O PRAWIE MARIOTT'EA

(*Ciąg dalszy, patrz tom X*)

PRZEZ

W. GOSIEWSKIEGO

(Przedstawiono na posiedzeniu Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu, dnia 4 Listopada 1878 roku.)

§ 3.

Według doświadczenia p, Jaule'a, gazu którego dwie części, jedna o wysokiem a druga o nizkiem ciśnieniu, znajdują się w dwóch naczyniach A i B oddzielonych od siebie, usiłuje po przywróceniu komunikacyi rozprzestrzenić się jednostajnie, bez pochłonięcia lub wydzielenia jakiegokolwiek ciepła. A że pomienione rozprzestrzenienie odbywa się bez żadnej pracy zewnętrznej, przeto na zasadzie równoważności pomiędzy ciepłem i ruchem, praca wewnątrzna powinna być także zerem. Ztąd zawyrokowano, że molekuły gazu nie działają prawie na siebie, co właśnie stanowi podstawę znanej teoryi Krœnig'a-Blausiuz'a. Zobaczymy jednak poniżej, że pomieniony fakt może mieć także inną racyę bytu; że może jako taki posłuży również do bliższego określenia wewnętznej natury gazu, lecz w sposób zupełnie odmienny.

Jakoż, w ciągu doświadczenia część gazu zawarta przedtem w naczynie A usiłuje zająć coraz większą przestrzeń $A+U$, podczas gdy część zawierająca się w naczyniu B zajmuje coraz mniejszą objętość $B-U$. Powierzchnia odgraniczająca te dwie części gazu od siebie tworzy ze ścianami naczynia A powłokę częsci większej, a ze ścianami naczynia B powłokę części mniejszej. Część $A+U$ gazu oddziaływa na swoją powłokę ciśnieniem normalnem i jednostajnem p, a część $B-U$ oddziaływa znowóż na swoją powłokę ciśpieniem normalnem i jednostajnem p'. Można przeto uważać jakoby część $A+U$ gazu odkształcała się pod wpływem sił wewnętrznych i ciśnienia zewnętrznego $-p'$ podczas kiedy część $B-U$ odkształca się także w skutek sił wewnętrznych i ciśnienia zewnętrznego $-p$. Praca ciśnienia p wyraża się całką $\int pd(A+U)$, a praca iśnienia p' całką $\int p'd(B-U)$. W ten sposób praca części $A+U$ gazu jest równą różnicy

$$pr.\ wewn.\ (A+U)-\int p'd(B-U),$$

a praca części B — U jest równą różnicy

$$pr.\,wewn.\ (B - U) - \int p d(A + U).$$

Summa tych dwóch prac przedstawia oczywiście pracę całkowitą rozmaitą podczas doświadczenia; lecz że praca ta powinna być zerem, przeto mamy równanie następujące:

$$(8)\qquad \left\{pr.\,wewn.\ (A+U) - \int p d(A+U)\right\} + \left\{pr.\,wewn.\ (B-U) - \int p' d(B-U)\right\} = 0.$$

Pierwsza strona tego równania składa się, jak to widoczna, z dwóch wyrażeń sobie podobnych i odznaczonych nawiasami $\{\ \}$. Pierwsze z nich należy do tej części gazu, która przed doświdczeniem zawierała się w A, podczas kiedy drugie należy do tej, która zawierała się w B. Ponieważ rezultat doświadczenia p. Joule'a jest niezależnym od ilości gazu zawierającego się przed doświadczeniem w naczyniu B, przeto można przyjąć, że naczynie to było próżnem; wtedy zaś pierwsza strona równania (8) redukuje się do pierwszego tylko nawiasu. Jeżeli więc założymy dla krótkości $A + U = V$, będzie tożsamościowo

$$(9)\qquad pr.\,wewn.\ V - \int p dV = 0.$$

Równanie (9) prowadzi do następującego:

$$\delta(pr.\,wewn.)\ V = p\delta V.$$

Lecz że z drugiej strony mamy

$$\delta V = \int\int\int \delta(dxdydz) = \int\int\int dxdydz\left(\frac{\partial\delta x}{\partial x} + \frac{\partial\delta y}{\partial y} + \frac{\partial\delta z}{\partial z}\right),$$

to będzie także

$$\delta(pr.\,wewn.\ V) = \int\int\int dxdydz\left(p\frac{\partial\delta x}{\partial x} + p\frac{\partial\delta y}{\partial y} + p\frac{\partial\delta z}{\partial z}\right),$$

i następnie

$$(10)\qquad \begin{cases} N_1 = N_2 = N_3 = p \\ T_1 = T_2 = T_3 = 0. \end{cases}$$

