

3.32 — elektrodynamika ośrodków
zjonizowanych

Krzysztof Żuchowski

WARSTWY PODWÓJNE
W PLAZMIE BEZZDERZENIOWEJ
I ICH ROLA W PRZESTRZENI KOSMICZNEJ

10/1986

φ. 269



WARSZAWA 1986

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 15 listopada 1985 r.



56876



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 140 egz. Ark.wyd. 0,97 Ark.druk. 1,75

Oddano do drukarni w lutym 1986 r.

Nr zamówienia 122/86

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul. Śniadeckich 8

Żuchowski Krzysztof

Zakład Mechaniki Cieczy i Gazów

WARSTWY PODWÓJNE W PLAZMIE BEZZDZERZENIOWEJ I ICH ROLA W PRZESTRZENI KOSMICZNEJ

Streszczenie

W pracy przedstawiono genezę problematyki warstwy podwójnej: a/ Badanie wyładowań w gazach zjonizowanych /plazmie/, b/ Nieuzasadnione, w świetle dotychczasowych modeli, zachowywanie się strumieni cząsteczek w pewnych obszarach przestrzeni kosmicznej /magnetosfery/. Ponieważ badania problematyki a/ i b/ było przesunięte w czasie, więc spowodowało to nierównomierny rozwój teorii warstwy podwójnej, oparty początkowo o model płynowy uzupełniony arbitralnym włączeniem w niego pojęcia "cząstek uwięzionych". Dalszy rozwój teorii warstw podwójnych związany był z modelem kinetycznym teorii plazmy a konkretnie z bezzderzeniowym modelem plazmy opartym o równania Własowa-Poissona. Klasyfikacja typów warstw podwójnych i opis ich podstawowych własności został przeprowadzony z punktu widzenia modelu kinetycznego. Wyodrębnione zostały dwa różne geometrycznie typy warstw, które jak się okazało, różnią się także zakresem wyróżniających je parametrów. Przy porównywaniu modelu płynowego i kinetycznego warstwy podwójnej zasadniczą rolę odgrywa pewna różnica w postaci kryteriów, które określają pewne relacje w warstwach podwójnych. Przede wszystkim kryterium Langmuira ma w obu modelach nieco inną postać. W modelu płynowym ma ono charakter bardziej kategori czny i zachodzenie takiej jego postaci w modelu kinematycznym odpowiada przypadkowi, gdy warstwa podwójna jest najbardziej stabilna. Intuicyjnie wydaje się to zrozumiałe, gdyż opis płynowy powinien wynikać z uśrednienia opisu kinetycznego.

Uśrednienie likwiduje fluktuacje, może więc likwidować także pewne niestabilności.

Wstęp

W opracowaniu tym jako warstwę podwójną rozumiemy na ogół obszar w którym występuje gwałtowny skok potencjału elektrycznego. Najwcześniej odkryty i najprostszy typ warstwy podwójnej cechuje monotoniczna zmiana potencjału elektrycznego. Poza obszarem warstwy podwójnej /po obu jej stronach/ potencjał elektryczny można traktować jako stały.

Warstwy podwójne /Double layers - DL/ były obserwowane i badane i są nadal w laboratoriach gazów zjonizowanych od przeszło pięćdziesięciu lat /Langmuir, 1929; Tonks 1937; Allen i Thoneman 1954; Torwen 1968; Babic i Torwen 1974 i wielu innych/ [1], [2].

Wizualnie warstwy podwójne objawiły się jako rozwarstwienie zorzy dodatniej /zasadnicza część obszaru rury, gdzie przebiega wyładowanie/ w wyładowaniu gazu pod niskim ciśnieniem. Wyjaśnienie zjawisk fizycznych występujących w warstwie podwójnej napotkało od początku na duże trudności, gdyż w cienkiej warstwie podwójnej /grubość jej może być mniejsza od średniej drogi swobodnej cząsteczek występujących w zorzy dodatniej/ panują odmienne warunki fizyczne niż w pozostałej części zorzy dodatniej występującej w rurze do wyładowań.

Nowym impulsem do badania warstw podwójnych było zaobserwowanie ich w przestrzeni kosmicznej około ćwierć wieku temu. Warstwom podwójnym przypisano bowiem udział w mechanizmie przyspieszania cząstek w obszarach zorzowych występujących w magnetosferze Ziemi. Po pewnym czasie nastąpiła unifikacja podejścia do warstw podwójnych występujących w laboratorium i przestrzeni kosmicznej. Orędownikiem jednolitego podejścia do warstw podwójnych, już w momencie ich wykrycia w przestrzeni kosmicznej, był między innymi Alfven, który także w szerszym aspekcie propaguje jednolite podejście do zjawisk fizycznych w laboratorium i w przestrzeni kosmicznej [3].

Jemu też przypisuje się pierwsze propozycje eksperymentów potwierdzających istnienie warstw podwójnych jako mechanizmu powodującego przyśpieszanie cząstek w górnej jonosferze lub bezpośrednio pod nią.

Dalszy szybki rozwój badań nad warstwami podwójnymi związany był przede wszystkim z rozwojem teorii plazmy bezzderzeniowej oraz metod eksperymentalnych badania przestrzeni kosmicznej a także rozwojem metod eksperymentalnych stosowanych przy badaniu gazów zjonizowanych /plazmy/ w laboratorium. Szczególnie użyteczne dla warstw podwójnych okazały się pewne rozwiązania nieliniowego układu równań Własowa-Poissona [4]. Pomocny okazał się tu także, wspomniany już, początkowy rozwój teorii warstw podwójnych, która wychodząc z płynowych równań opisujących plazmę /gaz zjonizowany/ dostarczyła pewnych kryteriów /Langmuira, Bohma/ [5], [6], które powinny spełniać wielkości fizyczne opisujące przepływ ładunku elektrycznego w warstwie podwójnej. Kryteria te, z pewnymi modyfikacjami posłużyły do wyboru właściwych rozwiązań nieliniowego układu Własowa-Poissona. W wyniku tych badań teoretycznych nastąpiło rozszerzenie pojęcia warstwy podwójnej /dwa typy warstw podwójnych/, co także znalazło odbicie w badaniach eksperymentalnych.

Innym silnym impulsem przyczyniającym się do rozwoju badań nad warstwami podwójnymi był rozwój metod numerycznych. Pozwolił on na numeryczną symulację warstw podwójnych [7] i innych rozwiązań nieliniowego układu Własowa-Poissona.

1. Warstwy podwójne w świetle eksperymentów laboratoryjnych [1]

Już pobieżna obserwacja wizualna warstwy podwójnej w laboratorium wykazała pewną jej niejednorodność. Plazma ma bowiem różne zabarwienie z każdej strony warstwy. Większość eksperymentów w rurze do wyładowań zostało przeprowadzonych z rтięcią ze względów technicznych. Przy warstwie od strony katody plazma ma kolor niebieskawy rтięci, zaś od strony anody barwa plazmy przy warstwie ma kolor czerwonawy. Świadczy to o dużej zmianie jakościowej przy przejściu przez warstwę. Mamy tu wiele warstw połączonych równolegle. Oczywiście warstwy podwójne

mogą być wytworzone w każdym innym gazie.

