

**Jan Maciejewski**

**ANALIZA PROCESÓW ODDZIAŁYWANIA  
NARZĘDZI MASZYN ROBOCZYCH NA SPOISTE  
OŚRODKI GRUNTOWE**



INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK  
WARSZAWA 2008

ISBN 978-83-89687-31-9  
ISSN 0208-5658

Redaktor Naczelny:  
doc. dr hab. Zbigniew Kotulski

Recenzent:  
prof. dr hab. Jan Szlagowski

Praca wpłynęła do Redakcji 12 lipca 2006 r.

---

Institut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład: 100 egz. Ark. druk.: 16,4

Oddano do druku w styczniu 2008 roku

---

Druk i oprawa: Drukarnia Braci Grodzickich, Piaseczno, ul. Geodetów 47a

# Spis treści

<b>1</b>	<b>WSTĘP</b> .....	<b>1</b>
1.1	Uwagi ogólne.....	1
1.2	Przegląd metod obliczeniowych i badań procesów urabiania gruntów .....	5
1.2.1	Modele konstytutywne.....	6
1.2.2	Metody przybliżone i badania techniczne.....	8
1.2.3	Metody nośności granicznej.....	10
1.2.4	Analiza przyrostowa.....	14
1.2.5	Metody numeryczne.....	14
<b>2</b>	<b>BADANIA EKSPERYMENTALNE</b> .....	<b>17</b>
2.1	Wstęp.....	17
2.2	Stanowisko badawcze.....	18
2.3	Analiza oddziaływania układu ścian naporowych w procesie skrawania gruntu.....	21
2.4	Doświadczalna optymalizacja procesu napełniania łyżki ładowarki.....	28
2.4.1	Wpływ trajektorii ruchu i kształtu narzędzia.....	35
2.4.2	Optymalizacja cykli powtarzalnych.....	39
2.4.3	Podsumowanie.....	48
2.5	Analiza procesów urabiania gruntu łyżką koparki przy uwzględnieniu efektów zużycia narzędzi i ich kształtów.....	49
2.5.1	Opis badań eksperymentalnych.....	49
2.5.2	Podsumowanie.....	65
2.6	Zagęszczanie warstwy spoistego ośrodka walcem statycznym.....	66
2.6.1	Stanowisko badawcze.....	67
2.6.2	Procedura badawcza.....	69
2.6.3	Zagęszczanie warstwy ośrodka walcem napędzanym.....	71
2.6.4	Zagęszczanie warstwy ośrodka walcem wleczonym.....	79
2.6.5	Zagęszczanie zespołem jezdny.....	84
2.6.6	Zespół jezdny z napędem na tylny walec.....	85
2.6.7	Zespół jezdny z napędem na przedni walec.....	87
2.6.8	Podsumowanie.....	87
<b>3</b>	<b>MODELOWANIE PROCESÓW ODDZIAŁYWANIA NARZĘDZI MASZYN ROBOCZYCH ZE SPOISTYM OŚRODKIEM GRUNTOWYM</b> .....	<b>89</b>
3.1	Zastosowanie metod nośności granicznej do procesu naporu narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy.....	89
3.2	Stan naprężenia i warunki stanu granicznego.....	92
3.3	Powierzchnie nieciągłości prędkości.....	100
3.4	Model Coulomba.....	106
3.5	Zastosowanie metody równowagi sił do obliczeń nośności granicznej.....	112
3.5.1	Wciskanie stempla, model Coulomba.....	116

3.5.2	Wciskanie stempla, nieliniowy model materiału .....	120
3.6	Wpływ niejednorodności ośrodka na mechanizm zniszczenia .....	125
3.7	Analiza przyrostowa stanów pokrywicznych .....	128
3.8	Zastosowanie górnej oceny nośności granicznej do opisu procesów odspajania przy uwzględnieniu zużycia narzędzia .....	140
3.8.1	Zmodyfikowany model Coulomba .....	141
3.8.2	Ocena rozkładu sił na stępionym narzędziu w funkcji wysokości skrawania .....	145
3.8.3	Ocena siły naporu dla różnych stopni zużycia zębów .....	156
3.9	Ustalone wciskanie stempla i klina .....	157
3.10	Zastosowanie górnej oceny nośności granicznej do opisu procesów odspajania przy uwzględnieniu krzywoliniowej geometrii narzędzia .....	166
3.10.1	Warunki brzegowe i mechanizm zniszczenia .....	166
3.10.2	Przykładowe wyniki symulacji numerycznej .....	168
3.10.3	Porównanie wyników symulacji numerycznej i badań doświadczalnych .....	169
3.11	Badanie zagęszczania warstwy gruntu w procesie wałowania - symulacja numeryczna .....	172
3.11.1	Wstęp .....	172
3.11.2	Analiza numeryczna problemu zagęszczania warstwy gruntu .....	172
3.11.3	Wielopowierzchniowy model ośrodka .....	173
3.11.4	Symulacja numeryczna .....	175
<b>4</b>	<b>MODELOWANIE ANIZOTROPOWYCH OŚRODKÓW PRZY ZASTOSOWANIU KONCEPCJI PŁASZCZYZNY KRYTYCZNEJ .....</b>	<b>185</b>
4.1	Wprowadzenie .....	185
4.2	Koncepcja płaszczyzny krytycznej i sformułowanie warunku stanu granicznego .....	186
4.2.1	Warunek Coulomba .....	189
4.2.2	Zmodyfikowany warunek Coulomba .....	194
4.2.3	Nieliniowy warunek stanu granicznego .....	195
4.3	Symulacja testów trójosiowego ściskania .....	197
4.3.1	Badania trójosiowe łupek z Angers .....	198
4.3.2	Testy trójosiowego ściskania dla łupka ilastego Tournemire .....	207
4.3.3	Testy trójosiowego ściskania diatomitu .....	209
4.4	Określenie warunku granicznego dla dowolnego stanu naprężenia .....	211
4.5	Rozwój uszkodzenia na płaszczyźnie krytycznej .....	217
4.6	Zastosowanie górnej oceny nośności granicznej dla anizotropowych materiałów .....	225
4.6.1	Napór płaskiej ściany .....	225
4.6.2	Nośność graniczna zakotwień poziomych .....	231
4.7	Podsumowanie .....	236
<b>5</b>	<b>WNIOSKI .....</b>	<b>237</b>
<b>6</b>	<b>LITERATURA .....</b>	<b>245</b>

# 1 Wstęp

## 1.1 Uwagi ogólne

Procesy urabiania gruntów są pojęciem bardzo szerokim obejmującym całość procesów związanych z odspajaniem ośrodka, jego przemieszczeniem na środki transportowe lub na zwał, albo odkładaniem w postaci skib obok miejsca urabiania. Z procesami tymi spotykamy się w rolnictwie, kopalnictwie odkrywkowym, we wszystkich rodzajach budownictwa, tj. w ogólnym, przemysłowym, inżynieryjnym i drogowym. Do realizacji tych procesów służą maszyny do robót ziemnych. Z punktu widzenia urabiania i przemieszczania urobku maszyny te możemy podzielić na maszyny do odspajania urobku (koparki), maszyny do ładowania urobku (ładowarki), maszyny do przesuwania urobku (spycharki, zrywarki, równiarki, zgarniarki), maszyny do zagęszczania i ubijania urobku (walce i ubijaki). Zakres prac wykonywanych przez maszyny do robót ziemnych jest tak ogromny, że celowe jest optymalizowanie pracy tych maszyn. Praktycznie do tej pory maszyny do robót ziemnych pracowały bez optymalizacji parametrów procesu urabiania, przez co energochłonność procesu jest wysoka i uzależniona od wprawy operatora maszyny. Momentem przełomowym w dziedzinie rozwoju maszyn roboczych było pokazanie na targach Bauma'83 zautomatyzowanej koparki FUTURE firmy ORENSTEIN & KOPPEL. Od tego wydarzenia rozwój maszyn budowlanych związany jest z automatyzacją ich pracy. Dzisiaj prawie każdy producent informuje, że jego wyrób wyposażony jest w elementy automatyki usprawniające i optymalizujące pracę maszyny. W rozwoju automatyzacji maszyn budowlanych możemy wyróżnić dwa główne kierunki. Pierwszy ukierunkowany jest na udoskonalanie konstrukcji bez wprowadzania istotnych zmian w ich budowę, drugi to działania zmierzające do ograniczenia roli człowieka w procesie wyboru parametrów pracy maszyny. Problemy automatyzacji maszyn roboczych zostały szeroko omówione w pracach pod red. Szlagowskiego [154], Trąmpczyńskiego [168]. Dalszy rozwój automatyzacji maszyn budowlanych związany jest z optymalizacją ruchów roboczych maszyny, a do tego niezbędna jest dokładna znajomość procesów interakcji narzędzia z ośrodkiem gruntowym, określenie zmiennego obciążenia narzędzia, które zależy od właściwości ośrodka, kształtu narzędzia i jego kinematyki.

Do tej pory brak jest pełnego opisu procesu urabiania gruntów dającego odpowiedź jak zmienia się siła na narzędziu i jak zmienia się konfiguracja urabianego ośrodka w trakcie procesu. Dotychczasowe rozwiązania teorii plastyczności ograniczają się do rozwiązań statycznych określających wartość i rozkład naprężenia na konstrukcji przy zadanej konfiguracji i parametrach ośrodka.

Podejście tego typu przy analizie procesów urabiania gruntów jest dość odbiegające od rzeczywistego charakteru procesu, gdzie siła i konfiguracja jest zmienna w trakcie procesu. W procesach, w których następuje oddzielenie ośrodka od złoża, występuje wyraźny spadek własności wytrzymałościowych ośrodka, a wraz z nimi zmiana gęstości. W zakresie współpracy narzędzia z ośrodkiem powstaje niejednorodna struktura. Niestateczność charakterystyki wytrzymałościowej ośrodka powoduje, że procesy urabiania gruntów nie mają charakteru ciągłego, lecz przebieg ich ma charakter skokowy. Tego typu procesy są typowe dla bardzo szerokiej grupy maszyn roboczych ciężkich jak i procesów kontaktowych. Do nich możemy zaliczyć wszelkiego typu procesy związane z odspajaniem urobku od calizny (kopanie, zrywanie), czy też procesy zmieniające strukturę materiału (kruszenie, przecinanie). Podobnie konstrukcje oporowe (mury, płyty kotwiące, fundamenty) występują najczęściej w kontakcie z ośrodkiem, który w wyniku deformacji osłabia się.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie metodyki badań doświadczalnych i opisu teoretycznego procesów oddziaływania narzędzi maszyn roboczych i innych konstrukcji na spoiste ośrodki gruntowe.

Praca składa się z sześciu rozdziałów. W rozdziale pierwszym został przedstawiony przegląd dotychczasowych metod i badań procesów urabiania gruntów. W rozdziale drugim został przedstawiony bogaty program badań doświadczalnych realizowanych przez autora, poświęcony procesom oddziaływania narzędzi na ośrodek gruntowy. Badania doświadczalne realizowane były na specjalistycznym stanowisku laboratoryjnym znajdującym się na Politechnice Świętokrzyskiej. Większość prezentowanych badań była realizowana na modelach narzędzi maszyn roboczych przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia materiału. W celu weryfikacji stanu odkształcenia został przedstawiony program badań laboratoryjnych oddziaływania ścian naporowych o różnej szerokości oraz oddziaływania ośrodka na boczne ściany kanału. W dalszej części badań laboratoryjnych zostały przedstawione mechanizmy deformacji oraz zmiany sił działających na narzędzie w trakcie procesu urabiania ośrodka spoistego. Zostały przedstawione charakterystyczne efekty niestateczności procesu, gdzie zachodzi periodyczna powtarzalność prostych mechanizmów zniszczenia oraz związana z nią oscylacja wartości siły oddziaływania na grunt. Dalsze badania doświadczalne dotyczą optymalizacji procesu urabiania narzędziami typu łyżka ładowarki, koparki. Przedstawiony został wpływ kształtu narzędzia, trajektorii ruchu i szeregu innych parametrów na energochłonność procesu urabiania i napełniania narzędzia. Została przedstawiona optymalizacja dla pojedynczego cyklu pracy narzędzia przy zadanej konfiguracji złoża oraz optymalizacja urabiania całego złoża sprowadzona do pojedynczego cyklu roboczego, w którym odspajanie ośrodka odbywa się przy zastosowaniu ruchów powtarzalnych (identyczne cykle urabiania). Przedstawione wyniki badań dowodzą istnienia wpływu kształtu przekroju odłamu oraz innych

parametrów ruchu narzędzia na energochłonność procesu urabiania i mogą stanowić wytyczne do automatyzacji procesu urabiania gruntów w przypadku robót ziemnych o powtarzającym się cyklu roboczym. Kolejna grupa badań doświadczalnych poświęcona jest analizie urabiania łyżką koparki wyposażonej w zęby. Przedstawiony został wpływ zębów i ich zmiennej geometrii w wyniku zużycia, na mechanikę i energochłonność procesu urabiania. Zostały przedstawione badania oddziaływania pojedynczego zęba, jak i układu zębów. W badaniach doświadczalnych wykazano, że odpowiedni układ zębów na narzędziu działa na ośrodek jak pojedyncze szerokie narzędzie. Autor przedstawił badania doświadczalne zagęszczania warstwy ośrodka spoistego walcem statycznym stalowym oraz ogumionym. Został pokazany wpływ parametrów procesu, takich jak poślizg walca, ciężar walca, wysokość zagęszczanej warstwy, na mechanikę deformacji i efekty zagęszczania. W procesach zagęszczania walcem wleczonym ośrodek zagęszcza się niejednorodnie, powstają charakterystyczne periodyczne lokalizacje w postaci szczelin. Zjawisko to zostało szczegółowo omówione. W następnej grupie badań doświadczalnych został przedstawiony proces zagęszczania warstwy ośrodka przy użyciu modelowego walca drogowego. Rozpatrywane były dwa możliwe przypadki: przedni walec napędzany i tylny wleczony oraz przedni wleczony i tylny walec napędzany.

Rozdział trzeci rozprawy poświęcony jest modelowaniu procesów oddziaływania narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy. W zależności od charakteru współpracy narzędzia z ośrodkiem należy stosować różnego rodzaju modele ośrodka gruntowego. Dla procesów odspajania ośrodków silnie zagęszczonych narzędziami maszyn roboczych wystarczające jest zastosowanie zmodyfikowanego modelu Coulomba z osłabieniem. W przypadku procesów, w których występują wysokie ciśnienia ściskające, bądź też ośrodek w stanie początkowym jest luźny należy posługiwać się modelami o nieliniowej charakterystyce wytrzymałościowej, zakładającej mechanizm zagęszczania i wzmocnienia materiału.

W pracy przedstawione zostało zastosowanie metody nośności granicznej, bazującej na kinematycznie dopuszczalnych mechanizmach zniszczenia, do opisu procesu naporu narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy. Zostało przedstawione modelowanie procesów przy zastosowaniu liniowego modelu Coulomba oraz modelu o nieliniowej charakterystyce wytrzymałościowej. Na przykładzie wciskania stempla przedstawiony został algorytm wyznaczania obciążenia i mechanizmu deformacji przy zastosowaniu metody równowagi sił sprzężonej z mechanizmem zniszczenia. Kinematyczną ocenę nośności granicznej można stosować dla niejednorodnych ośrodków. Na przykładzie naporu sztywnej ścianki przedstawiono wpływ niejednorodności ośrodka na zmiany mechanizmów deformacji i sił naporu.

W pracy została przedstawiona analiza przyrostowa stanów pokrywicznych w procesach oddziaływania narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy z osłabieniem.

Metoda ta stosuje elementy skończone z nieciągłością pól prędkości wzdłuż linii kontaktowych i analizę przyrostową z uaktualnianiem parametrów materiałowych i konfiguracji na każdym kroku. Na przykładzie ruchu sztywnej płyty pokazano, że zachodzi periodyczna powtarzalność mechanizmów zniszczenia i związana z tym oscylacja wartości siły oddziaływania na grunt. Efekty te są wynikiem osłabienia ośrodka.

Kolejne przykłady zastosowania kinematycznej oceny nośności granicznej dotyczą opisu procesów odspajania przy uwzględnieniu zużycia narzędzia. Zostały porównane oceny nośności granicznej z badaniami doświadczalnymi dla procesu urabiania łyżką koparki z zębami. W pracy został przedstawiony wpływ stopienia narzędzia na zmianę rozkładu sił dla procesu urabiania w funkcji głębokości skrawania. Tego typu proces występuje przy urabianiu wielonaczyniowymi koparkami kołowymi, w których stopienie narzędzia z ujemnym kątem natarcia jest normalnym reżimem pracy. Do obliczenia wartości siły naporu został zastosowany model uwzględniający różny mechanizm zniszczenia w zakresie obciążeń ściskających i rozciągających. Propozycję modelu bazującego na modelu Coulomba z uwzględnieniem tych cech przedstawiono w niniejszym opracowaniu. W zależności od parametru wytrzymałości na trójosiowe ściskanie  $S_{c0}$  otrzymano różną wartość oceny naporu pod względem jakościowym i ilościowym.

W pracy został przedstawiony przykład zastosowania modelu o eliptycznej powierzchni granicznej ze wzmocnieniem gęstościowym do opisu zagadnienia ruchu ustalonego stempla i klina z różnymi prawami tarcia kontaktowego. Proces zagłębiania narzędzia w ośrodek powoduje lokalny mechanizm deformacji, w wyniku którego ośrodek zagęszcza się. Siła naporu i geometria mechanizmu deformacji są silnie uzależnione od parametrów ośrodka, w szczególności od stanu zagęszczenia złoża.

W dalszej części pracy zostały przedstawione obliczenia procesu urabiania dla narzędzi o dowolnym zarysie krzywoliniowym typu: łyżka ładowarki, koparki, spycharki, dla których deformacje traktować można jako płaski stan odkształcenia. Opracowany program komputerowy umożliwia analizę oddziaływania narzędzi na niejednorodny ośrodek opisany zmodyfikowanym modelem Coulomba.

W ostatniej części rozdziału zostało przedstawione zastosowanie Metody Elementów Skończonych do opisu procesu zagęszczania warstwy ośrodka walcem statycznym. Do opisu ośrodka został zastosowany model wielopowierzchniowy. Zastosowanie tego modelu pozwoliło na prawidłowy opis zjawisk zachodzących w warstwie gruntu pod walcem. Zastosowany kod numeryczny został zweryfikowany dla fazy posadowienia i toczenia walca oraz dla różnych parametrów procesu takich jak: poślizg walca, gęstość ośrodka, ciężar walca.

Znaczna ilość materiałów charakteryzuje się naturalną anizotropią spowodowaną charakterystyczną strukturą materiału taką jak spękanie czy też uwarstwienie. Prawidłowe określenie oporów urabiania i oddziaływania wszelkiego typu



konstrukcji na ośrodek powinno uwzględniać kierunkowo zmienne własności ośrodka. W rozdziale czwartym zostało przedstawione zastosowanie koncepcji płaszczyzny krytycznej do opisu anizotropii geomateriałów. Opis ten został zastosowany do ilościowego opisu zmian wytrzymałości materiału wraz ze zmianą orientacji osi anizotropii. Zostało przedstawione, że ułożenie powierzchni zniszczenia zależy od wzajemnej orientacji osi naprężeń i anizotropii materiału. Wyrażając prawa ewolucji w funkcji parametrów kontaktowych możemy opisywać rozwój uszkodzenia. Przedstawiona tu koncepcja opisu anizotropii jest znacznie prostsza od opisów bazujących na równaniach z uwzględnieniem praw tensorowych. W tej części pracy zostało przedstawione zastosowanie metod nośności granicznej dla anizotropowych materiałów i nieliniowego warunku zniszczenia.

Ogólne wnioski i podsumowanie wyników pracy zawarto w rozdziale piątym.

W pracy przedstawiono wyniki pracy autora realizowanej w ramach prac statutowych w IPPT PAN oraz realizacji szeregu projektów badawczych: projekt KBN 706749101 "*Problemy automatyzacji pracy koparek*" (1991-1994) koordynowany przez prof. J. Szlagowskiego; projekt KBN 3P40403106 "*Analiza procesu zagęszczania gruntów spoistych na przykładzie walca statycznego - badania doświadczalne i opis teoretyczny*" (1994-1996) pod kierunkiem dr A. Jarzębowskiego; projekt KBN 7T07C 00412 "*Optymalizacja procesu napełniania narzędzi maszyn roboczych typu łyżka ładowarki*" (1997-2000)-kierownik prof. W. Trąmpczyński oraz projekt KBN 8T07C02920 "*Analiza procesów urabiania gruntu przy uwzględnieniu efektów zużycia narzędzi i ich kształtów*" (2001-2004) pod kierunkiem autora.

## **1.2 Przegląd metod obliczeniowych i badań procesów urabiania gruntów**

W rozdziale tym przedstawimy przegląd metod obliczeniowych i badań procesów kontaktu narzędzia z ośrodkiem. Istnieje bardzo bogata literatura dotycząca oddziaływania wszelkiego typu konstrukcji na ośrodek gruntowy. Jednakże do tej pory nie ma efektywnych metod obliczeniowych dających odpowiedź jak zmienia się zachowanie układu narzędzie-ośrodek w trakcie zaawansowanej deformacji. Dotychczasowe rozwiązania teorii plastyczności praktycznie ograniczają się do rozwiązań statycznych, określających wartość sił i naprężeń występujących w narzędziu przy zadanej konfiguracji ośrodka i założeniu stateczności procesu. Analizując dotychczasowe osiągnięcia w zakresie współpracy narzędzia z ośrodkiem, możemy wyróżnić następujące metody analizy tego procesu:

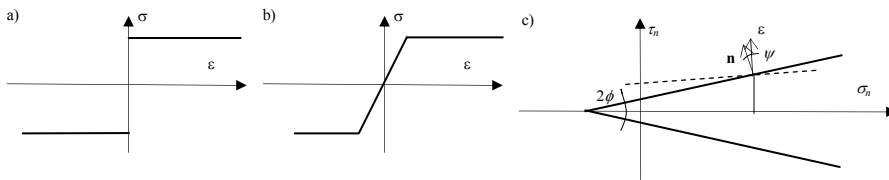
- 1) metody przybliżone i badania techniczne,
- 2) metody nośności granicznej (ściśle i przybliżone),

- 4) uproszczone metody analizy przyrostowej przy wykorzystaniu metod nośności granicznej,
- 3) metody numeryczne (np.:MES, DEM ).

Do analizy procesów gruntów należy zastosować właściwe modele konstytutywne. Szerokie omówienie modeli ośrodków gruntowych stosowanych w geotechnice zostało przedstawione w pracach Gryczmańskiego [34], Jarzębowski [50]. Na wstępie do naszego przeglądu omówimy podstawowe modele ośrodków gruntowych, zastosowane w dalszej analizie.

### 1.2.1 Modele konstytutywne

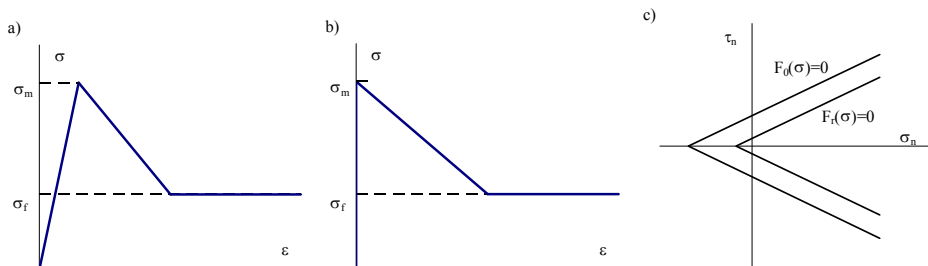
Podstawowym modelem stosowanym w analizie procesów urabiania gruntów jest model materiału idealnie plastycznego spełniającego warunek plastyczności Coulomba i niestowarzyszone lub stowarzyszone prawo płynięcia.



Rys. 1.1. Model materiału idealnie plastycznego: a) sztywno-plastycznego; b) sprężysto-plastycznego; c) warunek plastyczności Coulomba na płaszczyźnie fizycznej  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$ .

W modelu tym pomijamy wzmocnienie lub osłabienie materiału, zakładamy przy tym nieograniczoną odkształcalność w stanie plastycznego płynięcia, rys. 1.1a, b. Dla stowarzyszonego prawa płynięcia wektor prędkości deformacji plastycznej jest współosiowy z wektorem normalnym do powierzchni plastyczności, rys. 1.1c, zaś dla prawa niestowarzyszonego jest współosiowy do wektora potencjału plastycznego, różniącego się od warunku plastyczności. Metody górnej i dolnej oceny nośności granicznej zachodzą dla stowarzyszonego prawa płynięcia i są szeroko stosowane w analizie gruntów.

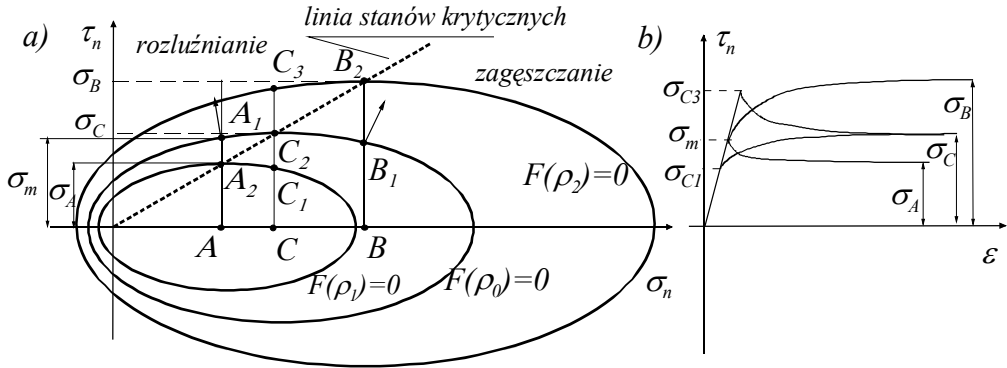
Dla szerokiej klasy gruntów spoistych proces deformacji zachodzi w postaci zlokalizowanej w pasmach ścinania gdzie występuje osłabienie materiału i osiągnięcie ustalonego stanu pokrytycznego. Tego typu model z osłabieniem i ustalonym stanem pokrytycznym przedstawiony jest na rysunku 1.2



Rys. 1.2 Model materiału z osłabieniem: a) sprężysto-plastyczny, b) sztywno-plastyczny, c) powierzchnie graniczne materiału.

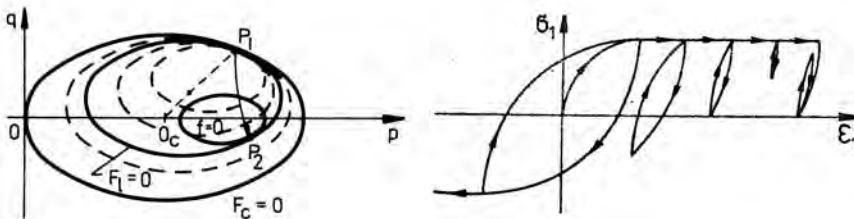
Materiał osiąga najpierw maksymalną wytrzymałość  $\sigma_m$ , następnie występuje osłabienie materiału opisane modułem osłabienia  $K_s$  i przejście do stanu granicznego materiału uszkodzonego charakteryzującym się naprężeniem resztkowym  $\sigma_f$ . W momencie uplastycznienia materiał spełnia początkowy warunek Coulomba  $F_0$ , zaś w stanie pokrytycznym dąży do warunku Coulomba materiału rozdrobionego o residualnej spójności, rys. 1.2c. Na bazie modelu Coulomba z osłabieniem w rozdziale 3.7 została przedstawiona analiza przyrostowa procesów oddziaływania narzędzi na ośrodek gruntowy.

Uwzględnienie stanów zagęszczania i dylatacji można uzyskać wprowadzając model materiału o wzmocnieniu gęstościowym, dla którego istnieje powierzchnia stanów krytycznych, rys. 1.3a, a powierzchnia opisana jest nieliniową funkcją (np. elipsą). W tym przypadku wartość naprężenia ścinającego jest funkcją gęstości ośrodka. Rozpatrzmy proces ścinania ośrodka o początkowej zagęszczeniu  $\rho_0$  i stanem granicznym ośrodka opisanym powierzchnią  $F(\rho_0)=0$ . Dla dużych ciśnień efektywnych, proces ścinania jest stateczny i naprężenie rośnie wskutek zagęszczania materiału i osiąga wartość graniczną  $\sigma_B$  (ścieżka B-B<sub>1</sub>-B<sub>2</sub>), zaś dla małych ciśnień efektywnych (ścieżka A-A<sub>1</sub>-A<sub>2</sub>) materiał osiąga najpierw wytrzymałość maksymalną  $\sigma_m$ , zaś następnie występuje osłabienie i redukcja naprężeń do wartości krytycznej  $\sigma_A$ . Jeżeli rozpatrzmy proces ścinania przy stałym naprężeniu efektywnym dla materiałów o różnym początkowym zagęszczeniu  $\rho_1$  i  $\rho_2$ , odpowiadającym ośrodkowi luźnemu (ścieżka C-C<sub>1</sub>-C<sub>2</sub>) i gęstemu (ścieżka C-C<sub>3</sub>-C<sub>2</sub>), końcowy stan naprężenia osiąga wartość krytyczną  $\sigma_C$  niezależną od początkowej gęstości ośrodka, przy czym dla ośrodka luźnego proces ścinania jest stateczny i naprężenie rośnie, zaś dla materiału gęstego występuje osłabienie i redukcja naprężeń, rys. 1.3b. Zastosowanie modelu nieliniowego izotropowego w analizie oddziaływania narzędzi zostało przedstawione w rozdziałach 3.5.2, 3.8, 3.9 oraz modelu nieliniowego anizotropowego w rozdziale 4.7.



Rys. 1.3 Model materiału ze wzmocnieniem gęstościowym.

Wreszcie do opisu procesu cyklicznego zagęszczania zastosujemy model wielopowierzchniowy umożliwiający opis kolejnych cykli obciążenia, rys. 1.4. Model ten należy do grupy zaawansowanych modeli o wzmocnieniu izotropowym i kinematycznym, uwzględnia zmiany własności sprężystych wraz ze zmianą gęstości, posiada pamięć historii deformacji. Dla złożonych ścieżek obciążenia model ten prawidłowo opisuje stan deformacji i naprężeń w ośrodku. Zastosowanie tego typu modelu jest niezbędne w celu opisu zjawisk jakie zachodzą w procesie cyklicznego zagęszczania warstwy ośrodka walcem drogowym. Modelowanie tego procesu zostanie przedstawione w rozdziale 3.11.



Rys. 1.4 Model wielopowierzchniowy zastosowany do opisu procesu zagęszczania, a) powierzchnie graniczne, b) zmiany naprężenia dla cyklicznej deformacji ośrodka.

### 1.2.2 Metody przybliżone i badania techniczne

W literaturze technicznej przedstawione są różne przybliżone teorie dotyczące mechaniki procesów urabiania gruntów maszynami do robót ziemnych, oparte na daleko idących uproszczeniach, dotyczących zarówno statyki jak i kinematyki procesu. Pomimo rozwoju metod obliczeniowych opartych na bardziej solidnych podstawach teorii stanów granicznych i kinematyki gruntów, metody przybliżone są do tej pory podstawą do określenia oporów pracy maszyn do robót ziemnych. W grupie tej na szczególne podkreślenie zasługują prace prowadzone na Politechnice Warszawskiej pod kierunkiem Tyry [7, 174] oraz na Politechnice Wrocławskiej, pod kierunkiem Hawrylaka i Pieczonki [38, 39, 118, 119, 120]. Z punktu widzenia

projektowania konstrukcji maszyn do robót ziemnych istotna jest znajomość maksymalnych sił działających na narzędzie w trakcie procesu. Metody techniczne stosowane w praktyce inżynierskiej służą do wyznaczenia maksymalnych sił przy uwzględnieniu wielu czynników mających na nie wpływ, a mianowicie: parametrów wytrzymałościowych gruntu, kąta tarcia narzędzia o grunt, kształtu narzędzia (profil, kąty skrawania, liczba zębów skrawających i ich rozmieszczenie, itp.), konfiguracji ośrodka przy maksymalnym wypełnieniu narzędzia, prędkości ruchu narzędzia, itp. Główną ideą określenia oporów urabiania jest stwierdzenie, że całkowite opory urabiania maszyny są superpozycją różnych oporów, które możemy podzielić na:

- 1) opór skrawania (opór wynikający z oddzielenia urobku od calizny)
- 2) opór przesuwania (związany z przesunięciem zwału ziemnego po podłożu)
- 3) opór napełniania (związany z napełnianiem pojemników roboczych)
- 4) opór krojenia (związany z wykonaniem szczelin wzdłużnych)
- 5) opór czerpania (przy określaniu oporów ładowarki)

Dotychczasowe opracowania dotyczące wyznaczenia poszczególnych oporów można ująć w dwóch grupach, a mianowicie:

1) metody doświadczalne ujęte w formie statystyki tabelarycznej i wzorów przybliżonych,

2) metody bazujące na teorii plastyczności (metoda kinematycznej oceny nośności granicznej, metoda równowagi granicznej, metody charakterystyk itp.) oraz innych uproszczonych teoriach (metoda klina, metoda ściany naporowej).

Przybliżone metody teoretyczne znalazły zastosowanie w odniesieniu do narzędzi, których szerokość jest na tyle duża, że proces można zakwalifikować do płaskiego stanu odkształcenia. Dla narzędzi pracujących w stanie przestrzennej deformacji rozwinęły się metody doświadczalne. Do tej grupy narzędzi należy zaliczyć narzędzia rolnicze, zrywaki, wąskie łyżki, itp. Metody eksperymentalne prowadzą do wyznaczenia przybliżonych wzorów, w których parametry ujęte są w postaci tabelarycznej. Do najczęściej stosowanych metod należy zaliczyć metody: Dombrowskiego, Wetrowa oraz Zelenina, (omówione szczegółowo w opracowaniu Tyry [174]). W metodach tych trafność ustaleń zachodzi jedynie, gdy właściwie ustalimy wartość oporu jednostkowego dla danej geometrii narzędzia i własności gruntu oraz gdy narzędzie jest wystarczająco szerokie by proces był zbliżony do płaskiego stanu odkształcenia. Uwzględnienie skończonej szerokości narzędzia zostało przedstawione przez Wetrowa [177], Zelenina [182]. Wzory na obliczanie oporu skrawania mają szereg modyfikacji uwzględniających specyficzne parametry procesu urabiania jak i kształtu narzędzia (liczba i rozmieszczenie zębów, zużycie narzędzia, specyficzny profil narzędzia i jego ustawienie w ruchu roboczym, długość linii krawędzi tnących itp.). Do wyznaczania innych oporów (oporu krojenia, przepychania, czerpania) mają zastosowanie podobne przybliżone zależności empiryczne. Posługując się tymi technikami wyliczone opory urabiania są

wartościami przybliżonymi, które służą do przyjęcia określonych założeń co do konstrukcji i wytrzymałości maszyn. Warto tutaj podkreślić, że różne metody obliczeń dają odmienne wartości oporów urabiania, czasami bardzo różniące się. Dlatego korzystając z tych technik obliczeniowych należy wykazać dużą ostrożność i przyjmować je jako wielkości szacunkowe. Istotnym mankamentem wzorów empirycznych jest fakt, że nie uwzględniają one istotnych zjawisk fizycznych zachodzących w trakcie procesu urabiania, takich jak powstawanie powierzchni poślizgu, dylatacja materiału oraz parametrów kinematyki urabianego gruntu.

### 1.2.3 *Metody nośności granicznej*

Pojęcia nośność graniczna i stan graniczny odnoszą się do wyidealizowanego modelu materiału, dla którego pomijamy odkształcenie sprężyste, wzmocnienie lub osłabienie materiału oraz zjawiska pełzania czy relaksacji. Przyjmujemy, że w granicznym stanie naprężenia materiał może płynąć plastycznie w sposób nieograniczony bez utraty spójności ośrodka. Wychodząc z tych założeń opracowano szereg metod ścisłych i przybliżonych służących do rozwiązywania zagadnień mechaniki gruntów. Szereg praktycznych zagadnień rozwiązuje się tylko w stanie granicznym. Należą do nich zagadnienia parcia i odporu ośrodka, nośność graniczna podłoża, ocena stateczności skarp, zboczy, wartości sił w procesach urabiania gruntów oraz procesach kruszenia i rozdrabniania skał. W problemach nośności granicznej należy wyznaczyć wartość obciążenia, dla którego występuje plastyczne płynięcie lub zniszczenie. Metody nośności granicznej możemy podzielić na dwie grupy. Pierwszą stanowią metody ścisłe, a wśród nich metoda charakterystyk, która znalazła największe zastosowanie. Druga, to metody przybliżone, w których nie poszukuje się rozwiązań ścisłych, a wśród nich wyróżniamy metody oszacowań oraz metody przybliżonego spełnienia warunków równowagi i warunku stanu granicznego. Metoda charakterystyk jest metodą dającą rozwiązanie ścisłe zagadnień nośności granicznej. Metoda ta ma szereg opracowań monograficznych [15, 144, 145] w zakresie liniowego warunku Coulomba. W zakresie ogólnego warunku stanu granicznego rozwijana była przez Hilla, Sokołowskiego, Mandela i innych.

Zagadnienie nośności podłoża gruntowego należy do jednych z pierwszych zagadnień rozwiązanych przez teorię nośności granicznej. Podstawowe rozwiązanie podał Prandtl [131]. Zostało ono uzupełnione dla ośrodka idealnie spoistego przez Hilla [40]. Nieważki ośrodek z tarcie wewnętrznym i spójnością rozpatrzył Shield [136], który podał sposób wyznaczenia stanu naprężenia i pola prędkości dla stowarzyszonego prawa płynięcia. Jednym z najbardziej znanych rozwiązań dla ważkiego ośrodka spełniającego warunek Coulomba należy rozwiązanie podane przez Sokołowskiego [145]. Obszerne omówienie różnych wariantów praw płynięcia (stowarzyszone, niestowarzyszone współosiowe i niewspółosiowe) jak i porównanie ich z doświadczeniem znajdziemy w pracach Dreschera [20,21], Mroza

i Dreschera [102]. Z przeprowadzonych weryfikacji doświadczalnych wynika, że rzeczywiste pola prędkości charakteryzują się znacznie mniejszymi zakresami stref ruchu oraz wektorami prędkości gruntu w stosunku do jednostkowej prędkości narzędzia aniżeli wynika to z rozwiązania dla prawa stowarzyszonego, zaś wartość siły przy pełnym rozwoju mechanizmu zniszczenia jest dobrze opisana przez rozwiązanie teoretyczne. Stosowanie stowarzyszonego prawa płynięcia nie jest wskazane w tych problemach, gdzie występuje skończony ruch ośrodka. W tego typu problemach założenie o nieściśliwości płynięcia jest bliższe prawdy [23].

Do tej pory nie jest jasne jakiego typu prawo płynięcia należy stosować przy opisie ruchu ośrodka rozdrobionego. Można założyć, że kierunki główne tensora naprężenia i prędkości odkształcenia pokrywają się (prawa współosiowe) lub różnią się o połowę kąta tarcia (prawa niewspółosiowe). Te założenia implikują różne pola charakterystyk prędkości; dla niewspółosiowego prawa płynięcia obszar płynięcia ograniczony jest charakterystykami naprężeń, dla prawa współosiowego jest to obszar dużo mniejszy.

W oparciu o metodę charakterystyk rozwiązano cały szereg konkretnych zagadnień z zakresu urabiania gruntów traktując proces roboczy maszyn ziemnych jako zagadnienie naporu ścian o różnych kształtach. Należy tu podkreślić prace prowadzone pod kierunkiem Szczepińskiego obejmujące zarówno rozwiązania teoretyczne jak i ich weryfikację doświadczalną [146-151, 165]. Przyjmując model ośrodka sztywno-idealnie plastycznego oraz stowarzyszone i niestowarzyszone prawo płynięcia uzyskano rozwiązania dla zagadnienia naporu ścian o kształtach odpowiadających narzędziom maszyn do robót ziemnych takich jak: lemiesz spycharki [146, 148] czy ładowarki [146, 151, 152,]. Weryfikacja wyników teoretycznych została przedstawiona w pracach Szczepińskiego [147] i Trąmpczyńskiego [17, 18, 166, 165, 171]. Uzyskano dobrą zgodność podstawowych mechanizmów deformacji oraz dobrą zgodność zasięgu i kształtu obszaru uplastycznionego przy przyjęciu niestowarzyszonego prawa płynięcia dla ośrodka silnie zagęszczonego. Dla ośrodków luźnych i lekko zagęszczonych obszary deformacji znajdowały się pomiędzy określonymi poprzez prawo stowarzyszone i niestowarzyszone. Analiza wykazała, że prawo niestowarzyszone lepiej opisuje zachowanie się materiału. W pracy [17] stwierdzono możliwość uzyskania rozwiązań kompletnych dla wielu różnych przypadków brzegowych. Przedstawione badania wykazały, że metoda charakterystyk może stanowić bardzo użyteczne narzędzie do opisu zagadnienia naporu ścian o różnych kształtach. Niemniej jednak autorzy zwracają uwagę na szereg ograniczeń tej metody. Dla wielu warunków brzegowych jak i kierunku ruchu narzędzia uzyskuje się rozwiązania kinematycznie niedopuszczalne z ujemną mocą dysypacji w obszarze deformacji [165, 166]. Dotyczy to szczególnie wypukłego kształtu brzegu swobodnego. Powoduje to, że dla wielu rzeczywistych procesów urabiania gruntów metoda ta jest mało użyteczna,

szczególnie w odniesieniu do procesów, w których następuje wypiętrzenie ośrodka, następstwem czego jest utworzenie wypukłego brzegu swobodnego.

Dla złożonych warunków brzegowych, nieliniowych warunków stanu granicznego czy też dla wielofazowych ośrodków metody charakterystyk są mało efektywne, a czasami nieużyteczne. W tych wypadkach w miejsce metod ścisłych stosujemy przybliżone metody nośności granicznej.

Spośród metod przybliżonych, na szczególną uwagę zasługują metody oszacowań, dające nam odpowiedź o dokładności metody. Podstawą tej metody są twierdzenia nośności granicznej zwane także twierdzeniami ekstremalnymi. Twierdzenia te odnoszą się do ciał idealnie plastycznych, przy przyjęciu stowarzyszonego prawa płynięcia. Mają one na celu określenie czy pod danymi rosnącymi obciążeniami możliwe jest osiągnięcie stanu granicznego czyli wystąpienie plastycznego płynięcia. Dowody tych twierdzeń wraz z ich szczegółową analizą zostały przedstawione pracy Druckera i in. [25] jak i w innych pracach np. [12, 25, 47, 151]. Sposób konstruowania ocen jest stosunkowo prosty i w wielu przypadkach niezwykle efektywny pod względem szybkości i otrzymania wyników w postaci analitycznej. Metodami oszacowań rozwiązano praktycznie wszystkie zagadnienia mechaniki gruntów w zakresie płaskiego stanu odkształcenia jak i wiele zagadnień w przestrzennym stanie deformacji. Pośród ogromnej liczby publikacji dotyczących tego zagadnienia na szczególną uwagę zasługuje monografia Izbickiego i Mroza [47], jak i prace Dembickiego [15] oraz praca zbiorowa [71]. W pracach tych przedstawiono i szeroko omówiono zagadnienia parcia i odporu, stateczności (ścianek, płyt kotwiących, skarp i zboczy), nośności granicznej w zagadnieniach kontaktowych, ściskania i przecinania bloków materiału i wiele innych. Przedstawiono rozwiązania dolnej i górnej oceny nośności granicznej (w wielu przypadkach dla mechanizmów przestrzennych) przy założeniu ośrodka sztywno idealnie plastycznego (model Coulomba, zmodyfikowany model Coulomba) i stowarzyszonego prawa płynięcia. Metody oszacowań nośności granicznej zostały również zastosowane przy uwzględnieniu nieliniowych warunków stanu granicznego na przykład w zagadnieniach nośności podłoża dla płaskiego i przestrzennego stanu deformacji [8].

Procesy urabiania gruntu zachodzą w zmieniających się stanach ośrodka. Proces skrawania charakteryzuje się zmienną kinematyką ruchu ośrodka, lokalizacją deformacji, fazowym przebiegiem procesu w wyniku czego występują oscylacje siły i nieregularne zmiany konfiguracji ośrodka w strefie współpracy narzędzia z gruntem. Prace doświadczalne wykazują, że zjawiska fazowego przebiegu procesu są zjawiskami typowymi, a ich charakter zależy od cech wytrzymałościowych ośrodka. Na przykładzie ruchu sztywnej szorstkiej płyty Hatamura i Chijiwa [37] przedstawili trzy charakterystyczne formy zniszczenia jakie występują w trakcie poziomego ruchu narzędzia, a mianowicie:



- mechanizm ścięcia (shear type) z cyklicznymi zmianami mechanizmu zniszczenia, a wśród tej grupy mechanizm z ciągłym polem deformacji rozwijającym się w pewnych zamkniętych strefach oraz mechanizm z lokalizacją deformacji wzdłuż jednej płaszczyzny ścięcia. Mechanizm ten obserwowany jest w suchych i wilgotnych piaskach, suchych glinach.
- mechanizm płynięcia (flow type) ze stacjonarną linią ścięcia wychodzącą od ostrza do powierzchni swobodnej przy niezmiennym położeniu w trakcie ruchu narzędzia
- mechanizm rozrywania (tear type), w którym początkowo powstają pęknięcia wychodzące od ostrza w kierunku ruchu narzędzia, a następnie powstaje pęknięcie prostopadłe do pierwszego w kierunku powierzchni swobodnej. Mechanizm ten występuje w silnie zagęszczonych glinach.

Zrozumienie istoty zjawiska niestateczności procesu wydaje się być niezbędne w celu jego prawidłowego opisu. Posługując się metodami radiograficznymi Ichiba S., Hyodo K., Ooishi Y. [46] przedstawili rozwój lokalizacji deformacji w procesie naporu ściany pod różnymi kątami w ośrodku sypkim. Badania eksperymentalne wskazują, że w ośrodkach kruchych, jak też silnie zagęszczonych skonsolidowanych gruntach zjawiska fazowości ujawniają się w sposób bardzo widoczny. Butterfield i Andrawes [9] przedstawili periodyczność procesu zagłębiania klina w piasek, wykonując próby dla piasku o różnym stopniu zagęszczenia i zmiennych okładzinach ciernych na kontakcie narzędzie-ośrodek, z których wynika, że im ośrodek jest silniej zagęszczony i im większy jest kąt tarcia zewnętrznego tym oscylacje sił i efekty fazowości są większe.

Analiza teoretyczna procesu uwzględniająca obserwowane efekty napotyka na szereg trudności, nie mniej jednak przy przyjęciu szeregu upraszczających założeń podejmowane są próby rozwiązania tego zagadnienia. Pośród metod używanych do opisu tych zjawisk należą metody oparte na kinematycznej ocenie nośności granicznej, w tym metody mechanizmów samopodobnych i metody przyrostowe.

Metoda mechanizmów samopodobnych oparta jest na założeniu, że w trakcie procesu mechanizm zniszczenia nie ulega zmianie, a zmiany konfiguracji są opisane skalarnym parametrem ewolucji. Na przykładzie zagłębiania klina w ważki ośrodek Coulomba Drescher i Michałowski [24] przedstawili sposób posługiwania się tą techniką. Zakładając proste kinematycznie dopuszczalne mechanizmy i niestowarzyszone prawo płynięcia otrzymali rozwiązanie tego zagadnienia, z którego wynika zmienna wartość siły w funkcji zagłębiania jak i zmienny rozkład gęstości ośrodka w strefie oddziaływania klina. Zastosowanie tej metody pozwala na szybkie rozwiązanie zagadnienia zaawansowanego ruchu narzędzia. Metody mechanizmów samopodobnych w odniesieniu do ważkich i spoistych ośrodków obarczone są błędami wynikającymi z nieuwzględnienia zmiany optymalnego mechanizmu zniszczenia przy zmieniającej się konfiguracji ośrodka czy też braku

możliwości opisu fazowego charakteru procesu. Efekty tego typu są możliwe do opisu przy użyciu analizy przyrostowej.

#### 1.2.4 *Analiza przyrostowa*

Koncepcja analizy przyrostowej została przedstawiona w pracy Izbickiego [48], gdzie bazując na prostym schemacie kinematycznym i zakładając osłabienie materiału przedstawiono symulację zjawiska utraty stateczności skarpy. Zakładając proste mechanizmy zniszczenia problem naporu modelowej łyżki ładowarki rozpatrywali Trąmpczyński i Maciejewski [170] przy założeniu niestowarzyszonego prawa płynięcia jak i Trąmpczyński, Jarzębowski i Szyba [156, 172, 169] dla prawa stowarzyszonego. Zastosowanie analizy przyrostowej do opisu ruchu narzędzi maszyn do robót ziemnych zostało przedstawione w pracy autora [77]. Stosując metodę przyrostową przy założeniu kinematycznie dopuszczalnych pól prędkości z niestowarzyszonym prawem płynięcia oraz zakładając zmiany własności ośrodka w trakcie procesu uzyskano rozwiązanie dla zaawansowanych faz procesu naporu płaskiej ścianki, wciskania klina, stempla. Analiza przyrostowa przy uwzględnieniu osłabienia ośrodka pozwoliła na opis zjawiska cyklicznych oscylacji mechanizmu zniszczenia obserwowanych eksperymentalnie. Zastosowanie złożonych mechanizmów zniszczenia oraz koncepcji rozwoju płaszczyzn poślizgu zostało przedstawione w pracach Maciejewskiego i Mroza [92, 93, 106], w wyniku których uzyskano bardziej realistyczny opis zjawisk zachodzących w trakcie zaawansowanej deformacji. Wykorzystując te metody obliczeniowe w pracach [57-61] przedstawiono optymalizację procesu pracy ładowarki.

Szczegółowy opis analizy przyrostowej zostanie przedstawiony w rozdziale 3.7.

#### 1.2.5 *Metody numeryczne*

W analizie współpracy narzędzi maszyn roboczych z ośrodkami gruntowymi i skałami najbardziej rozpowszechnione są Metoda Elementów Skończonych oraz metoda elementów dyskretnych – DEM (Discrete Element Method).

Metody elementów skończonych znalazły największe zastosowanie przy opisie współpracy systemów jezdnych z gruntem. Jako przykład można tu wymienić pracę Yonga i in. [181], gdzie zostało przedstawione zastosowanie metody elementów skończonych do zagadnienia kontaktu płyty, klina (i innych kształtów aproksymujących ostrogi gąsienic i kół) w ruchu poziomym w miękkim kohezyjnym ośrodku. W zastosowanym MES-ie zostały użyte elementy kontaktowe ("joint elements, interface elements"), których rozmieszczenie było określone poprzez doświadczalne obserwacje konkretnych zagadnień brzegowych. Metoda taka budzi pewne zastrzeżenia, gdyż we wstępnej fazie obliczeń ustala się mechanizmy płynięcia i orientację płaszczyzn poślizgu. Tym niemniej uzyskane wyniki dość dobrze odpowiadają danym doświadczalnym. Stosując uproszczone modele ośrodka gruntowego zagadnienia współpracy koła z ośrodkiem gruntowym przy użyciu

komercyjnych programów MES były rozpatrywane m.in. przez Ferversa [30, 31] i Schimda [134]. Wyniki symulacji pozwalają na jakościowe porównanie wpływu szeregu parametrów (takich jak wpływ ciśnienia, kształtu bieżnika, poślizgu) na opory ruchu pojazdu, natomiast deformacja w ośrodku gruntowym jest daleka od rzeczywistego procesu. Dokładny opis oddziaływania narzędzia z ośrodkiem wymaga zastosowania zaawansowanego modelu ośrodka, prawidłowo opisującego właściwości od historii obciążenia, deformacji. W procesach interakcji narzędzi z ośrodkami gruntowymi i skałami zjawiska lokalizacji deformacji w postaci pasm ścinania, szczelin, pęknięć są typowe niezależnie od kształtu narzędzia.

Zjawiska niestateczności i rozwoju pasm ścinania w ośrodkach porowatych zostały przedstawione w pracach Tejchmana [160-158]. W oparciu o modele hypoplastyczności i teorię Cosseratu metodami MES Tejchman rozwiązał szereg zagadnień brzegowych (proste ścinanie, dwuosiowe ściskanie, przepływ materiału w silosach, wciskanie stempla [158]). Przedstawił rozwój pasm ścinania dla ośrodków izotropowych o różnym początkowym rozkładzie gęstości [162], luźnych ośrodków [160], jak i ośrodków anizotropowych [161]. Prace te pokazują, że zjawiska lokalizacji deformacji w postaci pasm ścinania są typowe dla ośrodków porowatych. Należy zaznaczyć, że prawidłowy opis tych zjawisk wiąże się z zastosowaniem zaawansowanego modelu konstytutywnego, wymagającego znacznej ilości stałych materiałowych. Zastosowane modele uwzględniają obroty cząstek ośrodka, ich złożony kształt, wymiar ziarna, itp..

Zastosowanie metody elementów skończonych w połączeniu z metodami górnej i dolnej oceny nośności granicznej dla zagadnienia wciskania stempla i materiału opisanego modelem Coulomba zostało przedstawione przez Lyamina i Sloana w pracach [75, 76, 139]. Rozwiązania dla nieosiowego obciążenia zostały przedstawione w pracy Hjijaj i in. [42], oraz Merifield i in. [97] przedstawili zastosowanie tej metody przy zastosowaniu uogólnionego kryterium Hoek–Brown.

Obszerny przegląd metod obliczeniowych w mechanice skał został przedstawiony w pracy Jinga [69] zawierającej 773 pozycje literatury. Praca zawiera przegląd technik obliczeniowych stosowanych w geomechanice, ze szczególnym uwzględnieniem zagadnień stateczności podłoża i masywów skalnych.

W procesach skrawania skał używane są maszyny górnicze, w których narzędziami roboczymi są wielonarzędziowe głowice [70, 72]. Elementami roboczymi głowic są różnego typu noże skrawające, dyski obrotowe. Narzędzia robocze wykonują złożony ruch trójwymiarowy. W ogólnym przypadku proces skrawania skały jest procesem przestrzennym, w którym narzędzie skrawające o skończonej szerokości penetruje złożę o zmiennej konfiguracji. Analiza trójwymiarowa procesu skrawania skał napotyka na szereg trudności wynikających ze złożonej geometrii zadania jak i prawidłowego opisu zachowania materiału skalnego, który najczęściej jest materiałem anizotropowym. W procesach urabiania skał głównym mechanizmem deformacji materiału jest periodyczny mechanizm

powstawania wióra. W materiałach kruchych deformacja materiału zachodzi w postaci propagujących szczelin, stref mikroszczelin i stref zmiążdżenia materiału. Mechanika tworzenia wióra jest podstawowym problemem, na które do tej pory nie ma jednoznacznej odpowiedzi. Szeroko problem ten był analizowany przez wielu badaczy. Zagadnienie to w odniesieniu do skał izotropowych i analizie dwuwymiarowej było szeroko analizowane w pracach Jonaka [70] i Podgórskiego i Jonaka [127]. Przy wykorzystaniu MES i „metody elementów traconych” autorzy wyznaczyli stan wyężenia materiału, mechanikę propagacji szczelin dla różnych konfiguracji ostrza skrawającego.

Pośród metod numerycznych metoda DEM (Discrete Element Method) jest coraz częściej stosowana do opisu procesów interakcji narzędzi z ośrodkami gruntowymi, w szczególności do opisu oddziaływania na ośrodki sypkie. Metodami DEM symulowano szereg zagadnień z zakresu współpracy zespołów jezdnych. Między in. Nakashima i in. [111] przedstawili współpracę sztywnego koła z ostrogami poruszającego się w sypkim księżycowym ośrodku, Asaf [3, 4] przedstawił współpracę ostrogi i gąsienicy z ośrodkiem sypkim. Procesy interakcji narzędzi maszyn roboczych zostały przedstawione w pracach Coetzee i Basson [13] (proces napelniania łyżki koparki), Hofstetter [45] przedstawił proces interakcji lemiesza z sypkim i spoistym ośrodkiem gruntowym. Procesy rozluźnienia ośrodka były analizowane w pracach Momozu i in. [100], Tanaka z zespołem [157], Zhang i Li [183]. Metoda DEM pozwala na opis przebiegu procesu deformacji ośrodka, od początkowej fazy kontaktu do zaawansowanych faz wypełnienia narzędzia. Słabym elementem tej metody jest opis właściwości fizycznych i mechanicznych ośrodka gruntowego. W procesach symulacji jako elementów dyskretnych używa się różnego rodzaju sztywnych figur płaskich lub przestrzennych (najczęściej okręgów, elips, o jednakowych bądź też zróżnicowanych rozmiarach) przyjmując proste modele interakcji pomiędzy elementami (sprężynka, tarcie, tłumik). Symulacja właściwości ośrodka jest daleka od rzeczywistego zachowania materiału, procedury parametryzacji stałych materiałowych napotykać na szereg problemów. Wyniki symulacji na bazie DEM są bardzo obiecujące, w szczególności dla opisu zachowania ośrodka sypkiego. Szereg autorów uzyskało zadawalający opis procesów zachodzących w ośrodkach spoistych. Zastosowanie metod hybrydowych DEM+MES do opisu zjawisk dynamicznych w problemach geomechaniki przedstawili Oñate i Rojek [115] i Rojek [132]. Praca habilitacyjna Rojka [132] jest obszernym studium metod hybrydowych, przedstawia szereg aplikacji z zakresu geomechaniki, między innymi rozpatrywany był wpływ zużycia zęba na przebieg procesu skrawania skał.

## 2 BADANIA EKSPERYMENTALNE

### 2.1 Wstęp

W tej części pracy zostanie przedstawiony szeroki program badań doświadczalnych oddziaływania narzędzi maszyn roboczych na ośrodek spoisty. Badania procesów mają na celu poznanie mechanizmów deformacji ośrodka oraz określenie sił działających na narzędzie. Tego typu badania prowadzone są na specjalistycznych stanowiskach laboratoryjnych składających się z nieruchomego kanału gruntowego, w którym porusza się narzędzie [4, 33, 79, 138,]. Rozległe badania z zakresu automatyzacji maszyn roboczych realizowane są w Instytucie Maszyn Roboczych Ciężkich Politechniki Warszawskiej [14, 154], gdzie opracowano i wdrożono System Wspomagania Maszyny Roboczej na koparce K-611 Waryński oraz palownicy PG-20. Stanowisko zautomatyzowanej koparki K-611 wraz z kanałem gruntowym pozwala na realizację specjalistycznych programów badawczych z zakresu optymalizacji pracy maszyny roboczej jak i badania procesów urabiania gruntów [155]. Tego typu stanowiska laboratoryjne umożliwiają prowadzenie badań doświadczalnych przy zapewnieniu powtarzalności wyników, co jest niezbędne do prawidłowej oceny oddziaływania narzędzi. Na powtarzalność wyników ma wpływ szereg czynników, z których głównymi są: system pomiaru sił, powtarzalność ruchów roboczych maszyny, jednakowy sposób przygotowania ośrodka. Z tego względu badania te najczęściej prowadzone są na jednorodnych ośrodkach. Znaczna część badań prezentowanych w literaturze jest wykonywana na ośrodkach sypkich, których zastosowanie pozwala na łatwe i szybkie przygotowanie ośrodka. Większość rzeczywistych procesów urabiania przebiega w ośrodkach o znacznej spoistości, w trakcie których ośrodki ulegają osłabieniu. W budownictwie spotykamy się z materiałami które w wyniku procesu zagęszczania nabierają cech ośrodka spoistego. Badania prowadzone na ośrodkach spoistych napotykają na znaczne problemy z przygotowaniem jednorodnej struktury materiału. W przypadku gdy badanym ośrodkiem są materiały naturalne (głina itp.) procedura przygotowania próbki jest skomplikowana i długotrwała, głównie ze względu na silną zależność właściwości ośrodka od wilgotności. Utrzymanie stałych parametrów ośrodka na przestrzeni czasu jest niezwykle trudne. Dodatkowo uzyskanie określonych cech ośrodka wiąże się z długotrwałą konsolidacją. Badania na tego typu ośrodkach nie pozwalają na przeprowadzenie szerokich programów badawczych.

Pod koniec lat 80 w filii IPPT PAN w Kielcach powstało w pełni zautomatyzowane stanowisko badawcze, w którym zastosowano modelowy ośrodek spoisty, w skład którego nie wchodzi woda i jest nieczuły na wilgotność.

Opracowane przez autora wraz z zespołem procedury pozwalają na szybkie i powtarzalne przygotowanie ośrodka o określonych właściwościach i zadanym kształcie brzegu swobodnego.

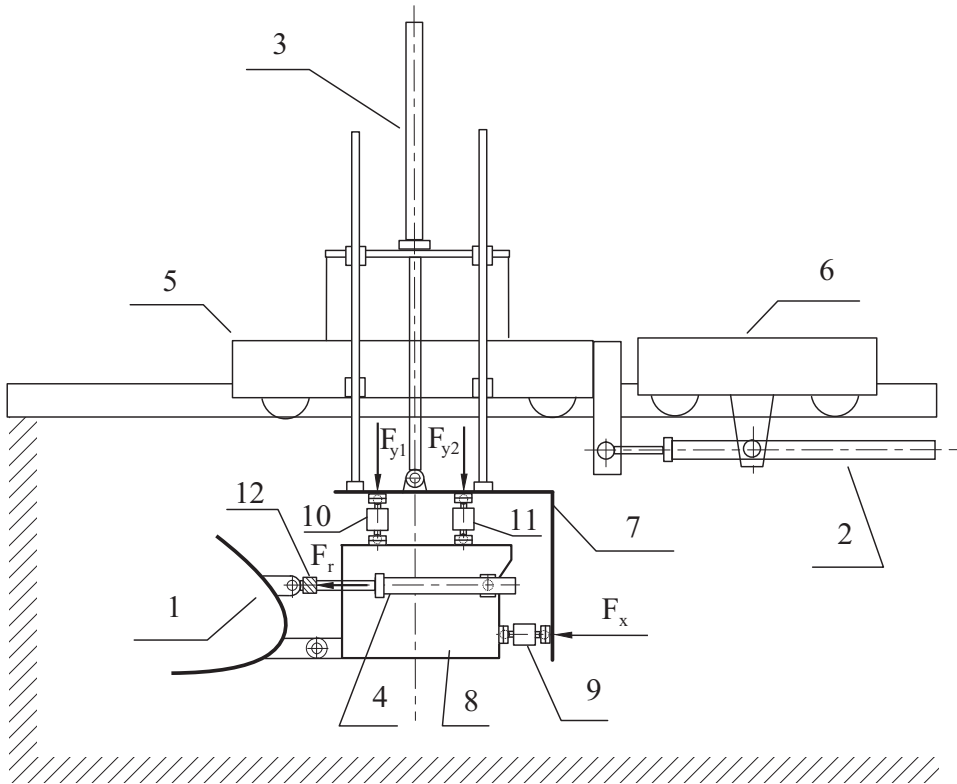
## 2.2 Stanowisko badawcze

Program badawczy realizowany był na specjalistycznym stanowisku badawczym procesów urabiania gruntów znajdującym się na Politechnice Świętokrzyskiej w Kielcach. Stanowisko badawcze zostało zaprojektowane do badań procesów oddziaływania narzędzi maszyn roboczych z ośrodkiem gruntowym. Jest to stanowisko z komputerowym system sterowania i zbierania danych eksperymentalnych. Umożliwia realizację dowolnych ruchów roboczych narzędzi maszyn roboczych przy sterowaniu „on line” ze sprzężeniem zwrotnym. Budowę stanowiska i system sterowania dokładnie przedstawiono w szeregu publikacji [55, 57, 58, 63, 79, 82, 86, 124, 126] i tylko najważniejsze informacje zostaną tutaj przedstawione. Stanowisko było wykorzystywane do badania procesów urabiania modelami narzędzi maszyn roboczych, badania procesów posadowienia, wciskania stempla, klina, zagęszczania warstwy ośrodka walcem. W pracach [129-130] Poncyliusz przedstawił szeroki program badań realizowanych na stanowisku poświęcony oddziaływaniu zestawu płyt gąsienicowych z ośrodkiem gruntowym.

Przy badaniach procesów oddziaływania narzędzi interesują nas pomiary sił oraz mechanika deformacji ośrodka. Prowadząc badania wykorzystano kanał gruntowy o długości 2 m, szerokości 0.6 m i wysokości 1.2 m. Boczne ściany kanału są wykonane z jednej strony ze stalowej płyty, druga ściana wykonana jest ze szkła pancernego i umożliwia rejestrację fotograficzną mechanizmów deformacji występujących w ośrodku. Schemat stanowiska przedstawiony jest na rysunku 2.1. Narzędzie (1) porusza się poprzez ruch trzech siłowników hydraulicznych. Ruch poziomy jest realizowany poprzez siłownik (2) poruszający przedni wózek (5) i jest zamontowany do tylnego zablokowanego wózka (6). Urządzenia ruchu pionowego są zamontowane na przednim wózku. Składają się ze sztywnej ramy (7) połączonej czterema kolumnami z wózkiem. Rama wraz z narzędziem poruszana jest hydraulicznym siłownikiem ruchu pionowego (3). Trzeci hydrauliczny siłownik (4) odpowiadający za ruch obrotowy narzędzia zamontowany jest na sztywnym bloku (8). System zasilania i sterowania umożliwia realizację ruchów roboczych z prędkościami 200 mm/s, jednakże w prezentowanych dalej badaniach prędkości ruchu narzędzia nie przekraczały 10 mm/s, tak aby proces mógł być traktowany jako quasi-statyczny. System pomiaru sił składa się z szeregu czujników tensometrycznych (9-12) połączonych poprzez mostek tensometryczny i kratę A/C z komputerem. Liniowy zakres pracy czujników wynosi +/- 16 KN i z dokładnością pomiaru 4N. Czujnik siły (9) mierzy składową poziomą, zaś czujniki sił (10) i (11) mierzą składowe pionowe  $F_{y1}$  oraz  $F_{y2}$ . Składowa pionowa jest obliczana jako suma składowych  $F_{y1}$  i  $F_{y2}$ . Dodatkowo na siłowniku obrotu zamontowano czujnik siły

(12) mierzący siły  $F_r$  generowane przez siłownik. Stanowisko zostało wyposażone w czujniki pomiaru przemieszczenia montowane na siłownikach hydraulicznych. Dokładność pomiaru przemieszczeń wynosi 0.03 mm. System sterowania i zbierania danych został dokładnie opisany w pracach Płoneckiego i in. [124,126]

Wykorzystując w pełni zautomatyzowane stanowisko badawcze przeprowadzono szeroki program badań doświadczalnych procesu naporu narzędzi o różnej szerokości. Badania przeprowadzono z zastosowaniem ośrodka modelowego, będącego mieszaniną cementu (50%), bentonitu (20%), piachu (18%) i wazeliny (12%). Wszystkie składniki mieszane były po wstępnym wygrzaniu, a mieszanina schłodzona do temperatury pokojowej.



Rys. 2.1 Schemat stanowiska: (1) model narzędzia; (2), (3), (4) siłowniki hydrauliczne; (5) przedni wózek; (6) tylny wózek; (7) sztywna rama; (8) element mocujący narzędzie; (9-12) czujniki pomiaru sił.

Modelowy ośrodek nie zawierał wody. Zastosowanie wazeliny technicznej powoduje, że ośrodek ma właściwości ośrodka spoiстого, przy czym jego parametry są uzależnione bardzo wyraźnie od gęstości. Modelowy ośrodek gruntowy pozwala na wielokrotne użycie. Procesy rozdrabniania i zagęszczania nie zmieniają właściwości ośrodka. Parametry ośrodka nie zależą od wilgotności powietrza.

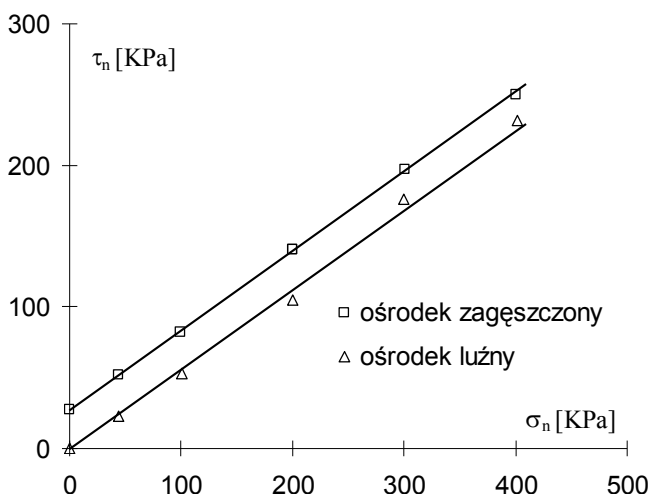
Gęstość szkieletu gruntowego ośrodka wynosi  $2.42 \text{ g/cm}^3$ . Najluźniejszy stan ośrodka (jaki powstawał przy zasypywaniu kanału przesianym i rozdrobnionym ośrodkiem z niskiej wysokości- 10 cm) charakteryzował się maksymalną wartością wskaźnika porowatości  $e_{\text{omin}}$  równą 1.105, co odpowiadało gęstości  $1.15 \text{ g/cm}^3$ . Najgęstszy stan ośrodka odpowiadał minimalnej wartości wskaźnika porowatości  $e_{\text{omin}}$  równaj 0.2 co odpowiadało gęstości  $\gamma_{\text{max}}=2.02\text{g/cm}^3$ . Typowe charakterystyki wytrzymałościowe na płaszczyźnie fizycznej  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$  otrzymane z testów bezpośredniego ścinania zostały przedstawione rysunku 2.2. Na rysunku zostały przedstawione charakterystyki dla ośrodka luźnego i zagęszczonego (początkowo zagęszczanego naprężeniem normalnym 1 MPa). Modelowy ośrodek gruntowy można opisać modelem Colomba-Mohra z następującymi parametrami: dla materiału luźnego  $\phi=24^\circ$ ,  $c=0 \text{ kPa}$ ,  $\gamma=12 \text{ kN/m}^3$ , zaś dla ośrodka gęstego  $\phi=24^\circ$ ,  $c=\sim 20 \text{ kPa}$ ,  $\gamma= 18.4 \text{ kN/m}^3$ , gdzie  $\phi$ ,  $c$  i  $\gamma$  oznaczają odpowiednio kąt tarcia wewnętrznego, spójność oraz gęstość. Bardziej dokładny opis właściwości ośrodka uzyskamy stosując bardziej zaawansowane modele plastyczności np. model wielopowierzchniowy [49, 54] co będzie zastosowane w dalszej części pracy przy modelowaniu procesu zagęszczania warstwy pod walcem.

Badania laboratoryjne procesów urabiania wykonywano na ośrodku jednorodnym zagęszczonym do określonego poziomu. Uzyskanie jednorodnej struktury o określonej spójności odbywało przy zastosowaniu zautomatyzowanego programu zagęszczania, sterowanego komputerem. Zagęszczanie ośrodka przebiegało z wykorzystaniem sztywnego stempla o długości 120 mm i szerokości równej szerokości kanału ziemnego (600 mm). Ośrodek zagęszczano warstwowo. Poniżej przedstawiona jest procedura przygotowania ośrodka o spójności 30 kPa, a mianowicie :

1. usypywano warstwę gruntu luźnego o wysokości 150 mm (po wyrównaniu)
2. ubijano siłą 2000N (1 przejazd) – czas obciążania 2s
3. ubijano siłą 4000N (1 przejazd) – czas obciążania 2s
4. ubijano siłą 6000N (4 przejazdy) – czas obciążania 2s
5. rozluźniano górną warstwę pazurkami (na głębokości 20 mm)

Po wykonaniu kroków 1-5 otrzymywano warstwę o wysokości 115 mm. Kolejne warstwy uzyskiwano analogicznie dosypując warstwę gruntu luźnego o wysokości 150 mm i stosując procedurę opisaną powyżej. W wyniku tej procedury uzyskiwano ośrodek, w którym spójność ośrodka miała wartość  $30\pm 2 \text{ kPa}$ . W celu uzyskania ośrodka o innych spójnościach stosowane były podobne procedury warstwowego zagęszczania, różniące się wysokością zasypywanej warstwy, liczbą przejazdów i stosowanym obciążeniem stempla.





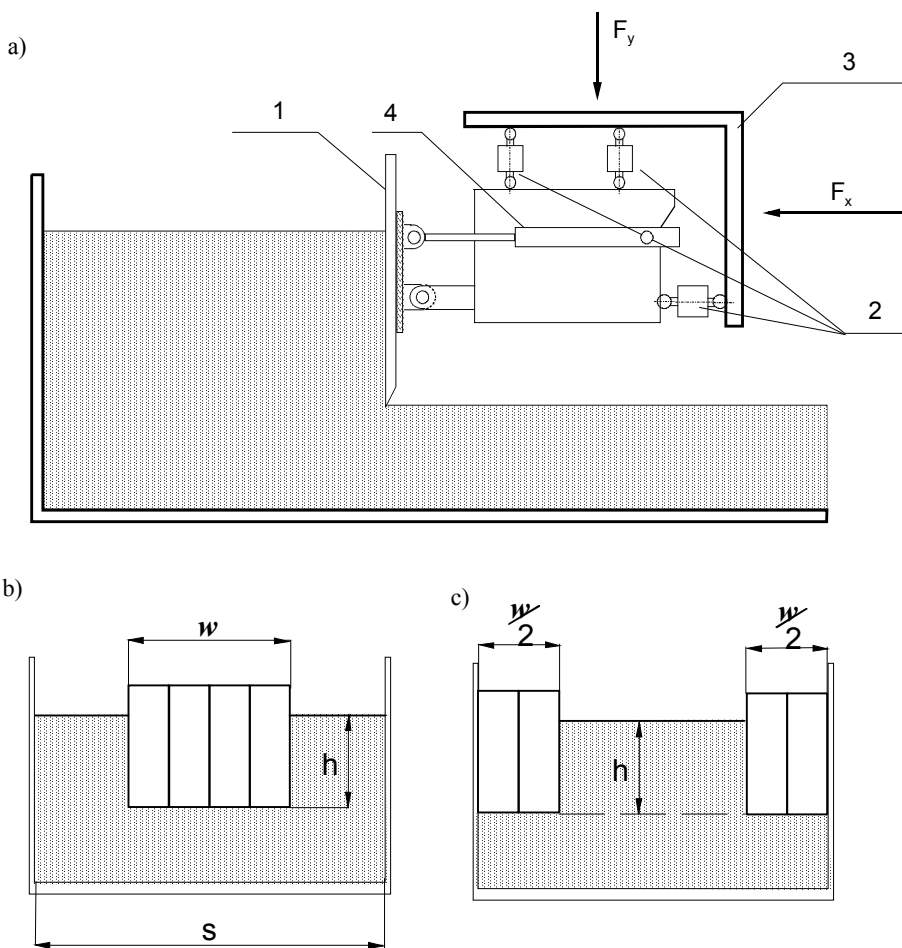
Rys. 2.2 Charakterystyki ścinania dla modelowego ośrodka spoistego.

### 2.3 Analiza oddziaływania układu ścian naporowych w procesie skrawania gruntu

W prezentowanej grupie badań zastosowano osprzęt, umożliwiający określenie oddziaływań ścian bocznych w procesie naporu narzędzi maszyn roboczych, jak również wpływu tworzenia się brzegowych mechanizmów przestrzennych (zmienna szerokość narzędzia, różna konfiguracja jego ustawienia względem kanału ziemnego). Na rysunku. 2.3 przedstawiony jest schemat programu badań. Osprzęt składał się z szeregu niezależnych zębów (1) o szerokości 65 mm, które można było montować w dowolnej konfiguracji względem kanału ziemnego.

Testowane modele narzędzi poruszały się za pośrednictwem siłowników hydraulicznych, których ruch sterowany był komputerowo przy pomocy zaworów elektromagnetycznych oraz pompy hydraulicznej. Pomiar sił realizowany był poprzez czujniki tensometryczne (2) umieszczone na sztywnej ramie (3).

W procesie naporu narzędzi w kształcie pionowych zębów o różnej szerokości materiał deformował się w postaci ruchu sztywnych obszarów wzdłuż linii poślizgów (wyraźnie widoczne pęknięcia), wzdłuż których następowała zmiana parametrów wytrzymałościowych ośrodka (początkowa spójność materiału  $c$  zmniejszała się do pewnej wartości resztkowej bliskiej  $c_r=0$ ).



Rys. 2.3 Schemat programu badań; a) schemat stanowiska, b) układ zębów umieszczony centralnie, c) układ zębów umieszczony przy ścianach bocznych.

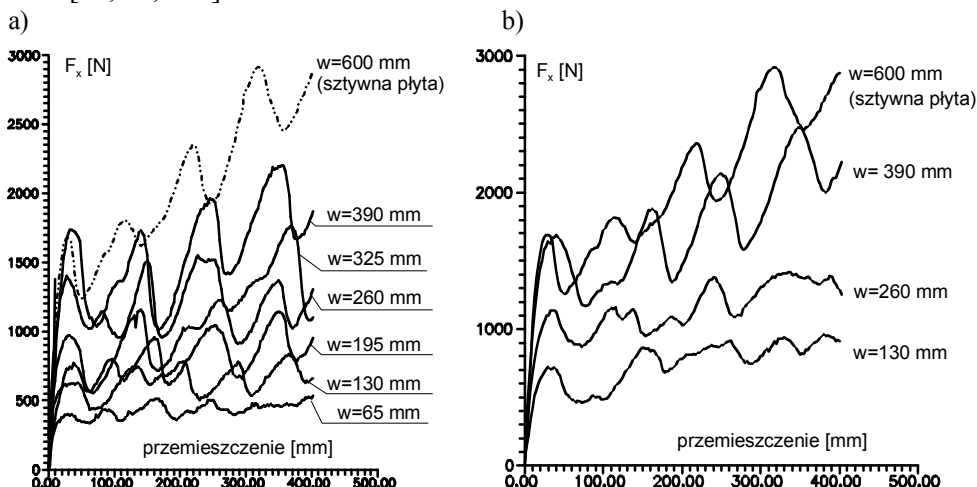
Ekspertymenty wykonywane były w dwóch grupach:

- 1) testy z zębami umieszczonymi centralnie względem kanału (mechanizm przestrzenny) o szerokościach 65 mm, 130 mm, 195 mm, 260 mm, 325 mm i 390 mm (rys. 2.3b),
- 2) testy z zębami umieszczonymi przy ścianach bocznych kanału (mechanizm przestrzenny + tarcia o boczne ściany) o szerokościach 130 mm, 260 mm, 390 mm i płaskiej ściany (rys. 2.3c).

Wszystkie ekspertymenty przeprowadzone były dla jednakowych warunków początkowych, tj. dla poziomego naziomu i głębokości skrawania  $h=100$  mm. Narzędzia poruszały się prostoliniowym ruchem poziomym na odcinku 400 mm.

W trakcie trwania eksperymentu mierzono wartości sił na narzędziach w funkcji przemieszczenia, a także wykonywano dokumentację fotograficzną.

Na rysunkach 2.4a i 2.4b przedstawiono przykładowe przebiegi wartości sił odpowiednio dla testów z zębami umieszczonymi centralnie jak i symetrycznie. Wynika z nich, że siła pozioma narastała w trakcie procesu w sposób niestabilny. Moment spadku siły odpowiadał momentom tworzenia się nowych mechanizmów deformacji ośrodka. Mechanizm ten został dokładnie przebadany i opisany w pracach [58, 65, 106].



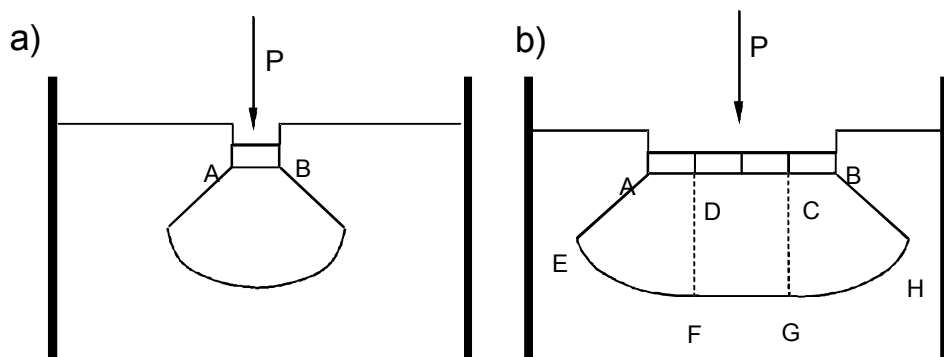
Rys. 2.4 Przebieg siły poziomej  $F_x$  dla testów z zębami umieszczonymi a) centralnie względem kanału ; b) symetrycznie przy ścianach kanału.

Porównując przebiegi testów z zębami umieszczonymi centralnie względem kanału możemy zwrócić uwagę na następujące spostrzeżenia:

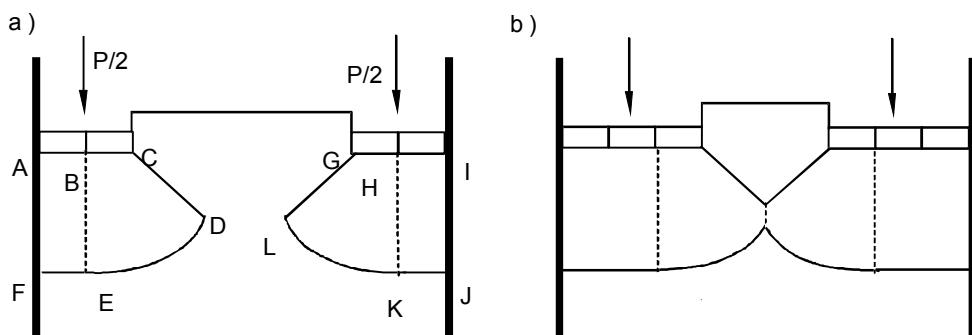
- 1) przed wąskim zębem (65 mm) tworzył się skomplikowany, trójwymiarowy obszar deformacji, przedstawiony schematycznie na rysunku 2.5a w widoku z góry kanału,
- 2) począwszy od szerokości 130 mm w strefie centralnej tworzył się jednorodny stan deformacji (p.s.o.), który rozszerzał się liniowo wraz ze wzrostem narzędzia (obszar DCGF na rysunku 2.5b). Obserwowany obszar był węższy niż szerokość narzędzia.
- 3) mechanizm przestrzenny tworzący się po obu bokach narzędzia ulegał nieznacznym zmianom dla szerokości 65, 130 i 195 mm, zaś dla szerokości większych był jednakowy.

Analiza przebiegu eksperymentów z zębami umieszczonymi symetrycznie wykazała, że:

- 1) stan deformacji w strefie kontaktu ośrodka ze ścianą był jednakowy niezależnie od szerokości narzędzia tj.: dla szerokości 130, 260, 390 i 600 mm (płaska ściana),
- 2) w strefie przy ścianach tworzył się jednorodny stan deformacji (p.s.o.), który rozszerzał się wraz ze wzrostem narzędzia (obszary ABFE i HIJK na rysunku 2.6a),
- 3) dla szerokości 130 i 260 mm nie występowało wzajemne oddziaływanie stref mechanizmów przestrzennych dla zębów z lewej i prawej strony kanału, zaś dla szerokości 390 mm strefy te zaczynały się przenikać (rys. 2.6b).



Rys. 2.5. Deformacja ośrodka dla układu zębów umieszczonych centralnie.



Rys. 2.6 Deformacja ośrodka dla układu zębów umieszczonych symetrycznie względem kanału.

Do analizy procesu naporu narzędziami o różnej szerokości przyjęto dwa kryteria: wartość siły naporu  $P_x$  w momencie pierwszego maksimum oraz wartość pracy siły naporu  $P_x$  na przemieszczeniu 50 mm. Wartości sił naporu oraz prac sił naporu na przemieszczeniu 50 mm przedstawiono odpowiednio na rysunkach 2.7 i

2.8 dla różnych szerokości narzędzi. Wyniki testów dla narzędzi umieszczonych centralnie oznaczono kwadratami, zaś dla narzędzi umieszczonych na brzegach kanału zaznaczono kropkami. Wynik dla testu naporu płaskiej ściany o szerokości równej szerokości kanału zaznaczono grubym x-em. Porównując testy z zębami umieszczonymi symetrycznie i centralnie dla szerokości 130 i 260 mm możemy stwierdzić, że zakresy stref p.s.o. i mechanizmów przestrzennych były jednakowe dla obu grup testów, zaś wartość siły poziomej oraz wartość pracy tej siły były większe dla testów z zębami umieszczonymi symetrycznie. Wyznaczając różnicę pomiędzy odpowiednimi testami otrzymamy wartość składowej siły tarcia oraz wartość pracy tarcia ośrodka o szybę dla testów symetrycznych (oznaczone na rysunkach 2.7 i 2.8 trójkątem). Do dalszej analizy przyjęto, że wartości te nie zależą od szerokości narzędzi (linia pozioma kropkowana na rysunkach 2.7 i 2.8).

Ponieważ przed narzędziami umieszczonych centralnie o szerokościach 65 i 130 mm tworzyły się trójwymiarowe obszary deformacji, które nie ulegały już zmianie dla narzędzi szerszych, a jedynie rozdzielone były obszarami o jednorodnym stanie deformacji, przyjęto, że składowa siły (i pracy) konieczna do wygenerowania obszarów trójwymiarowych stabilizowała się dla szerokości narzędzi większych od 130 mm (linia gruba ciągła i przerywana na rysunkach 2.7 i 2.8).

Bazując na powyższych dwóch wynikach można wyznaczyć udział siły poziomej przypadający na jednostkę szerokości strefy p.s.o. (współczynnik pochylenia prostej grubej i przerywanej na rysunkach 2.7 i 2.8) dla narzędzi o szerokości mniejszej od szerokości kanału, a także dla narzędzia o pełnej szerokości (współczynnik pochylenia cienkiej przerywanej linii). Różnica nachylenia tych linii, mniejsza od 8% w przypadku tych testów, potwierdza poprawność założenia występowania płaskiego stanu odkształcenia w testach przeprowadzanych w kanałach ziemnych dla narzędzi o szerokości równej szerokości kanału.



a)



b)



c)



Rys. 2.9 Mechanizmy deformacji dla naporu narzędzi przy poziomym brzegu swobodnym. a) napór płaskiej ściany, b) napór ścian o szerokości 65 mm, c) napór modelowej łyżki w kształcie litery „L”.

Przeprowadzone badania eksperymentalne wykazały, że dla ośrodka spoiстого przebieg procesu skrawania ma charakter niestacyczny, niezależnie od szerokości narzędzia. Występują charakterystyczne efekty oscylacji sił i skokowe zmiany mechanizmów deformacji. Porównując badania dla narzędzi o różnej szerokości można wyciągnąć następujące wnioski:

- strefa płaskiego stanu odkształcenia generuje się w centralnej części narzędzi, których szerokość jest wystarczająco duża (dla przedstawionych eksperymentów szerokość była  $> 130$  mm dla głębokości skrawania 100 mm).
- dla narzędzi centralnie położonych przy szerokości 320 mm praca generowania płaskiego stanu odkształcenia stanowiła 50% całkowitej pracy sił urabiania. Obliczając udział pracy generowania płaskiego stanu odkształcenia dla narzędzia o szerokości 1000 mm (10 razy większej od głębokości skrawania) wyniesie on 80% całkowitej pracy sił urabiania.
- praca generowania mechanizmu przestrzennego związana jest z szerokością narzędzia, przy czym od pewnej szerokości ma wartość stałą.
- badania doświadczalne przy użyciu narzędzi o szerokości równej szerokości kanału mogą być traktowane jako badania przeprowadzone w płaskim stanie odkształcenia. Oddziaływanie ze ścianami bocznymi nie wpływa na mechanizm deformacji, zaś praca sił tarcia stanowi około 10% pracy sił urabiania (dla przedstawionych testów).

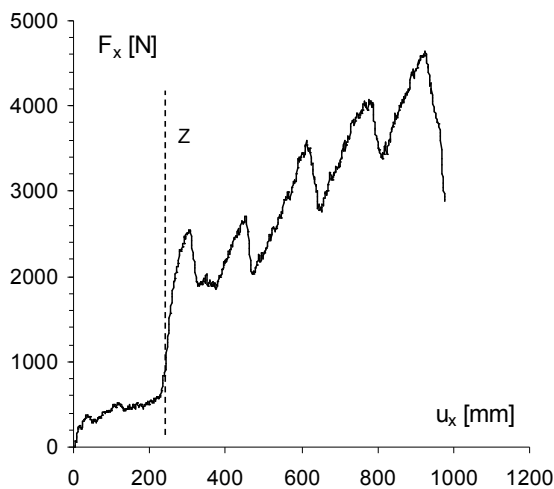
Wykonując badania eksperymentalne narzędzi o skończonej szerokości należy tak dobierać szerokość narzędzi aby unikać ich interakcji ze ścianami bocznymi. Dla przykładu, przy proporcji głębokości skrawania do szerokości kanału 1/6 oddziaływanie ścian bocznych obserwowano dla narzędzi o szerokości przekraczającej 50 % szerokości kanału.

## 2.4 Doświadczalna optymalizacja procesu napelniania łyżki ładowarki

Na rysunku 2.9 c przedstawiono typowy mechanizm zniszczenia w procesie naporu modelowego narzędzia w kształcie litery „L” urabiającego złoże z poziomą powierzchnią swobodną, zaś od strony narzędzia brzeg był pionowy. Dolna część łyżki miała długość 180 mm. W trakcie testu narzędzie poruszało się ruchem poziomym skrawając warstwę o grubości  $h = 180$  mm. Przebieg poziomej siły naporu przedstawiony jest na rysunku 2.10. W początkowym etapie procesu zagłębianiu ostrza towarzyszy powolny wzrost poziomej siły urabiania. Z chwilą gdy ośrodek urobiony zaczyna dotykać tylnej ściany łyżki rozpoczyna się proces wypiętrzania ośrodka. Moment rozpoczęcia działania naporowego został zaznaczony linią ‘z’ na rysunku 2.10. W wyniku naporu następuje gwałtowny wzrost siły i pojawiają się charakterystyczne mechanizmy zniszczenia. Deformacja lokalizuje się w postaci linii poślizgu. Powstające pasmo ścinania biegnie od ostrza



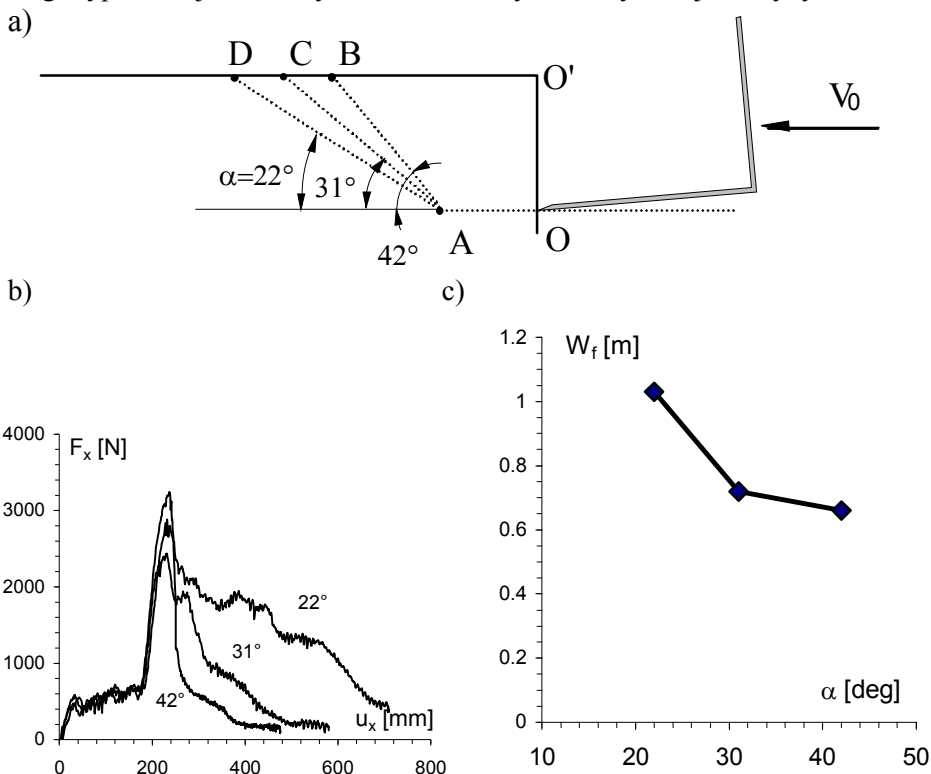
łyżki ku powierzchni swobodnej próbki i jest nachylone pod kątem  $\sim 31^\circ$ . W obszarze pasm ścinania następuje degradacja początkowych właściwości wytrzymałościowych ośrodka. Po wygenerowaniu linii poślizgu następuje wyraźny spadek siły urabiania. W dalszej części procesu następuje rozwój wygenerowanego mechanizmu zniszczenia. Sztywne bloki poruszających się względem siebie po wygenerowanych powierzchniach nieciągłości prędkości. Pewne powierzchnie nieciągłości prędkości stają się materialnymi, w których materiał ulega dalszej deformacji, zaś pozostałe pełnią rolę powierzchni dostosowujących, tak aby mechanizm był kinematycznie dopuszczalny. Dodatkowym efektem występującym przy deformacji ośrodka z niestaczną charakterystyką wytrzymałościową jest zjawisko skokowych zmian mechanizmu zniszczenia. W ten sposób tworzy się charakterystyczna periodyczna struktura powierzchni nieciągłości oraz stowarzyszone z nią oscylacje wartości sił działające na narzędzie.



Rys. 2.10. Przebieg siły naporu w funkcji przemieszczenia w procesie naporu modelowej łyżki ładowarki.

Opisane powyżej zjawisko generowania linii poślizgu zostało wykorzystane do poszukiwania najefektywniejszych trajektorii napełniania narzędzi maszyn roboczych typu łyżka ładowarki. Najprostszym rozwiązaniem jest takie prowadzenie łyżki ładowarki aby ostrze skrawające poruszało się wzdłuż wygenerowanych linii poślizgu w pierwszej fazie procesu (poziome zagłębianie narzędzia w złoż). Aby zweryfikować tę ideę przeprowadzono dwie serie testów z ośrodkiem o poziomej powierzchni swobodnej i pionowej skarpie od strony narzędzia. W obu grupach testów ruch narzędzia składał się z dwóch etapów. W pierwszym etapie ruchu narzędzie (pochylone pod kątem  $5^\circ$  aby zapobiec tarcia dna

łyżki o ośrodek) poruszało się ruchem poziomym do zadanego przemieszczenia. W drugim etapie ruchu realizowane było wyjście narzędzia po prostoliniowej trajektorii nachylonej pod kątem  $\alpha$  do poziomu. W pierwszej grupie testów wyjście realizowane było ruchem translacyjnym, zaś w drugiej grupie testów wyjście narzędzia połączone było z ruchem obrotowym łyżki. Ruch obrotowy realizowany był w ten sposób aby łyżka nie dotykała ośrodka oraz aby kąt skrawania był bliski  $5^\circ$ . Tego typu ruch jest bliższy ruchom roboczym rzeczywistej maszyny.



Rys. 2.11. Odsparanie modelową łyżką ładowarki: a) schemat realizowanych trajektorii, b) zmiany siły naporu w funkcji przemieszczenia dla trzech kątów wyjścia narzędzia, c) wartości pracy urabiania w funkcji kąta wyjścia.

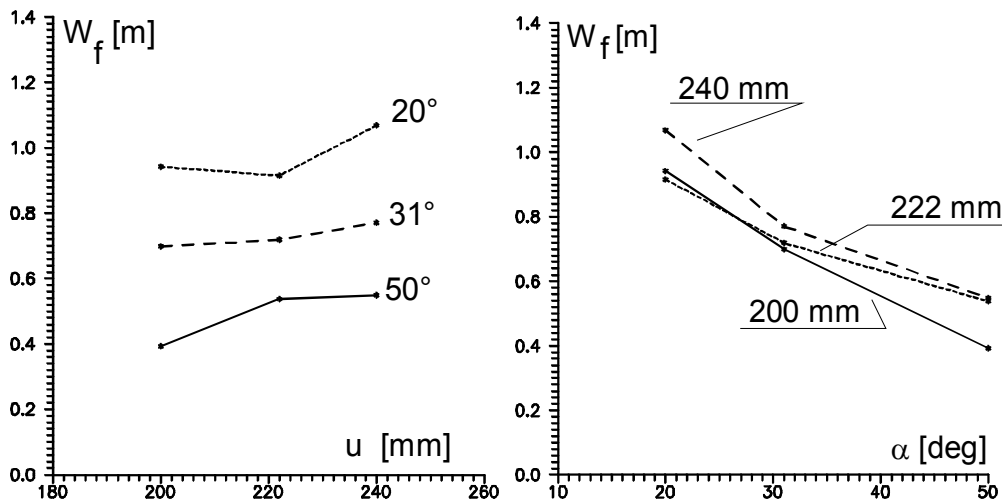
W celu porównania procesów odspariania wyznaczana była wartość pracy sił urabiania  $W_f$  odniesiona do ciężaru urobku  $Q$ . Ciężar urobku był określony poprzez trajektorie ruchu narzędzia. Dla przykładu dla trajektorii OAB, rysunek 2.11a, pole przekroju poprzecznego OABO' pomnożone przez szerokość kanału (600 mm) i gęstość ośrodka określało ciężar urobku. Na rysunku 2.11b zostały przedstawione zmiany poziomej siły naporu w funkcji przemieszczenia narzędzia dla trzech trajektorii o różnym kącie wyjścia narzędzia, zaś na rys. 2.11c są zamieszczone

wartości jednostkowej energii urabiania. Wraz ze wzrostem kąta pochylenia energochłonność procesu maleje. Największa wartość energii występuje dla kąta  $22^\circ$ , w tym przypadku w trakcie fazy wyjścia generowane są kolejne linie ścięcia. Efektywność procesu dla kątów wyjścia zbliżonych i większych od kątów pochylenia linii generowanych w pierwszej fazie ruchu są porównywalne (różnica nie przekracza 10%).

