

5.51 — Doświadczalne metody badawcze materiałów

31 / 1981

Jerzy Wicher

ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI
MATERIAŁU WIBROIZOLACYJNEGO
OPISANEGO MODELEM REOLOGICZNYM



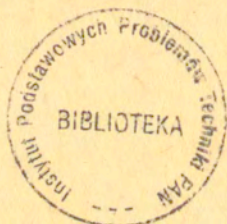
P. 269

WARSZAWA 1981

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 14 kwietnia 1981 r.

Zarejestrowana pod nr 31/1981



57082



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 140 egz. Ark.wyd. 1,6. Ark.druk. 2,5.
Oddano do drukarni we wrześniu 1981 r.
Nr zamówienia 538/0/81

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa
ul.Śniadeckich 8

Jerzy Wicher
Zakład Układów Mechanicznych



ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI MATERIAŁU WIBROIZOLACYJNEGO
OPISANEGO MODELEM REOLOGICZNYM

f. 269

1. Wstęp

Stosowanie materiałów wibroizolacyjnych o dużych zdolnościach pochłaniania energii jest podyktowane chęcią zmniejszenia amplitud drgań maszyn i ich elementów.

Przykładem często stosowanego materiału wibroizolacyjnego jest guma. Elementy gumowe stosuje się przeważnie jako pasywne elementy tłumiące. Badając procesy zachodzące w elemencie gumowym, który poddany jest działaniu dynamicznych wymuszeń zewnętrznych, możemy wyróżnić trzy podstawowe zjawiska związane z odkształceniem elementu gumowego. Pierwsze z nich reprezentuje odkształcenia sprężyste proporcjonalne do wielkości przyłożonych sił zewnętrznych, a więc odkształcenia podlegające prawu Hooke'a. Jest to proces odwracalny i polega na zmianie odległości międzycząsteczkowych, co jest związane ze zmianą objętości elementu. Praca potrzebna do zmiany objętości jest magazynowana w postaci energii potencjalnej. Jednocześnie z odkształceniami sprężystymi zachodzi proces o charakterze reologicznym, t.zn. występuje zależność sił oporu od prędkości odkształcenia. Proces ten nie zachodzi natychmiastowo, jak odkształcenia sprężyste, ale rozkłada się w czasie, ma charakter pełzania. Energia potrzebna do wywołania pełzania materiału jest rozpraszana (zamienia się na energię ciepłą). W materiale następuje zmiana wzajemnego położenia łańcuchów molekularnych, które tworzą określoną sieć strukturalną.

Po zdjęciu obciążenia następuje powolny powrót do poprzedniej sieci strukturalnej. Trzeci proces prowadzi do nieodwracalnych odkształceń plastycznych i podobnie jak poprzedni polega na zmianie położenia łańcuchów molekularnych. W procesie tym również występuje rozpraszanie energii, które nazywamy tłumieniem wewnętrznym gumy.

Ciała w których zachodzi tylko jeden z wymienionych wyżej procesów nazywamy odpowiednio ciałem sprężystym, lepkiem lub plastycznym. Mogą one być przedstawione w postaci podstawowych modeli reologicznych.

2. Modele reologiczne.

Guma, jak również inne polimery, może być opisana przy pomocy modelu reologicznego stanowiącego kombinację modeli podstawowych reprezentujących tłumienie i sprężystość. Schematycznie ciało idealnie sprężyste przedstawia się w postaci sprężyny, ciało lepkie i plastyczne - w postaci tłumika. Jeżeli są to elementy liniowe, to wystarczającą charakterystyką są odpowiednie współczynniki liczbowe.

Zachowanie się polimerów pod wpływem dynamicznych obciążeń zewnętrznych dobrze opisuje model reologiczny Bürgersa (rys.1), w którym element o współczynniku k_H reprezentuje odkształcenie sprężyste, element o współczynniku c_A - odkształcenia plastyczne, natomiast elementy o współczynnikach k_V i c_V - odkształcenia w materiale lepkiem.

Badania doświadczalne wykazały [1], że własności gumy dobrze opisuje model reologiczny trójparametrowy (rys.2 a i b), który jest szczególnym przypadkiem modelu Bürgersa ($c_A = 0$). Modele przedstawione na rys.2 są sobie równoważne: znając parametry jednego z nich można wyznaczyć parametry drugiego. Można w tym przypadku wykorzystać następujące związki [2]:

$$c_V k_M k_A = c_M k_V k_H \quad (1)$$

$$(k_H + k_V) k_A = k_V k_H \quad (2)$$

$$k_H = k_A + k_M \quad (3)$$

Wykorzystując powyższe zależności otrzymamy po prostych przekształceniach:

- dla modelu przedstawionego na rys.2a

$$k_H = k_A + k_M \quad (4)$$

$$k_V = \frac{k_A(k_A + k_M)}{k_M} = \frac{k_A^2}{k_M} + k_A \quad (5)$$

$$C_M = C_V \frac{(k_A + k_M)^2}{k_M^2} \quad (6)$$

- dla modelu przedstawionego na rys.2b

$$k_A = \frac{k_V k_H}{k_H + k_V} \quad (7)$$

$$k_M = \frac{k_H^2}{k_H + k_V} \quad (8)$$

$$C_M = C_V \frac{k_H^2}{(k_H + k_V)^2} \quad (9)$$

Przejsie od jednej postaci modelu trójparametrowego do drugiej można znacznie uprościć wprowadzając wartość n jako stosunek sztywności odpowiednich elementów sprężystych np.

$$n = \frac{k_A}{k_M} = \frac{k_V}{k_H} \quad (10)$$

Wykorzystując współczynnik n możemy napisać:

$$k_V = n k_H \quad (11)$$

$$k_V + k_H = n k_H + k_H = (n+1) k_H \quad (12)$$

Podstawiając (11) i (12) do (7), (8), (9) otrzymamy:

$$k_A = \frac{n k_H^2}{(n+1) k_H} = k_H \frac{n}{n+1} = k_V \frac{1}{n+1} \quad (13)$$

$$k_M = \frac{k_H^2}{(n+1) k_H} = k_H \frac{1}{n+1} \quad (14)$$

$$c_M = c_V \frac{k_H^2}{(n+1) k_H} = c_V k_H \frac{1}{n+1} = c_V (n+1) k_M \frac{1}{n+1} = c_V k_M \quad (15)$$

Odpowiednio dla drugiej postaci modelu trójparametrowego mamy:

$$k_V = (n+1) k_A \quad (16)$$

$$k_H = (n+1) k_M \quad (17)$$

$$c_V = \frac{c_M}{k_M} \quad (18)$$

3. Identyfikacja parametrów modelu reologicznego

Wartości parametrów modelu reologicznego opisującego właściwości dynamiczne elementu wibroizolacyjnego mogą być wyznaczone na podstawie informacji uzyskanych z pomiaru odpowiednich charakterystyk. W tym celu należy zbudować odpowiedni układ mechaniczny. W omawianym przypadku może to być element gumowy obciążony masą i przymocowany do stołu wibracyjnego realizując potrzebne wymuszenie dynamiczne (rys.4). Model takiego układu przedstawiony jest na rys.3. Przyjęto, że element gumowy będzie reprezentował trójparametrowy model reologiczny.

Równanie ruchu dla modelu z rys.3 można wyprowadzić wykorzystując następujące zależności:

$$m\ddot{x} + c_V \dot{x}_1 + k_V x_1 = 0 \quad (19)$$

gdzie x opisuje położenie masy m wzgl. inerc. ukł. odniesienia a x_1 - ruch względny p-tu A względem masy m i p-tu B.