Warstwa podwójna pojawia się, gdy prąd elektryczny przewyższa krytyczną wartość I_c . Jest ona wyznaczona przez warunek, że prędkość dryfu elektronów V_e staje się w przybliżeniu równa termicznej prędkości elektronów:

$$V_e = I_c / (en_e A) \approx (k T_e / m_e)^{1/2},$$

gdzie e , m_e , n_e i T_e są odpowiednio ładunkiem elektronów, jego masą, koncentracją elektronów i temperaturą elektronową, natomiast A jest przekrojem poprzecznym rury, zaś k stałą Boltzmana. Początkowy wzrost prądu wyładowania jest raczej związany ze wzrostem koncentracji nośników /elektronów/ niż ze wzrostem prędkości dryfu. Dopiero gdy wartość prądu zbliża się do wartości krytycznej I_c następuje gwałtowny wzrost prędkości dryfu. Koncentracja elektronów w tym czasie nie wzrasta już tak silnie, gdyż jonizacja osiągnęła pewien poziom nasycenia.

Warstwa podwójna jest zawsze związana ze skokiem potencjału elektrycznego ϕ_0 , który jest większy niż kT_e/e . Potencjał ten przyspiesza cząstki w zależności od ich znaku. Od dodatniej strony warstwy /gdzie jest wyższy potencjał/ można zaobserwować strumień elektronów przyspieszonych przez warstwę, a także elektrony odbite od warstwy. Warstwę podwójną można traktować jako granicę rozdzielającą dwa różne obszary plazmy. Jednak ta granica ma skończoną grubość rzędu kilku promieni Debye'a. Ponieważ potencjał poprzez warstwę zmienia się silniej niż o kT_e/e to oznacza, że w warstwie nie ma kwazineutralności.

2. Rola warstw podwójnych w fizyce kosmicznej

Do identyfikacji warstw podwójnych w przestrzeni kosmicznej przyczyniły się pomiary wykonane przy pomocy rakiet i satelitów a także obserwacje naziemne. Obserwacyjne potwierdzenie istnienia warstw podwójnych w przestrzeni kosmicznej jest bardzo silne. Przede wszystkim dotyczy to obserwacji warstw podwójnych w jonosferze i magnetosferze Ziemi. Już pod koniec lat

pięćdziesiątych Alfven /1958/ [8] sugerował, że struktury podobne do warstw podwójnych mogą istnieć w górnej jonosferze. Struktury badane przez Alfvena są tego samego typu co warstwy podwójne badane eksperymentalnie przez Schönhubera /1958/ oraz Crawforda i Freestona /1963/ [9] oddzielające ośrodki plazmowe o różnej temperaturze i gęstości.

W ostatnich latach wzrosło zainteresowanie jonosferycznymi i magnetosferycznymi warstwami podwójnymi w związku z kwestią znacznego przyspieszenia cząstek zorzowych. Pomiar wykazały, że zorzowe elektrony przyspieszone wzdłuż linii sił pola magnetycznego osiągają energię w granicach 1-10 keV. Energie przyspieszanych elektronów zazwyczaj osiągają maksimum w połowie obszaru w którym następuje silna zmiana potencjału pola elektrycznego. Wymiar tego obszaru ma około 50 km. Tego typu spostrzeżenie przyczyniło się do nazwania tego zjawiska "Strukturą odwróconego V" /Frank i Ackerson 1971/ [10].

Ważnym punktem jest wyjaśnienie w wyniku jakich zjawisk warstwy podwójne mogą się formować w jonosferze i magnetosferze. Laboratoryjne eksperymenty, teoretyczne rozważania i komputerowa symulacja wskazują, że istnieją dwa główne mechanizmy prowadzące do powstawania warstw podwójnych. Pierwszy mechanizm przypisuje to niestabilnościom dwu strumieniowym lub jonowo-akustycznym /Goertz i Jayce 1975/ [11]. Drugi mechanizm to dopasowywanie się do siebie dwu różnych ośrodków plazmowych /różne gęstości i różne temperatury/. Mechanizm ten proponował Alfven przy badaniu swoich struktur w górnej jonosferze i ostatnio Lennartsson 1978 [12].

Dzięki próbkom umieszczonym w raketach osiągających wysokość około 250 km Albert i Lindstrom 1970 [13] badali rozkład elektronów w jonosferze w okolicy dostępnych obszarów zorzowych. Rozkład energetyczny i rozmieszczenie tych elektronów świadczyło o obecności warstw podwójnych w górnej części jonosfery.

Doświadczenia wykonane przy pomocy "TV - recordings" /Carlqvist, Bostrom 1970/ [14] w okolicy północnej hemisfery badały ruch zorzowych nieregularności w pobliżu zenitu magnetycznego. Prędkość strumieni badanych cząstek i ich rozmiesz-

czenie świadczyło według autorów o obecności warstw podwójnych w magnetosferze.

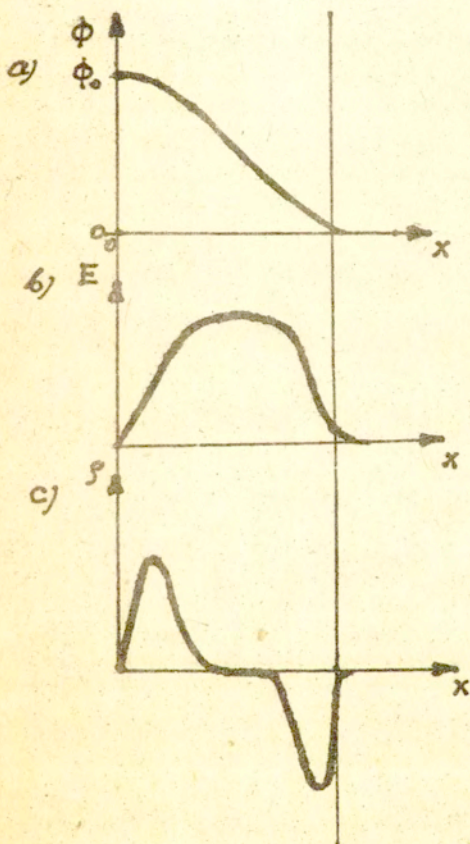
Inne doświadczenia wskazujące na obecność warstw podwójnych w magnetosferze polegało na iniekcji plazmy do magnetosfery: Wescott 1976 [15] /Skylab experiment/, Goertz /1979/ [16] wskazał, że warstwy podwójne wydają się być jedynym mechanizmem zdolnym produkować silne pola elektryczne ≥ 100 m Vm⁻¹. Stwierdzenie to poparte przytoczonymi powyżej badaniami eksperymentalnymi wskazuje niezbicie na istnienie warstw podwójnych w magnetosferze i jonosferze.