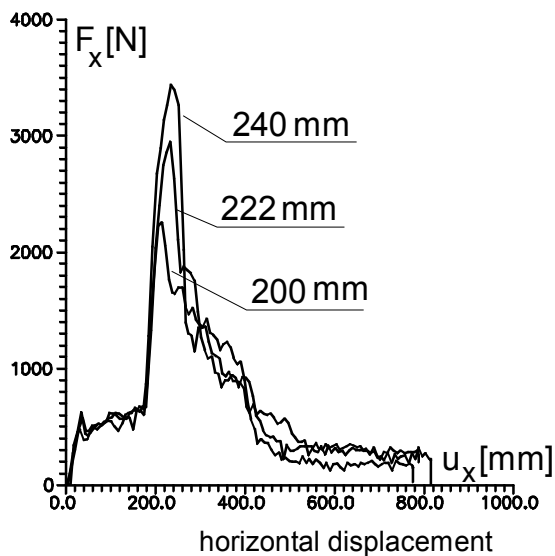
W drugiej grupie testów (w fazie wyjścia narzędzie realizuje ruch obrotowy) narzędzie realizowało wyjście po liniach nachylonych pod kątami  $20^\circ$ ,  $31^\circ$  i  $50^\circ$ . Dodatkowo, trzy punkty rozpoczęcia drugiej fazy ruchu były badane. Dystans zmiany trajektorii był dobrany w odległości 200, 222 i 240 mm od rozpoczęcia penetracji skarpy. Odległość 222 mm odpowiadała momentowi generacji linii poślizgu w wyniku działania naporowego tylnej ściany łyżki. Zbiorcze wyniki testów przedstawione są w tabeli 2.1 i na rysunkach 2.12. Wpływ kąta pochylenia linii wyjścia na energię procesu urabiania jest zbliżony dla obu grup testów (ruchu translacyjnego i obrotowego) – wraz ze wzrostem kąta pochylenia linii wyjścia energia procesu maleje.

W przypadku trajektorii z punktem zmiany ruchu w odległości 200 mm linie poślizgu generowane były w wyniku zmiany kierunku ruchu narzędzia, zaś dla przemieszczeń narzędzia 222 mm i 240 mm zmiana kierunku następowała po wygenerowaniu linii poślizgu w wyniku działania naporowego. W zakresie testowanych odległości jednostkowa praca urabiania jest zbliżona dla danego kąta wyjścia. Istotnie różnice są widoczne na przebiegu wartości siły poziomej (rys. 2.13), gdzie wartość siły znacząco wzrasta wraz ze wzrostem działania naporowego.

Należy tu podkreślić, że w przypadku przedstawionych tu testów ilość urobku była zmienna (patrz Tabela 2.1). W przypadku trajektorii z kątem wyjścia  $50^\circ$  ciężar urobku wahał się w granicach 600 N i była to ilość zapewniająca pełne wypełnienie łyżki. Dla kątów wyjścia  $20^\circ$  występowało przepelnienie łyżki. Ruch obrotowy łyżki w porównaniu z ruchem translacyjnym pozwala na leprze wypełnienie łyżki i ograniczenie działania naporowego, w wyniku czego energia urabiania ruchu obrotowego jest mniejsza.



Rys. 2.12. Zmiany wartości jednostkowej energii urabiania w funkcji a) położenia punktu zmiany trajektorii, b) kąta wyjścia narzędzia.



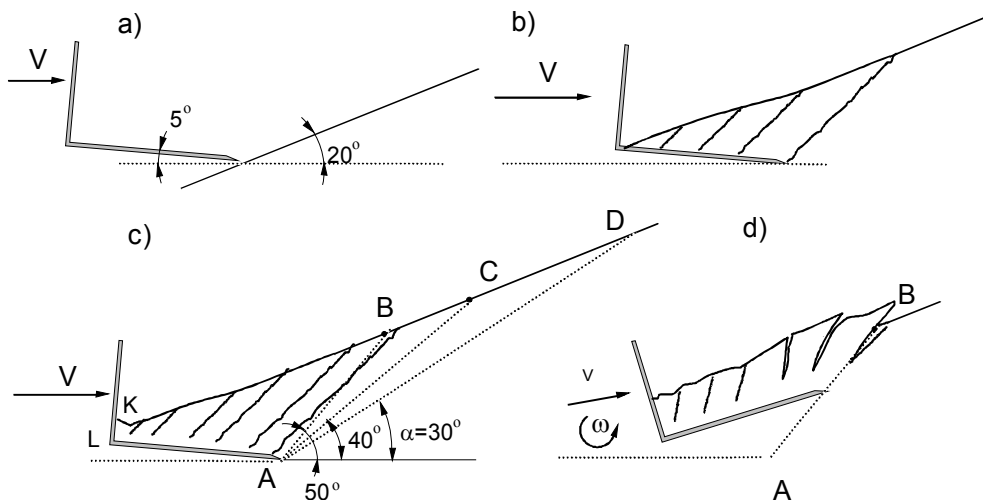
Rys. 2.13 Zmiany wartości poziomej siły naporu w funkcji poziomego przemieszczenia narzędzia dla trzech punktów zmiany fazy wyjścia modelowej łyżki ładowarki.

Przedstawione badania pokazują, że praca urabiania jest najmniejsza dla kątów wyjścia większych od kąta pochylenia linii nieciągłości generowanych w wyniku naporu narzędzia. Proces w którym wyjście narzędzia ze złoża jest połączone z generowaniem nowych linii ścicia jest energetycznie nieefektywny.

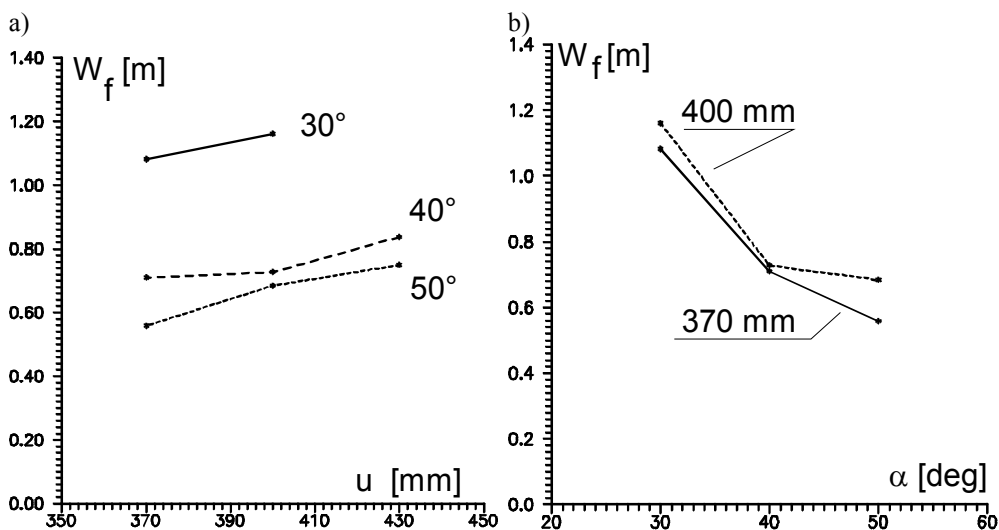
Tabela 2.1 Zmiany wartości energii urabiania dla testów urabiania modelową łyżką ładowarki trajektorią dwuodcinkową z pierwszym poziomym ruchem o długości  $u$ , a następnie wyjściem pod kątem  $\alpha$  do poziomu.

1	2	3	4	5
Np.	Położenie punktu A zmiany trajektorii $u$ [mm]	Kąt pochylenia trajektorii $\alpha$ [deg]	Ciężar urobionego ośrodka [N]	Jedn. energia urabiania $W_f$ [Nm/N]
1	200	31	739	0.70
2	222	31	763	0.72
3	240	31	794	0.77
4	200	20	918	0.94
5	222	20	950	0.91
6	240	20	972	1.06
7	200	50	584	0.39
8	222	50	635	0.54
9	240	50	667	0.55

Podobny cykl badań został zrealizowany dla skarpy o kącie pochylenia  $20^\circ$  (rys. 2.14). Skarpa o kącie pochylenia równym  $20^\circ$  była przygotowywana procedurą zapewniającą uzyskanie próbki o jednorodnych właściwościach. Modelowa łyżka ładowarki w pierwszej fazie ruchu poruszała się ruchem poziomym. Narzędzie było nachylone pod kątem  $5^\circ$ . W początkowej fazie ruchu narzędzie poruszało się poziomo do osiągnięcia punktu A. W trakcie tej fazy napełniania łyżki ośrodek deformował się tworząc niejednorodną strukturę z charakterystycznymi płaszczyznami ścięcia (szczelinami) rozdzielającymi sztywne bloki. Kąt pochylenia linii poślizgu zawierał się od  $40^\circ$  do  $50^\circ$ . Po osiągnięciu zadanego przemieszczenia następowała druga faza ruchu narzędzia – wyjście po trajektorii prostoliniowej nachylonej pod kątem  $\alpha$  do poziomu. W tej fazie ruchu narzędzie realizowało ruch obrotowy. Na rysunkach 2.15 a, b zostały przedstawione wyniki pracy urabiania odniesionej do ciężaru urobku dla różnych punktów rozpoczęcia fazy wyjścia ze złoża i trzech kątów pochylenia trajektorii tj.:  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  i  $50^\circ$ . Podobnie jak w przypadku testów z poziomą powierzchnią swobodną jednostkowa energia urabiania jest najmniejsza dla kątów wyjścia większych od kąta generowania linii poślizgu. W przypadku pochylenia trajektorii pod kątem  $30^\circ$  energia jest prawie dwukrotnie wyższa aniżeli dla  $50^\circ$ . Wraz ze wzrostem odległości zmiany ruchu narzędzia występuje nieznaczny wzrost energii urabiania.



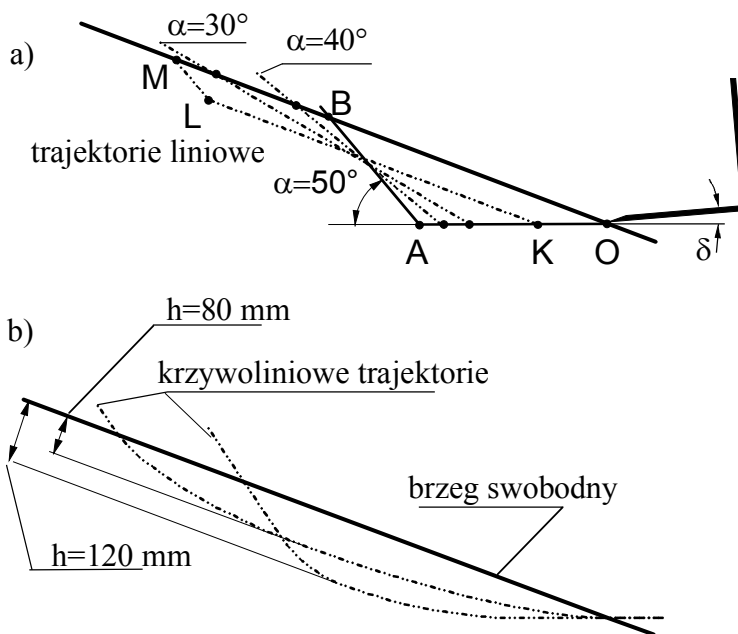
Rys. 2.14 Kolejne etapy procesu odspajania modelową łyżką ładowarki.

Rys. 2.15 Zmiany wartości jednostkowej energii urabiania skarpy o nachyleniu  $20^\circ$  w funkcji a) położenia punktu zmiany trajektorii, b) kąta wyjścia narzędzia.

W przedstawionych badaniach ilość urabianego ośrodka była zmienna w zależności od kąta pochylenia linii wyjścia narzędzia. W dalszej grupie badań energochłonności procesu realizowane były takie ruchy robocze narzędzia, w których ilość urobku była jednakowa.

### 2.4.1 Wpływ trajektorii ruchu i kształtu narzędzia

Proces optymalizacji procesu odspajania i napełniania narzędzia był rozpatrywany bazując na pojedynczym cyklu roboczym modelowego narzędzia urabiającego ośrodek spoisty w kształcie skarpy. W tej grupie badań doświadczalnych był poszukiwany wpływ szeregu parametrów na energochłonność procesu urabiania. Badanymi parametrami były: kształt trajektorii ruchu narzędzia oraz kształt narzędzia. Badania procesu odspajania prowadzone były na modelowej łyżce w kształcie litery „L”. Na rysunku 2.16 zostały przedstawione trajektorie ruchu łyżki. Zarówno trajektorie odcinkowo proste jak i krzywoliniowe miały podobne pole przekroju porzecznego, zapewniającego odspojenie ośrodka o ciężarze równym  $Q=600$  N w trakcie ruchu roboczego łyżki. Na rysunku 2.16a przedstawione są trajektorie składające się z dwóch i trzech odcinków prostoliniowych.



Rys. 2.16. Trajektorie ruchu łyżki: a) liniowe; b) krzywoliniowe.

W pierwszej fazie ruchu narzędzie poruszało się poziomo do osiągnięcia zadanego położenia (punkt A na rys. 2.16a). W trakcie tej fazy ośrodek zaczyna wypełniać narzędzie z charakterystyczną niejednorodną strukturą ośrodka, składającą się z szeregu sztywnych bloków rozdzielonych płaszczyznami ścięcia. Ten rodzaj deformacji występuje niezależnie od kształtu trajektorii i brzegu swobodnego i jest typowy dla ośrodka spoistego z osłabieniem. Strefa deformacji ośrodka ograniczała się do obszaru znajdującego się powyżej narzędzia i nie

propagowała w złoże poza założoną trajektorię ruchu. Po osiągnięciu punktu A narzędzie wychodziło po trajektorii prostoliniowej AB nachylonej pod kątem  $\alpha$ . Realizowane były trzy wartości pochylenia trajektorii:  $\alpha=30^\circ$ ,  $40^\circ$  i  $50^\circ$  (rys. 2.16a), przy czym dla każdego kąta pochylenia punkt zmiany ruchu znajdował się w innym miejscu, tak aby pole przekroju urobku było jednakowe dla wszystkich testów. W trakcie drugiej fazy narzędzie poruszało się ruchem obrotowym tak aby kąt skrawania był zbliżony do  $5^\circ$  i narzędzie dolną częścią nie dotykało złoża.

Dla trajektorii trójodcinkowej (OKLM) narzędzie poruszało się poziomo, następnie równoległe do powierzchni skarpy (faza druga, stała głębokość 80 mm na długości KL) i w fazie trzeciej wyjście wzdłuż linii LM pochyłonej pod kątem  $50^\circ$ .

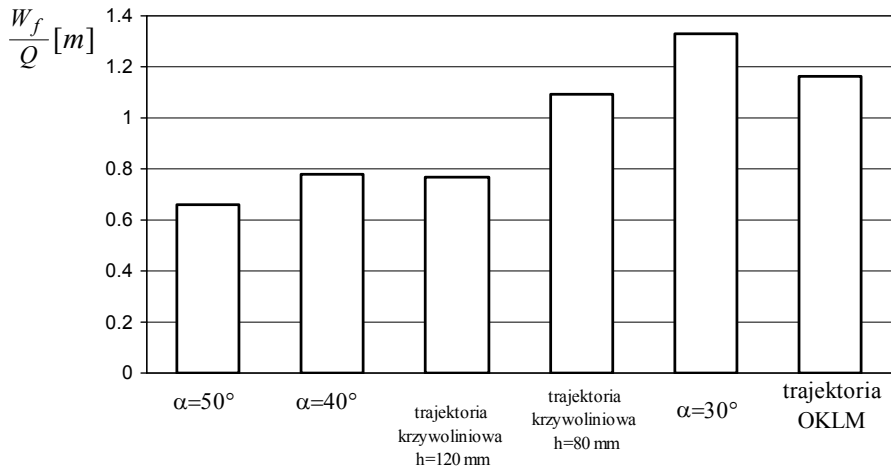
Na rysunku 2.16b są przedstawione dwie krzywoliniowe trajektorie. Mają one taki sam kąt wejścia ( $0^\circ$ ) i kąt wyjścia ( $50^\circ$ ), zaś różną głębokość skrawania mierzoną od powierzchni swobodnej próbki (80 mm i 120 mm). Ich kształt został dobrany tak aby ich przekór i kąty wejścia i wyjścia były zbliżone do trajektorii prostoliniowych OAB i OKLM (rys. 2.16a).

Podobnie jak i poprzednio była obliczana jednostkowa energia urabiania  $W_f/Q$ . Porównanie wyników dla różnych trajektorii jest przedstawione na rysunku 2.17. Każda wartość energii była obliczana jako średnia wartość z pięciu testów wykonanych w tych samych warunkach. Jednostkowa energia urabiania dla kąta wyjścia  $30^\circ$  jest znacznie wyższa aniżeli dla trajektorii z kątem wyjścia  $40^\circ$  i  $50^\circ$  (prawie 100% więcej). Tak więc prowadząc ostrze narzędzia wzdłuż linii pochyłonych pod kątem zbliżonym do kąta pochylenia linii poślizgu proces urabiania jest najbardziej efektywny z uwagi na jednostkową energię urabiania. Wartości jednostkowych energii urabiania dla trajektorii prostoliniowych i odpowiadających im krzywoliniowych jest zbliżona

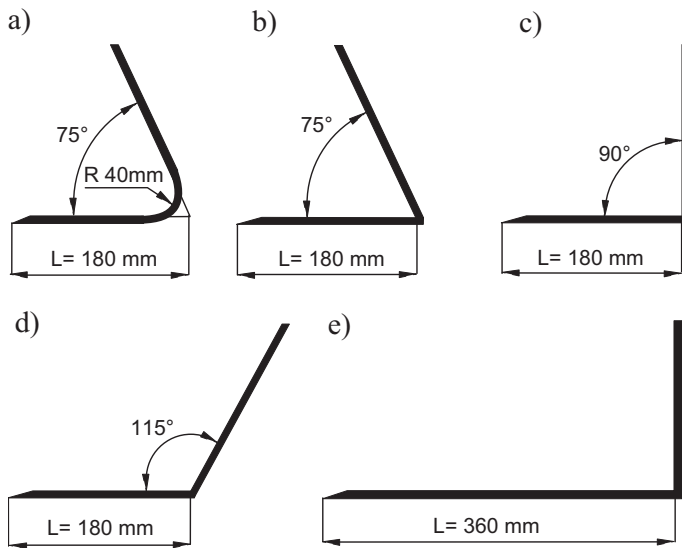
W następnej grupie testów został zbadany wpływ kształtu narzędzia na efektywność procesu odspajania. W tej grupie testów narzędzia realizowały trajektorię dwuodcinkową z kątem wejścia  $0^\circ$  i wyjścia po linii pochyłonej pod kątem  $50^\circ$ . Testowane modele narzędzi przedstawione są na rysunku 2.18.

Długość pierwszej fazy ruchu narzędzia została tak dobrana aby zapewnić całkowite wypełnienie łyżki o kącie pochylenia tylnej ściany  $=75^\circ$  i długości części dolnej 180 mm. Ilość urabianego ośrodka w tej grupie testów była nieznacznie mniejsza aniżeli dla testów przedstawionych na rysunku 2.17.

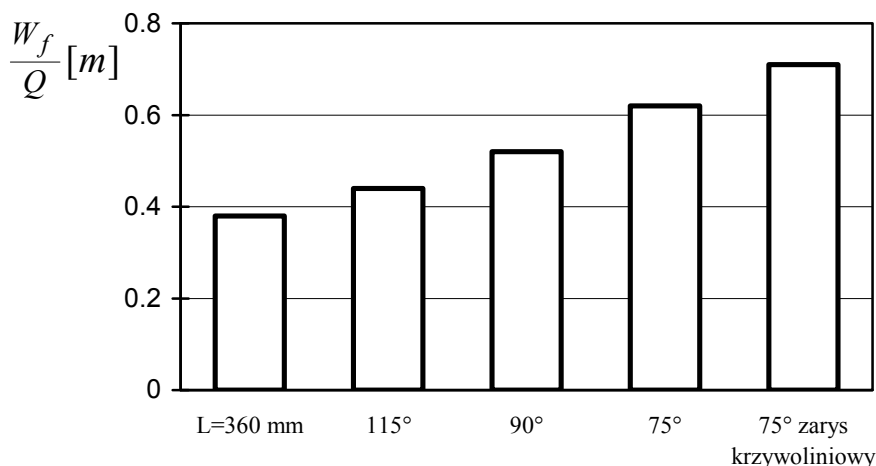




Rys. 2.17 Wykres pracy jednostkowej dla różnych trajektorii.



Rys. 2.18 Kształty modelowych łyżek.



Rys. 2.19 Jednostkowa energia urabiania dla różnych kształtów łożek.

Wyniki badań doświadczalnych przedstawione są na rysunku 2.19. Jak widać dla łożki z tylną ścianą nachyloną pod kątem 75° z krzywoliniowym przejściem pomiędzy dnem a ścianą (rys. 2.18a) energia procesu jest największa. Wraz ze wzrostem pochylenia tylnej ściany energia maleje. Jednostkowa energia urabiania jest najmniejsza dla łożki z „długim dnem”. W tym wypadku efekt naporu tylnej ściany nie był obserwowany. Oznacza to, że analizując proces odpajania z uwagi na kryterium jednostkowej energii urabiania najbardziej efektywnym narzędziem jest takie w którym energia związana z naporem tylnej ściany jest zminimalizowana.

Przedstawione wyniki zostały otrzymane dla pojedynczego procesu odpajania składającego się z fazy wejścia, dalej krzywoliniowej lub prostoliniowej trajektorii oraz fazy wyjścia po linii prostej. W każdym eksperymencie jednorodny ośrodek miał identyczny początkowy kształt (np. skarpa). Z tego powodu konfiguracja przed i po procesie napełniania konfiguracja ośrodka była inna. Należy tutaj zaznaczyć, że dla następnego cyklu urabiania optymalnej trajektorii należałoby poszukiwać od początku. Także wnioski wynikające z przedstawionych badań dotyczą pojedynczego cyklu roboczego przy zadanej konfiguracji ośrodka np.: jednorodna skarpa, pozioma powierzchnia swobodna, itp. Optymalizacja całego procesu wykopu, składającego się z szeregu cykli roboczych, z których każdy ma inną początkową konfigurację jest niezwykle trudna, a nawet niemożliwa do wykonania na drodze badań doświadczalnych. Z tego powodu została zaproponowana optymalizacja cyklu roboczego, w której każdy cykl roboczy jest identyczny (zarówno trajektoria jak i konfiguracja ośrodka).

### 2.4.2 Optymalizacja cykli powtarzalnych

Od czasu kiedy pierwsza automatyczna koparka FUTURE firmy Orenstein & Koppel była zaprezentowana na targach "BAUMA" 1983, producenci maszyn roboczych poczynili wiele w rozwoju zautomatyzowanych systemów maszyn roboczych. Najczęściej systemy służą pomocą operatorowi w monitorowaniu aktualnego stanu pracy silnika i systemów hydraulicznych, jak np. Board Control System zastosowany przez Orenstein & Koppel w seryjnej koparce RH90C [116]. Bardziej zaawansowane systemy pozwalają na ciągły monitoring pozycji osprzętu roboczego i kontrolę ciężaru urobionego ośrodka w łyżce koparki. Najczęściej pozycja łyżki określana jest przy zastosowaniu czujników obrotu, które mierzą zmiany pochyleń wysięgnika ramienia i łyżki. Kontrola ciężaru urobionego materiału wymaga zastosowania dodatkowych czujników tensometrycznych montowanych na siłownikach hydraulicznych. Dodatkowo wraz z pomiarem sił kontrolowana jest stateczność maszyny. Zadaniem tych systemów jest kontrola czy maszyna pracuje w bezpiecznym zakresie pracy określanym jako część siły powodująca utratę stateczności maszyny. Tego typu aktywny system kontroli dla pojazdów o konstrukcji ramowej został zaprezentowany przez Dudzińskiego [26]. Inną grupę systemów wspomagających operatora, są systemy służące do wykonywania ruchów powtarzalnych. Systemy te służą między innymi do doprowadzania położenia osprzętu do określonej pozycji, wykonywania ruchów w oparciu o metodę „teach in”, systemy profilowania złoza „CAP- Computer Assisted Profiling”. Szeroki przegląd automatyzacji maszyn roboczych został przedstawiony w pracy Szlagowskiego i in. [154]. Jednakże, do tej pory inteligentne systemy automatycznego urabiania, które pozwoliłyby na optymalne prowadzenie narzędzia roboczego w procesie odspajania nie znalazły wdrożeń do produkcji seryjnej. Najważniejsza faza procesu pracy koparki, jaką jest proces urabiania, jest przedmiotem badań wielu ośrodków naukowych w kraju i zagranicą.

Prowadzone w ostatnich latach prace [ 55, 57, 58, 63, 79, 82, 86, 124, 125, 126, 140-143], których celem było znalezienie optymalnych metod urabiania gruntów oraz najefektywniejszego doboru kształtu narzędzi typu łyżka ładowarki, wykazały zalety ruchów roboczych, w trakcie których koniec łyżki porusza się trajektorią zbliżoną do powstających w gruncie linii poślizgu. Badania te prowadzono dla próbek gruntu w kształcie skarpy w odniesieniu do pojedynczego cyklu roboczego maszyny. Skarpa, o założonym kącie nachylenia przygotowywana była każdorazowo przed testem. Po wykonaniu badanego cyklu urabiania konfiguracja gruntu ulegała zmianie zgodnie z założoną trajektorią ruchu i nie była podobna do początkowego zarysu próbki. Celem prowadzonych badań było znalezienie optymalnej trajektorii dla zadanej konfiguracji próbki.

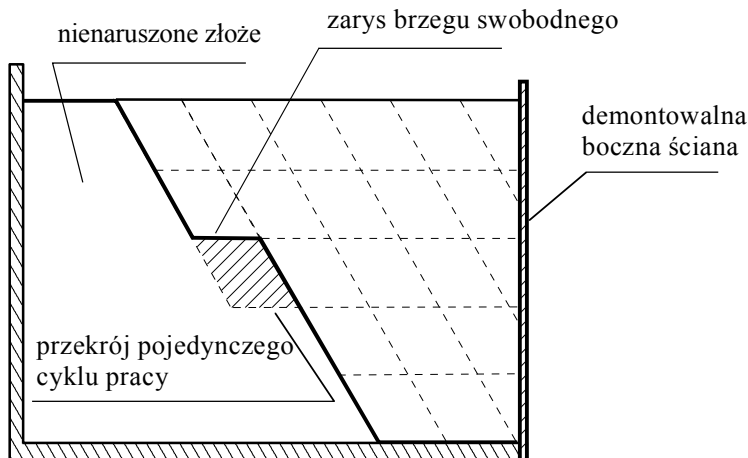
W tej części pracy zostaną przedstawione badania ukierunkowane na znalezieniu najefektywniejszych trajektorii urabiania dla ruchów roboczych wykonywanych w pełni powtarzalnie, tj. takich w których zarys gruntu (brzeg swobodny) przed i po

cyklu jest zbliżony. Z zagadnieniem takim spotykamy się przy realizacji dużych prac ziemnych typu głębokie lub długie wykopy, w trakcie których zarys gruntu po cyklu roboczym pokrywa się z kształtem brzegu swobodnego wygenerowanym w poprzednim cyklu. W przypadku realizacji takich prac ziemnych poszukiwanie najefektywniejszej metody urabiania sprowadzić można do pojedynczego cyklu roboczego, którego zarys zewnętrzny i trajektoria końca narzędzia są przesunięte o grubość urabianej warstwy (rys. 2.20). Jako kryterium optymalizacji trajektorii narzędzia przyjęto energię procesu urabiania odniesioną do ciężaru urobku. Przedstawiono wpływ parametrów procesu takich jak: wypełnienie łyżki, kształt przekroju odłamu, kąt skrawania i innych na energochłonność procesu. Opisany program badań umożliwił znalezienie optymalnego cyklu urabiania dla zadanego narzędzia i rodzaju gruntu. Metoda ta bazuje na wnioskach wynikających z badań przedstawionych w poprzednich rozdziałach, a mianowicie że trajektorie ruchu łyżki pokrywające się z wygenerowanymi liniami ścicia są energetycznie optymalne.

W tej grupie badań ośrodek był przygotowywany poprzez kolejne układanie warstw. Każda warstwa przygotowana była z jednakowej ilości rozluźnionego ośrodka poprzez zasypywanie kanału z ruchomego zasobnika na zadaną wysokość. Proces zagęszczania był realizowany poprzez sekwencyjny nacisk sztywnego stempla, pokrywając całą powierzchnię próbki. W celu zapewnienia jednorodności próbki została opracowana specjalna procedura. Komputerowy system sterowania realizował określony nacisk stempla oraz czas jego trwania. Dalej po odciążeniu stempel przemieszczał się poziomo i kolejny cykl zagęszczania był realizowany. Zagęszczanie warstwy realizowane było wieloetapowo, zwiększając nacisk w kolejnych zagęszczeniach warstwy. Ostatnim etapem przygotowania warstwy było zeskrawanie górnych dwóch centymetrów ośrodka, który wykazywał podwyższoną spójność w stosunku do pozostałej masy ośrodka. Po przygotowaniu wszystkich warstw była usuwana pionowa ściana. Końcowym etapem przygotowania ośrodka do wykonania eksperymentów było uzyskanie zadanej konfiguracji poprzez skrawanie ostrzem bardzo cienkich warstw ośrodka o grubości około 10 mm. Skrawanie takimi warstwami nie naruszało struktury złoża. Ośrodek przygotowany w ten sposób można opisać modelem Coulomba o parametrach: gęstość  $\gamma=18.4$  kN/m<sup>3</sup>, wewnętrzny kąt tarcia  $\rho=24^\circ$  i spójność  $c\approx 20$  kPa.

W tym cyklu badań rozpatrywano trajektorie ruchu narzędzia odwzorowujące zarys brzegu swobodne, przesunięte o zadany dystans, czyli powierzchnia swobodna przed i po eksperymencie jest jednakowa (rys. 2.20). W ten sposób zagadnienie urobienia całego wykopu sprowadzono do szeregu powtarzalnych cykli roboczych. Jeżeli proces urabiania sterowany jest komputerowo i maszyna może realizować powtarzalne ruchy robocze, to optymalizacja procesu sprowadza się do optymalizacji pojedynczego cyklu.

W tej grupie testów był użyty uproszczony model łyżki koparki K-111 Waryński wykonany w skali 1:3.



Rys. 2.20 Schemat przygotowania ośrodka w kanale gruntowym.

Podobnie jak w poprzednich testach w trakcie badań mierzono i zapisywano siły urabiania, a następnie wyznaczano wartość pracy urabiania  $W_f$ . W celu dokładnego porównania wyników z różnych testów zastosowano korekcję pracy urabiania odnosząc ją do początkowego położenia środka masy urobionego ośrodka, a mianowicie:

$$W_c = W_f - (y_c - y_i) Q \quad (2.1)$$

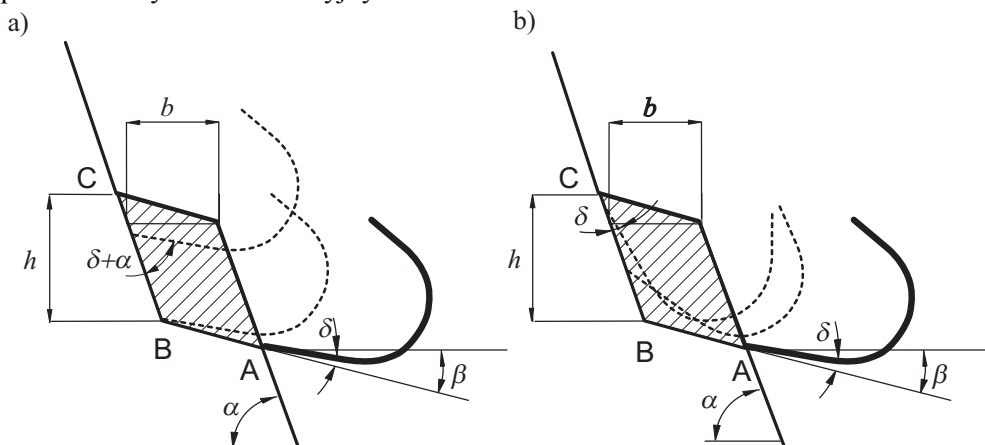
gdzie  $W_c$  praca urabiania z uwzględnieniem korekcji,  $Q$  jest ciężarem urobku,  $y_i$  i  $y_c$  określają współrzędną pionową położenia środka masy urobionego materiału na początku i końcu procesu odpajania. Wartość  $y_c$  została uzyskana w oparciu o dokumentację fotograficzną, zaś wartość  $y_i$  była określona z geometrii pola przekroju urabianego ośrodka.

W grupie przedstawionych testów były używane prostoliniowe trajektorie. Przykładowo na rysunku 2.21 zostały przedstawione zarys ośrodka i trajektoria ruchu łyżki. Dla trajektorii odwzorowujących zarys ośrodka konfiguracja przed i po cyklu roboczym są podobne.

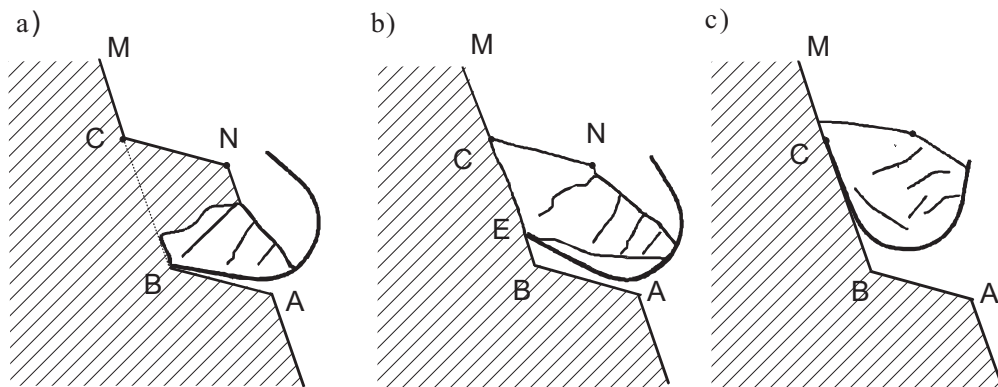
Pojedynczy cykl roboczy był opisywany następującymi parametrami :

- $\alpha$  - kąt pochylenia skarpy (równy kątowi wyjścia narzędzia),
- $\beta$  - kąt pochylenia początkowej fazy trajektorii,
- $\delta$  - kąt pochylenia narzędzia względem trajektorii,
- $h$  - wysokość urabianego materiału,
- $b$  - szerokość urabianego materiału.

Dla każdego cyklu pracy możemy wyróżnić charakterystyczne etapy procesu (rys. 2.22). W początkowej I fazie narzędzie realizowało na odcinku AB prostoliniowy ruch translacyjny.



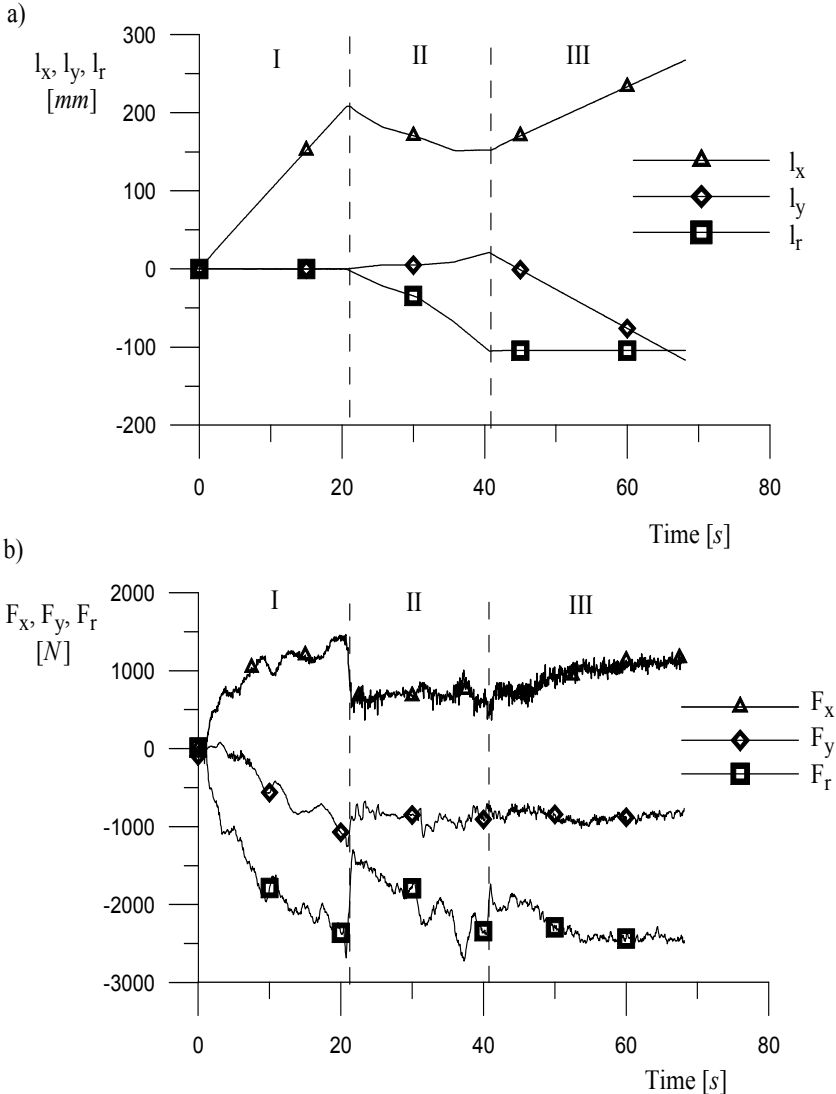
Rys. 2.21 Schemat pojedynczego cyklu pracy i jego parametry: a) ruch translacyjny; b) translacja z obrotem narzędzia.



Rys. 2.22 Kolejne etapy ruchu w procesie odpajania.

Po osiągnięciu punktu B rozpoczynała się II faza ruchu. Narzędzie rozpoczynało ruch wyjścia wzdłuż po prostoliniowej trajektorii BCM połączony z ruchem obrotowym łyżki. W wyniku zmiany ruchu narzędzia generowała się płaszczyzna ścięcia BEC (rys. 2.22b). Należy tutaj zaznaczyć, że powierzchnie ścięcia generowały się z punktu B do punktu C (punktu narożnego na powierzchni swobodnej MCN), niezależnie od kąta pochylenia skarpy jak i innych parametrów rozpatrywanych trajektorii. Kąt pochylenia nowo wygenerowanej powierzchni ścięcia był zbliżony do kąta pochylenia skarpy. Kończącym III etapem ruchu narzędzia był ruch translacyjny (rys. 2.22c) wzdłuż wygenerowanej powierzchni ścięcia EC, w którym koniec łyżki podążało przemieszczał się do punktu M.

Na rysunku 2.23 zostały przedstawione przemieszczenia siłowników hydraulicznych 2.23a i siły przez nie generowane (rys. 2.23b). Dodatkowo zostały oznaczone kolejne fazy ruchu łyżki dla trajektorii o parametrach:  $\alpha=50^\circ$ ,  $b=205$  mm,  $h=278$  mm,  $\delta=5^\circ$  i  $\beta=0^\circ$ .

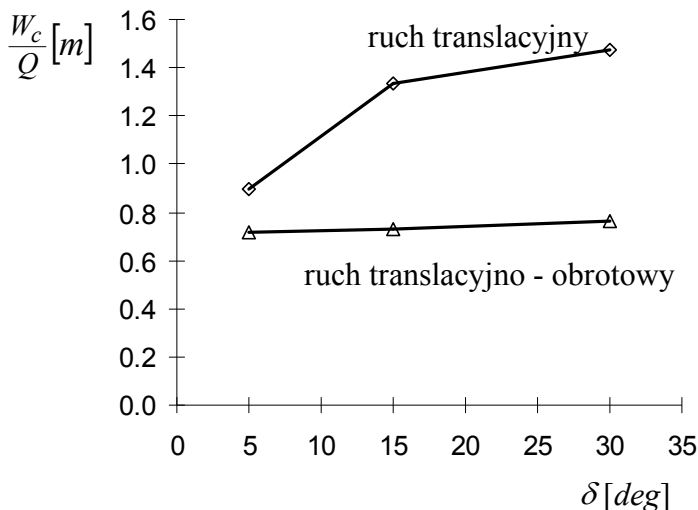


Rys. 2.23. Przebieg procesu odpajania dla złożonego cyklu pracy łyżki.: a) zmiany długości siłowników funkcji czasu; b) zmiany sił w siłownikach w funkcji czasu.

Początkowa faza trajektorii AB, oznaczona na rysunku przez I była w tym przypadku pozioma. Na tym etapie ruchu jedynym czynnym siłownikiem był siłownik ruchu poziomego (zmiany długości oznaczone przez  $l_x$ ). W drugiej fazie

ruchu łyżki był ruchem złożonym generowanym poprzez zmiany długości trzech siłowników ( $l_y$ - zmiana długości siłownika ruchu pionowego,  $l_r$  –zmiana długości siłownika obrotu łyżki). Zmiany długości siłowników były kontrolowane przez komputerowy system sterowania, tak aby koniec łyżki poruszał się po zaplanowanej trajektorii przy takiej realizacji ruchu obrotowego aby łyżka jak najszybciej urabiała z kątem skrawania  $\delta$  przy jednoczesnym niedotykaniu dnem łyżki złoza. W końcowej fazie ruchu narzędzia (III) siłownik ruchu obrotu był unieruchomiony, a długości siłowników poziomego i pionowego były kontrolowane tak aby utrzymać stały stosunek przyrostów długości  $l_x:l_y$  wynikający z kąta pochylenia skarpy. Kompletny cykl pracy trwał około 70 s. Proces miał charakter quasi-statyczny, w trakcie którego żadnych efektów dynamicznych nie obserwowano.

Początkowo każdy cykl roboczy był realizowany przy użyciu dwóch różnych ruchów roboczych: translacyjnego oraz złożonego opisanego powyżej. W przypadku trajektorii translacyjnych (bez obrotu łyżki) przy przejściu do fazy II (punkt B) następowała gwałtowna zmiana kąta skrawania od wartości  $\delta$  do  $\delta+\alpha$  (rys. 2.21). Porównując jednostkową energię urabiania dla obu typów ruchu łyżki (rys. 2.24) widać wyraźny wzrost energii dla ruchu translacyjnego. Wynika to ze znacznego wzrostu sił naporu i oporów napelniania łyżki.



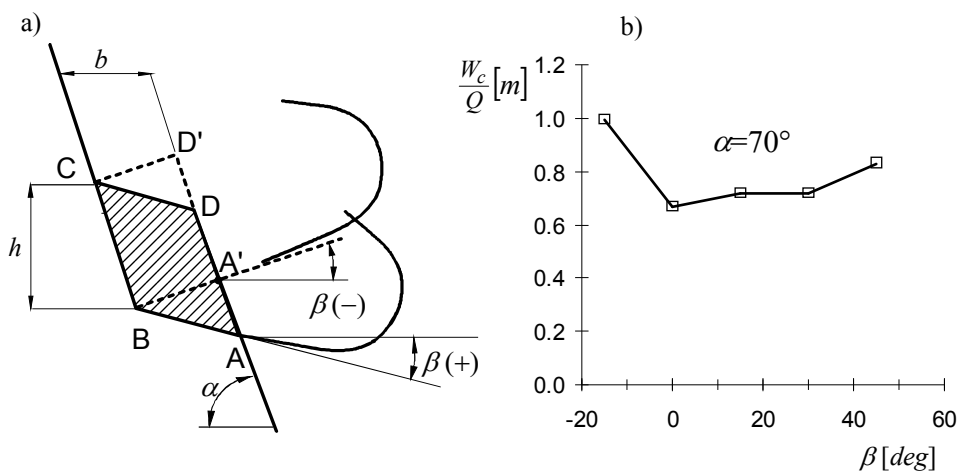
Rys. 2.24 Praca urabiania w funkcji kąta skrawania dla ruchu translacyjnego i złożonego.

Wpływ kąta skrawania  $\delta$  (pochylenia narzędzia względem trajektorii ruchu) na jednostkową energię urabiania przedstawiony jest na rysunku 2.24. Ta grupa eksperymentów wykonywana była na skarpie o kącie pochylenia  $50^\circ$  i parametrach trajektorii: szerokość -  $b=150$  mm, wysokość  $h=220$  mm, kąt wejścia narzędzia  $\beta=0^\circ$ . Przekrój poprzeczny urabianego materiału odpowiadał powierzchni przekroju



poprzecznego łyżki zapewniającej całkowite wypełnienie. W przypadku złożonego ruchu narzędzia (translacja + obrót) nie zaobserwowano wyraźnego wpływu kąta skrawania  $\delta$  na wartość jednostkowej energii urabiania (w zakresie testowanych kątów tj.:  $5^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ). Jednakże w przypadku gdy narzędzie porusza się ruchem translacyjnym wartość jednostkowej energii urabiania wzrasta o 40% i 60% wraz ze zmianą kąta skrawania  $\delta$  z  $5^\circ$  do  $15^\circ$  i do  $30^\circ$  (rys. 2.24)

Badania wpływu kąta wejścia  $\beta$  pochylenia początkowej części trajektorii na jednostkową energię urabiania były realizowane na skarpie o kącie pochylenia  $70^\circ$  i stałych wartościach szerokości  $b$  i wysokości  $h$  (takich samych jak poprzednio). Schemat testowanych trajektorii i wyniki przedstawione są na rysunku 2.25. Najmniejszą wartość jednostkowej energii urabiania uzyskano dla poziomego kąta wejścia  $\beta=0^\circ$ .

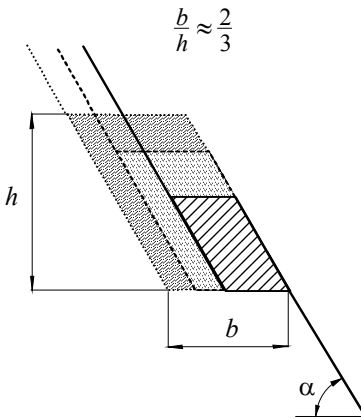


Rys. 2.25 Praca urabiania w funkcji kąta  $\beta$  pochylenia początkowego odcinka ruchu narzędzia.

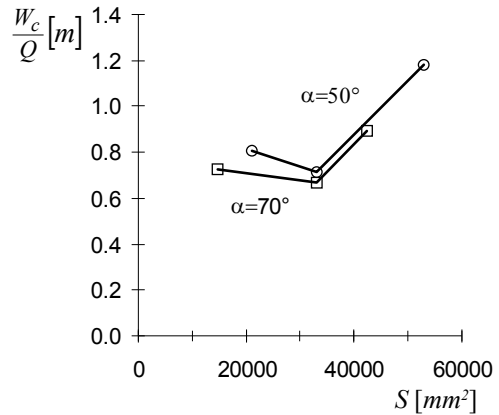
W następnych prezentowanych seriach badań testowane były trajektorie z poziomym kątem wejścia  $\beta=0^\circ$  i kątem skrawania  $\delta=5^\circ$  przy zastosowaniu złożonego ruchu narzędzia (translacja + obrót).

Kolejne testy były poświęcone określeniu wpływu objętości urobku przy zachowaniu stałych parametrów geometrii odłamu  $b:h$  i określeniu wpływu proporcji wymiarów  $b:h$  przy zachowaniu stałej objętości urobku  $V$ . Ta grupa badań realizowana była na skarpach o kątach pochylenia  $50^\circ$  i  $70^\circ$ . Wyniki badań dla różnych objętości materiału przedstawione są na rysunku 2.26. Występowanie optymalnej objętości były obserwowane dla obu kątów pochylenia skarpy. Ta objętość odpowiadała objętości łyżki. W przypadku urabiania większych objętości w pojedynczym cyklu pracy, pewna ilość materiału spadała poza łyżkę, co powodowało znaczny wzrost jednostkowej energii urabiania (rys. 2.26b). Badania te były przeprowadzone dla proporcji szerokości do wysokości  $b:h=2/3$ .

a)

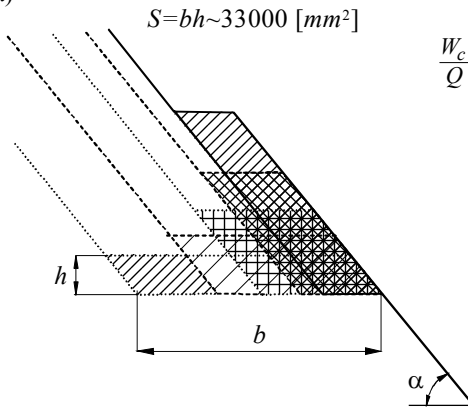


b)

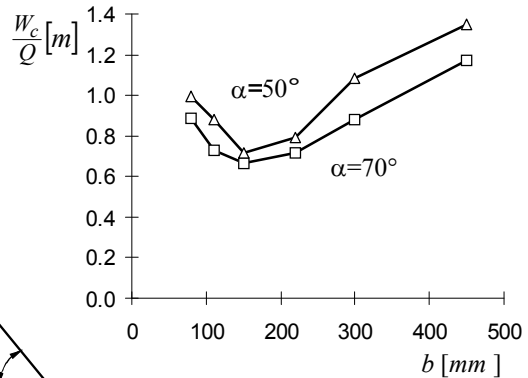


Rys. 2.26 Praca urabiania w funkcji powierzchni pola przekroju poprzecznego odłamu dla stałej proporcji parametrów  $b:h$ .

a)



b)

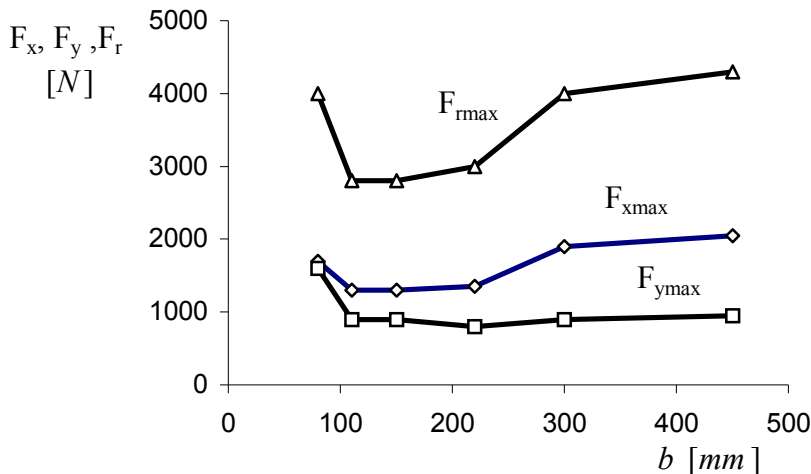


Rys. 2.27 Praca sił urabiania dla różnych proporcji wymiarów  $b:h$  przy zachowaniu stałej objętości urobionego ośrodka.

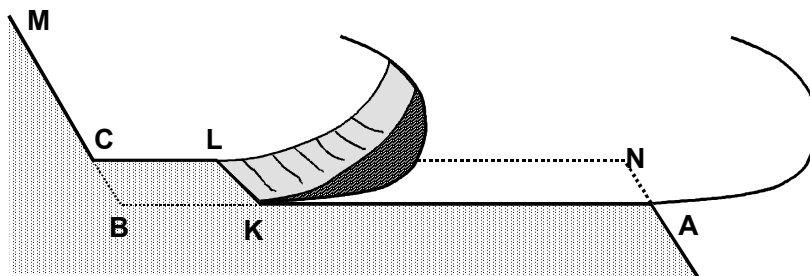
Na rysunku 2.27 przedstawione są wyniki testów dla zmiennych proporcji wymiarów  $b:h$  przeprowadzonych dla stałej objętości odłamu o przekroju  $s=33000$  mm<sup>2</sup>. Podobnie w tym przypadku zaobserwowano występowanie wartości optymalnej jednostkowej energii urabiania dla proporcji  $b:h$  równej 2:3 (szerokość  $b=150$  mm). Dodatkowo na rysunku 2.28 przedstawione są maksymalne wartości sił generowanych w siłownikach odpowiadających za ruch poziomy  $F_x$ , pionowy  $F_y$  i obrotowy  $F_r$  łyżki. Podobnie najmniejsze wartości sił maksymalnych występują dla

proporcji  $b:h=2/3$ , chociaż maksymalne siły występują dla różnych faz porównywanych procesów.

Wynika z tego, że strategia bazująca na skrawaniu cienkich warstw (rys. 2.29) z punktu energochłonności procesu jak i sił urabiania niekorzystna.



Rys. 2.28. Wykresy maksymalnych sił w siłownikach w funkcji szerokości odłamu  $b$  przy zachowaniu stałej objętości urobionego ośrodka.

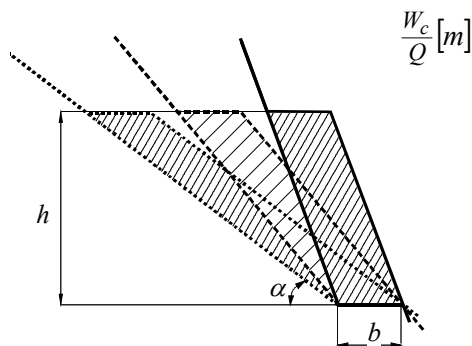


Rys. 2.29. Schemat procesu odpajania cienką warstwą.

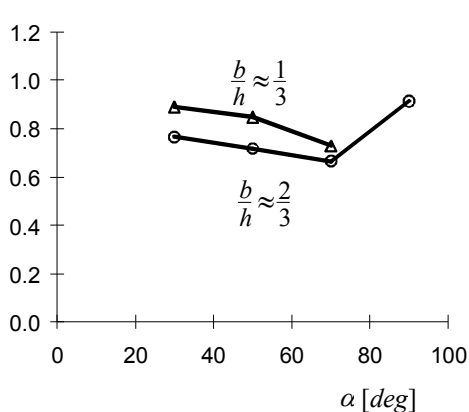
Wpływ kąta pochylenia skarpy był badany dla dwóch proporcji wymiarów  $b:h=1:3$ , i  $2:3$  oraz stałej objętości urabianego materiału. Schemat zarysu ośrodka i wyniki jednostkowej energii urabiania przedstawione są na rysunku 2.30. Najbardziej korzystną konfiguracją jest skarpa pochyłona pod kątem  $70^\circ$ . Dla skarpy o większych kątach pochylenia energia procesu rośnie z powodu wzrostu naporu łyżki na ośrodek. Również energia procesu rośnie dla skarpy o małym kącie

pochylenia - rośnie długość linii poślizgu, a odłamek przypomina cienką warstwę. Dla skarpy pochylonej pod kątem  $85^\circ$  niemożliwe było wykonywanie testów dla trajektorii o proporcji wymiarów  $b:h$  równej 1:3 z powodu zagłębiania się górnej części łyżki w nieurobione złożo.

a)



b)



Rys. 2.30. Zmiany pracy urabiania w funkcji kąta nachylenia brzoła swobodnego.

### 2.4.3 Posumowanie

Dla zadanego brzoła swobodnego i określonego ośrodka gruntowego można określić optymalną trajektorię ruchu narzędzia. Optymalizacja pojedynczego cyklu roboczego maszyny typu ładowarka, (koparka) bazuje na realizacji ruchu roboczego narzędzia tak aby trajektoria narzędzia pokrywała się z powierzchniami poślizgu jakie tworzą się w trakcie procesu urabiania. Przy nachyleniu trajektorii wyjścia narzędzia ze złoża równym nachyleniu powierzchni osłabienia energia procesu urabiania jest najniższa. Kształt łyżki dla której proces urabiania związany jest z silnym działaniem naporowym tylnej ściany jest niekorzystny zarówno ze względu na siły naporu jak i energię procesu urabiania. Z tego względu najefektywniejszym narzędziem jest łyżka z długim dnem.

Różnice w kształcie powierzchni swobodnej przed i po cyklu roboczym powodują, że optymalizacja powinna być przeprowadzona dla kolejnego zarysu brzoła swobodnego. Z tego względu została przedstawiona optymalizacja bazująca na powtarzalnych ruchach roboczych, w których zarys ośrodka przed i po procesie jest podobny. Tego typu optymalizacja jest użyteczna dla zautomatyzowanych koparek, pozwalających na realizację zadanej trajektorii niezależnie od położenia osprzętu. Należy tu zaznaczyć, że zastosowane kryterium optymalizacji uwzględniało tylko opory urabiania i napełniania narzędzia, nie biorąc pod uwagę ruchów roboczych maszyny i ich wpływu na zużycie energii.

Dla danej łyżki i zadanego ośrodka zostały wyznaczone optymalne trajektorie ruchu łyżki. Proces urabiania bazujący na skrawaniu cienkich warstw jest energetycznie niekorzystny. Taka strategia powoduje częste generowanie linii poślizgu, w wyniku czego ośrodek jest bardzo rozluźniony. Pomimo, że linie ścięcia są krótkie, to energia urabiania odniesiona do objętości urobku jest znacznie większa aniżeli dla trajektorii o optymalnych kształtach. Dodatkowo przy skrawaniu cienkimi warstwami maksymalne wartości sił generowanych w siłownikach odpowiadających za ruch poziomy  $F_x$ , pionowy  $F_y$  i obrotowy  $F_r$  łyżki są wyższe aniżeli dla proporcji  $b:h=2/3$ .

## 2.5 Analiza procesów urabiania gruntu łyżką koparki przy uwzględnieniu efektów zużycia narzędzi i ich kształtów.

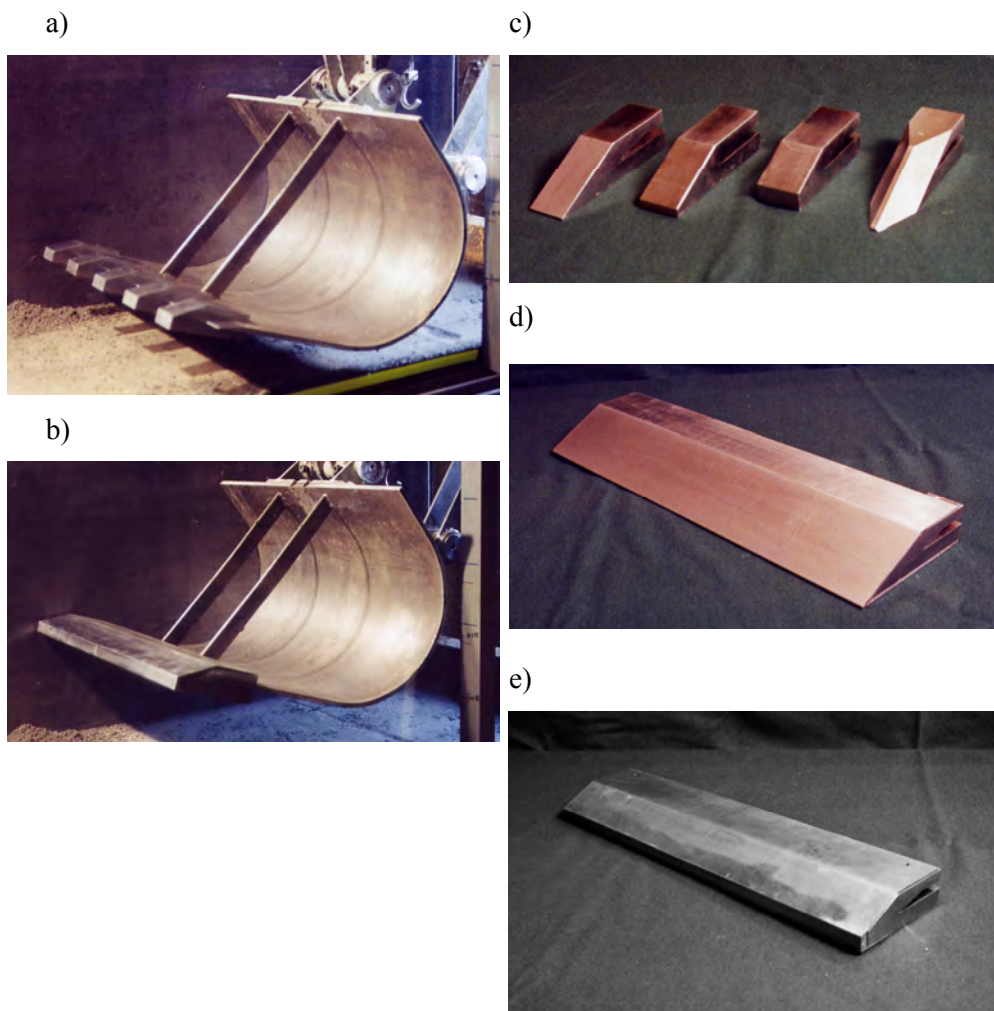
Obecnie zostanie przedstawiony program badań doświadczalnych realizowany w latach 2001- 2004, w ramach Projektu badawczego KBN 8T07C02920, kierowanego przez autora, który obejmował badania procesów urabiania ośrodków spoistych narzędziami typu łyżka koparki. Badania przeprowadzono z uwzględnieniem wpływu zębów na łyżce. Przeanalizowano wpływ rozstawu zębów oraz wpływ stopnia ich zużycia dla różnych parametrów procesu skrawania jak i różnych parametrów ośrodka spoistego. Wykonane badania miały na celu rozwiązanie następujących zagadnień:

- określenie wpływu zużycia zęba na opory urabiania oraz zmiany rozkładu sił,
- określenie zmian rozkładu sił naporu w funkcji głębokości skrawania dla stępionych narzędzi,
- określenie wpływu odległości pomiędzy zębami na mechanikę procesu oraz jego energochłonność,
- określenie wpływu własności ośrodka na mechanikę procesu odspajania,

### 2.5.1 Opis badań eksperymentalnych

Badania eksperymentalne przeprowadzono na stanowisku laboratoryjnym przedstawionym w rozdziale 2.2. W trakcie programu badawczego wykonano szereg testów przygotowania próbki gruntu, stosując różne schematy zagęszczania z wykorzystaniem sztywnego stempla o długości 120 mm i szerokości równej szerokości kanału ziemnego (600 mm). W badaniach wykonywano eksperymenty na ośrodku o trzech stopniach zagęszczenia: luźnego, średnio zagęszczonego i gęstego. Ośrodek gęsty charakteryzował się następującymi parametrami modelu Coulomba: kąt tarcia wewnętrznego  $\rho=27^\circ$ , spójność  $c\sim 45$  kPa i gęstość  $\gamma=17,2$  kN/m<sup>3</sup>, ośrodek średnio zagęszczony odpowiednio:  $\rho=27^\circ$ ,  $c\sim 30$  kPa,  $\gamma=16,8$  kN/m<sup>3</sup>, zaś ośrodek luźny:  $\rho=27^\circ$ ,  $c\sim 15$  kPa,  $\gamma=16,2$  kN/m<sup>3</sup>. W trakcie procesu urabiania parametry wytrzymałościowe ośrodka w strefach zaawansowanej deformacji

ulegały degradacji i spójność osiągała wartość bliską zeru. W tej grupie badań ośrodek miał nieco inne własności, aniżeli w badaniach przedstawionych wcześniej z uwagi na regenerację ośrodka (poprzez dodanie dodatkowych składników: piasku, cementu).



Rys. 2.31 a) Model łyki koparki z pięcioma zębami; b) Model łyki koparki z nakładaną listwą; c) rodzaje stosowanych zębów: „ostry”, zużyty 10 mm, zużyty 20 mm i ząb o geometrii przestrzennej; d) nakładana listwa – „ostra”, e) listwa ze stępieniem 20 mm.

Testy realizowane były przy użyciu modelu łyżki koparki K-111 Waryńskiego o szerokości 600 mm, co odpowiadało szerokości kanału (rys. 2.31 a, b). Ruch narzędzia realizowany był za pomocą trzech niezależnych siłowników

hydraulicznych: ruchu poziomego, ruchu pionowego oraz obrotu. W trakcie każdego testu mierzono i rejestrowano siły urabiania, które służyły do wyznaczenia pracy wydatkowanej na urabianie ośrodka. Na krawędzi poziomej łyżki mocowano zęby, których kształt i rozmiar odpowiadały zębom stosowanym w maszynach fabrycznych K-111. Zastosowano zęby o szerokości 46 mm i kącie nachylenia powierzchni natarcia równej  $25^\circ$  (rys. 2.31b). Ząb ostry miał milimetrový promień zaokrąglenia powierzchni czołowej, zaś zęby zużyte miały 10 mm i 20 mm pionową powierzchnię czołową. Ponadto w badaniach wykorzystano zęby o przestrzennej geometrii z płaszczyznami bocznymi pochylonymi pod kątem  $45^\circ$ . Badania wykonywano dla łyżek z 1, 2, 3, 4, 5 i 6 zębami, a także dla modelu łyżki bez zębów oraz z listwą o szerokości łyżki (rys. 2.31 CD). Przekrój poprzeczny listwy nakładanej na krawędź poziomą łyżki był identyczny z przekrojem pojedynczego zęba. Nakładana listwa symulowała zatem model łyżki z zębami ściśle sąsiadującymi ze sobą. W Tabeli 2.2 zebrano wartości rozstawu zębów  $l$  oraz parametru  $l/w$  (stosunek rozstawu zębów do szerokości zęba) w zależności od liczby zastosowanych zębów.

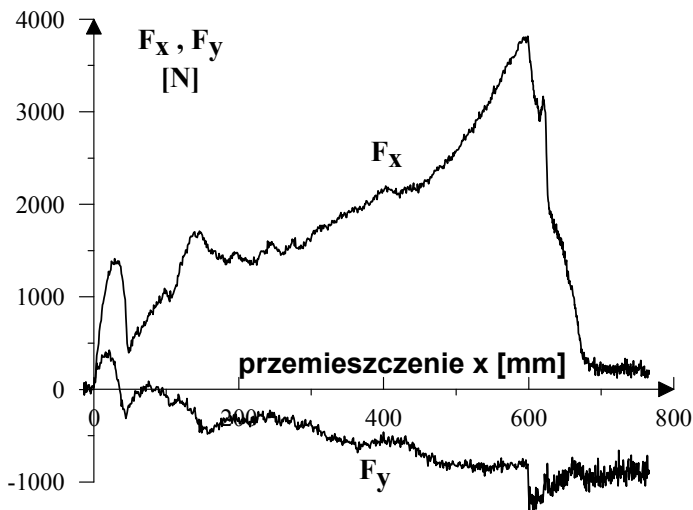
Tabela 2.2 Wartości rozstawu zębów oraz parametru  $l/w$  w zależności od liczby zębów na łyżce.

N – liczba zębów	$l$ – rozstaw zębów [mm]	$l/w$
1	600	13.04
2	300	6.52
3	200	4.35
4	150	3.26
5	120	2.61
6	100	2.17
listwa	46	1

Wszystkie testy w ramach prezentowanego cyklu badań wykonywano na próbkach gruntu o poziomej powierzchni swobodnej. Trajektoria ruchu narzędzia składała się z dwóch faz. Pierwszą fazą był ruch poziomy, w trakcie którego narzędzie penetrowało próbkę do momentu wypełnienia się gruntem. W trakcie drugiej fazy następowało wyprowadzenie łyżki ponad warstwę gruntu wzdłuż prostej nachylonej pod kątem  $45^\circ$ . Początkowy odcinek trajektorii (ruch poziomy) miał identyczny zasięg w każdej grupie testów (przy zmieniającej się liczbie zębów), zależał natomiast od głębokości skrawania, która wpływała na wcześniejsze lub późniejsze wypełnienie narzędzia. Badania przeprowadzono dla głębokości skrawania 100 mm, 150 mm i 200 mm.

Przebieg składowych poziomej  $F_x$  i pionowej  $F_y$  siły urabiania dla typowego procesu przeprowadzonego zgodnie z wyżej opisaną trajektorią dla łyżki bez zębów przedstawiono na rysunku 2.32. Dwa pierwsze maksima widoczne na wykresie siły poziomej odpowiadają tworzeniu się pasm ścinania, biegnących od ostrza łyżki ku

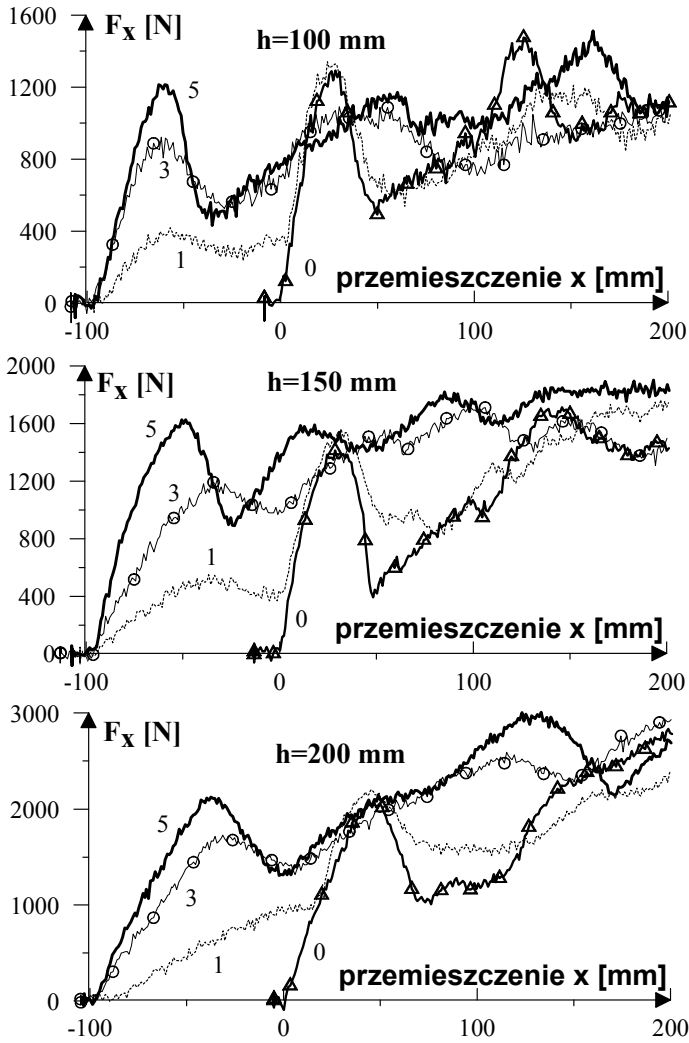
powierzchni swobodnej próbki. W obszarze pasm ścinania następuje degradacja początkowych własności wytrzymałościowych ośrodka. Ostatnie widoczne maksimum siły poziomej towarzyszy zmianie trajektorii narzędzia z poziomej na nachyloną (faza wyprowadzenia narzędzia), w wyniku czego siły urabiania raptownie maleją.



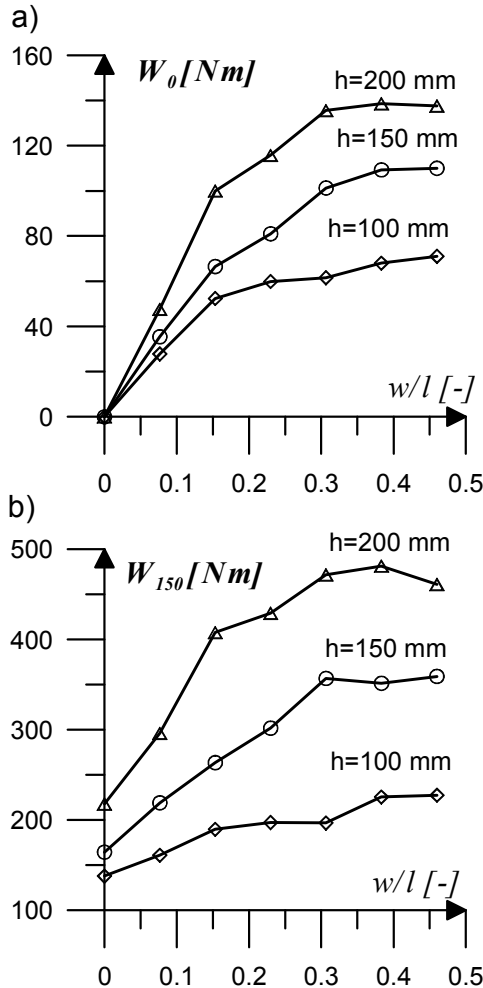
Rys. 2.32 Rejestrowany przebieg składowych siły urabiania dla modelu łyżki bez zębów (głębokość skrawania  $h=150$  mm)

Na rysunku 2.33 przedstawiono porównanie przebiegów sił naporu narzędzia dla łyżki z 1, 3 i 5 zębami (oznaczonych odpowiednio cyframi 1, 3 i 5) z wynikami uzyskanymi dla łyżki bez zębów (oznaczonymi cyfrą 0) w początkowej fazie procesu dla trzech głębokości skrawania. Na rysunku tym współrzędna  $x=0$  odpowiada momentowi dotknięcia próbki gruntu przednią krawędzią łyżki. Z powodu wysunięcia ostrzy zębów ok. 95 mm przed krawędź łyżki, penetracja próbki gruntu przebiegała odpowiednio wcześniej dla modeli łyżki z zębami niż dla łyżki bez zębów. To pasmo ścinania (jak i wszystkie następne w miarę postępowania testu) tworzyło się od linii łączącej ostrza wszystkich zębów i biegło w kierunku powierzchni swobodnej próbki, a nie jak uprzednio, od ostrza łyżki. Tak więc linia łącząca ostrza zębów przejmowała rolę ostrza narzędzia, a układ zębów działał jak jedno narzędzie o szerokości równej szerokości kanału. Jednocześnie obserwowano zbliżanie się do siebie przebiegów siły poziomej dla liczby zębów większej niż 4.





Rys. 2.33. Przebieg sił naporu dla różnej liczby zębów i głębokości skrawania.



Rys. 2.34. Praca procesu urabiania dla łyżki z różnym rozstawem zębów.

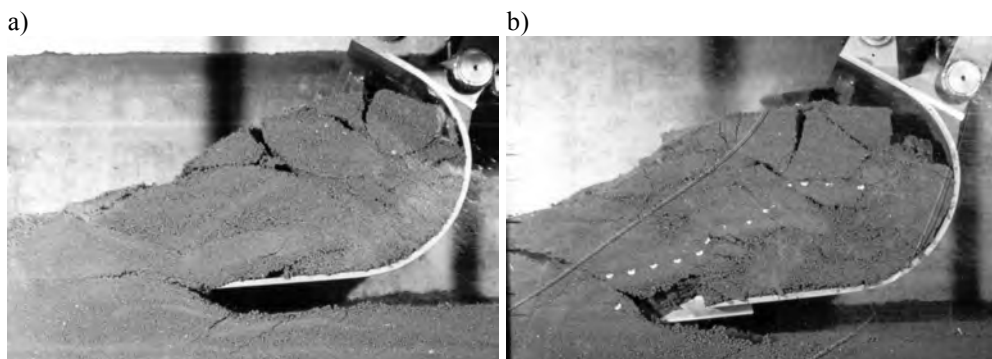
W celu dalszego porównania procesów przeprowadzanych dla różnej liczby zębów wyznaczono pracę siły naporu dla początkowej fazy procesu  $W_0$  (penetracja próbki zębami,  $x=0$ ) jak również dla bardziej zaawansowanego przemieszczenia narzędzia  $W_{150}$  ( $x=150$  mm). Wartość tak wyznaczonych prac zamieszczono odpowiednio na rysunkach 2.34a i 2.34b w zależności od parametru  $w/l$  (odpowiadającego liczbie zębów) dla różnych głębokości skrawania.

Dla małej liczby zębów (1,2) wartości pracy przyrastają liniowo. Dla tego rozstawu zębów nie występuje interakcja przestrzennych mechanizmów deformacji od poszczególnych zębów. Taką interakcję obserwowano dla liczby zębów większej od 2-eh. Jak widać na załączonych wykresach, dla wartości parametru  $w/l$  większej

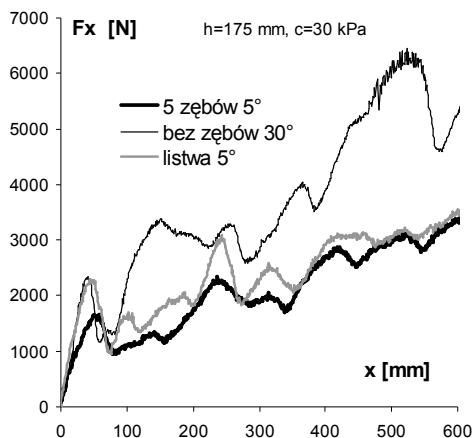
od 0,3 (co odpowiada liczbie zębów większej niż 4) wartości prac siły naporu stabilizują się. Ponadto, wartość pracy siły naporu w początkowej fazie procesu napełniania łyżki ( $W_{150}$ ) jest najmniejsza dla łyżki bez zębów.

Na rysunku 2.35 przedstawione są mechanizmy deformacji dla zaawansowanej fazy napełnienia łyżki dla łyżki bez zębów oraz dla łyżki uzbrojonej w 5 ostrych zębów. Jak widać dla narzędzia z gęsto ustawionymi zębami układ zębów oddziałuje na grunt jak jedno szerokie narzędzie (przy czym linia łącząca wierzchołki zębów pełni rolę ostrza narzędzia), a w strefie przed narzędziem tworzy się stan deformacji zbliżony do płaskiego stanu odkształcenia podobnie jak dla łyki bez zębów.

W celu dokładniejszego przebadania omawianego zjawiska wykonano dodatkową serię testów z wykorzystaniem łyżki koparki bez zębów oraz łyżki uzbrojonej w listwę, czyli jeden ząb o szerokości równej szerokości kanału ziemnego (600 mm). Kąt nachylenia łyżki bez zębów wynosił  $30^\circ$ , zaś łyżki z listwą  $5^\circ$ , co w konsekwencji dawało identyczny kąt natarcia równy  $30^\circ$ . Ponieważ szerokość obydwu narzędzi była równa szerokości kanału, testy przeprowadzane były z zachowaniem płaskiego stanu odkształcenia. Zarejestrowane wartości składowej poziomej siły urabiania dla testów o głębokości skrawania 175 mm przedstawiono na rysunku 2.36. Dla początkowej fazy procesu (przemieszczenie poziome łyżki 0-100 mm) obydwa testy przebiegały identycznie. Obserwowano także identyczne wartości sił. Jednak w miarę kontynuacji testów wartość siły urabiania dla łyżki bez zębów była znacznie wyższa niż dla narzędzia uzbrojonego w listwę, co wynikało z innego nachylenia dna łyżki w obydwu testach i znacznego udziału oddziaływania naporowego w przypadku łyżki bez zębów.



Rys. 2.35. Mechanizm zniszczenia dla zaawansowanej fazy procesu napełnienia łyżki: a) łyżka bez zębów; b) łyżka z 5-cioma zębami.



Rys. 2.36. Porównanie siły urabiania dla trzech różnych narzędzi przy zachowaniu stałego kąta natarcia równego  $30^\circ$ .



Rys. 2.37. Widok próbki po wykonaniu testu skrawania łyżką z 5-ciooma zębami.

Na rysunku 2.36 zamieszczono dodatkowo zarejestrowane wartości składowej poziomej siły urabiania dla testu z użyciem łyżki z zamontowanymi 5-ciooma zębami oraz kątem jej nachylenia  $5^\circ$  (kątem natarcia  $30^\circ$ ). Charakter tego testu był bardzo zbliżony do testu wykonanego z zastosowaniem narzędzia uzbrojonego w listwę, jednak kolejno obserwowane szczytowe wartości siły urabiania były niższe (przy identycznych wartościach siły pomiędzy maksimami). Dla obydwu narzędzi w strefie położonej przed łyżką obserwowano deformację warstwy gruntu charakterystyczną dla płaskiego stanu odkształcenia, jednak w przypadku narzędzia z 5-ciooma zębami w bezpośrednim sąsiedztwie zębów deformacja gruntu była trójwymiarowa. W konsekwencji pewna ilość urobionego materiału pozostawała w przestrzeni pomiędzy zębami (rys. 2.37).

Na rysunku 2.38 przedstawiono porównanie wyników dla testów z różną ilością zębów ostrych (głębokość skrawanej warstwy 175 mm) przeprowadzonych na ośrodkach luźnym o spójności  $c=15$  kPa (rys. 2.38a), średnio zagęszczonym,  $c=30$  kPa (rys. 2.38b) i gęstym  $c=45$  kPa (rys. 2.38c).

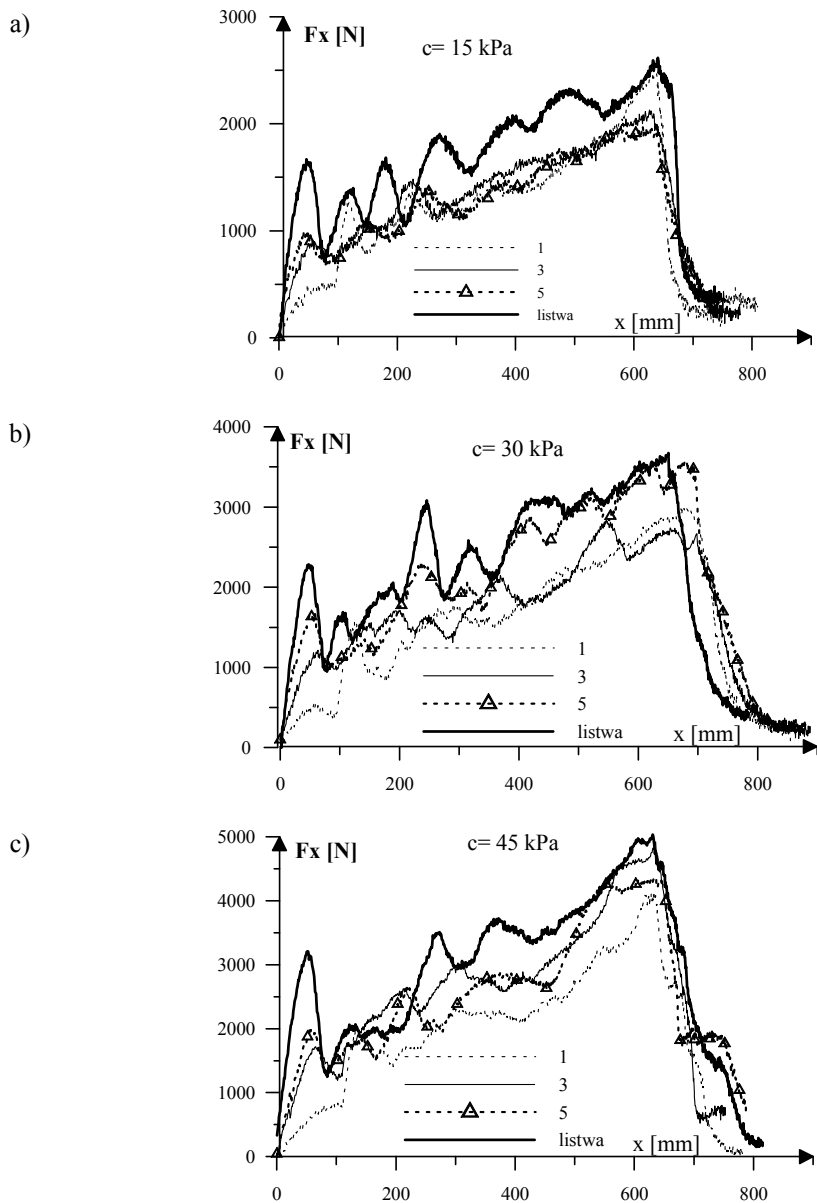
Prezentowane wyniki mają zbliżony charakter, niezależnie od początkowej gęstości (oraz spójności) ośrodka. Zdecydowanie różnią się wartościami generowanej siły urabiania, zarówno w odniesieniu do wartości maksymalnych jak i w trakcie całego procesu. Zgodnie z oczekiwaniami, rejestrowane wartości siły urabiania były wyższe dla ośrodka bardziej zagęszczonego. Pierwsze obserwowane maksimum siły urabiania odpowiada penetracji próbki gruntu przy pomocy zębów i (jak widać na rysunkach 2.38) poziom tego maksimum wzrasta wraz z ilością zębów, osiągając wartość największą dla narzędzia z listwą.

Oznacza to, że w bezpośrednim sąsiedztwie zębów występuje przestrzenny stan deformacji ośrodka. Jednak już po wytworzeniu się pierwszej linii ścicia (czemu towarzyszy spadek siły urabiania), różnice pomiędzy wartościami sił urabiania dla narzędzi z 4, 5 i 6-cioma zębami zaczynają się zacierać (dla przejrzystości wykresów na rysunku 2.38 przedstawiono jedynie wyniki dla łyżki z 1, 3 i 5 zębami oraz łyżki z listwą). Wynika to z faktu, iż deformacja ośrodka w postaci charakterystycznych sztywnych bloków, zachodzi w stanie zbliżonym do płaskiego stanu odkształcenia, a wielkość i kształt odłamów (bloków) nie zależy od ilości zębów na krawędzi łyżki (począwszy od pewnej ilości zębów -  $l/w < 4$  – patrz Tabela 2.2).

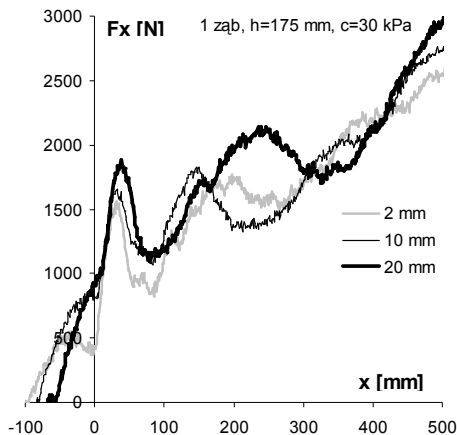
Jednym z głównych celów badań było zbadanie wpływu zużywania się zębów na przebieg procesu urabiania, jego charakter oraz wartości siły urabiania. Wykonano zatem serie badań z zastosowaniem zestawów zębów o różnych geometriach (różnych przekrojach poprzecznych) odpowiadających różnym stopniom zużycia zębów. Zarysy stosowanych geometrii zębów przedstawiono na rysunkach 2.31 c,d.

Na rysunku 2.39 przedstawiono przebiegi siły urabiania dla łyżki koparki z zamontowanym jednym zębem o różnym stopniu zużycia (rys. 2.31c). Kąt nachylenia łyżki wynosił  $5^\circ$  zaś głębokość skrawania 175 mm. W początkowej fazie procesu, gdy próbka gruntu penetrowana była jedynie przez ząb (przemieszczenie -100 mm do 0 mm) w ośrodku tworzył się przestrzenny stan deformacji, czemu towarzyszyło generowanie się niewielkich sił urabiania. Gdy krawędź łyżki zaczynała napierać na próbkę (przemieszczenie 0 mm) następowała superpozycja płaskiego stanu odkształcenia (wytwarzanego przez krawędź łyżki) z przestrzennym stanem odkształcenia występującym w sąsiedztwie zęba. W konsekwencji, nieznaczny wpływ zużycia zęba obserwowany był jedynie w momentach tworzenia kolejnych linii poślizgu (maksymalnych wartości siły), a zanikał dla faz procesu pomiędzy kolejnymi maksimami.

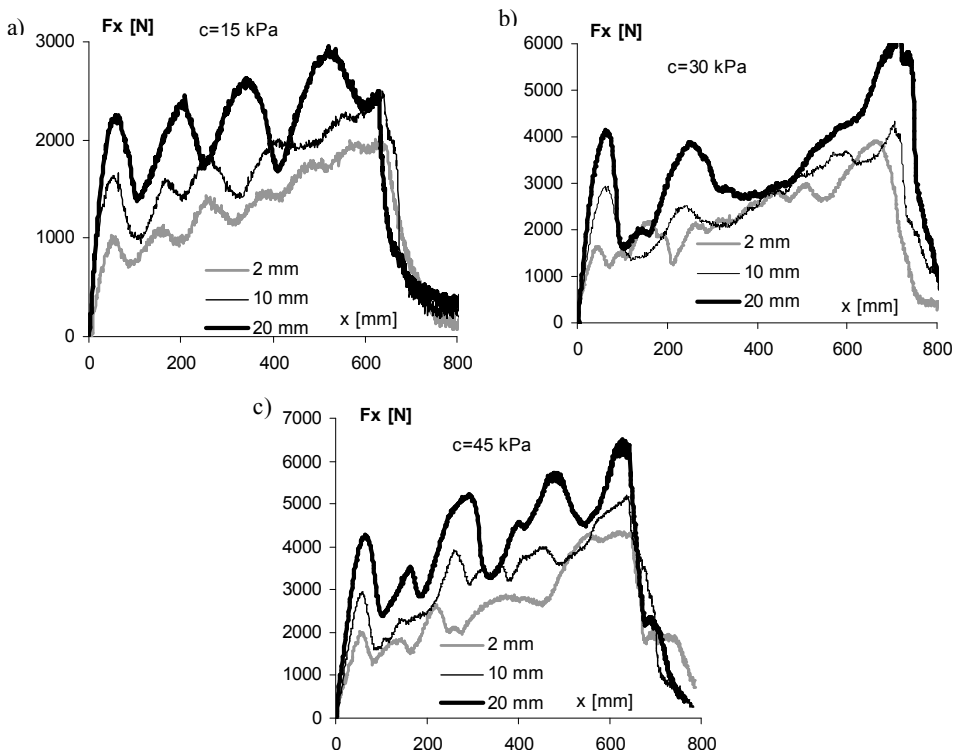
Wyniki analogicznych testów przeprowadzonych dla modelu łyżki z pięcioma zębami przedstawiono na rysunku 2.40. Jak widać stopień zużycia zębów istotnie wpłynął na wartości sił urabiania w trakcie całego procesu. Oddziaływanie zużywających się zębów w postaci dodatkowych pionowych ścianek naporowych ma kolosalny wpływ na opory urabiania. Dla zębów o zużyciu 20 mm wartości sił urabiania są przeszło dwukrotnie większe aniżeli dla zębów nie stepionych.



Rys. 2.38. Zmiany wartości siły naporu  $F_x$  dla łyżki z różną liczbą zębów; a) ośrodek luźny  $c=15 \text{ kPa}$ ; b) ośrodek średnio zagęszczony  $c=30 \text{ kPa}$ , c) ośrodek gęsty  $c=45 \text{ kPa}$ .



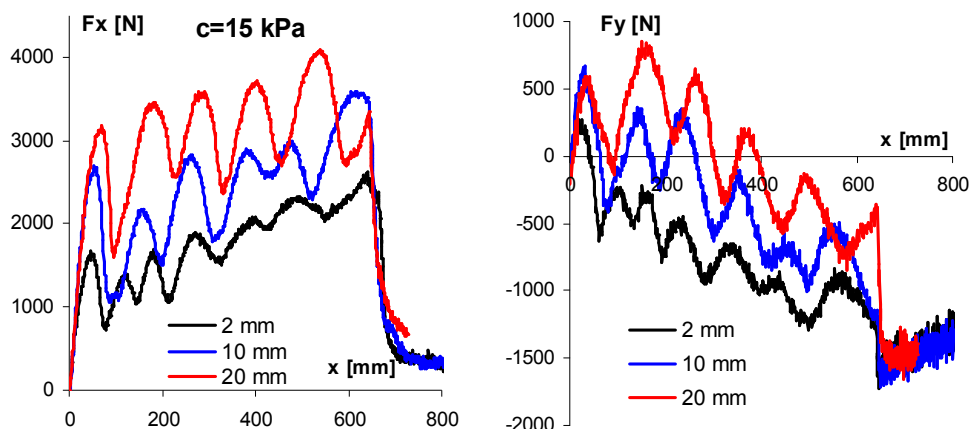
Rys. 2.39. Przebieg siły urabiania dla łyżki z jednym zębem.



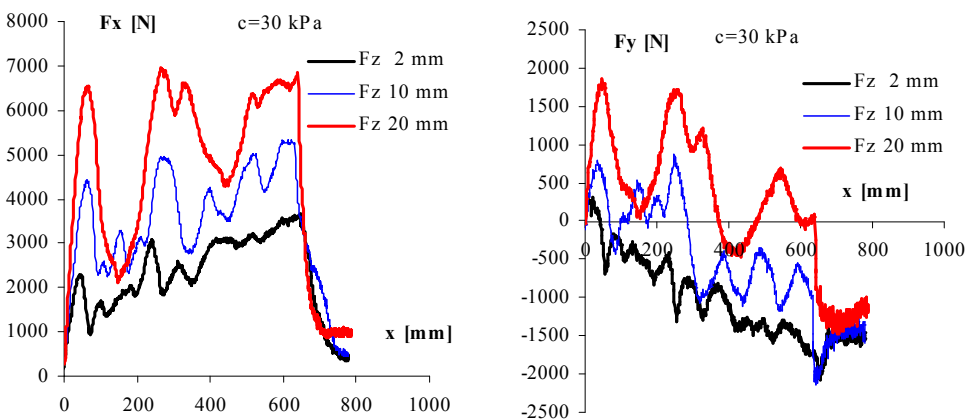
Rys. 2.40 Przebieg siły urabiania dla łyżki z pięcioma zębami dla różnego stopnia zużycia i różnych gęstości ośrodka.

Na rysunkach 2.41 a-c przedstawiono porównanie przebiegów składowych poziomej i pionowej siły urabiania dla narzędzia z listwą o różnym stopniu zużycia dla ośrodka luźnego ( $c=15$  kPa), średnio zagęszczonego ( $c=30$  kPa) i gęstego ( $c=45$  kPa). Jak wynika z zamieszczonych danych wpływ zużycia listwy na wartość siły urabiania ma istotne znaczenie w trakcie całego procesu, zarówno w momentach tworzenia się linii poślizgu, jak i pomiędzy tymi momentami. Dla narzędzia „ostrego” wartości poziomej siły urabiania narastają wraz z wypełnieniem łyżki, zaś siła pionowa przyjmuje wartości ujemne w trakcie całego procesu odspajania (do łyżki przyłożona jest siła pionowa skierowana ku górze).

a)



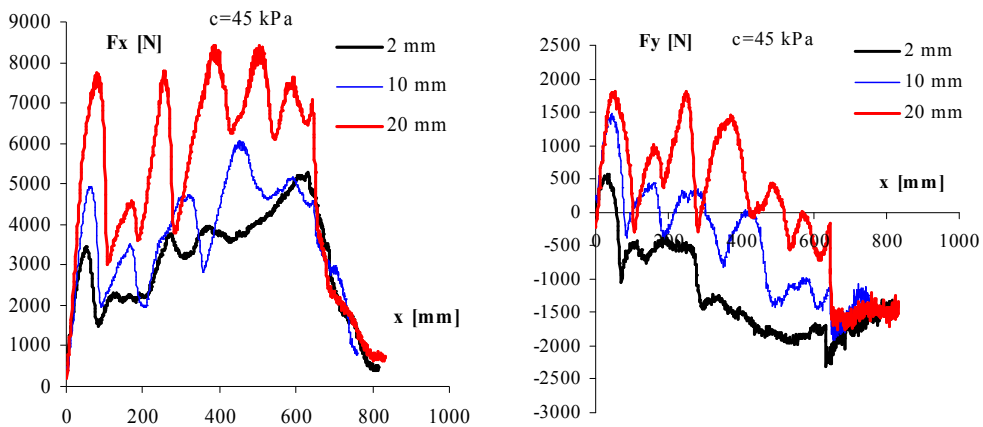
b)



Rys. 2.41 Przebiegi składowych poziomej i pionowej siły urabiania dla narzędzia z listwą o różnym stopniu zużycia: a) ośrodek luźny  $c=15$  kPa, b) ośrodek średnio zagęszczoney –  $c=30$



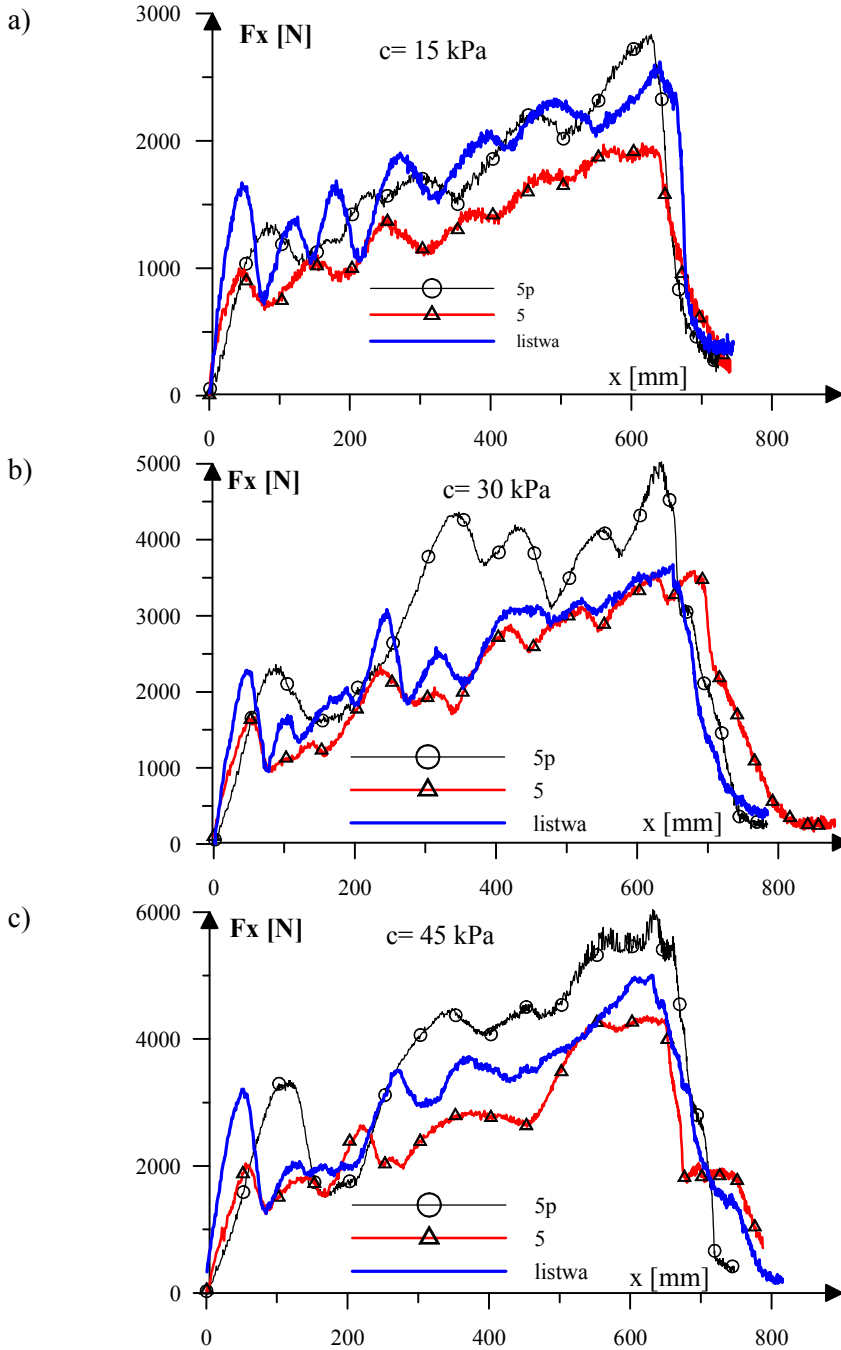
c)



cd. Rys. 2.41. Przebiegi składowych poziomej i pionowej siły urabiania dla narzędzia z listwą o różnym stopniu zużycia: c) ośrodek gęsty.  $c=45 \text{ kPa}$ .

W przypadku ośrodka o spójności złoża  $c=15 \text{ kPa}$  zmiany siły poziomej  $F_x$  wynoszą od 1600 N na początku procesu do 2500 N w momencie wychodzenia łyżki ze złoża. Dla narzędzia stępionego (krawędź stępienia 20 mm) wartości maksymalne siły poziomej wahają się od 3100 N do 4100 N, zaś siła pionowa ma wartości dodatnie. Taki kierunek składowej pionowej siły urabiania jest typowy dla procesu naporu pionowej ściany. Zgodnie z oczekiwaniami, obserwowanie wartości siły urabiania były wyższe dla większego stopnia zagęszczenia ośrodka, zaś charakter obserwowanych zmian był podobny.