Ale $x_1 = x - x_0 - x_2$, $x_2 = -m\ddot{x}/k_H$. Wobec tego można napisać:

$$m\ddot{x} + c_v(\dot{x} - \dot{x}_0 + \frac{m\ddot{x}}{k_H}) + k_v(x - x_0 + \frac{m\ddot{x}}{k_H}) = 0 \quad (20)$$

Po uporządkowaniu otrzymamy:

$$c_v m \ddot{x} + (k_H + k_v) m \ddot{x} + k_H c_v \dot{x} + k_H k_v x = k_H c_v \dot{x}_0 + k_H k_v x_0 \quad (21)$$

Równanie (21) możemy przedstawić w postaci

$$a_3 \ddot{x} + a_2 \dot{x} + a_1 x + a_0 x = a_1 \dot{x}_0 + a_0 x_0 \quad (22)$$

gdzie

$$\begin{aligned} a_3 &= c_v m = m c_v \\ a_2 &= m(k_H + k_v) \\ a_1 &= k_H c_v = c_v k_H \\ a_0 &= k_H k_v \end{aligned} \quad (23)$$

Wprowadzając operator różniczkowania $p \Leftrightarrow d/dt$ do równań (22) zapiszemy je w następującej formie:

$$(a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0) x(p) = (a_1 p + a_0) x_0(p) \quad (24)$$

skąd transmitancja operatorowa (przemieszczeniowa)

$$Y(p) = \frac{x(p)}{x_0(p)} = \frac{a_1 p + a_0}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \quad (25)$$

Po zastąpieniu operatore p członem $j\omega$ otrzymamy transmi-
tancję widmową (przemieszczeniową)

$$H(j\omega) = \frac{a_0 + ja_1\omega}{a_0 - a_2\omega^2 + j(a_1\omega - a_3\omega^3)} \quad (26)$$

lub jej część rzeczywistą $\text{Re}[H(j\omega)]$ i urojoną $\text{Im}[H(j\omega)]$

$$\text{Re}[H(j\omega)] = \frac{a_0(a_0 + a_2\omega^2) + a_1\omega(a_1\omega - a_3\omega^3)}{(a_0 - a_2\omega^2)^2 + (a_1\omega - a_3\omega^3)^2} \quad (27)$$

$$\text{Im}[H(j\omega)] = \frac{a_1\omega(a_0 - a_2\omega^2) - a_0(a_1\omega - a_3\omega^3)}{(a_0 - a_2\omega^2)^2 + (a_1\omega - a_3\omega^3)^2} \quad (28)$$

W celu uproszczenie zapisu wprowadźmy oznaczenie

$$\text{Re}[H(j\omega)] = R(\omega)$$

$$\text{Im}[H(j\omega)] = J(\omega)$$

$$a_0(a_0 + a_2\omega^2) + a_1\omega(a_1\omega - a_3\omega^3) = L_R(\omega) \quad (29)$$

$$a_1\omega(a_0 - a_2\omega^2) - a_0(a_1\omega - a_3\omega^3) = L_J(\omega)$$

$$(a_0 - a_2\omega^2)^2 + (a_1\omega - a_3\omega^3)^2 = M$$

które pozwalają wzory (27) i (28) zapisać teraz w postaci:

$$R(\omega) = \frac{L_R(\omega)}{M(\omega)} \quad (30)$$

$$J(\omega) = \frac{L_J(\omega)}{M(\omega)} \quad (31)$$

Lewe strony zależności (30) i (31) mogą być otrzymane z eksperymentu w postaci odpowiednich charakterystyk częstotliwościowych.

Jak wiadomo, każdy pomiar obarczony jest błędem, zatem prawe i lewe strony zależności (30) i (31) nie będą sobie równe. Oznaczmy różnice w następujący sposób:

$$\varepsilon_R(\omega) = R(\omega) - \frac{L_R(\omega)}{M(\omega)} \quad (32)$$

$$\varepsilon_J(\omega) = J(\omega) - \frac{L_J(\omega)}{M(\omega)} \quad (33)$$

Jak wynika z (27) i (28) różnice $\varepsilon_R(\omega)$; $\varepsilon_J(\omega)$ zależą od parametrów a_0 , a_1 , a_2 , a_3 czyli

$$\varepsilon_R(\omega) = \varepsilon_R(\omega, a_i) = R(\omega) - \frac{L_R(\omega, a_i)}{M(\omega, a_i)} \quad (34)$$

$$\varepsilon_J(\omega) = \varepsilon_J(\omega, a_i) = J(\omega) - \frac{L_J(\omega, a_i)}{M(\omega, a_i)}$$

Wartości parametrów a_i , $i = 0, 1, 2, 3$ powinny być takie, aby różnice $\varepsilon_R(\omega)$; $\varepsilon_J(\omega)$ przybierały najmniejsze wartości.

Jak wspomniano wyżej, część rzeczywistą $R(\omega)$ i część urojoną $I(\omega)$ transmitancji widmowej $H(j\omega)$ można otrzymać w wyniku odpowiedniego eksperymentu. Najwygodniej jest stosować do wyznaczenia charakterystyk $R(\omega)$ i $I(\omega)$ wymuszenie harmoniczne o zmieniającej się częstotliwości ω . Dla kolejnych wymuszeń o częstotliwości ω_k , $k = 1, 2, \dots, N$ możemy wyznaczyć kolejne wartości charakterystyk $R(\omega_k)$ i $I(\omega_k)$. Następnie, na podstawie wzorów (34) obliczamy różnice $\varepsilon_R(\omega_k)$; $\varepsilon_J(\omega_k)$.

Do wyznaczenia parametrów a_i celowe jest wykorzystanie kryterium zawierającego łącznie obie różnice. Często stosuje się kryterium kwadratowe

$$Q = \sum_{k=1}^N \{ [\varepsilon_R(\omega_k)]^2 + [\varepsilon_J(\omega_k)]^2 \} \quad (35)$$

Poszukiwane parametry a_i minimalizujące kryterium kwadratowe Q można wyznaczyć z warunków koniecznych ekstremum

$$\frac{\partial Q}{\partial a_i} = 0 \quad i = 0, 1, 2, 3 \quad (36)$$

Warunek (36) pozwala zapisać w postaci jawnej układ równań algebraicznych do wyznaczenia parametrów a_i . Uwzględniając (35) oraz (32), (33) i (34) otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial a_i} = \sum_{k=1}^N \left\{ \left[R(\omega_k) - \frac{L_R(\omega_k, a_i)}{M(\omega_k, a_i)} \right] \left[\frac{\partial L_R(\omega_k, a_i)}{\partial a_i} M(\omega_k, a_i) - \right. \right. \\ \left. \left. - L_R(\omega_k, a_i) \frac{\partial M(\omega_k, a_i)}{\partial a_i} \right] \frac{1}{[M(\omega_k, a_i)]^2} + \right. \\ \left. + \left[J(\omega_k) - \frac{L_J(\omega_k, a_i)}{M(\omega_k, a_i)} \right] \left[\frac{\partial L_J(\omega_k, a_i)}{\partial a_i} M(\omega_k, a_i) - \right. \right. \\ \left. \left. - L_J(\omega_k, a_i) \frac{\partial M(\omega_k, a_i)}{\partial a_i} \right] \frac{1}{[M(\omega_k, a_i)]^2} \right\} = 0 \quad i = 0, 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (37)$$

Jeżeli uwzględnimy wyrażenia (29) opisujące człony L_R , L_I oraz M , to poszczególne pochodne cząstkowe występujące w układzie równań (37) można zapisać w formie jawnie zależnej od parametrów a_i . Otrzymamy kolejno

$$\frac{\partial L_R(\omega_k, a_i)}{\partial a_0} = 2a_0 + a_2 \omega_k^2$$

$$\frac{\partial L_R(\omega_k, a_i)}{\partial a_1} = 2a_1 \omega_k^2 - a_3 \omega_k^4$$

$$\frac{\partial L_R(\omega_k, a_i)}{\partial a_2} = a_0 \omega_k^2$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L_R(\omega_k, a_i)}{\partial a_3} &= -a_1 \omega_k^4 \\
 \frac{\partial L_J(\omega_k, a_i)}{\partial a_0} &= a_3 \omega_k^3 \\
 \frac{\partial L_J(\omega_k, a_i)}{\partial a_1} &= -a_2 \omega_k^3 \\
 \frac{\partial L_J(\omega_k, a_i)}{\partial a_2} &= -a_1 \omega_k^3 \\
 \frac{\partial L_J(\omega_k, a_i)}{\partial a_3} &= a_0 \omega_k^3 \\
 \frac{\partial M(\omega_k, a_i)}{\partial a_0} &= 2(a_0 - a_2 \omega_k^2) \\
 \frac{\partial M(\omega_k, a_i)}{\partial a_1} &= 2(a_1 \omega_k - a_3 \omega_k^3) \omega_k \\
 \frac{\partial M(\omega_k, a_i)}{\partial a_2} &= 2(a_0 - a_2 \omega_k^2) \omega_k^2 \\
 \frac{\partial M(\omega_k, a_i)}{\partial a_3} &= 2(a_1 \omega_k - a_3 \omega_k^3) \omega_k^3
 \end{aligned} \tag{38}$$