Często przeciwstawia się warstwę podwójną anomalnej rezystywności odnośnie kwestii wytwarzania ciepła w pewnych obszarach przestrzeni kosmicznej /magnetosfery/ [17]. W obszarach, gdzie przeważa anomalna rezystywność ciepło jest wytwarzane bezpośrednio w tym samym miejscu, gdzie dokonuje się pomiaru, poprzez mechanizm turbulencji. Natomiast tam, gdzie przeważa warstwa podwójna mechanizm wytwarzania ciepła przebiega w dwu krokach. W miejscu, gdzie znajduje się warstwa energia elektryczna jest transformowana w laminarną energię kinetyczną swobodnego strumienia cząstek. Następnie energia tych cząstek jest transformowana w ciepło częściowo poprzez oddziaływanie fala-cząstka, częściowo zaś przez zwykłe zderzenia. Jednak zderzenia na ogół zachodzą, gdy cząstki zawędrują do jonosfery, gdzie gęstość jest większa. A więc warstwy podwójne odgrywają rolę w przekazywaniu energii pomiędzy magnetosferą i jonosferą.

W zastosowaniach kosmicznych bywa także rozpatrywana warstwa podwójna położona ukośnie względem kierunku stałego pola magnetycznego [18]. Powodem tego jest pojawienie się prądów Birkelanda, które powodują, że w pewnych miejscach linie ekwipotencjalne pola elektrycznego stają się ukośne do kierunku stałego pola magnetycznego. W [18] zademonstrowano rozwiązanie problemu warstwy podwójnej położonej ukośnie do kierunku stałego pola magnetycznego, które było samouzgodnione z arbitralnie ustalonym skokiem potencjału elektrycznego przez warstwę. Tworzenie się takich warstw przypisano elektrostatycznej jonowo-cyklotronowej niestabilności.

3. Fenomenologiczny opis warstwy podwójnej

Najprostszą interpretacją zjawisk badanych w laboratorium i naszkicowanych w poprzedniej części pracy jest stwierdzenie, że warstwa podwójna jest potencjalną strukturą, jak to pokazuje Rys.1.



Rys.1. Rozkład potencjału a/, pola elektrycznego b/, ładunku przestrzennego c/ w typowej warstwie przestrzennej.

Warstwa podwójna składa się z obszaru, gdzie panuje wysokie pole elektryczne i nie ma quasineutralności. W obszarze tym można wyodrębnić dwie pojedyncze warstwy o przeciwnym ładunku po każdej stronie. Warstwa podwójna znajduje się pomiędzy dwoma obszarami plazmy, które są quasineutralne i gdzie pole elektryczne jest do zaniebdania w porównaniu z polem w warstwie. Przepływ cząstek przez warstwę jest w zasadzie laminarny, więc wyklucza się w niej obszary o anomalnej rezystrywności, gdy efektywna częstość zderzeń jest podwyższona wskutek oscylacji kolektywnych lub turbulencji. Oczywiście założenie laminarności przepływu upraszcza opis, lecz trudności nadal występują.

Warstwa podwójna wymaga założenia rozkładu /populacji/ cząstek uwięzionych /pułapkowanych/. Obecność cząstek uwięzionych po obu stronach warstwy wynika z quasineutralności warstwy podwójnej /jako całości/ oraz quasineutralności obszarów plazmy pomiędzy którymi znajduje się warstwa podwójna, gdyż poza warstwą pole elektryczne znika.

Warunki Langumira i Bohma

Na podstawie nieliniowych równań makroskopowych można wywodzić warunki jakie muszą być spełnione /w pewnym przybliżeniu/ przez strumienie ładunków przepływających przez warstwę podwójną [6]. Będziemy tu rozpatrywać warstwę taką jak na Rys.1.

W stacjonarnym przypadku przyspieszenie elektronów w warstwie jest opisane przez równanie:

$$/1/ \quad m_e v_e \frac{dv_e}{dx} = e \frac{d\phi}{dx} - (\kappa T_e / n_e) \frac{dn_e}{dx} ,$$

gdzie x zmienia się prostopadle do warstwy. Jeżeli skok potencjału w warstwie spełnia warunek $e\phi_0 \gg \kappa T_e$, to w równaniu ruchu elektronów można zaniebdzić ciśnienie gazokinetyczne. Wtedy prędkość elektronów można znaleźć z zasady zachowania energii:

$$/2/ \quad v_e = \sqrt{v_0^2 + 2e\phi/m_e} ,$$

v_0 - prędkość z którą następuje iniekcja elektronów. Gęstość elektronów w warstwie, przy założeniu stałości prądu /strumienia elektronów C_e / ma postać $n_e = C_e/v_e$. Analogiczny wzór można napisać dla jonów:

$$/3/ \quad v_i = \sqrt{2e/m_i}(\phi_0 - \phi) , \quad n_i = C_i/v_i ,$$

gdzie założyliśmy, że na stronie warstwy o wyższym potencjale /przy $\phi = \phi_0$ / prędkość jonów jest równa zero. Rozkład potencjału wewnątrz warstwy otrzymamy z równania Poissona:

$$/4/ \quad d^2\phi/dx^2 = 4\pi [C_e/\sqrt{v_0^2 + 2e\phi/m_e} - C_i\sqrt{2e/m_i}(\phi_0 - \phi)] ,$$

Całka tego równania daje pole elektryczne w warstwie:

$$/5/ \quad \frac{1}{2} E^2 = 4\pi [C_e m_e \sqrt{v_0^2 + 2e\phi/m_e} - C_e m_e v_0 - C_i \sqrt{2em_i}(\phi_0 - \phi) - C_i \sqrt{2em_i} \phi_0] .$$

Wtedy przy pomocy oczywistego warunku $E = -d\phi/dx \rightarrow 0$ przy $\phi \rightarrow \phi_0$ otrzymamy związek pomiędzy skokiem potencjału na warstwie podwójnej a strumieniami elektronowym i jonowym:

$$/6/ \quad C_e = C_i \sqrt{2e\phi_0 m_i} / (m_e \sqrt{v_0^2 + 2e\phi/m_e} - m_e v_0) ,$$

W najważniejszym przypadku mamy $e\phi_0 \gg m_e v_0^2$, co w zastosowaniu do /6/ daje warunek Langmuira:

$$/7/ \quad C_e/C_i = n_e v_e / n_i v_i = (m_i/m_e)^{1/2} .$$

Jeżeli warunek /7/ nie jest spełniony ani w układzie laboratoryjnym, ani w układzie związanym z plazmą, to może to oznaczać, że jest on spełniony w układzie związanym z warstwą, którą porusza się z pewną prędkością.