Na rysunkach 2.42 a-c, przedstawione zostały zmiany siły naporu  $F_x$  dla łyżki uzbrojonej w pięć zębów o geometrii przestrzennej (patrz rys. 2.31 c) dla trzech stopni zagęszczenia ośrodka: luźnego, średnio zagęszczonego i gęstego. Dodatkowo na wykresach zamieszczono przebiegi sił naporu dla łyżki z 5 ostrymi zębami i łyżki z „ostrą” listwą. Na wykresach widać istotny wpływ kształtu zębów na wartości sił działających na narzędzie. W przypadku ośrodka gęstego wartości siły naporu są znacznie wyższe dla łyżki z zębami o geometrii przestrzennej (na wykresach oznaczone kółkami) aniżeli dla zębów prostych (trójkąty) czy też łyżki z listwą.



Rys. 2.42. Zmiany siły naporu dla łyżki z zębami o różnej geometrii.

Na rysunkach 2.43 i 2.44 przedstawione są kolejne etapy procesu urabiania dla łyżki uzbrojonej w pięć zębów przestrzennych i łyżki z nakładaną listwą. Obserwowane mechanizmy deformacji w obu przypadkach są bardzo zbliżone.



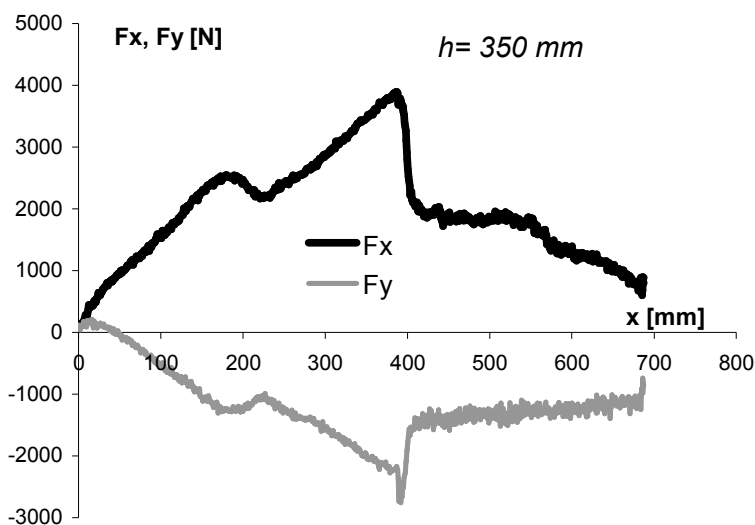
Rys. 2.43. Kolejne etapy procesu urabiania dla łyżki z 5-ciooma zębami przestrzennymi, ośrodek o spójności  $c=15$  kPa.

Rys. 2.44 Kolejne etapy procesu urabiania dla łyżki z nakładaną listwą, ośrodek o spójności  $c=15$  kPa.

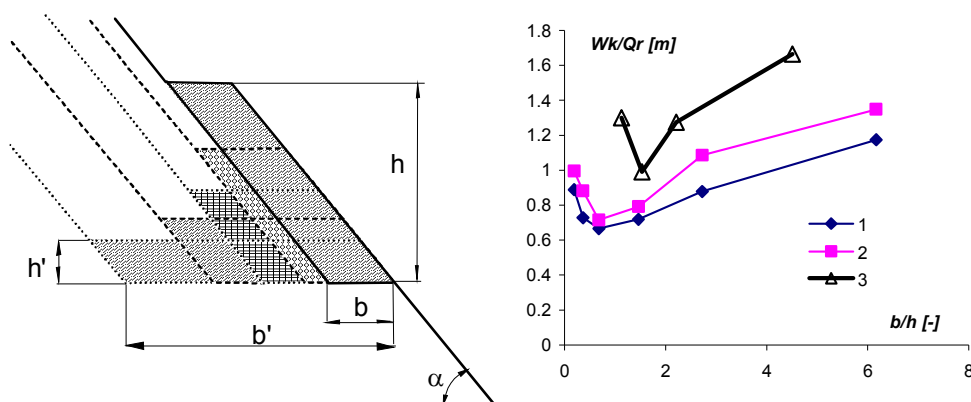
W pracach [56, 79] przedstawiono kompleksową analizę optymalizacji cykli roboczych koparki, z których każdy złożony był z powtarzalnych ruchów roboczych (pojedynczych cykli urabiania o stałym przekroju). Analiza ta wykazała, że (rozważając pojedyncze cykle urabiania o przekroju równoległoboku o wysokości  $h$  i długości odłamu  $b$ , rys. 2.21) energia urabiania istotnie zależy od stosunku wysokości odłamu do jego długości i osiąga wyraźne minimum. Przedstawione

badania laboratoryjne przeprowadzono z zastosowaniem modelu łyżki koparki bez zębów (krawędź czołowa modelu łyżki w postaci szerokiego ostrza).

Celem prezentowanej obecnie grupy testów była weryfikacja najważniejszych wniosków zawartych w pracach [56, 79] dla modelu łyżki koparki zaopatrzonej w zęby. Badania wykonano z zachowaniem stałej ilości materiału urobionego w pojedynczym cyklu roboczym z zastosowaniem tzw. zębów ostrych w ilości 5-ciu sztuk. Testy przeprowadzono dla czterech głębokości skrawania: 175, 250, 300 i 350 mm. Przykładowe przebiegi składowej poziomej siły urabiania w odniesieniu do przemieszczenia poziomego narzędzia (modelu łyżki) przedstawiono na rysunku 2.45. Pierwsza wartość maksymalna składowej siły odpowiada powstaniu pierwszej linii ścięcia, zaś maksymalne obserwowane wartości siły odpowiadają momentowi przejścia od fazy poziomego ruchu narzędzia do fazy wyprowadzenia narzędzia pod stałym kątem 70 stopni (w odniesieniu do poziomu) bez obrotu łyżki. Rysunek 2.46 przedstawia energię urabiania (równ. 2.1) dla łyżki koparki z zębami i bez zębów.



Rys. 2.45 Przykładowy przebieg sił (składowej poziomej i pionowej) dla procesu realizacji trajektorii powtarzalnej, wysokość skrawania  $h=350$  mm.



Rys. 2.46 Energia urabiania w funkcji szerokości odłamu

Porównując wyniki otrzymane dla łyżki bez zębów (1,2 na rysunku 2.46) z wynikami dla łyżki z 5-cioma zębami (wykres 3, rys. 2.46) jeszcze raz potwierdza się wniosek, że zastosowanie układu zębów ma niekorzystny wpływ z punktu widzenia energii urabiania (dla badanego ośrodka). Jednak podobnie jak dla łyżki bez zębów istnieje taki stosunek parametrów  $b/h$  dla którego obserwowane jest minimum energii wydatkowanej na pojedynczy cykl urabiania. Na zwiększenie jednostkowej energii urabiania mogło mieć dodatkowy wpływ zastosowanie trajektorii translacyjnej (bez obrotu łyżki w fazie wychodzenia narzędzia), co zgodne jest z wnioskami zawartymi w pracy [56, 79].

### 2.5.2 Podsumowanie

Przeprowadzone badania eksperymentalne potwierdziły oscylacyjny charakter przebiegu sił i mechanizmów deformacji w procesach odpajania ośrodków kohezyjnych, także dla narzędzi uzbrojonych w zęby (zarówno ostre jak i o różnym stopniu zużycia) [57, 78, 80, 85, 86, 87, 89, 90, 91, 141].

Analizując początkową fazę procesu urabiania, kryterium pracy sił naporu pokazuje, że zastosowanie zębów jest niekorzystne. Wniosek ten dotyczy badanego ośrodka gruntowego odpowiadającego glinie piaszczystej ulegającej osłabieniu wytrzymałościowemu w trakcie procesu urabiania [80, 85, 89, 91].

Porównanie procesów urabiania modelami łyżek koparek z różną ilością ostrych zębów wykazało, że począwszy od pewnej ilości zębów na krawędzi łyżki ( $l/w < 4$ ), wartości sił urabiania były podobne, zaś mechanizm deformacji zbliżony był do płaskiego stanu odkształcenia. W tym przypadku (ostre zęby) układ zębów działał podobnie jak szerokie ostrze skrawające. Niemniej jednak w trakcie procesu

urabiania wokół zębów powstawał przestrzenny mechanizm deformacji, zaś ośrodek urobiony był bardziej rozdrobniony aniżeli dla łyżki bez zębów lub też łyżki z listwą [80, 85, 89, 86, 91].

Z chwilą stępienia narzędzia (zębów) opory urabiania gwałtownie rosły. Dla łyżki z 5-ciomą stępienymi zębami (20 mm) występował prawie dwukrotny wzrost wartości sił urabiania w porównaniu do narzędzia ostrego. Dla narzędzi stępionych zmieniał się kierunek działania siły pionowej  $F_y$ . Wzrastały też różnice sił urabiania pomiędzy łyżką ze stępioną listwą poziomą a łyżkami uzbrojonymi w zużyte zęby. Z przedstawionych rezultatów badań wynika, że układ stępionych zębów nie oddziałuje na ośrodek spoisty jak jedno szerokie narzędzie. Poszczególne zęby wywołują w trakcie procesu urabiania przestrzenny stan deformacji ośrodka, a siły naporu są znacznie niższe niż dla łyżki ze stępioną listwą (generującą płaski stan odkształcenia). Różnice te wzrastały wraz ze wzrostem zagęszczenia gruntu [87, 90, 91, 83].

Zastosowanie zębów o złożonej geometrii przestrzennej miało (w przypadku badanego ośrodka spoistego) niekorzystny wpływ na wartości sił urabiania. Wzajemna interakcja na bocznych powierzchniach zębów powodowała znaczny wzrost oporów urabiania, w szczególności w zaawansowanym stadium procesu. Wraz ze wzrostem gęstości ośrodka narasta niekorzystny wpływ zębów o przestrzennej geometrii.

Dla łyżek uzbrojonych w zęby obserwowano istnienie cyklu roboczego o parametrach optymalnych z punktu widzenia jednostkowej energii urabiania, podobnie jak to miało miejsce dla narzędzi bez zębów.

## 2.6 Zagęszczanie warstwy spoistego ośrodka walcem statycznym

W rozdziale tym zostanie przedstawiony szeroki program badań eksperymentalnych poświęcony procesowi zagęszczania warstwy ośrodka spoistego walcem statycznym.

Gęstość ośrodka gruntowego jest najważniejszą cechą ośrodka jaka jest brana pod uwagę w procesach zagęszczania materiału. Jednakże, charakterystyki trakcyjne koła (gąsienicy) są związane nie tylko z gęstością ośrodka gruntowego ale także z historią deformacji po jakim porusza się zespół jezdny. Z tego powodu bardzo istotne jest kompleksowe rozpoznanie mechanizmów zagęszczania, nie tylko jego końcowego efektu jakim jest gęstość ośrodka.

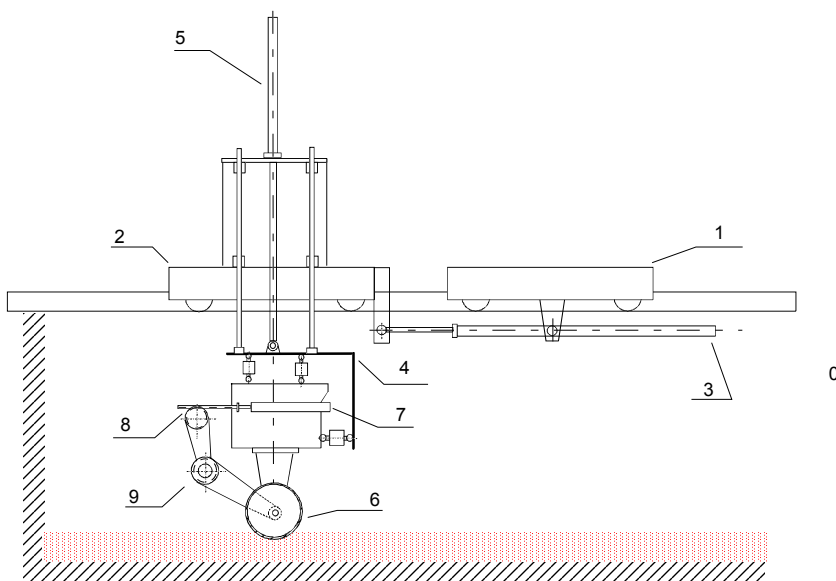
Badania eksperymentalne zagęszczenia gruntu pod odkształcanym kołem (opona) o skończonej szerokości mają relatywnie szeroką literaturę [178, 180, 5]. W pracach tych poświęconych głównie maszynom rolniczym i pojazdom terenowym skupiono się na zagadnieniu jak nie dopuścić do zagęszczenia ośrodka, czy też jakie są optymalne kształty bieżnika dla danego ośrodka gruntowego. Procesy zagęszczenia ośrodka pod sztywnym kołem czy też walcem ma znacznie mniejszą literaturę. w ostatnich latach ukazało się szereg publikacji japońskich badaczy

poświęconych badaniom zagęszczaniu warstwy ośrodka sypkiego [32, 33, 113, 137, 175]. w tych badaniach używany był suchy piasek z rzeki Toyoura, który można traktować jako ośrodek sypki. w rozdziale tym zostanie przedstawiony program badań zagęszczenia warstwy ośrodka spoistego, który jest znacznie bliższy materiałom używanym w budownictwie. Dodatkowo, z racji relatywnie niskiej wartości obciążenia pionowego przyłożonego do walców w programach badań doświadczalnych [33, 137] obserwowane deformacje ośrodka ograniczały się do wierzchniej warstwy ośrodka, nie głębiej niż 30 mm od powierzchni. Przedstawiony tutaj program badań dotyczy eksperymentalnej weryfikacji pola deformacji pod sztywnym walcem w zakresie szerokiego spektrum obciążeń, jakie występują w rzeczywistych maszynach roboczych.

Jednym z najważniejszych parametrów trakcyjnych jest poślizg, zdefiniowany równaniem (2.2). Występowanie wartości optymalnej poślizgu skutkujące optymalnym efektem zagęszczenia oraz optymalną siłą uciągu jest w przypadku sztywnego walca zagęszczającego ośrodek spoisty sprawą otwartą. Rozważania na ten temat będą poruszone w tej części pracy.

### 2.6.1 Stanowisko badawcze

W wyniku prowadzonych prac zaprojektowano i wykonano unikatowe stanowisko laboratoryjne do badań procesów zagęszczania gruntów za pomocą modelu (symulatora) walca drogowego. Stanowisko to składa się z dwóch podstawowych podzespołów, z których pierwszy, służący do przemieszczania modelu walca w kierunkach poziomym i pionowym, powstał w wyniku modernizacji istniejącego stanowiska skrawania gruntów [57, 60, 62]. Drugi z podzespołów stanowi właściwy model walca drogowego, a dokładnie, jego wału roboczego (rys. 2.47). Wał porusza się w kanale ziemnym, o szerokości 600 mm, długości 2000 mm i wysokości 1200 mm, którego jedna ściana wykonana jest ze szkła, w celu umożliwienia rejestracji fotograficznej przeprowadzonych testów oraz obserwacji pól przemieszczeń i zagęszczenia warstwy gruntu. Układ ruchu poziomego realizowany jest za pomocą dwóch wózków (tylnego 1 i przedniego 2) oraz siłownika hydraulicznego 3. W trakcie testów ruch poziomy odbywa się przy zablokowanym wózku tylnym. Na wózku przednim zamontowany jest układ ruchu pionowego. Składa się on ze sztywnej ramy 4 przemieszczanej wzdłuż prowadnic pionowych za pomocą siłownika hydraulicznego 5. Do ramy 4 zamontowany jest właściwy model wału 6, poprzez układ trzech tensometrycznych czujników sił, pozwalających na rejestrację składowych siły oporu toczenia. Trzeci siłownik hydrauliczny 7 wykorzystano do realizacji napędu wału. Ruch posuwisty siłownika zamieniony jest na obrotowy za pomocą przekładni zębatej 8, a następnie przenoszony na wał poprzez układ pasków zębatych 9. Zastosowanie niezależnych układów ruchu poziomego oraz obrotowego wału umożliwia realizację testów przy dowolnie zadanym poślizgu.



Rys. 2.47 Schemat stanowiska. (1) tylny nieruchomy wózek; (2) przedni wózek; (3, 5, 7) siłowniki hydrauliczne; (4) sztywna rama; (6) wałek; (8,9) przekładnia zębata.

Układ sterowania nadzorowany jest komputerem PC 486. Opracowane algorytmy umożliwiają realizację stałego lub zmiennego poślizgu wału, symulację pracy walca o stałym ciężarze (poprzez zastosowanie sterowania przemieszczeniem pionowym wału ze sprzężeniem zwrotnym od pionowej siły) lub zagęszczenia warstwy gruntu do zadanej wysokości (poprzez zatrzymanie siłownika pionowego). Wykonano dwa modele wałów o średnicy 320 mm: z poboczną stalową oraz z poboczną powlekaną gumą. Zastosowano wał roboczy dzielony centralnie w celu jego ułożyskowania oraz przeniesienia napędu. Dzięki takiej konstrukcji uzyskano w sąsiedztwie ścian bocznych płaski stan odkształcenia, podobnie jak to ma miejsce w centralnej części walca drogowego.

Badania przeprowadzono z zastosowaniem ośrodka modelowego opisanego w poprzedniej części pracy.

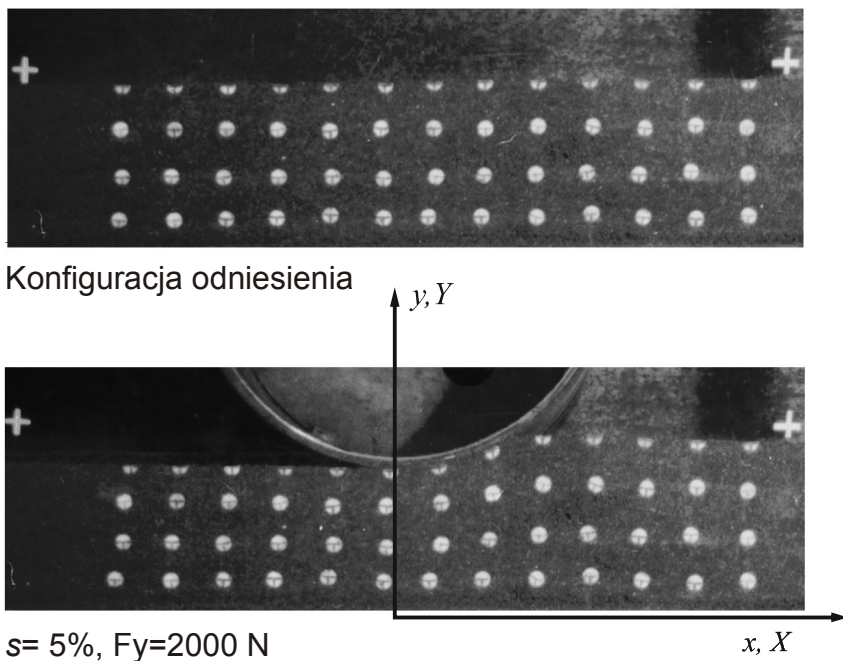
W celu analizy pól deformacji w ośrodkach gruntowych w badaniach stosowano szereg technik (kolorowany piasek czy też różnego rodzaju znaczniki). Często stosowanym typem znaczników były małe dyski wykonane z poliestru [32, 33 137]. Namalowane krzyżyki pozwalały na dokładną identyfikację położenia. Z drugiej strony powierzchnie pokryte były przyklejonym materiałem ośrodka, co powodowało, że znaczniki przemieszczały się razem z cząstkami ośrodka. Ten typ znaczników nie eliminuje przemieszczenia ośrodka względem znaczników w trakcie procesów deformacji. Z tego powodu w badaniach doświadczalnych zastosowano nowy typ znaczników (rys. 2.48). Znaczniki składały się z dwóch części. Pierwsza



odpowiadająca za dokładne odwzorowanie ruchu deformującego się ośrodka była w przekroju kształtu krzyża i długości 100 mm. Druga część, prostopadła do pierwszej była płaskim dyskiem o średnicy 10 mm z zmalowanym krzyżkiem na zewnętrznej powierzchni. Znaczniki te były wprowadzane do ośrodka przez układanie ich na każdej warstwie. Przygotowanie ośrodka w kanale gruntowym przebiegało poprzez usypywanie kolenych warstw. Każda warstwa składała się z jednakowej ilości luźnego materiału, zasypywanego z dozownika i rozprowadzanego za pomocą pionowej płyty, a następnie wstępnie zagęszczanego poprzez nacisk poziomą płytą, z naprężeniem normalne 1 kPa. Przygotowana próbka składała się z dwóch, trzech, czterech lub pięciu warstw wzależności od realizowanego programu badawczego.

### 2.6.2 Procedura badawcza

Badania procesu zagęszczania warstwy ośrodka były przeprowadzane w dwóch fazach: posadowienia i wałowania. Podczas pierwszej fazy sztywny walec był opuszczany na warstwę ośrodka, aż do osiągnięcia zadanej siły nacisku, która była utrzymywana na stałym poziomie. W drugiej fazie był realizowany proces walcowania z zadanymi parametrami trakcyjnymi. System sterowania pozwalał na niezależne sterowanie przemieszczeniem walca i jego prędkością obrotową.



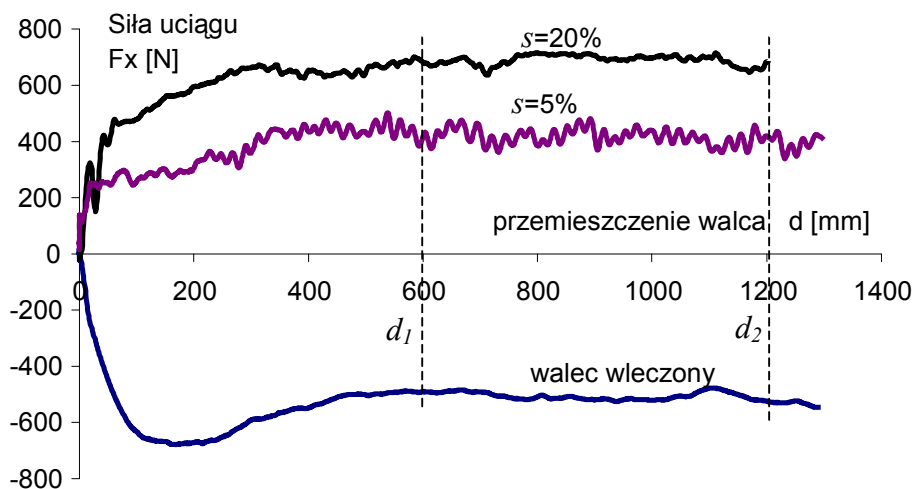
Rys. 2.48 Konfiguracja znaczników w warstwie ośrodka : a) przed testem; b) w trakcie testu zagęszczania.

Badania były wykonywane dla różnych wartości poślizgu walca  $s$ , zdefiniowanego jako iloraz różnicy prędkości obwodowej i postępowej odniesionej do prędkości obwodowej, a mianowicie:

$$s = \left(1 - \frac{V}{\omega R}\right), \quad (2.2)$$

gdzie  $R$  oznacza promień walca,  $\omega$  jest prędkością obrotową oraz  $V$  oznacza prędkość ruchu środka walca. Testy zagęszczania walcem wleczonym były realizowane po odłączeniu napędu przekładni ruchu obrotowego.

W początkowej fazie toczenia walca siła uciągu narastała na dystansie około 300 mm. Po tym dystansie siła się stabilizowała – (małe oscylacje wartości sił spowodowane były zakłóceniami generowanymi przez stanowisko i system kontroli). W przypadku walca wlezonego dystans potrzebny do osiągnięcia warunków stabilnych był nieznacznie dłuższy. Na rysunku 2.49 przedstawione są zmiany wartości sił uciągu w funkcji poziomego przemieszczenia walca dla różnych wartości poślizgu. Dla walca wlezonego wartości sił uciągu mają wartości ujemne. Na rysunku 2.49 dystans  $d_1, d_2$  odpowiada strefie w której były umieszczone znaczniki. Wyznaczona siła uciągu była obliczana jako wartość średnia na tym odcinku.



Rys. 2.49. Siła uciągu w funkcji przemieszczenia walca dla różnych wartości poślizgu.

Dla testów z walcem napędzanym pole deformacji w warstwie zagęszczanego ośrodka było jednorodne. Z tego powodu do wyznaczenia pól deformacji i ruchu

cząstek ośrodka została zastosowana metoda przedstawiona w pracach [179, 180]. Metoda wyznaczenia pól deformacji bazuje na dwóch zdjęciach wykonanych przed i w trakcie testu (rys. 2.48 a, b). Używając rzędy znaczników dokładnie rozmieszczonych na określonej wysokości w próbce i porównując kolejne pozycje znaczników w jednym rzędzie możemy określić ścieżkę ruchu cząstki ośrodka bez wykonywania szeregu fotografii tej samej cząstki (znacznika). W przypadku walca wleczonego (bez napędu) było obserwowane niejednorodne pole deformacji, co zostanie przedstawione w dalszej części pracy.

### 2.6.3 Zagęszczanie warstwy ośrodka walcem napędzanym

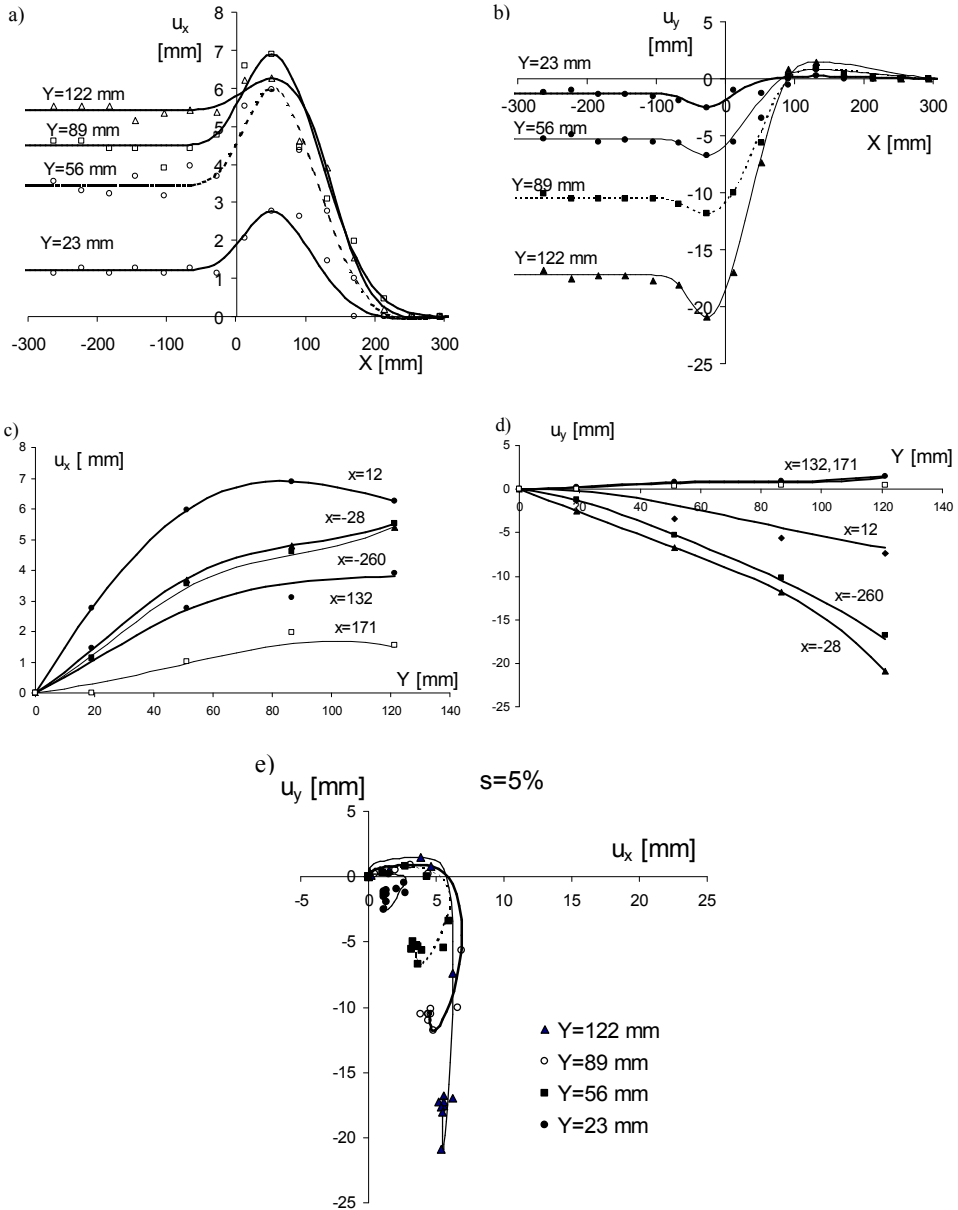
Badania eksperymentalne przeprowadzone w tej grupie testów miały na celu zbadanie wpływu parametrów procesu, takich jak poślizg i liczba przejeżdż walca na charakter deformacji ośrodka, zagęszczenie próbki oraz parametry trakcyjne, jak np. siła uciągu. Badania te miały także na celu zgromadzenie własnego materiału, który mógłby służyć porównaniom z symulacją numeryczną.

Badania porównawcze wykonywano na próbkach przygotowywanych warstwowo. Usypywano cztery identyczne warstwy, z których każdą po zasypaniu wyrównywano pionową płytą, lekko dogniatano poziomą płytą (pod ciężarem własnym płyty), a następnie umieszczano znaczniki, po 15 na każdej warstwie. Tak przygotowana próbka miała wysokość 122 mm, zaś wysokość poszczególnych warstw od dolnej odpowiednio wynosiła: 23, 33, 33 i 33 mm. Początkowa średnia gęstość próbki wynosiła  $1.53 \text{ g/cm}^3$ . Wszystkie testy rozpoczynała faza posadowienia walca, aż do osiągnięcia nacisku 2000N, dalej wykonywano szereg przejazdów, utrzymując stały nacisk pionowy walca i stały poślizg. Wszystkie testy rejestrowane były w pamięci komputera oraz fotografowane. Zdjęcia wykonywano w kilku punktach kanału ziemnego.

Na rysunku 2.48a przedstawiono warstwę ośrodka z umieszczonymi znacznikami przed rozpoczęciem testu, zaś na rysunku 2.48b przedstawia zdjęcie w trakcie przejazdu ogumionego walca z poślizgiem 5%. Przyjmując kartezjański układ współrzędnych o osi  $Z$  skierowanej równoległe do osi walca oraz początkowe położenie znacznika jako  $X(X, Y, Z)$ , aktualna pozycja znacznika  $x(x, y, z)$  wynosi:

$$\begin{aligned} x &= X + u_x(X, Y), \\ y &= Y + u_y(X, Y), \\ z &= Z, \end{aligned} \quad (2.3)$$

gdzie:  $u_x$  i  $u_y$  są składowymi przemieszczenia znacznika, odpowiednio poziomą i pionową. Rysunek 2.50a przedstawia poziomą składową przemieszczenia znaczników dla każdej warstwy ( $u_x(X, Y=23\text{mm})$ ,  $u_x(X, Y=56\text{mm})$ ,  $u_x(X, Y=89\text{mm})$ ,  $u_x(X, Y=122\text{mm})$ ). Na rysunku 2.50b przedstawione są przemieszczenia pionowe znaczników w poszczególnych warstwach ( $u_y(X, Y=23\text{mm})$ ,  $u_y(X, Y=56\text{mm})$ ,  $u_y(X, Y=89\text{mm})$ ,  $u_y(X, Y=122\text{mm})$ ).



Rys. 2.50. Wyniki testów zagęszczania walcem ogumionym dla poślizgu 5 % i ciężaru  $F_y=2000$  N,  $h=122$  mm: a-d) rozkłady poziomych i pionowych przemieszczeń znaczników; e) trajektorie ruchu ośrodka.

Na rysunkach 2.50c i 2.50d przedstawione zostały składowe poziome i pionowe znaczników dla wybranych kolumn markerów przed walcem ( $X=171\text{mm}$ ,  $132\text{mm}$  i  $12\text{mm}$ ) oraz za walcem ( $X=-28\text{mm}$  i  $-260\text{mm}$ ). Na rysunkach 2.50 symbole określają dokładne przemieszczenie znaczników, zaś linie zostały wyznaczone używając aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów przy wykorzystaniu splinów. (least-squares constrained spline approximation).

W trakcie procesu zagęszczania walcem statycznym trajektoria cząstek ośrodka tworzy otwartą pętlę. Ruch cząstki można analizować rozkładając jej ruch na kierunek poziomy i pionowy. Analizując składową poziomą cząstki ośrodka znajdujące się przed walcem rozpoczynają ruch do przodu zgodny z ruchem walca osiągając maksimum przemieszczenia, kiedy toczący walec znajduje się nad nimi. Następnie przemieszczają się nieznacznie do tyłu, a po przetoczeniu się walca ich przemieszczenie poziome się stabilizuje. W kierunku pionowym cząstki ośrodka rozpoczynają od ruchu w górę, dalej, gdy walec znajduje się blisko następuje ruch do dołu. Maksimum przemieszczenia pionowego występuje gdy walec znajduje się nad cząstką, następnie cząstka porusza się nieznacznie do góry. Dyskusja na temat kształtów trajektorii zostanie przedstawiona w dalszej części pracy. W celu wyznaczenia składowych odkształcenia wyznaczamy gradient deformacji, a mianowicie:

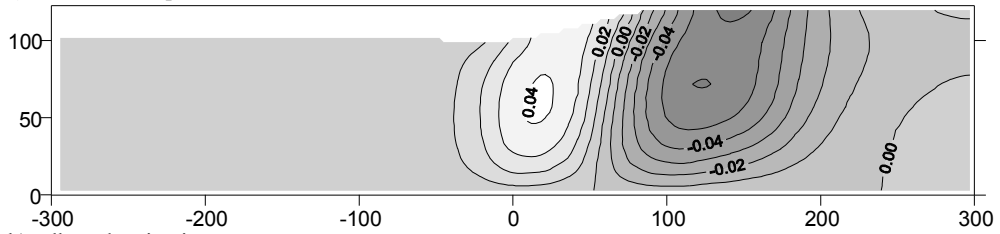
$$F = \frac{\partial x}{\partial X}, \quad (2.4)$$

a następnie są wyznaczane logarytmiczne miary tensora. odkształcenia (równ. 3.30) i zmiany gęstości:

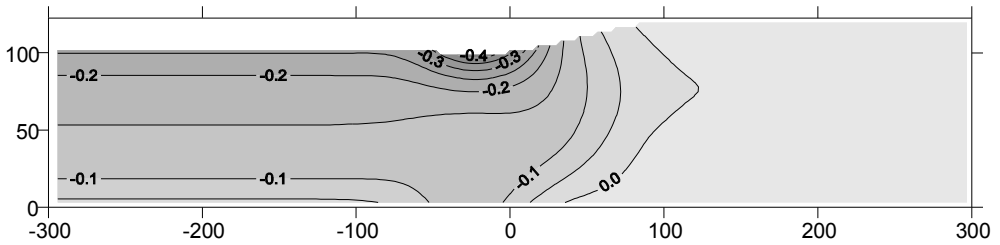
$$\rho_0 / \rho = \det(F). \quad (2.5)$$

Na rysunku 2.51 został przedstawiony rozkład gęstości oraz pole odkształceń dla tego samego testu (poślizg 5%, walec ogumiony). W warstwie ośrodka w zakresie oddziaływania walca przyrost gęstości ośrodka był obserwowany. Największa gęstość występowała w górnej warstwie i osiągała wartość bliską  $20.0\text{g/cm}^3$ . Rozkład gęstości ośrodka (rys. 2.51d) odpowiada rozkładowi składowej pionowej odkształcenia (rys. 2.51b), którego wartości są znacznie większe od składowych poziomych tensora odkształcenia (rys. 2.51a). Zmiany odkształceń postaciowych, przedstawione na rysunku 2.51c pokazują ich koncentrację w strefie przed walcem sięgającą do dolnej części warstwy. W strefie za walcem występuje warstwowy układ odkształceń postaciowych, przy czym największy jest obserwowany w dolnej części warstwy.

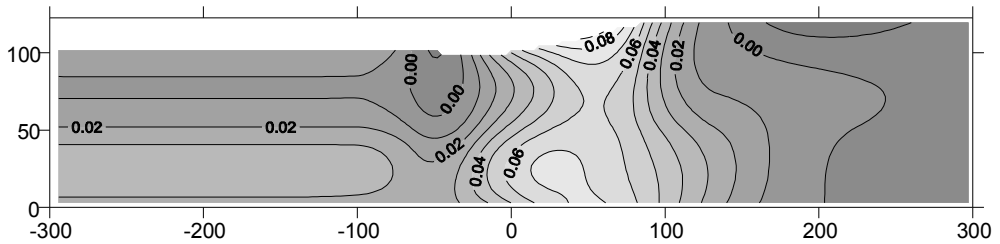
a) odkształcenie poziome



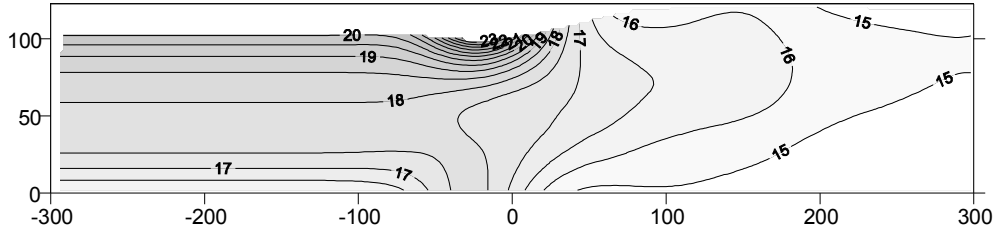
b) odkształcenie pionowe



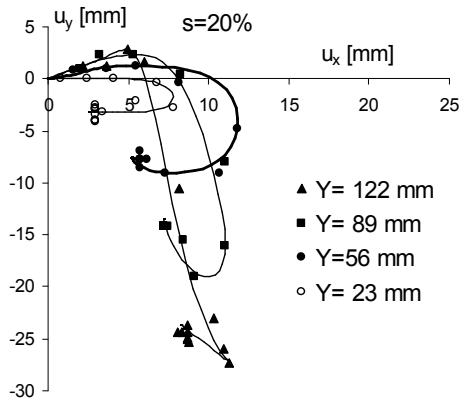
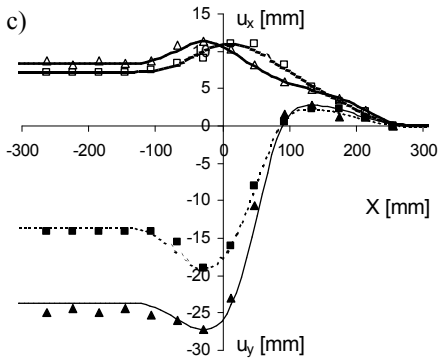
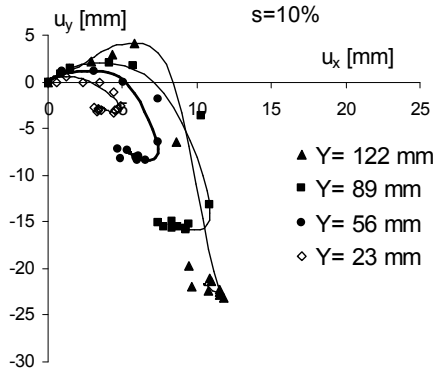
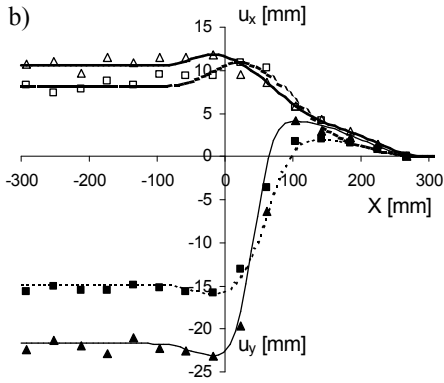
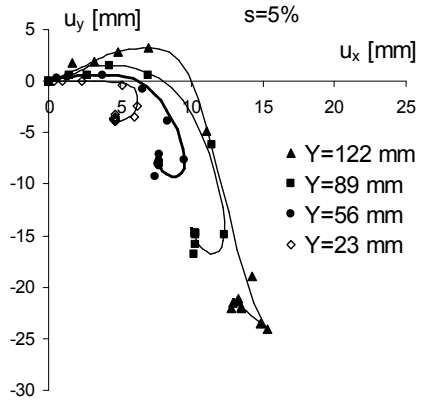
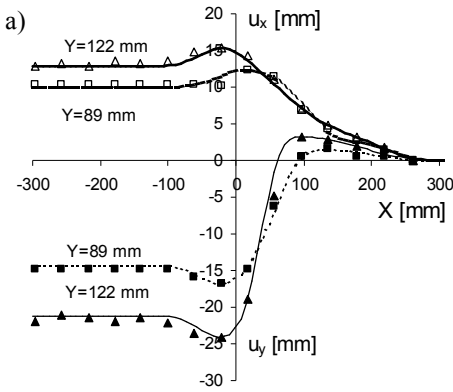
c) odkształcenie postawowe

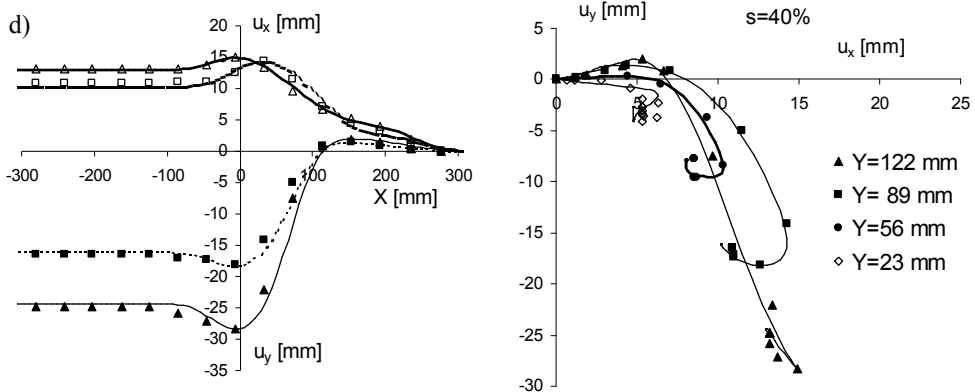


d) rozkład gęstości



Rys. 2.51. Wyniki testów zagęszczania walcem ogumionym dla poślizgu 5 % i ciężaru  $F_y=2000$  N,  $h=122$  mm: a-c) pola odkształceń; d) rozkład gęstości.





Rys. 2.52. Składowe poziome i pionowe przemieszczeń markerów dla różnych poślizgów walca.

Pola przemieszczeń dla testów z pojedynczym przejazdem walcem stalowym z poślizgami 5%, 10%, 20% i 40% przedstawione są na rysunkach 2.52a–d. Po lewej stronie rysunków zostały przedstawione poziome ( $u_x$ ) i pionowe ( $u_y$ ) przemieszczenia znaczników umieszczonych na trzeciej i czwartej warstwie (na wysokości  $Y=89$  mm i  $Y=122$  mm od dna). Po prawej stronie rysunków zostały pokazane trajektorie ruchu cząstek dla znaczników umieszczonych na czterech warstwach. Tworzą one charakterystyczne pętle, podobne do przedstawionych w pracach [32, 33, 137, 179, 180]. Jednakże wszystkie pętle umiejscowione są w pierwszej i czwartej ćwiartce wykresu, co oznacza że cząstki ośrodka są przepychane toczącym się walcem do przodu i w dół. W przeprowadzonych badaniach efekt dylatacji (rozluźnienia) nigdy nie występował, co było przedstawione w pracach [32, 33, 137] dla testów na gęstym piasku Toyoura. Trajektorie ruchu cząstek przedstawione w pracach [179, 180] były prawie symetryczne względem pionowej osi, co wynikało ze znacznego poziomego przemieszczenia cząstek za walcem. Taki znaczny wsteczny poziomy ruch cząstek nigdy nie był obserwowany dla luźnego spoistego ośrodka używanego w prezentowanych eksperymentach. Największy wsteczny ruch cząstek występował w procesie zagęszczania walcem z poślizgiem 20%, dla którego siła uciągu osiągała wartości maksymalne.

Porównując trajektorie cząstek dla testów z poślizgiem 5% dla walców stalowego i ogumionego (rys. 2.50e i 2.52) można stwierdzić, że dla walca ogumionego poziome przemieszczenie cząstek było znacznie mniejsze, zaś pionowe

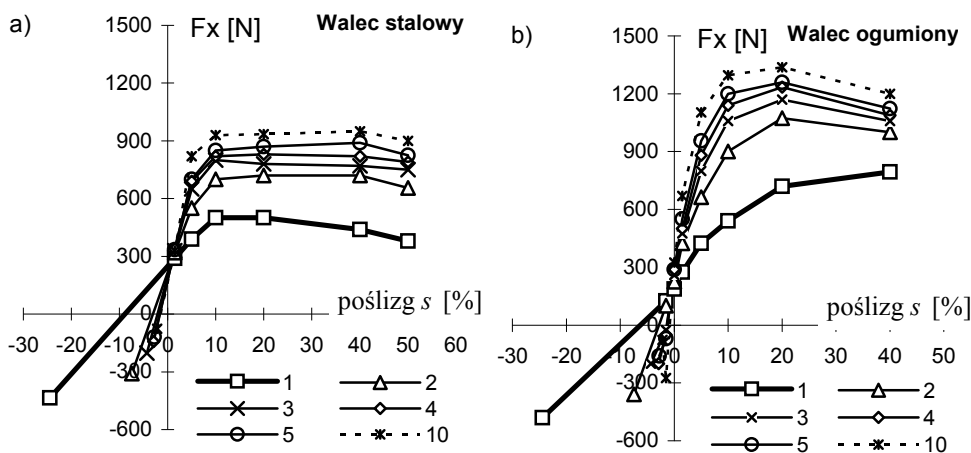


przemieszczenia były zbliżone. Całkowity efekt zagęszczenia był bardzo podobny dla dwóch rodzajów powłoki walca.

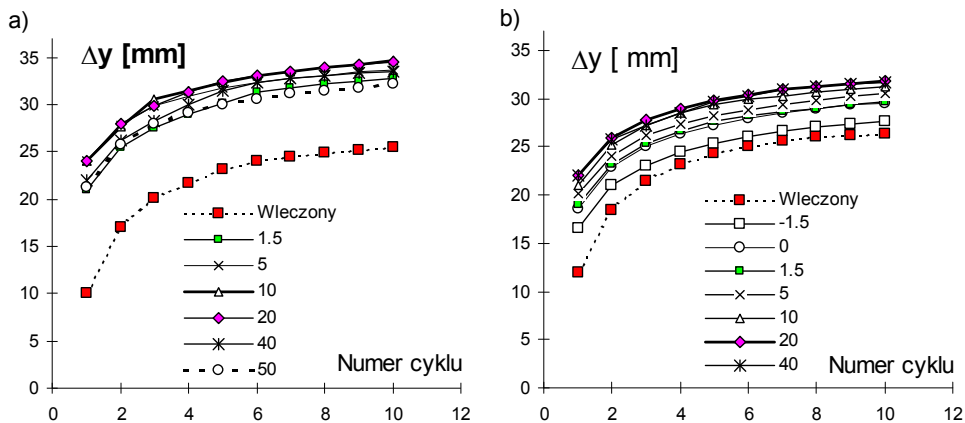
W przeprowadzonych badaniach, niezależnie od poślizgu walca, wszystkie cząsteczki ośrodka doznawały ujemnego przemieszczenia pionowego (zagęszczenie) i dodatniego poziomego przemieszczenia zgodnego z kierunkiem ruchu walca. Ruch cząsteczek ośrodka zanikał przy dnie próbki.

Na wykresie 2.53 zostały przedstawione zmiany wartości siły uciągu w funkcji poślizgu dla walca stalowego 2. 53a i walca ogumionego 2.53b. Wartości siły uciągu zostały wyznaczone dla ustabilizowanego procesu, jako wartości średnie z ustabilizowanego odcinka pomiarowego. W przypadku walca z powłoką stalową siła uciągu osiąga wartość maksymalną dla poślizgu 10 % w pierwszym przejeździe, zaś w kolejnych cyklach w zakresie poślizgów od +10 % do +40 % jest zbliżona bez wyraźnego maksimum. W procesie zagęszczania ośrodka luźnego (pierwszy przejazd) walcem % ogumionym wartość siły uciągu rośnie wraz ze wzrostem poślizgu. W kolejnych przejazdach maksimum siły uciągu odpowiada poślizgowi 20%. Wartości sił uciągu dla walca stalowego są około 30%-40 % mniejsze niżeli dla walca ogumionego.

Dodatkowo na wykresie są zaznaczone wyniki testów dla kolejnych przejazdów dla walca wlezonego (ujemne wartości siły uciągu). Wraz z zagęszczaniem warstwy poślizg walca wlezonego rośnie począwszy od wartości  $-24\%$  w pierwszym przejeździe do wartości  $-2\%$  dla 10 przejazdu.

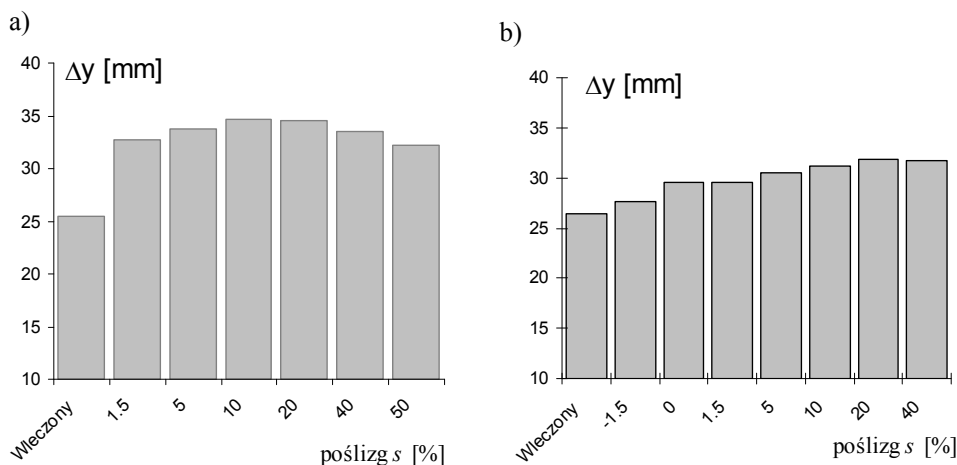


Rys. 2.53. Zmiany siły uciągu w funkcji poślizgu w kolejnych przejazdach: a) walec z powierzchnią stalową, b) walec ogumiony..



Rys. 2.54. Zmiany wysokości warstwy w kolejnych przejazdach walcem dla różnych poślizgów: a) walec stalowy, b) walec gumiony.

Na rysunku 2.54a zostały przedstawione zmiany zagęszczenia warstwy ośrodka w kolejnych przejściach walca stalowego, zaś na rysunku 2.54b dla walca gumionego. Obserwowano efekt stabilizacji zgłębienia walca w kolejnych cyklach oraz efekt najmocniejszego zagęszczenia dla poślizgu 10 % dla walca stalowego i dla poślizgu 20% przy walcu gumionym. Całkowity efekt zagęszczenia (zagiębnienie osi walca) po dziesięciu przejazdach dla walca stalowego i gumionego jest zbliżony (rys. 2.55 a, b).



Rys. 2.55. Końcowy efekt zagęszczania warstwy ośrodka dla różnych poślizgów walca (po dziesiątym cyklu); a) walec stalowy, b) walec gumiony

### 2.6.4 Zagęszczanie warstwy ośrodka walcem wleczonym

Kolejną grupą eksperymentów były eksperymenty zagęszczania warstwy ośrodka wałem wleczonym (odłączony napęd). W tej grupie testów przebadano efekt zagęszczania i występujących przy nim charakterystycznych spękań ośrodka dla różnych ciężarów wału oraz różnych początkowych wysokości warstwy. Typowy przebieg procesu zagęszczania przedstawiony jest na rysunku 2.56. W trakcie procesu zagęszczania walcem wleczonym ośrodek przed walcem jest przepychany, natomiast za walcem deformacja ośrodka jest niejednorodna i lokalizuje się w postaci pionowych spękań rozdzielając obszary spoistego ośrodka.



Rys. 2.56. Struktura warstwy ośrodka w trakcie procesu zagęszczania walcem wleczonym

W tej grupie testów, podobnie jak w przypadku walca wlezonego ośrodek był przygotowywany warstwowo. Przesiany i rozdrobniony ośrodek równomiernie rozprowadzano na powierzchni kanału roboczego. Każda warstwa była wyrównywana sztywną płytą poruszającą się razem z wózkiem zasypowym. Eksperymenty były przeprowadzane dla czterech wysokości warstwy ośrodka, a mianowicie:

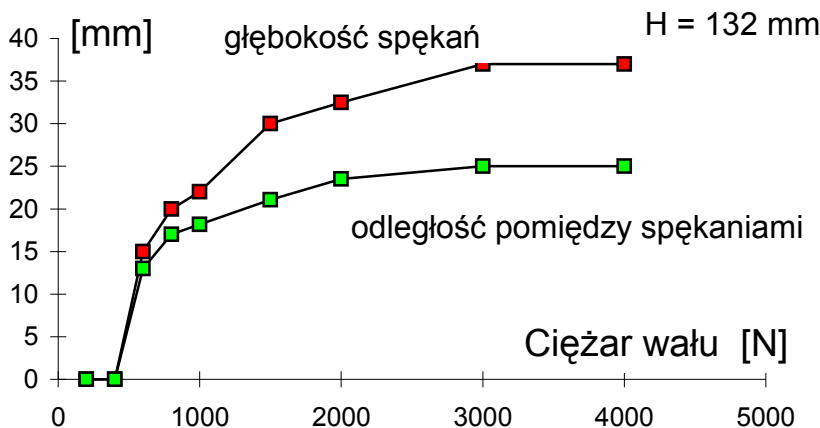
- |        |  |
|--------|--|
| 57 mm  | - ośrodek przygotowywany z dwóch warstw    |
| 94 mm  | - ośrodek przygotowywany z trzech warstw   |
| 132 mm | - ośrodek przygotowywany z czterech warstw |
| 162 mm | - ośrodek przygotowywany z pięciu warstw.  |

Każdy eksperyment składał się z 15 przejazdów walcem wleczonym o jednakowym ciężarze. W trakcie eksperymentu wykonywano fotografie, oraz mierzono głębokość i odległość pomiędzy powstającymi spękaniami. Zapis przebiegu eksperymentu był wykonywany dla pierwszych pięciu przejazdów, dziesiątego i piętnastego. W tej serii eksperymentów badano zachowanie się

warstwy ośrodka dla różnych ciężarów wału. Przebadano następujące ciężary walca: 200, 400, 600, 800, 1000, 1500, 2000, 3000, 4000 i 5000 N.

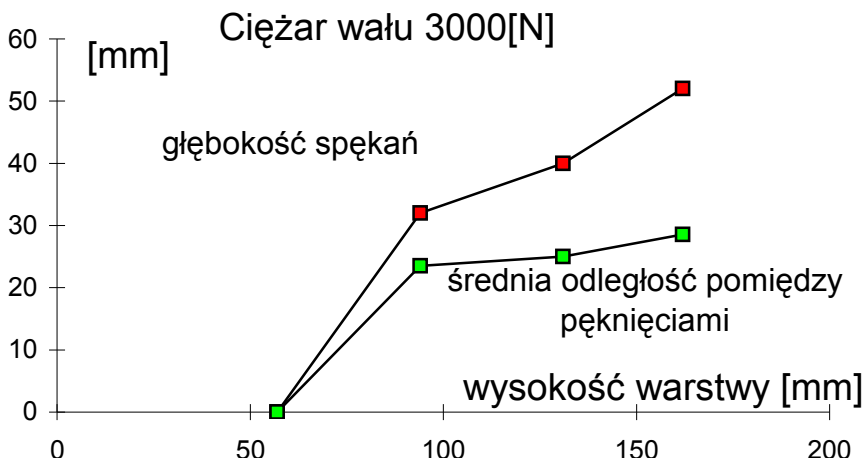
Dla testów zagęszczania wałem wleczonym występował charakterystyczny efekt spękania wierzchniej warstwy ośrodka. Spękanie powstawało w pierwszym przejeździe, tuż za wałem. Zjawisko tworzenia się spękań jest niekorzystne z punktu widzenia przygotowania zagęszczonego podłoża. Wielkość i odległość pomiędzy szczelinami jakie tworzą się w pierwszym przejeździe wału jest uzależniona od wysokości warstwy oraz ciężaru wału. W zależności od parametrów procesu (ciężaru i wysokości warstwy) zachowanie ośrodka było zróżnicowane.

Na rysunku 2.57. przedstawiony został wykres głębokości szczelin oraz średniej odległości pomiędzy nimi w procesie wałowania warstwy ośrodka o początkowej wysokości 132 mm. Dla wału o ciężarze mniejszym od 400 N nie pojawiały się szczeliny. Dla większych ciężarów głębokość spękań narasta od 15 mm dla 600N do 35 mm dla wału o ciężarze 3000 N i więcej. Dla wału o ciężarze 5000 N następowało zniszczenie próbki (walec zagłębiał się do dna i pozostawiał nierównomiernie ukształtowany ośrodek). Odległość pomiędzy szczelinami wahała się od 12mm dla wału o ciężarze 600 N do 20 mm dla wału o ciężarze 3000 N i więcej.



Rys. 2.57. Wykres głębokości szczelin oraz średniej odległości pomiędzy nimi w procesie wałowania warstwy ośrodka o początkowej wysokości 132 mm.

Analizując wpływ wysokości warstwy na efekt powstawania i wielkości szczelin możemy stwierdzić, że poniżej pewnej wysokości warstwy nie występują szczeliny. Na rysunku 2.58 przedstawiony jest wykres głębokości szczelin oraz średniej odległości pomiędzy nimi w procesie wałowania warstwy ośrodka wałem o ciężarze 3000 N.



Rys. 2.58. Wykres głębokości szczelin oraz średniej odległości pomiędzy nimi w procesie wałowania warstwy ośrodka o wałem o ciężarze 3000 N.

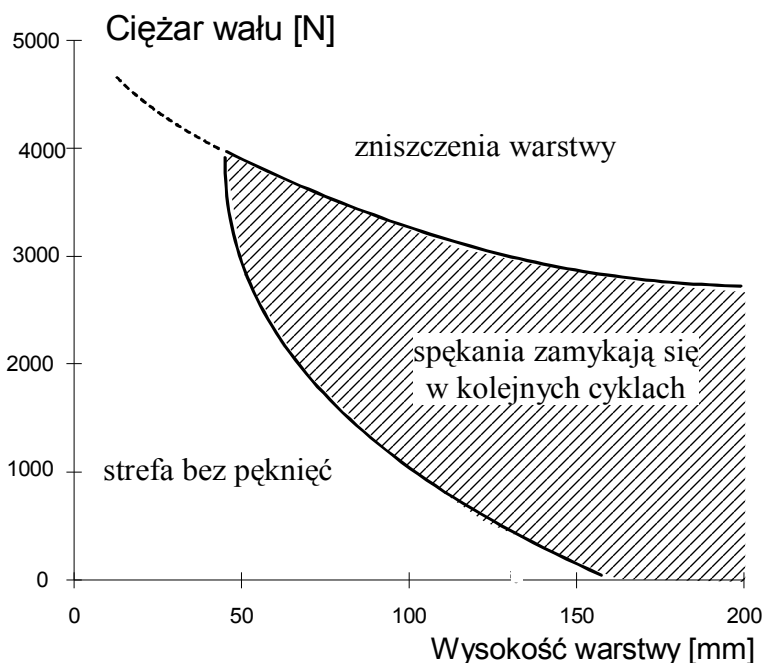
Dla pełniejszej analizy problemu występowania spękań wprowadźmy płaszczyznę zdefiniowaną układem współrzędnych: wysokość warstwy - ciężar wału (rys. 2.59). Można na niej wyróżnić trzy obszary zachowań ośrodka, a mianowicie:

- 1) obszar bez spękań,
- 2) obszar zniszczenia ośrodka.
- 3) obszar, w którym powstają spękania w pierwszym przejeździe, a w następnych się zamykają.

Podobny wykres można uzyskać dla innego ośrodka i innych rozmiarów. Przedstawiony wykres może być użyteczny w przypadku właściwego doboru parametrów zagęszczania (np. w celu określenia maksymalnego ciężaru walca).

Zjawisko powstawania spękań za walcem wleczonym było przedmiotem analizy numerycznej przez Jarzębowskię i Maciejewskiego [54] i będzie przedstawione w dalszej części pracy.

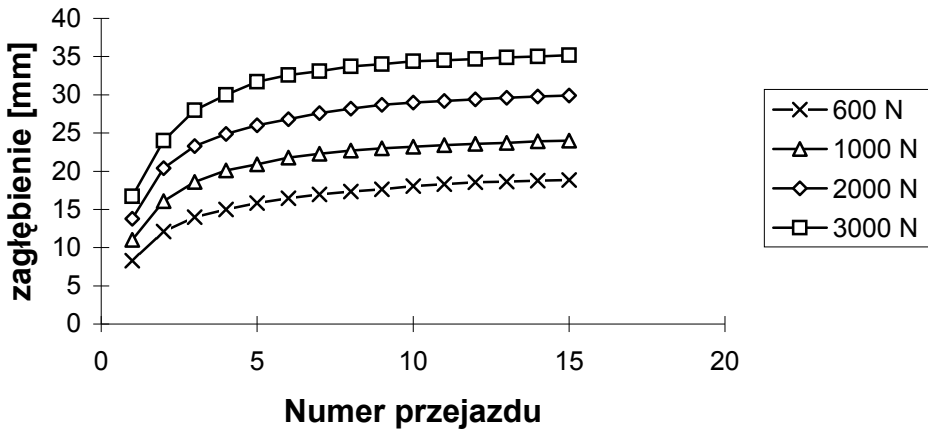
Stopień zagęszczenia warstwy jest uzależniony od ciężaru wału, grubości warstwy i liczby przejazdów wału. Na rysunku 2.60 przedstawiony jest wykres zagłębienia wału w funkcji liczby przejazdów dla różnych ciężarów wałów zagęszczających ośrodek o początkowej wysokości  $h=132\text{mm}$ . Praktycznie do 5-6 przejazdu widoczne są przyrosty zagłębienia. Dla następnych przejazdów następuje stabilizacja wysokości próbki. Jak widać z wykresu efekt zagęszczania jest silnie uzależniony od ciężaru wału.



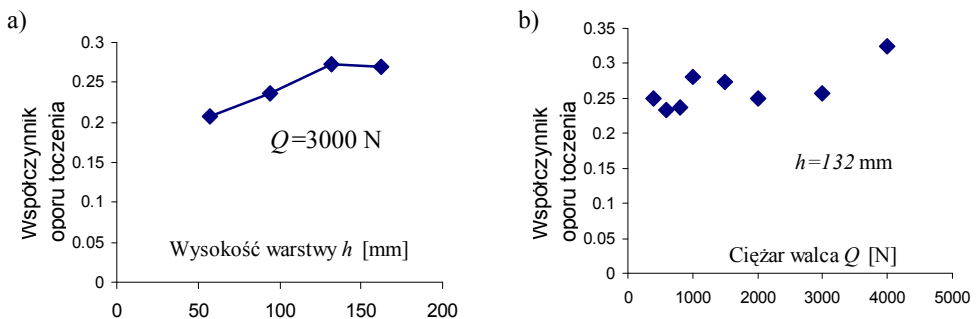
Rys. 2.59. Obszary zachowania się warstwy ośrodka pod działaniem wału wlezonego.

Na rysunku 2.61 zostały przedstawione zmiany współczynnika oporu toczenia  $R$  definiowanego jako iloraz siły poziomej  $F_x$  do ciężaru wału  $Q$ . rys. 2.60a przedstawia zmiany w funkcji wysokości warstwy dla ciężaru walca  $Q=3000$  N; zaś na rysunku 2.60b przedstawione są zmiany oporu toczenia w funkcji ciężaru walca dla warstwy ośrodka o początkowej wysokości  $h=132$  mm. Dla ciężaru walca  $Q=3000$  N współczynnik ten rośnie wraz ze wzrostem wysokości warstwy od wartości 0.2 i stabilizuje się dla warstwy o wysokości 132 mm osiągając wartość 0.25. W zakresie ciężarów walca od 200 N do 3000 N wartość współczynnika oporu toczenia zmieniała się w zakresie od 0.23 do 0.28. Dla większych ciężarów walca współczynnik oporu toczenia rośnie, przy czym dla ciężkich walców następuje zniszczenie warstwy ośrodka i proces toczenia nie może być realizowany.

### Całkowite zagęszczenie warstwy dla różnych ciężarów wału



Rys. 2.60. Wykres zagęszczenia wału w funkcji liczby przejazdów dla różnych ciężarów wałów zagęszczających ośrodek o początkowej wysokości  $h=132\text{mm}$ .

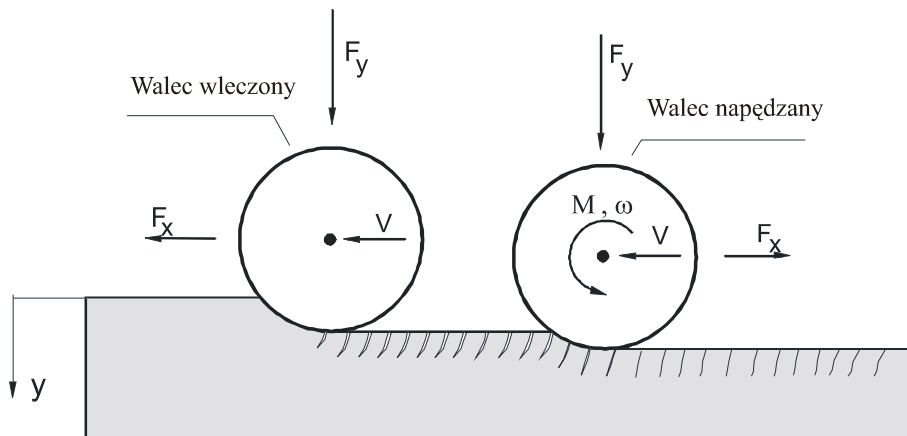


Rys. 2.61. Współczynnik oporu toczenia dla walca wlezonego: a) zmiany w funkcji wysokości warstwy dla ciężaru wału  $Q=3000\text{ N}$ ; b) zmiany oporu toczenia w funkcji ciężaru wału dla warstwy ośrodek o początkowej wysokości  $h=132\text{ mm}$ .

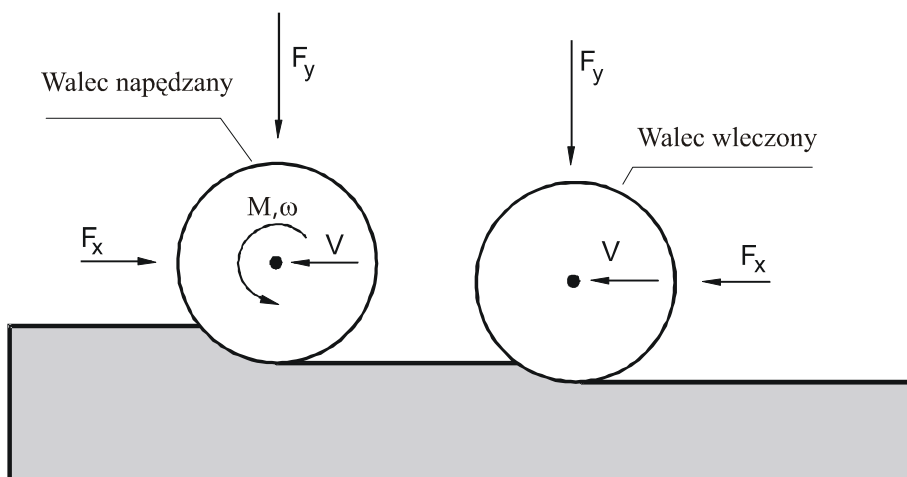
### 2.6.5 Zagęszczanie zespołem jezdnym

W następnej grupie badań doświadczalnych był symulowany proces zagęszczania warstwy ośrodka przy użyciu modelowego walca drogowego [84]. Dwa możliwe przypadki były rozpatrywane: walec napędzany był z przodu zespołu lub walec był z tyłu. Oba rozpatrywane przypadki przedstawione są schematycznie na rysunkach 2.62 a, b. Doświadczenia były realizowane poprzez kolejne przejazdy walca napędzanego i wleczonego ( bądź też odwrotnie) po tej samej warstwie ośrodka. Początkowa wysokość warstwy luźnego ośrodka wynosiła 132 mm.

a)



b)



Rys. 2.62. Schemat zagęszczania warstwy zespołem walców.: a) napęd na tylny walec, b) przedni walec napędzany.

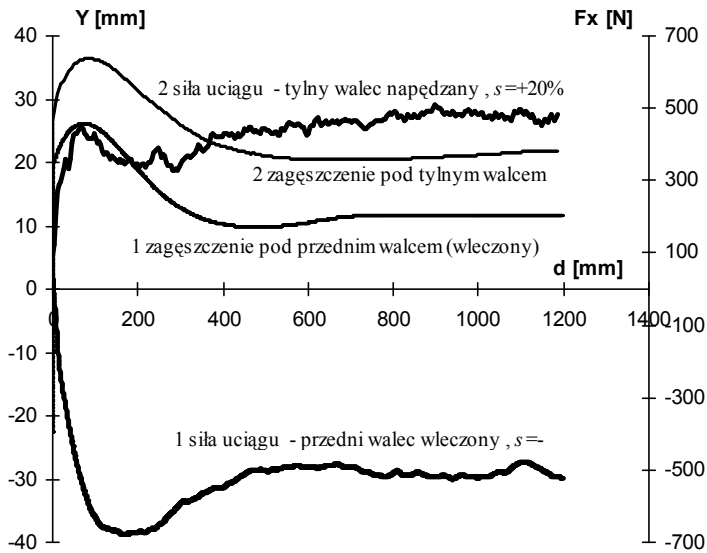


### 2.6.6 Zespół jezdny z napędem na tylny walec

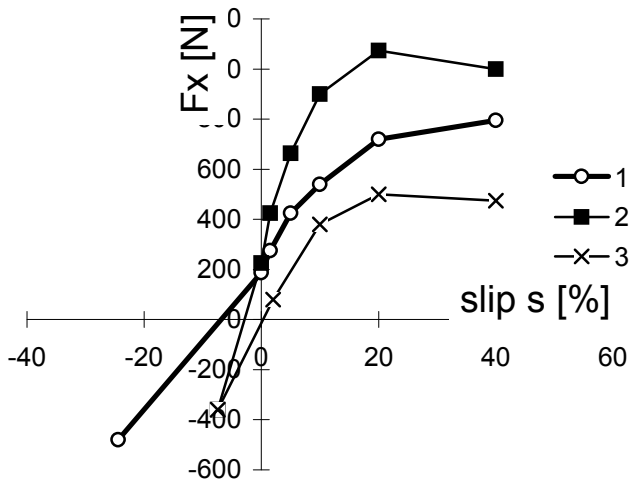
W tej serii eksperymentów symulowany był proces zagęszczania warstwy ośrodka spoistego modelem walca drogowego o ciężarze 4000 N składającego się z dwóch walców o równych ciężarach 2000 N. Pierwszy przedni walec był walcem wleczonym (bez napędu), a tylny napędzany. W procesie zagęszczania luźnego spoistego ośrodka walcem wleczonym występują po przejeździe walca charakterystyczne periodyczne spękania. Powstałe spękania są przyczyną silnej niejednorodności warstwy gruntu a także mają istotny wpływ na charakterystyki trakcyjne ośrodka.

Na rysunku 2.63 przedstawione są wyniki przebiegu sił uciągu oraz zmiany wysokości warstwy dla pierwszego przejazdu zespołu jezdny. Przedni wleczony walec generuje poziomą siłę uciągu równą  $-500\text{ N}$  (z tą siłą należy pchać walec) i jest ona równoważona przez tylny napędzany walec. Poślizg walca napędzanego wynosił 20%.

Na wykresie 2.64 przedstawione są charakterystyki trakcyjne (siła uciągu w funkcji poślizgu) dla walca o ciężarze  $Q=2000\text{ N}$ . Charakterystyka oznaczona przez **1** odpowiada przejazdowi walca na warstwie ośrodka luźnego, zaś charakterystyka **2** została wyznaczona dla drugiego przejazdu walca z tym samym poślizgiem walca napędzanego (w przypadku walca wlezonego poślizg wynosi  $-7.4\%$ ). Charakterystyka **3** została wyznaczona dla drugiego przejazdu walca przy warstwie ośrodka początkowo zagęszczonego walcem wleczonym. W przypadku jednorodnie zagęszczonej warstwy przyrost gęstości jest związany ze wzrostem siły uciągu dla kolejnych przejazdów (porównanie charakterystyk **1** i **2** na rysunku 2.64). Dla warstwy ośrodka spoistego początkowo zagęszczonego walcem wleczonym, pomimo przyrostu jej gęstości, generowana siła uciągu jest mniejsza aniżeli dla ośrodka luźnego. Przyczyną tego zjawiska są silne niejednorodności w postaci spękań jakie powstają po przejeździe walcem wleczonym. Powstałe szczeliny w kolejnych przejazdach zamykają się, lecz niejednorodna struktura w warstwie jest w dalszym ciągu obserwowana. Wszystkie kolejne przejazdy zespołu jezdny (pierwszy walec wleczony, drugi napędzany) były wykonywane tak aby generowane siły uciągu pierwszego i drugiego walca się równoważyły. Tak więc opór toczenia przedniego wlezonego walca był równoważony dodatnią siłą uciągu generowaną przez walec napędzany, symulujący ruch walca drogowego ze stałą prędkością. Prawidłowa wartość poślizgu walca napędzanego została wyznaczona z charakterystyki **3** na rys. 2.64. W badaniach były symulowane trzy kolejne przejazdy zespołu walca drogowego realizowane przez sześć przejazdów pojedynczych walców (kolejno wleczony i napędzany). Wyniki tej serii testów (poślizg, siła uciągu, zmiana wysokości warstwy) przedstawione są w tabeli 2.3. Pierwsze dwa wyniki korespondują z wykresami przedstawionymi na rys. 2.63.



Rys. 2.63. Zmiany siły uciągu i zagęszczenie warstwy dla zespołu z przednim walcem wleczonym i tylnym napędzanym.



Rys. 2.64. Siła uciągu w funkcji poślizgu: 1 – na ośrodku nienaruszonym, 2 – drugi przejazd z tym samym poślizgiem, 3 – przejazd na próbce zagęszczonej walcem wleczonym.

W kolejnych przejazdach siła oporu toczenia przedniego wlezonego walca zmniejsza się. W pierwszym przejeździe siła ta wynosiła 500 N i była równa maksymalnej sile jaka była możliwa do wygenerowania przez walec napędzany (charakterystyka 3 na rysunku 2.64). Tak więc dla większych wysokości warstwy proces zagęszczania zespołem jezdny z pierwszym walcem wleczonym nie był by możliwy.

Tabela 2.3 Wyniki przejazdu dla zespołu jezdny z napędem na tylny walec.

Numer przejazdu	poślizg s [%]	siła uciągu Fx [N]	zagęszczenie y [mm]
1 wleczony	-23	500	12.1
2 napędzany	+20	-500	20.8
3 wleczony	-6.5	320	23.1
4 napędzany	+2.5	-320	24.6
5 wleczony	-4.1	280	25.2
6 napędzany	+0.8	-280	26.3

### 2.6.7 Zespół jezdny z napędem na przedni walec

Eksperymenty wykonywane w tej grupie testów były przeprowadzone podobnie do testów opisanych w rozdziale poprzednim. W tym przypadku charakterystyczne spękania warstwy wierzchniej nie występowały. Wartość poślizgu i wynikowa siła uciągu walca napędzanego w pierwszym przejeździe walca była tak dobrana aby zrównoważyć siłę oporu toczenia walca wlezonego po ośrodku uprzednio zagęszczonym. Podobnie, jak poprzednio, były symulowane trzy przejazdy zespołu jezdny. Wyniki testów (przedni napędzany i tylny wleczony) przedstawione są w tabeli 2.4.

Tabela 2.4 Wyniki dla zespołu jezdny z napędem na przedni walec.

Numer przejazdu	poślizg s [%]	siła uciągu Fx [N]	zagęszczenie y [mm]
1 napędzany	+1.7	-300	19.0
2 wleczony	-8.0	300	22.8
3 napędzany	+1.0	-210	25.1
4 wleczony	-4.2	210	26.3
5 napędzany	+0.0	-200	27.3
6 wleczony	-3.5	200	27.8

### 2.6.8 Podsumowanie

Podczas zagęszczania warstwy spoistego ośrodka toczącym się walcem cząsteczki ośrodka przemieszczają się wzdłuż po trajektorii o kształcie otwartych

pętli. Przemieszczenie cząstek ma dwie główne składowe: pionowy ruch do dołu i poziome przemieszczenie zgodne z ruchem toczącego walca.

Wynikowy efekt zagęszczenia był niejednorodny. Największa gęstość ośrodka obserwowana była w warstwie wierzchniej i malała w kierunku dna. Ponadto, w przypadku zagęszczania walcem wleczonym zagęszczona warstwa była spękana – występowały pionowe szczeliny po przejeździe walca. Przy zagęszczaniu walcem napędzanym spękanie warstwy wierzchniej nie występowało.

W procesie cyklicznego zagęszczania (przejazdy walca o stałym ciężarze i realizacji tego samego poślizgu) największy efekt zagęszczenia uzyskuje się w pierwszym przejeździe. W kolejnych cyklach przyrosty zagęszczenia malały, aż do ustabilizowania wysokości warstwy (przejazdy powyżej 15 nie zmieniały struktury ośrodka).

Efekt zagęszczenia jest silnie zależny od ciężaru walca. Końcowy efekt zagęszczenia po pojedynczym przejeździe ciężkiego walca (3000N) był znacznie większy aniżeli dla cyklicznego zagęszczania lekkim walcem (600N).

Porównując testy zagęszczania zespołami jezdnyimi możemy stwierdzić, że sumaryczny efekt zagęszczenia jest bardzo zbliżony, jednakże w procesie zagęszczania ośrodka luźnego gdzie pierwszy walec jest wleczony a drugi napędzany powstaje bardzo niejednorodna periodyczna spękana struktura warstwy. Pomimo, że szczeliny w kolejnych przejazdach walca się zamykają niejednorodność ośrodka jest trwała. Strategia, w której przedni walec jest walcem napędzanym jest bardziej korzystna z uwagi na mniejsze opory ruchu i jednorodność ośrodka. W tym przypadku jest możliwość zagęszczania warstw o większej wysokości. Zagęszczanie walcem drogowym, w którym przedni walec jest wleczonym nie powinno być stosowane.

Charakterystyki trakcyjne zależą nie tylko od typu ośrodka i jego stopnia zagęszczenia lecz także silnie są zależne od metody przygotowania ośrodka -od historii deformacji ośrodka.

### 3 Modelowanie procesów oddziaływania narzędzi maszyn roboczych ze spoistym ośrodkiem gruntowym.

#### 3.1 Zastosowanie metod nośności granicznej do procesu naporu narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy

W zagadnieniach nośności granicznej należy wyznaczyć wartość obciążenia, dla którego występuje plastyczne płynięcie lub zniszczenie. Do wyznaczenia nośności potrzebna jest znajomość pól naprężeń i prędkości odkształceń (dla rozwiązania ścisłego), a więc rozwiązania problemu brzegowego dla danego modelu plastyczności. Do rozwiązania tego zagadnienia potrzebna jest znajomość odpowiednich zależności wiążących pola statyczne i kinematyczne z własnościami rozpatrywanej konstrukcji, a mianowicie:

1) warunek stanu granicznego - związki pomiędzy naprężeniami powodującymi zniszczenie lub uplastycznienie;

2) prawo plastycznego płynięcia - związki pomiędzy naprężeniami wewnętrznymi a prędkościami odkształceń określających lokalny mechanizm zniszczenia.

Pośród metod nośności granicznej możemy wyróżnić dwie grupy. Pierwszą stanowią metody ścisłe (np. metoda charakterystyk) oraz metody przybliżone, a wśród nich wyróżniamy metody oszacowań oraz metody przybliżonego spełnienia warunków równowagi i warunku stanu granicznego. W przypadku skomplikowanych warunków brzegowych, nieliniowych warunków stanu granicznego czy też dla wielofazowych ośrodków, metody charakterystyk są mało efektywne, a czasami nieużyteczne. W tych wypadkach przybliżone metody nośności granicznej są możliwe do zastosowania. Istnieje sporo metod przybliżonych polegających na przybliżonym spełnieniu warunków równowagi, np. dzieląc obszar na podobszary i spełniając ich warunki równowagi w sposób globalny. W metodach tych trudno określić ich dokładność oraz stwierdzić czy otrzymany wynik leży po stronie bezpiecznej. Spośród metod przybliżonych, na szczególną uwagę zasługują metody oszacowań, dające nam odpowiedź o dokładności metody. Podstawą tej metody są twierdzenia nośności granicznej zwane także twierdzeniami ekstremalnymi. Twierdzenia te odnoszą się do ciał idealnie plastycznych, przy przyjęciu stowarzyszonego prawa płynięcia. Mają one na celu określenie czy pod danymi rosnącymi obciążeniami możliwe jest osiągnięcie stanu granicznego, czyli wystąpienie plastycznego płynięcia. Rozważmy ciało sztywno plastyczne podparte na części brzegu  $S_U$  i obciążone siłą  $\lambda T^\circ$  na części brzegu  $S_T$ , gdzie  $T^\circ$  jest zadany rozkładem obciążenia, a  $\lambda$  jest mnożnikiem obciążenia.

Można obecnie sformułować oba twierdzenia o górnej i dolnej ocenie nośności granicznej, a mianowicie:

1) Twierdzenie o dolnej ocenie:

*Każde pole naprężenia  $\sigma_{ij}$  będące w stanie równowagi wewnętrznej i nie naruszające warunku plastyczności  $F(\sigma_{ij}) \leq 0$  spełnia warunek obciążenia  $\lambda_S T^\circ$  na brzegu  $S_T$ , taki że  $\lambda_g < \lambda_C$ , gdzie  $\lambda_C$  jest krytycznym mnożnikiem obciążenia.*

2) Twierdzenie o górnej ocenie:

*Dowolne kinematyczne dopuszczalne pole prędkości wywołujące plastyczną deformację w ciele przy obciążeniu  $\lambda_K T^\circ$  na brzegu  $S_T$  i spełniające warunek równowagi mocy dysypowanej wewnątrz ciała i mocy obciążeń brzegowych określa górną granicę mnożnika obciążenia,  $\lambda_K > \lambda_C$ .*

Dowody tych twierdzeń wraz z ich szczegółową analizą zostały przedstawione w pracy Druckera i in. [25] jak i w innych pracach np.: [12, 47]. Sposób konstruowania ocen jest stosunkowo prosty i w wielu przypadkach niezwykle efektywny pod względem szybkości i otrzymania wyników w postaci analitycznej. Ponadto przy dużej rozbieżności ocen możemy wprowadzać zmiany dotyczące formy pól statycznie i kinematycznie dopuszczalnych. W szczególnych przypadkach, gdy górne i dolne oszacowania są sobie równe, otrzymujemy rozwiązanie ściśle. Metodami oszacowań rozwiązano praktycznie wszystkie zagadnienia mechaniki gruntów w zakresie płaskiego stanu odkształcenia jak i wiele zagadnień w przestrzennym stanie deformacji. Pośród ogromnej liczby publikacji dotyczących tego zagadnienia na szczególną uwagę zasługuje monografia Izbickiego i Mroza [47], jak i prace Dembickiego [15], monografia pod red. Kisiela [71], prace Harra [36], Chena [11, 12].

W pracach tych przedstawiono i szeroko omówiono zagadnienia parcia i odporu, stateczności (ścianek, płyt kotwiących, skarp i zboczy), nośności granicznej w zagadnieniach kontaktowych, ściskania i przecinania bloków materiału i wiele innych. Przedstawiono rozwiązania dolnej i górnej oceny nośności granicznej (w wielu przypadkach dla mechanizmów przestrzennych) przy założeniu ośrodka sztywno idealnie plastycznego (model Coulomba, zmodyfikowany model Coulomba) i stowarzyszonego prawa płynięcia.

Techniki bazujące na mechanizmach kinematycznie dopuszczalnych dla materiału sztywno plastycznego, takiego jak model Coulomba-Mohra, są z powodzeniem stosowane do rozwiązywania zagadnień początkowego ruchu narzędzi maszyn roboczych. W tych rozwiązaniach plastyczne płynięcie występuje na powierzchniach nieciągłości prędkości oraz w zamkniętych obszarach z ciągłymi rozkładami prędkości i deformacji. Rozwiązania te dobrze opisują dane eksperymentalne dla różnego rodzaju sztywnych narzędzi. Jednakże, w przypadku metod mechanizmów kinematycznie dopuszczalnych można zaproponować nieskończoną liczbę pól kinematycznych dla danego zagadnienia brzegowego. W

analizie wyznacza się optymalny mechanizm w warunku minimalizacji wartości sił działających na narzędzie. Poszukiwanie najlepszego rozwiązania silnie zależy od doświadczenia i praktyki osoby wykonującej obliczenia, wspartej bogatą bazą badań eksperymentalnych. Bazując na tych technikach rozwiązano szereg zagadnień dla zaawansowanego ruchu narzędzia po wygenerowaniu mechanizmu zniszczenia. Kiedy występuje plastyczna deformacja ośrodka z osłabieniem mechanizm zniszczenia przyjmuje formy z lokalizacjami deformacji w postaci powierzchni nieciągłości prędkości, które rozdzielają ośrodek na szereg sztywnych bloków. Kiedy narzędzie porusza się początkowy mechanizm ulega modyfikacji. Pewne powierzchnie nieciągłości prędkości stają się materialnymi, w których materiał ulega dalszej deformacji, zaś pozostałe pełnią rolę powierzchni dostosowujących, tak aby mechanizm był kinematycznie dopuszczalny. Dodatkowym efektem występującym przy deformacji ośrodka z niestateczną charakterystyką wytrzymałościową jest zjawisko skokowych zmian mechanizmu zniszczenia. W ten sposób tworzy się charakterystyczna periodyczna struktura powierzchni nieciągłości oraz stowarzyszone z nią oscylacje wartości sił działające na narzędzie. Opis tego typu był stosowany przez autora do opisu stanów pokrytycznych w procesach urabiania gruntu [77, 106]. Na drodze symulacji numerycznych została przedstawiona generacja periodycznej struktury ośrodka oraz związane z nią oscylacje wartości sił. Rozwiązanie te były użyteczne przy optymalizacji kształtu narzędzi oraz trajektorii ruchu narzędzi [79].

Do obliczeń zagadnień metodą mechanizmów kinematycznie dopuszczalnych stosuje się dwa podejścia. Pierwsze bazuje na bilansie energetycznym, w którym minimalizuje się moc dysypacji. Metoda ta jest głównie stosowana dla ośrodków jednorodnych w których deformacja opisana jest stowarzyszonym prawem płynięcia. Druga metoda obliczeń bazuje na metodzie równowagi sił i jest metodą ogólniejszą stosowaną zarówno w ośrodkach jednorodnych jak i niejednorodnych przy płynięciu opisanym prawem stowarzyszonym jak i niestowarzyszonym. Metoda ta z powodzeniem jest stosowana w przypadku materiałów opisanych nieliniową charakterystyką wytrzymałościową jak i materiału o anizotropowych właściwościach.

W rozdziale tym zostaną przedstawione podstawowe relacje zachowania materiału na liniach nieciągłości prędkości. W pracy zostanie przedstawiona metoda nośności granicznej w odniesieniu do materiałów o liniowej jak i nieliniowej charakterystyce wytrzymałościowej. Zostanie przedstawione zastosowanie metod bazujących na kinematycznie dopuszczalnych mechanizmach zniszczenia w zagadnieniach oddziaływania narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy. W ostatniej części rozdziału zostanie przedstawione zastosowanie Metody Elementów Skończonych do opisu procesu zagęszczania warstwy ośrodka walcem statycznym, przy ośrodku opisanym modelem wielopowierzchniowym.

### 3.2 Stan naprężenia i warunki stanu granicznego

Stan naprężenia w punkcie trójwymiarowego ciała opisuje siły jakie działają na dowolnie zorientowany element powierzchni wewnątrz ciała. Wybierając trzy wzajemnie prostopadłe kierunki przechodzące przez rozpatrywany punkt możemy napisać:

$$T_j = \sigma_{ij} n_i, \quad (3.1)$$

gdzie  $T_i$  jest wektorem naprężenia działającym na jednostkową powierzchnię o normalnej  $n_i$ , a  $\sigma_{ij}$  jest tensorem naprężenia w kartezjańskim układzie współrzędnych, o składowych określonych przez (3.2):

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{32} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Przy zmianie układu współrzędnych tensor naprężenia transformuje się zgodnie z regułą:

$$\sigma^x = Q\sigma Q^T, \quad \text{albo} \quad \sigma_{ij}^x = Q_{ik} Q_{jl} \sigma_{kl}, \quad (3.3)$$

gdzie  $Q$  jest macierzą kosinusów kierunkowych pomiędzy dodatnimi kierunkami pierwotnego i obróconego układu, gdzie oczywiście zachodzi  $QQ^T = Q^T Q = \mathbf{1}$  i  $\det|Q|=1$  ( $\mathbf{1}$  - jest macierzą jednostkową). Zakładając, że tensor naprężenia jest tensorem symetrycznym tj.  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ , możemy wyznaczyć trzy wartości własne  $\sigma$  z rozwiązania równania charakterystycznego:

$$\text{albo} \quad \det|\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij}| = 0, \quad (3.4)$$

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 - I_2\sigma - I_3 = 0,$$

gdzie współczynnikami tego równania są niezmienniki tensora naprężenia wyrażające się następująco :

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{ii} \\ I_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \sigma_{ii}\sigma_{jj}), \\ I_3 &= \det(\sigma_{ij}) \end{aligned} \quad (3.5)$$

gdzie  $\det(\sigma_{ij})$  oznacza wyznacznik macierzy  $\sigma_{ij}$ . Niezmienniki te mają tę własność, że ich wartość nie ulega zmianie podczas transformacji układu odniesienia. Istnieją również inne formy niezmiennicze będące kombinacją tych niezmienników. W dalszej części pracy będą używane niezmienniki  $\sigma_m$ ,  $\rho$ ,  $\theta$ , gdzie  $\sigma_m$  jest naprężeniem średnim:

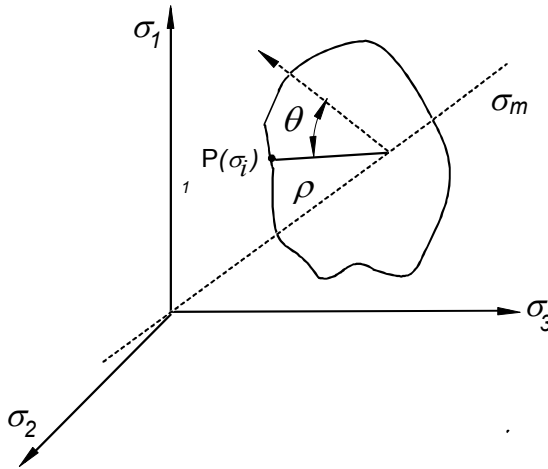
$$\sigma_m = \frac{1}{3} \sigma_{kk}, \quad (3.6)$$



zaś  $\rho$  - jest odległością punktu naprężenia  $P(\sigma_{ij})$  od osi hydrostatycznej :

$$\rho = \sqrt{2J_2}, \quad (3.7)$$

gdzie  $J_2$  jest drugim niezmiennikiem dewiatora naprężenia, zaś  $\theta$  jest kątem leżącym na płaszczyźnie prostopadłej do osi hydrostatycznej zawartym pomiędzy kierunkiem osi  $\sigma_1$  i punktem naprężenia  $P$  (rys. 3.1). Niezmienniki te mogą być interpretowane jako współrzędne walcowe w układzie o osi pokrywającej się z osią hydrostatyczną.



Rys. 3.1 Niezmienniki  $\sigma_m, \rho, \theta$  w przestrzeni naprężeń.

Wzory (3.8 i 3.9) definiują kąt  $\theta$ , przy czym związek (3.8) wynika ze związków pomiędzy niezmiennikami tensora naprężenia, zaś (3.9) ze związków geometrycznych na płaszczyźnie oktaedrycznej w przestrzeni naprężeń głównych co jednoznacznie określa kąt  $\theta$  w przedziale  $\theta \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos \left( 3\sqrt{6} \frac{J_3}{\rho^3} \right), \quad (3.8)$$

$$\theta = \arctan(y, x) = \arctan \left( \sqrt{6}(\sigma_3 - \sigma_2), \sqrt{2}(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3) \right), \quad (3.9)$$

gdzie  $J_3$  jest trzecim niezmiennikiem dewiatora naprężenia. Pomędzy niezmiennikami  $\sigma_m, \rho$  i  $\theta$  a naprężeniami głównymi  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  zachodzą związki:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \sigma_m \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Jeżeli w przestrzeni fizycznej zorientujemy układ kartezjański  $X_i$ , a następnie poprowadzimy płaszczyznę o wektorze normalnym  $\mathbf{n}$  do wybranej płaszczyzny to wektor naprężenia  $\mathbf{T}$  działający na tej płaszczyźnie określony jest poprzez równanie (3.1). Składowa wektora  $\mathbf{T}$  w kierunku normalnym do płaszczyzny jest naprężeniem normalnym  $\sigma_n$  i będzie wynosiła:

$$\sigma_n = T_i n_i = \sigma_{ij} n_i n_j, \quad (\sigma_n)_k = (\sigma_{ij} n_i n_j) n_k, \quad (3.11)$$

zaś składowa równoległa do płaszczyzny jest naprężeniem stycznym  $\tau_n$  i jest określona przez wzór :

$$\tau_n = \sqrt{T^2 - \sigma_n^2}, \quad (\tau_n)_k = \sigma_{kj} n_j - (\sigma_{ij} n_i n_j) n_k, \quad (3.12)$$

w którym  $T$  oznacza moduł wektora  $\mathbf{T}$ . W szczególnym przypadku gdy osie układu  $X_i$  pokrywają się z kierunkami głównymi otrzymamy wektory  $\mathbf{T}$  i  $\sigma_n$  o składowych:

$$\begin{aligned} T_1 &= \sigma_1 n_1 & T_2 &= \sigma_2 n_2 & T_3 &= \sigma_3 n_3 \\ \sigma_n &= \sigma_1 n_1^2 + \sigma_2 n_2^2 + \sigma_3 n_3^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Gdy płaszczyzna jest równoległa do jednego z kierunków głównych (np. do  $\sigma_3$ ) zależność na składową normalną i styczną przyjmują prostą formę, a mianowicie:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha \\ \tau_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha \end{aligned}, \quad (3.14)$$

gdzie  $\alpha$  jest kątem pomiędzy normalną a kierunkiem  $\sigma_1$ .

Wprowadźmy obecnie pojęcie warunku plastyczności, który będziemy określać jako funkcję składowych tensora naprężenia i materiałowych zmiennych stanu. Warunek ten określa stan naprężenia odpowiadający plastycznemu płynięciu. Ogólnie funkcję tę możemy zapisać w postaci :

$$f(\sigma_{ij}, w) = 0, \quad (3.15)$$

gdzie  $w$  jest zbiorem zmiennych stanu. Dla materiałów izotropowych związek ten można przedstawić jako funkcję naprężeń głównych czy też niezmienników tensora naprężenia. Duża liczba warunków stanu granicznego bazuje na hipotezie Mohra, zakładającej że o zniszczeniu ośrodka decydują maksymalne i minimalne

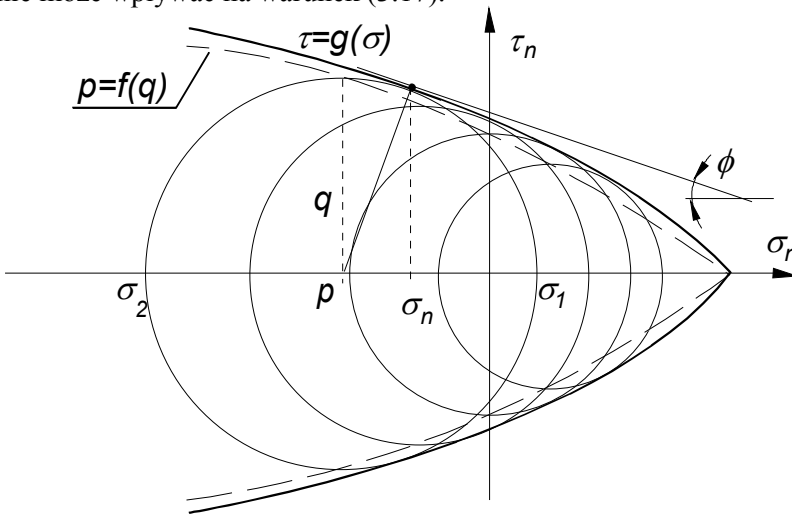
naprężenia główne, a wpływ trzeciego pośredniego naprężenia głównego jest pomijalny. Rozważmy warunek stanu granicznego w postaci:

$$p=f(q) \text{ lub } F(p,q) = 0, \quad (3.16)$$

gdzie  $p = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$ ,  $q = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$ , a  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  oznaczają kolejno maksymalne, minimalne i pośrednie naprężenia główne. W płaszczyźnie równoległej do  $\sigma_3$  wartości naprężeń normalnych i stycznych  $\sigma_n, \tau_n$  określają związki (3.14). Na podstawie zależności (3.16) możemy zbudować obwiednię kół Mohra:

$$|\tau_n| = g(\sigma_n) \text{ lub } G(\sigma_n, \tau_n) = 0, \quad (3.17)$$

która daje warunek stanu granicznego w innej postaci. Wykres funkcji (3.17) musi być symetryczny względem  $\sigma_n$ , ponieważ zmiana kierunku naprężenia stycznego  $\tau_n$  nie może wpływać na warunek (3.17).



Rys. 3.2 Obwiednia kół Mohra.

Na rysunku 3.2 przedstawiony jest warunek stanu granicznego na płaszczyźnie naprężeń  $\sigma_n, \tau_n$ . Przejście pomiędzy opisem (3.17) a (3.16) możemy uzyskać w przypadku gdy  $f'(q) \leq -1$ . Dla funkcji  $p=f(q)$  nie spełniającej tej zależności koła Mohra nie mają obwiedni i leżą jedno wewnątrz drugiego. W tym przypadku segmenty powierzchni tworzą wklęsłą powierzchnię graniczną.

