

3.31 — falowody, ośrodki anizotropowe, warunki impedancyjne

22 / 1982

Wojciech Nasalski

ANALIZA MODOWA
POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO
PLANARNYCH FALOWODÓW
ANIZOTROPOWYCH

P-269a



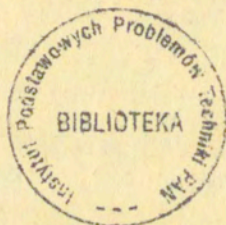
WARSZAWA 1982

Prace Zakładu Teorii Fal Elektromagnetycznych

Praca nr 193

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 13 kwietnia 1982

Zarejestrowana pod nr 22/1982



57052



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 150 egz. Ark. wyd. 1. Ark. druk. 1,5 .

Oddano do drukarni w maju 1982 r.

Nr zamówienia 277/0/82 | Z-87 .

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul. Śniadeckich 8

Wojciech Nasalski
Zakład Teorii Fal
Elektromagnetycznych
IPPT PAN

ANALIZA MODOWA POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO PLANARNYCH FALOWODÓW ANIZOTROPOWYCH

W pracy przeprowadzono analizę struktury modowej pola elektromagnetycznego w planarnym, symetrycznym falowodzie o rdzeniu z jednoosiową anizotropią i izotropowym podłożu. Oś główna anizotropii leży w płaszczyźnie falowodu i tworzy dowolny kąt z kierunkiem propagacji. Obliczono impedancję powierzchniową opisującą falowód anizotropowy i zaproponowano sposób jej wykorzystania w falowodowych problemach dyfrakcyjnych. Rozpatrzono warunki dyskryminacji modów, jak również warunki istnienia modów wyciekających w rozpatrywanym falowodzie.

I. Wstęp

W ostatnich latach daje się zauważyć znaczny wzrost zainteresowania zastosowaniem anizotropowych materiałów do produkcji różnorodnych elementów optyki zintegrowanej [1-3]. Wiąże się on głównie z niewątpliwie dużymi potencjalnymi możliwościami tych materiałów głównie w układach do modulacji i konwersji modów. Mimo wielu publikowanych prac dotyczących analizy teoretycznej propagacji pola elektromagnetycznego w strukturach anizotropowych [4-7] nadal odczuwa się potrzebę głębszej dyskusji istoty propagacji światła w tego typu falowodach [8].

Jednym z celów niniejszej pracy jest wyprowadzenie analitycznej reprezentacji modów pola elektromagnetycznego w planarnym falowodzie symetrycznym o rdzeniu z jednoosiową anizotropią i izotropowym podłożu. Zakłada się najbardziej interesujący z

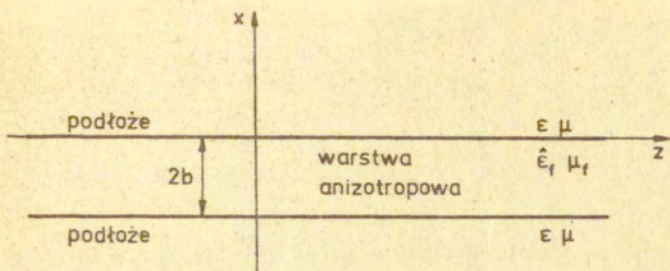
punktu widzenia teorii i zastosowań przypadek położenia osi głównej anizotropii kryształu w płaszczyźnie falowodu. Postać otrzymanych rozwiązań pozwala na przeprowadzenie jakościowych porównań z dobrze zbadanym przypadkiem falowodu izotropowego, bez konieczności uciekania się do obliczeń numerycznych /rozdział II/. W rozdziale III otrzymuje się wyrażenia na impedancję powierzchniową falowodu anizotropowego w celu powiązania analizy problemów falowodowych z metodami teorii dyfrakcji pola elektromagnetycznego na płaskich impedancyjnych strukturach nieograniczonych.

Opis metody wykorzystania pojęcia impedancji powierzchniowej w zagadnieniach falowodowych, wraz z dokładną analizą struktury modowej pola dla przypadku izotropowego zawiera książka Szewczenki [10]. Analiza przedstawiona w rozdziałach II i III stanowi uogólnienie tej metody na przypadek falowodów anizotropowych. Na koniec, w rozdziale IV dyskusja rozwiązań przedstawionych w rozdziale II zostaje przeprowadzona pod kątem analizy dyskryminacji modów spektralnych i istnienia modów wyciekających dla określonych orientacji osi głównej anizotropii względem kierunku propagacji.

Należy zaznaczyć, że rozpatrywany w pracy symetryczny przypadek planarnego anizotropowego falowodu jest atrakcyjny nie tylko ze względu na stosunkową prostotę wyników obliczeń, ale również z powodu częstego zastosowania słabo prowadzących falowodów asymetrycznych [11], dla których różnice współczynników załamania podłoża i warstwy anizotropowej są dużo mniejsze od analogicznej różnicy na granicy ośrodek anizotropowy - pokrycie.

II. Mody symetrycznego planarnego falowodu anizotropowego.

Rozpatrzmy falowód symetryczny o szerokości warstwy anizotropowej $2b$ charakteryzowanej tensorem przenikalności dielektrycznej $\hat{\epsilon}_F$ i przenikalnością magnetyczną μ_F , z izotropowym podłożem o przenikalności dielektrycznej ϵ i przenikalności magnetycznej μ /rys.1/.



Rys.1. Geometria falowodu w układzie współrzędnych x, y, z .

