

Krzysztof Żuchowski

WYBRANE ZAGADNIENIA IDENTYFIKACJI
SŁABYCH WARSTW PODWÓJNYCH
W PLAZMIE NA TLE INNYCH
NIEPERIODYCZNYCH STRUKTUR
BEZZDERZENIOWYCH

4/1995

P. 269



WARSZAWA 1995

<http://rcin.org.pl>

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 20 grudnia 1994 r.



56605



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark. wyd. 1,0 Ark. druk. 2,0
Oddano do drukarni w lutym 1995 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.
Warszawa, ul. Jasna 1

Krzysztof Żuchowski
Ośrodek Mechaniki
Samodzielna Pracownia
Dynamiki Plazmy

WYBRANE ZAGADNIENIA IDENTYFIKACJI
SŁABYCH WARSTW PODWÓJNYCH W PLAZMIE NA TLE INNYCH
NIEPERIODYCZNYCH STRUKTUR BEZZDERZENIOWYCH

Streszczenie

W pracy porównano słabe warstwy podwójne typu jonowo-akustycznego z innymi nieperiodycznymi strukturami bezzderzeniowymi w równowagowej plazmie. Tymi bezzderzeniowymi strukturami są: silne warstwy podwójne, fale solitonowe, niemonotoniczne i monotoniczne bezzderzeniowe fale uderzeniowe. Przyjmuje się, że swobodnym elektronom jest przypisana określona temperatura. Swobodne jony, za wyjątkiem silnych warstw podwójnych, traktowane są jako zimne.

1. Wstęp

W powyższym opracowaniu zajmujemy się taką plazmą, w której czasy charakterystyczne dla opisanych struktur są dużo mniejsze od średnich czasów pomiędzy zderzeniami dla poszczególnych cząstek występujących w plazmie. Rozważana plazma ma relatywnie stosunkowo wysoką temperaturę i niską gęstość, więc parametr plazmowy $\mathcal{G} = 1/n\lambda_D^3 \sim n^{1/2}/T^{3/2}$ jest dla niej dużo mniejszy od jedności: $\mathcal{G} \ll 1$, gdzie λ_D - długość Debye'a /na ogół dla elektronów/, $\lambda_D = 4,9(\pi/n)^{1/2}$, n - gęstość elektronów w cm^{-3} , zaś T temperatura /na ogół elektronów/ w K° [1].

W takiej "plazmie bezzderzeniowej" mogą pojawiać się słabe i silne warstwy podwójne, elektrostatyczne fale uderzeniowe, fale solitonowe oraz występować takie zjawiska jak anomalna rezystywność. Przy opisie tych struktur i zjawisk abstrahuje się od wpływu warunków brzegowych na granicy ośrodka plazmowego, który to charakteryzuje "plazmową warstwę przyścienneą". Niemniej jednak pojęcia i metody opisu "plazmowej warstwy przyściennej" [2] odegrały kluczową rolę w elementarnym podejściu do "silnych warstw podwójnych" [3].

Wspomniane wyżej "bezzderzeniowe struktury" są opisane przez układ równań Własowa-Poissona, gdy nie uwzględnia się obecności stałego pola magnetycznego w plazmie.

Warstwy podwójne /Double Layers - DL/ były na ogół traktowane jako struktury nieruchome, więc do ich opisu stosowano stacjonarny układ równań Własowa-Poissona. Niemniej jednak dla silnych warstw podwójnych /duży skok potencjału elektrycznego / elementarne wyniki uzyskano w oparciu o model płynowy plazmy, który poddany został "ad hoc" pewnym modyfikacjom wynikającym z niekonsystencji tego opisu [3].

Warstwy podwójne w plazmie zwane czasem elektrycznymi warstwami podwójnymi reprezentują silnie nieliniowy stan i budzą

zainteresowanie zarówno badaczy Fizyki Przestrzeni Kosmicznej jak i Fizyki Plazmy Laboratoryjnej. Przypuszcza się, że są one odpowiedzialne za przyspieszanie cząstek w obszarach zorzowych a także przyczyną przyspieszania cząstek wyładowań laboratoryjnych oraz mają związek z anomalną rezystywnością [4]. Silne warstwy podwójne pojawiają się w plazmie w sytuacjach występowania silnych pól i prądów elektrycznych.

Warstwy podwójne w przestrzeni kosmicznej występują w strefach przejściowych między obszarami plazmy o różnych parametrach, np. gęstości, temperaturze, składzie i zawsze o różnym potencjale elektrycznym.

Celem tej pracy jest identyfikacja, czyli wyróżnienie cech, które różnią słabe jonowo-akustyczne warstwy podwójne od innych struktur bezzderzeniowych a przede wszystkim od elektrycznych fal uderzeniowych. Rozróżnienie tych struktur jest możliwe dzięki rozwojowi współczesnych metod diagnostycznych z jednej strony, zaś z drugiej strony opracowania teoretyczne mogą badania diagnostyczne uczynić bardziej efektywne. Należy tu podkreślić, że badania diagnostyczne wspomnianych struktur są bardzo trudne ze względu na ich stosunkowo krótki czas życia w skali makroskopowej. Wobec tego z punktu widzenia identyfikacji ważnym może być także zagadnienie formowania się tych struktur oraz ich zanikanie.

Na podstawie dotychczasowych uwag łatwo stwierdzić, że warstwy podwójne w plazmie są to struktury w których występują lokalne odchylenia od neutralności elektrycznej i skok potencjału elektrycznego. Teraz podamy definicję warstwy podwójnej w plazmie.

2. Definicja, ogólny opis warstwy podwójnej w plazmie.

Silne warstwy podwójne.

Warstwa podwójna w plazmie jest tu określona [5], [6] jako jednowymiarowa bezzderzeniowa struktura potencjału elektrostatycznego, która:

i/ łączy dwa różne, asymptotycznie jednorodne potencjały plazmy,

tj. $\Psi > 0$, gdzie

$$\Psi \equiv \left| \phi(x \rightarrow \infty) - \phi(x \rightarrow -\infty) \right|$$

jest spadkiem potencjału mierzonym w jednostkach bezwymiarowych,

tzn. $\phi = |e| \psi / T_e$

gdzie ψ jest potencjałem elektrycznym /nieunormowanym/,

e - ładunek elementarny, T_e - temperatura elektronowa mierzona w eV.

ii/ stanowi rozdzielenie ładunku a rozmiar tej strefy przejściowej mierzony jest w jednostkach elektronowej długości

Debye'a λ_{De}

iii/ posiada energię elektrostatyczną i energię kinetyczną związaną z koherentną strukturą znacznie przewyższające odpowiednie energie fluktuacji, które nakładają się na warstwę.

Powyższa definicja nie przesądza o monotoniczności warstwy podwójnej mimo to przyjmujemy na razie, że określona tu warstwa podwójna charakteryzuje się jako struktura o monotonicznym profilu potencjału elektrycznego

Rozróżnia się słabe warstwy podwójne ($\Psi \lesssim 1$) oraz silne warstwy podwójne ($\Psi \gg 1$).

Warstwy podwójne mogą być związane z przepływem przez nie prądu elektrycznego, ale nie jest to konieczny warunek ich istnienia [7].

Najwcześniej zostały zbadane i opisane silne warstwy podwójne typu strumieniowego /beam type/ zarówno na gruncie modelu płynowego,

mimo jego niekonsystencji do opisu tych struktur [3], jak i na gruncie teorii kinetycznej [8], [9].

W silnej warstwie podwójnej typu strumieniowego mamy do czynienia przynajmniej z czterema rodzajami cząstek: swobodne elektrony przepływające od strony potencjału niższego do wyższego, swobodne dodatnie jony przepływające od strony potencjału wyższego do niższego, schwyte /odbite/ elektrony przepływające od strony wyższego potencjału oraz schwyte /odbite/ dodatnie jony, które przepływają od strony niższego potencjału. Cząstki schwyte w przypadku monotoniczności potencjału są od niego odbijane i nie dają wkładu do prądu elektrycznego przepływającego przez warstwę podwójną. Cząstki swobodne przechodząc przez całą warstwę podwójną dają wkład do prądu elektrycznego przepływającego przez tę warstwę.

