

4.42 — ramy plastyczne, nośność graniczna

M. Kleiber, W. Sosnowski

ASGRAM
SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNA
ANALIZA RAM PŁASKICH

5 / 1982

P. 269

WARSZAWA 1982

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 11 stycznia 1982 r.

Zarejestrowana pod nr 5/1982



57069



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 150 egz. Ark.wyd. 2,8. Ark. druk. 4 .
Oddano do drukarni w lutym 1982 r.
Nr zamówienia 65/6/82 Z-108 .

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul.Sniadeckich 8

Michał Kleiber, Włodzimierz Sosnowski

Zakład Teorii Konstrukcji

ASGRAM - SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNA ANALIZA RAM PŁASKICH

Teoria oraz opis i instrukcja użytkowania programu

1. Wstęp

W pracy omówiono metodę analizy numerycznej dowolnych płaskich układów prętowych uwzględniającą zjawiska fizycznej nieliniowości. Założono sprężysto - idealnie plastyczne własności materiału belek. Uwagę skoncentrowano na belkach o przekrojach idealnie dwuteowych tworzących ramy płaskie. Wyniki opisane poniżej otrzymano w ramach pierwszego etapu prac wykonywanych na zlecenie Polskiego Rejestru Statków, [1]. Z tego powodu w programie numerycznym położono nacisk na uwzględnienie specyfiki ram występujących w okrętownictwie.

Praca niniejsza jest kontynuowana i zakończy się utworzeniem efektywnego programu analizy dwuteowych ram sprężysto - plastycznych z uwzględnieniem możliwości sprężystego oraz niesprężystego, lokalnego wyboczenia środków belek tworzących ramę [2, 3].

Opracowany program numeryczny o nazwie ASGRAM, który posłużył do obliczenia zamieszczonych w pracy przykładów, oparty jest na systemie liniowej analizy statyki konstrukcji WAT-KM, [4].

Zmniejszyło to znacznie nakład pracy potrzebnej do napisania programu i pozwoliło autorom skoncentrować się wyłącznie na teoretycznych podstawach nieliniowej analizy ram oraz implementacji uzyskanych równań macierzowych do systemu WAT-KM.

Modyfikacje istniejącego systemu analizy liniowej polegały zasadniczo na:

- umożliwieniu tzw. analizy przyrostowej,
- wprowadzeniu odpowiednio zmodyfikowanych elementowych macierzy sztywności, uwzględniających niesprężyste własności materiału belek,
- dokonywaniu dodatkowych obliczeń właściwych zastosowanej teorii / sprawdzanie warunków stanu granicznego, akumulacja wielkości

przyrostowych

Opracowany program numeryczny oparty jest na nieliniowym sformułowaniu metody elementów skończonych w wersji tzw. zmiennej sztywności. Za element skończony ramy przyjmiemy zasadniczo odcinek prostej belki dwuteowej odpowiadający odległości między kolejnymi, poprzecznymi usztywnieniami środka, rys. 1. W szczególnych przypadkach długość elementu dobierać można inaczej kierując się:

- wymaganiami dokładności obliczeń;
- innymi geometrycznymi i mechanicznymi cechami układu oraz sposobem i miejscem przyłożenia obciążeń.

Przyjmiemy, że modelowe zachowanie układu elementów zgodne jest z pewnymi założeniami idealizującymi zachowanie ramy rzeczywistej. Założenia te wymienimy kolejno poniżej:

1. Wydzielone elementy są jednorodne i przyzmatyczne - wprowadza to konieczność gęstszego podziału w przypadku belek nie spełniających tych założeń.
2. Obciążenia przyłożone są wyłącznie w węzłach - w przypadku obciążeń rozłożonych w sposób ciągły należy zastąpić je obciążeniami skupionymi w odpowiednio gęsto wprowadzonych węzłach.
3. Materiał konstrukcji wykazuje cechy sprężysto-idealnie plastyczne.
4. Rozpatrywane zagadnienie ma charakter płaski tj. wykluczamy deformacje typu "z płaszczyzny" konstrukcji - w warunku tym ukryte jest założenie o pokrywaniu się jednej z płaszczyzn głównych przekrojów poprzecznych belek z płaszczyzną układu.
5. Półki i środek belek dwuteowych nie doznają wybożenia w trakcie całego procesu.
6. Pomijamy wpływ imperfekcji, naprężeń wstępnych, spawalniczych, niejednorodności materiału i innych błędów wykonania.
7. Utworzenie się uogólnionego przegubu plastycznego w i -tym przekroju belki warunkowane jest spełnieniem równania typu

$$(1.1) \quad F_{pl}(Q_{(i)}) = 0$$

gdzie $\underline{Q}_{(i)}_{3 \times 1}$ jest wektorem uogólnionych sił wewnętrznych w

tym przekroju. Warunek ten odpowiada uplastycznieniu całego rozpatrywanego przekroju tj. jego nośności granicznej.

8. Siłami wewnętrznymi występującymi jako argumenty w warunkach nośności granicznej (1.1) są: moment zginający M , siła poprzeczna V oraz siła podłużna N tj. w przekroju i -tym por. rys. 2.

$$(1.2) \quad \underline{Q}(i) = \{ N(i), M(i), V(i) \}$$

Symbol $\{ \}$ oznacza wektor kolumnowy.

9. Konstrukcja niszczy się w wyniku wyczerpania się jej nośności, dochodząc do tego stanu na drodze kolejnych lokalnych uplastycznień, wykluczamy możliwość zniszczenia kruchego, lokalnych wyboczeń lub globalnej utraty stateczności.
10. Poszczególne belki mogą być nachylone pod dowolnym kątem do belek z nimi sąsiadujących.
11. Pomijamy efekty zmian geometrii układu tj. zakładamy, że przemieszczenia są małe.
12. Rozpatrujemy dowolne obciążenia quasistatyczne, niekoniecznie proporcjonalne - uproszczenia przy wprowadzeniu danych wynikające z założenia proporcjonalności wykorzystywane będą tylko wtedy, gdy odpowiadać to będzie realnej, analizowanej sytuacji mechanicznej.

2. Koncepcja analizy

2.1. Stany zachowania się elementu skończonego

Wyróżnić będziemy dwa zasadnicze stany zachowania się elementu skończonego, każdy charakteryzowany odpowiednim przyrostowym równaniem kanonicznym.

A/ Stan sprężysty

Przyrostowe równanie elementu w stanie sprężystym ma postać:

$$(2.1) \quad \Delta \underline{Q}_{6 \times 1} = \underline{k}_{6 \times 6}^{(s)} \Delta \underline{r}_{6 \times 1}$$

gdzie wektory uogólnionych sił wewnętrznych \underline{Q} oraz uogólnionych przemieszczeń \underline{r} zdefiniowano na rys. 2, 3. Jawną postać

macierzy $\underline{\tilde{K}}^{(s)}$ można znaleźć np. w [5], str. 48,

B/ Stan sprężysto-plastyczny

W stanie tym zachowanie elementu charakteryzowane jest równaniem

$$(2.2) \quad \Delta \underline{Q}_{6 \times 1} = \underline{\tilde{K}}_{6 \times 6}^{(s-p)} \Delta \underline{T}_{6 \times 1}$$

gdzie $\underline{\tilde{K}}^{(s-p)}$ jest jedną z trzech różnych macierzy sztywności sprężysto-plastycznej elementu, por. p. 3, przyjmowanych zależnie od miejsc pojawienia się odpowiednich stref plastycznych. Inicjacja strefy plastycznej w przekroju belki następuje w wyniku osiągnięcia tzw. warunku stanu granicznego w tym przekroju. Dalsza analiza belki w stanie sprężysto-plastycznym zapewnia poruszanie się końca wektora $\underline{Q}(i) = \{N(i), M(i), V(i)\}$ w przestrzeni uogólnionych sił wewnętrznych po powierzchni granicznej. Sytuacja ta trwa do chwili wyczerpania się nośności granicznej całego układu. W programie uwzględnia się możliwość odciążenia przekrojów uprzednio uplastycznionych.

2.2. Algorytm postępowania

W przypadku obciążenia proporcjonalnego, realizacja pierwszego przyrostu obciążenia $\Delta_{(i)} \underline{P} (i=1)$ składa się z dwu etapów. Na pierwszym rozwiązujemy liniowy układ równań postaci

$$(2.3) \quad \underline{\tilde{K}}_{(1)}^{(s-p)} \Delta_{(1)} \underline{T}^* = \Delta_{(1)} \underline{P}^*$$

gdzie $\Delta_{(1)} \underline{P}^*$ jest obciążeniem testowym, na drugim zaś dokonujemy przeskalowania otrzymanego rozwiązania tak, aby uzyskać spełnienie warunku stanu granicznego w najbardziej wyczerpanym przekroju. Otrzymujemy w rezultacie rozwiązanie

$$(2.4) \quad \Delta_{(1)} \underline{T} = \underline{\tilde{K}}_{(1)}^{(s-p)-1} \Delta_{(1)} \underline{P}$$

zapewniające znalezienie się punktu z przestrzeni uogólnionych sił wewnętrznych na powierzchni granicznej w co najmniej jednym przekroju poprzecznym belek ramy.

Przechodzimy następnie do sprężysto-plastycznej analizy na drugim kroku przyrostowym ($i=2$). Zadajemy w tym celu niewielki przyrost obciążenia $\Delta_{(2)} \underline{P}$ (np. $\Delta_{(2)} \underline{P} = 0.1 \Delta_{(1)} \underline{P}$) i rozwiązu-

jemy układ równań

$$(2.5) \quad \underset{\sim}{K}_{(2)}^{(s-p)} \Delta_{(2)} \underline{r} = \Delta_{(2)} \underline{P} .$$

Otrzymujemy rozwiązanie sprężysto-plastyczne

$$(2.6) \quad \Delta_{(2)} \underline{r} = \underset{\sim}{K}_{(2)}^{(s-p)-1} \Delta_{(2)} \underline{P} .$$

Procedurę tę powtarzamy otrzymując dla i-tego przyrostu obciążenia rozwiązanie

$$(2.7) \quad \Delta_{(i)} \underline{r} = \underset{\sim}{K}_{(i)}^{(s-p)-1} \Delta_{(i)} \underline{P} ,$$

przy czym globalna macierz sprężysto-plastyczna ramy modyfikowana jest na każdym przyroście poprzez zastąpienie macierzy sprężystych uplastycznionych elementów odpowiednimi macierzami sprężysto-plastycznymi.

W ten sposób przyrostowe prawo konstytutywne problemu sprężystego zastępowane jest związkiem odcinkowo-liniowym ze stałą macierzą sztywności na danym przyroście obciążenia. Rys. 4 pokazuje interpretację geometryczną algorytmu przyrostowego dla różnych możliwych przypadków położenia wektora sił uogólnionych względem powierzchni plastyczności. Dla i-tego kroku obciążenia koniec wektora sił uogólnionych w przekroju przywęzłowym L , obliczanego jako suma

$$(2.8) \quad \underline{Q}_i^L = \underline{Q}_{i-1}^L + \Delta \underline{Q}_i^L$$

może w najogólniejszym przypadku przyjąć jedno z trzech położeń:

- Rys. 4 a wewnątrz powierzchni plastyczności dla przekroju przywęzłowego sprężystego
- Rys. 4 b na powierzchni plastyczności dla elementu uplastycznionego w poprzednich krokach obciążenia
- Rys. 4 c na zewnątrz powierzchni plastyczności - dla elementów, w których warunek stanu granicznego został osiągnięty lub przekroczony w aktualnym kroku. Stan ten wymaga sprowadzenia wektora sił uogólnionych iteracjami z powrotem na powierzchnię plastyczności poprzez odpowiednią modyfikację wektora obciążenia, lub stoso-

wania dostatecznie małych przyrostów obciążenia. Rysunki dla uproszczenia wykonano dla dwuwymiarowej przestrzeni sił uogólnionych, lecz analiza jest, jak opisano w p. 1, prowadzona w trójwymiarowej przestrzeni sił uogólnionych.

