy po 8 godzin dziennie. Przez dni 15 pracowało tylko 80 ludzi po 9 godzin dziennie; potem przybrano 30 ludzi i zmniejszono wszystkim liczbę godzin pracy dziennej o $\frac{1}{2}$ godziny. Przez ile dni trwała jeszcze robota?

426. Do wybrukowania ulicy, mającej 310,6 m długości i 14,6 m szerokości, potrzeba było 83580 kostek; ilu potrzeba takich kostek do wybrukowania ulicy, mającej długości 372,72 m, szerokości 10,95 m?

427. Za przewiezienie 4320 kg towaru na odległości 18 km szosą zapłacono 25 rub. 20 kop. Ile zapłacić trzeba za przewiezienie 3780 kg tegoż towaru na odległość 24 km po tejże szosie?

428. Paczka, zawierająca 4 świece, waży 388 g. Ile świec otrzymać można z $48\frac{1}{2}$ cetnarów metrycznych łoju, jeżeli wiadomo, że z 45 kg łoju otrzymuje się 20 kg świec?

429. Na okręcie był zapas chleba na dni 48 dla 27 osób; na jednę osobę wyznaczono 1,44 kg dziennie. Tymczasem przyjęto na okręt 360 osób; skutkiem czego musiano wyznaczyć na osobę po 1,08 kg dziennie. Na ile dni wystarczył ten zapas?

430. Jeżeli utrzymanie w ciągu $3\frac{1}{2}$ miesiąca kosztuje $262\frac{1}{2}$ rubla, to na ile czasu wystarczy kwota 350 rubli?

431. Jeżeli ułożenie posadzki w sali, mającej 12 m długości, $6\frac{3}{4}$ m szerokości kosztowało 320 rub., to ile kosztować będzie ułożenie takiejże posadzki w sali długiej na 14,7 m, szerokiej na $6\frac{7}{8}$ m?

432. Jeżeli 15 robotnikom za pracę w ciągu 16 dni po 8 godzin dziennie zapłacono 326 rub. 60 kop., to ile zapłacić należy 18 robotnikom za pracę w ciągu dni 12 po 7 godzin dziennie, w założeniu, że wynagrodzenie za godzinę pracy w obu razach jest jednakowe?

433. Rozwiązać to samo zadanie w założeniu, że stosunek wynagrodzenia za godzinę pracy w pierwszym i drugim razie jest równy 4 : 5.

434. Do wystawienia muru potrzeba 7840 cegieł długich na 30 cm, szerokich na 15 cm, grubych na 8 cm. Ilu potrzeba będzie cegieł na mur tejże wysokości i długości, lecz podwójnej grubości, w założeniu, że cegły, użyte do tego muru, są długie na 28 cm, szerokie na 12 cm, grube na 7 cm?

c. *Dalsze zadania do nauki o stosunkach i proporcyonalności.*

435. Cień rzucony przez laskę pionowo ustawioną jest proporcyonalny do długości laski. Jeżeli cień laski długiej na 1,75 m ma długości 1,47 m, to jaką długość będzie miał w tej samej chwili cień laski długiej na 1,25 m?

436. Jeżeli cień laski, długiej na 2,4 m i ustawionej pionowo ma długości 1,8 m, to jaką długość ma laska, której cień w tej samej chwili jest długi na 0,75 m?

437. Oznaczyć wysokość wieży, wiedząc, że cień jej ma długości 28,125 m w tej samej chwili, w której cień laski pionowej długiej na 1,575 m ma długości 2,625 m.

438. Mechanika uczy, że gdy na jeden koniec A drążka AB podpartego w punkcie C działa ciężar lub siła P, na drugi zaś koniec B działa znów ciężar lub opór Q, to działania tych sił równoważą się wtedy, gdy wielkość siły jest odwrotnie proporcyonalna do jej ramienia, t. j. do odległości punktu, do którego jest przyłożona, od punktu C. Równowaga zatem ma miejsce wtedy, gdy stosunek $P : Q$ równa się stosunkowi $BC : AC$. Jeżeli np. $AC = 40$ dm, $BC = 25$ dm, $Q = 80$ kg, to równowaga zachodzi w tym przypadku, gdy $P : 80$ kg $= 25 : 40$, stąd $P = 50$ kg. Siła 50 kg równoważy opór równy 80 kg. Oznacz: *a*) jak wielką jest dla tego drążka siła P, gdy opór $Q = 20{,}6$ kg; *b*) jak wielki jest opór Q, gdy równoważy go siła $= 12$ kg?

439. Siły P i Q działające w A i B są w stosunku $2 : 6\frac{2}{3}$. Oznaczyć stosunek długości AC i BC.

440. Ramiona drążka AB i BC są w stosunku $8 : 4\frac{1}{2}$; oznaczyć stosunek siły P działającej na koniec A do siły Q działającej na koniec B.

441. Dany jest drążek AB, którego punkt podpory C znajduje się w odległości $1\frac{1}{2}$ m od punktu A, w odległości $\frac{3}{4}$ m od punktu B. Na koniec A działa siła $P = 10$ kg; oznaczyć wielkość oporu Q działającego na punkt B i zrównoważonego przez siłę P.

442. Rozwiązać podobne zadanie w założeniu, że $AC = \frac{3}{4}$ m, $BC = \frac{1}{8}$ m, *a*) $P = 13{,}5$ kg; *b*) $P = 6\frac{1}{2}$ kg.

443. Oznaczyć opór Q, w założeniu, że $AC = 2\frac{1}{2}$ m, $BC = \frac{4}{5}$ m, siła P równa się: *a*) 100 kg; *b*) $40\frac{1}{2}$ kg; *c*) $16\frac{2}{5}$ kg.

444. Ciśnienie powietrza, wywierane na pewną powierzchnią, jest proporcyonalne do wielkości tej powierzchni. Wiadomo, że ciśnienie na 1 cm^2 wynosi 1,026 kg; ile wynosi ciśnienie wywarte: *a*) na 1 dm^2; *b*) 1 m^2; *c*) 3,4 m^2?

445. Oznaczyć wielkość ciśnienia powietrza na powierzchnią stołu, mającego długości $2\frac{3}{4}$ m, szerokości $1\frac{5}{6}$ m.

446. Oznaczyć wielkość powierzchni, wiedząc, że ciśnienie powietrza na nią wywarte wynosi 22,585 kg?

447. Aby podnieść kilogram na wysokość 1 metra, trzeba wykonać pewną pracę. Ta praca nazywa się *kilogrammetrem*. Praca, jaką wykonywamy, podnosząc pewną masę (ciężar) na pewną wysokość jest proporcyonalna: *a*) do masy; *b*) do wysokości. Ile kilogrammetrów pracy wykonywa człowiek, podnosząc 8 kg na wysokość 3 m?

448. Ile kilogrammetrów pracy trzeba wykonać, by podnieść: *a*) 6 kg na wysokość $2\frac{1}{2}$ m; *b*) 3 kg na wysokość 5 cm; *c*) $2\frac{2}{3}$ kg na wysokość $\frac{3}{4}$ m; *d*) $\frac{8}{9}$ kg na wysokość $2\frac{1}{4}$ m?

449. Jaką pracę w ciągu sekundy wykonywa machina, podnosząca w ciągu minuty 100 m^3 sześciennych wody na wysokość 8 m?

450. Podnosimy na wysokość 2 m naczynie dwulitrowe, wypełnione wodą; jaką wykonywamy pracę, jeżeli waga samego naczynia wynosi $1\frac{3}{4}$ kg?

451. Jaką pracę wykonywamy, podnosząc na $\frac{1}{2}$ m toż samo naczynie wypełnione rtęcią? (Porówn. zad. 156).

---

452. Ze spalenia 3200 kg drzewa otrzymano 30,4 kg popiołu; z 10 kg takiego popiołu otrzymać można 1,54 kg potażu. Ile kg potażu otrzymać można z 840 kg drzewa?

453. Stopa austryacka równa się 0,3161 m, stopa angielska stanowi 0,3057 m. Ile w mili angielskiej znajduje się stóp austryackich, jeżeli mila angielska ma 1760 yardów?

454. 15 stóp pruskich ile stanowi łokci polskich, jeżeli 3138 m ma długość 10000 stóp pruskich. (Porówn. zad. 119).

455. 180 włók ile stanowi akrów, jeżeli akr równa się 4840 yardom kwadratowym, 1195 yardów kwadratowych równa się 1000 m^2. (Porówn. zad. 134).

456. 18 funtów aptekarskich, ile stanowi funtów zwykłych, jeżeli funt ten ma 0,4095 kg, a 358963 g stanowi 1000 funtów aptekarskich?

457. 1800 łokci dawnych koronnych ile stanowi łokci nowopolskich, jeżeli 10000 łokci koronnych ma długości 5955 m?

458. Ile otrzymać można marek niemieckich za 500 talarów duńskich, jeżeli 170 tych talarów równa się 227 florenom holenderskim, 10 florenów holenderskich ma wartość 17 marek niemieckich?

459. 151 piastrów angielskich warte są 9 rubli; za 50 rubli dostać można 81 guldenów austryackich; za gulden 1,60 marki, za 81 marek 100 franków. Oznaczyć: *a*) stosunek piastra do franka; *b*) ile można dostać franków za 240 piastrów; *c*) ile piastrów za 300 franków?

460. 318 gallonów ile stanowi litrów, jeżeli gallon ma 277,4 cali sześciennych angielskich; 183,07 cala sześciennego stanowi 3 litry?

461. Za 5 łokci materyi można dostać 8 metrów sukna, za 6 metrów sukna 24 łokcie płótna. Ile łokci płótna dostać można za 4 metry materyi?

462. Za 5 łokci materyi można dostać 12 łokci sukna, za 9 łokci sukna można dostać 50 łokci płótna. *a*) Ile dostanie płótna za 3 łokcie materyi; *b*) ile materyi za 120 łokci płótna?

463. Za 3,5 kg herbaty zapłacono 18 rubli; za 12,5 m sukna—32,5 rubla. Ile można dostać: *a*) metrów takiego sukna za 9,1 kg herbaty; *b*) kilogramów herbaty za 31,2 m sukna?

464. Za 1000 stóp sześciennych gazu zapłacono

2 rs. 5 kop.; ile zapłacić należy za 30 metrów sześciennych gazu. (Porówn. zad. 147).

465. Jeżeli za 15 arszynów sukna zapłacono 48 rubli: to ile zapłacić należy za 10 m tegoż sukna? (Porówn. zad. 123).

466. Za 20 hl pszenicy można dostać 30 hl żyta, za $2\frac{1}{2}$ hl żyta — $3\frac{1}{2}$ hl jęczmienia. Pytanie, ile hl jęczmienia dostać można za 420 hl pszenicy?

467. Ile litrów zboża można otrzymać w zamian za 228 litrów wina, jeżeli hl wina wart 60 rub., 100 kg zboża warte 12 rub. i jeżeli wiadomo, że hl zboża waży 80 kg?

468. Ile zapłacić trzeba za 5 litrów rumu, jeżeli gallon rumu kosztuje 6 szylingów i 8 pensów, 3 gallony równają się $13\frac{3}{8}$ litra, jeden funt sterling wart 9 rub. 20 kop. (Porówn. zad. 299).

469. Pociąg drogi żelaznej przebył 40 wiorst w ciągu $\frac{5}{6}$ godziny; oznacz ile przebywa metrów w ciągu minuty?

---

470. Za pomocą trzech machin parowych, z których pierwsza była czynna godzin 7, druga 10, trzecia 9, wypompowano 5780 m^3 wody. Ile m^3 wypompowała każda z machin, jeżeli wiadomo, że w ciągu tego samego czasu pierwsza może wypompować 6 m^3, druga 5 m^3, trzecia $7\frac{1}{9}$ m^3?

471. Sprzedano trzy place prostokątne A, B i C za sumę 22312 rub. 50 kop. Plac A ma długości 240 m, szerokości 100 m, plac B ma długość stanowiącą $\frac{3}{8}$ długości, szerokość stanowiącą $\frac{5}{4}$ szerokości placu A. Stosunek powierzchni C do powierzchni A równa się 5 : 6. Cena ziemi na wszystkich placach jest jednakowa. Oznaczyć za jaką sumę sprzedano każdy z placów?

472. Rozwiązać toż zadanie w założeniu, że wszystkie trzy place sprzedano za 20850 rubli, i że ceny ziemi na placach A, B i C są w stosunku 4 : 5 : 6.

473. W pewnej fabryce wypłaca się tygodniowo robotnikom 2658 rub. Robotnicy są trzech kategoryj: do pierwszej należą otrzymujący po 12 rubli tygodniowo, do drugiej po 9 rub., do trzeciej po 7. Liczba robotników kategoryi pierwszej ma się do liczby robotników kategoryi drugiej jak 2 : 3, liczba robotników kategoryi drugiej do liczby robotników trzeciej jak 10 : 39. Ilu jest robotników każdej kategoryi?

474. Dwie osoby kupiły razem beczkę wina o zawartości 162 litrów za 286,74 rub. Wino to przelano do butelek, mających po 0,9 l objętości. Osoba pierwsza wzięła takich butelek 132; resztę butelek wzięła druga. Ile każda zapłaci za wzięte wino?

475. Osoba, mająca dochodu rocznego 1800 rubli, urządza się w sposób następujący: stosunek wydatku na żywność i odzież do wydatku na mieszkanie jest 16 : 7, stosunek pozostałych wydatków do wydatku na mieszkanie równa się 2 : 3; oszczędność roczna stanowi $\frac{1}{3}$ kosztu mieszkania. Oznaczyć koszt mieszkania.

476. Na koniec *A* drążka *AB*, mającego długości 1,8 m, działa siła *P*, równa 12 kg, na koniec *B* opór $Q = 60$ kg. Oznaczyć odległość punktu podpory *C* od końców drążka. (Porówn. zad. 438).

477. Na koniec *A* drążka *AB*, mającego długości $2\frac{1}{2}$ m, dziala siła $P = 1\frac{1}{4}$ kg, na koniec *B* opór $Q = 18$ kg. Oznaczyć odległość punktu podpory *C* od końców drążka.

478. Oznaczyć cztery liczby, których suma równa się 1840, wiedząc, że stosunek pierwszej do drugiej równa się 1 : 5, stosunek drugiej do trzeciej 3 : 4, stosunek trzeciej do czwartej $2\frac{1}{2} : 1$.

479. Kupiono herbaty, kawy i cukru za 82 ruble 80 kop. Wszystko ważyło razem 152 funty; stosunek wagi herbaty do wagi kawy był 3 : 5; stosunek wagi kawy do wagi cukru 1 : 6. Cena funta kawy stanowiła $\frac{5}{8}$ ceny funta herbaty; cena funta cukru $\frac{2}{15}$ ceny funta kawy. *a*) Ile kupiono funtów każdego gatunku towaru; *b*) po czemu płacono za funt każdego z nich?

480. Pewna osoba, umierając, pozostawia majątek w ilości 34500 rubli rodzinie, złożonej z żony, dwóch synów i trzech wnuków, pozostałych po trzecim synu. Sumę tę podzielić w ten sposób, aby działy synów były równe aby suma, jaką otrzymuje w dożywocie matka, równała się działowi każdego z synów, i aby wnukom przypadał w równej ilości spadek po ich ojcu.

481. Do pewnego przedsiębiorstwa osoba A włożyła 1500 rubli, osoba B 1800 rubli; zysk na przedsiębiorstwie wyniósł 825 rub. Ile zysku otrzymała każda z tych osób? Zysk jest proporcyonalny do wkładu.

482. Do przedsiębiorstwa należą: osoba A z kapitałem, wynoszącym 6200 rub., osoba B z kapitałem 4800 rub., osoba C z kapitałem 4630 rub. Podzielić pomiędzy te osoby zysk 2605 rubli, osiągnięty na przedsiębiorstwie.

483. W przedsiębiorstwie, do którego osoba A włożyła 1850 rub., osoba B 2400 rub., osoba C 2640 rub., osiągnięto zysk, z którego osoba C otrzymała 440 rub. Oznaczyć zysk osoby A i osoby B.

484. Przedsiębiorstwo, do którego osoba A włożyła 850 rubli, osoba B 670 rubli, osoba C 610 rubli, przyniosło 532,5 rubla straty. Jaką stratę poniesie każdy ze wspólników? Strata jest proporcyonalna do wkładu.

485. Strata na przedsiębiorstwie, do którego kupiec A wniósł 13250 rubli, kupiec B 11840 rubli, kupiec C 10110 rubli, wynosi 4460 rubli. Jaką stratę poniósł każdy ze wspólników?

486. Po ukończeniu przedsiębiorstwa, do którego A wniósł 6300 rubli, B 4500 rubli, C 4200 rubli, D 4000 rubli, okazała się strata. Osoba D straciła 1625 rubli. Ile stracił każdy z pozostałych wspólników?

487. Do przedsiębiorstwa wspólnik A dał pewną sumę na 5 miesięcy, wspólnik B takąż sumę na 7 miesięcy. Zysk wynosi 4200 rubli. Ile przypada z tego zysku każdemu ze wspólników? Zysk przy równych kapitałach jest proporcyonalny do czasu.

488. Do przedsiębiorstwa osoby A, B, C wniosły równe sumy. Kapitał pierwszej z nich pozostawał w przedsiębiorstwie $4\frac{1}{2}$ miesiąca, kapitał drugiej $5\frac{1}{2}$ miesiąca, kapitał trzeciej 2 miesiące. Podzielić zysk, wynoszący 2400 rubli, pomiędzy te osoby.

489. Do przedsiębiorstwa osoba A włożyła 6000 rubli dnia 1 stycznia 1894, osoba B 8000 rubli dnia 1 maja, osoba C 10000 rubli 1 lipca tegoż roku. Zysk dnia 31 grudnia 1894 wynosił 1225 rubli. Ile z tego zysku przypadnie na udział każdego z uczestników?

490. Wkłady pieniężne dwóch osób w pewnem przedsiębiorstwie są w stosunku 2 : 3; czas, w ciągu którego wkład pierwszej osoby pozostawał w przedsiębiorstwie, jest w stosunku 5 : 4 do czasu, w ciągu którego pozostawał wkład drugiej osoby. W jakim stosunku te osoby podzielą się osiągniętym zyskiem 1210 rubli?

491. Wkłady pieniężne trzech osób, biorących udział w przedsiębiorstwie, są w stosunku 5 : 4 : 6; czasy, w ciągu których wkłady te pozostawały w przedsiębiorstwie, są w stosunku 4 : 5 : 3. W jaki sposób uczestnicy podzielą się osiągniętym zyskiem, wynoszącym 2900 rubli?

492. Do pewnego przedsiębiorstwa należą trzy osoby, z których pierwsza wniosła na samym początku 800 rubli, druga po trzech miesiącach 1000 rubli, trzecia w dwa miesiące po drugiej 1200 rubli. Przedsiębiorstwo trwało 20 miesięcy, po upływie których okazał się zysk, wynoszący 765 rubli. Ile z tego zysku otrzyma każda z trzech osób?

493. Za gaz, spalony w ciągu listopada, zapłacono 13,25 rubla. Ile należy zapłacić za gaz, spalony w grudniu, jeżeli w listopadzie zapalano codziennie 4 płomienie na $4\frac{1}{2}$ godziny, w grudniu 3 płomienie na 5 godzin?

494. Zysk na 100 rublach za rok jeden wynosi $5\frac{1}{4}$ rubla; ile w tych samych warunkach stanowi zysk na 325 rublach za 5 miesięcy?

495. Jeżeli od każdych 100 rubli kapitału otrzymano za rok jeden $6\frac{1}{2}$ rubla czystego dochodu, to ile dochodu otrzymać można w tych samych warunkach od 5240 rubli za 1 rok i 4 miesiące?

496. W przedsiębiorstwie zysk na 100 rublach za rok jeden wynosi $4\frac{3}{4}$ rubla; ile w tych samych warunkach wynosi zysk na 745 rublach za dwa lata?

497. 40 robotników, pracując po $5\frac{1}{2}$ godziny dziennie przez dni 100, wystawiło mur, mający następujące wymiary: 5,76 m wysokości, 144 m długości, 0,576 m grubości. W ile dni 33 robotników, pracując po 10 godzin dziennie, wzniesie mur, mający wysokości 4 łokcie, długi na 210 łokci i mający grubości 0,75 łokcia?

---

498. W 4 kg tombaku zawiera się 3,4 kg miedzi; ile miedzi znajduje się w 3,72 kg tombaku?

499. Metal, z którego wyrabiają czcionki drukarskie, składa się z ołowiu i antymonu, stopionych w ten sposób, że stosunek wagi antymonu do wagi ołowiu równa się 1 : 4. Oznaczyć, ile znajduje się ołowiu i antymonu w 210 kg czcionek drukarskich?

500. Spiż, z którego wyrabiają dzwony, składa się na wagę zwykle z 39 części miedzi i 11 części cyny. Oznaczyć, ile znajduje się miedzi i cyny w dzwonie ważącym 1125 kg?

501. Przygotowano mosiądz z miedzi i cynku, biorąc na każde 62 g miedzi 38 g cynku. Ile miedzi i cynku zawiera się w 15,4 kg takiego mosiądzu?

502. Nowe srebro składa się z miedzi, cynku i niklu, stopionych w stosunku 16 : 7 : 8 na wagę. Oznaczyć, ile jest miedzi, cynku i niklu w wazie z nowego srebra, ważącej 3,875 kg?

III. RACHUNEK ODSETEK.

a. Zadania przygotowawcze.

503. Oznaczyć $\frac{1}{100}$ liczby: *a*) 84; *b*) 364,8; *c*) 4847,4; *d*) $402\frac{1}{2}$.

504. Oznaczyć 0,01 liczby: *a*) 42,75; *b*) 444,6; *c*) 3894,5; *d*) $265\frac{1}{2}$; *e*) $3847\frac{3}{4}$.

505. Oznaczyć 0,01 długości: *a*) 54 m; *b*) 7,3 km; *c*) 2 km 375 m; *d*) 75 łokci; *e*) 384 arszynów; *f*) 3864,2 stopy.

506. Oznaczyć 0,01 powierzchni: *a*) 756 m²; *b*) 48 arów; *c*) 7568 łokci kwadratowych; *d*) 145 stóp kwadratowych.

507. Oznaczyć jedną odsetkę, t. j. 1⁰/₀, objętości: *a*) $\frac{1}{2}$ m³; *b*) $3\frac{1}{2}$ łokcia sześciennego; *c*) $\frac{5}{6}$ sażenia sześciennego; *d*) 147 litrów.

508. Oznaczyć 1⁰/₀: *a*) 8,5 rubla; *b*) 34,5 franka; *c*) 14,8 funta sterling.

509. Oznaczyć 0,02, t. j. 2%: *a*) 18 m; *b*) 4 m^2; *c*) 2 m^3; *d*) 14 stóp sześciennych.

510. Oznaczyć trzy odsetki, t. j. 3%: *a*) 18 rubli; *b*) 24 rub. 15 kop.; *c*) 1876,8 rubla.

511. Oznaczyć $4\frac{1}{2}\%$: *a*) 16 rubli; *b*) 145,4 rubli; *c*) 1284 rub. 15 kop.

512. Oznaczyć $6\frac{2}{3}\%$: 1843 rubli; *b*) 3894,5 rubli; *c*) 37421 rub. 42 kop.

513. Oznaczyć $4,375\%$: *a*) 4650 rubli; *b*) 85000 rubli; *c*) 1924 rub. 50 kop.

514. Oznaczyć $0,1\%$ czyli $1‰$: *a*) 1848 rubli; *b*) 74200 rubli.

515. Oznaczyć $0,3\%$ czyli $3‰$: *a*) 1748 rubli; 76342,5 rubla.

516. Oznaczyć $3,75‰$ t. j. $0,375\%$: *a*) 85420 rubli; *b*) 374380,6 rubla.

517. Oznaczyć o ile $4\frac{1}{2}\%$ kwoty 18475 rubli jest mniej niż 6% kwoty 15845 rubli.

518. Oznaczyć różnicę pomiędzy $2\frac{1}{2}\%$ kwoty 28600 rubli a $18‰$ kwoty 32800 rubli.

519. Oznaczyć: *a*) 5% kwoty 1843 rubli; *b*) 10% kwoty 9842 rubli; *c*) 15% kwoty 3740 rubli.

520. Oznaczyć: *a*) 20% kwoty 8430 rubli; *b*) 25% kwoty 943 rubli.

521. Ile odsetek danej jakiejkolwiek wielkości stanowi: *a*) połowa tej wielkości; *b*) jej część trzecia; *c*) część czwarta?

522. Ile odsetek danej jakiejkolwiek wielkości stanowi: *a*) piąta jej część; *b*) szósta; *c*) siódma; *d*) ósma; *e*) dziewiąta; *f*) dziesiąta?

523. Ile odsetek danej jakiejkolwiek ilości stanowi: *a*) jej część piętnasta; *b*) dwudziesta; *c*) dwudziesta piąta; *d*) trzydziesta: *e*) pięćdziesiąta; *f*) ośmdziesiąta?

524. Ile odsetek danej jakiejkolwiek wielkości stanowi *a*) $\frac{5}{16}$ tej wielkości; *b*) $\frac{3}{25}$ tejże; *c*) $\frac{7}{150}$ tejże?

525. Ile odsetek danej jakiejkolwiek wielkości stanowi: *a*) $\frac{1}{120}$ tej wielkości; *b*) $\frac{7}{200}$ tejże; *c*) $\frac{11}{1500}$ tejże?

---

526. Do długości 15 m dodać: *a*) 0,08 tej długości; *b*) $3_0/^0$; *c*) 14% tejże długości.

527. Od powierzchni 1750 m² odjąć: *a*) 0,034 tej powierzchni; *b*) $6{,}2\%$; *c*) $48‰$ tejże powierzchni.

528. Do kwoty 1840 rubli dodać: *a*) 0,045 tej kwo- *b*) $3\frac{1}{2}\%$; *c*) $16‰$ tejże kwoty.

529. Od kwoty 12540 rubli odjąć: 0,075 tej kwoty; *b*) 12%; *c*) $3{,}6‰$ tejże kwoty.

530. Kwotę 28460 rubli powiększyć o jej 7% a otrzymaną sumę zmniejszyć o 4% tej ostatniej.

531. Kwotę 18000 zmniejszyć o jej 3% a otrzymaną różnicę powiększyć o 10% tej ostatniej.

532. Do długości 144 m dodać $\frac{5}{18}$ tejże długości i otrzymaną sumę powiększyć o 3% tej sumy.

533. Do kwoty 1260 rubli dodano $\frac{2}{9}$ tej kwoty; sumę zmniejszono o 12% tej ostatniej. Ile otrzymano?

534. Różnica dwóch długości 14 m i 12,75 m ile stanowi odsetek: *a*) długości pierwszej; *b*) długości drugiej?

535. Napisać szereg sześciu liczb, poczynając od 185, tak, aby każda następująca stanowiła 102% poprzedzającej.

536. Napisać szereg sześciu liczb, poczynając od 3000, tak, aby każda następująca stanowiła 90% poprzedzającej.

---

537. Oznaczyć wielkość powierzchni pola, wiedząc, że 7% tej powierzchni wynosi 22400 m^2.

538. Oznaczyć objętość naczynia, wiedząc, że 15% tej objętości wynosi 22,5 litra.

539. Oznaczyć kwotę, której $3\frac{1}{2}\%$ stanowi 343 rub.

540. Oznaczyć kwotę, której $6\frac{1}{12}\%$ stanowi 365 rub.

541. Oznaczyć kwotę, której $6‰$ wynosi 102 ruble.

542. Oznaczyć kwotę, której $2{,}75‰$ wynosi 11 rub.

543. Oznaczyc kwotę, której 108% wynosi 1800 rub.

544. Oznaczyć kwotę, której 92% wynosi 1150 rub.

545. Oznaczyć kwotę, wiedząc, że $1020^{0}/_{00}$ jej wynosi 1700 rubli.

546. Oznaczyć kwotę, wiedząc, że $983^{0}/_{00}$ tej kwoty wynosi 1253 rub. 75 kop.

547. Do pewnej kwoty dodano $6\frac{1}{3}\%$ tejże i otrzymano 1595 rubli. Oznaczyć tę kwotę.

548. Od pewnej kwoty odjęto $4\frac{1}{2}\%$ tejże i otrzymano 1719 rubli. Oznaczyć tę kwotę.

b. Dalsze zadania.

549. Towar kupiono za 845 rubli i sprzedano go z zyskiem, wynoszącym $12\frac{1}{2}\%$ ceny kupna. *a*) Ile zyskano; *b*) za ile towar sprzedano?

550. Kupiono towar za 4320 rubli i sprzedano go ze stratą, stanowiącą $8\frac{1}{2}\%$ ceny kupna. *a*) Ile stracono; *b*) za ile towar sprzedano?

551. Towar, kupiony za 725 rubli, sprzedano za 900 rubli. Ile odsetek: *a*) sumy kupna; *b*) sumy sprzedażnej wynosił zysk osiągnięty?

552. Towar, kupiony za 800 rubli, sprzedano za 720 rubli. Ile odsetek: *a*) sumy kupna; *b*) sumy sprzedażnej stanowiła strata?

553. Kupiono 50 łokci sukna za 225 rubli. Po ile należy sprzedawać łokieć, aby osiągnąć zysk 18%.

554. Nabyto do sklepu 100 m sukna po 3,5 rubla za metr. Połowę tego sukna sprzedano za 180 rubli, drugą połowę za 200 rubli. Oznaczyć zysk, osiągnięty w odsetkach sumy nabycia.

555. Koszt wydania 1500 egzemplarzy pewnej książki wynosił 825 rubli. Rozdano bezpłatnie 80 egzemplarzy, resztę sprzedano po 70 kop. za egzemplarz. Oznaczyć zysk w odsetkach sumy kosztu.

556. Urzędnikom, pracującym w pewnej instytucyi, wydano gratyfikacye, stanowiące $8\frac{1}{2}\%$ pobieranych przez nich rocznych pensyj. Jaką gratyfikacyą otrzymają urzędnicy, pobierający po 600, 800, 1200 i 1400 rubli pensyi?

557. Wartość łokcia kwadratowego ziemi w pewnej stronie miasta podniosła się w ciągu czasu z 1 rub. 50 kop. do 4 rub. 50 kop. O ile odsetek pierwotnej wartości podniosła się wartość ziemi?

558. Sprzedano mi towar za 840 rubli z ustępstwem wynoszącem 8%. Ile zapłaciłem za towar?

559. Zakupiono 360 metrów płótna, za metr którego płaci się 32 kop. Ile zapłacono za płótno, jeżeli właściciel sklepu dał 18% rabatu?

560. Księgarz od złożonego na skład główny dzieła, którego cena katalogowa wynosi 2 rub. 65 kop., otrzymuje $33\frac{1}{3}\%$ od każdego sprzedanego egzemplarza. Ile wyniesie prowizya księgarska od 420 sprzedanych egzemplarzy książki?

561. Cena katalogowa książki wynosi 1,20 rubla. Ile trzeba zapłacić za 400 egzemplarzy książki, jeżeli księgarnia odstępuje $12\frac{1}{2}\%$ od ceny katalogowej?

562. Za książkę, której cena katalogowa wynosi 2 rub. 15 kop., zapłaciłem 1 rub. 72 kop.; ile otrzymałem odsetek rabatu?

563. Cena katalogowa książki wynosi 2 rub. 70 kop. *a*) Ile należy zapłacić za 45 egzemplarzy, jeżeli księgarnia daje nam rabat wynoszący 15%. *b*) Ile sam księgarz ma prowizyi od sprzedanych książek, jeżeli prowizya ta wynosi $33\frac{1}{3}\%$ ceny katalogowej?

564. Za towar zapłaciłem 1350 rubli, 5% tej kwoty za cło, 2% za przewóz, $\frac{1}{5}\%$ prowizyi. Ile wynosi całkowity koszt towaru?

565. Sprzedano pewną ilość zboża za 840 rubli z zyskiem, wynoszącym 12% ceny kupna. Za jaką sumę zboże to nabyto?

566. Kupiec nabył 30 sztuk płótna po 60 m w każdej sztuce i płacił po 45 rubli za sztukę. Sprzedał wszystko z zyskiem, wynoszącym 20% ceny nabycia. Po czemu sprzedawał metr płótna?

567. Za 3 pudy mąki zapłacono 6 rub. 45 kop. i sprzedano ją następnie w ten sposób, że za pierwszy pud otrzymano 2 rub. 35 kop., za drugi 2 rub. 50 kop., za trzeci 2 ruble. Ile odsetek sumy kupna stanowił zysk na sprzedaży?

568. Na targu nabyto 150 pudów konopi po 4 rub. 80 kop. Z tej ilości odrzucono 4% jako niezdatne do użytku, resztę zaś sprzedano po 5 rub. 10 kop. Oznaczyć zysk na sprzedaży w odsetkach sumy kupna.

569. Sprowadzono z Paryża 150 metrów materyi, które, wraz z frachtem, cłem i innemi opłatami, kosztowały 1720 rub. 60 kop. Sprzedano połowę wszystkiego po 10 rubli za metr, resztę zaś po $8\frac{1}{2}$ rubla za metr. Ile odsetek od wyłożonego kapitału wynosiła strata?

570. Towar, kupiony za granicą, kosztował na miejscu 5600 marek; koszta przewozu do Warszawy wynosiły 32 ruble, cło i inne wydatki 160 rubli. Oznaczyć o ile odsetek droższym jest towar w Warszawie niż na na miejscu nabycia. Marki płacono według kursu po 45,55 kop.

571. Sprzedaliśmy towar za 105,6 rubla ze stratą, wynoszącą 12%; za ile należałoby go sprzedać, aby mieć zysk, wynoszący 20% ceny kupna?

572. Sprzedawszy towar za 80 rubli, zyskaliśmy na tej sprzedaży $6\frac{2}{3}\%$; za ile należałoby sprzedać tenże towar, aby zyskać 20%?

573. Łokieć towaru sprzedaję za 1 rubla, zyskując na tem 15%. Ile sam zapłaciłem za łokieć?

574. Jeżeli łokieć powyższego towaru sprzedawać będę z ustępstwem 15% od ceny nominalnej, to czy będę miał zysk czy stratę i wiele?

575. Po strąceniu rabatu, wynoszącego $11\frac{1}{3}\%$, zapłaciłem za towar 558 rub. 60 kop. Ile kupiec miał zysku na sprzedaży, jeżeli, dając rabat, miał 20% zysku od ceny kupna?

576. Włożyłem w pewne przedsiębiorswo 14250 rubli i po roku otrzymałem 16200 rubli. Ile odsetek kapitału wynosił dochód?

577. Ile wynosi dochód od kapitału 8500 rubli, jeżeli dochód od setki wynosi $4\frac{3}{4}$?

578. Ile wynosi dochód od kapitału 8542 rubli, jeżeli dochód od 100 rubli wynosi $7\frac{1}{2}$?

579. Ile wynosi dochód od 100 rubli, jeżeli suma 8540 przyniosła dochodu 407 rub. 17 kop.?

580. Obliczyć dochód od kapitału 6500 rubli, jeżeli *stopa* dochodu, t. j. dochód od 100 rubli kapitału wynosi $4\frac{2}{3}$.