Na podstawie modelu płynowego, wychodząc z warunku ciągłości strumienia cząstek i zasady zachowania energii posługując się także równaniem Poissona, otrzymano [3] warunki Bohma-Blocka. Warunki te podają dolną granicę prędkości jaką powinny mieć cząstki swobodne aby przeniknąć przez warstwę podwójną. Uwzględniają one strukturę profilu warstwy podwójnej. Na przykład ujemny ładunek przestrzenny który gromadzi się w pobliżu niższej wartości potencjału, utrudnia swobodnym elektronom przechodzenie od niższego do wyższego potencjału. Podobny warunek został wyprowadzony przez Bohma [2] dla plazmowej warstwy przyściennej, lecz Block [3] uzupełnił go, dla warstwy podwójnej uwzględniając wpływ cząstek swobodnych. Według warunku Bohma swobodny jon aby przeniknąć przez warstwę podwójną musi mieć prędkość większą od prędkości jonowo-akustycznej. Wpływ cząstek swobodnych powoduje, że ta prędkość powinna być jeszcze większa.

Natomiast składając neutralność elektryczną warstwy podwójnej jako całości wyprowadzono [3] dla "silnej warstwy podwójnej" "warunek Langmuira", który mówi, że stosunek kwadratów strumieni

cząstek swobodnych jest odwrotnie proporcjonalny do stosunku ich mas:

$$/1/ \quad I_e / I_i = (m_i / m_e)^{1/2}$$

gdzie I_e - strumień swobodnych elektronów, I_i - strumień swobodnych jonów. Warunek Langmuira został skonfrontowany z teorią kinetyczną. Obliczenia numeryczne [9] wykazały, że w przypadku spełnienia warunku Langmuira /1/, gdy $\Psi > 15$ silna warstwa podwójna jest najbardziej stabilna. Taki sam wniosek można wysnuć na podstawie [10], gdzie dokonano symulacji formowania się strumieniowych silnych warstw podwójnych.

Dla bardzo dużych skoków potencjału elektrycznego w warstwie podwójnej / $\Psi \rightarrow \infty$ / powinno się uwzględnić poprawki relatywistyczne, natomiast gdy $\Psi \rightarrow 0$ ewidentnie nie jest spełniony warunek /1/ i według teorii kinetycznej [9], [10] ta struktura jest niestabilna.

3. Zarys kinetycznego opisu warstw podwójnych w plazmie.

Kinetyczny opis warstwy podwójnej w plazmie wymaga użycia stacjonarnych równań Własowa dla elektronów i jonów:

$$/2/ \quad \underline{v} \cdot \frac{\partial f_j}{\partial \underline{x}} - \frac{q_j}{m_j} \frac{\partial \psi}{\partial \underline{x}} \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{v}} f_j = 0 \quad j=e, i; \quad -q_e = q_i = e$$

gdzie f_j - funkcja rozkładu prędkości dla j-tego składnika zaś $\underline{x} = /x, y, z/$. Jeżeli nie uwzględnia się stałego pola magnetycznego w ośrodku plazmowym, to można przyjąć potencjał jednowymiarowy $\psi = \psi(x)$ zależny tylko od x .

Wtedy równanie /2/ wystarczy uzupełnić równaniem Poissona [1] :

$$/3/ \quad d^2 \psi / dx^2 = 4\pi e (n_e - n_i).$$

Gęstości cząstek występujące w równaniu Poissona 3/ otrzymuje się poprzez całkowanie odpowiedniej funkcji rozkładu f_j :

$$/4/ \quad n_j = \int_{-\infty}^{\infty} d^3 v f_j$$

Funkcje rozkładu f_j , $j = i, e$, jako gęstości prawdopodobieństwa spełniają ponadto warunki:

$$/5/ \quad f_j \geq 0 \quad j = i, e$$

Ponieważ problem jest jednowymiarowy rozkłady f_j zależą tylko od składowych prędkości w kierunku osi x .

Przypomnijmy teraz fakt, że charakterystykami zależnego od czasu równania Własowa [1] są równania ruchu cząstki w polu potencjału $\varphi(x)$, który to występuje w równaniu Własowa /2/. Te równania ruchu /charakterystyki/ posiadają stałe ruchu. Stacjonarne rozwiązanie równania Własowa jest funkcją tych stałych ruchu. Tymi stałymi ruchu w jednowymiarowym potencjale $\varphi(x)$ są wielkości:

$$/6/ \quad \epsilon'_j = m_j v_x^2 / 2 + q_j \varphi(x), \quad j = i, e$$

oraz składowe prędkości poprzeczne do kierunku x , czyli v_y i v_z . Stała ϵ'_j - odpowiada całkowitej energii j -tej cząstki w ruchu jednowymiarowym wzdłuż osi x . Oprócz tych stałych ruchu istnieją jeszcze dyskretne stałe ruchu:

$$/7/ \quad \epsilon'_i = \text{sgn}(\epsilon'_i - e\varphi_{\max}), \quad \epsilon'_e = \text{sgn}(\epsilon'_e + e\varphi_{\min})$$

W przypadku monotonicznej warstwy podwójnej φ_{\max} oraz φ_{\min} istnieją i są skończone. Dla swobodnych jonów: $\epsilon'_i > 0$, a także dla swobodnych elektronów: $\epsilon'_e > 0$ stałą ruchu jest znak składowej wektora prędkości w kierunku osi x :

$$/8/ \quad \epsilon_j^2 = \text{sgn} v_x \quad j = i, e.$$

W plazmie dwu składnikowej, gdy występują elektrony i dodatnie jony dla silnej warstwy podwójnej można wyróżnić cztery funkcje rozkładu prędkości cząstek: funkcja rozkładu dla swobodnych elektronów, funkcja rozkładu dla swobodnych jonów, funkcja rozkładu dla schwytanych jonów, funkcja rozkładu dla schwytanych elektronów.

W [8] opierając się na oczywistych przesłankach fizycznych wybrano przesunięty rozkład Maxwella dla cząstek swobodnych. To przesunięcie jest związane ze skończoną średnią prędkością cząstek strumienia. Natomiast dla cząstek schwytych wybrany został rozkład Maxwella nieprzesunięty. Można dokonać "szczytia" rozkładów dla cząstek swobodnych i schwytych w miejscu, gdzie dyskretne stałe ruchu ξ_j /7/ doznają skoku. Jednak "szczytie" tych rozkładów zostało dokonane jedynie w sposób ciągły [8], [9], co spotkało się z krytyką [6]. Krytyce poddano także wprowadzenie osobnych rozkładów dla cząstek swobodnych i cząstek schwytych [11].

Definiowanie postaci powyższych rozkładów prędkości miało miejsce w obszarach poza warstwą podwójną, gdzie potencjał elektryczny $\varphi(x)$ był stały. Wykorzystując stałą ruchu ξ_j /6/ można otrzymać funkcje rozkładu dla punktów wewnątrz warstwy podwójnej. Funkcje rozkładu prędkości dla punktów wewnątrz warstwy podwójnej zależą od wartości potencjału w tym punkcie. Całkując funkcje rozkładu prędkości cząstek w warstwie podwójnej względem prędkości /4/ otrzymuje się gęstość cząstek w warstwie podwójnej, która zależy od potencjału $\varphi(x)$. Podstawiając wzór na gęstość cząstek do równania Poissona /3/ otrzymuje się równanie na $\varphi(x)$, czyli równanie określające profil warstwy podwójnej.

Dla celów praktycznych wprowadza się unormowanie poszczególnych wielkości fizycznych [6], [8]. Prędkość elektronów, prędkość jonów, współrzędna przestrzenna i potencjał elektryczny unormowane są odpowiednio względem: termicznej prędkości elektronów

$V_{Te} = (T_e/m_e)^{1/2}$, jonów $V_{Tj} = (T_j/m_j)^{1/2}$ długości elektronowej Debye'a $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_0 e^2)^{1/2}$ oraz T_e/e , gdzie T_e i T_j są odpowiednio temperaturami elektronów i jonów w skali energetycznej, zaś n_0 gęstość równowagowa elektronów w obszarze poza warstwą podwójną. Nastąpiło więc przejście do jednostek bezwymiarowych.

W tym przedstawieniu statyczne równania Własowa dla elektronów

i jonów przybierają odpowiednio postać:

$$/9/ \quad \left(v \frac{\partial}{\partial x} + \frac{d\phi}{dx} \frac{\partial}{\partial v} \right) f_e = 0,$$

$$/10/ \quad \left(u \frac{\partial}{\partial x} - \Theta \frac{d\phi}{dx} \frac{\partial}{\partial u} \right) f_i = 0,$$

gdzie $\Theta = T_e/T_i$. Dla wygody oznaczono prędkość elektronów przez v , zaś prędkość jonów przez u i unormowany potencjał elektryczny oznaczono przez ϕ .