3. Macierze sprężysto-plastyczne elementu skończonego ramy

Uplastycznienie elementu skończonego związane ze spełnieniem (1.1) w k -m przekroju przywęzłowym tego elementu powoduje określone deformacje plastyczne, których wielkość definiujemy za pośrednictwem parametru skalarnego M_k /wzór 3.3 /, $k=1,2$. Gdy element znajduje się w stanie sprężystym, możemy napisać związek

$$(3.1) \quad \underline{Q} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{Bmatrix}$$

gdzie k_{pq} oznaczają podmacierze o wymiarze 3×3 macierzy k^s

Całkowity przyrost uogólnionych deformacji $\Delta \underline{\tau}$ składa się z dwu części, przyrostu sprężystego $\Delta \underline{\tau}^s$ oraz przyrostu plastycznego $\Delta \underline{\tau}^p$ tj.

$$(3.2) \quad \Delta \underline{\tau} = \Delta \underline{\tau}^s + \Delta \underline{\tau}^p$$

Plastyczny przyrost uogólnionych deformacji można zgodnie z założonym stowarzyszonym prawem plastycznego płynięcia wyrazić wzorem

$$(3.3) \quad \Delta \underline{\tau}^p = \begin{Bmatrix} \Delta \tau_1^p \\ \Delta \tau_2^p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial F}{\partial Q} \right)_1 \\ \left(\frac{\partial F}{\partial Q} \right)_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}$$

Gdy przekrój przywęzłowy 1 lub 2 elementu jest sprężysty, zachodzi odpowiednio $M_1 = 0$ lub $M_2 = 0$. Zależność pomiędzy przyrostem sił wewnętrznych i przyrostami deformacji można wyrazić jako

$$(3.4) \quad \underline{\Delta Q} = \begin{Bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \tau_1^s \\ \Delta \tau_2^s \end{Bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \tau_1 - \Delta \tau_1^p \\ \Delta \tau_2 - \Delta \tau_2^p \end{Bmatrix}$$

Podstawiając równanie (3.3) do równania (3.4) otrzymamy

$$(3.5) \quad \underline{\Delta Q} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \tau_1 - M_1 \phi_1 \\ \Delta \tau_2 - M_2 \phi_2 \end{Bmatrix}$$

Dowolna zmiana kombinacji sił i momentów w przekroju nie może naruszyć warunku plastyczności. Możemy więc napisać

$$(3.6) \quad \underline{Q} = \Delta \underline{F} = \begin{Bmatrix} \Delta F_1 \\ \Delta F_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial F}{\partial Q}\right)_1^T \Delta Q_1 \\ \left(\frac{\partial F}{\partial Q}\right)_2^T \Delta Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1^T & 0 \\ 0 & \phi_2^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{Bmatrix}$$

Równania (3.5) i (3.6) określają zależność pomiędzy M_k i $\Delta \tau$. Wstawiamy (3.6) do (3.5). Rozpatrujemy przy tym trzy przypadki. Gdy przekrój 1 jest uplastyczniony, zaś przekrój 2 jest sprężysty, otrzymujemy

$$M_1 \neq 0 \quad M_2 = 0$$

$$(3.7) \quad \Delta \underline{Q} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \underline{T}_1 - M_1 \underline{\phi}_1 \\ \Delta \underline{T}_2 \end{Bmatrix}$$

$$(3.8) \quad \begin{bmatrix} \underline{\phi}_1^T & 0 \\ 0 & \underline{\phi}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \underline{T}_1 - M_1 \underline{\phi}_1 \\ \Delta \underline{T}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$(3.9) \quad \begin{bmatrix} \underline{\phi}_1^T & k_{11} & \underline{\phi}_1^T k_{12} \\ \underline{\phi}_2^T & k_{21} & \underline{\phi}_2^T k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \underline{T}_1 \\ \Delta \underline{T}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{\phi}_1^T k_{11} M_1 \underline{\phi}_1 \\ \underline{\phi}_2^T k_{21} M_2 \underline{\phi}_2 \end{Bmatrix}$$

$$(3.9a) \quad \underline{\phi}_1^T \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \underline{T}_1 \\ \Delta \underline{T}_2 \end{Bmatrix} = \underline{\phi}_1^T k_{11} M_1 \underline{\phi}_1$$

$$(3.10) \quad M_1 = \frac{\underline{\phi}_1^T \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \end{bmatrix}}{\underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1} \begin{Bmatrix} \Delta \underline{T}_1 \\ \Delta \underline{T}_2 \end{Bmatrix}$$

Podobnie, gdy przekrój 1 jest sprężysty, zaś przekrój 2 jest uplastyczniony, mamy $M_1 = 0$, $M_2 \neq 0$

wtedy

$$(3.11) \quad M_2 = \frac{\underline{\phi}_2^T \begin{bmatrix} k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}}{\underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2} \begin{Bmatrix} \Delta \underline{T}_1 \\ \Delta \underline{T}_2 \end{Bmatrix}$$

Gdy obydwa przekroje przywęzłowe są uplastycznione, mamy

$$M_1 \neq 0, \quad M_2 \neq 0$$

zachodzi wtedy

$$(3.12) \quad \begin{bmatrix} \underline{\phi}_1^T k_{11} & \underline{\phi}_1^T k_{12} \\ \underline{\phi}_2^T k_{21} & \underline{\phi}_2^T k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \underline{T}_1 \\ \Delta \underline{T}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{\phi}_1^T k_{11} M_1 \underline{\phi}_1 + \underline{\phi}_1^T k_{12} M_2 \underline{\phi}_2 \\ \underline{\phi}_2^T k_{21} M_1 \underline{\phi}_1 + \underline{\phi}_2^T k_{22} M_2 \underline{\phi}_2 \end{Bmatrix}$$

Ten układ równań rozwiązać można względem M_1 i M_2 za pomocą wyznaczników Cramera.

Wyznacznik główny układu przedstawić można w postaci

$$W = \begin{vmatrix} \underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1 & \underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2 \\ \underline{\phi}_2^T k_{21} \underline{\phi}_1 & \underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2 \end{vmatrix} =$$

$$= (\underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1)(\underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2) - (\underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2)^2$$

wykorzystujemy zamianę wskaźników sumowania

$$\underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2 = \underline{\phi}_2^T k_{21} \underline{\phi}_1$$

$$W_{M_1} = \begin{vmatrix} \underline{\phi}_1^T [k_{11} & k_{12}] \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} & \underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2 \\ \underline{\phi}_2^T [k_{21} & k_{22}] \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} & \underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2 \end{vmatrix}$$

$$W_{M_2} = \begin{vmatrix} \underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1 & \underline{\phi}_1^T [k_{11} & k_{12}] \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} \\ \underline{\phi}_2^T k_{21} \underline{\phi}_1 & \underline{\phi}_2^T [k_{21} & k_{22}] \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} \end{vmatrix}$$

stad

$$M_1 = \frac{W_{M_1}}{W} \quad M_2 = \frac{W_{M_2}}{W}$$

czyli

$$M_1 = \frac{(\underline{\phi}_1^T [k_{11} \ k_{12}] \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix})(\underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2) - (\underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2)(\underline{\phi}_2^T [k_{21} \ k_{22}] \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix})}{W}$$

(3.13)

$$M_2 = \frac{(\underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1)(\underline{\phi}_2^T [k_{21} \ k_{22}] \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix}) - (\underline{\phi}_1^T [k_{11} \ k_{12}] \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix})(\underline{\phi}_2^T k_{21} \underline{\phi}_1)}{W}$$

Wstawiając kolejno wartości M_k do równania (3.6) otrzymujemy

sprężysto-plastyczne macierze sztywności elementu prętowego dla wyróżnionych trzech sposobów jego uplastycznienia

$$1^{\circ} \quad M_1 \neq 0, \quad M_2 = 0$$

$$(3.14) \quad \Delta \underline{Q} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta T_1 - \frac{\underline{\phi}_1^T [k_{11} \ k_{12}]}{C_A} \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} \underline{\phi}_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} k_{11} - \frac{k_{11} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_1^T k_{11}}{C_A} & k_{12} - \frac{k_{11} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_1^T k_{12}}{C_A} \\ k_{21} - \frac{k_{21} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_1^T k_{11}}{C_A} & k_{22} - \frac{k_{21} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_1^T k_{12}}{C_A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} =$$

$$= \underline{k}^P \Delta \underline{T}$$

gdzie $C_A = \underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1$

$$2^{\circ} \quad M_1 = 0, \quad M_2 \neq 0$$

$$(3.15) \quad \Delta \underline{Q} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 - \frac{\underline{\phi}_2^T [k_{21} \ k_{22}]}{C_B} \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} \underline{\phi}_2 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} k_{11} - \frac{k_{12} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_2^T k_{21}}{C_B} & k_{12} - \frac{k_{12} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_2^T k_{22}}{C_B} \\ k_{21} - \frac{k_{21} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_2^T k_{21}}{C_B} & k_{22} - \frac{k_{21} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_2^T k_{22}}{C_B} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} =$$

$$= \underline{k}^P \Delta \underline{T}$$

gdzie $C_B = \underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2$

$$3^\circ \quad M_1 \neq 0, \quad M_2 \neq 0$$

$$(3.16) \quad \Delta Q = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \underline{\phi}_1 \\ M_2 \underline{\phi}_2 \end{Bmatrix} =$$

$$= \underset{\sim}{k}^P \Delta \underline{T}$$

$$\text{gdzie} \quad \underset{\sim}{k}^P = \begin{bmatrix} k_{11}^P & k_{12}^P \\ k_{21}^P & k_{22}^P \end{bmatrix}$$

$$k_{11}^P = k_{11} - \frac{1}{C_{AB}} \left\{ k_{11} \underline{\phi}_1 (\underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_1^T k_{11} - \underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_2^T k_{21}) + \right.$$

$$\left. + k_{12} \underline{\phi}_2 (\underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_2^T k_{21} - \underline{\phi}_2^T k_{21} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_1^T k_{11}) \right\}$$

$$k_{12}^P = k_{12} - \frac{1}{C_{AB}} \left\{ k_{11} \underline{\phi}_1 (\underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_1^T k_{12} - \underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_2^T k_{22}) + \right.$$

$$\left. + k_{12} \underline{\phi}_2 (\underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_2^T k_{22} - \underline{\phi}_2^T k_{21} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_1^T k_{12}) \right\}$$

$$k_{21}^P = k_{21} - \frac{1}{C_{AB}} \left\{ k_{21} \underline{\phi}_1 (\underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_1^T k_{11} - \underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_2^T k_{21}) + \right.$$

$$\left. + k_{22} \underline{\phi}_2 (\underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_2^T k_{21} - \underline{\phi}_2^T k_{21} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_1^T k_{11}) \right\}$$

$$k_{22}^P = k_{22} - \frac{1}{C_{AB}} \left\{ k_{21} \underline{\phi}_1 (\underline{\phi}_2^T k_{22} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_1^T k_{12} - \underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2 \underline{\phi}_2^T k_{22}) + \right.$$

$$\left. + k_{22} \underline{\phi}_2 (\underline{\phi}_1^T k_{11} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_2^T k_{22} - \underline{\phi}_2^T k_{21} \underline{\phi}_1 \underline{\phi}_1^T k_{12}) \right\}$$

$$C_{AB} = C_A \times C_B - (\underline{\phi}_1^T k_{12} \underline{\phi}_2)^2$$

Powyższe wyprowadzenie wyrażeń na macierze sprężysto-plastyczne pozwala bezpośrednio obliczyć odpowiednie współczynniki tych macierzy.

4. Przykłady obliczeń

Przedstawioną metodę nieliniowej analizy ram zilustrujemy przykładami obliczeń wykonanych za pomocą programu numerycznego ASGRAM. Część nieliniowa programu składa się z około 1200 wyrażeń / kart perforowanych /; w trakcie jej opracowywania korzystano z maszyny cyfrowej RIAD 32, na której też policzono wszystkie zamieszczone w pracy przykłady. Otrzymane rozwiązania porównano z wynikami uzyskanymi na drodze eksperymentalnej, analitycznej lub numerycznej przez innych autorów.

Przykład 1

Pręt jak na rys. 5, utwierdzony po obydwu końcach, jest obciążony siłą skupioną. W tabelce na rysunku pokazano wyniki uzyskane za pomocą metody kolejnych rozwiązań sprężystych wg podejścia statycznego [6] oraz otrzymane na drodze numerycznej wg [9] i przez autorów niniejszej pracy.

Przykład 2

Przy obliczaniu ramy dwuprzegubowej jak na rys. 6 zastosowano dużą liczbę niewielkich przyrostów obciążenia, dzięki czemu można założyć, że warunek plastyczności jest spełniony w całym zakresie obciążeń. Wyniki porównano z [8].

Przykład 3

Trzykrotnie statycznie niewyznaczalną ramę jednonawową rys. 7 rozwiązano analitycznie w pracy [6]. W tablicy 1 zestawiono wyniki i porównano je z wynikami obliczeń programem ASGRAM. Kolejność pojawiania się przegubów plastycznych oraz moment utraty nośności a także wartości obciążeń odpowiadające powstawaniu stref aktywnych zgadzają się, a błąd wzglę-

dny nie przekracza 0,5 % obciążenia niszczącego.

Przykład 4 rys. 8

Rama pokazana na rys. 8 była wykonana specjalnie w celu przeprowadzenia doświadczeń w Leigh University w USA. Dwuteowniki ze stali 12WF36 miały następujące wymiary:

wysokość środnika	$2H = 30,8$ cm
grubość półki	$t_f = 1,28$ cm
szerokość półki	$b_f = 16,7$ cm
grubość środnika	$t_w = 0,77$ cm

Granica plastyczności dla użytej stali

$$= 3000 \text{ kG / cm}^2$$

Pozostałe dane, dotyczące wymiarów ramy oraz sposobu obciążenia, naniesiono na rys. 8

Otrzymana krzywa obciążenia - przemieszczenie pionowe środka belki poziomej przebiega bardzo blisko krzywej sporządzonej podczas doświadczeń [7]

Przykład 5

Dwukrotnie statycznie niewyznaczalną ramę z załamany ryglem obliczono metodą superpozycji podstawowych mechanizmów zniszczenia w pracy [6], uzyskując wartość obciążenia granicznego

$$\frac{PL}{M_0} = 3.095$$

Wynik obliczeń programem ASGRAM wyniósł

$$\frac{PL}{M_0} = 3.099$$

a ponadto pozwolił określić kolejność tworzenia się przegubów plastycznych (rys. 9)

Przykład 6

W przykładzie tym policzono zamkniętą ramę płaską o wymiarach charakterystycznych dla okrętownictwa. Zależność obciążenia - przemieszczenie węzła nr 21 pokazano na rys. 10, na którym

zilustrowano również kolejność tworzenia się stref aktywnych.

