Pomysły J. Hoene-Wrońskiego w mechanice nieba*).

Hoene-Wroński w „Réforme des mathématiques" odróżnia dwie metody odrębne w mechanice nieba. Jedną z nich nazywa on „nauką nieładu" — „science du désordre", drugą zaś — „nauką ładu" — „science de l'ordre".

Według Wrońskiego — znane są ogólnie jego dążenia reformatorskie i nowatorskie—tej właśnie nowej „nauce ładu" należy oddać pierwszeństwo przed „dawną" mechaniką nieba.

Wroński powiada, że pomysły swoje stosował porównawczo z dawnemi metodami do teorji księżyca. W tej teorji otrzymał nie tylko zupełną zgodność wyników na jednej i drugiej drodze, ale jeszcze uzyskał znakomite uproszczenia, które „sont une preuve de l'extrême simplicité de la nouvelle et véritable Mécanique céleste par sa comparaison avec les inextricables complications de la fausse Mécanique céleste que l'on a poursuivie jusqu'à ce jour".

Pomysły Wrońskiego są nader zawiło wyłożone; fakty matematyczne są często wyprowadzane z dociekań filozoficznych; wskutek tego zrozumienie i zorjentowanie się w jego przewodniej myśli bywa bardzo trudne, a częstokroć wprost niemożliwe.

Metody mechaniki nieba Wrońskiego leżą zupełnie zapomniane; spółcześni nie darzyli sympatją naszego filozofa, który częstokroć występował przeciwko najwybitniejszym uczonym (np. Lagrange); dzieła Wrońskiego mało dostępne, o tytułach dziwacznych odstraszająco dzia-

*) Referat, wygłoszony na posiedzeniu sekcji nauk ścisłych XI Zjazdu przyrodników i lekarzy polskich w Krakowie.

łały na astronomów, którzy wówczas byli pod urokiem epokowych badań Laplace'a, Lagrange'a, Poissona, Cauchy'ego i innych; u filozofów fachowców też wzięcia nie miały — z tego to powodu pomysły gienjalnego naszego uczonego poszły w niepamięć.

Twórca „najwyższego prawa matematycznego" zamiast brać rzuty sił zakłócających na pewne osie dowolne ale stałe w przestrzeni, wykonywa te rzuty na osie ruchome, z których jedna zgodna jest z kierunkiem promienia wodzącego, druga znajduje się w płaszczyźnie drogi i jest prostopadła do pierwszej, trzecia zaś jest prostopadła do poprzednich. Aby otrzymać równania ruchu Wroński wychodzi z następujących uwag, które wraz z wyborem poprzednim osi ruchomych stanowią cechę zasadniczą jego pomysłu. Mianowicie siła przyciągająca słońca w kierunku promienia wodzącego dodaje się algiebraicznie do składowej X_1 sił zakłócających w tym samym kierunku, i ta ostatnia w tym tylko połączeniu stale występuje we wzorach Wrońskiego. Oprócz tego Wroński uważa średnią arytmetyczną w z prędkości, z jaką porusza się dane ciało niebieskie w punktach przysłonecznym i odsłonecznym: iloczyn tej prędkości przez połowę parametru p jest równy „stałej pól" $= k$.

[Wroński używa p i w zamiast połowy osi wielkiej i stałej pól: w ten sposób unika on wprowadzenia zmian średniej długości dla danej epoki].

Wroński rozpatruje oddzielnie wielkości, cechujące ruch w przestrzeni samej płaszczyzny drogi, i ruch planety, zachodzący w tej płaszczyźnie. Wielkości cechujące pierwszą część ruchu będą następujące:

$$(1) \qquad p = \frac{k^2}{f\mu - X_1 r^2}; \quad w = \frac{f\mu - X_1 r^2}{k}; \quad pw = k$$

gdzie X_1 składowa sił, zakłócających w kierunku promienia wodzącego; r promień wodzący; f stała grawitacyjna; $\mu = M + m$ = sumie mas słońca i planety uważanej (p i w są bardzo mało zmienne).

Którekolwiek z wyrażeń (1) możemy uważać za jeden z elementów drogi; pomiędzy mimośrodem e, połową wielkiej osi a i p zachodzić będzie zawsze znany związek $p = a(1 - e^2)$, ponieważ w sposobie, wskazanym przez Wrońskiego, równanie drogi jest identyczne z tym, jakie otrzymamy, posługując się zwykłemi metodami. Zależność ruchu średniego dziennego n od połowy osi większej orbity wyraża się przy powyższych założeniach w nowej postaci: (2) $a^3 n^2 = f\mu - X_1 r^2$ a jeżeli, idąc za Wrońskim, zamiast długości średniej ε wprowadzimy l długość prawdziwą dla tej epoki [w ten sposób będzie usunięta trudność, związana ze zmianami długości średniej] — to mieć będziemy wszystkie niezbędne elementy dla wyrażenia ruchu w płaszczyźnie drogi. Należy zauważyć, że przez wprowadzenie stałych p oraz w Wroński osiąga we wzorach znaczne uproszczenia, co stanowi poważny argument na korzyść jego metody.