W kartezjańskim układzie współrzędnych X, Y, Z , utworzonym przez osie główne kryształu jednoosiowego tworzącego warstwę anizotropową falowodu, tensor przenikalności dielektrycznej $\hat{\epsilon}'_f$ ma postać

$$(2.1) \quad \hat{\epsilon}'_f = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{bmatrix}.$$

Wprowadźmy kartezjański układ współrzędnych x, y, z , w którym oś z wyznacza kierunek propagacji modów prowadzonych w falowodzie, oś x jest prostopadła, oś y równoległa do płaszczyzny warstwy. Przyjmijmy, że oś C kryształu leży w płaszczyźnie falowodu x, z i tworzy kąt φ z osią z .

W nowym układzie współrzędnych x, y, z przekształcony tensor przenikalności dielektrycznej $\hat{\epsilon}_f$ przyjmuje postać

$$(2.2) \quad \hat{\epsilon}_f = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ 0 & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix},$$

gdzie

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_1 \\ \epsilon_{yy} &= \epsilon_1 \cos^2 \varphi + \epsilon_3 \sin^2 \varphi \\ \epsilon_{yz} &= (\epsilon_3 - \epsilon_1) \sin \varphi \cos \varphi \\ \epsilon_{zz} &= \epsilon_1 \sin^2 \varphi + \epsilon_3 \cos^2 \varphi \end{aligned}$$

Dla wartości kątów $\varphi = 0, \pm \frac{\pi}{2}, \pi$ składowe niediagonalne tensora $\hat{\epsilon}_f$ zerają się i stąd, przy przyjętym założeniu jednorodności względem zmiennej y falowodu i jego pobudzenia, pole elektromagnetyczne można rozłożyć na składowe typu TE ($E_x = E_z = H_y = 0$) i TM ($H_x = H_z = E_y = 0$). Dla pozostałych wartości kąta φ podział pola w warstwie anizotropowej na składowe typu TE i TM nie jest możliwy ze względu na różną od zera składową ϵ_{yz} tensora $\hat{\epsilon}_f$. W izotropowym podłożu równania Maxwella rozprzegają się na dwa niezależne układy równań dla pól TE i TM, jednakże poszczególne składniki tych pól są powiązane ze sobą poprzez warunki brzegowe dla $x = 0, -2b$.

Tak więc w ogólnym przypadku ($\varphi \neq 0, \pm \frac{\pi}{2}, \pi$), który dalej będzie analizowany, mod hybrydowy pola elektromagnetycznego jest reprezentowany poprzez obydwie składowe E_y i H_y .

Ponieważ wszystkie mody o widmie dyskretnym można traktować jako szczególny przypadek modów promieniowania [10], przedstawimy pole elektromagnetyczne w postaci takiego właśnie modu, sparametryzowanego w sposób ciągły parametrem α *

$$(2.4) \quad E_y(x, \alpha) = \begin{cases} A \alpha \cos \alpha x + i k \gamma(\alpha) \sin \alpha x & 0 < x \\ A_o U_o(x, \alpha) + A_e U_e(x, \alpha) & -2b < x < 0 \\ \pm A \alpha \cos \alpha(x + 2b) \mp i k \gamma(\alpha) \sin \alpha(x + 2b) & x < -2b \end{cases}$$

* Wszystkie znaki i wyrażenia piętrowe oznaczają odpowiednio: górny - mod "parzysty", dolny - mod "nieparzysty", zgodnie z symetrią składowej E_y .

$$(2.5) \quad H_y(x, \alpha) = \begin{cases} B \alpha \cos \alpha x + ik \eta(\alpha) \sin \alpha x & 0 < x \\ B_o A_o U_o(x, \alpha) + B_e A_e U_e(x, \alpha) & -2b < x < 0 \\ \mp B \alpha \cos \alpha(x+2b) \pm ik \eta(\alpha) \sin \alpha(x+2b) & x < -2b \end{cases}$$

gdzie założyliśmy zależność wszystkich składowych pola od czasu t i współrzędnej z poprzez $e^{i\omega t - i\beta z}$ oraz

$$(2.6a) \quad U_n(x, \alpha) = \frac{\alpha \cos \alpha_n(x+b)}{\cos \alpha_n b} \quad n = 0, e$$

dla "parzystych" składowych E_y i dla "nieparzystych" składowych H_y i

$$(2.6b) \quad U_n(x, \alpha) = \frac{\alpha \sin \alpha_n(x+b)}{\sin \alpha_n b} \quad n = 0, e$$

dla "nieparzystych" składowych E_y , i dla "parzystych" składowych, H_y . W powyższych równaniach wielkości α , α_o , α_e oznaczają składowe w kierunku osi x wektora propagacji odpowiednio w podłożu i w warstwie anizotropowej dla fali zwyczajnej i nadzwyczajnej, β - analogiczną składową w kierunku osi z ; k jest liczbą falową w podłożu. Odpowiednia reprezentacja funkcji U_o , U_e wynika z symetrii równań Maxwella względem odbić $x \rightarrow -x$. Pozostałe składowe E_x , E_z , H_x , H_z pola elektromagnetycznego wyznaczone są poprzez 2.4 i 2.5 i równania Maxwella dla podłoża

$$(2.7) \quad \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -i\omega \tilde{\mu} \mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= i\omega \tilde{\epsilon} \mathbf{E} \end{aligned}$$

i dla warstwy anizotropowej

$$(2.8) \quad \begin{aligned} \nabla \times \underline{E} &= -i\omega \tilde{\mu} \mu_f \underline{H} \\ \nabla \times \underline{H} &= i\omega \tilde{\epsilon} \hat{\epsilon}_f \underline{E} \end{aligned}$$