5. Opis programu ASGRAM

W oparciu o podaną powyżej teorię opracowano program, którego budowę ilustruje schematycznie rys.11. Program ASGRAM składa się z głównego programu i z 16 podprogramów służących do analizy nieliniowej oraz 82 funkcji i podprogramów zbioru IPPT - tworzących system WAT-KM. Dokładny opis większości podprogramów składających się na system WAT-KM, a w szczególności podprogramów przeznaczonych do budowania macierzy sztywności sprężystej elementu prętowego, składania globalnej macierzy sztywności całej konstrukcji, rozwiązywania układu równań oraz obliczania sił wewnętrznych można znaleźć w [5]. W niniejszym punkcie ograniczymy się do podania szczegółowych schematów najważniejszych podprogramów przeznaczonych do analizy nieliniowej. W podpunkcie 5.1 omówimy główny podprogram sterujący MPL3 oraz współpracujące z nim podprogramy. W następnym podpunkcie wyjaśnimy zasady transformacji macierzy sztywności elementu skończonego ramy pomiędzy układami współrzędnych oraz przedstawimy podprogram MWPRET budujący macierz sztywności sprężysto-plastycznej elementu w układzie lokalnym i transformujący ją do wspólnego dla całej konstrukcji układu współrzędnych. Na końcu podamy instrukcję wprowadzenia danych oraz fragmenty kompletnego wydruku dla przykładu nr 6 opisanego w punkcie 4. Aktualnie istniejąca wersja programu ASGRAM umożliwia sprężysto-plastyczną analizę przyrostową ram płaskich przy następujących ograniczeniach:

- dane techniczne:

EMC - RIAD, system "OS", pamięć operacyjna
256 K - byte'ow

- wymagane parametry techniczne dla programu ASGRAM
pamięć operacyjna 230 K
pamięć dyskowa /jednostki typu 23111 lub 2314/
czytnik kart
drukarka wierszowa
stacja taśm magnetycznych.
Istnieje możliwość przekodowania programu

z systemu IBM na system ICL.

- dane użytkowe:

maksymalna liczba węzłów - 100,

maksymalna liczba elementów - 150,

wzajemne usytuowanie prętów na płaszczyźnie jest dowolne,

warunki podparcia są realizowane w węzłach i obejmują

wszystkie przypadki spotkane w praktyce,

obciążenia w postaci sił i momentów skupionych są

przyłożone w węzłach,

5.1. Program główny oraz podprogram MPL 3

Dane kontrolne zadania, dane materiałowe, dane elementowe oraz warunki brzegowe są przekazywane do programu głównego za pomocą podprogramów należących do zbiorów KMO 1 oraz IPPT i tworzących system WAT-KM. System sprawdza poprawność przygotowania danych, drukuje ich zestawienie i w razie potrzeby podaje diagnostykę błędów. Dane potrzebne wyłącznie ze względu na analizę nieliniową wprowadzane są zgodnie z instrukcją zamieszczoną na końcu opisu za pomocą podprogramów SIŁY, GEOMP oraz SIŁY GR.

Na początku analizy znajdujemy rozwiązanie sprężyste dla obciążenia testowego. Wykorzystujemy przy tym podprogram PRET budujący macierz sztywności sprężystej elementu /patrz [5], rys. 3-4, str.55/. Po określeniu wektora przemieszczeń \underline{p} wszystkich węzłów, siły wewnętrzne we wszystkich elementach obliczamy za pomocą podprogramów SIWE/[5], rys. 3-7, str.59/. Podprogram SIWE był opracowany początkowo dla zagadnienia ram przestrzennych i dlatego liczy wszystkie charakterystyczne dla przestrzennego przypadku siły wewnętrzne. Na wyjściu z podprogramu poszczególne składowe wektora sił wewnętrznych

\underline{Q}_k 8 x 1 ustawione są w następującej kolejności:

PN - siła normalna

PY - siła tnąca działająca w płaszczyźnie ramy

PZ - siła tnąca działająca w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny ramy

MS - moment skręcający

MYL } - momenty zginające element prętowy
MYP } działające w płaszczyźnie prostopadłej
do płaszczyzny ramy odpowiednio na lewym
i prawym końcu elementu

MZL } - momenty zginające element prętowy
MZP } działające w płaszczyźnie ramy odpowiednio na
lewym i prawym końcu elementu

W rozpatrywanym przypadku ram płaskich składowe PZ, MS, MYL oraz MYP są zawsze z założenia równe zero.

Następnie badamy za pomocą podprogramów WSGR2 i WSGR położenie wypadkowego wektora sił wewnętrznych względem wybranej powierzchni plastyczności. Danymi wejściowymi do programu WSGR2 są : wektor sił wewnętrznych Q_k , wektor sił granicznych

Q_G oraz kryterium dokładności osiągnięcia powierzchni plastyczności EPS. Na wyjściu uzyskujemy parametr λ_k /oznaczony w programie LAMB/, określający obciążenie w najmniejbezpiecznym przekroju przywęzłowym k całej ramy.

Wybór warunku plastyczności uzasadniony oceną błędu jest przedmiotem bieżących prac nad ostatnią wersją programu uwzględniającą lokalne wyboczenie środków. W testowej wersji programu ASGRAM przyjęto warunek stanu granicznego (1.1) w $i - m$ przekroju przywęzłowym w postaci

$$n(i)^2 + V(i)^2 + m(i) - 1 = 0 \quad (5.1)$$

$$n(i) = \frac{N(i)}{N_{gr}} \quad V(i) = \frac{V(i)}{V_{gr}} \quad m(i) = \frac{M(i)}{M_{gr}}$$

gdzie N_{gr} , V_{gr} i M_{gr} oznaczają wielkości graniczne odpowiednio dla siły wzdłużnej N, siły poprzecznej V i momentu zginającego M.

Po przeskalowaniu rozwiązania sprężystego (p.2.2) za pomocą podprogramu ROZRKW kontynuujemy analizę sprężysto -plastyczną wykorzystując ponownie podprogramy sprawdzające warunek stanu granicznego WSGR2 i WSGR i przywołując w zależ-

ności od położenia wektora sił wewnętrznych względem powierzchni stanu granicznego (4.1) podprogramy budujące macierz sztywności sprężystej PRET, lub macierz sztywności sprężysto-plastycznej MWPRET elementu i transformujące ją do wspólnego układu współrzędnych.

Uproszczony oraz szczegółowy schemat podprogramu MPL 3 pokazują rys. 12 oraz rys. 13.

5.2. Transformacja macierzy pomiędzy układami współrzędnych - podprogram MWPRET

W systemie WAT-KM wprowadzono trzy układy współrzędnych prostokątnych prawoskrętnych:

- lokalny /x,y,z/ przyjmowany dla każdego elementu, określony przez oś podłużną elementu oraz główne osie bezwładności przekroju dwuteowego; w tym układzie określone są siły wewnętrzne w elemencie,
- globalny /X,Y,Z/ przyjęty dla całej konstrukcji, w którym określa się współrzędne węzłów,
- węzłowy /U,V,W/ przyjmowany dla węzłów, w których kierunki istniejących więzów nie pokrywają się z osiami układu globalnego; w tym układzie odbywa się składanie macierzy sztywności poszczególnych elementów w macierz sztywności całej konstrukcji oraz rozwiązanie zadania /obliczanie przemieszczeń i reakcji/.

W poprzednim rozdziale określiliśmy macierze sztywności elementu w układzie lokalnym. Zachodzi więc konieczność obliczenia tej macierzy w układzie węzłowym. Wektor przemieszczeń uogólnionych czyli składowe przemieszczeń liniowych i składowe obroty wybranego węzła i w układzie lokalnym oznaczmy przez \underline{T} . Zależność między przemieszczeniami uogólnionymi we współrzędnych lokalnych, globalnych i węzłowych jest następująca:

$$\underline{T}(i) = \underline{C} \underline{g}(i) = \underline{C} \underline{K} \underline{w}(i) \quad (5.2)$$

gdzie $\underline{T}(i)$, $\underline{g}(i)$, $\underline{w}(i)$ - wektory przemieszczeń uogólnionych odpowiednio w układzie lokalnym, globalnym i węzłowym przekroju i

$\underline{C}, \underline{K}$
 $\underline{K}^{(l)}$

- macierz transformacji

- macierz sztywności sprężystej
elementu w układzie lokalnym

Energia wewnętrzna elementu wyraża się wzorem

$$W = \frac{1}{2} \underline{T}^T \underline{K}^{(l)} \underline{T} \quad (5.3)$$

Wprowadzając przemieszczenia węzłowe wyrażamy energię wewnętrzną elementu następująco

$$W = \frac{1}{2} \underline{W}^T \underline{K}^T \underline{C}^T \underline{K}^{(l)} \underline{C} \underline{K} \underline{W} \quad (5.4)$$

Poszukiwaną macierz sztywności elementu w układzie węzłowym $\underline{K}^{(W)}$ obliczamy jako iloczyn

$$\underline{K}^{(W)} = \underline{K}^T \underline{C}^T \underline{K}^{(l)} \underline{C} \underline{K} \quad 5.5$$

Iloczyn macierzy typu $\underline{C}^T \underline{K}^{(l)} \underline{C}$ realizuje, pomijając działania na zerach, podprogram CHC.

Tak samo transformujemy macierze sztywności sprężysto-plastycznej elementu skończonego.

Opisane wyżej transformacje macierzy realizuje podprogram MWPRET pokazany na rys. 14. Parametrami wejściowymi dla tego podprogramu są współrzędne końców pręta w układzie globalnym, dane geometryczne i materiałowe, wektor sił wewnętrznych, wektor sił granicznych oraz wielkość LAM decydująca o wyborze odpowiedniej macierzy sprężysto-plastycznej.

Po obliczeniu długości pręta L , funkcji sinus i cosinus kąta pomiędzy osiami układu globalnego i lokalnego oraz współczynników macierzy transformacji \underline{C} podprogram przywołuje, w zależności od obliczonych uprzednio podprogramem WSGR2 współczynników LAM, odpowiednią macierz sztywności sprężysto-plastycznej /podprogramy MPWA, MPWB1, MPAB1/ elementu. Na tym etapie obliczeń zachodzi ponadto konieczność wyznaczenia pochodnych funkcji uplastycznienia względem odpowiednich składowych sił wewnętrznych. Pochodne te dla przekroju przywęzłowego 1 liczy podprogram DERA, zaś dla przekroju przywęzłowego 2 podprogram DERB. Macierz sprężysto-plastyczna elementu obliczona była w układzie lokalnym. Za pomocą macierzy

C transformujemy ją do układu globalnego, a następnie liczymy macierz transformacji K i obliczamy macierz sztywności sprężysto plastycznej w układzie węzłowym. Jest ona symetryczna więc za pomocą podprogramu MSB przekazujemy na wyjście podprogramu MWPRET jedynie 21 współczynników górnej połowy tej macierzy w postaci wektora jednokolumnowego.

5.3. Instrukcja wprowadzenia danych

Zestaw danych do programu zawiera słowa sterujące oraz listy, w których opisane są węzły, elementy i obciążenia. Schemat kompletu danych do programu powinien mieć następującą postać:

1. Tytuł
2. Słowo RAMA PŁASKA
3. Słowo CZYTAJ
- 3.a Słowo WEZŁY i po nim lista węzłów
- 3.b Słowo ELEMENTY i po nim lista elementów
- 3.c Słowo MATERIAŁY i po nim lista materiałów
4. Opcjonalne słowo DRUKUJ
- 4.1 Słowo sterujące DRUKUJ i po nim w dowolnej kolejności
 - a. Słowo WEZŁY
 - b. Słowo ELEMENTY
5. Słowo KONIEC
6. Lista obciążeń początkowych
7. Siły graniczne, geometria przekroju
8. Lista mnożników LAMO

Czytanie oraz wydruk informacji wczytanych można również zredagować następująco:

- 3.a CZYTAJ WEZŁY i po nich lista węzłów
- 3.b CZYTAJ ELEMENTY i po nich lista elementów
- 3.c CZYTAJ MATERIAŁY i po nich lista materiałów

W każdym wariancie obciążeń podajemy

- 1/ słowo WARIANT
- 2/ numer wariantu /l.całkowita/
- 3/ tytuł wariantu /w jednym wierszu/
- 4/ opcjonalne słowo sterujące
CZYTAJ, DRUKUJ, POPRAW /znaczenie jak poprzednio/
- 4a/ po słowie sterującym CZYTAJ podajemy opcjonalnie
 - słowo SIŁY i po nim listę sił węzłowych
 - słowo PRZEMIESZCZENIA i po nim listę przemieszczeń stanowiących obciążenia
- 4b/ po słowie DRUKUJ podajemy słowo SIŁY lub PRZEMIESZCZENIA określające listę lub listy, które chcemy drukować
- 4c/ po słowie POPRAW zestaw informacji jak w komentarzu do pkt.4.2a

Na liście sił węzłowych podajemy:

- a/ numer węzła
 - b/ nazwy sił-węzłowych FU, FV, FC i po nich ich wartości
 - c/ przecinek po ostatniej informacji dla węzła
- Listę sił kończy średnik napisany po ostatnim przecinku.

