

Stefan Owczarek

MODEL GĘSTOŚCI ENERGII
PROMIENIOWANIA SŁONECZNEGO
NA DOWOLNĄ PŁASZCZYNĘ.
IDENTYFIKACJA DLA WARSZAWY

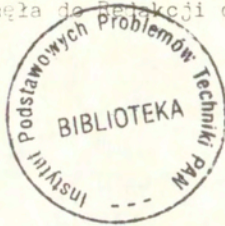
28/1993

P.269



WARSZAWA 1993

Pracę włączyła do Biblioteki dnia 22 czerwca 1993 r.



56662



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark.wyd. 2,0 Ark.druk. 2.50
Oddano do drukarni w sierpniu 1993 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.
Warszawa, ul.Jasna 1

STEFAN OWCZAREK

Pracownia Metod Projektowania
w Budownictwie Energooszczędnym

MODEL GĘSTOŚCI ENERGII PROMIENIOWANIA SŁONECZNEGO
NA DOWOLNĄ PŁASZCZYZNIE. IDENTYFIKACJA DLA WARSZAWY

Streszczenie

Przedstawiono model matematyczny gęstości energii promieniowania słonecznego na powierzchni Ziemi o dowolnym nachyleniu. Model opisano przy użyciu rachunku wektorowego w ramach pojęć geometrii sferycznej, teorii ekstynkcji i rozpraszania promieniowania słonecznego. Zarys modelu zaczerpnięto z cytowanych w opracowaniu prac z tego zakresu, uzupełniając go elementami własnych rozważań. Do nich należa: warunek cienia płaszczyzny, koncepcja efektu promieniowania jako sumy dwóch stanów - odpowiadającego całkowitej bezchmurności i całkowitemu zachmurzeniu oraz realizację numeryczną dyskretnego opisu.

Użycie dyskretnego opisu umożliwiło obliczenie zarówno składowych natężeń promieniowania w dowolnym punkcie na Ziemi, w dowolnej porze dnia, w dowolnym dniu roku, jak i również ich zsumowane reprezentacje: gęstości energii w dowolnym okresie czasu. Możliwość wyznaczenia gęstości energii w dowolnym okresie czasu czyni z modelu praktyczne narzędzie, niezwykle użyteczne w budownictwie i eksploatacji systemów konwersji energii słonecznej.

W oparciu o sformułowany model wykonano program numeryczny w języku Pascal do obliczenia gęstości energii promieniowania słonecznego na płaszczyznę o dowolnym azymucie i kącie pochylenia do płaszczyzny poziomej.

Przeprowadzono identyfikację modelu w oparciu o dane statystyczne dotyczące średnich dobowych sum promieniowania w poszczególnych miesiącach roku na płaszczyznę poziomą na terenie Warszawy. W pracy zestawiono w tablicach, wyniki obliczeń dotyczące średnich dobowych gęstości strumienia energii promieniowania słonecznego w poszczególnych miesiącach roku jak również składowe gęstości energii promieniowania słonecznego padające w sezonie grzewczym na płaszczyznę o obranych azymutach i kątach pochylenia, w rejonie Warszawy.

1. Przedmiot rozważań

Model promieniowania słonecznego jest przedmiotem wielu prac naukowych [3-8], [13-15], [19-20], [23-24], implementacyjnych: [1-2], [12], [16-18], [21-22], doświadczalnych oraz programów komputerowych [9-11], [23].

Czynnikami, które stanowią o konstruowaniu tych modeli są:

- geometria sferyczna związana z ruchem słońca,
- teoria promieniowania: emisja, absorpcja, przenikanie, odbicie i rozproszenie,
- sposób uwzględniania zjawisk meteorologicznych: stopień zachmurzenia, ciśnienie pary wodnej.

Poszczególne opisy różnią się pomiędzy sobą ogólnością stosowanych teorii, mnogością parametrów oraz stopniem weryfikacji doświadczalnej.

Autorzy modeli budują je dla potrzeb różnych dziedzin: meteorologii, środowiska biologicznego, heliotechniki i budownictwa. Ta wielorakość celów prowadzi do formułowania różnych obiektów liczbowych, które stanowią przedmiot budowanych modeli.

Najczęściej przedmiotem analizy jest opis gęstości strumienia całkowitego promieniowania słonecznego J_{sk} padającego na dowolnie usytuowaną powierzchnię, o dowolnym azymucie i nachyleniu do płaszczyzny horyzontu.

W niniejszej pracy głównym obiektem zainteresowania jest gęstość strumienia całkowitego energii, a więc zsumowana względem czasu wielkość strumienia promieniowania całkowitego od momentu "wschodu" do danej chwili, padającego na dowolną płaszczyznę. W opisie zysków słonecznych wyróżniono odnoszące się do różnych okresów, cztery rodzaje gęstości strumienia całkowitego energii E_i ($i=1, \dots, 4$). Gęstości te dotyczą następujących okresów czasu: od wschodu słońca do chwili T , jednego dnia, od początku do wybranego dnia sezonu, sezonu grzewczego. Punktem wyjścia do określenia wielkości E_i jest również strumień całkowitego promieniowania słonecznego padającego w danej chwili na dowolnie usytuowaną powierzchnię na Ziemi.

Gęstość I_s strumienia całkowitego promieniowania słonecznego padającego na dowolnie usytuowaną powierzchnię, np. przegrodę budynku, jest w ogólnym przypadku sumą gęstości I_B strumienia promieniowania bezpośredniego, gęstości I_{Dn} strumienia rozproszonego promieniowania niebosklonu i gęstości I_{Dr} strumienia promieniowania rozproszonego odbitego od powierzchni gruntu.

$$(1) \quad I_s = I_B + I_{Dn} + I_{Dr}.$$

2. Strumień promieniowania bezpośredniego

2.1. Wyróżnione wartości natężenia promieniowania Słońca

Na powierzchni Słońca natężenie promieniowania wynosi:

$$I_o = 6,3 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2.$$

Strumień bezpośredni to ten, który pochodzi od promieniowania słonecznego padającego na daną powierzchnię na drodze prostoliniowej od Słońca do miejsca padania. W opisie gęstości strumienia bezpośredniego promieniowania krótkofalowego docierającego do powierzchni normalnej do kierunku promieniowania rozróżniono trzy wartości:

1. Średnią wartość poza atmosferą ziemską nazywaną stałą słoneczną I_1 .
2. Wartość poza atmosferą zależną od odległości Ziemi od Słońca $I_2(d)$.
3. Po przejściu przez atmosferę przy bezchmurnym niebie I_3 .

Ponadto wyróżniono tu składową normalną do rozważanej płaszczyzny na Ziemi I_{Nk} promieniowania bezpośredniego występującego w dzień bezchmurny.

Te cztery wartości są wykorzystane do określenia najważniejszej wielkości służącej do określenia wartości energii promieniowania słonecznego na daną powierzchnię na Ziemi. Wielkością tą jest składowa q_{sk} gęstości całkowitego strumienia promieniowania słonecznego. Każda z tych wartości była i jest przedmiotem wielu badań naukowych.

2.2. Wartość stałej słonecznej

W dalszej części pracy przyjęto, że wartość standardowej stałej słonecznej $I_1 = 1353 \text{ W/m}^2$ [1], [4], [7-8], [24]. Przyjęta wartość stałej słonecznej obarczona jest błędem w zakresie 1.55% t.j. 21 W/m^2 ze względu na zmianę aktywności Słońca a także błąd aparatury pomiarowej.