Wprowadzimy teraz oznaczenia n_{e0} oraz n_{i0} dla koncentracji elektronów i jonów padających na warstwę od strony $x = 0$ i odpowiednio n_{e1} oraz n_{i1} dla ładunków padających na warstwę od strony $x = x_1$. Zgodnie z Rys.1 warstwa jest zawarta w obszarze $0 \leq x \leq x_1$. Na granicach warstwy podwójnej przyjmujemy elektryczną neutralność ładunków plazmy. Przy $x = 0$ mamy $n_e \approx n_{e0}$ oraz $n_i \approx n_{i0}$, ponieważ n_{e1} oraz n_{i1} maleją bardzo silnie z powodu przyspieszenia oraz odbicia w warstwie i zaniedbujemy ich wkład do ładunku przestrzennego. Jest to szczególnie uzasadnione w przypadku silnej warstwy podwójnej $/e\phi_0 \gg kT /$, to znaczy gdy energia związana ze zmianą potencjału w warstwie jest dużo większa od energii termicznej. W tym przypadku równanie Poissona przybiera postać:

$$/8/ \quad \frac{dE}{dx} = 4\pi e (n_{i0} - n_{e0}),$$

zaś odpowiednie równania dla koncentracji ładunków po wykorzystaniu równań ruchu z siłami zewnętrznymi i równania ciągłości przybierają postać:

$$/9/ \quad W_{i0} \frac{dn_{i0}}{dx} = n_{i0} (eE - F_{i0}),$$

gdzie $W_{i0} = W_i = \gamma T_{i0} - m_i v_{i0}^2$ oraz

$$/10/ \quad T_{e0} \frac{dn_{e0}}{dx} = n_{e0} (-eE - F_{e0}).$$

Różniczkując równanie Poissona względem x i korzystając z /9/ i /10/ otrzymujemy

$$/11/ \quad \frac{1}{4\pi e} \frac{d^2 E}{dx^2} = \frac{n_{i0}(eE - F_{i0})}{\gamma T_{i0} - m_i V_{i0}^2} + \frac{n_{e0}}{T_{e0}} (eE + F_{e0}).$$

Ponieważ $n_e = n_i$ przy $x = 0$ równanie /11/ pokazuje, że E może wzrastać ze wzrostem x jeżeli:

$$/12/ \quad m_i V_{i0}^2 = \gamma T_{i0} + T_{e0} \left(\frac{eE - F_{i0}}{eE + F_{e0}} \right)_{x=0}.$$

Powtarzając powyższe rozumowanie przy $x = x_1$ otrzymujemy warunek:

$$/13/ \quad m_e V_{e1}^2 \geq \gamma T_{e1} + T_{i1} \left(\frac{eE + F_{e1}}{eE - F_{i1}} \right)_{x=x_1}.$$

Otrzymaliśmy tu warunki konieczne, ale nie wystarczające dla stabilności warstwy podwójnej.

Jeżeli zaniedbamy w wyjściowych równaniach "siły zewnętrzne" np. siły grawitacyjne, rekombinacja, zderzenia itp. czyli $F_{i0} = 0$, $F_{e0} = 0$, $F_{i1} = 0$, $F_{e1} = 0$ to otrzymamy warunki w postaci:

$$/14/ \quad m_i V_{i0}^2 \geq \gamma T_{i0} + T_{e0},$$

$$/15/ \quad m_e V_{e1}^2 \geq \gamma T_{e1} + T_{i1}.$$

Warunki /14/, /15/, konieczne aby warstwa podwójna była stabilna, noszą nazwę warunków Bohma-Blocha i są uogólnieniem warunków Bohma. Stała γ występująca we wzorach /14/, /15/ jest stosunkiem odpowiednich ciepł właściwych i w przypadku jednowymiarowym jej wartość wynosi 3. Trzeba tu stwierdzić, że numeryczna wartość tej stałej jest różna, gdy rozważania są oparte na równaniu Własowa. Warunki Bohma-Blocha można także

używać, gdy gęstość cząstek plazmy z jednej strony jest do zaniedbania. Jest to szczególnie uzasadnione dla silnych warstw. Wtedy tylko nieliczne cząstki uwięzione po przeciwnej stronie warstwy niż rozpatrywana mogą przejść na drugą stronę, zaś gęstość cząstek swobodnych przychodzących z przeciwnej strony jest mała z powodu dużego przyspieszenia.

Równowaga ciśnień

Warunek ten stanowi, że suma wszystkich ciśnień termiczne $/nKT/$ + kinetyczne $/nmv^2/$ dla czterech populacji /swobodne i uwięzione elektrony i jony/ musi być taki sam po obu stronach warstwy.

4. Warstwy podwójne w ujęciu teorii kinetycznej

Obszar warstwy podwójnej ma grubość na ogół mniejszą niż średnia odległość pomiędzy kolejnymi zderzeniami cząstek. Dlatego do opisu zjawisk występujących w warstwie podwójnej, jak i profilu samej warstwy, zarówno w plazmie laboratoryjnej jak i plazmie kosmicznej, niezbędna jest teoria kinetyczna. Ponieważ obszar warstwy podwójnej można traktować jako bezzderzeniowy, więc do jej opisu wystarczy układ równań Własowa-Poissona /względnie Własowa-Maxwella przy uwzględnieniu zmiennych pól magnetycznych w warstwie/. Opis płynowy dostarczał, co prawda, pewnych warunków, które powinny być spełnione w warstwie /warunek Langumira, warunki Bohma-Blocha/, jednak nie można było przy jego pomocy konsekwentnie wprowadzić pojęcia "cząstek uwięzionych", które są niezbędne przy opisie zjawisk w warstwie.

Stacjonarne rozwiązania układu Własowa-Poissona

Rozważmy jednowymiarowy układ równań Własowa-Poissona:

$$/16/ \frac{\partial}{\partial x} f_j(x, v, t) + v \frac{\partial}{\partial x} f_j(x, v, t) + \frac{q_j}{m_j} E(x, t) \frac{\partial}{\partial v} f_j(x, v, t) = 0,$$

$$/17/ \quad \frac{\partial}{\partial x} E(x, t) = \sum_j 4\pi e_j n_j(x, t) = \sum_j 4\pi e_j \int dv f_j(x, v, t),$$

gdzie $f_j(x, v, t)$ jest funkcją rozkładu j -tego składnika /elektronów lub jonów/, zaś $E(x, t) = -\partial\phi(x, t)/\partial x$... samouzgodnione pole elektryczne.