z odpowiednim równaniem dyspersyjnym dla podłoża

$$(2.9a) \quad \alpha^2 = \tilde{k}^2 \mu \epsilon - \beta^2$$

$$(2.9b) \quad \alpha = \tilde{k} \sqrt{\mu \epsilon} \quad \text{dla } \beta = 0$$

i dla fali zwyczajnej i nadzwyczajnej w warstwie

$$(2.10) \quad \alpha_o^2 = \tilde{k}^2 \mu_f \epsilon_1 - \beta^2$$

$$(2.11) \quad \alpha_e^2 = \tilde{k}^2 \mu_f \epsilon_3 - \beta^2 \left(\sin^2 \alpha + \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} \cos^2 \alpha \right),$$

gdzie \tilde{k} , $\tilde{\mu}$, $\tilde{\epsilon}$ oznaczają odpowiednio stałą falową, przenikalności magnetyczną i dielektryczną w próżni.

Dodatkowe ograniczenie 2.9b przy $\text{Re}(k) > 0$, $\text{Im}(k) < 0$, nałożone na związek dyspersyjny 2.9a zapewnia spełnienie warunku wypromieniowania dla całkowitego pola elektromagnetycznego [10] i wyznacza jednoznacznie funkcję $\beta(\alpha)$.

Również na mocy równań 2.8 otrzymujemy

$$(2.12) \quad B_o = \mp \frac{i\omega \tilde{\epsilon} \epsilon_1}{\alpha_o} \text{tg} \varphi \left(\frac{\text{tg} \alpha_o b}{\text{ctg} \alpha_o b} \right),$$

$$(2.13) \quad B_e = \mp \frac{i\alpha_e}{\omega \tilde{\mu} \mu_f} \text{ctg} \varphi \left(\frac{\text{tg} \alpha_e b}{\text{ctg} \alpha_e b} \right).$$

Z warunków ciągłości składowych stycznych pól \underline{E} i \underline{H} dla $x = 0$, $-2b$ wynikają następujące zależności pomiędzy stałymi A, B, A_0, A_e , jak i postać funkcji $\gamma(\alpha), \eta(\alpha)$:

$$(2.14) \quad A_0 + A_e = A$$

$$(2.15) \quad A_0 B_0 + A_e B_e = B$$

$$(2.16) \quad \gamma(\alpha) = A_0 \gamma_0(\alpha) + A_e \gamma_e(\alpha)$$

$$(2.17) \quad \eta(\alpha) = A_0 \eta_0(\alpha) + A_e \eta_e(\alpha)$$

gdzie:

$$(2.18) \quad \gamma_0(\alpha) = \pm i \frac{\mu}{\mu_f} \frac{\alpha_0}{k} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_0 b}{\operatorname{ctg} \alpha_0 b} \right)$$

$$(2.19) \quad \gamma_e(\alpha) = \pm i \frac{\mu}{\mu_f} \frac{\alpha_e}{k} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_e b}{\operatorname{ctg} \alpha_e b} \right)$$

$$(2.20) \quad \eta_0(\alpha) = \mp i \frac{\varepsilon}{\varepsilon_f} \frac{\alpha_0}{k} \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha_0 b}{\operatorname{tg} \alpha_0 b} \right)$$

$$(2.21) \quad \eta_e(\alpha) = \mp i \frac{\varepsilon}{\varepsilon_f} \frac{\alpha_e^2}{\alpha_e} \frac{1}{k} \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha_e b}{\operatorname{tg} \alpha_e b} \right)$$

Wyprowadzone powyżej zależności (2.12 - 2.21) pozwalają przedstawić reprezentację (2.4 - 2.6) modu promieniowania jako sumę fal "zwyčajnych" Ψ_0, Φ_0 i "nadzwyczajnych" Ψ_e, Φ_e .

$$(2.22) \quad E_y(x, \alpha) = A_o \Psi_o(x, \alpha) + A_e \Psi_e(x, \alpha)$$

$$(2.23) \quad H_y(x, \alpha) = A_o \Phi_o(x, \alpha) + A_e \Phi_e(x, \alpha)$$

Dla modów "parzystych" otrzymujemy ($n = o, e$):

$$(2.24) \quad \Psi_n(x, \alpha) = \begin{cases} \alpha \cos \alpha x + ik\gamma_n \sin \alpha x & 0 < x \\ [\alpha \cos \alpha_n(x+b)] / \cos \alpha_n b & -2b < x < 0 \\ \alpha \cos \alpha(x+2b) - ik\gamma_n \sin \alpha(x+2b) & x < -2b \end{cases}$$

$$(2.25) \quad \Phi_n(x, \alpha) = B_n \begin{cases} \alpha \cos \alpha x + ik\eta_n \sin \alpha x & 0 < x \\ [\alpha \sin \alpha_n(x+b)] / \sin \alpha_n b & -2b < x < 0 \\ -\alpha \cos \alpha(x+2b) + ik\eta_n \sin \alpha(x+2b) & x < -2b \end{cases}$$

Analogicznie dla modów "nieparzystych"

$$(2.26) \quad \Psi_n(x, \alpha) = \begin{cases} \alpha \cos \alpha x + ik\gamma_n \sin \alpha x & 0 < x \\ [\alpha \sin \alpha_n(x+b)] / \sin \alpha_n b & -2b < x < 0 \\ -\alpha \cos \alpha(x+2b) + ik\gamma_n \sin \alpha(x+2b) & x < -2b \end{cases}$$

$$(2.27) \quad \Phi_n(x, \alpha) = B_n \begin{cases} \alpha \cos \alpha x + ik\eta_n \sin \alpha x & 0 < x \\ [\alpha \cos \alpha_n(x+b)] / \cos \alpha_n b & -2b < x < 0 \\ \alpha \cos \alpha(x+2b) - ik\eta_n \sin \alpha(x+2b) & x < -2b \end{cases}$$

