LHULIER – ARYTMETYKA

Opis nr 45 679

ARYTMETYKA

SPOSOBEM DO POJĘCIA ŁATWYM

UŁOŻONA DAWNIÉJ

PRZEZ

P. LHULIERA O. G.

A PO PRZETŁUMACZENIU NA JĘZYK POLSKI

WYDANA PO RAZ TRZECI R. 1785.

teraz na nowo z poprawami i odmianami, zwłaszcza co do monet, miar i wag w obieg publiczny świéżo wprowadzonych

PRZEDRUKOWANA.

W WARSZAWIE,
W DRUKARNI XX. PIJARÓW.

1841.

Za pozwoleniem Cenzury Rządowéj.

CZĘŚĆ PIERWSZA.

O RACHUNKACH W LICZBACH CAŁKOWITYCH.

ROZDZIAŁ I.

O liczeniu.

Wieleby na tém zawisło, gdybyśmy znali drogę postępowania rozumu ludzkiego w naukach i rzemiosłach, tych osobliwie, których pożytek naypierwéj nam się czuć daie. Postrzeglibyśmy, że potrzeba pierwszą była nauczycielką człowieka, i przemyślnym go uczyniła w użyciu śrzodków do postępu w krótkim czasie dość prędkiego.

Ale tenże sam człowiek pierwszym swoim potrzebom dogodziwszy daley nie postępował; właśnie iak gdyby całą tę drogę iuż przebył, w którą ledwie że wkroczył.

Za każdą atoli nową potrzebą, widzielibyśmy uciekaiącego się do nowych przemysłów, i te, które mu iuż znaiome były na pomoc biorącego. Nie tak, iako ów robak, którego w tysiącznych pokoleniach robota, niczym się od pierwszéj nie różni, miał się człowiek co raz bardziéj do doskonałości, i przy poźnieyszych nikneły pierwsze przemysłu iego wynalazki.

Powolność w postępowaniu, same nawet omyłki iego, i błędy, byłyby dla nas nauką. Dochodząc ich przyczyn, chronić się ich uczylibyśmy, a tam naśladować, gdzie go prawdziwe światło z ciemności wyprowadzało. Lepiéy znaiąc naturę iego, sprężyny, które go dzielnym czynią, i przeszkody, które mu na zawadzie stoią, umielibyśmy lepiéj, pierwiastkowe iego wynalazki doskonalić, pomnażać ich skutki, a opory w dalszém zatrzymuiące działaniu znosić.

Wiadomość téj rozumu ludzkiego drogi, osobliwiéj iest użyteczna prawdziwym narodu ludzkiego przyiaciołom, którzy tak wielkiéj wagi urząd nauczania młodzieży sprawuią. Nie twierdząc, że tym tylko w życiu iesteśmy, czym nas wychowanie utworzyło, przeczyć nie można, że pierwsze w naukach zabrane wiadomości skuteczną są pomocą do dalszego w nich postępowania, i że zażycie początkowéj instrukcyi najwięcéj zawisło od sposobu, którym były nauki podawane.

Arytmetyka albo nauka rachunkowa, w poczet tych najpotrzebniejszych nauk bez wątpienia liczyć się powinna. Dzikie nawet narody, maią swóy sposób liczenia; ale wiadomość ich w téj mierze, tak niedaleko zasięga, iak rozum ich iest ograniczony. Wzaiemne związki człowieka żyiącego w społeczeństwie, coraz pomnażaią potrzeby iego, a potrzeba matka przemysłu, granice rozumu iego rospościera. Rożność i oddzielność maiątku, przyzwoitych każdemu zabiegów używać każe, do zachowania, i pomnożenia tego, co iego iest.

Pieniądze wprowadzone w społeczności

końcem oznaczenia maiątku, i przez zamianę nabycia rzeczy pierwszéj potrzeby, wiodą każdego w szczególności, by sobie znaczył stan fortuny swoiey, wydatków i potrzeb swoich. Handel się między odległemi narodami ustanawia, ułatwiaią się trudności, które dalekość sprawuie, iedna tylko robi się na ziemi familia, gdzie każdy wchodzi w społeczność ieden z drugim. Co przedtém iednego tylko kraiu ziemia wydawała, iuż i drugi w to obfituie; każdy naród przemysłu swego używaiąc do tego, co mu łatwiej przychodzi, pożytkować i z cudzego ieszcze przemysłu usiłuie, i wnosi do powszechnego skarbu owoc pracy swoiéj.

W pośrzód tłumu rozlicznych interesów, gdzie każdy szuka zysku swego, cóż czynić będzie ów człowiek, który nie umie sobie dać sprawy z tego, co zyskał i co utracił? Ofiarą stawszy się niewiadomości, czyliż przeszkodzić może, aby maiątek iego nie wpadł w ręce tych, którzy go otaczaią, i szukaią z niewiadomości iego zysków swoich?

Nie mogąc się w istocie stawić w piérwszych wiekach świata, dla oddania winnego hołdu szczęśliwym owym geniuszom, którzy krok piérwszy w nauce rachunkowéj uczynili; usiłuymy przynajmniéj pod iakim pozornêm podobieństwem, wystawić przed oczy postępek wynalazku w téj nauce.

Niech naprzykład podróżny iaki, chce wiedzieć długość drogi, którą przechodzi, z wielości kroków, które czyni. Będzie on musiał użyć iakiego znaku, dla wystawienia sobie w myśli każdego w szczególności kroku, i znowu innego znaku, któryby mu przypominał wielość tychże kroków. Gdyby za każdym krokiem, wymawiał to iedno tylko naprzykład słowo *raz*, trudnośćby ta sama ieszcze została; boby mu trzeba nadto wiedzieć, wiele razy to samo słowo wymówił. Nienależałoż mu więc zaraz każdy krok osobnym nazwać imieniem, niepowtarzaiąc próżno tegoż samego słowa.

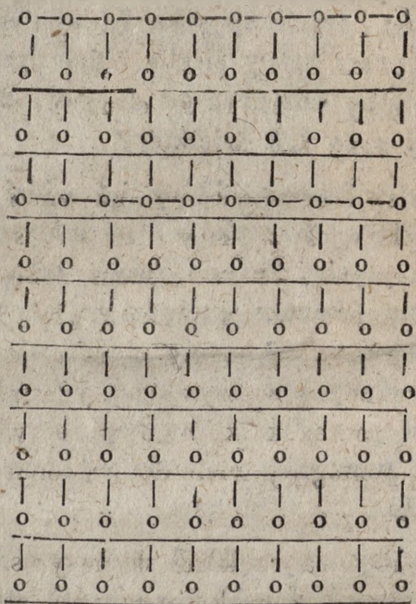
Ale z drugiéj strony, gdyby za każdym uczynionym krokiem, odmienne słowo wymawiał, a gdyby wielość tych kroków była znaczna, trzebaby nadzwyczayną mieć mu pamięć, żeby tych słów porządku niezapomniał, od któregoby poznanie wielości kroków iego zawisło. Przypomnijmy sobie tylko iak nam ciężko spamiętać szereg słów żadnego związku z sobą nie maiących, a łatwo sami się przeświadczymy, o téy niezmierney trudności, którejby ten człowiek doznał, chcąc takim sposobem dokładne sobie uczynić wyobrażenie kroków swoich.

Mógłciby on zaprawdę udać się do innych znaków, aby swego dokazał; mógłby naprzykład każdy krok sobie naznaczyć, przez lekki iaki kamyczek włożony do kieszeni; a tym sposobem zyskałby, że zamiast kroków następuiących po sobie, które wszystkie razem stawićby mu się w myśli nie mogły, miałby przed oczyma kamyczki, wielością swoią, wraz liczbę tych kroków okazuiące.

Ale znowu ieżeli ta liczba zbyt iest wielka, iakże ciężko przyjdzie mu ią wyobrazić sobie, ieżeli sposobu iakiego nie wymyśli, przez który liczbę iednę przywiększą, mógłby rozeznać od drugiéj, dwa albo trzy razy tak wielkiéj?

Pożytek iednak, który iuż widzi z tych kamyczkowych znaków, na mieysce kroków użytych, że one razem sobie przed oczy stawić może, pobudzi go, że tym bardziéj myśl swoię natęży do ułatwienia dalszego roboty przedsięwziętéj. Postrzeże zatém, że porządek, którymby kamyki owe ułożył, pomogłby wiele do wykonania iego zamysłu.

Niechby naprzykład skończywszy drogę, rozstawił kamyki w równéj, albo mało różniącéj się od siebie odległości, a pewną ich liczbę, którąby łatwo sobie wmyśli mógł wystawić, w iednym rzędzie położywszy, niechby drugi pod tymże samym z równéy pierwszemu liczby składaiący się ułożył, i tak daléy. Ten porządek ułatwiłby mu bardzo nabycie wiadomości o całéj drodze od niego odprawionéj. *Obacz ułożenie to na figurze.*



gdzie każdy kamyk oznaczony iest przez kropkę, a liczba kropek w każdym rzędzie razem wziętych nazywa się dziesięć.

Ale ieżeli liczba kroków tego podróżnego będzie znaczniéjsza, liczba też rzędów z kamyków, będzie większa: i mimo porządku, który w ich ułożeniu zachowa, doznaw szelako pracy i trudności, żeby ich wielość dokładnie sobie mógł w myśli wystawić.

Sposób do zebrania liczby wszystkich kamyków, w liczbę mnieyszą ten mu przyjść na myśl może: aby wielość ich zawartą w iednym naprzykład rzędzie, naznaczył sobie większym iakim kamykiem, albo iakożkolwiek od innych odmiennym, i temu dał znaczenie wielości tych kamyków, na micysce których go kładzie. Naprzykład, kroków dwieście trzydzieści pięć, tyląż małemi kamykami w rzędach dwudziestu trzech i pół nayprzód wyraziwszy, oznaczyłby potym każdy dziesiątek, iednym większym kamykiem, i miałby takowych kamyków dwa tylko rzędy zupełne; w trzecim trzy takoweż kamyki; a w czwartym pięć kamyków mnieyszych, iako niedochodzących dziesiątka położyłby. Zmnieyszywszy tak liczbę kamyków, z których iedne wystawuią mu dziesiątki kroków, a drugie iedności tychże kroków, będzie się daléy kusił zmniejszyć i tych ieszcze kamyków liczbę, kładąc za dziesięć kamyków wyrażaiących dziesiątki kroków, ieden znowu kamyk od tych odmienny; a tak zamiast dwóch rzędów drugiego gatunku kamyków, będzie miał dwa tylko kamyki, z których każdy przypominać mu będzie dziesięć dziesiątków kroków, to iest, sto kroków. Trzy kamyki drugiego gatunku pozostałe przypomną mu trzy dziesiątki kroków, a pięć kamyków pierwszego gatunku przypomni mu pięć kroków. Gdyby zaś liczba kroków była bardzo wielka, mógłby użyć ieszcze i kamyków czwartego gatunku, kładąc ieden z nich, zamiast dziesięciu kamyków trzeciego gatunku; i t. d. Przez ten szczęśliwy wynalazek iednego znaku za wiele innych, niższy oznaczaiących gatunek, zmnieyszy mu się znacznie wiele znaków, którychby inaczéy użyć musiał, i trudność ułatwi w wyobrażeniu sobie tym sposobem długości drogi.

Przykład ten z natury saméj wzięty pokazuje pierwszy wzór sposobu, którym ludzie mogli być przywiedzeni do wynalezienia nauki rachunkowéj, i zmniejszenia znaków, których w początkach samych, aż nadto pewnie używali.

Nie sądzę, aby nauczyciele zaczynać mieli od tego wstępu naukę rachunkową, mając wzgląd na wiek dziecinny ich uczniów, którym to analityczne rozbieranie, albo długie, albo oschłe zdawałoby się. Szukać jednak sposobnego czasu powinni, aby im ten wynalazku postępek wyłożyli, takim jak ja, albo podobnym kształtem, gdy ich w gruntowne już rozumienie części jakiéj téj nauki wprawią.

Ale najpierwsze nauczycielów być ma staranie, aby się upewnili, że ich uczniowie dobrze, i dokładnie biorą i rozumieją słowa, przez które oznaczają się liczby. Ku temu końcowi, niech im każą rachować rzeczy, które widzą, naprzykład pieniądze, warcaby, książki, uczniów innych; i to, zaczynając z początku, od jednego aż do sta, potym daléj, nie używając jeszcze żadnego znaku pisanego. Dadzą do poznania dzieciom, że można było przestać na dziewięciu osobnych wyrazach same tylko jedności znaczących, to jest: od jednego do dziewięciu; na jednym zaś wyrazie na dziesiątki; i że zamiast jedenaście, dwanaście, i tak daléj, można było mówić: dziesięć i jeden, dziesięć i dwa, jak się mówi, dwadzieścia i jeden, dwadzieścia i dwa, i tak daléj, sto jeden, sto dwa i t. d. Podobnie można było mówić, dwa dziesięć, trzy dziesięć, i tak daléj, zamiast dwadzieścia, trzydzieści i t. d. tak jak mówimy dwieście, albo dwa sta, trzysta, czterysta, i t. d. Niech potym dodają na pamięć, najprzód dwie małe liczby, których summa mniejszaby była od dziesięciu, daléj takie, żeby każda z nich nie przenosiła dziesięć, summa zaś, żeby więcéj niż dziesięć czyniła. Nastąpi dodawanie liczb jednéj mniejszéj, od sta, drugiéj mniejszéj od dziesięciu. Cwiczyć się w podobnych przykładach mają przez czas niemały, i często je powtarzać (zawsze jednak mając przed oczyma rzeczy, które dodają) póki się nie wprawią, aby bez żadnego zastanowienia się odpowiedzieć mogli, wiele dodane do siebie czynią liczby dwie, tego jak się wyżéj powiedziało, gatunku; tak dalece, żeby ich to już więcéj nie zatrudniało, gdy im przyjdzie dodawać liczby pisane. Z témže pomiarkowaniem i z równą ostrožnością postępować sobie trzeba będzie, wprawiając dzieci w nie wielkie liczb, jednéj od drugiéj odejmowania, które także z pamięci bez žadnych znaków pisanych czynić będą. Zacznie się z razu od liczb mniejszych niž dziesięć, które od liczb cokolwiek większych nad pierwsze, mniejszych jednak od dziesięciu będą odejmować: potym wziąść možna liczby mniejsze od dwudziestu, daléj mniejsze od sta; zawsze pamiętając, aby te odejmowania, na rzeczach pod oczy im podpadających czynili, i widocznie tego doświadczali, že od dziesięciu naprzykład groszy, odjąwszy trzy, zostanie siedm. odjąwszy cztery, zostanie sześć, i tak daléj.

Przygotuje jeszcze nauczyciel, i do liczebnego množenia ucznie swoje przez liczb mniejszych od dziesięciu dodawanie, w ten sposób: naprzykład, ponieważ raz trzy, czyni trzy; dwa razy trzy, uczyni trzy i trzy, to jest: sześć, i znowu ponieważ dwa razy trzy, czyni sześć; trzy razy trzy, uczyni sześć i trzy, to jest dziewięć, i t. d. Dopóty zaś ćwiczyć się będą w tém na pamięć liczb mnożeniu, póki łatwości zupełnéj, bez pomocy nawet dodawania, nie nabiorą w témże mnożeniu liczb wszystkich mniejszych od dziesięciu. Naostatek nieomieszka ich przygotować i do dzielenia; każąc im dzielić na pamięć liczby różne, aż do dziewięćdziesiąt, przez inne, aż do dziesięciu, któreby jednak dzielić pierwsze zupełnie mogły. Cwierć godziny, mniéj albo więcéj codziennie na to ćwiczenie odłożywszy, które za zabawę nawet dzieciom stanąć może, będzie dosyć do ułatwienia im dalszych w czasie trudności.

Długość w wyrażeniu przez słowa, liczb przenoszących tysiąc, daje czuć potrzebę użycia znaków bardziéj niż słowa skróconych, dla oznaczenia liczb zwłaszcza przywiększych. Będzie staraniem nauczyciela wytłómaczyć się jasno, i dobrze dzieciom względem znaków, na które ludzie zgodzili się, aby ich używali zamiast wyrazów słownych. A najprzód zamiast tych słów:

Jedno,	dwa,	trzy,	cztery,	pięć,	sześć,	siedm,
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
ośm,	dziewięć;					
8.	9.					

Te znaki dawszy im poznać, postąpi do liczb z dwóch znaków złożonych. Z razu pokaże te tylko, które składają się z jednego z dziewięciu wyżéj wyrażonych znaków (które cyframi nazwać można) i z zero przydanego. Cyfra mająca zero po sobie ważyć będzie tyle dziesiątków, ile w sobie zamyka jedności.

Te wyrazy: dziesięć, dwadzieścia, piszą
10. 20.
się tak: trzydzieści, czterdzieści, pięćdziesiąt,
30. 40. 50.
sześćdziesiąt, siedmdziesiąt, ośmdziesiąt,
60. 70. 80.
dziewięćdziesiąt.
90.

Zatrudni się daléj nauczyciel, liczbami złożonemi z dwóch znaków, z których obadwa liczbę wyrażają, i porządkiem je na tablicy pisać będzie, zacząwszy od jedenastu, aż do dziewięćdziesiąt dziewięć, przydając zaraz i słowne ich wyrazy, (1) każe

(1) Nie będzie tu od rzeczy podać na wzór nauczycielom sposób, którego użyć mogą, aby się zapewnili, że ich uczniowie dobrze już znają liczby, których się dotąd uczyli.

potym też same liczby dzieciom pisać i jak się nazywają, powiadać.

Tymże porządkiem postąpi sobie, pisząc im; czytając, i znowu każąc pisać i czytać, liczby z trzech składające się znaków, zaczynając podobnie jak wyżéj od liczby z jednéj tylko cyfry, i z dwóch następujących zerów złożonych. Przypilnuje najwięcéj tego, aby dzieci takowe trzema znakami wyrażone liczby, jak najdokładniéj znali, bo te są fundamentem znaczenia liczb wszystkich z więcéj niż z trzech znaków złożonych. Poda przykłady, gdzie liczba, złożona tylko będzie z sta i z jedności, bez dziesiątków, jako to: sto pięć. sto ośm, dwie-

---

Niech je napiszą na osobnych kartkach zacząwszy od jednego, aż do sta; niech potym pomieszawszy, każą je losem wyciągać tymże uczniom, i głośno wymawiać, jaką który liczbę wyciągnął. Zabawi ich to, i przerwie myśli natężenie, któreby trudne im było, i zapewneby ich nudziło, gdyby się z niemi wciąż zawsze w téj nauce postępowało. Trzeba i na daléj to pamiętać chociaż wyraźnego o tym nie będzie ostrzeżenia, aby podobne jak tu przerywania od natężonej ustawicznie uwagi dzieci uwalniały.

ście pięć, i t. d. i da poznać potrzebę włożenia zero na miejscu dziesiątków. Tak sto pięć, wyrazi się przez 105, a nie przez 15; dwieście ośm, przez 208, nie przez 28 i t. d.

Te pierwsze trudności przebywszy, łatwo będzie wprowadzić dzieci w czytanie, i wyrażenie liczb z więcéj niż dotąd znaków złożonych, poczynając zawsze od tych, które jednę tylko na początku cyfrę mają, a resztę zerów, a dopiero na miejsce zerów, kładąc rozmaite cyfry, które pisać i czytać dobrze już dzieci umieją. Tak ponieważ liczby: tysiąc, dwa tysiące, wyrażają się przez: 1000. 2000.
trzy tysiące; dziewięć tysięcy i t. d.
3000. 9000. i t. d.

A liczba trzysta sześćdziesiąt i ośm, pisze się przez 368 i te już dzieci znają; łatwo im przyjdzie czytać:

1368. tysiąc trzysta sześćdziesiąt ośm.
2368. dwa tysiące trzysta sześćdziesiąt ośm.
3368. trzy tysiące trzysta sześćdziesiąt ośm.
9368. dziewięć tysięcy trzysta i t. d.

Poda się do uwagi dzieciom, że znaczenie tysiąców, podobne jest do znaczeni jedności, w tym, że jako piérwsza po prawéj ręce liczba znaczy same przez się jedności, druga, ich dziesiątki, trzecia sta; tak czwarta, znaczy jedności tysiąców, piąta dziesiątki tysiąców, szósta sta tysiąców, i tak przez dodanie trzech zerów do téj liczby 368 będzie 368000 to jest trzykroć, albo trzysta sześćdziesiąt ośm tysięcy.

Gdy po jedności sześć zerów napisze się 1,000,000, to znaczy million, albo dziesięć sta tysiąców, i znowu te miliony pójdą tymże co i jedności porządkiem, to jest: naprzód jedności milionów, potém dziesiątki milionów, daléj sta millionów, tysiące, dziesiątki tysiąców, sta tysiące millionów, i t. d.

Dziesięć sta tysięcy milionów, czyli tysiąc tysięcy milionów nazwać można krócéj bimilion, albo bilion, to jest milion milionów. Jeden bilion wyraża się przez jedność i dwanaście zerów tak: 1,000,000,000,000, trylion, który milion razy tyle znaczy co tamten, pisze się przez 1, i ośmnaście zerów, kwadryllion przez 1, i dwadzieścia cztery zerów, i tak daléj (1).

---

(1) Dla łatwości w czytaniu liczb złożonych z wielu znaków, dobrze będzie pisząc je, od-

Zdaje mi się, żeby nie trzeba z razu prowadzić dzieci do znajomości liczb większych, jak są te, które z sześciu znaków składają się; tak dalece, żeby mogli ugruntować się w dodawaniu liczb, i ich odejmowaniu na samych tylko liczbach mniejszych od miliona przestając, i nieznając nawet tych, które się przez więcéj znaków wyrażają.

Zakończę ten rozdział przez niektóre logiczne uwagi.

Pierwsza. Znaki liczb, na których używanie zgodzono się, żadnego związku naturalnego nie mają z temi rzeczami, które oznaczają; ale ci, którzy je wymyślili z własnego upodobania, to im dali znaczenie.

Druga. Liczba tych znaków jest także z upodobania. Może jednak liczba palców

---

stępować cokolwiek co trzy liczby, od prawéj, do lewéj ręki, dla widoczniejszego oddziału sta od tysiąców; a co sześć liczb więcéj jeszcze odstępować; dla rozeznania milionów, bilionów; i tak daléj; nap: 3,658 97,2342. Można też oddziały milionów oznaczyć przez jednę kropkę, bilionów przez dwie, trilionów przez trzy, nap: 19.103.658,972,342.

naszych dziesięciu u rąk, tę pierwszym wynalazcom myśl podała, liczba takowych znaków przywiększa być niepowinna była, aby nie obciążała pamięci, ani też znowu bardzo mała; bo w takim niedostatku znaków, wielkiéj liczby wyraziéby nie można, tylko długim bardzo tychże znaków szeregiem, coby i czasu więcéj w pisaniu zabierało, i trudności dodało niepotrzebnéj w samym rachowaniu.

Niektórzy matematycy byli tego zdania, i podobno nie bez przyczyny, że podział liczby na dwanaście znaków, byłby wygodniejszy od naszych dziesięciu znaków, których używamy. Bo neprzód każdéj rzeczy, która z dwunastu części składa się, można wziąć zupełnie połowę, trzecią część, czwartą i szóstą, a zaś dziesięciu nie można mieć tylko połowę, i część piątą; powtóre, że większe liczby przez mniéj znaków wyrażałyby się; bo każda liczba, zacząwszy od jednego, aż do dwunastu, pojedyńczym znakiem byłaby oznaczona; od dwunastu, aż do sta czterdziestu czterech, dwiema; od sta czterdziestu czterech, aż do tysiąca siedmset dwadzieścia ośm, trzema, i tak daléj. Tym sposobem skracałyby się liczb wyrazy, aleby na to miejsce przybyło więcéj znaków.

Trzecia. Ułożenie i porządek tych znaków, dla którego tę a nie inną wielość znaczą, pochodzi także od upodobania pierwszych wynalazców.

Czwarta. Proste i krótkie znaków liczebnych nazwiska pomagają wiele do prędkiego czytania, i wystawiania sobie w myśli liczby jakimkolwiek porządkiem napisanéj. Ta nazwisk prostota i krótkość ułatwia, i przyśpiesza nam postępek we wszystkich naukach. Jeżeli, jak twierdzi P. *Condamine*, znajduje się naród taki, gdzie dla wyrażenia liczby *trzy*; nie mają ludzie innego słowa, tylko to: *Poellarrarrorincourac*, czyliż się dziwić potrzeba, jeśli tam nauka rachunkowa w samych tylko znana jest początkach?

Aby poznać lepiéj pożytki z naszego liczb wyrażenia wynikające, dobrze będzie porównać je, z jakim innym odmiennym wyrażeniem; tym naprzykład, którego dawni Rzymianie powszechnie używali; zwłaszcza, że i to dzieci znać powinni, gdyż jeszcze zupełnie nie jest zarzucone. Rzymianie literami swego alfabetu, liczby te wyrażali, które my cyframi oznaczamy. Wszystkoby to na jedno wychodziło, gdyby porządek, i powtarzanie ich znaków nie różniło się od porządku, i powtarzania naszych w téjże saméj liczby wyrażeniu.

Jedności oznaczali oni przez literę I liczby zaś 2, 3, przez dwa albo trzy I, tak jako niżéj.

1.	2.	3.
I.	II.	III.

Pięć znaczyli przez V. jedność przed tym znakiem położona zmniejszała go jednością, po nim zaś położona powiększała go jednością także; i tak liczby: były oznaczone przez

4.	5.	6.	7.	8.
IV.	V.	VI.	VII.	VIII.

Dziesiątek jeden wyrażali przez X. dwa dziesiątki przez dwa X. trzy dziesiątki przez trzy X. i przeto liczby: tak pisali:

10.	20.	30.
X.	XX.	XXX.

Liczby następujące 9	11.	12.	13.
u nich tak się pisały: IX.	XI.	XII.	XIII.

14. 15. 16. 17.
XIV. XV. XVI. XVII.

Pięćdziesiąt znaczyło u nich L.

Liczby 40. 50. 60. 70. 80.
wyrażali przez XL. L. LX. LXX. LXXX.

Pośrzednie zaś między temi, naprzykład: tak:

41. 44. 49. 54. 59. 89.
XLI. XLIV. XLIX. LIV. LIX. LXXXIX.

Sto oznaczali przez C. pięćset przez D. tysiąc M. Rok naprzykład teraźniejszy 1836 ich znakami tak by się wyraził: MDCCCXXXVI.

Ten sam przykład już nam dostatecznie okazuje, że znaczenie liczb po naszemu przekładać nad znaczenie Rzymian powinniśmy; ponieważ ta liczba, która u nas czterema tylko znakami jest wyrażona, dziesięcią znakami według znaczenia rzymskiego, i to jeszcze sześciu różnych od siebie gatunków wyraża się. A dopieroż trudność w rachowaniu temi Rzymian liczbami nieporównanie jest większa, niżeli, gdy naszych w rachunkach używamy.

W tym pierwszym rozdziale już dobrze dzieci pojąć powinny były, co to jest liczyć jaką wielość, co to jest liczba, i łatwiéj im to zapewne przyszło, jak gdyby na samym pocz-tku dała im się była tego definicya, którejby wyrazów pewnie nie zrozumieli. *Liczyć jaką wielość* jest to doświadczać, ile razy zamyka w sobie ta wielość części jednakowych, z których się składa. Każda takowa część, licząca się w wielości, nazywa się *jedność.* Nazwisko to służy obojętnie do oznaczenia części większéj lub mniejszéj, byleby w liczeniu tejże saméj wielości, trzymać się części téj saméj, która się raz za jedność wzięła. I tak liczyć można summę jaką pieniędzy przez czerwone złote, przez talery, przez dwuzłotowki, złotówki, półzłotówki, dziesięciogroszowki i t. d. grosze srebrne, to jest brać można za jedność, czerwony złoty, taler, dwuzłotowkę, grosz: i t. d. Wyrazy te, czyli znaki, któremi oznaczamy, ile razy wielość jaka, zamyka w sobie jedność, którąśmy obrali, nazywają się *liczbami.*

ROZDZIAŁ II.

O dodawaniu liczby (1).

Pierwsze zadanie. *Człowiek pewny miawszy* 32 *złotych*, *zyskał nadto* 26, *wieleż miał potym wszystkiego?*

Dochodzenie. Liczba złotych i miańych pierwéj, i zyskanych potym od tego człowieka, zamykać w sobie powinna najprzód jedności złotych, które miał, i które zyskał, to jest 2 i 6, czyli 8 jedności złotych; powtóre zamykać powinna dziesiątki złotych, tak tych, które miał dawniéj, jak i tych, które zyskał, to jest 3 i 2, czyli 5 dziesiątków złotych.

Odpowiedź. *Będzie tedy miał ze wszystkiém złotych* 58.

Aby tę robotę sposobem wygodniej-

(1) Rozumiem, że dostatecznie już wprawne są dzieci w dodawanie liczb małych na pamięć, co się w pierwszym rozdziale zaleciło. Przeto zadania następujące nie trudne wydawać się im powinny.

szym odprawić, zgodzono się na to, żeby liczby dodawać się mające, kłaść jedne pod drugiemi, jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, tak jako się tu wyraża : 32 (1).

26

58 zł.

Liczby, które są dane, oddzielają się

---

(1) Nauczyciele mogą doświadczyć wraz z uczniami innego jakiego porządku w ułożeniu liczb dodawać się mających; aby tym lepiej dali poznać, że ten porządek, który teraz powszechnie jest wzięty nad inne, przekładać mają. Pilnie tego przestrzegać należy, aby dzieci porządek ten ustanowiony, zawsze w pisaniu zachowały, kładąc tegoż samego gatunku jedności, bez najmniejszego, ile możności, uchybienia jedne pod drugiemi. To ostrzeżenie jest bardzo potrzebne, aby się ustrzedz omyłek tak łatwych do popełnienia, albo przynajmniej ulżyć tym sposobem w działaniu. Co się tycze pospolitego zwyczaju w dodawaniu, że się to, od jedności zaczyna, idąc potym do dziesiątków, dalej do sta, i t. d. można tego przyczynę wtenczas dopiero dać uczniom, gdy im przykłady takie będą przytoczone, gdzie summa jedności gatunku niższego czyni jednę przynajmniej jedność gatunku wyższego.

linią od tych, których szukamy ; pisze się pod jednościami, liczba zamykająca w sobie wszystkie razem jedności liczb danych, pod dziesiątkami zaś pisze się liczba, która wszystkie dziesiątki liczb także danych w sobie zawiera; tym sposobem znajduje się liczba, któréj szukaliśmy.

W przykładzie przytoczonym 2 i 3 czyni razem 5 dziesiątków, liczba więc cała zebrana, jest 58 (1).

Nazywać będziemy *Summą* dwóch albo więcéj liczb, liczbę tę, która tyle waży,

---

(1) Będą przyuczać do tego nauczyciele uczniów swoich, aby skończywszy robotę dodawania, przeświadczali się, czyli ją dobrze odprawili, powtarzając toż samo dodawenie; i co pierwéj naprzykład od dołu do góry dodawali, to powtórnie dodając z góry na dół, albo wspak. Niech się nie spodziewają, aby uczniowie ich po skończonéj nauce rozdziału następującego, byli w stanie doświadczenia, przez odejmowanie, czyli się w dodawaniu nie omylili; zwłaszcza, że ten doświadczenia sposób, jest trudniejszy od pierwszego, i prędzéj jeszcze omyłka jaka przytrafićby się w nim mogła; sposobu też takiego użyć trudno, gdzie więcéj niż dwie liczby dodawały się.

ile tamte razem wzięte, *addycyą* albo *dodawaniem*, działanie, przez które szuka się summy dwóch liczb, albo więcéj (1).

Drugie zadanie. *Pewny człowiek mający* 54 *złotych*, *zyskał* 43; *wieleż mieć będzie wszystkiego?*

Wzór działania: 54
43

Summa . 97 złotych.

Sposób postępowania: 4 i 3, *czyni* 7 jedności.
5 i 4 9 dziesiąt.

Trzecie zadanie. *Jedna z trzech osób ma*

---

(1) Definicye te wtenczas dopiero mają być uczniom dawane, gdy przez wiele przykładów przysposobją się do dokładnego zrozumienia słów, których musiałem użyć dla krótkości. Niech na tę przestrogę pamiętają nauczyciele, i przy innych definicyach w rozdziałach następujących. Koniec takowych definicyi osobliwiéj ten jest, aby przypominały dzieciom, jakiego działania w każdym szczególnym razie użyć mają, tam zwłaszcza, gdzie kilka razem odprawić działań odmiennych od siebie przyjdzie, nim tego, czego szukają, albo co im jest zadane, dójdą. Mogliby się łatwo pomieszać, i jednę robotę wziąć za drugą, gdyby tych definicyi nie mieli na pamięci.

lat 32, *druga* 24, *trzecia* 43, *jakaż jest summa lat wszystkich?*

Wzór działania .	32
	24
	43
Summa . .	99 lat.

Należy dać więcéj, lub mniéj takowych przykładów dzieciom według ich pojętności, i doświadczać każdego, czyli zrozumiał dobrze to, czego już był uczony. Przykładów zaś takich, ile możności dobierać trzeba, któreby i pożyteczne, i zabawne dla dzieci były. Gdy z trzech albo więcéj znaków liczby dodawać się mające są złożone, tymże coi wyżéj sposobem z niemi sobie postąpić trzeba.

Czwarte zadanie. *Piotr ma orzechów* 324, *Jan* 463; *wieleż razem obadwa mają?*

Wzór działania	324
	463
Summa .	787 orzechów.

Sposób postępowania.

4 i 3 czyni 7 które się pod jednościami piszą,
2 i 6 czyni 8 dziesiątków.
3 i 4 czyni 7 sta.

Piąte zadanie. *Piotr ma złotych* 2342, *Jan* 235, *a Paweł* 1421, *wieleż złotych wszyscy trzech mają?*

	2,342	
Wzór działania	235	
	1,421	
Summa .	3,998	złotych.

W przykładach poprzedzających summa wszystkich jedności, mniejsza zawsze była od 10 jedności, summa dziesiątków mniejsza niż dziesięć dziesiątków i t. d.

Szóste zadanie. *Na jednéj jabłoni było jabłek* 379, *na drugiéj* 421; *wieleż było na obudwóch?*

Dziewięć jedności i jedna, czynią razem 10 jedności, to jest jeden dziesiątek; ten dziesiątek złączywszy z 7 i z 2 dziesiątkami, które w dwóch danych liczbach znajdują się, uczyni wszystko dziesięć dziesiątków, czyli jedno sto. To jedno sto przydawszy do 3 i do 4 sta, będzie razem 8 sta. Więc cała summa będzie 800 jabłek.

Wzór działania	379	
	421	
Summa .	800	Jabłek.

W tym przykładzie zebrawszy dziesięć jedności, które się dodają, ponieważ te dziesięć jedności, czynią jednę jedność gatunku liczb dziesiątnego, ta jedność przydawała się do tegoż gatunku, jako już do niego należąca. Tymże sposobem postępować sobie trzeba, gdy summa jedności lub dziesiątków i t. d. większa będzie nad 10; czyli powszechnie mówiąc; kiedy summa jedności, jakiegożkolwiek liczb gatunku, przechodzić będzie dziesięć, zachowuje się zawsze ta jedność gatunku wyższego, aby dodana była do jedności tegoż samego gatunku.

Siódme zadanie. *Jedna sztuka sukna kosztowała 485 złotych, druga 738 złotych; wieleż obiedwie razem kosztowały?*

Wzór działania
$$\begin{array}{r} 485 \\ 738 \\ \hline 1{,}223 \end{array}$$
Summa . 1,223 złotych.

Sposób postępowania: 5 i 8 czyni 13, to jest trzy jedności, i jeden dziesiątek; piszę więc trzy pod jednościami, a dziesiątek, do dziesiątków zachowuję. Ten dziesiątek 1 i 8 czyni 9 a 3 czyni 12 to jest dwanaście dziesiątków, albo 2 dziesiątki, i 1 sto: piszę 2 pod dziesiątkami, a 1 sto zachowuję dla dodania go do innych sta. To 1 sto i 4 czyni 5, a 7, czyni 12 sta, to jest 2 sta i tysiąc, piszę 2 sta pod stami, a 1 tysiąc dalej na swoiem miejscu.

Osme zadanie. *Pewna osoba ma dochodu rocznego z jednego miejsca* 364 *złotych, z drugiego* 598, *z trzeciego* 4967 *złotych; wieleż złotych razem co rok ją dochodzi?*

Wzór działania	364	
	598	
	4,967	
Summa	5,929	zł: (1).

Dziewiąte zadanie: *Pewna osoba dziedziczy pięć majętności:*

Pierwszéj wartość	5,432,826	złotych.
Drugiéj .	6,396,048	
Trzeciéj .	10,342,532	
Czwartéj .	11,872,364	
Piątéj . .	12,728,976	

Jakiż jest cały téj osoby mająték?

Odpowiedź 46,772,746 zł.

---

(1) Nie sądzę być dosyć na tych przykładach, do wprawienia dostatecznego dzieci w liczb jakichkolwiek dodawanie. Nauczyciele przydadzą takich przykładów mniéj albo więcéj według łatwości większéj, lub mniejszéj, z którą ich uczniowie tę dodawania robotę pojmować i wykonywać będą. Ale trzeba im jeszcze, i takie przykłady dawać, w którychby i więcéj rzędów liczb dodawać się mających, i więcéj ychże liczb gatunków znajdowało się.

Dziesiąte zadanie. *Pewna osoba wydała:*

w Styczniu	5,409 złotych.
w Lutym	4,917
w Marcu	6,020
w Kwietniu	3,846
w Maju	10,089
w Czerwcu	2,508
w Lipcu	7,123
w Sierpniu	4,300
w Wrześniu	11,007
w Październiku	8,945
w Listopadzie	7,830
w Grudniu	12,975

Wieleż ta osoba wydała w całym roku?

Odpowiedź 84,969

ROZDZIAŁ III.

O odejmowaniu liczb (1).

Pierwsze zadanie. *Ojciec ma lat* 64; *syn jego ma lat* 42; *wieląż laty starszy ojciec od syna?*

---

(1) Już się przestrzegło nauczycielów, aby do tego działania przysposobili uczniów, wprawując ich w liczb nie wielkich odejmowanie je-

Ten ojciec przy narodzeniu syna swego miał mniéj 42 laty, niżeli teraz; ma zaś teraz 64 lat; więc odjąwszy 42 lat od 64, będę wiedział wiele lat miał, gdy mu się syn narodził, to jest będę wiedział wielą latami starszy jest od syna swego. Odejmuję tedy 2 jedności, od 4 zostaną się 2 jedności, odejmuję 4 dziesiątki od 6, zostaną się 2 dziesiątki. Więc ojciec ten 22 lat ma więcéj od syna.

Gdyby tylko wiadomy był wiek niniejszy ojca, to jest 64 lat, i że ten ojciec miał lat 22 gdy mu się syn narodził, dojśćby ztąd można i lat syna, które ma teraz, uważając, że 22 laty mniej od ojca mieć musi. A przeto odjąwszy te 22 lat od 64, to jest 2 jedności od 4 zostaną się 2 jedności, i znowu odjąwszy 2 dziesiątki od 6, zostaną 4 dziesiątki, to jest 42 lat, i ten jest wiek syna.

Drugie zadanie. *Pewny uczeń mając*

---

dnych od drugich na pamięć. W mniejszych liczbach, czyli je dobrze od siebie odciągali, doświadczyć tego mogą na warcabach, pieniądzach, albo innym jakim sposobem, któryby im to na oko pokazał, że dobrze albo źle tę robotę odprawili.

sobie przysłanych od przyjaciela 87 *jabłek, rozesłał z nich różnym swoim przyjaciołom* 53, *wieleż mu się zostało?*

Podobnie sobie, jak i na pierwsze zadanie rozważając, przyjdzie na myśl, że liczba pozostałych jabłek znaleść się powinna, gdy 53, odejmiemy od 87 jabłek; odjąwszy tedy 3 od 7, zostanie 4; od ośmiu zaś dziesiątków, zostanie 3; więc się temu uczniowi zostało 34 jabłek.

Gdyby się tylko wiedziało, wiele ten uczeń miał jabłek, to jest 87, i wiele mu zostało to jest 34, doszlibyśmy odejmując 34 od 87, że rozesłał jabłek 53. Tym dwojakim kształtem, każdy z następujących przykładów zadawać będą uczniom nauczyciele, tak dla wprawy większéj, jako i dla doświadczenia, przez powtórną robotę, czyli pierwszą dobrze odprawili.

Definicya. Działanie przez które jednę liczbę od drugiéj odciągamy, nazywa się *subtrakcyą*, albo *odejmowaniem* (1).

---

(1) Dwa cele można sobie wystawić w tym działaniu, bo albo chcemy wiedzieć, ile razy jedna liczba przewyższa drugą, i wtenczas ta liczba, którą jedna drugą przewyższa nazywa się *ró-*

Dla większéj w takowych robotach łatwości, pisać się zwykły liczby dane jedna pod drugą, tym jak w dodawaniu porządkiem, wyjąwszy, że większa liczba pisze się wyżéj od mniejszéj.

Przykład zadania pierwszego.

Wiek ojca 64.

Wiek syna 42.

Różnica lat ojca od syna 22.

Od 4 (jedności) (odjąwszy 2 jedności) zostaje 2 (jedności).

żnica (differentia); albo wiedzieć jednę liczbę większą, i jéj różnicę od drugiéj mniejszéj, któréj jeszcze nie wiemy, chcemy ją znaleść, i ta liczba znaleziona nazywa się *resztą* (residuum). Że te dwa cele odmienne są od siebie, dadzą to poznać nauczyciele uczniom swoim w samych przykładach, które im już przytoczyli. Ponieważ jednak działanie tymże samym sposobem odprawia się, którykolwiek z tych dwóch celów kto sobie założy, przeto lepiéj jest jednego trzymać się nazwiska, to jest nazywać zawsze *resztą*, tę liczbę, która wypadnie, gdy się z innych dwóch liczb jedna od drugiéj odejmie. Już przestrzegłem, że nim się do definicyi przyjdzie, wiele innych przykładów poprzedzić powinno.

Od 6 (dziesiątków) odjąwszy 4 (dziesiątki) zostaje 2 (dziesiątki).

Przykład pierwszego zadania na wspak.

Wiek ojca	64
Różnica wieku ojca od Syna	22
Wiek syna	42 Reszta.

Trzecie zadanie: *Pewna osoba ma czerwonych złotych* 4,848 *winna jest* 325 *wieleż oddawszy ten dług zostanie przy niej?*

Oczywista rzecz, że zapłaciwszy dług czerwonych złotych 325, już się kapitał 4,848 czerwonych złotych, téj osobie zmniejszy 325 czerwonemi złotemi. Trzeba więc odjąć je od kapitału, aby wiedzieć, wiele się téj osobie zostanie.

Wzór działania	4,848
	325
Reszta .	4,523.

W przykładach poprzedzających każdy w szczególności znak liczby górnéj mniejszy był od znaku tegoż gatunku liczby dolnéj. Ale gdy ta druga liczba, którą od tamtéj odjąć trzeba, będzie miała więcéj jedności, albo dziesiątków i t. d. niż górna, na ten czas, w liczbie górnéj, powiększyć trzeba tych jedności, albo dziesiątków i t. d. przez jedność z wyższego gatunku pożyczoną, która gatunek niższy tym samym dziesięcią jednościami powiększy. Tak naprzykład do dwóch jedności jeden dziesiątek przydawszy, będzie jedno dziesięć, i dwie jedności, to jest dwanaście jedności.

Czwarte zadanie. *Pewna osoba mająca czerwonych złotych* 63 , *wydała z nich* 45; *wieleż się jéj zostało?*

Wzór działania

$$\begin{array}{r} 63 \\ 45 \\ \hline 18 \end{array}$$

Reszta.