Rzeczywista odległość Ziemi od Słońca ulega okresowym zmianom stosownie do pory roku, będąc minimalną około 2 stycznia i maksymalną około 3 lipca. Zatem wraz ze zmianą położenia Ziemi na jej orbicie ulega zmianie natężenie promieniowania słonecznego docierającego do górnych warstw atmosfery.

Sezonowe zmiany tego promieniowania wg. Beckmana i Duffie'go [3] z poprawką wprowadzoną przez Budyłowskiego [4] można zapisać w postaci:

$$(2) \quad I_2(d) = I_1 \cdot f_0(d) \text{ [W/m}^2\text{]},$$

w której $f_0(d) = 1 + 0.033 \cdot \cos(0.9856(d-2))$,

d - kolejny numer dnia roku.

2.3. Wektor natężenia promieniowania poza atmosferą ziemską

Wektor I_2 o module I_2 i kierunku zgodnym z kierunkiem promieniowania nazwano tu wektorem bezpośredniego promieniowania słonecznego o gęstości idealnej niezakłóconej zjawiskami ekstynkcji w atmosferze i w chmurach. Przyjęto układ współrzędnych kartezjańskich o początku w punkcie na powierzchni Ziemi w miejscu znajdowania się obserwatora (rys.1).

Na płaszczyźnie horyzontu oś X skierowana jest ze Wschodu na Zachód, a oś Y z Południa na Północ, zaś oś Z w kierunku Zenit-Nadir. Współrzędne tego wektora w tym układzie oznaczono przez X_0 , Y_0 , Z_0 . A więc mamy:

$$(3) \quad I_2(d) = \begin{pmatrix} X_0(d) \\ Y_0(d) \\ Z_0(d) \end{pmatrix}.$$

Aby napisać składowe tego wektora w układzie związanym z Ziemią potrzebne są podstawowe pojęcia geometrii sferycznej.

2.4. Podstawowe pojęcia geometrii sferycznej związanej z ruchem Słońca

We wzorach określających w układzie współrzędnych kartezjańskich gęstość strumienia promieniowania słonecznego padającego na dowolną powierzchnię na ziemi występują następujące kąty: azymut promienia Słońca α_s , nachylenie powierzchni β , azymut elementu płaskiego powierzchni α , wzniesienia Słońca φ , deklinacja δ , kat godzinowy ω . Położenie Słońca i usytuowanie płaszczyzny, do której dociera promieniowanie bezpośrednio, pokazano na rys. 1.

Azymut α normalnej do płaszczyzny jest to najmniejszy kat, o jaki należy obrócić jej rzut w płaszczyźnie zenitalnej normalnej do danej płaszczyzny, na płaszczyznę horyzontalną, aby pokrył się z kierunkiem północnym. Przyjęto tu umowę o znakach, że kat mierzony od kierunku północnego do kierunku rzutu normalnej zgodnie (niezgodnie) z ruchem wskazówek jest dodatni (ujemny). W niniejszych rozważaniach zakładano, że normalna jest skierowana do wnętrza ściany budynku.

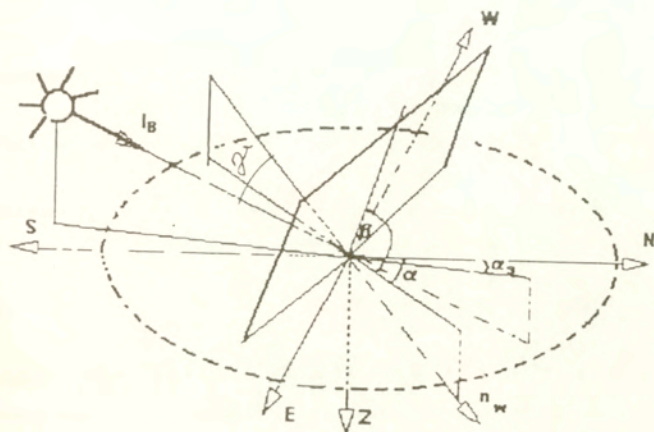
Azymut α_s promienia Słońca jest to najmniejszy kat o jaki należy jego rzut w płaszczyźnie przechodzącej przez Słońce i zenit obserwatora obrócić na płaszczyźnie horyzontalnej, aby pokrył się z kierunkiem północnym. Przyjęto tu umowę o znakach, że kat mierzony od kierunku północnego do kierunku rzutu promienia zgodnie (niezgodnie) z ruchem wskazówek zegara jest dodatni (ujemny). Założono tu, że wektor promienia jest skierowany od słońca do punktu jego padania.

Istnieje następujący związek między azymutem α_s a kątem godzinowym:

$$(4) \quad \sin \alpha_s(d, \tau) = -\sin \omega(\tau) \cos \delta(d) \cos^{-1} \varphi(d, \tau),$$

$$\cos \alpha_s(d, \tau) = (-\sin \delta(d) \cos \phi + \cos \delta(d) \sin \phi \cos \omega(\tau)) \cos^{-1} \varphi(d, \tau),$$

w którym litera τ oznaczono czas słoneczny.



Rys.1. Kąty położenia Słońca i płaszczyzny odbiornika promieniowania w układzie współrzędnych horyzontalnych.

Kąt padania γ promieniowania bezpośredniego na płaszczyznę elementu będącego odbiornikiem promieniowania, tzn. kąt mierzony między kierunkiem promieniowania i normalną do płaszczyzny może być określony z zależności:

Kąt wzniesienia słońca φ jest to kąt zawarty między płaszczyzną horyzontu a promieniem słońca zwróconego do obserwatora. Można go obliczyć z zależności:

$$(5) \quad \sin\varphi(d, \tau) = \sin\delta(d)\sin\phi + \cos\delta(d)\cos\phi\cos\omega(\tau),$$

gdzie kąt δ deklinacji Słońca, zależy od numeru d kolejnego dnia roku:

$$(6) \quad \delta(d) = 23.45 \sin\left[0.9856(d-81)\right].$$

Zależność (6) aproksymuje rzeczywisty przebieg zmian kąta deklinacji Słońca z dokładnością od $22'$ (1.V) do $-1^{\circ}42'$ (9.X) [4].

Kąt godzinowy ω oblicza się natomiast z zależności:

$$(7) \quad \omega(\tau) = 15\tau_s - 180^{\circ}$$

gdzie tu oznaczono przez τ_s czas słoneczny, h.

Związek czasu słonecznego z czasem lokalnym τ dla Polski jest następujący:

$$(8) \quad \tau_s = \tau + \left[\frac{\zeta}{15} - 1 + r_t \right] - c_t.$$

gdzie:

r_t - poprawka równania czasu.

c_t - stała zależna od "rodzaju" obowiązującego czasu lokalnego,

$$c_t = \begin{cases} 0 - \text{dla czasu zimowego,} \\ 1 - \text{dla czasu letniego,} \end{cases}$$

ζ - długość geograficzna wschodnia.

Wartości poprawek r_t w zależności od numeru kolejnego dnia można znaleźć w pracy [24] lub w tablicach astronomicznych.