Ztąd wynika w każdym punkcie gazu

$$p = \frac{k\Sigma\varepsilon\varepsilon'}{3}\rho,$$

co znaczy że w gazie uważanym elipsoida ciśnień jest sferą, której promień ulega prawu Mariotte'a.

W ten sposób staje widocznem, że fakt zauważony przez p. Joule'a usprawiedliwia tylko tę zasadę, że prawo Mariotte'a, któremu ulega cała objętość gazu, powinno być jednocześnie rozciągniętem do każdej części skończonej lub nieskończenie małej tego gazu.

§ 4.

Warunki (10) dają się jeszcze zastąpić warunkiem jednym, równoważnym równaniu (9). Na ten koniec postarajmy się wyznaczyć stronę tego równania.

Na zasadzie związku (5) i równości

$$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho} \quad \text{i} \quad \frac{R}{3\rho} = \frac{\partial R}{\partial \rho},$$

praca elementarna pdV może być przedstawiona pod kształtem całki

$$-\int\int\int(\Sigma m)\sum\frac{\partial F}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial \rho}d\rho.$$

Lecz że nadto

$$d(pr.\ wewn.\ V) = \int\int\int(\Sigma m)\sum\frac{\partial F}{\partial r}dr = \int\int\int(\Sigma m)\sum\frac{\partial F}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial r}dr,$$

jest więc

$$d(pr.\ wewn.\ V) - pdV = \int\int\int(\Sigma m)\sum\frac{\partial F}{\partial R}\left(\frac{\partial R}{\partial r}dr + \frac{\partial R}{\partial \rho}d\rho\right) = \int\int\int(\Sigma m)\sum\frac{\partial F}{\partial R}dR.$$

W przypadku uważanym funkcya F ma wartość (7); jeżeli zatem oznaczymy przez R_0, R'_0, R''_0,... wartości odpowiednie ilości R, R', R'',... na początku doświadczenia, to równanie (9) przyjmuje kształt następujący :

$$k\int\int\int(\Sigma m)\ log\ nat.\left\{\left(\frac{R}{R_0}\right)^{\varepsilon\varepsilon'}\left(\frac{R'}{R'_0}\right)^{\varepsilon\varepsilon''}\left(\frac{R''}{R''_0}\right)^{\varepsilon\varepsilon'''}\cdots\right\} = 0.$$

Ztąd wynika

$$R^{\varepsilon\varepsilon'}R^{\varepsilon\varepsilon''}R^{\varepsilon\varepsilon\varepsilon'''}\ldots = \text{stałej},$$

albo, po zastąpieniu ilości ε,... i R,... ich odpowiedniemi wartościami $\frac{m}{\Sigma m}$,... i $\left(\frac{\rho}{\Sigma m}\right)^{\frac{1}{3}}r$,...,

$$r^{mm'}.\, r_{4}^{mm''}.\, r^{mm'''}\ldots = (\text{stałej})^{(\Sigma m)^2}.\left(\frac{\Sigma m}{\rho}\right)^{\frac{\Sigma mm'}{3}}.$$

Tak więc otrzymujemy jeszcze twierdzenie następujące: *Gaz ulegający prawu Mariotte'a we wszystkich swoich częściach może być uważany jako układ ciągły, którego atomy bezpośrednie odpychają się wzajemnie z natężeniem* $\frac{mm'}{\Sigma m}\frac{k}{r}$, *i którego cząsteczki zadość czynią warunkowi*

$$r^{mm'}.\, r^{m\ \ '}.\, r^{mm'''}\ldots = \left(\frac{\Sigma m}{\rho}\right)^{\overline{\Sigma mm'}},$$

albowiem jest; $gr.$ $(\text{stała})^{(\Sigma mm)^2} = (\text{stała})^0 = 1.$ —

Warszawa dnia 14 Sierpnia 1878 r.