Prawem plastycznego płynięcia będziemy nazywać zależność wiążącą mechanizm plastycznego płynięcia z warunkiem plastyczności. Załóżmy istnienie funkcji potencjału plastycznego  $G(\sigma_{ij})=0$ . Prawo płynięcia wyrazimy następująco :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \dot{\lambda} > 0, F = 0, \dot{\lambda} F = 0, \quad (3.18)$$

gdzie  $\dot{\lambda}$  jest dodatnim współczynnikiem proporcjonalności. Związek ten nosi nazwę niestowarzyszonego prawa płynięcia. Z chwilą gdy warunek stanu granicznego  $F(\sigma_{ij})$  pełni rolę potencjału  $G$ , otrzymujemy stowarzyszone prawo płynięcia, to znaczy:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{\partial F(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}, \dot{\lambda} > 0, F = 0, \dot{\lambda} F = 0. \quad (3.19)$$

W przypadku gdy stan naprężenia przedstawiony jest punktem osobliwym powierzchni granicznej leżącym na przecięciu się kilku gładkich segmentów, prawo płynięcia (3.19) można przedstawić w postaci:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \sum_{k=1}^m \dot{\lambda}_k \frac{\partial F_k}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (3.20)$$

gdzie  $\dot{\lambda}_k > 0$  i sumowanie odbywa się po tych  $k$ , dla których spełnione są warunki  $F_k(\sigma_{ij})=0$ .

Jeśli aktualny stan naprężenia oznaczymy przez  $\sigma_{ij}$ , zaś dowolne naprężenie nie naruszające warunku plastyczności oznaczymy przez  $\sigma_{ij}^*$ , to występuje zależność:

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \dot{\epsilon}_{ij} \geq 0. \quad (3.21)$$

Nierówność ta nosi nazwę zasady największej mocy dysypowanej i oznacza, że jednostkowa moc dysypowana podczas plastycznego płynięcia jest zawsze większa od mocy dowolnego stanu naprężenia  $\sigma_{ij}^*$  nie przekraczającego warunku stanu granicznego. Zasada ta jest konsekwencją wypukłości obszaru ograniczonego powierzchnią plastyczności i normalności wektora prędkości odkształcenia do tej powierzchni. Jednostkowa moc dysypowana, zwana również funkcją dysypacji, wyraża się w postaci:

$$D = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = D(\dot{\epsilon}_{ij}) = \frac{\partial D}{\partial \dot{\epsilon}_{ij}} \dot{\epsilon}_{ij}, \quad (3.22)$$

zaś odwrotny związek konstytutywny ma postać:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial D}{\partial \dot{\epsilon}_{ij}}. \quad (3.23)$$

Funkcja dysypacji  $D$  jest zatem potencjałem przy określaniu naprężeń jako funkcji prędkości odkształcenia.

Autor w pracy skupił się na procesach oddziaływania narzędzi dających opisać się płaskim stanem odkształcenia, dlatego też w tym rozdziale uwagę skoncentrujemy na zachowaniu się ośrodka i warstw kontaktowych w płaskim stanie odkształcenia

(PSO). Deformacja w procesach kontaktu narzędzia z ośrodkiem przyjmuje różne formy. Mogą wystąpić ciągłe pola odkształceń jak i odkształcenia zlokalizowane w określonej liczbie powierzchni nieciągłości. Lokalizacja deformacji jest zjawiskiem obserwowanym w wielu materiałach wykazujących cechy plastyczne jak i kruche. Lokalizacje deformacji w postaci powierzchni nieciągłości występują w metalach, polimerach, ośrodkach gruntowych, natomiast w skałach i ośrodkach ceramicznych lokalizacje deformacji obserwujemy najczęściej w postaci pęknięć. Grubość stref lokalizacji jest mała i uzależniona od własności ośrodka. Istotnym czynnikiem wpływającym na lokalizacje deformacji są warunki brzegowe, które niejednokrotnie determinują ich powstanie i rozwój. Innym czynnikiem od którego uzależnione są lokalizacje deformacji jest anizotropia materiału. Jej wpływ a także koncepcja opisu anizotropii materiału zostanie przedstawiona w rozdziale 4.

Procesy odspajania ośrodka związane są ze zmianami własności złoża. Najczęściej spotykamy się z osłabieniem ośrodka, które powoduje, że pola odkształceń przyjmują formy lokalizacji. Obecnie sformułujemy matematyczne relacje opisujące powstanie lokalizacji, jak i utratę stateczności ośrodka. Stan naprężenia określony jest tensorem  $\sigma_{ij}$ , zaś stan odkształcenia określa tensor  $\varepsilon_{ij}$  małych deformacji, a mianowicie:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) = u_{(i,j)}, \quad (3.24)$$

gdzie  $u$  jest wektorem przemieszczenia  $u_i = x_i - X_i$ , przy czym  $X_i, x_i$  są współrzędnymi w opisie materialnym i przestrzennym.

W tym przypadku znikają różnice pomiędzy  $\varepsilon_{ij}$  - tensorem Almansiego (Almansiego-Eulera) zdefiniowanym jako:

$$2\varepsilon_{ij} dX_i dX_j = dX_i dX_j - dx_i dx_j, \quad (3.25)$$

a  $E_{ij}$  - tensorem odkształceń Grena (Greena-Lagrange'a) (3.26), czy też tensorem Hencky'ego (3.30), który jest logarytmiczną miarą odkształcenia.

$$2E_{ij} dx_i dx_j = dX_i dX_j - dx_i dx_j. \quad (3.26)$$

Wprowadzając gradient deformacji  $F_{ij}$  (327) oraz tensor deformacji Greena  $C_{ij}$  (3.28) i tensor deformacji Cauchy'ego  $c_{ij}$  możemy te tensory przedstawić w postaci:

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = x_{i,j} \quad F = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}, \quad (3.27)$$

$$C_{ij} = \frac{\partial x_k}{\partial X_i} \frac{\partial x_k}{\partial X_j}, \quad C = F^T F$$

$$c_{ij} = \frac{\partial X_k}{\partial x_i} \frac{\partial X_k}{\partial x_j}, \quad c = (F^{-1})^T F^{-1}, \quad (3.28)$$

$$E = \frac{1}{2}(C - I)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(I - c) \quad (3.29)$$

Logarytmiczne miary tensora odkształcenia określone są związkami :

$$H^R = \ln U = \ln \sqrt{F^T F} = R_L \ln \Lambda^R R_L^T,$$

$$H^L = \ln V = \ln \sqrt{F F^T} = R_E \ln \Lambda^L R_E^T, \quad (3.30)$$

$$F = RU = VR, \quad U = R_L \Lambda^R R_L^T, \quad V = R_E \Lambda^L R_E^T.$$

Wyznaczenie logarytmicznej miary tensora odkształcenia sprowadza się do dokonania rozkładu biegunowego gradientu deformacji  $F = RU = VR$ , a następnie wyznaczeniu wartości głównych i wartości własnych prawego i lewego tensora rozciągnięcia  $U, V$  zgodnie z wzorami 3.30.

Wartości główne prawego  $H^R$  i lewego  $H^L$  tensora odkształceń Hencky-ego są identyczne i są równe logarytmowi wydłużeń, jednakże kierunki główne są różne. Kierunki odkształceń głównych prawego tensora Hencky-ego nie zawierają informacji o obrocie materiału. Jeżeli ośrodek doznaje obrotu wskazane jest użycie lewego tensora odkształceń.

Kryterium stateczności materiału (Drucker [25], Hill [40], Maier i Hueckel [95]) sformułujemy lokalnie w postaci nierówności dla prędkości odkształcenia i naprężenia. Nierówność ta spełniona jest dla monotonicznie rosnącej zależności naprężenia od odkształcenia, a mianowicie:

$$\dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} > 0, \quad (3.31)$$

gdzie  $\dot{\sigma}_{ij}$  jest prędkością naprężenia. Globalny warunek stateczności dla ciała o objętości  $V$  i dla dowolnego kinematycznie dopuszczalnego pola prędkości odkształceń  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  wyrazimy w postaci nierówności:

$$\int_V \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV > 0, \quad (3.32)$$

przy czym naruszenie nierówności (3.31) może prowadzić do lokalnej utraty stateczności przy zachowaniu globalnej (np. powstanie lokalizacji w postaci powierzchni nieciągłości prędkości).

Przyjmujemy, że dla ośrodka zachodzą związki przyrostowe pomiędzy tensorami naprężenia i odkształcenia w postaci:

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} , \quad (3.33)$$

gdzie  $D_{ijkl}$  jest tensorem sztywności. Uwzględniając powyższe równanie oraz równanie (3.31) warunek stanu krytycznego (utruty stateczności) ma postać:

$$\text{albo} \quad \begin{aligned} D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{kl} &= 0 \\ \dot{\sigma}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} &= 0 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Tak więc tensor modułów stycznych  $D_{ijkl}$  w zakresie statecznej deformacji powinien być dodatnio określony. Natomiast stan krytyczny zachodzi gdy tensor ten staje się osobliwy, to znaczy  $\det[D_{ijkl}] = 0$  lub jedna z wartości głównych tensora równa się zeru. W przypadku punktu granicznego w procesie o sterowaniu odkształceniowym mamy  $\dot{\sigma} = 0, \dot{\epsilon} \neq 0$ , to znaczy naprężenie uzyskuje ekstremum.

Przedstawione warunki stateczności określają stany krytyczne, gdy występuje lokalna lub globalna utrata stateczności. Tak więc, warunek (3.32) w postaci równości określa punkt graniczny na drodze obciążenie-przemieszczenie dla obciążeń i przemieszczeń na brzegu, natomiast warunek lokalny (3.34) określa nam punkt graniczny na lokalnej ścieżce naprężenie-odkształcenie.

Możemy również zbadać warunki niejednoznaczności pola deformacji zakładając, że pole ciągle w stanie krytycznym doznaje nieciągłości wzdłuż określonych powierzchni. W szczególności możemy założyć, że pole przemieszczeń jest ciągle, natomiast gradienty deformacji przemieszczeń doznają skoku na powierzchni  $\Sigma$  wewnątrz obszaru deformacji. Znaczący to, że:

$$[u_i] = u_i^+ - u_i^- = 0 \quad , \quad [u_{i,j}] = u_{i,j}^+ - u_{i,j}^- = a_i n_j \neq 0 \quad , \quad (3.35)$$

gdzie  $[ ]$  oznacza nieciągłość na powierzchni  $\Sigma$ , określoną jako różnica wartości po obu stronach powierzchni, natomiast  $\mathbf{n}$  jest jednostkowym wektorem normalnym do powierzchni, zaś nieciągłość gradientu przemieszczeń określona jest wektorem  $\mathbf{a}$ . Jeśli wektor  $\mathbf{a}$  jest styczny do powierzchni, to mamy nieciągłość odkształceń ścinających i obrotów, natomiast gdy wektor  $\mathbf{a}$  jest normalny do powierzchni  $\Sigma$ , to zachodzi nieciągłość odkształceń normalnych. Nieciągłość tensora odkształcenia możemy wyrazić w postaci:

$$[\epsilon_{ij}] = \frac{1}{2} (n_i a_j + a_j n_i) . \quad (3.36)$$

Rozpatrując prędkości płynięcia materiału  $\mathbf{v}$ , możemy podobnie założyć, że istnieją *powierzchnie słabej nieciągłości*, dla których pole prędkości jest ciągle, natomiast gradienty prędkości doznają nieciągłych zmian na powierzchni  $\Sigma_g$ ,

$$[v_i] = v_i^+ - v_i^- = 0 \quad , \quad [v_{i,j}] = v_{i,j}^+ - v_{i,j}^- = \dot{a}_i n_j \neq 0 \quad , \quad (3.37)$$

zaś tensor prędkości odkształcenia doznaje skoku:

$$[\dot{\epsilon}_{ij}] = \frac{1}{2}(n_i \dot{a}_j + \dot{a}_j n_i). \quad (3.38)$$

Przyjmując, że własności materiału nie doznają skokowych zmian na powierzchni  $\Sigma_g$ , możemy związek przyrostowy  $\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}$  napisać po obu stronach powierzchni, zaś nieciągłość prędkości naprężenia i odkształcenia przedstawić zależnością:

$$[\dot{\sigma}_{ij}] = D_{ijkl} [\dot{\epsilon}_{kl}] = D_{ijkl} \frac{1}{2}(n_i \dot{a}_j + \dot{a}_j n_i). \quad (3.39)$$

Ponieważ prędkości naprężeń kontaktowych  $\dot{\sigma}_n$  i  $\dot{\tau}_n$  muszą być ciągłe na  $\Sigma_g$ , otrzymamy warunek:

$$n_i [\dot{\sigma}_{ij}] = 0, \quad (3.40)$$

zaś po podstawieniu (3.39) i uwzględniając symetrię tensora  $D_{ijkl} = D_{ijlk}$  otrzymamy:

$$(n_i D_{ijkl} n_l) \dot{a}_k = Q_{jk} \dot{a}_k = 0 \quad (3.41)$$

Równanie (3.41) jest układem równań liniowych określających wektor nieciągłości  $\dot{a}_k$ . Warunkiem istnienia niezerowych rozwiązań  $\dot{a}_k$  jest zerowanie się wyznacznika *tensora akustycznego*  $Q_{jk} = n_i D_{ijkl} n_l$ , to znaczy:

$$\det(Q_{jk}) = \det(n_i D_{ijkl} n_l) = 0. \quad (3.42)$$

Widzimy zatem, że warunek lokalizacji odkształceń (3.42) ma inną postać, niż warunek lokalnej utraty stateczności (3.34). W rzeczywistości, ponieważ tensor akustyczny zależy od orientacji płaszczyzny lokalizacji, należy napisać:

$$\min_{n_k} \det(Q_{jk}) = 0, \quad (3.43)$$

to znaczy określić orientację  $n_k$  odpowiadającą minimum wartości  $\det(Q_{ik})$ , a następnie określić krytyczną wartość modułu wzmocnienia odpowiadającą początkowi lokalizacji.

W dalszych rozważaniach będziemy rozpatrywać nie tylko powierzchnie słabej nieciągłości (charakterystyki) spełniające (3.37), ale również *powierzchnie silnej nieciągłości*  $\Sigma_v$ , gdzie występuje zarówno nieciągłość wektora prędkości  $v$  jak i nieciągłość gradientów deformacji, to znaczy:

$$[v_i] = v_i^+ - v_i^- \neq 0, \quad [v_{i,j}] = v_{i,j}^+ - v_{i,j}^- = \dot{a}_i n_j \neq 0. \quad (3.44)$$

### 3.3 Powierzchnie nieciągłości prędkości

Metoda nośności granicznej bazuje na założeniu sztywno plastycznego zachowania materiału. Dla zadanych warunków brzegowych zakładamy



kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia. Plastyczne płynięcie materiału zachodzi na liniach silnej nieciągłości prędkości oraz w obszarach o ciągłym rozkładzie pola prędkości. Dla zaawansowanych przemieszczeń narzędzia w ośrodku o niestatecznej charakterystyce początkowe mechanizmy zniszczenia rozwijają się, a w pewnym momencie następuje generacja nowych mechanizmów zniszczenia. Periodycznym zmianom towarzyszy oscylacyjny charakter zmian sił w funkcji przemieszczenia narzędzia.

W analizie, złożone mechanizmy deformacji aproksymujemy szeregiem sztywnych bloków przemieszczających się wzdłuż powierzchni nieciągłości prędkości. Także konieczna jest znajomość zachowania się ośrodka w sztywnych blokach jak i w powierzchniach nieciągłości prędkości. Szeroką dyskusję na temat zmian gęstości występujących na liniach nieciągłości prędkości przedstawiono w pracach Dreschera i Michałowskiego [17], Michałowskiego [98].

Rozpatrzmy powierzchnię nieciągłości prędkości  $L$  poruszającą się z prędkością  $V^l$  rozgraniczającą ośrodek na obszary poruszające się z prędkościami  $V_1$  i  $V_2$  (rys. 3.3 a). Rozważania ograniczymy do układu płaskiego kiedy wektory prędkości  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V^l$  leżą na płaszczyźnie prostopadłej do powierzchni nieciągłości prędkości. Opis stanu odkształceń na powierzchni nieciągłości możemy uzyskać rozpatrując deformację cienkiej warstwy o grubości  $d$ . W warstwie  $d$  ośrodek zmienia prędkość o wektor skoku  $[V]$ , o składowych normalnej  $[V_n]$  i stycznej  $[V_t]$ . Przyrost prędkości  $[V]$  odchylony jest o kąt dylatacji  $\psi$  od powierzchni. Linia nieciągłości prędkości traktowana jest jako cienka warstwa o grubości  $d$ . Grubość warstwy jest (szereg razy większa od średniej wielkości ziarna) jest mała w porównaniu do rozmiarów zadania brzegowego.

Obierzmy lokalny układ współrzędnych kartezjańskich  $t, n, k$ , gdzie  $n$  jest kierunkiem normalnym,  $t$  styczną do powierzchni nieciągłości prędkości, zaś kierunek  $k$  zorientowany jest prostopadle do płaszczyzny rysunku. W tak zorientowanym lokalnym układzie współrzędnych prędkości odkształcenia w cienkiej warstwie o grubości  $d$  wynoszą:

$$\dot{\epsilon}_t = 0 \quad , \quad \dot{\epsilon}_n = \frac{[V_n]}{d} \quad , \quad \dot{\epsilon}_k = \dot{\epsilon}_3 = 0 \quad , \quad \dot{\gamma}_{nt} = 2\dot{\epsilon}_m = \frac{[V_t]}{d} . \quad (3.45)$$

Dla powierzchni nieciągłości prędkości wydłużenia w kierunku  $t$  i  $k$  równe są zeru. Jest to szczególny przypadek płaskiego stanu odkształcenia. Prędkości odkształceń głównych  $\dot{\epsilon}_1$  i  $\dot{\epsilon}_2$  wyznaczmy posługując się wzorami transformacyjnymi :

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= \frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_n + \dot{\varepsilon}_t) + \left[ \frac{1}{4}(\dot{\varepsilon}_n + \dot{\varepsilon}_t)^2 + \dot{\varepsilon}_{nt}^2 \right]^{1/2}, \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \frac{1}{2}(\dot{\varepsilon}_n + \dot{\varepsilon}_t) - \left[ \frac{1}{4}(\dot{\varepsilon}_n + \dot{\varepsilon}_t)^2 + \dot{\varepsilon}_{nt}^2 \right]^{1/2}.\end{aligned}\quad (3.46)$$

Prędkości odkształceń głównych w funkcji skoku prędkości  $[V]$  wynoszą:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_1 &= \frac{1}{2d}([V_n] + [V]) \quad , \quad \dot{\varepsilon}_2 = \frac{1}{2d}([V_n] - [V]), \\ [V] &= \sqrt{[V_n]^2 + [V_t]^2}.\end{aligned}\quad (3.47)$$

Stan naprężenia na powierzchni nieciągłości prędkości określony jest poprzez składowe naprężenia  $\sigma_n$  i  $\tau_n$ . Pozostałe niezerowe składowe tensora naprężenia to  $\sigma_t$  i  $\sigma_k$ , z tym iż nie wchodzi one do równań dysypacji energii z powodu braku odkształceń w tych kierunkach. Oczywiście przy  $d \rightarrow 0$ , składowe prędkości  $\dot{\varepsilon}_n$  i  $\dot{\gamma}_{nt}$  dążą do nieskończoności:

$$\dot{\gamma}_n = \frac{[V_t]}{d}, \quad \dot{\varepsilon}_n = \frac{[V_n]}{d}, \quad \dot{\varepsilon}_t = 0, \quad (3.48)$$

natomiast moc dysypacji na jednostkę powierzchni jest skończona i wynosi:

$$\begin{aligned}D &= d(\sigma_1 \dot{\varepsilon}_1 + \sigma_2 \dot{\varepsilon}_2) = d(\sigma_n \dot{\varepsilon}_n + \tau_n \dot{\gamma}_n) \\ D &= \sigma_n [V_n] + \tau_n [V_t]\end{aligned}, \quad (3.49)$$

Związki te są niezależne od przyjętego warunku plastyczności i postaci prawa płynięcia.

Przy przejściu przez warstwę  $d$  ośrodek zmienia swoją gęstość z  $\rho_1$  do  $\rho_2$ . Zmiany wartości gęstości na linii nieciągłości prędkości możemy wyznaczyć z prawa zachowania masy, a mianowicie:

$$\text{lub} \quad \begin{aligned}\rho_1(V_{1n} - V_n) &= \rho_2(V_{2n} - V_n) \\ \rho_1 V'_{1n} &= \rho_2 V'_{2n}\end{aligned}, \quad (3.50)$$

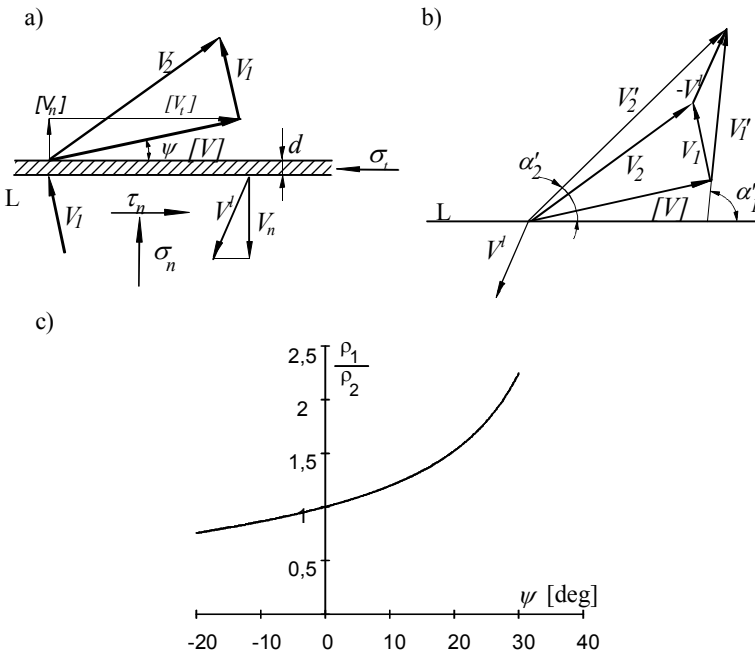
gdzie  $V'_{1n}$  i  $V'_{2n}$  są składowymi normalnymi prędkościami ośrodka w ruchomym układzie współrzędnych poruszającym się wraz z linią nieciągłości prędkości z prędkością  $V^l$ . Tak więc prędkości te odpowiednio wynoszą (rys. 3.3b):

$$\begin{aligned}\vec{V}'_1 &= \vec{V}_1 - \vec{V}^l \\ \vec{V}'_2 &= \vec{V}_2 - \vec{V}^l.\end{aligned}\quad (3.51)$$

Oznaczając przez  $\alpha'_1$  i  $\alpha'_2$  kąty pochylenia składowych prędkości  $\vec{V}'_1$  i  $\vec{V}'_2$  do powierzchni nieciągłości prędkości zmiany gęstości możemy przedstawić w postaci:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\sin \alpha'_2 \sin(\alpha'_1 - \psi)}{\sin \alpha'_1 \sin(\alpha'_2 - \psi)}, \text{ dla } V'_1 \neq 0. \quad (3.52)$$

Na rysunku 3.3c został przedstawiony przykład zmian gęstości ośrodka przy kierunkach prędkości określonych kątami  $\alpha'_1 = 85^\circ$  i  $\alpha'_2 = 45^\circ$ . Dla ujemnych kątów dylatacji  $\psi$  występuje zagęszczanie ośrodka, zaś dla dodatnich ośrodek rozluźnia się.

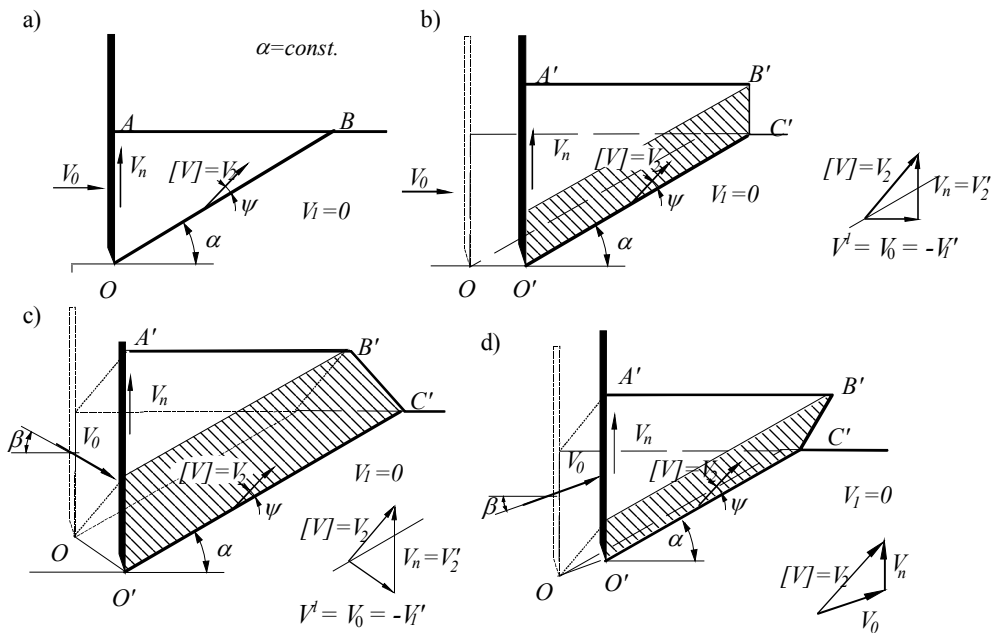


Rys. 3.3 Powierzchnie nieciągłości prędkości: a) ruchoma powierzchnia nieciągłości prędkości b) hodograf prędkości; c) zmiany gęstości ośrodka w funkcji kąta dylatacji  $\psi$ .

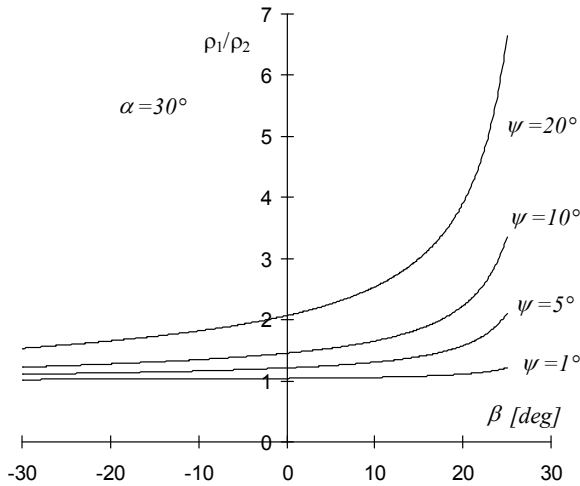
W procesach urabiania gruntu bardzo często deformacja przyjmuje postać, w której linie silnej nieciągłości prędkości rozdzielają ośrodek urobiony od złoża. Najprostszym mechanizmem kinematycznie dopuszczalnym przy naporze sztywnej ściany poruszającej się z prędkością  $V_0$  i kierunku  $\beta$  jest mechanizm z jedną linią ścienia przedstawiony na rysunku 3.4.

W tym przykładzie został przyjęty mechanizm, w którym linia nieciągłości prędkości porusza się wraz ze sztywną ścianą penetrującą ośrodek nieurobiony. Taka linia nieciągłości prędkości jest szczególnym przypadkiem linii

przedstawionej na rysunku 3.3, gdzie  $V_I=0$  i  $V^I, V_0 = -V_I'$ . Na rysunkach 3.4b-d przedstawione są zmiany konfiguracji ośrodka odpowiadające przemieszczeniu ściany na dystansie  $OO'$ . Początkowe położenie zaznaczone jest linią przerywaną. Obszar zakreskowany jest obszarem urobionego ośrodka o gęstości uzależnionej od kierunku prędkości  $\beta$  i kąta dylatacji  $\psi$ . Zakładając, że kąt pochylenia linii nieciągłości prędkości  $OB$  jest stały zmiany gęstości urobionego ośrodka (równanie 3.52) przedstawione są na rysunku 3.5. W tym przypadku kąty  $\alpha'_1$  i  $\alpha'_2$  kierunków prędkości  $\vec{V}'_1$  i  $\vec{V}'_2$  są odpowiednio równe:  $\alpha'_1 = \pi - \alpha + \beta$ ,  $\alpha'_2 = \pi/2 - \alpha$ .

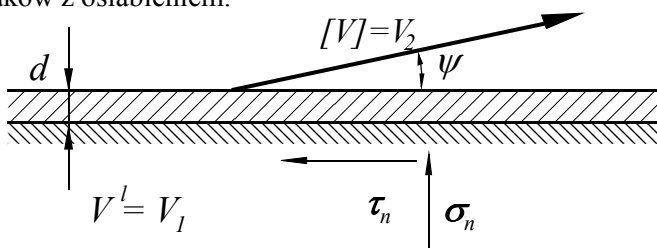


Rys. 3.4. Zmiany konfiguracji ośrodka dla naporu sztywnej ściany poruszającej się z prędkością  $V_0$  pochyłą pod kątem  $\beta$ .



Rys. 3.5. Zmiany gęstości urobionego ośrodka w funkcji kąta  $\beta$  nachylenia kierunku prędkości do poziomemu ( $\beta$  jest dodatnie dla ruchu ściany w górę).

Szczególnym przypadkiem powierzchni nieciągłości prędkości jest *materialna powierzchnia nieciągłości* lub *warstwa kontaktowa ośrodka gruntowego z narzędziem*, która porusza się wraz z cząsteczkami materialnymi z jednej strony powierzchni. Wtedy mamy prędkości  $V_1=V^l$ , lub  $V_1'=0$ , zaś  $[V]=V_2'$ . Cząstki materialne będące w warstwie kontaktowej poddane są progresywnej deformacji wywołanej nieciągłością pola prędkości (rys. 3.6). W procesach urabiania gruntów bardzo często spotykamy się z tego typu powierzchnią. Przykładem mogą być deformacje występujące w warstwie kontaktu ośrodka przemieszczającego się jako bryła sztywna po ośrodku urobionym czy też złożu np.: warstwa kontaktu zwałę gruntu urobionego po złożu ( $V_1=0$ ), warstwa kontaktu obszaru wypiętrzania ośrodka po obszarze zalegania ośrodka w narzędziu, warstwy kontaktowe powstające przy urabianiu ośrodków z osłabieniem.



Rys. 3.6 Materialna powierzchnia nieciągłości.



Zakładając naprężenia ściskające i związane z nimi odkształcenia za dodatnie dla liniowej części charakterystyki wytrzymałościowej równanie powierzchni granicznej zapiszemy w postaci:

$$F(\sigma_n, \tau_n, c) = \tau_n - \sigma_n \tan \phi - c = 0, \quad (3.54)$$

gdzie  $c$  oznacza spójność, a  $\phi$  jest kątem tarcia wewnętrznego.

Dla niestowarzyszonego i niewspółosiowego prawa płynięcia funkcję potencjału dla liniowej części warunku przyjmiemy w postaci :

$$G_1(\sigma_n, \tau_n, c_g^c) = \tau_n - \sigma_n \tan \psi - c_g^c = 0, \quad \tau_n > 0, \quad (3.55)$$

gdzie  $\psi$  jest kątem dylatacji, a  $c_g^c$  oznacza spójność zastępczą zależną od aktualnego stanu naprężenia  $\sigma_n$  i  $\tau_n$ . W szczególnym przypadku, gdy kąt dylatacji jest równy kątowi tarcia  $\phi = \psi$ , mamy  $c_g^c = c$ . Zgodnie z prawem plastycznego płynięcia (3.18) prędkość odkształceń plastycznych dla części liniowej wyrazi się następująco:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_n &= \frac{[V_t]}{d} = \lambda \frac{\partial G_1}{\partial \tau_n} = \lambda \\ \dot{\epsilon}_n &= \frac{[V_n]}{d} = \lambda \frac{\partial G_1}{\partial \sigma_n} = -\lambda \tan \psi, \quad \lambda > 0, \\ \dot{\epsilon}_t &= 0 \end{aligned} \quad (3.56)$$

zaś funkcja dysypacji (3.22) przyjmie postać:

$$D = \lambda [c + \sigma_n (\tan \phi - \tan \psi)] d = \left[ \tau_n - (\tau_n - c) \frac{\tan \psi}{\tan \phi} \right] [V_t] = c_g^c [V_t]. \quad (3.57)$$

Gdy występuje stowarzyszone prawo płynięcia  $\phi = \psi$ , wartość spójności zastępczej  $c_g^c$  przyjmuje wartość spójności warunku Coulomba  $c$ , i dysypacja wyraża się prostym wzorem wynikającym z (3.57), a mianowicie :

$$D = c [V_t]. \quad (3.58)$$

W przypadku tego prawa płynięcia nie zachodzi współosiowość pomiędzy kierunkami naprężeń głównych, a kierunkami prędkości odkształcenia. Powierzchnia nieciągłości prędkości dla tego prawa płynięcia przedstawiona jest na rysunku 3.8

Kiedy założymy niestowarzyszone i współosiowe prawo płynięcia dla materiału Coulomba (3.54), na powierzchni nieciągłości prędkości występują inne naprężenia niż dla praw omówionych poprzednio. Płaszczyzna poślizgu skierowana jest pod

kątem  $\pm(\pi/4 + \psi/2)$  do kierunku naprężenia głównego (rys. 3.7, 3.8b). Linia kropkowaną przedstawiona jest powierzchnia graniczna opisująca wartość naprężeń na powierzchni nieciągłości. W miejsce powierzchni (3.54) dla liniowej części warunku otrzymamy:

$$F^a(\sigma_n, \tau_n, c) = |\tau_n| - \sigma_n \tan \varphi_k - c_k = 0, \quad (3.59)$$

gdzie

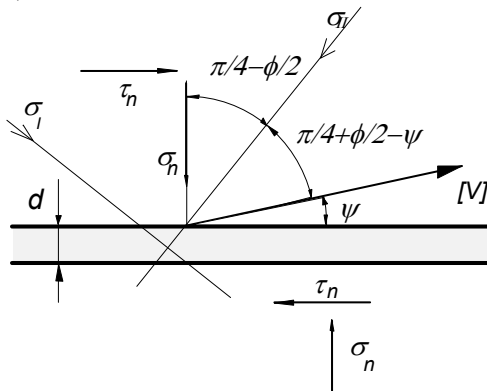
$$c_k = \frac{c \cos \psi \cos \varphi}{1 - \sin \psi \sin \varphi}, \quad \tan \varphi_k = \frac{\cos \psi \sin \varphi}{1 - \sin \psi \sin \varphi}, \quad (3.60)$$

i funkcja dysypacji przyjmie postać:

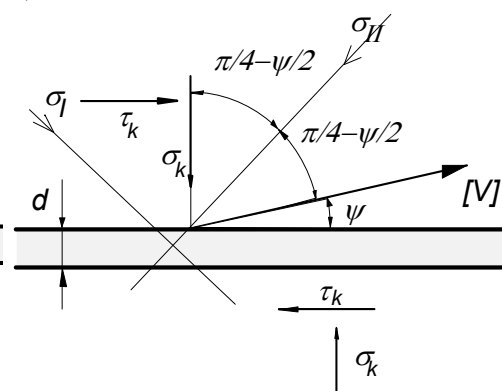
$$D = \frac{1}{1 - \sin \psi \sin \varphi} \left[ c \cos \varphi \cos \psi - \sigma_n \frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\cos \psi} \right] [V_t] = c_g^n [V_t], \quad (3.61)$$

gdzie  $c_g^n$  jest zastępczą spójnością materiału zależną od stanu naprężenia. Gdy występuje stowarzyszone prawo płynięcia,  $\psi = \phi$ , wartość spójności zastępczej  $c_g^n$  przyjmuje wartość  $c$  i dysypacja równa  $D = c[V_t]$  co odpowiada dysypacji dla prawa stowarzyszonego (3.58). Na rysunku 3.7 i 3.8 zaznaczono kierunki charakterystyk  $\alpha, \beta$  (dla prawa niewspółosiowego) i  $\alpha', \beta'$  (dla prawa niestowarzyszonego współosiowego i prawa stowarzyszonego) jak i odpowiadające im wartości spójności zastępczych  $c_g^c, c_g^n$  dla ośrodka w stanie naprężenia określonym poprzez  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ . Jak widać ze wzorów na dysypację dla praw niestowarzyszonych zależy ona od stanu naprężenia panującego w warstwie.

a)



b)

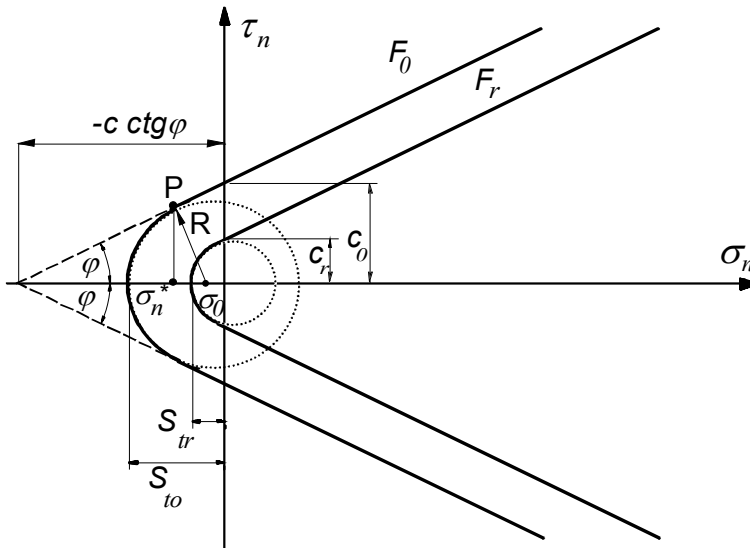


Rys. 3.8 Rodzaje powierzchni nieciągłości; a) niewspółosiowe i niestowarzyszone prawo płynięcia, b) współosiowe i niestowarzyszone prawo płynięcia.



Szeroką dyskusję na temat praw płynięcia można znaleźć w pracach Izbicki i Mróz [47], Mróz i Maciejewski [106] i Maciejewski [77].

Bardziej złożoną postać liniowego warunku Coulomba przyjmuje zmodyfikowany warunek Coulomba, uwzględniający różny mechanizm w zakresie obciążeń ściskających i rozrywających (rys. 3.9).



Rys. 3.9 Zmodyfikowany model Coulomba na płaszczyźnie fizycznej  $\sigma_n \tau_n$ .

Zakładając naprężenia ściskające za dodatnie, matematyczną postać tego warunku wyrazimy w funkcji naprężeń głównych w postaci:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \sin \varphi - c \cos \varphi = 0 & \text{dla } \sigma_1 \geq -S_t \\ \sigma_1 + S_t = 0 & \text{dla } \sigma_1 = -S_t \end{cases}, \quad (3.62)$$

lub w funkcji naprężenia stycznego i normalnego jako:

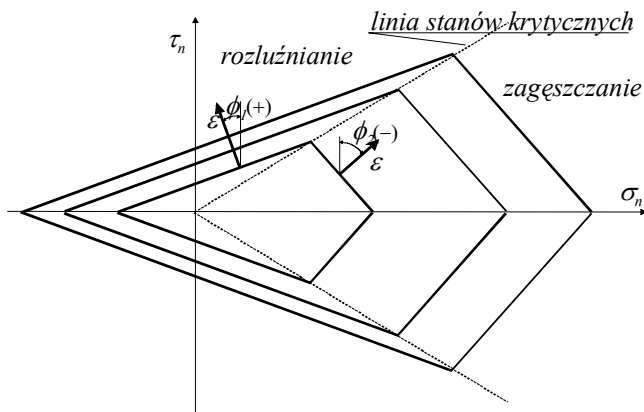
$$F = \begin{cases} |\tau_n| - \sigma_n \tan \varphi = c & \text{dla } \sigma_n \geq \sigma_n^* \\ [\sigma_n - \sigma_0]^2 + \tau_n^2 - R^2 = 0 & \text{dla } \sigma_n \leq \sigma_n^* \end{cases}, \quad (3.63)$$

gdzie wartości  $\sigma_n^*$ ,  $R$ ,  $\sigma_0$  odpowiednio wynoszą:

$$\begin{aligned}\sigma_n^* &= c \cos \varphi - S_t(1 - \sin \varphi), \\ R &= \frac{c \cos \varphi - S_t \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}, \\ \sigma_0 &= -S_t + R = \frac{c \cos \varphi - S_t}{1 - \sin \varphi}.\end{aligned}\quad (364)$$

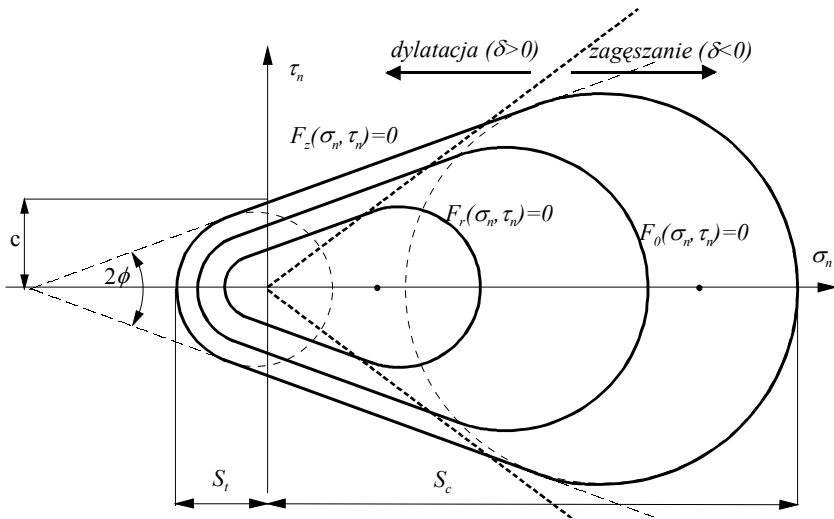
We wzorach tych  $\sigma_0$  jest współrzędną środka koła o promieniu  $R$ , a  $S_t$  (wartość dodatnia) jest wytrzymałością ośrodka przy trójosiowym rozrywaniu lub jednoosiowym rozrywaniu gdy  $S_t \leq 2c \cos \varphi / (1 + \sin \varphi)$  oraz  $\sigma_n^*$  jest naprężeniem normalnym odpowiadającym przejściu z kołowej na liniową charakterystykę warunku (punkt P na rysunku 3.9). Zmodyfikowany warunek Coulomba będzie stosowany w dalszej części pracy do opisu procesów urabiania jakie były przedstawione w badaniach eksperymentalnych (rozdział 2).

W ogólnym przypadku ośrodek gruntowy należy opisywać modelami uwzględniającymi różny mechanizm deformacji w zakresie naprężeń ściskających i rozciągających, uwzględniającymi gęstościowe i dewiatorowe wzmocnienie ośrodka. Uogólnienie warunku Coulomba uwzględniające efekt zagęszczania zostało przedstawione na rysunku 3.10. Tego typu model był stosowany do opisu procesów ustalonego zagłębiania stempla i klina w ośrodek gruntowy [22], przepływu materiału w silosach [98]. Powierzchnie graniczne składają się z dwóch części liniowych, ich przecięcie określa linię stanów krytycznych. Rozgranicza ona zachowanie ośrodka na część w której ośrodek rozluźnia się i osłabia oraz stany naprężenia dla których deformacja zachodzi z zagęszczaniem i wzmocnieniem ośrodka. Kolejne powierzchnie odpowiadają różnym stanom zagęszczenia (wzmocnienia).

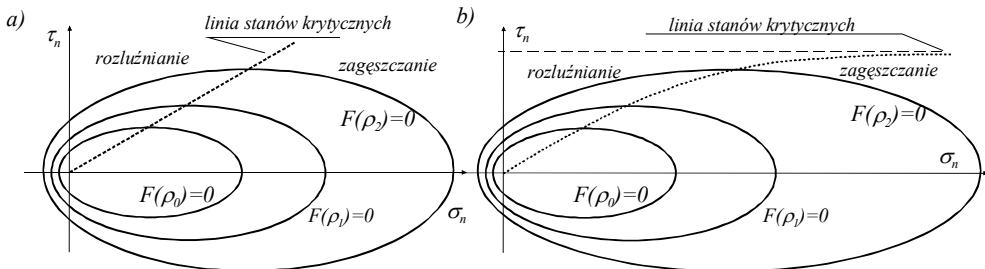


Rys. 3.10 Uogólnienie warunku Coulomba z uwzględnieniem efektu zagęszczania, dylatacji i stanu krytycznego.

Zastosowanie stowarzyszonego prawa płynięcia w procesach odspajania daje bardzo duże, nierealistyczne zmiany objętości. Uogólnienie zmodyfikowanego warunku Coulomba z niestowarzyszonym prawem płynięcia przedstawia rysunek 3.11. W przestrzeni naprężeń  $\sigma_n, \tau_n$  powierzchnie graniczne składają się z części liniowej i dwóch powierzchni kołowych od strony naprężeń rozciągających i ściskających, zaś prawo płynięcia zakłada eliptyczny potencjał plastyczności rozpięty na powierzchni granicznej. Zastosowanie tego modelu do opisu interakcji spoiстого ośrodka gruntowego z narzędziem o ujemnym kącie natarcia zostanie przedstawione w rozdziale 3.8.



Rys. 3.11. Uogólnienie zmodyfikowanego warunku Coulomba z uwzględnieniem efektu zagęszczania, dylatacji i stanu krytycznego.



Rys. 3.12. Model o eliptycznej powierzchni stanów granicznych i wzmocnieniu gęstościowym; a) liniowy związek linii stanów krytycznych, b) asymptotyczna linia stanów krytycznych

Ograniczenie wytrzymałości ośrodka od strony naprężeń ściskających konieczne jest do opisu szeregu typu procesów oddziaływania narzędzi na luźne ośrodki gruntowe. Modele o zamkniętych powierzchniach granicznych typu "cam-clay" są powszechnie stosowane do opisu własności ośrodków sypkich i spoiстых. W literaturze modele tego typu są głównie stosowane w obliczeniach metodami elementów skończonych. Zastosowanie modeli o nieliniowej charakterystyce wytrzymałościowej w obliczeniach nośności granicznej ma niewielką liczbę opracowań. Wynika to z trudności w porównaniu do liniowych warunków (Coulomb, Tresca) w wyznaczaniu mocy dysypowanej, która jest zależna od stanu naprężenia. Przykłady zastosowania tego typu modeli zostaną przedstawione w kolejnych rozdziałach. Na przykładzie wciskania stempla w ośrodek opisany eliptycznym warunkiem granicznym (rys. 3.12a) przedstawiona zostanie metoda wyznaczenia obciążenia przy zastosowaniu metody równowagi pola sił. Na rysunku 3.12b przedstawiony jest model ośrodka o eliptycznej powierzchni granicznej z asymptotyczną linią stanów krytycznych, zakładający stabilizację wytrzymałości na ścinanie w zakresie wysokich naprężeń ściskających. Model ten będzie zastosowany w rozdziale 3.9 do opisu zjawiska ustabilizowanego zagłębiania stempla w ośrodek gruntowy, w którym deformacja polega na lokalnym zagęszczaniu ośrodka.

### 3.5 Zastosowanie metody równowagi sił do obliczeń nośności granicznej

Do obliczeń zagadnień metodą mechanizmów kinematycznie dopuszczalnych stosuje się dwa podejścia. Pierwsze bazuje na bilansie energetycznym, w którym minimalizuje się moc dysypacji. Metoda ta jest głównie stosowana dla ośrodków jednorodnych w których deformacja opisana jest stowarzyszonym prawem płynięcia. Druga metoda obliczeń bazuje na metodzie równowagi sił i jest metodą stosowaną zarówno w ośrodkach jednorodnych jak i niejednorodnych przy płynięciu opisanym prawem stowarzyszonym jak i niestowarzyszonym. Metoda ta z powodzeniem jest stosowana w przypadku materiałów opisanych nieliniową charakterystyką wytrzymałościową jak i materiału o anizotropowych właściwościach.

Równanie bilansu energii przyjmuje postać

$$\lambda_k \int T_i V_i^k dA = \int \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^k d\Omega + \sum_i \int (\sigma_n [V_n^k] + \tau_n [V_t^k]) dA_i + \int f V_i^k d\Omega, \quad (3.65)$$

gdzie pierwszy i drugi człon po prawej stronie oznaczają moc dysypowaną w ciągłych i w zlokalizowanych obszarach deformacji, a  $\int f V_i^k d\Omega$  oznacza moc sił grawitacji. Równanie to pozwala na wyznaczenie mnożnika obciążenia i poprzez minimalizację określić optymalny mechanizm zniszczenia. W przypadku gdy materiał opisany jest modelem nieliniowym, bądź też używane są prawa niestowarzyszone korzystanie z metody bilansu energetycznego napotyka na

znaczne trudności obliczeniowe, gdyż do wyznaczenia dysypacji potrzebna jest znajomość stanu naprężenia.

Rozpatrzmy mechanizm zniszczenia składający się ze sztywnych bloków, rozdzielonych powierzchniami nieciągłości prędkości (rys. 3.13a). Sztywny blok porusza się z prędkością  $V_i$ , zaś sąsiednie bloki poruszają się z prędkościami  $V_1, V_2, V_3$ . Na powierzchniach nieciągłości prędkości  $A_k$  następuje skokowa zmiana prędkości. Hodograf prędkości przedstawiony jest na rysunku 3.13b. Składowe skoków prędkości wynoszą:

$$\begin{aligned} [V_{i1}] &= V_i - V_1 \\ [V_{i2}] &= V_i - V_2 \\ [V_{3i}] &= -V_i + V_3 \end{aligned} \quad (3.66)$$

Na rysunku 3.13a sztywny blok otoczony jest trzema powierzchniami nieciągłości prędkości, w ogólnym przypadku może ich być dowolna ilość  $k$ . Na powierzchniach nieciągłości prędkości działają siły kontaktowe  $r_k(\sigma_n, \tau_n)$  spełniające warunek stanu granicznego oraz na obszar o objętości  $\Omega$  działa siła grawitacji  $Q = \int f d\Omega$ . Dla pojedynczego sztywnego bloku bilans energii dysypowanej i pracy sił zewnętrznych zapiszemy w postaci:

$$\begin{aligned} \int_{A_1} r_1 V_1 dA_1 + \int_{A_2} r_2 V_2 dA_2 + \int_{A_3} r_3 V_3 dA_3 + \int_{\Omega} f V_i d\Omega = \\ - \int_{A_1} r_1 [V_{i1}] dA_1 - \int_{A_2} r_2 [V_{2i}] dA_2 + \int_{A_3} r_3 [V_{3i}] dA_3 \end{aligned} \quad (3.67)$$

Uwzględniając skoki prędkości 3.66 otrzymamy:

$$V_i \left( \int_{A_1} r_1 dA_1 + \int_{A_2} r_2 dA_2 + \int_{A_3} r_3 dA_3 + \int_{\Omega} f d\Omega \right) = 0, \quad (3.68)$$

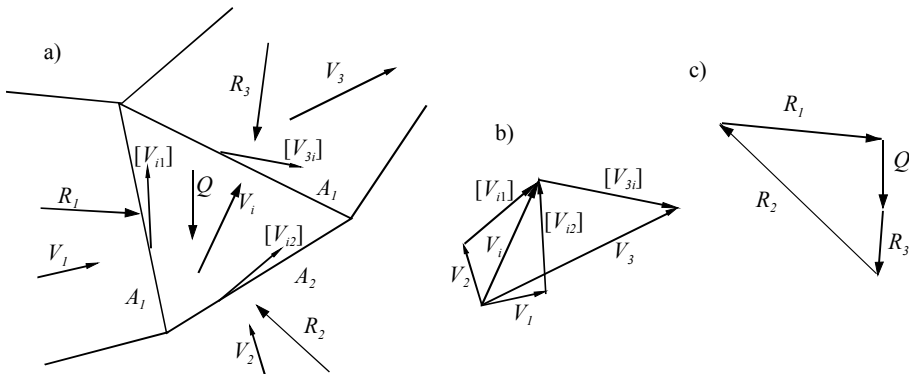
gdzie wyrażenia  $\int r_k dA_k$  są wypadkowymi wartościami sił działających na powierzchniach nieciągłości prędkości  $A_k$ . Równanie (3.68) spełnione jest gdy wektor prędkości jest prostopadły do globalnego wektora sił (wyrażenie w nawiasie) lub gdy globalny wektor sił jest równy zero, a mianowicie:

$$\int_{A_1} r_1 dA_1 + \int_{A_2} r_2 dA_2 + \int_{A_3} r_3 dA_3 + \int_{\Omega} f d\Omega = 0. \quad (3.69)$$

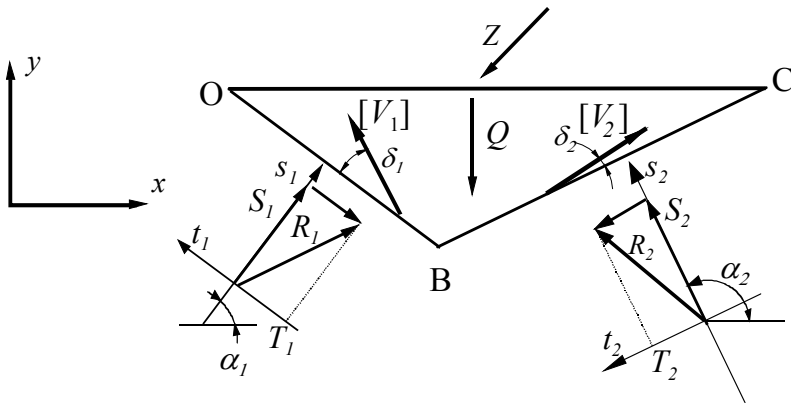
Graficzna interpretacja tego równania przedstawia zamknięty wielobok sił, (rys. 3.13c). W ogólnym przypadku gdy obszar jest ograniczony  $k$  powierzchniami nieciągłości prędkości otrzymamy:

$$\sum_{i=1}^k \int r_i dA_i + \int f d\Omega = 0. \quad (3.70)$$

Tak więc, w przypadku gdy mechanizm zniszczenia składa się ze sztywnych brył metoda równowagi sił (3.70) jest równoważna bilansowi energii (3.65). W przypadku materiału Coulomba i stowarzyszonego prawa płynięcia wartość całki  $\int r_i dA_i = R_i$  jest niezależna od rozkładu naprężenia na powierzchni nieciągłości prędkości i daje się przedstawić w postaci składowej siły spójności  $C$  równoległej do powierzchni i reakcji  $R$ , prostopadłej do wektora skoku prędkości.



Rys. 3.13. Sztywny blok ograniczony powierzchniami nieciągłości prędkości.



Rys. 3.14. Metoda równowagi sił.

Dla złożonego mechanizmu zniszczenia wyznaczenie siły oddziaływania konstrukcji na ośrodek sprowadza się do rozwiązania równań równowagi sił dla poszczególnych bloków poczynając od brzegu swobodnego. Dla każdego bloku rozwiązujemy równanie 3.70. Na rysunku 3.14 przedstawiony jest sztywny blok

OBC, z dwoma powierzchniami nieciągłości prędkości OB i BC, na których ośrodek doznaje skoku prędkości  $[V_1]$  i  $[V_2]$ .

Na obszar OBC działają siły: zewnętrzna  $Z$ , siła ciężkości  $Q$  oraz wypadkowe siły kontaktowe na powierzchniach nieciągłości  $R_1$  i  $R_2$ . Oznaczmy kąty pochylenia normalnych do powierzchni nieciągłości prędkości OB i OC odpowiednio przez  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ . Na powierzchniach nieciągłości prędkości spełniony jest warunek stanu granicznego  $f(\sigma_n, \tau_n) = 0$ . Warunek ten zapiszemy w postaci warunku sił kontaktowych  $F(S_i, T_i) = 0$ , poprzez podstawienie  $\sigma_n = S_i / A_i$ ,  $\tau_n = T_i / A_i$ . Dla liniowego warunku Coulomba siły kontaktowe przenoszone przez powierzchnię nieciągłości prędkości są niezależne od lokalnego rozkładu naprężenia. W przypadku warunku nieliniowego konieczne jest założenie stałego rozkładu naprężenia na powierzchni nieciągłości prędkości. W lokalnych układach współrzędnych związanych z powierzchniami nieciągłości prędkości wypadkowe siły kontaktowe  $R_1$  i  $R_2$  mają składowe:

$$R_1 = \begin{bmatrix} S_1 \\ T_1 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} S_2 \\ T_2 \end{bmatrix}. \quad (3.71)$$

Równanie równowagi sił (3.70) dla bloku przyjmuje postać :

$$\sum \bar{F} = \bar{Q} + \bar{Z} + \bar{R}_2 + \bar{R}_1 = 0, \quad (3.72)$$

gdzie siły ciężkości  $Q$  i siła zewnętrzna  $Z$  są znane co do wartości i kierunku. Równanie to rozwiążemy, rozpisując zależność na kierunki  $x$ ,  $y$ , a mianowicie:

$$\begin{cases} (Q_1 R_1)_x + (Q_2 R_2)_x + Z_x = 0 \\ (Q_1 R_1)_y + (Q_2 R_2)_y + Z_y + Q = 0 \\ F(S_1, T_1) = 0 \\ F(S_2, T_2) = 0 \end{cases}, \quad Q_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix}, \quad (3.73)$$

gdzie  $Q_i$  jest macierzą transformacji z lokalnego układu współrzędnych. Układ równań 3.73 pozwala na wyznaczenie czterech niewiadomych  $S_1$ ,  $T_1$ ,  $S_2$ ,  $T_2$ . Zastosowanie metody równowagi bloków dla materiału o liniowej i nieliniowej charakterystyce wytrzymałościowej zostanie przedstawione w następnym podrozdziale.

Należy zaznaczyć, że metoda równowagi bloków prowadzi do górnej oceny nośności granicznej tylko wtedy gdy prawo płynięcia jest stowarzyszone z warunkiem granicznym. W przypadku praw niestowarzyszonych ocena obciążenia jest mniejsza lub równa ocenie dla tego samego materiału z prawem stowarzyszonym [12, 19, 99, 102, 103].

### 3.5.1 Wciskanie stempla, model Coulomba.

Zastosowanie metody równowagi bloków zostanie przedstawione dla liniowego jak i nieliniowego warunku granicznego na przykładzie zagadnienia wciskania stempla w półprzestrzeń. Dla tego zagadnienia wpływ parametrów materiałowych na rozwiązanie jest bardzo przejrzysty. Na początku rozpatrzmy ważki model Coulomba o parametrach  $\phi$ ,  $\rho$ ,  $c$ , i założeniu stowarzyszonego prawa płynięcia. Sztynny stempel (rys. 3.15) o szerokości  $2b$  porusza się pionowo z prędkością  $V_0$ . Dodatkowym obciążeniem przyłożonym do powierzchni swobodnej OC jest jednorodne naprężenie  $P_b$ . Jako mechanizm zniszczenia został przyjęty symetryczny kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia składający się z trzech sztywnych bloków ślizgających się po sobie wzdłuż linii nieciągłości prędkości. Bezpośrednio pod stemplem występuje sztywny obszar  $OO^*A$  poruszający się wraz ze stemplem z prędkością  $V_0$ . Blok OAB porusza się z prędkością  $[V_1]$  odchyloną o kąt dylatacji od linii AB, zaś jego prędkość względem obszaru  $OO^*A$  wynosi  $[V_{10}]$ , która jest odchylona o kąt  $\phi$  od linii OA. Podobnie obszar OBC porusza się z prędkością  $[V_2]$  odchyloną o kąt dylatacji  $\phi$  od linii BC oraz z prędkością  $[V_{21}]$  względem obszaru OAB. Zgodnie z przyjętym prawem stowarzyszonego płynięcia wektory prędkości odchylone są od linii nieciągłości prędkości o kąt dylatacji  $\phi$ . Przyjęty tutaj mechanizm zniszczenia określony jest poprzez cztery kąty:  $\alpha_0$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ .

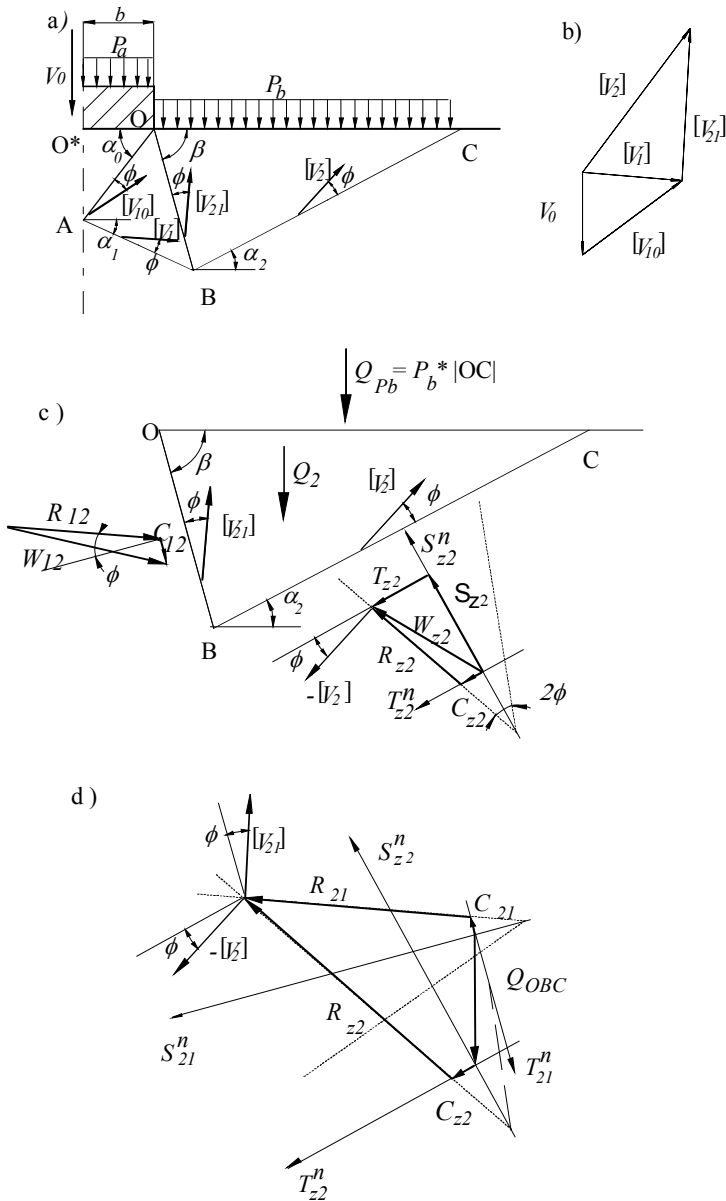
Hodograf prędkości przedstawiony jest na rysunku 3.15b. Siła potrzebna do wciskania stempla  $P_a$  jest obliczona przy zastosowaniu metody równowagi bloków, poprzez konstruowanie zamkniętych wieloboków sił począwszy od obszaru na brzegu swobodnym OBC, a dalej wyznaczając równowagę dla obszarów OAB i  $OO^*A$ .

Metoda rozwiązania polega na wyznaczeniu wartości sił generowanych na liniach nieciągłości prędkości. Założenie o kinematycznie dopuszczalnym polu prędkości oznacza, że stan naprężenia występujący na linii nieciągłości prędkości opisany jest poprzez warunek stanu granicznego. Sztynny blok OAB obciążony jest zewnętrznym obciążeniem  $Q_{Pb} = P_b \cdot |OC|$ , siłami reakcji działającymi na liniach nieciągłości prędkości oraz siłą ciężkości. Warunek równowagi sił dla tego obszaru wyraża się równaniem:

$$\vec{Q}_{Pb} + \vec{Q}_2 + \vec{W}_{12} + \vec{W}_{z2} = \vec{0}, \quad (3.74)$$

gdzie  $\vec{W}_{12}$  i  $\vec{W}_{z2}$  oznaczają wypadkowe wektory sił działające na liniach nieciągłości prędkości. Na rysunkach 3.15 c, d liniami przerywanymi przedstawione są dopuszczalne siły kontaktowe działające na linii BC. Mnożąc warunek stanu granicznego (3.54) przez długość linii BC otrzymamy graniczne wartości sił kontaktowych jakie mogą być przenoszone przy założeniu ruchu ośrodka.





Rys. 3.15 Mechanizm zniszczenia przy wciskaniu sztywnego stempla w półprzestrzeń:  
 (a) kinematycznie dopuszczalny mechanizm; (b) hodograf prędkości; (c) rozkład sił  
 działający na obszar OBC; (d) wielobok sił dla obszaru OBC.

Tak więc dla linii BC warunek ten wyrazimy w postaci:

$$F_{BC}(S_{z2}^n, T_{z2}^n) = T_{z2}^n - S_{z2}^n \tan \varphi - c l_{BC} = 0 \quad (3.75)$$

gdzie  $T_{z2}^n = \tau_n l_{BC}$  ,  $S_{z2}^n = \sigma_n l_{BC}$

W przypadku warunku Coulomba warunek sił kontaktowych możemy przedstawić w postaci dwóch sił składowych  $R$  i  $C$ . Składowa siły  $C$  wynika z pokonania oporów spójności i działa równoległe do linii a jej kierunek jest przeciwny do kierunku skoku prędkości na linii. Składowa siły  $R$  wynika z pokonania oporów tarcia, jej kierunek jest odchylony o kąt dylatacji  $\phi$  i jest prostopadły do wektora skoku prędkości. Wartość siły  $R$  jest uzależniona od wartości normalnej siły kontaktowej zgodnie z warunkiem (3.75).

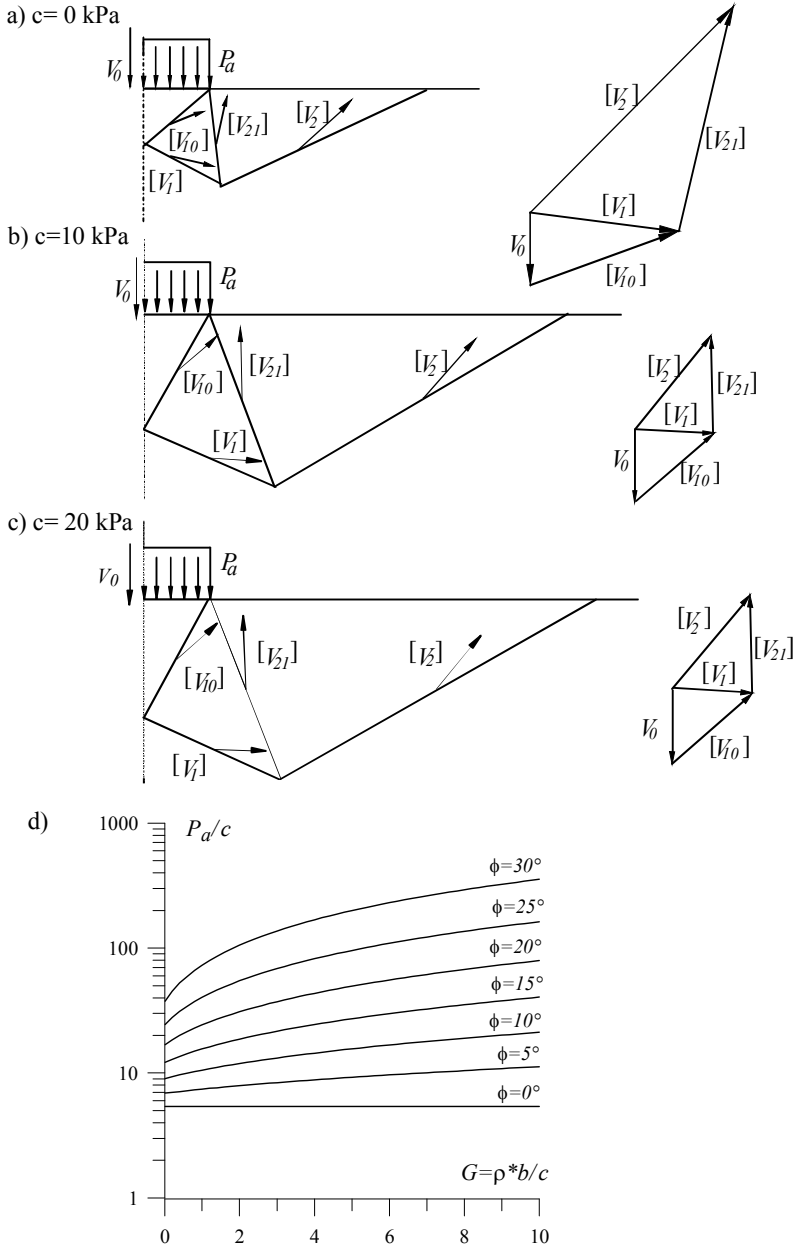
Oznaczając siły działające na linii  $OB$  (rys. 3.15c) przez  $R_{12}$  i  $C_{12}$  oraz siły działające na linii  $BC$  przez  $R_{z2}$  i  $C_{z2}$  warunek równowagi sił dla obszaru  $OBC$  zapiszemy w postaci:

$$\vec{Q}_{pb} + \vec{Q}_2 + \vec{R}_{z2} + \vec{C}_{z2} = \vec{R}_{21} + \vec{C}_{21}. \quad (3.76)$$

Wartość siły spójności równa jest spójności ośrodka  $c$  pomnożonej przez długość linii. Wartość siły reakcji  $R$  wynika z rozwiązania równania 3.76, które graficznie przedstawione jest na rysunku 3.15d. Na rysunku tym wektor siły jest sumą siły zewnętrznej  $Q_{pb}$  oraz siły ciężkości obszaru  $OBC$   $Q_2$ . Punkt przecięcia sił kontaktowych dla obu powierzchni nieciągłości daje wartości sił reakcji  $R_{z2}$  i  $R_{12}$  na liniach. Podobnie postępując z obszarem  $OAB$  i  $OO^*A$  wyznaczymy wartość siły  $P_a$  nacisku stempla. Optymalny mechanizm zniszczenia określimy warunkiem minimalizacji wartości obciążenia  $P_a$  względem zmiennych określających mechanizm, w tym przypadku są to kąty  $\alpha_o, \beta, \alpha_b, \alpha_2$ .

Na rysunkach 3.16 a-c zostały przedstawione zmiany mechanizmu zniszczenia dla stempla o szerokości  $2b=0.2m$  i materiału Coulomba o parametrach  $\phi=20^\circ, \rho=20kN/m^3$  i różnej wartości spójności  $c=0,10,20$  kPa. Rysunek 3.16d przedstawia zbiorcze wyniki nośności granicznej ( $P_a/c$ ) w funkcji bezwymiarowego parametru  $G=\rho*b/c$  w zakresie od 0.01 do 10 dla różnych kątów tarcia wewnętrznego  $\phi$  w zakresie od  $0^\circ$  do  $30^\circ$ .

Porównanie wartości współczynnika nośności granicznej  $P_a/c$  z rozwiązaniem Prandtla [11] przedstawione jest w Tabeli 3.1. Zamieszczone zostały wyniki obliczeń dla trzech wartości parametru  $G=0.01, 1, 10$  oraz różnych wartości kąta tarcia wewnętrznego. Przedstawione rozwiązanie daje górną ocenę obciążenia i jest bardzo zbliżone do rozwiązania Prandtla, Dla  $G=0.01$  i  $1$  ocena jest nieco wyższa, zaś dla  $G=10$ , kiedy efekty ciężaru ośrodka są dominujące w porównaniu z siłami spójności ocena przedstawionego mechanizmu jest nieznacznie niższa. Należy tutaj zaznaczyć, że metoda tu przedstawiona wymaga optymalizacji geometrii mechanizmu zniszczenia dla zmieniających się parametrów  $b, c, \phi, \rho$ . Wraz ze zmianą parametrów ośrodka zmienia się optymalny mechanizm zniszczenia.



Rys. 3.16 Wciskanie stempla w półprzestrzeń dla ważkiego ośrodka Coulomba i stowarzyszonego prawa płynięcia: (a),(b),(c) kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia i hodografy prędkości, (d) obciążenie graniczne w funkcji parametru  $G = \rho * b / c$ .

Tabela 3.1 Współczynnik nośności stempla dla rozwiązania Prandtla i mechanizmu z rysunku 3.15.

$\phi$	G=0.01		G=1		G=10	
	Mech. rys. 3.15	Prandtl	Mech. rys. 3.15	Prandtl	Mech. rys. 3.15	Prandtl
0°	5.39	5.14	5.39	5.14	5.39	5.14
5°	6.90	6.49	7.43	6.99	11.25	11.49
10°	9.03	8.35	10.55	9.78	21.16	22.74
15°	12.16	11.01	15.59	14.26	40.48	43.78
20°	16.88	14.87	24.27	21.70	79.32	83.80
25°	24.50	20.86	40.33	35.04	162.5	163.92
30°	37.59	30.44	72.94	60.52	354.8	333.94

### 3.5.2 Wciskanie stempla, nieliniowy model materiału.

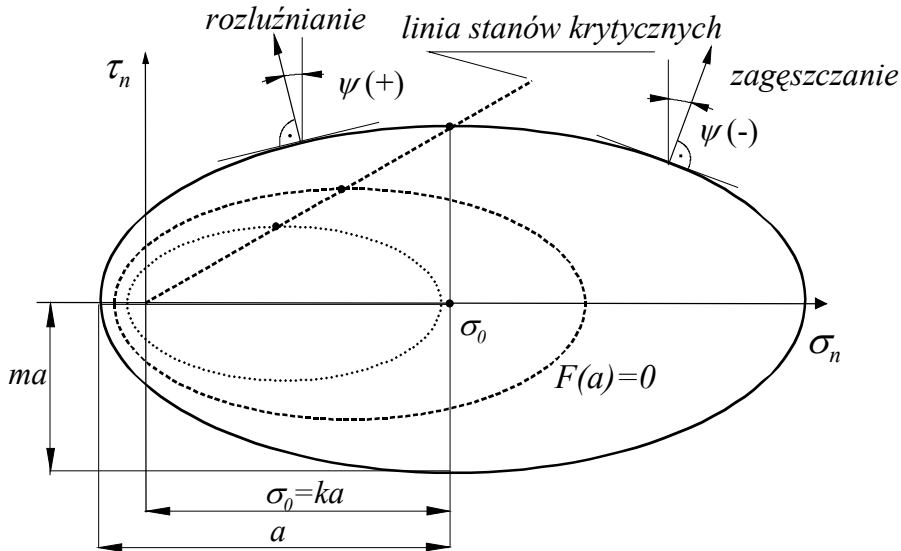
Liniowy warunek Coulomba daje dobre oszacowanie w przypadku materiałów gęstych. Jednakże, dla ośrodków luźnych i podatnych kiedy w trakcie procesów deformacji ośrodka występuje jednocześnie zagęszczanie i rozluźnianie modele nieliniowe znalazły powszechne zastosowanie. W takim procesach znalazły zastosowanie modele o zamkniętym kształcie powierzchni plastyczności (elipsy, super-elipsy, itp.) określonej w przestrzeni naprężeń  $p, q$ , gdzie  $p$  oznacza naprężenie hydrostatyczne, zaś  $q$  jest naprężeniem dewiatorowym. Eliptyczny model określony w przestrzeni naprężeń kontaktowych ( $\sigma_n, \tau_n$ ) był stosowany do opisu ośrodka, warstw kontaktowych przez wielu badaczy m.in.: Mróz i Jarzębowski [104], Jarzębowski i Mróz [66], Maciejewski [77], Maciejewski i Jarzębowski [81]. W tej części pracy zostanie przedstawione zastosowanie takiego nieliniowego modelu powierzchni plastyczności do oceny metodą mechanizmów kinematycznie dopuszczalnych zostanie przedstawione na tym samym zagadnieniu brzegowym.

Załóżmy powierzchnię plastyczności opisaną w przestrzeni naprężeń kontaktowych równaniem elipsy (rys. 3.17), a mianowicie:

$$F(\sigma_n, \tau_n, a) = (\sigma_n - ka)^2 + \frac{\tau_n^2}{m^2} - a^2 = 0, \quad (3.77)$$

gdzie  $m, a$  i  $k$  są stałymi materiałowymi:  $a$  jest wielkością dużej półosi elipsy;  $k$  opisuje położenie środka elipsy;  $m$  jest stosunkiem długości osi małej do dużej. Zakładamy ponadto, że parametry  $k$  i  $m$  są niezmiennie. Tak więc równanie (3.77) przedstawia rodzinę elips o środku podobieństwa w początku układu

współrzędnych. Dla materiałów opisanych eliptyczną powierzchnią plastyczności i stowarzyszonego prawa płynięcia zarówno efekty zagęszczania jak i dylatacji będą występowały w procesach deformacji ośrodka (w zależności od stanu naprężeń).



Rys. 3.17 . Rodzina elips w przestrzeni naprężeń kontaktowych  $\sigma_n, \tau_n$ .

Przyjmijmy dalej, że rozmiar elipsy  $a$  zależy tylko od gęstości ośrodka  $\rho$  i określony jest równaniem:

$$a = a_r + (a_m - a_r) \left( \frac{\rho - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho_{\min}} \right)^l, \quad (3.78)$$

gdzie  $\rho_{\min}$  i  $\rho_{\max}$  oznaczają najmniejszą i największą gęstość ośrodka, które to parametry możemy określić z badań eksperymentalnych. Parametry  $a_r$  i  $a_m$  są długościami dużej półosi elipsy odpowiednio dla gęstości minimalnej i maksymalnej, zaś  $l$  jest parametrem opisującym nieliniową zależność  $a$  od gęstości  $\rho$ .

Podobnie jak w przypadku modelu Coulomba, założmy symetryczny mechanizm zniszczenia składający się z trzech sztywnych bloków rozdzielonych powierzchniami nieciągłości prędkości, rys. 3.18. Mechanizm ten określony jest poprzez kąty pochylenia linii nieciągłości  $\alpha_0, \beta, \alpha_1, \alpha_2$ .

Dla stowarzyszonego prawa płynięcia wektor skoku prędkości odchylił się od linii nieciągłości prędkości o kąt dylatacji  $\psi$  określony przez równanie:

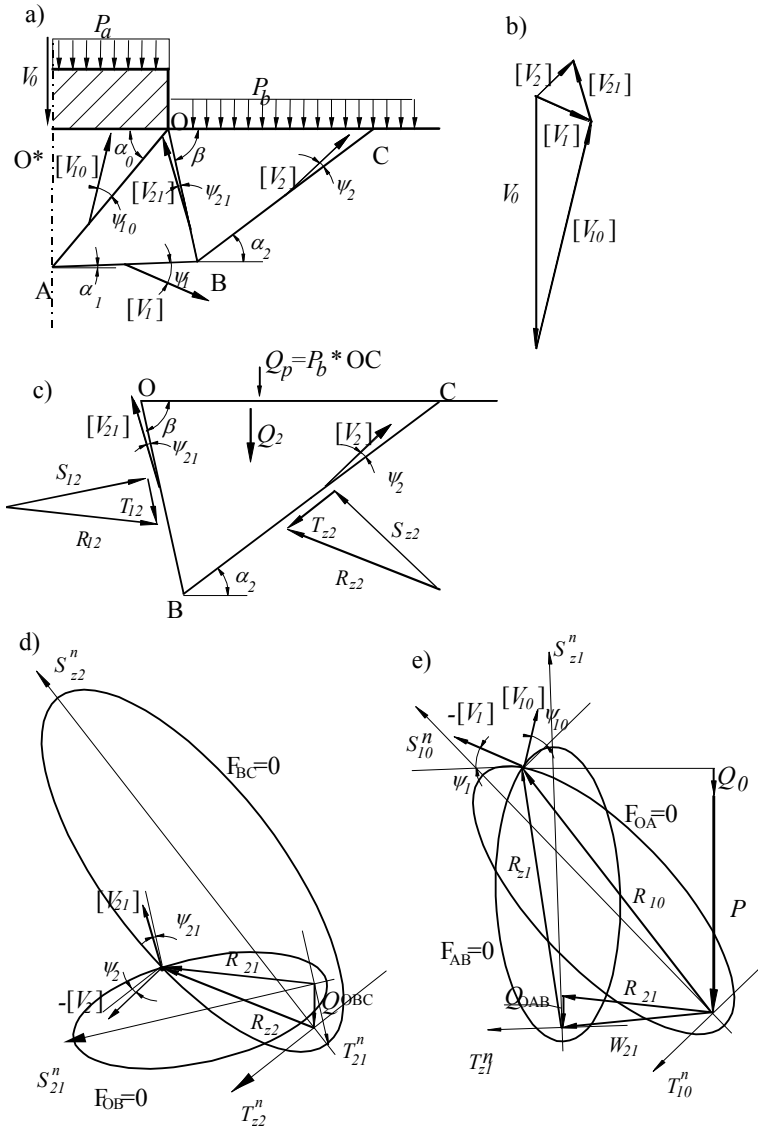
$$\tan \psi = - \left( \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_n}}{\frac{\partial F}{\partial \tau_n}} \right) = - \frac{m^2 (\sigma_n - ka)}{\tau_n} . \quad (3.79)$$

W tym przypadku wartość kąta dylatacji jest funkcją stanu naprężenia na linii nieciągłości prędkości. Dla nieliniowych powierzchni plastyczności wartość kąta dylatacji i związany z nim stan naprężenia są elementami poszukiwanego rozwiązania. Rozwiązanie w tym przypadku wymaga dodatkowego założenia odnośnie stałego rozkładu naprężenia na linii nieciągłości prędkości. Dla liniowego modelu Coulomba hodograf prędkości wynika z geometrii mechanizmu zniszczenia, zaś dla nieliniowych materiałów hodograf prędkości materiału może być określony po wyznaczeniu stanu naprężenia na liniach nieciągłości prędkości.

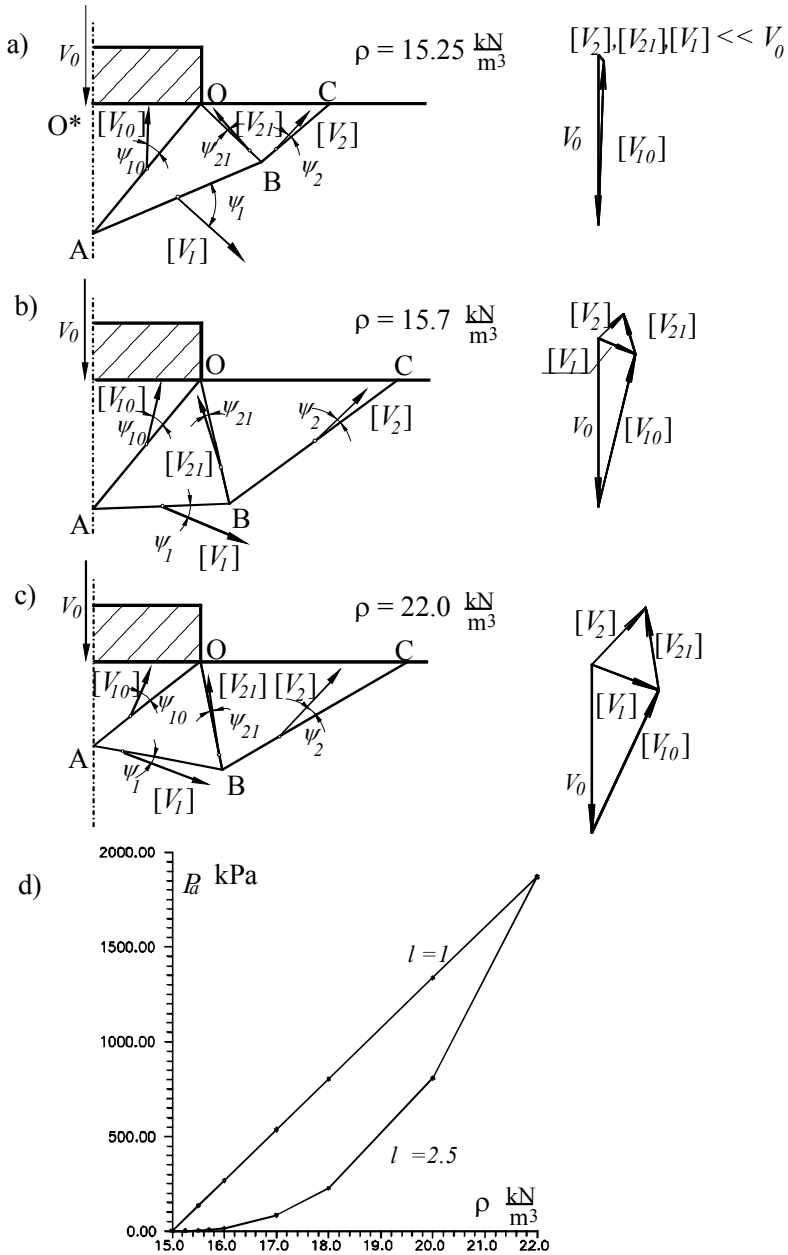
Podobnie jak w przypadku modelu Coulomba wartość siły nacisku stempla będzie wyznaczona z warunków równowagi bloków zaczynając od obszaru OBC a dalej rozwiązując równania dla obszarów OAB i OO<sup>\*</sup>A (rys. 3.18d, 3.18e). W tym przypadku budując zamknięty wielobok sił dla obszaru OBC zakładamy, że na liniach nieciągłości prędkości spełniony jest eliptyczny warunek sił kontaktowych. Na linii OB. nieciągłości prędkości warunek sił kontaktowych uzyskamy z równania powierzchni plastyczności (3.77), a mianowicie:

$$F_{OB}(S^n, T^n, a * l_{OB}) = (S^n - k a l_{OB})^2 + \frac{(T^n)^2}{m^2} - (a l_{OB})^2 = 0 , \quad (3.80)$$

gdzie  $S^n$ ,  $T^n$  są składowymi normalną i styczną sił kontaktowych, zaś  $l_{OB}$  jest długością linii OB. Równanie (3.80) przedstawia graniczne wartości sił kontaktowych jakie może wystąpić na linii nieciągłości prędkości OB. Na rysunku 3.18d przedstawiona jest budowa wieloboku sił dla obszaru OAB. Punkt przecięcia elips określa nam rozwiązanie równania równowagi dla tego obszaru. Punkt ten wyznacza nam zarówno wartości sił kontaktowych  $R_{22}$  na linii BC i  $R_{21}$  na linii BC jak i kąty dylatacji  $\psi_{21}$  i  $\psi_{21}$ ,



Rys. 3.18. Wciskanie stempla w półprzestrzeń dla ośrodka opisanego eliptycznym warunkiem stanu granicznego i stowarzyszonego prawa płynięcia: (a) kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia; (b) hodograf prędkości; (c) rozkład sił działający na obszar  $OBC$ ; (d) wielobok sił dla obszaru  $OBC$ ; (e) wielobok sił dla obszaru  $OAB$ .



Rys. 3.19. Wciskanie stempla w półprzestrzeń dla eliptycznego warunku granicznego: (a),(b),(c) kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia i odpowiadające im hodografy prędkości; (d) graniczne obciążenie pionowe w funkcji gęstości ośrodka.

Przechodząc do kolejnych obszarów postępujemy alogicznie (rys. 3.18e).



Wyniki obliczeń dla różnych wartości początkowej gęstości ośrodka przedstawione są na rysunku 3.19. Obliczenia wykonano dla następujących stałych materiałowych:

$$a_r=1 \text{ kPa}, \rho_{\min}=15.0 \text{ kN/m}^3, a_m=1000 \text{ kPa}, \rho_{\max}=22.0 \text{ kN/m}^3, k=0.9, l=2.5, m=0.4$$

Dla małych gęstości ośrodka (rys. 3.19a) obszar ruch ośrodka jest praktycznie ograniczony do ruchu pionowego pod stemplem, zaś pozostałe prędkości obszarów OAB i OBC są bliskie zeru. Na liniach nieciągłości prędkości występuje silny efekt zagęszczania. Wraz ze wzrostem gęstości ośrodka (rys. 3.19b i 3.19c) zakres stref gdzie występuje ruch ośrodka znacznie zwiększa się, występuje wyraźny wzrost prędkości poszczególnych obszarów oraz zwiększają się kąty dylatacji na poszczególnych liniach.

### 3.6 Wpływ niejednorodności ośrodka na mechanizm zniszczenia.

W trakcie testów laboratoryjnych prowadzonych przez autora dla zagadnienia naporu płaskiej sztywnej pionowej ściany były obserwowane różne mechanizmy zniszczenia. Testy doświadczalne przeprowadzane były na ośrodku spoiwym o parametrach modelu Coulomba: gęstość  $\rho=18 \text{ kN/m}^3$ , spójność  $c=18\text{-}20 \text{ kN/m}^2$ , i kącie tarcia wewnętrznego  $\phi=24^\circ$ . Kąt tarcia pomiędzy narzędziem a ośrodkiem wynosił  $\delta=15^\circ$ . Na rysunku 3.20 przedstawione są mechanizmy deformacji dla początkowego stadium naporu sztywnej płyty. Pomimo starannego przygotowywania próbki gruntu małe odchylenia od jednorodności były obserwowane. Powstawanie różnych mechanizmów deformacji upatrywano w tychże niejednorodnościach ośrodka. W trakcie badań obserwowano dwa główne mechanizmy zniszczenia. Na rysunku 3.20a przedstawiony jest mechanizm zniszczenia składający się z dwóch sztywnych bloków A i B rozdzielonych powierzchnią nieciągłości. Drugi mechanizm (rys. 3.20b) składa się z trzech sztywnych obszarów A, B i C. Obszar B na pierwszym mechanizmie zniszczenia ślizga się pionowo względem ściany, zaś w drugim mechanizmie zniszczenia obszar C przylega do ściany i porusza się wraz z nią.

W celu zbadania wpływu niejednorodności ośrodka przeprowadzono symulacje numeryczne przy zastosowaniu modelu Coulomba i założeniu niestowarzyszonego prawa płynięcia  $\nu=0$ . Rozwiązanie to należy traktować jako przykład stosowania metody mechanizmów kinematycznie dopuszczalnych. Z uwagi iż zastosowano tutaj niestowarzyszone prawo płynięcia ocena nie jest górną oceną nośności granicznej.

W obliczeniach jako dane wejściowe przyjęto niejednorodny rozkład ośrodka, zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 3.21. Założono, że ośrodek składa się z dwóch faz różniących się wartością spójności o 10 %. Do obliczeń

przyjęto następujące wartości parametrów wytrzymałościowych zmodyfikowanego warunku Coulomba:

$$c_1 = 15 \text{ kPa}, S_{t1} = 7.5 \text{ kPa}, c_2 = 13.5 \text{ kPa}, S_{t2} = 6.75 \text{ kPa},$$

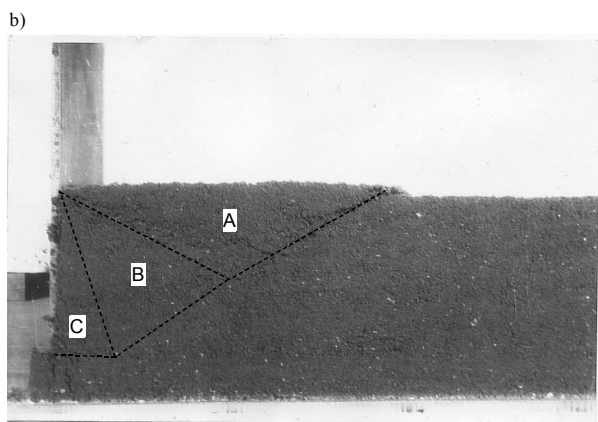
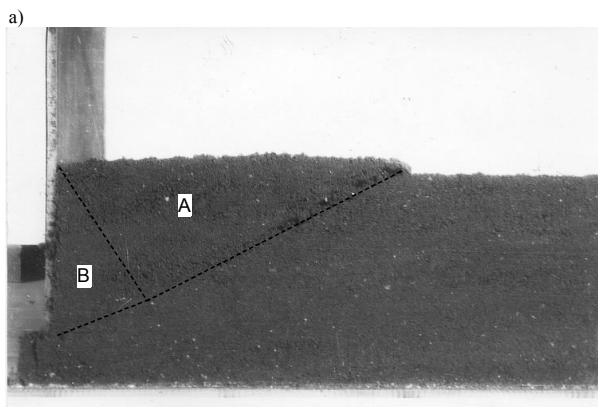
$$\phi = 24^\circ, \delta = 15^\circ, \rho = 18 \text{ kN/m}^3, h = 0.18 \text{ m},$$

gdzie  $h$  jest wysokością naporu ściany,  $c_1, S_{t1}, c_2, S_{t2}$  oznaczają wartości spójności i wytrzymałości na rozrywanie odpowiednich obszarów zaznaczonych na rysunku 3.21.

W przypadku gdy powierzchnia nieciągłości prędkości przechodzi przez szereg stref o różnych własnościach w obliczeniach przyjmowana jest spójność zastępcza  $c_z$ , zgodnie z równaniem:

$$c_z = \frac{\sum l_i c_i}{l}, \quad (3.81)$$

$$\text{gdzie } l = \sum l_i$$



Rys. 3.20. Mechanizmy zniszczenia przy naporze pionowej ścianki.

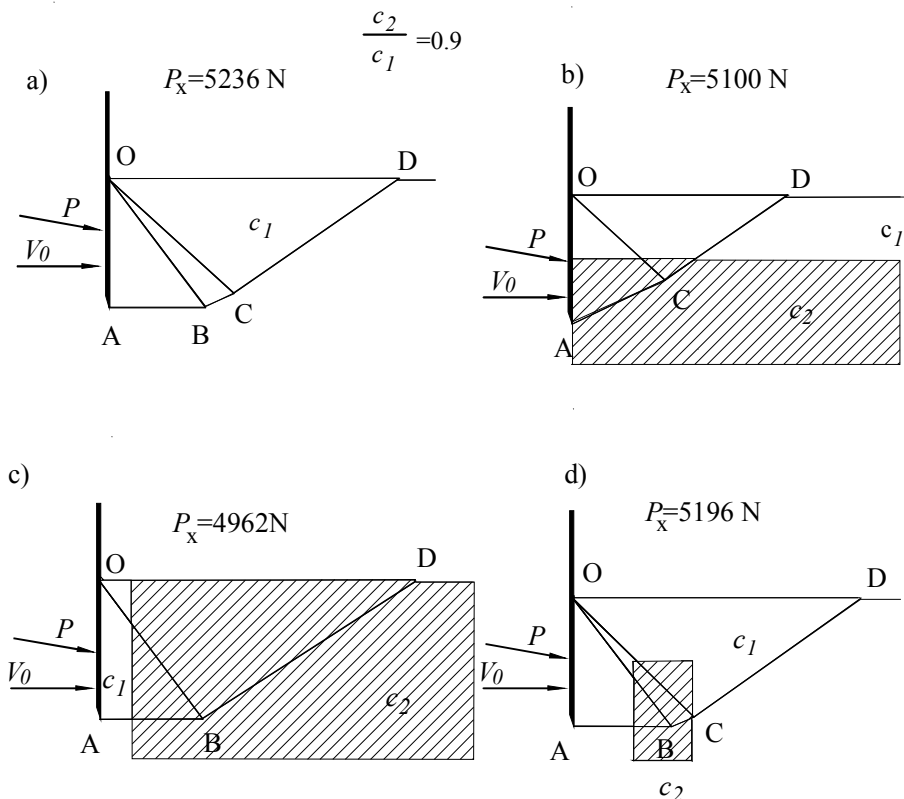
gdzie  $l_i$  oznacza długość linii nieciągłości w „ $i$ ” obszarze, zaś  $c_i$  oznacza wartości spójności  $i$ -tego obszaru.

Wyniki zostały uzyskane na bazie analizy przyrostowej przyjmując małe przemieszczenie narzędzia równe 0.005 m. Metoda ta zostanie przedstawiona w następnym podrozdziale.

Dla analizowanych warunków brzegowych uzyskano trzy różne jakościowo mechanizmy zniszczenia, pomimo że różnice pomiędzy przyjętymi spójnościami wynosiły tylko 10 %.

W przypadku jednorodnego ośrodka mechanizm składa się z trzech sztywnych bloków, przy czym obszar OAB jest obszarem zalegania i porusza się wraz ze ścianą (rys. 3.21a).

Podobny mechanizm występował dla rozkładu przedstawionego na rysunku 3.21d. W przypadku warstwowego poziomego rozkładu poszczególnych faz ośrodka (rys. 3.21b) mechanizm zniszczenia składał się z dwóch sztywnych bloków, gdzie obszar OAB poruszał się względem ściany. Dla pionowego uwarstwienia ośrodka (rys. 3.21c) mechanizm zniszczenia składał się z dwóch obszarów, ale w tym przypadku obszar OAB przylega do ściany i porusza się wraz z nią. Jak widać mechanizmy zniszczenia są silnie uzależnione od jednorodności próbki, zaś obliczone wartości siły naporu  $P$  są porównywalne.

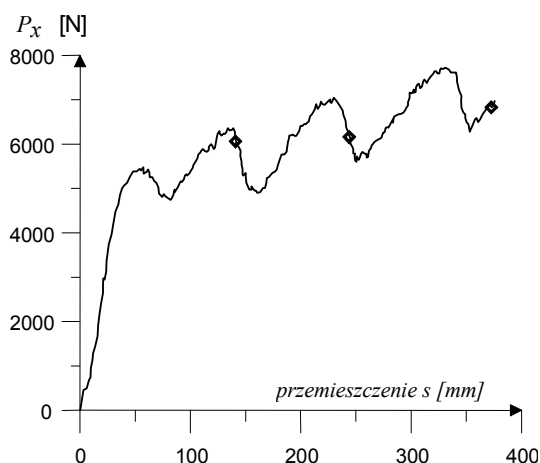


Rys. 3.21. Kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia dla naporu sztywnej ścianki: (a) jednorodny ośrodek; (b), (c), (d) niejednorodny ośrodek.

### 3.7 Analiza przyrostowa stanów pokrytycznych.

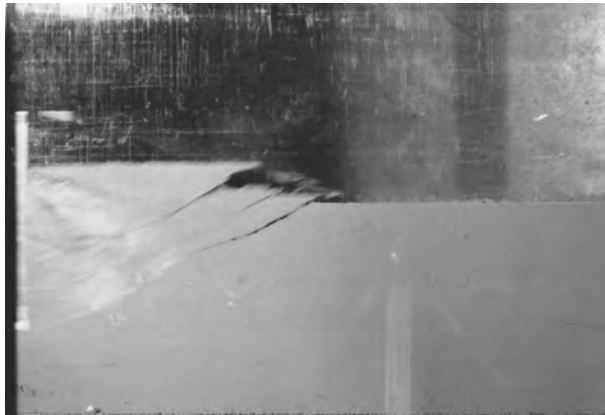
Dla zaawansowanych procesów deformacji ośrodka początkowe mechanizmy zniszczenia ośrodka rozwijają się. W procesach, w których ośrodek ulega osłabieniu najczęściej mechanizm deformacji składa się ze sztywnych obszarów porozielenych powierzchniami nieciągłości prędkości. Jedne z nich są materialnymi powierzchniami nieciągłości, drugie są powierzchniami dostosowującymi się tak aby mechanizm był kinematycznie dopuszczalny. Występują przy tym charakterystyczne efekty w postaci skokowej zmiany mechanizmów deformacji, a wraz z nimi oscylacje siły na narzędziu. Tego typu zjawiska na drodze teoretycznej analizy przyrostowej zostały opracowane przez autora i przedstawione w pracach [77, 81, 92, 93, 106]. Poniżej zostaną przedstawione przykłady zastosowania analizy przyrostowej w zagadnieniach naporu narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy.

