

Zbigniew Król

Zakład Teorii Poznania i Filozofii Nauki, Zespół Hermeneutyki

i Filozofii Matematyki, Instytut Filozofii i Socjologii PAN;

Zakład Filozofii Nauki, Socjologii i Podstaw Techniki

Politechnika Warszawska

zbignkrol@wp.pl

PLATONIZM W MATEMATYCE A PLATONIZM W NAUKACH MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZYCH

Matematyka dość wcześnie uznana została za „język przyrody”, a następnie za „język nauki o przyrodzie”. Razem z rozwojem neopozytywistycznej filozofii nauki potraktowano matematykę jako dziedzinę czysto formalną nie posiadającą własnego odniesienia przedmiotowego (meaningless, np. Carnap¹). Szybko jednak okazało się, że nie da się nominalistycznie opisywać matematyki (np. W.V.O. Quine², H. Putnam³, etc.). Jednakże, niezbywalną konieczność uwzględnienia odniesienia przedmiotowego próbuje się interpretować w ramach empiryzmu i naturalistycznej epistemologii⁴ (np. P. Maddy⁵), co z czysto rzeczowych powodów jest nieadekwatne. Możliwe jest jednak inne ujęcie i opis faktu obecności platonizmu w matematyce.

¹ R. Carnap, *The Logical Syntax of Language*, Routledge & Kegan Paul Ltd., London 1937 (zwłaszcza par. 84). Najogólniej mówiąc stanowisko, że matematyka jest czysto formalną grą językową reprezentują formaliści matematyczni. Sztandarowym dziełem jest tutaj: H. Curry, *Outlines of a formalist philosophy of mathematics*, North Holland Publishing Company, *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics* (SLFM), Amsterdam 1951. Zbliżone do skrajnych formalistów poglądy na matematykę głosił L. Wittgenstein w *Tractatus Logico-Philosophicus*.

² W.V.O. Quine próbował ustanowić czysto nominalistyczną interpretację formalnych systemów matematycznych; por. np. W.V.O. Quine, N.D. Goodman, *Steps toward constructive nominalism*, „Journal of Symbolic Logic” (JSL) 1947, v. 12, s. 105-122. Pod wpływem analizy argumentu przekątniowego Cantora został platonikiem; por. W.V.O. Quine, *On universals*, JSL 1947, s. 74-84.

³ H. Putnam, *Philosophy of logic*, Georg Allen & Unwin., 1971. Putnam odszedł później od platonizmu z Filozofii logiki sformułowanego na podstawie tzw. indispensability argument pod wpływem tzw. (kontr)argumentu teoriomodelowego; por. H. Putnam, *Models and reality*, w: P. Benacerraf, H. Putnam (red.), *Philosophy of mathematics. Selected readings*, reprint wyd. II z 1983, Cambridge University Press 1987 (dalej jako: [B., P. 1987]), s. 421- 444.

⁴ Problemy związane z niezgodnością platonizmu matematycznego i naturalistycznych oraz kauzalnych epistemologii zostały wywołane pracami P. Benacerrafa; por. tenże, *What numbers could not be*, w: [B., P. 1987] s. 272-294, tenże, *Mathematical Truth*, „Journal of Philosophy” 1973, v. 70, s. 661-680; (także w: [B., P. 1987] s. 403-420).

⁵ Koncepcja P. Maddy jest jedną z prób pogodzenia platonizmu matematycznego Gödla z naturalizmem; por. np. P. Maddy, *Realism in Mathematics*, New York 1990 Oxford University Press. Inne próby podjęli strukturaliści matematyczni. Por. np. M. D. Resnik, *Mathematical knowledge and pattern cognition*, „Canadian Journal of Philosophy” 1975, nr 1, s. 25-39, tenże, *Mathematics as a science of patterns: epistemology*, „Nous” 1989, v. 16, s. 93-105, tenże, *Naturalized epistemology and platonist ontology*, „Philosophica” 1989, v. 43, s. 7-29, M. Steiner, *Mathematical realism*, „Nous” 1983, nr 3, s. 363-385.

1. Platonizm w matematyce

Platonizm matematyczny, niezależnie od osobistych przekonań matematyków, przejawia się w ściśle określonych metodach badania matematycznego. Te „platońskie” metody – sposoby badania matematycznego – często nie są sformułowane explicite i są milcząco zakładane jako oczywiste.