Gęstości cząstek, uzyskane po całkowaniu odpowiedniej funkcji rozkładu prędkości, są funkcjami: potencjału elektrycznego ϕ , prędkości strumienia swobodnych elektronów v_0 lub strumienia prędkości swobodnych jonów u_0 , zaś gęstość elektronów zależy od parametru β , który określa temperaturę schwytych elektronów:

$T_{et} = T_e/\beta$ natomiast gęstość jonów zależy od parametru α , który określa temperaturę schwytych jonów $T_{it} = T_i/\alpha$. Poza tym gęstość jonów zależy od parametru Θ i stałej normalizacyjnej A . Powyższe uwagi można wyrazić w postaci:

$$/11/ \quad n_e = n_e(\phi, v_0, \beta), \quad n_i = n_i(\phi, u_0, \Theta, \alpha, A).$$

Równanie Poissona przybiera teraz postać:

$$/12/ \quad d^2\phi/dx^2 = n_e - n_i \equiv -\frac{\partial}{\partial\phi} V(\phi, \dots),$$

gdzie prawa strona równania jest funkcją znaną. Funkcja $V(\phi)$ bywa nazywana potencjałem Sagdiejewa [12], który to wprowadził ją po raz pierwszy. W celu rozwiązania równania /12/ posługujemy się metodą przestrzeni fazowej stosowaną do równania oscylatora nieliniowego:

$$\ddot{x} = -\frac{\partial}{\partial x} V(x), \quad x = x(t).$$

Funkcje $V/\phi, \dots/$ wyznaczamy całkując gęstości względem ϕ , tj:

$$/13/ \quad V = \int_{\phi_{\min}}^{\phi} [n_i(\phi', \dots) - n_e(\phi', \dots)] d\phi',$$

gdzie założono, że $V/\phi_{\min}, \dots/ = 0$,

lub w sposób równoważny:

$$/13a/ \quad V = - \int_{\phi}^{\phi_{\max}} [n_i - n_e] d\phi',$$

gdzie $V(\phi_{\max}, \dots) = 0$.

Istnieje jednoznaczna relacja pomiędzy potencjałem ϕ i potencjałem Sagdiejewa $V(\phi)$, która wyraża się następującym równaniem:

$$/14/ \quad \frac{1}{2} \left[d\phi(x)/dx \right]^2 + V(\phi, \dots) = 0.$$

Równanie /14/ otrzymano całkując równanie /12/ względem ϕ .

Można zauważyć, że $\partial V / \partial \phi$ znika w tych punktach w których gęstość elektronów jest równa zero dla odpowiedniej wartości ϕ .

Rozwiązanie równania /12/ istnieje, jeżeli $V(\phi)$ jest ujemne w przedziale: $\phi_{\min} < \phi < \phi_{\max}$.

Relacje $V(\phi_{\max}, \dots) = 0$ lub $V(\phi_{\min}, \dots) = 0$ wiążące prędkość dryfu jonów u_0 alternatywnie z amplitudami $\phi_{\max}(\phi_{\min})$ nazwano nieliniowym związkiem dyspersyjnym.

Na podstawie rozważań przeprowadzonych według przedstawionego tu schematu [8] stwierdzono, że strumieniowa monotoniczna silna warstwa podwójna $|\Psi| \gg 1$ w plazmie łączy jednorodne ośrodki plazmowe o jednakowych gęstościach, lecz o różnych potencjałach elektrycznych i różnych temperaturach.

Przestrzeń fazowa /położenie i prędkość/ cząstek poruszających się w polu o potencjale $\Psi(x)$ jest podzielona przez "separaktryse" na obszar cząstek swobodnych i obszar zajęty przez cząstki schwyte. Równanie separaktryisy jest określone ze wzorów /7/ i dla jonów ma postać:

$$/15/ \quad \sigma_i' \equiv \operatorname{sgn} \left(\frac{v^2}{2} + \Theta(\phi - \phi_{\max}) \right) = 0 = \frac{v^2}{2} + \Theta(\phi - \phi_{\max})$$

/przy uwzględnieniu warunku $\operatorname{sgn}(0) = 0$,

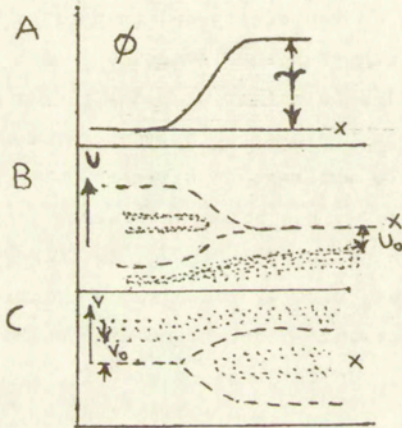
z zaś dla elektronów ma postać:

$$/16/ \quad \sigma_e' \equiv \operatorname{sgn} \left(\frac{v^2}{2} + (\phi_{\min} - \phi) \right) = 0 = \frac{v^2}{2} + (\phi_{\min} - \phi).$$

Znajomość potencjału elektrycznego $\phi(x)$ pozwala wyznaczyć separaktryse oraz rozkład trajektorii cząstek swobodnych i schwytych w przestrzeni fazowej.

W przypadku strumieniowej silnej monotonicznej warstwy podwójnej w plazmie prędkości strumieni swobodnych elektronów v_0 oraz swobodnych jonów u_0 mają skończone /niezerowe/ wartości [5]. Poza tym w odpowiednich przestrzeniach fazowych /elektronowej i jonowej/ występują schwyte elektrony i schwyte jony. Te cząstki schwyte nie wypełniają całego dostępnego dla nich obszaru w przestrzeni fazowej, lecz skupione są w pewnym obszarze, którego osią symetrii jest oś x . Szerokość obszaru zajętego przez cząstki schwyte zależy od ich efektywnej temperatury, którą to określa parametr β dla schwytych elektronów i parametr α dla schwytych jonów [11]. Natomiast swobodne elektrony poruszają się jedynie od potencjału niższego do wyższego, zaś swobodne jony jedynie od potencjału wyższego do niższego.

Na Rys. 1 przedstawiono wykres potencjału elektrycznego $\phi(x)$ oraz elektronową i jonową przestrzeń fazową dla silnej $\gamma \gg 1$ monotonicznej strumieniowej warstwy podwójnej w plazmie [5]. Separaktrysa /linia przerywana/ oddziela cząstki swobodne od schwytych. Strumień swobodnych jonów ma średnią prędkość równą U_0 . Cząstki schwyte nie wypełniają całego dostępnego im obszaru przestrzeni fazowej, lecz rozmieszczone są w jego środkowej części.



Rys. 1 A - wykres potencjału elektrycznego silnej warstwy podwójnej
 B - jonowa przestrzeń fazowa silnej warstwy podwójnej
 C - elektronowa przestrzeń fazowa silnej warstwy podwójnej

4. Fala solitonowa i niemonotoniczna bezzderzeniowa fala uderzeniowa.

Rozpatrzmy fale o skończonej amplitudzie w quasirównowagowej nieizotermicznej plazmie, w której elektrony i jony są scharakteryzowane makswellowskimi rozkładami względem prędkości. Rozkład prędkości elektronów jest określony przez temperaturę T_e , zaś rozkład prędkości jonów jest określony przez temperaturę T_i . Zakłada się, że temperatura elektronów jest znacznie większa niż temperatura jonów: $T_e \gg T_i$. W takiej plazmie mogą rozchodzić się [1] niskoczęstotliwościowe drgania o liniowej zależności dyspersyjnej w długofalowym obszarze /dźwięk - jonowy/, co jest widoczne ze związku dyspersyjnego dla fal jonowo-akustycznych:

$$/17/ \quad \omega = (1 + \lambda_D^2 k^2)^{-1/2} k V_s$$

gdzie $V_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ - prędkość jonowo-akustyczna.

Prędkość fazowa fali jonowo-akustycznej V_s jest duża w porównaniu ze średnią prędkością termiczną jonów V_{Ti} . W celu opisu ruchu jonów pod wpływem takiej fali można posługiwać się równaniami hydrodynamicznymi z polem samouzgodnionym potencjału elektrycznego $\varphi(x,t)$ / znowu rozważamy przypadek jednowymiarowy/:

$$/18/ \quad \partial \tilde{U} / \partial t + \tilde{U} (\partial \tilde{U} / \partial x) + (e/m_i) \partial \varphi / \partial x = 0$$

$$/19/ \quad \partial n_i / \partial t + \partial / \partial x (n_i \tilde{U}) = 0.$$

gdzie \tilde{U} jest uśrednioną składową prędkości jonów w kierunku osi x . Potencjał elektryczny φ jest powiązany z gęstością elektronową n_e oraz gęstością jonową n_i poprzez równanie Poissona /3/.