Sposób postępowania. Od 3 jedności nie można odjąć 5, ale ponieważ liczba 63, składa się z 60, i 3, albo 50, i 13; pożyczywszy jednego dziesiątka od 60, a przydawszy go do 3, mogę od 13 jedności odjąć 5, i zostanie się 8, które piszę pod jednościami. Od 50, czyli od 5 dziesiątków odjąwszy 4 dziesiątki, zostanie 1, który piszę pod dziesiątkami, i mam reszty czerwonych zł: 18, które się téj osobie po wydatku zostały.

Dla pamięci pożyczonéj jedności od gatunku któregokolwiek w liczbie wyższéj, kładzie się kropka nad tymże gatunkiem, który tym samym, już ma mniéj jedną jednością.

Piąte zadanie. *Pewna osoba kupiła dom zgodzony za* 6,454 *złotych: dała zaś dopiéro za niego* 3,892; *wieleż jeszcze ma dodać?*

Wzór działania

$$\begin{array}{r} 6{,}454 \\ 3{,}892 \\ \hline 2{,}562 \end{array}$$ Reszta.

Szóste zadanie. *Pewna osoba winna złotych* 4,362, *zapłaciła już* 2,896 *zł: wieleż jeszcze będzie winna?*

Wzór działania

$$\begin{array}{r} \dot{4}{,}\dot{3}\dot{6}2 \\ 2{,}896 \\ \hline 1{,}466 \end{array}$$ Reszta.

Siódme zadanie. *Pewna osoba ma tylko całego majątku* 12,480 *złotych; winna zaś jest* 14,372 *zł. cóż jéj się zostaje, dług ten wypłaciwszy?*

Dług ten większy jest od majątku téj osoby, a zatém nie można się pytać, co jéj się z majątku zostanie, gdy dług cały zapłaci, ale raczéj wiele jeszcze winna będzie, gdy cały majątek w długu odda; trzeba więc majątek jéj, to jest 12,480 zł: odjąć od długu, to jest od 14,372 zł: a reszta pokaże wiele jeszcze winna będzie.

$$\text{Wzór działania}\quad \begin{array}{r} 14{,}372 \\ 12{,}480 \\ \hline 1{,}892 \end{array}\ \text{Reszta (1).}$$

Przydatek do dwóch poprzedzających rozdziałów. Cwiczenia zawierające w sobie działania tak dodawania jako i odejmowania.

Pierwsze zadanie. *Pewny uczeń mający 42 jabłek, założył się o 8 jabłek, wieleż będzie miał, gdy zakład wygra lub przegra?*

$$\text{Wzór działania}\quad \begin{array}{r} 42 \\ 8 \\ \hline 50 \end{array}\ \text{jabłek}\ \begin{array}{r} 42 \\ 8 \\ \hline 34 \end{array}$$

Summa gdy wygra   Reszta gdy przegra.

---

(1) Dwojakim sposobem doświadczyć mogą uczniowie, czyli się w odejmowaniu mniejszéj liczby od większéj nie pomylili: albo resztę znalezioną odejmując od liczby większéj, po którém odjęciu, jeżeli omyłki nie było, powinna wypaść liczba mniejsza, która się przedtym odejmowała, albo dodając resztę do liczby mniejszéj; których to liczb obudwóch summa zrównać powinna liczbę większą.

Drugie zadanie. *Pewna osoba winną będąc 48,000 złotych, trzech dłużników spłaciła.*

Pierwszemu dała 18,400 zł.
Drugiemu . 16,200
Trzeciemu . 2,400

Wieleż wszystkiego wypłaciła, i wiele jeszcze ma wypłacić?

18,400	48,000	
16,200	37,000	
2,400	resz: 11,000	do wypłac:

Sum: wypłac: 37,000.

Trzecie zadanie. *Pewny kupiec trojaki handel prowadzący:*

w pierwszy włożył zł. 12,800
w drugi . . 15,400
w trzeci . . 26,400

Na pierwszym handlu zarobił przez rok zł: 1,288
Na drugim zarobił . . *zł:* 1,458
Na trzecim stracił . . *zł:* 528
Miał oprócz tego, różnego wydatku przez rok . . *zł:* 1,854

Pytam się wiele ten kupiec po skończonym roku mieć będzie?

Dodawszy naprzód te pieniądze, które

w handel włożył, znajdziemy, że na początku roku wydał wszystkiego złotych 54,600.

Podobnie dodawszy zysk jego roczny dwojaki będzie złotych . . 2,746

Złączywszy także stratę roczną dwojaką będzie złotych. . . 2,382

Odjąwszy liczbę drugą od pierwszej, zostanie zysku czystego przez rok 364 zł.

Na końcu więc roku ponieważ i swoje odebrał złotych . 54,600

i jeszcze zysku czystego ma zł. 364

Summa cała tego kupca będzie zł: 54,964

Czwarte zadanie. *Pewna osoba miała na przedaż pięć sztuk materyi.*

W pierwszéj było łokci	254
W drugiéj . . .	348
W trzeciéj . . .	272
W czwartéj . . .	376
W piątéj . . .	284

Przedała zaś z pierwszéj materyi łok:	128
Z drugiéj	132
Z trzeciéj	146
Z czwartéj . : . .	153
Z piątéj	172

Wieleż się téj osobie łokci wszystkich zostało?

Summa łokci przed przedażą jest 1,534

Summma łokci przedanych . . 731

Summa łokci pozostałych . . 803

Sądziłbym, aby więcéj takowych przykładów dzieciom dawać dla wprawy.

ROZDZIAŁ IV.

O mnożeniu liczby.

Pierwsze zadanie. *Pewna osoba cztery łokcie sukna kupiła, płacąc za każdy łokieć po złotych* 6; *wieleż dała za cztery łokcie?*

Dochodzenie. Liczba złotych, którą ma zapłacić, składać się powinna z cztery razy 6, a zatym ta liczba równa będzie summie liczb czterech jednakowych, z których każda wyrażała 6 złotych.

$$\text{Wzór działania}\quad \begin{array}{r} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ \hline 24 \end{array}\ \text{Summa.}$$

Gdyby ta osoba zamiast łokci czterech sukna, więcéj daleko była kupiła, trzebaby wiele czasu i miejsca do napisania 6 tyle razy, ile było łokci, a dopieroż do zebrania tego wszystkiego w jednę summę.

Do tak długiéj roboty, ciężkoby równie natężonéj baczności przyłożyć, i omyłki się w niéj uchronić. A trafićby się nawet mogło, że życie całe człowieka niewystarczyłoby na dokończenie takim sposobem podobnéj roboty.

Szukano więc jakby skrócić takowe dodawanie; i równość liczb mających się dodawać, skrócenie to łatwym uczyniła.

Liczba naprzykład złotych, któréj szukaliśmy, powinna była zamykać w sobie złotych 6, tyle razy, ile było łokci, to jest 4 razy, co czyni 24 złotych.

Dla uchronienia się długich opisów, dane są nazwiska szczególne każdéj liczbie, która w tę robotę wchodzi.

Definicye. Nazywa się *mnożnym* (multiplicandus) ta liczba, którą kilkokrotnie przydać do siebie potrzeba, w przykładzie wyżéj przytoczonym liczbie 6 złotych, to jest zapłacie za jeden łokieć sukna, służy to nazwisko.

Mnożnikiem (multiplicator) nazwać można tę liczbę, która pokazuje, ile razy pierwszą mam przydać do niejże saméj. Liczba 4 znacząca tyleż łokci sukna w przykładzie powyższym, jest taką liczbą mnożącą.

Wieloczyn (productum albo factum) jest ta liczba, która wypada z dodania *mnożnéj* tyle razy do siebie, ile mnożnik zamyka w sobie jedności. W tymże samym jak wyżéj przykładzie 24, jest *wieloczynem*. Działanie zaś samo nazywa się *mnożeniem* (multiplicatio).

Żeby skróconym sposobem robotę, o któréj mowa, odprawić z łatwością, trzeba na pamięć wiedzieć, ile uczyni jedna liczba mniejsza od dziesiątka, przez drugą mniéjszą także od dziesiątka, rozmnożona.

Oprócz téj wprawy, którą już mieć muszą dzieci, w rozmnożeniu liczb mniejszych jednéj przez drugą, co się zaraz w pierwszym rozdziale zaleciło, na pomocy do tego będzie i tablica tu przyłączona, bez któréj jednak (wprawiwszy się lepiéj w tę robotę) obejść się można.

TABLICA.

1		2	3	4	5	6	7	8	9
		CZYNI.							
2	RAZY.	4	6	8	10	12	14	16	18
3		6	9	12	15	18	21	24	27
4		8	12	16	20	24	28	32	36
5		10	15	20	25	30	35	40	45
6		12	18	24	30	36	42	48	54
7		14	21	28	35	42	49	56	63
8		16	24	32	40	48	56	64	72
9		18	27	36	45	54	63	72	81

Tablica ta ukazuje kwadrat większy, na 64 mniejszych podzielony. Każdy kwadracik zamyka w sobie liczbę rozmnożoną z dwóch innych mniejszych od 10, z których jedna w pierwszym rzędzie poprzecznym, a druga w pierwszym po lewéj ręce rzędzie podłużnym znajduje się; i tam gdzie się zchodzą, liczbę tę rozmnożoną pokazują. Żeby więc znaleść liczbę jaką, która z rozmnożenia dwóch innych mniejszych od 10 wypada, trzeba w najwyższym rzędzie naznaczyć sobie palcem jednéj ręki, liczbę z tych jednę, a drugiéj ręki palcem naznaczyć drugą w pierwszym rzędzie podłużnym, i posuwać te palce pierwszy na dół prosto, drugi wprost przed się, póki się nie znijdą, gdzie liczbę, z dwóch tamtych pokażą rozmnożoną. Naprzykład, chcę znaleść liczbę, którą czyni rozmnożenie 7, przez 8: szukam 7, w pierwszym po lewéj ręce rzędzie podłużnym; a 8 w najwyższym rzędzie poprzecznym, postępuję palcami tak, jak się wyżéj powiedziało, i znajdę 56 w kwadraciku, gdzie obadwa tych dwóch liczb rzędy zchodzą się. Ta więc liczba 56, wypada z rozmnożenia 7, przez 8.

Drugie zadanie. *Pewna osoba ma trzy sztuki materyi, w każdéj sztuce jest po 321 łokci; wieleż łokci będzie we trzech sztukach?*

Wzór działania 321 *mnożny.*
3 *mnożnik.*
963 *wieloczyn.*

Sposób postępowania. 3 razy 1 łokieć, czyni 3 łokcie, które piszę pod jednościami; 3 razy 2 dziesiątki, czyni 6, które piszę pod dziesiątkami; 3 razy 3 sta, czyni 9, które piszę pod stami. Liczba tedy cała rozmnożona wypada 963 łokci.

Kiedy liczba mnożna, czyli mnożny przez drugą, to jest przez mnożnika, rozmnożona składa się z dwóch znaków, naprzykład z dziesiątka albo z dziesiątków, i z jedności albo z zera, na ten czas drugi znak pisze się na miejscu sobie przyzwoitym, które powinien zastępować, a tamten do wyższego gatunku, który mamy rozmnażać, zachowuje się, i onemu rozmnożonemu dodaje.

Trzecie zadanie. *Pewna osoba kupiła* 8 *sztuk materyi, za każdą po* 842 *złotych mając zapłacić, wieleż da za wszystkie?*

Wzór działania	842	*mnożny.*
	8	*mnożnik.*
	6,736	*wieloczyn.*

Sposób postępowania. 8 razy 2, czyni 16, to jest 6 jedności, i 1 dziesiątek; piszę 6 jedności pod jednościami, a dziesiątek zachowuję do dziesiątków; 8 razy 4 dziesiątki, czyni 32 dziesiątki, a z jednym zachowanym uczyni 33, to jest 3 dziesiątki, i 3 sta, piszę 3 dziesiątki pod dziesiątkami, a trzy zachowuje; 8 razy 8 sta, czyni 64 sta, a trzy zachowane, z któremi razem będzie 67 sta; piszę i te na swoim miejscu, i będę miał całą liczbę rozmnożoną 6,736 złotych, które ta osoba za 8 sztuk materyi zapłacić powinna.

Czwarte zadanie. *Wieleż kosztuje 9 sztuk materyi, z których każda kosztuje 934 złotych?*

Wzór działania
$$\begin{array}{rl} 934 & \textit{mnożny.} \\ \underline{9} & \textit{mnożnik.} \\ 8,406 & \textit{wieloczyn.} \end{array}$$

W przykładach dotąd przytoczonych, liczba mnożąca jeden tylko znak miała; gdyby zaś więcéj niż z jednego znaku złożona była, na ten czas tyle będzie rzędów liczb rozmnożonych, ile znaków w liczbie mnożącéj: i te liczby rozmnożone dodać potrzeba, aby mieć całą liczbę wypadającą z rozmnożenia takiego.

A naprzód, aby jaką liczbę rozmnożyć przez 10, dosyć jest do téj liczby przypisać zero po prawéj ręce, a już tym samym będzie przez dziesięć rozmnożona; ponieważ każda liczba przez odmienne z przydania zera położenie, będzie dziesięć razy tyle ważyła, ile przedtym, tak też rozmnażając liczbę jaką, przez inną z kilku dziesiątków złożoną, a na zera zakończoną, dosyć będzie rozmnożyć ją przez jedności dziesiątków, i do tak rozmnożonéj przydać na końcu zero.

Piąte zadanie. *Wiele złotych uczyni, czerwonych złotych 20, rachując jeden po 18 złotych?*

Wzór działania 18 *mnożny,*
20 *mnożnik.*

36 *wieloczyn przez* 2.
360 *wieloczyn przez* 20.

Szóste zadanie. *Jeżeli kamień waży funtów 32, wielež funtów ważyć będzie jedna bela, która 80 kamieni waży?*

Wzór działania 32 *mnożny.*
80 *mnożnik.*

256 *wieloczyn przez* 8.
2,560 *wieloczyn przez* 80.

Z podobnéj jak wyżej przyczyny aby rozmnożyć liczbę jaką przez 100, trzeba jéj tylko dodać dwa zera, rozmnażając ją zaś przez dwieście, trzysta, i t. d. to jest, przez 2, i dwa zera, przez 3, i dwa zera, i t. d. dosyć będzie przez samą tylko liczbę znaczącą dwa, trzy, i t. d. rozmnażać, przydając na końcu dwa zera.

Także chcąc rozmnożyć liczbę przez 1,000, 10,000, i t. d. nic więcéj się nie czyni, tylko tyle zerów, ile ich jest w liczbie mnożącej, przykłada się do liczby mnożnej.

Rozmnażać zaś liczbę jaką przez drugą, złożoną z dwóch, trzech i więcej znaków, z których każdy liczbę wyraża, jest to rozmnażać tę liczbę pierwszą, naprzód przez jedności drugiej, potém przez tejże dziesiątki, dalej przez sta, i t. d. Naprzykład rozmnażać liczbę jaką przez 365, jest to wziąć ją naprzód 5 razy, potém 60 razy, naostatek 300 razy. A zatém nie trudniej jest rozmnażać liczbę jaką, przez inną z kilku znaków złożoną, jako i przez mającą tylko znak jeden (1).

Siódme zadanie. *Rok składający się z dni całych 365, a każdy dzień z 24 godzin; wieleż w roku takim godzin będzie?*

---

(1) Niechaj tego sposobu przez czas długi używają nauczyciele, gdy różne przykłady rozmnażania podawać będą uczniom swoim. Niechaj się nie śpieszą z dawaniem na tę robotę reguł, które wcześnie dane sprawują to, że dzieci ślepo idąc za niemi, nic nie czynią na rozum, i prędko, czego się tak nauczyli, zapominają, nie mając tego przez czas niejaki w używaniu.

Wzór działania
24 *mnożny.*
365 *mnożnik.*
120 *wieloczyn przez 5.*
1,440 *wieloczyn przez 60.*
7.200 *wieloczyn przez 300*
8,760 Summa tych trzech liczb rozmnożonych, czyli liczba cała rozmnożona.

Osme zadanie. *Pewna osoba żyła lat* 32, *wieleż godzin żyła, rachując w roku* 365 *dni?*

Według poprzedzónego dopiero rachunku, rok jeden ma w sobie godzin 8,760, które przez 32 rozmnożywszy, będę wiedział ile 32 lat, czynią godzin.

Wzór działania
8,760 *mnożny.*
32 *mnożnik.*
17,520 *wieloczyn przez 2.*
262,800 *wieloczyn przez 30.*
280,320 *wieloczyn przez 32.*

Te zera, które się do tych czas w liczbach rozmnożonych, na końcu przydawały, ile razy mnożąca liczba złożona była z kilku znaków, mogą być i opuszczone, byleby zostawić próżne miejsce tam, gdzieby zera przypadły, zachowując innym znakom przyzwoite położenie. Co, że nie odmienia w niczém liczby całéj rozmnożonéj, doświadczyć można i na przykładach w dwóch ostatnich zadaniach przytoczonych, czyniąc działania, obadwa temi sposobami.

I. *Pierwszy sposób.*	*Drugi sposób.*
24 *mnożny*	24
365 *mnożnik.*	365
120 *wiel: przez* 5	120
1,440 *wiel: przez* 60	144
7,200 *wiel: przez* 300	72
8,760 *wiel: przez* 365	8,760 *toż samo co i 1wszym sposobem.*
II. 8,760 *mnożny.*	8,760
32 *mnożnik.*	32
17,520 *wiel: przez* 2	17,520
262,800 *wiel: przez* 30	262,80
280,320 *wiel: przez* 32	280,320 *toż samo co i pierwszym sposobem*

Dziewiąte zadanie. *Wiele kosztuje* 1764 *pak różnych towarów, gdy każda paka kosztuje zł.* 784? 784 *mnożny.*
Wzór działania 1,764 *mnożnik.*

3,136	*wiel: przez* 4 *jedn:*
4,704	*przez* 6 *dzies.*
5,488	*przez* 7 *sta.*
784	*przez* 1 *tys:*
1,382,976	*wiel: przez* 1764.

Dziesiąte zadanie. *Funt rodzenków płacąc po 36 groszy, wieleżbym dał groszy za* 2,034 funtów?

36	*mnożny.*	
2,034	*mnożnik.*	
144	*wiel: przez*	4 *jedności.*
108		3 *dziesiątki.*
72		2 *tysiące.*
73,224		2,304.

W tym ostatnim przykładzie, były tylko w liczbie mnożącéj tysiące, dziesiątki i jedności, stów zaś nie było, których miejsce zastępowało zero. A przeto chociaż ta liczba mnożąca, z czterech znaków złożona była, trzy jednak wypadły tylko rzędy liczb rozmnożonych; to jest pierwszy z rozmnożenia 36 przez 4 jedności, drugi z rozmnożenia przez 3 dziesiątki, trzeci z rozmnożenia przez 2 tysiące. Tego trzeciego rzędu znak pierwszy 2, po prawéj ręce, liczby 72, aż pod trzecim znakiem wyższéj liczby, to jest na miejscu tysiąców napisał się; ponieważ ta liczba 72, pochodzi z rozmnożenia przez tysiące.

Trzeba jako najwięcéj przykładów dzieciom wynajdywać, przez któreby się wprawiały co raz bardziéj w to działanie. Niechaj te wszystkie liczby około których zatrudniać się będą, głośno wymawiają, aby nauczyciel mógł wiedzieć, czyli nie fałszywie je sobie w myśli wystawiają.

Trzeba okazać, że jednakowa zawsze rozmnożona liczba na końcu działania wypadnie, którąkolwiek ze dwóch liczb podanych, za mnożącą, albo mnożną weźmiemy. Ale kiedy w liczbach, mnożącej i mnożnej zachodzi różnica gatunku rzeczy, wtenczas wziąć należy za mnożną liczbę tego gatunku, który mieć chcemy w rozmnożonej, a mnożącą tak sobie wystawiać, jak gdyby żadnego gatunku nie wyrażała. Tak naprzykład, chcąc wiedzieć liczbę złotych, którą uczynią 3 czerwonych złotych rachując każdy po złotych 18, wziąłbym za liczbę mnożną 18 złotych, a za liczbę mnożąca 3 czerwone złote, oddaliwszy wcale od tych 3 znaczenie czerwonych złotych i miałbym liczbę rozmnożoną 54 złote, która to liczba wypada z 18 złotych, 3 razy do siebie dodanych, czyli przez 3 jedności rozmnożonych.

Co się powiedziało względem doświadczenia roboty dodawania, to samo i tu z tychże pobudek zaleca się nauczycielom, aby się nie spuszczali na naukę rozdziału następującego, sądząc, że po téj skończonéj już będą w stanie ich uczniowie doświadczenia przez dzielenie, czyli omyłki jakiéj w liczb mnożeniu nie popełnili. Lepiéj jest, że wprawią zaraz dzieci w powtarzanie już skończonéj raz roboty, chociaż bez powtórnego pisania, albo też że porządek odmienić im każą, i brać za liczbę mnożną tę, która pierwéj była wzięta za mnożącą. Niech także wprawują ich w obrocenie czerwonych złotych, i innych wyższych gatunków pieniędzy, na niższe; naprzykład na złote, grosze; sznurów, sążni, łokci, i t. d. na mniejsze długości, aby się tak przysposobili do dalszych działań w części następującéj.

PRZYDATEK DO TRZECH POPRZEDZAJĄCYCH ROZDZIAŁOW.

Cwiczenia zawierające w sobie dodawanie, odejmowanie, i mnożenie liczby.

Pierwsze zadanie. *Wiele samych groszów miedzianych będzie z czerwonych złotych* 5,879, *złotych* 17 *groszy* 28 *rachując jeden czerwony złoty po zł:* 18?

5,879 czerwonych złotych.
18 zł:
47,032
5,879
105,822 zł: jest wartość czerw: zł: 5,879
17
105,839 zł: jest wart: cz. zł. 5,879, zł. 17.
30
3,175,170 grosze z czerw, zł: 5,879 zł: 17
28
3,175,198 grosze z przydanemi 28.

Drugie zadanie. *Pewny kupiec trojakiego gatunku zboża kupił?*

Pierwsz: gat:	538 *korcy pł: korzec*	*po zł:*	18
Drugiego	647 . .	*po zł:*	14
Trzeciego	985 . .	*po zł:*	12

Miesza razem te trzy gatunki, i korzec po zł: 16 *przedaje, wieleż zyska, wszystko przedawszy?*

Wzór działania.

korcy	*korcy*	*korcy*	
538	647	985	*korcy*
18	14	12	538
4,304	2,588	1,970	647
538	647	985	985
9,684	9,058 zł:	11,820 zł:	2,170
9,058			16
11,820			13,020
30,568 zł:			2,170

wzięte za zboże zł: 34,720
wydane za zboże zł: 30,562
zysk zł: 4,158

Trzecie zadanie. *Kupiec A wziął od kupca B następuiące towary:*

36 łokci	po zł: 7 łok: co uczyni zł:		252
25	po zł: 9	. . .	225
47	po zł: 13	. . .	611
19	po zł: 16	. . .	304
		Summa zł:	1,392

Kupiec B wziął od kupca A.

68 łokci	po zł: 8 łok: co uczyni zł:		544
27	po zł: 12	. . .	324
54	po zł: 14	. . .	756
15	po zł: 17	. . .	255
		Summa zł:	1,879
		zł:	1,392

więc kupiec B winien kupcowi A zł: 487

Więcej jeszcze takowych przykładów dzieciom dać potrzeba.

ROZDZIAŁ V.

O dzieleniu liczby.

Pierwsze zadanie. *Pewna osoba kupiła sukna za 56 złotych, płacąc łokieć po 8 złotych, wieleż łokci kupiła?*

Odjąwszy od 56 zł: 8 zł: to jest cenę jednego łokcia; reszta pokaże cenę reszty łokci kupionych; od téj pierwszéj reszty złotych odjąwszy znowu 8 złotych, druga reszta pokaże, wiele zostało złotych na kupienie innych łokci prócz dwóch, których się cena już odjęła. Daléj podobnie odejmując, aż się naostatek nic nie zostanie, znajdzie się liczba łokci kupionych, których tyle będzie, ilekroć się 8 złotych od liczby 56 zł: odjąć mogło.

Wzór działauia 56
8
———
48 *reszta pierwsza.*
8
———
40 *reszta druga.*
8
———
32 *reszta trzecia.*
8
———
24 *reszta czwarta.*
8
———
16 *reszta piąta.*
8.
———
8 *reszta szósta.*
8
———
0 *reszta siódma.*

Ten wzór pokazuje, że 8, można odjąć od 56, razy 7; więc 7 łokci kupiono za 56 zł: płacąc za jeden po 8 zł.

Ale gdyby liczba pieniędzy była tak

wielka, żeby bardzo wiele łokci sukna za nie kupić można, praca byłaby długa i przykra, aby tyle razy, ile łokci było, liczbę oznaczającą cenę jednego łokcia odejmować; szukano tedy sposobu skrócenia téj roboty, i jak rozumiem, tą drogą sposób ten znaleziono. Liczba naprzykład 56 powinna się składać z 8 tyle razy do siebie dodanych, ile łokci po 8 zł; może być za całą tę summę kupionych; to jest liczba 56 powinna się składać z 8 rozmnożonych przez liczbę łokci. A zatém znajdę tę liczbę łokci, szukając w tablicy rozmnożenia, (o któréj wyżéj) liczbę 56, nad którą w najwyższym kwadraciku będzie liczba 8, a w tymże co i 56 rzędzie poprzecznym pierwsza po lewéj ręce liczba 7 pokaże mi liczbę łokci.

Według pierwszego sposobu ta robota przez powtarzanię jednejże liczby odejmowania odprawia się, i tyle razy mniejsza liczba w większéj znajdować się będzie, ile razy ją od większéj odjąć można. Drugim zaś sposobem tyle kroć znajduje się liczba mniejsza naprzykład 8, w większéj naprzykład w 56, ile kroć liczba, któréj szukamy tu naprzykład 7, zamyka w sobie jedność. Liczba tedy podzielona równa się liczbie dzielącéj, przez wieloraz rozmnożonéj.

Liczbę, którą dzielemy, nazwać można dzielnym (*dividendus*) tę przez którą dzielimy, dzielnikiem (*divisor*) tę zaś, która ukazuje, ile kroć liczba podzielona zawiera w sobie dzielącą, nazwać można wielorazem (*quotiens* albo *quotus*) rachunek taki nazywa się dzieleniem (*divisio*).

Drugie zadanie. *Sześciu uczniów mają między siebie podzielić 228 jabłek, aby każdemu równo się dostało, wieleż na jednego przypadnie?*

Liczba 6, znajduje się w liczbie 228, więcéj niż 1, 2, 3, 4, 5, 6, i t. d. aż do 9 razy; bo nawet 9 przez 6 rozmnożone czyni tylko 54, jako tabłica rozmnażania ukazuje, a zatém ponieważ 6, znajduje się w 54 razy 9, musi się więcéj daleko znajdować razy w liczbie 228; sto razy znajdować się nie może, bo 100 razy 6, uczyni 600, większą liczbę niżeli jest 228; więc wieloraz liczby 228 przez 6 podzielonéj składać się będzie albo z samych tylko dziesiątków, albo z dziesiątków i z jedności.

Wieloraz ten będzie miał więcéj niż 1 dziesiątek; ponieważ 6 razy 10 czyni tylko 60, więcéj niż 2 dziesiątki, bo 6 razy 20; czyni 120; daléj 6 przez 30 rozmnożone czyni 180, 6 przez 40, 240. Liczba 180, mniejsza jest od 228, liczba zaś 240 większa od tychże 228; więc 6; więcéj niż 30 razy znajduje się w 228, a mniéj, niżeli 40 razy, a przeto 3 tylko dziesiątki będzie miał w sobie wieloraz; 3 te dziesiątki rozmnożone przez 6, to jest 180, odjąwszy od 228, zostanie się 48, które jako tablica rozmnożenia pokazuje, są liczbą rozmnożoną z 6 przez 8 jedności; więc wieloraz 48 przez 6 podzielonych jest 8 jedności. Cały przeto wieloraz liczby 228 przez 6 podzielonéj będzie miał 3 dziesiątki i 8 jedności, to jest 6 znajduje się w 228, razy 38; i tyle jabłek przypadnie na każdego z sześciu uczniów, równo ich dzieląc.

Trzecie zadanie. 9 *osób mają równo podzielić między siebie zł:* 6,561, *wieleż każdéy z nich dostanie się?*

Podobnym sposobem jak w przykładzie poprzedzającym dowieść można, że wieloraz, którego szukamy, zawierać w sobie będzie sta, ale nie tysiące. Mnożąc 9 przez, 100, 200, 300, i t. d. znajdziemy liczbę rozmnożoną z 9 przez 700 to jest 6,300, najmniéj różniącą się od liczby podanéj 6,561, i mogącą się od niéj odjąć; więc wieloraz będzie miał 7 sta, odjąwszy 6,300, od 6,561, zostanie się 261, które dzieląc daléj przez 9, powinniśmy znaleść jeszcze dziesiątki, i jedności wielorazu. Rozmnażając 9 przez 10, 20, i t. d. postrzeżemy, że najbliżéj przystępująca do 261 liczba jest 9, przez 20 rozmnożone to jest 180; a przeto 2 dziesiątki przybędą do wielorazu. Odjąwszy 180, od 261, zostanie 81, która to reszta mniéj niż 10 razy zamykać w sobie powinna liczbę 9, jakoż zamyka ją tylko razy 9, bo w tablicy rozmnożenia znajdziemy, że 9 razy 9, czyni 81. Przypisawszy te 9 jedności do wielorazu, będzie cały ten wialoraz składał się z 7 sta, 2 dziesiątków, i 9 jedności, to jest 729 złotych dostanie się każdéj z 9 osób, podzieliwszy równo między nich 6,561 złotych.

Żeby tę całą robotę razem mieć przed oczyma, liczba podzielna zwykła się pisać w pośrzodku między iiczbą dzielącą po lewéj stronie, i wielorazem po prawéj: przedzieliwszy je linijkami podłużnemi, tak jak wzór następujący ukazuje.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz
9	6,561	729
Wzór działania	6.300	*Licz: roz:9 pr:* 700
	261	*Pierwsza reszta.*
	180	*Wiel,z* 9 *przez* 20
	81	*Druga reszta.*
	81	*Wiel: z* 9 *przez* 9
	0	

Czwarte zadanie. 8 *osób podzielić trzeba równo* 65,496 *złotemi; jakaż będzie ósma część tych pieniędzy, która jednéj osobie przypadnie?*

Wieloraz mieć tu będzie cztery znaki, każdy ztych znaków wynaleść się może tą samą drogą, którą szukaliśmy ich w przykładach poprzedzających.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz.
Wzór działania	65,496	8,187
	64,000	*Wi: z* 8 *przez* 8000
	1,496	*Pierwsza reszta.*
	800	*Wi: z* 8 *przez* 100
	696	*Druga reszta.*
	640	*Wi: z* 8 *przez* 80
	56	*Trzecia reszta.*
	56	*Wi: z* 8 *przez* 7
	0	

Na wielu takowych przykładach niech się wprawiają dzieci, gdzieby liczba dzieląca mniejsza od 10 była. Mogą im tu pokazać nauczyciele, że liczba każda mniejsza od 10, tyle tysięcy naprzykład razy znajduje się w dziesiątkach tysięcy jakiéj liczby, ile sto razy znajduje się w tysiącach tejże liczby, ile dziesiątków razy znajduje się w stach, ile jedności razy znajduje się w dziesiątkach: odtrącając po prawéj ręce jeden, dwa, trzy, i t. d. znaki. Tak w przykładzie ostatnim ponieważ 8 znajduje się w 65,496, 8 tysięcy razy, te same 8 znajdować się będą w 6,549 8set razy. Że tedy jedna zawsze liczba 8 wypada za wieloraz, lubo nie jedno znacząca, można więc i w tym, i w innych wszystkich przykładach dzielenia, uważać tylko na pierwsze znaki liczby podzielnéj, jak tu 65, i te naprzód dzielić, a potém dopiero podobnym sposobem dzielić liczby pozostałe; jako to na tém samém przykładzie pokazać można.

Wzór działania.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz.
8	65,496	8,187
	64	*Wiel:* 8 *przez* 8 *tysięcy.*
	1,496	*reszta pierwsza.*
	8	*Wiel:* z 8 *przez* 1 *sto.*
	696	*reszta druga.*
	64	*Wiel:* z 8 *przez* 8 *dzie:*
	56	*reszta trzecia.*
	56	*Wiel:* z 8 *przez* 7 *jedno:*

Na tym samém fundamencie, można po jednym tylku znaku liczby podzielnéj przypisywać do reszty, która się po odjęciu zostanie, co na tymże przykładzie zobaczemy.

Wzór działania.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz.
8	65,4,9,6,	8,187.
	64	
	14 *reszta* 1 *z przyd:, znak:* 4.	
	8	
	69 *reszta* 2 *przyd: znak:* 9.	
	64	
	56 *reszta* 3 *z przyd: znak:* 6.	
	56.	

Można dla pamięci każdy z tych znaków przydanych do reszty naznaczyć sobie w liczbie podzielnéj kropką, aby go do reszty następującéj powtórnie nie przydać.

Piąte zadanie. *Kilku przyjaciół uczyniło składkę na 136 złotych, na którą dał z nich każdy po zł: 17, wielež się ich składało?*

Wieloraz ukazujący tych przyjaciół liczbę znajdziemy, podzieliwszy 136 przez 17.

Lubo tu liczba dzieląca, nie jeden jak wyżéj, ale dwa w sobie znaki zawiera; podobnym jednak, jak wyżéj, sposobem znaleść można wieloraz: szukając liczb rozmnożonych z 17, przez 1, 2, 3, i t. d. aż do 9; i uważając, która z nich najbliżéj przystępuje do równości z liczbą 136, albo też wcale téj liczbie równa się. Taką tablicę zrobiwszy sobie, znajdziemy tę samę liczbę 136 wypadłą 17 przez 8 rozmnożonych; więc 8 jest wieloraz, którego szukaliśmy.

Tablica liczb pierwszych dziewięciu przez 17 rozmnożonych.

1 raz	17	czyni	17
2			34
3			51
4			68
5			85
6			102
7			119

8	136
9	153

Takie liczby, które kilka razy tę samę liczbę w sobie zamykają, nazwać można *wielokrotne* (multipla).

Więcéj takich przykładów zadawać trzeba dzieciom, w którychby wieloraz nie przechodził 9.

Szóste zadanie. 24 *pak z towarami równo ważących, waży razem funtów* 1,512 *wieleż jedna paka ważyć będzie?*

Trzeba znowu podobną jak wyżéj tablicę sobie ułożyć z pierwszych liczb dziewiąciu wielokrotnych, to jest raz 1, 2, 3, i t. d. zawierających w sobie liczbę 24.

1 raz	24	czyni	24
2 razy			48
3			72
4			96
5			120
6			144
7			168
8			192
9			216

Wzór działania.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz.
24	1,512	63
	144	*Wiel. z 24 przez 6 dzie:*
	72	*Reszta z przyd: znak: 2.*
	72	*Wiel: z 24 przez 3.*
	0	

Sposób postępowania. Liczba 24 rozmnożona przez 6, to jest 144 najbardziéj zbliża się do trzech pierwszych znaków liczby podzielonéj, to jest do 151; więc wieloraz jest 6, znaczącéj dziesiątki, ponieważ 151, liczba podzielna, znaczy tu 151 dziesiątków. Odiąwszy 144, od 151, zostanie 7 dziesiątków, do których przydawszy 2 jedności, to jest ostatni znak podzielny, zostanie ze wszystkim 72. Ta liczba 72 jest trzykrotna 24 to jest 24 zawiera się 3 razy w 72; więc wieloraz będzie 3 jedności. Znajduję tedy, że każda paka ważyła 63 funtów.

Siódme zadanie. *Człowiek mający rocznego dochodu* 130,305 *złotych, wieleż na dzień wydać może równo, aby mu dochód ten na* 365 *dni, to jest na rok cały wystarczył?*

Liczby wielokrotne 365.

1 raz	365	. czyni	365
2	. . . . .		730
3	. . . . .		1,095
4	. . . . .		1,460
5	. . . . .		1,825
6	. . . . .		2,190
7	. . . . .		2,555
8	. . . . .		2,920
9	. . . . .		3,285

Wzór działania.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz.
365	130,305	357.
	1.095	*Wiel: z 365 przez* 3.
	2,080	*reszta z przydanym* 0
	1,825	*Wiel: z 365 przez* 5
	2,555	*reszta z przydanym* 5
	2.555	*Wiel: z 365 przez* 7
	0	

Gdy już przez czas niejaki ćwiczyć się będą dzieci w dzieleniu liczb z pomocą tablicy ukazującéj liczby wielokrotne; trzeba ich będzie przyuczać potém, aby się bez tablicy obejść mogli, i na pamięć wieloraczy zgadywali, uważając na pierwsze znaki tak liczby dzielącéj, jako też i podzielonéj. Gdy im się zbłądzić trafi że większą niż potrzeba liczbę, lub mniejszą wezmą na wieloraz, naprowadzi ich na drogę nauczyciel, pokazując, że w pierwszym razie liczba rozmnożona z wielorazu nadto wielkiego, i z liczby dzielącej, większa będzie od téj, od któréj ma być odjęta, w drugim zaś razie, wieloraz nadto mały rozmnożony przez liczbę dzielącą, i odjęty od liczby wyższéj, zostawi resztę większą od liczby dzielącéj, a zatym ta liczba dzieląca, jeszcze się jaki raz znajdować będzie w téjże reszcie.

Osme zadanie. 91 *łokci materyi kosztowało zł.* 4,823, *wieleż jeden łokieć kosztował?*

Wieloraz mieć tu powinien dwa znaki, jeden dziesiątków, drugi jedności.

Liczba dzieląca 91 nieznajduje się w 48 stach, ani jedno sta razy, ale w 482 dziesiątkach, może się znaleść kilka dziesięć razy. Ponieważ zaś ciężko jest zgadnąć, ile dziesiątków razy ta cała liczba 91, znajdować się będzie w 482; weźmij dla łatwości samo 9, w 48, a tak 9 w 48 znajdziemy 5 razy; więc wieloraz mieć będzie 5 dziesiątków; 5 rozmnożone przez 91 uczyni

455, które odjąwszy od 482, zostanie 27 dziesiątków, do których przydawszy 3 jedności z liczby podzielonéj, będzie ze wszystkim 273 jedności, 91 w 273, albo 9 w 27, znajduje się 3 razy, te trzy jedności rozmnożywszy przez 91, zrobi się 273, które odjąwszy od pozostałych 273 nic nie zostanie. Cały tedy wieloraz jest 53, i oznacza 53 złotych, to jest cenę jednego łokcia materyi.

Wzór działania.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz.
91	4,823	53
	455	
	273	
	273	
	0	

Dziewiąte zadanie. *Pewny kupiec za 5,655 czerwonych złotych kupił sztuk materyi 65, po czemuż mu sztuka na sztukę przypadała?*

Wieloraz ma tu mieć także dwa znaki. Liczba dziesiątków jego, tyle będzie, ile razy 65, znajduje się w 565, a zaś 65 nie więcéj się razy znajduje w 565, jak 6 w 56, ani mniéj jak 7 w 65; więc wieloraz albo będzie 9, albo 8. Biorąc naprzód dla doświadczenia, 9 za wieloraz, i mnożąc go przez 65 będzie liczba rozmnożona 585, od któréj miałaby być odjęta. A zatém 8 będzie prawdziwy wieloraz znaczący dziesiątki. Rozmnożywszy te 8 przez 65, i liczbę ztąd rozmnożoną 520 odjąwszy od 565, zostanie 45. Przy téj reszcie przypisuję następujący, a ostatni znak liczby podzielnéj 5, i będę miał całéj reszty 455. Ile jedności będzie miał wieloraz, ukaże to 455 przez 65 podzielone, które 65 nie więcéj razy znajduje się w 455, jak 6 w 45, ani mniéj jak 7 w 45, to jest 7, albo 6 razy. Wziąwszy 7 za wieloraz, ten przez 65 rozmnożony, da liczbę 455, którą odjąwszy od pozostałych 455, nic nie zostanie. Cały tedy wieloraz będzie 87 czerwonych złotych: i tyle przypadnie za jednę sztukę materyi.

Wzór działania.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz
65	5,655	87
	520	
	455	
	455	
	0	

Dziesiąte zadanie. 287 *pak towarów ró-*

wno ważących; waży funtów 194,586; *ileż każda z nich waży?*

Ponieważ drugi znak liczby dzielącéj 8 jest wielki względem pierwszego 2; można dla łatwości większéj w utrafianiu wielorazu, wystawić sobie w myśli, jak gdybyśmy dzielić mieli przez 300, zamiast 287, lubo rozmnożenie wielorazu przez 287, a nie przez 300 być powinno. Wieloraz ten ma w sobie zawierać znaków trzy, to jest sta, dziesiątki, i jedności. A naprzód tyle stów mieć będzie, ile razy 287, wchodzi w 1,945, albo 3 w 19, to jest 6 razy; liczba z 6 przez 287 rozmnożona, jest 1,722, ta zaś od 1,945 odjęta, zostawuje 223. Następujący znak liczby podzielnéj 8 przypisawszy do 223, liczbę dziesiątków wielorazu znajdziemy, dzieląc 2,238 przez 287, albo dla łatwości 22 przez 3, które znajduje się w 22 razy 7. Przez 7 rozmnożywszy 287, i liczbę rozmnożoną 2,009, odjąwszy od 2,238, zostanie 229, a z ostatnim znakiem liczby podzielonéj będzie 2,296. W téj reszcie 2,296, liczba podzielna 287 tyle prawie razy znajdować się powinna, ile razy znajduje się 3 w 22, to jest 7 razy, 7 przez 287 rozmnożone uczyni 2,009, które odjąwszy od 2,296, zostanie 287 tyla liczba, ila jest dzieląca, a zatym 287, nie 7, ale 8 razy znajduje się, w 2,296. Więc cały wieloraz będzie 678, oznaczający wielość funtów, które każda w szczególności waży paka.

Wzór działania.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz.
287	194,586	678
	1,722	
	2,238	
	2,009	
	2,296	
	2,296	
	0	

Aby w dzieleniu liczb którychkolwiek, jednych przez drugie być mocnym, trzeba do tego, długiego na rozmaitych liczbach ćwiczenia się, na takich osobliwie, któreby wiele w sobie znaków liczebnych zawierały.

Na końcu przeszłego rozdziału zaleciło się, aby przez mnożenie umiały dzieci, wyższe gatunki, na niższe obracać, jako to naprzykład czerwone złote na złote, i t. d. tu znowu nauczyć ich trzeba, jak mają przez dzielenie niższe gatunki, obracać na wyższe, naprzykład złote, na czerwone złote i t. d.

Gdy się już dobrze wprawią w liczb dzielenie, mogą potém mnożenie, i odejmowanie przypadające w tym działaniu razem czynić, nie tak, jak do tych czas: naprzód liczby wielorazu mnożyli przez liczby dzielące, a dopiero potém rozmnożone od podzielnéj liczby odejmowali. Tak w przykładzie ostatnim, zamiast coby mieli pisać te liczby 1,722, 2,009, 2,296, wypadające z rozmnożenia liczby dzielącéj 287, przez osobne znaki wielorazu 6, 7, 8, i one od przypadających liczby podzielnéj znaków odejmować, mogą sobie postąpić w ten sposób.

Wzór działania.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz.
287	194,586	678
	2,238	
	2,296	
	000	

287, znajduje się w 1,945 razy 6; 6 razy 7, czyni 42, 2 odjąwszy od 5, zostanie 3, a 4 do wyższego się gatunku przenosi; 6 razy 8 czyni 48, a 4, czyni 52; od 4, 2 odjąwszy, zostanie 2, a 5 się przenosi; 6 razy 2, czyni 12, a 5, czyni 17, te 17 odjąwszy od 19 zostanie 2.