W celu otrzymania warunku rezonansu, spełnienie którego wyznacza mody dyskretne jako szczególny, residualny przypadek modów promieniowania, zapiszmy pola E_y , H_y w podłożu w postaci sumy fal płaskich

$$(2.28) \quad E_y(x, \alpha) = \frac{A_o(\alpha - k\gamma_o) + A_e(\alpha - k\gamma_e)}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{A_o(\alpha + k\gamma_o) + A_e(\alpha + k\gamma_e)}{2} e^{i\alpha x},$$

$x > 0$

$$(2.29) \quad H_y(x, \alpha) = \frac{A_o B_o(\alpha - k\eta_o) + A_e B_e(\alpha - k\eta_e)}{2} e^{-i\alpha x} + \frac{A_o B_o(\alpha + k\eta_o) + A_e B_e(\alpha + k\eta_e)}{2} e^{i\alpha x}$$

$x > 0$

Dla modów spektralnych prowadzonych przez falowód, spełniony jest warunek wypromieniowania, gwarantujący znikanie pól E_y, H_y w takim modzie w miarę oddalania się od powierzchni falowodu w kierunku osi x . Stąd wynika

$$(2.30) \quad A_o(\alpha + k\gamma_o) + A_e(\alpha + k\gamma_e) = 0$$

$$(2.31) \quad A_o B_o(\alpha + k\eta_o) + A_e B_e(\alpha + k\eta_e) = 0$$

Po wyeliminowaniu z równań (2.30), (2.31) amplitud A_o, A_e otrzymujemy warunek rezonansu.

$$(2.32) \quad B_o(k\eta_o + \alpha)(k\gamma_e + \alpha) = B_e(k\eta_e + \alpha)(k\gamma_o + \alpha)$$

Powyższy warunek, nałożony na reprezentację modu promieniowania (2.22 - 2.27) daje pełny opis modu dyskretnego, któremu odpowiada fala niejednorodna, prowadzona w podłożu wzdłuż powierzchni $x = 0, -2b$. Z równań (2.14), (2.15), (2.28 - 2.31) wynika dla $x > 0$

$$(2.33a) \quad E_y(x, \alpha) = A\alpha e^{-i\alpha x}$$

$$(3.34a) \quad H_y(x, \alpha) = B\alpha e^{-i\alpha x}$$

i odpowiednio dla $x < -2b$

$$(2.33b) \quad E_y(x, \alpha) = A\alpha e^{+i\alpha x}$$

$$(3.34b) \quad H_y(x, \alpha) = B\alpha e^{+i\alpha x}$$

Dla $\text{Re } \alpha = 0$, $\text{Im } \alpha < 0$ otrzymujemy w podłożu falę powierzchniową, odpowiadającą modowi spektralnemu prowadzonemu przez falowód. W ogólności istnieją również zespolone rozwiązania warunku rezonansu (2.32), reprezentujące mody wyciekające falowodu [12].

Porównując wyprowadzoną w tym rozdziale reprezentację modów falowodu anizotropowego z postacią analityczną modów falowodu izotropowego [10] okazuje się, że każdy mod analizowany w przypadku anizotropowym sprowadza się do sumy dwu, nieortogonalnych składników: "zwyčajnego" i "nadzwyczajnego", o własnościach analitycznych, analogicznych do posiadanych przez mod w falowodzie izotropowym /przy odpowiednim doborze parametrów warstwy i podłoża patrz wzory (2.22 - 2.27)/. Stąd wniosek, że różnice w zachowaniu się tych dwóch typów falowodów wynikają głównie ze związków pomiędzy współczynnikami A_o , A_e , $A_o B_o$, $A_e B_e$, opisywanymi poprzez równania (2.12 - 2.15), (2.30) (2.31). Pozwala to na analizę modową działania falowodu anizotropowego bez uciekania się do rozwiązań numerycznych warunku rezonansu (2.32). Do tego problemu powrócimy jeszcze w rozdziale IV przy analizie metody wzbudzania modów wyciekających w falowodzie anizotropowym.

III. Impedancja powierzchniowa falowodu anizotropowego.

Z wyprowadzonych w poprzednim rozdziale zależności (2.22 - 2.27) wynika znany powszechnie fakt, że wyznaczenie pola elektromagnetycznego w podłożu jednoznacznie określa pole w całym przekroju poprzecznym światłowodu. Do jednoznacznego wyznaczenia pola w półprzestrzeni $x > 0$ oprócz warunków wypromieniowania konieczne jest postawienie odpowiednich warunków impedancyjnych na granicy warstwa anizotropowa-podłoże, które wiążą odpowiednie składowe styczne pól \underline{E} i \underline{H} na tej płaszczyźnie.

$$(3.1) \quad \underline{n} \times \underline{E} = + Z_0 \hat{\eta} \cdot \underline{n} \times \underline{H}, \quad x = 0$$