Po przyjęciu oznaczeń składowe wektora jednostkowego promieniowania słonecznego $i_2(i_x, i_y, i_z)$ (rys.1) wyrażają się następująco:

$$(9) \quad \begin{aligned} i_x(d, \tau) &= \cos(\varphi(d, \tau)) \sin \alpha_s(d, \tau), \\ i_y(d, \tau) &= \cos(\varphi(d, \tau)) \cos \alpha_s(d, \tau), \\ i_z(d, \tau) &= \sin(\varphi(d, \tau)). \end{aligned}$$

2.5. Składowe wektora gęstości promieniowania idealnego

Uwzględniając zależności (9) składowe wektora gęstości promieniowania idealnego wyrażono następującymi wzorami:

$$(10) \quad \begin{aligned} X_o(d, \tau) &= I_2(d) \cos(\varphi(d, \tau)) \sin \alpha_s(d, \tau), \\ Y_o(d, \tau) &= I_2(d) \cos(\varphi(d, \tau)) \cos \alpha_s(d, \tau), \\ Z_o(d, \tau) &= I_2(d) \sin(\varphi(d, \tau)). \end{aligned}$$

2.6. Wektor natężenia promieniowania bezpośredniego po przejściu przez atmosferę przy bezchmurnym niebie

Bardzo złożony jest proces przejścia promieniowania przez atmosferę. Promienianie słoneczne w czasie przejścia przez atmosferę ziemską podlega absorpcji i rozproszeniu przez cząsteczki wody i kryształki lodu zawarte w chmurach (H_2O), gazów (O_2 , O_3 , CO_2), areozole oraz inne zanieczyszczenia spowodowane działalnością człowieka jak kurz i pyły przemysłowe zawarte w powietrzu. Zatem zmienność natężenia promieniowania słonecznego docierającego do dowolnie usytuowanej płaszczyzny jest zależna od stopnia przezroczystości atmosfery. Natężenie wiązki równoległej po przejściu przez atmosferę I_3 przyjęto jako iloczyn I_2 oraz współczynnika transmisyjności atmosfery t_1 . Składowe wektora natężenia promieniowania I_3 w obranym układzie współrzędnych znaczone przez X , Y , Z . Stąd jest:

$$(11) \quad I_3(d, \tau) = \begin{bmatrix} X(d, \tau) \\ Y(d, \tau) \\ Z(d, \tau) \end{bmatrix}.$$

Przyjęto uważać, że wektory I_2 i I_3 są współliniowe, a więc ich wektory jednostkowe są identyczne, a zależność pomiędzy tymi wektorami określa związek:

$$(12) \quad I_3(d, \tau) = t_1(d, \tau) I_2(d) [W/m^2].$$

Równanie (12) zapisane poprzez współrzędne wektorów ma postać:

$$(13) \quad \begin{bmatrix} X(d, \tau) \\ Y(d, \tau) \\ Z(d, \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1(d, \tau) X_0(d) \\ t_1(d, \tau) Y_0(d) \\ t_1(d, \tau) Z_0(d) \end{bmatrix}.$$

Uwzględniając (10) w równaniu wektorowym (13) otrzymano postać wyrażen na składowe wektora natężenia promieniowania bezpośredniego I_3 :

$$(14) \quad \begin{aligned} X(d, \tau) &= t_1(d, \tau) I_2(d) \cos(\varphi(d, \tau)) \sin \alpha_s(d, \tau), \\ Y(d, \tau) &= t_1(d, \tau) I_2(d) \cos(\varphi(d, \tau)) \cos \alpha_s(d, \tau), \\ Z(d, \tau) &= t_1(d, \tau) I_2(d) \sin(\varphi(d, \tau)). \end{aligned}$$

Transmisyjność atmosfery jest najczęściej przyjmowana jako funkcja kilku współczynników uwzględniających wpływ atmosfery idealnej (Rayleigha), obecności ozonu, pary wodnej i aerozoli na pochłanianie promieniowania słonecznego:

$$(15) \quad t_1 = f(\varphi(d, \tau), t_r(d, \tau), t_{oz}(d, \tau), t_w, t_a),$$

t_r - wpływ atmosfery idealnej Rayleigha,

t_{oz} - wpływ ozonu na przemieszczanie się wiązki promieniowania bezpośredniego,

t_w - wpływ pary wodnej znajdującej się w atmosferze na osłabienie promieniowania słonecznego,

t_a - wpływ aerozoli na transmisyjność promieniowania słonecznego.

W niniejszej pracy przyjęto za Budyłowskim [4] i Monteithem [20] współczynnik transmisyjności atmosfery w postaci:

$$(16) \quad t_1(d, \tau) = \exp(-a_0 P(d) m_a^k(d, \tau)),$$

a_0 - ekstynkcja atmosfery idealnej,

k - wykładnik potęgowy, którego wartość przyjęto tu według zależności (18),

P - współczynnik przezroczystości (zmętnienia) atmosfery przyjmowany w tym opracowaniu według zależności (19),

m_a - masa optyczna atmosfery określana tu wyrażeniem (20),

Parametry a_0 , m_a dla idealnego promieniowania panchromatycznego można znaleźć w [3], [12]. Według tych prac przyjęto poniżej zależność na ekstynkcję a_0 panchromatyczna atmosfery idealnej (Rayleigha):

$$(17) \quad a_o = c_{s1} \cdot c_{s2} \cdot m_1, \text{ w której } c_{s1} = 0.987 \cdot 10^{-3}, \quad c_{s2} = 0.0995,$$

m_1 - ciśnienie barometryczne hPa.

Budyłowski opierając się na wynikach obliczeń numerycznych Rummicha [23] proponuje obliczenie wartości wykładnika k z zależności:

$$(18) \quad k(d) = c_{s5} + c_{s6} \cdot P(d),$$

w której

$$c_{s5} = 0.39, \quad c_{s6} = 0.072.$$

Współczynnik P przezroczystości atmosfery przy bezchmurnej niebie jest równy hipotetycznej liczbie warstw atmosfery idealnej, których ekstynkcja jest równa ekstynkcji atmosfery rzeczywistej. Współczynnik ten, uwzględniający rozpraszanie i pochłanianie promieniowania w atmosferze, zależy jest od czynników naturalnych tj. zawartości ozonu i pary wodnej w powietrzu a także od czynników wywołanych działalnością człowieka, w wyniku której następuje wzrost gazów i pyłów przemysłowych w atmosferze.

Uwzględnienie czynników, wywołanych techniczną działalnością człowieka, wymaga znajomości warunków lokalnych. Ponieważ czynniki naturalne, wpływające na wartość współczynnika przezroczystości atmosfery podlegają cyklicznym wahaniom, stąd wartość współczynnika P można określić z zależności (19), zaproponowanej przez Budyłowskiego [4]:

$$(19) \quad P(d) = c_{s3} - c_{s4} \cdot f_{s3}(d),$$

w której:

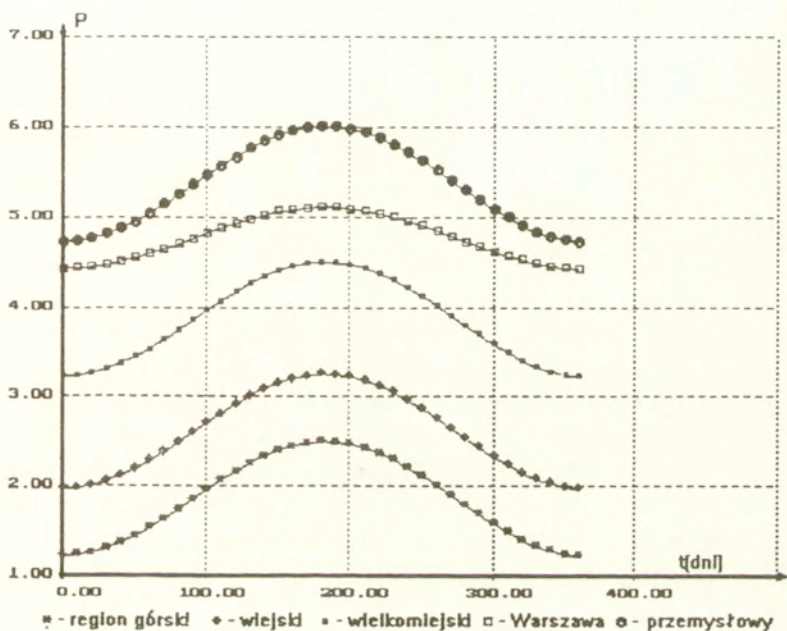
$$c_{s3} = P_{max}, \quad c_{s4} = 0.64, \quad f_{s3} = 1 + \cos(0.9856d).$$

Wg. Nowickiego [21] i Rummicha [23] współczynnik P_{max} przyjmuje wartości dla lipca od około 2 w rejonach górskich do około 6-8 w okolicach centrów przemysłowych. Podane wartości współczynników przezroczystości atmosfery dla warunków krajowych wymagają prac identyfikacyjnych służących uściśleniu niniejszych sformułowań.

Wartości P_{max} , C_{s4} są identyfikowane na gruncie określonej teorii w oparciu o wyniki pomiarów promieniowania słonecznego w określonej miejscowości. Jak pokazano w punkcie 8 niniejszej pracy wielkości te identyfikowane dla danych pomiarowych dla Warszawy wynoszą: $P_{max} = 5.1$, $C_{s4} = 0.34$.

Masa optyczna m_a atmosfery definiowana jest jako stosunek długości drogi przez atmosferę promieniowania, padającego pod pewnym kątem na płaszczyznę horyzontu, położoną na wysokości H nad poziomem morza do długości drogi przez atmosferę promieniowania, padającego prostopadle na płaszczyznę horyzontu na poziomie morza.

Wykres funkcji zmienności współczynnika przezroczystości atmosfery P w okresie roku pokazano na rys.2.



Rys.2. Wykres funkcji zmienności współczynnika przezroczystości atmosfery w okresie roku

Wg. Dickinsona i Cheremisinoffa [12] masę optyczną atmosfery aproksymować można następującą zależnością:

$$(20) \quad m_a(d, \tau) = (1 - 0.1H) \cdot \left[\sin\varphi(d, \tau) + 0.15(\varphi(d, \tau) + 3.9)^{-1.253} \right]^{-1},$$

gdzie:

φ jest kątem wzniesienia Słońca w stopniach mierzonym do płaszczyzny horyzontu na poziomie morza,

H - wysokością nad poziomem morza mierzona w kilometrach.

Dla kąta wzniesienia $\varphi > 10^\circ$ zależność (20) upraszcza się do postaci:

$$(21) \quad m_a(d, \tau) = 1/\sin\varphi(d, \tau).$$

Na poziomie morza, gdy słońce znajduje się w zenicie ($\varphi = 90^\circ$) $m_a = 1$.

Gdy kąt wzniesienia Słońca $\varphi < 10^\circ$ wartość masy optycznej atmosfery m_a jest mniejsza od $1/\sin\varphi$ o wartość wynikająca z krzywizny Ziemi i z załamania światła.

2.7. Składowa normalna do dowolnej płaszczyzny wektora natężenia promieniowania słonecznego po przejściu przez atmosferę przy bezchmurnym niebie

Składowe jednostkowego wektora o normalnej \mathbf{N} do płaszczyzny o azymucie α_k , i nachylonej po kątem β do poziomu, oznaczono przez N_x , N_y , N_z . Wartości tych składowych wyrażone poprzez kąty α_k i β mają postać:

$$(22) \quad \begin{aligned} N_x &= \sin\alpha_k \sin\beta_k, \\ N_y &= \cos\alpha_k \sin\beta_k, \\ N_z &= \cos\beta_k. \end{aligned}$$

Składowa normalna do dowolnej płaszczyzny wektora natężenia promieniowania słonecznego po przejściu przez atmosferę przy bezchmurnym niebie jest równa iloczynowi skalarnemu wektorów \mathbf{I}_3 i \mathbf{N} to jest:

$$(23) \quad I'_{Nk} = \mathbf{I}_3 \cdot \mathbf{N}$$

W zapisie we współrzędnych wektora wyrażenie (23) ma postać:

$$(24) \quad I'_{Nk}(d, \tau, \alpha, \beta) = X(d, \tau) \sin\alpha_k \sin\beta_k + Y(d, \tau) \cos\alpha_k \sin\beta_k + Z(d, \tau) \cos\beta_k.$$

Wzór (24) można napisać w alternatywny sposób następująco: Wyrażając \mathbf{I}_3 przez jego moduł i wektor jednostkowy: $\mathbf{I}_3 = I_3 \mathbf{i}_3$ jest:

$$(23a) \quad I'_{Nk} = I_3 \mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{N},$$

przy czym

$$(23b) \quad \mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{N} = \cos\gamma_k(d, \tau),$$

gdzie kąt $\gamma_k(d, \tau)$ jest kątem zawartym pomiędzy \mathbf{i}_3 i \mathbf{N} (kąt padania).

Stąd można napisać wyrażenie alternatywne do (24):

$$(24a) \quad I'_{Nk}(d, \tau, \alpha, \beta) = I_3 \cos\gamma_k(d, \tau),$$

Wyrażając iloczyn skalarny wektorów jednostkowych \mathbf{i}_3 i \mathbf{N} poprzez ich składowe (6) i (22) otrzymujemy

$$(25) \quad \begin{aligned} \cos(\gamma_k(d, \tau)) &= a_1(\phi, d, \alpha, \beta) + a_2(\phi, d, \alpha, \beta) \cos\omega(\tau) + a_3(d, \alpha, \beta) \sin\omega(\tau), \\ a_1(\phi, d, \alpha, \beta) &= \sin\delta(d) (\sin\phi \cos\beta - \cos\phi \sin\beta \cos\alpha_k), \\ a_2(\phi, d, \alpha, \beta) &= \cos\delta(d) (\cos\phi \cos\beta - \sin\phi \sin\beta \cos\alpha_k), \\ a_3(d, \alpha, \beta) &= \cos\delta(d) \sin\beta \sin\alpha_k. \end{aligned}$$

Wyrażenie (24a) jest wykorzystywane bez wyprowadzenia w większości prac poświęconych zagadnieniu wyznaczania natężenia bezpośredniego promieniowania słonecznego.

2.8. Składowa normalna do dowolnej płaszczyzny wektora natężenia promieniowania słonecznego z uwzględnieniem warunku cienia własnego

Wzór na I_{kN} dotyczy natężenia promieniowania padającego na płaszczyznę z jej dowolnej strony. Aby otrzymać natężenie promieniowania padającego na ściankę jedynie od strony zewnętrznej budynku wprowadzono kąt:

$$\kappa_k(i, \alpha, \beta) = 90^\circ - |\gamma_k(i, \alpha, \beta)|,$$

opromieniowania ściany k promieniami o kierunku i , gdzie i jest funkcja od τ .