287, w 2,238, znajduje się razy, 7; 7 razy 7 czyni 49; 9 od 18 odjąwszy zostanie 9, a 4 się przenosi, 7 razy 8 czyni 56, a 4, czyni 60, odjąwszy 0 od 2, zostanie 2, a 6 się przenosi; 7 razy 2 czyni 14, a 6, 20, te 20 odjąwszy od 22 zostanie 2.

287, w 2,296 znajduje się razy 8, 8 razy 7, czyni 56, 6 od 6 nic nie zostanie 8 razy 8, czyni 64 a 5; 69, 9 od 9 nic nie zostanie, 8 razy 2, czyni 16, a 6, 22, te 22. od 22 nic nie zostawią.

Nie jest rzecz koniecznie potrzebna, aby dzieci umiały używać tego sposobu mnożenia liczby, i razem odejmowania, dosyć na tém, że go znać będą.

Jeżeli nauczyciele pamiętali na to, aby przykład każdy dzieciom zadany, na wspak im powtórnie zadawali; to jest dając im wieloraz zamiast liczby dzielącej, aby ta powtórnie wypadała za wieloraz, stanie to samo za doświadczenie, czyli za pierwszym razem omyłki jakiéj nie było w dzieleniu. Ale niech osobliwiéj przyuczają dzieci. aby po skończoném dzieleniu wieloraz rozmnażali przez liczbę dzielącą, zkąd liczba rozmnożona, jeżeli taka wypadnie, jaka była liczba podzielna, pewni być mogą, że omyłki w dzieleniu nie popełnili.

PRZYDATEK DO DWOCH ROZDZIAŁOW POPRZEDZAJĄCYCH.

Cwiczenie, w które razem wchodzi mnożenie i dzielenie.

Pierwsze zadanie. 24 *robotników miasto okopując, każdy znich w jednymże czasie wykopał głębią długą na* 56 *sznurów, szerokości i głębokości jednakowéj, za którą robotę wzięli wszyscy zł:* 34,944; *wieleż każdemu znich przypadnie za jeden sznur?*

Pierwszy sposób. Ponieważ każdy z tych robotników wykopał na 56 sznurów długości, a było robotników wszystkich 24; liczba sznurów wykopanych od wszystkich razem, znajdzie się, mnożąc 56 przez 24, to jest: będzie 1,344. Za te 1,344 sznurów, ponieważ wzięli w zapłacie złotych 34,944 podzieliwszy 34,944 przez 1,344, wieloraz 26 złotych pokaże zapłatę przypadającą za sznur jeden.

Drugi sposób. Ponieważ ci 24 robotników, wzięli zł: 34,944, każdy z nich wziął tyle, ile wypadnie z podzielenia 34,944 przez 24, to jest 1,456 złotych; a że każdy z nich wykopał 56 sznurów, podzieliwszy 1,456 przez 56, znajdę, ile za jeden sznur jednemu z nich przypadło; to jest złotych 26.

Ten drugi sposób, w tém jest od pierwszego wygodniejszy, że mniejsze ma liczby dzielące; tamten zaś w tém łatwiejszy że mnożenia naprzód używa zamiast dzielenia.

Drugie zadanie. 32 *robotników pewną robotę w 28 dniach skończyli, wyrabiając każdy na jeden dzień po 18 sznurów. Wzięli za całą robotę zapłaty* 370,944 *groszy; ileż im za jeden sznur wyrobiony przypadało?*

Pierwszy sposób. Każdy robotnik robiąc po 18 sznurów na dzień, przez dni 28, zrobi ich 504, co wypada z rozmnożenia 18 przez 28. A zaś 32 robotników zrobi 32 razy tyle, to jest 16, 128 sznurów. Ponieważ zaś za te wszystkie wzięli groszy 370,944; więc za jeden sznur przypadnie tyle, ile wyjdzie z podzielenia 370,944, przez 16,128, to jest 23 groszy.

Drugi sposób. Płacę wszystkich razem robotników na dzień, znajdę, dzieląc 370,944, przez 28, i ta będzie groszy 13,248. Żebym znalazł płacę jednego robotnika za 18 sznurów, podzielę 13,248 przez 32, wieloraz 414 groszy będzie tę płacę oznaczał. Te 414 przez 18 podzieliwszy, wieloraz 23 grosze, pokazuje ile za sznur jeden, jednemu robotnikowi przypada.

Trzecie zadanie. *Pewna osoba kupiła* 24 *łokci materyi, płacąc za łokieć po złotych* 64; *kupiła i innéj materyi łokci* 72, *ale nie pamięta po czemu się za łokieć jeden zgodziła była; wie tylko, że za obiedwie materye dała złotych* 3,840. *Po czemuż jéj przypadnie łokieć téj drugiéj materyi?*

Ponieważ łokieć pierwszéj materyi kosztował zł: 64, rozmnożywszy 24 przez 64, będzie 1,536 złotych, za łokci 24. Odjąwszy 1,536 od 3,840, reszta 2,304 zł: przypada za 72 łokci drugiéj materyi, podzieliwszy 2,304 przez 72, wieloraz 32 zł: jest cena jednego łokcia téj drugiéj materyi.

Co że tak jest w saméj rzeczy, łatwo pokazać można; bo za 24 łokcie materyi po 64 złote łokieć, przypada zł; 1,536; za 32 łokcie materyi, po 72 zł. łokieć, przypada zł: 2,304.

Dodawszy, wypada ta sama co wyżéy summa 3,840 zł.

Czwarte zadanie. *Pewny kupiec potrzebujący sukna, którego łokieć na 9 złotych przypadł, ustępuje w zamian kupcowi drugiemu 54 łokci jednego sukna po 8 zł: łokieć, a drugiego 72 łokci po 12 złotych łokieć. Wieleż za to wszystko będzie miał łokci sukna po 9 złotych.*

Za łok: 54 suk: na 8 zł: przypada zł:	432
Za łok: 72 suk: na 12 zł: przypada zł:	864
Summa złotych	1,296

Więc drugi kupiec ma pierwszemu przystawić sukna po 9 złotych, łokci tyle, ile ich być może za 1,296 złotych; podzieliwszy te 1,296 złotych przez 9, wieloraz 144, pokaże liczbę łokci tego sukna.

Wiele innych podobnych przykładów przydać jeszcze potrzeba; bo tym sposobem nayiepiéj się mogą dzieci w rachunkach wydoskonalić.

Ćwiczenia z pierwszych początków miernictwa.

Wiadomość pierwszych początków miernictwa, jest tak pożyteczna, że ją wcześnie dzieci mieć powinny: Ci, którzy albo ochoty, albo sposobności czuć w sobie nie będą do dalszych téj nauki części, dobrze, że jéj początki przynajmniéj znać będą. Ci zaś, którzy całéj jeometryi naukę przebyć zechcą, nie będą w tym szkodować, że im się ta sama rzecz, która tak wielkiéj jest wagi, powtórnie znowu w inny sposób przełoży.

Pierwsze początki miernictwa co do rozmiaru prostokątów (rectangulum).

Pierwsza definicya. Gdy prosta linia spada na inną, tak, że ani na tę, ani na owę stronę nie jest względem niéj nachylona, nazywa się *prostopadłą* (*perpendicularis*) względem téj drugiéj, i ta wzajemnie, względem tamtéj.

Przestroga. Jeżeli te linie samemi tylko końcami spadając na siebie, stykają się, trzeba jednę z nich daléj pociągnąć, aby doświadczyć, czyli są prostopadłe.

Druga definicya. Gdy jaka figura czterema liniami jest określona, i te linie do siebie są prostopadłe, taka figura nazywa się *prostokąt (rectangulum).*

W takiéj figurze boki przeciwne są sobie równe.

Używanie linij prostopadłych, i prostokątów jest bardzo częste.

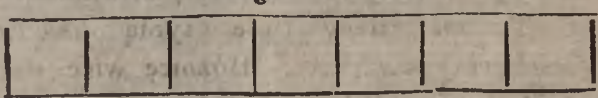
Domy, ogrody, pokoje, drzwi, okna, i wiele innych rzeczy widocznie nam to pokazują. Trzeba, żeby Nauczyciele takowe rzeczy pierwéj jeszcze przed oczy wystawiali dzieciom, nim do definicyi przystąpią, aby tak zrozumienie ich ułatwili.

Trzecia definicya. Gdy prostokąt wszystkie cztery boki ma równe, nazywa się *kwadratem (quadratum).*

Jeżeli kwadratu bok każdy ma długości na jednę stopę, miejsce liniami takiemi zamknięte, nazywa się *stopą kwadratową.* Te zaś cztery linie czynią *obwód (peripheria)* kwadratu. Różnicę więc uczynić trzeba między obwodem, i polem *(area).* Tak naprzykład, jeżeli kwadrat ma łokieć, albo sążeń długości, pole jego będzie miało łokieć, albo sążeń kwadratowy, obwód zaś będzie miał cztery łokcie, albo sążnie zwyczajne.

Niech będą dwa równe kwadraty mające wszerz i wzdłuż po stopie, i tych boki dwa niech się z sobą zupełnie stykają, tak spojone uczynią prostokąt, którego długość będzie 2 stopy, szerokość jedna stopa, pole zaś 2 stopy kwadratowe. Przyłączywszy jeszcze trzeci kwadrat na jednę stopę długi i szeroki, zrobi się prostokąt z trzech kwadratów złożony, maiący długości 3 stopy, szerokości ! stopę, pole 3 stopy kwadratowe. A w powszechności mówiąc, jaka kolwiek będzie liczba stóp kwadratowych, z sobą się stykających naprzykład 7, liczba stóp długości takowego prostokąta będzie też 7, szerokości stopa 1, pola stóp także 7, ale kwadratowych. Obacz to na figurze.

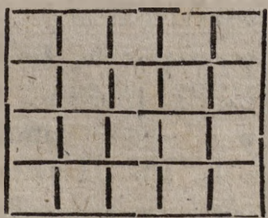
Figura 1.



Na wspak zaś, jeżeli prostokąt będzie miał naprzykład długości stóp 7, szerokości stopę 1, można go uważać jak gdyby złożony był z 7 stóp kwadratowych zsobą stykających się. Ztąd kiedy prostokąt mieć będzie stopę 1 szerokości, a jakąkolwiek liczbę stóp długości, liczba stóp kwadratowych w tym prostokącie zamykaiących się, będzie tyla, iaka była liczba stóp długości.

Niech znowu będą dwa równe prostokąty, mające długości na stóp naprzykład 5, szerokości stopę 1, niech się tak jak figura pokazuie.=

Figura 2.



ztykaią z sobą, aby szerokość tylko, nie długość pomnożyły. W ten sposób spojone uczynią prostokąt długi na 5 stóp, szeroki na 2 stopy, pole zaś tego prostokątu mieć będzie 10 stóp kwadratowych.

Gdy trzy podobne prostokąty jeden na drugim położymy, zrobi się prostokąt mający stóp 5 długości, 3 stopy szerokości, a 15 stóp kwadratowych pola. Mając zaś prostokąt długi na stóp 5, szeroki na 3 stopy, można go uważać, iak gdyby złożony był z trzech rzędów, z których każdy zamykałby w sobie po 5 stóp kwadratowych, to jest jak gdyby cały ten prostokąt składało 15 stóp kwadratowych.

Te przykłady, i inne tym podobne, trzeba jeszcze objaśnić na kwadracikach z papieru grubszego, lub z drewna wyrobionych, albo innym jakim sposobem, układając te kwadraciki na różne prostokąty. Po tym wszystkim łatwo, ledwie nie same dzieci wniosą sobie, że dla znalezienia pola jakiego prostokąta, którego boków miara w jednymże gatunku naprzykład w łokciach, albo stopach jest wiadoma, *trzeba liczby oznaczające długość boków dwóch bliskich siebie, rozmnożyć jednę przez drugą.*

Najwięcéj zabawić się należy nad prostokątem, który oraz jest i kwadratem, to jest mającym wszystkie 4ry boki równe, i tym się różniącym od innych prostokątów, że tamtych boki tylko 2, które leżą na przeciwko siebie są równe. Ponieważ tedy w kwadracie, wszystkie boki są równe, aby pole jego znaleść, dosyć jest liczbę znaczącą długość boku jednego rozmnożyć przez siebie. Rozmnażając tak, większe i mnieysze kwadraty, trzeba w przykładach używać miar w kraju zwyczajnych. Trzeba także pokazać różnicę miar liniowych, i miar kwadratowych; do czego służyć mogą tablice następujące.

Miary liniiowe.

Sznur mierniczy ma w sobie prętów	10
Pręt ma łokci . . .	7 i pół
Łokieć ma stóp albo pół łokciów	2
Stopa ma ćwierci . . .	2
Cwierć ma calów . . .	6
Cal ma linii	12

Miary kwadratowe.

Sznur kwadratowy ma prętów	100
kwadratowych . .	56 i ćw:
Łokieć kwadratowy, ma stóp	
kwadratowych . .	4

Stopa kwadratowa ma ćwierci kwadratowych . .	4
Cwierć kwadratowa ma calów kwadratowych . .	36
Cal kwadratowy ma linii kwadr:	144

Ztąd łatwo zrachować można, wiele naprzykład sznur mierniczy zamyka w sobie łokci, albo stóp, lub jakiegokolwiek niższego gatunku miar. Naprzykład chcąc wiedzieć wiele sznur ma stóp w sobie; ponieważ 10 prętów czyni sznur jeden, a pręt 1, czyni łokci 7, i pół, to jest stóp 15, rozmnożywszy 10 przez 15, znajdę, że sznur ma stóp 150. Podobnym sposobem, i wyższe gatunki miar kwadratowych, obrócić mogę na niższe. Z tych przykładów pokazuje się, że pola kwadratów bardziéy się powiększają, niżeli boki; bo gdy boki kwadratów =

są . . . . 1,2,3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10it.d.
ich kw: będą: 1,4,9,16,25,36,49,64,81,100.

Pierwsze zadanie. *Izba mająca* 15 *stóp długości,* 12 *stóp szerokości, jakież mieć będzie pole z téj długości, i szerokości wynikające?*

15 *Mnożny.*
12 *Mnożnik.*

30
15
---
180 *Stopy kwad: to jest, pole téj izby.*

Drugie zadanie. *Prostokąt mający długości stóp 24, szerokości stóp 16, ileż będzie mieć pola?*

24 *Mnożny.*
16 *Mnożnik.*

144
24
---
384 *Stopy kwadratowe pole tego prostokątu okazujące.*

Trzecie zadanie. *Mając długość prostokątu 24 stóp, i pole jego 384 stóp kwadratowych, jakże znaleść jego szerokość?*

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz
24	384	16 *Stopy szerokości tego prostokątu.*
	24	
	144	
	144	
	0.	

Uwaga. Sposób ten, który się podał, i którym dzieci prowadzone będą do zrozumienia, i wykonania rozmiarów pol, w prostokątach, już sam przez się ułatwi trudność, którąby zadać można przeciwko temu, co się w rozdziale czwartym powiedziało; to jest, że liczba rozmnożona, ten sam gatunek wyrażić powinna, który liczba mnożna wyraża; a zaś w miernictwie, tak liczba mnożna jako i mnożąca, znaczy proste naprzykład łokcie, stopy, a liczba rozmnożona znaczy łokcie, stopy, i t. d. kwadratowe.

Ale według tego, co się wyżej powiedziało, liczba mnożna, już w miernictwie wyraża pole, to jest wyraża miarę kwadratową, naprzykład łokcie, lub stopy kwadratowe, które w pierwszym rzędzie kwadratów prostokąt składających zawierają się; te dopiero rozmnożone bywają przez liczbę wyrażającą miarę szerokości, lnb wysokości tego prostokątu; to jest, tyle razy się do siebie dodają, ile jedności tejże miary bok szerokość, lub wysokość oznaczający w sobie zamyka. A zatem liczba rozmnożona tego jest, co i mnożna gatunku. Jeżeli się zwyczajnie mówi, że dla znalezienia pola jakiego prostokątu, trzeba długość jego rozmnożyć przez szerokość, czyli, że trzeba liczby te, długość i szerokość oznaczające jednę przez drugą rozmnożyć, te skrócone wyrazy, niepowinny trudności czynić, po tém, które się dało objaśnieniu.

Początki jeometryi, co do figur pełnych, albo brył (solida).

Pierwsza definicya. Gdy bryła jaka podobna jest do kostki od grania, to jest: mająca sześć ścian równych kwadratowych, które ją zawierają, taka bryła nazywa się po łacinie *Cubus*, a po polsku nazywać ją można *sześcian*, od ścian sześciu.

Gdy sześcianu takiego bok mieć będzie długości cal jeden, albo stopę jednę, i t. d. a zatém ściana jego będzie miała cal kwadratowy 1, albo stopę kwadratową 1, i t. d. taki sześcian, będzie calem sześciennym, czyli kubicznym, albo stopą sześcienną, i t. d.

Sciana każda sześcianu, zamyka w sobie stopę jednę kwadratową, jeżeli sześcian zamyka stopę sześcienną, i takowych stóp kwadratowych sześć będzie kończyło sześcian. Toż mówić i o innych sześcianach, większéj lub mniejszéj miary.

Druga definicya. Bryła podobna z wierzchu do pokoju podługowatego, albo skrzynki, książki podłużnéy, to jest: mająca sześć ścian prostokątnych, z których naprzeciw tylko będące są równe, nazywa się sześcian prostokątny, (*parallelopipedum rectangulum*). Sciana ta, na którey stoi sześcian, nazywa się *podstawą* (*basis*). Wysokość zaś jego jest ten bok, albo linia, która od rogu któregokolwiek podstawy do góry idzie.

Wszędzie przez sześcian rozumieć będziemy tę figurę, któréj wszystkie ściany są równe, a przez sześcian prostokątny tę, która tylko ściany przeciwne ma równe, i jest podługowata.

Niech będzie sześcian prostokątny, którego podstawa jest kwadrat mający 2 stopy w boku każdym, a zatém składający się z 4 stóp kwadratowych. Na takowéj podstawie stóp 4 kwadratowych, zmieściłyby się cztery sześciany równe, mające każdy po stopie jednéj sześciennéj. Te cztery sześciany równe na téj podstawie umieszczone; i razem wzięte uczyniłyby sześcian prostokątny, którego wysokość byłaby na stopę jednę, a pełność równałaby się 4 stopom sześciennym. Niechby znowu bok jeden podstawy sześcianu prostokątnego miał stóp 2, a drugi mu przyległy stóp 3, podstawa ta miałaby pola 6 stóp kwadratowych. A zatém możnaby na niéj mieścić podle siebie 6 stóp sześciennych, któreby uczyniły sześcian prostokątny wysoki na stopę jednę, a pełności mający 6 stóp sześciennych, tak, jak podstawa jego miała sześć stóp kwadratowych. A w powszechności mówiąc, każdy sześcian prostokątny, mający wysokości stopę jednę, tyle stóp mieć będzie sześciennych, ile podstawa jego zamyka wsobie stóp kwadratowych. Toż rozumieć i o innych miarach.

Gdyby nad jednym sześcianem prostokątnym postawić inny mający taką samę jak pierwszy postawę, i wysokość, złączone tak z sobą te sześciany uczyniłyby nowy sześcian, nieodmiennéj podstawy, ale dwa razy wyższy, i tyle drugie mających pełności, co każdy miał z osobna. Zachowując zawsze podstawę jednę w sześcianie prostokątnym, a przydając mu tyle troje, czworo, i t. d. wysokości, zrobi się sześcian, trzy, cztery, i t. d. razy tak pełny, jak pierwszy. *Więc aby znaleść w stopach naprzykład sześciennych pełność jakiego sześcianu prostokątnego, którego boki podstawy i wysokości są wiadome w stopach prostych, trzeba boki przyległe podstawy przez siebie rozmnożyć, aby mieć pole podstawy. A dopiéro liczbę tak rozmnożoną oznaczającą pole podstawy, rozmnożyć jeszcze przez inną liczbę wysokość sześcianu wyrażającą.* Z tego dwojakiego rozmnożenia wypadnie liczba, która oznaczy w stopach sześciennych, lub w innych podobnych miarach, pełność sześcianu.

Uwaga. Po tym wyłożeniu dosyć jaśnie się pokazuje, że liczba mnożna, i rozmnożona tenże sam, jak powinny, znaczą tu gatunek; to jest stopy sześcienne, lub inną kubiczną jaką miarę. Liczba albowiem mnożna oznacza, tyle naprzykład stóp sześciennych, ile podstawa sześcianu miała stóp kwadratowych; liczba zaś rozmnożona, tyle razy te stopy sześcienne liczby mnożnéj dodaje, ile jedności stóp prostych, albo liniowych wysokość sześcianu w sobie zawiera.

Gdy sześcian jest równy, to jest wszystkie sześć ścian równe mający, na ten czas dosyć jest liczbę którego kolwiek boku dwa razy przez siebie rozmnożyć, aby mieć pełność tego sześcianu liczbami wyrażoną; ponieważ w takowym sześcianie długość, szerokość i wysokość są jednakowe.

Przeto gdy bok sześcianu będzie w miarach liniowych.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, i t. d.
Wyrazy . . . .
pełności . . . . :
sześcianu . . . .
w miarach . . . .
kubicz- . . . . : : . .
nych bę- . . . .
dą: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, i t. d.

Ponieważ najwięcéj używać się zwykło miar krajowych, do wyrażenia długości, szerokości, i wysokości, boków sześcianu, i jego bryłowatości; przeto tablica tu przyłącza się ukazująca ważność łokcia sześciennego w stopach sześciennych, stopy w ćwierciach i t. d.

Łokieć sześcienny waży stóp sześcien: .	8
Stopa sześcienna ćwierci sześciennych .	8
Cwierć sześcienna calów sześciennych	216
Cal sześcienny linij sześciennych .	1,728

Ztąd łatwo można łokieć naprzykład sześcienny obrócić na którąkolwiek niższą miarę kubiczną tym, jak się wyżej powiedziało o prostych miarach, sposobem.

Pierwsze zadanie. *Mam sześcian prostokątny, którego podstawa iest kwadrat. Bok téj podstawy zawiera w sobie stóp 18, wysokość zaś sześcianu jest 14 stóp. Chcę znaleść tego sześcianu pola ścian wszystkich i onego pełność.*

Wzór działania.

18 *Mnożny* 18 *Mnożny.*
18 *Mnożnik* 14 *Mnożnik.*
144 72
18 18
324 *Pole podst:* 252 *Pole ściany pobocz:*
2 4
1,008 *Pole 4 ścian pobocz:*

648 *Pole podstawy, i ściany przeciwnéi*
1,008 *Pole 4 ścian pobocznych*
1,656 *Pole ścian wszystkich.*
324 *Liczba mnożna, pole podst: znacz:*
14 *Liczba mnożąca, wysokość sześcianu*
1296
324
4 536 *Stopy sześcienne pełność sześcienną wyrażające.*

Drugie zadanie. *Dane są trzy wymiary sześcianu prostokątnego, długość 15 stóp, szerokość 9 stóp, wysokość 12 stóp. Z tych znaleść trzeba pole całego sześcianu, i jego pełność.*

Pola trzech ścian wyrażają się przez liczby rozmnożone z 9 przez 15, z 9 przez 12, i z 15 przez 12, to jest wyrażają się przez liczby 135, 108, i 180, summa więc pola tych trzech ścian będzie 423, a dwa razy tyle, to jest 846 będzie oznaczało pole ścian sześciu w stopach kwadratowych. Pełność zaś sześcianu prostokątnego znajdzie się przez ciągłe tych trzech liczb rozmnożenie, 9, 12, 15, to jest 9 przez 12 uczyni 108, a 108 przez 15, uczyni 1,620, i te 1,620 oznaczą tyleż stóp kubicznych sześcianu prostokątnego.

Wzór działania.

$$
\begin{array}{r}
9 \\
12 \\
\hline
108 \\
15 \\
\hline
540 \\
108 \\
\hline
1,620 \\
\hline
\end{array}
$$

Trzecie zadanie. *Długość sześcianu prostokątnego jest stóp* 24, *szerokość stóp* 16, *pełność stóp sześciennych* 4,992 *ileż będzie jego wysokości?*

Podstawa tego sześcianu jest stóp kwadratowych 384, które wypadają z rozmnożenia 24 przez 16.

Wysokość sześcianu znajdę podzieliwszy liczbę 4,992 stóp sześciennych pełność wyrażającą, przez 384 stóp kwadratowych podstawy.

Wzór działania.

Dzielnik	Dzielny	Wieloraz.
384	4,992	13 *Wysokość sześć-pro:*
	384	
	1,152	
	1,152	
	0	

Więcéj jeszcze takowych przykładów podać trzeba, dla większéj wprawy.

CZĘŚĆ DRUGA

Zamykająca w sobie cztery arytmetyczne działania, na liczbach wielorakich, to jest różne gatunki rzeczy oznaczających.

Żyjąc współeczności z ludźmi, częste się trafia używanie wag, miar, i pieniędzy; wcześnie więc wprawiać uczniów potrzeba, aby się z niemi obejść umieli w rachowaniu.

Rzeczy do ważenia mogą być cięższe, albo leksze; mierzyć przypada czasem mniéj, a czasem więcéj; jedne rzeczy trzeba płacić drożéj, inne taniéj. Z tego powodu rozmaite wagi, miary, i pieniądze postanowiono. Drobne naprzykład pieniądze wygodne są do wypłacenia summ małych, nie zaś do wielkich. Wagi dostateczne na pomiarkowanie ciężarów w prostych towarach, nie są dosyć na zważenie rzeczy droższych, gdzie ucbybienie małe, szkodęby znaczną kupującemu, albo przedającemu przyniosło. Trzeba więc było wielorakie mieć pieniądze, wagi, i miary; trzeba było podzielić najwyższe gatunki na niższe, których więcéj albo mniéj jeden wyższy gatunek składałoby, aby tym sposobem wygodzie i potrzebie ludzkiéj dogodzić. Liczbę różne gatunki wag, miar, albo pieniędzy wyrażającą, naprzykład złote, grosze, szelągi, nazwać można *liczbą wieloraką* (*numerus complexus*).

Waga średnia, któréj używamy, jest *funt*; dzieli się na *pół funcia*; pół funta inaczéj nazywamy *grzywną*. Dwa pół funcia czynią jeden funt, jak samo słowo oznacza.

Cwierć funta jest czwarta część funta, a zatym cztery takie części funt składają.

Pół ćwierci funta jest ósmą funta częścią.

Łót jest częścią funta trzydziestą drugą.

Łót dzieli się na pół łocia, i ćwierci.

Wagi większe od funta są:

Kamień, który waży funtów 32:

Centnar waży kamieni 5, albo 160 funtów.

Szyffunt waży kamieni 13, albo 416 funtów.

Miara śrzednia równie służąca do mierzenia rzeczy ciekłych, jako i sypnych jest *garniec*; ten dzieli się na 2 *pół garce*, 4 *kwarty* i 16 *kwaterek*.

Beczka zawiera w sobie garcy Warszawskich 72.

Pół beczek garcy 36.

Cwierć beczki, albo *antał*, garcy 18.

Korzec jest miara do mierzenia zboża; ma wsobie garcy 32, dzieli się na *ćwierci*, z których każda zawiera garcy 8.

Łaszt zawiera 27 korcy Warszawskich.

Miara śrzednia długości jest *łokieć*, dzieli się na dwie części nazwane *pół-łokcie*, albo stopy.

Stopa dzieli się na dwanaście części równych; każda taka część nazywa się *calem*.

Cal ma w sobie linij 12.

Pręt albo *laska*, której w rozmiarach długości pola używamy, zamyka łokci 7 i pół.

Sznur ma prętów 10, to jest łokci 75.

W Litwie dzielą sznur na 10 prętów, i każdy z tych na 10 pręcików.

Morg jest miara do samego pola rozmiaru służąca; w początkach morgiem nazywało się to pole, które para wołów przez dzień jeden zaorać mogła. Ale nierówne sił wydołanie w bydlętach, różność ziemi, sposób sam nie jednakowy w oraniu, pokazał niejednostajność téj miary, że potym ludzie, pewny, i nieodmienny wymiar na oznaczenie morgu wydzielili.

Morg tedy najzwyczajniejszy jest teraz, prostokąt mający 3 sznury długości, a szerokości sznur jeden. Trzydzieści takich morgów czynią *włokę* jednę, a włoki trzy czynią *łan* 1.

ROZDZIAŁ I.

O dodawaniu.

Pierwsze zadanie. *Pewnéj osobie mającéj* 14 *złotych, i* 2 *groszy, przybyło jeszcze złotych* 3, *i grosz* 1, *ileż ze wszystkim mieć będzie?*

Osoba ta mieć będzie summę złotych 14

i 3, to jest 17 zł: i oprócz tego summę gr: 2, i 1, to jest gr: 3, a zatém wszystkiego zł: 17 gr: 3.

Wzór działania.

14	zł:	.	gr:	2	
3	.	.	.	1	
17	zł:	.	gr:	3	

Sposób postępowania. Pieniądze tego samego gatunku piszą się pod sobą, złote pod złotemi, grosze pod groszami i t. d. Poczyna się dodawać od najniższego gatunku, jak tu od groszy: potym daléj się postępuje do dodawania gatunków co raz wyższych, jak tu do złotych tylko, bo więcéj gatunków nie masz.

Drugie zadanie. *Pewna osoba mająca czerwonych złotych* 42 *i złotych* 5, *dostała z jednego miejsca czerw: zł:* 16 *i zł:* 6, *z drugiego czerw: zł:* 12, *zł:* 3; *jakaż jéj summa wypadnie z dodania tych wszystkich pieniędzy?*

Wzór działania.

42	czer:	.	zł:	5	
16	.	.	.	6	
12	.	.	.	3	
70	czer:		zł:	14	Summa.

Trzecie zadanie. *Długość pokoju jest na 18 stóp i 4 cale, szerokość jego na 12 stóp, i 5 cali, ileż razem będzie miał długości i szerokości?*

Wzór działania.

18	stóp	.	*cal*	4
12	.	.	.	5
30	stóp	.	cal	9 *Summa.*

W przykładach poprzedzających dobierałem liczb takich, aby summa oznaczająca liczbę gatunku niższego mniejsza była, od jedności gatunku wyższego. Przykłady następujące będą zawierać liczby, których summa w niższym gatunku, jednę lub więcéj jedności czynić będzie, do wyższego gatunku należących.

Czwarte zadanie. *Pewna osoba kupiła łokieć materyi jednéj za zł: 12 i 3 srebrne grosze, a drugiéj łokieć także za zł: 13 i grosz srebrny 1, ileż za te 2 łokcie zapłaciła?*

Wzór działania.

12	zł:	.	gr.	3
13	.	.	.	1
26	zł:	.	.	0 Summa.

Sposób postępowania. Summa groszy

srebrnych jest 4, które czynią złoty 1, ten złoty przydawszy do 25 złotych, wypadnie ze wszystkim summa zł: 26.

Piąte zadanie. *Pewna osoba posiada trzy kawałki pola.*

W pierwszym kawałku jest

Morgów	5	sznur:	2	pr:	50	kwadr:
W drugim	6	.	1		75	
W trzecim	15	.	2		60.	

Ileż to wszystko uczyni.

Wzór działania.

5	*morg.*	2	*sznur:*	50	
6	.	1	.	75	prętów.
15	.	2	.	60	
28	.	0	.	85	Summa.

Sposób postępowania. Summa 50, 75, i 60 prętów kwadratowych czyni 185 prętów kwadratowych, to jest 1 sznur kwadratowy i 85 prętów kwadratowych. Ten jeden sznur kwadratowy dodawszy do 5 sznurów kwadratowych, summa ze wszystkiém wypadnie 6 sznurów kwadratowych, co czyni 2 morgi. Te 2 morgi dodane do 26, uczynią razem morgów 28. Więc cała summa, któréj szukałem, będzie 28 morgów, i 85 prętów kwadratowych.

Należy wprawiać dzieci na wielu takowych przykładach, osobliwie takich, gdzieby więcéj niż dotąd szeregów liczb wielorakich wchodziło.

Szóste zadanie. *Pewna osoba wydała następujące summy.*

Czer: zł:		*zł:*	*gr: sr:*	
124	.	12	3	
232	.	15	2	
1,234	.	16	1	
484	.	9	3	
564	.	17	2	
780	.	10	3	
3,422	.	10	2	Summa.

Ileż było całego téj osoby wydatku rachując czerwony złoty po zł 18?

Summa groszy srebrnych wszystkich jest 14, to jest dzieląc przez 4, czyni to zł: 3 i 2 grosze srebrne; piszę 2 grosze pod groszami, a 3 złote przenoszę do złotych. Te 3 złote przydawszy do summy 79 zł: będzie ze wszystkim zł: 82; to jest przez 18 podzieliwszy, uczyni to czerwonych złotych 4, i złotych 10, piszę 10 złotych pod złotemi, a cztery czerwone złote dodawszy do summy czerw: złotych 3,418, będę miał ze wszystkiém czerw: złotych 3,422, i cała summa wydatku będzie czerwon: złotych 3,422, zł: 10 gr: sr: 2.

Żeby niezapomnieć liczby złotych, które urosły z srebrnych groszy dodanych, albo liczby czerwonych złotych, na któreśmy złote dodane obrócili, bespieczniej jest, zaraz te złote, lub czerwone złote, dodawać do liczby pierwszéj gatunku następującego. I tak znalazłszy, że summa groszy czyniła zł: 3 groszy 2. Dodaję zaraz te 3 złote do 2, co czyni 5 złotych, 5 do 5, 10 i t. d. i znowu ponieważ summa złotych dodanych czyniła czer: zł:4, zł:10, dodaję te 4 czerwone złote do 4, co czyni 8 czerwonych zł: 8 do 2, 10 i t. d.

Zamiast dzielenia summ groszy wszystkich, albo złotych zebranych z dodania, przez liczbę groszy, albo złotych; ile ich potrzeba na jeden złoty, albo czerwony złoty, można było zaraz, jak tylko zebrała się taka liczba, która złoty 1, albo czerwony złoty czyni, naznaczyć sobie tę jedność gatunku wyższego, i daléj dodawać podobnym sposobem, co nad tę jedność zbywa. Naprzykład 3 i 2 grosze, czynią 5 groszy, to jest 1 złoty i 1 grosz. Naznaczam ten złoty na boku liczby drugiéj dodanéj. Grosz pozostały 1, a 1 co następuje, czyni 2 a 3 czyni 5 groszy, to jest znowu 1 złoty, i 1 grosz. Kładę znak na boku czwartéj liczby dodanéj, a grosz 1 do następujących dodaję. Grosz ten 1, a 2, czyni 3, a 3 czyni 6, to jest złoty 1, groszy 2. Znaczę trzeci raz złoty, na boku liczby groszy ostatniéj, a 2 tylko grosze, piszę pod groszami.

Liczba znaków poczynionych oznacza mi liczbę złotych, którą z groszy dodanych zebrałem, jak tu 3 złote; 3 a 12 czyni złotych, 15, a 15, 30; to jest jeden czerwony złoty i złotych 12; 12, a 16, czyni złotych 28, to jest 1 czerwony złoty, i złotych 10; 10 a 9, czyni 19, to jest czerwony złoty 1, i złoty 1; 1 a 17 czyni 18, to jest 1 czerwony złoty; zostaje samych złotych 10, które pod złotemi piszę.

Dodaję potym te 4 czerwone złote zebrane z złotych, do innych czerwonych złotych, które się dodawać mają.

Nie zaszkodzi jeszcze przypomnieć Nauczycielom, aby przez wiele przykładów wprawiali uczniów w łatwość takowego działania.

ROZDZIAŁ II.

O odejmowaniu liczb wielorakich.

Pierwsze zadanie. *Pewna osoba kupiła towarów, za 20 czerwonych złotych, i złotych 12. zapłaciła tylko czerwonych złotych 16; złotycb 12; wieleż jeszcze ma dopłacić?*

'Wzór działania.

20 czer: zł:		12 zł:	
16	.	12	
4	.	0	Reszta do zapł:

Porządek w liczb pisaniu, ten sam jest, którego i w dodawaniu używaliśmy. Sposób postępowania podobny; odejmują się złote, od złotych: 12, od 12, i nic nie zostaje, czerwone złote, od czerwonych złotych: 16, od 20, i zostają 4 czerwone złote.

Drugie zadanie. *Pewna osoba z 32 czer: złotych i zł: 15, wydała czer: zł: 24 zł. 12 ileż jéj się zostało?*

Wzór działania.

32 czer: zł;	15 zł.	
24 .	12	
8 .	3	Reszta.

Więcéj takowych przykładów potrzeba dzieciom podać, w którychby liczba każdego osobnego gatunku rzeczy, mająca się odejmować, mniejsza była od liczby tegoż gatunku, od któréj mamy ją odejmować. Gdyby zaś ta druga mniejsza była od tamtéj, natenczas pożyczyć trzeba jednéj jedności od liczby gatunek wyższy znaczącéj, i obrócić ją na liczbę gatunku niższego, i tak obroconą dodać do liczby pierwszéj tegoż niższego gatunku, a dopiero od powiększonéj tym sposobem, odjąć liczbę niżéj podpisaną tegoż gatunku.

Trzecie zadanie. *Pewna osoba mająca czerw: zł:* 1, *i zł:* 4, *pożyczyła drugiéj osobie zł:* 12; *wieleż sobie zostawiła; rachując czerw: zł: po zł* 18?

Wzór działania.

1 czer: zł:	4 zł:	
	12	
	10	Reszta.

Od 4 złotych odjąć nie można 12 złotych, ale obróciwszy czerw: zł: na zł: 18, i dodawszy je do 4, co czyni zł: 22; od 22 złotych odjąć mogę 12, i zostanie 10 złotych.

Czwarte zadanie. *Pewna osoba mająca pola 12 morgów, 2 sznury; i 40 prętów kwadr: przedała 7 morgów, 2 sznury, i 70 prętów, ileż jéj się zostanie?*

Wzór działania.

morg:	szn:	prętów.
12	2	40
7	2	70
4	2	70 Reszta.

Sposób postępowania. Od 40 prętów nie mogę odjąć 70; pożyczam więc od 2 sznurów kwadratowych, 1 sznura kwadratowego, który czyni 100 prętów kwadratowych; będę tedy miał ze wszystkiém 140 prętów, od których odjąwszy 70 zostanie 70.

Nie zostało mi w liczbie wyższéj tylko sznur jeden, bom drugiego pożyczył; a zatym od tego 1 sznura odjąć dwóch nie można. Trzeba znowu od morgów 12 pożyczyć 1, który czyni 3 sznury kwadratowe, a z 1, będzie 4, od 4 sznurów odjąwszy 2, zostanie 2.

Naostatek od 11 morgów, 7 odejmuję, i zostanie 4. Całéj przeto reszty będzie 4 morgi, 2 sznury, i 70 prętów kwadratowych.

Piąte zadanie. *Z naczynia pełnego, które zawierało beczek* 5, *garcy* 32, *kwart* 3, *kwaterek* 2; *wytoczono napoju beczek* 3, *garcy* 40, *kwart* 3, *kwaterek* 3; *wieleż jeszcze zostanie?*

becz:	garce	kwarty	kwaterki
5	32	3	2
3	40	3	3
1	63	3	3

Od 2 kwaterek odjąć nie można 3, pożyczam tedy od 3 kwart 1, to jest: 4 kwaterek, 4 kwaterki a 2 czynią 6, od 6 odjąwszy 3, zostanie 3; od 2 kwart nie mogę odjąć 3, znowu więc od garcy pożyczam 1, to jest 4 kwart, i od kwart 6 odejmuję 3, zostanie mi 3; od garcy 31 odjąć także 40 nie mogę, ale pożyczywszy od beczek, beczki 1, to jest 72 garcy, które wraz z 31 uczynią 103 garcy, od 103 odejmuję 40, i zostanie 63; nakoniec od 4 beczek 3 odejmuję, i zostanie 1 beczka.

Szóste zadanie. *Pewna osoba wysławszy na przedaż.*

	12 łasz:	15 kor:	2 ćwier:
Przed: tylko	4	24	3
więc się zostanie jej.	7	17	3

ROZDZIAŁ III.

O mnożeniu liczb wielorakich.

Pierwsze zadanie. *Pewna osoba kupiła 9 łokci materyi, łokieć po złotych 12; ma zaś tylko samo złoto przy sobie; ileż więc czerw: zł: przypadnie jéj zapłacić, rachując czer: zł: po złotych 18?*

Ta osoba ma zapłacić 9 razy po 12 złotych, to jest złotych 108, które przez 18 podzielone, czynią czerwonych złotych 6. Trzeba tedy najprzód 12 złotych przez 9 rozmnożyć, a potym liczbę ztąd rozmnożoną przez 18 podzielić.

Drugie zadanie. *Pewna osoba kupiła wstążek łokci 15, płacąc łokieć po zł: 1, gr: miedzianych 6; ileż złotych dała za wszystko?*

6 groszy przez 15 rozmnożone czynią

groszy 90, to jest zł: 3, które przydawszy do zł: 15, będzie summa zł: 18; więc 18 złotych za łokci 15 téj wstążki przypada, to jest czerwony zł: 1 rachując go po zł: 18.

Trzecie zadanie. *Ponieważ według ostatniego prawa czerwony złoty jeden waży tylko zł:* 16 *gr. sr.* 3; *wieleż będzie według téj taxy czyniło czerwonych złotych* 72?

Najprzód 72 czerwonych złotych czyni groszy srebrnych 3, wziętych 72 razy, to jest przez 72 rozmnożonych, co uczyni groszy 216, które przez 4 podzielone uczynią zł: 54.

Powtóre 72 czerwonych złotych czyni jeszcze 16 złotych wziętych 72 razy, to jest zł: 1152.

Więc cała wartość czerw: zł: 72 w złotych, będzie summa 1152 zł: i 54, to jest 1206 złotych.

Ponieważ często przypada obracać czerwone złote na złote, i grosze srebrne, według wartości ich prawem przepisanéj, szukano sposobu, którymby to działanie skrócić, albo raczéj łatwiejszym uczynić; i ten znaleziono.

Wartość jednego czerwonego złotego dzieli się na części, które składają 16 złotych i 3 srebrne grosze, to jest 10 złotych, 5 złotych, 1 zł: 2 gr: sr: i 1 grosz srebrny. Niech tedy będzie jakakolwiek liczba czerwonych złotych, łatwo dojść można jéj wartości, w złotych, i srebrnych groszach, rozmnożywszy najprzód tę liczbę czerwonych złotych, przez 10, potym tak rozmnożonéj wziąwszy połowę (co jest jedno, jak gdyby pierwsza liczba czerwonych złotych była powtórnie przez 5 rozmnożona) daléj napisawszy tę samę liczbę czerwonych złotych, (to jest rozmnożywszy ją przez 1) i znowu wziąwszy jéj połowę, a na ostatek tejże połowy połowę, i wszystkie te liczby zebrawszy w jednę summę, jak przykład ukazuje.

Przykład powyższy czerwonych złotych 72, na złote tym sposobem obróconych:

Złote.
720 Część summy pochodząca
z rozmnożenia przez 10 zł:
360—z rozmnożenia przez 5 zł:
72—z rozmnożenia przez 1 zł:
36—z rozmnożenia przez 2 sr: gr.
18—z rozmnożenia przez 1 sr: gr.
1206 złotych wartość cz: zł: 72 rachu-
jąc jeden po zł. 16 i 3 sr. gr.

Przykład. Jakaż jest wartość czerwonych złotych 135 rachując jeden po złotych 16 i 3 srebrne grosze?

1350 część pochodząca z roz. przez 10 zł.
675 — z rozmnożenia przez 5 zł.
135 — z rozmnożenia przez 1 zł.
67 2 gr. sr. z rozmnożenia przez 2 sr.g.
33 3 gr. sr. z rozmnożenia przez 1 sr.g.
2261 zł. 1 gr. srebrny.