581. Oznaczyć kapitał, wiedząc, że dochód z niego przy stopie $6\frac{1}{2}$ od 100 wynosi 85 rub. 85 kop.

582. Do kapitału 4800 rubli dołączyć dochód z niego, liczony przy stopie 7%.

583. Kapitał wraz z dochodem z niego, liczonym przy stopie 4%, wynosi 3120 rubli. Oznaczyć kapitał.

584. Kapitał wraz z dochodem z niego, liczonym po $6\frac{2}{3}\%$, wynosi 1600 rubli. Oznaczyć: *a*) kapitał; *b*) dochód.

585. Dochód od kapitału 3800 rubli wynosi 285 rubli. Oznaczyć stopę dochodu.

586. Dochód od kapitału 19260 rubli wynosi 674 rub. 10 kop.; oznaczyć stopę dochodu.

587. Z domu, nabytego za 47200 rubli, właściciel ma dochodu rocznego 5400 rubli, z którego na podatek, koszty utrzymania i naprawy odchodzi 800 rubli. Ile odsetek od wartości domu stanowi dochód czysty?

588. Dom, wartujący 95000 rub., przynosi $9\frac{1}{2}\%$ dochodu brutto. Oznaczyć dochód czysty, jeżeli wiadomo, że stanowi on 28% dochodu brutto.

589. Pewna spółka przedsiębiorców zakupiła grunt: mający rozległości 4800 łokci kwadratowych i wybudowała na nim dom, którego koszt równał się podwójnej cenie placu; dom przynosi 5400 rubli dochodu, co stanowi $6\frac{3}{4}\%$ od kapitału, wyłożonego na plac i dom. Oznaczyć cenę łokcia kwadratowego ziemi i wartość domu.

590. W pewnem przedsiębiorstwie wypłacono jego uczestnikom *dywidendę*, t. j. zysk po $6\frac{1}{2}\%$ od włożonego kapitału. Ile dywidendy otrzyma akcyonaryusz, posiadający 15 *akcyj* 250-rublowych?

591. Jeżeli dywidenda wynosi $8\frac{1}{3}\%$, to jaką otrzyma dywidendę posiadacz 84 akcyj 400-rublowych?

592. W towarzystwie akcyjnem kapitał składa się z 300 akcyj 250-rublowych, 400 akcyj 100-rublowych i 600 akcyj 50-rublowych. Jeżeli dywidenda wynosi $6\frac{3}{8}\%$, to ile z niej przypadnie wypłacić na każdą z trzech kategoryj akcyj?

593. Jeżeli od każdej akcyi 150-rublowej dywidenda wynosi 6 rub. 50 kop., to ile odsetek włożonego kapitału stanowi taż dywidenda?

---

594. Towar z opakowaniem waży 324 kg; tara stanowi 15% całkowitej wagi; oznaczyć wagę netto towaru.

595. Towar z opakowaniem waży 840 funtów; tara stanowi $\frac{1}{24}$ całkowitej wagi. Oznaczyć, ile odsetek wagi brutto stanowi waga towaru netto.

596. Waga brutto wynosi 17 kg, waga netto 12,5 kg. Oznaczyć, ile odsetek: *a*) wagi brutto; *b*) wagi netto stanowi tara.

597. Towar z opakowaniem waży 86 kg; opakowanie stanowi 15% wagi netto. Oznaczyć wagę netto.

598. Waga brutto wynosi 120 kg, tara stanowi 25% wagi netto. Oznaczyć wagę netto.

599. Za towar, którego waga brutto wynosiła 120 kg: zapłacono 845 rubli. Wiele kosztuje 1 kg towaru netto, jeżeli tara stanowi 20% wagi brutto i 1 kg tary płacono po 10 kop?

---

600. W ciągu pewnej liczby lat ludność miasta wzrosła o $12\frac{1}{3}$% i wynosi obecnie 85261 mieszkańców. Oznaczyć ludność miasta na początku tego okresu.

601. Ludność pewnego miasta wynosiła na początku roku 37100 mieszkańców; w ciągu roku zmarło 816 osób, urodziło się dzieci 885, opuściło miasto osób 64, osiedliło się osób obcych 48. O ile odsetek powiększyła się ludność miasta?

602. Z 5368 osób w wieku lat 20 zmarło w ciągu roku 57 ludzi. Ile odsetek liczby pierwotnej: *a*) stanowi liczba zmarłych; *b*) liczba pozostałych przy życiu?

603. Z liczby pozostałych przy życiu w zadaniu poprzedzającem zmarło w ciągu następnego roku 55 osób. Ile odsetek stanowi liczba zmarłych w ciągu dwóch lat względem pierwotnej liczby osób?

604. Z liczby 10000 dzieci urodzonych w pewnym roku pozostało po latach dziesięciu przy życiu 5929 dzieci. Oznaczyć w odsetkach liczbę dzieci zmarłych w ciągu uważanego czasu.

605. Z liczby 3429 osób w wieku lat 50 pozostało po dziesięciu latach przy życiu osób 2630. Oznaczyć w odsetkach liczby pierwszej liczbę osób zmarłych w ciągu uważanego czasu.

---

606. Za ubezpieczenie kapitału wypłacalnego po śmierci spadkobiercom płaci człowiek 30-letni w Towarzystwie ubezpieczeń „Przezorność“ w Warszawie składkę roczną czyli *premią* do końca swego życia po 24,12‰ kapitału. Jaką składkę rocznie płacić winien człowiek 30-letni od ubezpieczenia, wynoszącego 3000 rubli?

607. Za podobne ubezpieczenie pośmiertne płaci człowiek 35-letni składkę roczną, wynoszącą 2,812% sumy ubezpieczonej. Ile wyniesie składka roczna od sumy 3600 rubli dla człowieka w wieku lat 35?

608. Człowiek 40-letni płaci od ubezpieczenia pośmiertnego składkę roczną, wynoszącą 3,328% ubezpieczonej sumy. Oznaczyć, jaką składkę roczną płacić będzie człowiek 40-letni, który ubezpieczył dla rodziny na przypadek swej śmierci sumę 7500 rubli?

609. Urzędnik 40-letni, pobierający pensyi 1800 rubli ubezpieczył w Towarzystwie sumę pośmiertną w wysokości 4000 rubli. Jaką część jego pensyi wynosi składka roczna, którą winien wnosić do Towarzystwa Ubezpieczeń?

610. Człowiek 48-letni, mający dochodu rocznego 2700 rubli, postanowił 10% tegoż dochodu przeznaczyć na ubezpieczenie dla rodziny swej kapitału pośmiertnego. Na jaką sumę będzie mógł ubezpieczyć się w Towarzystwie, jeżeli składka roczna dla 48-letniego człowieka wynosi 4,5% sumy ubezpieczonej?

611. Za ubezpieczenie ruchomości od ognia zapłacono w Towarzystwie Ubezpieczeń od ognia po $2\frac{3}{4}$‰ sumy ubezpieczonej. Ile wynosi koszt ubezpieczenia ruchomości na sumę 4800 rubli?

612. Jeżeli za ubezpieczenie od ognia nieruchomości, wartującej 68400 rubli, zapłacono 212 rub. 30 kop., to ile wynosi składka (premia) od 1000?

613. Właściciel domu podniósł lokatorom komorne o $9\frac{1}{2}\%$. Ile płacili poprzednio lokatorzy, którzy obecnie płacić mają za mieszkanie jeden 766 rub. 50 kop., drugi 958 rub. 50 kop.?

614. Kupiec nabył od fabrykanta 1800 m sukna po 6 rub. 20 kop. za metr. Jeżeli płaci gotówką, ma zapewnione 15% rabatu; jeżeli zaś ma płacić po upływie 3 miesięcy, to do sumy, jaka wypadnie po strąceniu rabatu, trzeba będzie dołączyć $1\frac{1}{2}\%$. Kupiec zapłacił połowę gotówką, a resztę po trzech miesiącach. Ile zapłacił?

615. Zboże przy zamianie na mąkę utraciło 16% swojej wagi, mąka zaś przy zamianie na chleb, pochłaniając wodę, zyskała 4% swojej wagi. *a*) Ile kilogramów chleba otrzymać można z 1200 kg zboża? *b*) Z ilu kilogramów zboża otrzymano 698,88 kg chleba?

616. W 6 litrach wody rozpuszczono pewną ilość soli w ten sposób, że sól stanowiła 10% wagi całkowitego roztworu. Potem odlano czwartą część płynu i zastąpiono go takąż ilością czystej wody. Oznaczyć ile ważyła całkowita ilość nowego płynu, w założeniu, że przy rozpuszczeniu soli objętość płynu nie uległa zmianie?

617. Do oszczędności, stanowiącej 18% mojego dochodu, dodałem kwotę, stanowiącą 40% oszczędności, i otrzymałem sumę, wynoszącą 302 rub. 40 kop. Oznaczyc mój dochód roczny.

618. Z dochodu rocznego zaoszczędziłem 24% a następnie za sumę, stanowiącą 25% oszczędności, nabyłem serwis za 108 rubli. Oznaczyć dochód roczny.

619. Zmieszano dwa gatunki wina: 125 litrów jednego gatunku, nabytego po 1 rublu za litr, 225 litrów do drugiego po 80 kop. za litr. Sprzedawano dekalitr po 11 rub. 20 kop. Ile osiągnięto odsetek zysku?

620. Nabyto do sklepu 15 tuzinów pomarańcz po 42 kop. za tuzin. Z tej ilości trzeba było zepsute pomarańcze, stanowiące 5% całkowitej ilości, odrzucić, resztę zaś sprzedano tak, że osiągnięto $35\frac{5}{7}$% zysku. Po czemu sprzedawano sztukę?

621. Towar waży wraz z opakowaniem 810 funtów, tara wynosi 8% wagi netto. Sprzedawano funt towaru z zyskiem 15% od ceny netto. Wiele otrzymano pieniędzy za sprzedany towar?

622. Kupiec nabył pewną ilość towaru po 75 kop. za kilogram. Trzecią część towaru sprzedał ze stratą, wynoszącą 10%, czwartą część z zyskiem 20%, resztę także z zyskiem 25%. Ostatecznie zyskał na wszystkiem 54 rub. $37\frac{1}{2}$ kop. Ile miał kilogramów towaru?

---

623. Stopiono 133 kg srebra z 51 kg miedzi; oznaczyć w tym stopie w odsetkach ilości srebra i miedzi.

624. Rozwiązać podobne zadania dla stopu srebra i miedzi, w którym na każde 42 kg srebra wzięto 10,8 kg miedzi.

625. Stopiono 3 funty i 12 łutów srebra czystego z 30 łutami miedzi; oznaczyć ilość odsetek miedzi w stopie.

626. Ze stopu srebra i miedzi, w którym ilość srebra stanowi 63%, wyrobiono ramę wagi jednego funta. Ile w tej ramie jest zołotników czystego srebra?

627. Rubel srebrny nowy (od 1886 r.) waży 20 g i zawiera $900‰$ czystego srebra. Ile znajduje się czystego srebra w 15 monetach rublowych?

628. Moneta srebrna dwudziestokopiejkowa waży 3,6 g i zawiera $500‰$ czystego srebra. Ile znajduje się czystego srebra w 5 monetach dwudziestokopiejkowych?

629. Ile jest zołotników czystego srebra w funcie stopu srebra z miedzią, w którym ilość odsetek miedzi stanowi 12%.

630. Stopiono 2 funty srebra *próby*[1]) 84-ej, (t. j. stopu, którego każdy funt zawiera w sobie 84 zołotniki czystego srebra) z $\frac{1}{4}$ funta miedzi. Oznaczyć: *a*) ilość odsetek czystego srebra w nowym stopie; *b*) próbę tego stopu.

631. Sztaba srebrna, ważąca 2,7625 funta, zawiera 1,73485 funta czystego srebra. Oznaczyć jej próbę.

632. Oznaczyć próbę wyrobu srebrnego, ważącego $3\frac{3}{4}$ funta, jeżeli ilość srebra czystego w nim zawartego wynosi $2\frac{1}{4}$ funta.

---

[1]) według sposobu oznaczania, używanego w Cesarstwie i Królestwie.

633. Stopiono 2 funty srebra próby 75-ej i 3 funty srebra próby 80-ej. Oznaczyć: *a*) ilość odsetek czystego srebra w otrzymanym stopie: *b*) próbę tego stopu.

634. Ile potrzeba dodać srebra czystego do $2\frac{1}{2}$ funta srebra próby 80, aby otrzymać srebro próby 84?

635. Ile odsetek czystego złota na wagę zawiera złoto: *a*) próby 72; *b*) próby 60; *c*) próby 48?

636. Ile odsetek czystego złota na wagę zawiera złoto: *a*) próby $63\frac{1}{3}$; *b*) próby 57?

637. Imperyał dziesięciorublowy nowy (od 1886 roku) waży 12,903 g; ilość czystego złota stanowi w nim $900^0/_{00}$ całkowitej wagi. Oznaczyć ile gramów czystego złota znajduje się w imperyale?

638. Oznaczyć próbę stopu, w którym ilość czystego złota stanowi: *a*) $\frac{2}{5}$; *b*) $\frac{3}{4}$; *c*) $\frac{4}{5}$ całkowitej ilości na wagę.

639. Stopiono $\frac{1}{4}$ funta złota z $\frac{1}{20}$ funta srebra. Oznaczyć: *a*) ilość odsetek czystego złota w stopie; *b*) próbę złota.

640. Stopiono 15 łutów złota próby 72-ej i 6 łutów srebra próby 60-ej. Oznaczyć próbę stopu.

641. W monetach niemieckich srebrnych ilość czystego srebra, w złotych ilość czystego złota stanowi $900^0/_{00}$ całkowitej wagi. Jakiej to odpowiada próbie u nas używanej?

642. Z jednego kilograma czystego srebra wybija się w Niemczech 200 marek srebrnych. *a*) Ile do tego srebra dodają miedzi; *b*) ile waży jedna marka niemiecka?

643. We Francyi monety złote zawierają również $900^0/_{00}$ czystego złota na wagę. Jeżeli moneta złota francuska waży 3,2258 g, to ile w niej znajduje się czystego złota?

644. Sztuki monety srebrnej we Francyi (od 20 centymów do 2 franków włącznie) zawierają $835^0/_{00}$ czystego srebra. *a*) Jakiej to odpowiada próbie u nas używanej; *b*) ile zawiera się czystego srebra w 26 sztukach frankowych, jeżeli waga 1 franka wynosi 5 gramów?

645. Korona srebrna austryacka waży 5 g i zawiera $835^0/_{00}$ czystego srebra. Oznaczyć ilość czystego srebra w 8 koronach.

646. Sovereign angielski, t. j. moneta złota 20-szylingowa, waży 7,988 g i zawiera $916,66^0/_{00}$ czystego złota. Oznaczyć ilość czystego złota w 20 sztukach sovereignowych.

647. Szyling (shilling) srebrny dwunastopensowy waży 5,655 g i zawiera $925^0/_{00}$ czystego srebra. Oznaczyć ilość czystego srebra w 20 szylingach.

648. Oznaczyć stosunek ilości czystego złota w imperyale dziesięciorublowym do ilości takiego złota w sovereignie angielskim. (Porówn. zad. 637, 647).

649. Oznaczyć stosunek czystego srebra w monecie rublowej do ilości takiegoż srebra: *a*) we franku; *b*) w marce; *c*) w szylingu; *d*) w koronie austryackiej. (Porówn. zad. 627, 644, 642, 647, 645).

c. Rachunek procentów prostych.

650. Oznaczyć *procent* roczny od kapitału 3500 rubli przy *stopie procentowej* $4^0/_0$.

651. Oznaczyć procent roczny od kapitału 7540 rubli przy stopie $5^0/_0$.

652. Oznaczyć procent roczny od kapitału 648 rubli przy stopie $4\frac{1}{2}{}^0/_0$.

653. Mając kapitał k rubli i stopę procentową $s^0/_0$, t. j. s rubli rocznie od 100 rubli kapitału, oznaczamy procent roczny w rublach, mnożąc s przez stosunek liczby k do 100, t. j. mnożąc s przez $\frac{k}{100}$. Dlaczego?

654. Można rozwiązać powyższe zadanie, mnożąc liczbę k przez liczbę s i dzieląc iloczyn przez 100; albo też, mnożąc liczbę k przez setną część liczby s. Dlaczego?

655. Oznacz w ten sposób procent roczny od kapitału 6324 rubli przy stopie $8^0/_0$.

656. Jeżeli oznaczymy procent roczny od kapitału przez p, to można napisać

$$p = \frac{k \,.\, s}{100}.$$

Sprawdź to.

657. Oznacz procent roczny od kapitału 3256 rubli przy stopie procentowej $3\frac{1}{2}{}^0/_0$.

658. Oznacz procent roczny od sumy 85 rubli przy stopie $6^0/_0$.

659. Oznacz procent roczny od sumy 42 rub. 50 kop. przy stopie $7\frac{1}{2}\%$.

660. Do sumy 840 rubli dodaj procent roczny od niej przy stopie $4\frac{3}{4}\%$.

661. Ile wyniesie w końcu roku kapitał wraz z procentem po $6\frac{1}{2}\%$, jeżeli kapitał sam wynosi 1850 rubli?

---

662. Ile wynosi procent za dwa lata od kapitału 6400 rubli przy stopie rocznej $4\frac{1}{2}\%$?

663. Ile wynosi procent za 3 lata od kapitału 8520 rubli przy stopie procentowej 5%?

664. Ile wynosi procent za 4 lata od kapitału 4250 rubli przy stopie $6\frac{1}{3}\%$?

665. Ile wynosi dochód od kapitału 3660 rubli za 5 lat, jeżeli stopa procentowa jest $4\frac{3}{4}\%$?

666. Kapitał k oddano na l lat na procent przy stopie $s\%$ rocznie. Oznaczyć procent za l lat. Procent roczny od kapitału jest, jak wiemy (porówn. zad. 656), $\frac{ks}{400}$, procent za l lat będzie równy poprzedniemu, pomnożonemu przez liczbę lat. Oznaczając więc procent, szukany przez p, możemy napisać

$$p = \frac{k \cdot s}{100} \cdot l.$$

Sprawdź to.

667. Możemy też napisać:

$$p = \frac{k \,.\, s \,.\, l}{100}.$$

Dlaczego?

668. Można też napisać:

$$p = \frac{s}{100} \,.\, k \,.\, l.$$

Dlaczego?

669. Z ostatniego zadania widzisz, że można otrzymać procent od kapitału, mnożąc setną część stopy przez kapitał i przez czas. Sprawdź to.

670. Procent jest wprost proporcyonalny: *a*) do kapitału; *b*) do stopy procentowej; *c*) do czasu. Dlaczego?

671. Oznacz procent od kapitału 8440 rubli po 5% rocznie za $\frac{3}{4}$ roku.

672. Oznaczyć procent od kapitału 2400 przy stopie 4% rocznie za $\frac{2}{3}$ roku.

673. Oznaczyć procent od kapitału 3600 rubli przy stopie 4% rocznie za $2\frac{1}{2}$ roku.

674. Oznaczyć procent od kapitału 850 rubli po 6% rocznie za 8 miesięcy.

675. Oznaczyć procent od kapitału 3200 rubli przy stopie $4\frac{3}{4}$% za 3 lata i 4 miesiące.

676. Oznaczyć procent miesięczny od 34000 rubli przy stopie $4\frac{1}{2}$% rocznie.

677. Oznaczyć procent czteromiesięczny od 26400 rubli przy stopie $6\frac{2}{3}\%$ rocznie.

678. Procent miesięczny p od kapitału k przy stopie $s\%$ rocznie wynosi:

$$p = \frac{k \,.\, s}{100} : 12,$$

co można napisać tak:

$$p = \frac{k \,.\, s}{1200}.$$

Sprawdź to.

679. Oznacz w ten sposób procent miesięczny od 1224 rubli przy stopie $4\frac{1}{4}\%$ rocznie.

680. Procent p za m miesięcy od kapitału k przy stopie rocznej $s\%$ wynosi

$$p = \frac{k \,.\, s}{100} \cdot \frac{m}{12}$$

albo

$$p = \frac{k \,.\, s \,.\, m}{1200}.$$

Sprawdź to.

681. Oblicz procent od kapitału 28400 rubli za $3\frac{3}{5}$ miesiąca przy stopie 6% rocznie.

682. Oblicz procent od kapitału 84600 rubli za $2\frac{5}{6}$ miesiąca przy stopie $4\frac{1}{2}\%$ rocznie.

683. Oznacz procent od kapitału 12000 rubli za $4\frac{2}{3}$ miesiąca przy stopie rocznej $5\frac{1}{2}\%$.

684. Od wzoru, podanego w zadaniu 667-em przejść można do wzoru w zadaniu 680-em, kładąc w pierwszem zamiast l liczbę $\frac{m}{12}$. Sprawdź to.

685. Można oznaczyć procent za pewną liczbę miesięcy od danego kapitału przy danej stopie, mnożąc setną część stopy przez dwunastą część iloczynu kapitału przez liczbę miesięcy.

Sprawdź to.

686. Oznacz w ten sposób procent od kapitału 7400 rubli za 4 miesiące przy stopie 6% rocznie.

687. Oznacz procent od kapitału 12400 rubli za $2\frac{2}{3}$ miesiąca przy stopie 8% rocznie.

688. Oznacz procent od kapitału 72000 rubli za $\frac{1}{2}$ miesiąca, t. j. dni 15, przy stopie 6% rocznie.

689. Oznacz procent od 24000 rubli za dzień jeden przy stopie 5% rocznie.

Dla okrągłości przyjmujemy 360 dni w roku.

690. Oznacz procent za dzień jeden od kapitału 80000 rubli przy stopie $6\frac{1}{2}\%$ rocznie.

691. Oznacz procent od tegoż kapitału przy tejże stopie za dni: *a*) 5; *b*) 8; *c*) 13.

692. Procent dzienny od kapitału k przy stopie $s\%$ rocznie, jeżeli przyjmiemy 360 dni jako liczbę dni w roku, wynosi:

$$p = \frac{k \, . \, s}{100} : 360,$$

lub

$$p = \frac{k \cdot s}{36000}.$$

Sprawdź to.

693. Z poprzedzającego wynika, że procent dzienny od danego kapitału przy danej stopie otrzymujemy, biorąc 36000-ą część iloczynu kapitału przez stopę. Sprawdź to na przykładzie.

694. Oblicz w ten sposób procent dzienny od kapitału 16820 rubli przy stopie 4% rocznie.

695. Jeżeli liczba dni jest d, to procent od kapitału k przy stopie $s\%$ rocznie za d dni wynosi

$$p = \frac{k \cdot s}{36000} \cdot d,$$

lub

$$p = \frac{k \cdot s \cdot d}{36000}.$$

Sprawdź to.

696. Oznacz procent od kapitału 57000 rubli po 6% rocznie za dni 12.

697. Oznacz procent od kapitału 14000 rubli po $4\frac{3}{4}\%$ rocznie za dni 18.

698. Od wzoru w zadaniu 680-em możesz przejść do wzoru w zadaniu 695, jeżeli zamiast m weźmiesz $\frac{d}{30}$. Sprawdź to.

699. Od wzoru w zadaniu 667-em możesz przejść do wzoru w zadaniu 695-em, jeżeli zamiast l weźmiesz $\frac{d}{360}$. Sprawdź to.

700. Procent za d dni kapitału k przy stopie $s^0/_0$ możesz otrzymać, mnożąc przez siebie trzy liczby następujące:

$$\frac{k}{100}\,,\ d\,,\ \frac{s}{360}$$

t. j. setną część kapitału przez liczbę dni i przez 360-ą część stopy. Sprawdź to.

701. Oznacz w podobny sposób procent od kapitału 4800 rubli za 12 dni po $4^0/_0$ rocznie.

702. Oznacz w podobny sposób procent od kapitału 2540 rubli za 18 dni po $6^0/_0$ rocznie.

703. Oznacz procent od 1820 rubli za 8 dni po $4\frac{3}{4}{}^0/_0$ rocznie.

704. Wiesz o tem, że pomnożyć przez liczbę $\frac{s}{360}$ znaczy to samo, co podzielić przez liczbę $\frac{360}{s}$, możesz więc otrzymać procent za dni d od kapitału k przy stopie $s^0/_0$ rocznie, dzieląc iloczyn

$$\frac{k}{100}\,.\,d$$

przez liczbę $\frac{360}{s}$. Sprawdź to.

705. Oznacz w podobny sposób procent za dni 8 od kapitału 1240 rubli przy stopie $4\frac{1}{2}{}^0/_0$.

706. Oznacz tym sposobem procent za dni 12 od kapitału 4345 rubli przy stopie $6^0/_0$. Rozwiązaniem tego zadania będzie wyrażenie:

$$\frac{43{,}45 \;.\; 12}{60}.$$

Dlaczego?

707. Dla $s = 1$ jest $\frac{360}{s} = 360$;

$$\text{dla } s = 2; \quad \frac{360}{s} = 180;$$

$$s = 2\frac{1}{2}; \quad \frac{360}{2\frac{1}{2}} = 144;$$

$$s = 3; \quad \frac{360}{3} = 120.$$

Oznacz wartość liczby $\frac{360}{s}$ dla innych wartości stopy, np. dla 4, $4\frac{1}{2}$, 5, 6 i t. d. Liczby te 180, 144, 120 i t. d., zwane *stałemi dzielnikami*, są pożytecznemi przy rozwiązywaniu zagadnień.

708. Używając stałego dzielnika, możesz powiedzieć, że procent za pewną liczbę dni od danego kapitału równa się iloczynowi setnej części kapitału przez liczbę dni, podzielonemu przez dzielnik stały. Sprawdź to.

709. Oznacz procent od kapitału 16000 rubli przy stopie $4\frac{1}{2}\%$ rocznie za czas od 1 stycznia do 25 marca tego samego roku.

710. Oznacz procent od kapitału 48500 rubli przy stopie 6% za czas od 15 lipca do 15 grudnia następnego roku.

711. Jak należy zamienić sposób obliczenia procentu podany w zadaniu 693-em, jeżeli przyjmiemy, że rok ma dni 365?

712. Oblicz, w tem założeniu, procent od kapitału 75000 rubli przy stopie 4% za dzień jeden.

713. Oznacz różnicę pomiędzy procentem, obliczonym według pierwszego sposobu, a procentem, jaki otrzymałeś w zadaniu poprzedzającem.

714. Oznacz procent od kapitału 48000 rubli przy stopie 6% rocznie za dni 20, przyjmując w roku: *a*) dni 365; *b*) dni 360.

---

715. Jaki kapitał przy stopie procentowej 5% przynosi dochodu rocznego 240 rubli?

716. Jaki kapitał przy stopie 4% przynosi dochodu rocznie 107 rubli 60 kop.?

717. Oznacz kapitał, który przy stopie $4\frac{3}{4}\%$ przynosi dochodu rocznego 765 rubli?

718. Procent roczny przy stopie $5\frac{1}{2}\%$ wynosi 149 rubli 60 kop.; oznaczyć kapitał.

719. Procent roczny przy stopie $5\frac{3}{4}\%$ wynosi 155 rubli 25 kop.; oznaczyć kapitał.

720. Procent roczny przy stopie $s\%$ wynosi p. Oznaczyć kapitał k.

Kapitał k otrzymujemy, mnożąc liczbę 100 przez stosunek procentu p do stopy procentowej s. Dlaczego?

721. Na zasadzie poprzedzającego można napisać:

$$k = \frac{100 \cdot p}{s}.$$

Sprawdź to.

722. Z poprzedzającego wnosisz, że kapitał jest: *a*) przy danej stopie procentowej wprost proporcyonalny do procentu; *b*) przy danym procencie jest odwrotnie proporcyonalny do stopy procentowej. Dlaczego?

723. Sposobem wskazanym w zadaniu 721 oznacz kapitał, który

a) przy stopie $3\frac{1}{4}\%$ daje procent roczny 22 rub. 10 kop.

b) „ „ $4\frac{1}{4}\%$ „ „ „ 146 „ 54 „

c) „ „ $6\frac{1}{2}\%$ „ „ „ 84 „ 50 „

d) „ „ $7\frac{1}{2}\%$ „ „ „ 900 rubli.

724. Ze sposobu, podanego w zadaniu 721-em, wnosimy także, że szukany kapitał otrzymać można, dzieląc liczbę 100 przez stosunek stopy procentowej do procentu;

$$k = 100 : \frac{s}{p}.$$

Dlaczego?

725. Oznacz w ten sposób kapitał, mając:

a) stopę procentową 3%, procent 300 rubli;

b) „ „ 4%, „ 125 „ ;

c) „ „ $6\frac{1}{2}\%$ „ 640 „ ;

d) „ „ $6\frac{3}{4}\%$, „ 225 „ ;

---

726. Oznacz kapitał, od którego procent za 2 lata przy stopie 4% wynosi 136 rubli.

727. Oznacz kapitał, który przy stopie 4% przynosi za 3 lata 307 rub. 20 kop. procentu.

728. Jaki kapitał w przeciągu 4 lat przy stopie $4\frac{3}{4}$% przynosi 342 ruble procentu?

729. Procent za l lat przy stopie s% wynosi p. Oznaczyć kapitał k.

Szukany kapitał k znajdziemy, mnożąc 100 przez stosunek procentu p do stopy procentowej s i dzieląc otrzymany iloczyn przez liczbę lat. Dlaczego?

730. Na zasadzie poprzedzającego można napisać:

$$k = \frac{100 \cdot p}{s} : l$$

lub też

$$k = \frac{100 \cdot p}{s \cdot l}.$$

Dlaczego?

731. Z poprzedzającego wynika, że otrzymujemy szukany kapitał, dzieląc 100 razy wzięty procent przez iloczyn stopy procentowej przez liczbę lat. Sprawdź to.

732. Oznacz tym sposobem kapitał, wiedząc, że procent wynosi 14,36 rubla, stopa procentowa jest $3\frac{1}{3}$%, liczba lat 3.

733. Oznacz kapitał, znając procent 132,30 rubla, stopę procentową $4\frac{1}{2}$%, liczbę lat 2.

734. Z zadania 730-go wnieść można, że: *a*) przy danej stopie procentowej i liczbie lat kapitał jest wprost proporcyonalny do procentu; *b*) przy danym procencie i liczbie lat—odwrotnie proporcyonalny do stopy procentowej; *c*) przy danym procencie i stopie procentowej—odwrotnie proporcyonalny do liczby lat. Dlaczego?

735. Możesz też powiedzieć, że przy danym procencie kapitał jest odwrotnie proporcyonalny do iloczynu stopy procentowej przez liczbę lat. Dlaczego?

736. Sposób, podany w zadaniu 730-em, stosuje się, oczywiście, do liczby lat, nietylko całkowitej lecz i ułamkowej. Oznacz kapitał, który przy stopie 4% w ciągu $\frac{3}{4}$ roku przynosi 60 rubli procentu.

737. Oznacz kapitał, który przy stopie $3\frac{1}{3}$%, przynosi 132 ruble procentu w ciągu $\frac{3}{10}$ roku.

738. Oznacz kapitał, wiedząc, że przyniósł 144 ruble dochodu w ciągu $2\frac{1}{4}$ roku, przy stopie procentowej 4%.

739. Oznacz kapitał, wiedząc, że przyniósł 765 rubli dochodu w ciągu $3\frac{2}{3}$ roku, przy stopie procentowej $6\frac{1}{2}$%.

740. Oznaczyć kapitał, mając:

a) procent 455 rubli, stopę procentową 5%, czas $2\frac{1}{2}$ roku;

a') „ 455 „ „ $2\frac{1}{2}$%, „ 5 lat;

b) procent	138 rub. 60 kop.,	stopę proc.	$2\frac{3}{4}$%,	czas	$3\frac{1}{2}$ roku;
b') „	138 „ 60 „	„	$3\frac{1}{2}$%,	„	$2\frac{3}{4}$ „ ;
c) „	1630 rubli,	„	$4\frac{1}{4}$%,	„	$2\frac{1}{3}$ „ ;
c') „	1630 „	„	$2\frac{1}{3}$%,	„	$4\frac{1}{4}$ „ ;

741. Oznaczyć kapitał, wiedząc, że procent miesięczny od tego kapitału, przy stopie 6% rocznie, wynosi 7 rubli.

742. Oznaczyć kapitał, od którego procent miesięczny przy stopie $4\frac{3}{4}$% wynosi 33 ruble 25 kop.

743. Oznaczyć kapitał, wiedząc, że procent pięciomiesięczny od tego kapitału przy stopie $4\frac{1}{2}$% wynosi 127 rub. 50 kop.

744. Mając stopę procentową s% rocznie, procent p za m miesięcy, możemy znaleźć kapitał w sposób następujący: Procent p mnożymy przez 1200 i iloczyn dzielimy przez iloczyn stopy procentowej s przez liczbę miesięcy m. Sprawdź to na przykładzie.

745. Możemy tedy napisać:

$$k = \frac{1200 \cdot p}{s \cdot m}.$$

Oznacz tym sposobem kapitał, mając procent 910 rubli, stopę procentową $3\frac{1}{4}$%, liczbę miesięcy $3\frac{1}{2}$.

746. Oznacz kapitał, mając:

a) procent	180 rubli,	stopę procent.	4%,	czas	9 miesięcy;
b) „	313 rub. 50 kop.	„	$4\frac{3}{4}$%,	„	$5\frac{1}{2}$ „ ;

c) procent 308 rubli, stopę procent. $5\frac{1}{2}\%$, czas $4\frac{2}{3}$ miesięcy;

d) „ 218 rub. 50 kop. „ $6\frac{3}{4}\%$, „ $11\frac{1}{2}$ „

747. Wzór, podany w zadaniu 745-em, możesz otrzymać z wzoru w zadaniu 730-em, jeżeli zamiast l napiszesz $\frac{m}{12}$. Sprawdź to.

748. Oznaczyć kapitał, wiedząc, że procent za dzień jeden od tego kapitału, przy stopie 6% rocznie, wynosi 90 kop. Przyjmujemy tu 360 dni w roku.

749. Procent za dni 12 przy stopie $4\frac{3}{4}\%$ wynosi $9\frac{1}{2}$ rubla. Oznaczyć kapitał.

750. Oznaczyć kapitał, wiedząc, że procent za dni 100 od tego kapitału przy stopie $2\frac{1}{3}\%$ wynosi 500 rubli.

751. Mając stopę procentową $s\%$ rocznie, procent p za d dni, możemy znaleźć kapitał w sposób następujący: mnożymy procent przez 36000 i ten iloczyn dzielimy przez iloczyn stopy procentowej s przez liczbę dni d. Sprawdź to na przykładzie.

752. Możemy tedy napisać:

$$k = \frac{36000 \cdot p}{s \cdot d}.$$

Oznacz w ten sposób kapitał, mając procent 169 rubli przy stopie $3\frac{1}{4}\%$ za dni 24.