Z układu równań (37), po wykorzystaniu zależności (38) możemy wyznaczyć parametry a_1 a na podstawie wzorów (23) znaleźć wartości poszukiwanych parametrów m , c_V , k_V i k_H . Ze względu na złożoność przedstawionych wyżej wzorów efektywne rozwiązanie układu równań (37) może być wykonane przy wykorzystaniu maszyny cyfrowej. Należy zwrócić uwagę na to, że są to równania algebraiczne nieliniowe, co bardzo utrudnia znalezienie dokładnych wartości poszukiwanych parametrów. Najczęściej stosuje się w tym przypadku procedury pozwalające rozwiązać układ równań nieliniowych drogą kolejnych przybliżeń. Prowadzi to do czasochłonnych obliczeń. Dlatego celowe jest takie zorganizowanie procesu identyfikacji,

aby liczba poszukiwanych parametrów była najmniejsza, przez co upraszcza się układ równań. Aby zmniejszyć liczbę parametrów, które mają być zidentyfikowane należy część z nich wyznaczyć w drodze pomiarów bezpośrednich. W omawianym przypadku może to być np. masa m lub współczynnik k_H . Możliwość bezpośredniego pomiaru wartości tego współczynnika wynika z następujących przesłanek. Jak wiadomo, siła dyssypacyjna w układzie przedstawionym na rys.3 jest proporcjonalna do prędkości \dot{x}_1 , t.zn. równa iloczynowi $c_V \dot{x}_1$. Jeżeli $\dot{x}_1 \rightarrow \infty$, co ma miejsce przy wymuszeniu impulsowym, to przy równoległym połączeniu elementu sprężystego o współczynniku k_V z elementem tłumiącym c_V nastąpi oddziaływanie jedynie elementu sprężystego o współczynniku k_H . Wprawdzie nie można zrealizować idealnego wymuszenia impulsowego, ale przy dużej prędkości odkształcenia oddziaływanie elementów o współczynnikach k_V i c_V będzie małe. Realizując zatem wymuszenie impulsowe można z oceny przemieszczenia x i wielkości impulsu oszacować wartość parametru k_H . Można tu również wykorzystać wymuszenie w postaci skoku jednostkowego. Z drugiej strony, przy statycznym obciążeniu, można oszacować łączną sztywność $k_H + k_V$.

Prawidłowość identyfikacji parametrów przyjętego modelu powinna być skontrolowana poprzez doświadczalne wyznaczenie łatwo mierzalnych charakterystyk dynamicznych (czasowych lub częstotliwościowych) i porównanie otrzymanych wyników z tymi charakterystykami wyznaczonymi analitycznie przy wykorzystaniu zidentyfikowanego modelu matematycznego.

Do wyznaczenia parametrów a_1 z układu równań (37) wystarczające jest wyznaczenie wartości charakterystyk $R(\omega_k)$ oraz $I(\omega_k)$ dla czterech wybranych częstości ω_k . Zachodzi pytanie z jakiego przedziału częstości należy wybrać wartości ω_k . Właściwości dynamiczne układu liniowego najwyraźniej zaznaczają się w pobliżu częstości rezonansowej. Dlatego do identyfikacji należało by wybrać wartości bliskie częstości rezonansowej. Wniosek ten potwierdził się również po przeprowadzeniu analizy wrażliwości pa-

rametrycznej.

W celu wyeliminowania błędów przypadkowych można również kilkakrotnie wyznaczyć wartości poszukiwanych parametrów wykorzystując każdorazowo wartości zmierzonych charakterystyk $R(\omega_k)$ i $I(\omega_k)$ przy różnych ω_k i przyjęc średnie wartości zidentyfikowanych parametrów.

Innym sposobem może być wykorzystanie analizy regresyjnej, w której bierze się pod uwagę duży zbiór kolejnych wartości $R(\omega_k)$ i $I(\omega_k)$ a następnie przeprowadza odpowiednie uśrednienie statystyczne. Ten sposób postępowania wymaga sprowadzenia modelu ~~modelu~~ matematycznego do odpowiedniej postaci równań regresji [6].

Wymienione wyżej uwagi są prawdziwe przy założeniu, że zidentyfikowany obiekt rzeczywisty ma cechy układu liniowego. Jak wiadomo polimery, a wśród nich guma, wykazują własności typowe dla układu nieliniowego, przy czym źródłem tych efektów mogą być zarówno właściwości typowe dla nieliniowych układów dynamicznych jak również efekty cieplne [4]. W każdym razie linearyzacja jest dopuszczalna dla niewielkich amplitud drgań wokół ustalonego punktu pracy. Przy interpretacji wyników doświadczalnych należy zachować ostrożność zwłaszcza dla przedziałów obciążeń odległych od przedziału stosowanego podczas pomiaru.

Wspomniany wyżej sposób konfrontacji charakterystyk otrzymanych doświadczalnie z charakterystykami obliczeniowymi może być wykorzystany do określenia przedziału stosowalności zidentyfikowanego modelu. Przyjmując izotermiczny przebieg procesów dynamicznych można oszacować np. odpowiednie przedziały amplitud wymuszeń i przedziały częstości w których zidentyfikowany model matematyczny opisuje właściwości dynamiczne układu z wystarczającą dokładnością.

Naszkicowany wyżej sposób identyfikacji parametrów jest jednym z wielu możliwych. Można go jednak wykorzystać do różnych modeli. W przypadku modelu reologicznego Bürgersa (rys.1) obciążonego masą m i poddanego wymuszeniu kinematycznemu x_0

otrzymamy równanie ruchu [2] :

$$P + a\dot{P} + b\ddot{P} = c(\dot{x} - \dot{x}_o) + d(\ddot{x} - \ddot{x}_o) \quad (39)$$

gdzie

$$\begin{aligned} P &= -m\ddot{x} \\ a &= \frac{c_A}{k_H} + \frac{c_A}{k_V} + \frac{c_V}{k_V} \\ b &= \frac{c_A c_V}{k_V k_H} \\ c &= c_A \\ d &= \frac{c_A c_V}{k_V} \end{aligned} \quad (40)$$

Równanie (39) można zapisać w postaci operatorowej

$$(bp^2 + ap + 1) P(p) = (d + \frac{c}{p}) \ddot{x}_1(p) \quad (41)$$

gdzie

$$x_1(t) = x(t) - x_o(t) \quad (42)$$

oraz określić transmitancję

$$H_1(p) = \frac{\ddot{x}_1(p)}{P(p)} = \frac{c/s + d}{bp^2 + ap + 1} = \frac{dp + c}{bp^3 + ap^2 + s} \quad (43)$$

Podstawiając $p \leftarrow j\omega$ mamy:

$$H_1(j\omega) = \frac{c + j\omega d}{-bj\omega^3 - a\omega^2 + j\omega} \quad (44)$$

Po prostych przekształceniach otrzymamy:

$$H_1(j\omega) = \frac{1}{\omega} \frac{1}{a^2\omega^2 + (1-b\omega^2)^2} \left\{ [-ac\omega + d(1-b\omega^2)\omega] + \right. \\ \left. + j[-ad\omega^2 - c(1-b\omega^2)] \right\} \quad (45)$$

Zapiszmy część rzeczywistą i część urojoną wyrażenia (45)

$$R_1(\omega) = \operatorname{Re}[H_1(j\omega)] = \frac{\omega d(1-b\omega^2) - ac\omega}{\omega[a^2\omega^2 + (1-b\omega^2)^2]} = \frac{L_{1R}(\omega)}{M_1(\omega)} \quad (46)$$

$$J_1(\omega) = \operatorname{Im}[H_1(j\omega)] = \frac{-c(1-b\omega^2) - ad\omega^2}{\omega[a^2\omega^2 + (1-b\omega^2)^2]} = \frac{L_{1J}(\omega)}{M_1(\omega)} \quad (47)$$

Zależność (46) i (47) są analogiczne do (27) i (28) wyprowadzonych dla modelu trójparametrowego. Charakterystyki $R_1(\omega)$ i $J_1(\omega)$ można otrzymać w wyniku eksperymentu w następujący sposób. Mierzmy widma przyspieszeń \ddot{x}_0 i \ddot{x} określając transmitancję

$$H_1(j\omega) = \frac{\ddot{x}_1(j\omega)}{P(j\omega)} = \frac{\ddot{x}(j\omega) - \ddot{x}_0(j\omega)}{-m\ddot{x}(j\omega)} = \\ = -\frac{1}{m} \left(1 - \frac{\ddot{x}_0(j\omega)}{\ddot{x}(j\omega)} \right) \quad (48)$$