Trzeciéj liczby 135 złotych, połowa przypadła 67 zł: i 1 złoty został się, to jest 4 grosze srebrne, których połowa 2 gr: sr: téj znowu liczby 67 zł. 2 gr: sr: połowa 33 złote, a zł: 1, i 2 srebrne grosze zostają, to jest 6 srebrnych groszy, których połowa, 3 srebrne grosze.

Tablica następująca służyć będzie do

łatwiejszego obracania czerwonych złotych na złote, gdy przypadnie rachować jeden czerwony zł: po 16 i groszy srebrnych 3.

	Wartość jedności czer: zł:		Wartość dziesiąk:		Wartość stów
	zł:	gr: sr:	zł.	gr: sr.	zł:
1	16	3	167	2	1675
2	33	2	335	—	3350
3	50	1	502	2	5025
4	67	—	670	—	6700
5	83	3	837	2	8375
6	100	2	1005	—	10050
7	117	1	1172	2	11725
8	134	—	1340	—	13400
9	150	3	1507	2	15075

Ta tablica podzielona jest na cztery rzędy podłużne: Drugi rząd ukazuje wartość jedności czerwonych złotych, na złote obroconych. Trzeci rząd wartość tyluż dziesiątków czerwonych złotych wyraża, czwarty wartość tyluż sta czerw: zł.

Nie trzeba daléj téj tablicy na większe liczby rozciągać; dosyć będzie przydać do liczby którejkolwiek w rzędzie czwartym, jedno zero, chcąc mieć wartość tysięcy czerwonych złotych, dwa zera chcąc mieć wartość dziesiątków tysięcy czerwonych złotych, it. d.

Przykład. Jakaż jest wartość prawna czerwonych złotych 7239?

Sposób postępowania			zł: gr.
Wartość cz: zł:	7000 jest		117250
	200	—	3350
	30	—	502. 2
	9	—	150. 3
	Summa		121253. 1

Może ta tablica służyć za wzór i do inszych podobnych ułożenia, gdyby tego okoliczność jaka wyciągała.

Czwarte zadanie. *Znaleść pole prostokąta długiego na* 5 *łokci, i* 12 *calów, a szerokiego na łokci* 4?

Pierwszy sposób postępowania. Ponieważ każdy łokieć ma w sobie calów 24, 5 łokci ma ich 120, a przydawszy 12 calów, 5 łokci, i 12 calów, uczyni calów 132; 4 zaś łokcie zawierają calów 96. Rozmnożywszy tedy 132 calów przez 96, będzie pole prostokątu 12,672 calów kwadratowych. A że łokieć ma calów 24, łokieć kwadratowy mieć będzie calów kwadratowych 576, która to liczba wypada z rozmnożenia 24 calów przez 24; żeby więc mieć to pole w łokciach kwadratowych, trzeba 12,672 calów kwadratowych, podzielić przez 576, a wieloraz 22 pokaże to pole w łokciach kwadratowych.

Drugi sposób. Pole tego prostokąta będzie oznaczone w łokciach kwadratowych 20, pochodzących z rozmnożenia 4 łokci przez 5. Oprócz tego będzie jeszcze miało tyle łokci kwadratowych, ile wypadnie mnożąc 4 łokcie przez calów 12, to jest przez połowę łokcia, i będą 4 połowy łokcia kwadratowe, to jest 2 łokcie całe kwadratowe, a ze wszystkiém prostokąt mieć będzie łokci kwadratowych 22.

Piąte zadanie. *Jakiež jest pole prostokąta, który długi jest na 8 łokci, i 7 calów, a szeroki na 6 łokci?*

Pierwszy sposób postępowania. Długość tego prostokąta wynosi na 199 calów, a szerokość na calów 144; więc pole mieć będzie calów kwadratowych 28,656, które na łokcie obrócone, dzieląc przez 576 (co znaczy wartość jednego łokcia w calach kwadratowych) czynią 49 łokci kwadratowych i 432, calów kwadratowych.

Drugi sposób. Długość tego prostokąta składa się z 8 łokci, i z 7 cali. Rozmnażam najprzód długość 8 łokci przez szerokość 6 łokci, i będę miał 48 łokci kwadratowych. Potym 7 calów rozmnażam przez 6 łokci, na calów 144 obroconych, i będę miał 1008 calów kwadratowych; to jest łokieć 1 kwadratowy, i calów 432, a ze wszystkim pole prostokąta będzie łokci 49 kwadratowych, i calów kwadratowych 432.

Nie będę tu nic teraz mówił o skróceniu, którego użyć można w mnożeniu liczb wielorakich. Gdy dzieci uczą się, jak mnożyć liczby łamane (*fractiones*) wtenczas i ten sposób skrócenia łatwiéj zrozumieją.

ROZDZIAŁ IV.

O dzieleniu liczb wielorakich.

Pierwsze zadanie 5 *łokci materyi kosztowało czerwonych złotych* 15, *zł:* 10; *ileż kosztował łokieć* 1?

Każdy najprzód łokieć kosztował piątą część 15 czerw: zł: to jest 3 czerw: zł: i jeszcze piątą część 10 złotych, to jest 2 złote; więc kosztował ze wszystkim czerw: zł: 3 i złotych 2.

Drugie zadanie. *Pewna osoba za 24 łokci materyi dała czerw: zł: 81, i zł. 6; ileż dała za jeden łokieć, rachując czer: złoty po zł: 18?*

W pierwszym przykładzie tak czerw: zł: 15, jako i złotych 10, można było zupełnie przez 5 podzielić, ale tu 24 nie dzieli zupełnie czerw: zł: 81, a dopieroż nie dzieli złotych 6, trzeba więc inaczej się tu obrócić.

Pierwszy sposób postępowania. 81 czer: zł. i złotych 6, czynią ze wszystkim złotych 1464. Ten dzielę przez liczbę 24, oznaczającą łokcie, i znajdę wieloraz 61 złotych, to jest cenę jednego łokcia. Znajdę tę cenę i w czer: zł: podzieliwszy 61 złotych, przez 18; na wieloraz wypadnie, 3 czerw: zł: i złotych 7.

Drugi sposób. 81 czerw: złotych, przez 24 dzieląc, znajduję wieloraz 3 cz: złote, ale te 3 przez 24 rozmnożone, czynią tylko 72, która od 81 odjąwszy, zostanie jeszcze 9 czerw: złotych do dzielenia przez 24. Ponieważ tych 9 czerw: złotych jak są, podzielić nie można przez 24, obracam je na złote, mnożąc 9 przez 18, co czyni 162, a przydając 6 złotych, które jeszcze zostały do dzielenia, uczyni wszystko zł: 168, w których 24 znajduje się razy 7. Będzie więc cały wieloraz 3 czerw: zł: i zł: 7 oznaczający cenę łokcia jednego.

Wzor działania.

	cz:	zł:	zł:	cz:	zł:
24	81	—	6	3	7

72 *Licz.* 3 *czer: zł: rozmn: przez* 24.

9 *Reszta*

18 *Wartość* 1 *czerw: zł: w złotych.*

162 *Wartość* 9 *czerw. zł. w złotych.*

6 *Złotych dodatek.*

1 68 *Summa do dalszego dzielenia.*

168 *Licz:* 7 *zł. rozmn: przez* 24.

0.

Trzecie zadanie. *Na zapłacenie* 16 *robotnikom, wydano czerw: zł:* 55 *i zł:* 14; *ileż na jednego przypadało rachując czer: zł. po złotych* 18?

1. *Sposób postępowania.* 55 czerw: zł: i złotych 14 czyni samych złotych 1004,

które przez 16 podzieliwszy, mam na wieloraz zł: 62 z resztą 12 złotych. Te 12 złotych obracam na grosze srebrne, mnożąc przez 4, i będzie groszy srebrnych 48, w których 16 znajduje się razy 3. Przypadło tedy na jednego robotnika złotych 62 i groszy srebrnych 3 to jest czerw: zł: 3, złotych 8, gr. srebr. 3.

Drugi sposób. 55 czerwonych złotych podzieliwszy przez 16, wypada na wieloraz czer. zł. 3, które przez 16 rozmnożone, czynią 48, a potym od 55 czer: zł: odjęte, zostawują reszty czerw. zł. 7, te 7 czerw. zł. czynią złotych 126, a przydawszy im 14 złotych, będzie całéj reszty zł. 140, które przez 16 podzielone, dają na wieloraz zł: 8; te znowu rozmnożywszy przez 16, i liczbę rozmnożoną 128 zł: odjąwszy od 140 zł. zostanie 12 złotych, to jest groszy srebrnych 48, w których 16 znajduje się 3 razy, co znaczy 3 srebrne grosze, i te przez 16 rozmnożone, a potym od 48 odjęte, nic nie zostawują. A zatym cały wieloraz będzie 3 czer. zł. 8 złotych i 3 srebrne grosze, tak jak się i przez pierwszy sposób znalazło.

Wzór działania.

	cz: zł: zł:	cz: zł: zł: gr: sr.
16	55. 14	3 8 3

48 *Liczba 3 rozmnożona przez 16.*
7 *Reszta.*
18 *Wartość 1 cz. zł: w złotych.*
126 *Wartość 7 cz. zł w złotych.*
14 *Złotych dodatek.*
140 *Summu do dalszego dzielenia.*
128 *Licz: 8 zł: rozmn: przez 16.*
12 *Reszta.*
4 *Wartość 1 zł: w grosz, srebr.*
48 *Wartość 12 zł: w grosz: srebr.*
48 *Liczba 3 gr. rozmn: przez 16.*
00.

Czwarte zadanie. *Rachując czerw: zł: po złotych* 16, *i* 3 *srebrne grosze, ileż czerwonych złotych znajdować się będzie w* 2629 *złotych, i* 3 *grosz: srebr.?*

Liczbę tę czerwonych złotych znajdziemy, podzieliwszy 2629 złotych, i gr. 3, przez zł: 16, i gr. 3.

Sposób postępowania, którego tu użyć można, jest ten: 2629 zł: obracam na grosze srebrne mnożąc przez 4, co uczyni z przydanemi 3 groszami, 10,519, groszy. Podobnie 16 złotych i 3 grosze, czyni groszy srebr. 67. Dzielę 10,519 gr. srebr: przez 67, wieloraz 157 okazuje liczbę czerw: złotych. Co że tak jest, doświadczyć można, mnożąc wieloraz przez liczbę dzielącą, jako się powiedziało w pierwszéj części.

Można też było nie obracając na grosze, złotych z saméj tablicy, która się w rozdziale poprzedzającym podała, dojść liczby czerw: złotych, które się zawierają w 2629 złotych, i 3 srebrnych groszach; znajdziemy tam, że liczba 2629 złotych, jest większa, niż wartość czer: złotych 100, ale mniejsza, niż wartość czerw: zł: 200.

Napiszmy więc tym czasem na boku czerw: zł: 100, a ich wartość w tablicy wyrażoną, to jest 1675 złotych, odciągnijmy od 2629 złotych, i gr: 3; zostanie reszty 954 zł: i gr. 3. Te 954 złote, więcéj czynią niż 50 czerw: zł: ale mniéj niż 60; napiszmy 50, pod 100, a wartość czerw: zł: 50, to jest zł: 837, gr. sr. 2 odciągnijmy od złotych 954 i gr. 3 zostanie złotych 117, gr. 1, które to 117, zł. i gr. 1, czynią czerw: złotych 7, te pod 50 napisawszy i razem dodawszy, będzie summa czerw. zł: 157, ta sama, która się wyżéj nalazła.

Wzór działania.

2629	zł: i gr. srebr.	
1675	wartość czerw: złotych	100
954	*zł. 3 gr: Reszta.*	
837	*zł: 2 gr: wartość czer: zł.*	50
117	*zł: 1 gr: Reszta.*	
117	*zł. 1 gr: wartość czerw.*	7
0	Summa czerw. zł:	157

Piąte zadanie. *24 robotników z równą usilnością pracujących, uprawiło rolą 129 sznurów, i 60 prętów kwadr: pola mającą; ileż każdy z nich sznurów, i prętów téj roli uprawił?*

Ponieważ 24 robotników było, każdy z nich powinien był 24tą część téj roli uprawić, a zatym podzieliwszy przez 24, 129 sznurów kwadratowych, i 60 prętów, znajdę, ile na jednego przypadło.

129 sznurów dzieląc przez 24, wypada na wieloraz sznurów 5, które przez 24 rozmnożywszy, i rozmnożoną liczbą 120, odjąwszy od 129, zostaje 9 sznurów kwadratowych. Te 9 sznurów kwadratowych czynią 900 prętów kwadratów: a dodawszy

60, będzie 960. Te 960 prętów kwadratowych, dzieląc przez 24, wychodzi na wieloraź 40 prętów kwadratowych.

Więc każdy z 24 robotników uprawił 5 sznurów, i 40 prętów kwadratowych.

Wzór działania.

	szn:	pręt:	szn:	pręt:
24	129	60	5	40

120 *liczba* 5 *rozmn: przez* 24

9 *Reszta.*

100 *wart: 1 szn. kwad: w pręt kwad:*

900 *pręty kwadratowe.*

60 *prętów dodatek.*

960 *sum: pręt. do dalszego dzielenia.*

960 *Liczba* 40 *rozmn: przez* 24

000.

Można też było liczbę podzielną obrocić na pręty kwadratowe, i byłoby ich 12900. Część 24ta znalazłaby się, dzieląc te 12960 prętów kwadratowych, przez 24, i wypadłoby na wieloraz 540 prętów kwadratowych; a podzieliwszy je przez 100, byłoby jak wyżéj sznurów 5, i 40 prętów kwadratowych.

PRZYDATEK DO DRUGIEJ CZĘSCI

Cwiczenia, w które kilka razem działań wchodzi, około liczb wielorakich, o których się tu mówiło:

Pierwsze zadanie. *Kupiec, który* 145 *funtów towaru pewnego kupił za złotych* 493, *i gr. miedzianych* 24, *przedaje funt jeden po złotych* 4 *gr:* 6; *ileż na tym całym towarze zyskuje?*

Wzór działania.

145 *funtów.*
4 *zł: gr:* 6.

580 *Liczba* 145 *rozmn: przez* 4 *złote.*
29 *Lic: roz: prz:* 6 *gr: to jest* 5 *czę:* 145.

609 *Sum: cała zł: za towar przedany.*
493 *gr:* 24 *sum: zł: za towar kupiony.*

115 *zł: gr.* 6 *zysk.*

Drugie zadanie. *Kupiec pewny zamienia* 27 *łokci sukna, za łokci* 18. *na wieleż mu łokieć tego drugiego sukna wypadnie, kiedy łokieć pierwszego kosztował czerw: zł:* 1, *zł:* 5 *gr:* 24?

Rozmnożywszy czerwony złoty 1, złotych 5, gr: 24, przez 27, wypadnie za 27 łokci pierwszego sukna czerw: zł: 35, złotych 12 gr: 18. Taż sama cena być powinna i 18 łokci drugiego sukna; więc podzieliwszy 35 czer: zł: złotych 12, i 18 gr: przez 18; łokieć tego drugiego sukna wypadnie po czer: zł: 1, zł: 17, gr. 21.

Trzecie zadanie. *Ileż łokci sukna, którego łokieć po zł: 15 szacowany w zamian przypada za 25 łokci innego sukna, którego łokieć szacowany, po czer: zł: 1, zł: 12 gr: 18?*

	czerw: zł:	
Cena 25 *łokci sukna*	42, 9, to jest zł.	765
Licz: łokci sukna po 15 *złotych*	.	51

Czwarte zadanie. *Pewny kupiec zamienia łokci 37 sukna, łokieć po złotych 16, gr. 25, za 28 łokci sukna innego, którego łokieć po cz. zł. 1, zł. 3 gr. 16; w jéj zamianie czyliż on zyskuje, czyli traci, i jak wiele?*

	czer:	zł:	gr.
Cena 37 *łokci pierw: sukna*	34,	10,	25,
Cena 28 *łokci* 2 *go sukna*	33,	8.	28,
Strata	1,	1,	27,

Piąte zadanie. *Zgodzono rzemieślnika po 2 złote, i groszy 17 za każdy dzień roboty, obiecawszy mu prócz tego stół,* *póki roboty nie zakończy. Za każdy jednak dzień, w którymby nie robił, miano mu za stół wytrącić złoty, i groszy 6. Gdy po 3 tygodniach, i 5 dniach od zaczętéj roboty, przyszło do porachunku, pokazało się, że w tym przeciągu czasu, robił tylko przez dni 48. Ileż mu się za te dni należy?*

	czer:	zł:	gr:
Dni roboty 48. Płaca za nie przypadająca	6	15	6
Dni opuszczonéj roboty 13, za które wytrąca się		15	18
Reszta należąca się rzemieślnikowi -	5	17	18

Szóste zadanie. 17 *robotników przez* 6 *dni na tydzień, a przez* 12 *godzin na dzień robiących, w* 9 *tygodniach, i dniach* 4 *zrównali ziemię na ogród,* 3 *stopy kwadratowe co godzina wyrównywając. Ileż było pola tego ogrodu, i ile ta robota kosztowała, rachując po* 2 *grosze miedziane, za stopę* 1 *kwadratową?*

Wzór działania.

Dni roboty - - -	58
Godziny tejże roboty -	696
Stopy kwadratowe na każdego	

z robotników przypadające 2088
Stopy kwadratowe przez 17
robotników wyrównane 35496
Płaca za całą robotę - 70992 g. m.
to jest: 2366 złotych 12 groszy; albo 131 czerw: zł: złotych 8, groszy 12.

Siódme zadanie. *Przypada płacić summę* 32160 *złotych w złocie, rachując czer: złoty po złotych* 16 *i* 3 *gr. srebr. Ten zaś co płaci brał czerwony złoty, po złotych* 18; *ileż tak płacąc traci na złocie?*

32160 złotych, po 16 złotych, i groszy srebrnych 3 rachując, czyni 1920 czerw: złotych; 1920 czerw: zł: po 18 złotych czyni 34560 zł.

Reszta 2400 złotych okazuje stratę na tychże czer: złotych.

Osme zadanie. *Płacąc w złocie summę zł*: 32328, *rachując czerwony złoty po zł*: 18; *ileż zyska ten, który je brał tylko po zł*: 16 *i* 3 *grosze srebrne?*

32328 zł: dzieląc przez 18 czyni 1796 cz:
1796 czer: zł: rachując je po 16 zł: gr. sr: 3, czynią zł: 30083.

R. 2245 zł: okazuje zysk na tym złocie.

Dziewiąte zadanie. *Pomieszano razem wina:*

	gar: po	zł:	gr;		cz:	zł:	gr:
Jednego gar:	39	7	10	wy-	15	16	
Drugiego	24	9	5	cho-	12	4	
Trzeciego	45	10	8	dzi	25	12	
Czwartego	57	12	25	zanie	40	11	15
Summa	155	-		-	94	7	15

Poczemuż trzeba będzie garniec tego zmieszanego wina przedawać, aby na każdym garcu zarobić zł. 1, gr. 15?

	cz: zł:	zł.	gr.
Zysk cały będzie -	13	13	15
Przychód cały z wina przed:	108	3	
To jest złotych	1947		
Garniec tedy wina przypadnie przedawać	11 *zł.*	24 *gr.*	

Drugi sposób.

Ponieważ wszystko to wino zmieszane kosztuje czerw: zł: 94 zł: 7, gr. 15 to jest złotych 1699, gr. 15.

Garniec przypadnie na - 10 *zł:* 9 *gr.*
Zysk na garcu ma być - 1 15
Więc gar: przyjdzie przedaw: 11 *zł:* 24 *gr.*

CZĘŚĆ TRZECIA

O rachunkach w liczbach łamanych (fractiones).

Niechby kto chciał stawiać dom długi na 36 łokci, i 5 pokojów równej długości zamyślał w nim umieścić. Znalazłby długość na każdy pokój przypadającą, w liczbach całkowitych łokci 7, dzieląc 36 przez 5; ale 7 przez 5 rozmnożone, czyni tylko 35; a te od 36 odięte; zostawują 1 łokieć, który przez 5 ma być jeszcze dzielony, aby równa część piąta łokcia na każdy z pięciu pokojów przypadła. Choćby ten łokieć kto chciał obrócić na stopy, ćwierci, lub jakiekolwiek inne mniejsze części, na które łokieć zwykł się dzielić, nie natrafiłby jednak na liczbę części łokcia oznaczającą, którąby liczba 5 zupełnie i bez reszty dzieliła.

Dla oznaczenia samej potrzeby dzielenia tego łokcia na 5 części równych, i dla wyrażenia, że się piąta część tego łokcia bierze, zgodzono się, aby tym końcem użyć następującego znaku $\frac{1}{5}$, który się czyta: *piąta część.* Wieloraz tedy z podzielonych 36 łokci przez 5, tak się wyrazi: 7 łokci, i $\frac{1}{5}$ łokcia.

Gdyby długość domu była 37 łokci, ta na pięć części podzielona, w każdéj z tych części zawierałaby łokci 7, i piątą część dwóch łokci; który to wieloraz takby się napisał: 7 i $\frac{2}{5}$, a czytać trzebaby: 7 łokci, *i dwie piąte części łokcia*, albo *piąta część dwóch łokci.* To dwojakie wymawianie na jedno wychodzi, tak, jak jedno jest powiedzieć dwie trzecie części grosza, albo trzecia część dwóch groszy, gdyż obadwa te wyrazy znaczą 2 szelągi.

Podobnymże sposobem, gdyby dom miał 38 łokci długości, w któréj pięć miałoby się mieścić pokojów, na każdy z nich przypadłoby z téj długości łokci 7, i piąta część trzech łokci, albo trzy piąte części łokcia, coby się tak napisało: 7, i $\frac{3}{5}$.

Liczby takowe, jak naprzykład: $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, i t. d. nazywają się ułomkowe, albo króciéj, ułomki (*fractiones*). Gdziekolwiek liczba mniejsza ma być dzielona przez większą, wszędzie takowe wielorazy oznaczają się przez ułomki, i na takim o znaczeniu przestaje się.

Lubo, jako się już powiedziało, te dwa naprzykład wyrazy, dwie piąte części jednego łokcia, i jedna piąta część dwóch łokci, jedno znaczą; z tém wszystkiém wyraz pierwszy ułomka, jest w pospolitém używaniu, jako wygodniejszy; ponieważ nam wystawuje jednostajny obraz ułomka, to jest, że ten ułomek oznacza część, albo części jednéj tylko jedności.

W tym ułomku: $\frac{2}{5}$ (dwie piąte części) dwie liczby uważać trzeba; jednę 5, która znaczy na wiele części jedność jest podzielona, jak tu na pięć; i taż liczba uczy mnie jakie części ułomek w sobie zawiera, jak naprzykład piąte, i nazywa się *mianownikiem* (*denominator*); druga liczba 2 pokazuje, ile takich części, jakie znaczy pierwsza tamta liczba, zawiera w sobie ułomek, i nie jako liczy te części, i dla tego nazwać ją można *licznikiem* (*numerator*).

W tym ułomku $\frac{1}{2}$, 2 jest mianownikiem, 1 licznikiem. Ten wyraz $\frac{1}{2}$, nie czyta się zwyczajnie: *jedna druga część*, ale czyta się: *pół*, albo *połowa*. W ułomkach $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$, 4 jest mianownikiem, 1, i 3 są licznikami, czyta się zaś pierwszy wyraz $\frac{1}{4}$. *ćwierć*, a drugi $\frac{3}{4}$, *trzy ćwierci*. W ułomkach naprzykład: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{7}$, i t. d. 1, 2, są licznikami, 3, 5, 7, są mianownikami. Te wyrazy czytają się tym, jak są napisane porządkiem: *trzecia część, dwie trzecie części, piąta część dwie piąte części, siódma część, dwie siódme części.*

Z tego wyłożenia każdy łatwo postrzedz może, że ułomek prawdziwy, mniejszy zawsze od jedności być powinien. Z tém wszystkiém można jedność samę, i liczbę nawet większą od jedności, nakształt ułomka wyrazić. Naprzykład te wyrazy: $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, i t. d. są to ułomki nie właściwe, bo ich liczniki i mianowniki są równe, i każdy z tych ułomków jedno znaczy, co 1; bo tak 2 w 2, jak 3 w 3, jak 4 w 4, i t. d. raz 1 się znajduje; te także wyrazy:

$\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$, i t. d. nie właściwemi są ułomkami, bo jeszcze więcéj znaczą niż jedność, ponieważ tak 2 w 3, jak 3 w 4, jak 4 w 5, i t. d. nie tylko się raz 1, znajduje, ale coś jeszcze zostaje.

Niechby na 3 osoby przypadło dzielić jaki majątek; każdéj z tych osób, trzecia część majątku dostałaby się. Gdyby zaś było osób cztery, już nie trzecia, ale czwarta część majątku przypadałaby na jednę osobę. Rzecz oczywista, że w piérwszym razie, więcejby się jednéj osobie dostało, niż w drugim; więcéj tedy jest trzecia część jakiéj rzeczy, niż tejże rzeczy część czwarta. Naprzykład gdyby cały majątek wychodził na 12000 złotych, jednéj z trzech osób dzielących się tym majątkiem, przyszłoby złotych 4000; gdyby zaś na cztery głowy dzielić go trzeba, nie miałaby jedna, jak tylko 3000 złotych. Podobnie większy jest ułomek $\frac{1}{4}$ niż $\frac{1}{5}$ i t. d. A w powszechności mówiąc, im na więcéj części rzecz jaka jest podzielona, tym każda jéj część jest mniejsza; kilka też części mniejszych, zawsze mniéj znaczyć będzie, jak tyleż części większych. Ztąd powszechne to prawidło urosło, że jeżeli dwa ułomki mają jednakowe liczniki, ułomek ten większy będzie; którego mianownik mniejszy; i tak ułomek $\frac{3}{4}$, większy jest od ułomku $\frac{3}{5}$; ułomek $\frac{5}{6}$ większy od $\frac{5}{7}$ i t. d.

Ale jeżeli ułomki jednakowego mają mianownika, ułomek ten znowu większy jest, którego licznik większy. Jakoż, gdy mianowniki w ułomkach są jednakowe, nie na więcéj części podzieloną jedność znaczy jeden mianownik, jak i drugi; a ponieważ licznik pokazuje, ile tych równych części jest wziętych, a większy licznik, więcéj też części tych równych oznacza, zatym i ułomek ten większy będzie, którego licznik większy. I tak większy jest ułomek $\frac{3}{5}$, niż $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{7}$ większy niż $\frac{3}{7}$. Gdy zaś ułomki, tak liczniki jako i mianowniki odmienne mają, trudno czasem osądzić, który ułomek jest większy, który mniejszy. Naprzykład jeden rolnik zaorał sobie pola 4 morgi w 5 dniach, a drugi 7, morgów w dniach 9, któryż tu z nich więcej przez dzień jeden zaorał?

W jednym dniu rolnik pierwszy, 5 razy mniéj zaorał, niż w dniach 5, to jest: zaorał tylko przez dzień $\frac{1}{5}$ cześć morgów 4, albo $\frac{4}{5}$ jednego morgu. Rolnik zaś drugi przez dzień jeden zaorał 9 razy mniéj, niżeli przez dni 9, to jest zaorał tylko $\frac{1}{9}$ część morgów 7, albo $\frac{7}{9}$ jednego morgu. A zatym części morgu jednego od tych dwóch rolników przez dzień jeden zaorane są $\frac{4}{5}$, i $\frac{7}{9}$ morgu.

Z tych dwóch ułomków nie wiedzieć który mniejszy, a który większy. Ale dojść tego można podzieliwszy morg na takie równe części, żeby w nich, i piątą, i dziewiątą część morgu wziąć można; naprzykład podzieliwszy morg na 45 części równych, $\frac{1}{5}$ część tak podzielonego morgu, miałaby w sobie 9 tych części równych; a zatym $\frac{4}{5}$ zawierałyby 36 takich części; $\frac{1}{9}$ zaś część morgu miałaby 5 części, na jakich czterdzieści pięć morg był podzielony; a $\frac{7}{9}$ morgu zawierałaby tych części 35. Więc pierwszy ułomek byłby większy od drugiego, i rolnik pierwszy więcejby przez dzień zorał, niż drugi, bośmy znalezli, że ułomek morgu; $\frac{4}{5}$ znaczył 36 takich części morgu, na jakich 45 był podzielony; to jest: że ten ułomek $\frac{4}{5}$, tyle znaczył, ile $\frac{36}{45}$ morgi; doszliśmy także, że ułomek $\frac{7}{9}$, znaczył 35 części morgu takich, jakich 45, zawierał w sobie morg jeden; to jest: że ten ułomek $\frac{7}{9}$ jedno znaczył, $10\frac{35}{45}$ morgu. A ztąd wnieść możemy, że ułomek $\frac{4}{5}$ większy jest niż $\frac{7}{9}$, ponieważ ułomek $\frac{36}{45}$, który tyleż znaczy co $\frac{4}{5}$, większy jest od ułomka $\frac{35}{45}$, tyleż znaczącego co $\frac{7}{9}$.

Porównanie między sobą tych dwóch ułomków $\frac{36}{45}$, i $\frac{35}{45}$ uczynić mogliśmy, że jednakowe mają mianowniki 45.

Żeby więc porównać można dwa ułomki, i zgadnąć, który z nich jest większy albo mniejszy, trzeba, aby się w mianownikach nie różniły.

Takim zaś sposobem z tych dwóch ułomków $\frac{4}{5}$, i $\frac{7}{9}$, zrobić można dwa inne nieróżniące się w mianownikach: $\frac{36}{45}$, i $\frac{35}{45}$; najprzód w ułomku $\frac{4}{5}$ licznika 4, i mianownika 5, rozmnożyć przez 9 mianownika drugiego ułomka, i zrobi się ułomek $\frac{36}{45}$ równy pierwszemu $\frac{4}{5}$, potym licznika 7 i mianownika 9 drugiego ułomka $\frac{7}{9}$, rozmnożyć przez 5 mianownika pierwszego ułomka, i zrobi się ułomek $\frac{35}{45}$ równy drugiemu $\frac{7}{9}$. Ten przykład wiedzie nas do dwóch wielkiéj wagi prawideł.

Pierwsze prawidło jest: że można licznika i mianownika jednego ułomka, rozmnożyć przez tę samę liczbę, nieodmieniając przez to jego wielkości. I tak te ułomki $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, i t. d. równe są jeden drugiemu. Te także ułomki $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{6}$ $\frac{6}{9}$. $\frac{8}{12}$. i t. d. są równe. Jakoż wsaméj rzeczy, kiedy się mianownik mnoży naprzykład przez 2, już znaczy części jedności jakiéj dwa razy mniejsze niż przedtym, a zatym licznik przez 2 także rozmnożony, chociaż dwa razy tyle części jedności wziętych znaczy, że jednak te części są dwa razy mniejsze, niżeli były przed mnożeniem przez 2, nie więcéj przeto wyrażają jak tamte. Tak właśnie jak nie więcéj zawiera się w dwudziestu naprzykład złotych, jak w 10 dwu złotówkach, nie więcéj w 16 złotych, jak w 2 talarach; bo oczywista rzecz jest, że mniéj części większych, tyle czynić może, co więcéj, części mniejszych tejże jedności.

Drugie prawidło jest, że dla przywiedzenia dwóch ułomków do jednakowego mianownika, trzeba pierwszego ułomku licznika, i mianownika, rozmnożyć przez mianownika drugiego ułomku, i wzajemnie, tegoż drugiego ułomku licznika i mianownika rozmnożyć przez pierwszego ułomku mianownika. I tak te dwa ułomki $\frac{1}{2}$, i $\frac{1}{3}$, będą miały jednakowego mianownika, gdy licznika 1, i mianownika 2, pierwszego ułomka rozmnożę przez 3, a znowu licznika 1, i mianownika 3 drugiego ułomka, rozmnożę przez 2, pierwszy albowiem ułomek $\frac{1}{2}$ obroci się tym sposobem w ułomek $\frac{3}{6}$, a drugi $\frac{1}{3}$ w ten $\frac{2}{6}$. Te zaś dwa ułomki $\frac{1}{2}$, i $\frac{1}{3}$ na te dwa obrocone $\frac{3}{6}$, i $\frac{2}{6}$ łatwiéj z sobą porównać można.

Ułomki $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$ tegoż samego mianownika mieć będą, gdy pierwszego licznika i mianownika przez 4, a drugie przez 3 rozmnożę, pierwszy zamieni się w ten $\frac{8}{12}$, a drugi w ten $\frac{9}{12}$.

Przez takowe rozmnożenie, ułomki $\frac{3}{5}$ i $\frac{5}{6}$, w te się obrócą $\frac{18}{30}$ i $\frac{25}{30}$.

Trzeba przez wiele innych przykładów do takowego zamienienia ułomków wprawiać dzieci. W rozdziałach dwóch następujących częste działania tego będzie używanie.

Dla objaśnienia dzieci w rozumieniu dokładnym ułomków, dobrze będzie wystawić im niższe gatunki rzeczy, naprzykład pieniędzy, nakształt części, albo ułomków gatunków wyższych.

I tak naprzykład gdy czerw: zł: 1 bierze się za zł: 18, zł: jeden może być uważany, jak ośmnasta część czerwonego zł: albo $\frac{1}{18}$ 2 złote można uważać jak $\frac{2}{18}$, albo jak $\frac{1}{9}$ czerw: złotego, 3 złote, jak $\frac{3}{18}$, albo jak $\frac{1}{6}$ i t. d. 15 złotych jak $\frac{15}{18}$, albo jak $\frac{5}{6}$ czerw: złotego, albo jeszcze lepiej, jak summę 9 złotych, i 6 złotych, to jest: jak summę połowy, $\frac{1}{2}$, i trzeciej części $\frac{1}{3}$ czerw: złotego i t. d.

ROZDZIAŁ I.

O dodawaniu ułomków.

Pierwsze zadanie: *Dwie osoby na przeciwko siebie idą, jedna z nich uchodzi na* 5 *godzin*, 3 *mile*; *druga uchodzi na* 5 *także godzin, 2 mile; ileż się do siebie przybliżają przez 1 godzinę?*

Pierwsza osoba uchodzi w godzinę $\frac{3}{5}$ mili, druga zaś uchodzi w godzinę $\frac{2}{5}$ mili. Więc obiedwie razem uchodzą tyle w godzinę, ile czyni summa tych dwóch ułomków mili $\frac{3}{5}$ i $\frac{2}{5}$, to jest uchodzą $\frac{5}{5}$ mili, albo jednę milę.

Dwa te ułomki $\frac{3}{5}$, i $\frac{2}{5}$, mając jednakowego mianownika są jednakowemi częściami jedności, (która tu znaczy milę) a zatém łatwo dodane być mogą.

Drugie zadanie. *Dwie osoby ku sobie idą, jedna 2 mile na 3 godziny uchodzi druga 3 mile na godzin 4; ileż obiedwie razem uchodzą przez godzinę?*

Pierwsza osoba uchodzi trzecią część dwóch mil na godzinę, albo $\frac{2}{3}$ mili; druga uchodzi czwartą część trzech mil, albo $\frac{3}{4}$ mili. Summa tych dwóch ułomków pokaże, ile razem obiedwie osoby przez godzinę uchodzą.

Ułomki te dwa $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$ znaczą odmienne części jedności, bo pierwszy znaczy trzecie części mili, a drugi czwarte.

Nie mogą być razem dodane, jeżeli

pierwéj na jednakowe części nie będą obrócone. Tak właśnie jak groszów naprzykład srebrnych w jednę liczbę zebrać wraz ze złotemi nie można, ale trzeba złote obrócić na grosze srebrne, i tak dopiero jednakowe części do siebie dodawać.

Trzeba tedy najprzód te dwa ułomki mili $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$ na jednakowe części obrócić, dawszy im jednakowego mianownika, i odmienią się w te dwa, $\frac{8}{12}$ i $\frac{9}{12}$, których summa będzie $\frac{17}{12}$, to jest mila 1, i $\frac{5}{12}$ mili.

Trzecie zadanie. *Rzemieślnik jeden mógłby skończyć robotę pewną w 3 dniach sam robiąc, drugi sam także zrobiłby ją w 4 dniach, a trzeci w dniach 5; ileż téj roboty wszyscy razem zrobią w jednym dniu?*

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Pierwszy zrobi przez dzień} & \frac{1}{3}\\ \text{Drugi} \quad . \quad . \quad . & \frac{1}{4}\\ \text{Trzeci} \quad . \quad . \quad . & \frac{1}{5}\end{array}\right\}\text{całéj roboty.}$$

Więc część cała roboty, którą wszyscy razem zrobią przez dzień jeden wyrazić się powinna przez summę tych trzech ułomków, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$. Pierwsze dwa ułomki $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{4}$, do jednakowego mianownika przywiedzione, są: $\frac{4}{12}$ i $\frac{3}{12}$, których summa jest $\frac{7}{12}$. Te znowu ułomki $\frac{7}{12}$ i $\frac{1}{5}$ do jednakowego mianownika przywiedzione, odmienią się w te dwa $\frac{35}{60}$ i $\frac{12}{60}$, summa zaś ich będzie $\frac{47}{60}$, a zatym summa tych ułomków trzech $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, jest: $\frac{47}{60}$

Można wraz było trzy te ułomki $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ do jednakowego przywieść mianownika mnożąc najprzód każdego ułomku licznika przez mianowniki dwóch innych, zkąd nowy dla każdego ułomku wypadłby licznik; a potym same trzy mianowniki rozmnożyć, 3 przez 4, co czyni 12, i znowu 12 przez 5, co czyni 60, i nowy z rozmnożenia tego byłby mianownik 60, wspólny trzem licznikom 20, 15, 12. Tym sposobem pierwszy ułomek $\frac{1}{3}$ odmienia się w ten $\frac{20}{60}$, drugi $\frac{1}{4}$ w $\frac{15}{60}$, trzeci $\frac{1}{5}$ w $\frac{12}{60}$, których to trzech ułomków $\frac{20}{60}$ $\frac{15}{60}$ $\frac{12}{60}$ summa będzie $\frac{47}{60}$ ta sama co i wyżej.

Niechby naprzykład robota wyznaczona tym trzem ludziom była 60 sznurów.

Pierwszy, trzecią téj roboty część, to jest $\frac{1}{3}$ na dzień robiący zrobiłby 20 sznurów.

Drugi robiąc na dzień $\frac{1}{4}$,
zrobiłby . . . 15
Trzeci . . $\frac{1}{5}$, 12
Co wszystko czyni 47 sznurów,
to jest $\frac{47}{60}$ całéj roboty.

Jakim sposobem w tym przykładzie trzy ułomki $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, do jednakowego przywiedlibyśmy mianownika, mnożąc każdego w szczególności ułomku licznika i mianownika przez dwa kolejno brane mianowniki, dwóch innych ułomków; tymże sposobem jakiekolwiek będą trzy ułomki, różne mianowniki mające, można je do jednakowego przywieść mianownika.

Tak naprzykład te ułomki.
($\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$ zamieniają ($\frac{56}{280}$, $\frac{40}{280}$, $\frac{35}{280}$ sum: $\frac{131}{280}$
($\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{11}$ się na te: ($\frac{297}{792}$, $\frac{449}{792}$, $\frac{504}{792}$ sum: $\frac{1449}{792}$.

Lubo będzie osobna potym nauka o skróceniu, którego użyć można przywodząc ułomki do jednakowego mianownika; przyda się jednak dać wcześnie niektóre tego skrócenia wzory, w przypadkach, gdzie jeden ułomku mianownik, kilka zupełne razy znajduję się w mianowniku drugiego ułomku.

PRZYKŁADY.

Ułomki $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{4}$, już są do jednakowego przywiedzione mianownika, gdy pierwszy z nich tylko $\frac{1}{2}$ będzie zamieniony w ten $\frac{2}{4}$.

Ułomki z odmiennym mianownikiem.	$\frac{1}{3}$ i	$\frac{5}{6}$	*Też same ułomki z jednak: mian:*	$\frac{2}{6}$ i	$\frac{5}{6}$
	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$		$\frac{9}{12}$	$\frac{5}{12}$
	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{28}$		$\frac{20}{28}$	$\frac{5}{28}$

Te trzy ułomki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, aby do jednakowego przywieść mianownika, dosyć jest dwiema się tylko pierwszemi zatrudnić; bo trzeciego mianownik 6, zawiera w sobie pierwszego ułomku mianownika 2, rozmnożonego przez mianownika drugiego 3; taki przydatek trzeba dobrze mieć na pamięci.

Można te trzy ułomki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, tak wyrazić $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{6}$.

INNE PRZYKŁADY.

$\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{20}$ *do jednakowego* $\frac{5}{20}$, $\frac{12}{20}$, $\frac{3}{20}$
$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{35}$, *przywiodłszy* $\frac{14}{35}$, $\frac{15}{35}$, $\frac{6}{35}$
Ułomki: $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{9}{56}$ *mianown: będą:* $\frac{21}{56}$, $\frac{24}{56}$, $\frac{9}{56}$.

Rozumiem, że samo używanie skrócenia tego, gdzie miejsce mieć może w ułomkach, przydając zaraz przyczyny, dla których tego skrócenia w przypadku zdarzającym się użyć można, oświeci nie mało dzieci choć i bez reguł, i przysposobi do zrozumienia nauki obszerniejszéj o takowych skróceniach.

Czwarte zadanie. *Prowadząc wodę jednêm korytem do jakiéj sadzawki, napełniłbym ją w dniach* 5, *drugiém korytem napełniłbym tę samę sadzawkę w dniach* 6: *trzeciém w* 7, *czwartém w* 11 *dniach: puszczam razem temi czterema korytami wodę do sadzawki, itaż część jéj napełni się przez dzień* 1?

Tę część wyrazić można przez summę tych czterech ułomków: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{11}$. Podobnie jak wyżéj postępując Nauczyciel pokaże, że dla przywiedzenia tych czterech ułomków do jednakowego mianownika, trzeba każdego w szczególności ułomku licznika i mianownika, rozmnożyć kolejno przez mianowniki trzech innych ułomków. To uczyniwszy, ułomki powyższe odmienią się w następujące: $\frac{462}{2310}$, $\frac{385}{2310}$, $\frac{330}{2310}$, $\frac{210}{2310}$, których summa będzie $\frac{1387}{2310}$.

A w ogólności mówiąc, aby dodać można kilka lub więcéj ułomków mających odmienne mianowniki, trzeba je pierwéj do jednakowego przywieść mianownika, mnożąc każdy w szczególności ułomek, przez mianowniki kolejno brane wszystkich innych ułomków, a dopiero po takowém rozmnożeniu, same liczniki dodać z podpisem wspólnego mianownika.

Piąte zadanie. *Pewna osoba kupiła dwojakiego sukna, pierwszego było łokci 12 i $\frac{2}{3}$, drugiego łokci 15 i $\frac{3}{4}$; za wieleż łokci ze wszystkiém zapłaciła?*

Dwa ułomki łokcia $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$, do jednakowego mianownika przywiedzione, i potém dodane, czynią $\frac{17}{12}$, to jest 1, i $\frac{5}{12}$. Ten 1 łokieć dodany do 12 i 15, czyni łokci 28; więc cała summa łokci będzie 28 $\frac{5}{12}$.

Szóste zadanie. *Pewna osoba kupiła trojakiego sukna; jednego łokci 7 i $\frac{1}{3}$, drugiego 9 $\frac{3}{4}$, trzeciego 10 $\frac{4}{5}$, ileż łokci wszystkich było?*

Aby summę tych łokci znaleść, trzeba dodać razem 7 $\frac{1}{3}$, 9 $\frac{3}{4}$, 10 $\frac{4}{5}$; albo co jest jedno, trzeba dodać 7 $\frac{20}{60}$, 9 $\frac{45}{60}$, 10 $\frac{48}{60}$. Summa trzech ułomków jest $\frac{113}{60}$, albo 1 $\frac{53}{60}$, dodaję ten łokieć 1 do drugich, i będę miał łokci 27 $\frac{53}{56}$.