Elektronową składową plazmy należy opisywać równaniem kinetycznym Wlasowa dla elektronowej funkcji rozkładu $f_e(x, y, t)$.

Ponieważ prędkość jonowo-akustyczna jest mała w porównaniu z prędkością termiczną elektronów, to w równaniu kinetycznym Własowa można zaniedbać składnik $\delta f_e / \delta t$ w porównaniu ze składnikiem $\underline{v} \cdot (\delta f_e / \delta \underline{x})$. Z tego wynika, że funkcja rozkładu prędkości dla elektronów spełnia stacjonarne równanie Własowa /2/. Elektrony mają rozkład prędkości Maxwella i jeżeli fala jonowo-akustyczna porusza się dużo wolniej niż elektronowa prędkość termiczna to ewentualne przesunięcie prędkości w rozkładzie Maxwella można zaniedbać. Wobec tego wzór na gęstość elektronową $n_e(x, t)$ przybiera postać:

$$/20/ \quad n_e(x, t) = n_{e0} \exp\{e\varphi(x, t)/T_e\}$$

gdzie n_{e0} - jest gęstością elektronów w punkcie $\varphi = 0$.

Powyższy rozkład jest rozkładem Boltzmana dla elektronów w polu elektrycznym, którego potencjał φ zmienia się w czasie i w przestrzeni. Ten fakt, że gęstość elektronów i elektronowa funkcja rozkładu zależą od współrzędnych i czasu tylko za pośrednictwem potencjału φ , jest związany z małością prędkości fazowej rozpatrywanych drgań w porównaniu ze średnią prędkością termiczną elektronów. Wobec tego w każdej chwili czasu i w każdym punkcie przestrzeni zdąża ustalić się lokalny rozkład Boltzmana dla elektronów.

Równania /18/, /19/, /3/ i /20/ tworzą zamknięty układ nieliniowych równań, które opisują jonowo-akustyczne drgania quasi-równowagowej plazmy.

Rozważmy jednowymiarową "falę" /nieperiodyczną/ [12], która może powstać z fali jonowo-akustycznej. Niech ta fala porusza się w lewo z prędkością U_0 . Jeżeli przejdziemy do układu, który porusza się z falą, to potencjał elektryczny φ będzie stały w czasie. Tak samo stały w czasie będzie strumień jonów, który pada na falę z lewej strony z prędkością U_0 . Ponieważ temperatura

jonów $T_i \rightarrow 0$, więc prędkość wszystkich jonów będzie jednakowa i równa \tilde{U}_0 .

Prędkość jonów w fali uzyskujemy z zasady zachowania energii

$$/21/ \quad \tilde{U} = (\tilde{U}_0 - 2e\varphi/m_i)^{1/2}$$

Korzystając ze stałości strumienia jonów, co jest konsekwencją /19/ i stacjonarności równań w układzie związanym z falą mamy:

$$/22/ \quad n_i = n_{i0} \tilde{U}_0 / \tilde{U} = n_{i0} / (1 - (2e\varphi/m_i \tilde{U}_0))^{-1/2}$$

Wtedy równanie Poissona przybiera postać:

$$/23/ \quad d^2\varphi/dx^2 = 4\pi(n_e - n_i) = \\ = 4\pi n_0 [\exp(e\varphi/T_e) - (1 - (2e\varphi/m_i \tilde{U}_0^2))^{-1/2}]$$

gdzie przyjęto $n_{e0} = n_{i0} = n_0$.

Dokonyamy teraz unormowania zmiennych, które jest przejściem do wielkości bezwymiarowych /nieco inne niż w poprzedniej części pracy z uwagi na rolę prędkości jonowo-akustycznej V_s /:

$$/24/ \quad \phi = e\varphi/T_e, \quad \xi = x/\lambda_{De}, \quad M = \tilde{U}_0/V_s,$$

Wtedy równanie /23/ przybiera postać:

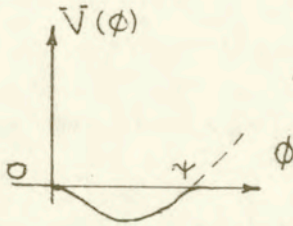
$$/25/ \quad d^2\phi/d\xi^2 = \exp(\phi) - (1 - 2\phi/M^2)^{-1/2} \equiv -dV(\phi)/d\phi.$$

Przy założeniu, że:

$$/26/ \quad \phi = 0: \quad V(\phi) = 0$$

potencjał Sagdiejewa dany jest wzorem

$$/27/ \quad V(\phi) = 1 - \exp(\phi) + M^2 [1 - (1 - 2\phi/M^2)^{1/2}].$$



Rys. 2 Potencjał Sagdiejewa dla fali solitonowej:

linia ciągła przedłużona linia przerywaną, dla $\phi = 0$ styczna do osi, dla $\phi = \psi$ przecina oś ϕ .

Potencjał Sagdiejewa dla monotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej: linia ciągła styczna do osi ϕ dla $\phi = 0$ oraz dla $\phi = \psi$.

Na Rys. 2 jest przedstawiony wykres potencjału Sagdiejewa odpowiadający wyrażeniu /27/ w pewnym zakresie $\phi : 0 \leq \phi \leq \psi$.

Dla $\phi = 0$ wykres jest styczny do osi ϕ , zaś dla pewnej wartości $\phi = \psi$ wykres przecina oś ϕ i w pewnym przedziale dla $\phi > \psi$ jest ponad osią $\phi : V(\phi) > 0$.

Zgodnie z równaniem /14/ rozważana fala będzie istniała, gdy $V(\phi) < 0$. Będzie to miało miejsce dla małych dodatnich ϕ , gdy $M > 1$, co wynika z rozwinięcia prawej strony wyrażenia /27/ dla małych

Z drugiej strony z wzoru /27/ widać, że ma miejsce nierówność $\phi \leq M^2/2$. Fizycznie jest to związane z tym, że wielkość $e\psi$ nie może przekraczać wartości $(1/2)m_e c^2$. W przeciwnym przypadku jony nie mogłyby przeniknąć za rozważaną nieperiodyczną falę. Górną granicę wartości M , dla których $V(\phi) < 0$, określa się z tego warunku, że dla istnienia jony potencjału wykres $V(\phi)$ powinien przecinać oś ϕ przy $\phi > 0$. Gdyby to nie zaszło quasi-cząstka związana z potencjałem Sagdiejewa nie mogła by się odbić. W tym celu $\phi > 0$ koniecznym jest, co widać z wzoru /27/, aby dla pewnego $\phi > 0$ zachodził warunek:

$$/28/ \exp(\phi) - 1 < M^2 [1 - (1 - 2\phi/M^2)^{1/2}]$$

Przy podstawieniu do /28/ wartości maksymalnej $\phi_{\max} = M^2/2$ otrzymuje się nierówność

$$\exp(M^2/2) - 1 < M^2$$

z której wynika $M < 1,6$.

Tak więc rozpatrywana nieperiodyczna fala istnieje [12], [13],
gdy:

$$/29/ \quad 1 < M < 1,6.$$

Ponieważ $M > 1/M$ - można nazwać liczbą Macha/, więc ta struktura jest naddźwiękowa i z uwagi na postać potencjału Sagdiejewa odpowiada fali solitonowej jonowo-akustycznej.

W przypadku fali solitonowej stan plazmy przed falą jest identyczny ze stanem plazmy za falą i w układzie laboratoryjnym w pewnej odległości od fali plazma jest w spoczynku i znika tam zarówno gęstość ładunku elektrycznego jak i pole elektryczne.

Natomiast w bezzderzeniowej fali uderzeniowej, w układzie związanym z falą, stan plazmy przed frontem fali jest inny niż za frontem fali.

Na podstawie wzoru /14/ można napisać / uwzględniając unormowanie specyficzne dla fal jonowo-akustycznych /24/ / :

$$/30/ \quad \xi = \pm \int \frac{d\phi}{\sqrt{-2V(\phi)}}$$

gdzie znak w /30/ zależy od kierunku rozchodzenia się fali.