753. Oznacz kapitał, mając:

a) procent 70 rub. 50 kop., stopę procent. 4%, czas 50 dni;

b) procent 29 rub. $2\frac{1}{2}$ kop., stopę procent. $2\frac{1}{2}$%, czas 81 dni;

c) „ 7 „ 20 „ „ $4\frac{1}{2}$%, „ 16 „ ;

d) „ 34 „ 30 „ „ $5\frac{1}{4}$%, „ 25 „ ;

754. Wzór, podany w zadaniu 752-em, możesz otrzymać z wzoru w zadaniu 745-em, jeżeli zamiast m weźmiesz $\frac{d}{30}$. Sprawdź to.

755. Wzór, podany w zadaniu 752-em, możesz też otrzymać z wzoru w zadaniu 730-em, jeżeli zamiast l napiszesz $\frac{d}{360}$. Dlaczego?

756. Jakiej zmianie ulegnie wzór w zadaniu 752-em, jeżeli przyjmiemy liczbę dni roku równą 365.

757. Oznacz, w tem założeniu, kapitał, który przy stopie 4% przynosi 25 kop. procentu: *a*) w ciągu dni 73; *b*) w ciągu dni 50.

---

758. Jaka jest stopa procentu, jeżeli procent roczny od kapitału 4800 rubli wynosi 240 rubli?

759. Oznacz stopę procentu, wiedząc, że procent roczny od kapitału 5600 rubli wynosi 196 rubli.

760. Procent roczny od kapitału 6480 rubli wynosi 307 rubli 80 kop. Oznacz stopę procentową.

761. Kapitał wynosi 1260 rubli, procent roczny 78 rub. 75 kop.; znaleźć stopę procentową.

762. Kapitał wynosi k rubli, procent roczny p rubli. Oznaczyć stopę procentową s, t. j. procent roczny od 100 rubli.

Stopę procentową znajdziemy, mnożąc p przez stosunek liczby 100 do liczby k. Dlaczego?

763. Z poprzedzającego wynika, że jeżeli przez p oznaczymy procent roczny od kapitału k, to stopa procentu s wyrazi się w ten sposób:

$$s = \frac{100 \cdot p}{k}.$$

Dlaczego?

764. Oznacz tym sposobem stopę, jeżeli kapitał wynosi 1250 rubli, procent zaś roczny 437 rub. 75 kop.

765. Na zasadzie zadania 763-go wnosisz, że stopa procentowa jest: *a*) przy danym kapitale wprost proporcyonalna do procentu; *b*) przy danym procencie odwrotnie proporcyonalna do kapitału. Dlaczego?

766. Oznaczyć stopę procentową, wiedząc, że procent od kapitału 1320 rubli za 3 lata wynosi 171 rub. 40 kop.

767. Kapitał 1265 rubli w ciągu 4 lat przyniósł 177 rub. 10 kop. procentu. Oznaczyć stopę procentową.

768. Jaka jest stopa procentowa, jeżeli kapitał 8430 rubli w ciągu 2 lat przyniósł 800 rub. 85 kop. procentu?

769. Kapitał k rubli w ciągu l lat przyniósł p rubli procentu; oznaczyć stopę procentową s. Znajdziesz stopę procentową s, mnożąc p przez stosunek liczby 100 do liczby k i dzieląc iloczyn przez liczbę l. Dlaczego?

770. Z poprzedzającego wynika, że mając kapitał k, procent p i czas l lat, znajdziemy stopę s za pomocą wzoru:

$$s = \frac{100 \,.\, p}{k \,.\, l}.$$

Słowami: stopa procentowa równa się 100 razy wziętemu procentowi, podzielonemu przez iloczyn kapitału przez czas.

Sprawdź to na przykładach.

771. Oznacz stopę procentową, mając:

a) kapitał 1750 rubli, procent 75 rubli, czas 2 lata;

b) „ 7630 „ „ 915 „ „ 3 lata;

c) „ 9000 „ „ 950 „ „ $3\frac{1}{2}$ roku;

d) „ 3160 „ „ 324 r. $87\frac{1}{2}$ k., czas $2\frac{3}{4}$ roku.

772. Na podstawie zadania 770-go wnosisz, że stopa procentowa jest: *a*) przy danym kapitale i danym czasie wprost proporcyonalna do procentu; *b*) przy danym procencie i danym czasie — odwrotnie proporcyonalna do kapitału; *c*) przy danym procencie i danym kapitale — odwrotnie proporcyonalna do czasu.

Dlaczego?

773. Oznacz stopę procentową, wiedząc, że procent miesięczny od kapitału 4500 rubli wynosi 17,5 rubla.

774. Oznacz stopę procentową, wiedząc, że procent dwumiesięczny od kapitału 5800 rubli wynosi 34 rub. 80 kop.

775. Znajdź stopę procentową, wiedząc, że procent za 5 miesięcy od kapitału 2400 rubli wynosi 47 rub. 50 kop.

776. Znajdź stopę procentową, wiedząc, że procent za $7\frac{1}{2}$ miesiąca od kapitału 3300 rub. wynosi 123 rub. 25 kop.

777. Mając kapitał k rubli, procent p rubli i czas m miesięcy, możemy obliczyć stopę procentową s, t. j. procent roczny od 100 rubli, za pomocą wzoru:

$$s = \frac{1200 \cdot p}{k \cdot m}.$$

Sprawdź to na przykładach.

778. Oblicz w ten sposób stopę procentową, mając kapitał 3400 rubli, procent 85 rubli, czas 4 miesiące.

779. Znajdź stopę procentową, wiedząc, że kapitał wynosi 5620 rubli, procent 28 rub. 10 kop., czas $1\frac{1}{2}$ miesiąca.

780. Oznacz stopę procentową, mając kapitał 5760 rubli, procent 63 rub. 75 kop., czas $3\frac{1}{2}$ miesiąca.

781. Wzór w zadaniu 777-em można otrzymać z wzoru w zadaniu 770-em, jeżeli zamiast l weźmiesz $\frac{m}{12}$. Sprawdź to.

782. Procent za dzień jeden od kapitału 8400 rubli wynosi 1 rub. 40 kop. Oznaczyć stopę procentową, t. j. dochód od 100 rubli za rok jeden. W roku przyjmujemy dni 360.

783. Procent za 10 dni od kapitału 5760 rubli wynosi 6 rub. 90 kop.; oznacz stopę procentową.

784. Procent za dni 24 od kapitału 8500 rubli wynosi 25 rub. 50 kop.; oznacz stopę procentową.

785. Mając kapitał k, procent p za dni d, możemy oznaczyć stopę procentową s za pomocą wzoru:

$$s = \frac{36000 \,.\, p}{k \,.\, d}.$$

Sprawdź to na przykładach.

786. Oznacz tym sposobem stopę procentową, mając kapitał 9960 rubli, procent 49 rub. 80 kop., liczbę dni 48.

787. Oznacz stopę procentową, mając:

a) kapitał 2580 rubli, procent 29 rub. $2\frac{1}{2}$ kop., czas 81 dni;

b) „ 3440 „ „ 32 „ 25 „ „ 75 „ ;

c) „ 1600 „ „ $18\frac{1}{3}$ rubla „ 100 „ ;

788. Wzór w zadaniu 785-em możesz otrzymać z wzoru w zadaniu 777-em, jeżeli zamiast m weźmiesz $\frac{d}{30}$. Sprawdź to.

789. Możesz także wzór w zadaniu 785-em otrzymać z wzoru w zadaniu 770-em, jeżeli zamiast l weźmiesz $\frac{d}{360}$.

790. Jakiej zmianie ulegnie wzór w zadaniu 785-em, jeżeli przyjmiemy 365 dni w roku?

791. Oznacz stopę procentową, wiedząc, że kapitał 1095 rubli przynosi 2 rub. 22 kop. procentu w ciągu dni 12, przyjmując, że rok ma dni 365.

---

792. Oznaczyć, w ciągu jakiego czasu kapitał 4800 rubli przy stopie 5% daje 240 rubli procentu.

793. W jakim czasie kapitał 7600 rubli przy stopie $4\frac{1}{2}\%$ daje 342 ruble procentu?

794. W jakim czasie kapitał 7480 rubli przy stopie $4\frac{3}{4}\%$ daje 710 rub. 60 kop. procentu?

795. W przeciągu jakiego czasu kapitał 6650 rubli przy stopie $3,6\%$ przynosi 718 rub. 20 kop. procentu?

796. W ciągu jakiej liczby lat kapitał k przy stopie $s\%$ rocznie przynosi p rubli procentu?

Szukaną liczbę lat znajdziemy, mnożąc stosunek $100 : k$ przez stosunek $p : s$. Dlaczego?

797. Z poprzedzającego wynika, że szukaną liczbę lat l znajdziemy z wzoru

$$l = \frac{100 \cdot p}{k \cdot s}.$$

Sprawdź to na przykładach.

798. Oznacz za pomocą tego wzoru liczbę lat l, mając:

a) kapitał 8700 rubli, procent 1044 ruble, stopę 4%;

b) „ 5730 „ „ 1031,4 rubla, „ $4\frac{1}{2}\%$;

c) „ 14640 „ „ 823,5 „ „ $2\frac{1}{4}\%$;

d) „ 6840 „ „ 1376,8 „ „ $5\frac{1}{3}\%$;

799. Czas w miesiącach oznaczyć można z wzoru:

$$m = \frac{1200 \cdot p}{k \cdot s}.$$

Dlaczego?

800. Oznacz w ciągu ilu miesięcy kapitał 8400 rubli przy stopie $6\frac{1}{2}\%$ rocznie przynosi 136 rub. 50 kop. procentu?

801. Oznacz czas w miesiącach, mając:

a) kapitał 1800 rubli, procent 39 rubli, stopę 6%;
b) „ 2460 „ „ 82 ruble, „ 8%;
c) „ 5700 „ „ 82,5 rubla „ $4\frac{1}{2}\%$;
d) „ 2340 „ „ 532,35 „ „ $6\frac{1}{2}\%$.

802. Czas w dniach, przyjmując 360 dni w roku, można oznaczyć z wzoru

$$d = \frac{36000 \,.\, p}{k \,.\, s}.$$

Dlaczego?

803. W ciągu ilu dni kapitał 7200 rubli przy stopie 4% rocznie przyniósł 14,4 rub. procentu?

804. Oznaczyć czas w dniach, mając:

a) kapitał 2400 rubli, procent 7,2 rubla, stopę $4\frac{1}{2}\%$;
b) „ 3450 „ „ 20,7 „ „ 3%;
c) „ 3500 „ „ 41,75 „ „ $3\frac{3}{4}\%$;

805. Na podstawie wzorów w zadaniach 797-em, 799-em i 802-em wnosisz, że czas jest: *a*) wprost proporcyonalny do procentu; *b*) odwrotnie proporcyonalny do kapitału; *c*) odwrotnie proporcyonalny do stopy procentowej. Dlaczego?

806. Jakiej zmianie uledz winien wzór w zadaniu 802-em, jeżeli przyjmiemy dni 365 w roku?

807. Setna część stopy procentowej s jest to, oczywiście, procent roczny od jednostki kapitału. Oznaczmy ten procent przez r, wtedy wzór w zadaniu 667-em można napisać

$$p = r \,.\, k \,.\, l,$$

lub

$$p = k \,.\, r \,.\, l.$$

Zastosuj ten wzór do zadania: „Znaleźć procent od kapitału 7600 rubli przy stopie 4% za 3 lata."

808. Oznacz r dla następujących stóp procentowych:

$$3\%,\ 3\frac{1}{2}\%,\ 4\%,\ 4\frac{1}{2}\%,\ 4\frac{3}{4}\%.$$

809. Oznacz r dla następujących stóp procentowych:

$$5\%,\ 5\frac{1}{4}\%,\ 5\frac{1}{2}\%,\ 5\frac{3}{4}\%,\ 6\%.$$

810. Wprowadź r zamiast s do wzorów w zadaniach: 678-em, 692-em.

811. Wprowadź r zamiast s do wzorów w zadaniach: 695-em, 721-em.

812. Wprowadź r zamiast s do wzoru w zadaniu 730-em.

813. Do kapitału 8340 rubli dodaj procent od niego za 3 lata po $4\frac{1}{2}\%$ rocznie.

814. Kapitał 2440 rubli powiększ o procent od tego kapitału po $6\frac{1}{4}\%$ za $2\frac{1}{2}$ roku.

815. Oznacz kapitał 1800 rubli, zwiększony o procent za $4\frac{1}{}$ roku po 5%.

816. Jaki będzie kapitał zwiększony, jeżeli kapitał pierwotny 6600 rubli oddany będzie na procent $4\frac{3}{4}\%$ na przeciąg 2 lat?

817. Oznacz kapitał zwiększony, jeżeli kapitał pierwotny 5200 rubli oddany był na procent po 4% na przeciąg 3 lat.

Kapitał szukany znajdziemy mnożąc 5200 przez stosunek liczby $(100 + 4 . 3)$ do liczby 100, t. j. przez stosunek $112 : 100$. Dlaczego?

818. Na co zamienia się kapitał 7460 rubli oddany na procent po $4\frac{1}{2}\%$ na $3\frac{1}{2}$ roku?

Kapitał szukany znajdziemy mnożąc 7460 przez stosunek liczby $(100 + 4\frac{1}{2} . 3\frac{1}{2})$ do liczby 100, t. j. przez stosunek $115\frac{3}{4} : 100$. Dlaczego?

819. Jeżeli kapitał k oddano na procent po $s\%$, to jaki będzie kapitał zwiększony po l latach, t. j. kapitał z procentem za l lat?

Szukany kapitał K znajdziemy, mnożąc k przez stosunek liczby $(100 + s . l)$ do liczby 100. Dlaczego?

820. Możemy zatem napisać

$$K = k . \frac{100 + s\,l}{100}.$$

Sprawdź to.

821. Zastosuj ten wzór do zadania: „Oznaczyć na co zamieni się kapitał 4800 rubli, oddany na procent po $3\frac{1}{2}\%$ na 6 lat?"

822. Stosunek $\frac{100 + sl}{100}$ nie zmienia się, jak wiadomo, jeżeli oba jego wyrazy podzielimy przez 100; zamiast $\frac{100 + s\,.\,l}{100}$, można więc napisać:

$$\frac{1 + \frac{s\,.\,l}{100}}{1};$$

stąd $K = k\,.\left(1 + \frac{s\,.\,l}{100}\right)$. Sprawdź to.

823. Zamiast $\frac{s\,.\,l}{100}$ w zadaniu poprzedzającem można napisać $\frac{s}{100}\,.\,l$ lub $r\,.\,l$ (porówn zad. 807). Będzie tedy:

$$K = k\,(1 + r\,l).$$

Sprawdź to na przykładach.

824. Zastosuj ten wzór do przypadku, w którym $k = 4800$ rubli, $s = 4\%$ (t. j. $r = 0{,}04$), $l = 4\frac{1}{2}$.

825. Oznacz liczbę rubli, na którą zamienia się jednostka kapitału, t. j. jeden rubel, przy stopie procentu 4%: *a*) po roku; *b*) po 2 latach; *c*) po 3 latach; *d*) po 4 latach; *e*) po 5 latach.

826. Oznacz liczbę rubli, na którą zamienia się jednostka kapitału, t. j. jeden rubel, przy stopie procentu $4\frac{1}{2}\%$: *a*) po roku; *b*) po 2 latach; *c*) po 3 latach; *d*) po 4 latach; *e*) po 5 latach.

827. Ułóż podobną, jak w poprzedzających zadaniach, tabliczkę dla stopy: *a*) $4\frac{3}{4}\%$; *b*) 5%; *c*) $5\frac{1}{2}\%$; *d*) 6%, przy liczbie lat od 1 do 10.

828. Mając takie tabliczki, potrafisz z łatwością rozwiązywać podobne zadania dla jakiegokolwiek kapitału. Oznacz np. na co zamienia się kapitał 6800 rubli przy stopie 4% po 4 latach?

829. Na co zamienia się: *a*) kapitał 8540 rubli przy $4\frac{3}{4}\%$ po 3 latach; *b*) kapitał 63000 rubli przy stopie 5% po 5 latach?

830. Znaleźć kapitał, który razem z procentem za 2 lata po 4% wynosi 5184 ruble.

Szukany kapitał znajdziemy, mnożąc 5184 przez stosunek liczby 100 do liczby $(100 + 4 \cdot 2)$, t.j. przez stosunek $100 : 108$. Dlaczego?

831. Znaleźć kapitał, który wraz z procentem za 3 lata po $3\frac{1}{3}\%$ wynosi 7590 rubli.

Szukany kapitał znajdziemy, mnożąc 7590 przez stosunek liczby 100 do liczby $(100 + 3\frac{1}{3} \cdot 3)$, t.j. przez stosunek $100 : 110$. Dlaczego?

832. Jaki kapitał po 5 latach przy stopie $5\frac{1}{4}\%$ zamienia się na 3538 rubli?

833. Znaleźć kapitał k, który po upływie l lat, przy stopie $s\%$ rocznie, zamienia się na K.

Kapitał szukany k znajdziemy, mnożąc kapitał K przez stosunek liczby 100 do liczby $(100 + s \cdot l)$. Dlaczego?

834. Z poprzedzającego wynika wzór:

$$k = K \frac{100}{100 + s\,l}.$$

Sprawdź to.

835. Dzieląc oba wyrazy stosunku w zadaniu poprzedzającem przez 100 i wprowadzając $\frac{s}{100} = r$, możemy napisać:

$$s = K : (1 + r\,l),$$

albo

$$k = \frac{K}{1 + r\,l}.$$

Sprawdź ten wzór na przykładach.

836. Za pomocą wzoru w zadaniu poprzedzającem możesz z łatwością oznaczać kapitał pierwotny, mając kapitał zwiększony, procent roczny od jednostki kapitału oraz liczbę lat. Oznacz tym sposobem kapitał pierwotny k, mając $K = 11132$ ruble, $s = 6\%$, albo $r = 0{,}06\%$, $l = 3$.

837. Do rozwiązywania podobnych zadań możesz posługiwać się tabliczkami, jakie przygotowałeś sobie w zadaniach 825, 826 i 827. Oznacz tym sposobem jaki jest kapitał pierwotny, jeżeli kapitał zwiększony wynosi 1708 rubli, $s = 5\frac{1}{2}$, liczba lat 4.

838. Kapitał 7048 rubli, oddany na procent, zamienił się po upływie 3 lat na 8105 rubli 20 kop. Oznaczyć stopę procentową.

Różnica

$$8105{,}2 - 7048$$

przedstawia oczywiście procent od kapitału 7048 rubli za 3 lata. Zadanie więc sprowadza się do oznaczenia stopy procentowej z danego kapitału, procentu i czasu.

839. Mając kapitał pierwotny k rubli, zwiększony K rubli i czas l lat, oznaczyć stopę procentową $s^0/_0$.

Procent p za l lat wynosi tu $K - k$; według zadania 770-go będzie tedy:

$$s = \frac{100\,(K - k)}{k\,.\,l}.$$

Sprawdź to na przykładach.

840. Z poprzedniego wzoru wynika wzór na r, t.j. na procent od jednostki kapitału na rok; będzie:

$$r = \frac{K - k}{k\,.\,l}.$$

Dlaczego?

841. Niechaj $k = 7420$ rubli, $K = 8115$ rub. $62\frac{1}{2}$ kop., $l = 2\frac{1}{2}$ roku; znajdź s.

842. $k = 2000$, $K = 2345$, $l = 3$; oznaczyć r.

843. Po upływie $1\frac{1}{4}$ roku kapitał powiększył się o $\frac{1}{16}$ swej wartości. Oznaczyć stopę procentową.

844. Kapitał 6660 rubli, oddany na procent po $4\frac{1}{2}{}^0/_0$, zamienił się po upływie pewnego czasu na 7559 rub. 10 kop Oznaczyć czas.

Przyrost kapitału, t. j. różnica

$$7559{,}1 - 6660$$

stanowi procent od kapitału 6660 rubli po $4\frac{1}{2}\%$ za pewną liczbę lat. Tę liczbę znajdziemy według sposobu wskazanego w zadaniu 797-em.

845. Mając kapitał pierwotny k rubli, kapitał powiększony K rubli i stopę procentową $s\%$ rocznie, znaleźć można czas, t. j. liczbę lat l.

W samej rzeczy procent p od kapitału k wynosi $K - k$; stosując przeto wzór w zadaniu 797-em, znajdziemy:

$$l = \frac{100\,(K - k)}{k\,.\,s}.$$

Sprawdź to.

846. Niechaj $k = 1800$, $K = 2141$, $s = 3\%$; znajdź l.

847. Wprowadzając r, t. j. procent od jednostki kapitału, możemy napisać:

$$l = \frac{K - k}{k\,.\,r}.$$

Sprawdź to.

848. Niechaj $k = 2400$, $K = 2926$, $r = 0{,}065$; znajdź l.

849. Po upływie jakiego czasu zamiast sumy 1260 rubli, oddanej na procent, odebrano 1280 rub. 40 kop., jeżeli stopa procentu wynosiła 4% rocznie?

850. Zaciągnąłem d. 17 maja 1893 r. pożyczkę 480 rubli, którą zwróciłem d. 17 listopada 1894 r. wraz z procentem liczonym po $6\frac{1}{2}\%$ rocznie. Ile wynosiła suma zwrócona?

851. Za 6425 rubli nabyłem plac, który wydzierżawiam za 330 rubli rocznie i od którego płacę podatku 33 ruble. Oznaczyć stopę procentową mojego dochodu.

852. Po upływie jakiego czasu kapitał, umieszczony na procencie po $4\frac{1}{2}\%$ rocznie, powiększa się o $\frac{3}{16}$ swojej wartości?

853. Umieszczono $\frac{3}{5}$ pewnego kapitału na 5%, resztę kapitału na 6% i otrzymano po roku 810 rubli procentu. Oznaczyć kapitał.

854. Umieszczono $\frac{3}{4}$ kapitału na 4%, resztę kapitału na 5%; w końcu roku otrzymano w kapitale i procencie razem sumę 8340 rubli. Oznaczyć kapitał.

855. Z dwóch trzecich części mego kapitału, oddanych na $4\frac{1}{2}\%$, otrzymuję o 72 ruble więcej, niż z reszty kapitału, oddanej na 5%. Oznaczyć kapitał i całkowity dochód.

856. Rozwiązać podobne zadanie; w założeniu, że kapitał podzielono na dwie równe części; że pierwsza, umieszczona na 5%, przynosi o 60 rubli więcej niż druga, umieszczona na $4\frac{1}{2}\%$.

857. Zakupiłem kawał gruntu długości 44 m, szerokości 22,5 m i należną sumę zapłaciłem dopiero po

4 miesiącach od daty kupna wraz z procentem od niej liczonym po 6% rocznie. Wypłata wyniosła 8583 rub. 30 kop. Po czemu płaciłem metr kwadratowy gruntu?

858. Zaciągnąłem pewną pożyczkę na 6% rocznie, Po upływie roku zwróciłem na rachunek długu 1000 rubli, po upływie zaś drugiego roku zapłaciłem resztę długu, wynoszącą 4333 rub. 28 kop. Ile wynosiła pożyczka?

859. Podzielić sumę 4500 rubli na takie dwie części, aby jedna, umieszczona na 5%, przynosiła tyleż dochodu rocznego, co druga, umieszczona na 4%.

860. Umieściłem pewną kwotę na 5% i odebrałem w kapitale i procencie po 4 miesiącach 3660 rubli. Ile odebrałbym w kapitale i procencie po upływie roku od daty umieszczenia kapitału?

861. Kapitał podzielono na trzy części w stosunku liczb 4 : 5 : 6; pierwszą część umieszczono na $4\frac{1}{2}$%, drugą na 4%, trzecią na $3\frac{3}{4}$%. Całkowity dochód roczny wyniósł 1028 rub. 50 kop. Oznaczyć kapitał.

862. Stosunek dwóch kapitałów równa się 3 : 4, stosunek procentów rocznych od tych kapitałów równa się 15 : 16. W jakim stosunku jest stopa procentowa pierwszego kapitału do stopy procentowej drugiego?

863. Pewien kapitał wraz z procentem za 9 miesięcy stanowi razem 7756 rub. $86\frac{1}{2}$ kop., tenże kapitał z procentem za 14 miesięcy przy tejże stopie procentowej stanowi 7893 rub. 75 kop. Oznaczyć kapitał i stopę procentową.

864. Jaką część kapitału stanowi procent od tego kapitału za $3\frac{1}{2}$ roku przy stopie 5%?

865. Oznaczyć stopę procentową, wiedząc, że procent od kapitału za 5 miesięcy stanowi $\frac{1}{40}$ kapitału.

866. Dom, kupiony za 84500 rubli, przynosi czystego dochodu rocznie 5776 rubli; kapitał 74600 rubli przynosi procentu 4289 rub. 50 kop. O ile stopa pierwszego dochodu jest większa od stopy drugiego?

867. Pewien urzędnik oddaje swoje oszczędności na końcu każdego kwartału na procent po 5%. Po upływie roku ma już w kapitale i procentach 611 rub. 25 kop. Oznaczyć wysokość jego pensyi rocznej, w założeniu, że oszczędności kwartalne są stale równe $\frac{1}{2}$ jego pensyi miesięcznej.

868. Kapitalista za połowę swego majątku nabył dom, za dwie trzecie reszty — ogród; pozostałe zaś pieniądze podzielił na dwie części w stosunku 5 : 7. Pierwszą część umieścił na 6%, drugą na $5\frac{1}{2}\%$; z obu razem miał 685 rubli rocznego dochodu. Oznaczyć wartość domu i ogrodu.

869. Kwotę 20910 rubli podzielono na dwie części. Dochód z pierwszej części, umieszczonej na 4% rocznie, za trzy miesiące równa się podwójnemu dochodowi za 5 miesięcy z części drugiej, umieszczonej na 5%. Oznaczyć obie części.

870. Ktoś umieścił $\frac{4}{7}$ swego kapitału w jednem przedsiębiorstwie, resztę zaś w drugiem. Po upływie pewnego czasu stracił 4% sumy umieszczonej w pierwszem i $5\frac{1}{2}\%$ sumy umieszczonej w drugiem. Wycofał swe fundusze i umieścił je razem na $4\frac{1}{2}\%$. Dochód jego roczny wynosił wtedy 1201 rub. 50 kop. Jaki był kapitał pierwotny?

d. *Rachunek procentów składanych.*

871. Kapitał 8000 rubli umieszczono na 5%. Oznacz, na co zamienia się ten kapitał po upływie roku i ile procentu rocznego przynosi kapitał zwiększony?

872. Kapitał 3000 rubli umieszczono na 4%. Po upływie roku zwiększony kapitał procentował przez rok następny. Oznaczyć dochód, jaki otrzymano po dwóch latach od kapitału 3000 rubli?

873. Kapitał 10000 rubli oddano na procent na przeciąg 3 lat w ten sposób, że po upływie roku pierwszego procent ma być dołączony do kapitału; przez rok drugi procentować będzie kapitał zwiększony. W końcu roku drugiego dołączony znowu będzie osiągnięty procent do kapitału zwiększonego i taki ponownie zwiększony kapitał procentować będzie przez rok trzeci. Obliczyć, ile wyniesie dochód od kapitału w końcu roku trzeciego, jeżeli stopa procentu wynosi 6% rocznie?

874. Oznaczyć procent *składany* od kapitału 8000 rubli przy stopie 4% za 4 lata.

875. Oznaczyć procent składany od kapitału 6000 rubli przy stopie 3% za 5 lat.

876. Na co zamienia się kapitał 4000 rubli po upływie 2 lat, licząc procent składany po 4% rocznie?

877. Na co zamienia się kapitał 4800 rubli po 3 latach, licząc procent składany, po 5% rocznie?

878. Na co zamienia się kapitał 12000 rubli po 4 latach, przy procencie składanym, liczonym po 6% rocznie?

879. Na co zamienia się suma 100 rubli przy procencie składanym, liczonym po 5%: *a*) po roku; *b*) po 2 latach; *c*) po 3 latach; *d*) po 4 latach i t. d.?

880. Na co zamienia się jednostka kapitału przy procencie składanym, liczonym po 5% rocznie po upływie: *a*) 1 roku; *b*) 2 lat; *c*) 3 lat; *d*) 4 lat i t. d.?

881. Jaką ma wartość: *a*) po roku; *b*) po 2 latach; *c*) po 3 latach; *d*) po 4 latach jednostka kapitału, umieszczona na procencie składanym, liczonym po 4%?

882. Jaką ma wartość jednostka kapitału: *a*) po roku; *b*) po 2 latach; *c*) po 3 latach: *d*) po 4 latach umieszczona na procencie składanym $4\frac{1}{2}\%$?

883. Rozwiązując powyższe zadania, przekonałeś się zapewne, że jednostka kapitału, przy procencie składanym po 5%, zamienia się po upływie roku na 1,05; po upływie 2 lat na: 1,05 . 1,05; po upływie 3 lat na: 1,05 . 1,05 . 1,05; po upływie 4 lat na:

1,05 . 1,05 . 1,05 . 1,05.

Na cóż zamienia się jednostka kapitału przy tejże stopie po upływie 5, 6, 7 i t. d. lat?

884. Przekonałeś się także, że jednostka kapitału, umieszczona na procencie składanym, liczonym po 4%, zamienia się

w końcu 1-go roku na 1,04;
„ 2-go „ „ 1,04 . 1,04;
„ 3-go „ „ 1,04 . 1,04 . 1,04;
„ 4-go „ „ 1,04 . 1,04 . 1,04 . 1,04.

Na co zamienia się jednostka kapitału przy tejże stopie po 5, 6, 7 i t. d. latach?

885. Na co zamienia się jednostka kapitału po upływie 5 lat, przy procencie składanym po 6%? Odpowiedź, jaką otrzymasz, możesz napisać w postaci

$$(1{,}06)^5,$$

co oznacza iloczyn pięciu czynników równych liczbie 1,06.

886. Oznacz wartość po upływie 4 lat jednostki kapitału, umieszczonej na procencie składanym po $4\frac{1}{2}$%.

Rozwiązanie znajdziesz, wykonawszy działanie:

$$(1{,}045)^4.$$

Dlaczego?

Sam przyrost kapitału, t. j. procent składany wynosi oczywiście $(1{,}045)^4 - 1$.

887. Jeżeli oznaczysz, podobnie jest w zadaniu 807-em, procent od jednostki kapitału, t. j. setną część stopy przez r, to jednostka kapitału po upływie roku zamienia się, oczywiście, na $1 + r$. Oznacz $1 + r$ dla różnych wartości stopy, mianowicie dla $s = 2$, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{4}$, 5, $5\frac{1}{2}$, 6.

888. Po upływie 2 lat jednostka kapitału zamienia się na

$$(1 + r) . (1 + r),$$

co można napisać tak:

$$(1 + r)^2.$$

Sprawdź to dla rozmaitych wartości stopy.

889. Wartość jednostki kapitału w końcu 3-go roku jest:

$$(1 + r) . (1 + r) . (1 + r),$$

co pisze się tak:

$$(1 + r)^3.$$

Oznacz wartość tego wyrażenia dla różnych wartości stopy procentowej.

890. Rozwiązując podobne zadanie dla różnych wartości stopy i dla różnej liczby lat, przekonasz się, że wszystkie zadania rozwiązują się według ogólnego prawidła, które wyrazić można tak:

„Wartość jednostki kapitału, umieszczonej na procencie składanym, liczonym po $s^0/_0$ rocznie, wynosi po upływie całkowitej liczby l lat:

$$(1 + r)^l,$$

gdzie r jest setną częścią stopy procentowej."

Litera l, umieszczona u góry po prawej ręce, oznacza, jak wiadomo, że należy wziąć iloczyn tylu liczb równych liczbie $1 + r$, ile jest jedności w liczbie lat.

Sprawdź ten wzór dla $s = 4$, $l = 4$; $s = 3\frac{1}{2}$; $l = 3$.

891. Biorąc coraz inne wartości stopy i coraz inne wartości liczby lat, możesz przygotować sobie tabliczkę wartości, pożyteczną przy rozwiązywaniu podobnych zadań. Ułóż taką małą tabliczkę z liczb, jakie otrzymałeś po rozwiązaniu zadań 880-go i następnych.

892. Jeżeli masz cierpliwość w wykonywaniu rachunków, to potrafisz sam przygotować sobie tabliczkę, poniżej podaną. Wykonywając mnożenia, zatrzymuj w ostatecznych iloczynach tylko cztery cyfry dziesiętne po przecinku. Tabliczka ta stanowi część większej tablicy, znajdującej się w rozmaitych dziełach rachunkowych i bardzo użytecznej.

Tablica wartości jednostki kapitału, umieszczonej na procencie składanym przy stopie:

po upływie lat	3%	4%	4½%	5%	5½%	6%
1	1,0300	1,0400	1,0450	1,0500	1,0550	1,0600
2	1,0609	1,0816	1,0920	1,1025	1,1130	1,1236
3	1,0927	1,1249	1,1411	1,1576	1,1742	1,1910
4	1,1255	1,1698	1,1925	1,2155	1,2388	1,2625
5	1,1592	1,2166	1,2462	1,2763	1,3070	1.3382
6	1,1940	1,2653	1,3023	1,3400	1,3788	1,4185
7	1,2299	1,3159	1,3609	1,4071	1,4547	1.5036
8	1,3048	1,3686	1,4221	1.4774	1,5347	1,5938
9	1,2668	1,4233	1,4861	1,5513	1,6181	1,6895
10	1,3439	1,4802	1,5530	1,6289	1,7081	1,7908

893. Mając taką tabliczkę, będziesz mógł z łatwością rozwiązywać rozmaite zadania, odnoszące się do rachunku procentów składanych. Rozwiąż naprzykład zadanie następujące:

Jak wielki jest przyrost jednostki kapitału, oddanej na procent składany po 5%, po latach: *a*) 3; *b*) 5; *c*) 10? O ile ten przyrost jest większy od przyrostu po takiejże liczbie lat przy procencie prostym po 5%. (Porówn. zad. 827).

894. Rozumiesz łatwo, że, jeżeli jednostka kapitału przy procencie składanym, np. przy stopie $4^0/_0$, zamienia się po upływie 4 lat na 1,1698, to kapitał np. 3000 rubli przy tejże stopie i po upływie takiejże liczby lat, zamienia się na

$$1{,}1698 \,.\, 3000.$$

Na co zamienia się kapitał 840 rubli, oddany na procent składany po $4^0/_0$ po upływie lat 5?

895. Na co zamienia się kapitał 7200 rubli, oddany na procent składany po $5^0/_0$, po upływie lat 8?

896. Na co zamienia się kapitał 750 rubli, oddany na procent składany po $5\frac{1}{2}{}^0/_0$, po latach 6?

897. Na co zamienia się kapitał 1200 rubli, oddany na procent składany po $6^0/_0$, po upływie lat 10?

898. Jeżeli kapitał k oddajemy na procent składany po $s^0/_0$ rocznie, to po upływie lat l otrzymujemy kapitał K, który można wyrazić za pomocą wzoru:

$$K = k \,.\, (1 + r)^l,$$

gdzie r jest procentem rocznym od jednostki kapitału. Sprawdź to. (Porównaj zad. 823).

Kapitał zwiększony K przy danej stopie i danej liczbie lat jest wprost proporcyonalny do kapitału początkowego k. Dlaczego?