Zatem

$$R_1(\omega) = \operatorname{Re}_1[H_1(j\omega)] = \frac{1}{m} \operatorname{Re}_1\left[\frac{\ddot{x}_0(j\omega)}{\ddot{x}(j\omega)}\right] - \frac{1}{m} = \frac{1}{m} \operatorname{Re}_1\left[\frac{\ddot{x}_0(j\omega)}{\ddot{x}(j\omega)} - 1\right] \quad (49)$$

$$J_1(\omega) = \operatorname{Im}_1[H_1(j\omega)] = \frac{1}{m} \operatorname{Im}_1\left[\frac{\ddot{x}_0(j\omega)}{\ddot{x}(j\omega)}\right] \quad (50)$$

gdzie

$$\frac{\ddot{X}_o(j\omega)}{\ddot{X}(j\omega)} = H^{-1}(j\omega) = \operatorname{Re}_1 \left[\frac{\ddot{x}_o(j\omega)}{\ddot{x}(j\omega)} \right] + j \operatorname{Im}_1 \left[\frac{\ddot{x}_o(j\omega)}{\ddot{x}(j\omega)} \right]$$

Dalszy sposób postępowania jest taki jak dla modelu trójparametrowego. Określając różnice w/g wzorów (32) i (33) oraz budując kryterium w postaci (35) można, na podstawie warunku (36), otrzymać układ równań o postaci identycznej z układem równań (37) w którym poszczególne człony należy zastąpić odpowiednimi członami z indeksem "1". Na podstawie wzorów (46) i (47) człony te będą miały postać:

$$\begin{aligned} L_{1R}(\omega_k) &= \omega_k d (1 - b\omega_k^2) - ac\omega_k = d\omega_k - b d\omega_k^2 - ac\omega_k \\ L_{1I}(\omega_k) &= -c(1 - b\omega_k^2) - ad\omega_k^2 = -c + (cb - ad)\omega_k^2 \\ M_1(\omega_k) &= \omega_k [a^2\omega_k^2 + (1 - b\omega_k^2)^2] = \omega_k + (a^2 - 2b)\omega_k^3 + b^2\omega_k^5 \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_{1R}}{\partial a} &= -c\omega_k & ; & \quad \frac{\partial L_{1R}}{\partial b} = -d\omega_k^3 \\ \frac{\partial L_{1R}}{\partial c} &= a\omega_k & ; & \quad \frac{\partial L_{1R}}{\partial d} = \omega_k(1 - b\omega_k^2) = \omega_k - b\omega_k^3 \\ \frac{\partial L_{1I}}{\partial a} &= -d\omega_k^2 & ; & \quad \frac{\partial L_{1I}}{\partial b} = c\omega_k^2 \\ \frac{\partial L_{1I}}{\partial c} &= -(1 - b\omega_k^2) = b\omega_k^2 - 1 & ; & \quad \frac{\partial L_{1I}}{\partial d} = -a\omega_k^2 \end{aligned} \quad (52)$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial a} = 2a\omega_k^3$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial b} = -2(1-b\omega_k^2)\omega_k^3 = 2b\omega_k^5 - 2\omega_k^3$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial c} = \frac{\partial M}{\partial d} = 0$$

Parametry a, b, c oraz d można wyznaczyć z układu równań o postaci (37) wykorzystując wzory (51) i (52). Sposób postępowania jest taki sam jak w przypadku modelu trójparametrowego.

Do wyznaczenia parametrów modelu Bürgersa należy wykorzystać wzory (40).

4. Zagadnienie wrażliwości parametrycznej modelu.

Wrażliwość parametryczną będziemy tu rozumieć jako wpływ zmian parametrów modelu na jego własności, w szczególności na charakterystyki dynamiczne. Pod pojęciem charakterystyk dynamicznych będziemy rozumieć zarówno charakterystyki czasowe (odpowiedzi układu na wymuszenie impulsowe lub skokowe) jak też charakterystyki częstotliwościowe.

Informacja o wrażliwości na zmiany wartości parametrów jest szczególnie interesująca w przypadku badania właściwości materiałów wibroizolacyjnych, których zadaniem jest tłumienie drgań powstających na skutek działania obciążeń dynamicznych. Jak wiadomo, w wyniku działania procesów starzenia, zużycia itp. zmieniają się właściwości elementów gumowych m.inn. związane ze zmianą wartości parametrów modelu reologicznego przyjętego do opisu właściwości gumy. Ponadto wartości parametrów otrzymane w wyniku procesu identyfikacji są obarczone błędem i nawet w przypadku założenia niezmienności tych parametrów w określonym przedziale czasu interesujące jest zbadanie jaki wpływ na charakterystyki materiału

może mieć przyjęcie ich górnych lub dolnych wartości. Można tu również postawić zagadnienie odwrotne: ocenić dokładność identyfikacji parametrów modelu reologicznego znając wrażliwość tych parametrów względem otrzymanych eksperymentalnie charakterystyk, które są źródłem informacji potrzebnych do zrealizowania procesu identyfikacji.

Dla modelu przedstawionego na rys.3 można zbudować t.zw. pełny model matematyczny składający się z równania ruchu i równań wrażliwości.

Równania wrażliwości zawierają funkcje wrażliwości, które można zdefiniować w następujący sposób [5]: niech $x(t)$ będzie rozwiązaniem równania ruchu modelu przedstawionego na rys.3. Załóżmy, że interesuje nas zbadanie wrażliwości tego rozwiązania na zmianę wybranego parametru, np. parametru k_H . Oznaczmy zależność rozwiązania od parametru k_H , t.zn. zapiszmy, że $x(t)=x(k_H, t)$. Funkcja wrażliwości będzie miała postać

$$u(k_H) \stackrel{df}{=} \lim_{\Delta k_H \rightarrow 0} \frac{x(k_H + \Delta k_H, t) - x(k_H, t)}{\Delta k_H} = \frac{\partial x(k_H, t)}{\partial k_H} \quad (53)$$

Jak wynika z przedstawionego wyżej wzoru definicyjnego przyrost (zmiana) Δk_H parametru k_H jest nieskończenie mały. W przypadku badania skończonych przyrostów wykorzystuje się funkcje wrażliwości wyższych rzędów.

W podobny sposób możemy zdefiniować funkcje wrażliwości dla pozostałych parametrów.

Równania wrażliwości można otrzymać różniczkując względem parametrów równanie ruchu układu. Jeżeli weźmiemy np. pod uwagę równanie

$$f(\ddot{x}, \dot{x}, x, a) = 0$$

gdzie a jest parametrem, to równanie wrażliwości będzie miało postać

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{x}} \frac{\partial \ddot{x}}{\partial a} + \frac{\partial f}{\partial \dot{x}} \frac{\partial \dot{x}}{\partial a} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial a} + \frac{\partial f}{\partial a} = 0 \quad (55)$$

Wprowadzając oznaczenie $u(a)=u$ dla funkcji wrażliwości oraz biorąc pod uwagę, że

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x}{\partial a} \right) = \dot{u}, \quad \frac{\partial \ddot{x}}{\partial a} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial x}{\partial a} \right) = \ddot{u} \quad (56)$$

możemy zapisać równanie wrażliwości w postaci

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{x}} \ddot{u} + \frac{\partial f}{\partial \dot{x}} \dot{u} + \frac{\partial f}{\partial x} u = - \frac{\partial f}{\partial a} \quad (57)$$

Wykonując poważsze operacje musimy założyć, że funkcja f i jej pochodna cząstkowa względem parametru a i czasu t są ciągłe.

5. Równania ruchu i równania wrażliwości

Jeżeli przyjmiemy do rozważań model przedstawiony na rys.3 to równanie ruchu ma postać (21).

Równania wrażliwości otrzymamy różniczkując równanie (21) względem poszczególnych parametrów.