Amplitudę fali wyznacza się z warunku $V(\phi_{\max}) = 0$:

$$/31/ \quad (n_{e0}/n_{i0})(\exp\{\phi_{\max}\} - 1) + M^2 [(1 - 2\phi_{\max}/M^2)^{1/2} - 1] = 0$$

Ponieważ dla plazmy przed falą znika gęstość ładunku i pole elektryczne, co pociąga $n_{e0} = n_{i0}$, więc wzór /31/ można przepisać w postaci:

$$/32/ \quad (\exp\{\phi_{\max}\} - 1) + M^2 [(1 - 2\phi_{\max}/M^2)^{1/2} - 1] = 0.$$

Przy pomocy wzoru /30/, uwzględniając wzór /27/ dla małych wartości ϕ , można napisać przybliżony wzór na potencjał elektryczny fali z dala od jej grzbietu:

$$/33/ \quad \phi \sim \exp\{-|\xi| \sqrt{1 - 1/M^2}\}$$

gdy $\xi \rightarrow \infty$. Równanie /32/ ma rozwiązanie tylko dla $\phi_{\max} > 0$ /fala solitonowa "dodatnia"/, zaś wartości maksymalne gęstości elektronowej $n_{e \max}$ i gęstości jonowej $n_{i \min}$ są związane z wartością maksymalną potencjału ϕ_{\max} wzorami:

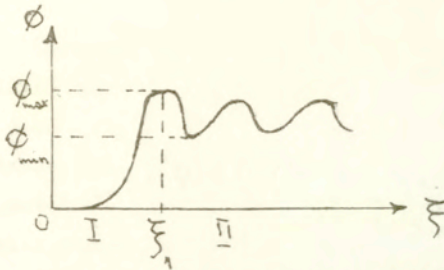
$$/34/ \quad n_{e \max} = n_{e0} \exp\{\phi_{\max}\}, \quad n_{i \max} = n_{i0} (1 - 2\phi_{\max}/M^2)^{-1/2}$$

Z wzorów /34/ wynika, że $n_{e \max} > n_{e0}$ oraz $n_{i \max} > n_{i0}$ i gęstości ładunków rosną wraz ze wzrostem potencjału w stosunku do swoich wartości równowagowych. Tak więc solitonowa fala jest falą zgęszczeniową.

Jeżeli istnieje choćby minimalna strata w układzie to quasi-cząstka związana z potencjałem Sagdiejewa i reprezentująca daną strukturę nie powróci do początku $\phi = 0$ po odbiciu się od "ściany potencjału", lecz będzie wykonywać oscylacje o zmniejszającej się amplitudzie. Wtedy opisana struktura będzie przedstawiać bezzderzeniową falę uderzeniową o oscylacjach za frontem fali.

Bezzderzeniowa fala uderzeniowa powstaje w przypadku, jeżeli z jakiejś przyczyny została naruszona symetria przestrzennego rozkładu ładunku lub pola elektrycznego quasi-równowagowej plazmy z maxwellowskim rozkładem prędkości elektronów. Taką przyczyną może być odbicie jonów od utworzonej przez falę bariery potencjału.

Na Rys. 3 został przedstawiony profil potencjału elektrycznego niemonotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej w układzie poruszającym się razem z falą. Obszar I zawiera czoło fali uderzeniowej, które ma kształt jak fala solitonowa. Natomiast w obszarze II nie następuje "wykładniczy" zanik fali jak dla solitonu, lecz następują oscylacje.



Rys. 3 Profil niemonotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej typu zgęszczeniowego w układzie poruszającym się razem z falą.

W [14] stwierdzono, że struktura oscylacyjna z przednim frontem typu solitonowego, jak na Rys. 3 może między innymi istnieć, gdy z lewej strony będzie na nią padał niewielki strumień jonów. Ten strumień jonów o gęstości $n_{oi} F(\phi)$ odbija się w punkcie odpowiadającym potencjałowi ϕ . Wobec tego gęstość jonów przechodzących od $\xi \rightarrow -\infty$ ma postać $n_{i0} - n_{i0} F(0)$, ponieważ $\phi \rightarrow 0$, gdy $\xi \rightarrow -\infty$. Natomiast gęstość jonów, które ulegają odbiciu ma postać $2n_{i0} F(\phi)$. Tak więc do lewej strony równania Poissona /25/, które opisuje falę solitonową należy wprowadzić uzupełniające człony. Od gęstości jonów odejmuje się część jonów, która uległa odbiciu:

$$F(0) / (1 - 2\phi/M^2),$$

jednocześnie należy uwzględnić gęstość jonów, które ulegają odbiciu $2F(\phi)$. Zwiększeniu ulega także gęstość elektronów w $\xi \rightarrow -\infty$ o czynnik $F(0)$ aby zapewnić tam quasi-neutralność elektryczną.

Ponieważ na prawo od pierwszego maksimum potencjału ϕ_{max} , położonym dla $\xi = \xi_1$, nie występują odbite jony, więc tam prawa strona równania Poissona /25/ nie zawiera czynnika $2F(\phi)$. Powyższy zapis uwzględnił unormowanie gęstości do jej wielkości niezaburzonej. Należy więc zapisać osobno równanie Poissona dla $\xi < \xi_1$ oraz dla $\xi > \xi_1$,

/odpowiednio dla obszaru I i II, Rys. 3 /:

$$\begin{aligned} /35/ \text{ I: } \delta^2 \phi / \delta \xi^2 &= -\delta V_I / \delta \phi \equiv \\ &\equiv (1+F(0)) \exp(\phi) - (1-F(0)) / (1-2\phi/M^2) - 2F(\phi), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} /35/ \text{ II: } \delta^2 \phi / \delta \xi^2 &= -\delta V_{II} / \delta \phi \equiv \\ &\equiv (1+F(0)) \exp(\phi) - (1-F(0)) / (1-2\phi/M^2). \end{aligned}$$

Zakłada się, że $F(\phi_{\max}) = 0$ i stałą całkowania należy tak wybrać, by zapewnić ciągłość potencjału Sagdiejewa dla $\xi = \xi_1$. Jednokrotnie całkowanie wzoru /35/, w celu uzyskania potencjału Sagdiejewa nie przedstawia trudności dla równania /35/ II. Natomiast przedstawienie wzoru na potencjał Sagdiejewa dla /35/ I wymaga znajomości $F(\phi)$. Funkcja $F(\phi)$ reprezentująca gęstość cząstek odbitych jest oczywiście nieujemna $F(\phi) \gg 0$ i ponieważ liczba odbitych cząstek jest niewielka $F(\phi) = O(\xi)$, gdzie $\xi \ll 1$. Dla uproszczenia można np. przyjąć, że $F(\phi)$ jest stała na odcinku $0 \leq \phi < \phi_{\max}$, zaś poza tym odcinkiem równa jest zeru. Przy tym założeniu możemy wyznaczyć potencjał Sagdiejewa V_I dla $\xi_1 > \xi$ i następnie rozwinąć go dla małych ϕ :

$$/36/ V_I(\phi) = -\phi^2/2 + \phi^2/2M^2 + F(0)(-\phi^2/2 - \phi^2/2M^2) - 2F(0)\phi_{\max}.$$

Czynnik $-2F(0)\phi_{\max}$ zapewniał ciągłość $V_I(\phi_{\max}) = V_{II}(\phi_{\max})$, lecz równanie /36/ zapisane jest dla małych ϕ . Podobnie jak dla fali solitonowej, powyższa struktura falowa istnieje, gdy $V_I(\phi) < 0$ dla małych ϕ . Ponieważ $F(0) > 0$, więc by $V_I(\phi)$ było ujemne wystarczy aby $-\phi^2/2 + \phi^2/2M^2 < 0$, czyli $M > 1$.

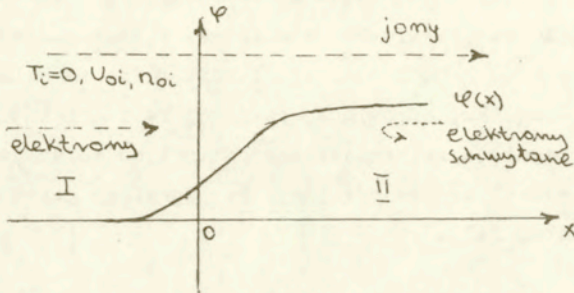
Przy dostatecznie małej wartości $F(0)$ istnieje tylko niewielki przedział ξ_1 , że $M < 1 - \xi_1$. Tak więc wprowadzona asymetria spowodowana odbiciem jonów od fali solitonowej umożliwia powstanie niemonotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej, która porusza się z prędkością naddźwiękową.

Źną przyczyną powstania niemonotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej zamiast fali solitonowej jest obecność tłumienia Landaua [15], [16]. Efekt tłumienia Landaua jest istotny, gdy zaburzenie gęstości ładunku w obszarze występowania fali $\Delta n_i/n_{i0}$ jest tego samego rzędu co pierwiastek kwadratowy z stosunku masy elektronów do masy jonów: $(m_e/m_i)^{1/2}$. Graficznie można to sobie wyobrazić, że quasi-cząstka, odpowiadająca danej fali grzęźnie w jamie potencjału Sagdiejewa. Wielokrotne odbicia od ścian jamy zciągną "quasi-cząstkę" na sam dół jamy, co odpowiada gasnącym oscylacjom poza frontem fali.