Długość węzła wstępującego Ω oraz nachylenie I określą nam położenie samej płaszczyzny drogi. Tu należy jeszcze dołączyć „długość“, liczoną na orbicie, którą nazwiemy χ, pewnego stałego kierunku, odkąd liczyć będziemy dwa kąty ϕ i $\tilde{\omega}$; wtedy, używając powszechnie przyjętych oznaczeń, otrzymamy na długość, liczoną w kierunku dodatnim promienia wodzącego i punktu przysłonecznego, wyrażenia następujące: $\chi+\phi$ oraz $\chi+\tilde{\omega}$.

Przytoczmy wzory Wrońskiego, które znajdują się w „Réforme absolue du savoir humain" i streszczają jego metody.

Jeżeli przez $X_1 Y_1 Z_1$ oznaczać będziemy składowe sił zakłócających, zależnych od planety o masie m' to mieć będziemy szereg wyrażeń następujących:

$$p=\frac{k^2}{f\mu-X_1r^2};\quad w=\frac{f\mu-X_1r^2}{k};\ ^{*})$$

$$pw=k=\int Y_1 r dt;$$

$$e=\int\frac{p}{r}\cos(\Phi-\tilde{\omega})\frac{dp}{p}-\int e\sin^2(\Phi-\tilde{\omega})\frac{dw}{w};$$

$$I=\int\frac{Z_1r}{k}\cos(\chi-\Omega+\Phi)dt;$$

$$\chi=\int\frac{Z_1r}{k}\sin(\chi-\Omega+\Phi)\,tg\tfrac{1}{2}I\,.\,dt;$$

$$\tilde{\omega}=\int\sin(\Phi-\tilde{\omega})\left[\frac{1}{e}\frac{dp}{p}+\cos(\Phi-\tilde{\omega})\frac{d.pw}{pw}\right];$$

$$\Omega=\int\frac{Z_1r}{k}\sin(\chi-\Omega+\Phi)\frac{dt}{\sin I};$$

---

*) Zgodnie z powszechnie przyjętemi oznaczeniami będzie: e mimośród, Ω długość węzła wstępującego, $\tilde{\omega}=\pi-\Omega$ odległość punktu przysłonecznego od węzła.

$$X_1 = fm'\left[\left(\frac{1}{{s_0'}^3} - \frac{1}{r'^3}\right) r'\cos(\Phi'-\Phi) - \frac{r}{{s_0'}^3}\right] -$$

$$-\tfrac{1}{2}fm'\left\{\frac{3r}{{s_0'}^5}\left[r'\cos(\Phi'-\Phi) - r\right] +\right.$$

$$\left. + \frac{1}{{s_0'}^3} - \frac{1}{r'^3}\right\} r'\sin(\chi+\Phi'-\Omega')\sin(\chi+\Phi-\Omega')\sin^2 I' + \ldots$$

$$Y_1 = fm'\left(\frac{1}{{s_0'}^3} - \frac{1}{r'^3}\right) r'\sin(\Phi'-\Phi) - \tfrac{1}{2}fm'\left[\frac{3rr'}{{s_0'}^5}\sin(\Phi'-\Phi)\sin(\chi+\Phi-\Omega) +\right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{{s_0'}^3} - \frac{1}{r'^3}\right)\cos(\chi+\Phi-\Omega')\right] r'\sin(\chi+\Phi'-\Omega')\sin^2 I' + \ldots$$

$$Z_1 = fm'\left(\frac{1}{{s_0'}^3} - \frac{1}{r'^3}\right) r'\sin(\chi+\Phi'-\Omega')\sin I' -$$

$$-\tfrac{1}{2}fm'\,\frac{3rr'^2}{{s_0'}^5}\sin^2(\chi+\Phi'-\Omega')\sin(\chi+\Phi-\Omega')\sin^3 I' + \ldots$$

gdzie wielkości niekreskowane np. r... odnoszą się do planety zakłóconej, zaś kreskowane do planety zakłócającej. Płaszczyznę drogi planety m uważa się za p o d s t a w o w ą, dlatego I' oraz Ω' oznaczają nachylenie orbity m' względem m, oraz długość węzła wstępującego m' w płaszczyźnie drogi m.

Wielkość s'_0 wyraża się w sposób następujący:

$$s_0'^2 = r^2 - 2rr'\cos(\Phi'-\Phi) + r'^2.$$

Metoda Wrońskiego nie była dotychczas zastosowana. Wzory, otrzymane przez Wrońskiego, są zgodne ze wzorami powszechnie przyjętemi (sprawdził to po mozolnych rachunkach Y. Villarceau).

W teorji księżyca, którą właściwie Wroński miał ciągle na myśli, jego pomysły znalazłyby najszersze zastosowanie i pozwoliłyby osiągnąć znaczne uproszczenia. Prawdopodobnie na tej mało znanej i ciężkiej drodze, nieprzystosowanej do rachunków liczbowych, jaką jest metoda Wrońskiego, udałoby się zdobyć zupełnie niespodziewane rezultaty.

W badaniach ruchu komet krótkookresowych i planetoid o znacznym mimośrodzie otrzymałoby się zapewne ciekawe wyniki na tej zupełnie nowej drodze, która w zapomnieniu od tylu lat spoczywa.

Jan Krassowski.