Z punktu widzenia tego opracowania interesujące są rozwiązania, które są stacjonarne w układzie poruszającym się ze stałą prędkością V_0 względem laboratorium. Te rozwiązania, znane jako BGK fale [20], zależą od x i t poprzez liniową kombinację $x - V_0 t$, to jest $f_j = f_{j_0}(x - V_0 t, v)$, $E = E_0(x - V_0 t)$. Rozwiązania powyższe nie muszą być periodyczne w zmiennej $x - V_0 t$, lecz mogą także odpowiadać izolowanemu impulsowi, który propaguje się z prędkością V_0 . Wprowadzając nowe zmienne niezależne (x', v', t') , gdzie:

$$/18/ \quad x' = x - V_0 t, \quad v' = v - V_0, \quad t' = t$$

znajdujemy w ogólności, że $f_j(x', v', t')$ i $E(x', t')$ zmienia się zgodnie z układem równań:

$$/19/ \quad \frac{\partial}{\partial t'} f_j(x', t', v') + v' \frac{\partial}{\partial x'} f_j(x', v', t') + \frac{e_j}{m_j} E(x', t') \frac{\partial}{\partial v'} f_j(x', v', t') = 0$$

$$/20/ \quad \frac{\partial}{\partial x'} E(x', t') = \sum_j 4\pi e_j n_j(x', t') = \sum_j 4\pi e_j \int dv' f_j(x', v', t').$$

w układzie fali. Fakt, że układy /16/, /17/ i /19/, /20/ są identyczne świadczy, że równania Własowa-Poissona są niezmiennicze względem transformacji Galileusza. Rozwiązania układu /19/, /20/ stacjonarne w układzie fali spełniają równania:

$$/21/ \quad v' \frac{\partial}{\partial x'} f_{j_0}(x', v') + \frac{e_j}{m_j} E_0(x') \frac{\partial}{\partial v'} f_{j_0}(x', v') = 0$$

$$/22/ \quad \frac{\partial}{\partial x} \cdot E_0(x') = \sum_j 4\pi e_j \int_{-\infty}^{\infty} dv' f_{j0}^{\rightarrow}(x', v')$$

Wygodnie jest wprowadzić zmienną W_j

$$/23/ \quad W_j \equiv \frac{1}{2} m_j v'^2 + e_j \phi(x'),$$

gdzie $E_0(x') = -\partial\phi(x')/\partial x'$. Rozwiązanie układu /21/, /22/ może być wyrażone w postaci

$$/24/ \quad f_{j0}^{\rightarrow} = f_{j0}^{\rightarrow}(W_j, \text{sgn } v') = \Theta(v') f_{j0}^{\rightarrow}(W_j) + \Theta(-v') f_{j0}^{\leftarrow}(W_j),$$

gdzie $\text{sgn } v'$ oznacza $\text{sign}(v')$, zaś $\Theta(v')$ jest funkcją Heavyside'a: $\Theta(v') = 1$, gdy $v' > 0$ i $\Theta(v') = 0$, gdy $v' < 0$. Można sprawdzić, że /24/ spełnia /21/, gdy:

$$/25/ \quad f_{j0}^{\rightarrow}(W_j) = f_{j0}^{\leftarrow}(W_j) \quad \text{dla} \quad [e_j \phi]_{\min} < W_j < [e_j \phi]_{\max}$$

W /25/ $[e_j \phi]_{\max}$ i $[e_j \phi]_{\min}$ są odpowiednio absolutne maximum i minimum energii potencjalnej $e_j \phi(x')$.

Ograniczenie nałożone przez równanie /25/ wskazuje, że rozkłady $f_{j0}^{\rightarrow}(W_j)$ i $f_{j0}^{\leftarrow}(W_j)$ nie mogą być wybrane niezależnie dla cząstek uwięzionych. W szczególności dla każdego x' rozkład cząstek uwięzionych o prędkości v' jest identyczny z rozkładem cząstek o prędkości $-v'$. Dla cząstek swobodnych $f_{j0}^{\rightarrow}(W_j)$ oraz $f_{j0}^{\leftarrow}(W_j)$ mogą być wybrane niezależnie /to jest dla $W_j > [e_j \phi]_{\max}$ /. W celu wyznaczenia samouzgodnionego potencjału równowagowego $\phi(x')$ podstawiamy /24/ do równania Poissona /22/. Z równania /23/ mamy:

$$/26/ \quad dv' = \pm dW_j \left[2m_j [W_j - e\phi_i] \right]^{1/2}$$

Wykorzystując /24/ i /26/ równanie Poissona /22/ przybiera postać:

$$/27/ \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} = - \sum_j 4\pi \bar{n}_j \epsilon_j \int_{\epsilon_j \phi}^{\infty} \frac{dW_j [f_{j0}^>(W_j) + f_{j0}^<(W_j)]}{[2m_j (W_j - \epsilon_j \phi)]^{3/2}} .$$

Można przyjąć dwa punkty widzenia w traktowaniu równania /21/. Po pierwsze jeżeli funkcjonalna zależność $f_{j0}^{\alpha}(W_j)$ ($\alpha = >, <$) jest zadana wtedy równanie /27/ może być traktowane jako równanie /również nieliniowe/, które wyznacza potencjał $\phi(x')$.

Równanie /27/ można przekształcić mnożąc je przez $\frac{\partial \phi}{\partial x'}$ i całkując:

$$/28/ \quad \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \phi}{\partial x'} \right]^2 + V(\phi) = const ,$$

gdzie $V(\phi)$ jest określone przez:

$$/29/ \quad V(\phi) = - \sum_j 4\pi \int_{\epsilon_j \phi}^{\infty} dW_j [f_{j0}^>(W_j) + f_{j0}^<(W_j)] [2(W_j - \epsilon_j \phi) / m_j]^{1/2} .$$

Oczywiście można skonstruować szeroką klasę samouzgodnionych profilów $\phi(x')$ dokonując odpowiedniego wyboru $f_{j0}^{\alpha}(W_j)$ /stąd zaś $V(\phi)$ |.

Drugi punkt widzenia odnośnie równania /27/ mamy, gdy zadany jest potencjał $\phi(x')$. Jeżeli ponadto rozkład swobodnych elektronów, swobodnych jonów i uwięzionych jest zadany wtedy równanie /27/ można traktować jako równanie całkowe, które wyznacza rozkład uwięzionych elektronów.

Ogólne podejście do warstwy podwójnej

Warstwa podwójna jest zdefiniowana w tej części pracy [21], [22] jako stacjonarna, jednowymiarowa, bezzderzeniowa, elektrostatyczna potencjalna struktura o następujących własnościach:

- i/ warstwa podwójna łączy dwa jednorodne obszary plazmowe o różnych potencjałach, to znaczy $\Psi' \equiv |\phi(x \rightarrow +\infty) - \phi(x \rightarrow -\infty)| > 0$, $\Psi = \Psi' / kT_e$, Ψ jest skokiem potencjału mierzonym w jednostkach kT_e ,
- ii/ warstwa podwójna jest następstwem separacji ładunku, której rozciągłość jest mierzalna w jednostkach elektronowej stałej Debye'a λ_{De} .
- iii/ w warstwie podwójnej energia elektrostatyczna i energia kinetyczna cząstek związana z ruchem laminarnym przeważa nad energią fluktuacji, które mogą ewentualnie wystąpić w warstwie.

Można w praktyce odróżnić warstwy słabe / $\Psi \lesssim 1$ / oraz silne / $\Psi \gg 1$ /. Warstwy podwójne mogą być związane lub nie związane z prądem elektrycznym.