5. Monotoniczne bezzderzeniowe fale uderzeniowe.

Uwzględnienie schwytych elektronów za frontem fali solitonowej prowadzi do koncepcji monotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej. Struktura ta została zidentyfikowana eksperymentalnie [17]. Przypomina ona słabą jonowo-akustyczną warstwę podwójną, gdyż ma ten sam typ potencjału Sagdiejewa V w obszarze, gdzie istnieją rozwiązania dla danej fali. Wobec tego przebieg potencjału elektrycznego $x \rightarrow \varphi(x)$ jest dla monotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej podobny jak dla słabej jonowo-akustycznej warstwy podwójnej. W celu przedstawienia modelu monotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej [18] wykorzystano równania płynowe dla zimnych jonów, analogicznie jak dla omówionych wyżej fal solitonowych i niemonotonicznych bezzderzeniowych fal uderzeniowych. Natomiast swobodne elektrony są prezentowane dla monotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej przez przesunięte rozkłady Maxwella, tak jak zostało przedstawione wyżej przy omawianiu silnych warstw podwójnych. Jednak w odróżnieniu od silnych warstw podwójnych elektrony swobodne w rozważanej fali uderzeniowej poruszają się zarówno od potencjału niższego do wyższego jak i w odwrotnym kierunku.

Jony w układzie związanym z falą poruszającą się od potencjału niższego do wyższego.



Rys. 4 Szkic potencjału elektrycznego w monotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej.

Stan plazmy, gdy $x \rightarrow \infty$, to znaczy zanim została zaburzona przez falę uderzeniową jest scharakteryzowany przez rozkłady:

$$/37/ \quad f_i(-\infty) = n_{oi} \delta(v - v_{oi})$$

$$/38/ \quad f_e(-\infty) = n_{oe} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{m_e (v - v_{oe})^2}{2T_e} \right\}$$

Ponieważ elektrony są przyspieszane w obszarze II, Rys. 4, więc żeby zachować quasi-neutralność dla $x \rightarrow \infty$ należy wprowadzić "schwytane" przez potencjał $\varphi(x)$ elektrony.

Tak więc elektronowa funkcja rozkładu składa się z dwu części: f_{ef} - swobodnej oraz f_{et} - związanej, czyli:

$$/39/ \quad f_e = f_{ef} + f_{et}.$$

Postać funkcji rozkładu prędkości dla cząstek swobodnych f_{ef} w dowolnym punkcie x można uzyskać z jej postaci asymptotycznej dla $x \rightarrow -\infty$, biorąc pod uwagę wzór /6/ przepisany dla elektronów:

$$\epsilon_e = m_e v^2/2 - e\varphi(x):$$

$$/40/ \quad f_{ef}(x, v) = n_{oe} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{1/2} \cdot \begin{cases} \exp \left\{ -\frac{m_e}{2T_e} \left(\sqrt{v^2 - \frac{2e\varphi}{m_e}} - V_{oe} \right)^2 \right\} \\ \text{dla } v > (2e\varphi/m_e)^{1/2} \\ \exp \left\{ -\frac{m_e}{2T_e} \left(\sqrt{v^2 - \frac{2e\varphi}{m_e}} + V_{oe} \right)^2 \right\} \\ \text{dla } v < -(2e\varphi/m_e)^{1/2}. \end{cases}$$

Wobec tego gęstość swobodnych elektronów wyraża się wzorem:

$$/41/ \quad n_{ef} = n_{oe} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{1/2} \int_{(2e\varphi/m_e)^{1/2}}^{\infty} dv \exp \left\{ -\frac{m_e}{2T_e} \left(\sqrt{v^2 - \frac{2e\varphi}{m_e}} - V_{oe} \right)^2 \right\} + n_{oe} \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{1/2} \int_{-\infty}^{-(2e\varphi/m_e)^{1/2}} dv \exp \left\{ -\frac{m_e}{2T_e} \left(\sqrt{v^2 - \frac{2e\varphi}{m_e}} + V_{oe} \right)^2 \right\}.$$

Gęstość cząstek schwytych wyrażona jest wzorem

$$/42/ \quad n_{et}(x) = \frac{\int_{-e\varphi}^0 d\epsilon f_{et}(\epsilon)}{\int_{-e\varphi}^0 \sqrt{2m_e(\epsilon + e\varphi)}} = \int_0^{e\varphi} d\epsilon' \frac{f_{et}(\epsilon' - e\varphi)}{\sqrt{2m_e\epsilon'}},$$

gdzie $f_{et}(\epsilon)$ nie jest funkcją znaną.

Natomiast biorąc pod uwagę /37/, stałą ruchu /6/ i stałość strumienia jonów, otrzymuje się analogicznie do /21/ i /22/ wzór na gęstość swobodnych jonów:

$$/43/ \quad n_i(x) = n_{oi} / (1 - 2e\varphi/m_i v_{oi}^2)^{1/2}.$$

Po podstawieniu tych gęstości /41/, /42/, /43/ do równania Poissona /23/ i dokonaniu unormowania analogicznego jak w poprzedniej części pracy uzyskuje się równanie:

$$/44/ \quad d^2\phi/d\xi^2 = -(1 - 2\phi/M^2)^{1/2} + (1 - \operatorname{erf}\sqrt{\phi}) \exp(\phi) + \alpha(\phi) \equiv -dV_M/d\phi.$$

gdzie:

$$/45/ \operatorname{erf} \phi = 2\sqrt{\pi}^{-1} \int_0^{\phi} d\eta \exp(-\eta^2)$$

$$/46/ \alpha = n_{et}/n_{oe} \geq 0.$$

Przed podstawieniem gęstości swobodnych elektronów n_{ef} /41/ do równania Poissona, zaniedbano w nim V_{oe} , wskutek $V_{oe} \ll \sqrt{T_e/m_e}$.

Potencjał Sagdiejewa V_m dla monotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej można przedstawić w postaci sumy dwóch części:

$$/47/ \quad V_m = V_s + V_t,$$

gdzie V_s to część potencjału Sagdiejewa odpowiadająca cząstkom swobodnym, zaś V_t część potencjału odpowiadająca cząstkom schwytanym. Jednokrotne całkowanie prawej strony równania /44/ daje wyrażenia:

$$/48/ V_s = M^2 \left[1 - (1 - 2\phi/M^2)^{1/2} \right] + 1 + \exp(\phi) + \operatorname{erf} \sqrt{\phi} (\exp \phi) - (\phi/\pi)^{1/2},$$

$$/49/ V_t = - \int_0^{\psi} \alpha(\eta) d\eta,$$

przy tym wykorzystano warunek quasi-neutralności w $-\infty$ $n_{oi} = n_{oe}$.

Związek pomiędzy ψ oraz ϕ wynika z unormowania $e\psi/T_e = \phi$

Rozważana monotoniczna fala uderzeniowa istnieje, gdy potencjał Sagdiejewa V_m spełnia określone warunki:

$$i \quad V_m(0) = V_m(\phi_{max}) = 0$$

$$ii \quad \left. \frac{\partial V_m}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} = \left. \frac{\partial V_m}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_{max}} = 0$$

$$iii \quad V_m < 0 \quad \text{dla} \quad 0 < \phi < \phi_{max}$$

Funkcja V_t jest zawsze ujemna w rozpatrywanym przedziale i ponadto

$V_t(0) = 0$. Natomiast $V_s(0) = 0$ wskutek odpowiednio dobranej

stałej całkowania. Także spełniony jest warunek $\left. \frac{\partial V_m}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} = 0$

ponieważ ma miejsce: $\left. \frac{\partial V_s}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} = 0$ i $\left. \frac{\partial V_t}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} = 0$

Pozostałe warunki ograniczają wybór funkcji rozkładu dla schwytych elektronów:

$$150/ \quad V_s(\phi_{\max}) = \int_0^{\psi_m} \alpha(\eta) d\eta, \quad \int_0^{\psi} \alpha(\eta) d\eta > V_s(\phi),$$

przy czym $\psi_{\max} e / T_e = \phi_{\max}$ oraz:

$$151/ \quad \left. \frac{\partial V_s}{\partial \phi} \right|_{\phi=\phi_{\max}} = \alpha(\psi) \Big|_{\psi=\psi_{\max}}.$$