Na liście przemieszczeń podajemy:

- a/ numer węzła
 - b/ nazwy przemieszczenia DU, DV, DC i po nich ich wartości, wartościami dla zmiennej DC jest tangens kąta obrotu, który dla małych przemieszczeń możemy traktować jako kąt obrotu w radianach
 - c/ przecinek po ostatniej informacji dla węzła.
- Listę kończy średnik napisany po ostatnim przecinku.
- W jednym wariancie obciążeń mogą być określone obciążenia zarówno w postaci sił jak i przemieszczeń.
- Na liście podajemy informacje tylko dla węzłów obciążonych.

4.1.a DRUKUJ WEZŁY

4.1.b DRUKUJ ELEMENTY

4.1.c DRUKUJ MATERIAŁY

Poniżej omówimy poszczególne listy przedstawiając listy w pełnej postaci tj. bez dopuszczalnych uproszczeń i skrótów.

ad 3.a. Lista węzłów.

- Numer ostatniego węzła, - numer węzła, - współrzędne kartezjańskie węzła w układzie globalnym X,Y
- kąt obrotu KT do transformacji układu globalnego w węzłowy
- charakter stopni swobody U, V, C,
- przecinek po ostatniej informacji dla węzła.

Listę węzłów kończy średnik napisany po przecinku ostatniego węzła. Poszczególne informacje dla węzła oddzielamy spacjami. Numeru węzła nie poprzedzamy żadną nazwą. W pozostałych informacjach najpierw podajemy nazwę zmiennej, a potem jej wartość liczbową.

ad 3.b. Lista elementów.

Pierwszą informacją jest numer ostatniego elementu. Następnie dla każdego elementu podajemy:

- numer elementu
- numery węzłów określających początek WA i koniec WB elementu
- numer pozycji listy MAT, gdzie określone są własności geometryczne i fizyczne elementu
- przecinek kończący informacje dla elementu.

Listę kończy średnik napisany po przecinku ostatniego elementu. Numeru elementu nie poprzedzamy żadną nazwą. W pozostałych informacjach podajemy najpierw nazwę zmiennej, a następnie jej wartość liczbową.

ad 3.c. Lista materiałów.

Podajemy w niej stałe sprężystości i charakterystyki geometryczne przekrojów poszczególnych elementów.

Pierwszą informacją jest liczba określająca numer ostatniej pozycji listy.

Następnie podajemy:

- numer pozycji listy
- moduł Kirchhoffa - G
- liczbę Poissona - NI
- charakterystyki geometryczne przekroju A, IZ

Przecinek, średnik dla zmiennych stosujemy podobnie jak dla list węzłów i elementów.

ad 4.2.a Informacje o wprowadzonych poprawkach powinny zawierać:

- a/ nazwę listy /tj.słowo WEZŁY, ELEMENTY lub MATERIAŁY/
- b/ numer pozycji, w której dokonujemy poprawek
- c/ nazwę i nową wartość zmiennej
- d/ jeżeli poprawki dotyczą tej samej listy, to piszemy przecinek i przechodzimy do punktu b/
- e/ średnik po przecinku dla ostatniej pozycji poprawionej na danej liście
- f/ gdy poprawiamy informacje dot. innej listy to przechodzimy do punktu a/

ad. 6. Lista obciążeń.

Na liście obciążeń podajemy informacje określające obciążenia konstrukcji w postaci sił węzłowych oraz przemieszczeń podpór. Inne rodzaje obciążeń tj. obciążenie ciągłe, termiczne, montażowe należy sprowadzić do sił węzłowych.

Można wprowadzić dane dla szeregu wariantów obciążeń, w sposób następujący:

- 1/ dane dla pierwszego wariantu obciążeń
- 2/ dane dla drugiego wariantu obciążeń

.
. .
. .
. .
. .
. .

n/ dane dla ostatniego wariantu obciążeń

n + 1/ słowo KONIEC

Siły węzłowe oraz przemieszczenia podajemy w układzie węzłowym. Jeżeli nie zdefiniujemy układu węzłowego poprzez podanie kąta KT /patrz komentarz do pkt.3.a lista węzłów/, to program automatycznie przyjmie $KT=0$ i wtedy osie U, V, W , układu węzłowego są odpowiednio równoległe do osi X, Y, Z , układu globalnego.

Dla tego przypadku siły węzłowe oraz przemieszczenia podajemy w układzie globalnym.

Powyżej przedstawione zostały ogólne zasady wprowadzania danych do programu. W opisie nie zostały uwzględnione możliwości skracania listy danych przy wykorzystaniu podprogramów automatycznej generacji brakujących informacji.

Zostały one szczegółowo przedstawione w książce [5]

ad 7. Informacje o przekroju elementu ramy możemy wczytywać w następujących dwu wariantach /patrz, schemat, rys. 13/ :

WARIANT 1

Na liście materiałów /karty 3 c/ podajemy parametr A /pole przekroju/ równy 0 / stała typu INTEGER/
Wtedy podprogram GEOMP czyta kolejno formatem /6 F 6.2/ charakterystyczne wymiary przekroju dwuteowego.

TW - grubość środnika

TSP - grubość mniejszej półki

TBF - grubość większej półki

HW - wysokość środnika

BBF - szerokość większej półki

BSP - szerokość mniejszej półki

a następnie podprogram SIŁYGR liczy wektor Q_6 sił granicznych dla tego przekroju. W testowej wersji programu przyjęto do obliczeń stałe wartości naprężenia plastycznego płynięcia $\sigma_0 = 3000 \text{ kg/m}^2$ oraz granicy plastyczności przy ścinaniu $\tau_0 = 1500 \text{ kg/cm}^2$. W ostatecznej wersji niedogodność ta zostanie zlikwidowana.

WARIANT 2

Na liście materiałów /karty 3 c/ podajemy charakterys-

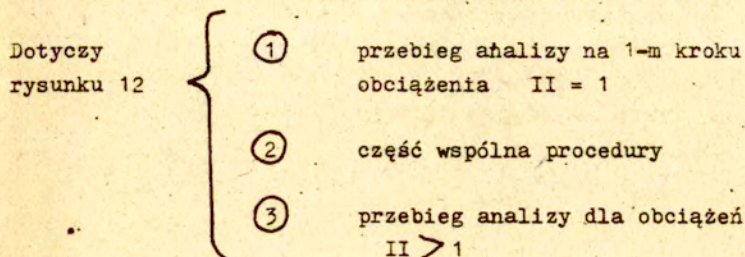
tyki geometryczne A oraz IZ zgodnie z zasadami opisanymi w punkcie 3c. Wtedy podprogram SIŁY czyta kolejno formatem / 5 F12.3/ siły graniczne w przekroju ramy:

- graniczną siłę normalną przy ściskaniu
- graniczną siłę normalną przy rozciąganiu
/ze znakiem - /
- graniczny moment zginający dodatni
- graniczny moment zginający ujemny
/ze znakiem - /
- graniczną siłę tnącą.

Ad 8 Lista mnożników obciążenia jest zbudowana identycznie, jak lista obciążeń początkowych 6. Kolejne karty tej listy odpowiadają kolejnym przyrostom obciążenia, a ich wielkość jest równa określonej mnożnikiem wielokrotności obciążeń początkowych wczytanych dla poszczególnych węzłów. Możemy więc stosować dowolne przyrosty, różniące się między sobą, a także, o ile zachodzi konieczność analizy konstrukcji dla obciążeń nieproporcjonalnych, różne dla różnych składowych wektora obciążenia.

Uwagi do rys. 12, rys. 13 oraz rys. 14.

Uproszczony schemat blokowy podprogramu MPL3 pokazuje rys. 12, zaś szczegółowy schemat tego podprogramu pokazuje rys. 13.



λ - parametr skalujący

LAMO - mnożnik obciążenia, który decyduje o liczbie przyrostów obciążenia, a ponadto pozwala stosować przyrosty obciążenia równe wielokrotnościom testowego przyrostu początkowego ΔP_0 .

Jeśli nie zachodzi potrzeba różnicowania przyrostów, kładziemy LAMO = 1 i wtedy wszystkie przyrosty są sobie równe i zależą jedynie od doboru testowego przyrostu początkowego ΔP_0 .

$$\tilde{k}_{kl}^{(i-j)} = \tilde{k}_{kl}^{(i-j)(s)}$$

- gdy $II = 1$

$$\tilde{k}_{kl}^{(i-j)} = \tilde{k}_{kl}^{(i-j)(s)} \vee \tilde{k}_{kl}^{(i-j)} = \tilde{k}_{kl}^{(i-j)(s-p)}$$

- gdy $II > 1$

Na schematach oznaczenie $(i-j)$ dotyczy elementu o końcach i oraz j

A (rys. 13) - pole przekroju pręta. Patrz, instrukcja wpro-

wadzenia danych, punkt 7.

Parametry sterujące:

- IW = 1 - rozwiązanie sprężyste
- IW = 2 - rozwiązanie sprężysto-plastyczne
- IL = 1 - liczenie przemieszczeń
- IL = 2 - liczenie sił wewnętrznych

Wnioski

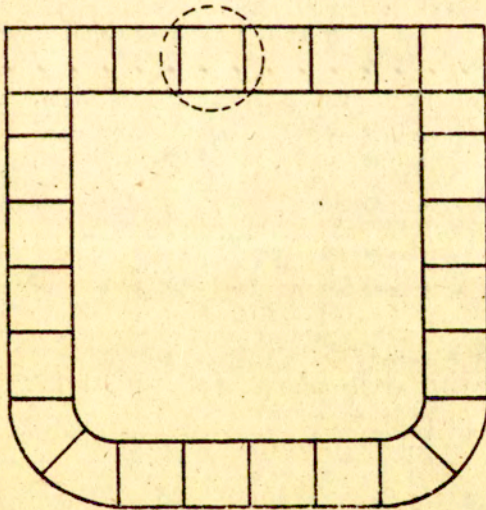
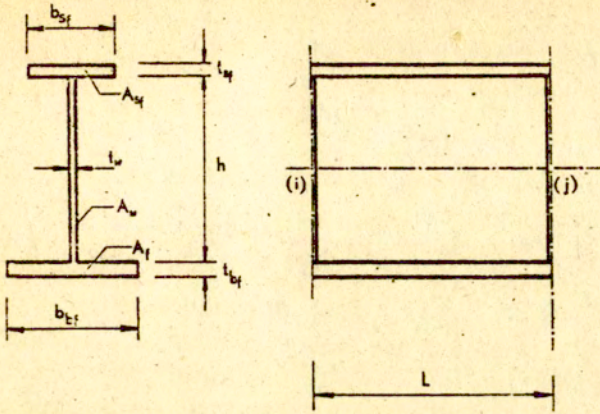
Wyniki otrzymane w pracy dowodzą, że system liniowej analizy statyki konstrukcji metodą elementów skończonych WAT-KM umożliwia wprowadzenie modyfikacji koniecznych do efektywnego przeprowadzania obliczeń nieliniowych.

Otrzymane wyniki numeryczne wskazują, że przedstawione podejście umożliwia efektywną i dostatecznie dokładną analizę zachowania się płaskich ram sprężysto-elastycznych w całym zakresie występujących deformacji. Uogólnienie podejścia na przypadki układów przestrzennych oraz uogólnienie innych warunków stanu granicznego nie powinno przedstawiać żadnych trudności.

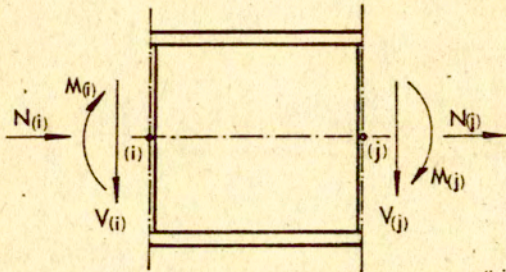
Autorzy niniejszej pracy wyrażają podziękowanie twórcom systemu WAT-KM za udostępnienie im tego systemu oraz służebnie pomocą przy uruchamianiu programu omówionego w niniejszej pracy.