Analiza wrażliwości będzie przeprowadzona dla parametrów m , k_H , k_V , c_V . Oznaczmy funkcje wrażliwości dla tych parametrów odpowiednio u_m , u_{k_H} , u_{k_V} , u_{c_V} . Wykonując operacje zobrazowane przykładowo równaniami (54), (55), (56), (57) otrzymamy następujący układ równań:

$$\left. \begin{aligned}
 m c_v \ddot{u}_m + m(k_H + k_v) \ddot{u}_m + k_H c_v \dot{u}_m + k_H k_v u_m &= -c_v \ddot{x} - (k_H + k_v) \dot{x} \\
 m c_v \ddot{u}_{k_H} + m(k_H + k_v) \ddot{u}_{k_H} + k_H c_v \dot{u}_{k_H} + k_H k_v u_{k_H} &= -m \ddot{x} - c_v \dot{x} - k_v x + \\
 &+ c_v \dot{x}_0 + k_v x_0 \\
 m c_v \ddot{u}_{k_v} + m(k_H + k_v) \ddot{u}_{k_v} + k_H c_v \dot{u}_{k_v} + k_H k_v u_{k_v} &= -m \ddot{x} - k_H x + \\
 &+ k_H x_0 \\
 m c_v \ddot{u}_{c_v} + m(k_H + k_v) \ddot{u}_{c_v} + k_H c_v \dot{u}_{c_v} + k_H k_v u_{c_v} &= -k_H \dot{x} + \\
 &+ k_H x_0 - m \ddot{x}
 \end{aligned} \right\} (58)$$

Warto zwrócić uwagę na to, że struktura lewych stron równań w układzie (58) jest taka sama jak struktura lewej strony równania ruchu (21). Fakt ten może być wykorzystany przy układaniu programu na maszynę cyfrową lub przy budowaniu schematu analogowego.

Pełny model matematyczny stanowi układ równań wrażliwości (58) wraz z równaniem ruchu (21). Rozwiązanie tego układu umożliwia badanie wpływu zmian parametrów modelu na przebieg charakterystyk czasowych.

Aby zbadać wpływ zmian parametrów na charakterystyki częstotliwościowe należy wykorzystać ich postać analityczną np. wzór (26) na transmitancję widmową.

W niniejszej pracy badano wpływ zmian parametrów na przebieg charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej $A(\omega)$. Jeżeli wzór (26) zapiszemy w postaci

$$H(j\omega) = \frac{A + jB}{C + jD} \quad (59)$$

to charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{|A + jB|}{|C + jD|} = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}} = \sqrt{\frac{A_L}{A_M}} \quad (60)$$

gdzie

$$A_L = a_0^2 + a_1^2 \omega \quad (61)$$

$$A_M = (a_0 - a_2 \omega^2)^2 + (a_1 \omega - a_3 \omega^3)^2$$

lub po uwzględnieniu (23)

$$A_L = k_V^2 k_H^2 + k_H^2 c_V^2 \omega^2 \quad (62)$$

$$A_M = (k_V k_H - m \omega^2 k_H - m \omega^2 k_V)^2 + (k_H c_V \omega - m c_V \omega^3)^2$$

Funkcje wrażliwości obrazujące wpływ zmian parametrów na charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową będą miały, zgodnie z definicją (53), następującą postać:

$$u_m^A = \frac{\partial A}{\partial m} = \frac{1}{2A A_M^2} \left(\frac{\partial A_L}{\partial m} A_M - A_L \frac{\partial A_M}{\partial m} \right)$$

$$u_{k_H}^A = \frac{\partial A}{\partial k_H} = \frac{1}{2A A_M^2} \left(\frac{\partial A_L}{\partial k_H} A_M - A_L \frac{\partial A_M}{\partial k_H} \right) \quad (63)$$

$$u_{k_V}^A = \frac{\partial A}{\partial k_V} = \frac{1}{2A A_M^2} \left(\frac{\partial A_L}{\partial k_V} A_M - A_L \frac{\partial A_M}{\partial k_V} \right)$$

$$u_{c_V}^A = \frac{\partial A}{\partial c_V} = \frac{1}{2A A_M^2} \left(\frac{\partial A_L}{\partial c_V} A_M - A_L \frac{\partial A_M}{\partial c_V} \right)$$

gdzie

$$\frac{\partial A_L}{\partial m} = 0 ; \quad \frac{\partial A_L}{\partial k_H} = 2k_V^2 k_H + 2c_V^2 \omega^2 k_H$$

$$\frac{\partial A_L}{\partial k_V} = 2k_H^2 k_V ; \quad \frac{\partial A_L}{\partial c_V} = 2k_H^2 \omega^2 c_V \quad (64)$$

$$\frac{\partial A_M}{\partial m} = -2(k_V k_H - m\omega^2 k_H - m\omega^2 k_V)(\omega^2 k_H + \omega^2 k_V) - 2(k_H c_V \omega - m c_V \omega^3) c_V \omega^3$$

$$\frac{\partial A_M}{\partial k_H} = 2(k_V k_H - m\omega^2 k_H - m\omega^2 k_V)(k_V - m\omega^2) + 2(k_H c_V \omega - m c_V \omega^3) c_V \omega$$

$$\frac{\partial A_M}{\partial k_V} = 2(k_V k_H - m\omega^2 k_H - m\omega^2 k_V)(k_H - m\omega^2) \quad (64)$$

$$\frac{\partial A_M}{\partial c_V} = 2(k_H c_V \omega - m c_V \omega^3)(k_H \omega - m\omega^3)$$

Po podstawieniu wzorów (64) do (65) otrzymamy, po przekształceniach funkcje wrażliwości u_m^A , $u_{k_H}^A$, $u_{k_V}^A$, $u_{c_V}^A$ w postaci jawnej:

$$u_m^A = \frac{\partial A}{\partial m} = e \cdot \frac{k_H \{ (k_V + k_H) [k_V k_H - m\omega^2 (k_V + k_H)]^2 - c_V^2 (k_H - m\omega^2)^2 \}}{c_V^2 (k_H - m\omega^2)^2 [k_V k_H - m\omega^2 (k_V + k_H)]^2} \quad (65)$$

$$u_{k_H}^A = \frac{\partial A}{\partial k_H} = e \left\{ 1 - \frac{k_H (k_V - m\omega^2)}{c_V^2 \omega^2 (k_H - m\omega^2)} - \frac{k_H c_V \omega}{[k_V k_H - m\omega^2 (k_H + k_V)]^2} \right\} \quad (66)$$

$$u_{k_V}^A = \frac{\partial A}{\partial k_V} = e \left\{ \frac{k_V}{k_V^2 + c_V^2 \omega^2} - \frac{1}{c_V^2 \omega^2 (k_H - m\omega^2)} \right\} \quad (67)$$

$$u_{c_V}^A = \frac{\partial A}{\partial c_V} = e \left\{ \frac{c_V \omega^2}{k_V^2 + c_V \omega^2} - \frac{(k_H - m\omega^2) \omega}{[k_V k_H - m\omega^2 (k_V + k_H)]^2} \right\} \quad (68)$$

gdzie.

$$e = \frac{k_H \sqrt{k_V^2 + c_V^2 \omega^2}}{c_V \omega (k_H - m\omega^2) [k_V k_H - m\omega^2 (k_V + k_H)]}$$

6. Analiza numeryczna wrażliwości parametrycznej

Do wyznaczenia przebiegów funkcji wrażliwości w/g układu równań (58) wykorzystano język symulacyjny SYMUD 1 [3] i maszynę cyfrową ODRA 1204. Zbudowano odpowiedni schemat analogowy na podstawie którego ułożono program (patrz do-datek I). Badano przebiegi funkcji wrażliwości u_m , u_{c_v} , u_{k_H} , u_{k_v} przy jednostkowym wymuszeniu impulsowym nałożonym na przemieszczenie x i jednostkowym wymuszeniu skokowym nałożonym na prędkość \dot{x} . Przebiegi funkcji wrażliwości dla pierwszego przypadku przedstawione są na rys.5 a dla drugiego - na rys.6.

Analizę wpływu małych zmian parametrów na charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wykonano wykorzystując program napisany w języku ALGOL 1204. Obliczenia wykonano na maszynie cyfrowej ODRA 1204. Program realizuje obliczenia w/g wzorów (60) + (68).