Wektor \underline{n} normalny do powierzchni $x = 0$ skierowany jest na zewnątrz falowodu, $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ jest impedancją falową podłoża, macierz 2-wymiarowa $\hat{\eta}$ reprezentuje impedancję powierzchniową warstwy anizotropowej względem materiału podłoża. Składowe macierzy $\hat{\eta}$ dla struktur otwartych, jaką jest falowód dielektryczny posiadają dyspersję przestrzenną, to znaczy zależą od postaci pola w falowodzie. Jednakże dla zdefiniowanej poprzez równania (2.22 - 2.27) reprezentacji modowej pola elektromagnetycznego impedancja powierzchniowa $\hat{\eta}$ jest funkcją składowej α w kierunku osi x wektora propagacji w podłożu, która jednocześnie parametryzuje widmo modów falowodu. Zależność impedancji powierzchniowej wyłącznie od zmiennej α , występującej w rozkładzie spektralnym pola elektromagnetycznego, pozwala efektywnie wykorzystać znajomość jej analitycznej postaci w rozwiązywaniu problemów dyfrakcji na strukturach otwartych [9]. Dlatego wyznaczenie macierzy $\hat{\eta}$ dla rozpatrywanego tutaj falowodu anizotropowego wydaje się być uzasadnione.

Rozpiszmy wektorowe równanie (3.1) na jego składowe

$$(3.2) \quad E_y(x, \alpha) = Z_0 [\eta_{yy}(\alpha) H_y(x, \alpha) + \eta_{yz}(\alpha) H_z(x, \alpha)]$$

$$(3.3) \quad E_z(x, \alpha) = Z_0 [\eta_{zy}(\alpha) H_y(x, \alpha) + \eta_{zz}(\alpha) H_z(x, \alpha)]$$

gdzie przyjęliśmy

$$\hat{\eta} = \begin{bmatrix} -\eta_{yy} & \eta_{yz} \\ -\eta_{zy} & \eta_{zz} \end{bmatrix}$$

Wyznaczając z równań Maxwella 1 (2.22 - 2.27) składowe pola H_y , H_z , E_y , E_z uzyskujemy

$$(3.4) \quad \mu \tilde{\mu} k (A_0 B_0 \eta_0 + A_e B_e \eta_e) = Z_0 \omega \tilde{\mu} \tilde{\epsilon} \mu \epsilon (A_0 B_0 + A_e B_e) \eta_{zy} + Z_0 \tilde{\epsilon} \epsilon k (A_0 \gamma_0 + A_e \gamma_e),$$

$$(3.5) \quad \omega \tilde{\mu} \mu (A_0 + A_e) = Z_0 \omega \tilde{\mu} \mu (A_0 B_0 + A_e B_e) \eta_{yy} + Z_0 k (A_0 \gamma_0 + A_e \gamma_e) \eta_{yz}.$$

Przyrównując wyrazy stojące osobno przy A_0 i przy A_e otrzymujemy z (3.4), (3.5) układ czterech równań, dla których rozwiązanie ma postać

$$(3.6) \quad \eta_{yy} = - \frac{1}{Z_0} \frac{\gamma_e - \gamma_0}{\gamma_0 B_e - \gamma_e B_0}$$

$$\eta_{yz} = \frac{B_e - B_0}{\gamma_0 B_e - \gamma_e B_0}$$

$$\eta_{zy} = - \frac{B_o \eta_o \gamma_e - B_e \eta_e \gamma_o}{\gamma_o B_e - \gamma_e B_o}$$

$$\eta_{zz} = Z_o B_o B_e \frac{\eta_o - \eta_e}{\gamma_o B_e - \gamma_e B_o}$$

Dla osi c kryształu równoległej do kierunku propagacji ($\varphi=0$) otrzymujemy na mocy (2.12), (2.13)

$$(3.7) \quad \begin{aligned} \eta_{yz} &= 1 / \gamma_o \\ \eta_{zy} &= \eta_e \\ \eta_{yy} &= \eta_{zz} = 0 \end{aligned}$$

a dla osi c prostopadłej do kierunku propagacji i leżącej w płaszczyźnie falowodu :

$$(3.8) \quad \begin{aligned} \eta_{yz} &= 1 / \gamma_e \\ \eta_{zy} &= \eta_o \\ \eta_{yy} &= \eta_{zz} = 0 \end{aligned}$$

Znajomość impedancji powierzchniowej falowodu planarnego wraz z równaniem rezonansu (2.32) pozwala na sformułowanie wielu praktycznych problemów z dziedziny optyki zintegrowanej w języku teorii dyfrakcji pola elektromagnetycznego. Na przykład padanie modu spektralnego lub niespektralnego na łącze dwu anizotropowych falowodów planarnych o różnych orientacjach osi głównej anizotropii odpowiada problemowi dyfrakcji fali powierzchniowej lub wyciekającej na anizotropowej płaszczyźnie impedancyjnej o określonym skoku wartości impedancji powierzchniowej. Dalsza analiza tak postawionego zagadnienia dyfrakcyjnego nie mieści się jednak w zakresie tego opracowania.