899. Oblicz według tego wzoru, na co zamienia się: *a*) kapitał 9600 rubli przy procencie składanym po $4^0/_0$ po upływie lat 6; *b*) kapitał 1240 rubli przy procencie składanym $5\frac{1}{2}{}^0/_0$ po upływie lat 10?

900. Oznacz przyrost kapitału 1600 rubli, oddanego na procent składany $4\frac{1}{2}\%$ po upływie lat 5. O ile ten przyrost jest większy niż przyrost tegoż kapitału przy procencie prostym po $4\frac{1}{2}\%$ po 5 latach?

901. Na co zamienia się kapitał 3200 rubli przy procencie składanym po 5% po upływie lat 11?

Oblicz najprzód przy pomocy tabliczki sumę, na którą zamienia się dany kapitał po upływie lat 10, a następnie dodaj procent od otrzymanej sumy za rok 11-y.

902. Na co zamienia się kapitał 3200 rubli przy procencie składanym po 5% po upływie lat 12?

903. Na co zamienia się kapitał 6000 rubli przy procencie składanym 4% po upływie lat 13?

---

904. Jaki kapitał należy umieścić na procencie składanym po 3%, aby po upływie lat 5 zamienił się na 6334 ruble?

Ponieważ jednostka kapitału przy procencie składanym po 3% zamienia się po 5 latach na 1,2668, więc szukany kapitał będzie tyle razy od jednostki większy, ile razy 6334 jest większe od 1,2668? Dlaczego?

905. Jaki kapitał należy umieścić na procencie składanym po 4%, aby po upływie lat 5 zamienił się na 7299 rubli 60 kop.?

Szukany kapitał znajdziemy, dzieląc 7299,6 przez 1,2166. Dlaczego?

906. Jaki kapitał należy umieścić na procencie składanym po 5%, aby po upływie lat 6 zamienił się na 1675 rubli?

907. Jaki kapitał należy umieścić na procencie składanym po 6%, aby po upływie lat 4 zamienił się na 10100 rubli?

908. Jaki kapitał należy umieścić na procencie składanym po 3%, aby po 3 latach zamienił się na 1000 rubli?

909. Jaki kapitał należy umieścić na procencie składanym po $4\frac{1}{2}\%$, aby po upływie lat 4 zamienił się na 10000 rubli?

910. Jaki kapitał należy umieścić na procencie składanym po 5%, aby po upływie lat 6 zamienił się na 1000 rubli?

911. Jaki kapitał należy umieścić na procencie składanym po 6%, aby po upływie lat 9 zamienił się na 10000 rubli?

912. Mając kapitał zwiększony K, stopę procentu $s\%$, lub, co na jedno wychodzi, procent roczny $r = \frac{s}{100}$ od jednostki kapitału oraz liczbę lat l, znajdziemy kapitał pierwotny k, dzieląc K przez liczbę $(1 + r)^l$; będzie więc

$$k = \frac{K}{(1 + r)^l}.$$

Sprawdź ten wzór na przykładach.

913. Jeżeli kapitał K równa się jednostce, to czemu równać się będzie kapitał pierwotny k?

914. Dla rozwiązania powyższego zadania należy liczbę 1 podzielić przez liczbę $(1 + r)^l$. Przy pomocy tablicy, podanej w zadaniu 892-em, w której masz liczby $(1 + r)^l$, możesz otrzymać ilorazy z podzielenia 1 przez każdą z liczb w tablicy. Oznacz ilorazy:

$$1 : (1{,}03)^2; \qquad 1 : (1{,}03)^4;$$
$$1 : (1{,}04)^3; \qquad 1 : (1{,}04)^5.$$

915. Oznacz ilorazy:

$$1 : (1{,}045)^4; \qquad 1 : (1{,}045)^6;$$
$$1 : (1{,}05)^5; \qquad 1 : (1{,}05)^8.$$

916. Oznacz ilorazy:

$$1 : (1{,}055)^6; \qquad 1 : (1{,}055)^9;$$
$$1 : (1{,}06)^5; \qquad 1 : (1{,}06)^{10}.$$

917. Za pomocą podobnych rachunków możesz przygotować tabliczkę, odpowiadającą tabliczce podanej w zadaniu 892-em. Tabliczka ta wskazuje, jaka suma zamienia się na jednostkę przy procencie składanym po 3%, 4%, $4\frac{1}{2}$% i t. d. po upływie oznaczonej liczby lat. Tabliczka ta ma ważne zastosowania, z których niektóre później jeszcze poznamy.

Liczba lat	3%	4%	$4\frac{1}{2}$%	5%	$5\frac{1}{2}$%	6%
1	0,9709	0,9615	0,9570	0,9524	0,9479	0,9434
2	0,9426	0,9246	0,9157	0,9070	0,8984	0,8900
3	0,9151	0,8890	0,8763	0,8638	0,8516	0,8396
4	0,8885	0,8548	0,8386	0,8227	0,8072	0,7921
5	0,8626	0,8219	0,8024	0,7835	0,7651	0,7473
6	0,8375	0,7903	0,7679	0,7462	0,7252	0,7050
7	0,8131	0.7600	0,7348	0,7107	0,6874	0.6651
8	0,7894	0,7307	0,7032	0,6768	0,6516	0,6274
9	0,7664	0,7026	0,6780	0,6446	0,6176	0,5919
10	0,7441	0,6756	0,6439	0,6139	0.5854	0,5584

918. Jaką sumę umieścić potrzeba na procencie składanym po 3%, aby po upływie 3 lat otrzymać 3500 rubli?
Dla rozwiązania zadania dość wykonać mnożenie

$$0{,}9151 \,.\, 3500.$$

Dlaczego?

919. Jaką sumę oddać należy na procent składany po $4\frac{1}{2}\%$, aby po 8 latach wydała 6000 rubli?

920. Jaką sumę oddać należy na procent składany po 5%, aby po upływie lat 10 wydała 12500 rubli?

921. Jaki kapitał, oddany na procent składany po 6%, wydał po 5 latach sumę 16000 rubli?

---

922. Na co zamienia się kapitał 8000 rubli po upływie 2 lat, jeżeli procent dołącza się do kapitału w końcu każdego półrocza i jeżeli stopa procentu wynosi 2% półrocznie?

923. Na co zamienia się kapitał 6000 rubli po upływie 3 lat, jeżeli procent dołącza się do kapitału w końcu każdego półrocza i jeżeli stopa procentu wynosi 3% półrocznie?

924. Na co zamienia się kapitał 500 rubli po upływie 4 lat, jeżeli procent dołącza się do kapitału w końcu każdego półrocza i jeżeli stopa procentowa wynosi 4% półrocznie?

925. Kapitał 4000 rubli oddano na procent składany po 1% kwartalnie. Procent dołącza się do kapitału w końcu każdego kwartału. Na co zamieni się kapitał po upływie: *a*) roku; *b*) 2 lat?

926. Na co zamienia się kapitał 1500 rubli, oddany na procent składany po $4\frac{1}{4}\%$ kwartalnie, po upływie $2\frac{1}{2}$ lat, jeżeli procent dołącza się do kapitału w końcu każdego kwartału?

e. Rachunek dyskonta.

927. Ile możesz otrzymać w zamian za sumę 3000 rubli, płatną za rok od daty dzisiejszej, jeżeli stopa *dyskonta* wynosi 5% rocznie?

Oblicz dyskonto: *a*) według metody dokładnej, t. j. oznaczając, jaki kapitał przy stopie 5% zamienia się po roku na 3000 rubli; *b*) według metody kupieckiej lub handlowej.

Metodę pierwszą nazywają metodą *dyskonta na sto* (po francusku: escompte en dedans, po niemiecku: Discont auf Hundert), metodę drugą—metodą *dyskonta od sta* (escompte en dehors, Discont in Hundert).

928. Jaka jest wartość 2120 rubli płatnych po $3\frac{1}{2}$ miesiącach od daty dzisiejszej, jeżeli stopa dyskonta wynosi 6% rocznie?

Oznacz szukaną wartoś ody pierwszej i drugiej?

929. Jaka jest warto płatnych za dni 40 od daty dzisiejsze wynosi 5% rocznie?

930. Oznaczyć dyskonto od sumy 4500 rubli płatnej za pół roku od daty dzisiejszej, jeżeli stopa dyskonta wynosi 4% rocznie.

Oblicz dyskonto według jednej i drugiej metody.

931. Oznaczyć dyskonto od sumy 6000 rubli płatnej za dni 100 od daty dzisiejszej, jeżeli stopa dyskonta wynosi 6% rocznie.

932. Jeżeli K jest suma, płatna za dni d od daty dzisiejszej, s% stopa dyskonta, to dyskonto według metody dokładnej[1]) znajdziemy, mnożąc K przez stosunek 100 do $100 + \frac{s \cdot d}{360}$, lub przez równy mu stosunek 1 do $1 + \frac{s \cdot d}{36000}$, a następnie iloczyn odejmując od sumy K. Dlaczego?

933. Dyskonto według metody kupieckiej znajdziemy, mnożąc K przez $\frac{sd}{36000}$. Dlaczego?

934. Według zadań poprzedzających dyskonto pierwsze wynosi:

$$K - \frac{K}{1 + \frac{s \cdot d}{36000}},$$

lub

$$K - \frac{K}{1 + \frac{d}{n}},$$

---

[1]) Zakładając, że liczba dni w roku wynosi 360.

gdzie

$$n = \frac{36000}{s};$$

dyskonto drugie wynosi:

$$K\frac{d}{n}.$$

Sprawdź to na przykładach.

935. Przygotuj sobie dzielniki stałe (podobnie jak w zadaniu 707-em), dzieląc 360 przez s, albo jeszcze lepiej, dzieląc 36000 przez s. Będziesz miał tedy rozmaite wartości liczby n. Jaka będzie wartość tej liczby dla: $a)$ $s = 2$; $b)$ $s = 2\frac{1}{2}$; $c)$ $s = 3$; $d)$ $s = 3\frac{1}{3}$; $e)$ $s = 4$?

936. Jaka będzie wartość n dla: $a)$ $s = 4\frac{1}{2}$; $b)$ $s = 5$; $c)$ $s = 5\frac{1}{3}$; $d)$ $s = 6$; $e)$ $6\frac{2}{3}\%$?

937. Zastosuj powyższe wzory do przypadku:

$a)$ $s = 5\%$, $d = 40$ dni;
$b)$ $s = 4\%$, $d = 30$ dni;
$c)$ $s = 4\frac{1}{2}\%$, $d = 15$ dni;
$d)$ $s = 6\%$, $d = 24$ dni.

Oznacz za każdym razem różnicę między dyskontem według metody pierwszej a dyskontem według drugiej.

938. Oznacz stosunek dyskonta jednego do drugiego w przykładach poprzedzających.

939. Zastosuj powyższe wzory do przypadku:

$a)$ $s = 2\%$, $d = 180$ dni:

$b)$ $s = 2\frac{1}{2}\%$, $d = 60$ dni;

$c)$ $s = 3\%$, $d = 45$ dni;

$d)$ $s = 3\frac{1}{2}\%$, $d = 20$ dni;

940. Oznacz w tych przykładach: $a)$ różnicę między dyskontem według metody jednej a drugiej; $b)$ stosunek jednego dyskonta do drugiego.

941. Z zadania 934-go wiesz, że dyskonto kupieckie q od sumy K płatnej za d dni, przy stopie $s\%$ wyraża się wzorem:

$$q = K \cdot \frac{d}{n},$$

gdzie

$$n = \frac{36000}{s}.$$

Z wzoru tego wnosisz, że dyskonto kupieckie q jest: $a)$ wprost proporcyonalne do sumy K; $b)$ wprost proporcyonalne do liczby dni; $c)$ odwrotnie proporcyonalne do liczby n. Dlaczego?

942. Dyskonto jest wprost proporcyonalne do stopy s. Dlaczego?

943. Jeżeli przez k oznaczymy sumę, jaką otrzymujemy w miejsce sumy K płatnej za d dni, to będzie:

$$k = K - K\frac{d}{n},$$

albo

$$k = K\left(1 - \frac{d}{n}\right).$$

Sprawdź ten wzór dla rozmaitych wartości liczb K, d i n.

944. Oznaczyć dyskonto kupieckie w dacie 25 marca od sumy 1500 rubli, płatnej w dniu 20 grudnia tegoż roku, jeżeli stopa dyskonta wynosi 4% rocznie.

945. Jaką wartość ma *weksel* w dniu 6 marca na 1000 rubli, płatny w dniu 30 czerwca tegoż roku, jeżeli stopa dyskonta wynosi $4\frac{1}{2}\%$ rocznie?

946. Jaką wartość ma w dniu 1 lipca weksel wystawiony na sumę 2500 rubli z terminem płatności w dniu 1 października tegoż roku, jeżeli stopa dyskonta wynosi 6%?

947. Weksel, wystawiony na sumę 10000 rubli i płatny dnia 15 kwietnia 1894 roku, zdyskontowano u bankiera w dniu 15 lutego tegoż roku. Jaką sumę wypłaci bankier, jeżeli stopa dyskonta wynosi 6% i jeżeli należy zapłacić prócz tego prowizyą w stosunku $\frac{1}{8}\%$ od sumy nominalnej?

948. Jaką sumę wypłaci bankier za dwa weksle: jeden na 3000 rubli płatny za 3 miesiące, drugi na 4000 rubli płatny za 4 miesiące, jeżeli stopa dyskonta wynosi $4\frac{1}{2}\%$, prowizya zaś $4\frac{1}{2}‰$ od sum nominalnych?

949. Oznaczyć dyskonto od sumy 1200 rubli, płatnej po 2 latach, jeżeli dyskonto wynosi $3\frac{3}{4}\%$ rocznie.

950. Za dom proponuje osoba A 25000 rubli natychmiast, osoba B sumę 26500 rubli płatną po 10 miesiącach, osoba C sumę 28000 rubli płatną po 15 miesiącach. Która z tych ofert jest najkorzystniejszą dla sprzedającego, jeżeli stopa dyskonta wynosi 6%?

951. Dwa długi: jeden na 750 rubli płatny 30 lipca 1894, drugi na 1000 rubli płatny 31 grudnia tegoż roku, spłaciłem dnia 1 marca 1894 roku. Jaką sumę zapłaciłem, jeżeli stopa dyskonta wynosi 5%?

952. Dług, spłacalny w czterech ratach po 300 rubli: 30 kwietnia, 31 lipca, 30 września i 31 grudnia 1894 roku, spłaciłem odrazu w dniu 1-ym stycznia tegoż roku. Jaką sumę zapłaciłem, jeżeli stopę dyskonta liczono po $6\frac{1}{3}\%$ rocznie?

---

953. Zamiast sumy płatnej za rok, wypłaciłem w dniu dzisiejszym 1140 rubli. Oznaczyć tę sumę, wiedząc, że stopa dyskonta wynosi 5% rocznie.

954. Zamiast sumy płatnej za pół roku, wypłaciłem w dacie dzisiejszej 1668 rub. 40 kop. Oznaczyć tę sumę, wiedząc, że stopa dyskonta wynosi 6% rocznie.

955. Zamiast sumy płatnej za 3 miesiące, wypłaciłem w dacie dzisiejszej 738 rub. 75 kop. Oznaczyć tę sumę, jeżeli dyskonto było liczone po 6% rocznie.

956. Wypłacono 1790 rubli zamiast sumy płatnej za dni 40. Oznaczyć tę sumę, jeżeli stopa dyskonta wynosi 5% rocznie.

957. Z wzoru w zadaniu 943-em, mając K, d i s, możesz otrzymać k. Będzie mianowicie:

$$K = k : \left(1 - \frac{d}{n}\right),$$

lub

$$K = \frac{k}{1 - \dfrac{d}{n}}.$$

Sprawdź ten wzór na przykładach poprzednich.

958. Zastosuj ten wzór do następujących przykładów:

a) $K = 1600$ rubli; $s = 5\%$; $d = 30$ dni;
b) $K = 720$ rubli; $s = 4\%$; $d = 80$ dni;
c) $K = 4500$ rubli; $s = 4\frac{1}{2}\%$; $d - 16$ dni;
d) $K = 8400$ rubli; $s = 6\%$; $d = 18$ dni.

---

959. Od sumy 312 rubli, której termin płatności wypada za rok, dyskonto wynosi 12 rubli. Oznacz stopę dyskonta.

960. Oznacz stopę dyskonta, wiedząc, że dyskonto od sumy 650 rubli, płatnej za 8 miesięcy, wynosi 25 rubli.

961. Za weksel na 2412 rubli 50 kop. płatny po 8 miesiącach, wypłacono 2316 rubli. Oznaczyć stopę dyskonta.

962. Za weksel na sumę 2015 rubli płatny po 2 miesiącach zapłacono 2000 rubli. Oznaczyć stopę dyskonta.

963. Dyskonto od weksla na sumę 2771 rubli płatnego po upływie 225 dni wynosi 51 rubli. Oznaczyć stopę dyskonta.

964. Za weksel na sumę 4368 rub. 10 kop., płatny po upływie dni 45, wypłacono gotówką 4332 ruble. Oznaczyć stopę dyskonta.

965. Zamiast długu 9000 rubli, płatnego po upływie 5 miesięcy zapłaciłem 8850 rubli. Oznaczyć stopę dyskonta.

966. Z wzoru w zadaniu 940-em przekonasz się łatwo, że

$$q \, . \, n = K \, . \, d,$$

t. j. że iloczyn dyskonta kupieckiego przez dzielnik stały n równa się iloczynowi sumy K przez liczbę dni.

Sprawdź to na przykładach.

967. Z zadania poprzedzającego wynika, że liczbę n otrzymać można, dzieląc iloczyn $A \, . \, d$ przez dyskonto q; t. j. że

$$n = \frac{K \, . \, d}{q}.$$

Sprawdź to na przykładach.

968. Mając K, q i d, znajdziesz łatwo n przy pomocy poprzedniego wzoru.

Niechaj np. $K = 8000$, $q = 100$, $d = 100$; znajdziesz stąd $n = 3000$. Mając n, oznacz stopę s, wiedząc, że

$$n = \frac{36000}{s}.$$

Znajdź s, wiedząc, że $K = 1200$, $d = 30$, $q = 5$.

969. Zamiast sumy 1300 rubli wypłacono przed terminem płatności 1250 rubli, licząc dyskonto po 4%. Oznaczyć termin płatności.

970. Oznaczyć termin płatności, znając sumę nominalną 1014 rubli, dyskonto 39 rubli i stopę dyskonta $5\frac{1}{3}$%.

971. Za weksel, wystawiony na sumę 2900 rubli, wypłacono przed terminem 2876 rub. 80 kop. Oznaczyć termin płatności, jeżeli stopa dyskonta wynosiła 6%.

972. Z wzoru w zadaniu 966-em znajdujemy łatwo wzór na oznaczenie terminu płatności w dniach; jest mianowicie:

$$d = \frac{q \cdot n}{K}.$$

Sprawdź ten wzór na przykładach.

---

973. Ile otrzymać można w miejsce sumy 5184 rubli, płatnej za 2 lata, jeżeli stopa dyskonta wynosi 4%?

To i następne zadania aż do 988-go rozwiązać masz według metody dokładnej.

974. Zdyskontować sumę 1725 rub. 50 kop. płatną za 3 miesiące, jeżeli stopa dyskonta wynosi 6%.

975. Ile otrzymać można zamiast sumy 4512 rubli płatnej za dni 24, jeżeli stopa dyskonta wynosi 4% rocznie?

976. Suma 1626 rub. 90 kop. płatną jest po upływie 4 lat i 7 miesięcy. Ile ta suma warta dziś, jeżeli stopa dyskonta wynosi 6%?

977. Oznaczyć wartość dzisiejszą sumy 3942 rub. 40 kop., płatnej po upływie trzech miesięcy, jeżeli stopa dyskonta wynosi $3\frac{3}{4}\%$.

978. Oznaczyć wartość dzisiejszą sumy 2376 rubli, płatnej po upływie 5 miesięcy, jeżeli stopa dyskonta miesięcznego wynosi $\frac{1}{2}\%$.

979. Oznacz dyskonto w dniu 25 czerwca sumy 3680 rubli płatnej d. 1 sierpnia tegoż roku, jeżeli stopa dyskonta wynosi 5%.

980. Za weksel, płatny po 2 latach, zapłacono w dniu dzisiejszym 1260 rubli. Jaka była wartość weksla w terminie płatności, jeżeli stopa dyskonta wynosi 5%?

981. Za weksel z terminem płatności w dniu 5 listopada zapłacono w dniu 15 sierpnia sumę 1485 rubli. Oznaczyć sumę wekslową, t. j. wartość weksla w chwili płatności, jeżeli dyskonto roczne wynosi $4\frac{1}{2}\%$.

982. Za weksel płatny po 3 miesiącach zapłacono gotówką 975 rub. 15 kop. Na jaką sumę wystawiony był weksel, jeżeli stopa dyskonta wynosiła $\frac{1}{2}\%$ miesięcznie?

983. Za weksel, wystawiony na sumę 927 rubli, wypłacono na 9 miesięcy przed terminem gotówką rubli 900. Oznaczyć stopę dyskonta.

984. Oznaczyć stopę dyskonta, wiedząc, że zamiast sumy 972 rubli wypłacono na 6 miesięcy przed terminem płatności kwotę 947 rub. 70 kop.

985. Oznaczyć stopę dyskonta, wiedząc, że dyskonto od sumy 2340 rubli płatnej po 2 miesiącach wynosi 35 rub. 10 kop.

986. Oznaczyć termin płatności weksla wystawionego na 970 rubli, jeżeli przy stopie $4\frac{1}{2}\%$ rocznie dyskonto wyniosło 43 rub. 65 kop.

987. Oznaczyć termin płatności weksla wystawionego na 2700 rubli, jeżeli w dniu 14 stycznia wypłacono zań 2677 rub. 50 kop., licząc dyskonto po 5% rocznie.

988. Oznaczyć termin płatności weksla wystawionego na 4800 rubli, jeżeli gotówką wypłacono zań 4000 rubli, licząc dyskonto po 5% rocznie.

---

989. Jaka jest wartość dzisiejsza jednostki kapitału płatnej po roku, jeżeli stopa dyskonta wynosi: *a*) 3%; *b*) 4%; *c*) $4\frac{1}{2}\%$; *d*) 5%; *e*) $5\frac{1}{2}\%$; *f*) 6%?

Odpowiedź na to zadanie znajdziesz wprost w tabliczce w zad. 917-em.

990. Oznacz wartość dzisiejszą 3000 rubli płatnych po roku, przy stopie dyskonta 5% rocznie.

991. Oznacz wartość jednostki kapitału płatnej po 2 latach, jeżeli stopa dyskonta (lub procentu) *składanego* wynosi: *a*) 4%; *b*) 5%; *c*) 6%.

Rozwiązanie znajdziesz wprost w tabliczce w zad. 917-em.

992. Oznacz wartość dzisiejszą sumy 4500 rubli płatnej po 2 latach, jeżeli stopa dyskonta składanego wynosi $4^0/_0$.

993. Jaka jest wartość dzisiejsza sumy 8000 rubli płatnej po 4 latach, jeżeli stopa dyskonta składanego wynosi $5\frac{1}{2}{}^0/_0$?

994. Jaką sumę otrzymam dziś wzamian za 4000 rubli płatną po 6 latach, jeżeli stopa dyskonta składanego wynosi $6^0/_0$?

995. Zdyskontuj w dacie dzisiejszej sumę 7500 rubli płatną po latach 10. Stopa dyskonta składanego wynosi $4^0/_0$.

996. Ile otrzymam gotówką wzamian za 3 następujące sumy: jedną 3000 rubli płatną po 2 latach, drugą 4000 rubli płatną po 3 latach, trzecią 5000 rubli płatną po 4 latach, jeżeli stopa dyskonta składanego wynosi $5\frac{1}{2}{}^0/_0$?

---

997. Zamiast dwu weksli, jednego na 1000 rubli płatnego po 3 miesiącach, drugiego na 1500 rubli płatnego po 5 miesiącach, wystawiono jeden weksel na sumę 2500 rubli. Oznaczyć termin płatności tego ostatniego.

Termin ten oznacz (według metody kupieckiej) przyjmując, że stopa dyskonta dla wszystkich trzech weksli jest jednakową, oraz, że dyskonto od weksla 2500 rubli płatnego w terminie szukanym równa się sumie dyskont od pierwszego i drugiego weksla.

998. Oznacz *termin średni* płatności weksla na kwotę 10000 rubli, który ma zastąpić dwa weksle: jeden na 4000 rubli płatny po 4 miesiącach, drugi na 6000 rubli płatny po 6 miesiącach.

999. Oznacz termin średni płatności trzech kwot wekslowych, jednej, wystawionej na 1000 rubli z terminem 2-miesięcznym, drugiej na 1200 rubli z terminem 4-miesięcznym, trzeciej na 1500 rubli z terminem 8-miesięcznym, które zastąpiono jednym wekslem na sumę 3700 rubli.

1000. Oznacz termin średni płatności weksla, zastępującego cztery weksle: jeden na sumę 5070 rubli płatną po 42 dniach, drugi na sumę 7650 rubli płatną po 60 dniach, trzeci na sumę 8694 rubli płatną po dniach 105, wreszcie czwarty na sumę 9731 rubli płatną po dniach 156.

1001. Jeżeli mamy dwie sumy wekslowe, jednę na K_1 rubli płatną po d_1 dniach, drugą na K_2 rubli płatną po d_2 dniach i zastępujemy je jedną sumą $K = K_1 + K_2$, to termin płatności tej ostatniej, przyjmując, że stopa dyskonta jest stałą, możemy oznaczyć w ten sposób:

Podług zadania 941-go dyskonto od sumy K_1 wynosi

$$K_1 \cdot \frac{d_1}{n},$$

dyskonto od sumy K_2 wynosi

$$K_2 \cdot \frac{d_2}{n},$$

wreszcie dyskonto od sumy K będzie:

$$K \cdot \frac{d}{n}.$$

Będzie zatem (porówn. zad. 997):

$$K \cdot \frac{d}{n} = K_1 \cdot \frac{d_1}{n} + K_2 \cdot \frac{d_2}{n}.$$

Dlaczego?

1002. Z poprzedzającego zadania wynika:

$$K \cdot d = K_1 d_1 + K_2 d_2;$$

słowami: suma iloczynów kwot wekslowych przez odpowiadającą liczbę dni równa się sumie kwot wekslowych, pomnożonych przez szukaną liczbę dni.

Sprawdź to.

1003. Dzieląc sumę iloczynów $K_1 d_1$ i $K_2 d_2$ przez liczbę K, znajdziemy szukaną liczbę d, t. j. termin średni.

Sprawdź to.

1004. Z poprzedzającego wynika:

$$d = \frac{K_1 d_1 + K_2 d_2}{K},$$

albo

$$d = \frac{K_1 d_1 + K_2 d_2}{K_1 + K_2}.$$

Dlaczego?

1005. Jeżeli kwoty wekslowe K_1, K_2, K_3 i t. d. płatne odpowiednio po dniach d_1, d_2, d_3 i t. d., mamy zastąpić jedną kwotę K, równą sumie wszystkich kwot poprzednich, to termin średni tej płatności, t. j. liczba dni d, po upływie których jest płatną, przy jednakiej stopie dyskonta, wyraża się za pomocą wzoru:

$$d = \frac{K_1 d_1 + K_2 d_2 + K_3 d_3 + \ldots.}{K_1 + K_2 + K_3 + \ldots.}.$$

1006. Jeżeli kwoty wekslowe są równe, to liczba dni d w przypadku dwóch weksli równa się połowie sumy $d_1 + d_2$; w przypadku trzech weksli równa się trzeciej części sumy $d_1 + d_2 + d_3$; w przypadku czterech weksli—czwartej części sumy $d_1 + d_2 + d_3 + d_4$ i t. d. Dlaczego?

1007. Kupiec posiada dwa weksle: jeden na 980 rubli płatny 10 kwietnia, drugi 1470 rubli płatny 15 maja. Dnia 1 marca wymienia te dwa weksle na jeden. Oznaczyć termin płatności tego weksla.

f. Zastosowania i powtórzenie.

1008. Akcya pewnego przedsiębiorstwa nabyta za 450 rubli, po pierwszym roku nie przyniosła żadnego dochodu, w drugim dała dochodu 15 rubli, w trzecim 25 rubli, w czwartym 40 rubli. Jaka była średnia stopa dochodu za 4 lata?

1009. Ile zapłacono za 45 akcyj Banku handlowego, jeżeli za jedną akcyą płacono po 505 rubli, kurtaż zaś wynosił $1\frac{1}{2}$‰ ceny nabycia?

1010. Kupiłem towar, za który winienem zapłacić gotówką 2940 rubli; zamiast tego płacę trzecią część należności wekslem płatnym za 3 miesiące, trzecią część wekslem płatnym za 6 miesięcy, resztę wekslem płatnym za 9 miesięcy. Na jaką kwotę wystawiony był każdy z weksli?

1011. Pewna osoba zakupuje grunt prostokątny, mający długości 90,4 m, szerokości 50 m i płaci po 48 kop. za jeden metr kwadratowy. Za jaką sumę rocznie powinna wydzierżawić grunt, aby mieć $5\frac{1}{2}\%$ dochodu?

1012. Pewien towar, przy wprowadzeniu do kraju, opłacał cło, wynoszące 15% jego wartości. Potem cło zmniejszono, skutkiem czego dowóz towaru zwiększył się o połowę poprzedniego dowozu, dochód zaś z tego cła zmniejszył się o $\frac{1}{5}$ poprzedniego dochodu. O ile cło zmniejszono?

1013. Kurs *papieru procentowego*, przynoszącego 4%, wynosi 104,1 rubla (za 100 rubli wartości nominalnej); ile należy zapłacić za pewną ilość tych papierów, przynoszących razem 2000 rubli dochodu, jeżeli prócz tego przy kupnie papierów płacimy sprzedawcy $2‰$ kurtażu?

1014. Jeżeli kurs papieru procentowego, przynoszącego $4\frac{3}{4}\%$ wynosi 98,8 (za 100 rubli wartości nominalnej), to jaka jest stopa procentowa dochodu odnośnie do wartości papieru?

1015. Część długu, wynoszącego 18500 rubli, zapłacono w listach procentowych na sumę nominalną 10000 rubli po kursie 99,85 (za 100 rubli wartości nominalnej); na resztę zaś wystawiono weksel płatny po 3 miesiącach. Na jaką sumę wystawiono weksel, jeżeli stopa dyskontowa wynosiła 4% rocznie?

1016. Za 34180 rubli kupiono 3% *rentę* po kursie 85,45 rubla za 100 rubli. Ile wynosi dochód roczny od wyłożonego kapitału?

1017. W dniu 26 stycznia 1894 kurs renty 4% państwowej wynosił 95,75. Ile zapłacono za 4000 rubli wartości nominalnej w tych papierach i jaki jest dochód roczny od wyłożonej na kupno sumy?

1018. Listy 5% zastawne miasta Warszawy sprzedawano po kursie 101,9. Ile zapłacić należy za 10000 rubli w tych listach?

1019. Za 33072 ruble kupiłem papiery procentowe, przynoszące 4% dochodu, po kursie 103,35 rubla. Oznaczyć dochód roczny z papierów.

1020. Kupiłem za 1600 rubli papierów 4% po kursie 102,25 i sprzedałem je następnie po kursie 103. Jaki osiągnąłem zysk całkowity i w odsetkach?

1021. Ile trzeba zapłacić za 40 listów zastawnych 100-rublowych po kursie 99,5 rubla za 100, jeżeli bankierowi zapłacimy $1\frac{1}{4}$% kurtażu?

1022. Zakupiono 4000 rubli w listach zastawnych $4\frac{3}{4}$% po kursie 101,25. Oznaczyć stopę dochodu czystego od sumy wyłożonej na kupno papierów?

1023. Kupiono za 5120 rubli papierów $4\frac{3}{4}$% po kursie 102,4, za 1974 ruble papierów $3\frac{1}{2}$% po kursie 98,7. Ile wynosi dochód roczny i ile stanowi odsetek od wyłożonej sumy?

1024. Osoba, posiadająca 88650 rubli kapitału, kupuje za $\frac{2}{3}$ swego majątku dom, przynoszący $5\frac{1}{5}\%$ dochodu netto, za resztę zaś kupuje papiery $4\frac{3}{4}\%$ procentowe. Oznaczyć dochód roczny tej osoby.

1025. Właściciel gruntu, mającego rozległości 20000 m^2, wydzierżawia go za opłatą roczną po 4 kop. za metr kwadratowy. Po roku sprzedaje grunt i za otrzymane pieniądze zakupuje rentę 4% po kursie 96, przez co stopa jego dochodu zwiększa się o $\frac{1}{6}\%$. Oznaczyć, za ile sprzedał grunt.

1026. Składamy do kasy oszczędności na początku każdego roku kwotę 150 rubli na procent składany po 4% rocznie. Jaką otrzymamy sumę po upływie 3 lat?

1027. Na początku każdego roku składam do kasy oszczędności 100 rubli. Po upływie lat 5 odbieram całkowity kapitał wraz z procentem składanym. Oznaczyć sumę odebraną, jeżeli stopa procentu wynosi 4% rocznie.

1028. Składamy na procent składany w dnlu 1 stycznia 200 rubli, w dniu 1 lipca 250 rubli, w dniu 1 stycznia następnego roku 300 rubli. Po upływie 2 lat od daty ostatniego wkładu odbieramy kapitał i procenty. Jaką odbierzemy sumę, jeżeli stopa procentu wynosi 4% rocznie?

1029. Składamy do kasy oszczędności na początku każdego półrocza kwotę 100 rubli na procent składany po 3% półrocznie. Jaką otrzymamy sumę po upływie: *a*) 4 lat; *b*) 5 lat?

1030. Pewna osoba wnosi na początku każdego roku do kasy oszczędności na procent składany po 4% składkę w ilości rubli 100. Po upływie lat trzech podnosi rubli 200 i pozostałą sumę pozostawia jeszcze przez trzy lata. Ile odbierze z kasy po upływie tych ostatnich trzech lat?

1031. Sprzedałem 10000 rubli w papierach 4% po kursie 103,40 i nabyłem za otrzymane pieniądze rentę $3\frac{1}{2}\%$ po kursie 89,50. O ile powiększyłem swój dochód roczny z papierów?

1032. Pożyczka francuska trzymiliardowa, przynosząca 3% renty, była wypuszczona po kursie 84,5 fr. za 100 fr. Płacący odrazu otrzymywali jeszcze ustępstwo 6% od kursu. Jaka była istotna stopa procentu pożyczki?

1033. Za czwartą część kapitału nabywam rentę 4% po kursie 102,5 rubla; resztę kapitału oddaję na procent po 5%. Dochód z renty wynosi 600 rubli. Oznaczyć dochód całkowity.

1034. Pewna osoba pozostawiła majątek, złożony: z domu, wartującego 56400 rubli i przynoszącego $6\frac{1}{2}\%$ dochodu czystego, z 18000 rubli renty 4%, wreszcie z kapitału 32600 umieszczonego na procencie $5\frac{3}{4}\%$. Dochód roczny z tego majątku dzieli się pomiędzy instytucye dobroczynne i dwóch spadkobierców zmarłego w stosunku

2 : 3 : 5. Oznaczyć ile z tego dochodu otrzymają instytucye dobroczynne, a ile spadkobiercy?