BIBLIOGRAFIA

1. BAUER J., KLEIBER M., SAWCZUK A., SOSNOWSKI W., ZUEELEWICZ A. - Numeryczna analiza sprężysto-plastycznych ram dwuteowych z uwzględnieniem możliwości ^{wyoboczenia} /środków. Sprawozdanie dla Polskiego Rejestru Statków, etap I, Warszawa, 1980,
2. BAUER J., BONI B., KLEIBER M., SAWCZUK A., SOSNOWSKI W. - Numeryczna analiza nośności granicznej dwuteowych ram okrętowych z uwzględnieniem lokalnego wyoboczenia środków. Sprawozdanie dla Polskiego Rejestru Statków, etap II, Warszawa, 1980,
3. BAUER J., KLEIBER M., SOSNOWSKI W. - Plane I-beam frames - numerical analysis accounting for inelastic material properties and the local web buckling, / w przygotowaniu /,
4. SZMELTER J., DACKO M., DOBROCINSKI S., WIECZOREK M. - Metoda elementów skończonych w statyce konstrukcji, Arkady, 1979,
5. SZMELTER J., DACKO M., DOBROCINSKI S., WIECZOREK M. - Programy metody elementów skończonych, Arkady, 1973,
6. SAWCZUK A. - Nośność graniczna ram płaskich, Warszawa, 1964,
7. HODGE P.G. - Plastic analysis of structures, Mc. Graw Hill, New York, 1959,
8. SCHILLING C.G., SCHUTZ F.W., BEEDLE L.S. - Behavior of Welded Single-span Frames under Combined Loading, Welding J. Research, Suppl., 35, 234-252, 1956,
9. UEDA Y. i inni - Elastic-plastic analysis of framed structures using matrix method, / 1st and 2nd Reports /, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 124, 43-51, 1968,



Rys 1

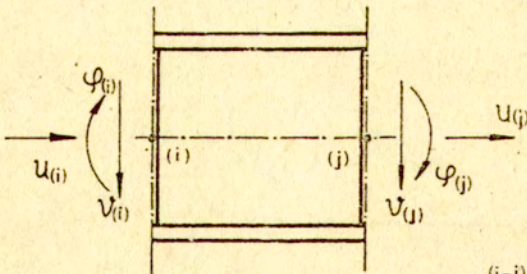


$$\underline{Q}^{(i-j)} = \{ \underline{Q}^{(i)} \quad \underline{Q}^{(j)} \}_{6 \times 1}$$

$$\underline{Q}^{(i)} = \{ N^{(i)} \quad M^{(i)} \quad V^{(i)} \}_{3 \times 1}$$

$$\underline{Q}^{(j)} = \{ N^{(j)} \quad M^{(j)} \quad V^{(j)} \}_{3 \times 1}$$

Rys. 2

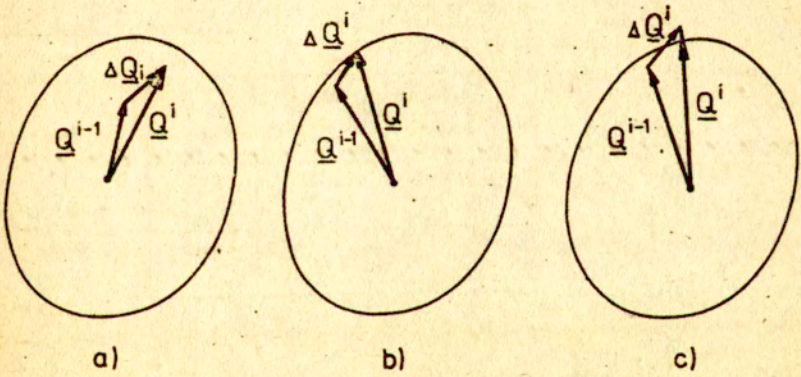


$$\underline{\Gamma}^{(i-j)} = \{ \underline{\Gamma}^{(i)} \quad \underline{\Gamma}^{(j)} \}_{6 \times 1}$$

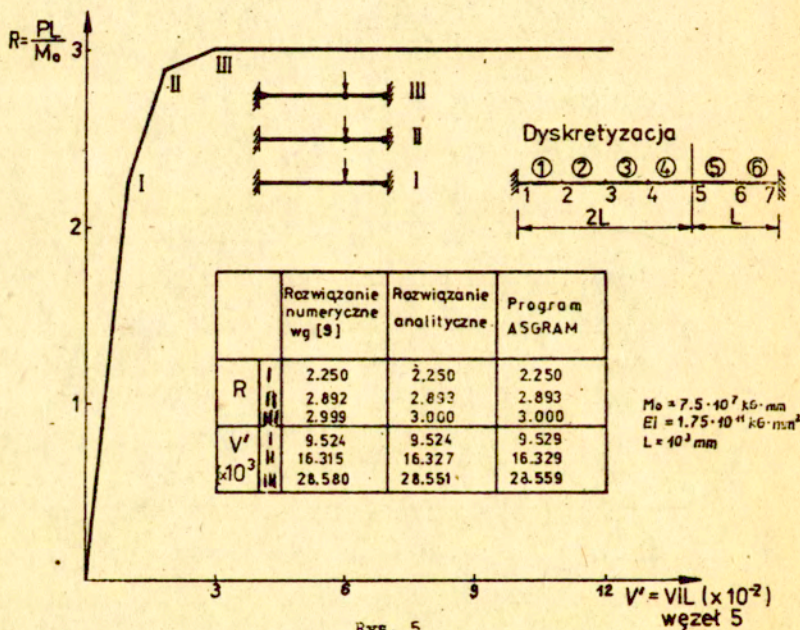
$$\underline{\Gamma}^{(i)} = \{ \underline{U}^{(i)} \quad \varphi^{(i)} \quad V^{(i)} \}_{3 \times 1}$$

$$\underline{\Gamma}^{(j)} = \{ \underline{U}^{(j)} \quad \varphi^{(j)} \quad V^{(j)} \}_{3 \times 1}$$