Na rysunku 3.23 przedstawione są kolejne etapy procesu naporu sztywnej płyty na spoisty ośrodek gruntowy. Przedstawione tu badania zostały wykonane na stanowisku omówionym w rozdziale 2. Szerokość płyty równa szerokości kanału ( $b=0.6\text{m}$ ) przemieszczała się poziomo przy wysokości skrawanej warstwy  $h=0.18\text{m}$ . Przedstawione fotografie zostały wykonane dla przemieszczeń płyty 150, 250 i 370 mm. Na fotografiach widać rozwój kolejnych powierzchni poślizgu. Na rysunku 3.22 przedstawiony jest charakterystyczny oscylacyjny przebieg zmian siły poziomej w funkcji przemieszczenia ścianki. Na wykresie symbolami oznaczone są momenty wykonania fotografii. Momenty generowania kolejnych powierzchni poślizgu odpowiadają maksimum wartości sił.

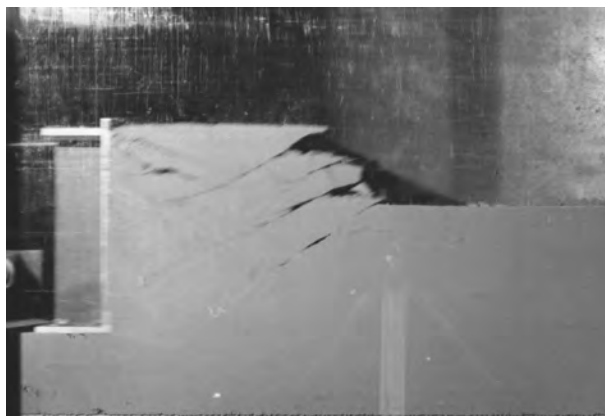


Rys. 3.22. Doświadczalne zmiany siły poziomej naporu pionowej ścianki.

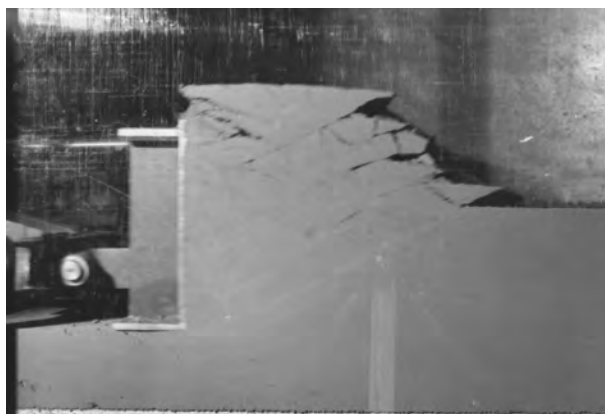
a)



b)



c)



Rys. 3.23 Kolejne mechanizmy zniszczenia dla naporu płaskiej ściany.

Analiza przyrostowa procesów oddziaływania narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy została wykonana przy założeniu szeregu uproszczeń. Pierwsze dotyczy modelu ośrodka. Założono, że model ośrodka opisany jest zmodyfikowanym warunkiem Coulomba oraz przyjęto niestowarzyszone i współosiowe prawo płynięcia materiału ( $\psi=0^\circ$ ). W przypadku symulacji procesów odspajania zagęszczonego spoistego ośrodka wystarczające jest zastosowanie zmodyfikowanego warunku Coulomba (3.63), zakładając, że w trakcie procesu urabiania następuje zmiana parametrów wytrzymałościowych ośrodka. Początkowa powierzchnia graniczna  $F_0$ , jaką opisane jest złożo, w wyniku deformacji degraduje do powierzchni residualnej  $F_r$  (rys. 3.9), czyli spójność zmienia się z wartości początkowej  $c_0$  do residualnej  $c_r$ . Deformacja ośrodka występuje w powierzchniach nieciągłości prędkości. Dla materialnej powierzchni nieciągłości zakładamy, że zmiany spójności zależą liniowo od wzajemnego przemieszczenia stycznego wzdłuż powierzchni, tj.:

$$\begin{aligned} c &= c_0 - (c_0 - c_r) \frac{s}{s_0}, & \text{dla } s < s_0, \\ c &= c_r, & \text{dla } s \geq s_0 \end{aligned} \quad (3.82)$$

gdzie  $s_0$  określa krytyczną wartość przemieszczenia, dla której zostaje osiągnięty stan residualny. W przypadku gdy materiał przechodzi przez powierzchnie nieciągłości prędkości następuje skokowy spadek wytrzymałości ośrodka do stanu residualnego. Dla zmodyfikowanego warunku Coulomba przyjęto, że wytrzymałość na rozrywanie  $S_t$  zmienia się według analogicznych relacji od wartości początkowej  $S_{t0}$  do residualnej  $S_{tr}$ , zaś kąt tarcia wewnętrznego  $\phi$  jest niezmienny.

Analiza przyrostowa stanów pokrytycznych bazuje na kinematycznie dopuszczalnych mechanizmach zniszczenia, w których deformacja ośrodka określona jest powierzchniami nieciągłości prędkości i obszar deformacji ośrodka składa się z szeregu sztywnych brył. Ciągły proces interakcji narzędzia z ośrodkiem zastępowany jest szeregiem skończonych przyrostów przemieszczenia narzędzia. Dla zadanego przyrostu przemieszczenia narzędzia  $\Delta s$  wykonywane są następujące kroki:

- 1) wyznaczany jest kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia,
- 2) wyznaczana jest optymalna kinematyka ruchu ośrodka i powierzchni nieciągłości prędkości,
- 3) aktualizacja kształtu ośrodka - zarysu zewnętrznego i wewnętrznej struktury oraz weryfikacja stateczności ośrodka po przyroście.

Jako pierwsze zadanie objaśniające etapy analizy przyrostowej zostanie przedstawiony napór płaskiej ściany, przy założeniu że mechanizm zniszczenia opisany jest najprostszym mechanizmem, a mianowicie pojedynczą powierzchnią nieciągłości. Na rysunku 3.24 przedstawiona jest ewolucja mechanizmu zniszczenia. Początkowy mechanizm zniszczenia wyznaczmy z warunku minimum

siły naporu  $P$ . Zakłada on występowanie jednej sztywnej bryły OAB poruszającej się z prędkością  $V_1$ , o kierunku pokrywającym się z kierunkiem  $\alpha_1$  pochylenia powierzchni nieciągłości prędkości OA. Zakładając małe przyrosty przemieszczenia narzędzia  $\Delta s$  i "zamrażając mechanizm zniszczenia w trakcie przyrostu" otrzymamy z hodografu prędkości zmiany konfiguracji ośrodka. Wartość siły naporu  $P$  w trakcie przyrostu  $\Delta s$  zmienia się w wyniku zmian konfiguracji ośrodka (np.: obszar wypiętrza się i zmienia się jego ciężar, propagująca powierzchnia nieciągłości napotyka na obszar o zmiennych parametrach wytrzymałościowych).

Średnią wartość siły wyznaczymy poprzez określenie pracy siły naporu dla danego przyrostu przemieszczenia narzędzia  $\Delta s$  :

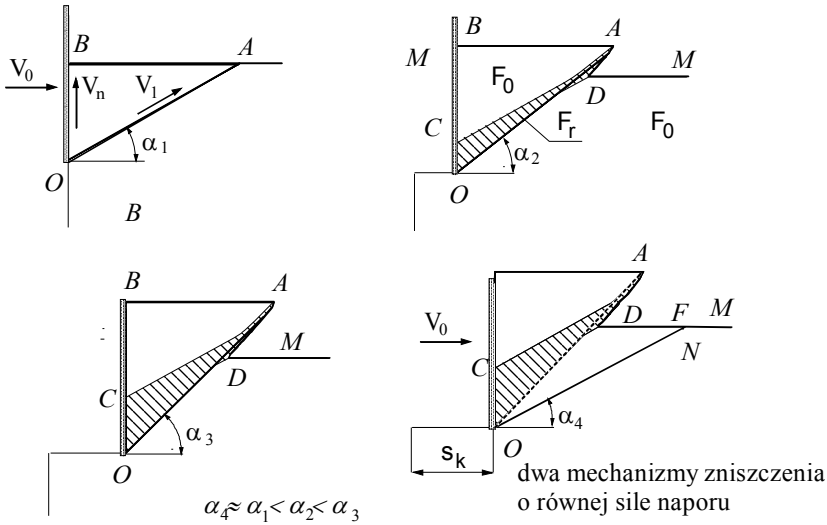
$$W_{\Delta s}(\alpha_i) = \int_{\Delta s} P_0(\alpha_i) ds; \quad (3.83)$$

$$P_{\Delta s}(\alpha_i) = \frac{W_{\Delta s}(\alpha_i)}{\Delta s}$$

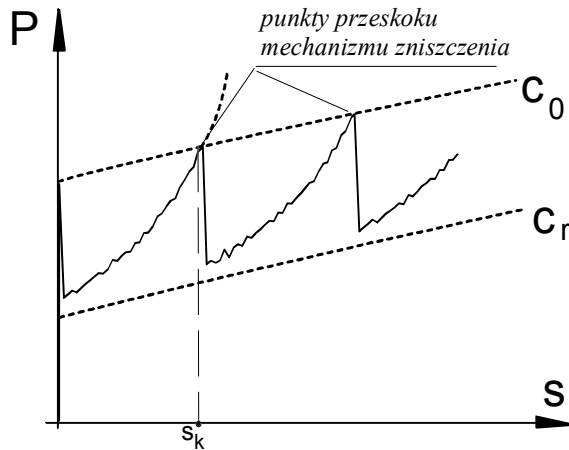
gdzie  $P_0$  jest rzutem siły naporu na kierunek prędkości  $V_0$ . Średnia wartość siły jest uzależniona od kąta pochylenia powierzchni nieciągłości  $\alpha_i$ .

W przypadku prostych mechanizmów zniszczenia i założenia, że kinematyka powierzchni nieciągłości jest niezmienna w trakcie przyrostu  $\Delta s$  optymalny mechanizm zniszczenia wyznaczymy w oparciu o kryterium minimum pracy  $W_{\Delta s}(\alpha_i)$ .

Rysunek 3.24 przedstawia ewolucję mechanizmu zniszczenia, a zmiany przebiegu sił przedstawione są na rysunku 3.25. Wraz z zaawansowaniem procesu naporu mechanizm zniszczenia ulega modyfikacji. W kolejnych przyrostach kąt  $\alpha$  pochylenia nieciągłości prędkości zwiększa się. Powierzchnia nieciągłości prędkości przechodzi przez ośrodek urobiony (osłabiony) i złoże. Następuje spadek wartości siły, a następnie jej powolny przyrost. Dla pewnej konfiguracji odpowiadającej przemieszczeniu  $s_k$  następuje skokowa zmiana mechanizmu zniszczenia. Optymalnym położeniem powierzchni nieciągłości prędkości będzie położenie określone przez kąt  $\alpha_4$ , który jest zbliżony do początkowego kąta pochylenia  $\alpha_1$ . W kolejnych etapach ruchu narzędzia zmiany mechanizmu zniszczenia i związane z nim zmiany przebiegu sił powtarzają się. Powstaje charakterystyczna periodyczna struktura ośrodka, oraz oscylacyjny przebieg sił naporu. Na rysunku 3.25 przebiegu sił liniami przerywanymi zaznaczone są zmiany sił dla procesów, w których ośrodek nie doznaje zmian wytrzymałościowych, górna charakterystyka odpowiada ośrodkowi o parametrach złoża  $F_0$ , zaś dolna ośrodkowi o parametrach ośrodka osłabionego  $F_r$ . W przypadku procesu w ośrodku z osłabieniem zmiany sił oscylują pomiędzy tymi charakterystykami.



Rys. 3.24. Ewolucja mechanizmu zniszczenia dla poruszającej się płaskiej ściany.

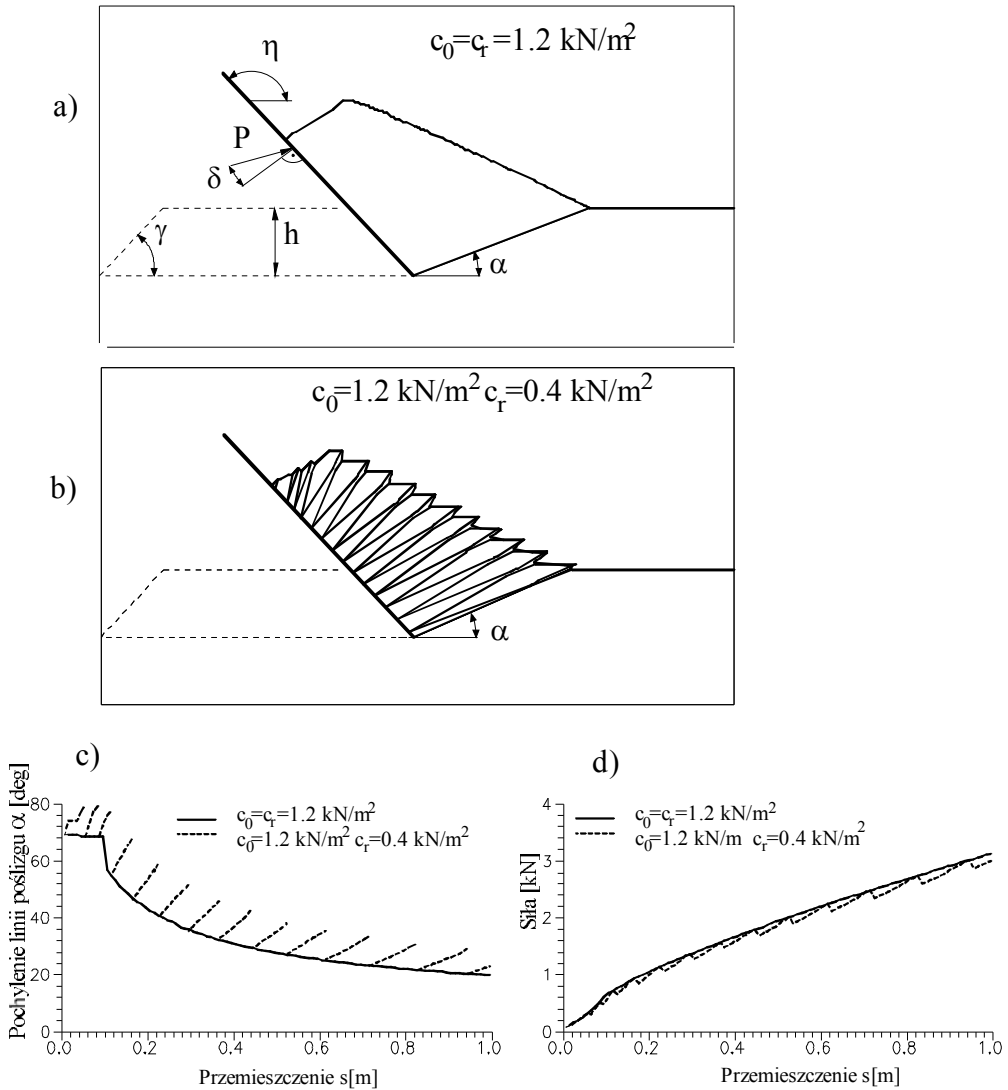


Rys. 3.25 Zmiany przebiegu siły dla procesu naporu ściany i prostego mechanizmu zniszczenia (rys. 3.24).

Na rysunku 3.26 przedstawiona jest symulacja procesu naporu pochylonej ściany pod kątem  $\eta=135^\circ$  poruszającej się z poziomą prędkością  $V_0$ . Zmiany konfiguracji ośrodka przedstawione są na rys. 3.26 a i b, Na rysunku porównano dwa procesy, w których ośrodek ma niezmienną charakterystykę wytrzymałościową oraz proces przebiegający w ośrodku z osłabieniem. Rysunek 3.26c przedstawia zmiany kąta pochylenia powierzchni nieciągłości, zaś rys. 3.26d zmiany przebiegu sił. W przypadku procesu w ośrodku z osłabieniem występuje periodyczność zmian



mechanizmu zniszczenia i przebiegu sił. Powstaje schodkowa struktura brzegu swobodnego, a wewnętrzna struktura składa się z szeregu brył o parametrach złoża, rozdzielonych obszarami ośrodka urobionego.



Rys. 3.26 Symulacja procesu ruchu poziomego pochylonej ścianki; a) konfiguracja urobionego ośrodka dla niezmiennych parametrów wytrzymałościowych; a) konfiguracja urobionego ośrodka dla ośrodka z osłabieniem; c) zmiany kąta pochylenia powierzchni nieciągłości prędkości d) zmiany przebiegu siły.

Obecnie zostanie przedstawiona analiza przyrostowa przy zastosowaniu złożonych mechanizmów kinematycznie dopuszczalnych, dla których opis pola deformacji jest bliższy obserwacjom doświadczalnym. Ponownie przeanalizujemy proces naporu sztywnej ścianki poruszającej się w spójnym ośrodku z osłabieniem.

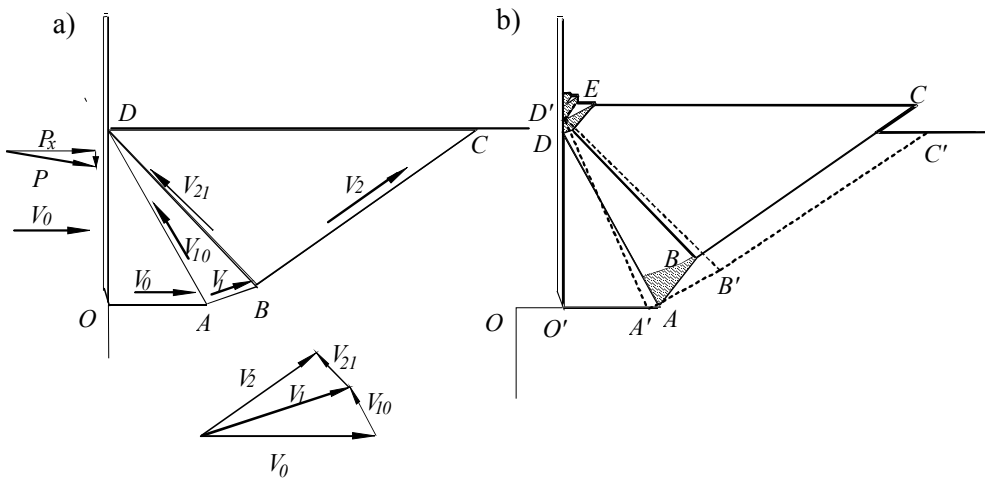
Początkowy mechanizm zniszczenia składa się z trzech sztywnych obszarów OAD, ABD i BCD porozdzielanych powierzchniami nieciągłości prędkości. Geometrię mechanizmu wyznaczymy z warunku minimum siły naporu  $P$ , posługując się metodą równowagi sił (rozdział 3.5). Przy analizie przyrostowej oprócz wyznaczenia optymalnego mechanizmu zniszczenia należy wyznaczyć kinematykę linii poślizgu. Znajdujemy ją poprzez optymalizacje przyrostu siły  $\Delta P$  naporu na małym przemieszczeniu narzędzia  $\Delta s$ . Okazuje się, że dla materiałów z osłabieniem optymalnym rozwiązaniem jest kinematyka linii poślizgu zakładająca, że linie poślizgu OA, AD, BD, BC są liniami materialnymi, zaś linia AB dostosowuje swoją kinematykę tak aby mechanizm był kinematycznie dopuszczalny. W trakcie ruchu ścianki spójność ośrodka w materialnych liniach poślizgu zmienia się zgodnie z równaniem 3.82. Dla materiału, który przemieszcza się przez linię nieciągłości prędkości została przyjęta skokowa zmiana spójności do wartości residualnej  $c_r$ . Na rysunku 3.27b obszarami zakreskowanymi zaznaczono ośrodek urobiony o parametrach residualnych, który powstał w wyniku przejścia ośrodka przez linie nieciągłości prędkości. Nową konfigurację ośrodka uzyskamy poprzez wyznaczenie z hodografu prędkości przemieszczeń poszczególnych obszarów i uwzględnienie wyznaczonej kinematyki ruchu linii nieciągłości. Po przemieszczeniu narzędzia na dystansie  $OO'$  wykonanego w szeregu małych przyrostach początkowy mechanizm zniszczenia deformuje się do mechanizmu określonego punktami  $O'ABCD'$ . W wyniku ruchu obszarów ABD i BCD z prędkościami mniejszymi od prędkości ścianki następuje utworzenie wtórnego obszaru zniszczenia. Powstaje dodatkowa linia poślizgu DE, powyżej której ośrodek przemieszcza się wzdłuż ścianki. Na każdym kroku przyrostu przemieszczenia narzędzia poszukiwany jest nowy mechanizm zniszczenia i siłę potrzebną do jego generacji  $P'$ . Kiedy siła  $P$  (starego mechanizmu) i siła naporu nowego mechanizmu  $P'$  osiągną identyczną wartość i zachodzi związek  $\Delta P/\Delta s > \Delta P'/\Delta s$  następuje skokowa zmiana mechanizmu deformacji. Nowy mechanizm, składa się szeregu sztywnych bloków rozdzielonych powierzchniami nieciągłości, przy czym linie  $O'A'$ ,  $A'D'$ ,  $B'D'$ ,  $B'C'$  są materialnymi liniami poślizgu, zaś linia  $A'B'$  jest linią dostosowującą się. Wcześniej wygenerowane linie poślizgu AD, BD, BC i linia AB przestają być aktywne i wchodzi skład obszarów wygenerowanych nowym mechanizmem zniszczenia. Po przeskoku mechanizmu wartość siły maleje w wyniku osłabienia materiału, a następnie zaczyna narastać wraz ze zmianami konfiguracji aż do nowego przeskoku mechanizmu. Na rysunku 3.28 przedstawiona jest symulacja komputerowa rozwoju mechanizmów deformacji ośrodka, a na

rysunku 3.29 odpowiadający przebieg zmian siły naporu. Punkty przeskoku mechanizmu odpowiadają wartościom szczytowym sił. Do obliczeń zostały przyjęte następujące parametry:

$$c_0 = 15 \text{ kPa}, S_{t0} = 7,5 \text{ kPa}, c_r = 5 \text{ kPa}, S_{tr} = 2,5 \text{ kPa}, \phi = 24 \text{ deg}, \delta = 15 \text{ deg},$$

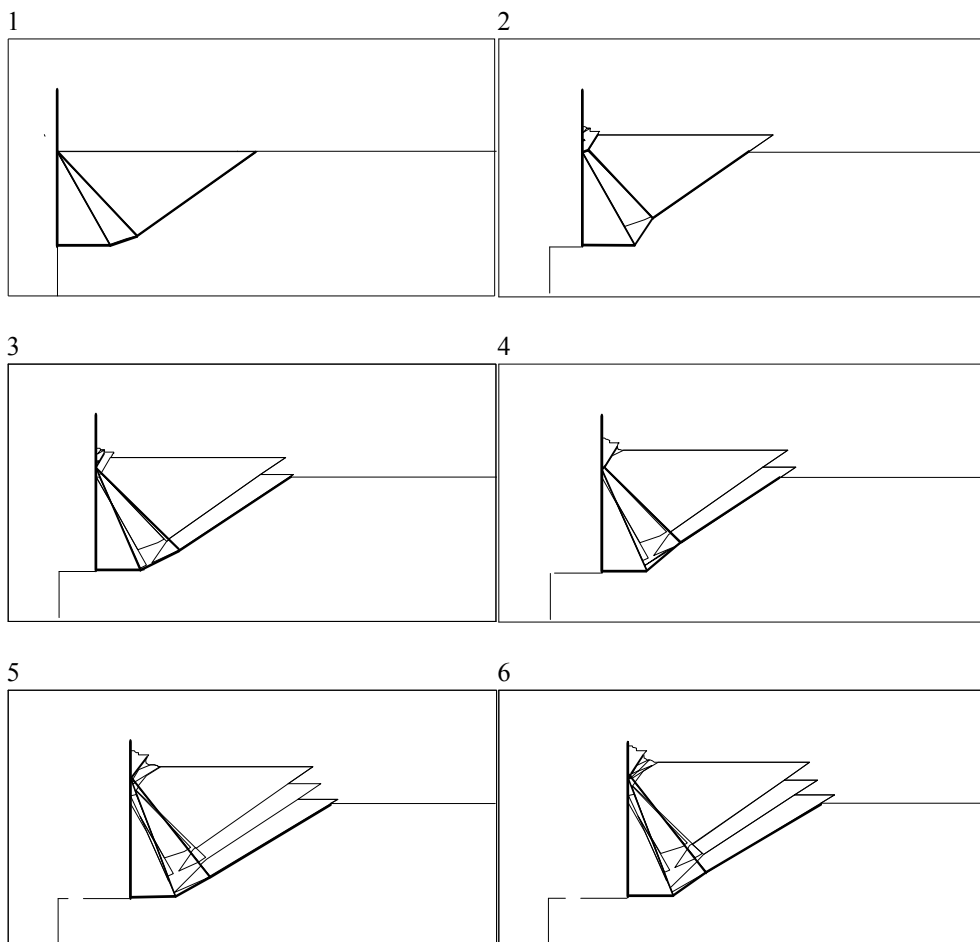
$$\rho = 18 \text{ kN/m}^3, s_0 = 0.01 \text{ m}, h = 0.18 \text{ m}, b = 0.6 \text{ m},$$

gdzie  $\delta$  jest kątem tarcia pomiędzy ośrodkiem a narzędziem,  $s_0$  jest parametrem osłabienia odpowiadającym przemieszczeniu do uzyskania stanu residualnego,  $\rho$  gęstość ośrodka,  $h$  jest głębokością naporu, a  $c_0$ ,  $c_r$ ,  $S_{t0}$ ,  $S_{tr}$  określają początkowe i residualne wartości spójności i wytrzymałości na rozrywanie.



Rys. 3.27. a) Kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia i hodograf prędkości, b) konfiguracja ośrodka w momencie przeskoku mechanizmu zniszczenia.

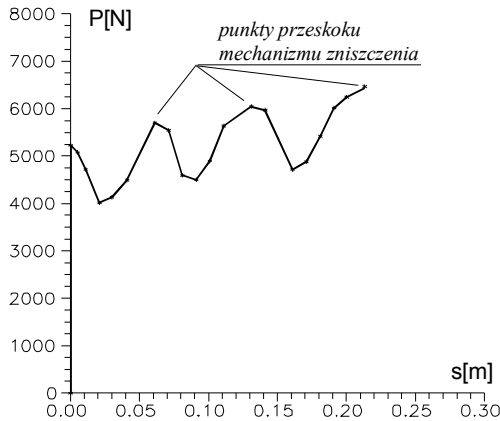
Otrzymane wyniki na drodze symulacji numerycznej dają nieco wyższe oszacowanie od danych eksperymentalnych. Wynika to między innymi z zawyżonych wartości sił eksperymentalnych o tarcie pomiędzy ścianami bocznymi kanału. Wpływ tarcia (omówiony w rozdziale pierwszym) zwiększa wartość sił około 10 %. Drugim czynnikiem wpływającym na rozbieżności jest przyjęcie szeregu założeń uproszczających. Przedstawiony model nie uwzględnia sprężystych właściwości ośrodka i zakłada tylko osłabienie. W rzeczywistości rozwój pierwszego mechanizmu deformacji występuje dla przemieszczenia około 50 mm, a nie jak wynika to z teorii przy zerowym przemieszczeniu.



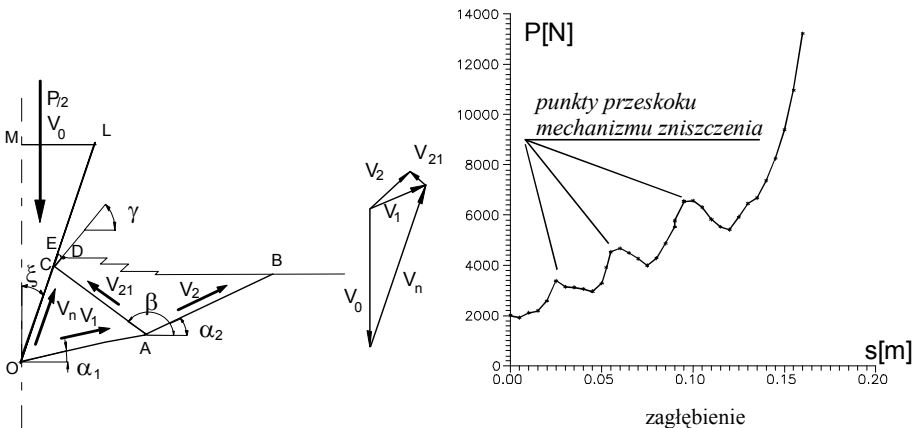
Rys. 3.28. Symulacja komputerowa procesu naporu sztywnej ściany.

Podobny niestateczny charakter procesu występuje dla zagadnienia wciskania klina i stempla w spoisty ośrodek gruntów z osłabieniem. Do opisu procesu wciskania sztywnego klina został przyjęty mechanizm zniszczenia składający się z trzech obszarów (rys. 3.30). Obszar wypiętrzania OAC porusza się z prędkością  $V_1$  nachyloną pod kątem  $\alpha_1$ , prześlizgując się po klinie z prędkością  $V_n$ . Drugi obszar wypiętrzania porusza się z prędkością  $V_2$  nachyloną pod kątem  $\alpha_2$ . Względna prędkość prześlizgu pomiędzy oba wypiętrzającymi się obszarami wynosi  $V_{21}$ . Efektem naporu obszaru drugiego na klin jest tworzenie się wtórnego obszaru wypiętrzania CDE. W wyniku optymalizacji kinematyki powierzchni nieciągłości otrzymano rozwiązanie, w którym powierzchnia nieciągłości AB i AC mają charakter stałych powierzchni deformacji, zaś powierzchnia OA zmienia swe

położenie w trakcie zagłębiania klina. Po wygenerowaniu nowego mechanizmu zniszczenia wartość siły potrzebnej do realizacji procesu maleje. Jest to wynik osłabienia materiału na powierzchniach przeslizgu. Wraz z rozwojem mechanizmu zniszczenia siła zaczyna narastać. Z chwilą odpowiedniego zaawansowania procesu następuje przeskok mechanizmu. Efekt ten jest charakterystyczny dla procesów zachodzących w ośrodkach spoiowych z osłabieniem. Na rysunku 3.31 zostały przedstawione wyniki symulacji komputerowej procesu zagłębiania klina o kącie wierzchołkowym  $2\xi = 60^\circ$ . W obliczeniach zostały przyjęte następujące stałe materiałowe:  $c_\theta = 20$  kPa,  $S_{\theta\theta} = 5.0$  kPa,  $c_r = 5$  kPa,  $S_{rr} = 1.25$  kPa,  $\phi = 24^\circ$ ,  $\delta = 15^\circ$ ,  $\rho = 18$  kN/m<sup>3</sup>,  $s_\theta = 0.01$  m, oraz początkowe zagłębienie klina na głębokość 0.05 m.

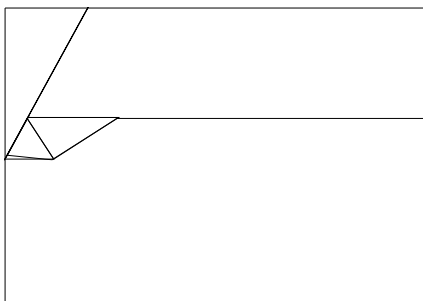


Rys. 3.29. Zmiany wartości siły w funkcji przemieszczenia narzędzia – symulacja numeryczna.

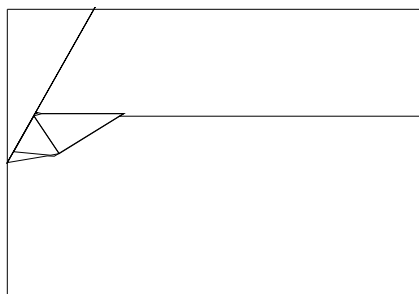


Rys. 3.30 Zagadnienie wciskania klina, a) Kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia i hodograf prędkości; b) zmiany wartości sił w funkcji zagłębienia klina.

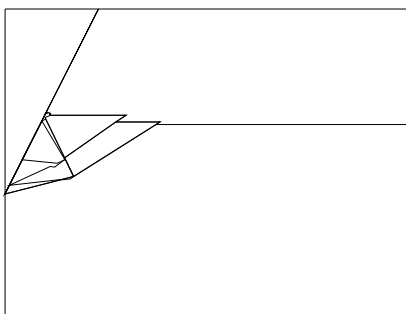
1



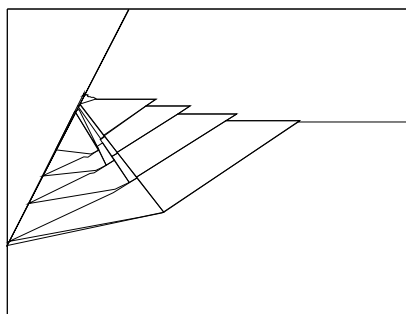
2



3



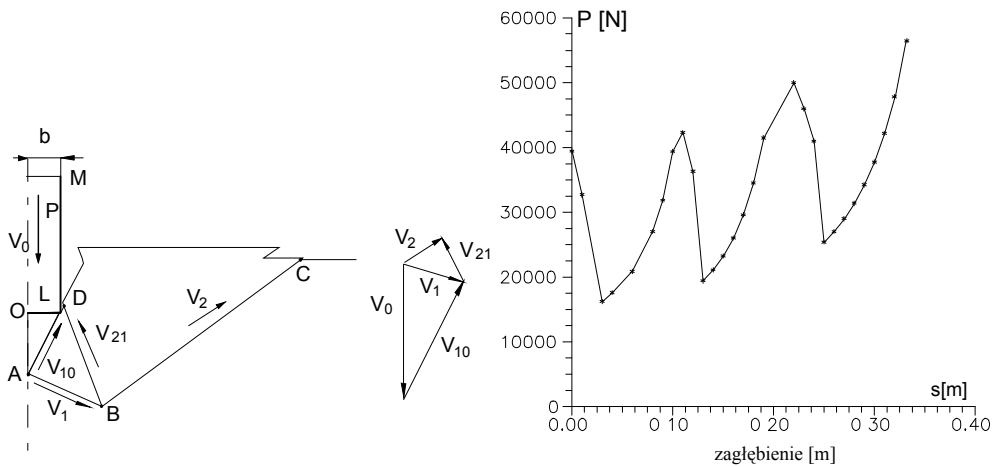
4



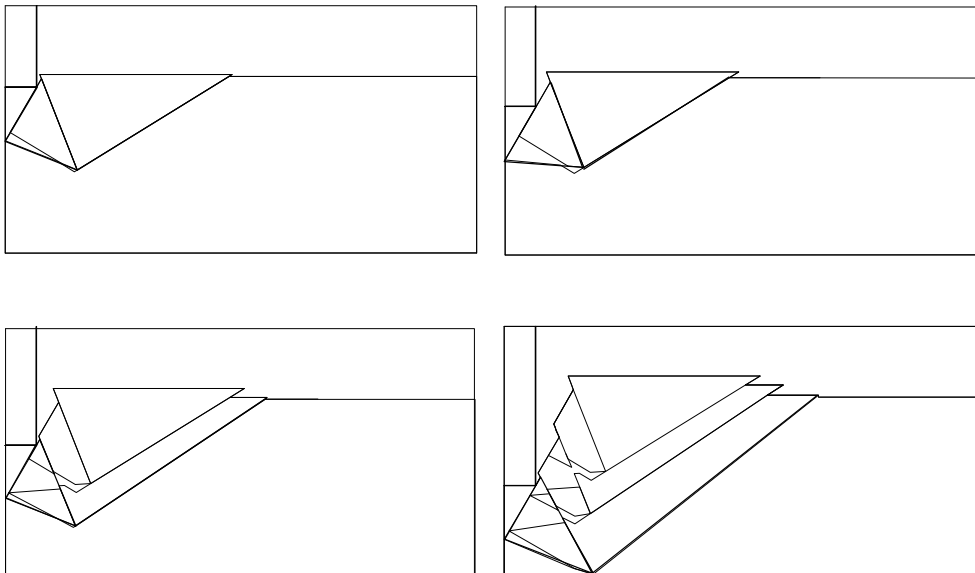
Rys. 3.31 Symulacja numeryczna procesu zagłębienia klina .

Podobny przebieg procesu otrzymamy dla zagadnienia wciskania stempla. Do opisu kinematyki ruchu ośrodka został przyjęty mechanizm składający się z trzech obszarów (rys. 3.32), omówiony w rozdziale 3.5.1. Obszar OAL jest obszarem zalegania, poruszającym się razem ze stemplem z prędkością  $V_0$ , po którym prześlizguje się pierwszy obszar wypiętrzania ABD z prędkością  $V_{10}$ . Drugi obszar wypiętrzania porusza się z prędkością  $V_2$ . Podobnie jak i w zadaniach naporu ścianki i klina występują tu charakterystyczne lokalizacje deformacji. Powierzchnie nieciągłości prędkości AL, BD, BC są stałymi powierzchniami kontaktowymi, w których ośrodek ulega progresywnej deformacji, zaś powierzchnia AB jest powierzchnią dostosowującą się i zmieniającą swe położenie w trakcie zagłębienia stempla. Proces zagłębienia stempla związany jest ze skokowymi zmianami mechanizmu zniszczenia, którym towarzyszą oscylacje wartości siły (rys. 3.32b). Zmiany konfiguracji ośrodka zostały przedstawione na rysunku 3.33. Podobnie jak w poprzednich zadaniach ośrodek w strefie współpracy składa się z szeregu brył porozielnianych powierzchniami z osłabionym ośrodkiem. Do symulacji procesu

przyjęto stałe materiałowe jak w zadaniu poprzednim oraz szerokość stempla  $2b=0.1$  m.



Rys. 3.32 Kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia przy wciskaniu stempla i hodograf prędkości, b) zmiany przebiegu siły.

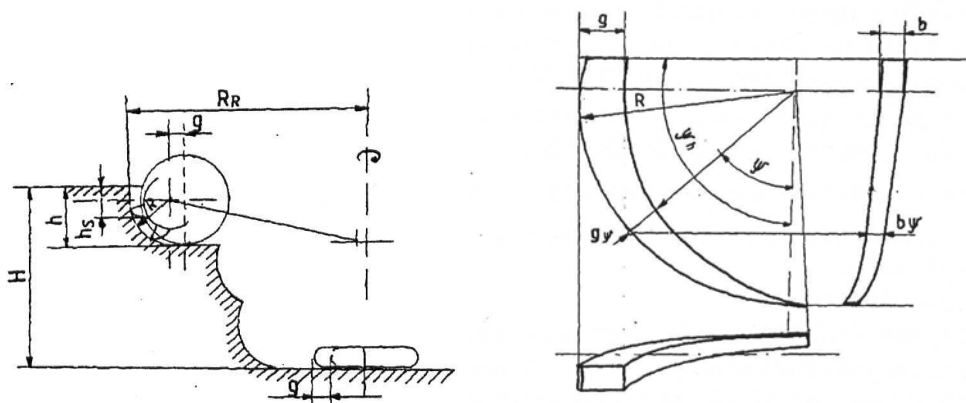


Rys. 3.33. Zmiany konfiguracji ośrodka.

### 3.8 Zastosowanie górnej oceny nośności granicznej do opisu procesów odpajania przy uwzględnieniu zużycia narzędzia

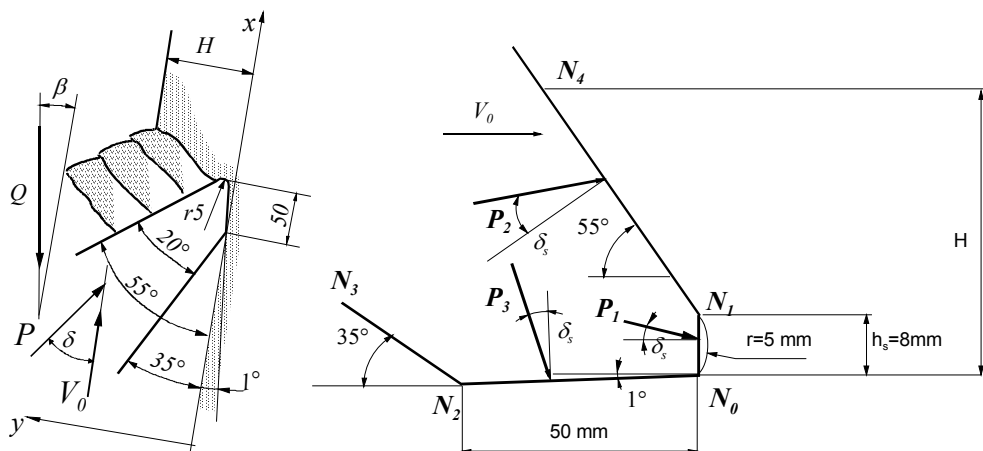
Przedmiotem analizy jest stępione ostrze skrawające o geometrii przedstawionej na rysunku 3.35b. Przyjęte parametry geometryczne odpowiadają kształtowi narożnego zęba montowanego na krawędzi czerpaka wielonaczyniowych koparek kołowych stosowanych w górnictwie odkrywkowym. Analiza pracy koparki wielonaczyniowej została szeroko omówiona w pracy pod redakcją Szepietowskiego [153]. Ocena składowych obciążeń koła czerpakowego jest trudna do oszacowania ze względu na złożony ruch roboczy czerpaka oraz zmienną geometrię narzędzia. Proces zużycia ostrzy skrawających w pracy koparek wielonaczyniowych jest czynnikiem wpływającym na rozkład sił urabiania. Ze względu na intensywność procesu zużycia wynikającą zarówno z ciągłej pracy maszyny jak i skrawania materiałów trudnoobrabialnych (np. glina zwałowa) zęby koparek wykonywane są metodą napawania spoiny, a ich kształt jest tak zaprojektowany aby geometria zęba była niezmienna w trakcie procesu eksploatacji (tzw. zęby samoostrzące).

Wielonaczyniowa koparka kołowa skrawa wiór o złożonej geometrii w postaci linii śrubowej. Zazwyczaj koparka kołowa pracuje wiórem pionowym, rys. 3.34a. Ruchami roboczymi koparki kołowej są ruch obrotowy koła czerpakowego i ruch obrotowy nadwozia. Wypadkowy kierunek ruchu, decyduje o szerokości wióra. Przedmiotem analizy jest poszukiwanie związku pomiędzy składowymi siłami obwodowej, a siłą poziomą odpowiedzialną za opory ruchu nadwozia. Wyznaczenie na drodze analizy teoretycznej wartości składowych sił urabiania działających na koło czerpakowe jest niezwykle skomplikowane. W pracy ograniczymy się do określenia zależności pomiędzy składowymi siłami w zależności od szerokości wióra, która będzie traktowana jako wysokość warstwy skrawania  $H$ .



Rys. 3.34 Schemat pracy koparki kołowej; a) urabianie wióra pionowego, b) kształt wióra pionowego [153].





Rys. 3.35 Geometria ostrza skrawającego, a) konfiguracja czepaka przyjęta do obliczeń, b) uproszczona geometria zęba na bocznej krawędzi czepaka.

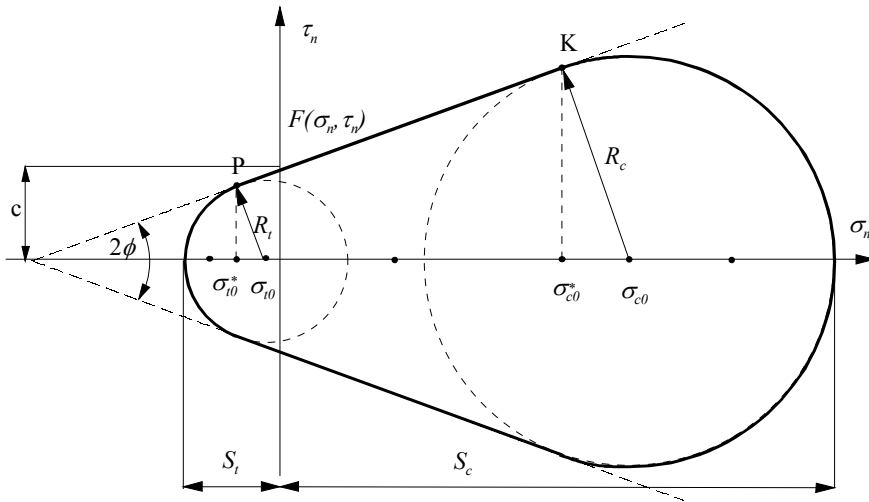
Największe obciążenie czepaka występuje przy obrocie koła czepakowego o kąt  $\psi = \pi/2$ , rys. 3.34b. W tej konfiguracji grubość skrawanej warstwy jest największa. Kierunek wypadkowej liniowej prędkości czepaka niewiele różni się od kierunku pionowego (prędkość obwodowa koła czepakowego jest znacznie większa od liniowej prędkości ruchu poziomego nadwozia).

### 3.8.1 Zmodyfikowany model Coulomba

Do rozwiązywania zagadnienia naporu stępnego narzędzia na ośrodek będzie użyta metoda równowagi pola sił stowarzyszonego z założonym mechanizmem zniszczenia. W analizie przyjęto, że urabianym materiałem jest spoisty ośrodek gruntowy o parametrach piaszczystej gliny zwalowej, o parametrach modelu Coulomba: spójność  $c_0 = 27$  kPa, kąt tarcia wewnętrzznego  $\phi_w = 33.82^\circ$ , ciężar objętościowy  $\gamma = 21.9$  kN/m<sup>3</sup>.

Z badań laboratoryjnych dla ośrodków spoistych typu glina wynika, że w zakresie naprężeń rozrywających i ściskających charakterystyka wytrzymałościowa znacznie odbiega od liniowego modelu Coulomba.

Do celów obliczeń teoretycznych został przyjęty zmodyfikowany model Coulomba z ograniczeniem naprężeń rozciągających jak i ściskających. Na rysunku 3.36 została przedstawiona powierzchnia graniczna na płaszczyźnie naprężeń kontaktowych  $\sigma_n$   $\tau_n$ .



Rys. 3.36. Zmodyfikowany model Coulomba na płaszczyźnie fizycznej  $\sigma_n \tau_n$ .

Zakładając naprężenia ściskające i związane z nimi odkształcenie za dodatnie, matematyczną postać tego warunku w funkcji naprężenia stycznego i normalnego zapiszemy jako:

$$F = \begin{cases} [\sigma_n - \sigma_{t0}]^2 + \tau_n^2 - R_t^2 = 0 & -S_t \leq \sigma_n \leq \sigma_t^* \\ |\tau_n| - \sigma_n \tan \varphi = c & \text{dla } \sigma_t^* \leq \sigma_n \leq \sigma_c^* \\ [\sigma_n - \sigma_{c0}]^2 + \tau_n^2 - R_c^2 = 0 & \sigma_c^* \leq \sigma_n \leq S_c \end{cases} \quad (3.84)$$

gdzie wartości  $\sigma_t^*$ ,  $R_t$ ,  $\sigma_{t0}$ ,  $\sigma_c^*$ ,  $R_c$ ,  $\sigma_{c0}$

$$\begin{aligned} \sigma_t^* &= c \cos \varphi - S_t (1 + \sin \varphi) & \sigma_c^* &= S_c (1 - \sin \varphi) - c \cos \varphi \\ R_t &= \frac{c \cos \varphi - S_t \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} & R_c &= \frac{c \cos \varphi + S_c \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \\ \sigma_{t0} &= -S_t + R_t = \frac{c \cos \varphi - S_t}{1 - \sin \varphi} & \sigma_{c0} &= S_c - R_c = \frac{S_c - c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \end{aligned} \quad (3.85)$$

We wzorach tych  $\sigma_{t0}$ , jest współrzędną środka koła o promieniu  $R_t$ ,  $S_t$  (wartość dodatnia) jest wytrzymałością na trójosiowe rozrywanie lub jednoosiowe rozrywanie gdy  $S_t \leq 2c \cos \varphi / (1 + \sin \varphi)$  oraz  $\sigma_t^*$  jest naprężeniem normalnym odpowiadającym przejściu z kołowej na liniową charakterystykę warunku w zakresie naprężeń rozciągających (punkt P na rysunku 3.36).

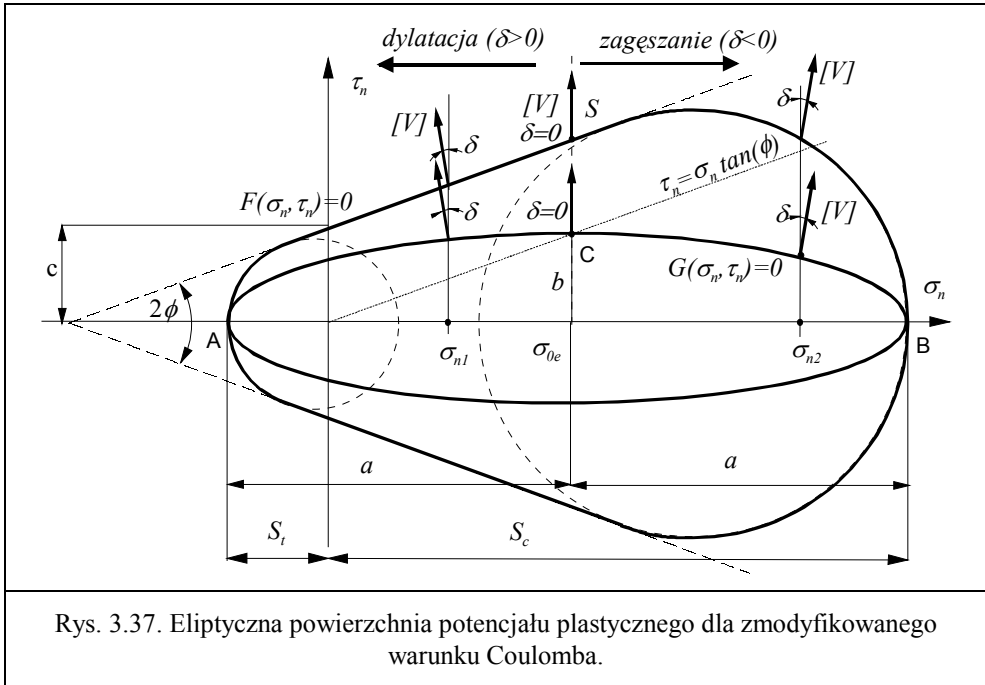
Podobnie w zakresie naprężeń ściskających  $\sigma_{c0}$ , jest współrzędną środka koła o promieniu  $R_c$ ,  $S_c$  jest wytrzymałością na trójosiowe ściskanie oraz  $\sigma_c^*$  jest

naprężeniem normalnym odpowiadającym przejściu z liniowej na kołową charakterystykę warunku w zakresie naprężeń ściskających (punkt K na rysunku 3.36).

Do opisu deformacji plastycznej ośrodka zostało założone niestowarzyszone prawo płynięcia ośrodka w postaci :

$$\varepsilon_{ij} = \lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} , \quad \lambda > 0, F = 0, \lambda F = 0 , \quad (3.86)$$

gdzie  $\lambda$  jest dodatnim współczynnikiem proporcjonalności.



Rys. 3.37. Eliptyczna powierzchnia potencjału plastycznego dla zmodyfikowanego warunku Coulomba.

Jako funkcję potencjału plastycznego  $G(\sigma_n, \tau_n)=0$  została przyjęta funkcja eliptyczna o równaniu:

$$G(\sigma_n, \tau_n, \sigma_{0e}, a) = (\sigma_n - \sigma_{0e})^2 + \frac{\tau_n^2}{m^2} - a^2 = 0 , \quad (3.87)$$

gdzie  $m, a, \sigma_{0e}$  są parametrami elipsy,  $a$ - wymiar dużej półosi,  $\sigma_{0e}$ - położenie środka elipsy,  $m$  - parametr kształtu - to znaczy stosunek długości półosi małej do dużej.

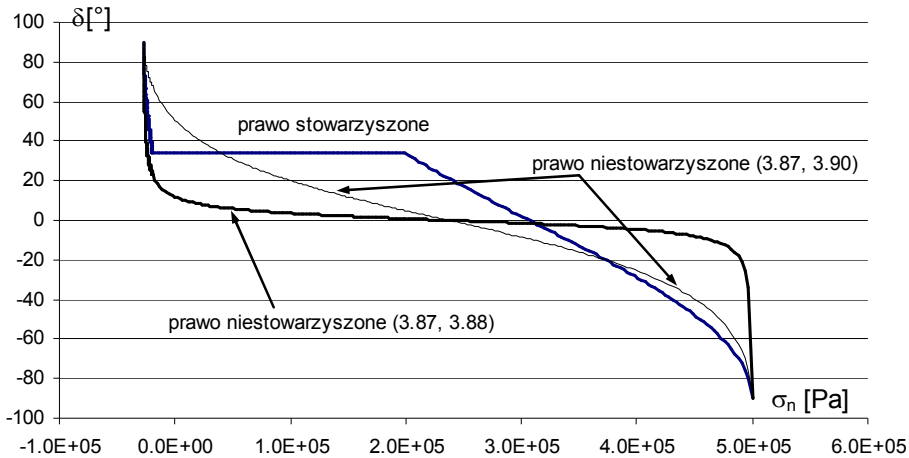
Na rysunku 3.37 została przedstawiona powierzchnia potencjału plastycznego  $G(\sigma_n, \tau_n)=0$  rozciągnięta na powierzchni plastyczności  $F(\sigma_n, \tau_n)=0$ , tak by elipsa przechodziła przez punkty A( $-S_{t0}, 0$ ), B( $S_{c0}, 0$ ) oraz punkt C( $\sigma_{0e}, \tan(\phi)\sigma_{0e}$ ).

Wartości parametrów  $m$ ,  $a$ ,  $\sigma_{0e}$  odpowiednio wynoszą:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}(S_c + S_t) \quad , \quad b = \text{tg}(\phi)\sigma_{0e} \\ \sigma_{0e} &= \frac{1}{2}(S_c - S_t) \\ m &= \text{tg}(\phi) \frac{S_c - S_t}{S_c + S_t} \end{aligned} \quad (3.88)$$

Określając kąt dylatacji  $\delta$  jaki tworzy wektor skoku prędkości do powierzchni nieciągłości prędkości otrzymamy:

$$\text{tg}(\delta) = \frac{-(\sigma_n - \sigma_{0e})m^2}{b \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_n - \sigma_{0e}}{a}\right)^2}}, \quad (3.89)$$



3.38 Zmiany kąta dylatacji w funkcji naprężenia normalnego

Jak widać ze wzoru (3.89) dla zadanej powierzchni plastyczności  $F(\sigma_n, \tau_n)=0$  i potencjału plastycznego  $G(\sigma_n, \tau_n)=0$  kąt dylatacji jest funkcją naprężenia normalnego  $\sigma_n$  na linii nieciągłości prędkości. Dla wartości naprężenia  $\sigma_n < \sigma_{0e}$  występuje rozluźnienie ośrodka, zaś dla naprężeń  $\sigma_n > \sigma_{0e}$  następuje zagęszczanie

materiału. Na rysunku 3.38 zostały przedstawione zmiany kąta dylatacji dla trzech praw płynięcia, a mianowicie: stowarzyszonego, niestowarzyszonego o potencjale określonym funkcją (3.87) i parametrach (3.88) oraz niestowarzyszonego przy założeniu, że wartości parametrów elipsy są następujące:

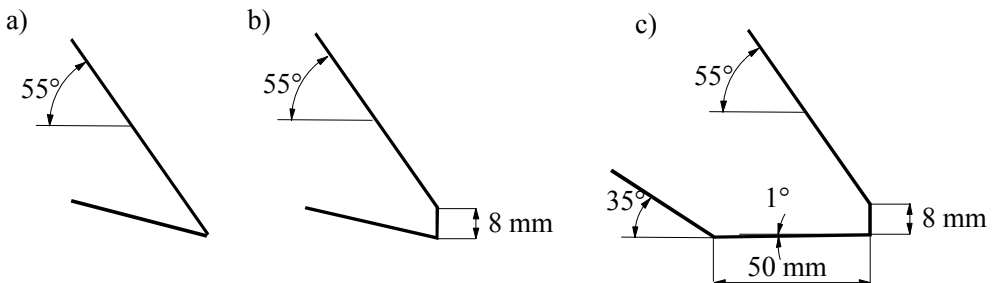
$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}(S_c + S_t), & b &= c_0 \\ \sigma_{0e} &= \frac{1}{2}(S_c - S_t), & m &= \frac{2c_0}{S_c + S_t}. \end{aligned} \quad (3.90)$$

### 3.8.2 Ocena rozkładu sił na stępionym narzędziu w funkcji wysokości skrawania.

Do celów analizy teoretycznej przyjęto uproszczony kształt ostrza składający się z odcinków prostoliniowych. Zarys krzywoliniowy o promieniu  $r=5$  mm aproksymowany jest odcinkiem prostoliniowym  $N_0N_1$  o wysokości 8 mm. Narzędzie porusza się z prędkością  $V_0$  w ośrodku plastycznym o zarysie zewnętrznym określonym wysokością warstwy  $H$ . W przyjętym układzie odniesienia  $x, y$  kierunek prędkości  $V_0$  i kierunek sił ciężkości pokrywa się z osią  $x$ , Zwrot siły ciężkości jest przeciwny do kierunku prędkości  $V_0$ .

Obliczenia oddziaływania narzędzia na ośrodek przeprowadzono dla trzech różnych geometrii narzędzia, zakładających różny stopień uproszczenia kształtu, a mianowicie:

- narzędzie o zarysie prostoliniowym, bez stępienia (rys. 3.39a)
- narzędzie ze stępieniem (rys. 3.39b)
- narzędzie ze stępieniem i ujemnym kątem natarcia krawędzi dolnej (rys. 3.39c)



Rys. 3.39 Aproksymacja stępionego narzędzia.

Do obliczeń zostały przyjęte następujące parametry wytrzymałościowe złoża, odpowiadające parametrom piaszczystej gliny zwałowej:

$c_0 = 27$  kPa -spójność,

$S_{t0} = 27$  kPa -wytrzymałość na rozrywanie,

$S_{c0} = 100 - 5000$  kPa -wytrzymałość na trójosiowe ściskanie,

$\phi_w = 33.82^\circ$  - kąt tarcia wewnętrznego ( $\tan(\phi_w) = 0.67$ ),

$\rho_0 = 21.9$  kN/m<sup>3</sup> - ciężar objętościowy,

$\delta_s = 25^\circ$  - kąt tarcia zewnętrznego.

### 3.8.2.1 Narzędzie prostoliniowe

Zasadę budowy rozwiązania przedstawimy na przykładzie narzędzia o zarysie przedstawionym na rysunku 3.40. Narzędzie porusza się z prędkością  $V_0$  i napiera na ośrodek o wysokości  $H$ . Mechanizm zniszczenia zakłada powstanie sztywnego obszaru  $N_0N_4A$  poruszającego się z prędkości  $V_1$ . Jest to najprostszy mechanizm zniszczenia zakładający powstanie jednej linii nieciągłości prędkości  $N_0A$  pochylonej pod kątem  $\alpha_1$  do poziomu. Wektor prędkości  $V_1$  odchylony jest od linii o kąt dylatacji  $\delta_1$ . Sztywny obszar  $N_0N_4A$  porusza się względem narzędzia z prędkością  $V_{1n}$ , której kierunek został przyjęty równoległy do narzędzia (prawo niestowarzyszone). Hodograf prędkości przedstawiony jest na rysunku 3.40c. Na obszar działają siły będące w równowadze, a mianowicie :

$Q$  siła ciężkości,

$R_{01}$  – wypadkowa siła reakcji na linii nieciągłości prędkości,

$P$  – siła naporu narzędzia na ośrodek, odchylona o kąt  $\delta_s$  od normalnej do powierzchni kontaktu o ośrodkiem.

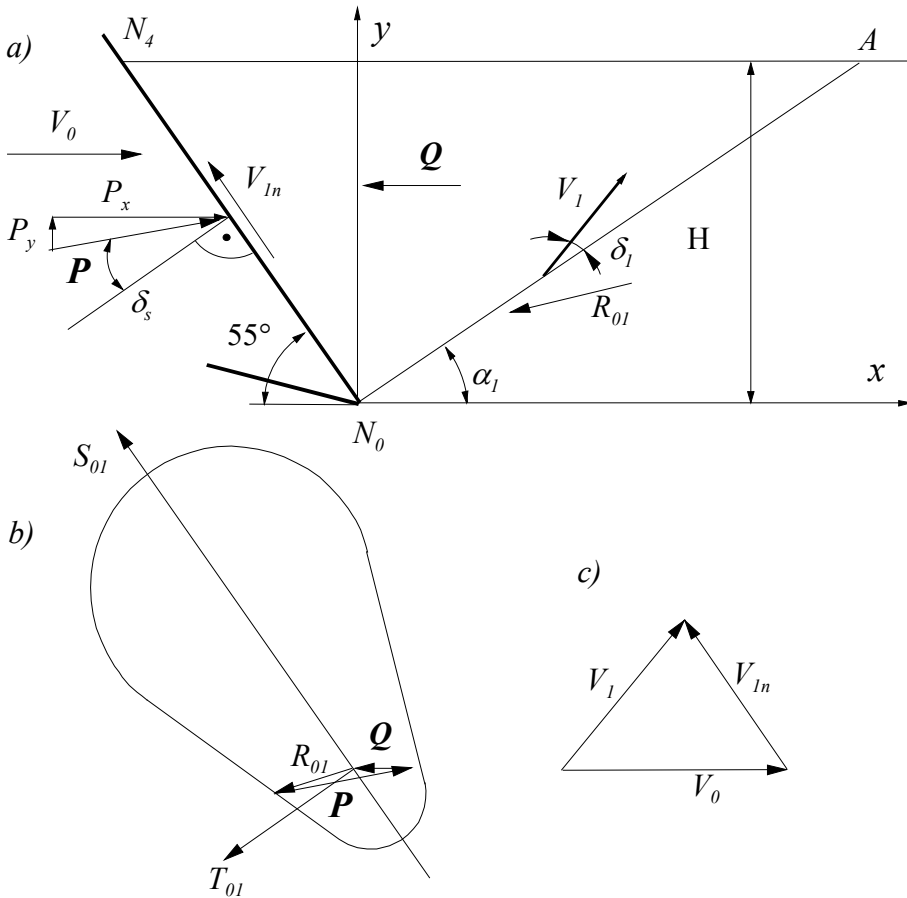
Budowę planu sił przedstawia rysunek 3.40b. Siły działające na ośrodek są w stanie równowagi.

Aby zniszczenie ośrodka następowało wzdłuż powierzchni nieciągłości prędkości  $N_0A$ , stan naprężenia na tej linii musi osiągnąć stan graniczny określony przez przyjęty model ośrodka. Siły kontaktowe jakie przenosi ta powierzchnia otrzymamy mnożąc powierzchnię graniczną  $F(\sigma_n, \tau_n) = 0$ , określoną równaniem (3.84) przez jej długość. Na rysunku 3.40b przedstawiona jest graficzna reprezentacja tej powierzchni w układzie sił kontaktowych  $S_{01}-T_{01}$ .

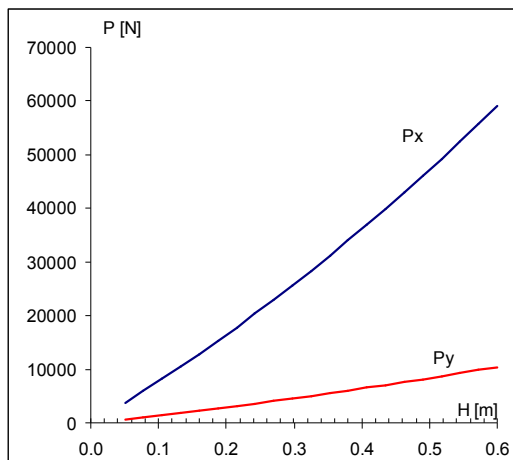
Metoda wyznaczenia sił sprowadza się do wyznaczenia punktu przecięcia powierzchni sił kontaktowych  $F(S_{01}, T_{01}) = 0$  z wektorem siły naporu narzędzia  $P$  (znamy jej kierunek), tak jak to przedstawia rysunek. Optymalny mechanizm zniszczenia otrzymamy z kryterium minimum siły  $P$ . Wyniki obliczeń przedstawione są na rysunku 3.41. Wraz ze zmianą wysokości skrawania siła rośnie przy czym mechanizm zniszczenia niewiele się różni (nieznaczna zmiana kąta  $\alpha_1$  pochylenia powierzchni nieciągłości). Kąt pochylenia siły naporu  $P$  jest stały, niezależny od wysokości  $H$  i wynosi  $10^\circ$ . (Odchyła się o  $10^\circ$  od poziomu ku górze). Dodatni kierunek pochylenia wypadkowej siły oznacza, że narzędzie jest „wciągane

w złożu”. Składowa  $P_y$  siły urabiania odpowiada sile obrotu nadwozia z przeciwnym zwrotem. W przypadku pracy koparki kołowej siła odpowiadająca za obrót nadwozia ma przeciwny zwrot, aniżeli wyniki obliczeń dla zęba „ostrego”.

Dla prostoliniowej geometrii narzędzia i danych wartości parametrów wytrzymałościowych ośrodka inne mechanizmy zniszczenia (z obszarem zalegania, z ciągłymi obszarami deformacji, z większą ilością sztywnych obszarów) dają ocenę wyższą od tego najprostszego mechanizmu z jedną linią nieciągłości prędkości.



Rys. 3.40 a) Mechanizm zniszczenia dla narzędzia o uproszczonym kształcie; b) plan sił ; c) hodograf prędkości.



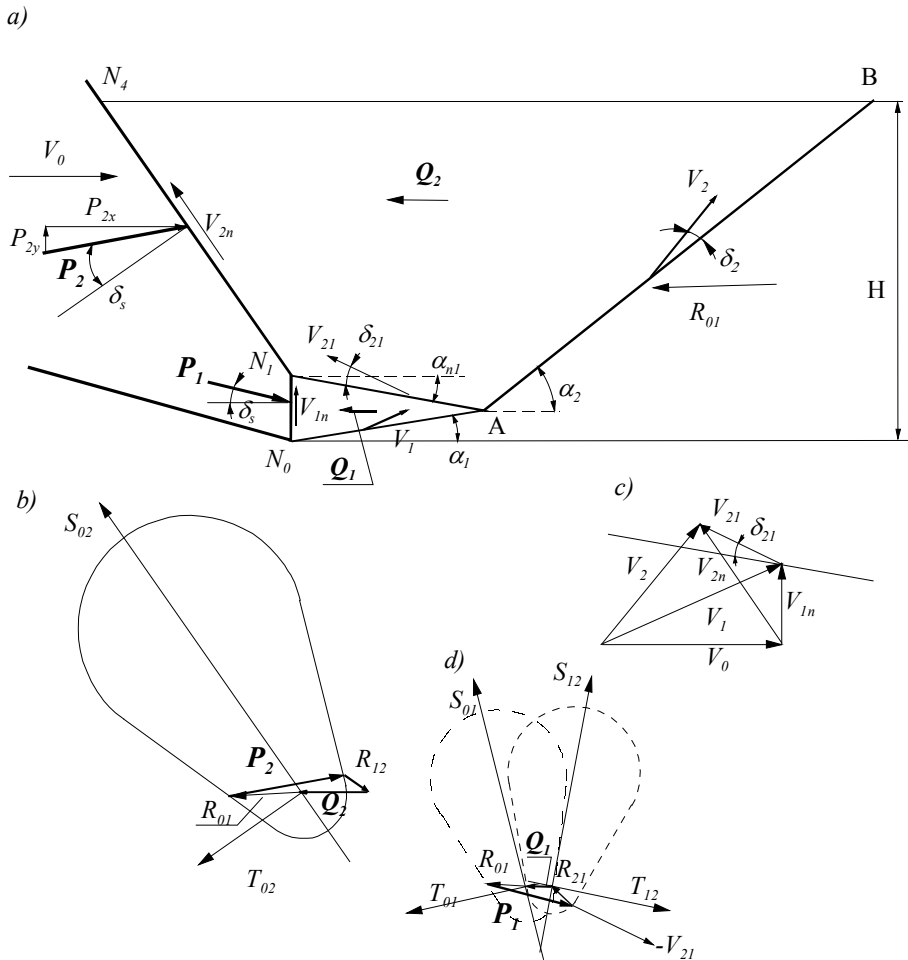
Rys. 3.41 Wykres siły naporu  $P_x$ ,  $P_y$  w funkcji wysokości skrawania  $H$ .

### 3.8.2.2 Narzędzie ze stępieniem bez oddziaływania dolnej krawędzi

Na rysunku 3.42 została przedstawiona uproszczona geometria narzędzia z aproksymacją stępienia narzędzia pionowym odcinkiem  $N_0N_1$  o długości 8 mm. Mechanizm zniszczenia zakłada występowanie dwóch o sztywnych obszarów  $N_0N_1A$  i  $N_1N_4BA$ . Obszar  $N_0N_1A$  porusza się z prędkością  $V_1$  odchyloną od linii nieciągłości  $N_1A$  o kąt dylatacji  $\delta_1$ , zaś obszar  $N_1N_4BA$  porusza się z prędkością  $V_2$  odchyloną od linii nieciągłości  $AB$  o kąt dylatacji  $\delta_2$ . Kąt pochylenia linii nieciągłości  $N_1A$  wynosi  $\alpha_1$ , zaś linii  $AB$  wynosi  $\alpha_2$ . Linia nieciągłości  $N_1A$  rozgranicza oba poruszające się obszary. Wzdłuż tej linii następuje skok wektora prędkości  $V_{21}$ , o kierunku odchylonym o kąt dylatacji  $\delta_{21}$  do linii  $N_1A$ .

Hodograf prędkości przedstawiony jest na rysunku 3.42b. Siła naporu  $P$  narzędzia na ośrodek jest sumą sił działających na poszczególnych krawędziach narzędzia. Budowę planu sił dla poszczególnych obszarów przedstawiona została na rysunkach 3.42c i 3.42d. Wektory sił naporu  $P_1$  i  $P_2$  odchylone są o kąt tarcia  $\delta_s$  od normalnej do powierzchni kontaktu.





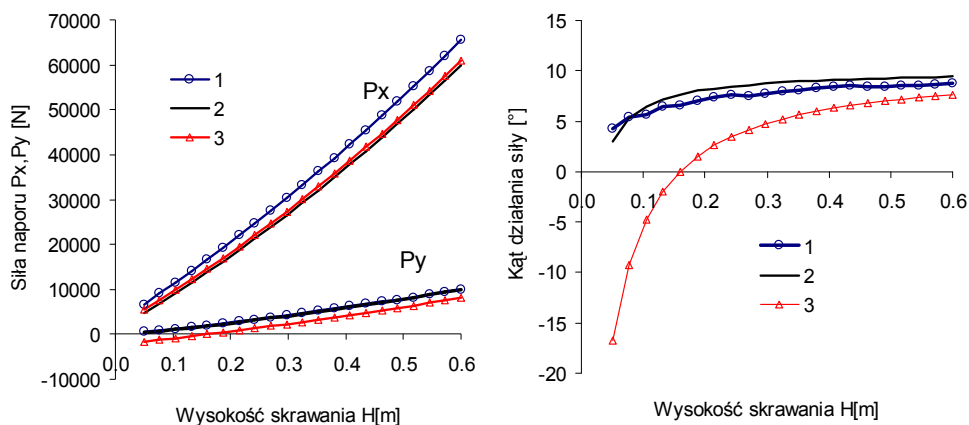
Rys. 3.42 a) Mechanizm zniszczenia dla narzędzia z aproksymacją stopienia; b) hodograf prędkości; c) równowaga sił dla obszaru  $N_1N_4BA$ ; d) równowaga sił dla obszaru  $N_0N_1A$ .

Optymalny mechanizm zniszczenia wyznaczany jest z warunku minimum siły  $P$  w funkcji parametrów geometrycznych  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_{n1}$ . Kąt dylatacji  $\delta_{21}$  na linii  $N_1A$ , oraz powiązany z nim stan naprężenia (siły kontaktowe) są wyznaczane z hodografu prędkości, tak aby mechanizm był kinematycznie dopuszczalny.

W przypadku oceny dla prawa stowarzyszonego kierunki wektorów prędkości przeslizgu ośrodka względem narzędzia odchylają się o kąt  $\delta_s$  od powierzchni narzędzia, zaś kierunki wektorów prędkości na liniach nieciągłości prędkości odchylają się o kąt  $\phi$  od linii. Dla ocen z prawem niestowarzyszonym kierunki wektorów prędkości przeslizgu ośrodka względem narzędzia zostały przyjęte

równoległe do powierzchni kontaktu, zaś kierunki wektorów prędkości na liniach nieciągłości prędkości odchylają się o kąt dylatacji  $\delta$  od linii, uzależniony od wartości naprężenia normalnego działającego na powierzchniach nieciągłości.

Zmiany rozkładu sił naporu  $P_x$ ,  $P_y$  w funkcji wysokości skrawania przedstawia rysunek 3.43a. Na rysunku przedstawione są wyniki obliczeń przy założeniu prawa stowarzyszonego (wykres 1) oraz praw niestowarzyszonych (wykres 2 - prawo niestowarzyszone (3.88), wykres 3 - prawo niestowarzyszone (3.90)). W przypadku niestowarzyszonego prawa płynięcia (3.88) siła  $P_x$  jest nieznacznie mniejsza aniżeli ocena wynikająca z prawa stowarzyszonego, zaś siła  $P_y$  ma zbliżoną wartość. Kąt działania siły przedstawiony jest na rysunku 3.43b. Dla prawa stowarzyszonego i niestowarzyszonego (3.88) zmiany kąta działania siły są zbliżone i zmieniają się od  $3^\circ$  do  $9^\circ$ , zaś przy przyjęciu prawa niestowarzyszonego w postaci (3.90) wypadkowa siła zmienia kierunek od wartości  $-16^\circ$  dla wysokości skrawania 0.05 m do  $6^\circ$  dla warstwy o wysokości 0.6 m. Postać przyjętego prawa płynięcia wpływa w sposób znaczący na jakościowy charakter rozkładu sił pomiędzy dwoma prostoliniowymi częściami zęba. W przypadku stowarzyszonego prawa płynięcia (3.19) i niestowarzyszonego (3.88) większość obciążenia przenoszona jest przez górną część zęba (odcinek  $N_1N_2$  na rys. 3.42), zaś w przypadku niestowarzyszonego prawa płynięcia (3.90) siła naporu  $P_1$  na stępionej części zęba (odcinek  $N_0N_1$  na rys. 3.42) jest większa od siły  $P_2$ . W przypadku tego prawa kąty dylatacji są znacznie mniejsze aniżeli w przypadku prawa stowarzyszonego i prawa (3.88).



Rys. 3.43 Oddziaływanie stępienego zęba w funkcji wysokości skrawania dla trzech praw płynięcia : 1) – prawo stowarzyszone, 2) prawo niestowarzyszone 3.88, 3) prawo niestowarzyszone 3.90; a) zmiany wartości sił naporu  $P_x$ ,  $P_y$ , b) zmiany kąta działania siły

## 3.8.2.3 Narzędzie ze stępieniem i ujemnym kątem natarcia krawędzi dolnej

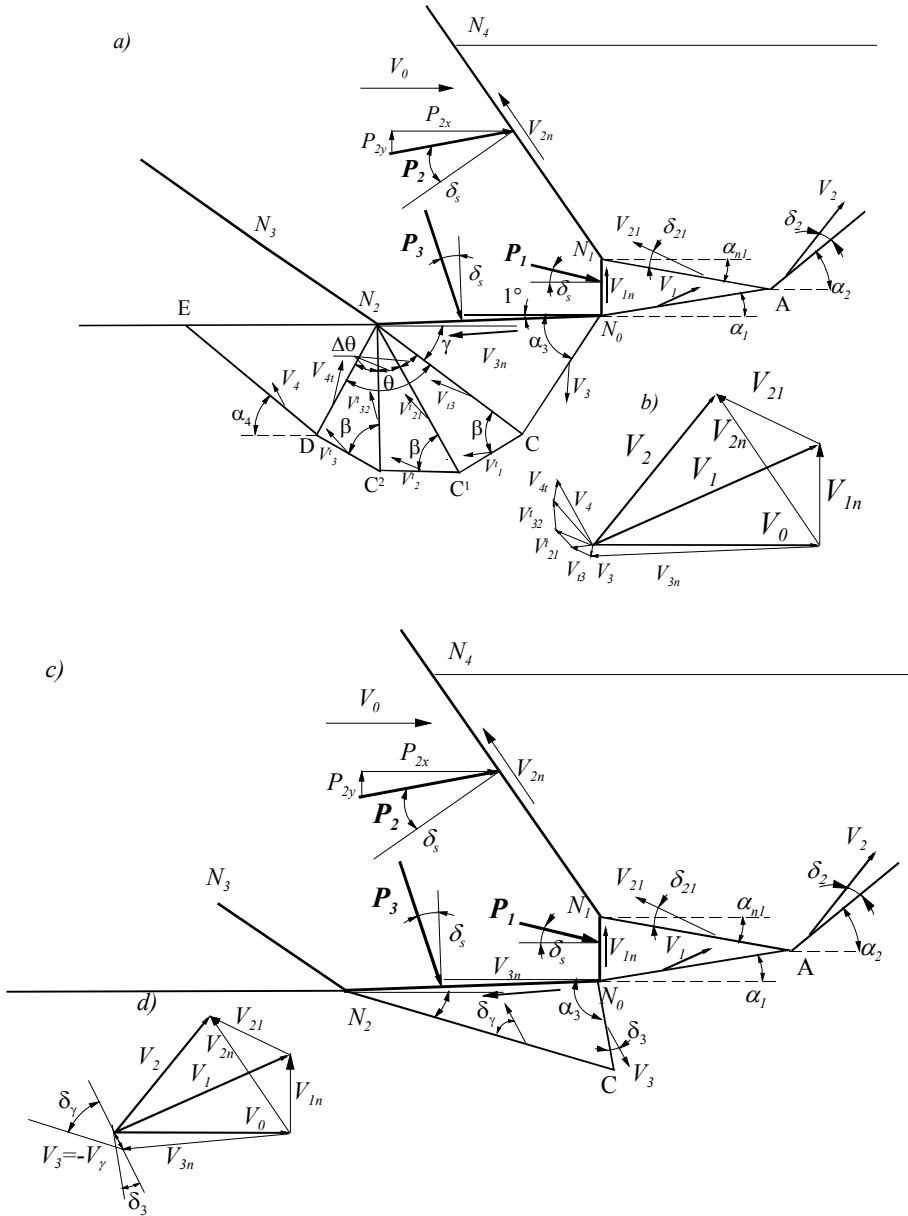
Do obliczeń mechanizmu zniszczenia dla narzędzia z oddziaływaniem dolnej krawędzi został zastosowany model ośrodka z ograniczeniem naprężeń ściskających do wartości  $S_{c0}$  i przyjęciem niestowarzyszonego prawa płynięcia w postaci (3.87, 3.90). Mechanizm zniszczenia przedstawiony jest na rysunku 3.44. W przedstawionym mechanizmie zniszczenia występują dwa niezależne mechanizmy, a mianowicie: mechanizm związany z oddziaływaniem górnej części narzędzia  $N_0N_1N_4$  oraz mechanizm związany z oddziaływaniem dolnej krawędzi narzędzia  $N_0N_2N_3$ . Mechanizm górny został przedstawiony w poprzedniej części opracowania. Jako mechanizm dolny zostały rozpatrzone dwa typy mechanizmów, tj.:

- mechanizm z wypływem materiału za narzędziem (rys. 3.44a),
- mechanizm bez wypływu materiału (rys. 3.44b).

Mechanizm dolny z wypływem materiału za narzędziem (rys. 3.44a) składa się z szeregu sztywnych bloków, przy czym możemy wyróżnić sztywny obszar  $CN_0N_2$  poruszający się z prędkością  $V_3$  określony kątami  $\alpha_3$  i  $\gamma$ , obszar przejściowy  $N_2CC^1C^2D$  składający się z  $n=3$  sztywnych bloków określony kątami  $\theta$  i  $\beta$  i sztywnego obszaru  $N_2DE$  określonego kątem  $\alpha_4$ .

Obszar przejściowy  $N_2CC^1C^2D$  jest aproksymacją ciągłego pola przemieszczeń przy użyciu  $n=3$  sztywnych bloków o kątach rozwarcia  $\Delta\theta$  i krawędziach dolnych odchylonych o kąt  $\beta$  od linii nieciągłości prędkości  $C^1N_2$ . Hodograf prędkości przedstawiony jest na rysunku 3.44b.

Drugim rozpatrywanym mechanizmem jest mechanizm bez wypływu materiału za narzędziem przedstawiony na rysunku 3.44c. Mechanizm ten zakłada występowanie jednego sztywnego bloku  $N_0CN_2$  pod dolną krawędzią narzędzia. Na linii nieciągłości prędkości  $N_0C$  ośrodek doznaje skoku prędkości  $V_3$  o kierunku odchylonym o kąt dylatacji  $\delta_3$  od linii. Na rysunku 3.44c,d przedstawiony kąt dylatacji jest ujemny, tzn., że ośrodek na tej linii zagęszcza się. Względem narzędzia ośrodek porusza się z prędkością  $V_{3n}$  równoległą do krawędzi dolnej. Na linii  $CN_2$  ośrodek doznaje skoku prędkości  $V_\gamma$ , który odchylony jest od linii o kąt  $\delta_\gamma$  (na rysunku jest to kąt ujemny – występuje zagęszczenie). W efekcie sumarycznym ośrodek po przejściu obszaru  $N_0CN_2$  nie porusza się tj. prędkość jest równa zero. Dla założonego niestowarzyszonego prawa płynięcia (równania 3.87, 3.90) kąty dylatacji na poszczególnych liniach nieciągłości prędkości są funkcją naprężeń normalnych. Wyznaczenie siły  $P_3$  działającej na dolnej części narzędzia odbywa się poprzez minimalizację siły  $P_3$  w funkcji parametrów geometrycznych  $\alpha_3$  i  $\gamma$  określających kształt bloku  $N_0CN_2$ , przy czym dla danych kątów  $\alpha_3$  i  $\gamma$  istnieje tylko jeden kąt dylatacji  $\delta_\gamma$  na linii  $CN_2$ , który daje mechanizm kinematyczne dopuszczalny o zerowej końcowej prędkości.



Rys. 3.44. Stępione ostrze z ujemnym kątem natarcia krawędzi dolnej, a) mechanizm zniszczenia z wypływem materiału za narzędziem, b) hodograf prędkości dla mechanizmu 3.44a; c) mechanizm zniszczenia bez wypływu materiału; d) hodograf prędkości dla mechanizmu 3.44c.

Ocenę całkowitego obciążenia działającego na narzędzie otrzymamy w wyniku optymalizacji mechanizmu "górnego i dolnego". Łączna wartość siły działającej na narzędzie będzie sumą obciążeń sił  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  działających na poszczególnych krawędziach narzędzia.

Zmiany wartości sił  $P_x$  i  $P_y$  oraz kierunku działania siły  $P$  zostały przedstawione na rys. 3.45. Dla przyjętych mechanizmów zniszczenia wartość oddziaływania siły naporu  $P_3$  na dolnej krawędzi jest niezmienna w funkcji wysokości skrawania, podobnie parametry geometryczne mechanizmu dolnego nie zależą od wysokości skrawania. Ze zmianą wysokości skrawania  $H$  zmienia się rozkład sił  $P_1$  i  $P_2$  na górnych krawędziach narzędzia zgodnie z wynikami przedstawionymi na rys. 3.43.

Tabela 3.2 Parametry mechanizmu „dolnego”(rys. 3.44a), dla materiału  $S_{c0}=5.0$  MPa

Mechanizm dolny z wpływem materiału za narzędziem, $S_{c0}=5$ Mpa						
$\alpha_3$ [°]	$\gamma$ [°]	$\theta$ [°]	$\beta$ [°]	$\alpha_4$ [°]	$P_3$ [N]	$P_3$ [°]
275.8	41.6	137.6	107.6	153.6	0.121505E+06	296.0

obszar	Linia	$\alpha$ [°]	$l$ [m]	$V/V_0$	dyl[°]	$\sigma_n$ [Pa]
N <sub>2</sub> DE	DE	153.6	0.3541	0.004525	3.0	0.2570E+05
	DN <sub>2</sub>	42.4	0.2337	0.003148	2.5	0.4599E+05
N <sub>2</sub> C <sup>2</sup> D	C <sup>2</sup> D	182.0	0.1299	0.006172	2.0	0.8716E+05
	C <sup>2</sup> N <sub>2</sub>	74.4	0.1590	0.004871	1.6	0.1461E+06
N <sub>2</sub> C <sup>1</sup> C <sup>2</sup>	C <sup>1</sup> C <sup>2</sup>	214.0	0.0883	0.008741	1.2	0.2353E+06
	C <sup>1</sup> N <sub>2</sub>	106.4	0.1082	0.007000	1.0	0.3642E+06
N <sub>2</sub> CC <sup>1</sup>	CC <sup>1</sup>	246.0	0.0601	0.012563	0.7	0.5594E+06
	CN <sub>2</sub>	138.4	0.0735	0.009160	0.5	0.8396E+06
N <sub>2</sub> N <sub>0</sub> C	N <sub>0</sub> C	275.8	0.0499	0.017504	0.4	0.1162E+07
	N <sub>0</sub> N <sub>2</sub>	181.0	0.0500	0.998509	0.0	0.2202E+07

Tabela 3.3 Parametry mechanizmu „dolnego”(rys. 3.44c), dla materiału  $S_{c0}=2.5$  MPa

Mechanizm dolny bez wpływu materiału, $S_{c0}=2.5$ Mpa					
$\alpha_3$ [°]	$\gamma$ [°]	$\delta_\gamma$ [°]	$\delta_{\alpha\beta}$ [°]	$P_3$ [N]	$P_3$ [°]
253.45	2.01	-19.94	-84.22	0.10524E+06	296.00

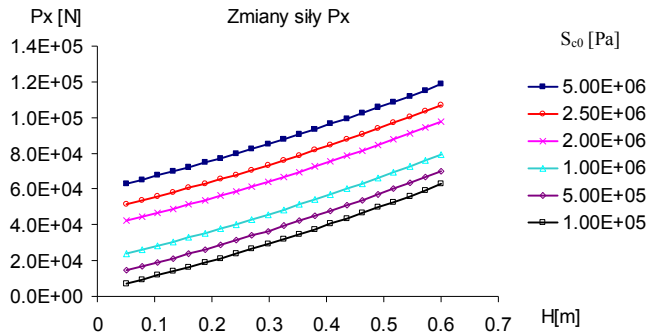
W zależności od wartości parametru  $S_{c0}$  (wytrzymałość na trójosiowe ściskanie) ocena obciążenia jak i geometria mechanizmu dolnego są zmienne. Dla stosunkowo wysokiej wartości parametru  $S_{c0} > 3.0 \text{ MPa}$  optymalnym mechanizmem zniszczenia jest mechanizm z wypływem materiału za narzędziem. W tabeli 3.2 przedstawione są parametry geometryczne mechanizmu dolnego w wypływie materiału (rys. 3.44a). Podobne wartości oszacowań uzyskamy dla ośrodka Coulomba bez obciążenia wytrzymałości ze strony naprężeń ściskających. Należy tu podkreślić, że gdy na liniach nieciągłości stan naprężenia znajduje się w granicach liniowej charakterystyki ośrodka, zastosowana metoda obliczeń daje taką samą ocenę obciążenia dla prawa stowarzyszonego i niestowarzyszonego (3.87, 3.90). Dla modelu ośrodka z obciążeniem ze strony naprężeń ściskających do wartości  $S_{c0} > 3 \text{ MPa}$  stan naprężenia na powierzchniach nieciągłości prędkości odpowiada liniowej charakterystyce wytrzymałościowej ośrodka (dodatnia dylatacja). Siła naporu  $P$  narzędzia praktycznie nie zależy od zmian wytrzymałości na trójosiowe ściskanie  $S_{c0}$ , chociaż nieznacznie zmienia się hodograf prędkości. Wartości prędkości poszczególnych obszarów poza narzędziem są bliskie zeru (tabela 3.2).

Dla ośrodka o wytrzymałości  $S_{c0} \leq 2.5 \text{ MPa}$  optymalnymi mechanizmami zniszczenia są mechanizmy bez wypływu materiału za narzędzie (rysunek 3.44c). Parametry geometryczne mechanizmu zniszczenia przedstawione są w tabeli 3.3. Na liniach nieciągłości prędkości stan naprężenia odpowiada nieliniowej charakterystyce wytrzymałościowej w zakresie naprężeń ściskających. Na powierzchniach nieciągłości prędkości występuje zagęszczanie ośrodka.

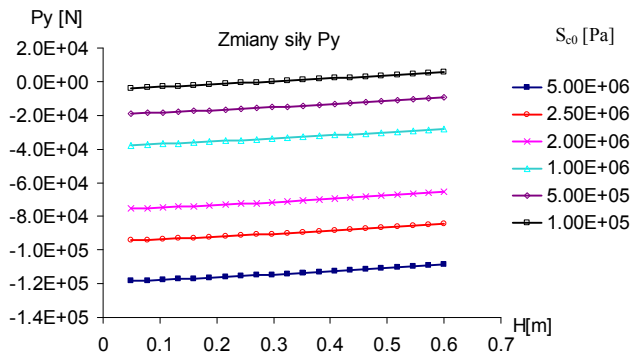
Zbiorecze wyniki sił naporu jak i kierunku działania siły wypadkowej przedstawione są na rysunku 3.45. W zależności od parametru wytrzymałości na trójosiowe ściskanie  $S_{c0}$  otrzymujemy różną wartość oceny naporu pod względem jakościowym i ilościowym.

Przyjęcie modelu Coulomba i stowarzyszonego prawa płynięcia powoduje, że oceny uzyskane na bazie nośności granicznej są dalekie od rzeczywistego oddziaływania narzędzi skrawających o złożonej geometrii. Ośrodek Coulomba wraz ze stowarzyszonym prawem płynięcia nie dopuszcza procesu, w którym następuje zagęszczanie ośrodka. Dlatego też oceny naporu z zagadnieniami kontaktowych, w których stan naprężenia jest wysoki (większy od  $0.1 \text{ MPa}$ ), a taki występuje przy narzędziach z ujemnymi kątami natarcia są bardzo wysokie.

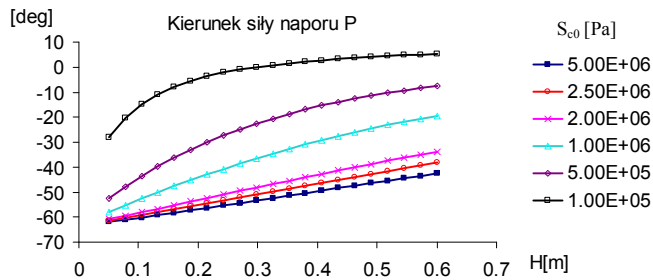
a)



b)



c)



Rys. 3.45 Zmiany sił naporu dla ostrza z ujemnym kątem natarcia krawędzi dolnej w funkcji wysokości skrawania  $H$  dla różnych wartości wytrzymałości na trójosiowe ściskanie  $S_{c0}=0.1-5.0$  MPa. a) zmiany siły naporu  $P_x$ , b) zmiany siły naporu  $P_y$ , c) zmiany kierunku działania siły

Wynika z tego, że do obliczenia wartości siły naporu z uwzględnieniem tarcia na dolnej powierzchni ośrodka konieczne jest prawidłowe określenie cech ośrodka, zarówno znajomości powierzchni granicznej jak i prawa płynięcia jakiemu podlega deformacja ośrodka. W takim zagadnieniu brzegowym należy posługiwać się modelem uwzględniającym różny mechanizm zniszczenia w zakresie obciążeń ściskających i rozciągających. Propozycję modelu bazującego na modelu Coulomba z uwzględnieniem tych cech przedstawiono w niniejszym podrozdziale.

Przedstawione wyniki obliczeń należy traktować jako wytyczne do dalszej pracy w zakresie oddziaływania stępionych narzędzi skrawających ośrodki spoiste.

### 3.8.3 Ocena siły naporu dla różnych stopni zużycia zębów

Do obliczeń wpływu stopnia zużycia zębów na opory urabiania został zastosowany mechanizm przedstawiony na rysunku 3.42. Wyniki obliczeń porównano z badaniami doświadczalnymi dla procesu naporu łyżki koparki uzbrojonej w zęby. Wyniki badań doświadczalnych przedstawione są w rozdziale 2.5, na rysunku 2.41. Porównanie zostało wykonane dla początkowej fazy naporu łyżki, kiedy siły osiągają pierwsze maksymalne wartości. Obliczenia i wartości zmierzonych sił są przedstawione w tabeli 3.4. Przyjęte parametry geometryczne kształtu zębów oraz parametry ośrodka odpowiadały parametrom w badaniach doświadczalnych. Założono, że ośrodek jest jednorodny, a całkowita wartość siły naporu  $P$  jest sumą składowych siły  $P_1$  i  $P_2$ , które odchylają się od normalnej do narzędzia o kąt tarcia wewnętrznego  $\delta_s=12^\circ$ , (rys. 3.42)

Symulacja numeryczna początkowej fazy procesu została przeprowadzona dla dwóch spójności ośrodka  $c=30$  kPa i 45 kPa oraz trzech stopni zużycia narzędzia. Teoretyczna ocena obciążeń przewyższa wartości sił uzyskane w badaniach eksperymentalnych.

Tabela 3.4. Obliczone i zmierzone wartości sił naporu dla różnych stopni zużycia

	zużycie zębów					
	2 mm		10 mm		20 mm	
	num.	eksp.	num.	eksp.	num.	eksp.
ośrodek średnio zagęszczony $c=30$ kPa	3420	2300	5091	4350	7170	6400
ośrodek gęsty $c=45$ kPa	4456	3600	7380	4900	10830	7650



### 3.9 Ustalone wciskanie stempla i klina

Obecnie rozpatrzmy zagadnienie ustalonego wciskania stempla i klina (rys. 3.48) w ośrodek gruntowy opisany eliptycznym warunkiem granicznym. W zagadnieniu tym poszukujemy rozwiązania, dla którego mechanizm deformacji jest niezależny od głębokości stempla i powstaje lokalny ustabilizowany mechanizm zniszczenia. Mechanizm deformacji zakłada, że pionowemu przemieszczeniu narzędzia towarzyszy zagęszczanie ośrodka. W wyniku ruchu stempla powstaje otwór o szerokości stempla. Do opisu tego zagadnienia konieczne jest zastosowanie modelu ośrodka przewidującego zagęszczanie materiału, np. modelu o eliptycznej powierzchni granicznej. Zadanie to rozwiążemy zakładając płaski stan odkształcenia materiału oraz zakładając stowarzyszone prawo plastycznego płynięcia przy pominięciu odkształceń sprężystych ośrodka. Podobny problem brzegowy przy zastosowaniu modelu liniowego był rozpatrywany w pracy [22].

Przyjmujemy linię stanów krytycznych, dla których plastyczne płynięcie zachodzi bez zmian objętościowych w następującej postaci:

$$\tau_0 = A_1 \left[ 1 - e^{-A_2 \sigma_0} \right], \quad (3.91)$$

gdzie  $A_1$ ,  $A_2$  są stałymi materiałowymi, a  $\sigma_0$  jest naprężeniem określającym stan zagęszczenia ośrodka. Równanie to zakłada istnienie asymptoty  $\tau_0 = A_1$  dla  $\sigma_0 \rightarrow \infty$ . Zakładamy eliptyczną powierzchnię graniczną, która w przestrzeni naprężeń kontaktowych  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$  przyjmuje postać:

$$F(\sigma_n, \tau_n) = \frac{(\sigma_n - \sigma_0)^2}{a^2} + \frac{\tau_n^2}{b^2} - 1 = 0, \quad (3.92)$$

gdzie  $a$ ,  $b$  są rozmiarami dużej i małej półosi elipsy, zaś  $\sigma_0$  jest położeniem środka elipsy na osi naprężeń normalnych. Zakładamy, że środek elipsy  $\sigma_0$  związany jest z jej wielkością, a mianowicie:

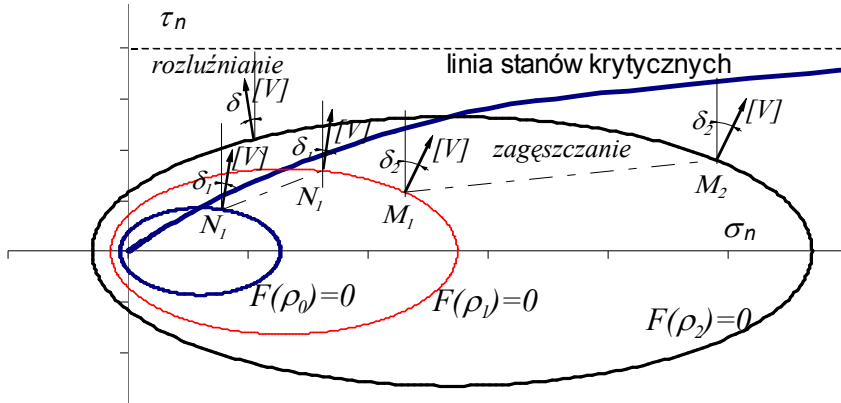
$$\sigma_0 = ka, \quad (3.93)$$

gdzie  $k$  jest stałą materiałową. Przyjmujemy, że wraz ze zmianami gęstości ośrodka zmienia się rozmiar i położenie powierzchni granicznej w następującej postaci:

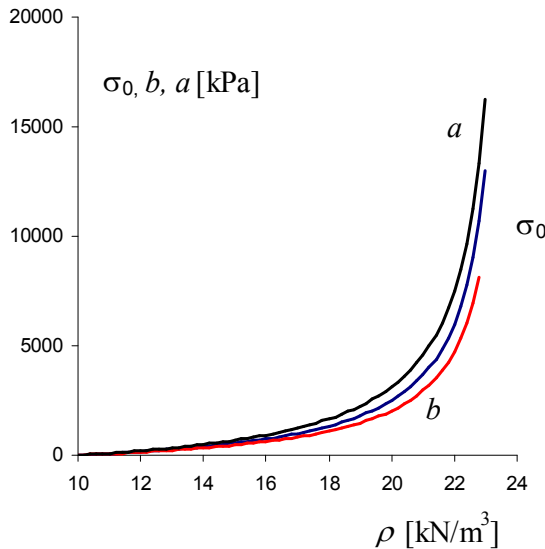
$$\sigma_0 = C_1 \left[ \left( \frac{\rho_{\max} - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho} \right)^{C_2} - 1 \right], \quad (3.94)$$

gdzie  $C_1$ ,  $C_2$  są stałymi materiałowymi, a  $\rho_{\max}$  i  $\rho_{\min}$  określają maksymalny i minimalny ciężar właściwy. Wielkość półosi małej elipsy  $b$  określa równanie linii stanów krytycznych 3.91. Eliptyczne powierzchnie graniczne i linia stanów krytycznych przedstawione są na rysunku 3.46. Linia stanów krytycznych rozdziela stany naprężenia, dla których ośrodek rozluźnia się (dodatnie kąty dylatacji) i

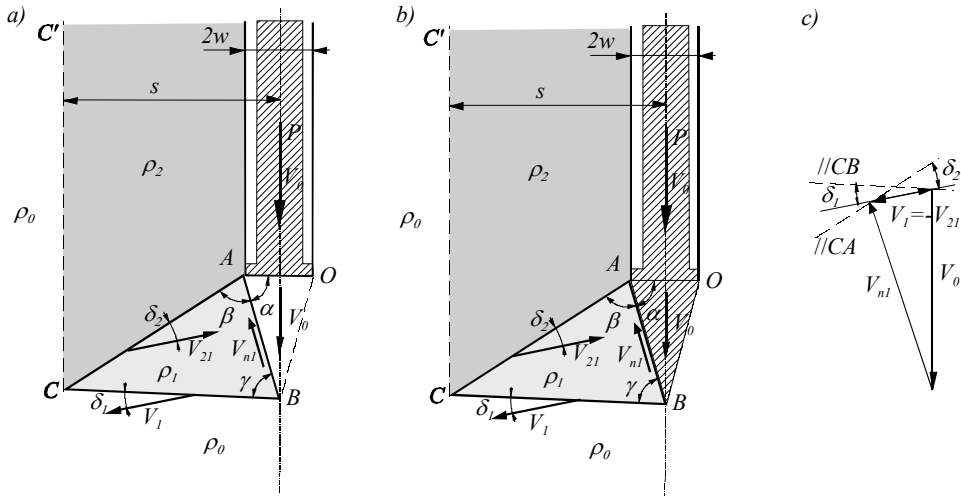
osłabia od stanów zagęszczania (ujemne kąty dylatacji), dla których następuje wzmocnienie ośrodka. Rysunek przedstawia trzy powierzchnie graniczne odpowiadające materiałowi o zagęszczeniach  $\rho_0 < \rho_1 < \rho_2$ . Zmiany położenia środka elipsy  $\sigma_0$  i rozmiaru półosi  $a$  i  $b$  w funkcji ciężaru właściwego  $\rho$  przedstawione są na rysunku 3.47.