Z postępowania w tych przykładach pokazuje się, że gdy dodawać przypadnie razem, liczby całe i ułomki, dodać trzeba najprzód ułomki, potym z ich summy wyciągnąć liczby całe (które mieć w sobie na ten czas będą, gdy liczniki ich będą większe od mianowników) daléj te liczby całe z ułomków wyciągnione, dodać do innych liczb całych, które także są podane wraz z ułomkami.

I tak aby te pięć $3\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{4}$, $5\frac{2}{7}$, $6\frac{4}{5}$, $9\frac{10}{11}$. liczb do- $3\frac{3080}{4620}$ $4\frac{3465}{4620}$, $5\frac{1320}{4620}$, $6\frac{3696}{4620}$, $9\frac{4200}{4620}$ dać to jest:

Najprzód zbieram w jednę summę ułomki do jednakowego mianownika już przywiedzione, i będzie $\frac{15761}{4620}$.

A ponieważ licznik zawiera w sobie mianownika całe 3 razy i $\frac{1901}{4620}$; więc 3 dodaję do innych liczb całych, z któremi czyni 30; a zatym będę miał summę liczb pięciu podanych wraz z ułomkami: $30\frac{1901}{4620}$.

ROZDZIAŁ II.

O odejmowaniu ułomków.

Pierwsze zadanie. *Złodziéj uciekający, ubiega 2 mile co 3 godziny, po niejakim czasie pogoń za nim wysłana w 4 godzinach ubiega 3 mile, ileż ta pogoń co godzina zbliża się do złodzieja?*

Gdyby złodziéj ubiegłszy naprzykład mil kilka, odpoczywał w jakiém miejscu, pogoń goniąca za nim podczas tego odpoczynku, zbliżyłaby się w godzinę jednę do niego na $\frac{3}{4}$ mili; ale ponieważ złodziéj wciąż ucieka, i ubiega na godzinę $\frac{2}{3}$ mili; więc różnica między $\frac{3}{4}$ i $\frac{2}{3}$, to jest między $\frac{9}{12}$, i $\frac{8}{12}$ pokaże, ile w godzinę jednę zbliży się pogoń ta do złodzieja.

Różnica zaś między, $\frac{9}{12}$ i $\frac{8}{12}$: jest $\frac{1}{12}$ mili.

Drugie zadanie. *Woda do stawu korytem jednem sprowadzona, 4 razy go napełnia w dniach piąciu, taż woda innem korytem wypuszczona ze stawu, w 4 dniach 3 razyby go wypróżniła. Niechże ta woda razem pierwszem korytem wpływa do* *stawu, i drugiém wypływa, jakąż część stawu napełni przez dzień jeden?*

Ponieważ pierwszém korytem $\frac{4}{5}$ stawu wodą przez dzień jeden napełniają się, a drugiém korytem upływają $\frac{3}{4}$, przez dzień także jeden; więc różnica między wpływającą ze stawu przez dzień jeden wodą, okaże tę część stawu, która w tymże dniu napełniona zostanie, to jest różnica między $\frac{4}{5}$ i $\frac{3}{4}$ albo między $\frac{16}{20}$ i $\frac{15}{20}$, ta zaś różnica jest: $\frac{1}{20}$ stawu.

Trzecie zadanie. *Pewna osoba potrzebując sukna łokci* $5\frac{2}{3}$, *znajduje tylko u kupca łokci* $3\frac{3}{5}$; *ileż jéj niedostawać będzie?*

Wzór działania.

$$\begin{array}{lr} & 5\tfrac{2}{3} \text{ albo } 5\tfrac{10}{15} \\ & 3\tfrac{3}{5} \text{ albo } 3\tfrac{9}{15} \\ \text{Nie dostaje łokci} & 2\tfrac{1}{15}. \end{array}$$

Czwarte zadanie. *Pewna osoba z morgów ziemi* $8\frac{3}{5}$, *przedała morgów* $5\frac{7}{8}$; *ileż jéj się zostało?*

Wzór działania.

$$\begin{array}{lr} & 8\tfrac{3}{5} \text{ albo } 8\tfrac{24}{40} \\ & 5\tfrac{7}{8} \text{ albo } 5\tfrac{35}{40} \\ \hline \text{Reszta} \quad . \quad . & 2\tfrac{29}{40}. \end{array}$$

Sposób postępowania. Od $\frac{24}{40}$ odjąć nie mogę $\frac{35}{40}$, pożyczam więc 1 od 8, to jest: $\frac{40}{40}$. Te $\frac{40}{40}$ wraz z $\frac{24}{40}$ czynią $\frac{64}{40}$, od których odjąć można $\frac{35}{40}$, i zostanie $\frac{29}{40}$, od 7 odjąwszy 5, zostanie 2.

ROZDZIAŁ III.

O mnożeniu ułomków.

Pierwsze zadanie. *Pewna osoba kupuje 6 łokci sukna, łokieć po pół czerwonego złotego; ileż ma dać czerwonych złotych za te 6 łokci?*

Gdyby łokieć sukna przyszło płacić po czerwonemu złotemu, za łokci 6, trzebaby dać 6 czerw: złotych; więc kiedy po pół czerwonego złotego przypada łokieć, przyjdzie za 6 łokci połowę tylko dać 6 czerwonych złotych, to jest 3 czerwone złote.

Albo tak. Płacąc po pół czerwonego złotego za łokieć sukna, przypadnie 6 pół czerwonych złotych za łokci 6, to jest w samej rzeczy 3 całych czerwonych złotych; ponieważ na 3 całe czerwone złote trzeba 6 pół czerwonych złotych.

Drugie zadanie. *Gospodarz każe rów*

kopać 12 robotnikom przez dzień jeden; trzebaby zaś jednemu robotnikowi kopać przez dni 3, *aby wzdłuż jeden sznur rowu wykopał; ileż sznurów wykopią wszyscy przez dzień jeden?*

Gdyby każdy robotnik wykopał sznur jeden na dzień, dwunastu ich wykopałoby na dzień sznurów 12; ale że jeden robotnik trzecią tylko część sznuru na dzień wykopuje; więc i 12 robotników trzecią też część 12 sznurów na dzień wykopią; to jest: 4 sznury.

Albo tak: Ponieważ jednemu robotnikowi trzy dni robić trzeba, aby sznur jeden rowu wykopał, więc na dzień wykopuje tylko $\frac{1}{3}$ sznuru, a zatym 12 robotników wykopie na dzień $\frac{12}{3}$ sznuru, to jest: 4 sznury; gdyż na jeden sznur trzeba trzech części sznuru.

Trzecie zadanie. *Pewna osoba kupuje 20 łokci sukna, za którego łokci* 5 *przypada czerwonych złotych* 3; *ileż ma zapłacić za 20 łokci?*

Gdyby każdy łokieć kosztował 3 czerwone złote, 20 łokci kosztowałoby czerw: zł: 60; ale ponieważ 5 łokci kosztuje czer:

zł: 3 ; więc łokieć jeden kosztuje 5 razy mniéj, niż 3 czer: złote, to jest: kosztuje $\frac{3}{5}$ czerwonego złotego, a zatym 20 łokci pięć razy mniéj kosztują, niż 60 cz: złotych, to jest: kosztują tylko 12 czerw: złotych.

Albo tak. Każdy łokieć kosztuje trzy piąte części czerwonego złotego, więc 20 łokci kosztować będzie dwadzieścia razy trzy piąte części czerwonego złotego, to jest $\frac{60}{5}$, albo 12 czerwonych złotych; bo pięć piątych części trzeba na 1 czerwony złoty.

Wyłuszczywszy takowym sposobem dzieciom wiele innych zdań, sami postrzegać będą, jako w tém naprzykład ostatniém zadaniu, gdzie łokieć jeden kosztował $\frac{3}{5}$ części czerwonego złotego, trzeba było licznika 3 rozmnożyć przez 20, i liczbę rozmnożoną 60, podzielić przez mianownika 5, a wieloraz 12 czerw: złotych ukazałby był cenę 20 łokci sukna. Więc żeby rozmnożyć ułomek jaki przez liczbę całkowitą, trzeba licznika ułomku rozmnożyć przez tę liczbę całkowitą, i tak rozmnożonego, podzielić przez mianownika ułomku.

PRZYKŁADY.

Chcąc rozmnożyć $\frac{5}{8}$ przez 9, mnożę 5 przez 9, i liczbę rozmnożoną 45, dzielę przez 8, i będę miał $5\frac{5}{8}$.
Podobnie $\frac{3}{4}$ przez 7 czyni $\frac{21}{4}$, to jest $5\frac{1}{4}$
$\frac{4}{5}$ przez 9 czyni $\frac{36}{5}$, to jest $7\frac{1}{5}$.

Czwarte zadanie. *Pewna osoba kupuje sukna trzy ćwierci łokcia, to jest $\frac{3}{4}$, łokieć zaś tego sukna przypada po złotych* 20; *ileż przypadnie za $\frac{3}{4}$ łokcia?*

Sposób postępowania. Za trzy łokcie byłaby ta osoba zapłaciła złotych 6, więc za czwartą część trzech łokci, albo za $\frac{3}{4}$ zapłaci tylko czwartą część; albo $\frac{1}{4}$ zł: 60, to jest: 15 złotych.

Drugi sposób. Gdyby ta osoba ćwierć łokcia to jest $\frac{1}{4}$ kupiła, zapłacićby powinna $\frac{1}{4}$ złotych 20, to jest 5 złotych, aże nie jednę, ale trzy ćwierci kupuje; więc ma zapłacić trzy razy 5 złotych, to jest 15 złotych.

Z tego przykładu, i wielu innych podobnych, regułę do rozmnożenia liczby całkowitej przez ułomek podać można, a ta jest: żeby albo liczbę całkowitą rozmnożyć przez licznika ułomku, i tak rozmnożoną podzielić przez mianownika; albo też podzielić najprzód przez mianownika liczbę całkowitą, gdy to być może, a dopiero wieloraz rozmnożyć przez licznika.

Pierwszego sposobu zawsze użyć można, drugiego zaś wtenczas tylko, gdy mianownik ułomka znajdować się raz, albo więcéj będzie w liczbie całkowitéj bez żadnéj reszty.

Piąte zadanie. *Pewna osoba kupiła sukna łokci $7\frac{2}{3}$ płacąc za łokieć po złotych 28; ileż dała za łokci $7\frac{2}{3}$?*

Za 7 łokci po 28 zł: przypada 196 zł: $\frac{2}{3}$ łokcia przez 28 zł: rozmnożone czynią 18 zł: i $\frac{2}{3}$, to jest 18 zł: groszy 20. Więc za $7\frac{2}{3}$ łokci przypadnie zł: 214 groszy 20.

Ponieważ 28 nie można było podzielić zupełnie przez mianownika 3, przeto pierwszego sposobu użyło się.

Szóste zadanie. *Pewny podróżny, który we 3 godzinach uchodzi 2 mile, szedł tylko przez $\frac{1}{2}$ godziny: ileż uszedł?*

Ten podrożny uchodzi przez godzinę $\frac{2}{3}$ mili, a zatym przez pół godziny uszedł połowę $\frac{2}{3}$, to jest $\frac{1}{3}$ mili.

Siódme zadanie. *Pewny podróżny, który 3 mile na 4 godziny uchodzi, szedł tylko przez 48 minut, albo $\frac{4}{5}$ godziny; ileż uszedł?*

Ponieważ ten podróżny uchodzi 3 mile na 4 godziny; więc w czasie pięć razy krótszym, to jest w $\frac{4}{5}$ godziny, ujdzie też mniéj 5 razy, to jest $\frac{3}{5}$ mili.

Osme zadanie. *Pewna osoba kupiła sukna $\frac{2}{3}$ łokcia, przypada zaś za 5 łokci tego sukna czerw: złotych 4; ileż ma za $\frac{2}{3}$ łokcia zapłacić?*

Gdyby za łokieć 1 tego sukna przypadało czerwonych złotych 4; za $\frac{2}{3}$ łokcia przypadłoby $\frac{8}{3}$ czerw: złotego; ale że za 4 czerwone złote można mieć łokci 5. więc za łokieć 1 pięć razy mniéj przypadnie, niż 4 czerwone złote, a za $\frac{2}{3}$ łokcia pięć razy także mniéj, niż $\frac{8}{3}$ czerw: złotego. Aby ten ułomek $\frac{8}{3}$ pięć razy mniejszym uczynić, trzeba mianownika jego 3 rozmnożyć przez 5. Przez takowe mnożenie, oznaczy się, iż jedność na części 5 razy mniejsze dzielimy, a zatém każda z tych części wziętych, którą oznacza licznik, będzie 5 razy mniejsza. Ta tedy osoba zapłaci za $\frac{2}{3}$ łokcia $\frac{8}{15}$ cz: złotego.

Albo tak: Łokieć 1 kosztowałby $\frac{4}{5}$ cz: złotego; więc 2 łokcie kosztowałyby $\frac{8}{5}$, a zatém trzecia część dwóch łokci, to jest $\frac{2}{3}$, kosztowałaby trzy razy mniej, niż $\frac{8}{5}$ czerw: złotego, to jest $\frac{8}{15}$ czerwonego złotego.

Można ten wyraz $\frac{8}{15}$ czerw: złotego obrócić na złote, i na grosze rachując cz: złoty po zł: 18; bo mnożąc 8 przez 18, będzie $\frac{144}{15}$, to jest 9 złotych i $\frac{9}{15}$ złotego, a zaś $\frac{9}{15}$ złotego, rachując złoty po groszy 30, uczyni $\frac{270}{15}$, albo 18 groszy.

Po wielu takich przykładach można przystąpić do reguły mnożenia dwóch ułomków jednego przez drugiego. Reguła zaś ta jest: aby licznika jednego ułomka rozmnożyć przez licznika drugiego, a potém mianownika jednego, przez mianownika drugiego; i ztąd wypadnie trzeci ułomek z dwóch rozmnożony.

Tymże sposobem z rozmnożenia ułomka jednego przez drugi, robi się też, jak nazywają, ułomek ułomka (*fractio fractionis*).

Dziewiąte zadanie. *Pewna osoba, która włożyła w handel $\frac{2}{3}$ swego majątku, zyskała na tym handlu $\frac{2}{5}$ tego, co weń włożyła; ileż tedy zyskała?*

Osoba ta zyskała dwie piąte części dwóch trzecich. Piąta część $\frac{2}{3}$, jest $\frac{2}{15}$, więc dwie piąte części $\frac{2}{3}$ są $\frac{4}{15}$.

Ta ostatnia liczba $\frac{4}{15}$ jest w samej rzeczy z rozmnożenia licznika jednego przez drugiego, w tych dwóch ułomkach: $\frac{2}{3}$ i $\frac{2}{5}$.

Dziesiąte zadanie. *Kupiono łokci* 9 $\frac{2}{3}$ *sukna, którego łokieć kosztował czerw: zł:* $2\frac{4}{5}$; *ileż przypada za wszystko zapłacić?*

Trzeba rozmnożyć $9\frac{2}{3}$, *(liczbę łokci)* przez $2\frac{4}{5}$ *(cenę jednego łokcia)*; liczba ztąd rozmnożona pokaże, ile przypadnie zapłacić za łokci $9\frac{2}{3}$?

Wzór działania.

$9\frac{2}{3}$ *mnożny.*
$2\frac{4}{5}$ *mnożnik.*

18 *wieloczyn z* 9 *przez* 2.
$7\frac{1}{5}$ *wieloczyn z* 9 *przez* $\frac{4}{5}$.
$1\frac{1}{3}$ *wieloczyn z* 2 *przez* $\frac{2}{3}$.
$\frac{8}{15}$ *wieloczyn z* $\frac{2}{3}$ *przez* $\frac{4}{5}$ *cz: zł:*

$27\frac{1}{15}$ *Summa, albo liczba cała rozmnożona.*

Aby te trzy ułomki $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{8}{15}$, dodać można, trzebaby pierwéj według powszechnéj reguły, w każdym ułomku licznika i mianownika, rozmnożyć przez mianowniki dwóch innych ułomków; ale że mianowniki tych dwóch ułomków; $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{3}$, jeden przez drugi rozmnożony, czynią liczbę 15, równą mianownikowi trzeciego ułomku $\frac{8}{15}$, więc dosyć będzie tamte dwa do jednakowego przywieść mianownika, bo wszystkie potém dodać do siebie będzie można; będzie albowiem $\frac{3}{15}$ $\frac{5}{15}$, i $\frac{8}{15}$, summa $\frac{16}{15}$, to jest 1 $\frac{1}{15}$.

Gdyby w podobnych zadaniach trudno czasem było rozmnażać liczbę całkowitą z ułomkiem, przez drugą także całkowitą z przydanym ułomkiem, możnaby obiedwie te liczby obrócić wcale na ułomki, i same tylko ułomki mnożyć jeden przez drugi.

Naprzykład $9\frac{2}{3}$, można odmienić na $\frac{29}{3}$, bo to wszystko jedno; także $2\frac{4}{5}$ można odmienić na $\frac{14}{5}$.

Liczba tedy rozmnożona z $9\frac{2}{3}$, przez $2\frac{4}{5}$ równa będzie liczbie $\frac{29}{3}$, rozmnożonéj przez $\frac{14}{5}$, to jest $\frac{406}{15}$, albo $27\frac{1}{15}$, tak jak się pierwszym sposobem znalazło.

Ale ten drugi sposób jest niewygodny, gdy liczby całkowite, i mianowniki ułomków są wielkie.

Jedenaste zadanie. *Jakież jest pole prostokąta, którego długość ma łokci 5, i stopę 1, a szerokość 3 łokcie, i 1 stopę?*

Według nauki danéj w rozdziale trzecim, części drugiéj, trzebaby najprzód obrócić łokcie na stopy; byłoby tedy długości stop 11, a szerokości stop 7, a zatém prostokąt miałby stop kwadratowych 77, to jest, dzieląc przez 4, miałby łokci kwadratowych 19, i 1 stopę kwadratową. Można się też i obejść bez tego obrócenia łokci na stopy, wystawując sobie stopę jak połowę łokcia, albo $\frac{1}{2}$, bo tak przypadnie mnożyć $5\frac{1}{2}$ przez $3\frac{1}{2}$.

$5\frac{1}{2}$	*mnożny.*		
$3\frac{1}{2}$	*mnożnik.*		
15	*Łokci kwadrat: z rozm:*	5 *przez*	3.
$1\frac{1}{2}$	. . : .	$\frac{1}{2}$	3.
$2\frac{1}{2}$	. . . .	5	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$	. . . .	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$19\frac{1}{4}$, *to jest* 19 *łokci kwadratowych, i* 1 *stopa kwadratowa.*

Można też było przed dodaniem ułomki łokcia odmienić na stopy, a tak $\frac{1}{2}$ łokcia kwadrat: czyni 2 stopy kwadr: $\frac{1}{4}$ łokcia kwadr: czyni 1 stopę kwadr:

Dodanie byłoby jeszcze tym sposobem łatwiejsze.

Dwunaste zadanie. *Prostokąt ma długości łokci 12, calów 8, szerokości łokci 8, calów 6, jakież będzie jego pole?*

8 Calów czyni $\frac{1}{3}$ łokcia.

6 Calów czyni $\frac{1}{4}$ łokcia.

Więc trzeba rozmnożyć $12\frac{1}{3}$, przez $8\frac{1}{4}$.

$12\frac{1}{3}$ *mnożny.*

$8\frac{1}{4}$ *mnożnik.*

96 *wieloczyn z* 12 *przez* 8.

$2\frac{2}{3}$. *z* $\frac{1}{3}$ *przez* 8.

3 *wieloczyn z* 12 *przez* $\frac{1}{4}$.

$\frac{1}{12}$. *z* $\frac{1}{3}$ *przez* $\frac{1}{4}$.

101 $\frac{9}{12}$, *albo* 101 $\frac{3}{4}$, *to jest* 101 *łokci*, 3 *ćwierci kwadratowych.*

Trzynaste zadanie. *Kupiono* 27 *łokci materyi, łokieć po* 2 *czerw: zł: i zł:* 15, *ileż przyjdzie za wszystko zapłacić, rachując czer: zł: po zł:* 18?

czer: zł: złote.
 2 15 *mnożny.*
27 *mnożnik.*

54 *Liczba cz: zł: rozmnoż: z 2 przez 27.*
9 *Licz: cz: zł: rozmnoż: z 6 zł: albo $\frac{1}{3}$ czer: złotego przez 27.*
9 *Liczba podobnie rozmnożona.*
4 9 *Li: roz. z 3 zł: albo $\frac{1}{6}$ cz: zł: przez 27.*

76 *cz: zł: 9 zł: Sum: cała przyp: za łok. 27.*
cz: zł: zł:

Albo tak: 2. 15 *mnożny.*
27 *mnożnik.*

54 *wieloczyn z 2 przez 27:*
13. 9 *wielocz: z 9 zł: albo $\frac{1}{2}$ cz: zł:*
9 *wieloczyn: z 6 zł: albo $\frac{1}{3}$ cz: zł:*

76 *czer: zł: 9 zł: Summa.*

W pierwszym postępowaniu podzieliło się 15 złotych na 3 części 6, 6, 3. A ponieważ 6 złotych, jest to trzecia część, albo $\frac{1}{3}$ czerw: złotego, rozmnażając przez nie po dwa razy 27, wzięła się dwa razy trzecia część tychże 27, to jest 9 zł: aże 3 złote jest połowa 6 złotych, dla tego wzięła się połowa 9 czerw: zł: to jest 4 czerwone zł: i zł: 9.

W drugiém postępowaniu podzieliło się 15 złotych na dwie części, 9, 6, albo $\frac{1}{2}$

cz: złotego, i $\frac{1}{3}$, i z rozmnożenia 27 przez $\frac{1}{2}$, a potym przez $\frac{1}{3}$, wypadło 13 cz: zł: 9 zł: i 9 cz: zł.

Można jeszcze było i tak sobie postąpić. 15 złotych czyni $\frac{15}{18}$ czerwonego złotego, albo $\frac{5}{6}$; więc przypadnie $2\frac{5}{6}$ czerw: zł: mnożyć przez 27.

2 *razy* 27 *czyni*	. . :	54
$\frac{1}{6}$ *dwudziestu siedmiu, czyni*	.	$4\frac{1}{2}$
$\frac{5}{6}$ *Tychże* 27	: *czynią*	$22\frac{1}{2}$

Summa 54, *i* $22\frac{1}{2}$, *jest* 76 *czerw: zł:* 9 *zł:*

Przez te przykłady obiaśnią się dzieci, jak mają mnożyć liczby przez części ich jakiekolwiek, które nazywać można kilkorazne (*partes aliquotae*). Sądziłbym, że lepiéj się w to wprawić mogą przez wiele przykładów, niżeli przez reguły.

Przykład. *Kupiono materyi łokci* $8\frac{3}{4}$; *łokieć po* 3 *czerw: zł: i* 8 *zł: ileż za nią dano?*

cz: zł:
3 8 *mnożny.*
$8\frac{3}{4}$ *mnożnik.*

24 *cz: zł: wieloczyn z* 3 *przez* 8.
2 *cz: zł:* 12 *zł: wielocz: z* 6 *zł: przez* 8.
biorąc $\frac{1}{3}$ *ośmiu cz: zł:*

16 *wieloczyn z 2 zł: przez 8, biorąc* $\frac{1}{3}$ *ostatniéj liczby*
1. 9 *wieloczyn z 3 czer: zł: przez* $\frac{1}{2}$.
13. 2 *gr. sr: wieloczyn z 3 cz: zł: przez* $\frac{1}{4}$ *biorąc połowę ostatniéj liczby rozmnożonéj.*
6 *wieloczyn z 8 zł: przez* $\frac{3}{4}$.

cz: zł: 30. *zł:* 2; *gr. sr.* 2. *Sum: przypadająca za materyą.*

W takowym przykładzie, jak jest ten ostatni, rozumięm, żeby się łatwiéj ustrzedz można omyłki, obracaiąc przed zaczęciem mnożenia czerwone złote na złote, i tak naprzykład 3 czer: zł: i zł: 8, czyni zł: 62; a zatym będzie.

62 *zł: mnożny.*
$8\frac{3}{4}$ *mnożnik.*

496 *zł: wielocz: z* 62 *przez* 8.
31 *wieloczyn z* 62 *przez* $\frac{1}{2}$.
15. 2 *gr: sr: wielocz: z* 62 *przez* $\frac{1}{4}$, *to jest połowa* 31

542 *zł:* 2 *gr. sr. Summa liczb rozmnożonych, którą podzieliwszy przez* 18, *wypadnie czer: zł:* 30, *zł:* 2, *gr. srebr.* 2.

Można jeszcze uważać w tym przykładzie 8 złotych jak $\frac{8}{18}$ *czer: złotego albo* $\frac{4}{9}$, *i mnożyć* $3\frac{4}{9}$ *przez* $8\frac{3}{4}$.

$3\frac{4}{9}$ *mnożny.*
$8\frac{3}{4}$ *mnożnik.*

---

24 *wielocz: z* 3 *przez* 8.
$3\frac{5}{9}$ *wielocz: z* $\frac{4}{9}$ *przez* 8.
$2\frac{1}{4}$ *wielocz: z* 3 *przez* $\frac{3}{4}$.
$\frac{12}{36}$ *wielocz: z* $\frac{4}{9}$ *przez* $\frac{3}{4}$.

$30\frac{5}{36}$, *albo* 30 *cz: zł:* 2 *zł:* 2 *gr. srebr: ponieważ pięć trzydziestych szóstych części czerwonego złotego, jest to jedno, co* 5 *pół złotowek, albo* 2 *zł: i* 2 *gr: sr:*

ROZDZIAŁ IV.

O dzieleniu ułomków.

Pierwsze zadanie. *Kupiono sukna za* 12 *czer. zł: którego łokieć płacono po pół czerwonego złotego; ileż było łokci tego sukna?*

Gdyby łokieć tego sukna kosztował 1 czer: zł: za 12 czerw: zł: byłoby łokci 12; ale ponieważ łokieć dwa razy mniej kosztował; więc za 12 czerw: zł: powinno być dwa razy tyle łokci, to jest 24.

Albo tak: Zapłacono za to sukno 12 czer: zł: to jest 24 pół czerwonych złotych; za każde pół czerw: złotego był 1 łokieć; więc za 24 pół czerw: zł: było też 24 łokci.

Drugie zadanie. *Kupiono sukna po 12 złotych łokieć, to jest po $\frac{2}{3}$ czer: zł: dano za wszystko 24 czerw: zł: ileż było łokci?*

Gdyby każdy łokieć kosztował 2 czer: złote, na ten czas za 24 czerwonych złotych przypadłoby łokci 12, ale że każdy łokieć trzy razy mniéj kosztował: więc za 24 czerw: zł. trzy razy więcéj łokci było, to jest 36.

Albo tak: Dano za sukno 24 cz: zł: to jest 72 trzecich części czerwonego złotego, albo 36 dwóch trzecich części czerwonego złotego. Ale $\frac{2}{3}$ cz: zł: przypadły za 1 łokieć; więc 36 takich części czer: złotego przypadło za 36 łokci.

Trzecie zadanie. *Zapłacono zł: 12 za $\frac{2}{3}$ łokcia sukna; ileżby przypadłoby za łokieć tego sukna?*

Ponieważ $\frac{2}{3}$ łokcia kosztowały zł: 12; więc $\frac{1}{3}$ łokcia kosztowała zł: 6; a zatém łokieć cały kosztowałby trzy razy tyle, to jest zł: 18.

Przez wiele takowych przykładów zadawanych okaże się prawidło, którego się trzymać należy, dzieląc liczbę całkowitą przez ułomek; a to jest: aby liczbę całkowitą podzielić przez licznika ułomku, a wieloraz ztąd wynikły przez mianownika rozmnożyć, albo też, co na jedno wychodzi, aby najprzód odmienić w ułomku porządek, i licznika napisać na mianownika miejscu, a mianownika na miejscu licznika, a potym rozmnożyć przez ułomek, tak przewrócony, liczbę całkowitą, która przez ten ułomek miała być podzielona.

I tak wieloraz z podzielenia 18 przez $\frac{3}{4}$ znajdujemy, dzieląc 18 przez 3, a wieloraz 6 mnożąc przez 4, co uczyni 24. Będzie tedy 24, wieloraz wypadający z podzielenia, 18 przez $\frac{3}{4}$.

Albo drugiego używając sposobu mnoży się 18 przez $\frac{4}{3}$, to jest przez $1\frac{1}{3}$, i podobnie jak wyżej wypada 24.

Gdy licznik ułomka nie znajduje się raz, lub kilka zupełnych razy w liczbie całkowitej, którą ma dzielić, na ten czas lepiej jest użyć drugiego sposobu; i rozmnożyć liczbę całkowitą przez mianownika ułomku, a potym liczbę ztąd rozmnożoną podzielić przez licznika. I tak chcąc podzielić 7 przez $\frac{5}{3}$, lepiéj jest najprzód 7 rozmożyć przez 5, a potym 35 podzielić przez 3, co daje wieloraz $11\frac{2}{3}$; niżeli 7 podzielić pierwéj przez 3; a dopiero wieloraz $2\frac{1}{3}$ rozmnożyć przez 5.

Czwarte zadanie. *Za $3\frac{1}{3}$ łokcia sukna zapłacono złotych* 40; *po czemuż przypadł łokieć?*

Trzeba najprzód liczbę dzielącą $3\frac{1}{3}$ obrócić na same trzecie części, i będzie $\frac{10}{3}$; przez $\frac{10}{3}$ trzeba potém dzielić 40, i na wieloraz wypadnie 12 złotych. Tyle tedy 1 łokieć kosztował. Jakoż doświadczyć tego można, rozmnożywszy 12 przez $3\frac{1}{3}$, co uczyni 40.

Z tego przykładu i wielu innych podobnych wnieść można, że kiedy przypadnie liczbę całkowitą dzielić przez inną mieszaną, to jest złożoną z całéj, i z ułomku, trzeba tę liczbę mieszaną obrócić na sam ułomek, a dopiero dzielić zwyczajnie przez niego, liczbę całkowitą.

Piąte zadanie. *Sześciu robotników z jednakową usilnością pracujących, ma wykopać rów długi na pół mili; ileż przypadnie wykopać wzdłuż każdemu?*

Robota każdego z tych 6 robotników, jest sześć razy mniejsza, niżeli $\frac{1}{2}$; ale żeby ten ułomek $\frac{1}{2}$ oznaczający pół mili sześć razy mniejszym uczynić, trzeba mianownika jego, sześć razy większym zrobić, to jest rozmnożyć go przez 6, więc część roboty całéj przypadająca na jednego robotnika będzie $\frac{1}{12}$ mili.

Szóste zadanie. *Czterech robotników ma zrobić $3\frac{1}{5}$ łokci pewnéj roboty; ileż na jednego przypadnie?*

Czwarta część 3 łokci jest $\frac{3}{4}$, czwarta część $\frac{1}{5}$ łokcia jest $\frac{1}{20}$; więc każdy z tych czterech robotników powinien zrobić tyle, ile czyni summa $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{20}$, to jest $\frac{15}{20}$ i $\frac{1}{20}$; summa zaś ta jest $\frac{16}{20}$ łokcia, albo $\frac{4}{5}$.

W tym przykładzie lepiéj było zaraz liczbę podzielną obrócić całe na ułomek, i zamiast $3\frac{1}{5}$ byłoby $\frac{16}{5}$, których czwarta część jest $\frac{4}{5}$.

Uważając sposób postępowania w tych i innych podobnych przykładach, można to prawidło do dzielenia ułomka przez liczbę całkowitą postanowić: że ułomek już jest przez liczbę całkowitą podzielony, gdy tylko mianownika jego rozmnożymy przez tę liczbę. Ale jeżeli licznik ułomka zawiera w sobie zupełnie liczbę całkowitą raz, lub więcéj razy, lepiéj jest licznika jego podzielić przez liczbę całkowitą, a tym samym podzielony będzie cały ułomek przez tę liczbę.

Siódme zadanie. *Podróżny, który* 6 *mil na dzień ujeżdża, ma przebyć mil* $120\frac{1}{2}$; *ileż dni na to potrzebować będzie?*

Podzieliwszy 120 przez 6, będzie wieloraz 20; podzieliwszy potym $\frac{1}{2}$ przez 6, wieloraz $\frac{1}{12}$; więc temu podróżnemu trzeba dni $20\frac{1}{12}$ na odbycie téj drogi.

Osme zadanie. *Rzemieślnik zrobił* $\frac{4}{5}$ *łokcia pewnéj roboty w trzech kwadransach godziny, to jest w* $\frac{3}{4}$; *ileż zrobi tejże roboty przez całą godzinę jednostajnie robiąc?*

Przez 3 godziny zrobiłby ten rzemieślnik cztery razy tyle, co przez $\frac{3}{4}$ godziny, to jest przez czwartą część trzech godzin. Więc w 3 godzinach zrobiłby $\frac{16}{5}$ łokcia, a zatém w godzinę zrobiłby trzy razy mniéj, to jest $\frac{16}{15}$ łokcia, albo 1 łokieć i $\frac{1}{15}$, łokcia.

Albo tak. Gdyby ten rzemieślnik $\frac{4}{5}$ łokcia zrobił przez kwadrans, przez godzinę zrobiłby cztery razy tyle, to jest $\frac{16}{5}$ albo $3\frac{1}{5}$ łokcia; ale że trzy razy więcéj czasu trawi na téj robocie, więc też trzy razy mniéj zrobi w godzinę, to jest: łokieć 1 i $\frac{1}{15}$ łokcia.

Dziewiąte zadanie. *Pewny podrożny ujechał* 15 *mil i* $\frac{3}{5}$ *mili, w godzinach* 10, *i* 24 *minutach; ileż ujeżdżał na godzinę?*

Możnaby liczbę dzielącą obrócić na same minuty; ale można też i tak sobie postąpić. Ponieważ 24 minut czyni $\frac{2}{5}$ godziny, więc przypadnie podzielić $15\frac{3}{5}$ przez $10\frac{2}{5}$, to jest przez $\frac{52}{5}$, co się wykona, mnożąc $15\frac{3}{5}$ przez $\frac{5}{52}$, i będzie $1\frac{1}{2}$, to jest półtory mili, które ten podróżny ujeżdża na godzinę.

Dziesiąte zadanie. *Za pewną liczbę łokci materyi zapłacono czerw: zł:* 17, *i zł:* 2, *każdy zaś łokieć kosztował cz: zł.* 2, *i złotych* 8; *ileż było łokci za te pieniądze, rachując cz. zł. po zł.* 18?

Ponieważ 8 złotych są to $\frac{8}{18}$, albo $\frac{4}{9}$

czerwonego złotego; więc liczba dzieląca wychodzi na $2\frac{4}{9}$, a liczba podzielna na $17\frac{1}{9}$.

Liczbę dzielącą obróciwszy na sam ułomek, będzie $\frac{22}{9}$; a zatem przypadnie dzielić $17\frac{1}{9}$ przez $\frac{22}{9}$, co na jedno wychodzi, jak $17\frac{1}{9}$ mnożyć przez $\frac{9}{22}$. Mnożąc $17\frac{1}{9}$ przez 9, będzie 154, które przez 22 podzieliwszy wypadnie na wieloraz 7, który oznacza wielość łokci.

Jedenaste zadanie. *Zapłacono cz. zł. 41, i zł. 16, za pewną liczbę łokci materyi, której łokieć kosztował cz. zł. 4, i zł. 6; ileż było łokci?*

Możnaby wszystko obrócić na złote, ale też można liczbę podzielną wyrazić w ten kształt: $41\frac{8}{9}$ czerw: zł; a liczbę dzielącą tak: $4\frac{1}{3}$ czerw: złot. Przypada więc podzielić $41\frac{8}{9}$, przez $4\frac{1}{3}$, albo przez $\frac{13}{3}$, to jest mnożyć $41\frac{8}{9}$ przez $\frac{3}{13}$. Mnożąc $41\frac{8}{9}$ przez 3. będzie $125\frac{6}{9}$, albo $125\frac{2}{3}$; a dzieląc $125\frac{2}{3}$ przez 13, wieloraz będzie $9\frac{2}{3}$; liczba tedy łokci była $9\frac{2}{3}$.

Dwunaste zadanie. *Jakaż jest długość tego prostokąta, którego pole zawiera 35 łokci, i 3 stopy kwadratowe, szerokości zaś ma 5 łokci, i 1 stopę?*

Pole tego prostokąta wychodzi na $35\frac{3}{4}$ łokci kwadratowych, szerokość jego wychodzi na $5\frac{1}{2}$ łokci.

Długość znajdę, dzieląc $35\frac{3}{4}$, przez $5\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{11}{2}$. Dwa razy $35\frac{3}{4}$ czyni $71\frac{1}{2}$. Wieloraz z podzielonych $71\frac{1}{2}$ przez 11 jest $6\frac{1}{2}$. Więc ten prostokąt będzie miał 6 łokci, i stopę 1 długości.

Trzynaste zadanie. *Długość prostokąta jest 7 łokci, 1 stopa, 8 calów. Pole tegoż prostokąta 52 łokci kwadr: 3 stóp kwadr. 72 cali kwadr: jakaż będzie jego szerokość?*

3 Stopy kwadr: czynią $\frac{3}{4}$ łokcia kwadr: a 72 cale kwadr: czynią połowę stopy kwadratowej, to jest $\frac{1}{8}$ łokcia kwadratowego, summa $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{8}$ jest $\frac{7}{8}$; więc pole tego prostokąta wychodzi na $52\frac{7}{8}$ łokci kwadratowych.

1. Stopa jest połową łokcia, 8 calów jest trzecią częścią łokcia, summa $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$ jest $\frac{5}{6}$, więc długość tego prostokąta wychodzi na $7\frac{5}{6}$ łokci. Szerokość jego znajdę dzieląc $52\frac{7}{8}$ przez $7\frac{5}{6}$, albo przez $\frac{47}{6}$; $52\frac{7}{8}$, rozmnożywszy przez 6, będzie $317\frac{1}{4}$, podzieliwszy

tę 317$\frac{1}{4}$, przez 47, znajdę wieloraz 6$\frac{3}{4}$, to jest 6 łokci, 1 stopę, 6 calów.

ROZDZIAŁ V.

Zawierający niektóre skrócenia w działaniach czterech rozdziałów poprzedzających, i początki o dzielniku liczb.

W rozdziałach czterech poprzedzających wykładaliśmy sposób postępowania sobie z ułomkami, w zwyczajnych około nich działaniach, oddaliwszy na stronę te skrócenia, których czasem użyć można było. W tym rozdziale jest myśl nasza, dać poznać te skrócenia.

Pokazało się, że można licznika, i mianownika ułomku rozmnożyć przez tęż samę liczbę nie odmieniając przez to znaczenia jego, to jest ani go powiększając ani zmniejszając. To samo rozumowanie przystosować można, i do podzielenia ułomka przez liczbę jednakową.

Że ułomki w mniejszych liczbach wyrażone, są wygodniejsze od tych, w które wchodzą liczby większe, rzecz jasna; bo takich ułomków w robotach rachunkowych używając, i wartość ich prędzéj sobie wystawić można, i omyłki łatwiéj się ustrzedz, i działanie z niemi przedsięwzięte, w krótszym czasie zakończyć. I tak lubo te dwa ułomki są równe $\frac{2}{3}$, i $\frac{32}{48}$, lepiéj jednak jest użyć pierwszego, niż drugiego, gdy potrzeba konieczna nie przynagla, aby ułomek pierwszy pod kształtem drugiego wyrazić. Przeto gdy czynić co z ułomkiem mamy, trzeba najprzód uważać, czyliby nie można pod prościejszym jakim kształtem wyrazić ułomka tego, nie odmieniając jego wartości. Wtenczas zaś stać się to może, gdy licznik, i mianownik ułomka przez tę samę liczbę da się zupełnie podzielić. Tak naprzykład ułomek $\frac{32}{48}$, można w ten kształt wyrazić $\frac{2}{3}$, ponieważ i licznik 32, i mianownik 48, daje się zupełnie dzielić przez tę samę liczbę 16, i na wieloraz zupełnie wypadają te dwie liczby: 2 i 3.

Czasem z pierwszego zaraz wejrzenia łatwo jest pomiarkować, że ułomek może być wyrażony w mniejszych liczbach, a to wtenczas, gdy licznik i mianownik ułomka może się podzielić przez te małe liczby:

3, 5, i t. d. albo przez inne z tych rozmnożone. Naprzykład ten ułomek $\frac{32}{48}$, odmienia się w te $\frac{16}{24}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$, dzieląc wyrazy jego najprzód przez 2, potym ułomek $\frac{16}{24}$ z tego dzielenia wynikły, dzieląc znowu podobnie przez 2, i t. d. aż się dojdzie do ostatniego ułomka $\frac{2}{3}$, którego licznik i mianownik, już się więcéj przez 2 dzielić nie daje. Tak ten ułomek: $\frac{105}{200}$, weźmie inny kształt $\frac{21}{40}$ podzieliwszy licznika, i mianownika jego przez 5; a znowu ten: $\frac{35}{40}$ gdy podobnie będzie przez 5 podzielony zamieni się w $\frac{7}{8}$.

Liczba może być zawsze przez 2, podzielona, gdy ostatnia jéj cyfra przez 2 dzielić się daje. Bo jeżeli liczba złożona jest z dziesiątków, i z jedności parzystych, dziesiątki mogą być przez 2 podzielone, jedności parzyste także, więc i cała ta liczba może się podzielić przez 2. Jeżeli jeszcze będą w niéj sta, tysiące, i t. d. te oczywiście przez 2 dzielić się mogą.

Podobnie, jeżeli liczba składa się ze stów, dziesiątków, i jedności; ponieważ każde sto być może przez 4 podzielone, jeżeli oprócz tego i ostatnie dwie cyfry dzielić się przez 4 mogą, to i całą tę liczbę można podzielić przez 4. I tak liczby te: 324, 528, dzielić się mogą przez 4, bo 24, 28, można też przez 4 podzielić.

Także ponieważ tysiąc każdy można przez 8 podzielić, jeżeli oprócz tysiąców, liczba zawierać będzie w sobie sta, dziesiątki, jedności, a trzy ostatnie liczby przez 8 także podzielić można, cała taka liczba może być przez 8 podzielona. I tak 57912, 87656, mogą być przez 8 podzielone, że trzy ostatnie: 912, 656, dzielą się też przez 8.

Podobnym sposobem pokazać można, że jeżeli liczba jaka kończy się na 0, albo na 5, taka może być przez 5 podzielona, a jeżeli ostatnie cyfry są 25, 50, 75, albo dwa zera, taką liczbę podzielić można przez 25.

Wtenczas zaś liczbę można przez 3 podzielić, gdy summa cyfr składających tę liczbę (bez względu na miejsce, które zastępują) może być przez 3 podzielona. I tak te liczby: 12, 15, 18, 21, 24, 27, których summa cyfr jest 3, 6, 9, 3, 6, 9, można wszystkie przez 3 podzielić dla tego;

że summa cyfr one składająca, dzielić się przez 3 daje.

Dowieść zaś téj prawdy ztąd można, że i ta liczba może się przez 9 podzielić, któréj summa cyfr może być przez 9 podzielona. Co w ten sposób okazuję:

Jeżeli liczba ma tylko jednę cyfrę początkową, a resztę zerów, liczba ta równa jest summie téj pierwszéj cyfry, i dziewięciu, kilka lub więcéj razy dodanym.

I tak licz:	20,	równa jest sum:	2 i 2 razy 9
	400,	. .	4 i 44 raz: 9
	5000,	. .	5 i 555 ra: 9

A zatém liczba każda równa jest summie cyfr, one składających, i 9 pod pewną liczbą wziętym, kiedy więc i ta summa cyfr może być przez 9 podzielona, toć wtenczas i cała liczba może się też przez 9 podzielić.

I tak liczba 432 dzieli się przez 9, bo summa jéj cyfr jest 9. Liczby 8712 summa cyfr 18 i t. d.