1035. Pewna osoba zapisała 68500 rubli na założenie i utrzymywanie biblioteki pnblicznej. Za te pieniądze nabyto za 28400 rubli dom dla biblioteki, 5320 rubli wydano na urządzenie i pierwszy zakup książek; za resztę zaś pieniędzy nabyto papiery 5% po kursie 94 rubli (za 100 rubli wartości nominalnej). Dochód z tych papierów obraca się na pensye dla urzędników i służby oraz na zakup książek. Jaką kwotę będzie mogła biblioteka obracać rocznie na zakup książek, jeżeli pensye i utrzymanie domu wynoszą 1150 rubli?

1036. Przedstawiono do dyskonta dwa weksle: jeden płatny po 30 dniach, drugi po 40 dniach; pierwszy z nich był wystawiony na kwotę, stanowiącą $\frac{8}{5}$ kwoty drugiego weksla. Za sumę, otrzymaną ze sprzedaży weksli nabyto papiery 5% po kursie 100,45; kupon (dochód kwartalny z papierów) wynosił 135 rubli. Oznaczyć obie kwoty wekslowe, wiedząc, że stopa dyskonta wynosiła 6%?

IV. ZADANIA NA POWTÓRZENIE.

1037. Jeżeli stosunek dwóch liczb $a : b$ równa się stosunkowi dwóch liczb $a' : b'$, wtedy iloczyn $a \,.\, b'$ równa się iloczynowi $a' \,.\, b$. Dlaczego? Sprawdź to na przykładach.

1038. Odwrotnie, jeżeli iloczyn $a \,.\, b'$ równa się iloczynowi $a' \,.\, b$, wtedy stosunek $\frac{a}{b}$ równa się stosunkowi $\frac{a'}{b'}$. Sprawdź to na przykładach.

1039. Stosunek dwóch ilorazów $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ równa się stosunkowi iloczynów $a\,d : b\,c$. Dlaczego?

1040. Jeżeli stosunek $a : b$ równa się stosunkowi $a' : b'$, wtedy stosunek $(a + a') : (b + b')$ równa się każdemu ze stosunków danych. Sprawdź to na przykładach.

1041. Jeżeli $\frac{a}{b}, \frac{a'}{b'}, \frac{a''}{b''}$ są stosunki równe, wtedy stosunek

$$\frac{a + a' + a''}{b + b' + b''}$$

równa się każdemu z danych stosunków. Sprawdź to.

1042. Przekonaj się, że własność, podana w dwóch zadaniach poprzedzających, zachodzi i wtedy, gdy mamy cztery, pięć i ilekolwiek danych stosunków równych.

1043. Jeżeli stosunek $\frac{a}{b}$ równa się stosunkowi $\frac{a'}{b'}$, wtedy stosunek

$$\frac{a-a'}{b-b'}$$

równa się każdemu ze stosunków danych. Sprawdź to na przykładach.

1044. Jeżeli $\frac{a}{b}=\frac{a'}{b'}$, to

$$\frac{a+b}{b}=\frac{a'+b'}{b'}.$$

Sprawdź to.

1045. Jeżeli $\frac{a}{b}=\frac{a'}{b'}$, to

$$\frac{a+b}{a}=\frac{a'+b'}{a'}.$$

Sprawdź to.

1046. Jeżeli $\frac{a}{b}=\frac{a'}{b'}$, to

$$\frac{a+a'}{b+b'}=\frac{a-a'}{b-b'}.$$

Sprawdź to.

1047. Długość A podzielić na dwie części, będące w stosunku 3 : 5.

1048. Długość A podzielić na dwie części w stosunku $a:b$.

Część pierwsza będzie stanowiła ułamek $\frac{a}{a+b}$ długości, część druga ułamek $\frac{b}{a+b}$ tejże długości. Dlaczego? Sprawdź to na przykładach.

1049. Wielkość A podzielić na trzy części proporcyonalnie do trzech liczb a, b, c.

Część pierwsza stanowić będzie ułamek $\frac{a}{a+b+c}$ wielkości A, część druga ułamek $\frac{b}{a+b+c}$, wreszcie część trzecia ułamek $\frac{c}{a+b+c}$ wielkości A. Dlaczego? Sprawdź to na przykładach.

1050. Przekonaj się, że ten sam sposób można zastosować i do podziału na większą liczbę części proporcyonalnych do liczb danych.

1051. Do przedsiębiorstwa osoba A dała a rubli na m miesięcy; osoba B b rubli na n miesięcy. W jakim stosunku należy podzielić pomiędzy te dwie osoby zysk osiągnięty z przedsiębiorstwa?

1052. Do przedsiębiorstwa należą trzej wspólnicy. Jeden z nich dał a rubli na m miesięcy, drugi b rubli na n miesięcy, trzeci c rubli na p miesięcy. W jaki sposób należy podzielić pomiędzy wspólników zysk osiągnięty z przedsiębiorstwa?

1053. Do przedsiębiorstwa osoba *A* wniosła 15000 rubli. Po upływie 4 miesięcy przystępuje osoba *B* z kapitałem 12000 rubli, a w 8 miesięcy po niej osoba *C* wnosi najprzód 14000 rubli i jeszcze po 3 miesiącach 4000 rubli. Po upływie dwóch lat przedsiębiorstwo przyniosło zysku 6040 rubli. Z tego zysku udzielono dyrektorom przedsiębiorstwa tantyemę, stanowiącą $11\frac{1}{2}\%$ czystego zysku, resztą zaś podzielili się wspólnicy przedsiębiorstwa. Ile otrzymał każdy ze wspólników?

1054. Czterech kupców zawiązało spółkę dla eksploatowania pewnego wynalazku. Pierwszy z nich, będący właścicielem patentu, odstąpił go na 5 lat spółce, zastrzegając sobie 25% czystego zysku. Drugi złożył 18000 rubli i jako dyrektor spółki zastrzegł sobie 10% czystego zysku. Trzeci wniósł 30000 rubli na początku przedsiębiorstwa. Czwarty wreszcie składał na początku każdego roku po 5000 rubli. Po pięciu latach kapitał i zysk wspólników wynosiły razem 104500 rubli. Jak podzielą się wspólnicy?

1055. Za $13\frac{1}{2}$ yarda płótna zapłacono 15 szylingów, ile można dostać metrów za 24 ruble? (Porówn. zad. 294, 299).

1056. Zakupiono w Berlinie 450 kg towaru za 3530 marek. Koszt transportu wynosił $1\frac{1}{4}\%$, cło $6\frac{3}{4}\%$ wartości. Po ile rubli sprzedawać należy kilogram towaru w Warszawie, jeżeli zysk ma stanowić 15% całkowitych kosztów? Markę liczymy po 48 kop.

1057. Kupiec sprowadził 848 kg towaru, za które wraz z przewozem i innemi kosztami zapłacił 1750 rub. $58\frac{1}{2}$ kop. Tara stanowiła 7,5‰ całkowitej wagi; ilość towaru niezdatnego do użycia wynosiła 1,5% wagi netto towaru. Kupiec sprzedawał następnie kilogram po 2 rub. 50 kop. Oznaczyć w odsetkach całkowitych kosztów zysk osiągnięty na sprzedaży.

1058. Kupiec wiedeński zakupił w Hamburgu 1036 kg towaru za 3360 marek. Po czemu sprzedawać będzie kilogram towaru w Wiedniu, jeżeli koszta transportu i cło wynoszą 21% wartości i jeżeli kupiec pragnie mieć zysk, wynoszący 12% sumy osiągniętej ze sprzedaży? Marka = 0,615 guldena.

1059. Zmieszano a_1 litrów wina w cenie c_1 kopiejek za litr z a_2 litrami wina w cenie c_2 kopiejek za litr. Jaka będzie cena litra mieszaniny?

Odpowiedź można wyrazić za pomocą wzoru

$$c = \frac{a_1 \cdot c_1 + a_2 \cdot c_2}{a_1 + a_2},$$

gdzie c oznacza cenę szukaną.

Dlaczego? Sprawdź to na przykładach.

1060. Jeżeli mamy trzy gatunki wina w cenie c_1, c_2, c_3 kopiejek za litr i mieszamy te gatunki, biorąc pierwszego wina a_1 litrów, drugiego a_2 litrów, trzeciego a_3 litrów, to cena litra mieszaniny będzie

$$c = \frac{a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3}{a_1 + a_2 + a_3}.$$

Dlaczego? Sprawdź ten wzór na przykładach.

1061. Napisz podobne wzory dla przypadku czterech, pięciu i większej liczby gatunków.

1062. Zmieszano dwa gatunki herbaty: 12 funtów jednego gatunku w cenie 1 rub. 80 kop. za funt i 18 funtów drugiego w cenie 2 rub. 40 kop. za funt. Ile wart funt mieszaniny?

Oznacz różnicę: *a*) pomiędzy ceną funta mieszaniny a ceną funta pierwszego gatunku; *b*) pomiędzy ceną funta drugiego gatunku a ceną funta mieszaniny.

1063. Oznacz stosunek dwóch różnic, otrzymanych w zadaniu poprzedzającem.

Znajdziesz, że stosunek ten równa się stosunkowi 18 : 12.

1064. Zmieszano 15 kg towaru w cenie 3 ruble za kilogram z 40 kg innego gatunku towaru w cenie 1 rub. 60 kop. za kilogram. Oznacz: *a*) różnicę pomiędzy ceną kilograma pierwszego gatunku a ceną kilograma mieszaniny; *b*) różnicę pomiędzy ceną mieszaniny a ceną kilograma drugiego gatunku; *c*) stosunek jednej różnicy do drugiej.

Znajdziesz, że stosunek ten równa się stosunkowi 40 : 15.

1065. Rozwiązując inne podobne zadania, dojdziesz z łatwością do wniosku, że stosunek różnic, o których mowa w dwóch zadaniach poprzedzających t. j. stosunek

$$(c - c_1) : (c_2 - c)$$

(porówn. zad. 1059; zakładamy, że c_1 jest niższa z cen danych, c_2 wyższa) jest równy stosunkowi

$$a_2 : a_1.$$

Sprawdź to na przykładach.

1066. Stopiono 2 kg srebra próby 84-ej z 1 kg srebra próby 60-ej. Oznacz: *a*) próbę mieszaniny; *b*) różnicę między próbą pierwszego gatunku a próbą stopu; *c*) różnicę między próbą stopu a próbą drugiego gatunku; *d*) stosunek jednej różnicy do drugiej.

1067. Sprawdź, że ten stosunek równa się stosunkowi 60 : 84.

1068. Stopiono $1\frac{1}{2}$ kg srebra próby 90-ej z $\frac{1}{4}$ kg miedzi. Oznacz stosunek, o jakim mowa w zadaniu poprzedzającem. Sprawdź, że ten stosunek zgadza się z prawidłem, podanem w zad. 1065-em.

1069. Mamy wino dwojakiego gatunku: litr jednego wart 80 kop., litr drugiego 1 rub. 20 kop. Zmieszano oba gatunki i otrzymano 100 litrów wina w cenie po 90 kop. za litr. Ile w tych 100 litrach jest wina pierwszego a ile drugiego gatunku?

Według zadania 1065-go stosunek liczby litrów drugiego gatunku do liczby litrów pierwszego gatunku wina w mieszaninie jest równy stosunkowi różnicy 90 kop. — 80 kop. do różnicy 120 kop. — 90 kop.

1070. W jakim stosunku należy zmieszać wino, którego litr wart 85 kop. z winem, którego litr kosztuje 1 rub. 15 kop., aby otrzymać wino w cenie 97 kop. za litr?

Różnica między ceną mieszaniny i ceną litra pierwszego gatunku wynosi 12 kop., między ceną drugiego gatunku a ceną mieszaniny wynosi 18 kop. Na każde 18 litrów pierwszego należy wziąć 12 litrów drugiego. Dlaczego?

1071. Z wina trzech gatunków w cenie po 60 kop., 90 kop., 1 rub. 50 kop. za litr utworzyć mieszaninę w cenie 1 rub. za litr. W jakim stosunku należy zmieszać gatunki?

Oznacz różnice:

100 kop.—60 kop., 100 k.—90 k., 1 rub. 50 kop. – 100 k.

Stosunek tych różnic jest

40 : 10 : 50.

Biorąc równe ilości każdego gatunku, zrównoważymy zysk i stratę i otrzymamy żądaną mieszaninę. Sprawdź to.

1072. Inne rozwiązania tego samego zadania znajdziemy, mieszając trzy gatunki w stosunku: *a*) 5 : 10 : 6; *b*) 15 : 20 : 16; *c*) 1 : 6 : 2. Sprawdź to.

1073. Oznacz inne jeszcze rozwiązania tego zadania.

1074. W jakim stosunku należy zmieszać cztery gatunki wina w cenie po 1 rub. 30 kop., 1 rub. 20 kop., 95 kop. i 75 kop. za litr, aby otrzymać wino, którego litr wart 1 rub. 10 kop? Znajdź kilka różnych rozwiązań tego zadania.

1075. W sklepie znajdują się trzy gatunki kawy po 1 rub. 25 kop., 1 rub. 10 kop. i 90 kop. funt. Zmieszano najprzód 20 f. pierwszego gatunku z 15 f. drugiego. Ile należy dodać funtów trzeciego gatunku, aby funt mieszaniny wypadł po 1 rub.?

1076. W jakim stosunku należy stopić srebro próby 84-ej ze srebrem próby 72-ej, aby otrzymać srebro próby 80-ej?

1077. W jakim stosunku należy stopić srebro czyste z miedzią, aby otrzymać srebro próby $83\frac{1}{3}$?

1078. Ile należy dodać miedzi do $4\frac{1}{2}$ funta srebra próby 88-ej, aby otrzymać srebro próby 84-ej?

1079. W jakiej ilości należy stopić srebro próby 82-ej ze srebrem próby 60-ej, aby otrzymać 3 funty srebra próby 78-ej?

1080. W jakim stosunku należy stopić złoto próby 84-ej, 60-ej i 45-ej, aby otrzymać złoto próby 72-ej?

1081. Stopiono 5 sztuk srebrnych dolarowych z 45 gramami miedzi. Jakiej próby będzie stop, jeżeli sztuka dolarowa waży 26,729 g i zawiera 900‰ czystego srebra?

1082. Moneta złota 10-drachmowa grecka waży 3,226 g i zawiera 900‰ czystego złota. Ile potrzeba wziąć takich sztuk złotych i ile miedzi, aby otrzymać 29,034 g aliażu, zawierającego czystego złota 800‰ na wagę?

1083. Jaki jest ciężar właściwy stopu, złożonego na wagę z 900 części czystego srebra i 100 części miedzi, jeżeli wiadomo, że ciężar właściwy srebra jest 10,47, miedzi zaś 8,85?

1084. Jaki jest ciężar właściwy stopu, złożonego na wagę z 900 części czystego srebra i 100 części miedzi, jeżeli wiadomo, że ciężar właściwy złota wynosi 19,26?

1085. Oznaczyć ciężar właściwy stopu z 3 kg srebra próby 84-ej i $\frac{1}{2}$ kg miedzi.

1086. Oznaczyć ciężar właściwy stopu z 2 kg srebra próby 90-ej, 2 kg srebra próby 84-ej i 1 kg srebra próby 60-ej.

1087. Oznaczyć ciężar właściwy stopu z $\frac{1}{4}$ kg złota próby 84-ej i $\frac{1}{15}$ kg miedzi.

1088. Na drodze żelaznej liczba pasażerów klasy trzeciej wynosiła w półroczu pierwszem $\frac{4}{5}$ ogólnej liczby pasażerów, w półroczu drugiem $\frac{8}{9}$. Za rok cały liczba pasażerów klasy trzeciej wynosiła $\frac{196}{231}$ ogólnej liczby. Oznaczyć stosunek liczby pasażerów klasy 3-ej w półroczu pierwszem do liczby pasażerów tej klasy w półroczu drugiem.

1089. Stosunki powierzchni lądów stałych do powierzchni kuli ziemskiej wyrażają się w jej odsetkach w ten sposób: Europa 2%, Azya 8,4%, Afryka 6%, Ameryka północna 4,6%, Ameryka południowa 3,6%, Oceania 2,1%. Oznaczyć stosunek powierzchni oceanów do całkowitej powierzchni ziemi.

1090. Oznaczyć powierzchnią oceanów w kilometrach kwadratowych. (Porówn. zad. 86 i 87).

1091. Stosunek gęstości tlenu do gęstości wodoru jest równy 11036 : 695. Oznacz stosunek wagi 151 litrów wodoru do 10 litrów tlenu.

1092. Litr benzyny waży 890 gramów, litr alkoholu 795 gramów. Oznacz stosunek gęstości każdej z tych cieczy do gęstości kwasu siarczanego, którego gęstość stanowi 1,848 gęstości wody.

1093. Suma powierzchni dwóch kwadratów wynosi 1225 dm^2. Oznacz powierzchnią każdego z nich, wiedząc, że stosunek ich boków równa się 3 : 4.

1094. Suma powierzchni czterech kwadratów wynosi 2700 dm^2. Oznacz powierzchnią każdego z nich, wiedząc, że stosunek ich boków równa się $1 : 1\frac{1}{2} : 2 : 2\frac{1}{2}$.

1095. Oznacz stosunek powierzchni koła *A* do powierzchni koła *B*, wiedząc, że promień pierwszego koła ma długości $1\frac{1}{4}$ cm, promień drugiego $1\frac{2}{5}$ cm. (Porówn. zad. 105).

1096. Oznacz stosunek powierzchni dwóch kół, wiedząc, że stosunek ich promieni równa się 3 : 4.

1097. Oznacz stosunek powierzchni dwóch kul, wiedząc, że stosunek ich promieni równa się 2 : 3. (Porówn. zad. 107).

1098. Oznacz stosunek objętości dwóch kul, wiedząc, że stosunek ich promieni równa się 2 : 3. (Porówn. zad. 109).

1099. Promienie trzech kul są w stosunku 1 : 2 : 3; suma powierzchni kul wynosi 1960 dm^2. Oznacz wielkość powierzchni każdej z kul.

1100. Średnice trzech kul są w stosunku 1 : 2 : 3; suma objętości trzech kul wynosi 4320 dm^3. Oznacz objętość każdej z kul.

V. KWADRATY I PIERWIASTKI KWADRATOWE.

a. Kwadraty.

1101. Co nazywamy potęgą drugą lub *kwadratem* liczby danej?

1102. Znajdź kwadraty liczb: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 9, 10.

1103. Sprawdź równości:

a) $(5 + 3)^3 = 5^2 + 2 . 5 . 3 + 3^2$;

b) $(9 + 4)^2 = 9^2 + 2 . 9 . 4 + 4^2$.

1104. Sprawdź równości:

a) $(10 + 7)^2 = 10^2 + 2 . 10 . 7 + 7^2$;

b) $(20 + 5)^2 = 20^2 + 2 . 20 . 5 + 5^2$;

c) $(30 + 8)^2 = 30^2 + 2 . 30 . 8 + 8^2$.

1105. Sprawdź równości:

a) $(270 + 6)^2 = 270^2 + 2 . 270 . 6 + 6^2$;

b) $(500 + 18)^2 = 500^2 + 2 . 500 . 18 + 18^2$.

1106. Równość:

$$(m + n)^2 = m^2 + 2\,m\,n + n^2$$

sprawdź dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1107. Oznacz kwadraty wszystkich liczb całkowitych od 11 do 20.

1108. Oznacz kwadraty wszystkich liczb całkowitych od 20 do 30.

1109. Oznacz różnice:

$$2^2 - 1^2,\quad 3^2 - 2^2,\quad 4^2 - 3^2,\quad 5^2 - 4^2,$$
$$6^2 - 5^2,\quad 7^2 - 6^2,\quad 8^2 - 7^2,\quad 9^2 - 8^2.$$

1110. Oznacz różnice:

$$10^2 - 9^2,\quad 11^2 - 10^2,\quad 15^2 - 14^2,$$
$$17^2 - 16^2,\quad 19^2 - 18^2,\quad 31^2 - 30^2.$$

1111. Na zasadzie poprzednich zadań możesz wnieść, że różnica kwadratów dwóch liczb, różniących się o 1, jest o jedność większa od podwojonej liczby mniejszej. Sprawdź to na innych przykładach.

1112. Własność, podaną w zadaniu poprzedzającem, można przedstawić w ten sposób:

$$(m + 1)^2 - m^2 = 2\,m + 1.$$

Sprawdź ten wzór dla m = 23, 37, 47 i 48.

1113. Na podstawie tej własności łatwo od kwadratu danej liczby całkowitej przejść do kwadratu liczby bezpośrednio następującej. Tak np.

$$47^2 = 46^2 + 93;$$
$$48^2 = 47^2 + 95;$$
$$49^2 = 48^2 + 97.$$

Sprawdź to.

1114. Tym sposobem łatwo przygotować można *tablicę kwadratów*. W tablicy tej obok kolejnych liczb całkowitych 1, 2, 3, 4... wypisane są ich kwadraty 1, 4, 9, 16.... Tablica kwadratów jest bardzo pożyteczną w wielu rachunkach.

Tablica kwadratów.

Liczba	Kwadrat	Liczba	Kwadrat	Liczba	Kwadrat
1	1	34	1156	67	4489
2	4	35	1225	68	4624
3	9	36	1296	69	4761
4	16	37	1369	70	4900
5	25	38	1444	71	5041
6	36	39	1521	72	5184
7	49	40	1600	73	5329
8	64	41	1681	74	5476
9	81	42	1764	75	5625
10	100	43	1849	76	5776
11	121	44	1936	77	5929
12	144	45	2025	78	6084
13	169	46	2116	79	6241
14	196	47	2209	80	6400
15	225	48	2304	81	6561
16	256	49	2401	82	6724
17	289	50	2500	83	6889
18	324	51	2601	84	7056
19	361	52	2704	85	7225
20	400	53	2809	86	7396
21	441	54	2916	87	7569
22	484	55	3025	88	7744
23	529	56	3136	89	7921
24	576	57	3249	90	8100
25	625	58	3364	91	8281
26	676	59	3481	92	8464
27	729	60	3600	93	8649
28	784	61	3721	94	8836
29	841	62	3844	95	9025
30	900	63	3969	96	9216
31	961	64	4096	97	9409
32	1024	65	4225	98	9604
33	1089	66	4356	99	9801

1115. Kwadrat liczby całkowitej nie może kończyć się na żadną z cyfr 2, 3, 7, 8. Dlaczego?

1116. Kwadrat liczby całkowitej nie może kończyć się na nieparzystą liczbę zer. Dlaczego?

1117. Jeżeli kwadrat liczby całkowitej kończy się na 5, to cyfra dziesiątek musi być zawsze 2. Sprawdź to.

1118. Sprawdź równości:

a) $(2 \,.\, 3)^2 = 2^2 \,.\, 3^2$;
b) $(3 \,.\, 5)^2 = 3^2 \,.\, 5^2$;
c) $(6 \,.\, 11)^2 = 6^2 \,.\, 11^2$.

1119. Sprawdź równości:

a) $(2 \,.\, 3 \,.\, 5)^2 = 2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 5^2$;
b) $(2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 7)^2 = 2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 5^2 \,.\, 7^2$;
c) $(3 \,.\, 5 \,.\, 7 \,.\, 11)^2 = 3^2 \,.\, 5^2 \,.\, 7^2 \,.\, 11^2$;

1120. Jeżeli dana liczba całkowita m jest podzielna bez reszty przez liczbę n, to kwadrat liczby m musi być podzielny przez kwadrat liczby n. Dlaczego? Sprawdź to.

1121. Kwadraty liczb całkowitych można obliczać sposobem, wskazanym na poniższych przykładach:

a) $473^2 = 223729$

$$\begin{array}{rcr} 4^2 & = & 16\,.\,. \\ 87 \,.\, 7 & = & 609\,.\,. \\ 943 \,.\, 3 & = & 2829 \\ \hline & & 223729 \end{array}$$

b) $30409^2 = 924707281$

$$\begin{array}{rcr} 30^2 & = & 900.. \\ 604 \cdot 4 & = & 2416.... \\ 60809 \cdot 9 & = & 547281 \\ \hline & & 924707281 \end{array}$$

Objaśnij ten rachunek.

1122. Znajdź tym sposobem kwadraty następujących licz całkowitych: *a*) 723; *b*) 7230; *c*) 72308.

1123. Oznacz kwadraty następujących liczb całkowitych: *a*) 165; *b*) 1652; *c*) 16520; *d*) 165203; *e*) 1652038.

1124. Mając tablicę kwadratów, doprowadzoną np. do kwadratu liczby 99, możesz uprościć postępowanie powyższe, jak to wskazuje przykład:

$596^2 = 355216$

$$\begin{array}{rcr} 59^2 & = & 3481.. \\ 1186 \cdot 6 & = & 7116 \\ \hline & & 355216 \end{array}$$

1125. Oznacz kwadraty liczb: *a*) 742; *b*) 8653; *c*) 9132; *d*) 95329.

1126. Kwadrat liczby całkowitej n cyfrowej składa się albo z $2n$ cyfr, t. j. z podwójnej liczby cyfr, albo też z $2n-1$ cyfr. Dlaczego?

1127. Suma jakiejkolwiek liczby całkowitej i jej kwadratu jest zawsze parzysta. Sprawdź to.

1128. Różnica między kwadratem liczby całkowitej i nią samą jest zawsze parzysta. Sprawdź to.

1129. Sprawdź, że liczby:

a) $2^2 + 1^2 - 1$; *b*) $3^2 + 2^2 - 1$;

c) $4^2 + 3^2 - 1$; *d*) $5^2 + 4^2 - 1$;
e) $6^2 + 5^2 - 1$; *f*) $7^2 + 6^2 - 1$

są podzielne bez reszty przez 4.

1130. Sprawdź, że liczby.

a) $17^2 + 16^2 - 1$; *b*) $32^2 + 31^2 - 1$;
c) $87^2 + 86^2 - 1$; *d*) $91^2 + 90^2 - 1$

są podzielne przez 4.

1131. Jakie reszty otrzymujemy, dzieląc kwadraty liczb 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 przez 2?

1132. Jakie reszty otrzymujemy, dzieląc kwadraty liczb 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 *a*) przez 3; *b*) przez 4?

1133. Jakie reszty otrzymujemy, dzieląc kwadraty liczb 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 *a*) przez 5; *b*) przez 6; *c*) przez 7?

1134. Jakie reszty otrzymujemy, dzieląc kwadraty liczb 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 *a*) przez 8; *b*) przez 9; *c*) przez 10?

1135. Oznacz kwadraty liczb: *a*) $\frac{1}{2}$, *b*) $\frac{2}{3}$, *c*) $\frac{3}{4}$, *d*) $\frac{4}{5}$, *e*) $\frac{5}{6}$, *f*) $\frac{6}{7}$, *g*) $\frac{7}{8}$, *h*) $\frac{8}{9}$, *i*) $\frac{9}{10}$.

1136. *a*) $\left(\frac{17}{25}\right)^2 = ?$; $\left(\frac{17}{24}\right)^2 = ?$

b) $\left(\frac{13}{34}\right)^2 = ?$; $\left(\frac{6}{17}\right)^2 = ?$

$c)$ $\left(\frac{11}{53}\right)^2 = ?$; $\left(\frac{11}{52}\right)^2 = ?$

$d)$ $\left(\frac{7}{124}\right)^2 = ?$; $\left(\frac{7}{123}\right)^2 = ?$

1137. $a)$ $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = ?$; $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = ?$

$b)$ $\left(\frac{9}{8}\right)^2 = ?$; $\left(\frac{9}{7}\right)^2 = ?$

$c)$ $\left(\frac{15}{11}\right)^2 = ?$; $\left(\frac{14}{11}\right)^2 = ?$

$d)$ $\left(\frac{23}{9}\right)^2 = ?$; $\left(\frac{23}{8}\right)^2 = ?$

1138. Kwadrat ułamka nieprzywiedlnego jest ułamkiem nieprzywiedlnym. Dlaczego? Sprawdź to na przykładach.

1139. $a)$ $\left(2\frac{1}{2}\right)^2 = ?$; $\left(2\frac{1}{3}\right)^2 = ?$

$b)$ $\left(3\frac{1}{3}\right)^2 = ?$; $\left(3\frac{1}{2}\right)^2 = ?$

$c)$ $\left(4\frac{1}{7}\right)^2 = ?$; $\left(4\frac{2}{7}\right)^2 = ?$

$d)$ $\left(16\frac{2}{3}\right)^2 = ?$; $\left(16\frac{2}{5}\right)^2 = ?$

1140. Wzór w zadaniu 1106-em stosuje się zarówno do liczb ułamkowych jak i do liczb całkowitych. Sprawdź to dla: $a)$ $m = 3$, $n = \frac{1}{4}$; $b)$ $m = \frac{1}{4}$, $n = \frac{1}{2}$; $c)$ $m = 2\frac{1}{2}$, $n = \frac{3}{4}$.

1141. Wzór w zadaniu 1112-em stosuje się i do wartości ułamkowych liczby m. Sprawdź to dla: $a)$ $m = \frac{1}{2}$; $b)$ $m = 2\frac{1}{2}$; $c)$ $m = 4\frac{5}{6}$.

1142. Oblicz kwadraty liczb: $a)$ $\frac{171}{316}$; $b)$ $\frac{117}{311}$; $c)$ $\frac{400}{179}$; $d)$ $\frac{691}{367}$.

1143. Stosunek dwóch liczb równa się 2 : 3; jaki jest stosunek kwadratów tych liczb?

1144. Stosunek dwóch liczb równa się $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$; jaki jest stosunek kwadratów tych liczb?

1145. Oznacz stosunki:

$$a)\ \frac{7^2 - 3^2}{7 - 3};\quad b)\ \frac{11^2 - 5^2}{11 - 5};$$

$$c)\ \frac{21^2 - 4^2}{21 - 4};\quad d)\ \frac{36^2 - 5^2}{36 - 5};$$

1146. Oznacz stosunki:

$$a)\ \frac{3^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{3 - \frac{1}{2}};\quad b)\ \frac{\left(3\frac{1}{2}\right)^2 - 2^2}{3\frac{1}{2} - 2};$$

$$c)\ \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^2 - \left(\frac{1}{10}\right)^2}{\frac{1}{5} - \frac{1}{10}};\quad d)\ \frac{\left(3\frac{1}{2}\right)^2 - \left(1\frac{1}{4}\right)^2}{3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}}.$$

1147. Stosunek różnicy kwadratów dwóch liczb do różnicy samych liczb równa się stale stosunkowi sumy liczb do jedności. Sprawdź to. Własność tę można przedstawić za pomocą wzoru:

$$\frac{m^2 - n^2}{m - n} = \frac{m + n}{1},$$

lub

$$\frac{m^2 - n^2}{m - n} = m + n.$$

1148. Oznacz kwadraty liczb: *a*) 0,1; *b*) 0,01; *c*) 0,001; *d*) 0,0001.

1149. *a*) $(0{,}7)^2 = ?$
b) $(0{,}07)^2 = ?$
c) $(0{,}007)^2 = ?$
d) $(0{,}0007)^2 = ?$

1150. *a*) $(0{,}56)^2 = ?$
b) $(0{,}056)^2 = ?$
c) $(0{,}0056)^2 = ?$

1151. *a*) $(1{,}8)^2 = ?$
b) $(1{,}08)^2 = ?$
c) $(1{,}008)^2 = ?$

1152. *a*) $(2{,}5)^2 = ?$
b) $(3{,}54)^2 = ?$
c) $(4{,}128)^2 = ?$

1153. Wykonaj działanie:

$$(45)^2 - (3{,}15)^2 + (2\tfrac{1}{4})^2 = ?$$

1154. Wykonaj działanie:

$$\frac{(0{,}1)^2 + (0{,}01)^2 + (0{,}001)^2}{(0{,}2)^2 - (0{,}02)^2 - (0{,}002)^2} = ?$$

1155. Znajdź powierzchnią koła, którego promień ma długości: *a*) 1,45 m; *b*) 72,6 dm. (Porówn. zad. 105).

1156. Znajdź powierzchnią kuli, której promień ma długości: *a*) $1\frac{4}{5}$ cala; *b*) 3,6 cm. Porówn. zad. 107).

b. *Pierwiastki kwadratowe.*

1157. Co nazywamy *pierwiastkiem kwadratowym* liczby danej?

1158. Oznacz pierwiastki kwadratowe liczb: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

1159. Oznacz pierwiastki kwadratowe liczb: 121, 144, 168, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400.

1160. Oznacz pierwiastki kwadratowe liczb: 100, 10000, 1000000.

1161. Oznacz pierwiastki kwadratowe liczb: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{49}$, $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{81}$, $\frac{1}{100}$.

1162. Oznacz pierwiastki kwadratowe liczb: $\frac{1}{121}$, $\frac{1}{289}$, $\frac{1}{324}$, $\frac{1}{361}$.

1163. Znajdź pierwiastki kwadratowe liczb: $\frac{4}{9}$, $\frac{25}{49}$, $\frac{100}{121}$, $\frac{121}{289}$.

1164. Znajdź pierwiastki kwadratowe liczb: $\frac{49}{196}$, $\frac{81}{100}$, $\frac{121}{36}$, $\frac{196}{81}$.

1165. Znajdź pierwiastki kwadratowe liczb: 0,01; 0,0001; 0,000001.

1166. Znajdź pierwiastki kwadratowe liczb: 0,25; 0,81; 0,0121.

1167. Znajdź pierwiastki kwadratowe liczb: 0,0025; 0,0289; 0,000324.

1168. Znajdź pierwiastki kwadratowe liczb: 1,21; 3,24; 3,61.

1169. Sprawdź nierówności:

a) $4^2 < 18 < 5^2$;
b) $6^2 < 40 < 7^2$;
c) $8^2 < 70 < 9^2$;
d) $9^2 < 90 < 10^2$.
e) $10^2 < 110 < 11^2$;

1170. Sprawdź nierówności:

a) $11^2 < 124 < 12^2$;
b) $14^2 < 200 < 15^2$;
c) $15^2 < 250 < 16^2$;
d) $19^2 < 380 < 20^2$;

1171. Co oznacza pierwiastek kwadratowy liczby całkowitej A z *przybliżeniem na jedność?*

Oznacz pierwiastki kwadratowe z przybliżeniem na jedność liczb: 18, 30, 40, 52, 110, 70, 90, 130.

1172. Oznacz pierwiastki kwadratowe z przybliżeniem na jedność: *a*) *przez niedomiar*, *b*) *przez nadmiar* liczb: 72, 200, 250, 380.

Jeżeli liczba A sprawdza nierówność:

$$m^2 < A < (m+1)^2,$$

to m nazywa się jej pierwiastkiem przez niedomiar, $m+1$ — przez nadmiar.

1173. Które z liczb: 400, 456, 800, 729, 1000, 1444, 1500 są kwadratami *zupełnemi*, a które kwadratami *niezupełnemi?* Oznacz tu pierwiastki zupełne kwadratów zupełnych i przybliżone na jedność kwadratów niezupełnych.