Rys. 3.46 Eliptyczne powierzchnie graniczne i asymptotyczna linia stanów granicznych na płaszczyźnie fizycznej  $\sigma_n, \tau_n$ .



Rys. 3.47 Zmiany położenia środka elipsy  $\sigma_0$  i rozmiaru małej półosi  $b$  w funkcji  $\rho$ .



Rys. 3.48 Mechanizm zniszczenia i hodograf prędkości dla ustalonego wciskania stępła i klina.

Poszukujemy rozwiązania w którym stempel o szerokości  $2w$  porusza się pionowo w dół z prędkością  $V_0$  i powoduje zagęszczanie ośrodka w strefie interakcji. Zakładamy prosty symetryczny mechanizm zniszczenia, (rys. 3.48), składający się z dwóch sztywnych obszarów  $OAB$  i  $ABC$ . Obszar  $OAB$  porusza się ze stemplem z prędkością  $V_0$ , zaś obszar  $ABC$  porusza się z prędkością  $V_1$ . Względna prędkość ruchu pomiędzy obszarami  $V_{n1}$  jest równoległa do powierzchni nieciągłości prędkości  $AB$ . Poza tymi obszarami ośrodek nie porusza się. Geometria mechanizmu zniszczenia określona jest trzema kątami  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Zakładamy, że geometria mechanizmu jest niezmienna w trakcie ruchu stempla, tzn. że powierzchnie nieciągłości poruszają się wraz ze stemplem z prędkością  $V_0$ . Na powierzchni nieciągłości prędkości  $BC$  ośrodek doznaje skoku prędkości  $V_1$ , który odchyła się o kąt dylatacji  $\delta_1$  od kierunku powierzchni. Poszczególne prędkości wynoszą:

$$V_1 = -V_{21} = V_0 \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\gamma - \delta_1)}, \quad V_{n1} = V_0 \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha - \gamma + \delta_1)}{\sin(\gamma - \delta_1)}. \quad (3.95)$$

Zmiany gęstości ośrodka zachodzą na powierzchniach nieciągłości prędkości  $BC$  i  $BA$ , na których wektor skoku prędkości odchyła odpowiednio o kąty dylatacji  $\delta_1$  i  $\delta_2$ . Wartość kąta dylatacji  $\delta_2$  jest funkcją  $\delta_1$  oraz parametrów geometrycznych i jego wartość wynosi  $\delta_2 = 180^\circ - \beta - \gamma + \delta_1$ . Na powierzchni  $BC$  następuje zmiana gęstości ośrodka z  $\rho_0$  na  $\rho_1$ . Zmianę gęstości wyznaczymy z warunku zachowania masy, zgodnie z równaniem (3.50) ciężar właściwy  $\rho_1$  wynosi :

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{V_0 \cdot \mathbf{n}_1}{V_{n1} \cdot \mathbf{n}_1} = \rho_0 \frac{V_0 \cos(\gamma - \alpha)}{V_{n1} \cos(\gamma - \pi/2)}, \quad (3.96)$$

Na powierzchni nieciągłości prędkości  $CA$  materiał doznaje skoku prędkości  $V_{21} = -V_1$  i ośrodek po jej przejściu ma zerową prędkość, a jego gęstość wynosi  $\rho_2$  i wyraża się związkiem:

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{V_{n1} \cdot \mathbf{n}_2}{V_0 \cdot \mathbf{n}_2} = \rho_1 \frac{V_{n1} \sin(\beta)}{V_0 \cos(\pi - \beta - \alpha)} = \rho_0 \frac{\cos(\gamma - \alpha) \sin(\beta)}{\sin(\gamma) \cos(\pi - \beta - \alpha)}. \quad (3.97)$$

Zmianę gęstości  $\rho_2$  możemy także określić ze związków geometrycznych, a mianowicie:

$$\rho_2 = \rho_0 \frac{s}{s - w}, \quad (3.98)$$

gdzie  $s$  jest szerokością strefy ruchu ośrodka.

Zadanie to rozwiążemy korzystając z bilansu mocy dysypowanych, a mianowicie:

$$P(\alpha, \beta, \gamma, \delta_1) V_0 = 2(D_{BC} + D_{CA} + D_{AB} - Q_1 V_{1g}) - Q_0 V_0, \quad (3.99)$$

gdzie  $D_{BC}, D_{CA}, D_{AB}$  są mocami dysypowanymi na powierzchniach nieciągłości prędkości, zaś wyrażenia  $Q_0 V_0, Q_1 V_{1g}$  są mocami sił grawitacji odpowiednio dla obszaru  $OAB$  o ciężarze  $Q_0$  i obszaru  $ABC$  o ciężarze  $Q_1$ . Prędkość  $V_{1g}$  jest rzutem prędkości  $V_1$  na kierunek pionowy.

Dla stowarzyszonego prawa płynięcia wektor skoku prędkości odchyła się od linii nieciągłości prędkości o kąt dylatacji  $\delta$ , który dla eliptycznej powierzchni granicznej (3.92) określony jest przez równanie:

$$\tan \delta = - \left( \frac{\partial F}{\partial \sigma_n} \right) / \left( \frac{\partial F}{\partial \tau_n} \right) = - \left( \frac{b}{a} \right)^2 \frac{(\sigma_n - \sigma_0)}{\tau_n}. \quad (3.100)$$

W tym przypadku wartość kąta dylatacji jest funkcją stanu naprężenia na linii nieciągłości prędkości. Uwzględniając związki (3.92, 3.100) wyznaczmy stan naprężenia na powierzchni nieciągłości prędkości w funkcji kąta dylatacji, a mianowicie:

$$\tau_n = b \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \tan^2 \delta + 1}}, \quad \sigma_n = \sigma_0 - \operatorname{sgn}(\delta) \frac{a^2}{b} \sqrt{\frac{\tan^2 \delta}{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \tan^2 \delta + 1}}. \quad (3.101)$$

Dysypacja na powierzchni nieciągłości prędkości dla eliptycznego warunku jest uzależniona od stanu naprężenia. Przyjmując naprężenia ściskające za dodatnie i

odkształcenia ściskające za ujemne (ujemny kąt dylatacji), moc dysypowana wyraża się związkiem:

$$D = l(\tau_n[V]\cos\delta - \sigma_n[V]\sin\delta), \quad (3.102)$$

gdzie:  $l$  jest długością powierzchni nieciągłości prędkości,  $[V]$  jest skokiem prędkości, zaś  $\tau_n$ ,  $\sigma_n$  określają zależności (3.101). W zadaniu naszym poszukujemy rozwiązania ustalonego, w którym powierzchnie nieciągłości prędkości BC i CA rozgraniczają ośrodek o różnych gęstościach. Wyznaczając moc dysypowaną uwzględnimy, że stan naprężenia zmienia się przy przejściu ośrodka przez powierzchnię nieciągłości prędkości. Na rysunku 3.46 zaznaczone są ścieżki naprężenia jakie są związane ze zmianą gęstości z  $\rho_0$  do  $\rho_1$  przy zachowaniu stałego kąta dylatacji  $\delta_1$  (punkt  $N_1$ ), oraz ścieżka  $M_1$ - $M_2$  przy zmianie gęstości ośrodka z  $\rho_1$  do  $\rho_2$  przy stałym kącie dylatacji  $\delta_2$ . Uwzględniając zmiany gęstości i zakładając, że kąt dylatacji jest stały moc dysypowana określimy ze związków :

$$D_{BC} = \frac{2}{\rho_0 + \rho_1} \int_{\rho_0}^{\rho_1} D(\rho, \delta_1) d\rho, \quad D_{AC} = \frac{2}{\rho_1 + \rho_2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} D(\rho, \delta_2) d\rho. \quad (3.103)$$

Powierzchnia nieciągłości prędkości  $AB$  jest powierzchnią materialną, w której ośrodek doznaje progresywnej postaciowej deformacji i nie zachodzą zmiany objętości. Stan naprężenia na niej określa równanie linii stanów krytycznych i moc dysypowana wyraża się związkiem :

$$D_{AB} = l_{AB} V_{n1} \tau_n^{AB}, \quad (3.104)$$

gdzie  $\tau_n^{AB}$  jest naprężeniem stycznym działającym na powierzchni  $AB$ . Wartość naprężenia określimy z warunku równowagi sił działających na obszar  $OAB$ , a mianowicie:

$$\mathbf{P} + \mathbf{Q}_0 + \mathbf{R}^{AB} + \mathbf{R}^{OB} = 0, \quad (3.105)$$

gdzie  $R_{AB}$  jest wypadkową siłą działającą na powierzchni nieciągłości prędkości  $AB$  i o wartości równej:

$$R^{AB} = l_{AB} \sqrt{(\tau_n^{AB})^2 + (\sigma_n^{AB})^2}, \quad (3.106)$$

gdzie pomiędzy naprężeniami  $\tau_n^{AB}$  i  $\sigma_n^{AB}$  zachodzą związki (3.91), zaś kierunek działania wypadkowej siły  $R^{AB}$  odchyła się od normalnej do powierzchni  $AB$  o kąt  $\xi = \arctan(\tau_n^{AB}, \sigma_n^{AB})$ . Równanie (3.105) jest równaniem wektorowym, które rozwiążemy rzutując wektory sił na kierunek pionowy, a mianowicie

$$P + Q_{OAB} = 2R^{AB} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \xi\right). \quad (3.107)$$

Równania (3.99, 3.107) są układem równań, które dla zadanych parametrów geometrycznych  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  i kąta dylatacji  $\delta_1$  pozwalają wyznaczyć wartość siły nacisku stempla. Optymalny mechanizm zniszczenia i związane z nim zmiany gęstości określimy z warunku minimum mocy dysypowanej w funkcji kątów  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  i kąta dylatacji  $\delta_1$ .

W przypadku wciskania klina o kącie rozwarcia  $\alpha$  (rys. 3.48b) zakładamy prawo tarcia Coulomba pomiędzy klinem a ośrodkiem, a mianowicie:

$$\tau_n = \sigma_n \tan(\delta_s), \quad (3.108)$$

gdzie  $\delta_s$  jest kątem tarcia zewnętrznego. W tym przypadku bilans mocy dysypowanej zapiszemy w analogicznej postaci do równania 3.99, a mianowicie:

$$PV_0 = 2(D_{BC} + D_{CA} + D_{AB} - Q_1 V_{1g}), \quad (3.109)$$

gdzie składowe  $D_{BC}$  i  $D_{AC}$  oraz moc sił ciężkości  $Q_1 V_{1g}$  są określone takimi samymi zależnościami jak w przypadku stempla, zaś moc dysypowaną na powierzchni kontaktu  $AB$  określimy z warunku równowagi sił działających na powierzchnię klina, a mianowicie:

$$D_{AB} = V_{n1} T^{AB}, \quad T^{AB} = R^{AB} \sin \delta_s = \frac{P \sin \delta_s}{2 \sin(90 - \alpha + \delta_s)}. \quad (3.110)$$

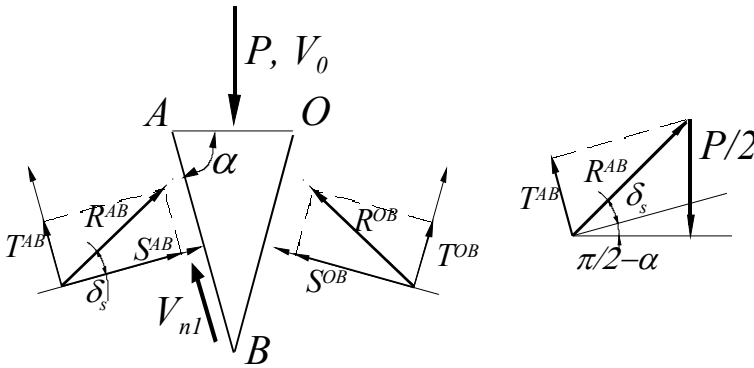
Na rysunku 3.49 przedstawiony jest schemat sił działających na obszar  $OAB$ . Kierunek siły wypadkowej reakcji  $R^{AB}$  odchyła się o kąt tarcia  $\delta_s$  od normalnej do powierzchni. Ostatecznie wartość siły  $P$  wyznaczymy wstawiając wyrażenia na moc dysypowaną  $D_{AB}$  do równania 3.109, a mianowicie:

$$P = \frac{2(D_{BC} + D_{CA} - Q_1 V_{1g})}{V_0 - V_{n1} \frac{\sin \delta_s}{\sin(90 - \alpha + \delta_s)}}. \quad (3.111)$$

W zagadnieniu zagłębiania klina należy sprawdzić czy wartości naprężeń kontaktowych na powierzchniach kontaktu nie są większe aniżeli naprężenia wynikające w warunku wytrzymałościowego ośrodka. W takim przypadku należy w miejsce prawa tarcia Coulomba zastosować rozkład sił wynikający z równania linii stanów krytycznych, analogicznie jak w przypadku stempla. Ponadto należy porównać, czy ocena zadania przy założeniu obszaru zalegania nie daje mniejszej wartości obciążenia.

Obliczenia zostały wykonane dla następujących stałych materiałowych:  $A_1=20000 \text{ kN/m}^2$ ,  $A_2=0.00004 \text{ m}^2/\text{kN}$ ,  $C_1=1000 \text{ kN/m}^2$ ,  $C_2=1.0$ ,  $\rho_{\min}=10 \text{ kN/m}^3$ ,  $\rho_{\max}=24 \text{ kN/m}^3$ ,  $k=0.9$ . Dla tych danych materiałowych początkowy kąt pochylenia linii stanów krytycznych wynosi  $\phi = 38.6^\circ$  ( $\tan \phi = A_1 A_2 = 0.8$ ). Wyniki obliczeń

ustalonego wciskania stempla dla różnych początkowych gęstości przedstawione są na rysunkach 3.50 i 3.52 oraz zebrane w tabeli 3.5. Zmiany nacisku stempla  $P_n=0.5P/w$  i rozmiaru strefy oddziaływania  $s/w$  w funkcji gęstości ośrodka przedstawione są na rysunku 3.50. Dodatkowo w tabeli zamieszczono wartości kątów dylatacji  $\delta_1$  i  $\delta_2$  oraz wartości gęstości poszczególnych obszarów. Geometrię mechanizmów deformacji dla ustalonego wciskania stempla przedstawia rysunek 3.52. Zarówno siła naporu jak i mechanizm deformacji są silnie zależne od stopnia zagęszczenia ośrodka. Wraz ze wzrostem gęstości obszar deformacji ośrodka powiększa się od wartości  $s/w=6.03$  dla ośrodka luźnego  $\rho=12 \text{ kN/m}^3$  do wartości  $s/w=18.67$  dla ośrodka gęstego  $\rho=22 \text{ kN/m}^3$ .



Rys. 3.49 Równowaga sił działających na powierzchnię kontaktową AB

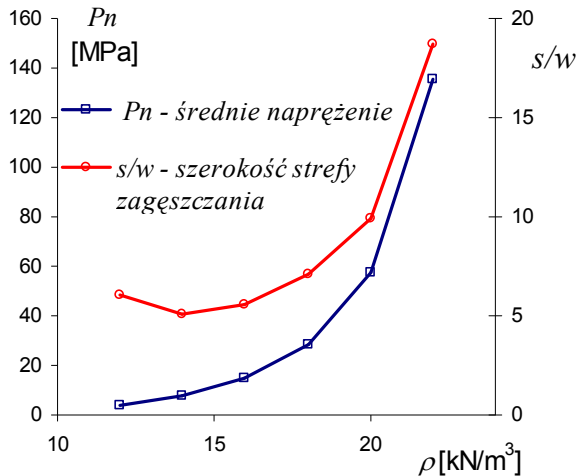
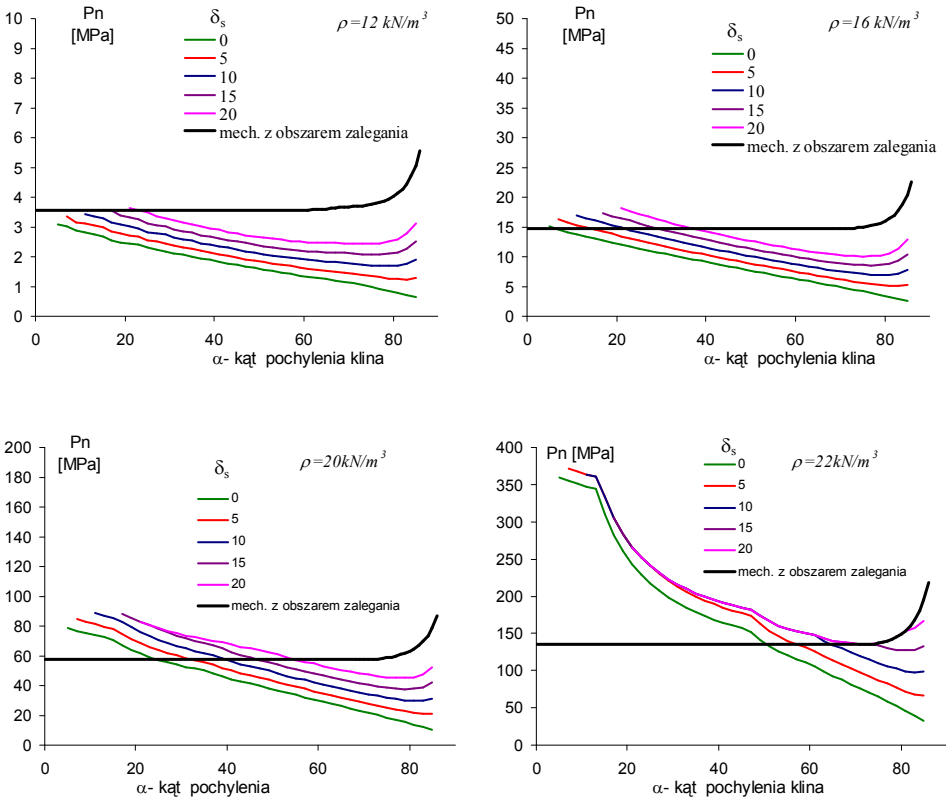
Rys. 3.50 Zmiany nacisku stempla i rozmiaru strefy oddziaływania w funkcji ciężaru właściwego ośrodka  $\rho$ .

Tabela 3.5 Wyniki obliczeń ustalonego wciskania stempla dla różnych gęstości ośrodka.

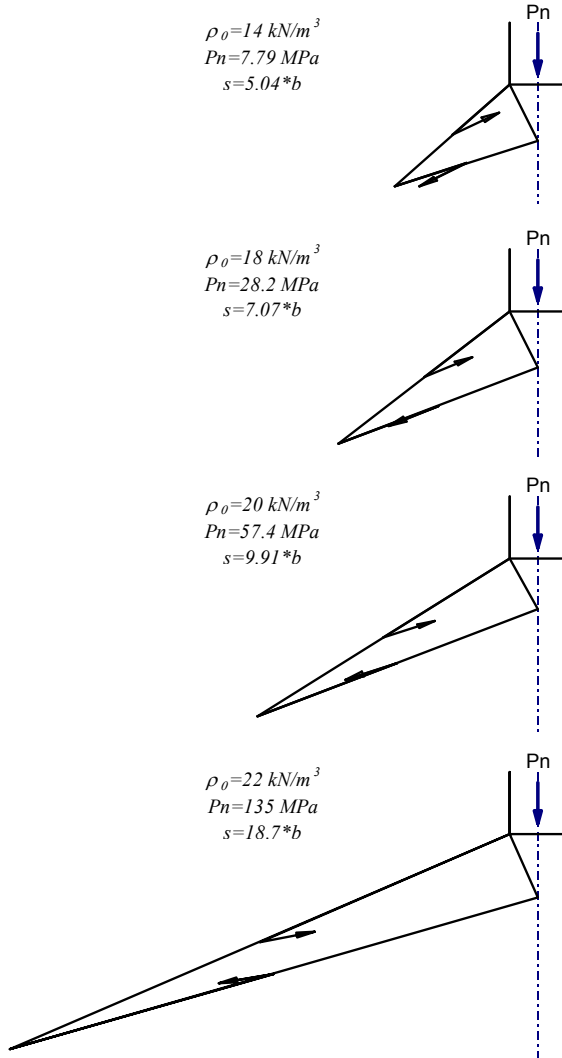
$\rho_0$	$P_n$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\rho_1$	$\rho_2$	$s/w$
12	3.58	14.85	-25.91	10.11	14.39	6.03
14	7.79	-10.27	-16.89	15.03	17.46	5.04
16	14.78	-8.27	-16.89	16.93	19.53	5.53
18	28.24	-2.24	-16.87	18.28	20.97	7.07
20	57.36	3.77	-16.85	19.46	22.25	9.91
22	135.37	7.77	-16.82	21.05	23.24	18.67

Rys. 3.51 Zmiany nacisku klina w funkcji kąta rozwarcia dla różnych kątów tarcia  $\delta_s=0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$  i dla ośrodków o różnej początkowym zagęszczeniu.

Na rysunku 3.51 przedstawione są zmiany nacisku klina o różnym kącie pochylenia powierzchni bocznej dla różnych kątów tarcia zewnętrznego  $\delta_s=0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ . Na wykresach przedstawione są wyniki obliczeń dla mechanizmu z obszarem zalegania. Dla małych początkowych gęstości siła wciskania klina z



mechanizmem tarcia na powierzchni kontaktowej jest znacznie mniejsza aniżeli dla mechanizmu deformacji ze strefą zalegania. Sytuacja zmienia się wraz ze wzrostem gęstości, kiedy dla małych kątów pochylenia klina energetycznie korzystniejszym mechanizmem okazuje się mechanizm z obszarem zalegania. Ponadto dla ośrodka gęstego ( $\rho=22 \text{ kN/m}^3$ ) i kątów tarcia  $\delta_s > 0$  stan naprężenia na powierzchni kontaktu osiąga wartości graniczne wynikające z warunku linii stanów krytycznych (3.91).



Rys. 3.52 Zmiany geometrii mechanizmu zniszczenia dla ustalonego wciskania stempla dla różnych początkowych gęstości ośrodka.

### 3.10 Zastosowanie górnej oceny nośności granicznej do opisu procesów odpajania przy uwzględnieniu krzywoliniowej geometrii narzędzia

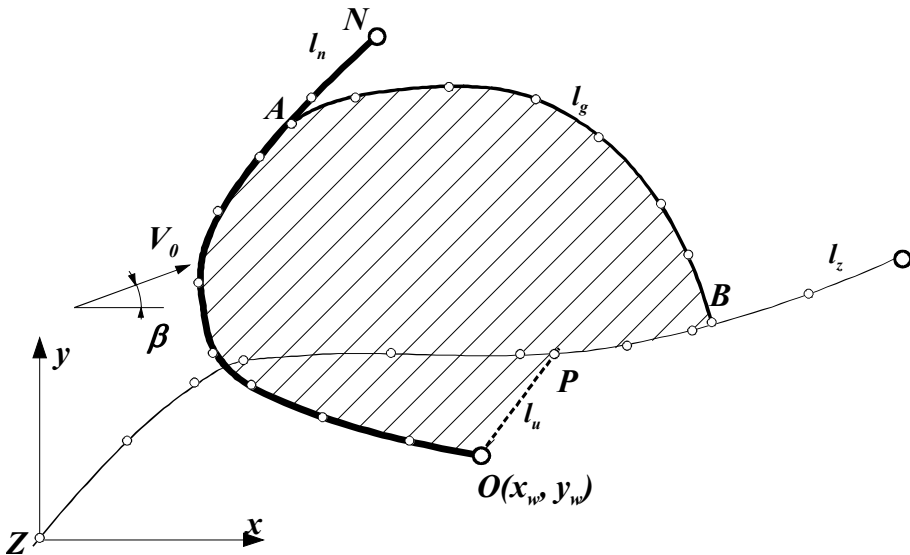
W rozdziale zostanie przedstawione zastosowanie metody nośności granicznej w odniesieniu do procesów urabiania gruntów spoistych narzędziami o złożonej geometrii (typu lemiesz, łyżka koparki, ładowarki). W przypadku ośrodka opisanego modelem Coulomba zastosowanie metod nośności granicznej daje dobre wyniki dla zaawansowanej fazy procesu urabiania, gdy występuje działanie naporowe (faza wypełnienia łyżki). Prawidłowa ocena (zarówno wartości siły jak i mechanizmu deformacji) zależy od odpowiedniego przyjęcia parametrów wytrzymałościowych ośrodka urobionego (parametry residualne). W ramach analizy oddziaływania narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy został opracowany przez autora program komputerowy „Analiza mechanizmów urabiania dla narzędzi o krzywoliniowym zarysie”. Program ten umożliwi obliczenie naporu narzędzia o krzywoliniowym zarysie pracującym w płaskim stanie odkształcenia. Program jest przeznaczony do obliczenia naporu narzędziami maszyn budowlanych typu koparka, ładowarka, spycharka, urabiającymi ośrodek opisany zmodyfikowanym modelem Coulomba z osłabieniem. Metoda obliczeń naporu bazuje na kinematycznej ocenie nośności granicznej, zakładając że w strefie współpracy narzędzia z ośrodkiem powstaje szereg brył sztywnych rozdzielonych powierzchniami nieciągłości prędkości.

#### 3.10.1 Warunki brzegowe i mechanizm zniszczenia

Program służy do obliczenia siły naporu i wyznaczenia mechanizmu zniszczenia dla narzędzi krzywoliniowych poruszających się w ośrodku Coulomba o zróżnicowanych parametrach wytrzymałościowych. Na rysunku 3.53 przedstawiony jest przykładowy problem brzegowy. Ośrodek nieurobiony określony jest w kartezjańskim układzie współrzędnych OXY zbiorem  $l_z$  punktów.

Narzędzie krzywoliniowe ON określone zbiorem  $l_n$  punktów porusza się z prędkością  $V_0$  nachyloną pod kątem  $\beta$  do poziomu. Narzędzie zajmuje położenie określone współrzędnymi  $x_w$ ,  $y_w$ . Od końca narzędzia wychodzi linia OP rozgraniczająca ośrodek nieurobiony od ośrodka urobionego (osłabionego)- jest ona określona zbiorem  $l_u$  punktów.

Narzędzie wypełnione jest ośrodkiem urobionym OABPO, którego zarys określony jest zbiorem  $l_g$  punktów, przy czym na linii OA zarys pokrywa się z zarysem narzędzia, zaś na linii PB z zarysem złoża.



Rys. 3.53 Warunki brzegowe.

W ogólnym przypadku mechanizm zniszczenia zakłada występowanie trzech stref (rys. 3.54): strefy zalegania, strefy wypiętrzania i strefy przesuwnej.

Strefa zalegania porusza się wraz z narzędziem z prędkością  $V_0$ . Strefa zalegania określona jest zarysem krzywoliniowym (może być linią prostą). Obszar strefy zalegania jest optymalizowany w trakcie obliczeń. Punkt początkowy strefy zalegania rozpoczyna się na krawędzi narzędzia lub też na pierwszym punkcie wypukłym, zaś punkt końcowy może wystąpić na styku ośrodka urobionego z narzędziem lub też na powierzchni swobodnej ośrodka urobionego.

Strefa wypiętrzania składa się z szeregu sztywnych bloków poruszających się wzdłuż linii wypiętrzania  $l_w$ . Strefa wypiętrzania ograniczona jest od złoza linią  $OS$  ścięcia pierwotnego, Na linii nieciągłości prędkości  $OS$  ośrodek doznaje skoku prędkości  $V_1$ . Kąt pochylenia linii ścięcia pierwotnego jest optymalizowany w trakcie obliczeń. Ośrodek w strefie wypiętrzania porusza się względem narzędzia z prędkością  $V_w$ .

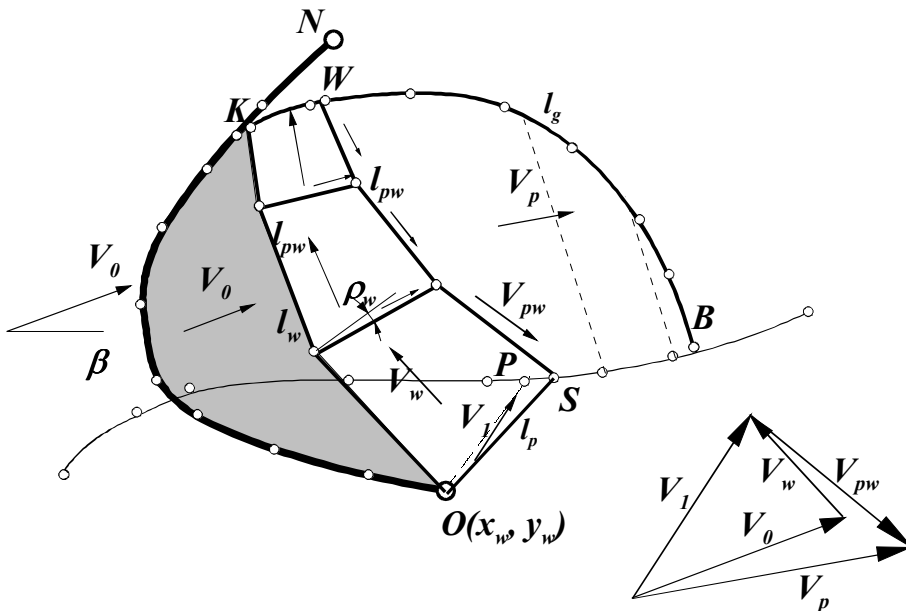
Dla linii wypiętrzania składającej się z co najmniej dwóch odcinków w strefie wypiętrzania następuje załamanie kierunku ruchu tej strefy. Tworzy się siatka powierzchni nieciągłości prędkości. W programie obliczeniowym zostało przyjęte, że powierzchnie nieciągłości prędkości wychodzące z naroża linii wypiętrzania odchylone są o kąt  $\rho_w$  od dwusiecznej kąta pomiędzy liniami tworzącymi linię wypiętrzania. Kąt pochylenia linii  $\rho_w$  jest optymalizowany w trakcie obliczeń.

Strefa przesuwna porusza się z prędkością  $V_p$  równoległą do linii  $SP$  opisującej kształt złoza. Ograniczona jest od obszaru wypiętrzania linią ścięcia wtórnego  $SW$ , na której ośrodek doznaje skoku prędkości  $V_{pw}$ . Kąt pochylenia linii ścięcia wtórnego jest optymalizowany w trakcie obliczeń

Pełna konfiguracja danych wejściowych do obliczeń obejmuje: Parametry wytrzymałościowe gruntu, kształt narzędzia, kształt złoza, kształt ośrodka urobionego, kształt linii rozdziału ośrodka urobionego od złoza, parametry obliczeń (dokładność optymalizacji).

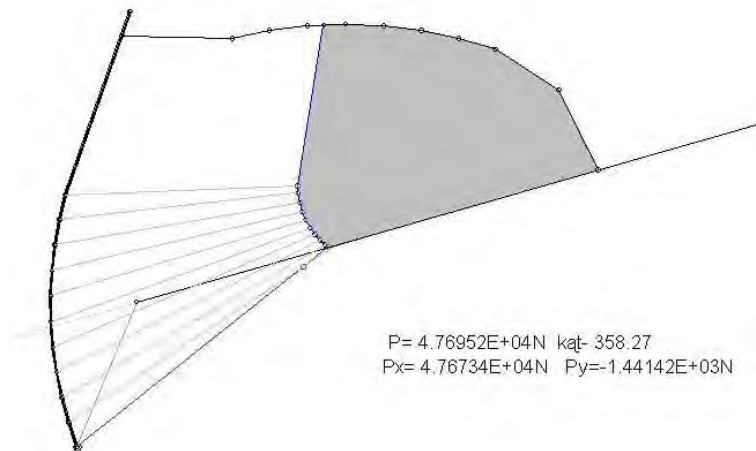
### 3.10.2 Przykładowe wyniki symulacji numerycznej.

Na rysunku 3.55 przedstawione są przykładowe wyniki symulacji numerycznej wykonanej dla naporu lemiesza i procesu napełniania ładowarki. W przedstawionych przykładach narzędzie o krzywoliniowym zarysie aproksymowane jest zbiorem odcinków. Optymalny mechanizm zniszczenia dla naporu lemiesza (rys. 3.55a) składa się ze strefy wypiętrzania i strefy przesuwniej (zacieniowanej) poruszającej się jako sztywna bryła po złożu. W procesie napełniania ładowarki (rys. 3.55b) mechanizm składa się ze strefy zalegania (obszar zacieniowany) i strefy wypiętrzania.

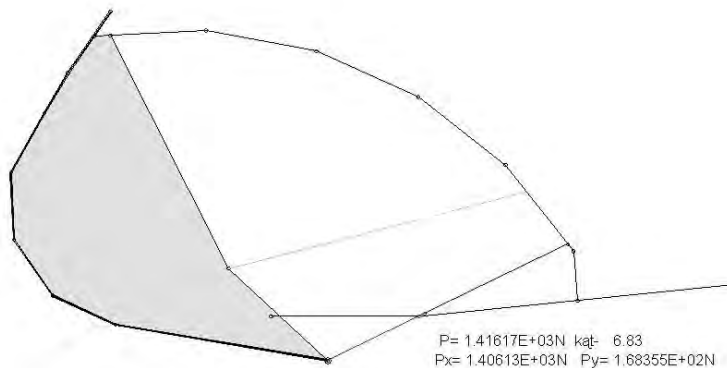


Rys. 3.54. Mechanizm zniszczenia.

a)



b)



Rys. 3.55 Mechanizm zniszczenia w procesie naporu narzędzi na spoisty ośrodek gruntowy, a) napór lemiesza, b) napełnianie łyżki ładowarki

### 3.10.3 Porównanie wyników symulacji numerycznej i badań doświadczalnych

Do analizy numerycznej przyjęto parametry ośrodka odpowiadające parametrom ośrodka używanego w badaniach doświadczalnych, a mianowicie:

- ośrodek gęsty:  $\rho=27^\circ$ , spójność  $c\sim 45\text{ kPa}$  i gęstość  $\gamma=17,2\text{ kN/m}^3$ ,
- ośrodek średnio zagęszczony:  $\rho=27^\circ$ ,  $c\sim 30\text{ kPa}$ ,  $\gamma=16,8\text{ kN/m}^3$ ,

- ośrodek luźny:  $\rho=27^\circ$ ,  $c\sim 15$  kPa,  $\gamma=16.2$  kN/m<sup>3</sup>.

Dla celów analizy przyjęto spójność residualną ośrodka urobionego  $c_r=1$  kPa. Wyniki symulacji przeprowadzono dla łyżki koparki z trzema rodzajami zębów (ostry, zużyty 10 mm i zużyty 20 mm). W tabelach 3.6, i 3.7 zebrane zostały wyniki obliczeń i danych eksperymentalnych. Porównano dwie fazy wypełnienia narzędzia. W tabeli 3.6 przedstawiono porównanie dla początkowej fazy procesu, odpowiadającej zagłębieniu zębów koparki 50 mm w złożę zaś w tabeli III zebrano wyniki odpowiadające przemieszczeniu 600 mm. Wyniki teoretyczne porównano z badaniami przedstawionymi na rysunku 2.43, przy czym wartości sił z badań eksperymentalnych odpowiadają maksimum sił występujących w początkowej fazie procesu (około 50 mm) i fazie zaawansowanej (około 600 mm). Do obliczeń teoretycznych przyjęto konfigurację gruntu z badań eksperymentalnych (rys. 2.43).

Dla początkowej fazy urabiania ośrodka teoretyczne wartości składowej poziomej siły naporu są wyższe aniżeli w badaniach eksperymentalnych, niemniej jednak występuje dobra zgodność dla ośrodka luźnego ( $c=15$  kPa) i średnio zagęszczonego ( $c=30$  kPa). Dla ośrodka gęstego wartości teoretyczne są znacznie wyższe (20 % dla zęba ostrego, 44 % dla zużycia 20 mm i aż 80 % dla zużycia 10 mm).

Tabela 3.6 Porównanie wyników symulacji numerycznej i badań eksperymentalnych dla początkowej fazy procesu

spójność	zużycie zębów	Początkowa faza procesu (50 mm)			
		Fx		Fy	
		Eksp.	Symul.	Eksp.	Symul.
15 kPa	20	3110	3758	600	25
	10	2700	2989	700	-396
	ostry	1500	1417	250	-1322
30 kPa	20	6400	7356	1780	8
	10	4350	5178	620	-878
	ostry	2300	2834	170	-2645
45 kPa	20	7650	10964	1700	18
	10	4900	8707	1400	-1361
	ostry	3600	4252	500	-3967

W początkowej fazie procesu w badaniach eksperymentalnych wartość pionowej składowej  $F_y$  była dodatnia. Jej wartość rosła wraz ze zużyciem zębów. Jak widać z przedstawionych wyników obliczeń teoretycznych zastosowanie prostych mechanizmów zniszczenia i modelu liniowego modelu ośrodka nie jest w stanie prawidłowo tego zjawiska opisać.

Obliczenia teoretyczne dają tylko w przypadku zużycia 20mm wartość dodatnią niewiele większą od zera. Dla zęba ostrego i o zużyciu 10 mm wartości sił pionowych są ujemne. Dla zaawansowanej fazy procesu obliczenia teoretyczne wykazują dobrą zgodność zarówno składowej poziomej jak i pionowej, szczególnie dla łyżki koparki z ostrymi zębami, tabela 3.7.

Tabela 3.7 Porównanie wyników symulacji numerycznej i badań eksperymentalnych dla zaawansowanej fazy procesu.

spójność	zużycie zębów	Zaawansowana faza procesu (600mm)			
		Fx		Fy	
		Eksp.	Symul.	Eksp.	Symul.
15 kPa	20	3900	5188	-500	127
	10	3500	4354	-1200	-785
	ostry	2550	2338	-1200	-1053
30 kPa	20	6850	8904	60	-67
	10	5200	7315	-900	-1161
	ostry	3600	4332	-1700	-2233
45 kPa	20	8000	12609	-170	-357
	10	5800	10194	-1500	-1742
	ostry	5100	6319	-2100	-3408

Należy podkreślić, że w obliczeniach teoretycznych przyjęto, że w strefie współpracy narzędzia ośrodek urobiony ma residualne wartości parametrów wytrzymałościowych. W przypadku gdy nie uwzględnimy tego w obliczeniach wyniki teoretyczne będą znacząco odbiegały od rzeczywistych.

W przypadku ośrodka opisanego modelem Coulomba zastosowanie metod nośności granicznej daje dobre wyniki dla zaawansowanej fazy procesu urabiania, gdy występuje działanie naporowe (faza wypełnienia łyżki). Prawidłowa ocena (zarówno wartości siły jak i mechanizmu deformacji) zależy od odpowiedniego przyjęcia parametrów wytrzymałościowych ośrodka urobionego (parametry residualne). Metoda ta daje jednak przeszacowane wyniki dla początkowej fazy procesu, w której występują małe kąty skrawania (około 30°) i brak jest działania naporowego.

### 3.11 Badanie zagęszczania warstwy gruntu w procesie wałowania - symulacja numeryczna

#### 3.11.1 Wstęp

Proces zagęszczania ośrodków spoistych, takich jak gliny czy mokre piaski jest jednym z najczęściej wykonywanych procesów w budownictwie. Jest on jednocześnie bardzo energochłonny, a jego poznanie i usprawnienie mogłoby przynieść wymierne korzyści praktyczne. Pomimo intensywnych badań [33, 137], ciągle jeszcze proces zagęszczania jest zbyt mało poznany i trudny do modelowania z zadowalającą inżynierów dokładnością. Choć z pozoru prosty do automatyzacji ze względu na powtarzalność warunków (w przypadku poważnych prac drogowych), nie stworzono jeszcze systemu będącego w stanie przewidzieć efekt zagęszczania ośrodka dla zadanych warunków początkowych i zaplanować precyzyjnie np. liczbę maszyn konieczną do wykonania konkretnego zadania. Kompleksową analizę procesu zagęszczania podjęto w latach ubiegłych w laboratorium badawczym firmy SAKAI [113, 137], jednego z czołowych producentów walców drogowych. Jednak z uwagi na trudności numeryczne badania te nie są obecnie kontynuowane.

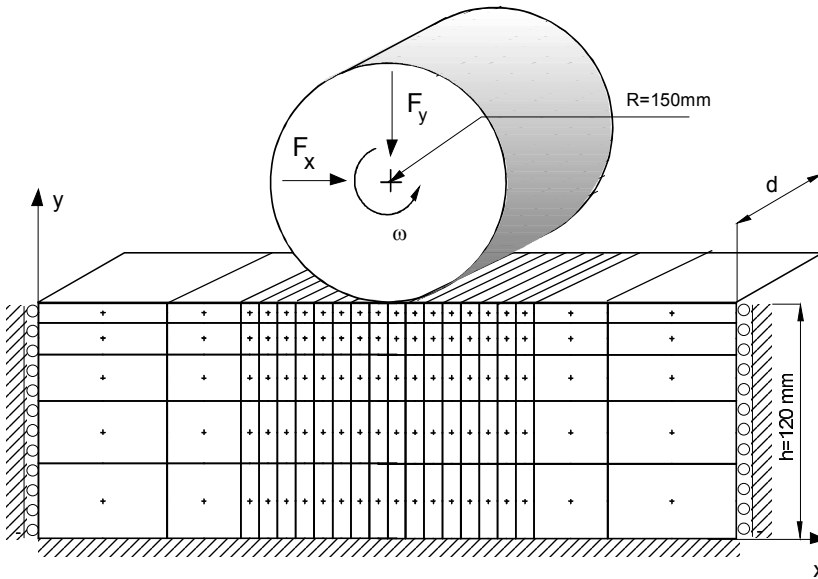
Szeroką analizę procesu zagęszczania ośrodków spoistych na przykładzie walca statycznego podjęto w IPPT PAN w ramach programu badawczego nr 3P40403106 "Analiza procesu zagęszczania gruntów spoistych na przykładzie walca statycznego - badania doświadczalne i opis teoretyczny".

#### 3.11.2 Analiza numeryczna problemu zagęszczania warstwy gruntu

Dotychczas podejmowane próby numeryczne były bardzo uproszczone [29,180], ograniczały się jedynie do początkowej fazy procesu [67, 175] lub korzystały z prostych modeli konstytutywnych [5, 74, 180], co uniemożliwiało prawidłowy opis efektów obserwowanych eksperymentalnie. W prezentowanej pracy wykorzystano oryginalny program komputerowy bazujący na Metodzie Elementów Skończonych. Zastosowano w nim izoparametryczne elementy prostokątne Lagrange'a o dziewięciu węzłach i dziewięciu punktach całkowania (rys. 3.56). Z pośród elementów prostokątnych, elementy o mniejszej liczbie węzłów nieprawidłowo opisują rozważane zagadnienie brzegowe. Symulację procesu wykonano przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia. Proces podzielono na dwie następujące po sobie fazy: zagłębianie (do osiągnięcia założonego ciężaru wału) i toczenie przy zachowaniu stałego ciężaru (sterowanie ze sprzężeniem zwrotnym od siły pionowej) i zadanego poślizgu. Na poboczniczy wału zastosowano prawo tarcia kontaktowego, symulujące prześlizg ośrodka po powierzchni sztywnego wału. Przyjęto najprostszy model tarcia, a mianowicie model Coulomba bez spójności, określony przez kąt tarcia zewnętrznego  $\phi_z$ .



Na rysunku 3.56 przedstawiono warunki brzegowe dla warstwy o grubości  $h=120\text{mm}$  i promieniu sztywnego wału  $R=150\text{mm}$ . Siła  $F_y$  oznacza założony ciężar wału, zaś  $F_x$  jest siłą uciągu generowaną w trakcie procesu.



Rys. 3.56 Warunki brzegowe dla modelowania procesu zagęszczania przy użyciu metody elementów skończonych.

### 3.11.3 Wielopowierzchniowy model ośrodka

Jak wspomniano wcześniej, do opisu bogactwa obserwowanych zjawisk konieczne jest zastosowanie zaawansowanego modelu konstytutywnego, opisującego model ośrodka. W pracy zastosowano sprężysto-plastyczny model wielopowierzchniowy bazujący na koncepcji Jarzębowskiego i Mroza [49] zmodyfikowany dla gruntu spoiстого. Poniżej przedstawione zostaną jedynie jego podstawowe założenia:

Z uwagi na zastosowanie metody przyrostowej model opisany jest w małych odkształceniach. Założono addytywność tensora prędkości odkształceń plastycznych i sprężystych:  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^p + \dot{\epsilon}^e$ .

Model opisany jest w przestrzeni naprężeń  $p, q$  przez rodzinę powierzchni. (rys. 3.57a).

Powierzchnia konfiguracji  $F_0$  określa aktualny stan materiału i opisana jest równaniem:

$$F_0 = |-\sigma_m - r_0 - c|^n + [\sqrt{3}m_c \rho g(\theta)]^n - r_0^n = 0, \quad (3.112)$$

$$g(\theta) = \frac{2m_k}{(1+m_k) + (1-m_k)\cos 3\theta}, m_k = \frac{m_e}{m_c},$$

gdzie  $\sigma_m$ ,  $\rho$ ,  $\theta$  są niezmiennikami stanu naprężenia. Funkcja  $g(\theta)$  opisuje kształt powierzchni na płaszczyźnie oktaedrycznej. Rozmiar powierzchni przedstawia funkcją parametrów wzmocnienia, a mianowicie:

$$r_0(e_0, \xi, \eta) = -\frac{l}{l_0} \ln \left[ \frac{e_0 - (1+e_0)\xi}{e_{0\max}} \right] + \frac{\eta}{l_1}, \quad (3.113)$$

gdzie  $e_0$  jest początkowym wskaźnikiem porowatości,  $\xi$ ,  $\eta$  są parametrami wzmocnienia gęstościowego i dewiatorowego. Parametry  $n$ ,  $m_e$ ,  $m_c$ ,  $l_0$ ,  $l_1$ ,  $e_{0\max}$ , są stałymi materiałowymi, zaś  $c$  określa wytrzymałość na rozrywanie:

$$c = kr_0, \quad (3.114)$$

gdzie  $k$  jest stałą materiałową. Model cechuje pamięć historii obciążenia. Aktywna powierzchnia obciążenia  $F_2$ , powierzchnia zwrotu naprężenia  $F_1=0$  (powierzchnia pasywna) oraz powierzchnia plastyczności  $f$  są podobne do powierzchni konfiguracji. Aktywna powierzchnia obciążenia przechodzi przez aktualny punkt naprężenia ( $P$ ) i ostatni punkt zwrotu ścieżki obciążenia ( $P_1$ ). Powierzchnia zwrotu naprężenia  $F_2$  i wszystkie poprzednie aktywne powierzchnie obciążeń przechodzą przez ostatni i poprzedzający go punkt zwrotu naprężenia. Powierzchnia ta może być wymazana z pamięci modelu poprzez proces obciążenia wychodzący poza tą powierzchnię. Powierzchnia plastyczności  $f$  ogranicza zachowanie sprężyste ośrodka. Powierzchnia ta porusza się razem z aktualnym punktem naprężenia. W modelu zostało przyjęte, że model moduł ścinania  $Ge$  jest stały, podczas gdy moduł  $K$  zależy od aktualnej porowatości (szczegóły w pracy Jarzębowski i Mroza [49]).

Zostało przyjęte niestowarzyszone prawo płynięcia w postaci:

$$\dot{e}^p = \frac{1}{h} \left( \frac{\partial G}{\partial \sigma} \otimes \frac{\partial F_0}{\partial \sigma} \right)^T \dot{\sigma}, \quad (3.115)$$

z powierzchnią potencjału plastycznego  $G$  (rys. 3.57a) zdefiniowaną następującym równaniem:

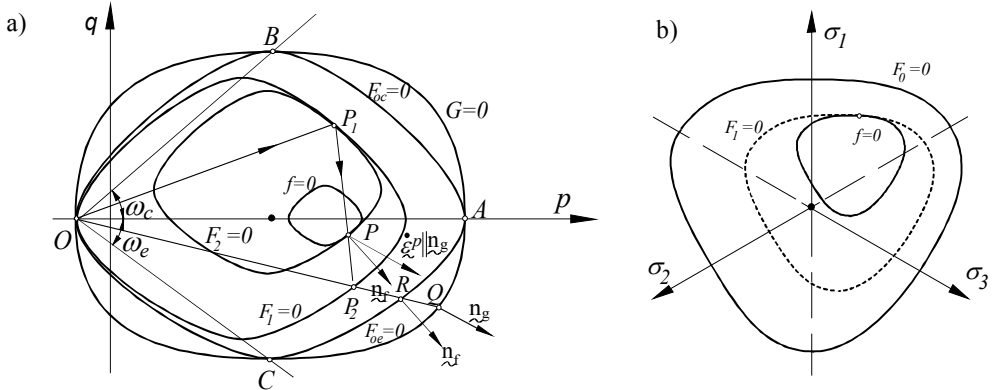
$$G = |-\sigma_m - r_0 - c|^m + [\sqrt{3}m_c \rho g(\theta)]^m - r_0^m = 0, \quad (3.116)$$

gdzie  $m$  jest stałą materiałową. Dodatkowo założono prawo interpolacyjne, a mianowicie:

$$h(H, \gamma_G) = H + (h_1 - H) \gamma_G^{h_2},$$

$$H = - \left( \frac{\partial F_0}{\partial \kappa} \right)^T \cdot \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon^p} \cdot \frac{\partial G}{\partial \sigma}, \quad \kappa = [\xi, \eta], \quad (3.117)$$

gdzie  $\gamma_G$  jest skalarnym parametrem opisującym odległość punktu naprężenia od powierzchni konfiguracji, a  $h_1$  i  $h_2$  są stałymi materiałowymi. Przedstawiony model pozwala na prawidłowy opis takich cech geomateriałów jak osłabienie, wzmocnienie, zagęszczanie, rozluźnianie, cykliczne deformacje plastyczne.



Rys. 3.57 Model wielopowierzchniowy; a) podstawowe powierzchnie modelu na płaszczyźnie  $p$ - $q$ , b) przekrój powierzchni płaszczyzną oktaedryczną.

### 3.11.4 Symulacja numeryczna

Symulację numeryczną procesu zagęszczania przeprowadzono modelując grunt używany w badaniach eksperymentalnych (Rozdział 2.6), o parametrach odpowiadających glinie piaszczystej w stanie plastycznym, a mianowicie:

$m_c=0.8333$ ,  $m_e=1$ ,  $n=1.2$ , - parametry opisu pow. plast.,

$m=2.55$  - parametry opisu pow. potencjału plastycznego,

$m_f=0.01$  - parametry opisu pow. sprężystości,

$l_0=7$ ,  $l_1=100000$  - parametry wzmocnienia gęstościowego i dewiatorowego,

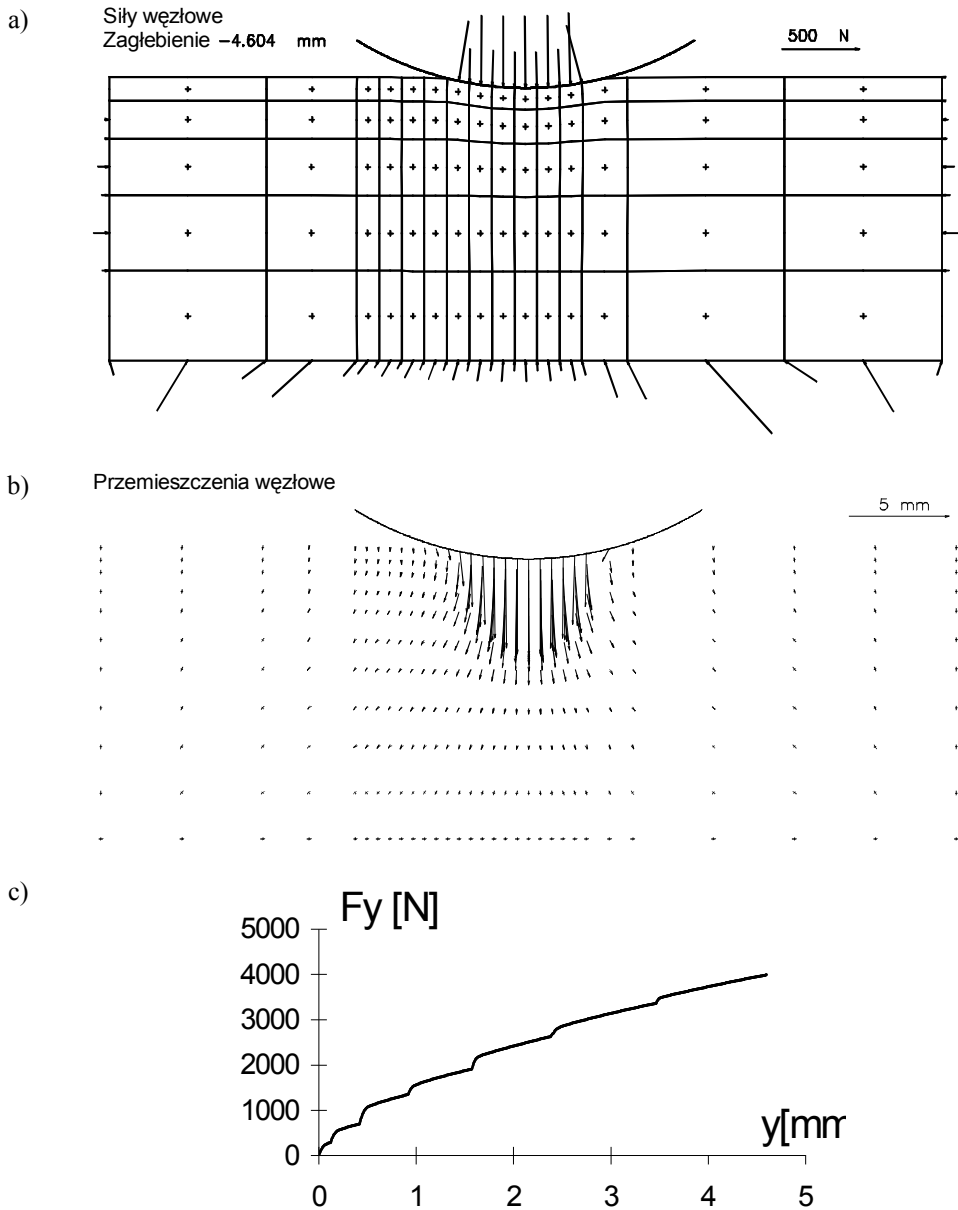
$e_{0max}=1.1$ ,  $e_{0min}=0.1$ ,  $e_0=0.3$ , - maks., min. i początkowy wskaźnik porowatości,

$h_1=50$ ,  $h_2=1$ , parametry prawa interpolacyjnego,

$G_e=30$  GPa, - moduł ścinania,  $l^*=0.05$  - parametr sprężystości,

$w_1=520$ ,  $w_2=900$  - parametry "backstressu",

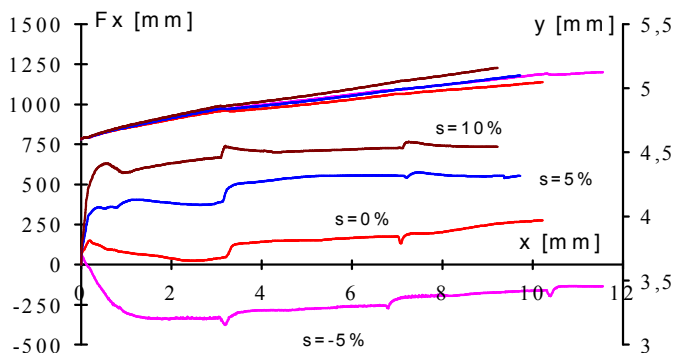
Na rysunku 3.58 przedstawiono wynik fazy zagłębiania wału o ciężarze 4000 N na warstwie gruntu o grubości  $h=120$  mm i szerokości  $d=550$  mm.



Rys. 3.58. Symulacja zagłębienia wału; a) rozkład sił węzłowych, b) pole przemieszczeń, c) wykres siły pionowej w funkcji zagłębienia.

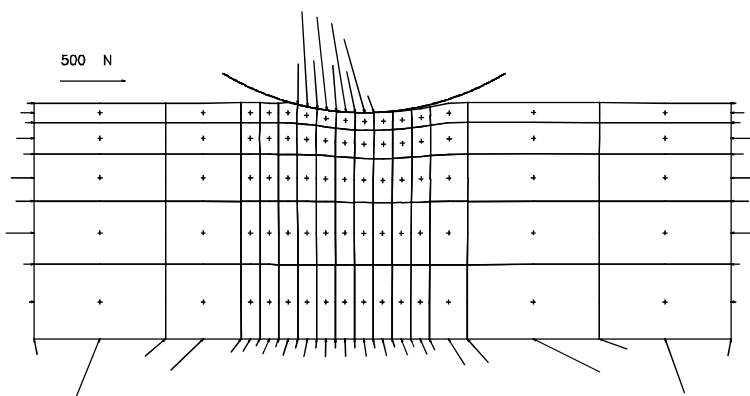
Rysunek 3.58a obrazuje rozkład sił węzłowych, zaś rys. 3.58b pole przemieszczeń w warstwie. Rysunek 3.58c przedstawia zmiany siły pionowej w zależności od przemieszczenia środka wału. Charakter tej krzywej wynika z faktu, iż z poboczną wału kontaktuje się coraz większa liczba węzłów siatki.

Po zakończeniu symulacji fazy zagłębiania wału rozpoczęto symulację fazy toczenia z różnymi wartościami poślizgu, utrzymywanymi w trakcie procesu na stałym poziomie oraz z zachowaniem stałej siły pionowej równej 4000 N. Na rysunku 3.59 przedstawiono przebiegi siły uciągu  $F_x$  i zagłębień wału  $y$  w zależności od przemieszczenia pionowego osi wału dla czterech różnych wartości poślizgu  $s=-5\%$ ,  $0\%$ ,  $5\%$  i  $10\%$ .

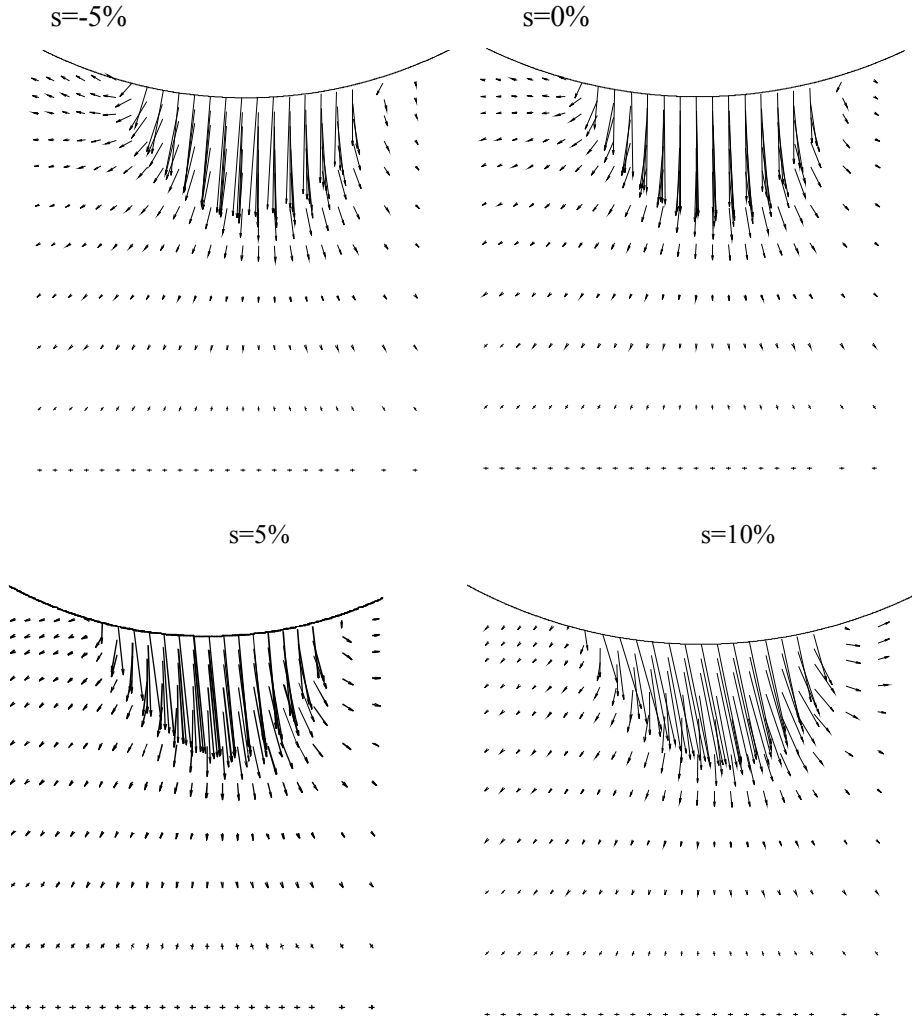


Rys. 3.59 Przebiegi siły uciągu  $F_x$  i zagłębień wału  $y$  - symulacja numeryczna.

Przykładowy rozkład sił węzłowych dla fazy toczenia przedstawia rysunek 3.60 (dla poślizgu  $s=5\%$ ). Rys. 3.61 przedstawia porównanie rozkładów pól przemieszczeń cząstek warstwy dla wszystkich czterech wartości poślizgu.

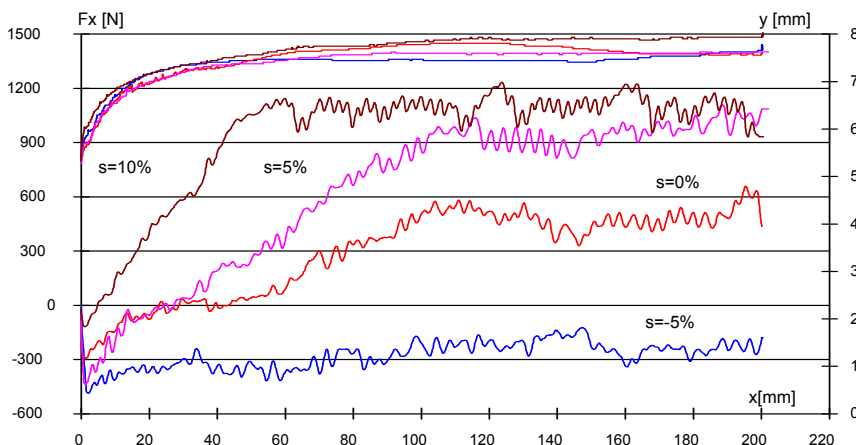


Rys. 3.60 Rozkład sił węzłowych dla fazy toczenia



Rys. 3.61. Rozkłady przemieszczeń węzłowych.

Przedstawione wyniki są uzyskane dla początkowej fazy toczenia wału w ośrodku, który początkowo był jednorodnie zagęszczony. Stabilizacja siły uciągu i zagłębienia wału w badaniach eksperymentalnych występowały dla bardziej zaawansowanego etapu toczenia.

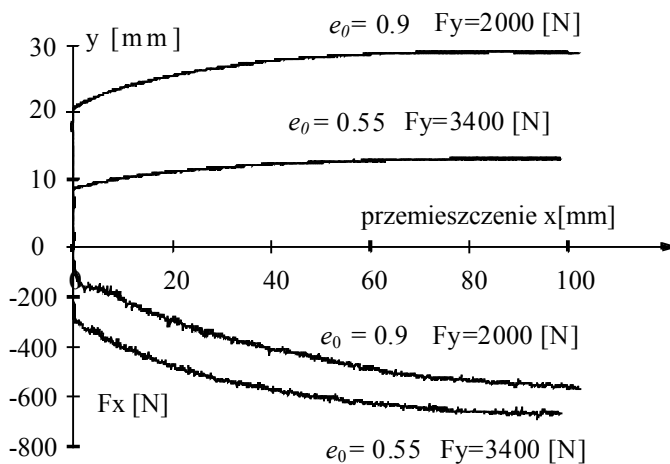


Rys. 3.62. Eksperymentalne wyniki przebiegu sił uciągu i zagłębienia.

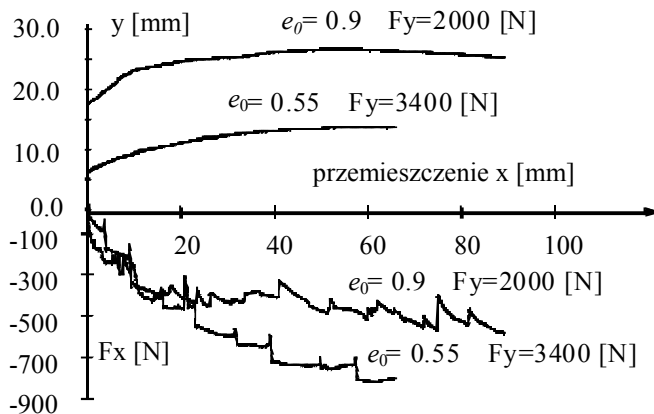
Na rysunku 3.62 przedstawiono laboratoryjnie obserwowane przebiegi siły uciągu  $F_x$  i zagłębienia wału  $y$  w zależności od przemieszczenia poziomego osi wału dla tych czterech wartości poślizgu  $s = -5\%$ ,  $0\%$ ,  $5\%$  i  $10\%$ .

Dla porównania symulacji numerycznej walca wleczonego z wynikami eksperymentalnymi wybrano dwa testy przeprowadzone na próbkach o identycznej wysokości 120 mm, lecz różnej gęstości początkowej. Dla testów przeprowadzonych na gruncie luźnym (początkowy wskaźnik porowatości  $e_0=0.9$ ) ciężar walca wynosił 2000 N, zaś dla testów przeprowadzonych na gruncie zagęszczonym (początkowy wskaźnik porowatości  $e_0=0.55$ ) ciężar walca wynosił 3400 N. Wyniki testów eksperymentalnych przedstawiono na rysunku 3.63, zaś wyniki symulacji numerycznej na rysunku 3.64.

W celu prezentacji symulacji numerycznej otwierania się szczelin i rozluźnienia materiału w strefie za wałem na kolejnych rysunkach 3.65-3.68 przedstawiono przewidywane rozkłady zmian wskaźnika porowatości oraz odkształceń poziomych w trakcie procesu. Pierwsze grafiki na każdym z rysunków obrazują w/w rozkłady dla fazy posadowienia wału. W kolejnych fazach procesu toczenia wału widać wyraźnie tworzenie się stref silnie rozluźnionego ośrodka, w których wskaźnik porowatości osiąga wartości większe od początkowych. W strefach tych występują także koncentracje dodatnich odkształceń poziomych. Obserwowane strefy koncentracji deformacji mogą być interpretowane jako otwierające się pustki, gdyż zastosowany algorytm numeryczny nie umożliwia symulowania separacji elementów skończonych. Na uwagę zasługuje fakt, że przewidywane strefy dylatacji (w fazie toczenia) tworzą się w miejscach silnego zagęszczenia materiału w trakcie fazy posadowienia wału. Jak łatwo zauważyć przewidywany rozstaw stref rozluźnienia jest różny dla różnych gęstości początkowych próbki, co odpowiada wynikom testów eksperymentalnych.



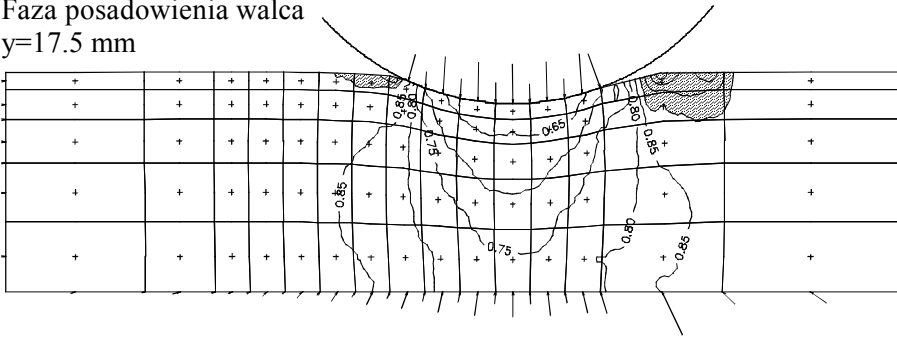
Rys. 3.63. Wyniki testów dla walca wlezonego przy różnych gęstościach początkowych próbki.



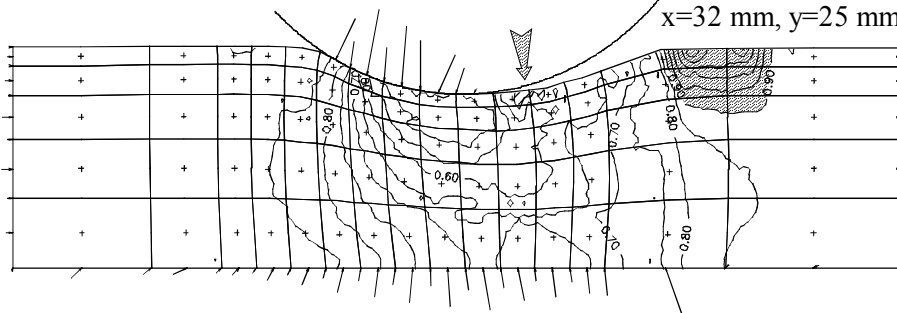
Rys. 3.64. Symulacja numeryczna testów dla walca wlezonego przy różnych gęstościach początkowych próbki.



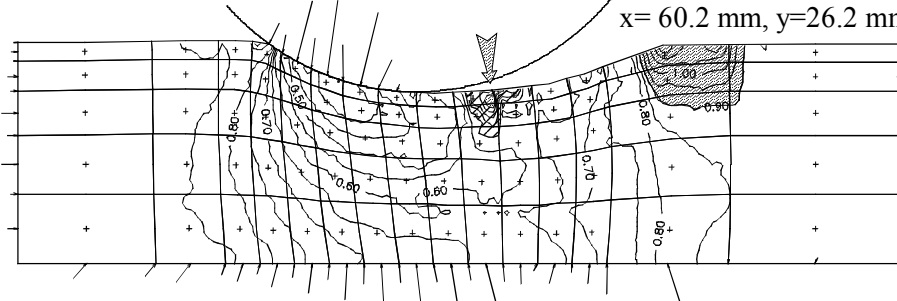
Faza posadowienia walca  
 $y=17.5$  mm



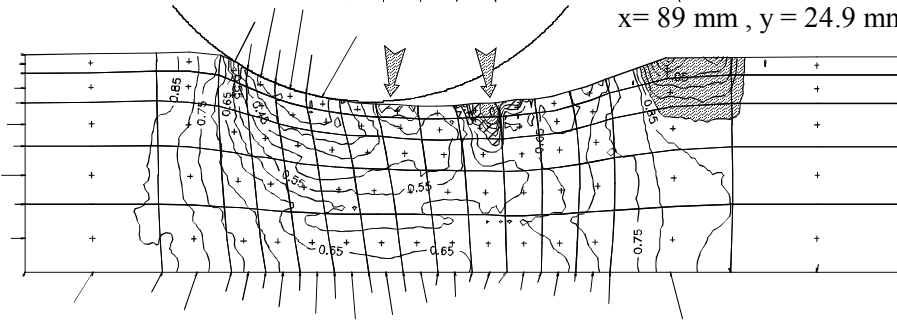
$x=32$  mm,  $y=25$  mm



$x=60.2$  mm,  $y=26.2$  mm

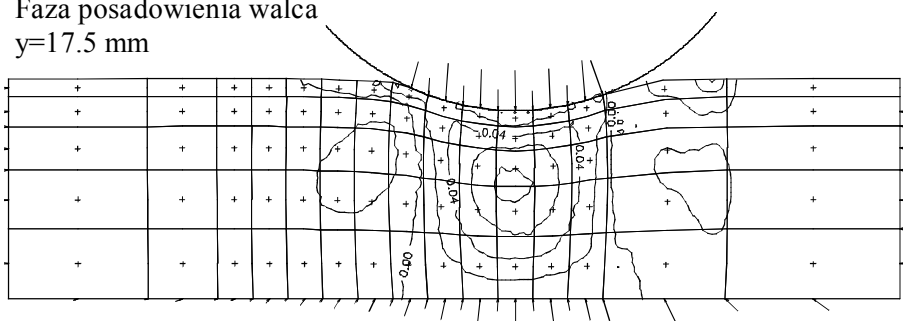


$x=89$  mm,  $y=24.9$  mm

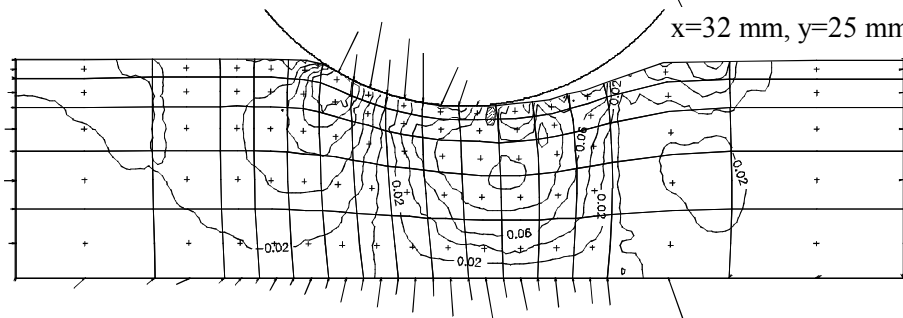


Rys. 3.65. Ewolucja wskaźnika porowatości  $e$  dla  $e_0=0.9$

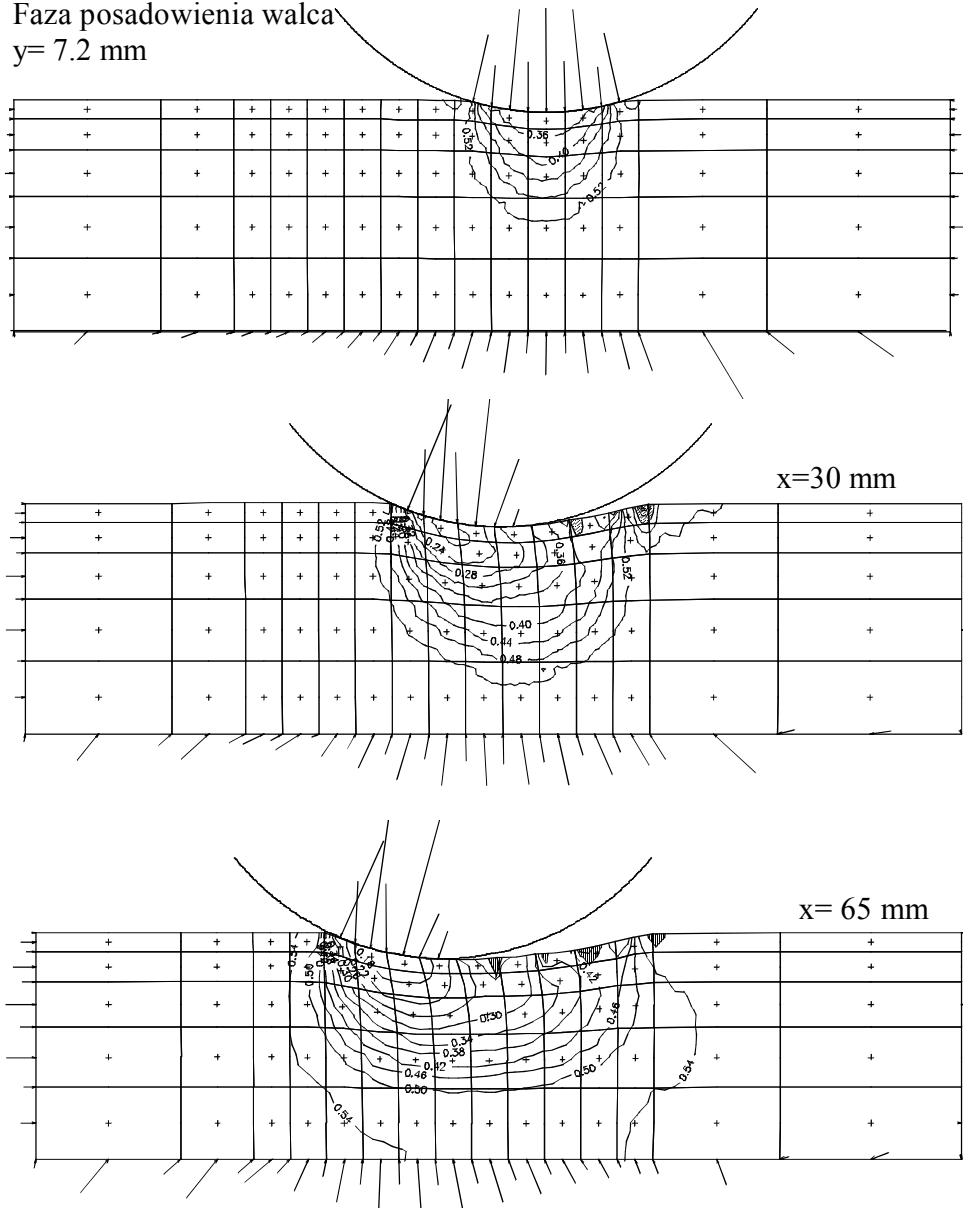
Faza posadowienia walca  
 $y=17.5$  mm



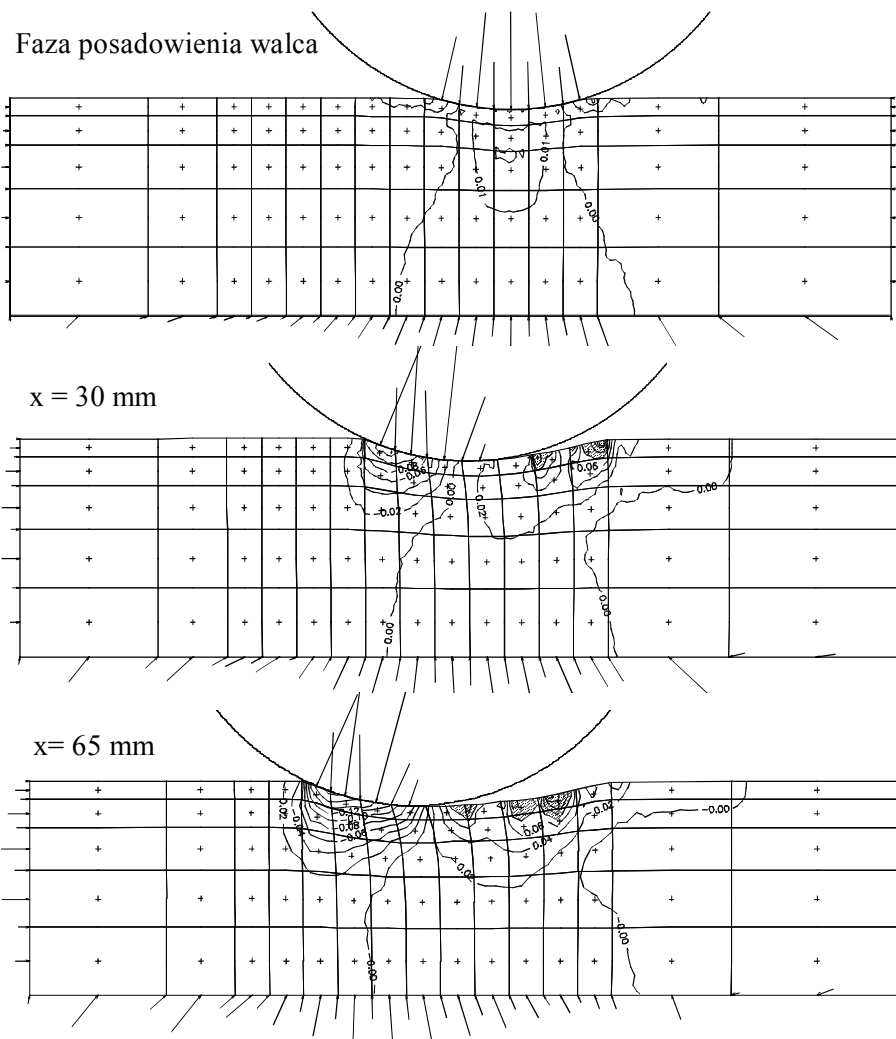
$x=32$  mm,  $y=25$  mm



Faza posadowienia walca  
 $y = 7.2 \text{ mm}$



Rys. 3.67. Ewolucja wskaźnika porowatości  $e$  dla  $e_0=0.55$

Rys. 3.68. Ewolucja odkształceń poziomych dla  $e_0=0.55$ 

Metoda elementów skończonych jest narzędziem dającym dobry ilościowo i jakościowo opis procesu zagęszczania warstwy ośrodka walcem statycznym. Procesy zagęszczania ośrodka luźnego wymagają przyjęcia zaawansowanych modeli konstytutywnych. Zastosowanie wielopowierzchniowego modelu konstytutywnego pozwoliło na prawidłową symulację procesu zagęszczania warstwy zarówno w fazie zagłębienia jak i w fazie toczenia dla różnych parametrów procesu. Należy tu podkreślić, że zastosowanie złożonego modelu konstytutywnego wymaga znacznych mocy obliczeniowych.

## 4 Modelowanie anizotropowych ośrodków przy zastosowaniu koncepcji płaszczyzny krytycznej

### 4.1 Wprowadzenie

Wiele geomateriałów, charakteryzuje się naturalną anizotropią spowodowaną charakterystyczną strukturą materiału taką jak spękanie czy też uwarstwienie. Ta samoistna anizotropia powinna być uwzględniana przy określaniu wytrzymałości mechanicznej skał i gruntów. Wpływ anizotropii na wytrzymałość graniczną jest podstawowym parametrem potrzebnym do prawidłowego określenia nośności granicznej wszelkiego typu konstrukcji. Pojęcie wytrzymałości granicznej materiału będzie określało taki stan naprężenia w ośrodku, dla którego następuje raptowna utrata stateczności, zazwyczaj pokrywająca się z osiągnięciem maksymalnej wartości obciążenia w trakcie procesu deformacji. Głównym problemem przy anizotropii jest określenie efektywnych właściwości reprezentatywnego elementu, i takim sformułowaniu równań konstytutywnych aby uwzględniały te właściwości. Opis powierzchni plastyczności, czy też warunku wyteżenia materiałów anizotropowych stanowi bardzo ważny element opisu. Przy określaniu anizotropii skał najbardziej rozpowszechnione jest klasyczne badanie trójosiowego ściskania wykonywane dla różnych kierunków obciążenia względem osi symetrii struktury i różnych wartościach naprężeń hydrostatycznych. Bardzo duża liczba badań eksperymentalnych była przeprowadzona na skałach osadowych. Wyniki badań pokazują, że wytrzymałość graniczna skał zmienia się wraz z orientacją obciążenia względem kierunków uwarstwienia. Maksymalna wytrzymałość występuje dla kierunków normalnych i prostopadłych do płaszczyzn uwarstwienia, zaś minimalna dla kierunków zawierających się w granicach od  $30^\circ$  do  $60^\circ$ . Ponadto mechanizm zniszczenia (kierunek płaszczyzn ścicia) związany jest z kierunkiem obciążenia.

W literaturze można znaleźć dużą liczbę kryteriów wytrzymałościowych dla anizotropowych geomateriałów, a ich obszerny przegląd w pracach [27, 73]. Można je podzielić na trzy grupy.

Pierwsza to modele matematyczne („mathematical continuous approach”), w której skała traktowana jest jako ośrodek ciągły i ciągła zmiana wytrzymałości jest opisana poprzez tensory mikrostruktury różnych rzędów. W matematycznym sformułowaniu stosowane są liniowe i kwadratowe prawa opisu składowych stanu naprężenia w odniesieniu do głównych osi anizotropii materiału. Przykładowo, kryterium dla ortotropowych metali zostało przedstawione przez Hilla [40], a dalej rozwinięte na kompozyty przez Tsai i Wu [173] i zastosowane do opisu anizotropii skał Pariseau [117]. Opis przy zastosowaniu niezmienników tensora naprężenia jak i tensorów opisujących strukturę anizotropii był stosowany przez wielu autorów, np.

Boehler i Sawczuk [6], Nova [114], Mróz i Jemiolo [105], Cazacu i in. [10]. Pietruszczak i Mróz [122, 123] przedstawili prostą koncepcję opisu anizotropowego kryterium wyężenia przy zastosowaniu tensorów mikrostruktury. W przypadku silnej anizotropii dotychczasowe modele matematyczne nie opisują prawidłowo zachowania skał (występowania różnych mechanizmów zniszczenia).

Druga grupa modeli to modele empiryczne, w których zmiany wartości pewnych parametrów modelu izotropowego są w prosty sposób opisane w funkcji kierunku obciążenia [68, 96, 163, 164], jednakże modele te nie mają żadnego fizycznego uzasadnienia.

Trzecia grupa modeli („discontinuous weakness planes”) zakłada występowanie osłabionych powierzchni, na których może wystąpić stan graniczny, np. Duveau i Shao [28], Walsh i Brace [176], Hoek i Brown [43], Hoek [44], Jeager [68]. W pracach Mroza i Maciejewskiego [106, 107, 108, 109, 110] został przedstawiony opis anizotropowego warunku stanu granicznego bazujący na koncepcji płaszczyzny krytycznej w połączeniu z kierunkowym rozkładem własności materiału. W pracach tych przedstawiono zastosowanie tego kryterium do jakościowego i ilościowego określenia wytrzymałości materiału. Dla silnej anizotropii modele te dobrze opisują zarówno wytrzymałość jak i mechanizm zniszczenia.

## 4.2 Koncepcja płaszczyzny krytycznej i sformułowanie warunku stanu granicznego

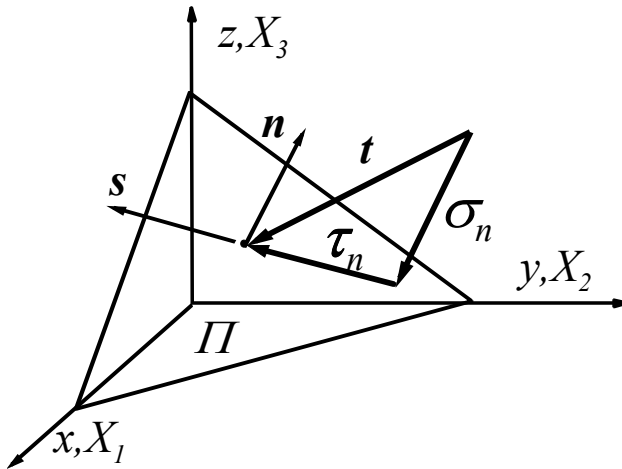
Przedstawiona poniżej koncepcja wychodzi z prac zapoczątkowanych przez Coulomba, w których warunek zniszczenia jest zdefiniowany w funkcji naprężeń kontaktowych działających na płaszczyźnie fizycznej. Płaszczyzna krytyczna, na której następuje początek deformacji jest określana z warunku ekstremum funkcji wyężenia względem jej orientacji.

Założmy płaszczyznę fizyczną  $\Pi$  (rys. 4.1) określona przez jednostkowy wektor normalny  $\mathbf{n}$ . Oznaczając stan naprężenia przez  $\boldsymbol{\sigma}$  i wektor siły  $\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}$ , składowe normalna i styczna naprężenia wyniosą:

$$\boldsymbol{\sigma}_n = (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma})\mathbf{n}, \quad \boldsymbol{\tau}_n = (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n})\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}, \quad (4.1)$$

gdzie  $\mathbf{I}$  jest jednostkowym tensorem, a kropka pomiędzy symbolami oznacza iloczyn skalarny, zaś iloczyn tensorowy oznaczony jest symbolem  $\otimes$ , tak więc  $\boldsymbol{\sigma} = \sigma_{ij}n_j$ ,  $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} = n_i\sigma_{ij}n_j$ ,  $\mathbf{n} \otimes \mathbf{n} = n_i n_j$ . Naprężenie styczne  $\boldsymbol{\tau}_n$  można także wyznaczyć wprowadzając jednostkowy wektor  $\mathbf{s}$  leżący w płaszczyźnie  $\Pi$  i zgodny z kierunkiem  $\boldsymbol{\tau}_n$ , a mianowicie:

$$\tau_n = (\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}) \mathbf{s}, \quad \mathbf{s} = \frac{\mathbf{t} - \sigma_n}{\|\mathbf{t} - \sigma_n\|}. \quad (4.2)$$

Rys. 4.1 Płaszczyzna fizyczna  $\Pi$  i rozkład naprężeń kontaktowych

Zalóżmy obecnie funkcje zniszczenia z pojedynczym parametrem wytrzymałościowym  $c$ :

$$F = f(\sigma_n, \tau_n) - c(\mathbf{n}) = 0, \quad (4.3)$$

Tutaj parametr  $c$  jest funkcją orientacji płaszczyzny  $c=c(\mathbf{n})$ , zaś zachowanie materiału na płaszczyźnie fizycznej  $\Pi$  jest izotropowe, niezależne od kierunku  $\mathbf{s}$ , tak więc warunek zniszczenia jest funkcją modułów naprężeń  $\sigma_n$  i  $\tau_n$ , a mianowicie:

$$F = f(\sigma_n, \tau_n) - c(\mathbf{n}) = 0, \quad (4.4)$$

$$\sigma_n = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}, \quad \tau_n = \|\boldsymbol{\tau}_n\|.$$

Zmiany wytrzymałości parametru można opisać wprowadzając tensor mikrostruktury. Prostą formę rozkładu wartości parametru  $c$  możemy przyjąć w postaci:

$$c(\mathbf{n}) = c_0 (1 + \Omega_{ij} n_i n_j), \quad (4.5)$$

gdzie  $c_0$  jest średnią wartością parametru  $c$ , a  $\Omega_{ij}$  symetrycznym dewiatorem tensora opisującym zmiany kierunkowe wartości względem wartości średniej  $c_0$ .

Bardziej uogólnione funkcje rozkładu możemy uzyskać wprowadzając tensory wyższych rzędów, np.:

$$c(\mathbf{n}) = c_0 (1 + \Omega_{ij} n_i n_j + \Gamma_{ijkl} n_i n_j n_k n_l + \dots), \quad (4.6)$$

gdzie  $\Gamma_{ijkl}$  jest tensorem czwartego rzędu. W szczególności można założyć, że jest on iloczynem tensorów drugiego rzędu;  $\Gamma_{ijkl} = \Gamma_{ij}\Gamma_{kl}$ .

Orientację płaszczyzny krytycznej określimy z warunku ekstremum funkcji wyężenia względem kierunku, a mianowicie:

$$\max_{\mathbf{n}} F = \max_{\mathbf{n}} [f(\sigma_n, \tau_n) - c(\mathbf{n})] = 0. \quad (4.7)$$

Alternatywnie, wartość naprężenia  $\tau_n$  możemy określić z warunku ekstremum względem kierunku  $\mathbf{s}$ .

$$\max_{\mathbf{n}, \mathbf{s}} F = \max_{\mathbf{n}, \mathbf{s}} [f(\sigma_n, \tau_n) - c(\mathbf{n})] = 0, \quad (4.8)$$

przy czym wektory  $\mathbf{n}$  i  $\mathbf{s}$  spełniają zależności:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 1, \quad \mathbf{s} \cdot \mathbf{s} = 1, \quad \mathbf{s} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (4.9)$$

W przypadku ogólnym, możemy założyć, że zmiana parametru wytrzymałościowego  $c$  jest funkcją anizotropową na płaszczyźnie  $\Pi$ . W tym przypadku funkcje rozkładu możemy przyjąć w postaci:

$$c(\mathbf{n}, \mathbf{s}) = c_0 (1 + \Omega_{ij} n_i n_j + \Lambda_{ij} s_i s_j), \quad (4.10)$$

gdzie  $\Lambda_{ij}$  określa zmianę parametrów na płaszczyźnie  $\Pi$ .

Orientację płaszczyzny krytycznej możemy także określić poprzez sformułowanie kinematyczne. Zakładając mechanizm zniszczenia w wyniku ścicia i dylatacji wzdłuż płaszczyzny krytycznej (lub rodziny płaszczyzn), gradient prędkości i składowe odkształcenia możemy zapisać w następującej formie:

$$\mathbf{L} = \mathbf{b} \otimes \mathbf{n}, \quad (4.11)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2} [\mathbf{b} \otimes \mathbf{n} + \mathbf{n} \otimes \mathbf{b}], \quad \dot{\varepsilon}_n = b_n, \quad \dot{\gamma}_n = b_s,$$

gdzie  $b_n, b_s$  są normalną i styczną składową wektora  $\mathbf{b}$ . Zakładając reprezentatywny element pod działaniem naprężeń  $\boldsymbol{\sigma}$  i ulegający deformacji z prędkością  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$  wyznaczmy jednostkową funkcję dysypacji, a mianowicie:

$$D = \boldsymbol{\sigma} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \sigma_n \dot{\varepsilon}_n + \tau_n \dot{\gamma}_n. \quad (4.12)$$

Dla założonego pola deformacji  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$  prędkość dysypacji  $D$  jest minimalizowana względem orientacji płaszczyzny granicznej, a mianowicie

$$\min_{\mathbf{n}} D[c(\mathbf{n}), \dot{\varepsilon}_n, \dot{\gamma}_n]. \quad (4.13)$$

W szczególności, kiedy płynięcie materiału jest stowarzyszone składowe prędkości odkształcenia przyjmują postać:

$$\dot{\varepsilon}_n = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_n}, \quad \dot{\gamma}_n = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \tau_n}, \quad (4.14)$$



Gdy funkcja wyężenia  $f(\sigma_n, \tau_n)$  jest jednorodna stopnia pierwszego, dysypacja wyraża się wzorem:

$$D = \lambda \left( \sigma_n \frac{\partial f}{\partial \sigma_n} + \tau_n \frac{\partial f}{\partial \tau_n} \right) = \lambda(\varepsilon_n, \gamma_n) c(\mathbf{n}). \quad (4.15)$$

#### 4.2.1 Warunek Coulomba.

Rozpatrzmy obecnie przypadek płaskiego stanu odkształcenia. Załóżmy płaski element przedstawiony na rysunku 4.2, i związane z nim naprężenia główne  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , gdzie naprężenia ściskające zostały przyjęte za dodatnie. Rozpatrzmy płaszczyznę fizyczną  $\Pi$  odchyloną o kąt  $\beta$  od kierunku osi  $x$ . Składowe normalna i styczna stanu naprężenia działające na płaszczyznę  $\Pi$  wynoszą :

$$\sigma_n = \sigma_1 \sin^2 \beta + \sigma_2 \cos^2 \beta, \quad \tau_n = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_1) \sin 2\beta. \quad (4.16)$$

Dla materiału jednorodnego możemy założyć, że parametry wytrzymałościowe są stałe i jednakowe na każdej płaszczyźnie fizycznej. Dla ośrodka niejednorodnego, a w szczególności spękanego, możemy założyć, że na każdym elemencie powierzchniowym o polu  $A$  istnieje część powierzchni materiału uszkodzonego  $A_d$  i materiału nieuszkodzonego  $A_t$ , tak że  $A = A_t + A_d$ .

Przyjmijmy warunek wyężenia materiału na płaszczyźnie  $\Pi$  związany z jednorodnym i nieuszkodzonym materiałem w postaci warunku Coulomba, a mianowicie:

$$F_t(\tau_n^t, \sigma_n^t) = \|\tau_n^t\| - \mu_t \sigma_n^t - c_t \leq 0, \quad (4.17)$$

gdzie  $\mu_t = \tan \varphi_t$  i  $c_t$  oznaczają współczynnik tarcia i spójność materiału nieuszkodzonego, a  $\tau_n^t, \sigma_n^t$  są uśrednionymi składowymi naprężeniami w kierunku stycznym i normalnym.

Podobnie jak dla materiału nieuszkodzonego, przyjmujemy warunek wyężenia uszkodzonego materiału w formie warunku Coulomba, a mianowicie:

$$F_d(\tau_n^d, \sigma_n^d) = \|\tau_n^d\| - \mu_d \sigma_n^d - c_d \leq 0, \quad (4.18)$$

gdzie  $\mu_d = \tan \varphi_d$  i  $c_d$  są współczynnikami tarcia i spójnością materiału uszkodzonego, a  $\tau_n^d, \sigma_n^d$  są uśrednionymi składowymi naprężeniami w kierunku stycznym i normalnym działające na część uszkodzoną.