Aby ściana mogła być opromieniana musi zachodzić warunek:

$$(26) \quad \kappa_k(i(\tau), \alpha, \beta) > 0.$$

Warunek (26) zastąpiono równoważnym mu warunkiem:

$$(27) \quad \cos[\gamma_k(i(\tau), \alpha, \beta)] > 0.$$

Wprowadzając dodatniość kąta opromieniowania wyrażoną poprzez równoważny temu warunek (27) otrzymano gęstość strumienia promieniowania padającego na zewnętrzną stronę ściany:

$$(28) \quad I_{Nk} = I'_{Nk}(d, \tau, \alpha, \beta) [1[\kappa_k(i(\tau), \alpha, \beta)] - 0]$$

w którym $1[\kappa_k(i) - 0]$ jest funkcją Heaviside'a.

$$(29) \quad 1[\kappa_k(i) - 0] = \begin{cases} 1 & \cos[\gamma_k(i(\tau), \alpha, \beta)] > 0 \text{ i } \varphi(i(\tau)) > 0, \\ 0.5 & \cos[\gamma_k(i(\tau), \alpha, \beta)] = 0, \varphi(i(\tau)) > 0, \\ 0.5 & \cos[\gamma_k(i(\tau), \alpha, \beta)] > 0, \varphi(i(\tau)) = 0 \\ 0 & \cos[\gamma_k(i(\tau), \alpha, \beta)] < 0, \text{ lub } \varphi(i(\tau)) < 0. \end{cases}$$

Po uwzględnieniu wyrażenia (24) wzór (28) napisano w postaci:

$$(30) \quad I_{Nk} = [X_k(d, \tau) \sin \alpha_k \sin \beta_k + Y_k(d, \tau) \cos \alpha_k \sin \beta_k + Z_k(d, \tau) \cos \beta_k] [1[\kappa_k(i(\tau)) - 0].$$

Wprowadzono wektor I_{3k} poprzez definicje:

$$(31) \quad I_{3k}(d, \tau) = I_3(d, \tau) [1[\kappa_k(i(\tau)) - 0].$$

Składowe wektora I_{3k} po uwzględnieniu wyrażen (14) mają postać:

$$(32) \quad \begin{aligned} X_k(d, \tau) &= t_1(d, \tau) I_2(d) \cos(\varphi(d, \tau)) \sin \alpha_s(d, \tau) [1[\kappa_k(i(\tau)) - 0], \\ Y_k(d, \tau) &= t_1(d, \tau) I_2(d) \cos(\varphi(d, \tau)) \sin \alpha_s(d, \tau) [1[\kappa_k(i(\tau)) - 0], \\ Z_k(d, \tau) &= t_1(d, \tau) I_2(d) \sin(\varphi(d, \tau)) [1[\kappa_k(i(\tau)) - 0]. \end{aligned}$$

Podstawiając związki (32) do równania (30), składowa wektora gęstości bezpośredniego promieniowania słonecznego normalna do dowolnej płaszczyzny z uwzględnieniem warunku cienia własnego napisano w postaci:

$$(33) \quad I_{Nk}(d, \tau, \alpha, \beta) = [X_k(d, \tau) \sin \alpha_k \sin \beta_k + Y_k(d, \tau) \cos \alpha_k \sin \beta_k + Z_k(d, \tau) \cos \beta_k],$$

Poprzez analogie do wyrażenia (24a) napisano (33a) które stanowi alternatywną postać związku (33):

$$(33a) \quad I_{Nk}(d, \tau, \alpha, \beta) = I_3 \cos \gamma_k(d, \tau) [1[\kappa_k(i(\tau)) - 0].$$

3. Promieniowanie rozproszone. Niebo bezchmurne

Gęstość promieniowania rozproszonego nieboskłonu I_{DN} , jest przyjmowana jako iloczyn składowej pionowej gęstości promieniowania bezpośredniego występującego ponad atmosferą oraz funkcji rozproszenia t_2 . Gęstość ta jest skalarem.

$$(34) \quad I_{DN}(d, \tau) = Z_{oH}(d, \tau) t_2(d, \tau),$$

w którym

$$(35) \quad Z_{oH}(d, \tau) = I_2(d) \sin \varphi(d, \tau) [1 - \kappa_H(i(\tau)) - 0],$$

a funkcja t_2

$$(36) \quad t_2(d, \tau) = t_2(\varphi(d, \tau), t'_r(d, \tau), t'_{oz}(d, \tau), t'_{aw}(d, \tau), t'_{aa}(d, \tau), r_g, r_{at}).$$

jest zależna od współczynników rozpraszania promieniowania takich jak:

- t'_r - w idealnej atmosferze Rayleigh'a,
- t'_{oz} - ozonie w atmosferze,
- t'_{ow} - w kroplach wody atmosfery,
- t'_{aa} - w cząstkach aerozolu atmosfery,

oraz od współczynników odbicia promieniowania słonecznego:

- r_g - od powierzchni gruntu,
- r_{at} - od atmosfery.

W niniejszej pracy przyjęto, zgodnie z [4], że:

$$(37) \quad t_2(d, \tau) = t_1(d, \tau) \cdot m_a(d, \tau) / 3 \cdot [\exp(aP(d) m_a^k(d, \tau)) - 1].$$

Gęstość promieniowania rozproszonego na płaszczyźnie poziomej I_{DH} w dzień bezchmurny przyjmuje jako równą gęstości promieniowania rozproszonego nieboskłonu I_{DN} .

$$(38) \quad I_{DH}(d, \tau) = I_{DN}(d, \tau).$$

Gęstość promieniowania rozproszonego I_{Dk} docierającego w dzień bezchmurny do dowolnej płaszczyzny o dowolnym azymucie α_k i nachyleniu β_k jest określona wzorem (wg. tzw. modelu izotropowego)

$$(39) \quad I_{Dk}(d, \tau, \beta) = I_{DN}(d, \tau) \frac{1 + \cos \beta}{2} + [I_{DH}(d, \tau) + Z_H(d, \tau)] R \frac{1 - \cos \beta}{2}.$$

w którym jest:

$$(40) \quad Z_H(d, \tau) = I_3(d, \tau) \sin \varphi(d, \tau) [1 - \kappa_H(i(\tau)) - 0].$$

R - współczynnik refleksyjności gruntu.