Do obliczeń przyjęto następujące wartości parametrów uzyskane w drodze bezpośrednich pomiarów oraz identyfikacji na podstawie pomiaru charakterystyk częstotliwościowych:

$$m = 0.001105 \text{ kNs}^2/\text{m}^*)$$

$$c_v = 6.62 \text{ kNs/m}$$

$$k_v = 1784 \text{ kN/m}$$

$$k_H = 462 \text{ kN/m}$$

Przedstawione wyżej wartości parametrów możemy nazwać wartościami nominalnymi. Funkcje wrażliwości obrazują wpływ nieskończenie małych zaburzeń parametrów o wartościach nominalnych na odpowiednie charakterystyki dynamiczne. Z drugiej strony wiadomo, że w wyniku identyfikacji można uzyskać różne wartości parametrów i różnice te są rzędu kilkunastu lub kilkudziesięciu procent. Przebiegi funkcji wrażliwości też zależą od przyjętych w modelu nominalnych wartości parametrów. Dlatego celowym było zbadanie jak zmienia-

*) $\text{kg} = \text{Ns}^2/\text{m}$

ja się funkcje wrażliwości dla różnych wartości nominalnych parametrów . W tym celu przeprowadzono obliczenia dla kilku różnych wariantów w/g danych zestawionych w tabelicy 1.

Tablica 1

wariant	k_H	k_V	c_V	m
I	462.0	1784.8	6.62	0.001105
II	462.0	2000.0	6.62	0.001105
III	245.0	1784.8	0.031	0.001105
IV	293.0	1784.8	0.031	0.001105
V	245.0	1784.8	0.068	0.001105
VI	293.0	1784.8	0.068	0.001105

Na rys.7. przedstawiono przebiegi funkcji wrażliwości u_m^A , $u_{k_H}^A$, $u_{k_V}^A$, $u_{c_V}^A$ oraz amplitudowej charakterystyki częstotliwościowej A dla wariantu I.

Na rys.8,9,10,11 przedstawiono funkcje wrażliwości i charakterystyki amplitudowo częstotliwościowe dla wariantów I + VI.

7. Omówienie wyników

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń zobrazowanych graficznie na rys. 5 + 11 można sformułować następujące wnioski i spostrzeżenia:

1° Funkcje wrażliwości względem współrzędnej $x(t)$, t.zn. funkcje u_m , u_{k_V} , u_{k_H} i u_{c_V} mają przebieg oscylacyjny o częstości równej częstości drgań swobodnych układu przedstawionego na rys.3

2° Przyjmując, że miarą wrażliwości jest amplituda funkcji wrażliwości, można zauważyć, że rozwiązania $x(t)$ jest najbardziej wrażliwe na zmiany parametru m , a następnie,

w kolejności malejącej wrażliwości, na zmiany parametrów c_V , k_H i k_V . Wrażliwość na zmiany m jest co najmniej o dwa rzędy wielkości większą niż wrażliwość na zmianę parametru c_V . Wrażliwość na zmianę c_V jest co najmniej o rząd wielkości większa niż wrażliwość na zmianę parametrów k_H i k_V .

3° Występuje duża regularność oscylacyjnych przebiegów funkcji wrażliwości np. można wyróżnić chwile czasowe, w których funkcje wrażliwości u_m , u_{k_V} , u_{k_H} przyjmują wartości zerowe a funkcja wrażliwości u_{c_V} wartości ekstremalne (patrz rys.5 - wymuszenie impulsowe). W przypadku wymuszenia skokowego (rys.6) również można zauważyć regularność, np. funkcje wrażliwości u_{k_V} , u_{k_H} i u_m przyjmują wartości ekstremalne, a funkcja wrażliwości u_{c_V} wartości zerowe w tych samych chwilach czasowych. Uwaga ta dotyczy również funkcji wrażliwości przedstawionych na rys.5.

4° Biorąc pod uwagę wpływ zmienności parametrów materiału badanego w pracy (guma) reprezentowanego przy pomocy modelu przedstawionego na rys.3, można stwierdzić, że w rozpatrywanych przypadkach wymuszeń największy wpływ ma zmienność parametru tłumienia c_V , natomiast w mniejszym stopniu sztywność reprezentowana przez parametry k_H i k_V .

5° Funkcje wrażliwości u_m^A , $u_{k_V}^A$, $u_{k_H}^A$ i $u_{c_V}^A$ obrazujące wpływ zaburzeń parametrów na charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową wykazują, że największy wpływ tych zaburzeń występuje w obrębie częstości rezonansowej. W paśmie tym występuje również skokowa zmiana wartości funkcji wrażliwości. Jak wynika z wzorów (65)+(68) są to częstości $\omega' = (k_H/m)^{1/2}$ oraz $\omega'' = (k_H k_V / m(k_H + k_V))^{1/2}$.

6° Charakterystyki częstotliwościowe (amplitudowo-częstotliwościowe) dla wariantów I-II, III-V i IV-VI praktycznie pokrywają się. Jak wynika z danych zamieszczonych w tablicy 1 w tych przypadkach (t.zn. dla wariantów: I-II, III-V, IV-VI) wartości parametru k_H są jednakowe, natomiast wartości innych

parametrów zmieniają się. Oznacza to, że wartość parametru k_H (przy nieziennej masie) ma decydujący wpływ na częstość rezonansową. Interesujące jest, że nie stwierdzono wpływu parametru k_V na częstość rezonansową.

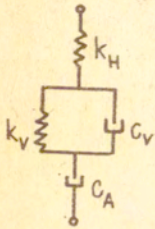
Analogiczny jest wpływ tych parametrów na zmiany przebiegu funkcji wrażliwości. Położenie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych i funkcji wrażliwości u_m^A , $u_{k_V}^A$, $u_{k_H}^A$, $u_{c_V}^A$ zależy głównie od wartości parametru k_H . Zmiany wartości pozostałych parametrów mają wpływ znacznie mniejszy.

7° Wrażliwość charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych zależy od wartości parametru k_H w następujący sposób: przy malejącej wartości tego parametru wrażliwość na zmiany parametrów m , k_V i k_H rośnie, natomiast wrażliwość na zmiany tłumienia c_V maleje.

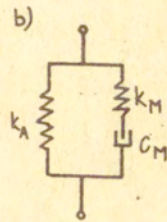
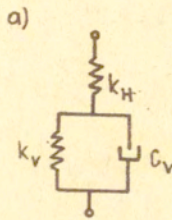
Przedstawione wyżej wnioski mogą być wykorzystane przy projektowaniu elementów gumowych stosowanych w układach wibroizolacyjnych.

LITERATURA

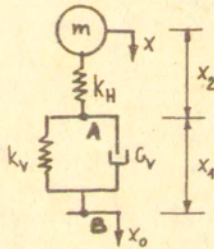
1. R.Chmurny, T.Tirinda, Dinamičeskiye svojstva sistemy s rezinovej pružinoj, Proc. XI Conf. Dynamics of Machines, Prague, Liblice, Sept., 1977, str. 167-172
2. W.Derski, S.Ziemia, Analiza modeli reologicznych, PWN, 1968
3. K.Miśniakiewicz, Język specjalizowany do symulacji układów dynamicznych na maszynie cyfrowej ODRA 1204, Prace Zakł. Systemów Automatyki Przemysłowej, z.9, Gliwice, 1973
4. W.Oliferuk, I.Sitarek, J.Wicher, Badanie wpływu temperatury na własności dynamiczne materiału wibroizolacyjnego, Zeszyty Naukowe AGH, Nr728, Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa, z.112, Kraków 1979
5. R.Tomovič, Sensitivity analysis of dynamic systems, Mc Graw-Hill Book, 1963
6. J. Wicher, Identyfikacja parametrów tłumienia i sztywności układu o wymuszeniach stochastycznych, Zegadnienia Orgań nieliniowych, 17, 1976
7. Shock and Vibr. Handbook, H.Crede ed. Chapt.35. Rubber Springs



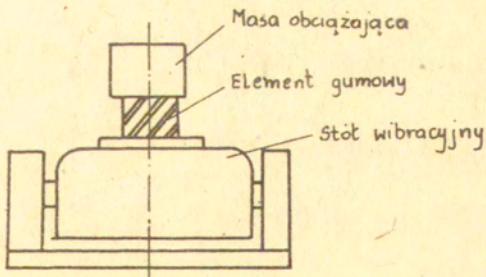
Rys. 1.