Warunek 111 implikuje ujemną krzywiznę V_m przy $\phi=0$ oraz

$\phi=\phi_{\max}$ to znaczy:

$$152/ \quad \left. \frac{d^2 V_m}{d\phi^2} \right|_{\phi=0} < 0 \quad \text{i} \quad \left. \frac{d^2 V_m}{d\phi^2} \right|_{\phi=\phi_{\max}} < 0$$

Wykorzystując /44/, /46/, /42/ można napisać:

$$153/ \quad \frac{d^2 V_m}{d\phi^2} = \frac{1}{M^2} \cdot \frac{1}{(1-2\phi/M^2)^{3/2}} - (1 - \operatorname{erf} \sqrt{\phi}) \exp(\phi) +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi} \phi} \left[1 - \left(\frac{\sqrt{\pi} T_e}{2 m_e} \right) \frac{f_{et}(\epsilon_e)}{n_{oe}} \right] + \frac{T_e}{n_{oe}} \int_{-e\phi}^0 \frac{d\epsilon f_{et}'(\epsilon)}{\sqrt{2 m_e (\epsilon + e\phi)}}.$$

Jeżeli $\phi \rightarrow 0$ to $d^2 V_m / d\phi^2$ będzie ujemny jeżeli

$$f_{et}'(\epsilon=0) = n_{oe} (2 m_e / \sqrt{\pi} T_e)^{1/2}, \quad \text{co oznacza równość } f_{ef} \text{ przy } \epsilon_e=0,$$

gdzie $\epsilon_e = \frac{1}{2} m_e v^2 - e\psi$. Tak więc pierwszy z warunków /52/

prowadzi do ciągłości funkcji rozkładu prędkości elektronów swobodnych i rozkładu elektronów schwytych przy $\epsilon_e=0$.

Sugeruje to postać funkcji rozkładu elektronów schwytych

$$154/ \quad f_{et} = 2 n_{oe} (m_e / 2 \sqrt{\pi} T_e)^{1/2} \exp(-\epsilon_e / T_e),$$

wtedy f_{et} jako funkcja V ma ekstremum dla $V=0$ i cały rozkład jest monotoniczny dla $V > 0$.

Warunek $V_m(\phi_{\max}) = 0$ prowadzi do $M \leq 3.1$. Natomiast warunek, że $V_m(\phi) < 0$ dla małych ϕ , wskutek ujemności V_t i niezależności od M spowoduje pewne przesunięcie dolnej granicy M dla której $V_m(\phi) < 0$. Tak więc uwzględnienie schwytych elektronów

rozszerza przedział liczb M dla których istnieje rozwiązanie.

Oczywiście przy ustalonym M monotoniczna bezderzeniowa fala uderzeniowa ma ograniczoną amplitudę, co wynika bezpośrednio z warunku /43/:

$$/55/ \quad 0 < \phi_{\max} < 1/2 M^2$$

6 Słabe warstwy podwójne jonowo-akustyczne.

W [5] "skonstruowano" słabą warstwę podwójną jonowo-akustyczną w eparciu o stacjonarny układ równań Własowa-Poissona /9/, /10/, /12/ posługując się wyborem funkcji rozkładu prędkości cząstek, który został przedstawiony w 3-ciej części tego opracowania.

Rozkłady prędkości cząstek mają postać:

$$/56/ \quad f_e(v) = \hat{A} (2\pi U)^{-1/2} \begin{cases} \exp\{-\frac{1}{2} [\zeta_e^2 (v^2 - 2(\phi + \gamma))^{1/2} - v_0]^2\} & \epsilon_e > 0 \\ \exp(-v_0^2/2) \exp[-\beta(v^2 - 2(\phi + \gamma))/2] & \epsilon_e \leq 0 \end{cases}$$

$$f_i(u) = (\pi U)^{-1/2} \begin{cases} \exp\{-\frac{1}{2} [\zeta_i^2 (u^2 + 2\theta\phi)^{1/2} - u_0]^2\} & \epsilon_i > 0 \\ \exp(-u_0^2/2) \exp[-\alpha(u^2 + 2\theta\phi)/2] & \epsilon_i \leq 0, \end{cases}$$

gdzie $\epsilon_e = (v^2 - 2(\phi + \gamma))$, $\epsilon_i = (u^2 + 2\theta\phi)/2$.

Ponadto w /56/ przyjęto oznaczenia $\zeta_e^2 = \text{sgn } v$, $\zeta_i^2 = \text{sgn } u$, $\Theta = T_e/T_i$, zaś γ określa amplitudę warstwy podwójnej. Całkowanie rozkładów prędkości elektronów f_e oraz jonów f_i daje zgodnie z wzorami /4/, /11/ gęstość elektronową n_e oraz gęstość jonową n_i , które zależą odpowiednio od prędkości strumieni cząstek swobodnych v_0 , u_0 , parametrów określających temperaturę cząstek schwytych β i α . Natomiast gęstość elektronów zależy od stałej normalizacyjnej \hat{A} i γ , zaś gęstość jonów od \hat{C} . Obydwie gęstości są funkcjami potencjału elektrycznego ϕ . Wzory na gęstość ładunków

zostały uproszczone przy wykorzystaniu warunku quasi-neutralności $n_e = n_i = 1$, gdy $\phi = 0$ oraz warunku $\Theta \gg 1$. Podstawienie gęstości elektronowej i jonowej do równania Poissona /12/ pozwala po jednokrotnym całkowaniu wyznaczyć potencjał Sagdiejewa $V(\phi)$, który ma postać [5]:

$$/57/ \quad -V(\phi) = B_1 \left\{ -\phi \gamma^{1/2} (\gamma + \phi) - \frac{2}{5} [\gamma^{5/2} - (-\phi)^{5/2} - (\gamma + \phi)^{5/2}] \right\} - \frac{C_1}{3} \phi^2 [\sqrt{\gamma} - \sqrt{-\phi}]^2.$$

Jeżeli drugi człon w równaniu /57/ jest dominujący to profil słabej warstwy jonowo-akustycznej ma postać:

$$/58/ \quad \phi(x) = -\gamma/4 \left[1 + \tanh \mathcal{H}x \right]^2, \quad \mathcal{H} = \left(\frac{-C_1 \gamma}{24} \right)^{1/2}.$$

Prędkość strumienia swobodnych jonów wyraża się wzorem

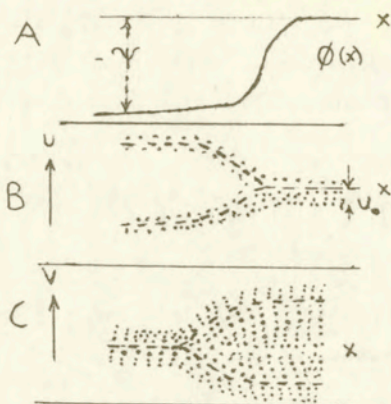
$$/59/ \quad U_0 = 1,305 \left[1 + \Theta^{-1} + \frac{2C_1}{3\Theta} \gamma \right].$$

Wzór /59/ jest nieliniowym analogonem związku dyspersyjnego dla zaburzeń jonowo-akustycznych i powstał z warunku $V(-\gamma) = 0$, przy tych samych przybliżeniach, które wykorzystano przy otrzymaniu /58/. Natomiast z wzoru na gęstość elektronową można w granicy otrzymać zależność:

$$/60/ \quad n_e(-\gamma) \approx 1 - \gamma + \dots,$$

która pokazuje, że gęstość maleje wraz z maleniem potencjału elektrycznego ϕ . Ten typ warstwy, gdy amplituda jest ujemna jest jakby "spokrewniony" z "dziurą jonową" [20].

Przebieg potencjału elektrycznego ϕ oraz przestrzeń fazowa jonowa i elektronowa dla słabej warstwy jonowo-akustycznej przedstawia [5] Rys. 5. Linia przerywana "separaktryś" oddziela cząstki swobodne od schwytych.



Rys. 5 A - wykres potencjału elektrycznego słabej warstwy podwójnej jonowo-akustycznej
 B - jonowa przestrzeń fazowa słabej warstwy podwójnej jonowo-akustycznej
 C - elektronowa przestrzeń fazowa słabej warstwy podwójnej jonowo-akustycznej

Przestrzeń fazowa jonów słabej warstwy podwójnej jonowo-akustycznej wykazuje, że strumień jonów o prędkości U_0 porusza się od potencjału wyższego do niższego, jonów schwytyanych jest niewiele i zlokalizowane są w pobliżu separaktrisy. Nieliczne jony poruszają się od potencjału niższego do wyższego.