Suma składowej normalnej gęstości promieniowania bezpośredniego oraz gęstości promieniowania rozproszonego w dzień bezchmurny na dowolnej płaszczyźnie jest równa:

$$(41) \quad I_{Sk}(d, \tau, \alpha, \beta) = I_{Nk}(d, \tau, \alpha, \beta) + I_{Dk}(d, \tau, \beta).$$

Dla płaszczyzny poziomej jest:

$$(42) \quad I_{SH}(d, \tau) = Z_H(d, \tau) + I_{DH}(d, \tau),$$

lub wyrażając przez składową pionową promieniowania bezpośredniego ponad atmosferą ziemską Z_{oH} wzór (42) napisano w postaci:

$$(43) \quad I_{sH}(d, \tau) = Z_{oH}(d, \tau) (t_1(d, \tau) + t_2(d, \tau)).$$

4. Promieniowanie rozproszone, niebo całkowicie zachmurzone

Gęstość promieniowania przy całkowicie zachmurzonym niebie oznaczono tu przez \bar{I} . Wielkość tę na płaszczyźnie poziomej określa się również poprzez składową pionową promieniowania bezpośredniego ponad atmosferą ziemską w sposób następujący:

$$(44) \quad \bar{I}_{DH}(d, \tau) = Z_{oH}(d, \tau) t_3(d, \tau)$$

gdzie współczynnik t_3 jest funkcją ekstynkcji promieniowania słonecznego w dzień bezchmurny t_1 , kąta wzniesienia słońca oraz rodzaju chmur

Przy opracowaniu programu komputerowego w niniejszej pracy przyjęto:

$$(45) \quad t_3(d, \tau) = (t_1(d, \tau) + t_2(d, \tau)) t_4(d, \tau).$$

W niniejszej pracy wartości stałych $t_4(d, \tau)$ wyznaczono z danych meteorologicznych. W pracy [4] zaproponowano zależność empiryczną ustalającą wartość tej stałej od rodzaju chmur oraz kąta wzniesienia słońca:

$$(46) \quad t_4 = C_1 + C_2 \sin \varphi(d, \tau).$$

Stałe c_1 i c_2 zależne od rodzaju chmur, zestawiono w tabelicy nr 6 [4]

Tabela 6

L.p.	Rodzaj chmur	c_1	c_2
1.	Niskie: Cu, Sc, Ns, St	0.05	0.1
2.	Średnie: Ac, As, Cs	0.2	0.3
3.	Wysokie: Ci	0.3	0.4

Promieniowanie rozproszone w dzień całkowicie zachmurzony na dowolną płaszczyznę jest równe:

$$(47) \quad \bar{I}_{Dk}(d, \tau, \beta) = \bar{I}_{DH}(d, \tau) \frac{1 + \cos \beta}{2} + \bar{I}_{DH}(d, \tau) R \frac{1 - \cos \beta}{2}.$$

5. Promieniowanie słoneczne przy dowolnym stanie nieba

Przyjęto założenie, że całkowita gęstość promieniowania jest wynikiem superpozycji dwóch stanów zachmurzenia:

- całkowitej bezchmurności,
- całkowitego zachmurzenia.

Wartość aktualną zachmurzenia określono współczynnikiem $c_c(d, \tau)$ (skala od 0 do 1), aktualną wartość bezchmurności współczynnikiem

$$(48) \quad n_s(d, \tau) = 1 - c_c(d, \tau).$$

W dniu o częściowym zachmurzeniu udział promieniowania rozproszonego określonego dla stanu całkowitego zachmurzenia jest równy:

$$(49) \quad \bar{I}_{cDk} = c_c \bar{I}_{Dk}.$$

Jednocześnie promieniowanie rozproszone w dniu o częściowej bezchmurności $1 - c_c(d, \tau)$ stanowiące udział bezchmurności jest równe:

$$(50) \quad I_{cDk} = n_s(d, \tau) I_{Dk}.$$

Promieniowanie bezpośrednie w dniu o częściowej bezchmurności $n_s(d, \tau)$ jest równe:

$$(51) \quad I_{cNk} = n_s(d, \tau) I_{Nk}.$$

Promieniowanie całkowite padające na dowolną powierzchnię w dniu częściowo zachmurzonym jest równe sumie trzech wyżej określonych składników:

$$(52) \quad q_{sk} = n_s(d, \tau) I_{Nk} + n_s(d, \tau) I_{Dk} + c_c \bar{I}_{Dk}.$$

Podstawiając wartości na I_{Nk} , I_{Dk} , \bar{I}_{Dk} z wyrażeń (33), (39), (47) otrzymano:

$$(53) \quad q_{sk} = n_s(d, \tau) \left[X_k(d, \tau) \sin \alpha_k \sin \beta_k + Y_k(d, \tau) \cos \alpha_k \sin \beta_k + Z_k(d, \tau) \cos \beta \right] + \\ + n_s(d, \tau) Z_{oH} \left[t_2(d, \tau) \frac{1 + \cos \beta}{2} + [t_2(d, \tau) + t_1(d, \tau)] R \frac{1 - \cos \beta}{2} \right] + \\ + c_c(d, \tau) Z_{oH}(d, \tau) t_3(d, \tau) \left[\frac{1 + \cos \beta}{2} + R \frac{1 - \cos \beta}{2} \right].$$

Wprowadzając oznaczenia dotyczące gęstości promieniowania na płaszczyznę poziomą w dzień bezchmurny:

$$(54) \quad B = Z_{oH} t_1, \quad D = Z_{oH} t_2,$$

w którym B - promieniowanie bezpośrednie, D - promieniowanie rozproszone, otrzymano:

$$(55) \quad q_{sk} = n_s(d, \tau) \left[X_k(d, \tau) \sin \alpha_k \sin \beta_k + Y_k(d, \tau) \cos \alpha_k \sin \beta_k + Z_k(d, \tau) \cos \beta \right] + \\ + \left[(B(d, \tau) + D(d, \tau)) \left[n_s(d, \tau) + c_c(d, \tau) t_4(d, \tau) \right] R \frac{(1 - \cos \beta)}{2} + \right. \\ \left. + \left[n_s(d, \tau) D(d, \tau) + c_c(d, \tau) t_4(d, \tau) [B(d, \tau) + D(d, \tau)] \right] \frac{(1 + \cos \beta)}{2} \right].$$

Promieniowanie całkowite padające na płaszczyznę poziomą ($\beta=0$) w dniu częściowo zachmurzonym jest równe:

$$(56) \quad q_{sH}(d, \tau) = [n_s(d, \tau) + c_c(d, \tau) t_4(d, \tau)] [B + D].$$

przy czym gęstości promieniowania bezpośredniego q_{DsH} i promieniowania rozproszonego q_{DcH} padającego na płaszczyznę poziomą wyrażają się:

$$(57) \quad q_{B_{SH}}(d, \tau) = n_s(d, \tau)B,$$

$$(58) \quad q_{D_{SH}}(d, \tau) = n_s(d, \tau)D + c_c(d, \tau)t_4(d, \tau)(B+D).$$

W przedstawionym powyżej modelu promieniowania założono, że występują dwa rodzaje funkcji względem zmiennej czasu:

- funkcje deterministycznie zależne od czasu: $X_k, Y_k, Z_k, B, D,$
- funkcje losowej c_c, t_4 , których wartości średnie, należy określić w oparciu o dane doświadczalne.

Wartości gęstości promieniowania całkowitego na płaszczyźnie pozioma oraz promieniowania rozproszonego są rejestrowane przez sieć kilkunastu stacji pomiarowych rozmieszczonych na terenie całego kraju. Są one opracowywane w Pracowni Bilansu Promieniowania Zakładu Fizyki Atmosfery IMGW.

W wydawanych przez IMGW tablicach przedstawia się wartości promieniowania całkowitego, rozproszonego i bezpośredniego jako sumy godzinowe, półgodzinne, dzienne, dekadowe, miesięczne, sezonowe i roczne.

Biorąc za podstawę te dane można wykonać identyfikację modelu obliczając z równań (57-58) wartości c_c i t_4 . A następnie uśredniając te wielkości w rozważanym okresie otrzymać model określenia gęstości promieniowania na dowolną płaszczyznę.