Ponieważ zaś liczba każda równa jest summie cyfr, które ją składają, wraz z 9 pod pewną liczbą wziętemi, ta sama liczba równa też być musi, tejże summie cyfr, i 3 pod pewną liczbą wziętym, bo 3, dzieli 9. Jeżeli tedy summa cyfr może się przez 3 dzielić, więc i cała ta liczba może być przez 3 podzielona.

Ta sama liczba, którą podzielić można tak przez 2, jako i przez 3, może też być podzielona i przez 6.

Jeżeli liczba jaka daje się dzielić przez te cztery: 2, 3, 5, 7, osobno wzięte, ta sama liczba da się dzielić nie tylko przez liczby 6, 10, 14, 15, 21, 35, które pochodzą z rozmnożenia pierwszych po dwie wziętych; ale też i przez te: 30, 42, 105, które pochodzą z rozmnożenia pierwszych potrojnie wziętych i t. d.

Liczby 2, 3, 5, i t. d. które innych liczb siebie dzielących nie mają, oprócz siebie samych i jedności, nazywają się *liczbami pierwszemi (numeri primi)*.

Liczby zaś 6, 10, 15, 30, i t. d. które pochodzą z rozmnożenia liczb pierwszych, nazywają się *liczbami składanemi (numeri compositi)*. Gdy tedy wiemy; które liczby pierwsze dzielą inną jaką liczbę, zgadnąć możemy i liczby składane dzielące tęż same liczbę.

Przykład. Wiedząc, że ta liczba 210 dzielić się może przez 2, 3, 5, 7, i że się robi z rozmnożenia kolejnego tychże liczb czterech, dojdę innych liczb dzielących tę samę liczbę 210, tym sposobem:

Najprzód te liczby 2, 3, 5, 7, mnożę po dwie, to jest 2 przez 3, 2 przez 5, 2 przez 7, 3 przez 5, 3 przez 7, 5 przez 7, i będę miał liczby ztąd rozmnożone 6, 10, 14, 15, 21, 35. Potém mnożę je podobnie po trzy, i będzie 30, 42, 70, 105. Naostatek wszystkie cztery mnożę kolejno, i będę miał 210. Otóż każda z tych liczb znalezionych, dzielić może liczbę 210.

Ale ta rzecz obszerniéj będzie wyłożona na inném miejscu, gdzie osobna poda się nauka *o rozmaitych połączeniach (de combinationibus)*.

Niech będzie ułomek $\frac{144}{1728}$, który chcielibyśmy mieć w najprościejszych wyrazach. Najprzód 144, i 1728, podzielić można przez 2, po którém podzieleniu, ułomek weźmie ten kształt $\frac{72}{864}$, dzieląc potém obadwa te nowe wyrazy przez 2, będzie $\frac{36}{432}$, te znowu przez 2, będzie $\frac{18}{216}$, dalej dzieląc i te przez 2, będzie $\frac{9}{108}$. Podzieliwszy tak 9, jak 108 przez 3, będzie $\frac{3}{36}$, to samo przez 3, będzie $\frac{1}{12}$. Więc ułomek pierwszy $\frac{144}{1728}$, zamieni się tym sposobem w ten $\frac{1}{12}$.

Można było przyjść zaraz do tego ostatecznego ułomka, doświadczając czyli mianownik 1728, nie mógłby być podzielony przez licznika 144; bobyśmy byli znaleźli, że go zupełnie dzieli, i znajduje się w nim 12 razy, tak jak sam w sobie raz się znajduje. Z takowego podzielenia od razu byłby wypadł ten ułomek; $\frac{1}{12}$.

Podobnie niech będzie ułomek $\frac{720}{1764}$, weźmie on jeden po drugim te kształty: $\frac{360}{882}$, $\frac{180}{441}$, $\frac{60}{147}$, $\frac{20}{49}$, dzieląc wyrazy jego najprzód przez 2, potym wyrazy drugiego ułomku z tego podzielenia wypadłego, dzieląc przez 2, trzeciego i czwartego, przez 3, aż się dojdzie do ostatniego ułomka $\frac{20}{49}$, którego licznik, i mianownik już więcej przez jednę liczbę dzielić się nie daje. Można było zaraz z początku podzielić licznika i mianownika ułomka tego, $\frac{720}{1764}$, przez 36, i od razu mielibyśmy ten drugi ułomek $\frac{20}{49}$.

Dobrze więc jest szukać zaraz największéj, która być może, liczby dzielącéj, tak licznika, jako i mianownika, aby przez takowe dzielenie przywieść ułomek do jak najprościejszych wyrazów. Jeżeli licznik sam kilka zupełnie razy znajduje się w mianowniku, to on jest takowym dzielnikiem. Przeto ułomek $\frac{3}{12}$, tenże jest co $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{15}$, co $\frac{1}{3}$; $\frac{6}{30}$, co $\frac{1}{5}$ i t. d.

Niech będzie ułomek $\frac{18}{30}$, którego licznik nie dzieli zupełnie mianownika. Mianownik ten 30, może się na części rozłożyć, 18, i 12. Liczba, któraby zupełnie dzieliła wyrazy tego ułomka: 18, i 30, ta sama dzieliłaby i 18 część mianownika 30, równą licznikowi, a zatém i drugą tychże 30, część 12 dzielićby musiała. Więc ta liczba taka być powinna, któraby tak 12, jako i 18 zupełnie dzielić mogła, 18 znowu składa się z 12 i z 6; więc liczba, któraby podzieliła tak 18, jako i 12 część ośmnastu, taka być powinna, któraby mogła i drugą część 18, to jest 6 podzielić. Cała tedy rzecz na tem się zasadza, aby znaleść największą liczbę dzielącą tak 12, jako i 6. Liczba zaś ta jest 6; i ta tu sama jest, przez którą podzieliwszy wyrazy 18 i 30 ułomku $\frac{18}{30}$, ułomek ten będzie pod najprościejszym kształtem tak wyrażony: $\frac{3}{5}$.

Poznać można z tego przykładu, i z wielu innych podobnych, które być mogą podane, że sposób, ktorym szukać należy największego dwóch liczb dzielnika, na tém zawisł, aby liczbę mniejszą od większéj odejmować tyle razy, ile to być może, i za każdym razem szukać liczby, którąby wspólnie dzieliła resztę każdą wypadającą, i liczbę mniejszą.

I tak aby ten ułomek $\frac{180}{252}$, do prościejszych przywieść wyrazów, szukam, ile razy 180 wchodzi w 252; i znajduję, że wchodzi raz 1, i zostaje się 72. Téj reszty 72, i 180 liczby mniejszéj, szukam wspólnego dzielnika, to jest liczby, którąby zupełnie obiedwie podzieliła. Dzielę najprzód 180 przez 72, znajduję na wieloraz 2, i zostaje 36.

Szukam daléj liczby dzielącéj tę resztę 36, i liczbę mniejszą 72. Dzielę 72 przez 36 wieloraz jest 2, i nic nie zostaje. Więc 36, jest największa liczba dzieląca tak 252, jak 1 180; i ułomek powyższy, w tych mniejszych daleko liczbach wyraża się: $\frac{5}{7}$.

Wzór działania.

Licznik mianow:

180|252|1
|180| 180 *rozmn: przez* 1.

Reszta 1sza 72|180|2
|144| 72 *rozmnoż: przez* 2.

Reszta druga 36|72|2
|72| 36 *rozmnoż: przez* 2:

0.

Weźmy jeszcze ułomek $\frac{630}{875}$, i tymże sposobem przywiedźmy go do prościejszych wyrazów.

Wzór działania.

630|875|1
630

245|630|2
490

140|245|1
140

105|140|1
105

35|105|3
105

0.

Liczba największa, która dzielić może licznika i mianownika ułomka $\frac{630}{875}$, jest 35; będzie tedy po takowem podzieleniu: $\frac{18}{25}$, ułomek w mniejszych liczbach wyrażony.

Gdy licznik, albo mianownik ułomka, nie wiele ma liczb, które go zupełnie dzielić mogą; te same liczby służyć mogą do pomiarkowania, czyli ułomek przywieść można do prościejszych wyrazów.

Przykłady. Niech będzie ułomek $\frac{35}{98}$. Licznik jego nie może być podzielony, tylko albo przez 5, albo przez 7. Mianownika 98, nie dzieli 5, ale go dzieli 7, i znajduje się w nim razy 14, więc ułomek $\frac{35}{98}$, będzie w prościejszych wyrazach $\frac{5}{14}$. Podobnie w tym ułomku $\frac{495}{9889}$, licznika podzielić można przez 5, 9, 11; mianownika zaś dzieli tylko ostatnia liczba 11, i znajduje się w 9889, razy 899. Więc prościejszy wyraz ułomka $\frac{495}{9889}$, ten będzie $\frac{45}{899}$.

Chociaż ułomki będą miały kształt najprościejszy, można czasem użyć i z niemi skrócenia w zwyczajnych czterech działaniach.

Dwa ułomki: $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{6}$, dodać potrzeba. Według prawidła powszechnego, te ułomki najprzód do jednakowego mianownika przywiedzione byłyby $\frac{6}{18}$ i $\frac{3}{18}$, a ich summa $\frac{9}{18}$, albo $\frac{1}{2}$. Ale że mianownik 6, drugiego ułomka, dwa zupełne razy zawiera w sobie 3, mianownika pierwszego ułomka; dosyć więc będzie powiększyć tyle dwoje mianownika 3 pierwszego ułomka, powiększając podobnie i jego licznika 1; tym albowiem sposobem już obadwa ułomki, jednakowego mieć będą mianownika, bo będzie $\frac{2}{6}$, i $\frac{1}{6}$. Summa tych dwóch ułomków: $\frac{3}{6}$, albo $\frac{1}{2}$.

Podobnie te dwa ułomki, $\frac{1}{4}$ i $\frac{5}{12}$, już są do jednakowego mianownika przywiedzione, gdy tylko pierwszego ułomku licznika i mianownika przez 3 rozmnożę; co go w ten kształt odmieni: $\frac{3}{12}$, i obudwóch summa będzie $\frac{8}{12}$, albo $\frac{2}{3}$.

Niech będą ułomki $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{20}$ których mianownik jeden przez drugi podzielonym być zupełnie nie może, ale te same dwa mianowniki 12, i 20, podzielone być mogą przez największą liczbę wspólnie ich dzielącą 4; 4 albowiem znajduje się w 12, razy 3, a w 20, razy 5. Gdy tedy wyrazy pierwszego ułomka $\frac{5}{12}$, rozmnożymy przez

5, a drugiego $\frac{7}{20}$, przez 3, pierwszy zamieni się w ten $\frac{25}{60}$ a drugi w ten $\frac{21}{60}$, i summa ich będzie $\frac{46}{60}$. albo $\frac{23}{30}$.

Skrócenia, ktore w odejmowaniu ułomków miejsce mieć mogą, są te same, co i w dodawaniu. I tak różnica między $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{6}$, jest ta sama, co między $\frac{2}{6}$ i $\frac{1}{6}$ to jest: $\frac{1}{6}$. Różnica między $\frac{5}{12}$, i $\frac{1}{4}$, ta sama, co między $\frac{5}{12}$ i $\frac{3}{12}$, to jest $\frac{2}{12}$, albo $\frac{1}{6}$. Różnica $\frac{5}{12}$, i $\frac{7}{20}$, ta sama co między $\frac{25}{60}$ i $\frac{21}{60}$, albo $\frac{1}{15}$.

Skrócenia, których mnożąc ułomki, użyć można, z tego samego źrzódła wynikają.

Niechby przyszło zwyczajnym sposobem mnożyć ułomek $\frac{2}{3}$ przez 12; liczba rozmnożona byłaby $\frac{24}{3}$, albo 8.

Tęż samę liczbę znajdujemy, dzieląc najprzód 12 przez 3, a potém wieloraz 4, mnożąc przez 2. Ułomek: $\frac{1}{12}$, przez 4 rozmnożony daje $\frac{4}{12}$, albo $\frac{1}{3}$. To samo wypada, gdy tylko mianownika 12, ułomka $\frac{1}{12}$, podzielę przez 4. Niech będzie jeszcze ułomek $\frac{1}{24}$, który przez 16 rozmnożywszy uczyni $\frac{16}{24}$, albo $\frac{2}{3}$ Te same $\frac{2}{3}$ znalazłbym dieląc 24, i 16, przez największą liczbę 8, obiedwie te dzielącą; bo zamiast mnożenia $\frac{1}{24}$, przez 16, mnożyłbym tylko $\frac{1}{3}$, przez 2. Podobnie chcąc $\frac{1}{48}$, rozmnożyć przez 32, mnożyłbym tylko $\frac{1}{3}$, przez 2; chcąc rozmnożyć $\frac{5}{24}$ przez 9, mnożyłbym $\frac{5}{8}$ przez 3, i t. d.

Niech znowu mam mnożyć te dwa ułomki jeden przez drugi $\frac{1}{3}$ i $\frac{3}{8}$. Idąc za powszechném prawidłem, będę miał ułomek z tych dwóch rozmnożony $\frac{3}{24}$, albo w prostszych wyrazach $\frac{1}{8}$; cobym też znalazł, dzieląc przed mnożeniem mianownika pierwszego ułomka, a licznika drugiego przez 3. Te dwa także ułomki: $\frac{3}{8}$ i $\frac{8}{15}$, zwyczajnym mnożąc sposobem, miałbym $\frac{24}{120}$, albo $\frac{1}{5}$. To samo wyjdzie dzieląc pierwszego ułomku mianownika, i drugiego licznika przez 8, a znowu pierwszego licznika, a drugiego mianownika przez 3. Podobnie z rozmnożenia zwyczajnego tych dwóch ułomków $\frac{8}{15}$ i $\frac{9}{20}$, wypada $\frac{72}{300}$, albo $\frac{6}{25}$; i to samo też wypadnie, gdy przed mnożeniem, podzielę licznika ułomku drugiego, i mianownika pierwszego przez 3, a licznika pierwszego i mianownika drugiego podzielę przez 4, dopiero tak podzielone ułomki: $\frac{2}{5}$ i $\frac{3}{5}$, rozmnożę jeden przez drugi.

Co do dzielenia, tymże sposobem samym skrócić je w ułomkach można, jak się skracało mnożenie; ponieważ odmieniwszy porządek wyrazów ułomka, dzielącego drugi ułomek, dzielenia robota nie różni się od mnożenia.

ROZDZIAŁ VI.

Różne ćwiczenia w rachunkach, w które ułomki wchodzą.

Pierwsze zadanie. *Dwóch przyjaciół odległych na mil* 21, *jedzie na przeciw siebie. Jeden ujeżdża na* 5 *godzin* 3 *mile, drugi na* 5 *także godzin ujeżdża* 4 *mile. Jakże prędko z sobą się zjadą?*

Pierwszy z nich ujeżdża na godzinę $\frac{3}{5}$ mili, a drugi $\frac{4}{5}$ mili; więc w godzinę zbliżą się na $\frac{7}{5}$ mili. Jak długo zaś będą do siebie jechać, nim się zjadą, to znajdę dzieląc 21 przez $\frac{7}{5}$, albo mnożąc 21 przez $\frac{5}{7}$, i wypadnie 15 godzin. Jakoż tak się w saméj rzeczy pokazuje, bo pierwszy w tych 15 godzinach ujedzie mil 9, a drugi 12, których summa jest 21.

Drugie zadanie. *Gdyby jeden z tych przyjaciół ujeżdżał 3 mile w 4 godzinach, a drugi 4 mile w 5 godzinach oddalonemi będąc na mil 62, kiedyżby się zjechali?* Odpowiedź *za 40 godzin.*

Trzecie zadanie. *Sadzawka pewna może być napełniona w 5 dniach wodą płynącą jednostajnie, jedném korytem. Ta sama woda drugiém korytem wypływając, wyprożniłaby sadzawkę w dniach 6. Niechże woda razem wpływa pierwszém korytem do sadzawki, i drugiém wypływa, w jakimże czasie ją napełni?*

Przez dzień 1 woda płynąca pierwszém korytem napełniłaby $\frac{1}{5}$ sadzawki, a drugiém wypływająca wypróżniłaby na dzień $\frac{1}{6}$ sadzawki; więc kiedy razem tamtém korytem wpływa, a tém wypływa, tyle jéj w sadzawce na końcu dnia zostanie, ile okaże różnica między $\frac{1}{5}$ i $\frac{1}{6}$, to jest $\frac{1}{30}$ sadzawki. A zatym za 30 dni cała sadzawka wodą będzie napełniona.

Czwarte zadanie. *Pewna osoba mająca*

1440 zł: w trojaki handel je włożyła. W pierwszy włożyła trzecią część tego majątku, któréj w rok trzecią znowu część zyskała. W drugi włożyła czwartą część tegoż majątku, i z téj czwartą część zyskała. W trzeci naostatek włożyła resztę swego majątku, i szóstą część téj reszty zyskała. Ileż po skończonym roku ze wszystkiém mieć będzie?

	złote.
Trzecia część tego majątku jest	480
Czwarta część	360
Reszta majątku	600

		zł:	zł:
Zysk ztąd wynika	$\frac{1}{3}$, *tychże*	480 *jest*	160
	$\frac{1}{4}$.	360	90
	$\frac{1}{6}$.	600	100
	Zysk cały jest zł:		350

Majątek więc cały téj osoby po skończonym roku będzie summa z 1440 zł: i 350, to jest 1790 zł:

Piąte zadanie. *Pewna osoba ma* 81000 *zł: Na początku każdego roku wydaje 2700 zł: co rok zaś zyskuje trzecią część reszty pozostałéj po odjęciu 2700 zł: ileż za trzy lata mieć będzie?*

Majątek pierwszy . .	81,000 zł:
Wydatek na początku pierwszego roku	2700
Reszta majątku na początku pierwszego roku . . .	78300
Zysk pierwszego roku . .	26100
Majątek na końcu pierwszego roku	104400
Wydatek na początku drugiego roku	2700
Majątek na początku drugiego roku	101,700
Zysk drugiego roku . .	33900
Majątek na końcu drugiego roku	135600
Wydatek na początku trzeciego roku	2700
Majątek na początku trzeciego roku	132900
Zysk trzeciego roku . .	44300
Majątek na końcu trzeciego roku	177200

Niechaj na więcéj jeszcze takowych przykładach, sobie od nauczycielów zadanych, nabierają wprawy dzieci w podobnych rachunkach.

ROZDZIAŁ VII.

O ułomkach dziesiątnych (*Fractiones decimales*).

Oprócz ułomków, o których mówiliśmy, jest jeszcze szczególniejszy ich gatunek, którego używają często matematycy; ale w potocznych, i zwyczajnie zdarzających się robotach rachunkowych mało nawet jest znany od tych, którzy się niemi zatrudniają. Lecz nie prędzej wykładana będzie ta nauka uczniom, aż potrzebę jéj będą mogli poznać, przy wyciąganiu pierwiastków kwadratowych przez zbliżenie. (*Radix quadrata per approximationem*).

Chciejmy 11 *podz: przez* 10, *wiel: będz:* $1\frac{1}{10}$
101 . . 100 . $1\frac{1}{100}$
1001 . . 1000 . $1\frac{1}{1000}$

Takowe ułomki: $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$, i t. d. których mianowniki są liczby 10, 100, 1000, i t. d. nazywają się *dziesiętnemi* (*decimales*). Te ułomki $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$, i t. d. są, następujący każdy 10 razy mniejszy od poprzedzającego. I tak $\frac{1}{10}$ jest dziesiąta część jedności: $\frac{1}{100}$ jest 10 razy mniéj, niż $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{1000}$, jest 10 razy mniéj niż $\frac{1}{100}$, i t. d. tak dalece, że liczenie takowych ułomków tym porządkiem idzie, jak i liczenie liczb całkowitych.

Zgodzono się przeto, aby zamiast mianowników, tych ułomków, użyć innego znaku dla oznaczenia ich różnicy od liczb całkowitych. Ten znak pospolicie jest kréska położona między jednościami, i dziesiątemi ich częściami, to jest tam, gdzie się kończą liczby całkowite, a zaczynają ułomki dziesiątne. I tak zamiast $1\frac{1}{10}$, $1\frac{1}{100}$, $1\frac{1}{1000}$, i t. d. piszę się 1, 1; 1,01; 1,001 i t. d. co się stosować ma i do ułomków dziesiątnych, w które kilka części jedności wchodzi, i które kilka znaków liczebnych mają. I tak wielorazy z 12 13, 14, 15, i t. d. przez 10, podzielonych, piszą się: 1, 2; 1, 3; 1, 4; 1, 5; i t. d.

Wielorazy 121, 134, 145, przez 100 piszą się tak: 1, 21; 1, 34; 1, 45; i t. d.

Tenże sposób pisania zachowuje się, chociaż żadnych liczb całkowitych nie będzie przy takowych ułomkach. I tak naprzykład wieloraz z 12, przez 100 podzielonych, w ten kształt wyraża się: 0,12, wieloraz z 12 przez 1000 podzielonych tak: 0,012.

Wartość znaków wyrażających ułomki dziesiątne, zawisła od téj odległości, którą każdy z nich ma od znaków jedności, albo kreski po tychże położonéj. Pierwszy znak po kresce, oznacza części dziesiąte jedności, drugi setne, trzeci tysiączne, i t. d. Im dalszy tedy znak ułomka takiego, jest od téj kreski, tym mniéj znaczy; tak dalece, że wielkość ułomku dziesiątnego, zawisła bardziéj od wielkości pierwszego po jednościach znaku, niżeli od wielości tych znaków. I tak ten ułomek dziesiątny: 0,2, jest większy, niżeli ten: 0,19999; ułomek także: 0,56, większy jest od tego: 0,55999; i t. d.

Zera przydane po prawéj ręce ułomka dziesiątnego, nic go nie odmienią. I tak wyrazy te: 1, 10; 0, 200; 0, 3000; 0, 45000; i t. d. to samo znaczą, co te: 1, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 45; i t. d.

Można czasem ułomek zwyczajny wyrazić pod kształtem ułomka dziesiątnego. I tak te ułomki zwyczajne: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, i t. d. to samo znaczą co te dziesiątne: 0, 5;

0, 25; 0, 75; 0, 125; 0, 375; i t. d. Aby zaś ułomki zwyczajne przemienić na dziesiątne, dodaje się do licznika zero jedno, dwa, trzy, lub więcéj, gdy potrzeba, i tak rozmnożony dzieli się przez mianownika, a wielorazy ztąd wypadłe czynią ułomki dziesiątne.

Tym sposobem ułomki zwyczajne, wzwyż wyrażone, przemieniliśmy na dziesiętne, gdzie tyle zerów do tychże ułomków zwyczajnych przydawało się, ile potrzeba było na otrzymanie wielorazów zupełnych.

Ale czasem nie można zupełnie ułomka zwyczajnego wyrazić przez ułomek dziesiątny. I tak ułomek $\frac{1}{3}$, równy jest prawie temu 0, 3333; i t. d. ale nie zupełnie; ponieważ choćby najwięcéj zerów przydać do licznika 1, nigdy ten zupełnie przez 3 podzielonym być nie może. Podobnie ułomek $\frac{5}{6}$ równa się, ale nie ze wszystkim temu: 0, 8333; i t. d.

Cztery zwyczajne rachunkowe działania tym samym odprawują się sposobem na ułomkach dziesiątnych, jako i na liczbach całkowitych.

Niech mają być dodane te ułomki dziesiątne: 0, 3; 0, 5; albo $\frac{3}{10}$ i $\frac{5}{10}$, summa ich będzie 0, 8; albo $\frac{8}{10}$.

Wzory dodawania.

	1,42,	3,45,	6,873.
	3,24,	2,8,	7,54.
Summa	4,66, summa	6,25, summa	14,413.

Trzeba zawsze podpisywać znaki jednakowego gatunku, jedne pod drugiemi, tak, jako w liczbach całkowitych.

Wzory odejmowania.

	0, 8	2, 85,	3,75
	0, 3	2, 42,	2,677
Reszta	0, 5 *Reszta*	0, 43 *Reszta*	1, 073

W ostatnim przykładzie, liczba znaków dziesiątnych w liczbie odejmować się mający, większa była, niżeli w liczbie, od któréj miało się ją odejmować. Aby w takim razie wygodnie można odejmować, dosyć jest przydać chociaż myślą tylko, tyle zerów po prawéj ręce do liczby, od któréj drugą odejmujemy, ile ich potrzeba na to, aby w obydwóch liczbach ni więcéj, ni mniéj było znaków dziesiątnych. Tak w ostatnim przykładzie jedno zero przydać dosyćby było.

Niech przyjdzie mnożyć 1, 5, przez 10
. . . . . 3, 54, przez 100
Liczba ztąd rozmnożona będzie 15
. . . . 354

A w powszechności mówiąc; mnożenie liczby dziesiątnéj, przez jedność mającą tyle zerów przydanych, ile w tamtéj jest znaków dziesiątnych, przemienia tę dziesiątną liczbę, w liczbę całkowitą.

Mnożąc liczbę 3, 5, przez 20,
. . 8, 72, przez 200,
Liczba ztąd rozmnożona będzie 70.
. . . . 2616.

A w powszechności mówiąc, gdy się zdarza liczby dziesiątne mnożyć przez jakąkolwiek liczbę całkowitą, która tyle ma zerów na końcu, ile tamta znaków dziesiątnych, na ten czas można opuścić te zera, i z liczbą mnożną obejść się jak z liczbą całkowitą.

Niech przyjdzie mnożyć 1,5 przez 2
. . . . 8,7 . 6
. . . . 1,37 . 12

Liczba rozmnożona będzie 3
. . . . 52,2
. . . . 15,84.

Przyczyna tego jest; bo gdyby przyszło mnożyć naprzykład 132 przez 12, liczba rozmnożona byłaby: 1584; ale że liczba mnożna 1,32, jest sto razy mniejsza, niż 132, więc i liczba rozmnożona powinna być sto razy mniejsza, to jest 15,84, i ten znak 5, który w 1584, znaczył sta, tu w 15,84, znaczyć tylko powinien jedności.

Mnożmy 6 przez 0, 5,
. . 75 . 0,24
. . 75 . 2,3
. . 8 . 3,64.

Liczba rozmnożona będzie: 3
. 18,
. 172,5
. . . . . 29,12.

A w powszechności mówiąc, kiedy się trafi liczbę całkowitą mnożyć przez dziesiątną, tyle trzeba w liczbie rozmnożonéj odłączyć znaków dziesiątnych, ile ich było w liczbie mnożącéj. Przyczyna tego jest ta sama, co wyżéj.

Niech znowu przyjdzie mn:	2,5	przez	1,6
. . . . .	8,4	.	3,5
. . . . .	7,8	.	3,6
Liczba ztąd rozmnożona	4		
. . . . .	29,4		
. . . . .	28,08.		

Żeby tedy dziesiątną przez drugą także dziesiątną rozmnożyć, trzeba je tak, jak liczby całkowite rozmnażać, a dopiero w liczbie rozmnożonéj tyle dziesiątnych odłączyć, ile ich razem było w obydwóch liczbach mnożnéj i mnożącéj.

Połowa 0, 4 jest 0, 2
Czwarta część 1, 6 jest 0,4
Trzecia . 2, 4 jest 0,8
Szósta . 5, 4 jest 0,9.

Ta liczba 2, tyle razy zamyka w sobie 0,2; ile razy inna liczba, 10 razy większa niż 2, zamyka w sobie drugą 10 razy większą niż 0,2, to jest ile razy 20 zamyka 2, zamyka zaś 10 razy.

Podobnie 9 zamyka w sobie 0,3 tyle razy, ile razy 90 zamyka 3, to jest 30 razy. 12 zamyka tyle razy 0, 16, ile razy

1200 zamyka 16, to jest 75 razy. Żeby więc podzielić liczbę całą, przez dziesiątną, trzeba tylko przydać téj liczbie całéj tyle zerów, ile ich ma liczba dziesiątna, i tak się z dzielącą liczbą obejść, jak z całkowitą. I tak wieloraz z 8 przez 1,6 podzielonych, jest ten sam, jak i z 80, podzielonych przez 16, to jest 5. Wieloraz z 12 przez 3,2, ten sam, co i wieloraz z 120 przez 32, jest $3\frac{24}{32}$, albo $3\frac{3}{4}$, albo w dziesiątnych 3,75.

Wieloraz	0, 6	przez	0, 3	
. .	1, 6	przez	0, 4	
. .	3, 2	.	0, 8	
. .	4, 92		1,64.	
Jest ten co i	6	przez	3	to jest 2.
. .	16	.	4	. 4
. .	32	.	8	. 4
. .	492		164	. 3.

A w powszechności mówiąc, aby podzielić liczby dwie, jednę przez drugą, gdy tyleż jedna co i druga ma dziesiątnych, trzeba się tak obejść z obiedwiema, jak z liczbami zupełnie całkowitemi.

Wieloraz z 176,4 podzielonych przez 0,12 jest ten sam co z 176,40 podzielonych przez 0,12, albo z 17640 przez 12, to jest: 1470.

Wieloraz z 1,32 przez 0, 6, albo z 1,32 przez 0, 60; albo z 132 przez 60, jest: $2\frac{12}{60}$ to jest 2,2.

Żeby więc podzielić jednę przez drugą, liczby mające znaki dziesiątne, najprzód téj liczbie, która mniéj od drugiéj ma znaków dziesiątnych, tyle się zerów przydaje, ile potrzeba, aby się obydwie zrównały w liczbie znaków dziesiątnych, a potém tak jednę przez drugą dzielić, jak gdyby obiedwie były całkowite.

W reszcie, ponieważ nłomki dziesiątne, nic innego nie są, tylko gatunek szczególny ułomków, możnaby wszystkie z niemi działania, a osobliwie mnożenie, i dzielenie czynić tymże samym sposobem, jak ze wszystkiemi innemi ułomkami, w których rozumiem, że już dokładną wprawę mają uczniowie. I tak liczba rozmnożona z 1, 1 przez 2, 3, jest ta sama, jakaby była z rozmnożenia $1\frac{1}{10}$, przez $2\frac{3}{10}$, albo $\frac{11}{10}$, przez $\frac{23}{10}$, to jest $\frac{253}{100}$, albo $2\frac{53}{100}$, albo nakoniec 2,53.

CZĘŚĆ CZWARTA

O REGULE TRZECH (*REGULA TRIUM*).

ROZDZIAŁ I.

O regule trzech prostéj, (directa).

Pierwsze zadanie. 8 *łokci sukna kosztowało złotych* 56, *wieleż kosztować będzie łokci* 16?

Pierwszy sposób postępowania. Ponieważ 16 łokci dwa razy większą liczbę składa, niżeli 8 łokci, przypadnie też dwa razy tyle zapłacić za łokci 16, ileby się za 8 łokci zapłaciło. A zatém przypadnie za te 16 łokci zapłacić zł: 112.

Drugi sposób. Ponieważ 8 łokci sukna

kosztuje zł: 56; jeden łokieć kosztuje ośm razy mniej, to jest 7 złotych, a zatym 16 łokci, kosztować będzie szesnaście razy 7, to jest 112 złotych.

Trzeci sposób. Gdyby jeden łokieć sukna kosztował 56 złotych, w ten czas 16 łokci kosztowałoby 16 razy tyle, to jest 896 złotych; ale że ośm łokci dopiero kosztuje 56 złotych; więc jeden łokieć ośm razy mniej kosztuje niż 56 złotych, a zatym i 16 łokci ośm razy też mniej kosztuje niż 896 złotych, to jest kosztuje tylko 112 złotych.

Można także przyjśdź łatwo do rozwiązania tego, lub podobnego zadania, przez rozłożenie go na zadania szczególniejsze, przez pytania i odpowiedzi (*Methodo Socratica*). Naprzykład, to co się w drugim sposobie postępowania wyraziło, takby mogło być rozłożone.

Najprzód. Jeżeli 8 łokci kosztowało zł: 56, wieleż 1 łokieć kosztował? Odpowiedz 7 zł:

Powtóre. Jeżeli 1 łokieć kosztował, zł: 7, wieleż 16 łokci kosztowało? Odpowiedz 112 zł:

Drugie zadanie, 9 *łokci sukna kosztowało złotych* 72, *wieleż łokci będzie tego sukna za zł:* 216?

Pierwszy sposób. Liczba 216 złot: jest trzykrotna liczby 72 złotych, za które było łokci 9; więc trzy razy tyle łokci, to jest 27, będzie za 216 złotych.

Drugi sposób. Za łokieć tego sukna przypada złotych 8; a że 216 złotych jest 27 razy tyle, co 8 złotych, więc za 216 złotych, przypadnie też łokci 27.

Trzeci sposób. Gdyby 9 łokci kosztowało złoty 1, to jest: gdyby za złoty 1, można mieć łokci 9, wtenczas za złotych 216, możnaby mieć 216 razy łokci 9, to jest 1944 łokci: ale że za 9 łokci, 72 razy 1 złoty przypada, to jest 72 złotych; więc za 216 złotych przypadnie 72 razy mniéj łokci, niż 1944, to jest: przypadnie tylko łokci 27.

Trzecie zadanie. 15 *robotników zrobiło* 60 *sznurów pewnéj roboty, wieleż w tym samym czasie zrobi* 45 *robotników?*

Odpowiedź. Znaleziona sposobami wzwyż wyrażonemi: 180 sznurów.

Czwarte zadanie. *Pewna osoba zrachowawszy, i zmierzywszy* 200 *swoich kroków, znalazła, że te czynią stop* 350; *uszła potym* 800 *kroków, ileż stop, te* 800 *kroków czynić będą?*

Odpow: Znaleziona sposobami wzwyż wyrażonemi: 1400 stóp.

Drugim sposobem można było znaleść, że jeden z tych kroków czynił $1\frac{3}{4}$ stopę.

Piąte zadanie. *Pewny podróżny ujechał mil* 16, *w* 9 *godzinach; ileż mil byłby ujechał w godzinach* 27?

Odpowiedź 48 *mil.*

Szóste zadanie. 15 *osób wydało w pewnym czasie* 25 *czer: zł: ileżby* 36 *osób wydało, w tymże czasie, mając równe wydatki?*

Odpowiedź 60.

Pierwszego sposobu trzymając się, natrafilibyśmy na tę liczbę z ułamkiem: $2\frac{2}{5}$, w drugim zaś na tę: $1\frac{2}{3}$.

Siódme zadanie. 360 *korcy zboża wystarczało przez dni* 15, *na wyżywienie pewnej liczby ludzi; na wieleż dni wystarczy tyluż ludziom* 600 *korcy?*

Odpowiedź na 25 dni.

Osme zadanie. 7 *łokci materyi kosztowało czerwonych zł*: 15, *i* 10 *zł*: *ileż kosztować będzie łokci* 12 *tejże materyi?*

Pierwszego sposobu użycie tu jest nie wygodne.

Według drugiego sposobu, łokieć wypada po czerw: zł: 2, zł: 4; a zatym za 12 łokci, przypada czerwonych złotych 26 zł: 12.

Trzeci sposób. Gdyby łokieć był po cz: zł: 15, i zł: 10; za 12 łokci przypadałoby czerw: zł: 186, zł: 12; a ponieważ łokieć mniej 7 razy kosztował, toć i 12 łokci, mniej 7 razy kosztować będzie, to jest 26 czer: zł, zł: 12.

Dziewiąte zadanie. *Pół osma łokcia płótna, to jest* $7\frac{1}{2}$, *kosztowało zł*: 25; *ileżby kosztowało łokci* 16?

Przystosowanie tu pierwszego sposobu nie wygodne.

Drugim sposobem znajdujemy cenę 1 łokcia, dzieląc 25 przez 7 i $\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{15}{2}$; to jest dzieląc 50 przez 15, i wypadnie na wieloraz $3\frac{1}{3}$, to jest zł: 3 gr: 10; a zatym cena 16 łokci będzie 53 złotych i 10 groszy.

Trzeci sposób. Cena 16 łokci po 25 zł: łokieć, byłaby 400 złotych. Cena zaś 16 łokci, gdy 25 zł: za $7\frac{1}{2}$ łokci przypada, znajduje się dzieląc 400 przez $7\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{15}{2}$, to jest: dzieląc 800 przez 15, wieloraz wypadnie 53 zł: i 10 gr.

Dziesiąte zadanie. $8\frac{2}{3}$, *łokci sukna kosztowało zł*: 108, *gr*. 10; *ileż kosztować będzie łokci* 18?

Pierwszego sposobu użycie tu nie wygodne.

Drugim sposobem znajduję cenę 1 łokcia, dzieląc 108 zł: gr: 10 przez $8\frac{2}{3}$, albo przez $\frac{26}{3}$, to jest dzieląc przez 26, trzykrotną liczbę 108 złotych i 10 groszy, która jest 325 złotych. Na wieloraz wypada zł: 12, gr: 15. Będę miał cenę 18 łokci, rozmnożywszy 12 zł: gr: 15, przez 18; cena zaś ta będzie 225 złotych.

Trzeci sposób. Gdyby za łokieć 1 płaciło się 108 zł: gr: 10; za 18 łokci przypadłoby złotych 1950; którą to liczbę trzeba podzielić przez $8\frac{2}{3}$, albo przez $\frac{26}{3}$, to jest rozmnożyć przez 3, a przez 26 podzielić; i wypadnie jak wyżéj 225 złotych za łokci 18.

Jedynaste zadanie. *Pracując przez* $5\frac{1}{2}$ *godzin kilkunastu robotników, zrobili* 50 *i* $\frac{1}{2}$ *prętów pewnéj roboty; ci sami robotnicy, ileżby zrobili w godzinach* $16\frac{1}{2}$?

Pierwszym sposobem uważam, że druga liczba godzin trzykrotna jest pierwszéj; więc trzy razy tyle zrobią ci robotnicy w godzinach $16\frac{1}{2}$, ile zrobili w godzinach $5\frac{1}{2}$; zrobią zatém $151\frac{1}{2}$ prętów.

Drugiego sposobu przystosowanie tu nie wygodne.

Trzecim sposobem uważam, że gdyby ci robotnicy w godzinę zrobili $50\frac{1}{2}$ prętów, w godzinach $16\frac{1}{2}$, zrobiliby $833\frac{1}{4}$; ale że większego pięć razy i pół na tę robotę czasu potrzebują; więc w $16\frac{1}{2}$ godzinach nie zrobią, tylko piątą część i pół, to jest $5\frac{1}{2}$, prętów $833\frac{1}{4}$. Trzeba tedy $833\frac{1}{4}$ podzielić przez $5\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{11}{2}$, a wieloraz będzie $151\frac{1}{2}$ prętów.

Dwunaste zadanie. *Wody korytem jednostajnie płynącej wypływa w godzinach $5\frac{1}{3}$ z sadzawki beczek $100\frac{3}{4}$, ileż beczek wody wypłynęłoby tym korytem w godzinach $7\frac{1}{2}$?*

Przystosowanie tu pierwszego, i drugiego sposobu jest niewygodne.

Trzeci sposób. Gdyby w jednę godzinę kanałem tym upłynęło wody beczek $100\frac{3}{4}$; w $7\frac{1}{2}$ godzinach upłynełoby beczek $755\frac{5}{8}$, albo 755 beczek, i 45 garcy; ale że mniej $5\frac{1}{3}$ razy w godzinie jednéj wypływa; więc trzeba $755\frac{5}{8}$ podzielić przez 5 , albo przez $\frac{16}{3}$, to jest: rozmnożyć przez 3, a przez 16 podzielić, i wypadnie 141 beczek, 49 garcy, bez $\frac{1}{16}$ garca.

ROZDZIAŁ II.

O regule trzech odwrotnéj (inversa).

Pierwsze zadanie. *Żywność ta, która 20 osobom na 8 miesięcy wystarczyła, na* *jak długi czas byłaby wystarczyła osobom* 40?

Pierwszy sposób postępowania. Ponieważ tyle dwoje jest osób, dwa razy też tyle żywności wypotrzebują w jednym czasie; a zatym ta sama żywność, która 20 osobom na 8 miesięcy wystarczyła, od 40 osób w czasie dwa razy krótszym będzie wypotrzebowana; to jest w 4 miesiącach.

Drugi sposób. Ponieważ ta żywność 20 osobom na 8 miesięcy wystarczyła; jednéj osobie byłaby wystarczyła na czas 20 razy dłuższy, to jest na 160 miesięcy; zatym 40 osobom wystarczy na czas 40 razy krótszy, niżeli 160 miesięcy, to jest na 4 miesiące.

Drugie zadanie. 25 *robotników w dniach* 12 *skończyło pewną robotę, w jakimże czasie skończyłoby tę samę robotę* 30 *robotników?*

Im więcéj jest robotników do jednejże roboty, tym w krótszym czasie skończyć ją mogą; ale że w tym przykładzie, liczba druga robotników 30 niezawiera w sobie zupełnie liczby pierwszéj 25, lepiéj więc będzie użyć drugiego sposobu.

Ponieważ 25 robotnikom trzeba było dni 12 na skończenie téj roboty, jednemu robotnikowi trzebaby było dni 25 razy więcéj, to jest: dni 300; a zatym 30 robotników skończą tę robotę w dni 30 razy mniéj, to jest skończą ją w dni 10.

Trzecie zadanie. *Pokój jeden kwadratowy ma* 12 *długości, drugi pokój równie wielki ma* 9 *łokci szerokości, jakże długi będzie?*

Pole pierwszego pokoju jest 144 łokci kwadratowych; więc i drugi tyleż pola mieć musi; szerokość zaś tego drugiego jest 9 łokci; więc długość jego będzie 16 łokci.

Czwarte zadanie. *Na obicie pokoju trzeba było* 60 *łokci materyi szerokiéj na łokieć* 1; *ileż będzie potrzeba innéj materyi, która ma tylko* $\frac{2}{3}$ *łokcia szerokości?*

Pole ścian pokoju do obicia miało 60 łokci kwadratowych; a zatym i drugiéj materyi tyleż łokci kwadratowych na obicie tego pokoju być powinno. Gdyby ta druga materya była szeroka na 2 łokcie, 30 łokci wystarczyłoby na obicie pokoju; ale że szerokość jéj jest trzy razy mniejsza, więc trzeba jéj będzie trzy razy więcéj, to jest 90 łokci.

Albo tak. Gdyby ta druga materya była szeroka na $\frac{1}{3}$ łokcia, trzebaby jéj 180 łokci wzdłuż na obicie pokoju, boby miała 60 łokci kwadratowych; ale że dwa razy tak jest szeroka; więc dwa razy mniéj trzeba jéj będzie, to jest: łokci tylko 90.

Piąte zadanie. *Trzeba komu na suknie 12 łokci sukna, szerokiego na łokieć $1\frac{3}{4}$; ileż mu trzeba będzie na podszewkę materyi szerokiéj tylko na łokieć $1\frac{1}{2}$?*

12 łokci sukna szerokiego na łokieć $1\frac{3}{4}$, czyni łokci kwadratowych 21; rozwiązanie tedy zadania na tym się zasadza, aby znaleść długość prostokąta, którego pole 21 łokci kwadratowych: a szerokość łokci $1\frac{1}{2}$, albo $\frac{3}{2}$. Długość zaś ta będzie znaleziona podzieliwszy 21 przez $\frac{3}{2}$, co daje na wieloraz 14 łokci.

Szóste zadanie. *Zapłacono długu 51 czerwonych złotych rachując czerwony złoty po złotych 18; ileżby czerwonych złotych trzeba zapłacić, gdyby niechciano przyjąć czerwonego złotego tylko po zł: 17?*

51 czerwonych złotych rachując każdy po złotych 18 czyni 918 złotych, aby zaś te 918 złotych wypłacić złotem rachując czerwony złoty po złotych 17, trzeba na to czerwonych złotych 54.

Siódme zadanie. *Podróżny jeden po* 5 *mil tylko na dzień ujeżdzając, łoży dni* 28 *na ujechanie pewnéj drogi. Drugi po* 7 *mil na dzień ujeżdżając, jak wiele dni na tęż drogę będzie potrzebował?*

Droga przebyta od pierwszego podróżnego jest 5 mil 28 razy, to jest 140 mil. Tę samę drogę podróżny 7 mil na dzień ujeżdżający, odprawi w dniach 20.