IV. Dyskryminacja modów prowadzonych i wzbudzenie modów wyciekających w falowodzie anizotropowym.

Przedstawione w rozdziale II rozważania doprowadziły do pełnej analitycznej reprezentacji modów z dyskretnej i ciągłej części widma anizotropowego falowodu symetrycznego z izotropowym podłożem. Całkowite pole elektromagnetyczne w falowodzie otrzymuje się w postaci sumy modów widma dyskretnego i całki po widmie ciągłym z modów promieniowania [10].

$$(4.1) \quad E_y(x, z) = \sum_{n=0}^N a_{\pm n} [A_o \psi_o(x, \alpha_n) + A_e \psi_e(x, \alpha_n)] e^{\mp i \beta(\alpha_n) z} + \int_{\Gamma} a_z(\alpha) [A_o \psi_o(x, \alpha) + A_e \psi_e(x, \alpha)] e^{\mp i \beta(\alpha) z} d\alpha$$

$$(4.2) \quad H_y(x, z) = \sum_{n=0}^N b_{\pm n} [A_o \phi_o(x, \alpha_n) + A_e \phi_e(x, \alpha_n)] e^{\mp i \beta(\alpha_n) z} + \int_{\Gamma} b_z(\alpha) [A_o \phi_o(x, \alpha) + A_e \phi_e(x, \alpha)] e^{\mp i \beta(\alpha) z} d\alpha$$

Znaki górne /dolne/ odnoszą się do modów propagujących się w stronę dodatnich /ujemnych/ wartości z. Funkcje ψ_o , ψ_e , ϕ_o

ϕ_e wyznaczone są poprzez wzory (2.24 - 2.27), liczba naturalna $N+1$ równa jest ilości modów dyskretnych /parzystych i "nieparzystych"/, sparametryzowanych rozwiązaniem α_n równania charakterystycznego (2.32). Gdy kontur całkowania Γ przebiega dodatnią półoś rzeczywistą, mody dyskretne odpowiadają modom spektralnym, czyli modom spełniającym warunek wypromieniowania

$(\text{Im} \alpha < 0)$. Modom spektralnym dla których $\alpha = i|\text{Im}(\alpha)$

odpowiadają fale powierzchniowe propagujące się w podłożu wzdłuż powierzchni warstwy anizotropowej. Warunkiem koniecznym dla wystąpienia tych modów, zwanych modami prowadzonymi, jest istnienie dodatniej różnicy efektywnych współczynników załamania warstwy izotropowej i podłoża. Gdy kontur występujący we wzorach

(4.1), (4.2) zdeformujemy do krzywej najszybszego spadku SDP, wśród modów dyskretnej części widma oprócz N modów spektralnych wystąpić mogą również mody niespektralne. Odpowiadają im fale wyciekające występujące w podłożu, stąd też często są one nazywane modami wyciekającymi. Nie są to mody w ścisłym znaczeniu tego słowa, ponieważ występują w ograniczonym obszarze i ich amplituda maleje w kierunku propagacji z .

W odróżnieniu od modów prowadzonych, mody wyciekające powodują malenie w miarę propagacji strumienia energii prowadzonej wzdłuż falowodu. Przeanalizujemy możliwość propagowania się tych modów w falowodzie w zależności od położenia osi głównej anizotropii względem kierunku osi z .

Przyjmijmy, że ośrodek anizotropowy tworzy niobian litu LiNbO_3 lub tantalian litu LiTaO_3 . Są to kryształy jednoosiowe o dużym zastosowaniu w optyce zintegrowanej [7]. Kryształ LiNbO_3 posiada stosunkowo dużą ($\epsilon_3 - \epsilon_1 = -0,09$) anizotropię ujemną, podczas gdy LiTaO_3 charakteryzuje się małą anizotropią dodatnią ($\epsilon_3 - \epsilon_1 = 0,004$) [13]. Orientując oś główną C anizotropii w płaszczyźnie falowodu (y, z) otrzymujemy praktyczną realizację układu analizowanego w rozdziale II.

Rozpatrzmy początkowo szczególnie przypadek w którym oś C kryształu jest prostopadła do osi z ($\varphi = \frac{\pi}{2}$). Nediagonalne składowe tensora $\hat{\epsilon}_t$ znikają i otrzymujemy rozpad modu hybrydowego opisanego wyrażeniami (2.24 - 2.27) na dwa ortogonalne mody, TM i TE, gdzie polaryzacji TM odpowiada następujące równanie dyspersyjne

$$(4.3) \quad \alpha_0^2 = k^2 \mu_1 \epsilon_1 - \beta^2, \quad n_0^2 = \mu_1 \epsilon_1$$

i warunek rezonansu

$$(4.4) \quad \alpha \mp i \frac{\mu}{\mu_1} \left(\frac{\text{ctg} \alpha_0 b}{\text{tg} \alpha_0 b} \right) = 0,$$

a polaryzacji TE:

$$(4.5) \quad \alpha_e^2 = \tilde{k}^2 \mu \epsilon_3 - \beta^2 \quad n_e^2 = \mu_f \epsilon_3$$

$$(4.6) \quad \alpha \mp i \frac{\epsilon \alpha_e^2}{\epsilon_1 \alpha_e} \left(\frac{\text{ctg} \alpha_e b}{\text{tg} \alpha_e b} \right) = 0$$

gdzie n_o , n_e oznaczają odpowiednio efektywne współczynniki załamania modu TM i modu TE.

Dla anizotropii ujemnej $n_o > n_e$ i możliwy jest taki dobór współczynnika załamania podłoża $n = \mu \epsilon$ by zachodziła nierówność

$$(4.7) \quad n_o > n > n_e.$$

Przy spełnieniu powyższej nierówności równanie (4.6) nie ma rozwiązań spektralnych ($|\text{Im} \alpha < 0$), co odpowiada falowodowi, prowadzącemu wyłącznie mody TM /dyskryminacja modów TE/.

Dla anizotropii dodatniej $n_o < n_e$ możliwa jest do spełnienia nierówność

$$(4.8) \quad n_e > n > n_o,$$

co oznacza dyskryminację modów TM w falowodzie.