Zakładając, że mamy z pomiarów w danym czasie $q_{b_{SH}}(d, \tau), q_{D_{SH}}(d, \tau)$ z równania (57) jest:

$$(59) \quad n_s(d, \tau) = \frac{q_{b_{SH}}(d, \tau)}{B(d, \tau)},$$

a z równania (58):

$$(60) \quad t_4(d, \tau) = \frac{B(d, \tau)q_{D_{SH}}(d, \tau) - D(d, \tau)q_{b_{SH}}(d, \tau)}{(B(d, \tau) - q_{b_{SH}}(d, \tau))(B(d, \tau) + D(d, \tau))}$$

Wartości $n_s(d, \tau), t_4(d, \tau)$, mogą być interpretowane w odniesieniu do różnych okresów czasu. Interpretacja taka jest dopuszczalna o ile wszystkie wielkości występujące we wzorach (59-60) są odnoszone do tego samego okresu czasu.

Biorąc pod uwagę zależność (59), (54), (35) oraz związek:

$$(61) \quad t_1 I_2 \cos \gamma_k [1 - \kappa_k(i(\tau)) - 0] = X_k(d, \tau) \sin \alpha_k \sin \beta_k + Y_k(d, \tau) \cos \alpha_k \sin \beta_k + Z_k(d, \tau) \cos \beta_k.$$

wzór (55) napisano w postaci wyrażenia uzależniającego wartości gęstości promieniowania na dowolnej płaszczyźnie od pomierzonych gęstości na płaszczyźnie horyzontalnej:

$$(62) \quad q_{sk} = q_{bsh}(d, \tau) \frac{\cos \gamma_k [1 - \kappa_k(i(\tau)) - 0]}{\sin \varphi(d, \tau) [1 - \kappa_H(i(\tau)) - 0]} + q_{Dsh}(d, \tau) \frac{1 + \cos \beta}{2} + \\ + (q_{bsh}(d, \tau) + q_{Dsh}(d, \tau)) R \frac{1 - \cos \beta}{2}.$$

Wzór ten jest cytowany między innymi w artykułach [19], [22], w nieco uproszczonej postaci, bez uwzględnienia funkcji Heavyside'a [29].

W niniejszym artykule nie wykorzystywano go, ze względu na to, że postawiono w nim zadanie podania sposobu określania gęstości energii ze wzorów teoretycznych, a nie z konkretnych danych pogodowych. Do tego celu posłużono się wyrażeniem (55), w którym z pomiarów wyznaczano tylko współczynniki n_s i t_4 .

6. Model wyznaczania gęstości energii promieniowania słonecznego na dowolną płaszczyznę

Gęstość strumienia całkowitego promieniowania słonecznego w dowolnym czasie τ dnia d roku można wyznaczyć z wyrażenia (55) po uprzednim określeniu współczynników $n_s(d, \tau)$, $t_4(d, \tau)$ z wyrażen (59-60).

Określenie gęstości energii strumienia całkowitego promieniowania na dowolną płaszczyznę k wymaga obliczenia całek względem czasu funkcji występujących w wyrażeniu (55): W tym celu występujące w wzorze funkcje $n_s(d, \tau)$, $t_4(d, \tau)$ zastąpiono stałymi "średnimi" w danym okresie czasu. Wartości ich oznaczono odpowiednio do danego okresu czasu w odniesieniu do czasu, którego dotyczy:

$n_s(d, T)$, $t_4(d, T)$ - od wschodu słońca do chwili T w dniu d ,

$n_s(d)$, $t_4(d)$ - od wschodu do zachodu Słońca w dniu d ,

$n_s(d)$, $t_4(d)$ - od początku sezonu do danego dnia d ,

n_s , t_4 - w okresie sezonu grzewczego.

Wszystkie powyżej wymienione wielkości w niniejszej pracy wyznaczano w oparciu o wzory (59-60).

Gęstość strumienia całkowitego energii, scałkowana względem czasu wartość strumienia promieniowania całkowitego od momentu "wschodu" do danej chwili Q_{1sk} po uwzględnieniu wyrażenia (33) ma postać:

$$(63) \quad Q_{1sk} = n_s(d, T) E_{1k}(d, T) + \\ + \left[(B_1(d, T) + D_1(d, T)) [n_s(d, T) + c_c(d, T)t_4(d, T)] \right] \frac{R(1 - \cos \beta)}{2} + \\ + \left[n_s(d, T) (D_1(d, T) + c_c(d, T)t_4(d, T)) [B_1(d, T) + D_1(d, T)] \right] \frac{(1 + \cos \beta)}{2}$$

w którym jest:

$$(64) \quad E_{1k}(d, T) = \int_{t_w}^T I_{nk}(d, \tau) d\tau,$$

$$E_{1k}(d, T) = X_{1k}(d, T) \sin \alpha_k \sin \beta_k + Y_{1k}(d, T) \cos \alpha_k \sin \beta_k + Z_{1k}(d, T) \cos \beta,$$

$$X_{1k}(d, T) = \int_{t_k}^T X_k(d, \tau) d\tau, \quad Y_{1k}(d, T) = \int_{t_k}^T Y_k(d, \tau) d\tau, \quad Z_{1k}(d, T) = \int_{t_w}^T Z_k(d, \tau) d\tau,$$

$$B_1(d, T) = \int_{t_w}^T B(d, \tau) d\tau, \quad D_1(d, T) = \int_{t_w}^T D(d, \tau) d\tau.$$

Dobowa gęstość strumienia całkowitego energii, scałkowana względem czasu wartość strumienia promieniowania całkowitego od momentu wschodu do zachodu słońca Q_{2sk} jest równa:

$$(65) \quad Q_{2sk}(d) = n_s(d) E_{2k}(d) + \left[(B_2(d) + D_2(d)) [n_s(d) + c_c(d) t_4(d)] \right] \frac{R(1-\cos\beta)}{2} + \\ + \left[n_s(d) (D_2(d) + c_c(d) t_4(d)) [B_2(d) + D_2(d)] \right] \frac{(1+\cos\beta)}{2}.$$

w którym jest:

$$(66) \quad E_{2k}(d) = \int_{t_w}^{t_z} I_{nk}(d, \tau) d\tau,$$

$$E_{2k}(d) = X_{2k}(d) \sin \alpha_k \sin \beta_k + Y_{2k}(d) \cos \alpha_k \sin \beta_k + Z_{2k}(d) \cos \beta,$$

$$X_{2k}(d) = \int_{t_k}^{t_z} X_k(d, \tau) d\tau, \quad Y_{2k}(d) = \int_{t_k}^{t_z} Y_k(d, \tau) d\tau, \quad Z_{2k}(d) = \int_{t_w}^{t_z} Z_k(d, \tau) d\tau,$$

$$B_2(d) = \int_{t_w}^{t_z} B(d, \tau) d\tau, \quad D_2(d) = \int_{t_w}^T D(d, \tau) d\tau.$$