Przestrzeń fazowa elektronowa słabej warstwy podwójnej jonowo-akustycznej nie wykazuje strumienia cząstek swobodnych, elektrony swobodne poruszają się zarówno od potencjału niższego jak i odwrotnie. Przestrzeń ograniczona dla cząstek schwytyanych jest wypełniona równomiernie.

Takie zachowanie się elektronów związane jest z warunkiem

$\Theta = T_e / T_i \gg 1$ a także z niewielką wartością potencjału elektrycznego.

7 Podsumowanie i wnioski końcowe

Zasadniczą różnicą pomiędzy słabymi jonowo-akustycznymi warstwami podwójnymi a silnymi strumieniowymi warstwami podwójnymi polega na zupełnym braku wyodrębnionego strumienia elektronów w słabej warstwie, który poruszałby się od potencjału niższego do wyższego. Jest to widoczne na Rys. 5c. Istnienie takiego strumienia dla silnych warstw wykazuje Rys. 1e. W związku z tym dla słabych warstw ewidentnie nie jest spełniony warunek Langmuira /1/ a także elektrony nie spełniają warunku Bohma-Blocka, który ogranicza od dołu prędkość elektronów poruszających się od potencjału niższego do wyższego i jest wymagany dla silnych strumieniowych warstw podwójnych. Przyczyną tego jest ich relatywnie wysoka temperatura $\Theta = T_e / T_i \gg 1$ i słabość potencjału elektrycznego w słabej warstwie podwójnej typu jonowo-akustycznego. Prędkość termiczna elektronów ma tu przeważający wpływ na ich ruch uporządkowany, przeto w przestrzeni fazowej elektronów Rys. 5c widać równomierny ich rozkład w obszarze cząstek schwytych, który jest ograniczony przez separaktrisy, a także poza tym obszarem w pobliżu jego granic strumień swobodnych jonów o prędkości U_0 jest zaznaczony dla słabej jonowo-akustycznej warstwy podwójnej, Rys. 5B, lecz nie ma dolnej granicy prędkości jonów poruszających się od potencjału wyższego do niższego, więc swobodne jony w słabej warstwie podwójnej także nie spełniają warunku Bohma-Blocka. Słaba jonowo-akustyczna warstwa podwójna łączy jednorodne ośrodki plazmowe o różnym potencjale elektrycznym i różnych gęstościach. Zaburzenia jonowo-akustyczne charakteryzuje silny związek pomiędzy zmianami gęstości ładunków a zmianami potencjału elektrycznego. Silna strumieniowa warstwa podwójna łączy jednorodne ośrodki plazmowe o różnych potencjałach elektrycznych i różnych temperaturach. Omawiane wyżej warstwy podwójne były

przedstawione na podstawie stacjonarnego układu Własowa-Poissona, więc nie był rozpatrywany ich ruch jako całości i traktowane były jako nieruchome [5], [8].

Więcej kłopotu nastęrcza porównanie słabych warstw podwójnych jonowo-akustycznych i bezzderzeniowych fal uderzeniowych typu jonowo-akustycznego w układzie związanym z falą uderzeniową. W przypadku, gdy mamy do czynienia z monotoniczną bezzderzeniową falą uderzeniową, omawianą w części 5-tej pracy, to różni się ona od wspomnianej wyżej słabej warstwy podwójnej ruchem jonów. W rozpatrywanej fali uderzeniowej, w układzie związanym z falą, jony poruszają się od potencjału niższego do wyższego, zaś w rozważanej słabej warstwie podwójnej jony poruszają się głównie od potencjału wyższego do niższego, co przedstawia Rys. 5 B. Drugorzędną cechą rozróżniającą powyższe struktury to prąd elektryczny, który na ogół występuje w warstwie podwójnej, lecz są wyjątki [7], i na ogół nie występuje lub jest słaby w fali uderzeniowej, gdyż elektrony i jony poruszają się w jednym kierunku. W fali uderzeniowej, w układzie w którym ona spoczywa, występuje duży przepływ masy, gdyż porusza się ona przez ośrodek plazmowy z prędkością naddźwiękową $M \gg 1$. Ta naddźwiękowość fali uderzeniowej jest przyczyną nie występowania w niej schwytych jonów, co wynika z warunku /55/, który mówi o ograniczoności fali uderzeniowej. Od niemonotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej typu jonowo-akustycznego, omawianej w części 4-tej pracy, słaba jonowo-akustyczna warstwa podwójna różni się tym, że nie występują w niej oscylacje potencjału elektrycznego. Różnica pomiędzy solitonem jonowo-akustycznym, rozważanym w punkcie 4-tym pracy, a rozpatrywaną słabą warstwą podwójną polega przede wszystkim na tym, że fala solitonowa łączy ośrodki plazmowe o tym samym potencjale. Inne różnice wynikają z podobieństwa solitonu i niemonotonicznej bezzderzeniowej fali uderzeniowej, która

powstała z solitonu.

W wyniku wzbudzenia niestabilności jonowo-akustycznej może powstać anomalna rezystywność, a więc jeszcze jedna struktura, która może jednocześnie występować ze słabą warstwą podwójną jonowo-akustyczną. Stwierdzono to zarówno w laboratorium jak i w przestrzeni kosmicznej [21]. Powstanie anomalnej rezystywności ogranicza wzrost natężenia prądu wynikłego z rozwoju niestabilności jonowo-akustycznej. Często anomalna rezystywność poprzedza formowanie się warstwy podwójnej jonowo-akustycznej.

Obserwacje warstw podwójnych w przestrzeni kosmicznej wykazały, że ich pole elektryczne jest znacznie mniejsze niż w elektrostacyjnej fali uderzeniowej [22] i nie przekracza 15 mV/m. Polaryzacja elektrostacyjna w warstwie podwójnej jest raczej równoległa do pola magnetycznego niż prostopadła. Czas trwania warstwy podwójnej występuje w granicach 2 - 20 ms i jest znacznie krótszy niż dla fali uderzeniowej, dla której waha się w przedziale 0.1 - 10 s.

W opracowaniu tym ograniczono się do rozpatrywania struktur bezuderzeniowych, które graniczą z taką plazmą "równowagową", że elektrony w niej są określone przez rozkład Maxwella o określonej temperaturze.

LITERATURA

- [1] N. A. KRALL, A. W. TRIVELPIECE, Fizyka plazmy, PWN, 1979.
- [2] D. BOHM, The characteristics of electrical discharges in magnetic fields, /editors: A. Guthrie, R. Wakerling/, Mc Graw Hill, 1949.
- [3] L. BLOCK, Cosmic.Electrodyn. 3, 377 /1972/
- [4] H. ALFVEN, Cosmic plasma, D. Reidel, 1981
- [5] H. SCHAMEL, Z. Naturforsch. Teil A 38, 1170 /1983/
- [6] A. J. TURSKI, Prace IPPT, Nr 7/1985
- [7] F. PERKINS, Y. SUN, Phys. Rev. Lett., 46, 115 /1981/
- [8] H. SCHAMEL, Physica Scripta, T 2/1, 228 /1982/
- [9] H. SCHAMEL, S. BUJARBARUA, Phys. Fluids, 26, 190 /1983/
- [10] N. SINGH, Plasma Physics 22, 1 /1980/
- [11] A. W. GUREWICZ, B. I. MIEJERSON, I. W. ROGACZEWSKI, Fizika plazmy 11, 1213 /1985/
- [12] R. Z. SAGDIEJEW, Ż. techn. fiz., 31, 1955 /1961/
- [13] R. Z. SAGDIEJEW, in Review of Plasma Physics, Vol. 4 ed. M. Leontovich, Consultants Bureau, New York, 1966.
- [14] S. S. MIISIEJEW, R. Z. SAGDIEJEW, J. Nucl. Energy Pt. C, 43 /1963/
- [15] J. W. VANDAM, T. TANIUTI, J. Phys. Japan 35, 897 /1973/
- [16] R. DAVIDSON, Methods in Nonlinear Plasma Theory, Academic Press, 1972.
- [17] R. TAYLOR, D. BAKER, H. IKEZI, Phys. Rev. Lett., 24, 206 /1970/
- [18] D. MONTGOMERY, G. JOYCE, J. Plasma Phys. 3, 1 /1969/
- [19] D. BISKAMP, J. Plasma Phys. 3, 411 /1969/
- [20] H. SCHAMEL, S. BUJARBADRU, Phys. Fluids, 23, 2498 /1980/
- [21] P. LEUNG, Phys. Fluids 23, 992 /1980/
- [22] S. MOZER, Phys. Rev. Lett. 38, 292 /1977/