Najpierw opiszemy ogólną metodę znajdowania rozwiązania stacjonarnego układu Własowa-Poissona z potencjałem $\phi(x)$ który zmienia się monotonicznie pomiędzy $\phi_{min} \leq \phi(x) \leq \phi_{max}$, gdzie ϕ_{min} oraz ϕ_{max} są wartościami ekstremalnymi funkcji $\phi(x)$. Rozwiązania będą spełnione w obszarze $x_{min} \leq x \leq x_{max}$, gdzie x_{min} oraz x_{max} są punktami ekstremalnymi. Metoda ta zapewnia dobranie odpowiednich funkcji rozkładu i poszukiwanie szczególnych ich postaci. Także zapewnia ona posługiwanie się tylko gładkimi funkcjami rozkładu /w poszczególnych przedziałach/, co nie było możliwe w opisanej uprzednio metodzie BGK. Z tego powodu metoda ta bywa nazywana analityczną [23].

Będziemy więc poszukiwać stacjonarnego rozwiązania układu Własowa-Poissona zawierającego równanie Własowa dla elektronów i jonów, które są w sposób samouzgodniony sprzężone z równaniem Poissona. Prędkość elektronów, jonów, współrzędne przes-

trzenie i potencjał elektryczny są znormalizowane odpowiednio przez prędkość termiczną elektronów $v_{te} = (\kappa T_e / m_e)^{1/2}$, jonów $v_{ti} = (\kappa T_i / m_i)^{1/2}$, elektronową długość Debye'a $\lambda_{De} = (\kappa T_e / 4\pi n_0 e^2)^{1/2}$, oraz $\kappa T_e e^{-\phi}$, gdzie $\kappa T_e / \kappa T_i$ są termiczną energią swobodnych elektronów /jonów/ w położeniu, gdzie uwięzione elektrony /jony/ są nieobecne, zaś n_0 koncentracja elektronów. Wtedy równania Własowa w układzie w którym potencjał jest stały w czasie przybierają postać:

$$/30/ \quad \left[v \partial_x + \phi' / \kappa \partial_v \right] f_e = 0,$$

$$/31/ \quad \left[U \partial_x - \Theta \phi(\kappa) \partial_U \right] f_i = 0,$$

gdzie $\Theta = T_e / T_i$, v - prędkość elektronów, U - prędkość jonów. Rozwiązania obu równań mogą być wyrażone poprzez stałe ruchu, którymi są i znak prędkości w przypadku cząstek swobodnych.

Można wyróżnić cztery różne rozkłady prędkości:

$$/32/ \quad \begin{array}{ll} a/ f_{ef}(v^2/2 - \phi, v_0) & b/ f_{if}(U^2/2 + \Theta \phi, v_0, A) \\ c/ f_{ef}(v^2/2 - \phi, \beta) & d/ f_{if}(U^2/2 + \Theta \phi, \alpha, A). \end{array}$$

Różnica pomiędzy swobodnymi $f_{jf} / j \in \{e, i\}$ i uwięzionymi $f_{ji} / j \in \{e, i\}$ cząstkami jest dana przez:

$$/33/ \quad a/ E_e \equiv v^2/2 - \phi \xi - \phi_{mb} \quad b/ E_i \equiv U^2/2 + \Theta \phi - \alpha x,$$

gdzie $E_j / j \in \{e, i\}$ są znormalizowanymi energiami pojedynczych cząstek. Wyższy znak w nierównościach /33/ odnosi się do cząstek swobodnych, niższy zaś do cząstek uwięzionych. Parametry v_0 , U_0 występujące w /32/ reprezentują średni dryf konieczny do opisu prądu, α i β odnoszą się do cząstek

uwięzionych. Zmiana tych parametrów umożliwia opis różnych konfiguracji cząstek uwięzionych, A jest stałą normalizacyjną, która może być wprowadzona zarówno do rozkładu elektronów jak i jonów.

Wybór szczególnej postaci funkcji rozkładu sugerowany przez laboratoryjne oraz numeryczne eksperymenty jest zawarty w następujących przepisach:

1. $f_{j\phi}$ $|j \in \{e, i\}|$ jest rozkładem Maxwella przesuniętym do położenia, gdzie cząstki uwięzione są nieobecne, to znaczy przy $\phi = \phi_{\min}$ $| \phi = \phi_{\max} |$ w przypadku elektronów /jonów/.
2. $f_{j\phi}$ $|j \in \{e, i\}|$ są symetrycznymi, nie przesuniętymi rozkładami Maxwella w których "temperatura" różni się od temperatury cząstek swobodnych: $T_{e\phi} = \beta^{-1} T_e$ oraz $T_{i\phi} = \alpha^{-1} T_i$. Ujemne temperatury też są dozwolone $|\alpha < 0, \beta < 0|$.
3. funkcje rozkładu są ciągłe w całej przestrzeni prędkości.

Całkowanie rozkładu względem prędkości daje gęstości elektronów i jonów:

$$/34/ \quad n_e = n_e(\phi, v_0, \beta), \quad n_i = n_i(\phi, \theta, v_0, \alpha, A).$$

Trzeba więc rozwiązać równanie Poissona:

$$/35/ \quad \phi''(x) = n_e - n_i = -\frac{\partial}{\partial \phi} V(\phi, \dots),$$

gdzie V jest znaną funkcją ϕ . V można uzyskać poprzez całkowanie gęstości /koncentracji/ względem ϕ :

$$/36/ \quad V = \int_{\phi_{\min}}^{\phi} d\phi' [n_i(\phi', \dots) - n_e(\phi', \dots)],$$

gdzie $V(\phi_{\min}) = 0$. Poprzez całkowanie równania Poissona

/35/ można otrzymać związek:

$$/37/ \quad \frac{[\phi'(\pi)]^2}{2} + V(\phi, \dots) = 0$$

$V(\phi, \dots)$ znika przy ϕ_{max} : $V(\phi_{max}, \dots) = 0$.

Ten ostatni związek można nazywać nieliniowym związkiem dyspersyjnym, gdyż stanowi związek pomiędzy prędkością dryfu v_0 i amplitudą fali. Rozwiązania układu Własowa-Poissona poprawnie analitycznie i fizycznie to takie, które otrzymamy zaburzając plazmę w odpowiedni sposób i w następstwie rozwoju czasu otrzymamy stan stacjonarny tu wyznaczony. Aby otrzymać ten wynik należy zbadać czasowy rozwój zaburzenia początkowego dla równań Własowa-Maxwella zależnych od czasu [24]. Należy tu zwrócić uwagę, że każdy z rozkładów /32/ jest maxwellianem w odpowiednim przedziale istnienia i jest funkcją analityczną zmiennej v lub u i ϕ to znaczy rozwijalną w szereg potęgowy Taylora w tych przedziałach. Funkcja analityczna w całej przestrzeni, $v \in (-\infty, \infty)$, prędkości v i spełniająca stacjonarne równanie Własowa po scałkowaniu względem prędkości v w tej przestrzeni jest również funkcją analityczną ϕ . Tak więc koncentracje n_e i n_i /34/ powinny być rozwijalne w szereg Taylora względem ϕ . Uważa się, że analityczne rozkłady, np. maxwelliany prowadzą do fizycznie akceptowalnych rezultatów. Prowadzą one do momentów funkcji rozkładu /koncentracja, średnia prędkość, energia, .../, które są rozwijalne w szeregi potęg scałkowitych względem ϕ i tym samym, przynajmniej dla $|\phi| < 1$, są zbieżne z wynikami otrzymanymi przy pomocy opisu płynowego. Natomiast tu wyznaczone koncentracje rozwijalne są w szeregi potęg półówkowych dla $\phi < 1$. Dla przykładu przytoczymy rozwinięcie koncentracji elektronów wyznaczonej wg H. Schamela [25] :