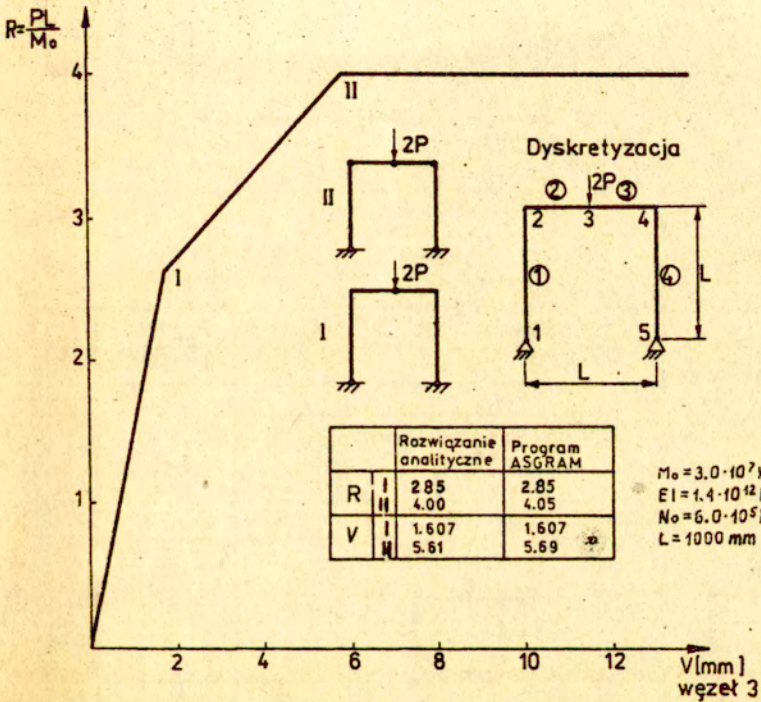
Rys. 3



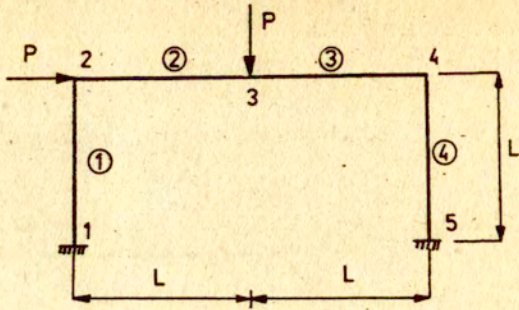
Rys.4



Rys. 5



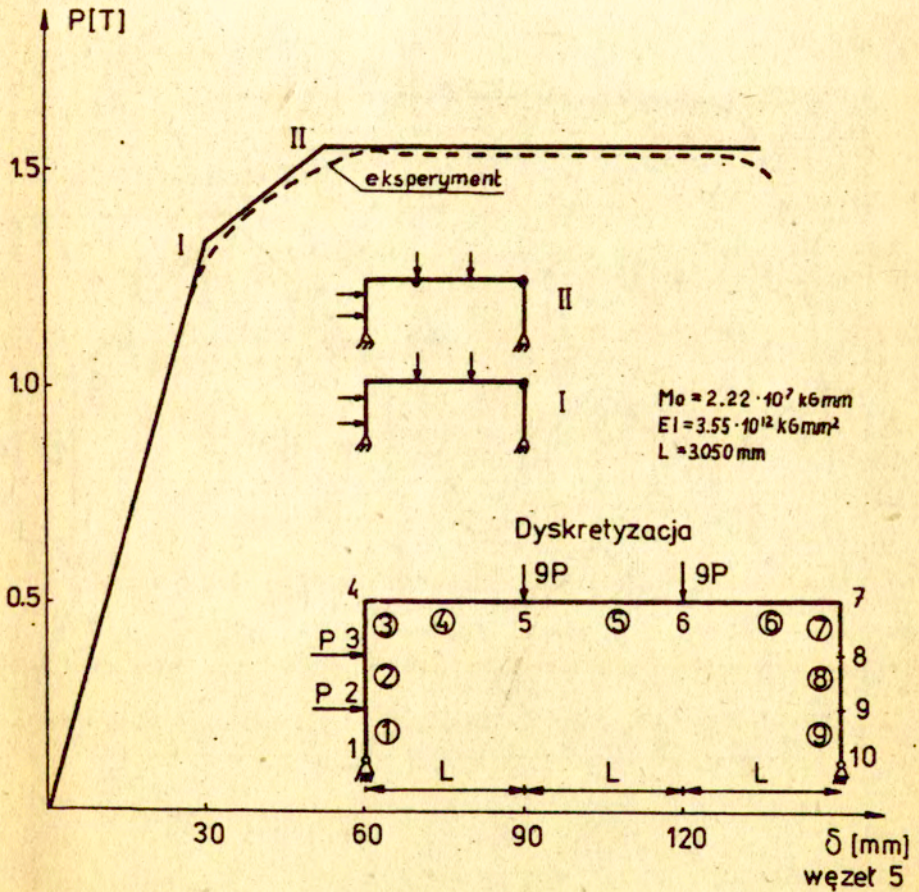
Rys. 6



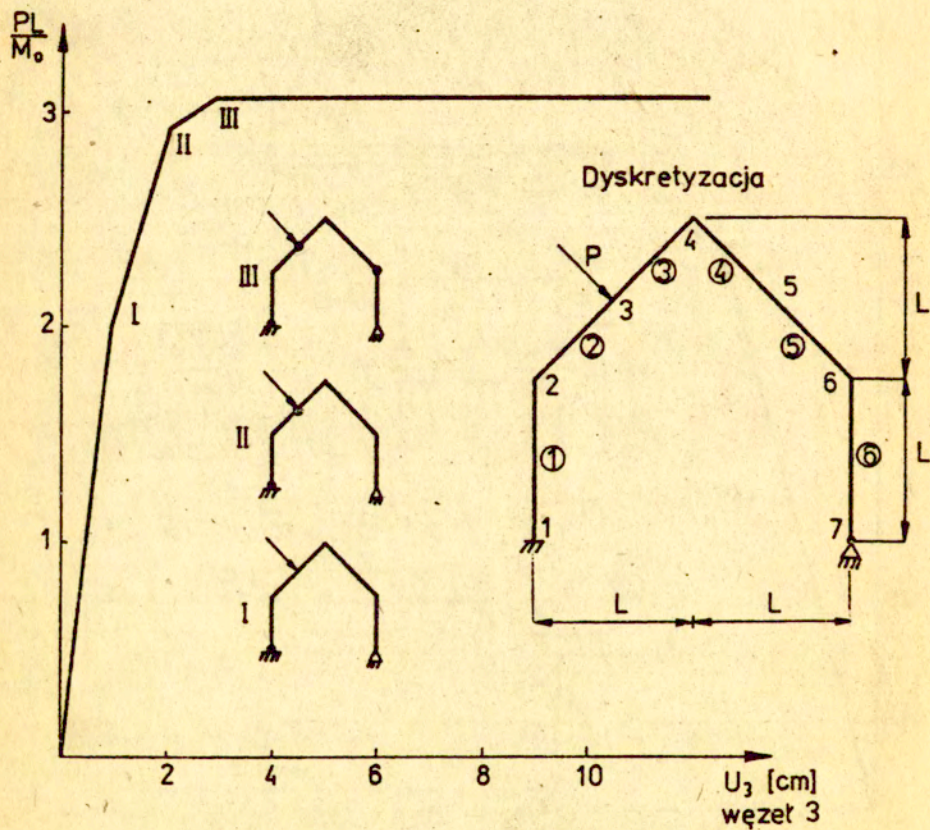
Rys. 7

Tablica 1

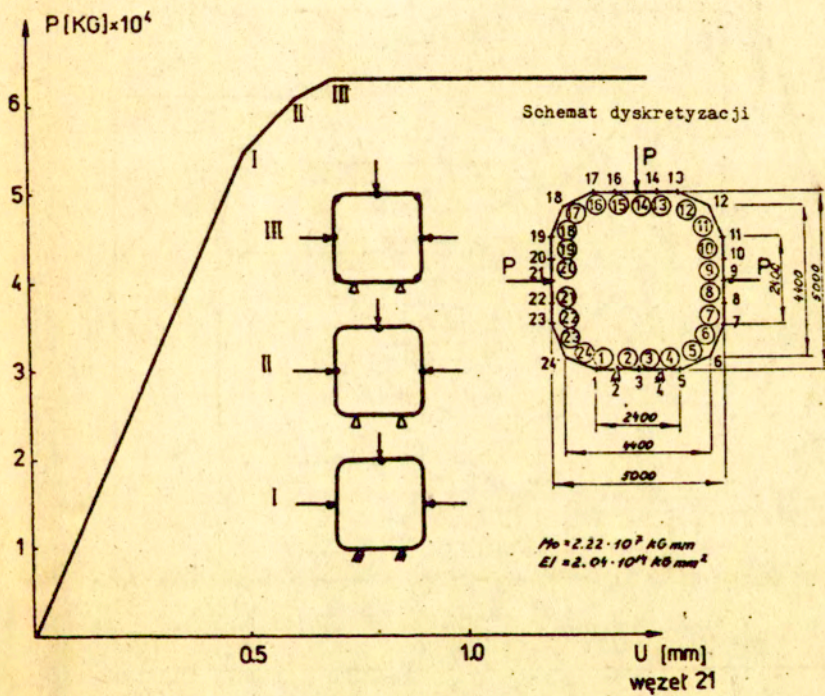
	Schemat statyczny	P_l / M_o [6]	P_l / M_o ASGRAM
1		2.424	2.46
2		2.567	2.57
3		2.957	2.98
4		30	301



Rys. 8

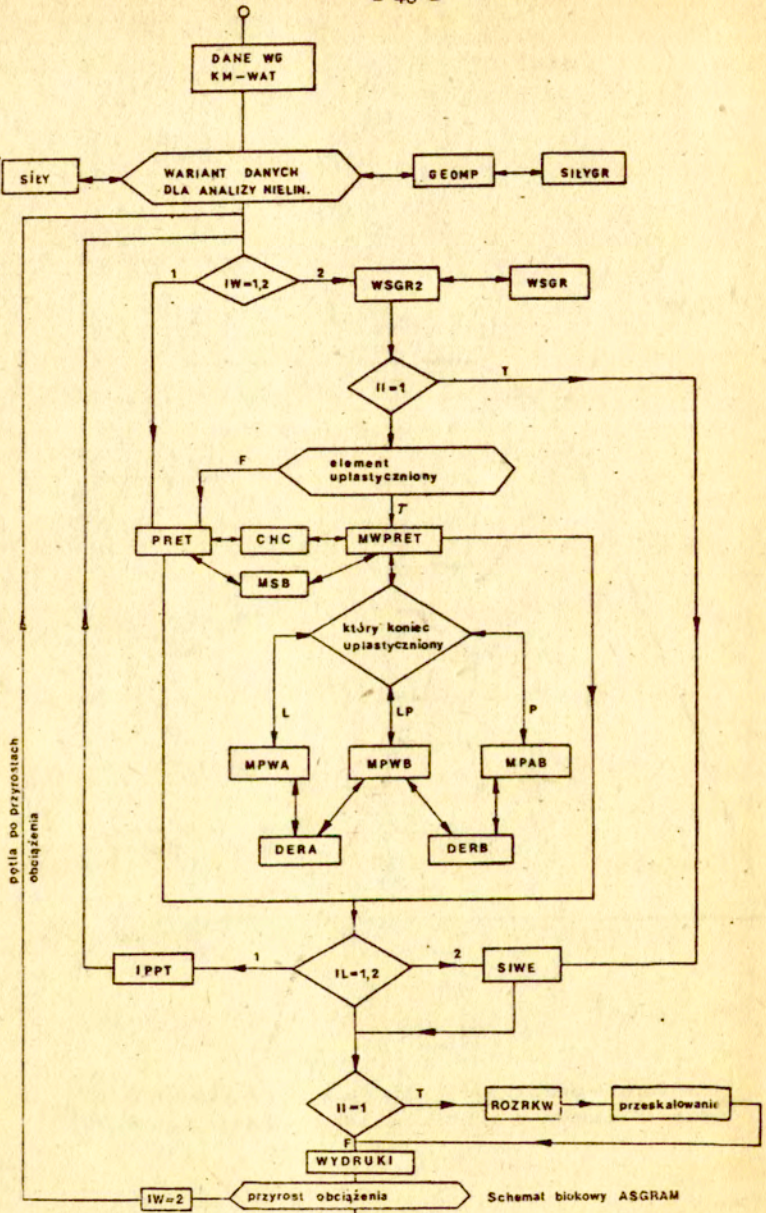


Rys. 9

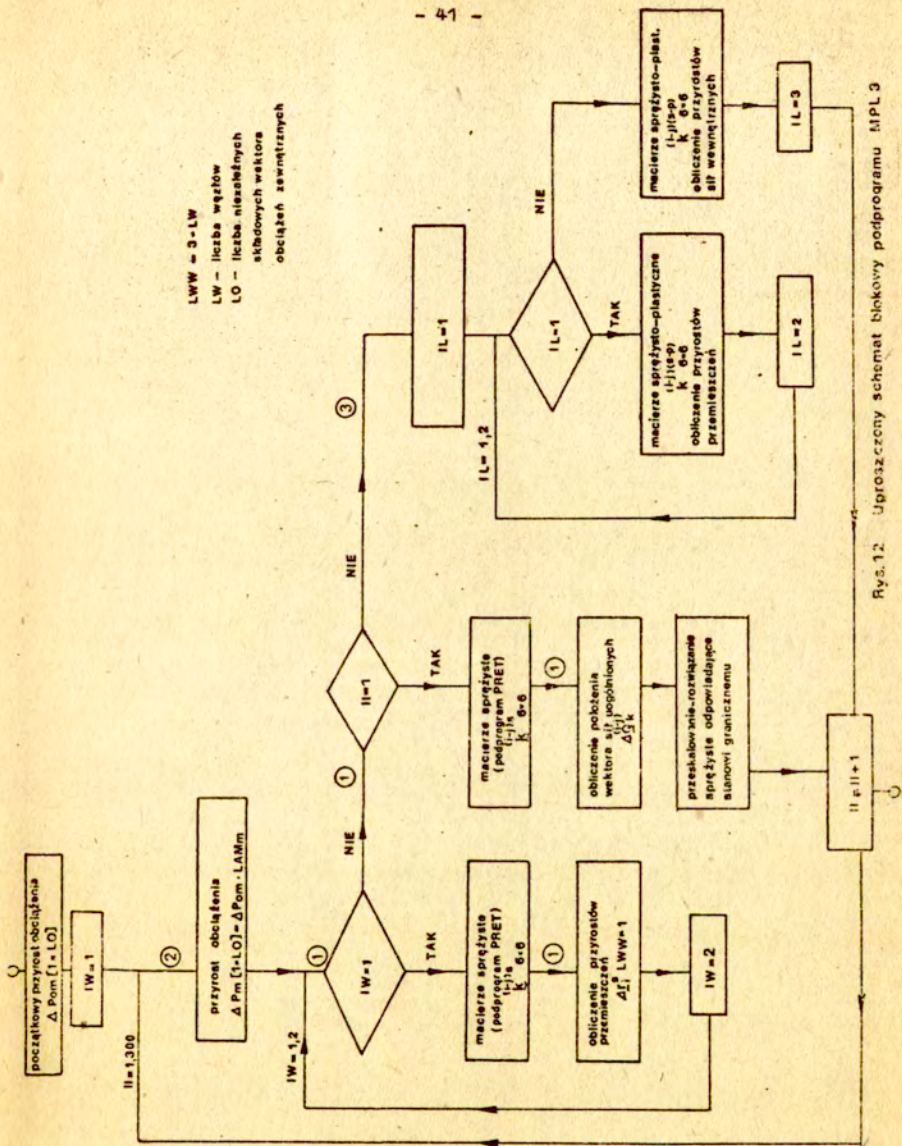


Rys. 10

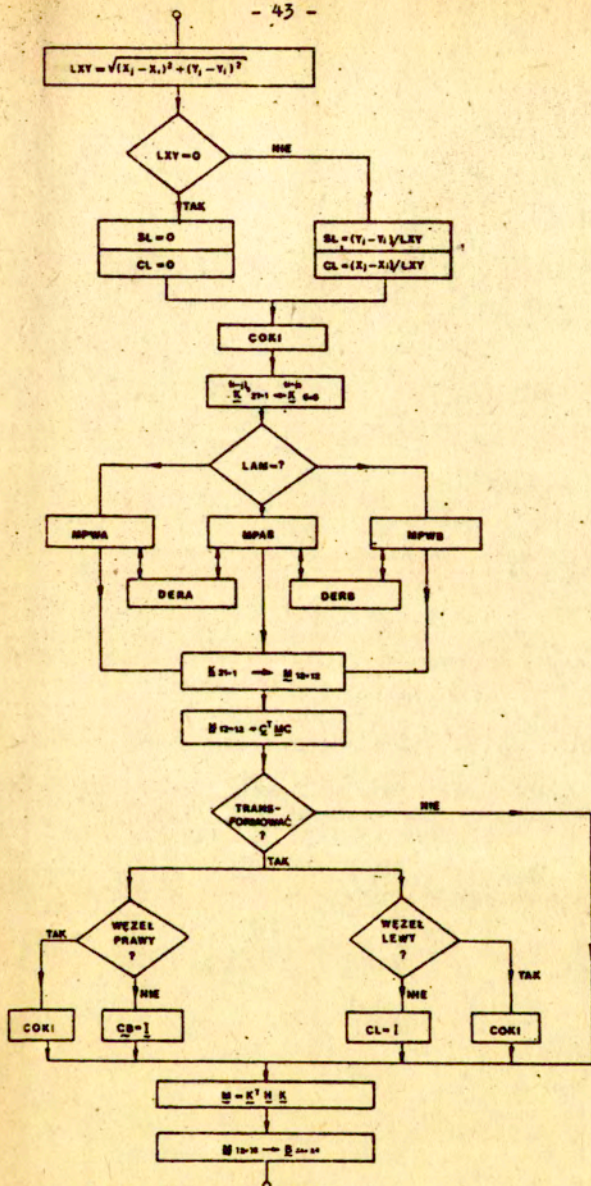
Na schemacie dyskretyzacji cyfry arabskie w kółku oznaczają numery elementów, zaś cyfry bez kółek - numery węzłów



LWW = 3 - LW
 LW - liczba węzłów
 LO - liczba niesztywnych
 składowych wektorów
 obciążeń zewnętrznych



Rys. 12. Uproszczeni schemat blokowy podprogramu MPL 3



Rys. 14 Podprogram MWPRET

licznym $C^T M C$ oraz $K^T H K$ realizuje podprogram CMC

DODATEK 1

Jawna postać współczynników macierzy sprężysto-plastycznych elementu skończonego

Oznaczmy składowe wektora gradientów powierzchni granicznej względem odpowiednich sił wewnętrznych w przekrojach przywęzłowych 1 oraz 2 elementu skończonego następująco

$$\underline{\phi}_1^T = \left(\frac{\partial F}{\partial Q} \right)_1^T = \{NA, TA, MA\} \quad \underline{\phi}_2^T = \left(\frac{\partial F}{\partial Q} \right)_2^T = \{NB, TB, MB\}$$

Ponadto wprowadzamy ze względu na przejrzystość zapisu następujące oznaczenia

$$EAL = \frac{EA}{L} \quad EJL1 = \frac{(4+\nu)EJ}{(1+\nu)L} \quad EJL2 = \frac{6EJ}{L^2(1+\nu)}$$

$$EJL3 = \frac{12EJ}{(1+\nu)L^3}$$

gdzie $\nu = \frac{12EJ}{GA_s L^2}$ - współczynnik deformacji pochodzących od ścinania

A_s -przekrój efektywny /równy w obszarze sprężystym przekrójowi poprzecznemu elementu/