Platonizm matematyczny niekoniecznie zatem musi być rozumiany jako zewnętrzne w stosunku do matematyki przekonanie o istnieniu jakichś idealnych obiektów, które to przekonanie nie ma znaczenia dla matematyki. Takie zewnętrzne przekonanie o realnym czy idealnym istnieniu przedmiotów matematyki wydaje się nie mieć żadnego wpływu na przebieg badania matematycznego⁶. Nigdzie nie musimy explicite odwoływać się do istnienia jakichś przedmiotów. Używamy, oczywiście, np. kwantyfikatorów szczegółowych („istnieje takie x , że...”), ale podobne do filozoficznego brzmienie słowa „istnieje” nie oznacza użycia go w sensie ontologicznym. Teoria prawdy Tarskiego pokazuje jak rozumieć prawdziwość takich wypowiedzi. Nauka Quine’a o kwantyfikatorowych zobowiązaniach ontologicznych teorii nie dociera do istoty zagadnienia i nie ujmuje najistotniejszych cech zjawiska platonizmu matematycznego⁷.

W rzeczywistości jednak, da się wydobyc i obiektywnie opisać pewien, bardzo złożony zespół przedzałożeń matematycznych, które z reguły nie są nawet uświadamiane przez pracującego matematyka. Te przedzałożenia stanowią część tzw. horyzontu hermeneutycznego: struktury warunkującej rozumienie i uprawianie matematyki.

Platonizm w matematyce posługującej się, od czasów Fregego, ściśle sformalizowanymi językami został odkryty jako problem ściśle matematyczny⁸. Termin „platonizm” w odniesieniu do matematyki współczesnej został użyty po raz pierwszy przez J. Bernaysa dopiero w 1935 roku⁹ na określenie dyskusji w matematyce, która trwała już od kilkudziesięciu lat i nie posługiwała się tym terminem explicite.

Okazuje się zatem, że platonizm już jest obecny wewnątrz matematyki i jest warunkiem sine qua non jej uprawiania. Przejawia się on w ściśle matematycznych metodach badawczych jako tzw. platonizm jako metoda badania w matematyce. Należą do nich np.

- a) użycie prawa wyłączonego środka i klasycznej negacji wraz z dowodzeniem nie wprost,
- b) użycie definicji niepredykatywnych,
- c) niekonstruktywność większości klasycznych działań matematyki (analiza, topologia, teoria mnogości, teoria modeli itd.),
- d) tzw. „spojrzenie z zewnątrz” na system,
- e) pozaformalne metody badania matematycznego, itp.

⁶ W ten sposób o platonizmie pisał np. R. Carnap umieszczając go w tzw. „bazie zewnętrznej nauki”; por. R. Carnap, *The Logicist Foundations of Mathematics*, w: [B., P. 1987] s. 41-52.

⁷ Zob. Z. Król, *O platonizmie w teorii mnogości*, „Roczniki Filozoficzne KUL” 2003, t. LI, z. 3, s. 225-252.

⁸ Por. E.W. Beth, *L’existence en mathématiques*, Paris 1956 Gauthier-Villars; tenże, *Mathematical Thought: An Introduction to the Philosophy of Mathematics*, Dordrecht 1965 Reidel.

⁹ P. Bernays, *Sur le platonisme dans les mathématiques*, “L’Enseignement Mathématique” 1935, v. 34, s. 52-69.

Metody te są przejawem traktowania rzeczywistości matematycznej, przedmiotu badań matematyka, jako istniejącej, gotowej, dobrze określonej i „już-tam-będącej”. Można próbować zrezygnować z niektórych metod, tak jak to robił np. L.E.J. Brouwer, ale nie da się pozbyć ich całkowicie. Intuicjonizm jest tego dobrym przykładem. Dokładny opis tego rodzaju wewnętrznego platonizmu matematycznego wymaga wyróżnienia dodatkowych jego rodzajów: platonizmu hermeneutycznego, nieźródłowego platonizmu ontologicznego, platonizmu jako istnienia prawdy w matematyce, platonizmu jako sposobu istnienia nieskończoności, hermeneutycznego platonizmu epistemologicznego itd.¹⁰