$$/38/ \quad n_e(\phi) = 1 + b_1 \phi + b_2 \phi^{3/2} + b_3 \phi^2 + b_4 \phi^{5/2} + \dots,$$

gdzie $b_1, b_2 \dots$ są stałymi zależnymi od V_0 i β /32/.

klasyfikacja warstw podwójnych

I. Pierwszy typ warstwy podwójnej jest ściśle monotoniczny, co przedstawia Rys.1. Ten typ warstwy podwójnej jest pobudzony przez strumień lub napięciowo.

Główne jej charakterystyki są następujące:

- 1/ Struktura potencjalna jest skorelowana z czterema rozkładami typu strumieni.
- 2/ Prędkości dryfujących cząstek $V_{D_e} = +V_0$, $V_{D_i} = -V_0$ przy wchodzeniu w warstwę spełniają warunek Bohma-Blocha, który dla $\Theta = 1$ staje się $|V_{D_j}| \geq 1$.
- 3/ Warunek Langmuira $C_e | C_i = (m_i/m_e)^{1/2}$, zapewnia stabilność warstwy, lecz jego spełnienie nie jest konieczne / C_e, C_i - to odpowiednio strumień elektronów i jonów, analogiczne jak we wcześniejszej części pracy/.
- 4/ Spotykamy w eksperymentach zakres skoku potencjału Ψ w warstwie podwójnej zawiera się w przedziale $1 \leq \Psi \leq 2000$.
- 5/ Szerokość warstwy Δ dla przedziału $10 \leq \Psi \leq 100$ można ocenić na podstawie wzoru:

$$/39/ \quad \Delta \approx 6 \Psi^{1/2}$$

- 6/ Stosunek temperatur nie jest pierwszoplanowym parametrem i może się odchylić od jedności w obie strony.

Rozkłady dane ogólnie w /32/ przybierają teraz postać [23]:

$$/40/ \quad f_{ef} = C \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\gamma \gamma_0 v (v^2 - 2\phi)^{1/2} - v_0 \right]^2 \right\} \quad E_e > 0.$$

$$/41/ \quad f_{et} = C \exp(-v_0^2/2) \exp \left[-\frac{\beta}{2} (v^2 - 2\phi) \right] \quad E_e \leq 0,$$

$$/42/ \quad f_{i\phi} = AC \exp(u_0^2/2) \exp\left\{-\frac{1}{2} [\operatorname{sgn} v (u^2 - 2\theta(v-\phi))^2 + u_0^2]\right\} \quad E_i > \theta v,$$

$$/43/ \quad f_{i\phi} = AC \exp\left\{-\frac{u^2}{2} [v^2 - 2\theta(v-\phi)]\right\} \quad E_i \leq \theta v,$$

gdzie $C = (2\pi)^{-\frac{1}{2}}$.

Odpowiadające tym wzorom gęstości przybierają postać:

$$/44/ \quad n_c(\phi) = \exp(-v_0^2/2) [F(v_0^2/2, \phi) + T_+(\beta, \phi)],$$

$$/45/ \quad n_c(\phi) = A [F(u_0^2/2, \theta(v-\phi)) + T_+(\alpha, \theta(v-\phi))],$$

gdzie:

$$/46/ \quad F(x, y) = \exp(y) \operatorname{erfc}(y^{1/2}) + K(x, y),$$

$$/47/ \quad K(x, y) = 2\pi^{-\frac{1}{2}} \int_0^{y^{1/2}} d\varphi x^{1/2} \cos \varphi \exp[-y \operatorname{tg}^2 \varphi + x \cos^2 \varphi] \operatorname{erf}(x^{1/2} \cos \varphi),$$

$$/48/ \quad T_+(x, y) = x^{-\frac{1}{2}} \exp(xy) \operatorname{erf}(\sqrt{xy}).$$

Całkowanie gęstości względem ϕ , zgodnie ze wzorem /36/ daje klasyczny potencjał V :

$$V(\phi) = A \theta^{-1} [P_+(\theta v, \alpha) - P_+(\theta(v-\phi), \alpha) + H(u_0^2/2, \theta(v-\phi), \theta v)] -$$

/49/

$$- \exp(-v_0^2/2) [P_+(\phi, \beta) - 1 + H(v_0^2/2, 0, \phi)],$$

gdzie stała całkowania jest tak wybrana, że $V(0) = 0$.
i nowe funkcje są zdefiniowane:

$$/50/ \quad P_{\pm}(x, y) = \exp(x) \operatorname{erfc}(x^{1/2}) + 2(x/\bar{n})^{1/2}(1-y^{-1}) + y^{-1} T_{\pm}(x, y),$$

$$/51/ \quad H(x, a, b) = \int_a^b K(x, y) dy .$$

W celu otrzymania monotonicznego przejścia trzeba założyć kwazineutralność przy $\phi = 0$ oraz $\phi = \psi$ i $V(\psi) = 0$.
Te trzy warunki wraz z $V(\phi) < 0$ dla $0 < \phi < \psi$ tworzą dopuszczalny obszar parametrów.

Stosunek strumieniów elektronów i jonów nie spełnia dokładnie warunków Langmuira, lecz:

$$/52/ \quad C_e / C_i = \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} f ,$$

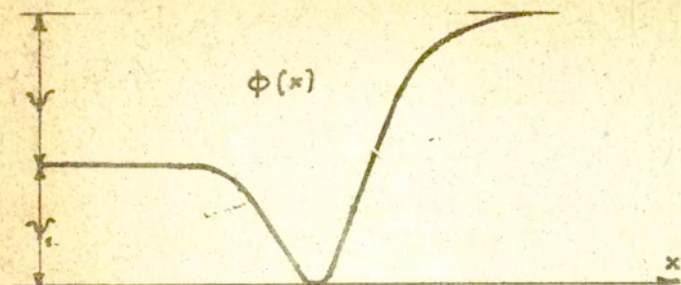
gdzie $f = 1$ mamy spełniony warunek Langmuira i warstwa jest najbardziej stabilna.