1174. Wyciągnij pierwiastki kwadratowe z liczb: 220, 320, 420, 600 z przybliżeniem na jedność.

1175. Oznacz z przybliżeniem na jedność:

$$\sqrt{116},\ \sqrt{240},\ \sqrt{310},\ \sqrt{612},\ \sqrt{820}.$$

1176. Oznacz *reszty:*

$$291 - 17^2,\quad 380 - 19^2,$$
$$406 - 20^2,\quad 641 - 25^2.$$

1177. Oznacz reszty:

$$1400 - 37\ ,\quad 2050 - 45^2,$$
$$2600 - 50^2,\quad 4100 - 64^2.$$

1178. Jeżeli

$$m^2 < A < (m+1)^2,$$

to reszta $A - m^2$ jest mniejsza od $2m + 1$. Sprawdź to na przykładach. (Porówn. zad. 1112).

1179. Przy pomocy tablicy kwadratów w zadaniu 1114 możesz bezpośrednio znaleźć pierwiastek kwadratowy z przybliżeniem na jedność każdej z liczb całkowitych od 1 do 10000.

Oznacz pierwiastki kwadratowe z przybliżeniem na jedność liczb: 490, 895, 1478, 3972, 5360, 7595, 9640, 9892.

1180. Wyciąganie pierwiastka kwadratowego z liczb całkowitych (z przybliżeniem na jedność) uskutecznia się sposobem, podanym w poniższych przykładach:

$$
\begin{array}{lll}
a) & \sqrt{86\cdot57} = 93 & \\
 & \underline{81} & \\
 & 55\cdot7 & \\
 & \underline{54\,9} & 183\ .\ 3 \\
 & 8 & \\
 & 8567 \doteq 93^2 + 8. &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
b) & \sqrt{2\cdot73\cdot44} = 165 & \\
 & \underline{1} & \\
 & 17\cdot3 & \\
 & \underline{15\,6} & 26\ .\ 6 \\
 & 1\,74\cdot4 & \\
 & \underline{1\,62\,5} & 325\ .\ 5 \\
 & 11\,9 & \\
 & 2744 = 165^2 + 119. &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
c) & \sqrt{27344\cdot18} = 1653 & \\
 & 1191\cdot8 & \\
 & \underline{990\,9} & 3303\ .\ 3 \\
 & 200\,9 & \\
 & 2734418 = 1653^2 + 2009. &
\end{array}
$$

$$d)\ \sqrt{2734418{\cdot}00} = 16535$$

$$\begin{array}{ll} 20090{\cdot}0 & \\ 16532\ 5 & 33065\ .\ 5 \\ \hline 35575\ 5 & \end{array}$$

$$273441800 = 16535^2 + 35575.$$

Wyciągnij pierwiastki kwadratowe z liczb: 865700, 86570020, 27344170023.

1181. a) $\sqrt{764219} = ?$

b) $\sqrt{1325274} = ?$

c) $\sqrt{3200325} = ?$

d) $\sqrt{700922324} = ?$

e) $\sqrt{63917235} = ?$

1182. Wyciągnąć pierwiastek kwadratowy z liczby 6391732578949998, mając pierwiastek z liczby 63917235. Pierwiastek z tej ostatniej z przybliżeniem na jedność jest 7994; pierwiastek szukany składać się będzie z 8 cyfr, z których cztery są już znane. Pozostałe cyfry znajdziemy *sposobem skróconym:*

Po wyciągnięciu pierwiastka 7944 z liczby 63917235 otrzymamy resztę 13199; do tej reszty dopisujemy pozostałe cyfry liczby danej, co daje

1319978949998;

odcinamy ostatnie cztery cyfry, co daje

131997894

i dzielimy tę liczbę przez 7944×2, t. j. przez 15988. Iloraz będzie 8256, reszta 966. Szukanym pierwiastkiem jest liczba 79948256 z niepewną ostatnią cyfrą, która tu jest o 1 za wielka. (O tem przekonywamy się za pomocą następującego działania: podnosimy 8256 do kwadratu; kwadrat ten równa się 68161536 i jest większy od liczby 9669998, złożonej z cyfr reszty 966 i czterech cyfr 9998 poprzednio pominiętych). Pierwiastkiem szukanym jest tedy 79948255. Sprawdź to.

1183. Wyciągnąć pierwiastek kwadratowy z liczby

$$17343214689280961\,4$$

sposobem skróconym, t. j. oznaczyć pięć pierwszych cyfr sposobem wskazanym w zad. 1180, a pozostałe cyfry za pomocą zwykłego dzielenia.

1184. Sprawdź nierówności:

a) $\left(1\frac{2}{5}\right)^2 < 2 < \left(1\frac{3}{5}\right)^2$;

b) $\left(2\frac{1}{3}\right)^2 < 6 < \left(2\frac{2}{3}\right)^2$;

c) $\left(10\frac{1}{7}\right)^2 < 105 < \left(10\frac{2}{7}\right)^2$.

1185. Sprawdź nierówności:

a) $(2{,}8)^2 < 8 < (2{,}9)^2$;

b) $(4{,}47)^2 < 20 < (4{,}48)^2$;

c) $7^2 < 50 < (7{,}1)^2$.

1186. Co oznacza znaleźć pierwiastek liczby danej z przybliżeniem: *a)* na $\frac{1}{2}$; *b)* na $\frac{1}{5}$; *c)* na $\frac{1}{10}$; *d)* na $\frac{1}{100}$; *e)* na $\frac{1}{1000}$?

1187. Co oznacza znaleźć pierwiastek liczby danej z przybliżeniem na $\frac{1}{n}$?

1188. Aby znaleźć pierwiastek liczby danej m z przybliżeniem na $\frac{1}{n}$, należy tę liczbę pomnożyć przez liczbę n^2, z iloczynu $m\,n^2$ wyciągnąć pierwiastek kwadratowy z przybliżeniem na jedność i otrzymamy pierwiastek podzielić przez n.

Oznacz tym sposobem pierwiastek kwadratowy z liczby 120 z przybliżeniem na $\frac{1}{15}$.

1189. Oznacz pierwiastek kwadratowy z liczby 830 z przybliżeniem na $\frac{1}{40}$.

1190. Oznacz pierwiastki kwadratowe z liczb: 2, 3, 5, 7, 8 z przybliżeniem na 0,1.

1191. Oznacz pierwiastki kwadratowe z liczb 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20 z przybliżeniem na 0,01.

1192. Oznaczyć:

a) $\sqrt{26}$ z przybliżeniem na 0,001;

b) $\sqrt{215}$ „ „ 0,0001.

1193. Za pomocą sposobu, wskazanego w zadaniach poprzednich, potrafisz sam ułożyć tablicę pierwiastków liczb całkowitych od 1 do 99 z przybliżeniem na 0,001, którą tu podajemy:

Tablica pierwiastków kwadratowych.

Liczba	Pierwiastek kwadratowy	Liczba	Pierwiastek kwadratowy	Liczba	Pierwiastek kwadratowy
1	1,000	34	5,831	67	8,185
2	1,414	35	5,916	68	8,246
3	1,732	36	6,000	69	8,307
4	2,000	37	6,083	70	8,367
5	2,236	38	6,164	71	8,426
6	2,449	39	6,245	72	8,485
7	2,646	40	6,325	73	8,544
8	2,828	41	6,403	74	8,602
9	3,000	42	6,481	75	8,660
10	3,162	43	6,557	76	8,718
11	3,317	44	6,633	77	8,775
12	3,464	45	6,708	78	8,832
13	3,606	46	6,782	79	8,888
14	3,742	47	6,856	80	8.944
15	3,873	48	6,928	81	9,000
16	4,400	49	7,000	82	9,055
17	4,123	50	7,071	83	9,110
18	4,243	51	7,141	84	9,165
19	4,359	52	7,211	85	9,220
20	4,472	53	7,280	86	9,274
21	4,583	54	7,348	87	9,327
22	4,690	55	7,416	88	9,381
23	4,796	56	7,483	89	9,434
24	4,899	57	7,550	90	9,487
25	5,000	58	7,616	91	9,539
26	5,099	59	7,681	92	9,592
27	5,196	60	7,746	93	9,644
28	5,291	61	7,810	94	9,695
29	5,385	62	7,874	95	9,747
30	5,477	63	7,937	96	9,798
31	5.568	64	8,000	97	9,849
32	5,657	65	8,062	98	9,899
33	5,745	66	8,124	99	9,950

1194. Przy pomocy powyższej tablicy oblicz następujące wyrażenia:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$;

b) $\sqrt{10} - \sqrt{5}$;

c) $\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}$.

1195. Oblicz wyrażenia:

a) $(\sqrt{20} - \sqrt{15}) \cdot 2$;

b) $(\sqrt{80} + \sqrt{30} - \sqrt{40}) \cdot 3$.

1196. *a*) $\sqrt{3} : 2 = ?$

b) $\sqrt{2} : 3 = ?$

c) $\sqrt{20} : 10 = ?$

d) $\sqrt{20} : 5 = ?$

e) $(3 + \sqrt{3}) : 4 = ?$

f) $(2 - \sqrt{3}) : 6 = ?$

1197. *a*) $(\sqrt{80} + \sqrt{20}) : 10 = ?$

b) $(\sqrt{80} - \sqrt{20}) : 10 = ?$

c) $(\sqrt{95} - \sqrt{85}) : 20 = ?$

d) $(\sqrt{99} - \sqrt{98}) : 2 = ?$

e) $(\sqrt{10} - \sqrt{99}) : 5 = ?$

1198. Sprawdź że:

a) $\sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7}$;

b) $\sqrt{\frac{12}{5}} = \frac{\sqrt{60}}{5}$;

c) $\sqrt{\frac{3}{11}} = \frac{\sqrt{33}}{11}$.

1199. Oznacz pierwiastki kwadratowe ułamków:

$$\frac{1}{4}, \frac{4}{25}, \frac{3}{5}, \frac{7}{12}, \frac{16}{25}, \frac{81}{100}.$$

1200. Wyciągnij pierwiastki kwadratowe z liczb:

$$\frac{5}{24}, \frac{17}{25}, \frac{47}{100}, 2\frac{1}{3}, 13\frac{1}{4}, 42\frac{2}{3}.$$

1201. a) $\sqrt{\frac{135}{217}} = ?$

b) $\sqrt{\frac{436}{703}} = ?$

c) $\sqrt{\frac{144}{19}} = ?$

d) $\sqrt{\frac{19}{144}} = ?$

1202. a) $\sqrt{\frac{5}{3}} \cdot 8 = ?$

b) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 12 = ?$

c) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = ?$

d) $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} = ?$

e) $\sqrt{\frac{1}{10}} \cdot \sqrt{\frac{1}{20}} \cdot \sqrt{5} = ?$

1203. Oznacz pierwiastek kwadratowy liczby 2,5 z przybliżeniem na 0.1.

1204. Oznacz pierwiastek kwadratowy liczby 1,18 z przybliżeniem na 0,01.

1205. Oznacz pierwiastek kwadratowy liczby 0,42 z przybliżeniem na 0,001.

1206. Oznaczyć:

a) $\sqrt{12{,}84}$ z przybliżeniem na 0,1;

b) $\sqrt{5{,}7}$ „ „ 0,01;

c) $\sqrt{0{,}235}$ „ „ 0,001;

d) $\sqrt{124{,}8635}$ „ „ 0,0001;

1207. *a*) $\sqrt{1{,}4} \cdot \sqrt{2{,}7} = ?$

b) $\sqrt{0{,}5} \cdot \sqrt{1{,}3} = ?$

c) $\sqrt{3{,}14} \cdot 100 = ?$

1208. *a*) $\frac{1}{\sqrt{2}} = ?$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2} = ?$

c) $\frac{2}{\sqrt{0{,}3}} = ?$

d) $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{0{,}3} = ?$

e) $\frac{4}{\sqrt{0{,}5}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} = ?$

f) $\frac{4}{3} \cdot \sqrt{0{,}6} = ?$

1209. *Średnia geometryczna* dwóch liczb równa się pierwiastkowi kwadratowemu ich iloczynu. Np. średnia geometryczna liczb 4 i 9 jest $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$. Oznacz średnią geometryczną liczb: *a*) 32 i 72; *b*) $2\frac{2}{5}$ i $\frac{3}{5}$; *c*) $1\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{3}$.

1210. Znajdź średnią geometryczną liczb: *a*) 25 i 169; *b*) 21 i 84; *c*) 8 i 50; *d*) 120 i 30; *e*) $\frac{2}{3}$ i $12\frac{1}{2}$; *f*) $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{8}$.

1211. Oznacz średnią geometryczną liczb: *a*) 5 i 245; *b*) 0,5 i 24,5; *c*) 0,05 i 2,45; *d*) 0,2 i 7,2.

1212. Oznacz średnią geometryczną liczb: *a*) 5 i 9,8; *b*) 0,005 i 0,0098.

1213. Oznaczyć średnią geometryczną liczb: *a*) 18 i 12; *b*) 14 i 50; *c*) 22 i 55; *d*) 16 i 40 z przybliżeniem na 0,01.

1214. Znaleźć średnią geometryczną liczb: *a*) 18 i 20,5; *b*) $3\frac{3}{4}$ i $2\frac{1}{2}$; *c*) $6\frac{1}{2}$ i $\frac{7}{13}$ z przybliżeniem na 0,001.

1215. Oznaczyć średnią geometryczną liczb 1 i 2, a następnie średnią geometryczną pomiędzy liczbą otrzymaną i każdą z danych.

1216. Znajdź: *a*) średnią arytmetyczną; *b*) średnią geometryczną liczb 6 i 24; *c*) oznacz różnicę między pierwszą średnią a drugą.

1217. Rozwiąż podobne zadanie dla liczb: *a*) 8 i 50; *b*) 120 i 30; *c*) $\frac{2}{3}$ i $12\frac{1}{2}$; *d*) 5 i 245.

1218. Jeżeli dwie liczby są równe, to ich średnia arytmetyczna równa się średniej geometrycznej. Dlaczego?

1219. Średnia arytmetyczna dwóch liczb nierównych jest większa od ich średniej geometrycznej. Sprawdź to na przykładach.

1220. Własność tę możemy przedstawić za pomocą wzoru:

$$\frac{m+n}{2} > \sqrt{m \cdot n},$$

w którym m i n oznaczają liczby nierówne.

Sprawdź ten wzór dla rozmaitych wartości liczb m i n.

Jeżeli zaś przez m i n rozumieć mamy liczby jakiekolwiek równe lub nierówne, to możemy napisać:

$$\frac{m+n}{2} \geqq \sqrt{m \cdot n},$$

co oznacza, że połowa sumy dwóch liczb jest większa od pierwiastku kwadratowego ich iloczynu lub, co najmniej, równa temu pierwiastkowi.

1221. Jeżeli m, n, p są trzy liczby nierówne, wtedy suma ich $m + n + p$ jest mniejsza od pierwiastku kwadratowego potrójnej sumy kwadratów tych liczb. Własność tę można wyrazić wzorem następującym:

$$m + n + p < \sqrt{3\,(m^2 + n^2 + p^2)}.$$

Sprawdź ten wzór dla rozmaitych wartości liczb m, n i p.

1222. Znaleźć długość przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego, którego obie przyprostokątne mają: *a*) po 10 cm; *b*) po $1\frac{1}{2}$ dm; *c*) po $\frac{3}{40}$ m długości.

1223. Oznaczyć długość przekątnej kwadratu, którego bok ma długości 5 cm.

Możesz sprawdzić, że długość przekątnej kwadratu równa się długości jego boku, pomnożonej przez $\sqrt{2}$. Porównaj zadanie 99-e.

1224. Oznacz długość przekątnej kwadratu, wiedząc, że bok kwadratu ma długości 1,414 dm.

1225. Długość boku kwadratu wynosi: *a*) $\sqrt{2}$ cm; *b*) $\sqrt{8}$ cm; *c*) $\sqrt{50}$ cm. Oznacz długość przekątnej.

1226. Długość przekątnej kwadratu wynosi 4 cm. Oznacz długość boku kwadratu.

1227. Długość przekątnej kwadratu wynosi: *a*) $\sqrt{2}$ cm; *b*) $\sqrt{8}$ cm; *c*) $\sqrt{98}$ cm; oznacz długość boku kwadratu.

1228. Stosunek boków dwóch kwadratów równa się 3 : 5; jaki jest stosunek przekątnych tychże kwadratów?

1229. Oznacz długość przekątnej prostokąta, którego boki mają 3 cm i 4 cm długości.

1230. Oznacz długość przekątnej prostokąta, którego podstawa ma długości 80 mm, wysokość 39 mm.

1231. Jeżeli podstawa prostokąta ma $\sqrt{7}$ dm, wysokość $\sqrt{2}$ dm długości, to ile dm długości ma przekątna tego prostokąta?

1232. Podstawa prostokąta równa się $\sqrt{200}$ cm, wysokość $\sqrt{56}$ cm; oznacz długość przekątnej.

1233. Powierzchnia kwadratu wynosi 47,61 dm^2. Oznacz długość boku tego kwadratu?

1234. Znajdź długość boku kwadratu, którego powierzchnia wynosi: *a*) 82,81 cm^2; *b*) 82,4 dm^2; *c*) 4432,5 m^2.

1235. Prostokąt ma podstawę równą 432 mm, wysokość równą 27 mm. Oznacz bok kwadratu, którego powierzchnia jest równa powierzchni prostokąta.

1236. Oznacz bok kwadratu, którego powierzchnia jest równa powierzchni prostokąta, mającego podstawę równą 14,2 dm, wysokość równą 6,6 dm.

1237. Oznacz bok kwadratu, którego powierzchnia równa się powierzchni trójkąta o podstawie równej 24 dm i wysokości równej 20,5 dm,

1238. Oznacz bok kwadratu, którego powierzchnia równa się sumie powierzchni dwóch kwadratów, jednego o boku równym 3 calom, drugiego o boku równym 4 calom.

1239. Oznacz bok kwadratu, którego powierzchnia równa się sumie powierzchni dwóch kwadratów, jednego o boku równym 70 cm i drugiego o boku równym 24 cm.

1240. Geometrya uczy, że powierzchnia kwadratu, wystawionego na przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego równa się sumie powierzchni kwadratów, wystawionych na przyprostokątnych tego trójkąta. Stąd, znając długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego, znajdziemy długość przeciwprostokątnej. W jaki sposób?

1241. Przyprostokątne w trójkącie prostokątnym mają długości:

a) 42 cm, 40 cm;

b) 20 dm, $9\frac{3}{4}$ dm;

c) $16\frac{2}{3}$ cala, $4\frac{31}{36}$ cala;

d) 6,24 cm, 4,07 cm.

Znajdź długość przeciwprostokątnej.

1242. Jaką długość ma bok kwadratu, którego powierzchnia równa się sumie powierzchni trzech kwadratów o bokach, mających długości 15 cm, 20 cm, 60 cm?

1243. Jaką długość ma bok kwadratu, którego powierzchnia równa się sumie powierzchni czterech kwadratów o bokach, mających długości 5 cm, 15 cm, 25 cm, 59 cm?

1244. Jaką długość ma bok kwadratu, którego powierzchnia równa się różnicy powierzchni kwadratu o boku równym 298 cm i kwadratu o boku równym 102 cm?

1245. Oznacz długość boku kwadratu, którego powierzchnia równa się różnicy powierzchni dwóch prostokątów: jednego o podstawie równej 2439,1 mm, wysokości równej 160 mm; drugiego o podstawie 2497 mm, wysokości równej 48 mm.

1246. Powierzchnia kwadratu, wystawionego na przyprostokątnej trójkąta prostokątnego, równa się różnicy pomiędzy powierzchnią kwadratu, wystawionego na przeciwprostokątnej a powierzchnią kwadratu, wystawionego na drugiej przyprostokątnej.

Własność ta bezpośrednio wynika z własności, podanej w zad. 1229. Dlaczego?

1247. Wnosisz stąd, że znając przeciwprostokątną i jednę przyprostokątną trójkąta prostokątnego, możemy oznaczyć długość drugiej przyprostokątnej. W jaki sposób?

1248. Oznacz przyprostokątną trójkąta prostokątnego, wiedząc, że przeciwprostokątna i druga przyprostokątna mają długości:

a) 5 cm, 4 cm;
b) 113 dm, 112 dm;
c) $8\frac{1}{2}$ cala, $7\frac{1}{2}$ cala;
d) 4,93 m, 4,68 m.

1249. Powierzchnia koła wynosi 40115 dm²; oznacz długość (przybliżoną) promienia koła. (Porówn. zad. 105).

1250. Oznacz długość (przybliżoną) promienia koła, wiedząc, że jego powierzchnia wynosi: *a*) 10028,75 cm²; *b*) 7100 dm²; *c*) $22\frac{3}{16}$ stopy kwadratowej.

1251. Oznacz długość (przybliżoną) średnicy koła, wiedząc, że powierzchnia półkola wynosi 5 m².

1252. Powierzchnia kuli wynosi 2507,1875 dm². Oznacz długość (przybliżoną) promienia kuli. (Porówn. zad. 107).

1253. Oznacz długość (przybliżoną) średnicy kuli, wiedząc, że jej powierzchnia wynosi: *a*) 4800 dm²; *b*) 28400 cali kwadratowych; *d*) 21300 cm².

VI. SZEŚCIANY I PIERWIASTKI SZEŚCIENNE.

a. *Sześciany.*

1254. Co nazywamy potęgą trzecią lub *sześcianem* liczby danej?

1255. Znajdź sześciany liczb: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

1256. Co oznacza równość:

$$a^3 = a^2 \,.\, a\,?$$

1257. Sprawdź równości:

a) $(5 + 2)^3 = 5^3 + 3 \,.\, 5^2 \,.\, 2 + 3 \,.\, 5 \,.\, 2^2 + 2^3$;

b) $(7 + 3)^3 = 7^3 + 3 \,.\, 7 \,.\, 3 + 3 \,.\, 7 \,.\, 3^2 + 3^3$:

1258. Sprawdź równości:

a) $(10 + 1)^3 = 10^3 + 3 \,.\, 10^2 + 3 \,.\, 10 + 1$;

b) $(10 + 2)^3 = 10^3 + 3 \,.\, 10^2 \,.\, 2 + 3 \,.\, 10 \,.\, 2^2 + 2^3$;

c) $(20 + 4)^3 = 20^3 + 3 \,.\, 20^2 \,.\, 4 + 3 \,.\, 20 \,.\, 4^2 + 4^3$.

1259. Sprawdź równości:

a) $(17 + 13)^3 = 17^3 + 3 \,.\, 17^2 \,.\, 13 + 3 \,.\, 17 \,.\, 13^2 + 13^3$:

b) $(100 + 2)^3 = 100^3 + 3 \,.\, 100^2 \,.\, 2 + 3 \,.\, 100 \,.\, 2^2 + 2^3$.

1260. Znajdź sześciany liczb: 10, 100, 1000, 10000.

1261. *a*) $20^3 = ?$ *b*) $30^3 = ?$ *c*) $40^3 = ?$ *d*) $300^3 = ?$ *e*) $500^3 = ?$

1262. Sprawdź równość:

$$(m + n)^3 = m^3 + 3\,m^2 n + 3\,m n^2 + n^3$$

dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1263. Według wzoru, podanego w poprzedzającem zadaniu, oznacz sześcian liczby 47, kładąc $m = 40$, $n = 7$.

1264. Oznacz sześcian liczby 56, kładąc $m = 50$, $n = 6$.

1265. Wzór w zadaniu 1262-em możesz napisać w ten sposób:

$$(m + n)^3 = m + [3\,m^2 + 3\,mn + n^2]\,n.$$

Dlaczego?

1266. Sprawdź ten wzór dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1267. Sumę $3\,mn + n^2$ w zadaniu 1265-em możesz napisać w postaci:

$$(3\,m + n)\,n.$$

Sprawdź to dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1268. Na tej zasadzie wzór w zadaniu 1265-em można przedstawić tak:

$$(m + n)^3 = m^3 + [3\,m^2 + (3\,m + n)\,n]\,n.$$

Kładąc np. $m = 10$, $n = 2$ otrzymujemy:

$$(10 + 2)^3 = 10^3 + [3\,.\,10^2 + (3\,.\,10 + 2)\,2]\,2,$$

albo

$$12^3 = 1000 + (300 + 32\,.\,2)\,.\,2.$$

Sprawdź to.

1269. Sprawdź wzór poprzedni dla: *a*) $m = 10$, $n = 3$; *b*) $m = 20$, $n = 4$.

1270. Przy pomocy wzoru w zadaniu 1268-em podnoszenie do sześcianu liczb dwucyfrowych uskuteczniać można za pomocą rachunku, wskazanego na poniższych przykładach:

$$63^3 = 250047$$

$$\begin{array}{rr} 6^3 = & 216\ldots \\ 11349 \,.\, 3 = & 34047 \\ \hline & 250047 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} 3 \,.\, 6^2 = & 108.. \\ 183 \,.\, 3 = & 549 \\ \hline & 11349 \end{array}$$

$$82^3 = 551368$$

$$\begin{array}{rr} 8^3 = & 512\ldots \\ 19684 \,.\, 2 = & 39368 \\ \hline & 551368 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} 3 \,.\, 8^2 = & 192.. \\ 242 \,.\, 2 = & 484 \\ \hline & 19684 \end{array}$$

Objaśnij ten rachunek.

1271. Podnieść do sześcianu liczby: 36, 48, 52.

1272. Podnieść do sześcianu liczby: 660, 770, 940.

1273. Oznacz różnice:

$$2^3 - 1^3, \quad 3^3 - 2^3, \quad 4^3 - 3^3, \quad 5^3 - 4^3.$$

1274. Oznacz różnice:

$$9^3 - 8^3, \quad 10^3 - 9^3, 11^3 - 10^3.$$

1275. Kładąc we wzorze w zadaniu 1262-em $n = 1$, znajdujemy:

$$(m + 1)^3 = m^3 + 3\,m^2 + 3\,m + 1.$$

Z tego wzoru otrzymujemy

$$(m + 1)^3 - m^3,$$

t. j. różnicę sześcianów dwóch liczb, które różnią się o 1. Wyraź tę różnicę słowami.

1276. Napisz w jednym wierszu sześciany liczb kolejnych od 1, w drugim wierszu pomiędzy każdemi dwiema liczbami pierwszego wiersza różnice, o których mowa w zadaniach poprzedzających, w ten sposób:

$$\begin{array}{cccccc} 1, & 8, & 27, & 64, & 125, & 216,\ldots \\ & 7, & 19, & 37, & 61, & 91,\ldots \end{array}$$

Przedłuż wiersz pierwszy aż do 15^3 i wypisz odpowiednie różnice w wierszu drugim.

1277. Oznacz kolejne różnice pomiędzy liczbami w wierszu drugim, t. j. różnice

$$19 - 7 = 12,\quad 37 - 19 = 18,\ 61 - 37 = 24,\ldots$$

1278. Przekonasz się, że otrzymane różnice są wielokrotnościami liczby 6, a mianowicie: $12 = 6 \,.\, 2$, $18 = 6 \,.\, 3$, $24 = 6 \,.\, 4$ i t. d.

1279. Na tej zasadzie można otrzymać szereg sześcianów liczb całkowitych w ten sposób: Piszemy najprzód szereg wielokrotności liczby 6, mianowicie:

$$12, 18, 24, 30, 36, 42,\ldots$$

Z tego szeregu tworzymy następny, rozpoczynający się od liczby 7:

$$7,\quad 7 + 12 = 19,\quad 19 + 18 = 37,\quad 37 + 24 = 61,$$
$$61 + 30 = 91,\quad 91 + 36 = 127,\ldots;$$

mając zaś szereg

$$7, 19, 37, 61, 91, 127,\ldots$$

otrzymujemy już szereg sześcianów, poczynając od 1, w ten sposób:

$$1,\quad 1 + 7 = 8,\quad 8 + 19 = 27,\quad 27 + 37 = 64,$$
$$64 + 61 = 125,\quad 125 + 91 = 216 \text{ i t. d.}$$

Tym sposobem, jeżeli masz cierpliwość, możesz za pomocą kolejnych dodawań łatwo ułożyć tablicę sześcianów, którą tu podajemy:

Tablica sześcianów.

Liczba	Sześcian	Liczba	Sześcian	Liczba	Sześcian
1	1	34	39304	67	300763
2	8	35	42875	68	314432
3	27	36	46656	69	328509
4	64	37	50653	70	343000
5	125	38	54872	71	357911
6	216	39	59319	72	373248
7	343	40	64000	73	389017
8	512	41	68921	74	405224
9	729	42	74088	75	421875
10	1000	43	79507	76	438976
11	1331	44	85184	77	456533
12	1728	45	91125	78	474552
13	2197	46	97336	79	493039
14	2744	47	103823	80	512000
15	3375	48	110592	81	531441
16	4096	49	117649	82	551368
17	4913	50	125000	83	571787
18	5832	51	132651	84	592704
19	6859	52	140608	85	614125
20	8000	53	148877	86	636056
21	9261	54	157464	87	658503
22	10648	55	166375	88	681472
23	12167	56	175616	89	704969
24	13824	57	185093	90	729000
25	15625	58	195112	91	753571
26	17576	59	205379	92	778688
27	19683	60	216000	93	804357
28	21952	61	226981	94	830584
29	24389	62	238328	95	857375
30	27000	63	250047	96	884736
31	29791	64	262144	97	912673
32	32768	65	274625	98	941192
33	35937	66	287496	99	970299

1280. Sprawdź, że

a) $(8 . 5)^3 = 8^3 . 5^3$;

b) $(5 . 7 . 3)^3 = 5^3 . 7^3 . 3^3$;

c) $(2 . 3 . 5 . 7)^3 = 2^3 . 3^3 . 5^3 . 7^3$.

1281. Jeżeli dana liczba całkowita m jest podzielna bez reszty przez liczbę n, to sześcian liczby m musi być podzielny przez sześcian liczby n. Dlaczego? Sprawdź to.

1282. Oznacz: *a*) stosunek sześcianu liczby 285 do sześcianu liczby 95; *b*) stosunek sześcianu liczby 1080 do do sześcianu liczby 108.

1283. Przy pomocy tablicy sześcianów oznacz sześciany liczb: *a*) $174 = 87 . 2$; *b*) $261 = 87 . 3$.

1284. Oznacz sześciany liczb: *a*) $375 = 75 . 5$; *b*) $364 = 91 . 4$.

1285. Podnoszenie do sześcianu liczb trzy i więcejcyfrowych można uskuteczniać sposobem, wskazanym na poniższych przykładach:

a) $637^3 = 258474853$

$$\begin{array}{rr}
6^3 = & 216\ldots \\
11349 . 3 = & 34047\ldots \\
1203979 . 7 = & 8427853 \\
\hline
 & 258474853
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr}
3 . 6^2 = & 108.. \\
183 . 3 = & 549 \\
\hline
 & 11349 \\
3^2 = & 9 \\
\hline
3 . 63^2 = & 11907.. \\
1897 . 7 = & 13279 \\
\hline
 & 1203979
\end{array}$$

b) $6372^3 = 258718390848$

$$\begin{array}{rr}
637^3 = & 258474853\ldots \\
121768924 . 2 = & 243537848 \\
\hline
 & 258718390848
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr}
 & 13279 \\
 & 1203979 \\
7^2 = & 49 \\
\hline
3 . 637^2 = & 1217307.. \\
19112 . 2 = & 38224 \\
\hline
 & 121768924
\end{array}$$

c) $63720^3 = 258718390848000$.

Objaśnij te rachunki.

1286. Podnieść do sześcianu liczby: 102, 1020, 237, 2386.

1287. Przy pomocy tablicy sześcianów, podanej w zadaniu 1279-em, oraz tablicy kwadratów, podanej w zadaniu 1014-em, możesz uprościć postępowanie w sposób, wskazany na przykładzie:

$$965^3 = 898632125$$

$$\begin{array}{rr} & 96^3 = 884736\ldots \\ 2779225 \cdot 5 = & \underline{13896125} \\ & 898632125 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} 3 \cdot 96^2 = & 27648\ldots \\ 2885 \cdot 5 = & \underline{14425} \\ & 2769225 \end{array}$$

Objaśnij ten rachunek.

1288. Podnieść do sześcianu liczby: 812, 8125, 81250.

1289. Podnieść do sześcianu liczby: 101, 1010, 10102.

1290. Jeżeli liczba całkowita składa się z n cyfr, to jej sześcian składa się z $3n$ cyfr, albo z $3n - 1$ cyfr, albo wreszcie z $3n - 2$ cyfr. Dlaczego? Sprawdź to.

1291. Oznacz różnice:

a) $2^3 - 2$; b) $3^3 - 3$; c) $4^3 - 4$; d) $5^3 - 5$.

1292. Oznacz różnice:

a) $6^3 - 6$; b) $7^3 - 7$; c) $8^3 - 8$; d) $9^3 - 9$; e) $10^3 - 10$; $11^3 - 11$.

1293. Różnica między sześcianem liczby całkowitej i nią samą jest zawsze podzielna przez 6. Sprawdź to.

1294. Sprawdź, że różnice:

$$7^3 - 6^3 - 1, \quad 7^3 - 7^3 - 1,$$
$$9^3 - 8^3 - 1, \quad 10^3 - 9^3 - 1,$$

są podzielne przez 6.

1295. Sprawdź, że różnice:

$$12^3 - 11^3 - 1, \quad 13^3 - 12^3 - 1,$$
$$18^3 - 17^3 - 1, \quad 20^3 - 19^3 - 1.$$

są podzielne przez 6.

1296. Oznacz sześciany liczb:

$$\frac{1}{2}, \ \frac{1}{3}, \ \frac{1}{4}, \ \frac{1}{5}, \ \frac{1}{6}, \ \frac{1}{7}, \ \frac{1}{8}, \ \frac{1}{9}, \ \frac{1}{10}.$$

1297. Oznacz sześciany liczb:

$$\frac{2}{3}, \ \frac{3}{4}, \ \frac{4}{5}, \ \frac{5}{6}, \ \frac{6}{7}, \ \frac{7}{8}, \ \frac{8}{9}, \ \frac{9}{10}.$$

1298. *a*) $\left(\frac{7}{11}\right)^3 = ?; \quad \left(\frac{9}{11}\right)^3 = ?$

b) $\left(\frac{3}{8}\right)^3 = ?; \quad \left(\frac{8}{3}\right)^3 = ?$

c) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3 = ?; \quad \left(\frac{5}{2}\right)^3 = ?$

d) $\left(1\frac{1}{15}\right)^3 = ?; \quad \left(\frac{16}{15}\right)^3 = ?$

1299. *a*) $\left(3\frac{1}{2}\right)^3 - \left(2\frac{1}{3}\right)^3 = ?$

b) $\left(4\frac{1}{3}\right)^3 - \left(3\frac{1}{4}\right)^3 = ?$

1300. *a)* $\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}\right)^3 - \left(\frac{3}{5}\right)^3 = ?$

b) $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}\right)^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 = ?$

c) $\left(7\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^3 = ?$

d) $\left(9\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{39}\right)^3 \cdot 2^3 = ?$

1301. Wzór w zadaniu 1262-em stosuje się zarówno do liczb ułamkowych jak i do liczb całkowitych. Sprawdź to dla: *a)* $m = 2$, $n = \frac{1}{2}$; *b)* $m = 2\frac{1}{2}$ $n = 1\frac{1}{2}$; *c)* $m = 10$, $n = \frac{1}{10}$; *d)* $m = \frac{1}{3}$, $n = \frac{1}{6}$.