Analiza platonizmu jako metody badania w matematyce, czyli analiza wszelkich ściśle matematycznych przejawów, gdzie jedynie ostensywnie zwracamy się do niewytworzonej w żadnych aktach konstrukcji „rzeczywistości” matematycznej i gdzie pojawia się ona jako coś już danego i zastanego (np. użycie aksjomatu wyboru w teorii zbiorów; por. też wspomniane już analizy Wanga argumentu przekątniowego Cantora) jest bardzo złożonym zagadnieniem. Matematycy uświadomili sobie, że tzw. matematyka klasyczna jest w tym właśnie sensie „platońska” (tzn. w sensie stosowanych, np. niekonstruktywnych metod). Dlatego rozpoczęto analizę tego zjawiska, rozważając możliwość ograniczenia takiego platonizmu. Dlatego też powstały analiza predykatywna i różne kierunki predykatywne, np. predykatywnizm H. Weyla, intuicjonizm, ultraintuicjonizm, program Hilberta, formalizm i program Principia Mathematica, różnego rodzaju konstruktywizmy, matematyka intensjonalna, itd.¹¹

Z drugiej strony, matematyka korzysta dalej z platońskich metod i rozwija się wzmacniając coraz bardziej pozycję platońską. Dla przykładu najbardziej platońską teorią w sensie stosowanych metod jest teoria kategorii, która przecież używa np. antyplatońskich logik intuicjonistycznych. Platonizm teorii kategorii dotyczy głównie tzw. spojrzenia z zewnątrz na system sformalizowany. Przykładowo, opis zbioru w kategorii Set odbywa się z punktu widzenia „obserwatora zewnętrznego”: nie odwołujemy się do struktury wewnętrznej zbioru jako do całości złożonej z elementów, gdzie w opisie kluczowa jest relacja „należenia do zbioru”, lecz traktujemy zbiór jako obiekt nie posiadający struktury wewnętrznej i badamy tylko jak się zachowuje względem innych obiektów. Można w ten sposób opisać obiekty, które nie są zbiorami, nawet w sensie tzw. boolean valued sets. Teorię modeli można uprawiać w toposach, gdzie uzyskujemy opis sytuacji język/metajęzyk dowolnego rzędu. Możliwe staje się pokazanie, że niekoniecznie dla każdego „klasycznego”

¹⁰ Por. Z. Król, *Platonizm matematyczny i hermeneutyka*, Warszawa 2006 Wyd. IFiS PAN.

¹¹ Więcej informacji i uzasadnienie zob. w Z. Król, *Platonizm matematyczny i hermeneutyka*, op. cit. Tytułem jedynie ilustracji podam, że antynomie są powodowane przez odniesienie się matematyka do pewnych niepredykatywnych całości. System *Principia Mathematica* powstał m. in. jako próba wyeliminowania antynomii, okazał się jednak niepredykatywny „w innym miejscu” (aksjomat redukowalności). Matematycy zbadali, ile z klasycznej matematyki da się otrzymać bez posługiwania się definicjami niepredykatywnymi i szereg innych problemów związanych z niepredykatywnością; por. S. Feferman, *Systems of predicative analysis*, w: J. Hintikka (red.), *Philosophy of mathematics*, London 1969 Oxford University Press, s. 95-127. Zob. także H. Weyl, *Der circulus vitiosus in der heutigen Begründung der Analysis*, „Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung“ 1919, v. 28, s. 85-92; tenże, *Das Continuum: Kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Analysis*, Leipzig 1918, (reprint 1932). H. Wang w pracy *Survey of mathematical logic*, Amsterdam 1963 North-Holland (gł. s. 35-56, 559-584) pokazuje jak ontologiczny problem niepredykatywności wpływał na tworzenie i rozwój różnych systemów matematycznych.

języka możemy rozważać jako „równocześnie” dany klasyczny metajęzyk, co w zasadzie przyjmujemy w klasycznej teorii modeli.

W teorii kategorii „niewinne” traktowanie czegoś jako obiekt, oznacza opis „z punktu widzenia zewnętrznego obserwatora”, co formalnie wyraża się przez opis w metajęzyku. Dlatego kategoria „zawiera” razem z obiektem jego „zewnętrzne środowisko” i dlatego jedna kategoria może być równocześnie modelem dla języków różnych rzędów: dla języka danego rzędu modelem jest tylko jeden obiekt z kategorii. Wyjście poza system, czyli np. opis języka przedmiotowego w metajęzyku powoduje pojawienie się nowego obiektu. Jest tu analogia z tym, że zbiór jest nowym obiektem w stosunku do swoich elementów.