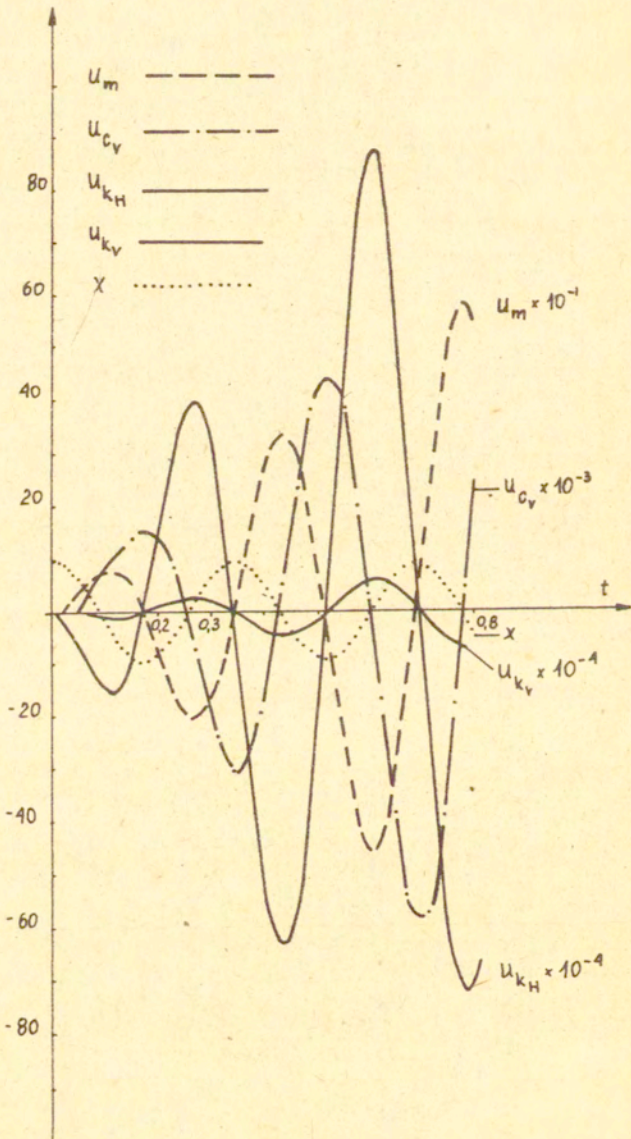
Rys. 2.



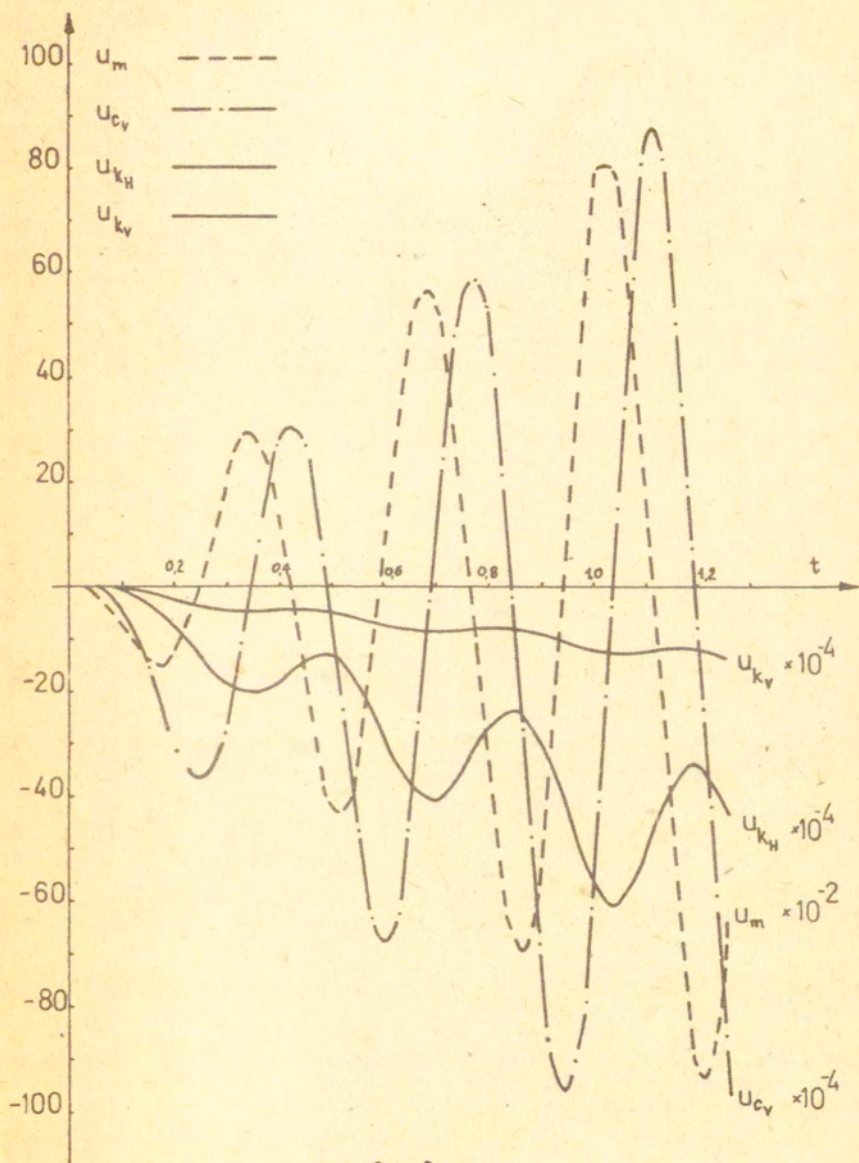
Rys. 3



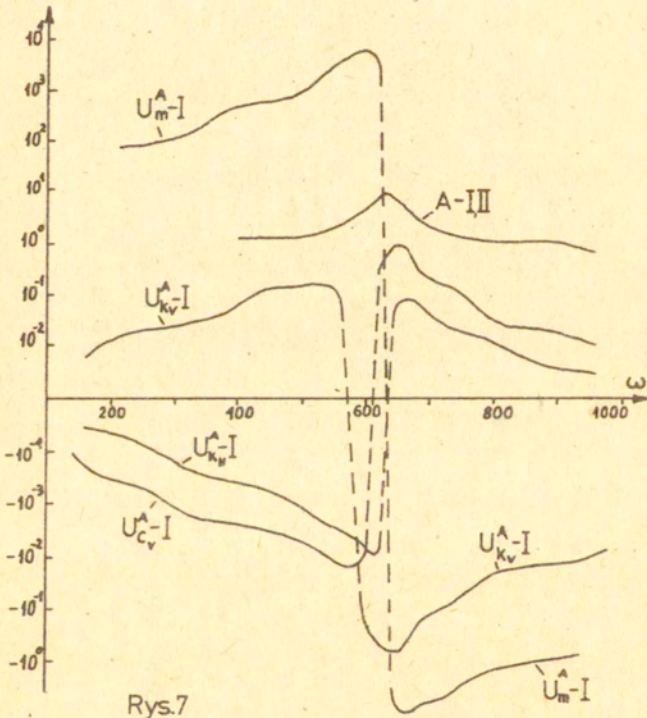
Rys. 4.