1302. Sześcian ułamka nieprzywiedlnego jest ułamkiem nieprzywiedlnym. Dlaczego? Sprawdź to na przykładach.

1303. Stosunek dwóch liczb równa się 1 : 2; jaki jest stosunek sześcianów tych liczb?

1304. Stosunek dwóch liczb równa się $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; znajdź stosunek sześcianów tych liczb.

1305. Oznacz stosunki:

a) $\frac{4^3 - 3^3}{4 - 3}$; *b)* $\frac{5^3 - 2^3}{5 - 2}$; *c)* $\frac{7^3 - 3^3}{7 - 3}$;

d) $\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3}{1 - \frac{1}{2}}$; *e)* $\frac{2^3 - \left(\frac{1}{4}\right)^3}{2 - \frac{1}{4}}$; *f)* $\frac{\left(2\frac{1}{2}\right)^3 - 2^3}{2\frac{1}{2} - 2}$.

1306. Sprawdź równości:

a) $\frac{7^3 - 5^3}{7 - 5} = 7^2 + 7 \,.\, 5 + 5^2$;

b) $\frac{11^3 - 9^3}{11 - 9} = 11^2 + 11 \,.\, 9 + 9^2$;

c) $\frac{\left(3\frac{1}{4}\right)^3 - \left(2\frac{1}{2}\right)^3}{3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2}} = \left(3\frac{1}{4}\right)^2 + 3\frac{1}{4} \,.\, 2\frac{1}{2} + \left(2\frac{1}{2}\right)^2$.

1307. Własność, podaną w zadaniu poprzedzającem, można przedstawić za pomocą wzoru:

$$\frac{m^3 - n^3}{m - n} = m^2 + mn + n^2.$$

Sprawdź ten wzór dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1308. Oznacz sześciany liczb: *a*) 0,1; *b*) 0,01; *c*) 0,001; *d*) 0,0001.

1309. Oznacz sześciany liczb: *a*) 0,2; *b*) 0,03; *c*) 0,004; *d*) 0,0005.

1310. Oznacz sześciany liczb: *a*) 0,7; *b*) 0,25; *c*) 0,037.

1311. *a*) $(0{,}13)^3 = ?$; $(2{,}13)^3 = ?$
b) $(1{,}04)^3 = ?$; $(4{,}01)^3 = ?$
c) $(2{,}25)^3 = ?$; $(22{,}5)^3 = ?$
d) $(0{,}017)^3 = ?$; $(1{,}7)^3 = ?$
e) $(3{,}042)^3 = ?$; $(304{,}2) = ?$

1312. *a*) $(3{,}4)^2 \,.\, (1{,}2)^3 = ?$
b) $(1{,}2)^2 \,.\, (3{,}4)^3 = ?$

c) $(0,5)^2 \,.\, (1,5)^3 = ?$

d) $0,4 \,.\, (0,04)^2 \,.\, 4^3 = ?$

e) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \,.\, \left(\frac{2}{3}\right)^2 \,.\, (3,6)^3 = ?$

1313. *a*) $\dfrac{(3,4)^3 \,.\, (1,5)^2 \,.\, 16}{(1,7)^3 \,.\, 1,5 \,.\, 16^2} = ?$

b) $\dfrac{(2,5)^3 \,.\, (1,8)^2 \,.\, (7,5)^2}{(2,5)^2 \,.\, (1,8)^3 \,.\, 7,5} = ?$

c) $\dfrac{2^3 \,.\, 3^3 \,.\, 4^3 \,.\, 5^3}{(0,2)^3 \,.\, (0,3)^3 \,.\, (0,4)^3 \,.\, (0,5)^3} = ?$

1314. Oznacz objętość sześcianu, którego krawędź ma długości 0,24 m.

1315. Oznacz różnicę objętości dwóch sześcianów, wiedząc, że krawędź jednego ma długość równą 0,75 m, krawędź drugiego długość równą 0,36 m..

1316. Oznacz stosunek objętości dwóch sześcianów, wiedząc, że stosunek ich krawędzi równa się 1,5 : 0,8.

1317. Oznacz objętość kuli, wiedząc, że promień jej ma długość równą: *a*) 1 dm; *b*) $\frac{1}{2}$ dm; *c*) $\frac{1}{3}$ dm. (Porówn. zad. 109).

1318. Oznacz objętość kuli, której średnica ma długość równą: *a*) 0,2 m; *b*) 12,6 cm; *c*) 200 mm.

b. Pierwiastki sześcienne.

1319. Co nazywamy *pierwiastkiem sześciennym* liczby danej?

1320. Oznacz pierwiastki sześcienne liczb:

1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729.

1321. Oznacz pierwiastki sześcienne liczb:

1331, 1728, 2197.

1322. Oznacz pierwiastki sześcienne liczb:

1000, 1000000, 1000000000.

1323. Oznacz pierwiastki sześcienne liczb:

$\frac{1}{8}, \frac{1}{27}, \frac{1}{64}, \frac{1}{125}, \frac{1}{216}, \frac{1}{343}, \frac{1}{512}, \frac{1}{729}, \frac{1}{1000}.$

1324. Oznacz pierwiastki sześcienne liczb:

$\frac{8}{27}, \frac{64}{343}, \frac{216}{729}, \frac{125}{216}, \frac{343}{8}.$

1325. Znajdź pierwiastki sześcienne liczb:

0,008; 0,216; 0,343.

1326. Znajdź pierwiastki sześcienne liczb:

0,000008; 0,000064; 0,000729.

1327. Sprawdź nierówności:

a) $2^3 < 18 < 3^3$;

b) $3^3 < 40 < 4^3$;

c) $4^3 < 70 < 5^3$;

d) $5^3 < 200 < 6^3$.

1328. Sprawdź równości:

a) $12^3 < 2000 < 13^3$;

b) $14^3 < 3000 < 15^3$;

c) $20^3 < 9000 < 21^3$.

1329. Co oznacza pierwiastek sześcienny liczby całkowitej *z przybliżeniem na jedność?*

Oznacz pierwiastki sześcienne z przybliżeniem na jedność liczb: 18, 40, 70, 200, 2000, 3000, 9000.

1330. Oznacz pierwiastki sześcienne z przybliżeniem na jedność: *a*) *przez niedomiar;* *b*) *przez nadmiar* liczb: 45, 82, 190, 430, 920.

Jeżeli liczba A sprawdza nierówność

$$m^3 < A < (m + 1)^3,$$

to m nazywa się jej pierwiastkiem sześciennym przez niedomiar, $(m + 1)$—przez nadmiar.

1331. Które z liczb: 729, 1331, 1500, 1720, 2197, 2300, 3375, 4400 są sześcianami *zupełnemi*, a które sześcianami *niezupełnemi?* Oznacz tu pierwiastki sześcienne zupełne sześcianów zupełnych oraz przybliżone na jedność sześcianów niezupełnych.

1332. Wyciągnij pierwiastki sześcienne z liczb: 9, 60, 500, 900 z przybliżeniem na jedność.

1333. Oznacz z przybliżeniem na jedność:

$$\sqrt[3]{2400};\quad \sqrt[3]{9300};\quad \sqrt[3]{10648};\quad \sqrt[3]{12500};\quad \sqrt[3]{17600};$$

$$\sqrt[3]{19684};\quad \sqrt[3]{29795};\quad \sqrt[3]{39310}.$$

1334. Oznacz z przybliżeniem na jedność:

$$\sqrt[3]{74090};\quad \sqrt[3]{103920};\quad \sqrt[3]{117656};$$

1335. Przy pomocy tablicy sześcianów w zadaniu 1279-em możesz bezpośrednio znaleźć pierwiastek sześcienny z przybliżeniem na jedność każdej liczby całkowitej od 1 do 1000000.

Znajdź pierwiastki sześcienne z przybliżeniem na jednośc liczb: 314850, 573600, 690000, 973333.

1336. Jeżeli

$$m^3 < A < (m + 1)^3,$$

to różnica $A - m^3$ jest mniejsza od $3\,m^2 + 3\,m + 1$. Sprawdź to na przykładach. (Porówn. zad. 1276).

1337. Wyciąganie pierwiastka sześciennego z liczb całkowitych (z przybliżeniem na jedność) uskutecznia się sposobem, podanym w poniższych przykładach:

a) $\sqrt[3]{72{\cdot}084} = 41$

$$\begin{array}{lr}
\underline{64} & 3\,.\,4^2 = 48..\\
80{\cdot}84 & 121\,.\,1 = \underline{121}\\
\underline{49\,21} & 4921\,.\,1\\
31\,63 &
\end{array}$$

$72084 = 41^3 + 3163;$

b) $\sqrt[3]{690{\cdot}921} = 88$

$$\begin{array}{lr}
\underline{512} & 3\,.\,8^2 = 192..\\
1789{\cdot}21 & 248\,.\,8 = \underline{1984}\\
\underline{1694{\cdot}72} & 21184\,.\,8\\
94\,49 &
\end{array}$$

$690921 = 88^3 + 9449.$

c) $\sqrt[3]{690921734} = 884$

$$\begin{array}{r} 94497{\cdot}34 \\ 93351\ 04 \\ \hline 1146\ 30 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 1984 \\ & 21184 \\ & 64 \\ \hline 3 \cdot 88^2 = & 23232.. \\ 2644 \cdot 4 = & 10576 \\ \hline & 2333776 \cdot 4 \end{array}$$

$$690921734 = 884^3 + 114630.$$

Objaśnij ten rachunek.

1338. Wyciągnij pierwiastki sześcienne z liczb:

320749, 414414, 575328.

1339. a) $\sqrt[3]{901432} = ?$

b) $\sqrt[3]{901422000} = ?$

c) $\sqrt[3]{123873425} = ?$

d) $\sqrt[3]{1123873425}$

1340. a) $\sqrt[3]{100000000} = ?$

b) $\sqrt[3]{1211211210} = ?$

c) $\sqrt[3]{78561432549815} = ?$

1341. Sprawdź nierówności:

a) $\left(1\frac{1}{3}\right)^3 < 3 < \left(1\frac{2}{3}\right)^3;$

b) $\left(2\frac{1}{4}\right)^3 < 15 < \left(2\frac{1}{2}\right)^3;$

c) $\left(3\frac{1}{6}\right)^3 < 32 < \left(3\frac{1}{3}\right)^3.$

1342. Sprawdź nierówności:

a) $(2,6)^3 < 18 < (2,7)^3$;
b) $3^3 < 29 < (3,1)^3$.
c) $(3,87)^3 < 58 < (3,88)^3$;

1343. Co oznacza pierwiastek sześcienny liczby danej z przybliżeniem: *a*) na $\frac{1}{2}$; *b*) na $\frac{1}{3}$; *c*) na $\frac{1}{5}$; *d*) na $\frac{1}{12}$?

1344. Co oznacza pierwiastek sześcienny liczby danej z przybliżeniem: *a*) na 0,1; *b*) na 0,01; *c*) na 0,001?

1345. Aby znaleźć pierwiastek sześcienny liczby danej m z przybliżeniem na $\frac{1}{n}$, należy tę liczbę pomnożyć przez n^3, z iloczynu mn^3 wyciągnąć pierwiastek sześcienny z przybliżeniem na jedność i otrzymany pierwiastek podzielić przez n.

Oznacz tym sposobem pierwiastek sześcienny liczby 15 z przybliżeniem na $\frac{1}{4}$.

1346. Oznacz pierwiastek sześcienny z liczby 32 z przybliżeniem na $\frac{1}{6}$.

1347. Oznaczyć:

$\sqrt[3]{24}$ z przybliżeniem na $\frac{1}{12}$;

$\sqrt[3]{100}$ „ „ $\frac{1}{25}$.

1348. Oznaczyć:

$\sqrt[3]{2}$ z przybliżeniem na 0,1;

$\sqrt[3]{3}$ z przybliżeniem na 0,01;

$\sqrt[3]{4}$ „ „ 0,001.

1349. Oznaczyć:

$\sqrt[3]{50}$ z przybliżeniem na 0,01;

$\sqrt[3]{7296}$ „ „ 0,001.

1350. Za pomocą sposobu, wskazanego w zadaniach poprzednich, potrafisz sam ułożyć tablicę pierwiastków sześciennych liczb całkowitych od 1 do 99 z przybliżeniem na 0,01, którą tu podajemy:

Tablica pierwiastków sześciennych.

Liczba	Pierwiastek sześcienny	Liczba	Pierwiastek sześcienny	Liczba	Pierwiastek sześcienny
1	1,000	16	2,520	31	3.141
2	1,260	17	2,571	32	3,175
3	1,442	18	2,621	33	3,208
4	1,587	19	2,668	34	3,240
5	1,710	20	2,714	35	3,271
6	1,817	21	2,759	36	3,302
7	1,913	22	2.802	37	3,332
8	2,000	23	2,844	38	3,362
9	2,080	24	2,884	39	3,391
10	2,154	25	2.924	40	3,420
11	2,224	26	2,962	41	3,448
12	2,289	27	3,000	42	3,476
13	2,351	28	3,037	43	3,503
14	2,410	29	3,072	44	3,530
15	2,466	30	3,107	45	3,557

Liczba	Pierwiastek sześcienny	Liczba	Pierwiastek sześcienny	Liczba	Pierwiastek sześcienny
46	3,583	64	4,000	82	4,344
47	3,609	65	4,021	83	4,362
48	3,634	66	4,041	84	4,380
49	3,659	67	4,062	85	4,397
50	3,684	68	4,082	86	4,414
51	3,708	69	4,102	87	4,431
52	3,733	70	4,121	88	4,448
53	3,756	71	4,141	89	4,465
54	3,780	72	4,160	90	4,481
55	3.803	73	4,179	91	4,498
56	3,826	74	4,198	92	4,514
57	3.849	75	4,217	93	4,531
58	3,871	76	4,236	94	4,547
59	3,893	77	4,254	95	4,563
60	3,915	78	4,273	96	4,579
61	3,936	79	4,291	97	4,595
62	3,958	80	4.309	98	4,610
63	3,979	81	4,327	99	4,626

1351. Przy pomocy powyższej tablicy oblicz:

a) $\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$;

b) $\sqrt[3]{30} - \sqrt[3]{20}$;

c) $2 - \sqrt[3]{4}$;

d) $2 - \sqrt[3]{6}$.

1352. *a)* $(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4}) \,.\, 10 = ?$

b) $(\sqrt[3]{50} - \sqrt[3]{40}) \,.\, 10 = ?$

1353. *a)* $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{4}) : 10 = ?$

b) $(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{65}) : 10 = ?$

1354. *a)* $\dfrac{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = ?$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{20} - \sqrt[3]{10}}{\sqrt{20} - \sqrt{10}} = ?$

1355. *a)* $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{3}} = ?$ *b)* $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{3} = ?$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{2} \,.\, \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{6}} = ?$ *d)* $\dfrac{\sqrt[3]{3} \,.\, \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{20}} = ?$

1356. Sprawdź, że:

a) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \dfrac{\sqrt[3]{18}}{3}$;

b) $\sqrt[3]{\frac{4}{5}} = \dfrac{\sqrt[3]{100}}{5}$;

c) $\sqrt[3]{\frac{5}{4}} = \dfrac{\sqrt[3]{80}}{4}$.

1357. Oznacz pierwiastki sześcienne ułamków:

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{3}.$$

1358. Oznacz pierwiastki sześcienne ułamków:

$$\frac{8}{25},\ \frac{25}{8},\ \frac{7}{64},\ \frac{64}{7}.$$

1359. a) $\sqrt[3]{\frac{11}{12}} = ?$ b) $\sqrt[3]{\frac{12}{11}} = ?$

c) $\sqrt[3]{\frac{7}{100}} = ?$ d) $\sqrt[3]{\frac{100}{7}} = ?$

e) $\sqrt[3]{\frac{3}{512}} = ?$ f) $\sqrt[3]{\frac{512}{3}} = ?$

1360. a) $\sqrt[3]{\frac{1}{10}} \cdot 100 = ?$

b) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{8}} = ?$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt[3]{\frac{7}{12}} \cdot \sqrt[3]{\frac{12}{7}} = ?$

1361. a) $\sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[3]{\frac{7}{100}} \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{7}} = ?$

b) $\sqrt[3]{12\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{49}} \cdot \sqrt[3]{\frac{49}{32}} = ?$

c) $\sqrt[3]{2\frac{3}{7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{49}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{17}} = ?$

1362. Oznacz pierwiastek sześcienny liczby 10,2 z przybliżeniem na 0,1.

1363. Oznacz pierwiastek sześcienny liczby 25,3672 z przybliżeniem na 0,01.

1364. Oznaczyć pierwiastek sześcienny liczby 100 z przybliżeniem na 0,001.

1365. Oznacz:

a) $\sqrt[3]{3{,}012}$ z przybliżeniem na 0,1;

b) $\sqrt[3]{0{,}0724}$ „ „ 0,01;

c) $\sqrt[3]{0{,}896324}$ „ „ 0,001;

1366. Obliczyć:

a) $\sqrt[3]{48{,}246}$ z przybliżeniem na 0,1;

b) $\sqrt[3]{12384{,}24}$ „ „ 0,01.

1367. *a)* $\sqrt[3]{41{,}5} \cdot \sqrt[3]{200} = ?$

b) $\frac{7}{\sqrt[3]{1{,}2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2{,}4}}{\sqrt[3]{3{,}6}} = ?$

1368. *a)* $\sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{12}} \cdot \sqrt[3]{0.5} = ?$

b) $\sqrt[3]{0{,}2} \cdot \sqrt[3]{0{,}3} \cdot \sqrt[3]{1{,}5} = ?$

c) $\sqrt[3]{0{,}02} \cdot \sqrt[3]{0{,}003} \cdot \sqrt[4]{0{,}0036} = ?$

1369. Objętość sześcianu wynosi 753571 cm^3; oznaczyć długość jego krawędzi.

1370. Oznaczyć długość (przybliżoną) krawędzi sześcianu, którego objętość wynosi 100 dm^3.

1371. Oznaczyć długość krawędzi sześcianu, wiedząc, że objętość jego równa się objętości prostopadłościanu, którego krawędzie mają długości 76 cm, 19 cm, 16 cm.

1372. Ile dm długości ma krawędź sześcianu, jeżeli objętość jego równa się objętości prostopadłościanu, którego krawędzie mają długości: $\sqrt[3]{36}$ dm, $\sqrt[3]{3}$ dm, $\sqrt[3]{2}$ dm?

1373. Stosunek objętości dwóch sześcianów równa się 5 : 3; jaki jest stosunek krawędzi tych sześcianów?

1374. Objętość kuli wynosi 1000 dm^3; oznaczyć długość (przybliżoną) promienia tej kuli.

1375. Objętość kuli wynosi 4860 cm^3; oznaczyć długość (przybliżoną) średnicy tej kuli.

1376. Objętość kuli równa się objętości prostopadłościanu, którego krawędzie mają długości 28 cm, 30 cm, 40 cm. Oznaczyć długość (przybliżoną) promienia kuli.

1377. Oznaczyć stosunek promieni dwóch kul, wiedząc, że stosunek ich objętości równa się: *a*) 2 : 1; *b*) 3 : 1; *c*) 10 : 1.

VII. ZADANIA RÓŻNE.

1378. Wyobraź sobie wypisane wszystkie liczby całkowite jedno i dwucyfrowe. Oznacz ile razem zawierają cyfr.

1379. Ile razem cyfr zawierają wszystkie liczby całkowite od 1 do 999 włącznie?

1380. Ile razem cyfr zawierają wszystkie liczby całkowite od 1 do 9999 włącznie?

1381. Wypisz szereg liczb całkowitych, nie oddzielając liczb, w ten sposób:

1234567891011121314151617....

Niechaj ostatnią liczba wypisaną będzie $10^n - 1$ (t. j. liczba 999....9, w której jest n dziewiątek). Oznacz liczbę cyfr w powyższym szeregu.

Liczba ta, nazwijmy ją k, będzie równa wyrażeniu:

$$k = 9\,(1 + 2 \,.\, 10 + 3 \,.\, 10^2 + 4 \,.\, 10^3 + \ldots\, n \,.\, 10^n).$$

a) Dla $n = 1$ otrzymujemy stąd $k = 9$;

b) Dla $n = 2$, $k = 9\,(1 + 2 \,.\, 10) = 9 \,.\, 21 = 189$ (porówn. zad. 1378);

c) Dla $n = 3$, $k = 9\,(1 + 2 \,.\, 10 + 3 \,.\, 10^2) = 9 \,.\, 321 = 2889$ (porówn. zad. 1379);

d) Dla $n = 4$, $k = 9 . (1 + 2 . 10 + 3 . 10^2 + 4 . 10^3) = 9 . 4321 = 38889$ (porówn. zad. 1380).

e) Dla $n = 5$, $k = 9 (1 + 2 . 10 + 3 . 10^2 = 4 . 10^3 + 5 . 10^4) = 9 . 54321 = 488889$;

f) Oznacz liczbę k dla $n = 5, 6, 7, 8$ i t. d.

1382. Książka ma stronic 367; ilu potrzeba cyfr do oznaczenia wszystkich stronic?

1383. W szeregu, podanym w zadaniu 1381-em, oznacz cyfrę: *a*) dziesiątą: *b*) trzydziestą; *c*) pięćdziesiątą.

1384 Jaka jest cyfra: *a*) setna; *b*) sto ośmdziesiąta tego szeregu?

1385. Oznaczyć cyfrę 76542-ą szeregu.

Zadanie to można rozwiązać w ten sposób: Według zadania 1381-go na liczby od 1 do 9999 potrzeba cyfr 38889, na liczby od 1 do 99999—cyfr 488889; ponieważ liczba 75642 zawiera się pomiędzy 38889 a 488889, przeto cyfra 75642-a szeregu należy do grupy liczb szeregu, zaczynającej się od 10000, t. j. do grupy liczb pięciocyfrowych. Odejmując 38889 od 75642, znajdujemy 36753, co oznacza, że szukana cyfra znajduje się w 36753-ej liczbie grupy liczb pięciocyfrowych. Dzieląc 36753 przez 5, otrzymujemy na iloraz 7350 i resztę 3, co oznacza, że szukana cyfra jest *trzecią* w 7351-ej liczbie pięciocyfrowej; tą liczbą jest oczywiście 100000 + 7350 t. j. 17350, a więc szukaną cyfrą jest *3*.

Oznacz 96534-ą cyfrę szeregu.

1386. Oznaczmy dla krótkości liczby: 9, 189, 2889, 38889, 488889, 5888889 i t. d., podane w zadaniu 1381-em, przez $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$.... t. j. oznaczmy w ogólności przez k_n liczbę cyfr w szeregu

$$12345678910111213141516 1718...,$$

obejmującą wszystkie liczby jednocyfrowe, dwucyfrowe... aż do ostatniej n cyfrowej. Oznaczmy dalej dla skrócenia liczby

$$1, 11, 111, 1111, 11111, 111111...,$$

przez $1_1, 1_2, 1_3, 1_4, 1_5, 1_6$..., t. j. oznaczmy w ogólności przez 1_n liczbę złożoną z n razy powtórzonej cyfry 1.

Przy pomocy tych oznaczeń można wypowiedzieć ogólnie następujące prawidło rozwiązywania zadań, podobnych do 1383-go i następnych:

Niechaj szukaną będzie s-a cyfra szeregu. Oznaczmy liczby k_{n-1} i k_n, między któremi zawiera się s, t. j. aby było

$$k_{n-1} < s < k_n.$$

Do liczby s dodajmy 1_n, podzielmy $s + 1_n$ przez n, niechaj iloraz dzielenia będzie q i reszta r.

Otóż, 1-o, jeżeli r nie jest zerem, to cyfra szukana jest cyfrą s-ą (od ręki lewej) liczby 9; 2-o, jeżeli $r = 0$, to cyfra szukana jest cyfrą pierwszą (od ręki prawej) liczby $q - 1$.

Sprawdźmy to prawidło. Niechaj s, jak w zadaniu 1385-em, będzie równe 76542. Mamy wprost

$$38889 < 76542 < 488889,$$

t. j.

$$k_4 < s < k_5,$$

a więc $n = 5$. Do liczby s dodajmy tedy 1_5, t. j. wykonajmy dodawanie:

$$75642 + 11111 = 86753.$$

Podzielmy 86753 przez 5, otrzymujemy iloraz 17350 i resztę 3. A zatem cyfra szukana jest cyfrą *trzecią* liczby 17350, t. j. równa się *3*, jak być powinno.

Prawidło to podał d'Ocagne w roku 1890. Rozwiąż przy pomocy tego prawidła zadanie dla $s = 18564$, 326746, 1000000.

1387. Utwórz szereg liczb całkowitych, którego pierwszemi wyrazami są 0 i 1 i którego każdy następny wyraz równa się sumie dwóch poprzedzających.

Oznacz 12-ą liczbę tego szeregu.

Szereg ten nazywa się szeregiem Fibonacci'ego.

1388. Oznacz sumę: *a*) dwóch pierwszych; *b*) trzech pierwszych; *c*) czterech pierwszych i t. d.; *d*) dwunastu pierwszych wyrazów tego szeregu.

1389. Sprawdź, że suma pięciu pierwszych wyrazów szeregu, powiększona o 1, równa się wyrazowi siódmemu; suma sześciu pierwszych wyrazów, powiększona o 1, równa się wyrazowi ósmemu i t. d.

Wypowiedz prawidło ogólne.

1390. Wykonaj działania?

a) $1 . 9 + 2 = ?$

b) $12 . 9 + 3 = ?$

c) $123 . 9 + 4 = ?$

d) $1234 . 9 + 5 = ?$

e) $12345 . 9 + 6 = ?$

f) $123456 . 9 + 7 = ?$

g) $1234567 \,.\, 9 + 8 = ?$
h) $12345678 \,.\, 9 + 9 = ?$

1391. Wykonaj działania:

a) $9 \,.\, 9 + 7 = ?$
b) $98 \,.\, 9 + 6 = ?$
c) $987 \,.\, 9 + 5 = ?$
d) $9876 \,.\, 9 + 4 = ?$
e) $98765 \,.\, 9 + 3 = ?$
f) $987654 \,.\, 9 + 2 = ?$
g) $9876543 \,.\, 9 + 1 = ?$
h) $98765432 \,.\, 9 + 0 = ?$

1392. *a*) $9^2 = ?$ *f*) $9 \,.\, 7 = ?$
b) $99^2 = ?$ *g*) $99 \,.\, 77 = ?$
c) $999^2 = ?$ *h*) $999 \,.\, 777 = ?$
d) $9999^2 = ?$ *i*) $9999 \,.\, 7777 = ?$
e) $99999^2 = ?$ *k*) $99999 \,.\, 77777 = ?$

1393. Obliczyć kolejno potęgi liczby 2, t. j. $2^1 = 2$, $2^2 = 2 \,.\, 2$, $2^3 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2$, $2^4 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2$,

$$2^5 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2$$

aż do potęgi 2^{15}.

1394. Sprawdź, że:

$$2^{16} = 65536;$$
$$2^{32} = 4294967296.$$

1395. Sprawdź, że ostatnie cyfry potęg liczb całkowitych są:

potęgi pierwsze: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;
„ drugie: 0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1;
„ trzecie: 0, 1, 8, 7, 4, 5, 6, 3, 2, 9;

potęgi czwarte: 0, 1, 6, 1, 6, 5, 6, 1, 6, 1;
„ piąte: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
i t. d. i t. d.

Wnosimy stąd:

a) że potęga piąta liczby całkowitej kończy się na tę samą cyfrę, co sama liczba; że potęga szósta kończy się na tę samą cyfrę, co potęga druga i t. d.

b) Wszelka potęga liczby zakończonej na cyfrę 6 kończy się zawsze na cyfrę 6.

1396. Wypisz szereg liczb nieparzystych:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15....;

oznacz sumę dwóch, trzech, czterech, pięciu, sześciu i t. d. wyrazów tego szeregu. Przekonasz się, że suma dwóch wyrazów jest równa 2^2, suma trzech wyrazów jest 3^2, suma czterech wyrazów jest 4^2 i t. d. (Porówn. zad. 1112).

1397. Kolejne liczby całkowite 1, 2, 3, 4, 4, 6,.... można przedstawić w sposób następujący:

$$1 = 1;\ 2 = 2;\ 3 = 2 + 1;\ 4 = 2^2;\ 5 = 2^2 + 1;$$
$$6 = 2^2 + 2;\ 7 = 2^2 + 2 + 1;\ 8 = 2^3;\ 9 = 2^3 + 1;$$
$$10 = 2^3 + 2;\ 11 = 2^3 + 2 + 1;\ 12 = 2^3 + 2;$$
$$13 = 2^3 + 2 + 1$$

i t. d. Słowami: każda liczba całkowita daje się przedstawić, jako suma różnych potęg liczby 2 (1 uważamy jako potęgę *zerową*, 2 jako potęgę *pierwszą* liczby 2).

Przedstaw w ten sposób liczby całkowite od 14 do 100.

1398. Przedstaw w sposób wskazany liczby: 183, 384, 771, 999.

1399. Przedstawienie, o którem mowa, daje się uskuteczniać za pomocą kolejnych dzieleń przez 2. Niechaj będzie liczba 1311. Wykonajmy dzielenie według schematu:

	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1311	655	327	163	81	40	20	10	5	2	1
1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	

Dzielimy 1311 przez 2, otrzymujemy iloraz 655 z resztą 1; dzielimy 655 przez 2, otrzymujemy iloraz 327 z resztą 1 i t. d. póki nie dojdziemy do ostatniego ilorazu 1 z resztą 0. Otrzymujemy stąd bezpośrednio:

$$1311 = 2^{10} + 2^{8} + 2^{4} + 2^{3} + 2^{2} + 2 + 1.$$

Sprawdź to.

Rozłóż według tej metody liczby: 3732, 4564, 9999.

1400. Przedstawić w układzie *dwójkowym* liczenia liczby: 84, 901, 735, 1326, 79648.

W układzie dwójkowym wystarczają dwie cyfry 1 i 0 do przedstawienia wszelkich liczb całkowitych.

1401. Co oznaczają liczby: 11, 101, 1011, 11011, 111111, napisane w układzie dwójkowym.

1402. Ułożyć tablicę mnożenia w układzie dwójkowym odpowiadającą tablicy mnożenia w układzie dziesiętnym od 1 . 1 do 4 . 4 = 16.

1403. Mając ciężarki:

1 g, 2 g, 4 g, 8 g, 16 g. 32 g,

potrafimy przy ich pomocy zważyć każde ciało, ważące całkowitą liczbę gramów od 1 do 63. Objaśnij to. (Porówn. zad. 1397).

1404. *a*) $2 \cdot 3^2 + 3 + 1 = ?$
b) $2 \cdot 3^3 + 3^2 + 2 \cdot 3 + 1 = ?$
c) $3^4 + 3^2 + 2 \cdot 3 + 1 = ?$
d) $3^6 + 3^4 + 3^2 = ?$

1405. Przedstaw liczby: 8, 15, 27, 120, 145, 617, 2238, 8614 w układzie *trójkowym* liczenia.

W układzie trójkowym wystarczają trzy cyfry: 0, 1, 2 do przedstawienia wszelkiej liczby całkowitej.

1406. Co oznaczają liczby 10, 200, 1000, 1201, 10001, 112112, napisane w trójkowym układzie liczenia?

1407. Napisz tablicę kwadratów w układzie trójkowym odpowiadającą tablicy kwadratów w układzie dziesiętnym od 1^2 do 20^2. (Porówn. zad. 1193).

1408. Co oznaczają liczby: 54, 320, 22450, 50000, napisane w *szóstkowym* układzie liczenia?

1409. W układzie *dwunastkowym* potrzeba dwunastu cyfr do przedstawienia liczb całkowitych; niechaj będą niemi: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, α, β, z których α oznacza 10, β oznacza 11. Przedstaw w układzie dwunastkowym wszystkie liczby całkowite od jednego do stu czterdziestu czterech.

1410. Co oznaczają liczby: 408, 37α, $7\alpha3\beta$, $398\alpha0\beta$, $\beta245\alpha$, napisane w układzie dwunastkowym?

1411. Przedstaw w układzie dwunastkowym następujące liczby układu dziesiętnego: 36, 360, 8420, 93432, 100000, 486749.

1412. Sprawdź, że *a*) liczby: $1+2$; $1+2.3$; $1+2.3.5$; $1+2.3.5.7$; $1+2.3.5.7.11$ pierwszemi; *b*) liczba $1+2.3.5.7.11.13$ jest podzielna przez 59; *c*) liczba $1+2.3.5.7.11.13.17$ podzielna przez 19.

1413. Ile dzielników ma każda z liczb: 60, 64, 360, 5082, 76066?

1414. Liczby:

$$2^3 . 3^2 . 5 = 360;$$
$$3^3 . 5^2 . 7 = 4725;$$
$$7^3 . 11^2 . 13 = 539539$$

mają równą liczbę dzielników. Sprawdź to.

1415. Liczba dzielników liczby $2^4 . 3^3 . 5^2 = 10800$ równa się $(4+1).(3+1).(2+1)$. Sprawdź to. Do dzielników liczby danej włączamy 1 i samą liczbę daną.

1416. Liczba $2^5 . 5^3 . 7^2$ ma dzielników

$$(5+1).(3+1).(2+1).$$

Sprawdź to.

1417. Liczba całkowita:

$$n = a^\alpha b^\beta c^\gamma \ldots$$

gdzie a, b, c... są liczby pierwsze różne, ma dzielników

$$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)\ldots.$$

Sprawdź to dla różnych liczb całkowitych.

Liczba dzielników liczby danej zależy tylko od wykładników α, β, γ... nie zależy się zaś od samych czynników pierwszych a, b, c...

1418. Ile dzielników mają liczby: $2^5, 3^5, 11^5, 13^5, 17^5$?

1419. Jaka jest najmniejsza liczba całkowita, mająca 15 dzielników?

1420. Oznacz sumę *wszystkich dzielników* liczby 360.

Oznacz sumę *części wielokrotnych* liczby 360.

Ta suma jest o 360 mniejsza od poprzedzającej.

1421. Oznacz sumę dzielników liczby 1000.

1422. Oznacz sumę dzielników liczb: *a*) 1200; *b*) 6250; *c*) 76551.

1423. Suma dzielników liczby

$$2^4 \, . \, 3^2 \, . \, 5 = 720$$

równa się

$$\frac{2^5 - 1}{2 - 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3 - 1} \cdot \frac{5^2 - 1}{5 - 1}.$$

Sprawdź to.

1424. Suma dzielników liczby

$$3^4 \, . \, 5^2 \, . \, 7 = 14175$$

równa się

$$\frac{3^5 - 1}{3 - 1} \cdot \frac{5^3 - 1}{5 - 1} \cdot \frac{7^2 - 1}{7 - 1}.$$

Sprawdź to.