Uwaga stosująca się do dwóch rozdziałów poprzedzających.

Wiele przykładów, tak do pierwszego, jako i do drugiego rozdziału należących rozwiązawszy, trzeba potém aby poznać ich różnicę, stawiając naprzeciwko zadania jednego gatunku z zadaniami drugiego.

Pierwsze zadanie. 10 *osób zpotrzebowało* 25 *korcy zboża w pewnym czasie; ileż*

12 osób spotrzebuje korcy zboża w tymże czasie?

Drugie zadanie. *10 osobom wystarczała przez dni 15 pewna żywność, na wieleż dni wystarczy ta sama żywność osobom 12?*

W zadaniu pierwszego gatunku, jeżeli liczba powtórna osób, jest większa niż pierwsza, równa, albo mniejsza; wydatek w jednymże czasie na te drugie osoby, będzie też większy, równy, lub mniejszy, niż na pierwsze. Jeżeli naprzykład: liczba druga osób będzie dwukrotna, trzykrotna, i t. d. pierwszéj, wydatek też na te drugie osoby będzie dwa, trzy, i t. d. razy większy, niżeli na pierwsze; jeżeli znowu druga liczba osob jest dwa, trzy, i t. d. razy mniejsza od pierwszéj, wyjdzie też na nią dwa, trzy, i t. d. razy mniej, niż na pierwszą.

Przeto którymkolwiek sposobem dochodzić będziemy tego drugiego wydatku, zawsze na to wyjdzie, że będziem szukali, ile razy druga osób liczba zawiera w sobie pierwszą, i przez ten wieloraz rozmnożymy wydatek na pierwsze osoby.

W zadaniu drugiego gatunku opacznie. Jeżeli liczba drugich osób jest większa, równa, albo mniejsza od pierwszéj, czas, przez który tym drugim osobom jednakowa żywność wystarczy, będzie mniejszy, równy, albo większy, od czasu, przez który pierwszym osobom żywność ta wystarczała. Jeżeli naprzykład: liczba drugich osób, jest połowa, trzecia część, i t. d. pierwszych; czas, przez który ta żywność drugim osobom wystarczy, będzie dwa, trzy, i t. d. razy dłuższy, od czasu pierwszego; albo znowu; jeżeli liczba drugich osób będzie dwa, trzy, i t. d. razy większa od pierwszéj, czas drugi będzie dwa, trzy, i t. d. razy krótszy, od pierwszego.

Któregokolwiek tedy sposobu użyjemy, do znalezienia drugiego czasu, każdy z tych sposobów, do tego nas prowadzić będzie, abyśmy szukali, ile razy pierwsza liczba osób zamyka w sobie drugą, i abyśmy wieloraz z tego podzielenia wypadły, rozmnożyli, przez czas pierwszy.

Zadania takowe, jakie się w tych dwóch rozdziałach podały, należą do reguły, nazwanéj regułą trzech z téj przyczyny, że trzy wyrazy w nią wchodzą wiadome, a czwartego niewiadomego szukamy. Ta sama inaczéj się zowie regułą złotą dla wielkiéj swojéj użyteczności. Zadania w pierwszym rozdziale zawarte i tym podobne należą do reguły trzech prostéj; a zaś zadania drugiego rozdziału z innemi podobnemi należą do reguły trzech odwrotnéj. W każdym przykładzie podobnym do pierwszego zadania są w téj uwadze; gdy liczba drugich osób, jest większa, albo mniejsza od liczby osób, pierwszych; liczba też druga, któréj szukamy, mająca przez znaczenie swoje, związek jaki z drugiemi osobami, będzie większa, albo mniejsza od liczby pierwszéj, mającéj podobnie związek z pierwszemi osobami. W każdym zaś przykładzie podobnym, do drugiego zadania w tejże uwadze; gdy liczba drugich osób jest większa, albo mniejsza od liczby osób pierwszych, liczba druga, któréj szukamy, mająca przez znaczenie swoje związek jaki z drugiemi osobami, będzie przeciwnie mniejsza, albo większa od liczby mającéj podobnie związek z pierwszemi osobami.

ROZDZIAŁ III.

O regule procentu, i o regule odtrącania onego.

Pierwsze zadanie. *Pewna osoba pożycza kupcowi* 1000 *czerwonych złotych, a tak ustępuje mu używania onychże do czasu; kupiec, któremu ta summa pożytkować będzie, obowiązuie się płacić téj osobie po 6 czerwonych złotych od sta corocznie; ileż czerwonych złotych od tysiąca za rok ma zapłacić?*

Odp: 1000 czerwonych złotych zawiera w sobie 10 razy 100 czerwonych złotych ale od każdego sta ma zapłacić kupiec na rok po 6 czerwonych złotych, więc od 10 sta, to jest od 1000 czerwonych złotych zapłaci czerwonych złotych 60.

Te 6 czerwonych złotych które kupiec obowiązał się płacić na rok od każdego sta, nazywają się procentem, albo prowizyą. Mówi się, że ta osoba pożyczyła kupcowi po 6 od sta, albo 6%. Pieniądze pożyczone nazywają się: kapitałem, albo summą.

Drugie zadanie. *Jakiż jest procent od* 3200 *czerw: zł: po* $7\frac{0}{0}$?

Odp: 32 razy 7 czyni 224 czerwonych złotych.

Trzecie zadanie. *Jakiż jest procent od czerw: zł*: 8200, *po* $7\frac{1}{2}\frac{0}{0}$?

Odp: 82 razy $7\frac{1}{2}$ czyni 615 czerwonych złotych.

Więc takowych przykładów jeszcze podać potrzeba, gdzie kapitał kilkakroć razy zupełnie w sobie sta zamyka.

Czwarte zadanie. *Jaki jest procent od złotych* 6530 *po* $7\frac{0}{0}$?

Pierwszy sposób. Kapitał 6530 zamyka w sobie sto, $65\frac{3}{10}$ razy; aby więc znaleść procent od tego kapitału, trzeba 7 rozmnożyć przez $65\frac{3}{10}$. Liczba rozmnożona będzie 457 zł: gr: miedz: 3.

Drugi sposób. Gdyby na złotym jednym było zarobku 7 złotych; na złotych 6530, byłoby zarobku 45710 złotych; ale że dopiero na 100 złotych zarabia się 7 złotych; więc zarobek, czyli procent od 6530 złotych sto razy mniejszy będzie, to jest 457 złotych i $\frac{10}{100}$; czyli $\frac{1}{10}$, albo 3 gr: miedziane.

Piąte zadanie. *Jaki jest procent od* 8435 *zł: po* 8%?

Odp: Podobnie jak wyżéj rozumując znajdziemy 674 zł: i gr: 24.

Szóste zadanie. *Jaki jest procent od* 6464 *zł: po* 6½%?

Odp: Procent wyniesie prawie na 420 złotych.

Trzeba z tych i innych podobnych przykładów wnieść, że te wszystkie wychodzą na jedno z pierwszym przykładem; i że jako w tamtym, tak i w tych można podobnie rozumować: że jeżeli sto jedno da na rok tyle, kilka naprzykład razy sto, da też kilka razy tyle i t. d. sto tedy będzie zawsze pierwszym wyrazem reguły trzech.

Siódme zadanie. *Jakiż jest kapitał téj osoby, która bierze od niego na rok po zł:* 420 *rachując po* 7%?

Procent 420 złotych zamyka w sobie 60 razy 7; a zatym kapitał zamykał w sobie 60 razy 100, to jest 6000 złotych. Jakoż czyniąc to zadanie na wspak, znajdziemy, że procent od 6000 zł: po 7%, wychodzi na 420 złotych.

Osme zadanie. *Pewna osoba pożyczyła summy po 6%, od któréj bierze na rok 366 złotych procentu; jakiż był jéj kapitał?*

Procent 366 zł. zawiera w sobie 61 razy 6; więc kapitał zawierać będzia 61 razy 100, to iest 6100 złotych.

Dziewiąte zadanie. *Pewna osoba zyskuje na rok 434 zł. od pożyczonéj summy po 8%; jakaż była ta summa pożyczona?*

Piérwszy sposób. Procent 434 zawiera w sobie zł. 8, razy $54\frac{1}{4}$; więc kapitał zawierać będzie 100, razy $54\frac{1}{4}$, to jest będzie 5425 zł.

Drugi sposób. Gdyby summa pożyczona była po 1%; procent 434 zł. przypadałby od summy 43400; ale że ta summa pożyczona jest po 8%, to jest po 8 razy więcéj; więc kapitał będzie 8 razy mniejszy; to jest będzie tylko 5425 zł.

Dziesiąte zadanie. *Pożyczono summy po $7\frac{1}{2}$%, od któréj na rok przypada procentu 615 zł. jakaż była ta summa?*

Piérwszy sposób. Procent 615 zł. zamyka w sobie $7\frac{1}{2}$ zł. razy 82; więc kapitał zamykać w sobie będzie 100 zł. razy 82; to jest 8200 zł.

Drugi sposób. Gdyby summa pożyczona była po 11$\frac{0}{0}$, procent 615 zł. przypadałby od 61500 zł. ale że ta summa pożyczona jest po 7$\frac{1}{2}\frac{0}{0}$, to jest po 7$\frac{1}{2}$ razy więcéj; więc kapitał będzie 7$\frac{1}{2}$ razy mniejszy. Trzeba tedy 61500 zł. podzielić przez 7$\frac{1}{2}$, albo przez $\frac{15}{2}$ i będzie wieloraz 8200 złotych.

Jedynaste zadanie. *Z kapitału 8000 zł. odbiera kto procentu rocznego 480 zł. po wieleż od sta bierze?*

Kapitał 8000 zł. ma w sobie 100 zł. razy 80; a zatém procent od 100 był 80 razy mniejszy, niżeli 480; to jest 6 zł.

Jakoż od 8000 biorąc 6$\frac{0}{0}$, przypada procentu 480 zł.

Dwunaste zadanie. *Z kapitału 6200 zł. odbiera kto procentu rocznego 341 zł; po wieleż bierze od sta?*

Tém samém co wyżéj rozumowaniem dojść można, że od sta przypada 62 razy mniéj, niż 341, to jest 5$\frac{1}{2}$.

Trzynaste zadanie. *Z kapitału 5375 zł. odbiera kto procentu 430 zł; ileż mu od sta przypada?*

Kapitał 5375 zł. zawiera w sobie 100 kilkanaście razy z ułomkiem.

Sposób postępowania, którego w przykładach ostatnich użyć można było, tu by był niewygodny.

Ten będzie wygodniejszy: gdyby na złotym jednym zyskiwało się zł. 430; na 100 złotych, zyskałoby się zł. 43000; ale że ten procent 430 zyskuje się od kapitału 5375 razy większego, niż zł. 1; więc też zysk, to jest procent od 100, będzie 5375 razy mniejszy, niż 43000 zł. to jest zł. 8.

Jakoż od 5375 zł. biorąc po 8%, przypada procentu 430 zł.

Czternasta zadanie. *Pożyczono 8940, po 6%; jakiż procent za półtora roku przypadnie?*

Procent roczny szukając go sposobem wyżej podanym, będzie 536 zł. gr. 12.

Półroczny, połowa pierwszego . . . . . 268 zł. gr. 6.

Procent cały . . . . 804 zł. gr. 18.

Piętnaste zadanie. *Jakiż jest procent od 7200 zł. za rok 1, i 8 miesięcy po* $7\frac{1}{2}$%?

Procent roczny	540
Półroczny	270
Za dwa miesiące	90
Procent cały . : :	800 zł.

Szesnaste zadanie. *Mam komu oddać za rok 8400 zł. bez procentu. Ileż teraz zaraz powinienem mu oddać wytrąciwszy sobie procent po 5%?*

Gdybym miał używanie téj summy 8400 zł. przez rok cały zyskałbym na niéj 420 złotych, to jest procent po 5%? więc kiedy tego zysku odstępuję, oddając zaraz na początku roku summę, zdaje się, żebym sobie powinien z niéj wytrącić ten procent 420 złotych, i oddać tylko 7980 zł.

Ale żeby ten mój postępek był sprawiedliwy ze wszystkiém, trzebaby, aby ta osoba, któréj summę teraz oddaję, wytrącając 420 złotych, dawszy ją komu innemu na procent po 5%, zyskała na niéj za rok te 420 zł. wytrąconych odemnie, aby przydawszy je do 7980 zł. miała zupełnie 8400 zł. Procent zaś roczny po 5% od summy 7980 zł. jest 399 zł. które przydane do 7980 zł. czynią tylko 8379, i jeszcze brakować będzie do 8400 zł. 21, które tamta osoba traci.

Ja zaś dawszy na procent wytrącone 420 zł. po 5%; zyskuję od nich za rok 21 złotych, którychbym był nie zyskał, nie oddając aż za rok summę 8400 zł. Tyle tedy zyskuję, ile tamta osoba traci.

Może się komu zdawać, żebym w rzeczy saméj powinien téj osobie dodać złotych 21, i zapłacić jéj 8001 zł. wytrąciwszy sobie tylko 399 złotych. Jakoż na końcu roku nie szkodowałbym na tém tylko grosz miedziany $1\frac{1}{2}$.

Lubo zaś tak mała jest ta różnica, pokazuje jednak, że to porachowanie nie jest wcale bez błędu, którego następującym sposobem zupełnie uniknąć można.

Gdybym był teraz winien komu 100 zł; za rok rachując procent po 5%; winienbym był zł. 105, albo, co na jedno wychodzi, gdybym za rok miał komu wypłacić 105 zł, dziś powinienbym tylko wypłacić zł. 100. Więc jeżeli winienem za rok 8400 zł. to jest 80 razy więcéj, niż 105 zł, dziś powinienem wypłacić 80 razy więcéj niż 100 zł, to jest 8000 zł.

Jakoż procent od 8000 zł. po 5% rachując, przypada 400 zł.

Osoba tedy, której 8000 zł. wypłaciłem, będzie miała za rok 8400 zł. tak iak mieć powinna. Z drugiej strony, dawszy ia znowu na procent po 5%, 400 zł; przyjdzie mi za rok od nich 20 zł. i będę miał ze wszystkiem procentu 420 zł. któryby mnie równie był doszedł, gdybym aż za rok summę 8400 zł. był oddał.

Sposób pierwszy, którego się w wytrącaniu procentu użyło, jest pospolicie od kupców używany.

Siedmnaste zadanie. *Winienem 6000 zł. mając je aż rok zapłacić bez procentu, wieleż mam teraz zaraz zapłacić, odtrąciwszy sobie po 6%?*

Procent od 6000 zł. po 6% jest 360 zł. odtrąciwszy go od 6000, zostaje do zapłacenia 5640, rachując według sposobu kupieckiego.

Ośmnaste zadanie. *Winienem 5400 zł. które mam za 8 miesięcy wypłacić. Gdyby chciano, abym teraz zapłacił; ileżbym oddać powinien, odtrąciwszy za 8 miesięcy procent po 6%?*

Procent roczny od 5400 zł. jest 324 zł.
Procent za 6 miesięcy, połowa 324 162
Za 2 miesiące, trzecia część 162 54

Procent przypadający za 8 miesięcy 216

Odtrąciwszy od 5400 zł, zł. 216, zostanie do zapłacenia 5184 zł.

Dziewiętnaste zadanie. *Pewna osoba ma zapłacić za 7 miesięcy i dni 20, zł. 7200; ileż jéj teraz zaraz przypadnie zapłacić, wytrącając procent po* $6\frac{0}{0}$?

Procent roczny od 7200 zł. jest 432 zł.
Procent za sześć miesięcy połowa 216
Za 1 miesiąc $\frac{1}{6}$ ostatniéj liczby 36
Za 15 dni $\frac{1}{2}$ ostatniéj . . . 18
Za 5 dni, $\frac{1}{3}$ ostatniéj 6

Procent za 7 miesięcy i 20 dni . 276

Odtrąciwszy ten procent od 7200 zł. zostanie do oddania 6924 zł.

Dwudzieste zadanie. *Wieleż odtrącić trzeba od* 8400 *zł. za* 8 *miesięcy i dni* 12 *po* $8\frac{0}{0}$?

Procent roczny . . . . 672 zł.
Za 6 miesięcy 336
Za 2 miesiące 112
Za 10 dni $\frac{1}{6}$ ostatniéj liczby 18, 20 gr.
Za 2 dni $\frac{1}{5}$ ostatniéy . . 3, 22

Procent odtrącić się od summy
mający . . . . 470 zł. 12 gr.

ROZDZIAŁ IV.

O regule spółki (Societatis).

Piérwsze zadanie. *Dwie osoby złożyły na spólny zarobek, jedna 1000 czer. zł. a druga 2000 czer. zł. Na końcu roku zyskały obiedwie 600 czer. zł. ileż z zysku tegoż przypadnie na każdą w szczególności?*

Ponieważ w summie całéj 3000 czer. zł. na którą się obydwie te osoby złożyły, jedna osoba ma część jéj trzecią, to jest 1000 czer. zł. a druga ma dwie trzecie części, to jest 2000 czer. zł. zysk też na pierwszą osobę przypadający, będzie $\frac{1}{3}$ całego zysku 600 czer. zł. a na drugą przypadną $\frac{2}{3}$ części tegoż zysku; to jest pierwszéj przypadnie 200 czer. zł, a drugiéj 400 czer. zł.

Albo też można dwie te osoby wchodzące w spółkę, uważać jak jednę tylko osobę, która na 3000 czer. zł. zarobiła 600 czer. zł. i pytać się na wzór zadań w piérwszym Rozdziale, jakiby był zysk téj osoby, gdyby tylko 1000 czer. zł. albo 2000 na zarobek włożyła.

Drugie zadanie. *Trzy osoby złożyły się na 9000 czer. zł. . . . . Jedna*

dała 2000 }
druga 3000 } *czer. zł. zyskały zaś* 360 *czer.*
trzecia 4000 } *zł; ileż z zysku tego na każdą*
} *osobę przypadnie?*

Ponieważ w całéj summie 9000 czer. zł. znajduje się piérwszéj osoby część $\frac{2}{9}$ta téj summy, drugiéj $\frac{3}{9}$, trzeciéj $\frac{4}{9}$, przeto i z zysku całego 360 czer. zł. na piérwszą przypadnie $\frac{2}{9}$, na drugą $\frac{3}{9}$ na trzecią $\frac{4}{9}$; to jest: 80, 120, 160 czer. zł.

Albo też trzy te osoby uważać można jak jednę, która na summie 9000 czer. zł. zyskała 360 czer. zł. i pyt ć się jakiby był zysk téj osoby przypadający na 2000, 3000, 4000 czer. zł.

Trzecie zadanie. *Cztery osoby złożywszy się na jednę summę, . . . piérwsza*

dała 2500 }
druga 3000 } *czer. zł: zyskały* 3500 *cz. zł;*
trzecia 4000 } *ileż każdéj z zysku tego przy-*
czwarta 4500 } *padnie?*

Ponieważ summa cała wynosi na 14000 czer. zł. a zysk ogólny 3500 czer. zł. jest czwartą częścią téj summy; żyski też szczególne tych czterech osób, będą czwartą częścią summy od każdego z osobna włożonéj; to jest: 625, 750, 1000, 1125 czer. złot.

Czwarte zadanie. *Dwie osoby złożyły się na pewną summę: jedna osoba miała w niéj 3000 cz. zł., na których pożytkowała 400 cz. zł. z zysku całego 720 cz. zł; ileż się do téjże summy przyłożyła druga osoba?*

Zysk drugiéj osoby jest reszta 400 czer. zł; od 720 odjętych, to jest 320 cz. zł.

Piérwszéj osoby summa $7\frac{1}{2}$ razy zamyka w sobie zysk téjże osoby, więc i drugiéj osoby summa $7\frac{1}{2}$ razy większa bydź musiała od jéj zysku 320 cz. zł. Rozmnożywszy 320 przez $7\frac{1}{2}$, znajdziemy 2400 cz. zł, które druga osoba do spólnéj summy włożyła.

Przewróciwszy to zadanie, dojdziemy, że gdy piérwsza osoba 3000 cz. zł, a druga 2400 cz. zł. włożyła w jednę summę; na zysku spólnym 720 cz. zł. piérwszéj był zysk 400, a drugiéj 320 cz. zł.

Przykłady w tym Rozdziale przytoczone, należą do reguły nazwanéj *Regułą spółki.* Ta reguła na tém zawisła, aby podzielić liczbę daną, naprzykład zysk na dwie, lub więcéj części, któreby tak się do siebie miały, jak się mają do siebie części dane liczby innéj naprzykład składki.

I tak w pierwszym przykładzie trzeba było podzielić zysk cały 600 cz. zł. na dwie ozęści, któreby takie były względem całego zysku, jakie były summy dwie szczególne 1000, i 2000 cz. zł; względem summy całéj 3000 cz. zł. W drugim przykładzie trzeba było podzielić zysk cały 360 cz. zł. na trzy części, któreby tak się miały do siebie, jak się mają liczby 2000, 3000, 4000.

Zadania należące do téj reguły, mogą być zawsze rozwiązane przez tylokrotne powtarzanie reguły trzech, o któréj się mówiło w Rozdziale pierwszym, ile będzie osób, na które zysk spólny ma być podzielony.

ROZDZIAŁ V.

Przystosowanie Rachunków do zamiany pieniędzy, miar i wag używanych w różnych krajach.

Poznanie monet znaczniejszych podług grzywny kolońskiej 32 łoty ważącej.

Miejsce	Monety	Ile sztuk warta 1 grzywna kolońska srebra		Wartośc jednej sztuki w monecie					
				Polskiej			Rossyjs.		
		Całe sztuki	Części tys.	Złote.	Grosze.	Gr. cz.setne	Ruble sr.	Kopijki	Setn.cz.kop.
Altona	Talar gatu n.	8	097	10	21	20	1	60	48
	Mark. Lub.	30	363	2	21	80	—	40	87
Amsterd.	Liwr flaman.	4	053	21	11	74	3	20	63
	Guilder nowy	21	316	3	16	95	—	53	44
Anglia	Funt sterling	2	099	41	8	84	6	18	98
	Szyling	41	985	2	1	94	—	30	95
	Pens	503	820	—	5	16	—	2	58
Austrya	ren. (tal. gat.)	10	000	8	20	06	1	20	94
	ren. (tal. bieg.	13	333	6	15	05	—	97	45
	gulden bieg.	24	000	3	18	86	—	54	14
Berlin	Talar bieg.	14	000	6	5	76	—	92	81
	Tal. v. liwr. bank.	10	666	8	3	81	1	21	81
Bruxella	v. Liwr. flam. bie	4	769	18	5	35	2	72	18
i Antwer.	Guld. (20styw. b.	28	613	3	0	89	—	45	61

Miejsce	Monety	Ile sztuk warta 1 grzywna kolońska srebra		Wartość jednéj sztuki w monecie					
				Polskiéj			Rossyjs.		
		Całe sztuki	Części tys.	Złote	Grosze	Gr.cz.setne	Ruble sr.	Kopiejki	Setn.cz.kop
Czechy	Guld.b.(60kr	20	000	4	10	03	—	64	97
Dania	Dollar rygsba.	18	500	4	20	57	—	70	24
	Tal. (6 mark.)	9	250	9	11	15	1	40	47
	Tal. w mon. kon.	10	701	8	3	03	1	21	43
Drezno	Reichs taler.	13	333	6	15	05	—	97	45
Elblag i	Guld. (3o g. pru.	42	000	2	1	92	—	30	94
Królew.	r.tal. (90gr.pr.	14	000	6	5	76	—	92	81
Francya	Frank	51	949	1	20	06	-	25	01
	Liwr turnois	56	671	1	15	89	—	22	93
Frankfur	Talar biegący	13	333	6	15	05	—	97	45
n. M.	Talar müntze	16	000	5	12	54	—	81	22
	Gulden bieg.	20	000	4	10	03	—	64	97
	Guld. müntze	24	000	3	18	86	—	54	14
Frankfu.	Talar bieg.	14	000	6	5	76	—	92	81
n. Odr.	liw.c.tal.bank	10	666	8	3	76	1	21	81
Gdańsk	Gulden	56	000	1	16	44	—	23	20
	Talar	18	666	4	19	32	—	69	61
Genua	Lir bankowy	50	460	1	21	53	—	25	75
	Lir permesso.	54	858	1	17	41	—	23	69
	Tal.zł.(scudo.	5	832	14	25	59	2	22	80
	Talar srebrn.	7	213	12	0	53	1	80	14
	Pezza c.piastr	10	972	7	27	03	1	18	15
Hambur.	r. talar bieg.	11	333	7	19	47	1	14	65
	Mark bieg.	34	000	2	16	49	—	38	22
	Liwr flam.bie.	4	533	19	3	67	2	86	70
Hiszpan.	Piastr ciężki	9	728	8	27	33	1	33	57
	Real now. plat	97	261	—	26	73	-	13	36

Miejsce	Monety	Ile sztuk warta 1 grzywna kolońska srebra		Wartość jednej sztuki w monecie					
				Polskiej			Rossyjs.		
		Całe sztuki	Części tys.	Złote	Grosze	Gr.cz.setne	Ruble sr.	Kopijki	Setn.cz.kop
Hiszpan.	LibraAragon.	10	335	8	11	64	1	25	73
Hol.iAm.		—	—	—	—	—	—	—	—
Konstant	Piastr	58	314	1	18	80	—	24	37
Królew.	Guld. (30g.pr.	42	000	2	1	92	—	30	94
	r.tal.(90gr.pr.	14	000	6	5	76	—	92	81
Lipsk	Reichs talar	13	333	6	15	05	—	97	45
Luxemb.	Guld.(32styw.	32	014	2	21	23	—	40	59
Memel.i Kr.	— —	—	—	—	—	—	—	—	—
Munich	Guld. (60kraj.	21	000	3	18	86	—	54	14
Neapol.	Dukat srebr.	12	229	7	2	67	1	6	26
Niemcy	r. talar gatun.	10	000	8	20	06	1	29	94
mon. kon	Guld.imperiu.	20	000	4	10	03	—	64	97
	Tal. müntze	24	000	3	18	86	—	54	14
	Guld. müntze	16	000	5	12	51	—	81	22
Prus.v.Berl.	— —	—	—	—	—	—	—	—	—
Ros.iRyg	Rubel srebr.	12	994	6	20	14	1	0	00
Rzym	Tal. (10 paol.)	9	688	8	28	42	1	34	11
Sardynia	Lir	27	990	3	2	92	—	46	12
Sask. Xię:	Reichs-talar	13	333	6	15	05	—	97	45
Stan.Amer.	doll.od r.1816	9	582	9	1	42	1	39	27
Sycylia	Talar	10	253	8	13	64	1	26	73
	Floren	20	506	4	6	82	—	63	37
Szwajcar.	Gulden	24	400	3	16	54	—	53	25
Szwecya	Riksdal. gat.	9	093	9	16	01	1	42	90
Triest	Guld. (60kraj.	20	000	4	10	03	—	64	97
Ulm. j. wNiemczech	Lir (20.) sold.	105	880	—	24	56	—	12	27
		—	—	—	—	—	—	—	—

Miejsce	Monety	Ile sztuk warta 1 grzywna kolońska srebra		Wartość jednej sztuki w monecie					
				Polskiéj			Rossyjs.		
		Całe sztuki	Części tys.	Złote	Grosze	Gr.cz.setne	Ruble sr.	Kopijki	Setn.cz.kop
Węgry	Złoty Imperii	20	000	4	10	03	—	64	97
Wenecja	Lir włoski	51	949	1	20	06	—	25	01
	Lir w mon. pro.	100	000	—	26	01	—	12	99
	Dukat bieg.	16	375	5	8	85	—	79	35
	Lir Austryac.	60	000	1	13	33	—	21	66
Wirtemberg	Gulden	24	000	3	18	86	—	54	14

W przykładach okażą się różne zamiany monet.

Tablica I. Miary długości.

Sznur	Prętów	Sążni	Łokci	Stóp	Ćwierci	Cali	Linij	Millimetr.
1 ma	10	25	75	150	300	1800	21600	43200
	1	$2\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	15	30	180	2160	4320
		1	3	6	12	72	864	1728
			1	2	4	24	288	576
				1	2	12	144	288
Arszyn teraźniejszy równy 1 łokciowi pol. i 5 cal. $\frac{63}{100}$ c. czyli francuz. 7 decym. $\frac{112}{1000}$.					1	6	72	144
Tenże arszyn Rossyjski równa się 28 calom angielskim; dzieli on się na 16 werszków.						1	12	24
Sążeń Ross. równy 3 arsz. albo 7 stopom angielskim, czyli 84 calom. Łokieć polski równy 0,576 metra. A łokieć paryzki = 3 stóp, 7 cali, 10$\frac{5}{6}$ linij.							1	2

Metr francuzki (z którym zrównany jest polski podług postanowienia rządowego w dniu 13 Czerwca r. 1818) wyraz oznaczający długość, dzieli się na milimetrów tysiąc. Linia zawiera takich milimetrów dwa. Milimetr służy do oznaczenia części ułamkowych jakiej długości.

Jeometrowie do rozmiarów używają (prócz sznurów, prętów) jeszcze pręcików, których w sznurze jest sto, i ławek, których sznur zawiera tysiąc.

Znając miary długości czyli liniowe, można je obrócić na miary powierzchni, czyli kwadratowe, podług sposobu podanego na karcie 87. Toż z miar liniowych można wyrachować miary bryłowatości czyli sześcienne, sposobem na karcie 95 podanym.

Ponieważ do miar powierzchni czyli kwadratowych należą powierzchnie pól i gruntów, łąk, lasów i zarośli, przeto się tu kładą:

Tablica II. Miary polowe.

Włóka	Morgów	Sznurów	Prętów	Łokci	Pręcików	Ławek
1 ma	30	90	9000	506250	900000	90,000000
	1	3	300	16875	30000	3,000000
		1	100	5625	10000	1,000000
			1	$56\frac{1}{4}$	100	10000
Łan to samo co włóka: zobacz Jeometryą prakt: X. Z.				1	$1\frac{7}{9}$	$177\frac{7}{9}$
Morg nowy polski ma Ar franc: 55,987, a sążni kwadr: Rossyjskich 1229, 94. Akr Angielski ma Ar franc: 40, 466, czyli sążni Rossyjskich 888, 97.					1	100

Dziesięcina Rossyjska ma sążni kw: 2400.
Pręt polski mający w długości 15 stóp, czyli metrów 4, 32, ma w kwadrat metrów 18,6624.

Tablica III. Miary do ważenia ciężkości różnych, podług ustawy r. 1819.

Centnar	Kamieni	Funtów	Uncyj	Łutów	Drachm	Skrupułów	Granów	Graników	Milimetrów
1 Ma	4	100	1600	3200	12800	38400	921600	5068800	40550400
	1	25	400	800	3200	9600	230400	1267200	10137600
		1	16	32	128	384	9216	50688	405504
			1	2	8	24	576	31688	25344
				1	4	12	288	1584	12672
					1	3	72	396	3168
Kilogram franc: równa się funt: pols: 2. łutom 14, 91.						1	24	132	1056
1 Milimetr franc: znaczy gramm francuzkich 10.							1	5 $\frac{1}{2}$	44
Pud ma funtów 40, funt ma zolotników 96. a zolotnik 96 dol. Bierkowiec waży pudów 10.								1	8

Funt krajowy równa się grammom francuzkim 405, 504 w ułomkach dziesiętnych.
Grzywna znaczy pół funta.

Tablica IV. Miary rzeczy sypnych.

Korzec	Półkorce	Cwierci	Garncy	Kwart	Kwaterek	Calów sześciennych	Linii sześciennych	Milimetrów sześciennych
1 Ma	2	4	32	128	512	$9259\frac{7}{27}$	16000000	128000000
	1	2	16	64	256	$4620\frac{17}{27}$	8000000	64000000
		1	8	32	128	$2314\frac{22}{27}$	4000000	32000000
Łaszt Berl: = kor: pol 30,7.			1	4	16	$280\frac{10}{54}$	500000	4000000
				1	4	$72\frac{73}{216}$	125000	1000000
Litr francuzki znaczy 1 kwartę naszę. a zatém					1	$18\frac{73}{864}$	31250	250000
Korzec nowy polski zawiera w sobie Litrów 128.						1	1728	13824
Czetwiert mieści w sobie pols: korzec 1 gar: 20,45, czyli Litr: 209,740, a czetwerików ma 8, każdy po 8 gar:							1	8

Szeffel Gdański ma garncy polskich 13, 67.
Buszel nowy Angielski zamyka 9 garncy polskich, a Quarter ma takich buszlów 8 +.
Wedro Rossyjskie ma franc: litrów 12, 289.

Tablica V. Miary drożne.

Mila	Pół mili	Ćwierci	Staj milow:	Łokci	Milimetrów
1 ma	2	4	8	14815. lin. 147+	8534311, 48 +
	1	2	4	7207. lin. 73 +	4267155, 74 +
		1	2	3603. lin. 37 +	2133577, 87 +
			1	1852. lin. 18 +	1066788, 93 +

Mila polska nowa zawiera wiorst 8 i $\frac{6}{100}$ sążni, a pocztowa wiorst 7.

Mila więc ośmiowiorstowa większa jest od pocztowéj 1852,65 łokciami.

Wiorsta zawiera sążni 500, czyli arszynów 1500, to jest sążni polskich 617, 35.

Mila Angielska równa się wiorście 1, sążniom 254, 19 +, albo kilometrom francuzkim 1, 609.

A zatém wiorsta ma kilometrów francuzkich 1, 0667 +.

Sążeń Rossyjski znaczący 3 arszyny, równa się 7 stopom angielskim, albo calom 84m.

Tablica VI. Wagi różnych krajów i miast, z zamianą na polskie i Rossyjskie.

Miejsca	Nazwisko wagi	Ile znaczy gramów francuz:	Ile pols: funtów. łutów		Ile Rossyj funtów. i zolotn.	
Amsterd: Haga, Antwerpia	1 funt handlowy nowy	1000	2	14.91	2	42,50
Anglia	1 funt handlowy	453, 544	1	3,79	1	10,35
Austrya, Lwów, Węgry, Czechy	1 funt handlowy	560, 127	1	12,20	1	35,35
Berlin i całe Prusy.	1 funt nowy	467, 711	1	4,91	1	13,68
Dania	1 funt	500, 194	1	7,47	1	21,29
Drezno, Lipsk	1 funt	466, 891	1	4,84	1	13,48
Francya	Kilogram ważą: 2 funty	1000	2	14,91	2	42,50
Hamburg	1 funt	484, 384	1	6,22	1	17,59
Konstantynopol	1 Okka ważąca 3 szeki	1283, 000	3	5,25	3	12,86
Munich	1 funt	560, 839	1	12,25	1	35,51
Neapol	1 Kantaro wielki	891, 217	2	6,33	2	16,99
Rossyjskie Pańs:	1 funt	409, 388	1	0,31	1	0,00
Rzym	1 lira ważąca 12 uncyj	339, 121	—	26,76	—	79,52
Szwecya	1 funt handlowy	425, 257	1	1,56	1	3,72

Wagi menniczne, górnicze, aptekarskie i t. d. odsyłają się do innego dzieła.

MONETY

używane w krajach zagranicznych.

W Amsterdamie rachują na złote hollenderskie i stiwery: taki złoty ma stiwerów 20.

W Dreźnie na Reichstalery, dobre grosze, feniki.

W Hamburgu na Reichstalery, marki, szyllingi.

W Konstantynopolu na piastry, każdy równa się półfrankowi Paryzkiemu. Piastr zawiera 4o parasów, albo asprów 120.

W Królewcu na złote i dobre grosze.

W Lipsku na Reichstalery, dobre gr: i feniki.

W Londynie na funtsterlingi, szyllingi i pence; Pene znaczy 5 groszy polskich.

W Madrycie na reale, każdy waży 13 + gr. polskich.

W Paryżu na franki; jeden frank znaczy złoty 1 polski i gr: 20, albo soldów (sous) 20. Każdy sold ma centimów 5.— Centim znaczy pół grosza polskiego.

W Pekinie na Loangi zawierające po 2 tale: pruskie —Na Cekiny ważące po 2 zł. pol.

W Stanach Zjednoczonych Ameryki na Dollary, z których każdy znaczy zł. pol. 9, grosz 1, 42.

W Sztokolmie na Reichstalery, każdy zamyka w sobie 48 szyllingów. Są prócz tego Dalery srebrne mające po 8 szyllingów.

W Wiedniu na złote Reńskie i konwencyonalne, znaczące 60 krejcerów, a krejcer dzieli się na 4 feniki.

We Włoszech na Skudy, zawierające po 9 zł: pol: i gr: 18,— Na Liry, a Lir znaczy złp: 1 gr: 18.— Skud dzieli się na 10 Paolów; Paol na 10 Bajocchi, ten zaś na 5 Quatrin.

Zaś w zamianę wexlową *Paryż* Londynowi za jeden funtsterling daje franków 24, 24 ± *Warszawa* Paryżowi za 300 franków daje zł: pol: 500, 6 ±.

W Amsterdamie za 3 franki francuzkie dają grootów 56,5. Grot znaczy półtrzecia grosza polskiego.

Że kraje Europejskie prowadzą handel zbożowy ze Stanami Zjednoczonemi Ameryki, przeto miary ich wiedzieć wypada; jako to: że

Buszel Amerykański równy jest 68 funtom polskim.

Łaszt Amerykański zawiera szefli $56\frac{1}{2}$; takich szefli $2\frac{1}{3}$ znaczy jeden korzec polski.

Za pomocą tych położonych tu Tablic i wiadomości, można rozwięzywać różne Zagadnienia tyczące się zamiany monet, wag i miar.

ZAGADNIENIA

do których rozwiązania używa się reguła trzech, i ułomki dziesiętne.

Zadanie 1.

Funtsterlingów 1560 ile czyni złotych polskich?

Gdy jeden funtsterling mieści w sobie złotych polskich 41 groszy 9, 226; funtsterlingów 1560 mieścić w sobie będzie złotych polskich 1560 razy więcej a niżeli zł. 41 gr. 9,226.

Zł. 41 gr. 9,226 $\times$ funtst. 1560 $=$ zł. $41\frac{9,226}{30}\times 1560$ albo $41\frac{9226}{30000}\times 1560 = \frac{1239226}{30000}\times 1560 = \frac{1933192560}{30000} = 64439\frac{2256}{3000}$ zł. pol. albo $=$ zł. 64439 gr. $22\frac{70}{125}$.

Więc funtszterlingów 1560 czyni złotych polskich 64439 gr. $22\frac{70}{125}$.

Inny sposób przerobienia powyższego przykładu:

Zł. 41 gr. 9, 226 $=$ gr. 1239,226, więc 1239, 226 $\times$ 1560 $=$ 1933192,560 gr. pol. które obróciwszy na złote polskie wypadnie iż funtszterlingów 1560 czyni złotych polskich 64439 gr. 22+

Zadanie II.

Talarów polskich 62458, ile uczyni piastrów tureckich?

Złoty polski 1, groszy 9,60 idzie na jeden piastr turecki, zamieniwszy przeto talary na złote, podzielimy je przez $1\frac{96}{300}$, a wypadek otrzymany oznaczy liczbę piastrów tureckich, które wyrównają co do wartości 62458 polskim talarom.

Tal. Zł.

62450 = 374748.

$374748 : 1\frac{9{,}6}{30} = 374748 : 1\frac{96}{300} = 374748 : \frac{396}{300} = 374748 \times \frac{300}{396} = \frac{112424400}{396} = 283900$ piastrom tureckim.

Więc talarów polskich 62458 czyni piastrów tureckich 283900.

Zadanie III.

1246 franków jakiéj odpowiada summie w naszéj monecie?

Gdy jeden frank wyrównywa co do swojéj ceny naszemu złotemu 1 gr. 20,06; franków 1246 wyrówna naszym złotym polskim 1246 razy więcéj, a niżeli 1 zł. pol. gr. 20,06.

Zł. 1, gr. 20,06 $\times$ 1246 $= 1\frac{2006}{30} \times 1246 =$ $1\frac{2006}{3000} \times 1246 =$
$= \frac{5006}{3000} \times 1246 = \frac{6237476}{3000} =$ zł. p. $2079\frac{476}{3000}$ $=$ zł. pol. 2079 gr. $4\frac{19}{25}$.

Więc 1246 franków odpowiada co do swojéj wartości wewnętrznéj naszym złotym polskim 2079 i groszom $4\frac{19}{25}$.

Zadanie IV.

Rubli srebrnych 154823, ile uczyni talarów w monecie Duńskiéj bieżącéj?

Talar Duński 1 $=$ zł. 7 gr. 18, 73 w naszéj monecie.

Ruble srebrne obrócić potrzeba na złote dla łatwiejszego rozwiązania, a to mnożąc je przez $6\frac{2}{3}$.

Rubli srebr: 154823 $=$ zł. $1032153\frac{1}{3} = \frac{3096460}{3}$.

7. $18,73 = 7\frac{1873}{30} = 7\frac{1873}{3000} = \frac{22873}{3000}$. $1032153\frac{1}{3} : \frac{22873}{3000} = \frac{3096460}{3} : \frac{22873}{3000} = \frac{3096460}{3} \times \frac{3000}{22873} =$
$= \frac{9289380000}{22873 \times 3} = 135376\frac{4752}{22873}$ talarów Duńskich.

Więc rubli srebrnych 154323 czyni 135376 $\frac{4752}{22873}$ albo $\frac{1}{5}$ ± talarów w monecie Duńskiej biegącej.

Inny sposób rozwiązania powyższego zadania:

Rubli srebrnych 154823 czyni gr. pol. 30964600.

Talar Duński czyni groszy pol. 228, 73, przez te więc podzieliwszy groszy 30964600; iloraz wypadły oznaczy liczbę żądaną talarów w bieżącej monecie Duńskiej.

$30964600 : 228,73 = 3096460000 : 22873 =$
$= 135376 \frac{4752}{22873}$ tal. Duń.

Więc rubli srebrn. 154823 czyni 135376 $\frac{4752}{22873}$ talarów w bieżącej monecie Duńskiej.

Zadanie V.

Winien kto pistolów nowych podwójnych Piemon. 480000, ile oddać powinien w naszej polskiej monecie złotych polskich?

Pistol nowy podwójny Piemoncki ma srebra gran. 10,71: pistolów zatém 480000 ma srebra granów 480000 razy więcéj a niżeli 10,71, a tak $10,71 \times 480000 = 5070800$ srebra granów.

Nasz złoty polski pojedynczy zawiera w sobie srebra granów 5, 54.

Podzieliwszy przeto 5070800 przez 5, 54. iloraz wypadły oznaczy liczbę naszych zł. pol. wyrównywającą co do swojéj wewnętrznéj wartości 480000 pistolom nowym podwójnym Piemonckim.

$$5070800 : 5,54 = 915305\tfrac{30}{554}.$$

Więc oddać powinien w polskiéj monecie złotych 915305 i blisko 2 grosze.

Zadanie VI.

Polskich talarów 1790000 ile uczyni talarów Florenckich w bieżącéj monecie.

Talar Florencki równy złotym polskim 9, gr. 23, 4.

Polskich talarów 1790000 czyni złotych polskich 10740000.

Talar Florencki $= 9\frac{23,4}{30}$ zł. pol. albo $9\frac{234}{300} = \frac{2934}{300}$. Podzieliwszy 10740000 przez $\frac{2934}{300}$ będzie $10740000 \times \frac{300}{2934} = \frac{3222000000}{2934}$ albo $1098159\frac{1494}{2934} = 1098159\frac{83}{163}$ talarów Florenckich.

Więc polskich talarów 1790000 czyni talarów Florenckich w bieżącéj monecie $1098159\frac{83}{163}$.

Zadanie VII.

Łokci polskich 580000 ile uczyni łokci Czeskich?

Łokieć Czeski teraźniejszy = 1 łok. pol. 0, 68 cali.