Dla osi C równoległej do kierunku propagacji ($\varphi = 0$) otrzymujemy dla modu TE

$$(4.9) \quad \alpha_o^2 = \tilde{k}^2 \mu_f \epsilon_1 - \beta^2, \quad n_o^2 = \mu_f \epsilon_1$$

$$(4.10) \quad \alpha \pm i \frac{\mu}{\mu_f} \left(\frac{\text{tg} \alpha_o b}{\text{ctg} \alpha_o b} \right) = 0$$

dla modu TM

$$4.11 \quad \alpha_e^2 = \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} (k^2 \mu_f \epsilon_1 - \beta^2) \quad n_e^2 = \mu_f \epsilon_1$$

$$4.12 \quad \alpha \pm i \frac{\epsilon}{\epsilon_3} \alpha_e (\operatorname{tg} \alpha_{e,b} \mp \operatorname{ctg} \alpha_{e,b}) = 0$$

Ze względu na równość efektywnych współczynników załamania dyskryminacja modów o jednej polaryzacji TM lub TE w takim falowodzie nie jest możliwa.

Dla dowolnych wartości kąta pomiędzy osią C i kierunkiem propagacji z równania Maxwella nie rozprzegają się na dwa układy równań dla składowych pola o polaryzacji TM i TE. Otrzymane mody, typu hybrydowego, posiadają wszystkie składowe pól \underline{E} i \underline{H} o niezerowych amplitudach. Pole elektromagnetyczne modu hybrydowego składa się z sumy fal zwyczajnych i nadzwyczajnych o równaniach dyspersyjnych odpowiednio

$$4.13 \quad \alpha_o^2 = k^2 n_o^2 - \beta^2, \quad n_o^2 = \mu_f \epsilon_1$$

$$4.14 \quad \alpha_e^2 = \frac{\epsilon_{xz}}{\epsilon_1} (k^2 n_e^2 - \beta^2), \quad n_e^2(\varphi) = \frac{\epsilon_1 \epsilon_3 \mu_f}{\epsilon_1 \sin^2 \varphi + \epsilon_3 \cos^2 \varphi}$$

Nietypowe w porównaniu z modami falowodów izotropowych własności modów hybrydowych wiążą się głównie z faktem istnienia dwóch różnych efektywnych współczynników załamania n_o i n_e anizotropowej warstwy, jak również z relacjami zachodzącymi pomiędzy współczynnikami A_o , A_e , B_o , B_e występującymi w równaniu rezonansu (2.30 - 2.32). Korzystając z ciągłości rozwiązań równania rezonansu (2.32) od kąta φ wykazemy obecnie występowanie w falowodzie anizotropowym modów wyciekających. W tym celu wprowadźmy współczynnik R jako stosunek wartości strumienia energii, prowadzonych w kierunku propagacji w falowodzie odpowiednio poprzez składowe pola TM i TE w modzie prowadzonym,

$$(4.15) \quad R^2(\varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} H_x E_y dx \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} E_x H_y dx$$

Zdefiniujemy mod hybrydowy jako mod TE dla $R \gg 1$ i jako mod TM dla $R \ll 1$. Z równań (2.12), (2.13), (2.22 - 2.27) wynika, że dla $\varphi \neq 0$ występuje mody TE z przewagą fal zwyczajnych ($TE^{(o)}$) lub mody TM z przewagą fal nadzwyczajnych ($TM^{(e)}$). Podobnie dla $\varphi = \frac{\pi}{2}$ otrzymujemy mody $TE^{(e)}$ i $TM^{(o)}$. Należy zaznaczyć, że istnieje przedział kątowy, wyznaczony przez arbitralnie nałożone kryterium $R \gg 1$ ($R \ll 1$), w którym wyodrębnienie modów o określonej polaryzacji nie jest możliwe. Przy ustalonych warunkach fizycznych pobudzenia falowodu /natężenie, polaryzacja, niezależne od kąta φ widmo wiązki sprzęganej z falowodem/ wraz ze zmianą kąta φ od $\varphi = 0$ do $\varphi = \frac{\pi}{2}$ tak zdefiniowane mody zmieniają swoją polaryzację, to znaczy:

$$(4.16a) \quad TE^{(o)} \rightarrow TM^{(o)}$$

$$(4.16b) \quad TM^{(e)} \rightarrow TE^{(e)}$$

oddzielnie dla "parzystych" i "nieparzystych" modów. Załóżmy następnie przypadek słabego prowadzenia modów [11]

$$(4.17) \quad n^2/n_0^2 \approx 1, \quad n^2/n_e^2(0) \approx 1, \quad n = \mu \epsilon,$$

dla materiału o anizotropii ujemnej, np. $LiNbO_3$.

$$(4.18) \quad \epsilon_1 > \epsilon_3$$

Ze względu na malejącą wraz z wzrostem kąta φ wartość efektywnego współczynnika załamania $n_e(\varphi)$ przy odpowiednio dobranych parametrach podłoża μ, ϵ możemy spełnić następujące warunki dla $\varphi = 0$:

$$(4.19) \quad n^2 < n_e^2(0) = n_o^2$$

i dla $\varphi = \pi/2$

$$(4.20) \quad n_e^2(\pi/2) < n^2 < n_o^2$$

Zdefiniujmy kąt graniczny φ_c dla którego efektywny współczynnik załamania fali nadzwyczajnej warstwy równy jest współczynnikowi załamania podłoża.

$$(4.21) \quad \mu \epsilon = \mu_f \epsilon_1 \epsilon_3 / (\epsilon_1 \sin^2 \varphi_c + \epsilon_3 \cos^2 \varphi_c)$$

Z równań (4.16b), (4.19), (4.20) i z własności rozwiązań równania rezonansu (2.32) wynika, że mody prowadzone $TM^{(e)}$ dla małych kątów φ ($0 \approx \varphi < \varphi_c$) przechodzą przy zwiększaniu kąta φ w mody wyciekające $TE^{(e)}$ (dla $\varphi_c < \varphi \approx \frac{\pi}{2}$). Ponieważ efektywny zwyczajny współczynnik załamania n_o nie zależy od φ z (4.16a) wynika ciągłe przejście od modów prowadzonych typu $TE^{(o)}$ do modów prowadzonych typu $TM^{(o)}$ przy zwiększaniu kąta φ .