Sytuacje te związane są z platonizmem, gdyż umożliwiają pokazanie, że matematyka nie redukuje się do jakiegoś niezinterpretowanego języka. Oprócz formalnych języków i reguł zawsze obiektywnie i koniecznie pojawiają się sytuacje, gdzie uprawianie matematyki musi odbywać się nieformalnie. W tych niesformalizowanych „dziurach” następuje niekonstruktywne odniesienie się do czegoś, co „już tam jest”.

2. Platonizm współczesnego przyrodoznawstwa

Jaki jest związek tak opisanego platonizmu matematycznego ze współczesnym matematycznym przyrodoznawstwem?

W rozwoju nauki można wyodrębnić tendencję do zauważania i uwzględniania coraz większej roli podmiotowych determinantów poznania. Dla przykładu przejście od fizyki Newtona do teorii względności Einsteina można interpretować jako uwzględnienie roli i równouprawnienia obserwatorów (= układów odniesienia). Newton postulując wyróżniony układ odniesienia związany ze sferą gwiazd stałych, spoczywających względem absolutnie niezmiennego przestrzeni – areny, pojemnika dla całości zjawisk – uznał, że tak określony układ odniesienia jest niezależny od obserwatora. Opis świata jest tylko jeden: w wyróżnionym układzie odniesienia. Einstein pokazał, że przyjęcie takiego układu prowadzi do trudności. Zaproponował opis zrelatywizowany do obserwatora. Żaden obserwator nie znajduje się w uprzywilejowanej pozycji. Poprzez odwołanie się do prostych czynności pomiarowo badawczych możliwych do wykonania przez każdego obserwatora (pomiar czasu i odległości) ustalił, że prawem przyrody jest tylko to, co jest jednakowe we wszystkich układach odniesienia i co jest niezależne od specyficznych, lokalnych własności układu odniesienia. Ten, pierwotnie ograniczony do obserwatorów w inercjalnych układach odniesienia opis, Einstein uogólnił (poprzez zasadę równoważności) dla dowolnego obserwatora: powstała ogólna teoria względności (gravitacji).

Matematycy¹² dostrzegają analogię pomiędzy teorią względności a matematyką współczesną. Z jednej strony rozwój teorii kategorii skłania do rezygnacji z jednego globalnego teoriomnogościowego środowiska, areny dla uprawiania całej matematyki, i zastąpienia go przez szereg lokalnych kategoryalnych struktur. Z drugiej strony nastąpiła relatywizacja struktur matematycznych i związanie ich z opisem w ściśle wyszczególnionym języku o dokładnie określonej mocy wyrażeniowej. Praktyczne ograniczenia w formalizacji podstawowych teorii matematycznych pokazują relatywizację używanych pojęć matematycznych, np. zbioru, liczby kardynalnej, względem mocy

¹² Np. F. W. Lawver i J. L. Bell; por. np. J. L. Bell, *From Absolute to Local Mathematics*, “Synthese” 1986, v. 69, s. 409-426.

wyrażania języka i modelu. Struktury przerastają język, a język jednoznacznie nie wyznacza struktury, do której się odnosi. Nie da się też zrezygnować z języka, gdyż to właśnie dzięki jego analizie odkryto szereg niezwykłych struktur matematycznych, np. niestandardowe modele arytmetyki. Opis obiektu, jego „wygląd” zależy od „układu odniesienia” jakim jest język. Przykładowo opis liczb naturalnych jest inny w arytmetyce elementarnej pierwszego rzędu czy np. w mocnej arytmetyce liczb drugiego rzędu. W obydwu jednak wypadkach pojawiają się nieformalne, intuicyjne odniesienia do przedmiotu badań¹³.

Współczesnym teoriom matematycznym towarzyszy wyróżnienie typu języka i ścisły, sformalizowany opis języka w jakim dana teoria jest formułowana. „Pozaludzka” matematyka nie potrzebuje języka. Większość najciekawszych osiągnięć matematyki współczesnej można interpretować jako pokazujące różne ograniczenia w posługiwaniu się językami sformalizowanymi o różnej mocy (teoria modeli, kategoriale waluacje języków w toposach, metalogika, forcing i independents results).