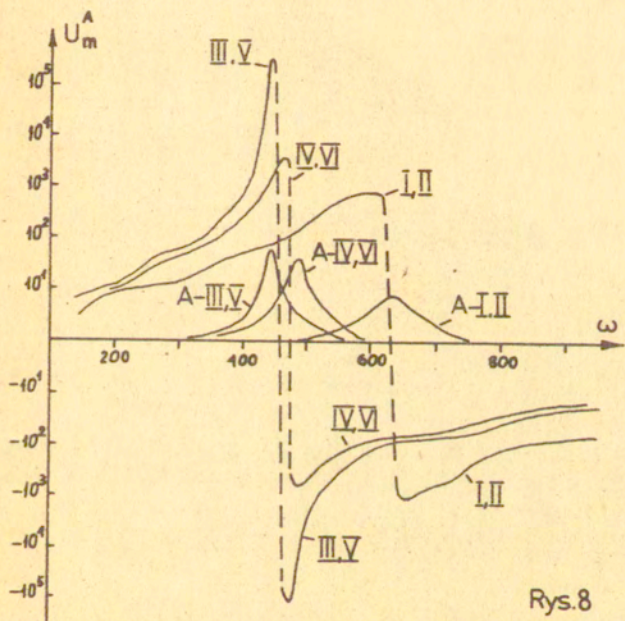
Rys. 5



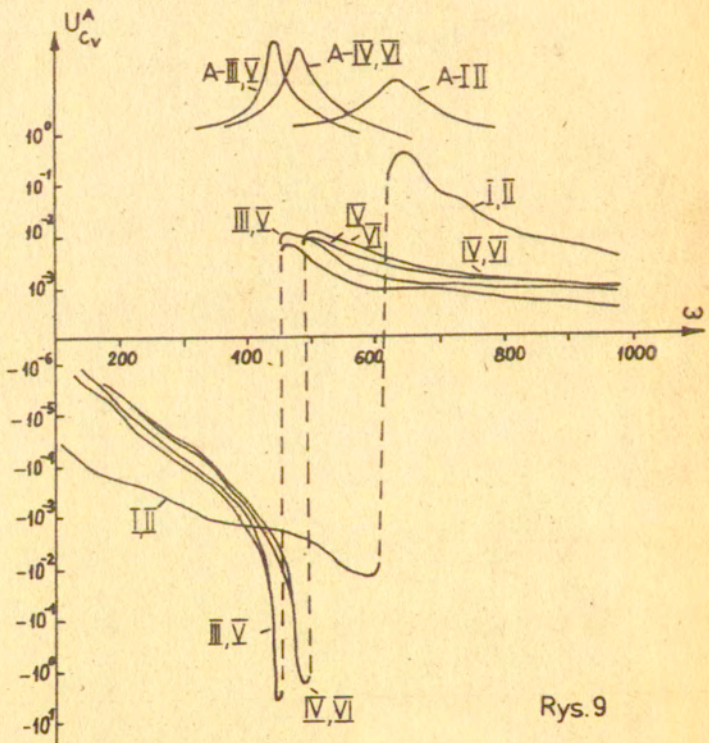
Rys. 6.



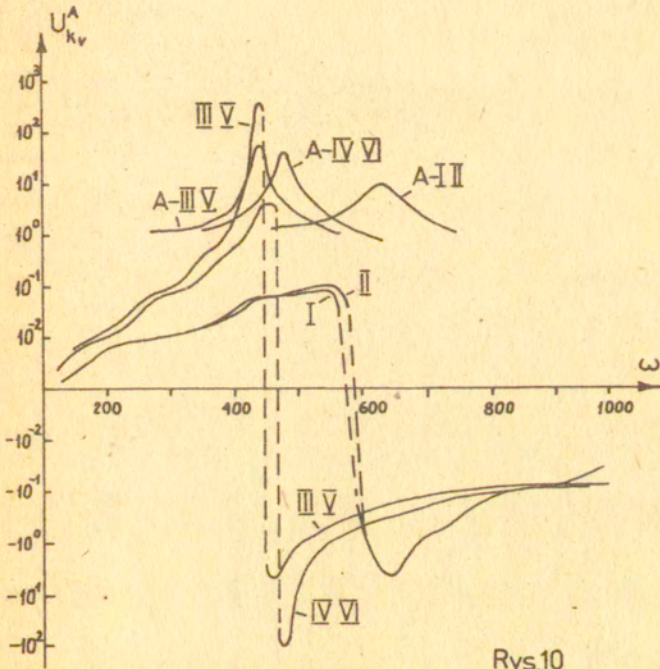
Rys.7



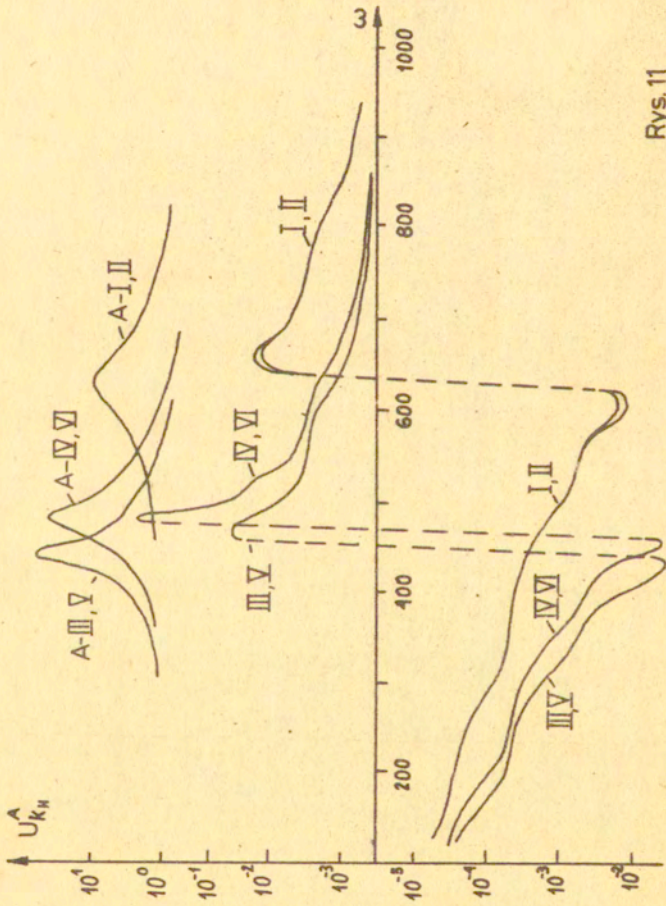
Rys.8



Rys. 9



Rys.10



Rys. 11

Dodatek I

Program w języku SYMUD 1 do wyznaczenia funkcji wrażliwości u_m , u_{c_V} , u_{k_H} i u_{k_V} według układu równań (58).

Program opracowano na podstawie opisu zawartego w pracy K.Miśniakiewicza [3] .

Schemat analogowy układu stanowiący podstawę do napisania programu przedstawiony jest na rys.I.1.

ELEMENTY: pot 30, sum 20, int 16 ***

STRUKTURA:

wys1

inw 1, sum 1
pot 1, wys1
pot 2, int 1
pot 3, sum 2
pot 4, int 2
pot 5, int 3
pot 6, int 4
pot 7, pot 3
pot 8, int 2
pot 9, sum 6
pot 10, int 5
pot 11, int 6
pot 12, int 7
pot 13, int 2
pot 14, int 3
pot 15, int 4
pot 16, sum 11
pot 17, int 8
pot 18, int 9
pot 19, int 10
pot 20, int 2
pot 21, int 4
pot 22, sum 15
pot 23, int 11
pot 24, int 12
pot 25, int 13
pot 26, int 3
pot 27, sum 18
pot 28, int 14
pot 29, int 15
pot 30, int 16

sum 1, pot 1, pot 2
sum 2, inw 1, sum 4
sum 3, pot 4, pot 5
sum 4, pot 6, sum 3
sum 5, pot 7, pot 8
sum 6, sum 5, sum 8
sum 7, pot 10, pot 11
sum 8, sum 7, pot 12
sum 9, pot 13, sum 10
sum 10, pot 14, not 15
sum 11, sum 9, sum 13
sum 12, pot 17, pot 18
sum 13, pot 19, sum 12
sum 14, pot 20, pot 21
sum 15, sum 14, sum 17
sum 16, pot 23, pot 24
sum 17, sum 16, pot 25
sum 18, pot 26, sum 20
sum 19, pot 28, pot 29
sum 20, sum 19, pot 30
int 1, wvs 1
int 2, pot 3
int 3, int 2
int 4, int 3
int 5, pot 9
int 6, int 5
int 7, int 6
int 8, pot 16
int 9, int 8
int 10, int 9
int 11, pot 22
int 12, int 11
int 13, int 12
int 14, pot 27
int 15, int 14
int 16, int 15 ***

PARAMETRY:

pot1, -3058.44
pot 2, -824568.36
pot 3, 0.136704
pot 4, -2482.69
pot 5, -3058.44
pot 6, -824568.36
pot 7, -6.62
pot 8, -2246.7
pot 9, 0.136704
pot 10, -2482.69
pot 11, -3058.44
pot 12, -824568.36
pot 13, -1.105
pot 14, -6.62
pot 15, -1784.78
pot 16, 0.136704
pot 17, -2482.69
pot 18, -3058.44
pot 19, -824568.36
pot 20, -1.105
pot 21, -462
pot 22, 0.136704
pot 23, -2482.69
pot 24, -3058.44
pot 25, -824568.36
pot 26, -462
pot 27, 0.136704
pot 28, -2482.69
pot 29, -3058.44
pot 30, -824568.36
wys 1, 2

** *

CZASY: 0.0005, 0.01, 3 ***

DRK: int 4, int 7, int 10, int 13, int 16 ***