Macierz sprężystą elementu prętowego można wtedy zapisać w postaci

$$\tilde{k}^s = \begin{bmatrix} EAL & 0 & 0 & -EAL & 0 & 0 \\ & EJL3 & EJL2 & 0 & -EJL3 & \\ & & EJL1 & 0 & -EJL2 & \frac{EJL1}{2} \\ & & & EAL & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & EJL3 & -EJL2 \\ & & & & & EJL1 \end{bmatrix}$$

wprowadźmy oznaczenia

$$\phi_1^T k_{11} = \{ \text{EAL} \cdot \text{NA}, \text{EJL3} \cdot \text{TA} + \text{EJL2} \cdot \text{MA}, \text{EJL2} \cdot \text{TA} + \text{EJL1} \cdot \text{MA} \}$$

$$= \{ \text{RA1}, \text{RA2}, \text{RA3} \}$$

$$k_{11} \phi_1 = \left\{ \begin{array}{l} \text{EAL NA} \\ \text{EJL3 TA} + \text{EJL2 MA} \\ \text{EJL2 TA} + \text{EJL1 MA} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{RA1} \\ \text{RA2} \\ \text{RA3} \end{array} \right\}$$

$$\phi_1^T k_{12} = \{ -\text{RA1}, -\text{RA2}, \text{RA4} \}$$

gdzie

$$\text{RA4} = \text{EJL2} \cdot \text{TA} + \text{EJL1} \cdot \text{MA} / 2$$

$$k_{21} \phi_1 = \left\{ \begin{array}{l} -\text{RA1} \\ -\text{RA2} \\ \text{RA4} \end{array} \right\} \quad k_{22} \phi_2 = \left\{ \begin{array}{l} \text{RB1} \\ \text{RB2} \\ \text{RB3} \end{array} \right\}$$

$$k_{12} \phi_2 = \left\{ \begin{array}{l} -\text{RB1} \\ -\text{RB2} \\ \text{RB4} \end{array} \right\}$$

gdzie

$$\text{RB4} = -\text{EJL2} \cdot \text{TB} + \text{EJL1} \cdot \text{MB} / 2$$

$$\text{RB1} = \text{EAL} \cdot \text{NB}$$

$$\text{RB2} = \text{EJL3} \cdot \text{TB} - \text{EJL2} \cdot \text{MB}$$

$$\text{RB3} = -\text{EJL2} \cdot \text{TB} + \text{EJL1} \cdot \text{MB}$$

$$\phi_2^T k_{21} = \{ -\text{RB1}, -\text{RB2}, \text{RB4} \}$$

$$\phi_2^T k_{22} = \{ \text{RB1}, \text{RB2}, \text{RB3} \}$$

$$\text{CA} = \phi_1^T k_{11} \phi_1$$

$$\text{CB} = \phi_2^T k_{22} \phi_2$$

$$CAB = CA \cdot CB - (\phi_2^T k_{12} \phi_2)^2 = CA \cdot CB - (-RA1 \cdot NB - RA2 \cdot TB + RA4 \cdot MB)^2$$

$$\phi_2^T k_{22} = \{EAL \cdot NB, EJL3 \cdot TB + EJL2 \cdot MB, EJL2 \cdot TB + EJL1 \cdot MB\}$$

$$= \{RB1, RB5, RB6\}$$

1. Uplastycznienie lewego przekrój roju przywęzłowego pręta

$$k_{11}^P = k_{11} - \frac{1}{CA} \cdot \begin{bmatrix} R/1/ = RA1 & R/2/ = RA1 RA2 & RA / = RA1 RA3 \\ & R/3/ = RA2 & R/5/ = RA2 RA3 \\ \text{sym} & & R/6/ = RA3 \end{bmatrix}$$

$$k_{12}^P = k_{12} - \frac{1}{CA} \cdot \begin{bmatrix} -R/1/ & -R/2/ & RA1 \cdot RA4 = R/16/ \\ -R/2/ & -R/3/ & RA2 \cdot RA4 = R/17/ \\ -R/4/ & -R/5/ & RA3 \cdot RA4 = R/18/ \end{bmatrix}$$

$$k_{22}^P = k_{22} - \frac{1}{CA} \cdot \begin{bmatrix} R/1/ & R/2/ & -R/16/ \\ & R/3/ & -R/17/ \\ \text{sym} & & RA4 \cdot RA4 \end{bmatrix}$$

2. Uplastycznienie prawego przekroju przywęzłowego pręta

$$k_{11}^P = k_{11} - \frac{1}{CB} \cdot \begin{bmatrix} R/1/ = RB1 & R/2/ = RB1 RB2 & R/4/ = -RB1 \cdot RB4 \\ & R/3/ = RB^2 & R/5/ = -RB^2 \cdot RB4 \\ \text{sym} & & R/6/ = RB4^2 \end{bmatrix}$$

$$k_{12}^p = k_{12} - \frac{k_{12} \phi_2 \phi_2^T k_{22}}{CB} =$$

$$= k_{12} - \frac{1}{CB} \cdot \begin{bmatrix} -R/1/ & -R/2/ & -RB1 RB3=R/16/ \\ -R/2/ & -R/3/ & -RB2 RB3=R/17/ \\ -R/4/ & -R/5/ & RB3 RB4=R/18/ \end{bmatrix}$$

$$k_{22}^p = k_{22} - \frac{k_{22} \phi_2 \phi_2^T k_{22}}{CB} =$$

$$= k_{22} - \frac{1}{CB} \cdot \begin{bmatrix} R/1/ & R/2/ & -R/16/ \\ & R/3/ & -R/17/ \\ & sym & RB3 RB3 \end{bmatrix}$$

3. Uplastycznienie obydwu przekrojów przywęzłowych pręta

$$k_{11}^p = k_{11} \frac{1}{CB} \cdot \begin{bmatrix} RA1 \\ RA2 \\ RA3 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \{RB1, RB2, RB3\} \phi_2 \{RA1, RA2, RA3\} \\ -\{-RA1, -RA2, RA4\} \phi_2 \{-RB1, -RB2, RB4\} \end{array} \right\}$$

$$+ \begin{bmatrix} -RB1 \\ -RB2 \\ RB4 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \{RA1, RA2, RA3\} \phi_1 \{-RB1, -RB2, RB4\} \\ -\{-RB1, -RB2, RB4\} \phi_1 \{RA1, RA2, RA3\} \end{array} \right\}$$

$$= k_{11} - \frac{1}{CAB} \begin{bmatrix} RA1 \\ RA2 \\ RA3 \end{bmatrix} \left(RBB \cdot \{RA1, RA2, RA3\} + (RA1 \cdot NB + RA2 \cdot TB - RA4 \cdot MB) \cdot \{-RB1, -RB2, RB4\} \right)$$

$$+ \begin{bmatrix} -RB1 \\ -RB2 \\ RB4 \end{bmatrix} \left[\left((RA1 \cdot NA + RA2 \cdot TA + RA3 \cdot MA) \{-RB1, -RB2, RB4\} + (RB1 \cdot NA + RB2 \cdot TA - RB4 \cdot MA) \{RA1, RA2, RA3\} \right) \right] =$$

$$= k_{11} - \frac{1}{CAB} \begin{bmatrix} RA1 \\ RA2 \\ RA3 \end{bmatrix} \left\{ (RBB \cdot RA1 - RAB \cdot RB1), (RBB \cdot RA2 - RAB \cdot RB2), (RBB \cdot RA3 + RAB \cdot RB4) \right\}$$

$$+ \begin{bmatrix} -RB1 \\ -RB2 \\ RB4 \end{bmatrix} \left\{ (RBA \cdot RA1 - RAA \cdot RB1), (RBA \cdot RA2 - RAA \cdot RB2), (RBA \cdot RA3 + RAA \cdot RB4) \right\}$$

$$k_{11}^p = k_{11} \frac{1}{\cos \alpha}$$

R/1/=RA1·RBB1+	R/2/=RA1·RBB2+	R/4/=RA1·RBB3+
-RB1·RAA1	-RB1·RAA2	-RB1·RAA3
<i>sym</i>		
	R/3/=RA2·RBB2+	R/5/=RA2·RBB3+
	-RB2·RAA2	-RB2·RAA3
		R/6/=RA3 RBB3+
		+RB4 RAA3

$$k_{12}^p = k_{12} \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\begin{Bmatrix} RA1 \\ RA2 \\ RA3 \end{Bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} RB1, RB2, RB3 \end{Bmatrix} \phi_2 \begin{Bmatrix} -RA1, -RA2, RA4 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -RA1, -RA2, RA4 \end{Bmatrix} \phi_2 \begin{Bmatrix} RB1, RB2, RB3 \end{Bmatrix} \right)$$

$$+ \begin{Bmatrix} -RB1 \\ -RB2 \\ RB4 \end{Bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} RA1, RA2, RB3 \end{Bmatrix} \phi_1 \begin{Bmatrix} RB1, RB2, RB3 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -RB1, -RB2, RB4 \end{Bmatrix} \phi_1 \begin{Bmatrix} -RA1, -RA2, RA4 \end{Bmatrix} \right)$$

$$= k_{12} - \frac{1}{CAB} \begin{Bmatrix} RA1 \\ RA2 \\ RA3 \end{Bmatrix} \left(RBB \{-RA1, -RA2, RA4\} + RAB \{+RB1, RB2, RB3\} \right)$$

$$+ \begin{Bmatrix} -RB1 \\ -RB2 \\ RB4 \end{Bmatrix} \left(RAA \{+RB1, RB2, RB3\} + RBA \{-RA1, -RA2, RA4\} \right)$$

$$= k_{12} - \frac{1}{CAB} \begin{Bmatrix} RA1 \\ RA2 \\ RA3 \end{Bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} -RBB \cdot RA1 + RAB \cdot RB1, \quad -RBB \cdot RA2 + RAB \cdot RB2, \\ RBB \cdot RA4 + RAB \cdot RB3 \end{array} \right\}$$

$$+ \begin{Bmatrix} -RB1 \\ -RB2 \\ RB4 \end{Bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} RAA \cdot RB1 - RBA \cdot RA1, \quad RAA \cdot RB2 - RBA \cdot RA2, \\ RAA \cdot RB3 + RBA \cdot RA4 \end{array} \right\}$$

$$k_{12}^p = k_{12} - \frac{1}{c_{AB}}$$

R/7/=RAA1 RB1+	R/11/=RAA2 RB1	R/16/=RA1
-RBB1 RA1=-R/1/	-RBB2 RA1=-R/2/	RAB1+-RB1
		RA32
R/8/=RAA1 RB2+	R/12/=RAA2 RB2+	R/17/=RA2
-RBB1 RA2	-RBB2 RA2=-	RAB1+-RB2
	=-R/3/	RAB2
R/9/=-RA3 RBB1+	R/13/=-RA3	R/18/=RA3
-RB4 RAA1	RBB2+-RB4	RAB1+RB4
	RAA2	RAB2

$$k_{22}^p = k_{22} - \frac{1}{c_{AB}} \left\{ \begin{array}{l} -RA1 \\ -RA2 \\ RA4 \end{array} \right\} \left(\left\{ RB1, RB2, RB3 \right\} \phi_2 \left\{ -RA1, -RA2, RA4 \right\} - \left\{ -RA1, -RA2, RA4 \right\} \phi_2 \left\{ RB1, RB2, RB3 \right\} \right)$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} RB1 \\ RB2 \\ RB3 \end{array} \right\} \left(\left\{ RA1, RA2, RA3 \right\} \phi_1 \left\{ RB1, RB1, RB3 \right\} - \left\{ -RB1, -RB2, RB4 \right\} \phi_1 \left\{ -RA1, -RA2, RA4 \right\} \right)$$

$$= k_{22} - \frac{1}{CAB} \left[\begin{array}{c} -RA1 \\ -RA2 \\ RA4 \end{array} \right] \left(RBB \{ -RA1, -RA2, RA4 \} + RAB \{ RB1, RB2, RB3 \} \right)$$

$$+ \left[\begin{array}{c} RB1 \\ RB2 \\ RB3 \end{array} \right] \left(RAA \{ RB1, RB2, RB3 \} + RBA \{ -RA1, -RA2, RA4 \} \right) =$$

$$= k_{22} - \frac{1}{CAB} \left[\begin{array}{c} -RA1 \\ -RA2 \\ RA4 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} -RBB \cdot RA1 + RAB \cdot RB1, -RBB \cdot RA2 + RAB \cdot RB2, \\ RBB \cdot RA4 + RAB \cdot RB3 \end{array} \right)$$

$$+ \left[\begin{array}{c} RB1 \\ RB2 \\ RB3 \end{array} \right] \left(\begin{array}{c} RAA \cdot RB1 - RBA \cdot RA1, RAA \cdot RB2 - RBA \cdot RA2, \\ RAA \cdot RB3 + RBA \cdot RA4 \end{array} \right)$$

$$R/10/=RA1 RBB1$$

$$-RB1 RAA1$$

$$R/14/=RA1 RBB2$$

$$-RB1 RAA2=R/2/$$

$$R/19/=-RA1 RAB1$$

$$+RB1 RAB2$$

$$R/15/=RA2 RBB2$$

$$-RB2 RAA2=-R/3/$$

$$R/20/=-RA2 RAB1$$

$$+RB2 RAB2$$

sym

$$R/21/=RA4 RAB1$$

$$+R\textcircled{3} RAB2$$

$$=k_{22} - \frac{1}{CAB}$$

LISTOWANIE KONTROLNE KART PERFORMANYCH

LP.