Kryterium Bohma-Blocha dla warstwy monotonicznej jest spełnione. Poza tym dla wszystkich warstw tego typu stałą wartość przybiera parametr:

$$/53/ \quad G \equiv 2\alpha \psi U_e^{-2} \approx 0,8 .$$

Tak analitycznie skonstruowana warstwa spełnia w zasadzie warunki 1-6.

II. Drugi zasadniczy typ warstwy stanowi asymetryczna dziura jonowa /jonowo-akustyczna warstwa podwójna/ w której zmiana potencjału elektrycznego w kierunku prostopadłym do warstwy x , jest przedstawiona na Rys.2. Widoczna jest dziura w okolicy, gdzie potencjał przybiera małe wartości.



Rys.2. Rozkład potencjału elektrycznego w warstwie podwójnej typu: asymetryczna dziura jonowa.

Uproszczonym zagadnieniem jest przypadek szczególny, symetryczna dziura jonowa: $\psi = 0$, ψ_1 - głębokość dziury. W przypadku symetrycznej dziury jonowej nieliniowy związek dyspersyjny ma postać $\nabla(-\psi_1) = 0$. Badanie zbioru dopuszczalnych parametrów ograniczonych przez warunki: $\nabla < 0$ przy $-\psi_1 < \phi < 0$, prowadzi do następujących rezultatów [22]:

- 1/ Prędkość dziury jonowej U_0 jest rzędu jedności lub mniejsza i maleje ze wzrostem ψ_1 .
- 2/ Dziury jonowe nie istnieją dla $\Theta = T_e/T_i \leq 3,5$ w izotermicznej bezprądowej granicy $|\beta = 1, v_0 = 0|$. Ta granica wzrasta, gdy v_0 wzrasta lub β maleje.
- 3/ Jest górna granica na ψ , która jest prawie równa jedności i niezależna od Θ $|\Theta > 3,5|$ dla $v_0 = 0, \beta = 1$. Granica ta wzrasta, gdy β maleje.
- 4/ α ma być ściśle ujemne.
- 5/ n_e i n_i maleją w obszarze dziury.
- 6/ Szerokość przestrzenna Δ maleje wraz z α , natomiast odnośnie ψ_1 najpierw maleje, potem zaś rośnie.

Dziury jonowe potrzebują dla swej egzystencji wirowego typu rozkładu jonów, propagują się przynajmniej z prędkością termiczną i charakteryzuje je depresja ϕ , n_e oraz n_i .

Dziury jonowe bazują na powolnych jonowo-akustycznych modach i wymagają dla siebie zaburzenia rozkładu jonów w obszarze termicznym.

Drugi typ warstwy podwójnej jest zazwyczaj spotykany w plazmie pobudzanej prądowo. Ogólnie drugi typ warstwy podwójnej posiada następujące własności /potwierdzone przez eksperymenty numeryczne/ [26] :

- 1/ Mamy tu do czynienia z rozkładami cząsteczek zarówno swobodnych, jak i uwięzionych. Rozkład jonów jest silnie skupiony w dziurze, w obszarze cząstek uwięzionych.
- 2/ Prędkości dryfowe są zazwyczaj małe i nie przewyższają jedności.
- 3/ Skok potencjału jest słaby: $0 \leq \psi \leq 1$, i pokrywa obszar w którym nie występują warstwy pierwszego typu.
- 4/ Stosunek temperatur spełnia warunek: $\frac{T_e}{T_i} \gtrsim 5$. Co oznacza, że podtrzymuje fale jonowo-akustyczne.
- 5/ Początkowa wartość prędkości dryfowej musi przewyższać 0.6 w celu możliwości uformowania się warstwy.
- 6/ Szerokość dziury stanowi około 10, zaś warstwy przejściowej około 50 długości Debye'a.
- 7/ Anomalna rezystowność znika po zformowaniu się warstwy podwójnej.

Warstwa podwójna drugiego typu bywa też nazywana słabą warstwą podwójną, albo nawet warstwą potrójną, gdyż faktycznie występują tu trzy warstwy ładunków. Używana bywa także nazwa warstwa jonowo-akustyczna.

Symetryczne odbicie wykresu przedstawionego na Rys.2, wobec prostej równoległej x da wykres potencjału dla warstwy podwójnej III typu asymetrycznej dziury jonowej, jednak nie ma ona takiego znaczenia praktycznego jak warstwa II typu.

LITERATURA

- [1] D. ANDERSON, M. BABIC: 1969, Ninth Int. Conf. on Ionized Gases, Bucharest, Rumunia, p.1958
- [2] S. TORVEN, Ark. Fys. 35, 513 /1968/
- [3] H. ALFVEN, Cosmic plasma, D. Reidel, 1981
- [4] R. DAVIDSON, Methods in nonlinear plasma theory, Academic Press, 1972
- [5] D. BOHM, The characteristics of electrical discharges in magnetic fields, /editors: A. Guthrie, R. Wakerling/, Mc Graw Hill, 1949
- [6] L.A. ARCIMOWICZ, R.Z. SAGDIEJEV, Fizika plazmi dla fizikow, Atomizdat, 1979
- [7] L.E. JOHNSON, J. Plasma Phys. 23, 433 /1980/
- [7a] J. GLENN, R. HUBBARD, J. Plasma Phys. 20, 391 /1978/
- [8] H. ALFVEN, Tellus 10, 104 /1958/
- [9] H. ALFVEN, P. CARLQVIST, Solar Phys. 1, 220 /1967/
- [10] L. FRANK, K. ACKERSON, J. Geophys. Res. 77, 4116 /1971/
- [11] C. GOERTZ, G. JOYCE, Astrophys. Space. Sci. 32, 165 /1975/
- [12] W. LENNARTSSON, J. Geomagn. Geoelectr. 30, 463 /1978/
- [13] R. ALBERT, P. LINDSTROM, Science 170, 1398 /1970/
- [14] P. CARLQVIST, R. BOSTROM, J. Geophys. Res. 75, 7140 /1970/
- [15] E. WESCOTT, J. Geophys. Res. 81, 4487 /1976/
- [16] C. GOERTZ, Rev. Geophys. Space Phys. 17, 418 /1979/
- [17] E. HAGG, Can. J. Phys. 45, 27 /1967/
- [18] D. SWIFT, J. Geophys. Res. 80, 2096 /1975/
- [19] L. BLOCK, Cosmic Electrodyn. 3, 377 /1972/
- [20] R. DAVIDSON, Methods in nonlinear plasma theory p. 72
- [21] H. SCHAMEL, J. Plasma Phys. 13, 139 /1975/

- [22] S. BUJARBARUA, H. SCHAMEL, J. Plasma Phys. 25, 515 /1981/
- [23] H. SCHAMEL, S. BUJARBURUA, Phys.Fluids 23, 190 /1983/
- [24] A.J. TURSKI, Prace IPPT, Nr 7/1985
- [25] H. SCHAMEL, SFB Nr 162, Plasma Physik Bochum /Jülich 1983/
- [26] P.H. SAKANAKA, Phys.Fluids 15, 1312 /1972/.