1425. Suma wszystkich dzielników liczby całkowitej

$$n = a^\alpha b^\beta c^\gamma \ldots$$

gdzie a, b, c... są czynniki pierwsze różne, równa się

$$\frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \cdot \frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} \cdot \frac{c^{\gamma+1} - 1}{c - 1} \ldots$$

Sprawdź to dla rozmaitych liczb całkowitych np. dla $n = 800, 6000, 6860, 10890$.

1426. Oznacz sumę części wielokrotnych liczb: *a*) 5; *b*) 28; *c*) 496.

1427. Oznacz sumę części wielokrotnych liczby 8128.

1428. Oznacz sumę części wielokrotnych liczby
a) $2^3 . (2^3 - 1)$; *b)* $2^5 . (2^5 - 1)$.

1429. Oznacz sumę części wielokrotnych liczby $n = 2^{p-1} . (2^p - 1)$, w której p i $2^p - 1$ są liczbami pierwszemi.

1430. Liczba całkowita, która jest równa sumie swych części wielokrotnych, nazywa się liczbą *doskonałą*. Liczbami doskonałemi są liczby podane w zadaniach 1426 i 1427.

1431. Liczba $2^{p-1} . (2^p - 1)$, określona w zadaniu 1429-em, jest liczbą doskonałą. Sprawdź to.

1432. Różnice:

7543 — 3457, 8192 — 2918,

62343 — 34326, 812456 — 654218

są podzielne przez 9. Sprawdź to.

1433. Różnica pomiędzy liczbą całkowitą i tąż liczbą odwróconą (którą otrzymujemy, pisząc cyfry pierwszej w porządku odwrotnym), jest podzielna przez 9. Dlaczego?

1434. Sumy:

52 + 25, 3814 + 4183, 432651 + 156234

są podzielne przez 11. Sprawdź to.

1435. Suma liczby całkowitej i tejże liczby odwróconej jest podzielna przez 11, jeżeli liczba dana ma parzystą liczbę cyfr. Dlaczego?

1436. Każda liczba nieparzysta jest wielokrotnością liczby 4, powiększoną lub zmniejszoną o 1. Dlaczego? Sprawdź to.

1437. Kwadrat każdej liczby nieparzystej, po podzieleniu przez 8, daje resztę równą 1. Dlaczego? Sprawdź to.

1438. Jeżeli liczba m jest większa od liczby n lub równa n, to jedna z liczb: m, n, $m + n$, $m - n$, $2m + n$, $2m - n$ musi być podzielna przez 5. Dlaczego? Sprawdź to.

1439. Iloczyn trzech liczb całkowitych kolejnych jest zawsze podzielny przez 6. Dlaczego? Sprawdź to.

1440. Iloczyn $m\,(m + 1)\,.\,(2m + 1)$, gdzie m jest liczbą całkowitą, jest zawsze podzielny przez 6. Dlaczego? Sprawdź to.

1441. Iloczyn czterech liczb całkowitych kolejnych jest zawsze podzielny przez 24. Dlaczego? Sprawdź to.

1442. Iloczyn pięciu liczb całkowitych kolejnych jest zawsze podzielny przez 120. Dlaczego? Sprawdź to.

1443. Różnica kwadratów dwóch liczb całkowitych niepodzielnych przez 3 jest podzielna przez 3. Dlaczego?

1444. Suma lub różnica kwadratów dwóch liczb niepodzielnych przez 5 jest podzielna przez 5. Dlaczego? Sprawdź to.

1445. Iloczyn

$$m\,.\,n\,.\,(m^2 + n^2)\,.\,(m^2 - n^2),$$

w którym m i n są jakiekolwiek liczby całkowite, jest zawsze podzielny przez 30. Dlaczego? Sprawdź to.

1446. Jeżeli liczba m jest kwadratem zupełnym, to iloczyn $m\,.\,(m + 1)\,.\,(m - 1)$ jest zawsze podzielny przez 60. Sprawdź to.

1447. Sprawdź równość

$$10m + n = 7(m + n) + 3(m - 2n)$$

dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1448. Z poprzedzającej równości wynika, że: 1-o) jeżeli liczba $10m + n$ jest podzielna przez 7, to i liczba $m - 2n$ jest podzielna przez 7, i odwrotnie; 2-o) jeżeli liczba $10m + n$ jest niepodzielna przez 7, to i liczba $m - 2n$ jest niepodzielna przez 7, i odwrotnie; 3-o) liczby $10m + n$ i $3(m - 2n)$ dają po podzieleniu przez 7 reszty równe.

Sprawdź to.

1449. Zastosuj powyższe prawidło do oznaczenia, czy liczba dana jest podzielna czy niepodzielna przez 7; oznacz np. które z liczb 3834, 20756, 34349, 183810, 143213 są podzielne, a które niepodzielne przez 7?

1450. Z powyższego prawidła wynika także, że liczby:

$$3243, \quad 3(324 - 6) = 3 . 318 = 954,$$
$$3(95 - 8) = 3 . 87 = 261, \quad 3(26 - 2) = 3 . 24 = 72$$

dają wszystkie po podzieleniu przez 7 resztę równą 2.

1451. Sprawdź równość

$$10m + n = 11m - (m - n)$$

dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1452. Z poprzedzającej równości wynika, że liczba $10m + n$, po podzieleniu przez 11, daje taką samą resztę, jak liczba $m - n$.

Sprawdź to.

1453. Zastosuj to prawidło do oznaczenia, czy dana liczba całkowita jest podzielna lub niepodzielna przez 11;

oznacz np. które z liczb 3732, 8315, 100001, 134572 są podzielne, a które niepodzielne przez 11.

1454. Sprawdź równość

$$10m + n = 13(m + n) - 3(m + 4n)$$

dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1455. Z poprzedzającej równości wynika, że liczby $10m + n$ i $m + 4n$ są obie równocześnie podzielne lub obie równocześnie niepodzielne przez 13. Sprawdź to.

1456. Na tej podstawie, oznaczenie podzielności lub niepodzielności danej liczby $10m + n$ przez 13 sprowadza się do oznaczenia podziełności lub niepodzielności przez 13 liczby $m + 4n$.

Oznacz tym sposobem podzielność lub niepodzielność przez 13 następujących liczb: 169, 472, 8320, 10032, 57643.

1457. Sprawdź równość

$$10m + n = 17(m - 2n) - 7(m - 5n)$$

dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1458. Z tej równości wynika, że liczby $10m + n$ i $m - 5n$ są równocześnie obie podzielne lub obie niepodzielne przez 17. Sprawdź to.

1459. Na tej podstawie, oznaczenie podzielności lub niepodzielności liczby danej $10m + n$ przez 17 sprowadza się do oznaczenia podzielności lub niepodzielności przez 17 liczby $m - 5n$. Oznacz tym sposobem, które z liczb: 340, 7320, 14450, 73214, 368925 są podzielne, a które niepodzielne przez 17?

1460. Sprawdź równość

$$10m + n = 19(m + n) - 9(m + 2n)$$

dla rozmaitych wartości liczb m i n.

1461. Wyprowadź stąd sposób oznaczenia, czy dana liczba całkowita jest lub nie jest podzielna przez 19.

1462. Które z liczb: 3432, 68590, 193243, 27968 są podzielne, które niepodzielne przez 19?

1463. Z równości

$$10m + n = 23(m + 4n) - 13(m + 7n)$$

wyprowadź prawidło podzielności liczb całkowitych przez 23.

1464. Które z liczb całkowitych 5290, 38432, 12167, 16146, 138245 są podzielne, które niepodzielne przez 23?

1465. Z równości

$$10m + n = 29(m + 2n) - 19(m + 3n)$$

wynika prawidło do oznaczenia podzielności lub niepodzielności liczby całkowitej przez 29.

1466. Zastosuj to prawidło do liczb: 841, 3045, 8329, 24389, 261290.

1467. Z równości

$$10m + n = 31(m - 2n) - 21(m - 3n)$$

wynika, że liczba $10m + n$ jest podzielna lub niepodzielna przez 31, jeżeli liczba $m - 3n$ jest przez 31 podzielna lub niepodzielna. Sprawdź to.

1468. Oznacz, które z liczb 9610, 10324, 29791, 35340, 38179, 93437 są przez 31 podzielne, które zaś niepodzielne?

1469. Z równości

$$10m + n = 51(m - 4n) - 41(m - 5n)$$

wynika, że liczby $10m + n$ i $m - 5n$ są jednocześnie podzielne lub niepodzielne przez 51. (Porówn. zad. 1458).

1470. Które z liczb 2601, 17334, 132651, 181198, 366235 są podzielne, które niepodzielne przez 61?

1471. Z liczb

10, 11, 100, 101, 1000, 1001,

napisanych w systemie dwójkowym, które są podzielne a które niepodzielne przez liczbę dwa, w tym układzie oznaczaną przez 10?

1472. Jakie liczby w układzie dwójkowym są podzielne przez liczbę, którą w tym układzie oznaczamy przez 11?

1473. Jakie liczby w układzie dwójkowym są podzielne przez liczbę pięć (t. j. przez 101)?

1474. Jakie liczby w układzie czwórkowym są podzielne przez 3?

1475. Prawidło podzielności przez 3 w układzie czwórkowym i siódemkowym jest takie, jak w układzie dziesiętnym.

Sprawdź to.

1476. Znaleźć prawidło podzielności przez 11 w systemie dwunastkowym.

1477. Znaleźć prawidło podzielności przez 23 w układzie liczenia, którego podstawą jest 21.

1478. Stwierdzić, że ułamki

$$\frac{m-1}{m}, \quad \frac{m}{2m+1},$$

w których m jest dowolną liczbą całkowitą różną od jedności, są nieprzywiedlne.

1479. Suma m ułamków

$$\frac{1}{m+1}, \quad \frac{1}{m+2}, \quad \frac{1}{m+3}, \quad \frac{1}{2m},$$

gdzie m jest dowolną liczbą całkowitą, jest większa od $\frac{1}{2}$. Dlaczego?

1480. Z naczynia z winem wypito za pierwszym razem połowę wszystkiego wina i $\frac{1}{2}$ litra; za drugim połowę reszty i znowu $\frac{1}{2}$ litra; za trzecim połowę tego, co pozostało i $\frac{1}{2}$ litra; wtedy w naczyniu nic nie pozostało. Oznaczyć, ile litrów wina zawierało naczynie?

1481. Dzieciom rozdano orzechy w ten sposób: pierwsze dziecko dostało 100 orzechów i $\frac{1}{10}$ reszty, drugie 200 orzechów i $\frac{1}{10}$ reszty, trzecie 300 orzechów i $\frac{1}{10}$ reszty i t. d. Po rozdaniu okazało się, że każde z dzieci otrzymało jednakową liczbę orzechów. Oznaczyć liczbę dzieci.

1482. Zadanie z dzieła „Arithmetica universalis" Newtona (1707 r.):

12 wołów zjadło paszę na przestrzeni $3\frac{1}{3}$ morgi w przeciągu 4 tygodni, 21 wołów na 10 morgach w przeciągu 9 tygodni. Ile wołów zje trawę z 24 morg w przeciągu 18 tygodni? Przypuszcza się, że trawa na wszystkich polach jest jednakowej wysokości, że rośnie jednakowo i że każdy wół zjada dziennie tę samą ilość paszy.

Dla rozwiązania tego zadania trzeba przedewszystkiem z warunków jego oznaczyć przyrost trawy na każdem polu. Z 12 wołów każdy zjada w tydzień oczywiście $\frac{3\frac{1}{3}}{12.4}$ morgi trawy i jeszcze $\frac{1}{48}$ całkowitego przyrostu trawy na $3\frac{1}{3}$ morgach w ciągu 4 tygodni; z 21 wołów każdy zjada $\frac{10}{21.9}$ morgi i jeszcze $\frac{1}{189}$ część całkowitego przyrostu trawy na 10 morgach w 9 tygodni. Z porównania wypada, że przyrost trawy na mordze w ciągu tygodnia równa się $\frac{1}{12}$ morgi. Jeżeli uwzględnimy ten przyrost, to będziemy mogli sprowadzić zadanie do następującego: 12 wołów zjada trawę z $4\frac{4}{9}$ morgi w ciągu 4 tygodni; ile wołów zjada w ciągu dni 18 z 60 morgów, w przypuszczeniu, że trawa na polach jest jednakowej wysokości i że nie rośnie w czasie paszy?

1483. Oznacz największą liczbę całkowitą, zawartą w sumie:

a) $3 + 3\frac{1}{5} + 3\frac{2}{5} + 3\frac{3}{5} + 3\frac{4}{5}$;

b) $7 + 7\frac{1}{9} + 7\frac{2}{9} + 7\frac{3}{9} + 7\frac{4}{9} + 7\frac{5}{9} + 7\frac{6}{9}$;

c) $11 + 11\frac{1}{13} + 11\frac{2}{13} + 11\frac{3}{13} + 11\frac{4}{13} + 11\frac{5}{13}$
$+ 11\frac{6}{13} + 11\frac{7}{13} + 11\frac{8}{13} + 11\frac{9}{13} + 11\frac{10}{13} + 11\frac{11}{13} + 11\frac{12}{13}$.

1484. Wyraź pod postacią ułamka dziesiętnego sumę ułamków: *a*) $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$; *b*) $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}$; *c*) $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}$.

1485. Oznacz iloczyn dwóch ułamków dziesiętnych peryodycznych:

a) 0,7272.... × 0,5454....
b) 0,88.... × 0,324324....
c) 0,2728.... × 0,003003....

1486. Oznacz mianowniki ułamków zwyczajnych nieprzywiedlnych, które zamieniają się na dziesiętne peryodyczne: *a*) z jedną cyfrą; *b*) z dwiema cyframi; *c*) z trzema cyframi dziesiętnemi w peryodzie i t. d.

1487. Jeżeli ułamek nieprzywiedlny $\frac{m}{n}$ zamienia się na ułamek dziesiętny peryodyczny prosty, to liczba cyfr w peryodzie będzie równa najmniejszej liczbie całkowitej a, dla której różnica $10^a - 1$ jest podzielna przez n. Od licznika m liczba cyfr jest niezależną.

Sprawdź to.

1488. Oznaczyć sumę ułamków: $\frac{3471}{92568}, \frac{72594}{13803}, \frac{561}{3843}$ z przybliżeniem takiem, aby błąd (bezwzględny) był mniejszy od 0,0001.

1489. Długość roku zwrotnikowego wynosi

365,242217 dni (średnich słonecznych).

Jakie popełniamy błędy, przyjmując za długość roku następujące liczby dni: *a*) $365 + \frac{1}{4}$; *b*) $365 + \frac{1}{4} - \frac{3}{400}$; *c*) $365 + \frac{8}{33}$; *d*) $365 + \frac{1}{4} - \frac{1}{128}$; *e*) $365 + \frac{1}{5} + \frac{1}{24}$?

Liczba *a*) odpowiada kalendarzowi juliańskiemu: w którym rok zwyczajny ma dni 365, a co cztery lata dodaje się dzień jeden. Liczba *b*) odpowiada kalendarzowi gregoryańskiemu: rok zwyczajny ma dni 365; co cztery lata dodaje się dzień jeden, z wyjątkiem trzech razy w ciągu 400 lat. Liczba *c*) odpowiada kalendarzowi perskiemu, w którym dodaje się dzień co 4 lata w ciągu okresu 28-letniego, a następnie jeden dzień w końcu 5 lat.

1490. Gauss podał następujące prawidło do oznaczania daty Wielkiej Nocy w kalendarzu gregoryańskim. Niechaj m oznacza datę roku. Znajdź reszty z podzielenia liczby m przez 19, przez 4, przez 7; oznacz te reszty odpowiednio przez a, b i c. Znajdź następnie reszty z podzielenia $19 \cdot a + x$ przez 30; $26 + 4c + 6d + y$ przez 7, gdzie x dla stulecia 1800—1899 równa się 23, dla stulecia 1900—2009 równa się 24; y dla stulecia 1800—1899 równa się 4, dla stulecia 1900—2099 równa się 8. Oznacz dwie ostatnie reszty przez d i e. Datę Wielkiej Nocy wskazuje liczba

$$W = 22 + d + e,$$

oznaczająca, którego dnia marca przypada Wielka Noc. Jeżeli ta liczba jest większa od 31, wtedy należy oczywiście wziąć dzień $22 + d + e - 31 = d + e - 9$ kwietnia. Prawidło to ma dwa wyjątki: 1) jeżeli $d = 29$,

$e = 6$, wtedy należy wziąć nie 26 kwietnia, lecz 19 kwietnia; 2) jeżeli $d = 28$, $e = 6$, i $a > 10$, wtedy Wielka-Noc przypada nie 25 kwietnia, lecz 18 kwietnia.

Oznacz dzień Wielkiej Nocy w latach: 1895, 1896, 1897, 1798, 1899, 1900, 1910, 1920, 1930.

1491. Data Wielkiej Nocy w kalendarzu juliańskim (starego stylu) oznacza się według tego samego wzoru, z tą różnicą, że dla tego kalendarza jest stale $x = 15$, $y = 6$.

Oznacz datę Wielkiej Nocy w kalendarzu juliańskim w latach 1895, 1896, 1897, 1898, 1899, 1900, 1910, 1920, 1930.

1492. Tysiączna część milimetra nazywa się *mikronem* i oznacza się przez μ; tysiączna część mikronu nazywa się *milimikronem*. W milimikronach wyrażają się długości fal światła. Długości te są rozmaite dla różnych promieni w widmie; największa dotąd oznaczona długość fali wynosi 1940, najmniejsza 294,8 milimikronów; w widzialnej zaś części widma długości te zmieniają się od 760,4 do 393,3 milimikronów, malejąc od czerwonej ku fioletowej części widma. Oznaczyć stosunek długości fal: *a*) na granicach niewidzialnej; *b*) na granicach widzialnej części widma.

1493. Oznaczono, że długość metra międzynarodowego zmienia się zależnie od temperatury w ten sposób, że dla temperatury t długość ta równa się długości przy temperaturze 0^{0}, pomnożonej przez liczbę

$$1 + 0{,}000008651\,t + 0{,}000000001\,t^2.$$

Oznacz długość metra międzynarodowego w temperaturze: *a*) 50^0; *b*) 100^0.

1494. Jeżeli za jednostkę *prędkości* przyjmiemy prędkość wynoszącą centymetr na sekundę, to jaką liczbą wyrazić należy następujące prędkości: *a*) metr na sekundę; *b*) metr na minutę; *c*) kilometr na godzinę?

1495. Za jednostkę prędkości przyjmujemy prędkość wynoszącą metr na minutę. Jaką liczbą należy oznaczyć prędkości: *a*) 10000 metrów na godzinę; *b*) łokieć (polski) na sekundę; *c*) yard na sekundę. (Porówn. zad. 294).

1496. Prędkość: centymetr na sekundę, wyraża się niekiedy dla krótkości w ten sposób: cm : sek lub $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$. Należy wszakże pamiętać, że tu cm : sek nie jest ani ilorazem ani stosunkiem dwóch wielkości; oznacza tylko, że gdy jednostką prędkości jest centymetr na sekundę, to dla wyrażenia każdej innej prędkości w takich jednostkach należy *liczbę* centymetrów drogi dzielić przez *liczbę* sekund czasu.

Oznacz w sposób skrócony prędkości: *a*) kilometr na sekundę; *b*) kilometr na minutę; *c*) milimetr na sekundę.

1497. Oznacz stosunek prędkości:

a) $\frac{\text{cm}}{\text{sek}} : \frac{\text{m}}{\text{min}}$;

$$b)\ \frac{\text{km}}{\text{h}} : \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$$

h oznacza tu godzinę.

1498. Objaśnij i sprawdź:

$$a)\ \frac{\text{m}}{\text{sek}} = 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}};$$

$$b)\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 0{,}277...\ \frac{\text{m}}{\text{sek}}.$$

1499. *Przyspieszeniem* jest wielkość, służąca do oznaczenia *zmiany* prędkości ruchu. Jednostką przyspieszenia jest przyspieszenie, wynoszące jednostkę prędkości na jednostkę czasu. Przyspieszenia nie należy utożsamiać z prędkością. Jeżeli jednostką długości jest cm, jednostką czasu sekunda, to jednostką przyspieszenia będzie $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ na sekundę; stąd wynika następujące oznaczenie jednostki przyspieszenia:

$$\frac{\text{cm}}{\text{sek}} : \text{sek},$$

lub cm : sek². Należy pamiętać, że cm : sek² nie jest ani ilorazem ani stosunkiem. Tak np. w ruchu ciał wolno na ziemię spadających prędkość jest proporcyonalna do czasu, przyspieszenie zaś jest stałe.

Przyspieszenie to powiększa co sekundę prędkość ciała spadającego o jednę i tę samą prędkość 980 cm na sekundę. Oznaczając przyspieszenie przez g, możemy napisać:

$$g = 980 \, . \, \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}.$$

Wyrazić to przyspieszenie w stopach paryskich na sekundę, wiedząc, że stopa $= \frac{1}{6}$ sążnia, sążeń zaś $= 1{,}949090$ m.

1500. Przyjmując za jednostkę *masy* masę jednego grama (t. j. $\frac{1}{1000}$ część kilograma Archiwów Francyi), oznaczyć w tych jednostkach masę: *a*) funta angielskiego zwanego avoirdupois, równego 423,592428 g; *b*) grana — wiedząc, że 18827,15 granów stanowi 1 kg; *c*) funta rosyjskiego, wiedząc, że kilogram równa się 22594,86 dolom.

1501. *Gęstość* lub *masa właściwa* określa ilość masy, przypadającą na jednostkę objętości. Jednostką zatem gęstości jest gram na centymetr sześcienny; co możemy wyrazić za pomocą symbolu: $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Do tego symbolu stosuje się podobna uwaga jak w zad. 1495, 1499.

Gęstość możemy wyrazić za pomocą liczby doli w calu sześciennym: $\frac{\text{dol.}}{\text{cal sześć.}}$.

Oznacz stosunek:

$$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} : \frac{\text{dol.}}{\text{cal sześć.}}.$$

1502. Gęstość wody przy 4^0 C. równa się

$$0{,}899971 \frac{g}{cm^3}.$$

Wyraź te gęstości w jednostkach $\frac{\text{dol.}}{\text{cal sześć.}}$.

1503. Stosunek gęstości rtęci do gęstości wody przy 4^0 równa się 13,5956 : 1. Wyraź gęstość rtęci w jednostkach $\frac{\text{dol.}}{\text{cal sześć.}}$.

1504. *Ilością ruchu* poruszającej się masy jest to wielkość, wyrażająca się iloczynem liczby oznaczającej masę przez liczbę wyrażającą prędkość tej masy. Jeżeli za jednostkę masy weźmiemy masę jednego grama, za jednostkę prędkości centymetr na sekundę, to jednostką ilości ruchu będzie gram-centymetr na sekundę. Jednostkę tę można oznaczyć za pomocą symbolu $\frac{g\,.\,cm}{sek}$.

Ile takich jednostek zawiera w sobie ilość ruchu masy 100 g, poruszającej się z prędkością 25 m na minutę?

1505. W zadaniu 447-em była mowa o kilogrammetrze. Wielkością podobną jest *stopofunt* (angielski), wyrażający pracę, jaką należy wykonać, aby podnieść funt na wysokość jednej stopy. Oznacz stosunek stopofunta do kilogrammetra, jeżeli stopa ma 0,3048 m, funt zaś równa się 0,4536 kg.

1506. *Koniem parowym* nazywa się praca równa 75 kilogrammetrom na sekundę. Oznacz ile koni parowych stanowi praca: *a*) 300; *b*) 450; *c*) 750 kilogrametrów.

Kilogrammetr w skróceniu oznacza się przez kgm.

1507. Koń parowy angielski jest równy pracy 550 stopofuntów na sekundę. Oznacz stosunek konia parowego angielskiego do konia parowego w zadaniu poprzedzającem.

1508. Znaleźć liczbę, wiedząc, że pomnożywszy połowę tej liczby przez jej trzecią część, otrzymujemy iloczyn równy 6.

1509. Oznaczyć liczbę, wiedząc, że iloczyn jej dziewiątej części przez część szesnastą równa się 1.

1510. Oznaczyć liczbę, wiedząc, że ta liczba potrojona, po pomnożeniu przez tęż liczbę wziętą cztery razy, daje iloczyn równy 3888.

1511. Oznaczyć x, wiedząc, że

$$3x \cdot 7x = 189.$$

1512. Oznaczyć x, wiedząc, że

$$4x \cdot 5x = 5.$$

1513. Oznaczyć x, wiedząc, że

$$\frac{1}{7}x \cdot \frac{2}{3}x = 168.$$

1514. Powierzchnia prostokąta wynosi 180 cm^2; oznaczyć jego podstawę i wysokość, wiedząc, że stosunek pierwszej do drugiej równa się 4 : 5.

1515. Oznaczyć długość i szerokość pola, wiedząc, że stosunek długości do szerokości równa się 15 : 8 i że powierzchnia pola wynosi 27000 metrów kwadratowych.

1516. Pomnożono czwartą część liczby przez jej część piętnastą i do iloczynu dodano $\frac{3}{5}$; otrzymano 3. Oznaczyć tę liczbę.

1517. Znaleźć przybliżoną na 0,001 wartość liczby, której połowa, pomnożona przez trzecią część tejże liczby, daje iloczyn równy 10.

1518. Obliczyć wyrażenia:

$$a)\ \sqrt{2-\sqrt{2}};\quad b)\ \sqrt{3-\sqrt{3}}.$$

1519. Obliczyć wyrażenia:

$$a)\ \sqrt{3+\sqrt{5}};\quad b)\ \sqrt{5-\sqrt{5}}.$$

1520. Obliczyć wyrażenia:

$$a)\ \left(\sqrt[3]{3}\right)^3 - \left(\sqrt{3}\right)^2 = ?$$

$$b)\ \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = ?$$

1521. Sprawdź równość:

$$4\sqrt{5(5-2\sqrt{5})} = 6{,}498494.$$

1522. Znaleźć liczbę, wiedząc, że jeżeli połowę tej liczby pomnożymy przez jej część trzecią, a następnie iloczyn pomnożymy jeszcze przez piątą część liczby, otrzymamy 900.

1523. Oznaczyć x, wiedząc, że:

$$2x\ .\ 3x\ .\ 4x = 24.$$

1524. Oznaczyć x, wiedząc, że:

$$\frac{1}{2}x\ .\ \frac{1}{3}x\ .\ \frac{1}{4}x = \frac{1}{24}.$$

1525. Oznaczyć x, wiedząc, że:

$$3x \cdot 5x \cdot \frac{4}{9}x = \frac{9}{400}.$$

1526. Oznaczyć x, wiedząc, że:

$$\frac{3x \cdot 8x \cdot 12x}{25} = 104\frac{1}{6}.$$

1527. Oznaczyć przybliżoną na 0,01 wartości liczby x, wiedząc, że:

$$x \cdot 2x \cdot 3x = 10.$$

1528. Objętość sześcianu A jest dwa razy większa od objętości sześcianu B. Oznaczyć stosunek krawędzi pierwszego sześcianu do krawędzi drugiego.

1529. Obliczyć wyrażenia:

$$a)\ \sqrt{\sqrt[3]{10}};\quad b)\ \sqrt[3]{\sqrt{10}}.$$

1530. Obliczyć wyrażenia:

$$a)\ \sqrt[3]{\sqrt[3]{8}};\quad b)\ \sqrt[3]{\sqrt[3]{32}}.$$

1531. Obliczyć wyrażenia:

$$a)\ \sqrt[3]{\sqrt{24138569}};\quad b)\ \sqrt{\sqrt[3]{24137569}}.$$

1532. $a)\ \sqrt{\sqrt[3]{15}} - \sqrt[3]{\sqrt{15}} = ?$

$$b)\ \sqrt{\sqrt{256}} - \sqrt[3]{\sqrt[3]{262144}} = ?$$

1533. Geometrya uczy, że stosunek boku kwadratu wpisanego w koło (t. j. kwadratu, którego boki są cięciwami koła) do promienia koła równa się stosunkowi $\sqrt{2} : 1$. Obliczyć bok kwadratu wpisanego, jeżeli promień koła równa się: *a*) 3 dm; *b*) 20 dm; *c*) $15\sqrt{2}$ cm.

1534. Oznaczyć promień koła, wiedząc, że bok kwadratu w to koło wpisanego równa się: *a*) 18 cm; *b*) 1,4 dm; *c*) $2\sqrt{2}$ dm.

1535. Z geometryi wiadomo, że stosunek boku trójkąta równobocznego wpisanego w koło do promienia tego koła równa się $\sqrt{3} : 1$. Oznaczyć długość boku trójkąta, jeżeli promień koła równa się: *a*) 10 cm; *b*) 1,7 cm; *c*) $2\sqrt{3}$ dm.

1536. Oznaczyć długość promienia koła, wiedząc, że bok trójkąta foremnego, wpisanego w to koło, równa się: *a*) 42 cm; *b*) $5\sqrt{3}$ dm.

1537. Oznaczyć stosunek boku trójkąta równobocznego wpisanego w koło do boku kwadratu wpisanego w toż koło.

1538. Stosunek boku pięciokąta foremnego (mającego wszystkie boki równe i wszystkie kąty równe), wpisanego w koło, do promienia tego koła równa się, jak uczy geometrya, stosunkowi $\sqrt{10 - 2\sqrt{5}} : 2$. Obliczyć bok pięciokąta foremnego wpisanego w koło o promieniu równym 20 cm.

1539. Nakreśl trójkąt równoboczny ABC, którego każdy bok niechaj ma długości 4 cm. Z jednego z wierzchołków, np. z wierzchołka A, poprowadź wysokość AD (prostopadłą do podstawy BC). W trójkącie prostokątnym ABD przeciwprostokątna AB ma długość równą 4 cm; przyprostokątna BD równa się 2 cm (bo wysokość AD dzieli bok BC w punkcie D na dwie równe części). Na podstąwie zadania 1247-go oznacz stąd długość przyprostokątnej AD, t. j. wysokość trójkąta ABC.

1540. Powierzchnią trójkąta ABC w centymetrach kwadratowych znajdziesz, mnożąc liczbę centymetrów zawartych w podstawie przez liczbę centymetrów zawartych w wysokości i biorąc połowę tego iloczynu. Oznacz tę powierzchnią.

1541. Oznacz powierzchnią trójkąta równobocznego, którego bok ma długości: *a*) 5 cm; *b*) 6 cm; *c*) 10 cm.

1542. Oznacz bok kwadratu, którego powierzchnia równa się powierzchni trójkąta równobocznego o bokach, mających po 8 cm długości.

1543. Oznacz długość boku trójkąta równobocznego, wiedząc, że powierzchnia tego trójkąta wynosi 8,66 dm?

1544. Oznacz stosunek długości boku trójkąta równobocznego do boku kwadratu, którego powierzchnia równa się powierzchni tego trójkąta.

1545. Geometrya uczy, że dla znalezienia objętości walca prostego o podstawie kołowej np. w centymetrach sześciennych, należy liczbę centymetrów kwadratowych, zawartych w podstawie walca, pomnożyć przez liczbę centymetrów, zawartych w jego wysokości. Oznacz objętość walca, wiedząc, że promień podstawy ma 5 cm, wysokość walca 10 cm. (Porówn. zad. 1155).

1546. Oznacz w calach sześciennych objętość walca, wiedząc, że jego wysokość wynosi 14,5 cala, promień podstawy 3,2 cala.

1547. Oznacz objętość walca, wiedząc, że średnica jego podstawy równa się 3 dm, wysokość zaś jest 2 razy większa od tej średnicy.

1548. Oznaczyć wysokość walca, wiedząc, że objętość jego wynosi 2400 cm^3, promień zaś podstawy 7 cm.

1549. Oznaczyć promień podstawy walca, którego wysokość wynosi 15 cm, objętość 8800 cm^3.

1550. Oznaczyć powierzchnią całkowitą globu ziemskiego, przyjmując, że glob ten jest kulą i że obwód równika wynosi 4000 myryametrów.

1551. Oznaczyć w myryametrach sześciennych objętość globu ziemskiego.

1552. Stosunek promienia słońca do promienia ziemi równa się 108,6 : 1. Oznaczyć: *a*) stosunek powierzchni słońca do powierzchni ziemi; *b*) stosunek objętości słońca do objętości ziemi.

1553. Powierzchnia kuli A jest dwa razy większa od powierzchni kuli B; oznaczyć stosunek promienia pierwszej kuli do promienia drugiej.

1554. Objętość kuli A jest dwa razy większa od objętości kuli B; oznaczyć stosunek objętości pierwszej kuli do objętości drugiej.

1555. Jeżeli masę ziemi przyjmiemy za jedność, to masa słońca wyrazi się liczbą 324000; znając stosunek objętość słońca do ziemi (porówn. zad. 1552), oznacz stosunek gęstości (średnich) tych dwóch ciał niebieskich.

1556. Promień księżyca stanowi 0,2726 promienia ziemskiego; oznacz: *a*) stosunek powierzchni księżyca do powierzchni ziemi; *b*) stosunek objętości księżyca do objętości ziemi, w założeniu, że oba ciała są kulami.

1557. Masa księżyca stanowi 0,0123 masy ziemi; oznacz stosunek gęstości księżyca do gęstości ziemi.

1558. Masa Jowisza stanowi $\frac{1}{1500}$ część masy słońca; stosunek promienia Jowisza do promienia kuli ziemskiej równa się (przybliżenie) 11 : 1; oznaczyć: *a*) stosunek masy Jowisza do masy ziemi; *b*) stosunek gęstości Jowisza do gęstości ziemi.

1559. Merkury obiega około słońca w ciągu dni 87,97; Wenus w ciągu dni 224,7; stosunek odległości tych dwóch planet od słońca równa się przybliżenie 388 : 723. Porównaj kwadrat stosunku czasów obiegu z sześcianem stosunku odległości.

1560. Rozwiąż podobne zadanie dla Jowisza i Saturna, wiedząc, że czas obiegu pierwszej planety około słońca wynosi 11,8 lat, czas obiegu drugiej 29,4 lat; odległość pierwszej jest 5,2 razy, odległość drugiej 9,5 razy większa niż odległość ziemi od słońca.

1561. Rozwiąż podobne zadanie dla Marsa i Jowisza, wiedząc, że czas obiegu Marsa około słońca wynosi

1,9 roku, a jego odległość od słońca jest w stosunku 1,52 : 1 do odległości ziemi od słońca.

1562. Rozwiązawszy powyższe zadania, przekonasz się, że kwadrat stosunku czasów obiegu dwóch planet około słońca jest równy sześcianowi stosunku średnich odległości planet od słońca. Jeżeli czas obiegu jednej planety wynosi t lat, czas obiegu drugiej t' lat; odległość pierwszej od słońca a mil, odległość drugiej a' mil, będzie

$$\left(\frac{t}{t'}\right)^2 = \left(\frac{a}{a'}\right)^3$$

albo

$$\frac{t^2}{t'^2} = \frac{a^3}{a'^3}.$$

Ważne to prawo ruchu planet około słońca odkryte zostało przez Keplera (1619 r.) i nazywa się w astronomii trzeciem prawem Keplera.