Tymczasem fizyka rozwija się często bez uwzględniania teoriomodelowych ograniczeń. Platonizm fizyki współczesnej polega na – pozornie „beztroskim” – używaniu matematycznych struktur tak, jakby były one dobrze określone bez języka. Na przykład fizyk mówi: „weźmy zbiór liczb naturalnych $N...$ ” czy „niech będzie dane ciągłe widmo obserwabli”. Wskutek tego musi np. następować „mieszanie” i utożsamianie pewnych standardowych i niestandardowych struktur. Nasze traktowanie, na przykład aksjomatyzacji liczb naturalnych Peano jako opisującej jedynie standardowy model liczb naturalnych jest nieuzasadnione. W rzeczywistości nie znamy sposobu, aby tylko formalnie wyróżnić model standardowy.

Mechanika kwantowa „bierze” pewne struktury i używa ich tak, jakby opisujące je wyrażenia mówiły jednoznacznie, z dokładnością do izomorfizmu (kategorycznie) tylko o jednej strukturze. Oznacza to właśnie pewien „platonizm” w sensie metody badania: jedyna struktura nie jest przecież formalnie wyróżniona jako jedyna, więc możliwość jej wyróżnienia pochodzi z pozaformalnego odniesienia się badacza do tej struktury jako „już-tam-będącej”, gotowej i dobrze określonej bez języka oraz konstrukcji. Platonizm tego typu, jeśli jest lekceważony, bagatelizowany lub uznawany za nieistotny jest poważną wadą, wręcz defektem. Fakt, że same teorie fizyczne nie uwzględniające tego faktu, tak dobrze opisują świat, jest właśnie problemem zdumiewającej matematyczności świata.

Istotniejsza od zauważenia platonizmu w fizyce jest możliwość i konieczność uwzględnienia konsekwencji tego faktu w fizyce. Oznacza to uwzględnienie np. teoriomodelowych własności sformalizowanych opisów struktur matematycznych. Teoriomodelowe podejście do zagadnień mechaniki kwantowej jest już faktem¹⁴. Przykładowo: niemożliwość zastosowania teoriomodelowej metody forcingu w

¹³ Znakomitą analizę sytuacji, o której piszę zawiera praca J. Väanänen, *Second-Order Logic and Foundations of Mathematics*, “The Bulletin of Symbolic Logic” 2001, v. 7(4) s. 504-520. Okazuje się, że ceną za kategoryczność modelową logiki (Henkina) drugiego rzędu jest pewna nieformalizowalność.

¹⁴ Zob. np. prace P. Benioffa, G. Takeutiego (*Two Applications of Logic to Mathematics*, publications of the Math. Soc. of Japan 13, Iwanami and Princeton University Press, Tokyo-Princeton 1978). Przegląd zagadnień, literaturę przedmiotu i nowatorskie rezultaty zawiera praca J. Króla, *Model-Theoretical Approach to Quantum Gravity* (doctoral thesis), Institute of Physics, University of Silesia, Katowice 2005.

kwantowaniu grawitacji może być przewyżczona poprzez uwzględnienie formalnej nieodróżnialności standardowych i niestandardowych liczb naturalnych¹⁵.

Tak więc, uświadomienie sobie pewnego platonizmu w fizyce (czyli pewnego sposobu traktowania struktur matematycznych jako „gotowych i obecnych”) tak jak w przypadku uwzględnienia przez teorie względności (ogólną i szczególną) „platońskości” wyróżnionego układu odniesienia, może pomóc w stworzeniu teorii kwantowej grawitacji. Różne interpretacje mechaniki kwantowej, jej „możliwe światy”, intuicyjnie wskazują na analogię z teoriomodelowymi, możliwymi światami dyskursu matematycznego.

Uświadomienie sobie przez matematyków platonizmu jako metody badania matematycznego doprowadziło do powstania intuicjonizmu i w efekcie przyczyniło się do rozwoju np. teorii toposów. Rosnąca rola teorii toposów w rozważaniach fizyków wskazuje także na konieczność uwzględnienia platonizmu teorii fizycznych. Aktualny rozwój fizyki potwierdza tę tezę.