Łok. 1. cal. 0,68 = łok. pol. $1\frac{0{,}68}{24} = 1\frac{68}{2400} = \frac{2468}{2400}$. Podzieliwszy 550000 przez $\frac{2468}{2400} = 580000 \times \frac{2400}{2468}$ albo $\frac{1392000000}{2468} = 564019\frac{1108}{2468}$ czyli $= 564019\frac{272}{617}$.

Więc łokci polskich 580000 czyni łokci Czeskich 564019 i blisko pół łokcia.

Zadanie VIII.

Yardów Angielskich 200000 ile czyni sążni polskich?

Yard = łok. pol. 1. cal. 14,1 czyli $1\frac{14{,}1}{24}$ łok. pol. albo $1\frac{141}{240}$, to jest $\frac{381}{240}$ łok. pol. Rozmnożywszy 200000 przez $\frac{381}{240}$ będzie $\frac{76200000}{240}$ to jest 317500 łok. pol. które podzieliwszy przez 3 łokcie, jako miarę sążnia, będzie $105833\frac{1}{3}$ sążni polskich.

Więc Yardów Angielskich 200000 czyni sążni polskich $105833\frac{1}{3}$.

Zadanie IX.

Rottolów ciężkich Kandyjskich 400000 ile uczyni cetnarów polskich?

Rottol ciężki Kandyjski równy jest 1 funt. pol. i 9,64 łutom pol. $=1\frac{9,64}{32}=1\frac{964}{3200}=\frac{4164}{3200}$ funt. pol. Rozmnożywszy $\frac{4164}{3200}$ przez 400000 będzie $\frac{1665600000}{3200}$ albo $\frac{16656000}{32}=520500$ funt. pol. $=5205$ cetnar. rachując sto funtów na każdy.

Więc Rottolów ciężkich 400000 czyni cetnarów polskich 5205.

Zadanie X.

Kamieni polskich 32600 ile uczyni Batmanów Taurychkich?

Kamień ma funtów 25.

Batman Taurycki wyrównywa co do swojéj wagi funt. pol. 7, łutom 2,95 czyli fun. pol. $7\frac{2,95}{32}$ albo $7\frac{295}{3200}=\frac{22695}{3200}$.

Kamieni polskich 32600 wyrównywa funt. pol. 815000. Po ułożeniu wyrazów podług reguły trzech, wypada podzielić 815000 przez $\frac{22695}{3200}$ to jest $815000\times\frac{3200}{22695}$ będzie $\frac{2608000000}{22695}=114915\frac{815}{4539}$ Batmanów Taurychkich.

Więc kamieni polskich 32600 czyni Batmanów Taurychkich $114915\frac{815}{4539}$.

Zadanie XI.

Kwarterów nowych Angielskich 200000 ile korcy polskich czyni?

Kwarter nowy Angielski = kor. pol. 2, garncy 8,70=
$= \text{kor. } 2\frac{8{,}7}{32} = \text{kor. } 2\frac{87}{320} = \frac{727}{320}$
$\frac{727}{320} \times 200000 = \frac{145400000}{320} = \frac{14540000}{32} =$ 454375 korcy.

Więc kwarterów nowych Angielskich 200000 czyni korcy polskich 454375.

Zadanie XII.

Dollarów Amerykańskich 343000 ile czyni dukatów, rachując dukat jeden po złotych 19 groszy 24 polskich?

Dollar jeden mieści w sobie złotych pol. 9 groszy 1,42, czyli złot. pol. $9\frac{1{,}42}{30}$ czyli $9\frac{142}{3000}$ czyli $\frac{27142}{3000}$; dolarów przeto 343000 mieszczą w sobie złot. pol. 343000 razy więcéj a niżeli $\frac{27142}{3000}$; więc rozmnożywszy $\frac{27142}{3000}$ przez 343000, będzie $\frac{9309706000}{3000}$, czyli $\frac{9309706}{3}$, to jest $3103235\frac{1}{3}$ zp. albo zp. wyrażone w ułomku $= \frac{9309706}{3}$; te obracam na dukaty, dzieląc je przez ważność dukata wyżéj wyrażoną, to jest przez

$19\frac{4}{5} = \frac{9309706}{3} : \frac{99}{5} = \frac{9309706}{3} \times \frac{5}{99} = \frac{46548530}{297} = 156729\frac{17}{297}$ Dukatów.

Więc Dollarów Amerykańskich 343000 czyni Dukatów $156729\frac{17}{297}$ czyli Dukatów 156729 i złoty jeden przeszło:

Zadanie XIII.

Cekinów 2000000 ile czyni Rubli srebrnych?

Cekin wyrównywa co do swojéj wartości dwóm złotym polskim, Cekinów przeto 2000000 wyrównywają złotym polskim 4000000 które czynią Rubli srebrnych Rossyjskich 600000. Rubel równy złp. $6\frac{2}{3}$ czyli $\frac{20}{3}$.

$4000000 : \frac{20}{3} = 4000000 \times \frac{3}{20} = \frac{12000000}{20} = \frac{1200000}{2} = 600000$ Rubl: Srebr.

Więc Cekinów 2000000 czynią Rubli Srebrnych Rossyjskich 600000.

Zadanie XIV.

Cetnarów polskich 40000 ile czynią Buszelów Amerykańskich?

Buszel Amerykański równy jest co do swojéj wagi 68 funtom polskim; zamieniwszy przeto Cetnary polskie na funty polskie, i podzieliwszy przez 68; iloraz wypadły oznaczy liczbę Buszelów Amerykańskich wyrównywających 40000 Cetnarów polskich.

$40000 \times 100 = 4000000$ Funt. pol.
$4000000 : 68 = 58823\frac{9}{17}$ Buszelów Amer.

Więc Cetnarów polskich 40000 czyni Buszelów Amerykańskich $58823\frac{9}{17}$.

Zadanie XV.

560000 korcy polskich ile czyni Łasztów Amerykańskich?

Łaszt Amerykański zawiera Szefli $56\frac{1}{2}$ czyli $\frac{113}{2}$. Korzec polski wyrównywa $2\frac{1}{5}$ czyli $\frac{11}{5}$. Szeflom Amerykańskim.
560000 kor. pol. $= \frac{11}{5} \times 560000 = \frac{6160000}{5}$ Szef. $= 1232000$ Szeflom.
$1232000 : \frac{113}{2} = 1232000 \times \frac{2}{113} = \frac{2464000}{113}$
$= 21805\frac{35}{113}$ Łaszt. Ameryk.

Więc 560000 Korcy polskich czyni Łasztów Amerykańskich $21805\frac{35}{113}$

Zadanie XVI.

Reichs talarów Lipskich 56000 ile czyni złotych polskich?

Reichs talar Lipski mieści w sobie zło. pol. 6 groszy 15,05 czyli zł. pol. $6\frac{15,05}{30}$ czyli zł. pol. $6\frac{1505}{3000} = \frac{19505}{3000}$
$\frac{19505}{3000} \times 56000 = \frac{19505}{3} \times 56 = \frac{1092280}{3} =$ $364093\frac{1}{3}$ zł. pol.

Więc Reichs-Talarów Lipskich 56000 czyni złotych polskich $364093\frac{1}{3}$ czyli złotych polskich 364093 groszy 10.

Zadanie XVII.

Funtów Handlowych Szwedzkich 70000 ile czyni kamieni polskich?

Funt jeden Szwedzki Handlowy wyrównywa co do swojéj wagi jednemu funtowi polskiemu łutom 1,56
$=$ funt. pol. $1\frac{1,56}{32} = 1\frac{156}{3200} = \frac{3356}{3200}$; funtów przeto Szwedzkich Handlowych 70000 wyrównywają polskim $\frac{3356}{3200} \times 70000 =$ $\frac{234920000}{3200} = \frac{2349200}{32} = 73412\frac{1}{2}$ fu. pol.

Obróciwszy Funty polskie na kamienie, kamień obejmuje w sobie funtów 25.
$\frac{2349200}{32} : 25 = \frac{2349200}{32} \times \frac{1}{25} = \frac{2349200}{800} =$ $= \frac{23492}{8} = 2936\frac{1}{2}$ Kamieni polskich.

Więc Funtów Handlowych Szwedzkich 70000 czyni kamieni polskich $2936\frac{1}{2}$.

ROZDZIAŁ VI.

O Regule trzech składanéj (Composita.)

Piérwsze zadanie: 25 *tkaczów przez* 12 *godzin robiąc, zrobili płótna łokci* 150; *ileżby* 30 *tkaczów zrobić mogło przez godzin* 15?

Piérwszy sposób. 25 tkaczów tyle zrobi przez godzin 12; ileby przez godzinę zrobiło tkaczów, 12 razy tyle, to jest 300. Podobnie 30 tkaczów tyle zrobi przez godzin 15, ileby przez godzinę zrobiło tkaczów, 15 razy tyle, to jest 450. A zatém toż samo zadanie w innych słowach krócéj takby mogło bydź wyrażone: 300 tkaczów zrobiło w godzinie 150 łokci, ileżby zrobiło w tymże czasie tkaczów 450? *Odp.* 225 łokci.

Drugi sposób. 25 tkaczów pracujących przez godzin 12 tyle zrobi, ileby zrobił jeden pracując przez czas 25 razy tak długi, to jest przez godzin 300. Podobnież robotnik jeden pracując przez 450 godzin, tyle zrobi, ile 30 robotników pracujących przez godzin 15.

Tym drugim sposobem, równie jako i pierwszym, zadanie to do reguły trzech składanéj należące, ułatwić się może przez regułę trzech nieskładaną.

Można jeszcze w tym szczególnym razie, i tak sobie postąpić.

Jednemu tkaczowi przypada tu 6 łokci na godzin 12, a zatém pół łokcia na godzinę; więc 30 tkaczom przypadnie 15 łokci na godzinę, a na 15 godzin, przypadnie im piętnaście razy tyle, to jest 225 łokci.

Drugie zadanie. 8 *ludzi, z których każdy zrobił* 3 *łokcie pewnéj roboty, na dzień, zyskało złotych* 1500 *za dni* 40; *ileż* 12 *ludzi robiąc każdy po* 4 *łokcie na dzień, zyska za dni* 45?

Pierwszy sposób. Każdy z 8 ludzi zrobił na dzień łokci 3, a w dniach 40 zrobił łokci 120; więc 8 ludzi zrobiło 8 razy tyle, to jest 960 łokci.

Każdy także z 12 ludzi zrobił na dzień łokci 4, a w dniach 45 zrobił łokci 180; więc 12 ludzi zrobiło 12 razy tyle, to jest 2160 łokci.

A zatém zadanie to, także można krócéj wyrazić: za łokci 960 zapłacono zł. 1500;

za łokci 2160, ileż zł. dano? *Odp.* 3375 złotych.

Drugi sposób. 8 ludzi robiąc na dzień po 3 łokcie, tyle za dzień zrobi, ile 24 ludzi, robiąc tylko po 1 łokciu na dzień, a w dniach 40, tyle zrobi ludzi 8, robiąc na dzień po 3 łokcie, ile 960 ludzi, robiąc na dzień po łokciu.

Podobnie taka jest robota ludzi 2160 w dniu jednym, gdy tamci po cztery łokcie na dzień, a ci po łokciu robią. Więc tak można krócéj wyrazić powyższe zadanie: 960 ludzi zarobiło złotych 1500; ileż zarobi ludzi 2160 z równą usilnością pracujących nad tą robotą w równym czasie? *Odp.* 3375 jak wyżéj.

Trzecie zadanie. 30 *robotników w* 12 *dniach zrobiło* 1800 *łokci pewnéj roboty; ileż trzeba będzie robotników na zrobienie* 2400 *łokci w dniach* 15?

Na każdego robotnika przypadło łokci 60 na dni 12; na dzień łokci 5, a na 15 dni łokci 75. A ponieważ w 15 dni ma się zrobić łokci 2400; tyle więc na skończenie téj roboty będzie potrzeba robotników, ile wypadnie z podzielenia 2400 przez 75; to jest 32.

Albo tak. 30 robotników przez dzień 1 byłoby zrobiło łokci 150; robotnicy, których liczby szukamy, zrobiliby przez dzień łokci 160.

Więc zadanie przez regułę trzech nieskładaną może bydź ułatwione.

Czwarte zadanie. 32 *ludziom na wyżywienie przez dni* 24 *wystarczyło zboża korcy* 144; *przez jakiż czas wystarczy na* 48 *ludzi,* 180 *korcy tegoż zboża?*

Na jednego człeka przypada przez dni 24, 32ga część korcy 144, to jest: korcy $4\frac{1}{2}$; a zatém na 48 ludzi, przez dni także 24 przypadnie korcy 48 razy tyle, to jest 216. Zadanie więc tak sobie można skrócić.

216 korcami wyżywiono się przez dni 24; 180 korcy na wieleż dni wystarczy? *Odp.* na 20 dni.

Jakoż 32 ludzi tyle spotrzebuje w dniach 24, ile 24 razy tyle ludzi, to jest 768 spotrzebuje w dniu jednym. A zaś 48 ludzi tyle spotrzebuje w dniach 20, ile 20 razy tyle ludzi, to jest 960 spotrzebuje w dniu jednym. Więc jezeli 768 ludzi spotrzebowało korcy 144, toć 960 ludzi spotrzebuje korcy 180.

Widzimy z tych przykładów, że dla rozwiązania łatwiejszego zadań należących do reguły trzech składanéj, gdzie 5, 7, i więcéj czasem wyrazów danych wchodzi, szukać trzeba sposobu, jakby wyrazy te, do trzech zmniejszyć, i zadanie tak, jak w regule trzech nieskładanéj rozwiązać.

Piąte zadanie. *Dwie osoby złożyły się: jedna na* 1000 *cz. zł. druga na* 1500 *cz. zł. w pięć miesięcy druga osoba wzięła ze składki* 500 cz. *zł. Po roku zas skończonym zysk spólny wynosił na* 265 *cz. zł. Jakże go między te dwie osoby podzielić?*

Piérwsza osoba dawszy 1000 cz. zł. tyle za 12 miesięcy powinna miec z spólnego zysku, ileby za miesiąc 1 pożytkowała, dawszy 12000 cz. zł. to jest 12 razy więcéj. Druga osoba dawszy 1000 cz. zł. na 12 miesięcy, a 500 cz. zł. na 5 miesięcy, powinna także z zysku spólnego tyle odebrać, ileby pożytkowała za miesiąc 1, dawszy 12000, i 2500, to jest 14500 cz. zł. To tedy zadanie, jak gdyby do reguły spółki nieskładanéj należało, tak można wyrazić: dwie osoby złożyły się: jedna na 12000 cz. zł. a druga na 14500, i zyskały za miesiąc spólnie 265 cz. zł. ileż na każdą z osobna przypadnie z tego zysku?

Odp. Przypadnie piérwszéj 120, a drugiéj 145 czerw. zł.

Szóste zadanie. *Dwie osoby na początku roku złożyły się jedna na* 800, *a druga na* 700 *czerw. zł. W pięciu miesiącach piérwsza przyłożyła jeszcze* 300 *cz. zł. a druga przyłożyła w* 7 *miesiącach* 400 *cz. zł. na końcu roku zyskały te dwie osoby cz. zł* 442, *ileż przypadnie z zysku tego piérwszéj osobie, a ile drugiéj?*

Pierwsza osoba tyle zysku mieć powinna od 800 cz. zł. za rok, albo za 12 miesięcy, i od 300 cz. zł. za 7 miesięcy, ileby miała zysku za miesiąc od 9600, i 2100, albo od 11700 cz. zł.

Druga osoba tyle też zyskać powinna za 12 miesięcy od 700 cz. zł. a za 5 miesięcy od 400 cz. zł: ileby zyskała za miesiąc od 8400, i 2000, albo od 10400 cz. złotych; więc zadanie to tym się sposobem rozwiąże, jak w regule spółki nie składanéj, i można je tak prościéj wyrazić:

Dwie osoby dały do składki spólnéj, jedna 11700 cz. zł. a druga 10400 cz. zł. ileż każdéj z nich dostanie z zysku?

Ponieważ obiedwie te osoby złożyły się na 22100 cz. zł. zysk spólny jest $\frac{1}{50}$, téj całéj składki, a zatém i zyski osobne będą też $\frac{1}{50}$, téj summy, którą każda w szczególności osoba dała; to jest piérwsza zyska 234, a druga 208 czerw. złotych.

Siódme zadanie. *Za 7 łokci sukna szerokiego na łokieć* $1\frac{2}{3}$, *zapłacono zł.* 105; *ileż przypadnie dać za tegoż gatunku sukna łokci* 8, *szerokiego na łokieć* $1\frac{1}{4}$?

Piérwszy sposób. Za łokieć 1 sukna piérwszego przypada złotych 15. Gdyby szerokość tego sukna zamiast $1\frac{2}{3}$ łokcia, albo $\frac{5}{3}$ łokcia, była tylko $\frac{1}{3}$ łokcia, przypadłby też łokieć jego, nie po 15 zł. ale po 3 zł. a zatém gdyby to sukno szerokie było na łokieć 1, łokieć kosztowałby zł. 9; 8 zaś łokci tak szerokiego sukna, kosztowałoby zł. 72. Więc gdy oprócz łokcia jednego, ma jeszcze $\frac{1}{4}$ łokcia szerokości, łokci 8 kosztować będzie czwartą częścią, to jest 18 złotemi więcéj.

Albo tak. Łokieć sukna szerokiego na łokieć 1 kosztowałby zł. 9; więc łokieć takiegoż sukna szerokiego na łokieć 1 i $\frac{1}{4}$ kosztować będzie $11\frac{1}{4}$ zł. a zatem za 8 łokci przypadnie dać 8 razy więcéj, niż $11\frac{1}{4}$ zł. to jest 90 zł.

Drugi sposób. 7 łokci sukna szerokiego na łokieć $1\frac{2}{3}$, jeden ma szacunek, co $11\frac{2}{3}$ łokci takiegoż sukna na łokieć tylko szerokiego. I znowu 8 łokci sukna szerokiego na łokieć $1\frac{1}{4}$ jeden ma szacunek, co 10 łokci takiegoż sukna na łokieć tylko szerokiego. Więc zadanie to można według reguły trzech prostéj rozwiązać.

Osme zadanie. 8 *ludzi zrobiło przez* 12 *dni* 120 *łokci pewnéj roboty, która miała szerokości łokieć* $1\frac{1}{3}$.

12 *ludzi przez dni* 15 *robić mają tegoż gatunku robotę, ale w szerokości łokcia* $1\frac{1}{2}$

Pierwszy sposób. Robota pierwszych ludzi wychodzi na jedno, jak gdyby zrobili 160 łokci, a szerokości na 1 łokieć. Robota zaś każdego z osobna, wychodzi na jedno, jak gdyby takich łokci zrobił 20 w dni 12, a na dzień łokieć $1\frac{2}{3}$,

12 ludzi zrobiłoby też 20 takich łokci na dzień, a przez dni 15, zrobiliby łokci 300. Gdyby zaś szerokość była tylko na $\frac{1}{2}$ łokcia, zrobiliby dwa razy tyle, to jest łokci 600. Ale że ta druga robota ma mieć szero-

kości trzy razy tyle, to jest: łokiec $1\frac{1}{2}$; więc zrobią trzy razy mniéj, to jest 200 tylko łokci, i ta to jest liczba któréj szukaliśmy.

Drugi sposób. 8 ludzi tyle przez 12 dni zrobi, ileby zrobiło ludzi 96 przez dzień 1, pracując około téj saméj roboty; a zaś 120 łokci, w szerokości łokcia $1\frac{1}{3}$, tyle czasu do wyrobienia potrzebuje, ile 160 łokci, w szerokości łokcia 1.

12 ludzi przez 15 dni tyle też zrobi, ileby zrobiło ludzi 180 przez dzień 1, a zaś liczba łokci od tych ludzi wyrobiona w szerokości łok. 1, tyle półtora razy długości mieć będzie, ile liczba łokci, któréj szukamy, w szerokości łokcia $1\frac{1}{2}$.

Zatém przez regułę trzech nieskładaną znajdziemy, że jeżeli 96 ludzi, zrobiło łokci 160; 180 ludzi zrobi w tymże czasie łokci 300. A ponieważ ta liczba 300, znaczy długość, gdzie jest szerokości łokieć 1; więc $\frac{2}{3}$ téj liczby, to jest: 200 łokci, znaczyć będą długość, gdzie jest szerokości łokieć $1\frac{1}{2}$. I téj to ostatniéj liczby łokci szukaliśmy.

ROZDZIAŁ VII.

O Regule Łańcuchowéj (po łacinie Catenaria, *a po niemiecku* Ketten Regel.)

Zadanie I.

Jeżeli 13 Talarów Hollenderskich czyni 33 Złote Reńskie, a 72 Reńskich idzie na 35 Portugalskich Millerées, tych zaś 7 na 34 Liry Florenckie, tych 35 na 27 Franków Francuzkich, tych 611 na 28 Funtów Szterlingów, tych 68 na 399 Dukatów Neapolitańskich, tych 55 na 59 Rubli srebrnych Rossyjskich, tych 18 na 20 Talarów Pruskich; Talarów Hollenderskich 200000 ile uczyni Talarów Pruskich?

Układam proporcye:

Tal. Hol.		Zł. Reń.		Tal. Hol.		Zł. Reń.
13	:	33	=	200000	:	X
Zł. Reń.		Port. Mil.		Zł. Reń.		Port. Mil.
72	:	35	=	X	:	Y
Port. Mil.		Lir. Flor.		Port. Mil.		Lir. Fl.
7	:	34	=	Y	:	Z
Lir. Flor.		Fr. Fran.		Lir. Flor.		Fr. Fran.
35	:	27	=	Z	:	V
Fr. Fran.		Funt. Ster.		Fr. Fran.		Funt. Ster.
611	:	28	=	V	:	t
Funt. Ster.		Duk. Neap.		Funt. Ster.		Duk. Neap.
68	:	399	=	t	:	S
Duk. Neap.		Rub. Sr.		Duk. Neap.		Rub. Sr.
55	:	59	=	S i	:	r
Rub. Sr.		Tal. Pru.		Rub. Sr.		Tal. Pru.
18	:	20	=	r	:	q

Wyrazy odpowiadające sobie w tych proporcyach mnożymy przez siebie i układamy proporcyą, w której zawsze 200000 jest trzecim wyrazem.

$$13\times72\times7\times35\times611\times68\times55\times18 : 33\times35\times34\times27\times28\times399\times59\times20=$$
$$=200000\times x\times y\times z\times v\times t\times s\times r : x\times y\times z\times v\times t\times s\times r\times q.$$

Dzielenie oznaczmy w kształcie ułamku:

$$\frac{13\times72\times7\times35\times611\times68\times55\times18}{33\times35\times34\times27\times28\times399\times59\times20}=$$
$$=\frac{200000\times x\times y\times z\times v\times t\times s\times r}{x\times y\times z\times v\times t\times s\times r\times q}$$

Podzielmy i Licznik i Mianownik ułamku i jednego i drugiego szczegółowo przez jednakowe czynniki.

$$\frac{13\times1\times1\times1\times1\times611\times1\times1\times1}{1\times1\times1\times1\times1\times399\times59\times1}=$$
$$=\frac{100000\times1\times1\times1\times1\times1\times1\times1}{1\times1\times1\times1\times1\times1\times1\times9}$$

Czyli $\frac{13\times611}{399\times59}=\frac{100000}{9}$ Ozaaczywszy dzielenie innym sposobem to jest w kształcie proporcyi napisawszy wypadnie.

$$13\times611 : 399\times59=100000 : q$$
albo $7943 : 23541=100000 : q$

$$q=\frac{23541\times100000}{7943}=\frac{2354100000}{7943}=296374\frac{1318}{7943}$$ Tal. Prus. Czyli 296374 Tal. Pr. Gro. 29.

Więc Talarów Hollenderskich 200000 czyni Talarów Pruskich 296374 Groszy 29.

Uwaga. Dla ułatwienia działań odbywać się mających w tém zadaniu i innych podobnych, nie wynajdujemy wartości przypadającéj na czwarte wyrazy w porządkowo ułożonych jak wyżéj proporcyach, ale układamy pierwsze stosunki w ten sposób, aby następnik pierwszego stosunku i poprzednik stosunku drugiego; następnik drugiego stosunku i poprzednik stosunku trzeciego; następnik trzeciego stosunku i poprzednik stosunku czwartego; to jest: każdy następnik stosunku i poprzednik stosunku zaraz następującego po nim, były jednakowego rodzaju i gatunku; tudzież, aby jednakowego rodzaju i gatunku były poprzednik najpiérwszego stosunku w rzędzie piérwszych stosunków, i wyraz trzeci w proporcyi którą oznaczamy: również następnik w stosunku ostatnim w rzędzie piérwszych stosunków co do rodzaju i gatunku, odpowiadać powinien wyrazowi czwartemu w proporcyi. Dla związku wyrazów zachodzącego stale i niezmiennie reguła ta nazwaną została Regułą Łańcuchową.

Sposób wypisywania porządkiem wyrazów w skład zadania i działań wchodzących.

Tal. Hol.		Zło. Reń.				
13	:	33				
Zło. Reń.		Port. Mil.				
72	:	35				
Port. Mil.		Lir. Flor.				
7	:	34				
Lir. Flor.		Fr. Fran.		Tal Holl.		Tal. Prus.
35	:	27	=	200000	:	X
Fr. Fran.		Funt. Ster.				
611	:	28				
Funt. Ster.		Duk. Neap.				
68	:	399				
Duk. Neap.		Rub. Sreb.				
55	:	59				
Rub. Sreb.		Tal. Prus.				
18	:	20				

Zadanie II.

Nie wiedząc wartości wag Szwedzkich w wagach Polskich, wiem tylko że 67 funtów Szwedzkich czyni 70 funtów Rossyjskich, a 15 funtów Rossyjskich czyni 17 funtów Polskich; ileż 201 funtów Szwedzkich uczyni funtów Polskich?

Funt. Szwed.		Funt. Ros.		Funt. Szwed.		F. Pol.
67	:	70	=	201	:	X
Funt. Ros.		Funt. Pol.				
15	:	17				

$$\left.\begin{array}{ccc} 1 & : & 14 \\ 1 & : & 17 \end{array}\right\} = 1 : X.$$

$$1 : 14 \times 17 = 1 : X.$$

$$1 : 238 = 1 : X. \text{ zatem } X = 238.$$

Więc 201 funtów Szwedzkich czyni funtów Polskich 238.

Zadanie III.

Chciałby się kto dowiedzieć, ile łokci Polskich czyni 289 łokci Tureckich, gdy 41 łokci Polskich czyni 34 łokci Rossyjskich, a 16 Rossyjskich idzie na 17 Tureckich?

$$\left.\begin{array}{ccc} \text{Łok. Tur.} & & \text{Łok. Ros.} \\ 17 & : & 16 \\ \text{Łok. Ros.} & & \text{Łok. Pol.} \\ 34 & : & 41 \end{array}\right\} = \begin{array}{ccc} \text{Łok. Tur.} & & \text{Łok. Pol.} \\ 289 & : & X. \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{ccc} 17 & : & 8 \\ 17 & : & 41 \end{array}\right\} = 289 : X.$$

$$17 \times 17 : 8 \times 41 = 289 : X.$$

$$289 : 328 = 289 : X.$$

$$X = \frac{328 \times 289}{289} = 328.$$

Więc 289 Łokci Tureckich czyni Łokci Polskich 328.

Zadanie IV.

Gdy 86 łokci Polskich wyrównywają 97 łokciom Litewskim, 54 Litewskich idzie na 59 Rossyjskich, 32 Rossyjskich na 33 Amsterdamskie, Amsterdamskich 31 na 24 Lipskie, Lipskich 15 na 13 Berlińskie, Berlińskich 7 na 6 Wiedeńskie, łokci Polskich 454 ile uczyni Wiedeńskich?

$$\left.\begin{array}{ccc}
\text{Łok. Pol.} & & \text{Łok. Lite.} \\
86 & : & 97 \\
\text{Łok. Lite.} & & \text{Łok. Ros.} \\
54 & : & 59 \\
\text{Łok. Ros.} & & \text{Łok. Amst.} \\
32 & : & 33 \\
\text{Łok. Am.} & & \text{Łok. Lip.} \\
31 & : & 24 \\
\text{Łok. Lip.} & & \text{Łok. Ber.} \\
15 & : & 13 \\
\text{Łok. Ber.} & & \text{Ł. Wied.} \\
7 & : & 6
\end{array}\right\} = \begin{array}{cc}
\text{Łok. Pol.} & \text{Łok. Wied.} \\
454 & X.
\end{array}$$

$$86 \times 54 \times 32 \times 31 \times 15 \times 7 : 97 \times 59 \times 33 \times 24 \times 13 \times 6 = 454 : X.$$

$$483719040 : 353544048 = 454 : X.$$

$$X = \frac{353544048 \times 454}{483719040} = \frac{160508997792}{483719040} =$$

$$= 331 \frac{397995552}{483719040}$$

Więc łokci Polskich 454 czynią łokci Wiedeńskich 331 $\frac{397995552}{483719040}$.

Zadanie V.

Gdy 113 łokci Berlińskich czynią 106 Arszynów, a 64 Arszynów czynią 79,06 łokci Polskich, wieleż łokci Berlińskich 80 czyni łokci Polskich?

$$\left.\begin{array}{lcr} \text{Łok. Ber.} & & \text{Arszy.} \\ 113 & : & 106 \\ \text{Arszy.} & & \text{Łok. Pol.} \\ 64 & : & 79{,}06 \end{array}\right\} = \begin{array}{lcr} \text{Łok. Ber.} & & \text{Łok. Pol.} \\ 80 & : & X. \end{array}$$

$$113 \times 64 : 106 \times 79{,}06 = 80 : X.$$

$$7232 : 8380,\ 36 = 80 : X.$$

$$X = \frac{8380{,}36 \times 80}{7232} = \frac{670428{,}8}{7232} = \frac{6704288}{72320} =$$

$92\frac{50848}{72320} =$ łok. Pol. 92 Cali przeszło 16.

Więc 113 łokci Berlińskich czynią łokci Polskich 92 Cali przeszło 16.

PRZYDATEK

o sposobie, którym poznawać można wartość pieniędzy wewnętrzną.

Dwie rzeczy przychodzi uważać w porównywaniu wartości pieniędzy złotych, lub srebrnych: to jest, ich *wagę* i ich *tytuł.*

Pieniądze złote, jako i srebrne, nie są z samego złota, lub srebra; ale w pieniądzach złotych znajduje się pomieszane srebro i miedź, a w srebrnych miedź tylko. A jako złoto jest daleko droższe niż srebro, dopieroż niż miedź: srebro też jest daleko droższe od miedzi; tak wartość wewnętrzna, dwojakich tych pieniędzy, miarkuje się tylko z wielości złota lub srebra, jaka się w nich znajduje. Zgodzono się, aby bryłę złota jakąkolwiek, wielką, czy małą uważać, jak gdyby na 24 części równych była podzielona, z których każdą nazwano *Karatem*; Karat znowu podzielono na 12 równych części nazwanych *ziarkami (granum)*. Tytuł tedy kawałkowi jakiemu złota, naprzykład pieniądzu ze złota, naznacza się, według liczby Karatów i ziarek złota czystego, które w sobie zamyka. I tak tytuł pieniądza będzie: 20, 21, 22, 23, i t. d. samego złota.

Co zaś do srebra: dzielą bryłę jakąkolwiek srebra na 16 równych części, z których każda nazywa się *łótem*; każdy zaś *łót*, dzieli się na 18 równych części, nazwanych *ziarkami*. We Francyi dzielą bryłę taką na 12 części równych, które zowią denarami; denar dzielą na 32 *ziarek*.

Jeżeli dwie sztuki złota, albo srebra jeden tytuł mają, to jest, że jedna sztuka, tyle naprzykład złota zamyka w sobie Karatów mniejszych, ile druga zamyka większych; wartość jednéj sztuki tyle przechodzić będzie wartość drugiéj, ile ciężar albo waga jednéj przenosi ciężar drugiéj.

Jeżeli zaś dwóch sztuk złotych, albo srebrnych, będą ciężary równe, wartość jednéj względem drugiéj taka będzie, jak tytuł jednéj względem drugiéj. Naprzykład gdyby jedna sztuka była cała ze złota, a druga miała tylko 18 części złota, a 6 części innego kruszcu, wartość pierwszéj sztuki, byłaby tak większa od wartości drugiéj, jak jest liczba 24 większa od 18; i tyleby prawie 18 części pierwszéj sztuki warte były, ile 24 części drugiej sztuki.

Gdyby na każdéj sztuce pieniądza (tak jak na Polskiéj monecie widzimy) wyrażono część pewną jakiéj wagi wiadoméj, nie trzebaby już w porównaniu wartości pieniędzy, mieć względu na ich wagę, ale dosyćby było uważać tylko, jaką część téj wiadoméj wagi w sobie zawiérają. I tak ponieważ na złotym Polskim wyrażono, np. że ośmdziesiątą część, albo $\frac{1}{80}$ grzywny Kolońskiéj czystego srebra zamyka, a na dwuzłotówce, że zamyka czterdziestą, albo $\frac{1}{40}$ tejże grzywny; już stąd dochodzimy, że dwuzłotówka, dwa razy tyle ma w sobie czystego srebra, ile złotówka; i że wartość jéj wewnętrzna, jest dwa razy większa. Ale, że takie wyrazy nie zawsze na pieniądzach znajdujemy, przeto potrzeba częstokroć mieć wzgląd, i na wagę pieniędzy, i na ich tytuł, aby porównać można wartość jednych z wartością drugich.

W porównaniu pieniędzy rozmaitych, złotych i srebrnych, jednych z drugiemi, nic pewnego i jednostajnego ustanowić nie można, względem ich wartości. Można te dwa kruszce wystawić sobie jako dwa towary, których cena, jednego względem drugiego spada, albo się podnosi, gdy jednego z tych towarów będzie mało, drugiego wiele, albo przeciwnie pierwszego wiele, a drugiego mało.

PRZYDATEK
o Nowych Miarach i Wagach.

Widzieliśmy, że w rozmaitych Narodach miary i wagi są różne, że w jednymże kraju i pod jednymże nazwiskiem nie jednakową ważność oznaczają; do tego stanowione są dowolnie, ani się na pewnych i stałych zasadach gruntują. Tak rozmaity podział miar i wag, trudność ich porównania między sobą, a stąd wynikająca niedogodność w rachunkach, a nawet i w handlu; były pobudką do ustanowienia takiéj elementarnéj miary, któraby wzięta była z rozmiaru saméj ziemi, i która tém samém wszystkim jéj mieszkańcom mogłaby być wspólna. Dopełnili tego zamiaru uczeni Mężowie, a rząd Francuzki w roku 1795 nowe miary i wagi z téj elementarnéj miary wyprowadzone dla całéj Francyi ustanowił. Miarę tę elementarną takim sposobem znaleziono. Wymierzono jak najdokładniéj część południka od Dunkierki do Barcelony zawiérającego w sobie blisko 10 stopni, a stąd wniesiono, ile ćwierć południka, albo odległość od równika do bieguna ma w sobie pewnych miar, a dziesięcio-milionowa część téj odległości nazwana jest *Metrem* i jednością elementarną do zrobienia wszystkich miar i wag służącą. A że odległość od równika do bieguna czyni stóp dawnych Paryzkich 30784440; więc podzieliwszy tę liczbę stóp przez 10000000, to jest od prawéj ręki oddzieliwszy przecinkiem siedm znaków, jak zwyczajnie dzieli się sposobem dziesiątkowym: będzie 1 *Metr* czynił stóp Paryzkich 3,0784440, czyli stóp 3, linij 11,295936 czyli blisko stóp 3, linij 11 $\frac{3}{10}$. A tak Metr jest początkiem wszystkich miar liniowych, Metr kwadratowy jest początkiem wszystkich miar powierzchnie oznaczających, czyli kwadratowych; a Metr sześcienny jest początkiem wszystkich miar objętości, czyli sześciennych. Porównajmy teraz Metr do łokcia Polskiego: z téj wiadomości, że 11 stóp dawnych Francuzkich, czyni 6 łokci Polskich; więc, podług reguły trzech prostéj takie zrobimy zadanie. *Kiedy* 11 *stóp Francuzkich czyni*

6 *łokci Polskich, wiele* 1 *Metr, czyli stóp* 3,0784440 *uczyni łokci Polskich?* Odpowiedź. 1,679151 to jest łokieć Polski 1 calów 16, linij 3,6 blisko. Łatwiej jeszcze obrócić Metr na łokieć Litewski, ponieważ łokieć Litewski czyni 2 stopy Francuzkie, więc 1 Metr, czyli stóp 3,0784440 uczyni łokci Litewskich, (podzieliwszy przez 2 liczbę stóp wyrażających 1 Metr) to jest 1,5392220.

Miary większe od Metru zrobione są biorąc Metr razy 10, 100, 1000, 10000.

I tak Metr wzięty razy 10, nazwany jest *Dekametr*, i czyni stóp Francuzkich 30,78444, czyli sążni 5, (rachując 6 stóp na 1 sążeń) calów 9, linij 4,959.

Dekametr wynosi łokci Polskich 16,791512, czyli łokci 16, calów 19 prawie.

Wzięty Metr 100 razy, nazwany jest *Hektometr*, i czyni stóp Francuzkich 307,8444, czyli sążni 51, stopę 1, calów 10, linij 1,583, a Polskich łokci uczyni 167,915127, czyli łokci 167, calów 22 blisko.

Wzięty Metr 1000 razy, nazwany jest *Kilometr*, i czyni stóp Francuzkich

3078,444; czyli sążni 513, calów 5, linij 3,936, łokci zaś Polskich uczyni 1679,151272, czyli łokci 1679, calów 3, linij 8 blisko.

Wzięty Metr 10000 razy, nazwany jest *Myryametr*, i czyni stóp Francuzkich 30784,44, czyli sążni 5130, stóp 4, calów 5, linij 3,36, a zaś łokci Polskich uczyni 16791,512727, czyli łokci 16791, calów 12, linij 4 blisko.

Miary mniejsze od Metru zrobione są dzieląc Metr przez 10, 100, 1000.

Stąd Metr podzielony przez 10, nazwany jest *Decimetr*, i czyni linij stopy Paryzkiéj 44,3296, czyli calów 3, linij 8,33, a zaś łokcia Warszawskiego jest częścią 0,167915, czyli calów 4,02996, albo calów 4,03 blisko.

Podzielony Metr przez 100, nazwany jest *Centimetr*, wynosi linij stopy Paryzk: 4,43296, czyli 4,433; stosując do łokcia Warszawskiego, będzie jego częścią 0,016791, czyli blisko 0,0168, czyli linij 4,835808, albo linij 4,836 blisko.

Podzielony Metr przez 1000, nazwany jest *Millimetr*, i czyni stopy Paryzk: linij

0,443296, czyli 0,443, łokcia Warszawskiego jest częścią 0,001679, czyli jest częścią jednéj linii 0,483552, albo 0,484 blisko.

Miary wyrażające powierzchnie, czyli miary kwadratowe.

Miarą początkową wszystkich miar powierzchnie wyrażających, jest Dekametr kwadratowy, który nazwano *Ar*, czyni on stóp Paryzkich kwadratowych 947,681746, czyli sążni Paryzkich kwadratowych 26,32; Warszawskich zaś łokci kwadratowych 281,9548996, czyli łokci kwadratowych 281, calów kwadr: 72, linij kwadratowych 82,4212224.

Ar wzięty razy 10, nazwany jest *Dekar*, i czyni stóp Paryzkich kwadratowych 9476,817461, czyli sążni Paryzkich kwadrat: 263,24, co łokci Warszaw: kwadr: wyniesie 2819,5489967, czyli łokci Warszawskich kwadratowych 2819, calów kwadratowych 316, linij kwadrat: 31,9822848.

Ar wzięty razy 100, nazwany jest *Hektar*, i czyni stóp Paryzkich 94768,174611, czyli sążni Paryzkich kwadratowych 2632,45, a zaś łokci Warszawskich kwadratowych

28195,4899670, czyli łokci kwadratowych 28195, calów kwadratowych 282, linij 31,9 blisko.

Ar wzięty razy 1000, zowie się *Kiliar*, czyni stóp Paryzkich kwadratowych 947681,746113, czyli sążni Paryzkich kwadrat: 26324,49, łokci Warszawskich 281954,8996702.

Ar wzięty razy 10000, zowie się *Myriar*, jest to Kilometr kwadratowy, czyni stóp Paryzkich kwadratowych 9476817,461136, czyli sążni Paryzkich kwadratowych. 263244,93, łokci Warsz: 2819548,9967018

Miary mniejsze od *Aru* zrobione są dzieląc *Ar* przez 10. 100.

I tak *Ar* podzielony przez 10, nazwany jest *Deciar*, czyni stóp Paryzkich 94,768174, czyli sążni Paryzkich kwadrat: 2,63, łokci kwadratowych Warszawskich 28,1954899.

Ar podzielony przez 100, zowie się *Centiar*, jest to Metr kwadratowy, czyni stóp Paryzkich kwadratowych 9,476817, czyli stóp kwadratowych 9, calów kwadrat: 68, linij kwadratowych 95,2 blisko.

Dalsze miary są *Decimetr* kwadratowy, który czyni calów kwadrat: 13,644617, łokcia zaś Warszawskiego jest częścią 0,0281955.

Centimetr kwadratowy czyni linij Paryzkich 19,651134, łokcia Warszawskiego. jest częścią 0,0002819.

Millimetr kwadratowy czyni linij Paryzkich 0,196511, łokcia Warszawskiego jest częścią 0,0000028.

Miary wyrażające objętość, czyli sześcienne.

Początkiem wszystkich miar sześciennych jest Decimetr sześcienny, który nazwano *Litr*, czyni on calów sześcienn: Paryzk: 50,412416, łokcia sześciennego Warszawskiego jest częścią 0,004734. Dalej podobnie, jak poprzedzające miary większe nazwane są *Dekalitr*, *Hektolitr*, *Kiliolitr*, *Miryalitr*, to jest Litr wzięty razy 10, 100, 1000, 10000. Miary zaś mniejsze nazwane są *Decilitr*, *Centilitr*, *Millilitr*.

A tak Dekalitr, czyni calów sześciennych Paryzkich 504,12416, Warszawskich łokci 0,047344.

Hektolitr, czyni stóp sześciennych Paryzkich 2,917385, Warszawskich łokci 0,473445.

Kiliolitr, czyli Metr sześcienny, stóp sześciennych 29,173852, Warszawskich łokci 4,734449.

Miryalitr, czyli Metr sześcienny, stóp ściennych 291,738519, Warszawskich łokci 47,344493.

Decilitr czyni calów sześciennych 5,0441242, łokcia Warszawskiego jest częścią 0,000473.

Centilitr czyni linij sześcienn: 871,126926, łokcia Warszawskiego 0,000047.

Wagi.

Początkiem wszystkich wag, jest waga wody mającéj już marznąć, i zajmującéj objętość jednego Centimetru sześciennego, nazwana jest *Gram*, czyni granów 18,82715, jest częścią łóta Warszawskiego 0,0788537.

A zatem Dekagram, czyni granów 188,2715, czyni drachm 2, granów 44,2715, jest łóta Warszawskiego 0,7885377.

Hektogram, czyni uncyj 3, drachm 2, granów 10,715, Warszawskich łótów 7,8853771.

Kiliogram, czyni funtów 2, drachm 5, granów 35,15, Warszawskich funtów 2, łótów 14,8537711.

Myriogram funtów 20, uncyj 6, drachm 6, granów 635.

Decigram, czyni granów 1,883, łóta Warszawskiego 0,0078853.

Centigram, czyni granów 0,188, łóta Warszawskiego 0,0007885.

Milligram, czyni granów 0,019, łóta Warszawskiego 0,0000788.

K O N I E C.

SPIS RZECZY

ZNAJDUJĄCYCH SIĘ W TEJ KSIĄŻCE.

CZĘŚĆ PIERWSZA.

stronnica