Analogicznie dla anizotropii dodatniej

$$(4.22) \quad \epsilon_1 < \epsilon_3$$

ze względu na wzrastającą wraz ze wzrostem kąta φ wartość efektywnego współczynnika załamania $n_e(\varphi)$ można zapostulować spełnienie warunków

dla $\varphi = 0$

$$(4.23) \quad n_e^2(0) < n^2$$

dla $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$(4.24) \quad n_o^2 < n^2$$

Na mocy (4.16b), (4.23), (4.24) mody prowadzone $TE^{(e)}$ dla kątów $\varphi_c < \varphi \approx \frac{\pi}{2}$ przechodzą w miarę zmniejszania kąta φ w mody wyciekające $TM^{(e)}$ ($0 < \varphi < \varphi_c$). Jednocześnie w polu $TM^{(o)}$ dla $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$ i w polu $TE^{(o)}$ dla $\varphi = 0$ mody prowadzone nie występują.

Reasumując powyższe rozważania można stwierdzić występowanie w przypadku anizotropii ujemnej modów wyciekających typu $TE^{(e)}$ dla kątów $\varphi > \varphi_c$ i w przypadku anizotropii dodatniej - modów wyciekających typu $TM^{(e)}$ dla $\varphi < \varphi_c$.

Przedstawiona analiza stanowi uogólnienie sformułowanych na początku tego rozdziału warunków dyskryminacji "czystych" modów TE i TM na przypadek zjawiska dyskryminacji modów hybrydowych w zależności od położenia osi głównej anizotropii. Pełny opis tego zagadnienia powinien uwzględnić również sprzężenie modów typu $TE^{(o)}$ i $TM^{(o)}$ z modami typu $TE^{(e)}$ i $TM^{(e)}$ ze względu na możliwą wymianę energii pomiędzy tymi modami. Jednakże dane eksperymentalne [13] wskazują na małą wartość współczynnika sprzężenia pomiędzy modami $TM^{(o)}$ i $TE^{(o)}$ dla kątów $\varphi > \varphi_c$, tak że ^{wpływu} sprzężenia modów na zjawisko ich dyskryminacji można pominać. Wyniki badań eksperymentalnych [13], przeprowadzone dla falowodów o ciągłym profilu współczynnika załamania potwierdzają przeprowadzoną w tym rozdziale analizę zjawiska dyskryminacji modów falowodu anizotropowego.

Literatura

- [1] T. TAMIR, "Integrated Optics", Springer-Verlag, Berlin /1979/.
- [2] R.V. SCHMIDT, I.P. KAMINOW, "Metal-diffused optical waveguides in $LiNbO_3$ ", Appl.Phys.Lett., 25, 458-460 /1974/.
- [3] S. WANG, M.L. SHAH, J.D. CROW, "Wave propagation in thin-film optical waveguides using gyrotropic and anisotropic materials as substrates", IEEE J. Quantum Electron., QE-8, 212-216 /1972/.

- [4] W.K. BURNS, J. WARNER, "Mode dispersion in uniaxial optical waveguides", J.Opt.Soc.Amer. 64, 441-446 /1974/.
- [5] D. MARCUSE, "Coupled-Mode Theory for Anisotropic Optical Waveguides", Bell.Syst.Techn.J. 54, 985-995 /1975/.
- [6] S. YAMAMOTO, Y. KOYAMADA, T. MAKIMOTO, "Normal mode analysis of anisotropic and gyrotropic thin-film waveguides for integrated optics", J.Appl.Phys., 43, 5090-5097 /1972/.
- [7] W.K. BURNS, S.K. SHEEM, A.F. MILTON, "Approximate Calculation of Leaky-Mode Loss Coefficients for Ti-Diffused LiNbO_3 Waveguides", IEEE J. Quantum Electron., QE-15, 1282-1289 /1979/.
- [8] D. MARCUSE, I.P. KAMINOW, "Modes of a Symmetric Slab Optical Waveguides in Birefringent Media", Part II, IEEE J. Quantum Electron., QE-15, 92-100 /1979/.
- [9] E.P. KURUSZIN, E.I. NEFEDOW, A.T. FIALKOWSKIJ, "Dyfrakcja Fal Elektromagnetycznych na Anizotropowych Strukturach" /w jęz.rosyjskim/, Nauka, Moskwa /1975/.
- [10] V.V. SHEVCHENKO, "Continuous Transitions in Open Waveguides" Golem, Boulder /1971/.
- [11] H.G. UNGER, "Planar Optical Waveguides and Fibers", Clarendon Press, Oxford /1977/.
- [12] T. TAMİR, A.A. Oliner, "Guided Complex Waves", Part I., Proc. IEEE, 110, 310-324 /1963/.
- [13] S.K. SHEEM, W.K. BURNS, A.F. MILTON, "Leaky-Mode Propagation in Ti-Diffused LiNbO_3 and LiTaO_3 Waveguides", Opt. Lett., 3, 76-78 /1978/.