Zauważenie opisanego platonizmu w sensie metody badania pozwala dojrzeć pewną logikę rozwoju teorii fizycznych. Nie chodzi tu o postulowanie „realnego” istnienia jakichś struktur i przedmiotów matematycznych i dopatrywanie się logiki rozwoju tych teorii w coraz to lepszym dostosowaniu „matematyki ludzkiej” do Matematyki świata. Matematyka przez duże „M” to powrót do wyróżnionego układu odniesienia i uprzywilejowanego obserwatora. Aby zrozumieć ograniczenia pewnych teorii fizycznych trzeba wyraźnie opisać, co jest w nich milcząco zakładane. Tak zwana „idealizacja” nie jest głównym powodem ograniczonej poprawności teorii zastosowanych do opisu realnego świata, lecz absolutnie rozstrzygające i nadające kierunek dalszym ujęciom ukryte przedzałożenia, związane z opisem świata w kategoriach traktowanych jako a priori absolutne i nie zależące od podmiotu. Obiektywność osiąga się nie wtedy, gdy postulujemy realne istnienie jakichś obiektów, lecz gdy uwzględniamy ograniczoność naszej wiedzy i stosowanej aparatury pojęciowej.

Współczesne przyrodoznawstwo potrzebuje pewnej – wewnętrznej – filozofii przyrody. Wszak poszukujemy przede wszystkim zrozumienia. Praktyczna użyteczność i doskonałość przewidywań są ubocznym skutkiem poszukiwania zrozumienia. Wielość alternatywnych teorii, kwantowomechaniczne paradoksy, postulatywny charakter mechaniki kwantowej etc., nie są końcowym stadium naszej wiedzy lecz obiektywnym problemem domagającym się wyjaśnienia. *Anything goes* niczego nie tłumaczy i byłoby jedynym wytłumaczeniem, gdyby nie można było ustalić i pojąć dlaczego np. mechanika Newtona jest użyteczna i konieczna do zrozumienia mechaniki kwantowej. Tak samo geometria euklidesowa nie jest jedynie teorią, która została odrzucona.

W wyjaśnianiu przejścia pomiędzy „starymi”, a „nowymi” teoriami pojawia się zrozumienie przyrody i rzeczywistości. Elementem koniecznym do opisu i rozważenia jest tu platonizm matematycznego przyrodoznawstwa. Platonizm ten jest ściśle związany ze sposobem myślenia Einsteina i uwzględnienie tego platonizmu stanowi uogólnienie idei względności. Na przykład, badania Takeutiego pozwalające, dzięki zastosowaniu

¹⁵ Por. tzw. Main Hypo w pracach: J. Król, *Background independence in quantum gravity and forcing constructions*, “Foundations of Physics” 2004, v. 34(3), s. 361-403; tenże, *Exotic smoothness and noncommutative spaces. The model-theoretic aproach*, “Foundations of Physics” 2004, 34(5), s. 843-869.

teoriomnogościowego forcingu, na pokazanie, że pewne struktury matematyczne nie są globalnie określone dla wszystkich obserwatorów – pewna zupełna algebra boolowska samosprzężonych operatorów w przestrzeni Hilberta stanowi odpowiednik dla układu inercyjnego w OTW i STW, co pozwala sformułować zasadę względności dla QM i wytłumaczyć szereg paradoksów, np. EPR, „kota Schrödingera” etc.¹⁶

Pewne struktury matematyczne „zależą od układu odniesienia”. Należy więc rozważać jakimi środkami wyrazu matematycznego dysponuje obserwator, zarówno w języku jak i w metajęzyku. Lokalność danej struktury nie zależy od naszej woli. Rozwój teorii fizycznych jest związany z „tropieniem” opisanego platonizmu i jego ograniczaniem. Niemożliwość wyeliminowania platonizmu matematycznego musi zostać uwzględniona w opisie naukowym świata. Filozoficzne rozważania nad platonizmem okazują się – do pewnego stopnia – empirycznie testowalne, a obecny stan badań wskazuje na konieczność ujęcia tego zjawiska w ramach opisanej przez Heideggera w Sein und Zeit struktury „bycia-w-świecie”.

¹⁶ Por. np. M. Davies, *A Relativity Principle in Quantum Mechanics*, “International Journal of Theoretical Physics” 1977, v. 16(11), s. 867-874.