Wprowadźmy bezwymiarowe parametry  $A_d$  i  $A_t$  określające udziały powierzchniowe poszczególnych faz materiału, bądź też w płaskim stanie

odkształcenia parametry  $l_d$  i  $l_t$ , będące udziałem liniowym fazy uszkodzonej i nieuszkodzonej (rys. 4.2), a mianowicie:

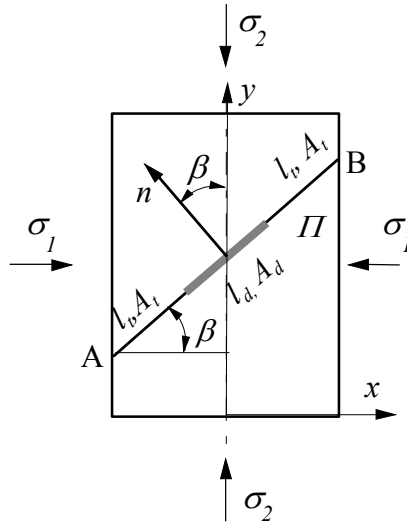
$$\eta_d = \frac{l_d}{l} = \frac{A_d}{A}, \quad \eta_t = \frac{l_t}{l} = \frac{A_t}{A}, \quad \eta_t + \eta_d = 1. \quad (4.19)$$

Uwzględniając rozkład faz otrzymamy warunek zgodności na płaszczyźnie fizycznej  $\Pi$  w następującej postaci:

$$\tau_n = \tau_n^t \eta_t + \tau_n^d \eta_d, \quad \sigma_n = \sigma_n^t \eta_t + \sigma_n^d \eta_d. \quad (4.20)$$

Zakładając, że warunek zniszczenia (4.17) i (4.18) jest spełniony w obu fazach materiału  $A_t$  i  $A_d$  naprężenia kontaktowe wyrażają się równaniem:

$$\begin{aligned} \tau_n &= (\mu_t \sigma_n^t + c_t) \eta_t + (\mu_d \sigma_n^d + c_d) \eta_d = \\ &= \mu_t \sigma_n^t + c_t - [(\mu_t \sigma_n^t - \mu_d \sigma_n^d) + (c_t - c_d)] \eta_d, \\ \sigma_n &= \sigma_n^t \eta_t + \sigma_n^d \eta_d = \sigma_n^t - (\sigma_n^t - \sigma_n^d) \eta_d. \end{aligned} \quad (4.21)$$



Rys. 4.2: Rozkład gęstości na płaszczyźnie fizycznej  $AB$  ( $\Pi$ ).

Załóżmy obecnie, że na płaszczyźnie fizycznej  $AB$  występuje jednorodny stan naprężenia  $\sigma_n$ , to znaczy:

$$\sigma_n^t = \sigma_n^d = \sigma_n, \text{ for } \sigma_n^d > -c_d \cot \varphi_d. \quad (4.22)$$

Założenie to jest akceptowalne w przypadku naprężeń ściskających  $\sigma_n > 0$  działających na płaszczyznę  $\Pi$ . Jednakże dla naprężeń rozciągających  $\sigma_n < 0$ , naprężenia  $\sigma_n = \sigma_n^d$  na powierzchni  $A_d$  nie mogą być mniejsze od wartości granicznej  $\sigma_n^{dl} = -c_d \cot \varphi_d \sigma_n^l = -S t_d$ . Dla mniejszych wartości naprężenia zachodzą zależności:

$$\begin{aligned} \sigma_n < \sigma_n^{dl}, \quad \sigma_n^{dl} &= -c_d \cot \varphi_d, \\ \sigma_n^t &= \frac{\sigma_n + c_d \cot \varphi_d \eta_d}{\eta_t}, \end{aligned} \quad (4.23)$$

zaś graniczny stan naprężenia rozciągającego wynosi:

$$\sigma_n = \sigma_n^l = - \left( \frac{c_t}{\mu_t} \eta_t + \frac{c_d}{\mu_d} \eta_d \right). \quad (4.24)$$

Dla przyjętych założeń o rozkładzie naprężenia  $\sigma_n$  (4.22), (4.21) stan graniczny dla materiału anizotropowego wyrazimy w postaci:

$$\begin{aligned} F(\tau_n, \sigma_n) &= \tau_n - [\mu_t - (\mu_t - \mu_d) \eta_d] \sigma_n - [c_t - (c_t - c_d) \eta_d] = \\ &= \tau_n - \mu \sigma_n - c \leq 0, \quad \text{dla} \quad \sigma_n > -c_d \cot \varphi_d, \end{aligned} \quad (4.25)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_t - (\mu_t - \mu_d) \eta_d \\ c &= c_t - (c_t - c_d) \eta_d \end{aligned} \quad (4.26)$$

są efektywnymi wartościami współczynnika tarcia i spójności dla anizotropowego materiału uzależnionymi od skalarne go parametru  $\eta_d$  określającego udział poszczególnych faz dla zadanej orientacji  $\beta$ . Związki te są słuszne dla liniowej części modelu ośrodka. Kiedy rozkład naprężenia określony jest (4.23) warunek graniczny wyrażony jest równaniem:

$$F(\tau_n, \sigma_n) = \tau_n - \mu^* \sigma_n - c^* \leq 0, \quad \text{for} \quad \sigma_n < -c_d \cot \varphi_d, \quad (4.27)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \mu^* &= \mu_t, \\ c^* &= c_t - (c_t - c_d) \eta_d + [(\mu_t - \mu_d) c_d \cot \varphi_d] \eta_d. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Korzystając ze wzorów (4.16), warunek graniczny (4.25) możemy wyrazić w funkcji naprężeń głównych  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$ , a mianowicie:

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \beta) = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_1)\sin 2\beta - \mu(\sigma_2 \cos^2 \beta + \sigma_1 \sin^2 \beta) - c \leq 0. \quad (4.29)$$

Położenie płaszczyzny krytycznej określimy z warunku ekstremum:

$$F^C(\sigma_1, \sigma_2, \beta_c) = \max_{\beta} F(\sigma_1, \sigma_2, \beta) \quad , \quad \left. \frac{\partial F}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_c} = 0, \quad (4.30)$$

Rozważmy obecnie rozkład gęstości faz na poszczególnych płaszczyznach fizycznych. Załóżmy, że funkcja rozkładu  $\eta_d(\beta)$  posiada dwa ekstrema  $\eta_1$  i  $\eta_2$  osiągane dla  $\beta=0$  i  $\beta=\pi/2$ . Przyjmijmy funkcję rozkładu w następującej postaci:

$$\begin{aligned} \eta_d = \eta_d(\beta) &= \eta_1 \cos^2 \beta + \eta_2 \sin^2 \beta = \\ &= \frac{1}{2}(\eta_1 + \eta_2) + \frac{1}{2}(\eta_1 - \eta_2) \cos 2\beta = \eta_m + \eta_d \cos 2\beta, \end{aligned} \quad (4.31)$$

gdzie

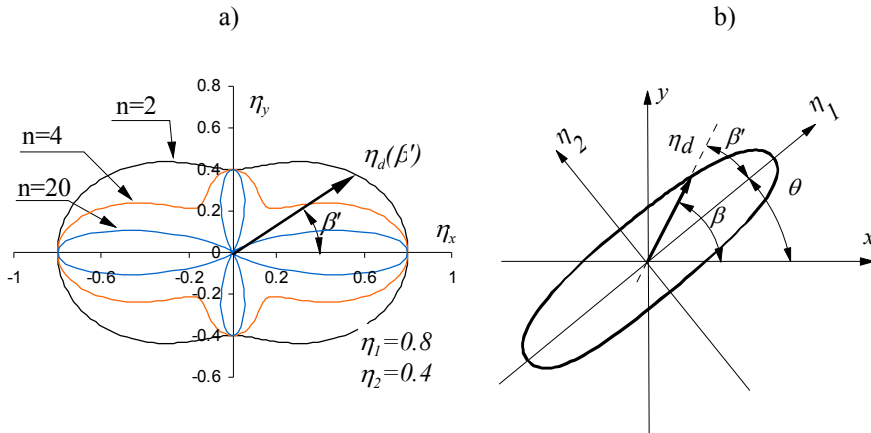
$$\eta_m = \frac{1}{2}(\eta_1 + \eta_2), \quad \eta_s = \frac{1}{2}(\eta_1 - \eta_2). \quad (4.32)$$

Wartości  $\eta_1$  i  $\eta_2$  są wartościami głównymi tensora uszkodzenia  $\eta_{ij}$  z osiami głównymi pokrywającymi się z osiami  $x, y$ ,  $\eta_m$  i  $\eta_s$  są częścią kulistą i dewiatorową tensora uszkodzenia:  $\eta_{ij} = \eta_m \delta_{ij} + \hat{\eta}_{ij}$ , gdzie  $\hat{\eta}_{ii} = 0$ .

Warto zwrócić uwagę, że tylko część dewiatorowa tensora  $\hat{\eta}_{ij}$  określa rozkład kierunkowy uszkodzenia. Różniczkując równanie (4.31) i (4.29) otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_d}{d\beta} &= -(\eta_1 - \eta_2)\sin 2\beta = -2\eta_s \sin 2\beta \\ \frac{\partial F}{\partial \beta} &= (\sigma_2 - \sigma_1)\cos 2\beta + \mu(\sigma_2 - \sigma_1)\sin 2\beta - \frac{d\mu}{d\beta}(\sigma_2 \cos^2 \beta + \sigma_1 \sin^2 \beta) - \frac{dc}{d\beta} =, \quad (4.33) \\ &= (\sigma_2 - \sigma_1)\cos 2\beta + \mu(\sigma_2 - \sigma_1)\sin 2\beta - \\ &- (\sigma_2 \cos^2 \beta + \sigma_1 \sin^2 \beta) \left( \mu_t - \mu_d \right) (\eta_1 - \eta_2) \sin 2\beta - (c_t - c_d) (\eta_1 - \eta_2) \sin 2\beta = 0 \end{aligned}$$

gdzie drugie równanie określa orientację płaszczyzny krytycznej  $\beta_{cr}$ .



Rys. 4.3: Rozkłady uszkodzeń opisane przez prawa: a) tensorowe (4.34 i 4.35), b) eliptyczny rozkład (4.39) z osiami niepokrywającymi się z układem  $x, y$ .

Rozpatrzmy obecnie przypadek uogólniony, kiedy główne osie tensora uszkodzenia są odchyłone od kierunku osi  $x, y$  pokrywających się z kierunkami naprężeń głównych. Oznaczając przez  $\theta$  kąt odchylenia osi  $\eta_1$  od kierunku osi  $x$  możemy wyznaczyć rozkład uszkodzenia dla kierunku  $\beta$  odchylenia od osi  $x$ . Oznaczając  $\beta' = \beta - \theta$ , otrzymamy

$$\begin{aligned} \eta_d &= \eta_1 \cos^2(\beta - \theta) + \eta_2 \sin^2(\beta - \theta) = \eta_1 \cos^2 \beta' + \eta_2 \sin^2 \beta' = \\ \eta_d &= \eta_m + \eta_s \cos 2\beta'. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Bardziej uogólniony rozkład możemy przedstawić w formie:

$$\eta_d = \eta_1 \cos^n \beta' + \eta_2 \sin^n \beta', \quad (4.35)$$

gdzie  $n$  jest dodatnim współczynnikiem potęgowym. Dla  $n=2$ , otrzymamy rozkład tensorowy (4.31).

Alternatywnym rozkładem uszkodzenia jest rozkład eliptyczny, a mianowicie:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\eta_x}{\eta_1}\right)^2 + \left(\frac{\eta_y}{\eta_2}\right)^2 &= 1, \\ \eta_d &= \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

W układzie współrzędnych biegunowych  $\beta, \eta_d$ , gdzie  $\beta$  określa odchylenie od kierunku osi x otrzymamy:

$$\eta_x = \eta_d \cos \beta \quad ; \quad \eta_y = \eta_d \sin \beta, \quad (4.37)$$

oraz

$$\eta_d = \frac{\eta_1 \eta_2}{\sqrt{\eta_1^2 \sin^2 \beta + \eta_2^2 \cos^2 \beta}}. \quad (4.38)$$

Kiedy kierunki główne rozkładu uszkodzenia  $\eta_i$  są odchylone o kąt  $\theta$  od kierunku osi x to rozkład przyjmuje postać:

$$\eta_d = \frac{\eta_1 \eta_2}{\sqrt{\eta_1^2 \sin^2(\beta - \theta) + \eta_2^2 \cos^2(\beta - \theta)}}. \quad (4.39)$$

Na rysunku 4.3 przedstawione są postulowane rozkłady uszkodzenia. Rys. 4.3a przedstawia rozkład tensorowy opisany równaniem (4.34) dla  $\eta_1=0.8, \eta_2=0.2$  oraz dla rozkładu określonego równaniem (4.35) dla  $n=4, 20$  i tych samych wartości parametru  $\eta_1=0.8, \eta_2=0.4$ . Na rysunku 4.3b przedstawiony jest rozkład eliptyczny (4.39) z osią  $\eta_1$  odchyloną o kąt  $\theta$  od kierunku to x.

#### 4.2.2 Zmodyfikowany warunek Coulomba

Obecnie rozszerzymy analizę na zmodyfikowany warunek Coulomba zakładający różny mechanizm w zakresie naprężeń rozciągających, rys. 4.4.

Dla materiału nieuszkodzonego matematyczną postać warunku przedstawia równanie:

$$F_t = \begin{cases} \|\tau_n\| - \sigma_n \tan \varphi_t = c_t, & \sigma_n \geq \sigma_{nt}^* \\ \left[ \sigma_n - \sigma_{0t} \right]^2 + \tau_n^2 - R_t^2 = 0, & \sigma_n \leq \sigma_{nt}^* \end{cases}, \quad (4.40)$$

oraz dla fazy zniszczonego materiału zapiszemy:

$$F_d = \begin{cases} \|\tau_n\| - \sigma_n \tan \varphi_d = c_d, & \sigma_n \geq \sigma_{nd}^* \\ \left[ \sigma_n - \sigma_{0d} \right]^2 + \tau_n^2 - R_d^2 = 0, & \sigma_n \leq \sigma_{nd}^* \end{cases}, \quad (4.41)$$

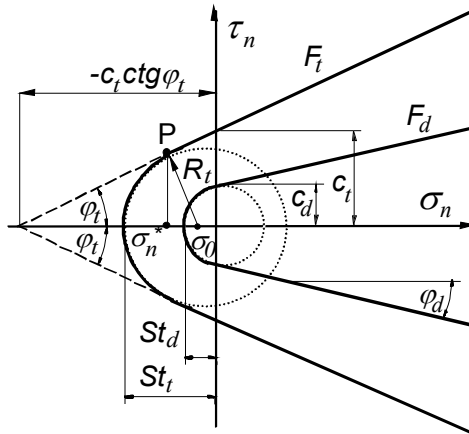
gdzie

$$\begin{aligned} \sigma_{nt}^* &= c_t \cos \varphi_t - St_t (1 + \sin \varphi_t), & \sigma_{nd}^* &= c_d \cos \varphi_d - St_d (1 + \sin \varphi_d), \\ R_t &= \frac{c_t \cos \varphi_t - St_t \sin \varphi_t}{1 - \sin \varphi_t}, & R_d &= \frac{c_d \cos \varphi_d - St_d \sin \varphi_d}{1 - \sin \varphi_d}, \\ \sigma_{0t} &= -St_t + R_t = \frac{c_t \cos \varphi_t - St_t}{1 - \sin \varphi_t}, & \sigma_{0d} &= -St_d + R_d = \frac{c_d \cos \varphi_d - St_d}{1 - \sin \varphi_d}, \end{aligned} \quad (4.42)$$

We wzorach tych  $c$  jest spójnością,  $\phi$  kątem tarcia wewnętrznego,  $\sigma_0$  jest współrzędną środka koła o promieniu  $R$ ,  $St$  (wartość dodatnia) jest wytrzymałością

przy trójosiowym rozrywaniu lub jednoosiowym rozrywaniu gdy  $St \leq 2c \cos \varphi / (1 + \sin \varphi)$  oraz  $\sigma_n^*$  jest naprężeniem normalnym odpowiadającym przejściu z kołowej na liniową charakterystykę warunku w zakresie naprężeń rozciągających (punkt P na rysunku 4.4). Dolne indeksy  $t$  i  $d$  odnoszą się odpowiednio do materiału nieuszkodzonego  $F_t=0$  i materiału uszkodzonego  $F_d=0$ .

Równania (4.40) i (4.41) przedstawiają gładkie przejście pomiędzy mechanizmami ścięcia i rozrywania.



Rys. 4.4: Graniczne powierzchnie zniszczenia (zmodyfikowany warunek Coulomba).

### 4.2.3 Nieliniowy warunek stanu granicznego

Rozpatrzmy obecnie powierzchnię stanów granicznych w postaci nieliniowej (przedstawiony na rysunku 4.5), a mianowicie:

$$F = \|\tau_n\| - a \left( 1 + \frac{\sigma_n}{St} \right)^m = 0, \quad \sigma_n \geq -St, \quad St > 0, \quad (4.43)$$

gdzie  $\tau_n$  i  $\sigma_n$  oznaczają się odpowiednio naprężeniami stycznymi i normalnymi na płaszczyźnie zniszczenia, zaś  $St$  jest maksymalnym naprężeniem rozrywającym, a  $a > 0$ ,  $0 < m < 1$  są parametrami powierzchni granicznej.

Warunek graniczny możemy przedstawić w formie parametrycznej wprowadzając jako parametr kąt dylatacji  $\delta$ , a mianowicie:

$$\tan \delta = - \left( \frac{\partial F / \partial \sigma_n}{\partial F / \partial \tau_n} \right) = \frac{ma}{St} \left( 1 + \frac{\sigma_n}{St} \right)^{m-1}. \quad (4.44)$$

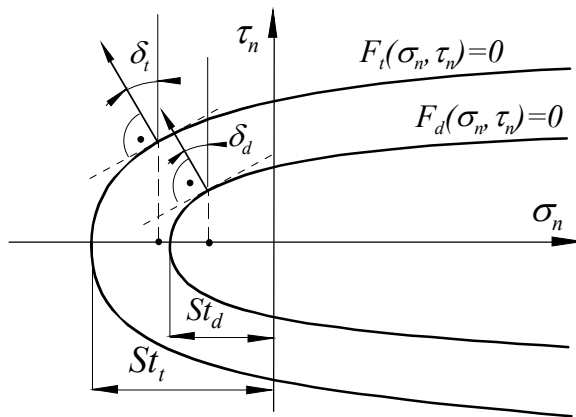
W przypadku gdy płynięcie materiału opisane jest stowarzyszonym prawem płynięcia kąt dylatacji  $\delta$  jest kątem jaki tworzy wektor prędkości  $V$  do powierzchni nieciągłości prędkości. Nieliniowy warunek graniczny (4.43) przyjmuje postać:

$$\sigma_n = \left( \frac{\tan \delta}{am} St^m \right)^{\frac{1}{m-1}} - St \quad , \quad \tau_n = a^{1-m} \left( \frac{St \tan \delta}{m} \right)^{\frac{m}{m-1}} . \quad (4.45)$$

Zakładamy, że funkcje powierzchni granicznych poszczególnych faz materiału  $F_d=0$  i  $F_t=0$  określone są funkcjami nieliniowymi (4.43) o stałym parametrze  $m$ , a mianowicie:

$$F_t = \|\tau_n\| - a_t \left( 1 + \frac{\sigma_n}{St_t} \right)^m , \quad F_d = \|\tau_n\| - a_d \left( 1 + \frac{\sigma_n}{St_d} \right)^m , \quad (4.46)$$

gdzie  $a_b$ ,  $St_t$  i  $a_d$ ,  $St_d$  odpowiadają materiałowi nieuszkodzonemu i uszkodzonemu.



Rys. 4.5. Nieliniowy warunek stanu granicznego płaszczyźnie fizycznej  $\tau_n$ ,  $\sigma_n$ .

Załóżmy obecnie, że naprężenia normalne na płaszczyźnie fizycznej mogą się skokowo zmieniać w poszczególnych fazach, zaś kąt dylatacji pozostaje ten sam, to znaczy  $\delta_t = \delta_d = \delta$ . Przy tym założeniu stan naprężenia  $\sigma_n$  w obu fazach materiału wynosi:

$$\sigma_{nt} = \left( \frac{\tan \delta}{a_t m} St_t^m \right)^{\frac{1}{m-1}} - St_t \quad , \quad \sigma_{nd} = \left( \frac{\tan \delta}{a_d m} St_d^m \right)^{\frac{1}{m-1}} - St_d . \quad (4.47)$$



Uwzględniając warunki równowagi naprężeń na powierzchni zniszczenia (4.20), oraz równania powierzchni granicznych (4.46) otrzymamy efektywny warunek stanu granicznego  $F(\eta_d)=0$  o analogicznym równaniu:

$$F(\eta_d) = \|\tau_n\| - a_\eta \left(1 + \frac{\sigma_n}{St_\eta}\right)^m = 0, \quad (4.48)$$

gdzie parametry efektywnej powierzchni granicznej są funkcjami orientacji płaszczyzny krytycznej  $\beta-\theta$  i odpowiednio wynoszą:

$$\left(\frac{a_\eta}{St_\eta^m}\right)^{\frac{1}{1-m}} = \left(\frac{a_t}{St_t^m}\right)^{\frac{1}{1-m}} [1 - \eta_d(\beta, \theta)] + \left(\frac{a_d}{St_d^m}\right)^{\frac{1}{1-m}} \eta_d(\beta, \theta), \quad (4.49)$$

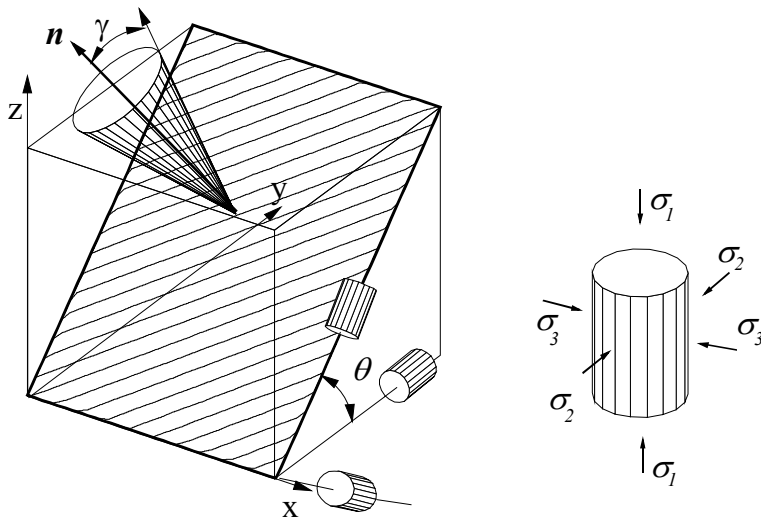
$$St_\eta = St_t [1 - \eta_d(\beta, \theta)] + St_d \eta_d(\beta, \theta).$$

Podobnie jak i dla warunku Coulomba orientacje płaszczyzny krytycznej określimy znajdując maksimum funkcji  $F(\beta)=0$ .

### 4.3 Symulacja testów trójosiowego ściskania

Przykłady zastosowania modelu przedstawimy dla trzech anizotropowych skał. Dotychczasowe rozważania dotyczyły płaskiego stanu odkształcenia, jednakże wyprowadzone związki możemy stosować do testów trójosiowych, w których dwa naprężenia główne są równe  $\sigma_2=\sigma_3$ , oraz trzecie naprężenie główne  $\sigma_1$  działa wzdłuż osi próbki. Dla uproszczenia założymy, że anizotropia jest określona przez trzy ortogonalne osie z rozkładem zniszczenia o wartościach głównych  $\eta_i$  wzdłuż osi 1 i dwoma równymi wartościami  $\eta_2=\eta_3$  wzdłuż kierunków osi 2 i 3.

Ten typ anizotropii określimy jako anizotropię poprzeczną. Własności materiału są jednakowe dla wszystkich płaszczyzn nachylonych pod tym samym kątem  $\gamma$  do pewnego charakterystycznego kierunku  $\mathbf{n}$ . Na rysunku 4.6 stożek reprezentuje zbiór wektorów normalnych do płaszczyzn na których własności materiału są jednakowe. W przypadku anizotropii poprzecznej własności materiału zmieniają się z kątem  $\gamma$  odchylenia od kierunku  $\mathbf{n}$ . Zmiany własności wytrzymałościowych ośrodka rozpatrzemy wycinając próbki pod różnymi kątami  $\theta$  pochylenia osi próbki do płaszczyzny anizotropii, w zakresie od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ .



Rys. 4.6. Anizotropia poprzeczna. Schemat wycinania próbek do testów trójosiowego ściskania.

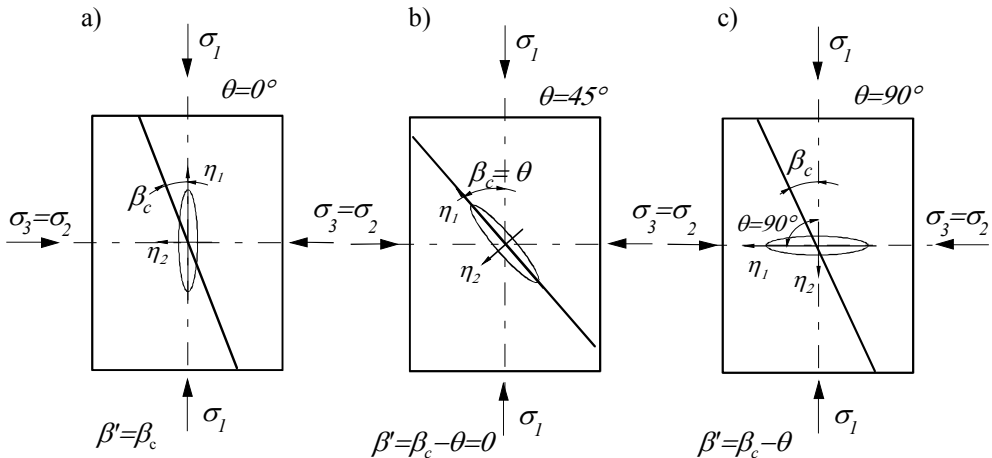
#### 4.3.1 Badania trójosiowe łupek z Angers

Wyniki badań trójosiowych łupek z Angers przedstawione w pracach [27, 35] zostały przeprowadzone na University of Lille, France .

Skała ta charakteryzuje się bardzo silną anizotropią poprzeczną . Badania wykonano dla różnych kątów nachylenia płaszczyzn anizotropii i dla różnych wartości bocznych naprężeń ściskających  $\sigma_2 = \sigma_3$  (0, 5, 10, 20, 30, 40 MPa).

Wartości maksymalne wytrzymałości występują dla kątów nachylenia płaszczyzny anizotropii  $\theta$  równych  $0^\circ$  i  $90^\circ$ , zaś minimalna wytrzymałość występuje w zakresie nachylenia płaszczyzny anizotropii od  $30^\circ$  do  $60^\circ$ . Stosunek wartości maksymalnej wytrzymałości do minimalnej dla łupek z Angers zmienia się od 14 dla naprężeń  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  MPa do 8 dla  $\sigma_2 = \sigma_3 = 40$  MPa. Kąt nachylenia płaszczyzny zniszczenia zmienia się w zależności od orientacji płaszczyzny anizotropii (rys. 4.7). Na rysunku przedstawione są położenie płaszczyzny krytycznej dla trzech kątów orientacji osi anizotropii  $\theta = 0^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $90^\circ$  stopni. Dla kąta  $\theta = 0^\circ$  mechanizm zniszczenia zależy od wartości naprężenia  $\sigma_3$ . Dla niskich wartości naprężeń mechanizm kruszenia jest dominujący, a wraz ze wzrostem naprężenia zniszczenie powstaje w wyniku ścięcia. Kąt nachylenia płaszczyzny krytycznej  $\beta_c$  (rys. 4.7a) zmienia się od  $15^\circ$  do  $20^\circ$  wraz ze wzrostem ciśnienia  $\sigma_3$ . Dla kąta  $\theta = 90^\circ$  (rys. 4.7c) kąt nachylenia płaszczyzny zniszczenia  $\beta_c$  nieznacznie zmieniał się wraz ze wzrostem ciśnienia  $\sigma_3$  wokół  $25^\circ$ . Dla orientacji płaszczyzn anizotropii pomiędzy  $\theta = 30^\circ$  i  $\theta = 60^\circ$  następuje wyraźne ścięcie wzdłuż płaszczyzny anizotropii, rys. 4.7b.

Na rysunku 4.8 przedstawione są wyniki badań trójosiowego ściskania. Na rysunku 4.8a przedstawione są zmiany różnicy naprężeń głównych  $\sigma_1 - \sigma_3$  w funkcji kąta  $\theta$  orientacji płaszczyzny anizotropii oraz na rysunku 4.8b zmiany kąta  $\beta_c$  pochylenia płaszczyzny zniszczenia do kierunku większego naprężenia głównego  $\sigma_1$  w funkcji kąta  $\theta$ . Na rysunkach 4.8 a, b przedstawiono wyniki badań dla ciśnień hydrostatycznych  $\sigma_2 = \sigma_3 = 5$  i 40 MPa.

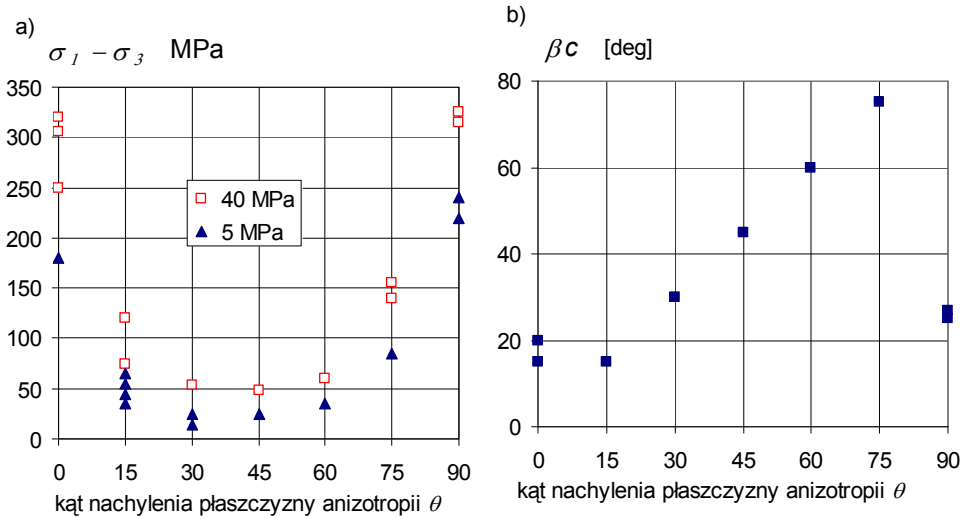


Rys. 4.7 Zmiany mechanizmu zniszczenia w funkcji kąta  $\theta$ .

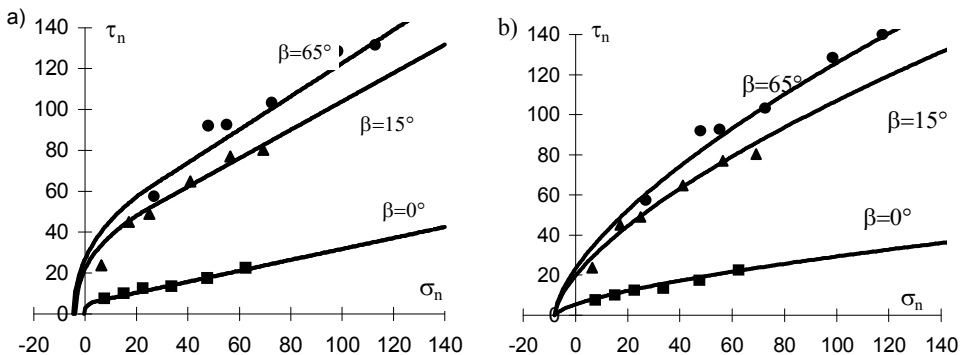
Badania wykonano dla różnych kątów pochylenia płaszczyzn anizotropii i dla różnych wartości naprężeń ściskających  $\sigma_2 = \sigma_3$  (0, 5, 10, 20, 30, 40 MPa). Na rysunku 4.8 przedstawione są wyniki zmiany wytrzymałości  $\sigma_1 - \sigma_3$  i kąta  $\beta_c$  pochylenia płaszczyzny zniszczenia do kierunku większego naprężenia głównego  $\sigma_1$  w funkcji kąta  $\theta$ , dla ciśnień  $\sigma_2 = \sigma_3 = 5$  i 40 MPa.

Identyfikacja modelu sprowadza się do wyznaczania parametrów warunków stanu granicznego powierzchni  $F_d = 0$  i  $F_t = 0$  oraz parametrów funkcji rozkładu gęstości  $\eta_d(\beta)$ . Jeżeli dysponujemy testami próby trójosiowego zniszczenia możemy wyznaczyć wartości naprężeń normalnych i stycznych na płaszczyznach zniszczenia korzystając z wzorów transformacyjnych (4.16). W tym przypadku konieczna jest znajomość kierunku płaszczyzny krytycznej (kąta  $\beta_c$ ) dla zadanej orientacji osi anizotropii  $\theta$ . Dla kierunku anizotropii  $\theta = 45^\circ$  (rys. 4.7c) wytrzymałość materiału  $\sigma_1$  jest bliska minimalnej i orientacja płaszczyzny zniszczenia pokrywa się z kierunkiem anizotropii ( $\beta = \beta_c - \theta = 0^\circ$ ). Testy trójosiowe dla tego kierunku anizotropii odpowiadają testom prostego ścinania o kierunku  $\theta = 0^\circ$ . Dla kątów anizotropii  $\theta = 0^\circ$  i  $\theta = 90^\circ$  orientacja płaszczyzny krytycznej nie pokrywa się z kierunkiem anizotropii i zniszczenie występuje wzdłuż kierunku  $\beta_c$ . Dla testu  $\theta = 0^\circ$  kąt  $\beta$  równy

jest  $\beta_c$ , zaś dla testu  $\theta=90^\circ$  kąt  $\beta=90^\circ-\beta_c$ . Jeżeli dla różnych ciśnień  $\sigma_2=\sigma_3$  kąt ścicia  $\beta_c$  nie ulega zmianie to możemy określić przybliżoną postać warunku stanu granicznego  $F_{\beta=0}$  dla kierunku  $\beta$ . Na rysunku 4.9 zostały przedstawione wyniki badań eksperymentalnych na płaszczyźnie fizycznej  $\sigma_n$  i  $\tau_n$  dla trzech kątów nachylenia płaszczyzny anizotropii  $\theta=0^\circ$ ;  $45^\circ$  i  $90^\circ$ . Na wykresach uwzględniono eksperymenty w zakresie ciśnień  $\sigma_3$  od 0 do 40 MPa.



Rys. 4.8. Badania eksperymentalne trójosiowego ściskania łupków z Angers [27,35], a) zmiany wytrzymałości na ściskanie w funkcji kąta orientacji płaszczyzny anizotropii, b) wykres kąta nachylenia płaszczyzny ścicia.



Rys. 4.9. Aproksymacja wytrzymałości granicznej dla różnych kierunków  $\beta$ , a) zmodyfikowany warunek Coulomba, b) nieliniowe kryterium wytrzymałościowe

Przy wyznaczaniu naprężeń  $\sigma_n$  i  $\tau_n$  przyjęto, że dla  $\theta=0^\circ$  kąt  $\beta_c=15^\circ$  ( $\beta=15^\circ$ ), dla  $\theta=90^\circ$  kąt wynosi  $\beta_c=25^\circ$  ( $\beta=65^\circ$ ) oraz dla  $\theta=45^\circ$  kąt  $\beta_c=45^\circ$  ( $\beta=0^\circ$ ). Na rysunku przedstawiono aproksymacje przy użyciu zmodyfikowanego warunku Coulomba (rys. 4.9a) oraz przy zastosowaniu kryterium nieliniowego (rys. 4.9b).

#### 4.3.1.1 Identyfikacja parametrów modelu przy opisie powierzchni granicznej funkcją nieliniową

Rozpatrzmy nieliniowy warunek granicznego (4.43). Dla trzech różnych serii testów, w których mechanizm zniszczenia zachodzi wzdłuż powierzchni nieciągłości o jednakowej orientacji, równania powierzchni granicznej przyjmą postać:

$$\begin{cases} F(\beta_1) = \|\tau_n\| - A_1(\sigma_n + St_1)^m = 0 & , \quad A_1 = \frac{a_1}{(St_1)^m} , \\ F(\beta_2) = \|\tau_n\| - A_2(\sigma_n + St_2)^m = 0 & , \quad A_2 = \frac{a_2}{(St_2)^m} , \\ F(\beta_3) = \|\tau_n\| - A_3(\sigma_n + St_3)^m = 0 & , \quad A_3 = \frac{a_3}{(St_3)^m} . \end{cases} \quad (4.50)$$

Uwzględniając równanie (4.49) otrzymamy układ równań:

$$\begin{aligned} A_1^{1-m} &= A_t^{1-m}(1 - \eta_d(\beta_1)) + A_d^{1-m}\eta_d(\beta_1) , \\ A_2^{1-m} &= A_t^{1-m}(1 - \eta_d(\beta_2)) + A_d^{1-m}\eta_d(\beta_2) , \\ A_3^{1-m} &= A_t^{1-m}(1 - \eta_d(\beta_3)) + A_d^{1-m}\eta_d(\beta_3) , \end{aligned} \quad (4.51)$$

oraz

$$\begin{aligned} St_1 &= St_t(1 - \eta_d(\beta_1)) - St_d\eta_d(\beta_1) , \\ St_2 &= St_t(1 - \eta_d(\beta_2)) - St_d\eta_d(\beta_2) , \\ St_3 &= St_t(1 - \eta_d(\beta_3)) - St_d\eta_d(\beta_3) , \end{aligned} \quad (4.52)$$

gdzie funkcja  $\eta_d(\eta_1, \eta_2, \beta_i)$  opisuje rozkład gęstości uszkodzenia (np. funkcja tensorowa, eliptyczna). Układ równań (4.51) i (4.52) pozwala na wyznaczenie wartości  $A_b$ ,  $A_d$ ,  $St_b$ ,  $St_d$ , oraz parametrów rozkładu  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ . Warunkiem istnienia rozwiązania jest spełnienie warunku zgodności, a mianowicie

$$\frac{A_3^{1-m} - A_1^{1-m}}{A_2^{1-m} - A_1^{1-m}} = \frac{St_3 - St_1}{St_2 - St_1} = \frac{\eta_d(\beta_3) - \eta_d(\beta_1)}{\eta_d(\beta_2) - \eta_d(\beta_1)} . \quad (4.53)$$

Równanie to pozwala na określenie parametrów  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  rozkładu. Należy tutaj zaznaczyć, że dysponując testami tylko dla trzech kierunków  $\beta$  rozkład uszkodzenia nie jest jednoznacznie określony. Możemy przyjąć rozkład tensorowy (4.35) lub też rozkład eliptyczny (4.38). Z rozwiązując układ równań (4.51) i (4.52) otrzymamy:

$$\begin{aligned} A_d^{1-m} &= \frac{1-\eta_d(\beta_2)}{\eta_d(\beta_2)-\eta_d(\beta_1)} \left[ A_1^{1-m} - \frac{1-\eta_d(\beta_1)}{1-\eta_d(\beta_2)} A_2^{1-m} \right], \\ A_t^{1-m} &= \frac{1}{1-\eta_d(\beta_2)} \left[ A_2^{1-m} - A_d^{1-m} \eta_d(\beta_2) \right], \\ St_d &= \frac{1-\eta_d(\beta_2)}{\eta_d(\beta_2)-\eta_d(\beta_1)} \left[ St_1 - \frac{1-\eta_d(\beta_1)}{1-\eta_d(\beta_2)} St_2 \right], \\ St_t &= \frac{1}{1-\eta_d(\beta_2)} [St_2 - St_d \eta_d(\beta_2)]. \end{aligned} \quad (4.54)$$

Podobna procedura identyfikacji może być zastosowana do modelu Coulomba. Określając parametry powierzchni krytycznej dla trzech serii testów otrzymamy:

$$\begin{aligned} \tan \phi_1 &= \tan \phi_t (1-\eta_d(\beta_1)) + \tan \phi_d \eta_d(\beta_1), \\ \tan \phi_2 &= \tan \phi_t (1-\eta_d(\beta_2)) + \tan \phi_d \eta_d(\beta_2), \\ \tan \phi_3 &= \tan \phi_t (1-\eta_d(\beta_3)) + \tan \phi_d \eta_d(\beta_3), \end{aligned} \quad (4.55)$$

oraz wypadkowe wartości spójności:

$$\begin{aligned} c_1 &= c_t (1-\eta_d(\beta_1)) + c_d \eta_d(\beta_1), \\ c_2 &= c_t (1-\eta_d(\beta_2)) + c_d \eta_d(\beta_2), \\ c_3 &= c_t (1-\eta_d(\beta_3)) + c_d \eta_d(\beta_3), \end{aligned} \quad (4.56)$$

gdzie funkcja  $\eta_d(\beta_i) = \eta_d(\eta_1, \eta_2, \beta_i)$  określa rozkład gęstości uszkodzenia. Dla modelu Coulomba równanie zgodności przyjmie postać:

$$\frac{\tan \phi_3 - \tan \phi_1}{\tan \phi_2 - \tan \phi_1} = \frac{c_3 - c_1}{c_2 - c_1} = \frac{\eta_d(\beta_3) - \eta_d(\beta_1)}{\eta_d(\beta_2) - \eta_d(\beta_1)}. \quad (4.57)$$

Równanie to pozwala na określenie parametrów rozkładu  $\eta_1$  i  $\eta_2$ . Parametry warunku granicznego fazy uszkodzonej i nieuszkodzonej  $\phi_b$ ,  $\phi_d$ ,  $c_b$ ,  $c_d$  wyznaczmy z równań (4.55) i (4.56).

Na rysunku 4.10 przedstawione zostały zmiany wytrzymałości dla trójosiowego ściskania oraz zmiany kąta pochylenia powierzchni zniszczenia  $\beta_c$  w funkcji kąta pochylenia osi anizotropii materiału  $\theta$ . Przy opisie powierzchni granicznych zmodyfikowanym warunkiem Coulomba (parametry modelu zawarte są w tabeli

4.1). Wyniki badań eksperymentalnych dla naprężeń hydrostatycznych  $\sigma_2 = \sigma_3 = 5$  MPa i 40 MPa są zaznaczone na wykresie symbolami.

Zmodyfikowany warunek Coulomba		Rozkład eliptyczny
materiał nieuszkodzony	materiał uszkodzony	parametry rozkładu
$c_t = 45 \text{ MPa}$ $\phi_t = 41^\circ$ $St_t = 5 \text{ MPa}$	$c_d = 5 \text{ MPa}$ $\phi_d = 12^\circ$ $St_d = 0.5 \text{ MPa}$	$\eta_1 = 0.97$ $\eta_2 = 0.05$

Tabela 4.1: Parametry wytrzymałościowe dla zmodyfikowanego warunku Coulomba dla łupek z Angers.

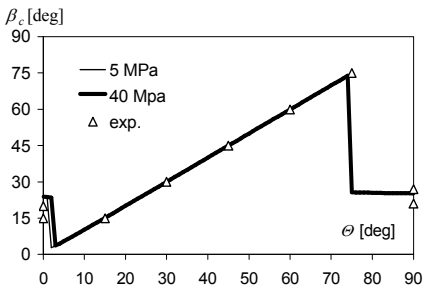
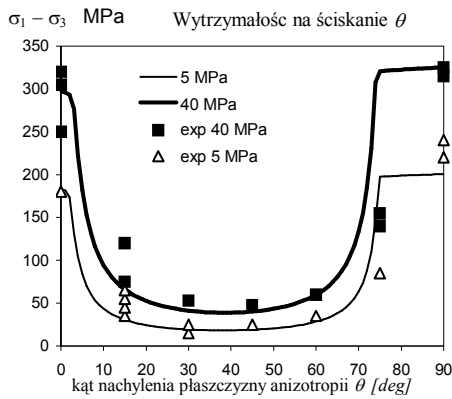
Na rysunku 4.11 przedstawiona jest symulacja przy zastosowaniu nieliniowego warunku wyężenia materiału . Parametry materiału zawarte są w tabeli 4.2.

Nieliniowy warunek graniczny		Rozkład eliptyczny
materiał nieuszkodzony	materiał uszkodzony	parametry rozkładu
$a_t = 24.612 \text{ MPa}$ $St_t = 8.0 \text{ MPa}$ $m = 0.65$	$a_d = 5.409 \text{ MPa}$ $St_d = 8.0 \text{ MPa}$ $m = 0.65$	$\eta_1 = 1.0$ $\eta_2 = 0.14$

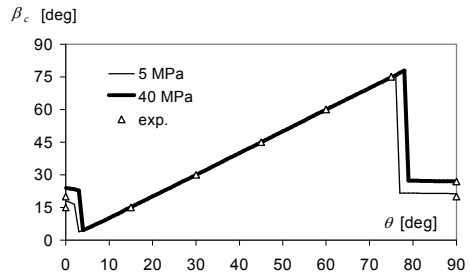
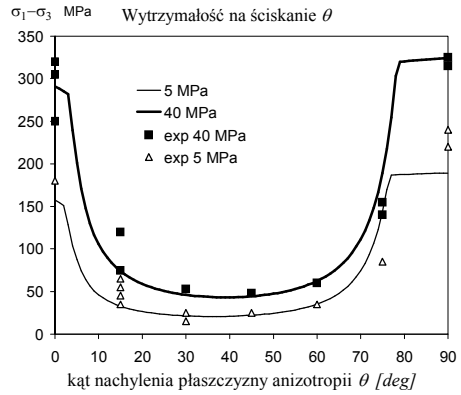
Tabela 4.2: Parametry wytrzymałościowe dla nieliniowego warunku wytrzymałościowego dla łupek z Angers.

Jak widać zarówno zmodyfikowany warunek Coulomba jak i nieliniowy warunek wyężenia opisują prawidłowo zmiany wytrzymałości oraz orientacje płaszczyzny ścięcia.

Na rysunkach 4.12, 4.13 przedstawione są wyniki wrażliwości modelu na zmiany parametrów rozkładu uszkodzenia. Na rysunkach 4.12 a, b przedstawione są wyniki dla rozkładu eliptycznego dla parametrów  $\eta_1 = 0.05, 0.3, 0.5, 0.8, 0.97, \eta_2 = 0.05$ . Symulacja została przeprowadzona dla testów trójosiowego ściskania przy ciśnieniu hydrostatycznym  $\sigma_2 = \sigma_3 = 40$  MPa, zaś pozostałe parametry wytrzymałościowe zostały przyjęte jak testów na łupkach z Angers przedstawionych w tabeli 4.1.



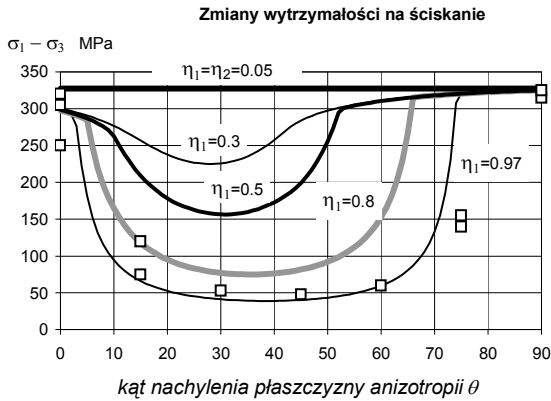
Rys. 4.10: Zmiany wytrzymałości i kąta pochylenia powierzchni zniszczenia dla łupków z Angers dla zmodyfikowanego modelu Coulomba.



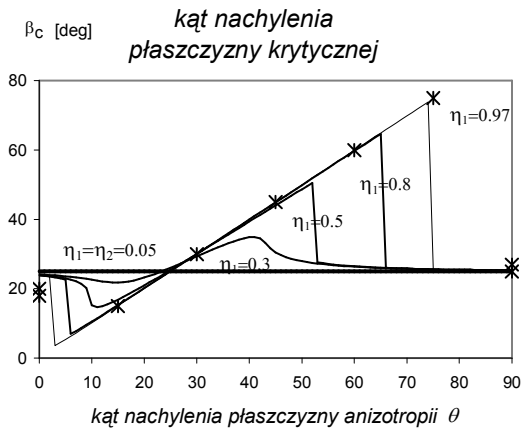
Rys. 4.11: Zmiany wytrzymałości i kąta pochylenia powierzchni zniszczenia dla łupków z Angers dla nieliniowego warunku granicznego.



a)



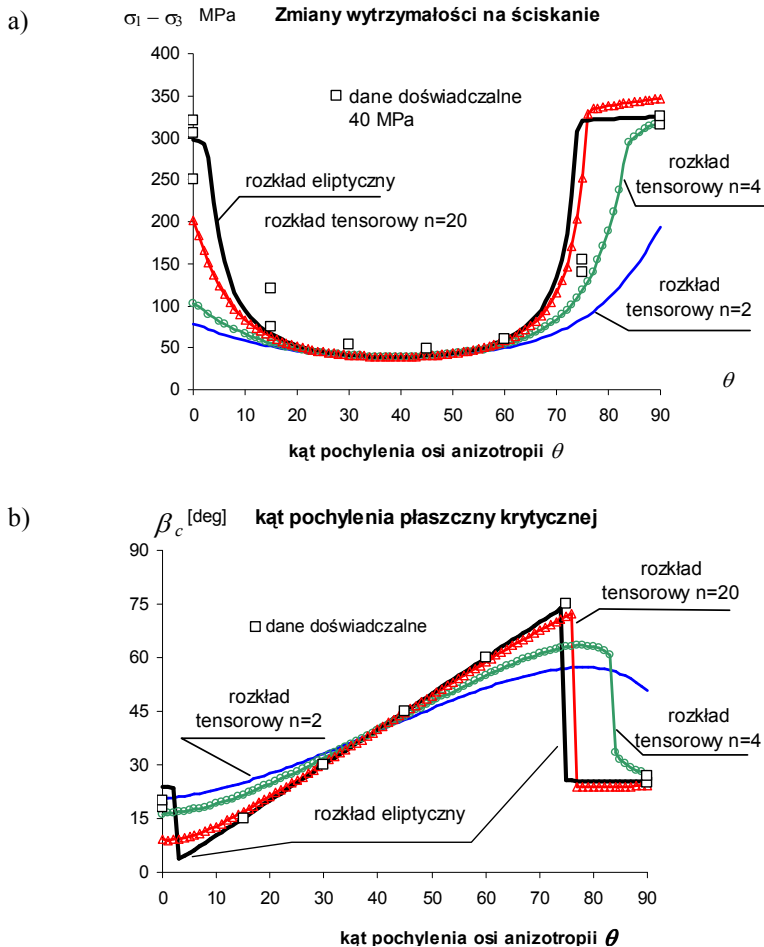
b)



Rys. 4.12: Symulacja trójosiowego ściskania dla różnych parametrów rozkładu eliptycznego przy naprężeniu  $\sigma_2 = \sigma_3 = 40$  MPa, a) zmiany wytrzymałości na ściskanie, b) zmiany kąta pochylenia płaszczyzny zniszczenia.

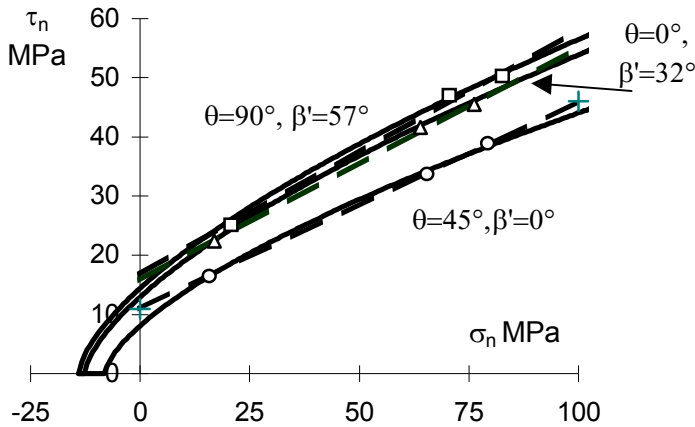
Podobnie na rysunkach 4.13 a, b została przedstawiona symulacja testów trójosiowego ściskania przy założeniu tensorowego rozkładu uszkodzenia (4.35), przy parametrach rozkładu  $\eta_1 = 0.97$ ,  $\eta_2 = 0.05$  oraz różnych wartości wykładnika  $n = 2, 4, 20$ . Wyniki przedstawiają zmiany wytrzymałości na ściskanie oraz zmiany kąta pochylenia płaszczyzny ścięcia w funkcji pochylenia osi anizotropii. Przyjmując duże wartości  $n = 20$  wyniki są zbliżone do danych eksperymentalnych i do symulacji dla rozkładu eliptycznego. Dla rozkładu uszkodzenia opisanego

rozkładem tensorowym  $n=2$ , zarówno zmiany wytrzymałości na ściskanie jak i kąta pochylenia płaszczyzn ścicia są znacznie odbiegające od danych eksperymentalnych. Przy rozkładach tensorowych płaszczyzna ścicia nie pokrywa się z płaszczyzną anizotropii, tak jak ma to miejsce w badaniach eksperymentalnych na skałach o silnej anizotropii (łupki z Angers). Podobnie rozkłady tensorowe źle opisują wytrzymałość na ściskanie dla kątów  $\theta = 0^\circ, 90^\circ$  pochylenia osi anizotropii, kiedy główna oś anizotropii jest ustawiona równolegle lub też prostopadłe do kierunku większego naprężenia głównego  $\sigma_1$ .



Rys. 4.13: Symulacja trójosiowego ściskania dla różnych wartości parametru  $n$  uogólnionego rozkładu tensorowego (4.35) przy naprężeniu  $\sigma_2 = \sigma_3 = 40$  MPa, a) zmiany wytrzymałości na ściskanie, b) zmiany kąta pochylenia płaszczyzny zniszczenia.

## 4.3.2 Testy trójosiowego ściskania dla łupka ilastego Tournemire



Rys. 4.14. Powierzchnie graniczne na płaszczyźnie fizycznej  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$  dla skały Tournemire – aproksymacja modelem Coulomba i nieliniowym warunkiem wyężenia.

Jako następny przykład weryfikacji modelu rozpatrzmy łupek ilasty Tournemire. Badania eksperymentalne (Niandou [112]) zostały przeprowadzone na próbkach sześciennych. Pomiary ultrasonograficzne wykazały dobrze zaznaczoną anizotropię poprzeczną skały. Badania wytrzymałości na ściskanie przeprowadzono dla różnych wartości ciśnienia hydrostatycznego  $\sigma_2=\sigma_3$  i różnych kątów orientacji osi anizotropii. Na rysunkach 4.15 a, b zostało przedstawione porównanie wyników eksperymentalnych i symulacja numeryczna wytrzymałości na ściskanie  $\sigma_1$  w funkcji kąta  $\theta$  orientacji płaszczyzny anizotropii, dla ciśnień  $\sigma_2=\sigma_3=5, 40$  i  $50$  MPa. Symulację numeryczną przeprowadzono dla powierzchni krytycznych opisanych warunkiem Coulomba (rys. 4.15a) jak i modelem nieliniowym (rys. 4.15b). Zakładając eliptyczny rozkład uszkodzenia zostały wyznaczone parametry materiału:

- dla funkcji nieliniowej:

$$m=0.65, a_d=8.11 \text{ MPa}, \sigma_{0d}=-8.0 \text{ MPa}, a_t=18.05 \text{ MPa}, \sigma_{0t}=-17.40 \text{ MPa}, \\ \eta_1=1.0, \eta_2=0.14,$$

- dla warunku Coulomba:

$$c_t=19.73 \text{ MPa}, \phi_t=24.09^\circ, c_d=10.88 \text{ MPa}, \phi_d=19.36^\circ, \eta_1=1.0, \eta_2=0.29.$$

Na rysunku 4.14 zostały przedstawione powierzchnie graniczne dla trzech kierunków pochylenia płaszczyzny fizycznej do kierunków głównych osi ortotropii tj.:  $\beta=0^\circ$ ,  $32^\circ$  i  $56^\circ$ . Kierunki te odpowiadają płaszczyzną zniszczenia jakie generowane są w trakcie próby trójosiowego ściskania dla kątów  $\theta = 45^\circ$ ,  $0^\circ$  i  $90^\circ$  pochylenia osi ortotropii w stosunku do kierunku naprężenia głównego  $\sigma_1$ .

Na rysunkach 4.16 a i b zostały przedstawione wyniki symulacji próby trójosiowego ściskania przy zastosowaniu uogólnionego rozkładu tensorowego (4.35) dla  $n=6$ . W tym przypadku stałe materiałowe odpowiednio wynoszą:

- dla funkcji nieliniowej:

$$m=0.65, a_d=8.11 \text{ MPa}, \sigma_{0d}=-8.0 \text{ MPa}, a_t=16,01 \text{ MPa}, \sigma_{0t}=15.48 \text{ MPa},$$

$$\eta_1=1.0, \eta_2=0.56, n=6$$

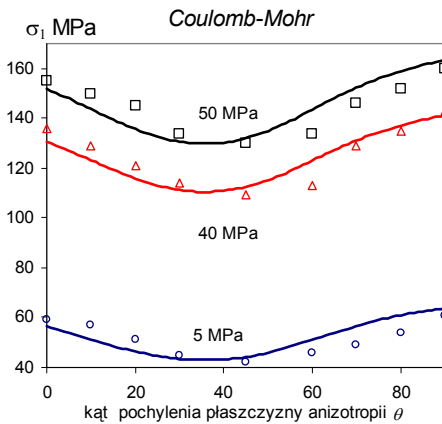
- dla warunku Coulomba:

$$c_t=18.85 \text{ MPa}, \phi_t=23.64^\circ, c_d=10.88 \text{ MPa}, \phi_d=19.36^\circ,$$

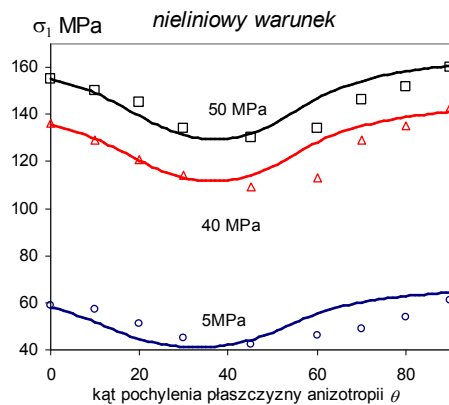
$$\eta_1=1.0, \eta_2=0.064, n=6.$$

Jak widać oba rozkłady uszkodzenia prawidłowo opisują zachowanie materiału.

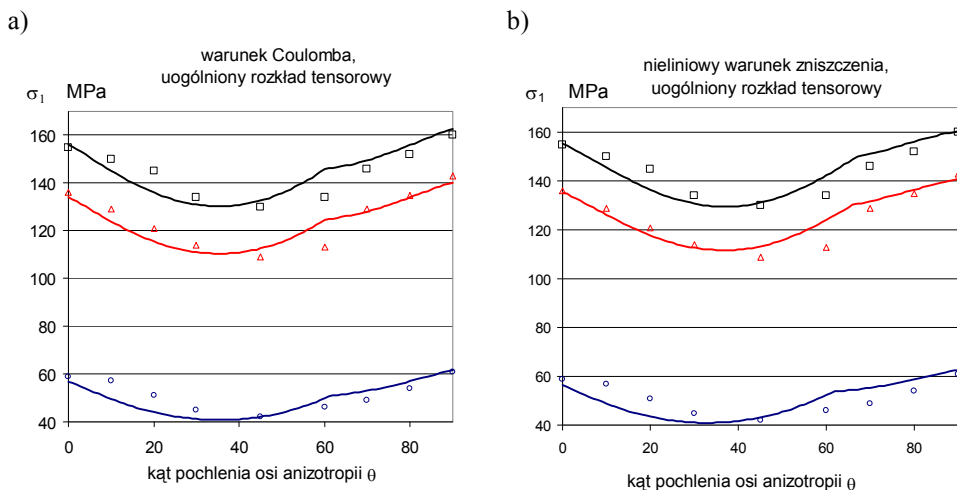
a)



b)



Rys. 4.15 Zmiany wytrzymałości Tournemire shale dla eliptycznego rozkładu uszkodzenia (4.38); a) warunek Coulomba, b) nieliniowy warunek wytrzymałościowy.



Rys. 4.16. Zmiany wytrzymałości Tournemire shale dla tensorowego rozkładu uszkodzenia (4.35); a) warunek Coulomba, b) nieliniowy warunek wytrzymałościowy.

### 4.3.3 Testy trójosiowego ściskania diatomitu

Zmiany wytrzymałości na ściskanie w funkcji kierunku położenia osi ortotropii ( $\pi/2-\theta$ ) dla diatomitu zostały przedstawione przez Alliot i Boehler [1]. Rysunek 4.17 przedstawia symulacje wytrzymałości na ściskanie dla trzech wartości naprężenia hydrostatycznego  $\sigma_2=\sigma_3=0.5, 1$  i  $2$  MPa w funkcji pochylenia osi ortotropii. Modelownie zostało przedstawione dla nieliniowego warunku stanu granicznego (4.48) jak i dla warunku Coulomba. W tabelach 4.3 i 4.4 zostały zawarte stałe materiałowe diatomitu oraz parametry eliptycznego rozkładu uszkodzenia.

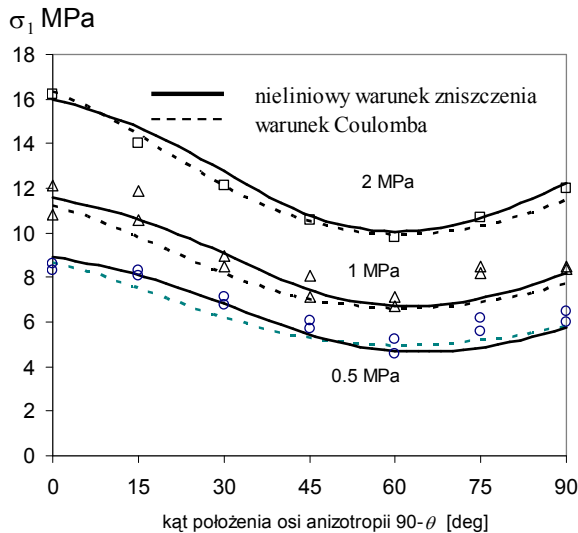
Tabela 4.3 Parametry materiałowe diatomitu dla nieliniowego warunku stanu granicznego.

Nieliniowy warunek		Eliptyczny rozkład uszkodzenia
Materiał nieuszkodzony	Materiał uszkodzony	Parametry rozkładu
$a_r=2.2465$ MPa $St_r=0.8704$ MPa $m=0.7$	$a_d=0.2587$ MPa $St_d=0.1$ MPa $m=0.7$	$\eta_r=\tilde{1}$ $\eta_z=0.7065$

Tabela 4.4 Parametry materiałowe diatomitu dla warunku Coulomba.

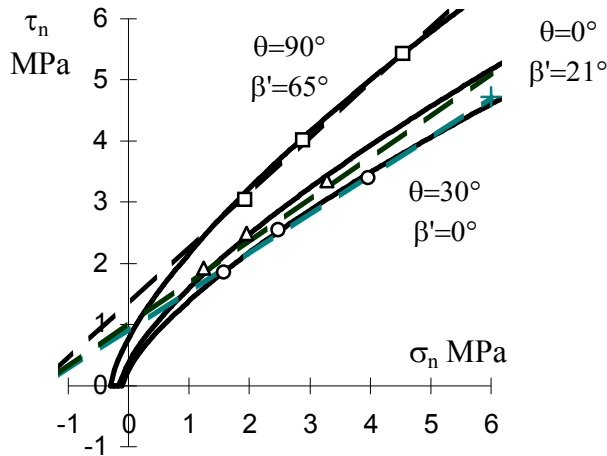
Warunek Coulomba		Eliptyczny rozkład uszkodzenia
Materiał nieuszkodzony	Materiał uszkodzony	Parametry rozkładu
$c_t=3.93$ MPa $\phi_t=68.32^\circ$	$c_d=0.9$ MPa $\phi_d=32.46^\circ$	$\eta_1=1.0$ $\eta_2=0.83$

Wyniki symulacji są bliskie danym eksperymentalnym przedstawionym za pomocą symboli na rysunku 4.17. W tym przypadku warunek nieliniowy daje lepszy opis zachowania materiału.



Rys. 4.17. Zmiany wytrzymałości na ściskanie dla diatomitu (dane eksperymentalne -Allirot i Boehler [1]).

Powierzchnie graniczne dla trzech orientacji przedstawione są na rysunkach 4.9 dla łupek z Angers, na rysunku 4.14 dla Tournemire shale i na rysunku 4.18 dla diatomitu.



Rys. 4.18. Powierzchnie graniczne na płaszczyźnie fizycznej  $\sigma_n$ ,  $\tau_n$  dla diatomitu – aproksymacja modelem Coulomba i nieliniowym warunkiem wyężenia.

#### 4.4 Określenie warunku granicznego dla dowolnego stanu naprężenia

Rozważmy obecnie przypadek ogólny, kiedy osie anizotropii materiału  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  są dowolnie zorientowane w stosunku do kierunku osi naprężeń głównych porównujących się z globalnym kartezjańskim układem współrzędnych  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , (rys. 4.19). Reguła transformacji dowolnego wektora  $x_i$  pomiędzy globalnym układem współrzędnych a układem struktury jest zapisana poprzez równanie:

$$S_i = Q_{ij}^T x_j, \quad (4.58)$$

gdzie  $Q_{ij}$  jest macierzą obrotu. Do opisu położenia osi anizotropii  $S_1, S_2, S_3$  względem układu  $x, y, z$  będziemy używać opisu kątami Eulera  $\nu, \psi, \phi$ , gdzie  $\nu$  – kąt nutacji,  $\psi$  – kąt precesji ( $x, OA$ ),  $\phi$  – kąt właściwego obrotu ( $S_1, OA$ ), zaś półprosta  $OA$  określa przecięcie płaszczyzn  $Oxy$ ,  $OS_1S_2$  (rys. 4.19a). Macierz obrotu  $Q_{ij}$  zdefiniowana poprzez kąty Eulera przyjmuje postać:

$$Q = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

gdzie współczynniki kierunkowe macierzy  $Q_{ij}$  wynoszą:

$$\begin{aligned}
 l_1 &= c_2 c_3 - c_1 s_2 s_3, & m_1 &= s_2 c_3 + c_1 c_2 s_3, & n_1 &= s_1 s_3, \\
 l_2 &= -c_2 s_3 - c_1 s_2 c_3, & m_2 &= -s_2 c_3 + c_1 c_2 c_3, & n_2 &= s_1 c_3, \\
 l_3 &= s_1 s_2, & m_3 &= -s_1 c_2, & n_3 &= c_1,
 \end{aligned} \tag{4.60}$$

oraz

$$\begin{aligned}
 \cos \nu &= c_1, & \cos \psi &= c_2, & \cos \phi &= c_3, \\
 \sin \nu &= s_1, & \sin \psi &= s_2, & \sin \phi &= s_3.
 \end{aligned} \tag{4.61}$$

Rozpatrzmy płaszczyznę fizyczną o normalnej  $n$  określonej we współrzędnych kartezyjskich  $x, y, z$ . Stan naprężenia na płaszczyźnie wynosi:

$$\begin{aligned}
 \sigma_n &= \sigma_{ij} n_i n_j = \sigma_{11} n_1^2 + \sigma_{22} n_2^2 + \sigma_{33} n_3^2 + \\
 &+ 2\sigma_{12} n_1 n_2 + 2\sigma_{23} n_2 n_3 + 2\sigma_{13} n_1 n_3 \\
 \tau_n &= \sqrt{\sigma_{ij} n_i \sigma_{ik} n_k - (\sigma_{ij} n_i n_j)^2}
 \end{aligned} \tag{4.62}$$

Zakładając współrzędne sferyczne  $\beta^s, \gamma^s, r$  (rys. 4.19b) współrzędne kartezyjskie dowolnego wektora  $r$  w układzie struktury  $S_1, S_2, S_3$  wynoszą

$$s_1 = r \cos \beta^s \cos \gamma^s, \quad s_2 = r \sin \beta^s \cos \gamma^s, \quad s_3 = r \sin \gamma^s. \tag{4.63}$$

Zakładając, że rozkład gęstości uszkodzenia określony jest rozkładem tensorowym o wartościach głównych  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  we współrzędnych struktury  $S_1, S_2, S_3$  rozkład gęstości dla dowolnie zorientowanej płaszczyzny wyrazi się wzorem:

$$\eta_d = \eta_{ij} n_i n_j = \eta_1 n_1^2 + \eta_2 n_2^2 + \eta_3 n_3^2,$$

oraz we współrzędnych sferycznych (4.64)

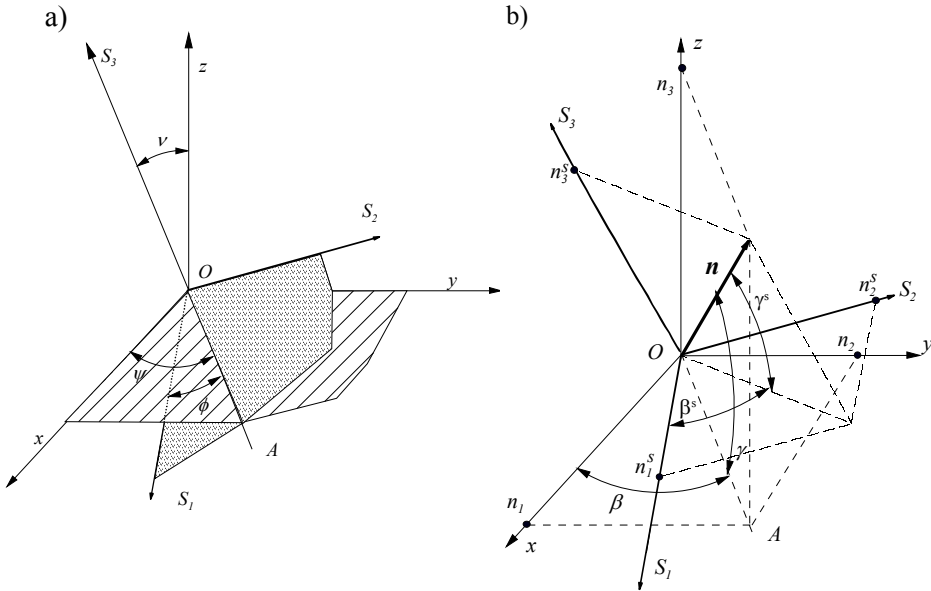
$$\eta_d = \eta_1 \cos^2 \beta^s \cos^2 \gamma^s + \eta_2 \sin^2 \beta^s \cos^2 \gamma^s + \eta_3 \sin^2 \gamma^s.$$

Bardziej uogólniony rozkład (rys. 4.20b) możemy przedstawić w formie:

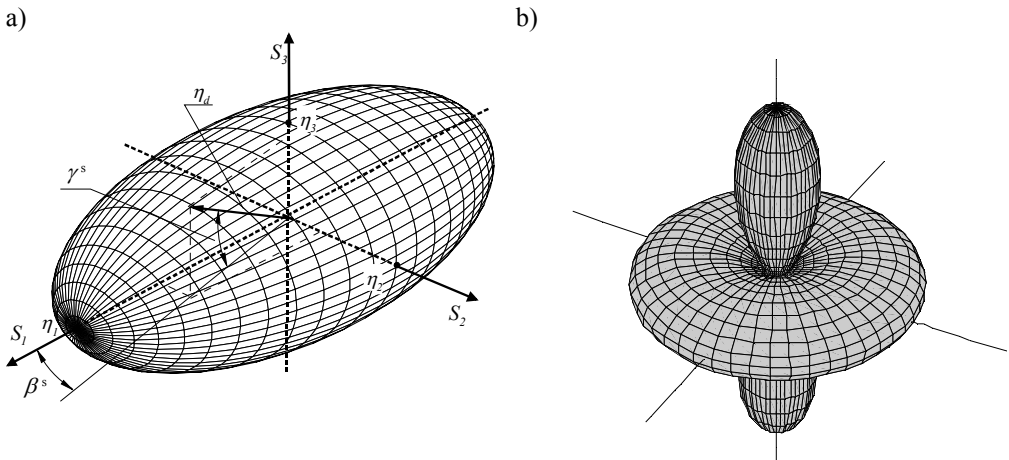
$$\eta_d = \eta_1 \cos^2 \beta^s \cos^l \gamma^s + \eta_2 \sin^2 \beta^s \cos^l \gamma^s + \eta_3 \sin^l \gamma^s, \tag{4.65}$$

gdzie  $l$  jest dodatnim współczynnikiem potęgowym ( $l=2, 4, 6, \dots$ ).





Rys. 4.19: Położenie układów kartezjańskich: a) kąty Eulera  $\nu, \psi, \phi$  definiujące wzajemne położenie dwóch układów kartezjańskich, b) kąty  $\beta, \gamma$  definiujące wektor normalny do płaszczyzny krytycznej w układach  $x, y, z$  i  $S_1, S_2, S_3$  współrzędnych kartezjańskich.



Rys. 4.20 .Rozkłady gęstości faz ośrodka; a) rozkład elipsoidalny, b) uogólniony rozkład tensorowy.

Alternatywnym rozkładem gęstości poszczególnych faz ośrodka  $F_i=0$  i  $F_d=0$  jest rozkład elipsoidalny (rys. 4.20a), o wartościach głównych  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$ . We współrzędnych kartezjańskich  $S_1, S_2, S_3$  przedstawiony jest poprzez relację:

$$\left(\frac{S_1}{\eta_1}\right)^2 + \left(\frac{S_2}{\eta_2}\right)^2 + \left(\frac{S_3}{\eta_3}\right)^2 = 1, \quad (4.66)$$

zaś we współrzędnych sferycznych następująco:

$$\eta_d = \left[ \frac{\cos^2 \beta^s \cos^2 \gamma^s}{\eta_1^2} + \frac{\sin^2 \beta^s \cos^2 \gamma^s}{\eta_2^2} + \frac{\sin^2 \gamma^s}{\eta_3^2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.67)$$

Tak więc dla płaszczyzny fizycznej o normalnej określonej przez wektor  $\mathbf{n}$  parametry rozkładu  $\eta_d$  otrzymamy korzystając ze wzorów (4.65, 4.67) wyznaczając kolejno współrzędne wektora w układzie struktury  $\mathbf{n}^s = \mathbf{Q}^T \mathbf{n}$ , a następnie wyznaczając współrzędne sferyczne  $\beta^s$  i  $\gamma^s$  z równań

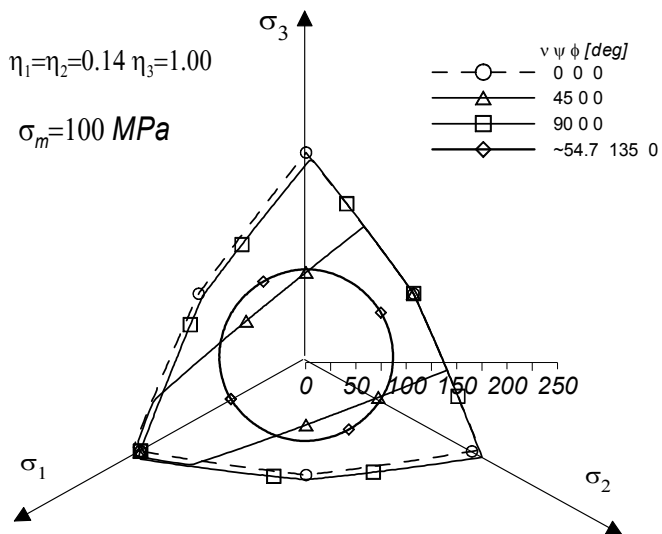
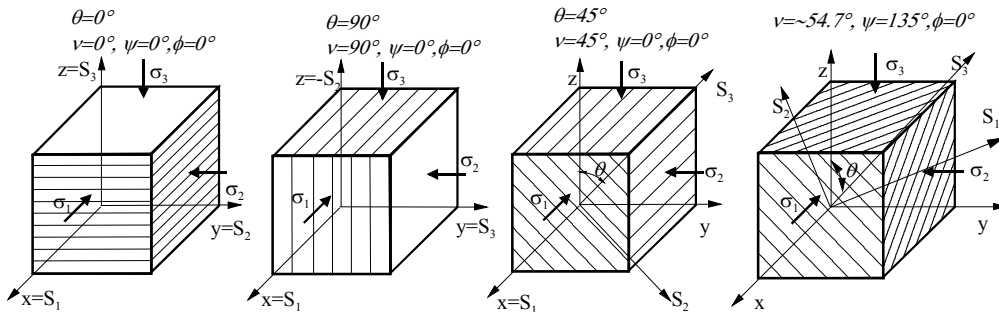
$$\beta^s = \arctg\left(\frac{n_2^s}{n_1^s}\right), \quad \gamma^s = \arctg\left(\frac{n_3^s}{\sqrt{(n_1^s)^2 + (n_2^s)^2}}\right) \quad (4.68)$$

W globalnym układzie współrzędnych  $x, y, z$  orientację płaszczyzny krytycznej określimy z warunku ekstremum funkcji  $F$ , a mianowicie

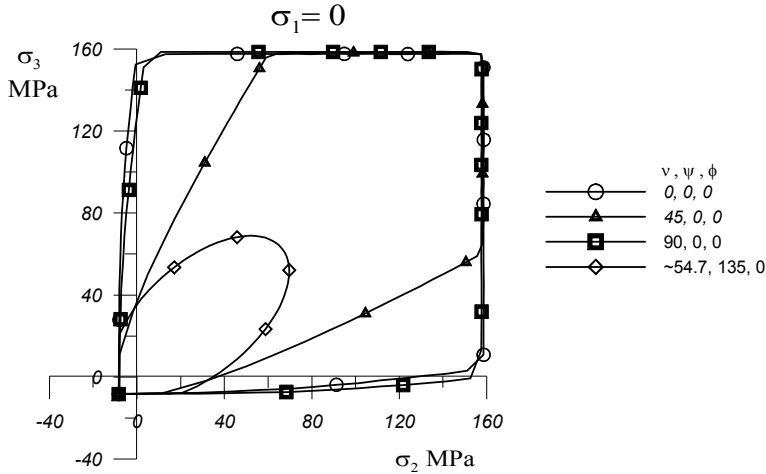
$$F^C(\sigma_n, \tau_n, \omega_j(\beta, \gamma)) = \max_{\beta, \gamma} F(\sigma_n, \tau_n, \omega_j(\beta, \gamma)) = 0. \quad (4.69)$$

Obecnie rozpatrzmy kształt powierzchni zniszczenia na płaszczyźnie oktaedrycznej, czyli na płaszczyźnie  $\sigma_m = \text{const}$ . Na rysunku 4.21 przedstawione zostały kształty powierzchni granicznej na płaszczyźnie oktaedrycznej dla różnych orientacji osi ortotropii. Wyniki przedstawione są dla płaszczyzny o naprężeniu hydrostatycznym  $\sigma_m = 100$  MPa oraz dla elipsoidalnego rozkładu zniszczenia o parametrach  $\eta_1 = \eta_2 = 0.14$ ,  $\eta_3 = 1.0$ , zaś parametry powierzchni zniszczenia zostały przyjęte jak dla łupków z Angers wyszczególnione w tabeli 4.2.

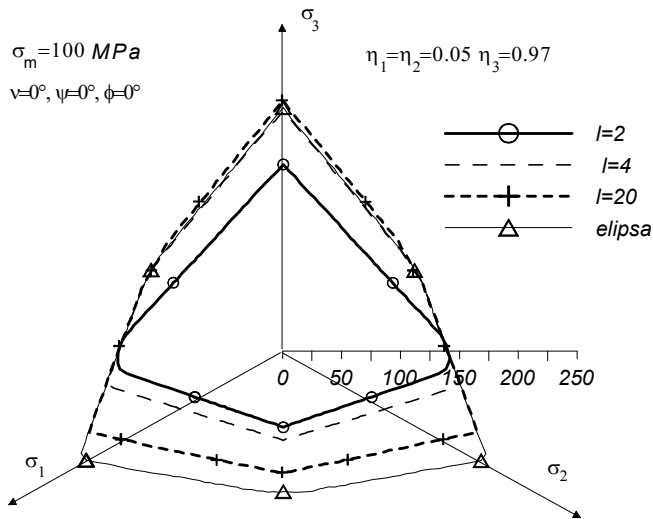
Rysunek 4.22 przedstawia powierzchnie zniszczenia dla płaskiego stanu naprężenia i różnych orientacji osi ortotropii. Podobnie jak na płaszczyźnie oktaedrycznej dla płaskiego stanu naprężenia widać bardzo istotny wpływ orientacji osi anizotropii na kształt powierzchni zniszczenia.



Rys. 4.21 Powierzchnie graniczne na płaszczyźnie oktaedrycznej dla różnych orientacji osi ortotropii dla łąpek z Angers. Wzajemne położenie osi orientacji względem naprężeń głównych zostało przedstawione na górnym rysunku.



Rys. 4.22: Powierzchnie graniczne dla płaskiego stanu naprężenia dla różnych orientacji osi ortotropii dla łupków z Angers (parametry modelu Tabela 4.2).



Rys. 4.23. Zmiany powierzchni granicznej na płaszczyźnie oktaedrycznej dla różnych rozkładów uszkodzenia (zmodyfikowany warunek Coulomba,  $\sigma_m = 100$  MPa). Parametry modelu w Tabeli 4.2.

Na rysunku 4.23 przedstawione zostały zmiany kształtu powierzchni zniszczenia dla różnych parametrów rozkładu zniszczenia określonego uogólnionym rozkładem tensorowym (4.65) o parametrach  $\eta_1 = \eta_2 = 0.05, \eta_3 = 0.97$  i różnych wartości potęgi

$l=2,4,20$ . Wykres przedstawia zmiany wytrzymałości na płaszczyźnie oktaedrycznej dla naprężenia hydrostatycznego  $\sigma_m=100$  MPa i położeniu osi anizotropii materiału określonego kątami Eulera  $\nu=0^\circ$ ,  $\phi=0^\circ$ ,  $\psi=0^\circ$ . Wyniki symulacji zostały przedstawione przyjmując zmodyfikowany warunek Coulomba o parametrach dla łupków z Angers (Tabela 4.2).

#### 4.5 Rozwój uszkodzenia na płaszczyźnie krytycznej.

W rozdziałach 4.2 i 4.3 zostały omówione warunki stanu granicznego dla materiałów sztywno plastycznych. Obecnie rozszerzymy analizę na rozwój uszkodzenia na płaszczyźnie fizycznej z uwzględnieniem składowych odkształcenia  $\varepsilon_n$ ,  $\gamma_n$ . Zakładamy że naprężenia normalne i styczne działające na płaszczyźnie fizycznej wynoszą  $\tau_n = \tau_n^t \eta_t + \tau_n^d \eta_d$ ,  $\sigma_n = \sigma_n^t \eta_t + \sigma_n^d \eta_d$ , gdzie  $\tau_n^d, \sigma_n^d$  są średnimi naprężeniami działającymi na obszar uszkodzony (damage), zaś  $\tau_n^t, \sigma_n^t$  są naprężeniami kontaktowymi działającymi na części nieuszkodzonej (intact).

Zakładamy, że stan odkształcenia dla materiału nieuszkodzonego możemy rozłożyć na część sprężystą i plastyczną, a mianowicie:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^t = \boldsymbol{\varepsilon}^{tp} + \boldsymbol{\varepsilon}^{te}, \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_n^t \\ \gamma_n^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_n^{te} \\ \gamma_n^{te} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_n^{tp} \\ \gamma_n^{tp} \end{bmatrix}, \quad (4.70)$$

gdzie  $\boldsymbol{\varepsilon}^{tp}, \boldsymbol{\varepsilon}^{te}$  są sprężystą i plastyczną składową odkształcenia,  $\varepsilon_n^{te}, \gamma_n^{te}$  są normalną i postaciową składową odkształcenia sprężystego, zaś  $\varepsilon_n^{tp}, \gamma_n^{tp}$  są składowymi plastycznymi.

Podobnie dla części materiału uszkodzonego dokonamy rozkładu odkształcenia na część sprężystą i plastyczną:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^d = \boldsymbol{\varepsilon}^{dp} + \boldsymbol{\varepsilon}^{de}, \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_n^d \\ \gamma_n^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_n^{de} \\ \gamma_n^{de} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_n^{dp} \\ \gamma_n^{dp} \end{bmatrix}. \quad (4.71)$$

Zakładamy, że stan odkształcenia w obu częściach materiału jest jednakowy, a mianowicie:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{dp} + \boldsymbol{\varepsilon}^{de} = \boldsymbol{\varepsilon}^{tp} + \boldsymbol{\varepsilon}^{te}. \quad (4.72)$$

Zakładamy, że sprężyste związki konstytutywne możemy wyrazić w postaci przyrostowej, a mianowicie:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_n^{te} \\ \dot{\gamma}_n^{te} \end{bmatrix} &= [\mathbf{C}_t^e] \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^t \\ \dot{\tau}_n^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K_t & 0 \\ 0 & 1/G_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^t \\ \dot{\tau}_n^t \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_n^{de} \\ \dot{\gamma}_n^{de} \end{bmatrix} &= [\mathbf{C}_d^e] \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^d \\ \dot{\tau}_n^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K_d & 0 \\ 0 & 1/G_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^d \\ \dot{\tau}_n^d \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.73)$$

gdzie  $K_b$ ,  $G_b$ ,  $K_d$ ,  $G_d$ , są odpowiednio normalnymi i stycznymi modułami sztywności dla części nieuszkodzonej i uszkodzonej.

Podobnie związki konstytutywne dla plastyczności zapiszemy w postaci przyrostowej:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_n^{tp} \\ \dot{\gamma}_n^{tp} \end{bmatrix} &= [\mathbf{C}_t^p] \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^t \\ \dot{\tau}_n^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{t11}^p & c_{t12}^p \\ c_{t21}^p & c_{t22}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^t \\ \dot{\tau}_n^t \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_n^{dp} \\ \dot{\gamma}_n^{dp} \end{bmatrix} &= [\mathbf{C}_d^p] \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^d \\ \dot{\tau}_n^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{d11}^p & c_{d12}^p \\ c_{d21}^p & c_{d22}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^d \\ \dot{\tau}_n^d \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.74)$$

gdzie  $\mathbf{C}_t^p$  i  $\mathbf{C}_d^p$  są macierzami podatności plastycznej odpowiednio dla materiału nieuszkodzonego i zniszczonego.

Globalna macierz podatności dla materiału nieuszkodzonego wynosi  $\mathbf{C}_t = \mathbf{C}_t^e + \mathbf{C}_t^p$ . Podobnie macierz podatności dla części materiału uszkodzonego jest równa  $\mathbf{C}_d = \mathbf{C}_d^e + \mathbf{C}_d^p$ .

Uwzględniając, że składowe stanu odkształcenia w obu fazach materiału są sobie równe, przyrostowe równania konstytutywne dla sterowania odkształceniowego napiszemy w postaci:

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^d \\ \dot{\tau}_n^d \end{bmatrix} = [\mathbf{D}_d] \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_n \\ \dot{\gamma}_n \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n^t \\ \dot{\tau}_n^t \end{bmatrix} = [\mathbf{D}_t] \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_n \\ \dot{\gamma}_n \end{bmatrix}, \quad (4.75)$$

gdzie

$$\mathbf{D}_d = \begin{bmatrix} d_{d11} & d_{d12} \\ d_{d21} & d_{d22} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_d^{-1}, \quad \mathbf{D}_t = \begin{bmatrix} d_{t11} & d_{t12} \\ d_{t21} & d_{t22} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_t^{-1}. \quad (4.76)$$

Zakładamy prawo rozwoju uszkodzenia, czyli zmian parametru  $\eta_d$ , w następującej postaci:

$$\eta_d(\xi) = \left( \frac{\xi}{\xi_{0e}} \right)^e \quad \text{lub} \quad \dot{\eta}_d = \frac{e}{\xi_{0e}} \eta_d \frac{e-1}{e} \dot{\xi} \quad , \quad \dot{\xi} = |\dot{\gamma}_n^{tp}|. \quad (4.77)$$

Poszukujemy globalnego równania konstytutywnego w postaci związków przyrostowych:

$$\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_n \\ \dot{\tau}_n \end{bmatrix} = [\mathbf{D}] \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_n \\ \dot{\gamma}_n \end{bmatrix}, \quad (4.78)$$

Uwzględniając równania (4.19, 4.20) otrzymujemy związki przyrostowe dla naprężeń:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_n &= (\sigma_n^d - \sigma_n^t) \dot{\eta}_d + (1 - \eta_d) \dot{\sigma}_n^t + \eta_d \dot{\sigma}_n^d \\ \dot{\tau}_n &= (\tau_n^d - \tau_n^t) \dot{\eta}_d + (1 - \eta_d) \dot{\tau}_n^t + \eta_d \dot{\tau}_n^d \end{aligned} \quad (4.79)$$

Pochodne występujące w równaniu odpowiednio wynoszą:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_d &= \frac{e}{\xi_{0e}} \eta_d \frac{e-1}{e} \operatorname{sgn} |\dot{\gamma}_n^{tp}| \dot{\gamma}_n^{tp} = \hat{\eta}_d \dot{\gamma}_n^{tp}, \\ \dot{\gamma}_n^{tp} &= c_{t21}^p \dot{\sigma}_n^t + c_{t22}^p \dot{\tau}_n^t, \\ \dot{\sigma}_n^t &= d_{t11} \dot{\epsilon}_n + d_{t12} \dot{\gamma}_n, \\ \dot{\tau}_n^t &= d_{t21} \dot{\epsilon}_n + d_{t22} \dot{\gamma}_n, \\ \dot{\sigma}_n^d &= d_{d11} \dot{\epsilon}_n + d_{d12} \dot{\gamma}_n, \\ \dot{\tau}_n^d &= d_{d21} \dot{\epsilon}_n + d_{d22} \dot{\gamma}_n \end{aligned} \quad (4.80)$$

Macierz sztywności  $\mathbf{D}$  możemy teraz wyrazić w postaci:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}$$

gdzie

$$\begin{aligned} d_{11} &= [(\sigma_n^d - \sigma_n^t) \hat{\eta}_d c_{t21}^p + (1 - \eta_d)] d_{t11} + \eta_d d_{d11} + (\sigma_n^d - \sigma_n^t) \hat{\eta}_d c_{t21}^p d_{t21} \quad (4.81) \\ d_{12} &= [(\sigma_n^d - \sigma_n^t) \hat{\eta}_d c_{t21}^p + (1 - \eta_d)] d_{t12} + \eta_d d_{d12} + (\sigma_n^d - \sigma_n^t) \hat{\eta}_d c_{t21}^p d_{t22} \\ d_{21} &= (\tau_n^d - \tau_n^t) \hat{\eta}_d (c_{t21}^p d_{t11} + c_{t22}^p d_{t21}) + (1 - \eta_d) d_{t21} + \eta_d d_{d21} \\ d_{22} &= (\tau_n^d - \tau_n^t) \hat{\eta}_d (c_{t21}^p d_{t12} + c_{t22}^p d_{t22}) + (1 - \eta_d) d_{t22} + \eta_d d_{d22} \end{aligned}$$

Obecnie przedstawimy zachowanie materiału w przypadku cyklicznego ścinania dla materiału opisanego modelem Coulomba z niestowarzyszonym prawem płynięcia. Założmy, że warunek wyężenia materiału związany z nieuszkodzoną fazą materiału przyjmuje postać warunku Coulomba:

$$F_t(\tau_n^t, \sigma_n^t) = \|\tau_n^t\| - \sigma_n^t \tan \phi - c \leq 0, \quad (4.82)$$

zaś, dla fazy zniszczonej opisany jest analogicznym równaniem, a mianowicie:

$$F_d(\tau_n^d, \sigma_n^d) = \|\tau_n^d\| - \sigma_n^d \tan \phi_d - c_d \leq 0. \quad (4.83)$$

Zakładając, że prawo plastycznego płynięcia opisane jest niestowarzyszonym prawem płynięcia, dla nieuszkodzonej fazy materiału mamy:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{tp} = \dot{\lambda}_t \frac{\partial \mathcal{G}_t}{\partial \boldsymbol{\sigma}_t} \text{ or } \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{tp} = \frac{1}{H_t} \frac{\partial \mathcal{G}_t}{\partial \boldsymbol{\sigma}_t} \left[ \left( \frac{\partial F_t}{\partial \boldsymbol{\sigma}_t} \right)^T \cdot \boldsymbol{\sigma}_t \right], \quad (4.84)$$

$$\dot{\lambda}_t \geq 0, \quad F_t \leq 0, \quad \dot{\lambda}_t F_t = 0$$

gdzie  $g_t$  jest potencjałem plastycznym w analogicznej formie jak warunek graniczny

$$g_t(\tau_n^t, \sigma_n^t) = \|\tau_n^t\| - \sigma_n^t \tan \psi - c_{gt} \leq 0, \quad (4.85)$$

gdzie  $\psi$  jest kątem dylatacji. Zostało przyjęte, że zarówno kąt tarcia wewnętrznego  $\phi$  jak i spójność  $c$  są zmienne w trakcie procesu deformacji, zaś za parametr opisujący wzmocnienie materiału został przyjęty parametr  $\xi$ , gdzie

$$\dot{\xi} = \left| \dot{\gamma}_n^{tp} \right|. \quad (4.86)$$

Zakładamy, że zmiany parametrów  $c=c(\xi)$  i  $\phi=\phi(\xi)$  osiągają wartości nasycenia  $c_t$  i  $\phi_t$  dla stanu deformacji  $\xi=\xi_0$ . Dla uproszczenia, zostało przyjęte, że początkowe wartości tych parametrów odpowiednio wynoszą  $c(0)=c_d$  i  $\phi(0)=\phi_d$ . Ewolucja zmian kąta tarcia wewnętrznego  $\phi$  i spójności  $c$  została przyjęta w następującej postaci:

$$\phi(\xi) = \phi_d + (\phi_t - \phi_d) \left( \frac{\xi}{\xi_0} \right)^h,$$

$$c(\xi) = c_d + (c_t - c_d) \left( \frac{\xi}{\xi_0} \right)^h, \quad (4.87)$$

gdzie  $\xi_0$ ,  $h$  są stałymi materiałowymi. Równanie zgodności dla nieuszkodzonej fazy materiału przyjmuje postać:



$$\dot{F}_t = 0 \quad , \quad \left( \frac{\partial F_t}{\partial \boldsymbol{\sigma}_t} \right)^T \cdot \dot{\boldsymbol{\sigma}}_t + \frac{\partial F_t}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{tp}} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{tp} = 0. \quad (4.88)$$

Uwzględniając równanie (4.84) moduł wzmocnienia  $H_t$  jest wyrażony równaniem:

$$H_t = - \frac{\partial F_t}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{tp}} \frac{\partial g_t}{\partial \boldsymbol{\sigma}_t}, \quad (4.89)$$

gdzie

$$\frac{\partial F_t}{\partial \xi} = \left[ (c_d - c_t) + (\phi_d - \phi_t) \frac{\sigma_n^t}{\cos^2 \phi} \right] \frac{h}{\xi_0} \left( \frac{\xi}{\xi_0} \right)^{h-1}. \quad (4.90)$$

Ostatecznie moduł wzmocnienia jest równy

$$H_t = - \frac{\partial F_t}{\partial \xi} \operatorname{sgn}(\dot{\gamma}_n^{tp}) \operatorname{sgn}(\dot{\tau}_n^t). \quad (4.91)$$

Macierz podatności plastycznej  $\mathbf{C}_t^p$  jest określona przez następujące związki:

$$\mathbf{C}_t^p = \frac{1}{H_t} \frac{\partial g_t}{\partial \boldsymbol{\sigma}_t} \otimes \left( \frac{\partial F_t}{\partial \boldsymbol{\sigma}_t} \right)^T, \quad (4.92)$$

$$\frac{\partial g_t}{\partial \boldsymbol{\sigma}_t} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_t}{\partial \sigma_n^t} \\ \frac{\partial g_t}{\partial \tau_n^t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tan \psi \\ \operatorname{sgn}(\tau_n^t) \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial F_t}{\partial \boldsymbol{\sigma}_t} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_t}{\partial \sigma_n^t} \\ \frac{\partial F_t}{\partial \tau_n^t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tan \phi \\ \operatorname{sgn}(\tau_n^t) \end{bmatrix},$$

i macierz podatności  $\mathbf{C}_t$  jest sumą macierzy sprężystej i plastycznej podatności  $\mathbf{C}_t = \mathbf{C}_t^e + \mathbf{C}_t^p$ .

Zakładamy, dla uszkodzonej fazy materiału prawo płynięcia opisane jest niestowarzyszonym prawem płynięcia, w postaci :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_d^p = \dot{\lambda}_d \frac{\partial g_d}{\partial \boldsymbol{\sigma}_d}, \quad \dot{\lambda}_d \geq 0, \quad F_d \leq 0, \quad \dot{\lambda}_d F_d = 0, \quad (4.93)$$

gdzie  $g_d$  jest potencjałem plastycznym w postaci:

$$g_d(\tau_n^d, \sigma_n^d) = |\tau_n^d| - \sigma_n^d \tan \psi - c_{gd} \leq 0, \quad (4.94)$$

gdzie  $\psi$  jest kątem dylatacji. Zakładamy, że parametry  $\psi$  i  $c_{gd}$  w trakcie procesu deformacji nie ulegają zmianie.

Obecnie przedstawimy numeryczną symulację testu prostego ścinania kiedy kąt dylatacji  $\psi=0$  (brak zmian objętości) i naprężenia normalne są równe  $\sigma_n=\sigma_n^t=\sigma_n^d=\text{const}$ . W tym przypadku będziemy używać tylko relacji pomiędzy naprężeniem ścinającym i związanym z nim odkształceniem postaciowym.