1 AN ULTIMATE STRENGHT ANALYSIS

2 RAMA PLASKA

3 CZYTAJ WZLY 24

4 1X130Y00V0C02X190U-1V-1JX250U0V0/AX310U-1V#1,5X370U0V016X470Y30,7X500Y130,8Y1

5 90, 9 Y 230, 10 Y 310, 11 Y 370, 12 Y 470 X 470,

6 13Y500 X 370, 14 X 310, 15 X 250, 16 X 190, 17 X 130, 18 X30 Y 470,

7 9X0Y370/20Y310/21Y230/22Y190/23Y130/24Y30X30,1

8 CZYTAJ ELEMENTY 24

9 1WA1WB2MAT12 2 3/3 3 4/4 4 5/5 5 6/6 6 7/7 7 8/8 8 9/9 9 10/10 10 11/11 11 12/12 12

10 12 12 13/13 13 14/14 14 15/15 15 16/16 16 17/17 17 18/18 18 19/19 19 20/20 20 21

11 21 21 22/22 22 23/23 23 24/24 24 11

12 CZYTAJ MATERIALY 1

13 16840000 N10.3 A75.4 121020000.1

14 DRUKUJ WZLY

15 DRUKUJ ELEMENTY

16 DRUKUJ MATERIALY

17 KONIEC

AN ULTIMATE STRENGTH ANALYSIS

05-11-61

MNOZHIKA 1.00 02 1.00 02

NP	X	Y	U	V
1	1.30000		1	2
2	1.90000		-4	-3
3	2.50000		7	6
4	3.10000		-10	-11
5	3.70000		13	14
6	4.30000	0.10000	16	17
7	5.00000	1.30000	19	20
8	5.00000	1.80000	22	23
9	5.00000	2.50000	25	26
10	5.00000	3.10000	28	29
11	5.00000	3.70000	31	32
12	4.70000	4.70000	34	35
13	3.70000	5.00000	37	38
14	3.10000	5.00000	40	41
15	2.50000	5.00000	43	44
16	1.90000	5.00000	46	47
17	1.30000	5.00000	49	50
18	0.30000	4.70000	52	53
19		3.70000	55	56
20		3.10000	58	59
21		2.50000	61	62
22		1.90000	64	65
23		1.30000	67	68
24	0.30000	0.30000	70	71

.....
 * PROGRAM CZYTANIA DANYCH *
 *
 *

LISTA WEZLOW

NR	WA	WB	MAT
1	1	2	1
2	2	3	1
3	3	4	1
4	4	5	1
5	5	6	1
6	6	7	1
7	7	8	1
8	8	9	1
9	9	10	1
10	10	11	1
11	11	12	1
12	12	13	1
13	13	14	1
14	14	15	1
15	15	16	1
16	16	17	1
17	17	18	1
18	18	19	1
19	19	20	1
20	20	21	1
21	21	22	1
22	22	23	1
23	23	24	1
24	24	24	1

PROGRAM CZYTANIA DANYCH

LISTA ELEMENTOW

05.11.81 AN ULTIMATE STRAGENT ANALYSIS

1.00 05 1.00 01 1.00 01

0.00000 7.50000 1.00000

MI

PROGRAM CZYTANIA DANYCH

LISTA MATERIALOW

WYNIK PRZED PRZESKALOWANIEM

WYNIK PO PRZESKALOWANIU

1

1

MNOZNIK#	1.0D-04	1.0D-03	1.0D-06	NR	U	V	C	MNOZNIK#	1.0D-02	1.0D-01	1.0D-05
NR	U	V	C	NR	U	V	C	NR	U	V	C
1	1.83861	=0.04512	0.77826	1	1.01663	=0.02495	4.30327				
2	0.0	0.0	0.59114	2	0.0	0.0	3.28858				
3	0.0	0.01773	0.00000	3	0.0	0.00981	0.00000				
4	0.0	0.0	-0.59114	4	0.0	0.0	=3.28858				
5	=1.83861	=0.04512	=0.77826	5	=1.01663	=0.02495	=4.30327				
6	=5.55102	=0.19108	0.41603	6	=3.06934	=0.10565	2.30038				
7	=7.53230	=0.53562	1.59626	7	=4.33073	=0.29616	8.82625				
8	=8.76872	=0.71779	1.83924	8	=4.84851	=0.39889	7.65155				
9	=9.33629	=0.89997	0.36674	9	=5.16234	=0.49762	2.02781				
10	=9.20732	=1.02215	=0.66322	10	=5.09102	=0.59836	=3.66718				
11	=8.70053	=1.26433	=0.89263	11	=4.81080	=0.69209	=4.93565				
12	=7.09454	=1.62737	0.21403	12	=3.92280	=0.89983	1.83443				
13	=3.80993	=1.82975	1.30662	13	=1.99604	=1.01173	7.2475				
14	=1.80496	=1.90470	1.05732	14	=0.99802	=1.03317	5.84627				
15	0.00000	=1.94046	=0.00000	15	0.00000	=1.07294	=0.00000				
16	1.80496	=1.90470	=1.05732	16	0.99802	=1.03317	=5.84627				
17	3.80993	=1.82975	=1.30662	17	1.99604	=1.01173	=7.2475				
18	7.09454	=1.62737	=0.21403	18	3.92280	=0.89983	=1.83443				
19	8.70053	=1.26433	0.89263	19	4.81080	=0.69209	4.93565				
20	9.20732	=1.02215	0.66322	20	5.09102	=0.59836	3.66718				
21	9.33629	=0.89997	-0.36674	21	5.16234	=0.49762	=2.02781				
22	8.76872	=0.71779	=1.83924	22	4.84851	=0.39889	=7.65155				
23	7.53230	=0.53562	=1.59626	23	4.33073	=0.29616	=8.82625				
24	5.55102	=0.19108	=0.41603	24	3.06934	=0.10565	=2.30038				

ROZWIĄZANIE SPREZYSTO-PLASTYCZNE

(NR, PRZYROSTU N I 2

MNOZNIK#	1,0D 06	1,0D 04	1,0D 05	1,0D 00	1,0D 00	1,0D 00
NR	PX	PY	MZ	NR	LANX	LANY
1	0,0	0,0	0,0	0,0	1,00000	1,00000
2	0,0	0,0	0,0	0,0	13	1,00000
3	0,0	0,0	0,0	0,0	21	1,00000
4	0,0	0,0	0,0	0,0		
5	0,0	0,0	0,0	0,0		
6	0,0	0,0	0,0	0,0		
7	0,0	0,0	0,0	0,0		
8	-5,52932	0,0	0,0	0,0		
9	0,0	0,0	0,0	0,0		
10	0,0	0,0	0,0	0,0		
11	0,0	0,0	0,0	0,0		
12	0,0	0,0	0,0	0,0		
13	0,0	0,0	0,0	0,0		
14	0,0	0,0	0,0	0,0		
15	0,0	-5,52932	0,0	0,0		
16	0,0	0,0	0,0	0,0		
17	0,0	0,0	0,0	0,0		
18	0,0	0,0	0,0	0,0		
19	0,0	0,0	0,0	0,0		
20	5,52932	0,0	0,0	0,0		
21	0,0	0,0	0,0	0,0		
22	0,0	0,0	0,0	0,0		
23	0,0	0,0	0,0	0,0		
24	0,0	0,0	0,0	0,0		

1

MNOZNIK#	1.0D 04	1.0D 04	1.0D 04	1.0D 05	MZ	PX	PY	DU	DU	DV	DC
NR											
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			1.37087	0.06850	1.27788	
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			0.0	0.0	0.85094	
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			0.0	0.2553	0.00000	
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			0.0	0.0	0.85094	
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			1.37087	0.06850	1.29788	
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			4.12192	0.26362	0.46541	
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			5.41904	0.61326	0.74405	
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			5.92178	0.79544	0.83043	
9	5.62932	0.0	0.0	0.0	0.0			6.29395	0.97762	0.30879	
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			6.33233	1.15980	0.01285	
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			6.46013	1.34198	0.67351	
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			7.36034	1.80402	3.85497	
13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			4.58669	2.51668	7.41343	
14	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			2.31399	3.00012	8.63312	
15	0.0	5.62932	0.0	0.0	0.0			0.00000	3.53449	0.00000	
16	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			2.31399	3.00012	8.63312	
17	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			4.58669	2.51668	7.41343	
18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			7.36034	1.80402	3.85497	
19	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			6.46013	1.34198	0.67351	
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			6.33233	1.15980	0.01285	
21	5.62932	0.0	0.0	0.0	0.0			6.29395	0.97762	0.30879	
22	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			5.92178	0.79544	0.83043	
23	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			5.41904	0.61326	0.74405	
24	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			4.12192	0.26362	0.46541	

ROZWIĄZANIE SPREŻYSTO-PLASTYCZNE

NR, PRZYROSTU = 1 4

MNOZNIK=	1.00=02	1.00=01	1.00=03							
NR	U	V	C	NR	U	V	C	NR	LAMX	LAMY
1	1.03033	-0.02563	4.43306	9	2.70000			15	2.00000	2.00000
2	0.0	0.0	3.35307	15				21	2.00000	
3	0.0	0.01006	0.00000							
4	0.0	0.0	3.35307							
5	1.03033	-0.02563	4.43306							
6	3.11055	-0.10829	2.25384							
7	4.38492	-0.30229	8.90066							
8	4.90773	-0.40485	7.76459							
9	5.22528	-0.50740	2.05869							
10	5.15435	-0.60995	3.66847							
11	4.87361	-0.71251	4.86830							
12	3.99640	-0.91787	1.56893							
13	2.04191	-1.03687	7.96609							
14	1.02116	-1.08317	6.70958							
15	0.00000	-1.10829	-0.00000							
16	1.02116	-1.08317	-6.70958							
17	2.04191	-1.03687	-7.96609							
18	3.99640	-0.91787	-1.56893							
19	4.87561	-0.71251	4.86830							
20	5.15435	-0.60995	3.66847							
21	5.22528	-0.50740	-2.05869							
22	4.90773	-0.40485	-7.76459							
23	4.38492	-0.30229	-8.90066							
24	3.11055	-0.10829	-2.25384							

MNOZNIK#	1.00 04	1.00 04	1.00 05	MNOZNIK#	1.00 03	1.00 03	1.00 05
NR	PX	PY	YZ	NR	DV	DV	DC
1	0.0	0.0	0.0	1	0.36435	0.16277	0.46660
2	0.0	0.0	0.0	2	0.0	0.0	0.16290
3	0.0	0.0	0.0	3	0.0	0.04887	0.00000
4	0.0	0.0	0.0	4	0.0	0.0	0.16290
5	0.0	0.0	0.0	5	0.36435	0.16277	0.46660
6	0.0	0.0	0.0	6	1.34358	0.67954	1.13529
7	0.0	0.0	0.0	7	3.09739	0.83148	1.86398
8	0.0	0.0	0.0	8	4.20697	0.01713	2.10769
9	6.02932	0.0	0.0	9	5.39429	0.03351	0.07278
10	0.0	0.0	0.0	10	4.28449	0.73215	1.96182
11	0.0	0.0	0.0	11	3.27244	1.09651	1.71810
12	0.0	0.0	0.0	12	1.66450	1.43833	0.98940
13	0.0	0.0	0.0	13	0.72904	1.09748	0.26088
14	0.0	0.0	0.0	14	0.36468	0.92226	0.01697
15	0.0	6.02932	0.0	15	0.00000	1.01480	0.00000
16	0.0	0.0	0.0	16	0.36468	0.92226	0.01697
17	0.0	0.0	0.0	17	0.72904	1.09748	0.26088
18	0.0	0.0	0.0	18	1.66450	1.43833	0.98940
19	0.0	0.0	0.0	19	3.27244	1.09651	1.71810
20	0.0	0.0	0.0	20	4.28449	0.73215	1.96182
21	6.02932	0.0	0.0	21	5.39429	0.03351	0.07279
22	0.0	0.0	0.0	22	4.20697	0.01713	2.10769
23	0.0	0.0	0.0	23	3.09739	0.83148	1.86398
24	0.0	0.0	0.0	24	1.34358	0.67954	1.13529

MNOZNIK=	1.0D+02	1.0D+01	1.0D+04
NR	U	V	C
1	1.09419	-0.02538	0.42860
2	0.0	0.0	0.33610
3	0.0	0.01008	0.00000
4	0.0	0.0	-0.33610
5	1.09419	-0.02538	-0.42860
6	3.32735	-0.10677	0.32960
7	4.80304	-0.31074	1.09135
8	5.45580	-0.42058	1.00384
9	5.91058	-0.53053	0.21933
10	5.71945	-0.64047	-0.56328
11	5.33246	-0.75031	-0.64516
12	4.31008	-0.96833	0.13507
13	-2.20657	-1.09784	0.91863
14	-1.10393	-1.15310	0.84195
15	0.00000	-1.18913	-0.00000
16	1.10393	-1.15310	-0.84195
17	2.20657	-1.09784	-0.91863
18	4.31008	-0.96833	-0.13507
19	5.33246	-0.75031	0.64516
20	5.71945	-0.64047	0.56328
21	5.91058	-0.53053	-0.21933
22	5.45580	-0.42058	-1.00384
23	4.80304	-0.31074	-1.09135
24	3.32735	-0.10677	-0.32960