Początkowo, dla zachowania sprężystego ( $F_t<0$ ,  $F_d<0$ ) mamy  $d_{d22}=G_d$ ,  $d_{t22}=G_t$ , tak więc:

$$\dot{\tau}_n = d_{22}\dot{\gamma}_n = [(1-\eta_d)G_t + \eta_d G_d] \dot{\gamma}_n. \quad (4.95)$$

Dalej, w trakcie procesu obciążania rozpoczyna się deformacja plastyczna w fazie materiału uszkodzonego ( $F_t<0$ ,  $F_d=0$ ) ( $d_{d22}=0$ ), tak więc napiszemy

$$\dot{\tau}_n = d_{22}\dot{\gamma}_n = (1-\eta_d)G_t \dot{\gamma}_n. \quad (4.96)$$

Przy dalszym obciążaniu zostanie osiągnięty warunek graniczny w fazie materiału nieuszkodzonego ( $F_t=0$ ,  $F_d=0$ ), następuje plastyczne płynięcia w obu fazach, a ponadto występuje rozwój uszkodzenia określony równaniem (4.75) W tym przypadku mamy  $d_{d22}=0$  i

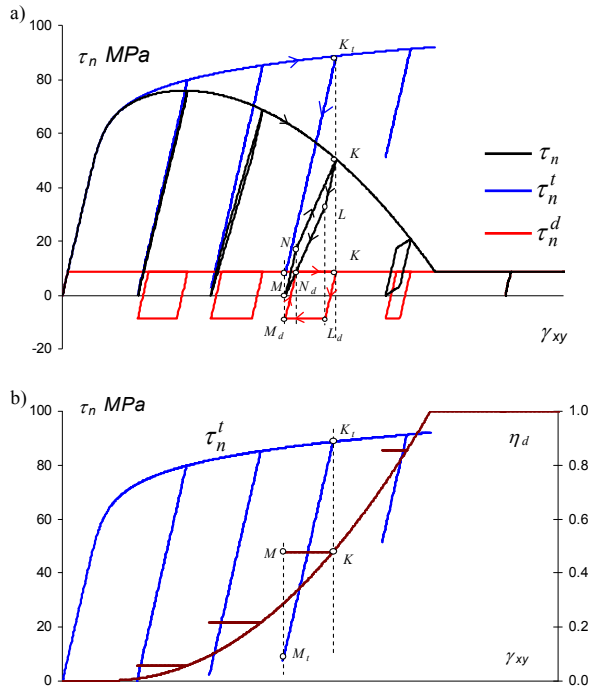
$$\begin{aligned} c_{t22}^p &= 1/H_t \\ d_{t22} &= \frac{H_t G_t}{H_t + G_t}, \end{aligned} \quad (4.97)$$

i ostatecznie równania przyrostowe wyrażą się wzorami:

$$\begin{aligned} \dot{\tau}_n &= d_{22}\dot{\gamma}_n, \\ d_{22} &= (\tau_n^d - \tau_n^t) \hat{\eta}_d c_{t22}^p d_{t22} + (1-\eta_d) d_{t22}, \\ \hat{\eta}_d &= \frac{e}{\xi_{0e}} \eta_d \frac{e-1}{e} \text{sgn}|\dot{\gamma}_n^p|. \end{aligned} \quad (4.98)$$

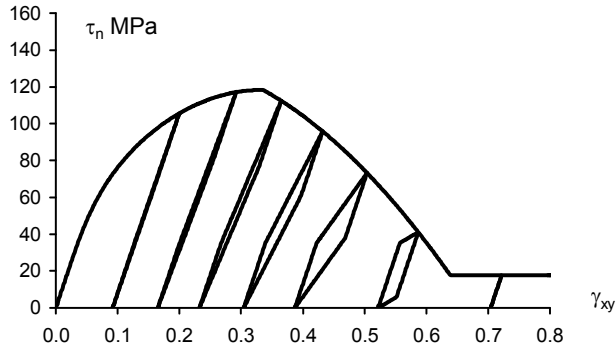
Na rysunku 4.24 zostały przedstawione zmiany naprężenia stycznego i ewolucja parametru uszkodzenia  $\eta_d$  w testach cyklicznego ścinania przy sterowaniu odkształceniowym. Rysunek 4.24 a przedstawia wypadkowy stan naprężenia  $\tau_n$  oraz dystrybucję stanu naprężenia pomiędzy fazę nieuszkodzoną  $\tau_n^t$  i fazę materiału uszkodzonego  $\tau_n^d$ . Prześledźmy zamkniętą pętlę odciążenia – dociążenia materiału. W punkcie  $K$  następuje odciążenie i na drodze  $KL$  zachowanie ośrodka jest czysto sprężyste w dwóch fazach ( $F_t<0$ ,  $F_d<0$ ). Przy dalszym odciążaniu w punkcie  $L$  zostaje osiągnięty stan graniczny w fazie uszkodzonej ( $F_t<0$ ,  $F_d=0$ ) i dalej proces przebiega zgodnie z zależnościami (4.96). Po całkowitym odciążeniu ( $\tau_n=0$ ) w punkcie  $M$  następuje zmiana kierunku obciążenia. Na ścieżce  $MN$  zachowanie jest czysto sprężyste, po czym w punkcie  $N$  następuje ponowne osiągnięcie stanu

granicznego w fazie uszkodzonej ( $F_t < 0$ ,  $F_d = 0$ ). W dalszym procesie dociążenia zostaje osiągnięty stan graniczny w fazie materiału nieuszkodzonego (punkt  $K$ ) i od tego momentu zachodzi plastyczne płynięcie w obu fazach materiału (4.98), któremu towarzyszy wzrost uszkodzenia  $\eta_d$  zgodnie z przyjętym prawem ewolucji uszkodzenia (4.77).

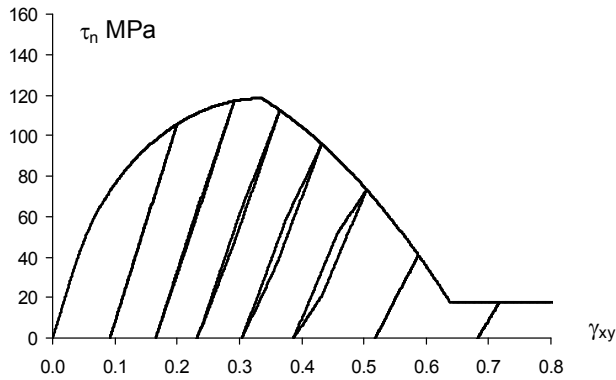


Rys. 4.24. Rozwój uszkodzenia w testach cyklicznego ścinania; a) Zmiany naprężenia stycznego  $\tau_n, \tau_n^d, \tau_n^t$ , b) ewolucja parametru uszkodzenia  $\eta_d$ .

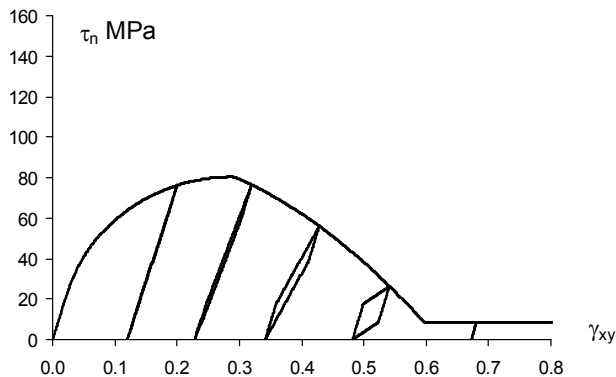
Na rysunkach 4.25 i 4.26 przedstawione są symulacje testów cyklicznego ścinania. Stałe materiałowe przyjęte do obliczeń wynoszą:  $c_t = 50$  MPa,  $\phi_t = 40^\circ$ ,  $c_d = 0$  MPa,  $\phi_d = 10^\circ$ ,  $G_t = 1000$  MPa,  $G_d = 1000$  MPa (lub 500 MPa), parametry wzmocnienia  $h = 0.3$ ,  $\xi_0 = 0.2$ , oraz parametry rozwoju uszkodzenia  $e = 2$ ,  $\xi_{0e} = 0.5$ . Wyniki przedstawiają zmiany naprężenia stycznego przy sterowaniu odkształceniem postaciowym i obciążeniu płaszczyzny naprężeniem normalnym  $\sigma_n = 100$  MPa. Wpływ naprężenia normalnego na przebieg procesu ścinania przedstawiony jest rysunkach 4.27 dla naprężenia normalnego  $\sigma_n = 50$  MPa i na rysunku 4.28 dla naprężenia normalnego  $\sigma_n = 150$  MPa. Moduły styczne dla obu faz przyjęto  $G_t = G_d = 1000$  MPa.



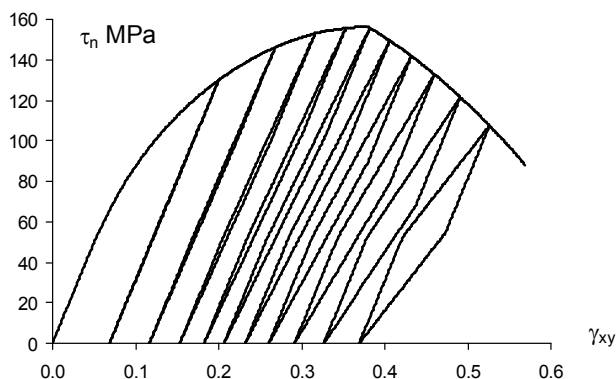
Rys. 4.25 Zmiany naprężenia stycznego  $\tau_n$  w testach cyklicznego ścinania ( $G_t = G_d = 1000$  MPa,  $\sigma_n = 100$  MPa ).



Rys. 4.26 Zmiany naprężenia stycznego  $\tau_n$  w testach cyklicznego ścinania ( $G_t = 1000$  MPa,  $G_d = 500$  MPa,  $\sigma_n = 100$  MPa ).



Rys. 4.27 Zmiany naprężenia stycznego  $\tau_n$  w testach cyklicznego ścinania ( $G_t = 1000$  MPa,  $G_d = 1000$  MPa,  $\sigma_n = 50$  MPa ).



Rys. 4.28 Zmiany naprężenia stycznego  $\tau_n$  w testach cyklicznego ścinania ( $G_{\bar{r}}=1000$  MPa,  $G_{\bar{d}}=1000$  MPa,  $\sigma_n=150$  MPa).

Jak widać z przedstawionych symulacji, rozwój uszkodzenia możemy opisywać przy zastosowaniu koncepcji płaszczyzny kontaktowej, wyrażając prawa ewolucji w funkcji parametrów kontaktowych. Przebieg przedstawionych zmian naprężenia stycznego w testach cyklicznego ścinania jest jakościowo zbieżny z badaniami eksperymentalnymi, zarówno przed osiągnięciem maksymalnej wytrzymałości jak i zachowanie pokrytyczne, w których powstają charakterystyczne pętle histerezy zmieniające się wraz z rozwojem uszkodzenia.

## 4.6 Zastosowanie górnej oceny nośności granicznej dla anizotropowych materiałów

### 4.6.1 Napór płaskiej ściany

Zastosowanie metody równowagi bloków do obliczenia nośności granicznej w ważkim anizotropowym i nieliniowym ośrodku zostanie przedstawione na przykładzie naporu płaskiej ściany (rys. 4.29). Powierzchnia graniczna ośrodka opisana jest ważkim modelem o nieliniowej charakterystyce (4.46) o parametrach  $\gamma=20$  kN/m<sup>3</sup> (gęstość),  $m=0.7$ ,  $St_{\bar{d}}=1.0$  kN/m<sup>2</sup>,  $a_{\bar{d}}=1$ ,  $St_{\bar{r}}=5.0$  kN/m<sup>2</sup>,  $a_{\bar{r}}=9.255$ . Pomiedzy ścianką a ośrodkiem zostało przyjęte prawo tarcia opisane modelem Coulomba o kohezji  $c_s$  i kącie tarcia zewnętrznego  $\delta_s$ . Anizotropia określona jest elipsoidalnym rozkładem gęstości (4.67) o parametrach  $\eta_1=0.2$ ,  $\eta_2=0.2$ ,  $\eta_3=1.0$ . Przyjęte parametry anizotropii opisują izotropię porzeczną, w której ośrodek jest

najślabszy na powierzchniach granicznych o normalnej w kierunku osi  $\eta_3$ . Przyjmijmy kartezjański układ współrzędnych  $x, y, z$ , o osi  $x$  prostopadłej do rysunku i osi  $z$  skierowanej do góry.

Pionowa ścianka zagłębiona na głębokość  $h$  porusza się ruchem poziomym z prędkością  $V_0$ . Mechanizm zniszczenia zakłada występowanie dwóch sztywnych bloków OAB i OBC. Blok OAB porusza się z prędkością  $[V_1]$  nachyloną pod kątem  $\delta_1$  do linii nieciągłości AB. Linie nieciągłości prędkości AB (pochylona pod kątem  $\alpha_1$  do poziomu) i BC (pochylona pod kątem  $\alpha_2$  do poziomu) rozgraniczają ośrodek poruszający się od złoża. Sztywny blok OAB porusza się względem ścianki z prędkością  $[V_n]$  odchyloną o kąt  $\delta_s$  od niej. Drugi sztywny blok porusza się z prędkością  $[V_2]$  nachyloną pod kątem  $\delta_2$  do linii nieciągłości BC i z prędkością  $[V_{21}]$  względem bloku OAB. Prędkość  $[V_{21}]$  odchylona jest o kąt  $\delta_{21}$  od linii OB nieciągłości prędkości. Hodograf prędkości przedstawia rysunek 4.29b.

Geometria mechanizmu jest jednoznacznie określona poprzez trzy kąty pochylenia linii ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ). Przyjmujemy, że płynięcie materiału określone jest stowarzyszonym prawem płynięcia. Dla tego prawa wektor skoku prędkości odchyła się od linii nieciągłości prędkości o kąt dylatacji  $\delta$  zależny od stanu naprężenia  $\sigma_n, \tau_n$  jaki występuje na linii. Tak więc stan naprężenia, a z nim związane kąty dylatacji są elementami rozwiązania zagadnienia. Zagadnienie to rozwiążemy zakładając jednorodny stan naprężenia wzdłuż linii nieciągłości. W przypadku ośrodka Coulomba hodograf prędkości jest określony parametrami geometrycznymi. Dla nieliniowego ośrodka hodograf prędkości można zbudować po wyznaczeniu rozkładu naprężeń na liniach nieciągłości. Parametry geometryczne wyznaczają nam kierunki skoków prędkości na poszczególnych liniach, które określimy przyjmując zerowe kąty dylatacji na nich. Znajomość kierunków skoków prędkości jest konieczna w celu prawidłowego określenia rozkładu naprężenia stycznego  $\tau_n$  panującego na liniach nieciągłości prędkości. Wartość siły naporu ścianki  $P$  wyznaczmy metodą planu sił budując zamknięte wieloboki sił kolejno dla obszarów OBC, OAB.

Dla ośrodka anizotropowego należy wyznaczyć efektywne parametry wytrzymałościowe dla zadanego położenia powierzchni nieciągłości prędkości. W omawianym zadaniu kierunki normalnych do powierzchni nieciągłości są określone kątami pochylenia linii ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ). Tak więc, normalna do powierzchni nieciągłości prędkości OB ma składowe  $n_1=0, n_2=-\sin\alpha_3$  i  $n_3=\cos\alpha_3$ . Korzystając ze wzorów transformacyjnych (4.58), (4.68) wyznaczmy parametr rozkładu  $\eta_d(n_i)$  zgodnie z równaniem elipsoidalnego rozkładu gęstości (4.67) i uwzględniając równania (4.49) wyznaczmy efektywne parametry powierzchni granicznej odpowiadającej danej powierzchni nieciągłości.

Rozkład sił działający na obszar OBC schematycznie przedstawiony jest na rysunku 4.29c. Na obszar ten działa siła ciężkości  $Q_2$  oraz reakcje na liniach nieciągłości prędkości. Na linii BC jest to siła reakcji  $R_{22}$  o składowych normalnej

$S_{z2}$  i stycznej  $T_{z2}$ , zaś na linii OB jest to siła reakcji  $R_{12}$  o składowych normalnej  $S_{12}$  i stycznej  $T_{12}$ . Plan sił dla tego obszaru przedstawiony jest na rysunku 4.29d. Jest on graficzną interpretacją równania równowagi sił działających na blok OBC, a mianowicie:

$$\vec{Q}_2 + \vec{R}_{z2} = \vec{R}_{21}. \quad (4.99)$$

Rozwiązanie tego równania sprowadza się do wyznaczenia punktu przecięcia powierzchni sił kontaktowych (efektywna powierzchnia graniczna pomnożona przez długość linii) odpowiednio zorientowanych zgodnie z położeniem linii nieciągłości prędkości i odległych od siebie o wektor sił  $Q_2$ . Punkt przecięcia tych powierzchni wyznacza nam wartość sił reakcji występujących na liniach jak i związane z nimi kierunki skoków prędkości, które zgodnie ze stwarzonym prawem płynięcia są normalne do powierzchni sił kontaktowych.

Analitycznie rozwiązanie równania najlepiej jest przeprowadzić zapisując składowe sił kontaktowych w funkcji kąta dylatacji  $\delta_2$  i  $\delta_{21}$ . Uwzględniając równanie (4.45), składowe sił kontaktowych na liniach BC i OC będą wynosiły:

$$\begin{aligned} S_{z2} &= BC \left[ \left( \frac{\tan \delta_2}{a_{BC} m} St_{BC}^m \right)^{\frac{1}{m-1}} - St_{BC} \right], \quad T_{z2} = BC a_{BC}^{\frac{1}{1-m}} \left( \frac{St_{BC} \tan \delta_2}{m} \right)^{\frac{m}{m-1}}, \\ S_{21} &= OB \left[ \left( \frac{\tan \delta_{21}}{a_{OB} m} St_{OB}^m \right)^{\frac{1}{m-1}} - St_{OB} \right], \quad T_{21} = -OB a_{OB}^{\frac{1}{1-m}} \left( \frac{St_{OB} \tan \delta_{21}}{m} \right)^{\frac{m}{m-1}}, \end{aligned} \quad (4.100)$$

gdzie  $a_{BC}$ ,  $St_{BC}$ ,  $a_{OB}$ ,  $St_{OB}$  są efektywnymi parametrami wytrzymałościowymi odpowiadającym kierunkowi linii BC i OB, zaś BC i OB są długościami linii nieciągłości. Składowe  $y$ ,  $z$  wektorów reakcji  $R_{z2}$  i  $R_{21}$  wyznaczmy poprzez transformację z układu sił kontaktowych, a mianowicie:

$$\begin{aligned} R_{z2}^y &= S_{z2} \cos(90 + \alpha_2) - T_{z2} \sin(90 + \alpha_2), \\ R_{z2}^z &= S_{z2} \sin(90 + \alpha_2) + T_{z2} \cos(90 + \alpha_2), \end{aligned} \quad (4.101)$$

$$\begin{aligned} R_{21}^y &= S_{21} \cos(180 + \alpha_3) - T_{21} \sin(180 + \alpha_3), \\ R_{21}^z &= S_{21} \sin(180 + \alpha_3) + T_{21} \cos(180 + \alpha_3). \end{aligned} \quad (4.102)$$

Równanie (4.99) możemy zapisać teraz w postaci :

$$\begin{cases} R_{z2}^y = R_{21}^y \\ -Q_2 + R_{z2}^z = R_{21}^z \end{cases}, \quad (4.103)$$

gdzie składowe określone są równaniami (4.100-4.102). Układ równań jest nieliniowym układem o dwóch niewiadomych  $\delta_2$  i  $\delta_{21}$ , należy go rozwiązać numerycznie.

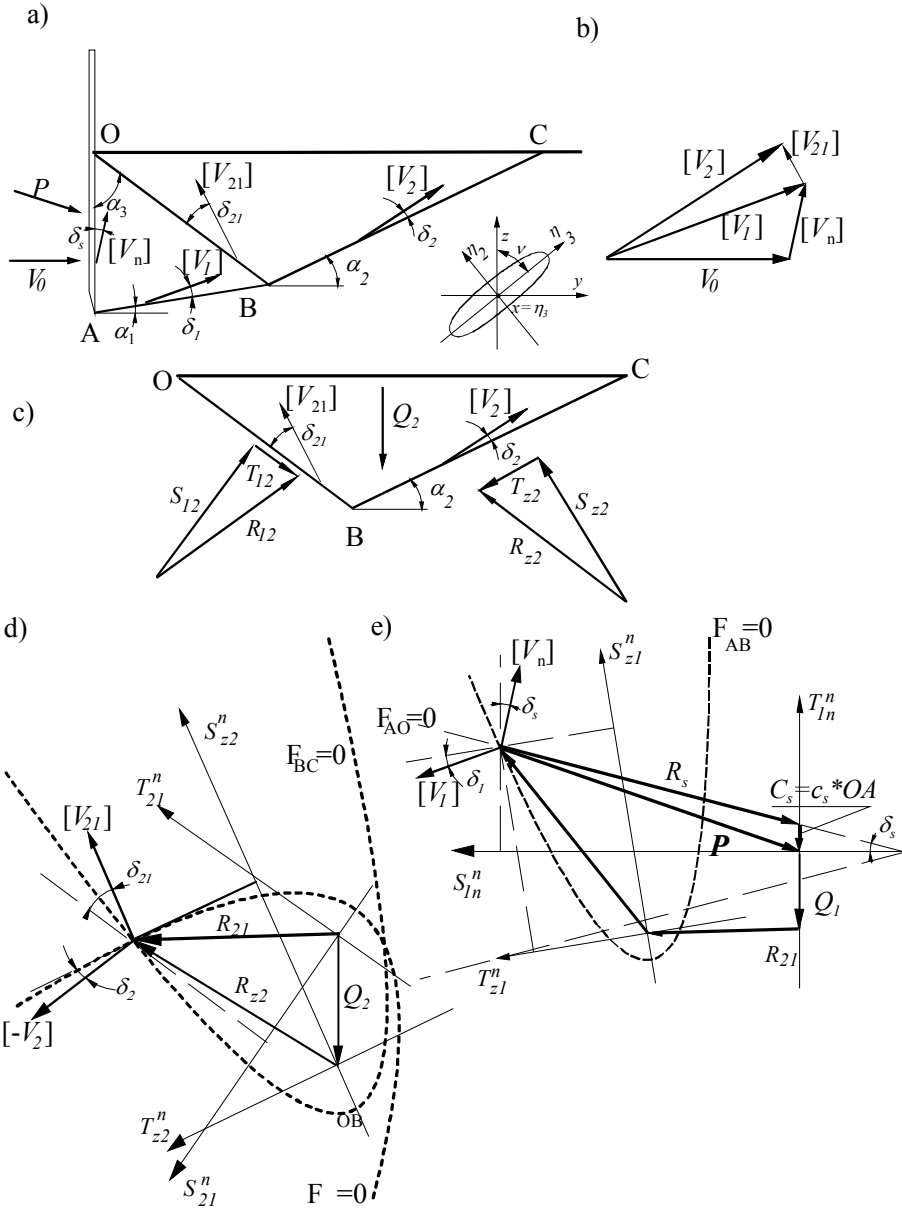
Po wyznaczeniu reakcji na linii OB przechodzimy do rozwiązania równania równowagi dla kolejnego bloku OAB. Plan sił przedstawiony jest na rysunku 4.29e, przy czym na obszar ten działa siła reakcji  $R_{21}$ , siła ciężkości obszaru OAB równa  $Q_1$ , reakcja  $R_{z1}$  na powierzchni nieciągłości AB oraz od strony ścianki siła naporu  $P$ .

Na powierzchni kontaktu narzędzia z ośrodkiem zostało przyjęte prawo tarcia opisane modelem Coulomba. Dla warunku Coulomba siły kontaktowe możemy przedstawić w postaci dwóch składowych: siły spójności  $C$  działającej wzdłuż linii i skierowanej przeciwnie do składowej stycznej skoku prędkości oraz siły reakcji  $R$  odchylonej o kąt  $\delta_s$  od normalnej, tak że tworzy kąt prosty ze skokiem prędkości. Na linii OA są to siły  $C_s$ ,  $R_s$ . Uwzględniając to warunek równowagi bloku zapiszemy w postaci:

$$\begin{aligned} \vec{R}_{21} + \vec{Q}_1 + \vec{R}_{z1} + \vec{C}_s + \vec{R}_s &= 0, \\ \vec{P} &= \vec{C}_s + \vec{R}_s. \end{aligned} \quad (4.104)$$

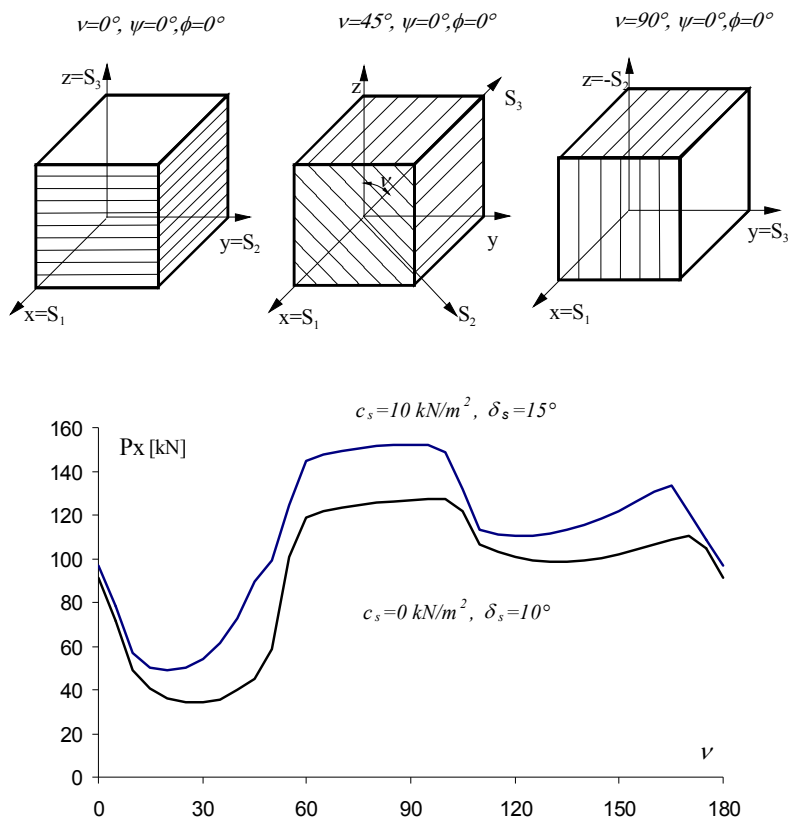
Punkt przecięcia powierzchni sił kontaktowych wyznacza wartość siły naporu oraz kierunki skoków prędkości, które zgodnie ze stowarzyszonym prawem płynięcia są normalne do powierzchni sił kontaktowych. Kąt dylatacji  $\delta_1$  na linii AB jest kątem pomiędzy wektorem  $[-V_1]$  a kierunkiem osi stycznych sił kontaktowych  $T_{z1}^n$ . Optymalny mechanizm zniszczenia wyznaczymy z warunku minimum siły  $P_x$  względem parametrów  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ .





Rys. 4.29 Mechanizm zniszczenia dla zagadnienia naporu ścianki w ośrodek o nieliniowej powierzchni granicznej i stowarzyszonym prawie płynięcia. a) kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia, b) hodograf prędkości c) siły działające na obszar OBC, d) plan sił dla obszaru OBC, e) plan sił dla obszaru ABO.

Na wykresie (4.30) przedstawiono zmiany siły naporu w funkcji orientacji osi anizotropii. Położenie osi anizotropii określone jest poprzez kąty Eulera  $\nu, \phi, \psi$ . W obliczeniach przyjęto  $\phi=0^\circ$ ,  $\psi=0^\circ$ , zaś kąt nutacji zmieniał się w granicach od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Położenie  $\nu=0^\circ$  odpowiada ośrodkowi w którym najlżejszą płaszczyzną fizyczną jest płaszczyzna o normalnej pokrywającej się z osią  $z$ . Na rysunku zostały przedstawione wyniki dla dwóch praw tarcia pomiędzy ścianką a ośrodkiem tj.  $c_s=10 \text{ kN/m}^2$  i  $\delta_s=15^\circ$  oraz  $c_s=0 \text{ kN/m}^2$  i  $\delta_s=10^\circ$ .



Rys. 4.30 Wartość siły naporu w funkcji kąta nutacji  $\nu$  pochylenia osi anizotropii.

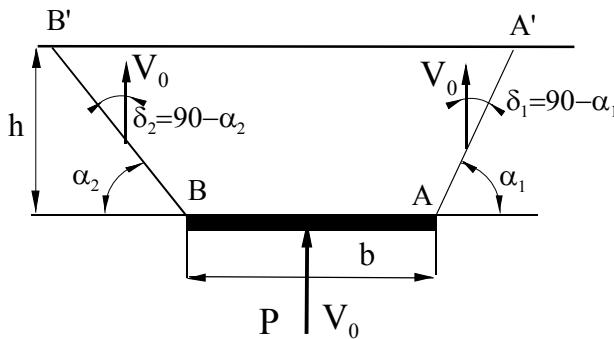
W Tabeli 4.5 przedstawiono parametry geometryczne optymalnego schematu zniszczenia dla wybranych położenia anizotropii.

Tabela 4.51 Parametry geometryczne optymalnych mechanizmów zniszczenia.

v	Siła P [kN]	kąt siły P	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$
0	106.89	-25.04	1	22	56	12.61	34.34	33.19
45	99.18	-25.44	4	45	33	28.50	12.59	33.23
90	165.52	-23.25	7	26	44	26.17	34.94	30.28
100	161.94	-23.33	-4	24	20	24.04	33.26	19.37
150	133.44	-24.04	6	37	59	27.11	40.04	15.64

#### 4.6.2 Nośność graniczna zakotwień poziomych

Rozważmy zagadnienie wrywania poziomego zakotwienia w ośrodku anizotropowym o nieliniowej charakterystyce wytrzymałościowej. W tym rozdziale przeanalizujemy zadanie w warunkach płaskiego stanu odkształcenia jak i mechanizm przestrzenny. Na początku przeanalizujemy mechanizm płaski przedstawiony na rysunku 4.31. Pozioma płyta AB o szerokości  $b$  jest wrywana do góry z prędkością  $V_0$ .



Rys. 4.31 Kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia

Załóżmy, że w stanie granicznym ruch płyty powoduje wyrwanie sztywnego odłamu  $A'ABB'$ . Przyjmujemy, że bryła odłamu porusza się jako sztywna całość. Linie nieciągłości prędkości  $AA'$  i  $BB'$  są pochylone odpowiednio pod kątami  $\alpha_1$  oraz  $\alpha_2$ . Aby mechanizm był kinematycznie dopuszczalny, kąty dylatacji na linii nieciągłości prędkości  $AA'$  musi wynosić  $\delta_1 = 90^\circ - \alpha_1$  i na  $BB'$   $\delta_2 = 90^\circ - \alpha_2$ . Wartość górnej oceny nośności granicznej określimy z bilansu energii mocy sił zewnętrznych i dysypacji na liniach nieciągłości prędkości. Podobnie jak w zadaniu

poprzednim w ośrodku anizotropowy należy wyznaczyć efektywne parametry wytrzymałościowe dla zadanego położenia powierzchni nieciągłości prędkości. W omawianym zadaniu kierunki normalnych do powierzchni nieciągłości są określone kątami pochylenia linii ( $\alpha_1, \alpha_2$ ). I tak normalna do powierzchni nieciągłości prędkości AA' ma składowe  $n_1=0, n_2=-\sin\alpha_1$  i  $n_3=\cos\alpha_1$ , zaś na linii BB'  $n_1=0, n_2=\sin\alpha_2$  i  $n_3=\cos\alpha_2$ . Korzystając ze wzorów transformacyjnych wyznaczmy parametr rozkładu  $\eta_d(n_i)$  i uwzględniając równania (4.49) wyznaczmy efektywne parametry powierzchni granicznej odpowiadającej danej powierzchni nieciągłości. Stan naprężenia występujący na danej linii nieciągłości określimy z równania (4.45), a mianowicie:

$$\sigma_n^{AA'} = \left( \frac{\tan(90 - \alpha_1)}{a_1 m} S t_1^m \right)^{\frac{1}{m-1}} - S t_1, \quad \tau_n^{AA'} = a_1^{\frac{1}{1-m}} \left( \frac{S t_1 \tan(90 - \alpha_1)}{m} \right)^{\frac{m}{m-1}}, \quad (4.105)$$

gdzie  $a_1$  i  $S t_1$  są efektywnymi wartościami parametrów modelu dla danego położenia linii AA'. Uwzględniając, że naprężenia ściskające są dodatnie dysypacja na linii nieciągłości prędkości wyniesie:

$$D^{AA'} = AA' \left( \tau_n^{AA'} [V_t] - \sigma_n^{AA'} [V_n] \right) = \frac{h}{\sin \alpha_1} V_0 \left( \tau_n^{AA'} \sin \alpha_1 - \sigma_n^{AA'} \cos \alpha_1 \right). \quad (4.106)$$

Analogicznie wyznaczmy dysypację na linii BB'. Bilans mocy daje ocenę

$$P = \frac{1}{V_0} \left( D^{AA'}(\alpha_1, Q_{ij}) + D^{BB'}(\alpha_2, Q_{ij}) \right) + \gamma h \left( \frac{h}{2} \left( \frac{1}{\tan \alpha_1} + \frac{1}{\tan \alpha_2} \right) + b \right). \quad (4.107)$$

Optymalny mechanizm zniszczenia określimy z warunku minimum siły  $P$  względem parametrów  $\alpha_1, \alpha_2$ . Jak widać optymalny mechanizm zniszczenia będzie uzależniony od orientacji osi anizotropii.

Na rysunku 4.32 zostały przedstawione wyniki obliczeń siły wrywającej w funkcji kąta nutacji  $\nu$  pochylenia osi  $\eta_3$  anizotropii, dla  $\phi=0^\circ$  i  $\psi=0^\circ$ . Zostały przedstawione wyniki dla różnych rozkładów anizotropii. Dodatkowo zamieszczono wyniki dla ośrodka izotropowego ( $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3$ ).

Na rysunku 4.33 przedstawiono zależność zmian kątów  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  w funkcji pochylenia osi anizotropii  $\nu$ . Jak widać, mechanizm zniszczenia jest bardzo czuły na kierunki anizotropii, pomimo zastosowania bardzo prostego mechanizmu zniszczenia.

Obecnie rozwiążemy zagadnienie uwzględniając skończone wymiary płyty (rys. 4.34). Płyta o wymiarach  $b=1.0$  m,  $w=1.0$  m zakotwiona jest na głębokości  $h=1.0$  m. Podobnie jak i poprzednio mechanizm zniszczenia zakłada pojedynczy odłam poruszający się z prędkością  $V_0$ . Powstała sztywna bryła jest ściętym ostrosłupem, których kąty pochylenia odpowiednich boków wynoszą  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ . Ocenę nośności granicznej wyznaczmy porównując moc sił zewnętrznych z

energią dysypowaną na czterech powierzchniach nieciągłości. Równanie bilansu mocy zapiszemy w postaci:

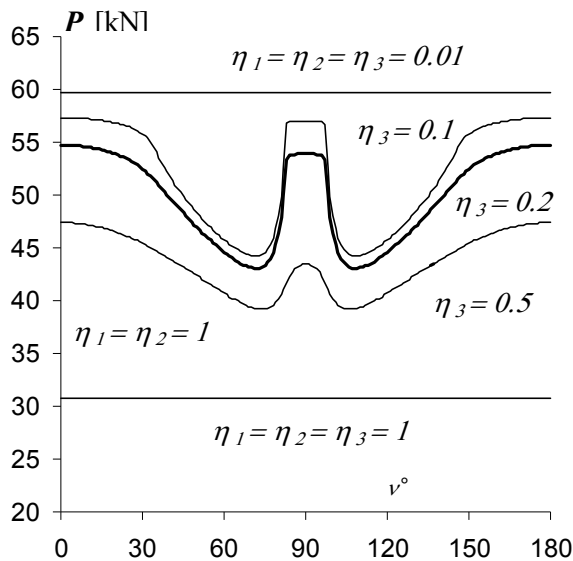
$$P = \frac{1}{V_0} (D^1(\alpha_1, Q_{ij}) + D^2(\alpha_2, Q_{ij}) + D^3(\alpha_4, Q_{ij}) + D^4(\alpha_5, Q_{ij})) + \gamma W, \quad (4.108)$$

gdzie  $V$  jest objętością bryły, zaś  $D^1, D^2, D^3, D^4$  są dysypacjami na poszczególnych powierzchniach. Dla powierzchni  $BB'C'C$  dysypacja  $D^1$  wynosi:

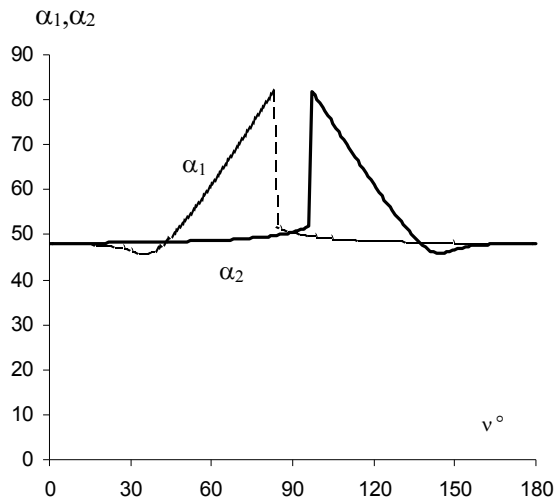
$$\begin{aligned} D^{AA'} &= F^{BB'C'C} (\tau_n^{BB'C'C} [V_t] - \sigma_n^{BB'C'C} [V_n]) = \\ &= F^{BB'C'C} V_0 (\tau_n^{BB'C'C} \sin \alpha_1 - \sigma_n^{BB'C'C} \cos \alpha_1), \end{aligned} \quad (4.109)$$

gdzie  $F^{BB'C'C}$  jest powierzchnią  $BB'C'C$  i wynosi:

$$F^{BB'C'C} = \frac{1}{2} \left( 2w + h \left( \frac{1}{\tan \alpha_2} + \frac{1}{\tan \alpha_4} \right) \right) \frac{h}{\sin \alpha_1}. \quad (4.110)$$

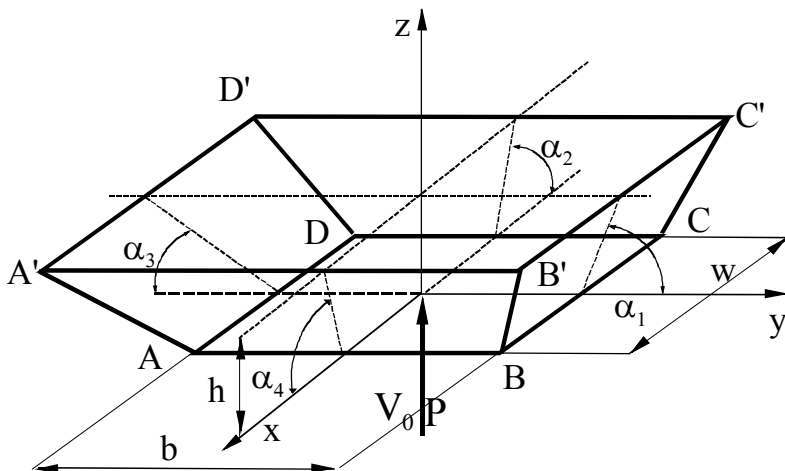


Rys. 4.32 Zmiany nośności zakotwionej płyty w funkcji kąta  $\nu$  pochylenia osi anizotropii dla różnych rozkładów anizotropii.



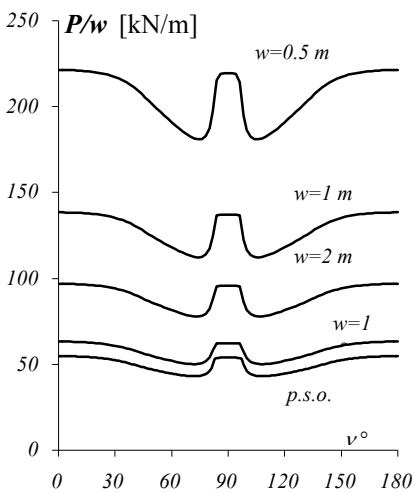
Rys. 4.33 Zmiany kątów pochylenia powierzchni nieciągłości w funkcji kąta  $\nu$  położenia osi anizotropii.

Występujące we wzorach wartości naprężeń wyznaczmy z równania (4.45) uwzględniając odpowiednie efektywne parametry wytrzymałościowe wynikające z położenia powierzchni. Analogicznie wyznaczmy dysypację na pozostałych powierzchniach nieciągłości. Optymalny mechanizm zniszczenia wyznaczmy z warunku minimum siły  $P$  względem parametrów  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ .

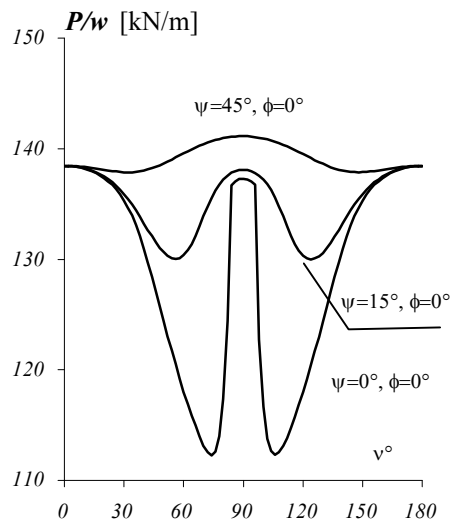


Rys. 4.34 Przestrzenny mechanizm zniszczenia przy wrywaniu poziomej płyty.

Na rysunku 4.35 przedstawiona jest nośność graniczna zakotwienia poziomej płyty w funkcji kąta  $\nu$  położenia osi anizotropii dla różnej szerokości płyty  $w$ . Wartości siły wrywającej  $P/w$  (odniesionej do szerokości  $w$ ) przedstawione są dla płyty zakotwionej na głębokości  $h=1.0$  m i o wymiarze  $b=1.0$  m. Parametry wytrzymałościowe ośrodka oraz parametry rozkładu anizotropii zostały przyjęte jak w zadaniu naporu ścianki. Na wykresie widać istotny wpływ szerokości płyty na wartość nośności granicznej. Dla płyty kwadratowej ( $w=1.0$  m) siła wrywająca jest około 2.5 razy większa, aniżeli wynika to z oceny dla zadania płaskiego. Wpływ rozkładu anizotropii (kąta precesji  $\psi$ ) na nośność graniczną poziomej płyty przedstawiony jest na rysunku 4.36. Jak widać, orientacja osi anizotropii ma bardzo istotny wpływ na nośność graniczną. Dla pewnych orientacji ( $\psi=45^\circ, \phi=0^\circ$ ) siła wrywająca zmienia się nieznacznie. Największy wpływ występuje kiedy kierunek osi anizotropii  $\eta_3$  leży w płaszczyźnie prostopadłej do krawędzi płyty ( $\psi=0^\circ, \phi=0^\circ$ ).



Rys. 4.35 Zmiany nośności zakotwionej płyty w funkcji kąta  $\nu$  pochylenia osi anizotropii dla różnych szerokości płyty,  $b=1.0$  m,  $h=1.0$  m.



Rys. 4.36 Wpływ orientacji osi anizotropii ośrodka na nośność graniczną poziomej płyty ( $w=b=1.0$  m,  $h=1.0$  m,  $\phi=0^\circ$ ).

#### 4.7 Podsumowanie

W rozdziale tym przedstawiono zastosowanie koncepcji płaszczyzny krytycznej do opisu anizotropii geomateriałów. Został tu przedstawiony ilościowego opis zmian wytrzymałości materiału wraz ze zmianą orientacji osi anizotropii. Rozkład zniszczenia materiału lub też kierunkowej wytrzymałości na ścinanie jest podstawowym elementem do opisu powierzchni granicznej materiału. Zostało przedstawione, że ułożenie powierzchni zniszczenia zależy od wzajemnej orientacji osi naprężeń i anizotropii materiału. Rozwój uszkodzenia możemy także opisywać przy zastosowaniu koncepcji płaszczyzny kontaktowej, wyrażając prawa ewolucji w funkcji parametrów kontaktowych. Przedstawiona tu koncepcja opisu anizotropii jest znacznie prostsza od opisów bazujących na równaniach z uwzględnieniem praw tensorowych, mieszanych niezmienników naprężeń.

Przedstawiono zastosowanie metod nośności granicznej do anizotropowych materiałów i nieliniowym warunku zniszczenia. Omówiono dwie metody, a mianowicie metodę równości mocy dysypowanej i metodę równowagi granicznej. Prowadzą one do górnej oceny nośności granicznej, natomiast ich stosowalność zależy od efektywnej metody określenia parametrów mechanizmu zniszczenia. Rozszerzenie metody równowagi granicznej dla bardziej złożonych mechanizmów zniszczenia jest możliwe przy opracowaniu efektywnego algorytmu rozwiązywania liniowych i nieliniowych układów równań określających warunki równowagi granicznej. Przedstawione przykłady oceny obciążenia granicznego pokazują, że orientacja osi anizotropii ma bardzo istotny wpływ zarówno na nośność graniczną jak i geometrię mechanizmu zniszczenia.



## 5 Wnioski

Głównym osiągnięciem pracy jest przedstawienie metodyki badań doświadczalnych i opisu teoretycznego procesów oddziaływania narzędzi maszyn roboczych na spoiste ośrodki gruntowe.

Praca zawiera bogaty program badań doświadczalnych realizowanych na unikalnym stanowisku laboratoryjnym wyposażonym w nieruchomy kanał gruntowy, w którym porusza się osprzęt roboczy. W pełni zautomatyzowane stanowisko umożliwiło realizację różnorodnych badań z zakresu interakcji narzędzi maszyn roboczych na ośrodek i obserwację mechanizmów deformacji. Komputerowy system sterowania i zbierania danych pozwala na realizację dowolnych trajektorii ruchu narzędzia, jak i realizację ruchów narzędzia w sprzężeniu zwrotnym od siły. Badania doświadczalne realizowane były na modelowym spoistym ośrodku gruntowym o różnym stopniu zagęszczenia. Zostały opracowane procedury przygotowania jednorodnego ośrodka o zadanych parametrach wytrzymałościowych i określonej konfiguracji złoża. Zastosowanie zautomatyzowanych procedur zagęszczania pozwoliło na uzyskanie powtarzalnych wyników badań, a czas przygotowania złoża nie przekraczał 2 godzin. Zastosowane procedury pozwoliły na realizację szerokich programów badawczych.

Większość badań doświadczalnych dotyczyła procesów realizowanych w płaskim stanie odkształcenia, w których narzędziami były ściany naporowe, modelowe łyżki ładowarki, koparki, walce. Wstępne badania doświadczalne ukierunkowane były na określenie czy realizowane badania odpowiadają płaskiemu stanowi odkształcenia i jakie jest oddziaływanie ścian bocznych kanału. Porównując badania dla narzędzi o różnej szerokości wykazano, że badania doświadczalne przy użyciu narzędzi o szerokości równej szerokości kanału mogą być traktowane jako badania przeprowadzone w płaskim stanie odkształcenia. Oddziaływanie ze ścianami bocznymi nie wpływa na mechanizm deformacji, zaś praca sił tarcia stanowi około 10% pracy sił urabiania (dla przedstawionych testów).

Przeprowadzone badania eksperymentalne wykazały, że dla ośrodka spoistego przebieg procesu urabiania ma charakter niestateczny, niezależnie od szerokości i kształtu narzędzia, także dla narzędzi uzbrojonych w zęby (zarówno ostre jak i o różnym stopniu zużycia). Prowadzone badania eksperymentalne potwierdziły oscylacyjny charakter przebiegu sił i mechanizmów deformacji w procesach odspajania ośrodków spoistych. Efekty te wynikają z własności plastycznych ośrodka oraz warunków brzegowych i nie mają charakteru dynamicznego.

W badaniach doświadczalnych poświęconych optymalizacji procesu urabiania jako kryterium optymalizacji przyjęto pracę sił urabiania odniesioną do ilości urobku pozostającego w łyżce. Dla zadanego brzegu swobodnego i narzędzia można

określić optymalną trajektorię ruchu narzędzia. Optymalizacja pojedynczego cyklu roboczego maszyny typu ładowarka, (koparka) bazuje na realizacji takiego ruchu roboczego narzędzia, tak aby trajektoria ostrza narzędzia pokrywała się z powierzchniami poślizgu jakie tworzą się w trakcie procesu urabiania. Przy pochyleniu trajektorii wyjścia narzędzia ze złoza równym pochyleniu powierzchni ścięcia energia procesu urabiania jest najniższa. Kształt łyżki dla której proces urabiania związany jest z silnym działaniem naporowym tylnej ściany jest niekorzystny zarówno ze względu na siły naporu jak i energię procesu urabiania. Z tego względu najefektywniejszym narzędziem jest łyżka z długim dnem.

Różnice w kształcie powierzchni swobodnej przed i po cyklu roboczym powodują, że optymalizacja powinna być przeprowadzona dla kolejnego zarysu brzegu swobodnego. Z tego względu autor zaproponował optymalizację bazującą na powtarzalnych ruchach roboczych, w których zarys ośrodka przed i po procesie jest podobny. Tego typu optymalizacja jest użyteczna dla zautomatyzowanych koparek, pozwalających na realizację zadanej trajektorii niezależnie od położenia osprzętu. Należy tu zaznaczyć, że zastosowane kryterium optymalizacji uwzględniało tylko opory urabiania i napelniania narzędzia, nie biorąc pod uwagę ruchów roboczych maszyny i ich wpływu na zużycie energii. Dla danej łyżki i zadanego ośrodka zostały wyznaczone optymalne trajektorie ruchu łyżki, bazujące na powtarzalnych ruchach roboczych. Optymalnym kształtem odłamu jest równoległobok, dla którego stosunek szerokości do wysokości wynosi  $b:h=2/3$ . Proces urabiania polegający na skrawaniu cienkich warstw jest energetycznie niekorzystny. Taka strategia powoduje częste generowanie linii poślizgu, w wyniku czego ośrodek jest bardzo rozluźniony. Pomimo, że linie ścięcia są krótkie, to energia dysypowana odniesiona do objętości urobku jest znacznie większa aniżeli dla trajektorii o optymalnych kształtach. Dodatkowo przy skrawaniu cienkimi warstwami maksymalne wartości sił generowanych w siłownikach są wyższe aniżeli dla optymalnych proporcji odłamu  $b:h=2/3$ .

W pracy zostały przedstawione badania doświadczalne łyżki koparki wyposażonej w zęby, zarówno ostre jak i o różnym stopniu zużycia. Analizując początkową fazę procesu urabiania, kryterium pracy sił naporu pokazuje, że zastosowanie zębów jest niekorzystne. Wniosek ten dotyczy badanego ośrodka gruntowego odpowiadającego glinie piaszczystej ulegającej osłabieniu wytrzymałościowemu w trakcie procesu urabiania. Porównanie procesów urabiania modelami łyżek koparek z różną ilością ostrych zębów wykazało, że począwszy od pewnej ilości zębów na krawędzi łyżki ( $l/w < 4$ ), wartości sił urabiania były podobne, zaś mechanizm deformacji zbliżony był do płaskiego stanu odkształcenia. W tym przypadku (ostre zęby) układ zębów działał podobnie jak szerokie ostrze skrawające. Niemniej jednak w trakcie procesu urabiania wokół zębów powstawał przestrzenny mechanizm deformacji, zaś ośrodek urobiony był bardziej rozdrobniony aniżeli dla łyżki bez zębów lub też łyżki z listwą. Z chwilą stępienia

narzędzia opory urabiania gwałtownie rosły. Dla łyżki z stępionymi zębami występował prawie dwukrotny wzrost wartości sił urabiania w porównaniu do narzędzia ostrego. Dla narzędzi stępionych zmieniał się kierunek działania siły pionowej  $F_y$ . Wzrastały też różnice sił urabiania pomiędzy łyżką ze stępioną listwą poziomą a łyżkami uzbrojonymi w zużyte zęby. Z przedstawionych rezultatów badań wynika, że układ stępionych zębów nie oddziałuje na ośrodek spoisty jak jedno szerokie narzędzie. Poszczególne zęby wywołują w trakcie procesu urabiania przestrzenny stan deformacji ośrodka, a siły naporu są niższe niż dla łyżki ze stępioną listwą (generującą płaski stan odkształcenia). Różnice te wzrastały wraz ze wzrostem zagęszczenia gruntu. Zastosowanie zębów o złożonej geometrii przestrzennej miało (w przypadku badanego ośrodka spoistego) niekorzystny wpływ na wartości sił urabiania. Wzajemna interakcja na bocznych powierzchniach zębów powodowała znaczny wzrost oporów urabiania, w szczególności w zaawansowanym stadium procesu. Wraz ze wzrostem gęstości ośrodka narasta niekorzystny wpływ zębów o przestrzennej geometrii. Dla łyżek uzbrojonych w zęby obserwowano istnienie cyklu roboczego o parametrach optymalnych z punktu widzenia jednostkowej energii urabiania, podobnie jak to miało miejsce dla narzędzi bez zębów.

W pracy omówiono zastosowanie kinematycznej oceny nośności granicznej do opisu procesów oddziaływania narzędzi i różnego rodzaju konstrukcji na spoisty ośrodek gruntowy. Przedstawiono zastosowanie tej metody w odniesieniu do narzędzi o prostej liniowej geometrii (ścianka, klin, stempel) jak i złożonej geometrii pozwalającej dokładnie opisać kształt narzędzi typu: lemiesz, łyżka koparki, ładowarki. Zastosowana metoda pozwala na opis interakcji narzędzia z ośrodkiem o niejednorodnej strukturze.

W przypadku ośrodka opisanego modelem Coulomba z osłabieniem zastosowanie metod nośności granicznej daje dobre wyniki dla zaawansowanej fazy procesu urabiania, gdy występuje działanie naporowe (faza wypełnienia łyżki). Prawidłowa ocena (zarówno wartości siły jak i mechanizmu deformacji) zależy od odpowiedniego przyjęcia parametrów wytrzymałościowych ośrodka urobionego (parametry residualne). Metoda ta daje jednak przeszacowane wyniki dla początkowej fazy procesu, w której występują małe kąty skrawania i brak jest działania naporowego.

Górną ocenę nośności granicznej, bazującą na metodzie równowagi pola sił, można z powodzeniem stosować w odniesieniu do ośrodków o nieliniowej charakterystyce wytrzymałościowej. Zaprezentowany przez autora schemat okazał się być efektywnym narzędziem do obliczeń szeregu zagadnień brzegowych dla nieliniowych ośrodków izotropowych jak i anizotropowych o nieliniowej charakterystyce wytrzymałościowej.

W pracy przedstawiono analizę teoretyczną procesów oddziaływania narzędzi ze stępionymi zębami. Przy zastosowaniu metody mechanizmów kinematycznie dopuszczalnych w odniesieniu do stępionych narzędzi ocena sił naporu jest silnie zależna od parametrów wytrzymałościowych ośrodka. Przyjęcie modelu Coulomba i stowarzyszonego prawa płynięcia powoduje, że oceny uzyskane na bazie nośności granicznej są dalekie od rzeczywistego oddziaływania narzędzi skrawających o złożonej geometrii. Ośrodek Coulomba wraz ze stowarzyszonym prawem płynięcia nie dopuszcza procesu w którym następuje zagęszczanie ośrodka. Dlatego też oceny naporu z zagadnieniach kontaktowych, w których stan naprężenia jest wysoki (większy od 0.1 MPa), a taki występuje przy narzędziach z ujemnymi kątami natarcia są bardzo wysokie. Do obliczenia wartości siły naporu z uwzględnieniem tarcia na dolnej powierzchni ośrodka konieczne jest prawidłowe określenie cech ośrodka, zarówno znajomości powierzchni granicznej jak i prawa płynięcia jakiemu podlega deformacja ośrodka. W takim zagadnieniu brzegowym należy posługiwać się modelem uwzględniającym różny mechanizm zniszczenia w zakresie obciążeń ściskających i rozciągających. Propozycję prostego modelu bazującego na modelu Coulomba z uwzględnieniem tych cech przedstawiono w niniejszym opracowaniu. W zależności od parametru wytrzymałości na trójosiowe ściskanie  $S_{c0}$  otrzymujemy różną wartość oceny naporu pod względem jakościowym i ilościowym. Przedstawione wyniki obliczeń należy traktować jako wytyczne do dalszej pracy w zakresie oddziaływania stępionych narzędzi skrawających na ośrodki spoiste.

W pracy przedstawiono analizę procesu ustalonego wciskania stempla (płaskiego i o powierzchni natarcia w kształcie klina) w ośrodek gruntowy opisany eliptycznym warunkiem granicznym. Mechanizm deformacji jest niezależny od głębokości stempla i powstaje lokalny ustabilizowany mechanizm zniszczenia. Pionowemu przemieszczeniu narzędzia towarzyszy zagęszczanie ośrodka, w efekcie powstaje otwór o szerokości stempla. Metoda rozwiązania bazuje na kinematycznej ocenie nośności granicznej przy wykorzystaniu metody bilansu energii i aktualizacji parametrów ośrodka. Do opisu tego zagadnienia zastosowano model ośrodka o zamkniętej eliptycznej powierzchni granicznej i wzmocnieniu gęstościowym. Przedstawiono zmiany siły naporu, szerokości strefy oddziaływania i zmian zagęszczenia dla różnych początkowych gęstości ośrodka, jak i wpływ tarcia kontaktowego na przebieg procesu.

W pracy przedstawiono modelowanie stanów pokrytycznych w procesach oddziaływania narzędzi. W przypadku symulacji procesów odspajania zagęszczonego spoistego ośrodka wystarczające jest zastosowanie zmodyfikowanego warunku Coulomba z osłabieniem, zakładając, że w trakcie procesu urabiania następuje zmiana parametrów wytrzymałościowych ośrodka. Zastosowanie metody przyrostowej i kinematycznej oceny nośności granicznej pozwala na analizę zmian sił, konfiguracji zewnętrznej jak i wewnętrznej ośrodka w trakcie ruchu narzędzia. Dla zaawansowanych procesów deformacji ośrodka

początkowe mechanizmy zniszczenia ośrodka rozwijają się. W procesach, w których ośrodek ulega osłabieniu mechanizm deformacji składa się ze sztywnych obszarów porozdzielanych powierzchniami nieciągłości prędkości. Jedne z nich są materialnymi powierzchniami nieciągłości, drugie są powierzchniami dostosowującymi się, tak aby mechanizm był kinematycznie dopuszczalny. Występują przy tym charakterystyczne efekty w postaci skokowej zmiany mechanizmów deformacji oraz towarzyszące im oscylacje siły na narzędziu. Przedstawiona analiza ogranicza się do zadań, w których deformacja może być opisana płaskim stanem odkształcenia, zaś ośrodek opisany jest zmodyfikowanym modelem Coulomba z osłabieniem. Pomimo przyjęcia szeregu założeń upraszczających wyniki analizy przyrostowej są zgodne ilościowo i jakościowo z przebiegiem procesów obserwowanych w badaniach eksperymentalnych. Analiza przyrostowa jest metodą numeryczną, która pozwala na opis procesu od fazy wejścia do wyjścia narzędzia ze złoża. Należy tu podkreślić, że przedstawiona w pracy analiza przyrostowa należy do jednej z niewielu metod numerycznych prawidłowo opisujących zaawansowane deformacje ośrodka.

W pracy przedstawiono program badań zagęszczania warstwy ośrodka walcem statycznym. Podczas zagęszczania warstwy spoistego ośrodka toczącym walcem cząsteczki ośrodka przemieszczają się wzdłuż trajektorii o kształcie otwartych pętli. Przemieszczenie cząstek ma dwie główne składowe: pionowy ruch do dołu i poziome przemieszczenie zgodne z ruchem toczącego walca. Wynikowy efekt zagęszczenia jest niejednorodny. Największa gęstość ośrodka obserwowana była w warstwie wierzchniej i malała w kierunku dna. Ponadto, w przypadku zagęszczania walcem wleczonym zagęszczona warstwa była spękana – występowały pionowe szczeliny po przejeździe walca. Przy zagęszczaniu walcem napędzanym spękanie warstwy wierzchniej nie występowało. W procesie cyklicznego zagęszczania (przejazdy walca o stałym ciężarze i realizacji tego samego poślizgu) największy efekt zagęszczenia uzyskuje się w pierwszym przejeździe. W kolejnych cyklach przyrosty zagęszczenia malały, aż do ustabilizowania wysokości warstwy (przejazdy powyżej 15 nie zmieniały struktury ośrodka). Efekt zagęszczenia jest silnie zależny od ciężaru walca. Końcowy efekt zagęszczenia po pojedynczym przejeździe ciężkiego walca (3000N) był znacznie większy aniżeli dla cyklicznego zagęszczania lekkim walcem (600N). Porównując testy zagęszczania zespołami jezdnyymi możemy stwierdzić, że sumaryczny efekt zagęszczenia jest bardzo zbliżony, jednakże w procesie zagęszczania ośrodka luźnego, gdzie pierwszy walec jest wleczony a drugi napędzany powstaje bardzo niejednorodna periodyczna spękana struktura warstwy. Pomimo, że szczeliny w kolejnych przejazdach walca się zamykają, niejednorodność ośrodka jest trwała. Strategia, w której przedni walec jest walcem napędzanym jest bardziej korzystna z uwagi na mniejsze opory ruchu i jednorodność ośrodka. W tym przypadku jest możliwość zagęszczania warstw o

większej wysokości. Zagęszczanie walcem drogowym, w którym przedni walec jest wleczonym nie powinno być stosowane. Charakterystyki trakcyjne zależą nie tylko od typu ośrodka i jego stopnia zagęszczenia lecz także silnie są zależne od metody przygotowania ośrodka - od historii deformacji ośrodka.

Metoda elementów skończonych jest narzędziem dającym dobry ilościowo i jakościowo opis procesu zagęszczania warstwy ośrodka walcem statycznym. Procesy zagęszczania ośrodka luźnego wymagają przyjęcia zaawansowanych modeli konstytutywnych. Zastosowanie wielopowierzchniowego modelu konstytutywnego pozwoliło na prawidłową symulację procesu zagęszczania warstwy zarówno w fazie zagłębiania jak i w fazie toczenia dla różnych parametrów procesu. Należy tu podkreślić, że zastosowanie złożonego modelu konstytutywnego wymaga znacznych mocy obliczeniowych. Przedstawione badania procesu zagęszczania warstwy ośrodka walcem statycznym stanowią bazę wyników do dalszych badań tego typu procesu, a w szczególności badań procesów zagęszczania walcem wibracyjnym.

Znaczna ilość procesów urabiania zachodzi w ośrodkach charakteryzujących się naturalną anizotropią, w szczególności dotyczy to procesów skrawania skał. Autor przedstawił zastosowanie koncepcji płaszczyzny krytycznej do opisu anizotropii geomateriałów. Przedstawiono ilościowy i jakościowy opis zmian wytrzymałości materiałów wraz ze zmianą orientacji osi anizotropii. Rozkład zniszczenia materiału lub też kierunkowej wytrzymałości na ścinanie jest podstawowym elementem opisującym powierzchnię graniczną materiału anizotropowego. Zostało przedstawione, że rozmiar i kształt powierzchni zniszczenia zależy od wzajemnej orientacji osi naprężeń i anizotropii materiału. Rozwój uszkodzenia możemy także opisywać przy zastosowaniu koncepcji płaszczyzny kontaktowej, wyrażając prawa ewolucji w funkcji parametrów kontaktowych. Przedstawiona tu koncepcja opisu anizotropii jest znacznie prostsza od opisów bazujących na równaniach z uwzględnieniem praw tensorowych i może być w łatwy sposób implementowana do obliczeń szeregu zagadnień metodami mechanizmów kinematycznie dopuszczalnych. W pracy przedstawiono zastosowanie metod nośności granicznej do anizotropowych materiałów i nieliniowym warunku wyteżenia materiału. Omówiono dwie metody, a mianowicie metodę równości mocy dysypowanej i metodę równowagi granicznej. Prowadzą one do górnej oceny nośności granicznej, natomiast ich stosowalność zależy od efektywnej metody określenia parametrów mechanizmu zniszczenia. Rozszerzenie metody równowagi granicznej dla bardziej złożonych mechanizmów zniszczenia jest możliwe przy opracowaniu efektywnego algorytmu rozwiązywania liniowych i nieliniowych układów równań określających warunki równowagi granicznej.

Wyniki przedstawionej pracy należy traktować jako bazę do dalszego rozwoju badań oddziaływania narzędzi maszyn roboczych na spoiste ośrodki gruntowe i

skały. W opinii autora celowy jest rozwój następujących obszarów badań naukowych, a mianowicie:

- weryfikacja optymalnych trajektorii uzyskanych na stanowisku laboratoryjnym na rzeczywistej maszynie roboczej z uwzględnieniem kinematyki koparki i sił dyspozycyjnych maszyny.
- rozwój metod numerycznych na bazie metody przyrostowej dla krzywoliniowych geometrii narzędzia typu łyżki koparki, ładowarki i złożonych trajektorii, jak i uwzględnienie nieliniowego zachowania ośrodka (osłabienie, wzmocnienie),
- badania teoretyczne i doświadczalne procesu zagęszczania warstwy ośrodka walcem wibracyjnym, dobór parametrów pracy walca i zespołu jezdnego w celu optymalizacji efektu zagęszczania.
- analiza procesów kontaktowych i odspajania dla materiałów anizotropowych – opis i optymalizacja procesu urabiania, optymalizacja kształtu narzędzi (np. w procesach rozdrabniania skał)
- zastosowanie metod „ustalonego mechanizmu zniszczenia” i periodycznych zmian mechanizmów zniszczenia do opisu procesów urabiania i optymalizacji narzędzi maszyn urabiających.





## 6 Literatura

1. Alliot D. and Bohler J.P., 1979, Evolution des proprietes mecaniques d'une roche stratifiee sous pression de confinement', Proc. 4<sup>th</sup> Int. Soc. Rock Mech. vol 1, Montreaux, Balkema, Rotterdam pp. 15-22.
2. Andrieux S., Bamberger Y., Marigo J.J., 1986, Un modèle de materiau microfissuré pour les bétons et les roches, *J. Méc. Theor. Appl.*, **5**, 471-513.
3. Asaf Z.; Rubinstein D.; Shmulevich I., 2006, Evaluation of link-track performances using DEM, *Journal of Terramechanics*, Vol: 43, Issue: 2, April, pp141-161.
4. Asaf Z.; Rubinstein D.; Shmulevich I., 2007, "Determination of discrete element model parameters required for soil tillage" *Soil & Tillage Research*, pp. 227-242.
5. Aubel T., 1994, The Interaction Between The Rolling Tyre And The Soft Soil. In: 6th European ISTVS Conf. Wien, 1994. p.169-188.
6. Bohler J.P., Sawczuk A., 1970, Equilibre limite des sols anisotropes, *J. de Mecanique*, 1970, 3, 5-33.
7. Brach J., Tyro G., 1986, Maszyny ciągnikowe do robót ziemnych, WNT.
8. Buczyński A., 1991, Stany graniczne w ośrodkach krucho-plastycznych, Praca doktorska, Politechnika Warszawska.
9. Butterfield R., Andrawes K.Z., 1972, An investigation of a plane strain continuous penetration problem, *Geotechnique* 22, No 4, 597-617.
10. Cazacu O., Cristescu N.D., Shao J.F., Henry J.P., 1998, A new anisotropic failure criterion for transversely isotropic solids, *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, Vol. 3, 89-103.
11. Chen W.F., Liu X.L., 1990, Limit analysis in soil mechanics, *Developments in Geotechnical Engineering*, 52, Elsevier Scientific Pub.
12. Chen Wai-Fah, Limit analysis and soil plasticity, 1975, *Developments in Geotechnical Engineering*, 7, Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam.
13. Coetzee C.J.; Basson A.H.; Vermeer P.A., 2007, Discrete and continuum modelling of excavator bucket filling, *Journal of Terramechanics*, Vol. 44, pp. 177-186.
14. Dąbrowski D., Dobrowolski H., Szlagowski J., 2003, Automatyzacja pracy maszyn roboczych-badania w IMRC PW, *Przegląd Mechaniczny*, 10, 21-30.

15. Dembicki E., 1970, Stany graniczne gruntów, Teoria i zastosowanie, Acta Tech. Gedanensia, Nr. 7, Gdańsk.
16. Desrues J., Lanier J., Stutz P., 1985, Localisation of the deformation in test on sand sample, Eng. Fract. Mech. vol. 21, 909-921.
17. Dietrich L., Hawrysz M., Śliwowski M., Trąmpczyński W., 1975, Zastosowania teorii stanów granicznych do wyznaczania obciążeń maszyn do robót ziemnych, Prace IPPT PAN 63/1975.
18. Dietrich L., Trąmpczyński W., 1977, Wyznaczanie obciążeń narzędzi maszyn do robót ziemnych, Prace IPPT PAN 21/1977
19. Drescher A., 1972, Some remarks on plane flow of granular media, Arch. Mech. Stos., vol.24, s 837.
20. Drescher A., 1975, Badanie mechanizmów plastycznego płynięcia materiałów ziarnistych (praca hab.), Prace IPPT, Warszawa.
21. Drescher A., Bujak A., 1966, Kinematyka ośrodka sypkiego na przykładzie wciskania płaskiego stempla, Rozpr. Inż., vol.14, s 313
22. Drescher A., Kang Y., 1987, Kinematic approach to limit load for steady penetration in rigid-plastic soils, Geotechnique 37, No. 3, 233-246
23. Drescher A., Kwaszczyńska K., Mróz Z., 1967, Statics and kinematics of granular medium in the case of wedge indentation, Arch. Mech. Stos. 19, 99-113.
24. Drescher A., Michałowski R.L., 1984, Density variation in pseudo-steady plastic flow of granular media, Geotechnique 34, No 1, 1-10.
25. Drucker C.D., Prager W. Greenberg H.J., 1952, Extended limit design theorems for continuous media, Q. Appl. Math., 9, 381-389.
26. Dudziński P., 1999, Problems of dynamic rollover stability on wheeled off-highway vehicles, Proc.13<sup>th</sup> Int. Conf. ISTVS, Munich, Germany, 637-642.
27. Duveau G., Shao J.F. and Henry J.P., 1998, Assessment of some failure criteria for strongly anisotropic geomaterials, Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, Vol. 3, 1-26.
28. Duveau G.; Shao J.F., 1998, A modified single plane of weakness theory for the failure of highly stratified rocks, Int J Rock Mech Min Sci, pp. 807-813
29. Fattah E.A., Yong R.N. and NG K.S., 1981, Compactibility of soil under towed rollers, Proc. 7th Int. Conf. ISTVS, Calgary, Kanada, 1981, 585-608.
30. Fervers C.W., 1999, Phenomena of Tyre-Profile on different Soil, Proc. 13<sup>th</sup> Int. Conf. ISTVS, Munich, Germany, pp 337-344.
31. Fervers C.W., 2004, Improved FEM simulation model for tire-soil interaction, Journal of Terramechanics Volume: 41, Issue: 2-3, pp. 87-100.

32. Fukami K, Ueno M, Hashiguchi K, 2000, Okayasu T. Analysis of soil deformation beneath a wheel in the repetition travel. In: Proc. CIGR, Tsukuba, Japan, p.1499-1503.
33. Fukami K, Ueno M, Hashiguchi K, Okayasu T., 2006, Mathematical models for soil displacement under a rigid wheel, Journal of Terramechanics, 43, pp. 287-301.
34. Gryczmański M., 1995, Wprowadzenie do opisu sprężysto-plastycznych modeli gruntów, Wydawnictwo IPPT PAN, Studia z zakresu inżynierii nr 40, Warszawa.
35. Hamade A., 1992, Experimental investigation of behaviour of an anisotropic material (slate schist): Failure characterisation and elastic constants determination. Doctoral thesis. University of Lille, 1992. (in French)
36. Harr M.E., 1996, *Foundations of Theoretical Soil Mechanics*, McGraw-Hill, New York.
37. Hatamura Y., Chijiwa K., 1975, Analysis of The Mechanism of Soil Cutting, (1st - 5th Report), Bulletin of the JSME, vol. 18, No.120, 1975; vol. 19, No. 131, 1976; vol. 19, No. 137, 1976, vol. 20, No. 139, 1977; vol. 20, No. 141, 1977.
38. Hawrylak H., Jarzabek M., Sieczyński A., Sobolski R, 1975, Maszyny i prace pomocnicze w górnictwie odkrywkowym, Katowice, Wydawnictwo Śląsk.
39. Hawrylak H., Żur T., Pieczonka K., 1984, Maszyny górnicze, Poradnik Górnictwa, Katowice, Wydawnictwo Śląsk, 1984, t IV, cz. 2.
40. Hill R., 1950, The mathematical theory of plasticity. Oxford University Press.
41. Hill R., 1958, A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids, J. Mech. Phys. Solids, 6, p. 236-249, 1958.
42. Hjjaj M., Lyamin A.V., Sloan S. W., 2004, Bearing capacity of a cohesive-frictional soil under non-eccentric inclined loading, Computers and Geotechnics 31, 491–516.
43. Hoek E., 1983, Strength of jointed rock masses, Geotechnique, 33,187-205.
44. Hoek E., Brown E.T., 1980, Empirical strength criterion for rock masses, J. Geotech. Eng. Div. ASCE, 106, 1013-1035,
45. Hofstetter K., 2002, Analytic Method to Predict the Dynamic Interaction of a Dozer Blade with Earthen Material, Procc. on CD, 14<sup>th</sup> Inter. Conf. of the ISTVS, Vicksburg, USA.

46. Ichiba S., Hyodo K., Ooishi Y., 1987, A study on the mechanical behavior of soil during flat edge cutting, Mitsubishi Technical Bulletin No. 176.
47. Izbicki R., Mróz Z., 1976, Metody nośności graniczne w mechanice gruntów i skał, PWN.
48. Izbicki R.J., 1983, Stany graniczne ośrodków gruntowych i spękanych ośrodków skalnych, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
49. Jarzębowski A., Mróz Z., 1988, A constitutive model for sands and its application to monotonic and cyclic loadings, In: "Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, p. 307-323.
50. Jarzębowski A., 1990, Modele konstytutywne dla gruntów sypkich – przegląd aktualnych koncepcji, Prace IPPT 24/1990, Warszawa.
51. Jarzębowski A., Maciejewski J., 1996, Compaction Of A Cohesive Soil Layer Under A Rigid Roll - Experiment And Numerical Prediction, Abst. XIX ICTAM, KYOTO, JAPAN, August 25-31, 1996, pp 344.
52. Jarzębowski A., Maciejewski J., 1996, Laboratory tests of cohesive soil coMPaction using the model of the road roller, "XXXI SOLMECH 1996", Mierki, Sept. 9-14, 1996, pp 119.
53. Jarzębowski A., Maciejewski J., 1998, Some remarks on the applicability of rectangular elements to plane strain boundary value problems, Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, 5: pp 299-309.
54. Jarzębowski A., Maciejewski J., 1998, Localisation effects in a compaction process under the rigid rolling cylinder., Adachi, Toshihisa / Fusao Oka / Atsushi Yashima (eds): Localisation and bifurcation theory for soils and rocks, Proceedings of the fourth international workshop, Gifu, Japan, 28 September-2 October 1997,1998, Balkema.
55. Jarzębowski A., Maciejewski J., 2000, Optymalizacja Procesu Urabiania Łyzką Koparki, Materiały XIII Konferencji Naukowej "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych", Zakopane, Styczeń 2000.
56. Jarzębowski A., Maciejewski J., 2000, The influence of tool trajectory on the energy of excavating process, "33-rd SOLMECH", Zakopane, Sept. 5-9, 2000, pp 271-272.
57. Jarzębowski A., Maciejewski J., Szyba D., Trąmpczyński W., 1994, Experimental and theoretical analysis of a cohesive soil shoving process (the optimisation of the process), Proceedings 6th European ISTVS Conference, 28-30.09.1994 (Wieden, Austria)
58. Jarzębowski A., Maciejewski J., Szyba D., Trąmpczyński W., 1995, On the energetically most efficient trajectories for heavy machine shoving process,

- Engineering Transactions, Vol. 43, 1-2, p 169-182.
59. Jarzębowski A., Maciejewski J., Szyba D., Trąmpczyński W., 1995, Optymalizacja procesu napełniania narzędzi maszyn do robót ziemnych, Materiały VIII Konferencji Naukowej "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych", Zakopane.
  60. Jarzębowski A., Maciejewski J., Szyba D., Trąmpczyński W., 1995, Optymalizacja procesu napełniania narzędzi maszyn do robót ziemnych, Przegląd Mechaniczny, 12/1995.
  61. Jarzębowski A., Maciejewski J., Szyba D., Trąmpczyński W., 1995, The optimization of heavy machines tools filling process and tools shapes (modelling test results), Symposium ISARC 1995, Automation and Robotics in Construction XII, E.Budny, A.McCrea, K.Szymański (Editors), ImBiGS. p 159- 166.
  62. Jarzębowski A., Maciejewski J., Szyba D., Trąmpczyński W., 1995, Zastosowanie rozwiązań kinematycznie dopuszczalnych teorii plastyczności do opisu i optymalizacji procesu napełniania narzędzi maszyn do robót ziemnych, Zeszyty Naukowe Polit. Świętokrz., Mechanika 54.
  63. Jarzębowski A., Maciejewski J., Szyba D., Trąmpczyński W., 1996, Stanowisko Do Badań Procesów Zagęszczania Gruntów (model pracy walca drogowego), Materiały IX Konferencji Naukowej "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych", Zakopane.
  64. Jarzębowski A., Maciejewski J., Trąmpczyński W., 1997, Zastosowanie modelu wielopowierzchniowego do analizy zagęszczania gruntu spoistego pod rolką walca statycznego, Materiały X Konferencji Naukowej "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych", Zakopane, Styczeń 1997.
  65. Jarzębowski A., Maciejewski J., Trąmpczyński W., 2001, On The Efficiency Of The Soil Digging Processes", Engineering Transactions, 49, 4, 599-621.
  66. Jarzębowski A., Mróz Z., 1994, On slip and memory rules in elastic, friction contact problems, Acta Mechanica, 102, 199-216.
  67. Jarzębowski A., Nohse Y., Uchiyama K., Hashiguchi K., Ueno M., Kamei M. and Koyama F., 1991, Numerical Prediction of Soil Behavior Under a Rigid Wheel, Proc. 5th European Conf. ISTVS, Budapest, Węgry, 1991, 49-56.
  68. Jeager J.C., 1960, Shear failure of anisotropic rocks, Geol. Mag. 97,65.
  69. Jing L., 2003, A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering, International

- Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 2003 pp. 283-353.
70. Jonak J., 2002, Urabianie skał głowicami wielonarzędziowymi, Wydawnictwo naukowe Śląsk, Katowice.
  71. Kisiel I., i inni., 1982, Mechanika skał i gruntów, PWN.
  72. Klich A., 1998, Niekonwencjonalne techniki urabiania skał, Praca zbiorowa, Wydawnictwo Śląsk, Katowice.
  73. Kwaśniewski M.A., 1993, Mechanical behaviour of anisotropic rocks., in Comprehensive Rock Engineering, vol. I Fundamentals, J.Hudson ed, Pergamon Press, Oxford.
  74. Liu C. H.; Wong J. Y, 1996, Numerical simulations of tire-soil interaction based on critical state soil mechanics, Jour. of Terram., Vol. 33, 209-221.
  75. Lyamin AV, Sloan SW., 2002, Lower bound limit analysis using nonlinear programming. Int J Numer Methods Eng; 55(5), 573–611.
  76. Lyamin AV, Sloan SW., 2002, Upper bound limit analysis using linear finite elements and nonlinear programming. Int J Numer Anal Methods Geomech; 26(2), 181–216.
  77. Maciejewski J., 1996, Analiza stanów pokrytycznych w procesach urabiania gruntów, Rozprawa doktorska, IPPT PAN, Warszawa 1996.
  78. Maciejewski J., Jarzębowski A., 2001, Analiza oddziaływania układu zębów w procesie skrawania gruntu, Eksploatacja i Niezawodność, Nr 5(12)/2001, 50-52.
  79. Maciejewski J., Jarzębowski A., 2002, Laboratory optimization of the soil digging process, Journal of Terramechanics, 39(3):161-179.
  80. Maciejewski J., Jarzębowski A., 2002, The influence of teeth on the earth-working processes, 34-th SOLMECH 2002”, Zakopane, 2-7, Sept. 2002, pp 175-176.
  81. Maciejewski J., Jarzębowski A., 2004, Application of kinematically admissible solutions to passive earth pressure problems., International Journal of Geomechanics, 2004, Vol.4(2), pp . 127-136.
  82. Maciejewski J., Jarzębowski A., 2004, Experimental analysis of soil deformation below a rolling rigid cylinder, Journal of Terramechanics, Vol. 41/4, pp 223–241.
  83. Maciejewski J., Jarzębowski A., 2004, The Influence Of Teeth On The Earth-Working Processes, IUTAM, Warsaw.
  84. Maciejewski J., Jarzębowski A., Trąpczyński W., 1999, The laboratory tests of the soil compaction process using the model of the roller with two rigid drums, Proc.13<sup>th</sup> International Conference of the ISTVS, Germany,

- 1999, pp 161-168.
85. Maciejewski J., Jarzębowski A., Trąmpczyński W., 2002, Study on the efficiency of the digging process using the model of excavator bucket, Proc.14<sup>th</sup> International Conference of the ISTVS (On CD), USA, 2002.
  86. Maciejewski J., Jarzębowski A., Trąmpczyński W., 2003, Study On The Efficiency Of The Digging Process Using The Model Of Excavator Bucket. Journal of Terramechanics, Vol. 40/4 pp. 221-233.
  87. Maciejewski J., Jarzębowski A., Trąmpczyński W., 2003, The Influence Of Teeth Wear On The Digging Process, Proceedings of the 9<sup>th</sup> European Conference of the ISTVS, Harper Adams, UK, Sept 8<sup>th</sup> to 11<sup>th</sup>, 2003, pp 273-282.
  88. Maciejewski J., Jarzębowski A., Trąmpczyński W., 2005, Modelowanie procesu urabiania ośrodka spoistego łyżką koparki z uwzględnieniem zużycia zębów, XVIII Konferencja "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych", 17-20 styczeń, Zakopane 2005, Czasopismo Techniczne z.1-M/2005, str. 275-284.
  89. Maciejewski J., Jarzębowski A., Trąmpczyński W., Cendrowicz J., Sokołowski K., 2003, Analiza oddziaływania układu zębów w procesie urabiania ośrodka spoistego łyżką koparki, Przegląd Mechaniczny 1'03, 33-36.
  90. Maciejewski J., Jarzębowski A., Trąmpczyński W., Cendrowicz J., Sokołowski K., 2003, Wpływ Parametrów Geometrycznych Zęba Na Przebieg Procesu Urabiania Ośrodka Spoistego łyżką Koparki, Materiały XVII Konferencji "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych", Zakopane, 19-22 styczeń, 2004, Systems, Vol 8, 374-382.
  91. Maciejewski J., Jarzębowski A., Trąmpczyński W., Cendrowicz J., Sokołowski K., 2004, Analiza procesu urabiania gruntów spoistych przy uwzględnieniu efektów zużycia narzędzi., (Konferencja XXVII ZSMG 2004), Geotechnika i Budownictwo Specjalne 2004, Tom I, 431-442.
  92. Maciejewski J., Mróz Z., 1993, Analiza procesu napełniania łyżki ładowarki przy zastosowaniu złożonych mechanizmów zniszczenia ośrodka, Materiały VI Konf. "Rozwój podstaw budowy eksploatacji i badań maszyn roboczych ciężkich w tym budowlanych", Zakopane 1993
  93. Maciejewski J., Mróz Z., 1994, Zastosowanie analizy przyrostowej do opisu procesów kontaktu narzędzia z ośrodkiem, Materiały VII Konf. "Rozwój podstaw budowy eksploatacji i badań maszyn roboczych ciężkich w tym budowlanych", Zakopane 1994.

94. Maciejewski J., Mróz Z., 2003, Metoda nośności granicznej dla anizotropowych i nieliniowych geomateriałów, *Geotechnika w Budownictwie i Górnictwie* (red. W. Brząkała, J. Burta, S. Gałczyński), Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003, 15-35. (Materiały XXVI ZSMG, Łądek Zdrój, 10-14.03.2003).
95. Maier G., Hueckel T., 1979, Nonassociated and coupled flow rules of elastoplasticity for rock-like materials, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 16, p 77-92.
96. McLamore R., Gray K.E., 1965, The mechanical behaviour of anisotropic sedimentary rocks, *Soc. Geol. Eng.*, J5,76.
97. Merifield R.S., Lyamin A.V., Sloan S.W., 2006, Limit analysis solutions for the bearing capacity of rock masses using the generalised Hoek–Brown criterion, *Int J Rock Mech Min Sci*, Vol: 43, Issue: 6, pp. 920-937
98. Michałowski R.L., 1990, Strain localisation and periodic fluctuations in granular flow processes from hoppers, *Geotechnique*, 40 , No 3, 389-403.
99. Michalowski R.L., 1997, An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis", *Soils Found*, pp. 57-64
100. Momozu M.; Oida A.; Yamazaki M.; Koolen A.J., 2002, Simulation of a soil loosening process by means of the modified distinct element method, *Journal of Terramechanics*, Volume: 39, Issue: 4, pp. 207-220.
101. Mróz Z., 1985, Current trends and new directions in mechanics of geomaterials, in "*Mechanics of Geomaterials*", Ed Z.P.Bazant, J. Wiley, Sons. 539-566.
102. Mróz Z., Drescher A., 1969, Limit plasticity approach to some cases of flow bulk solids, *J. Eng. for Industry, Trans ASME*,91,357-364.
103. Mróz Z., Drescher A., 1972, *Podstawy Teorii Plastyczności Ośrodków Rozdrobnionych*, Wyd. PAN.
104. Mróz Z., Jarzębowski A., 1994, Phenomenological model of contact slip, *Acta Mechanica*, 102, 59-74.
105. Mróz Z., Jemioło A., 1991, Constitutive modeling of geomaterials with account for deformation anisotropy, *The Finite Element Method in 90's*, Ed. E Onate et al. Springer Verl., 274-284.
106. Mróz Z., Maciejewski J., 1994, Post-critical response of soils and shear band evolution, *Proc. 3rd Int. Workshop On Localisation and Bifurcation Theory for Soils and Rocks, Grenoble(Aussois), France*, pp. 19-32, 1994,
107. Mróz Z., Maciejewski J., 2001, Warunki Stanu Granicznego Anizotropowych Geomateriałów, *Prace Naukowe Inst. Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wrocławskiej* 73, Konferencje Nr 40, XXIV



- ZSMG, Łądek Zdrój, 12-16.03.2001, 385-394.
108. Mróz Z., Maciejewski J., 2002, "Critical plane method for description of damage and failure conditions, Proceedings of International Mesomechanics 2002, Denmark, August 26-30, 2002,
  109. Mróz Z., Maciejewski J., 2002, Failure criteria of anisotropically damaged materials based on the critical plane concept, *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech*, 26, 407-431.
  110. Mróz Z., Maciejewski J., 2003, Failure Criteria and Compliance Variation of Anisotropically Damaged Materials, *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics Vol. 9, International Symposium Anisotropic Behaviour Of Damaged Materials, Kraków-Przegorzały, Poland, Sept 9-11, 2002*, Ed. J.J. Skrzypek and A. Ganczarski; Springer Verlag, 75-112
  111. Nakashima H.; Fujii H.; Oida A.; Momozu M.; Kawase Y.; Kanamori H.; Aoki S.; Yokoyama T., 2007, Parametric analysis of lugged wheel performance for a lunar microrover by means of DEM, *Journal of Terramechanics*, Vol. 44/2, pp. 153-162.
  112. Niandou H., 1994, Etude de comportement reologique et modelisation de l'argilite de Tournemire. Application a la stabilite des ouvrages souterrains, Ph.D Thesis, USTL, University of Lille.
  113. Nohse Y, Shikanai T, Hashiguchi K, Ueno M, Izumi H, Koyama F., 1990, A measurement of basic mechanical quantities of off-the-road travelling performance. In: 10th Int. ISTVS Conf. Kobe, Japan, 1990. p.545-556.
  114. Nova R., 1980, The failure of transversally anisotropic rocks in triaxial compression, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 17, 325-332.
  115. Oñate E., Rojek J., 2004, Combination of discrete element and finite element methods for dynamic analysis of geomechanics problems, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 193 , 3087-3128.
  116. Orenstein & Koppel advertising materials, 1993.
  117. Pariseau W.G., 1972, Plasticity theory for anisotropic rock and soils. *Proceedings of 10<sup>th</sup> Symposium on Rock Mechanics, AIME 1972.*
  118. Pieczonka K., 1975, Ładowarki łyżkowe, Politechnika Wrocławska.
  119. Pieczonka K., 1988, Maszyny urabiające, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej.
  120. Pieczonka K., Bątkiewicz A., Włodarczyk J., Lasmanowicz A., Sokolski M., 1985, Badania modelowe dla optymalizacji parametrów procesu napelniania łyżki ładowarki, Raporty Politechniki Wrocławskiej, Instytut Konstrukcji i

- Eksportacji Maszyn, 1985.
121. Pietruszczak S., Mróz Z., 1981, Finite element analysis of deformation of strain-softening materials, *Int. J. Num. Math Eng.*, 17, 327-334.
  122. Pietruszczak S., Mróz Z., 2000, Formulation of anisotropic failure criteria incorporating a microstructure tensor, *Comp. & Geotechnics.*, 24, 105-112.
  123. Pietruszczak S., Mróz Z., 2001, Formulation of failure criteria for anisotropic frictional materials, *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, Vol 25, 509-524.
  124. Płonecki L., Trąmpczyński W., and Cendrowicz J.. 1998. A concept of digital control system to assist the operator of hydraulic excavators. *Automation in Construction* 7: 401-411.
  125. Płonecki L., Trąmpczyński W., Cendrowicz J., Gierulski W., Sokołowski K., 2000, Sterowanie osprzętem koparki hydraulicznej z możliwością automatycznego generowania energetycznie korzystnych trajektorii narzędzia skrawającego. XIII Konferencja Naukowa- Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych, Zakopane, 2000.
  126. Płonecki L., Trąmpczyński W., Gierulski W., Cendrowicz J., and Sokołowski K., 2000, Computer control system for heavy machine fixtures motion and its application for automatic generation of cutting tools trajectories according to the given criteria. *Engineering Transactions* 48(1): 3-24.
  127. Podgórski J., Jonak J., 2004, Numeryczne badania procesu skrawania skał izotropowych, Lubelskie Towarzystwo Naukowe, Lublin.
  128. Poncyliusz M.M., 2002, Influence of Track Shoe's Parameters on Theirs Self-Cleaning Ability during Straight Motion of Crawler Earthmover. *Proc. of 14<sup>th</sup> Int. Conf. of the ISTVS*, Vicksburg.
  129. Poncyliusz M.M., 2004, O wpływie kształtu ostróg płyt gasznic maszyny do robót ziemnych na jej możliwości pracy. *Przegląd Mechaniczny*, Nr.12/2004, str. 21-29.
  130. Poncyliusz M.M., 2006, About influence of dozer tracks normal load's repetitivity on its working ability. *Proc. of 10th „Mini Conf. on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies”*. Budapeszt.
  131. Prandtl L., 1920, Über die Härte plastischer Körper, *Nachr. Gesch. Wiss. Gottingen, Math. Phys. Kl.*, s. 74.
  132. Rojek J., 2007, Modelowanie i symulacja komputerowa złożonych zagadnień mechaniki nieliniowej metodami elementów skończonych i dyskretnych, *Prace IPPT* 4/2007.
  133. Rudnicki J.W., Rice J.R., 1975, Conditions for the localisations of

- deformation in pressure sensitive dilatant materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 23, 371-394.
134. Schmid I.C., 1999, Focusing Terramechanic Research towards tools for terrain vehicle development, Proc.13<sup>th</sup> International Conference of the ISTVS, Germany, pp 799-808.
  135. Schreyer H.L., Chen Z., 1986, One dimensional softening with localisation. *J. Appl. Mech.*, 53,791-797.
  136. Shield R.T., 1953, Mixed boundary value-problem in soil mechanics. *Q. Appl. Maths.*, 11, 61-75.
  137. Shikanai T, Hashiguchi K, Nohse Y, Ueno M, Okayasu T., 2000, Precise measurement of soil deformation and fluctuation in drawbar pull for steel and rubber-coated rigid wheels. *J. Terramechanics*; 37(1), 21-39.
  138. Shrivastava Atul Kumar; Datta R.K., 2006, Effect of animal drawn puddling implements on hydraulic conductivity of lateritic sandy clay loam soil in West Bengal, India. *Journal of Terramechanics*, 43, pp. 205-212
  139. Sloan S.W.; Kleeman P.W., 1995, Upper bound limit analysis using discontinuous velocity field, *Comput Methods Appl Mech Eng* 1995 pp. 293-314.
  140. Sokołowski K., 2006, Energetycznie korzystne trajektorie urabiania ośrodka spoistego narzędziami maszyn do robót ziemnych ze szczególnym uwzględnieniem osprzętu ładowarkowego. Rozprawa doktorska, Politechnika Świętokrzyska, Kielce.
  141. Sokołowski K., Trąmpczyński W., 2002, Napelnianie łyżki ładowarki w ośrodku spoistym z uwzględnieniem trajektorii energetycznie korzystnych. *Przegląd Mechaniczny* 1'02, 24-27.
  142. Sokołowski K., Trąmpczyński W., 2004, Urabianie ośrodka spoistego łyżką ładowarki z wykorzystaniem generowanych automatycznie trajektorii energetycznie korzystnych, 50 Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Ładowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica, 2004.
  143. Sokołowski K., Trąmpczyński W., Cendrowicz J., Płonecki L., 1999, Napelnianie łyżki ładowarki w ośrodku spoistym, *Przegląd Mechaniczny*, 10/1999.
  144. Sokołowski W.W, 1957, Teoria plastyczności, PWN.
  145. Sokołowski W.W, 1958, Statyka Ośrodków Sypkich, PWN.
  146. Szczepiński W., 1971, Mechanika ośrodka sypkiego przy pracy łyżki ładowarki, *Arch. Bud. Masz.*, XVIII, 3.

147. Szczepiński W., 1971, Some slip-line solutions for earthmoving processes, *Archives of Mechanics*, 23, 6.
148. Szczepiński W., 1972, Mechanika ruchu ośrodka sypkiego w początkowej fazie pracy lemiesza spycharki, *Arch. Bud. Masz.*, XIX, 1.
149. Szczepiński W., 1972, Problemy teorii mechanicznego urabiania gruntów, *Mech. Teoret. i Stos.*, 2, 10.
150. Szczepiński W., 1974, Stany graniczne i kinematyka ośrodków sypkich, PWN, Warszawa.
151. Szczepiński W., 1978, *Mechanika plastycznego płynięcia*, PWN Warszawa.
152. Szczepiński W., Winek H., 1972, Doświadczalne studium kinematyki ośrodka sypkiego dla pewnych problemów brzegowych, *Rozpr. Inż.*, 20, 1, 1972
153. Szepietowski W., (praca zbiorowa), 2002, Obciążenie mechanizmu obrotu nadwozia wielonaczyniowych koparek kołowych od składowej poziomej siły urabiania, Redakcja Górnictwa Odkrywkowego, Wrocław 2002.
154. Szlagowski J. (praca zbiorowa), 2001, Problemy automatyzacji pracy maszyn roboczych, Wyd. MET.
155. Szlagowski J., Kuśmierczyk J., 2007, Analiza sił urabiania w koparce podsiębiernej dla zadanej trajektorii i warunków gruntowych, *Materiały XX Konferencji Naukowej "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych"*, Zakopane 22-25.01.2007.
156. Szyba D., 1994, Modelowe urabianie gruntów spoistych narzędziami maszyn do robót ziemnych - wytyczne do sterowania osprzętem (praca doktorska), IPPT PAN.
157. Tanaka H.; Momozu M.; Oida A.; Yamazaki M., 2000, Simulation of soil deformation and resistance at bar penetration by the distinct element method, *Journal of Terramechanics*, 2000 pp. 41-56
158. Tejchman J., 1994, Numerical study on localised deformation in Cosserat continuum, *Proc. 3rd Int. Workshop On Localisation and Bifurcation Theory for Soils and Rocks*, Grenoble (Aussois), France, pp. 257-274.
159. Tejchman J., 2002, Patterns of shear zones in granular materials within a polar hypoplastic continuum, *Acta Mech.*, 155(1-2), 71-95.
160. Tejchman J., 2007, FE Analysis of Contractant Shear Zones in Loose Granular Materials, *Granular Matter*, Vol. 9, 49 - 67.
161. Tejchman J.; Niemunis A., 2006, FE-studies on shear localization in an anisotropic micro-polar hypoplastic granular material. *Granular Matter* 2006, pp. 205-220.

162. Tejchman, J., 2006, Effect of fluctuation of current void ratio on the shear zone formation in granular bodies within micro-polar hypoplasticity, *Computers and Geotechnics*, 2006, pp. 29-46.
163. Tien Y.M.; Kuo M.C., 2001, A failure criterion for transversely isotropic rocks, *Int J Rock Mech Min Sci*, 2001, pp. 399-412.
164. Tien Y.M.; Kuo M.C., Juang C.H., 2006, An experimental investigation of the failure mechanism of simulated transversely isotropic rocks" *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 2006, pp. 1163-1181.
165. Trąmpczyński W., 1975, *Mechanika procesów urabiania gruntów jako zagadnienie teorii plastyczności*, Praca doktorska, IPPT PAN.
166. Trąmpczyński W., 1976, Weryfikacja doświadczalna kinematyki ośrodka sypkiego na przykładzie zagadnienia naporu ściany, *Rozpr. Inż.*, 24, 4, 745-758.
167. Trąmpczyński W., 1977, Analiza rozwiązań kinematycznie dopuszczalnych dla zagadnienia naporu ścian o różnych kształtach, *Mech. Teoret. i Stos.*, 15, 1, 69-89.
168. Trąmpczyński W., 1996, *Automatyzacja mechanicznego urabiania gruntów narzędziami maszyn budowlanych*, Wyd. IPPT.
169. Trąmpczyński W., Jarzębowski A., 1991, On the kinematically admissible solution applied to the theoretical analysis of shoving processes, *Engineering Transactions*, 39, 1.
170. Trąmpczyński W., Maciejewski J., 1991, On the kinematically admissible solutions for soil-tool interaction description in the case of heavy machine working process., *Proc V-th Europ. Conf. Int. Soc. Terrain Vehicle Systems*, Budapest.
171. Trąmpczyński W., Ponder B., 1978, *Mechanika procesów urabiania gruntów narzędziami maszyn do robót ziemnych*, Prace IPPT PAN, 7/1978.
172. Trąmpczyński W., Szyba D., 1991, Kinematically admissible solution for the incipient stage of earth moving processes in the cases of various pushing wall forms, *Engineering Transactions*, 39, 1, 123-134.
173. Tsai S.W., Wu E., 1971, A general theory of strength of anisotropic materials, *Journal of Composite Materials*, 5, 58-80.
174. Tyro G., 1980, *Ciągnikowe maszyny do robót ziemnych*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej.
175. Ueno M, Shikanai T, Okayasu T, Hashiguchi K, Nohse Y, Gotoh H, Uchiyama K., 1995, Soil deformation beneath a rigid wheel. In: *4th Asia-*

- Pacific Regional ISTVS Conf. Okinawa, Japan, p.133-140.
176. Walsh J.B. Brace J.F., 1964, A fracture criterion for brittle anisotropic rock, *J. Geoph. Res.*, 69, 3449-3456.
  177. Wetrow Ju.A., 1971, *Rezanie gruntow zemlerojnymi maszynami*, Moskwa Maszynostojenie,.
  178. Windisch S.J, Yong R.N. 1970, The determination of soil strain-rate behaviour beneath a moving wheel. *J. Terramechanics*;7(1), 55-67.
  179. Wong J. Y., 1967, Behaviour of soil beneath rigid wheels. *J. Agric Eng. Res.*;12(4):257-269.
  180. Yong R.N, Fattah E.A, Boonsisuk P. 1978, Analysis and prediction of tire-soil interaction and performance using Finite Elements. *J. Terramechanics*; 15(1), 43-63.
  181. Yong R.N., Fattah E.A., Skiadas N., 1984, *Vehicle Traction Mechanics, Developments in Agricultural Engineering*, 3.
  182. Zelenin A.N., 1968, *Osnowy rozruszenia gruntow mechaniczeskimi sposobami*, Moskwa, Maszynostrojenie.
  183. Zhang Rui; Li Jianqiao, 2006, Simulation on mechanical behavior of cohesive soil by Distinct Element Method, *Journal of Terramechanics*, 43, pp. 303-316.