Sezonowa gęstość strumienia całkowitego energii Q_{3sk} , sumowana od pierwszego dnia sezonu d_1 do dnia d dobowa gęstość strumienia promieniowania całkowitego słońca jest równa:

$$(67) \quad Q_{3sk} = n_s(d) E_{3k}(d) + \left[(B_3(d) + D_3(d)) [n_s(d) + c_c(d) t_4(d)] \right] \frac{R(1-\cos\beta)}{2} + \\ + \left[n_s(d) (D_3(d) + c_c(d) t_4(d)) [B_3(d) + D_3(d)] \right] \frac{(1+\cos\beta)}{2}.$$

w którym jest:

$$(68) \quad E_{3k}(d) = \sum_{d=d_1}^d E_{2k}(d)$$

$$E_{3k}(d) = X_{3k}(d) \sin \alpha_k \sin \beta_k + Y_{3k}(d) \cos \alpha_k \sin \beta_k + Z_{3k}(d) \cos \beta,$$

$$X_{3k}(d) = \sum_{d=d_1}^d X_{2k}(d), \quad Y_{3k}(d) = \sum_{d=d_1}^d Y_{2k}(d), \quad Z_{3k}(d) = \sum_{d=d_1}^d Z_{2k}(d),$$

$$B_3(d) = \sum_{d=d_1}^d B_2(d), \quad D_3(d) = \sum_{d=d_1}^d D_2(d).$$

Gęstość strumienia całkowitego energii w okresie grzewczym Q_{4sk} , sumowana od pierwszego d_1 do ostatniego dnia sezonu d_2 dobową gęstość strumienia promieniowania całkowitego słońca jest równa:

$$(69) \quad Q_{4sk} = n_s E_{4k}(d) + \left[(A_4(d) + D_4(d)) [n_s + c_c t_4(d)] \right] \frac{R(1-\cos\beta)}{2} + \\ + \left[n_s (D_4(d) + c_c t_4(d)) [B_4(d) + D_4] \right] \frac{(1+\cos\beta)}{2},$$

w którym jest:

$$(70) \quad E_{4k} = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} E_{2k}^2(d),$$

$$E_{4k} = X_{4k} \sin \alpha_k \sin \beta_k + Y_{4k} \cos \alpha_k \sin \beta_k + Z_{4k} \cos \beta,$$

$$X_{4k} = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} X_{2k}^2(d), \quad Y_{4k} = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} Y_{2k}^2(d), \quad Z_{4k} = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} Z_{2k}^2(d),$$

$$B_4 = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} B_2^2(d), \quad D_4 = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} D_2^2(d).$$

7. Dyskretny model wyznaczania gęstości energii promieniowania słonecznego na dowolną płaszczyźnie

W wyrażeniach określających gęstość strumienia energii promieniowania słonecznego w określonym okresie czasu [64-67] występują całki względem czasu od momentu wschodu Słońca nad daną płaszczyznę do danej chwili. Wymaga to określania momentu wschodu słońca nad powierzchnię padania. Przyjęcie wersji dyskretnej opisu pozwala na ominięcie problemu wyznaczania czasu wschodu i zachodu słońca i zastąpienie go warunkiem dodatniości kąta opromieniania płaszczyzny i nieujemności kąta wzniesienia Słońca. W wersji dyskretnej opisu wartości kątów: wzniesienia Słońca i opromieniania płaszczyzny są stałym

elementem obliczeń i spełnienie warunku ich dodatniości nie dostarcza dodatkowych kłopotów numerycznych. Działanie Słońca, które podczas dnia przesuwa się w swoim względnym ruchu po nieboskłonie, można zastąpić promieniowaniem w krótkich odstępach czasu "wielu słońc nieruchomych" o położeniach odpowiadających średniemu położeniu słońca rzeczywistego występującego w tym samym czasie. Jeżeli czas słoneczny podzielimy na dostatecznie krótkie odcinki, to taki opis odpowiada opisowi ruchomego Słońca. Chwilowe położenia Słońca zostały wybrane jako równomiernie rozłożone w czasie słonecznym z odstępem " Δt ", a tym samym równomiernie względem kąta godzinowego. Czas Δt wynika z podziału doby na N równych odcinków:

$$(71) \quad \Delta t = 24/N,$$

Wprowadzając zmienną czasową " n " symetryczną względem 12 godziny słonecznej według wzoru:

$$(72) \quad \tau = n \cdot \Delta t + 12,$$

a następnie podstawiając do wzoru na kąt godzinowy (7) jest:

$$(73) \quad \omega(n) = 15n \cdot \Delta t.$$

Uwzględniając (71) w (73) otrzymano:

$$(74) \quad \omega(n) = \frac{360n}{N}, \text{ lub w radianach } \omega(n) = \frac{2\pi n}{N}.$$

W wykonanych obliczeniach przyjmowano następujące dane szczegółowo:

- liczba przedziałów czasu na dobę 48, półgodzinne odcinki czasu,
- zmienność czasu słonecznego od najwcześniejszego wschodu do najpóźniejszego zachodu od 3 do 21 godziny.

Powyzszym danym odpowiada zmienność kąta godzinowego od -135° do $+135^\circ$, a zmienna czasowa " n " przybierała wartości całkowite od -18 do 18 .

Wykorzystując uprzednio podane zależności w punktach napisano poszczególne składniki wzoru (55) w funkcji zmiennej dyskretnej n .

$$n = -18 \dots 18.$$

I tak kąt wzniesienia słońca określono z zależności (5):

$$(5a) \quad \sin\varphi(d, n) = \sin\delta(d)\sin\phi + \cos\delta(d)\cos\phi\cos(\omega(n)),$$

Moduł wektora I_3 ma postać (12):

$$(12a) \quad I_3(d, n) = t_1(d, n)I_2(d).$$

Masę optyczną atmosfery z zależności (20):

$$(20a) \quad m_a(d, n) = (1 - 0.1H) \cdot \left[\sin\varphi(d, n) + 0.15(\varphi(d, n) + 3.9)^{-1.253} \right]^{-1},$$

A w współczynnik transmisyjności atmosfery z zależności (16):

$$(16a) \quad t_1(d, n) = \exp(-a_o P(d) m_a^k(d, n)).$$

Cosinus kąta padania γ_k określony jest z zależności (25):

$$(25a) \quad \cos(\gamma_k(d, n)) = a_1(\phi, d, \alpha, \beta) + a_2(\phi, d, \alpha, \beta)\cos\omega(\tau) + a_3(d, \alpha, \beta)\sin\omega(n).$$

Funkcja Heviside'a ma postać:

$$(29a) \quad 1[\kappa_k(n) - 0] = \begin{cases} 1 & \cos[\gamma_k(n, \alpha, \beta)] > 0 \text{ i } \varphi(n) > 0, \\ 0.5 & \cos[\gamma_k(n, \alpha, \beta)] = 0, \varphi(n) > 0, \\ 0.5 & \cos[\gamma_k(n, \alpha, \beta)] > 0, \varphi(n) = 0 \\ 0 & \cos[\gamma_k(n, \alpha, \beta)] < 0, \text{ lub } \varphi(n) < 0. \end{cases}$$

Składowe wektora I_{3k} napisano w oparciu o wyrażenia (14) wykorzystując przy tym zależność (4) otrzymano:

$$(32a) \quad \begin{aligned} X_k(d, n) &= t_1(d, n)I_2(d)(-\sin\omega(n)\cos\delta(d))1[\kappa_k(i(n)) - 0], \\ Y_k(d, n) &= t_1(d, n)I_2(d,n)((-\sin\delta(d)\cos\phi + \\ &\quad + \cos\delta(d)\sin\phi\cos\omega(n))1[\kappa_k(n) - 0], \\ Z_k(d, \tau) &= t_1(d, \tau)I_2(d, \tau)(\sin\delta(d)\sin\phi + \\ &\quad + \cos\delta(d)\cos\phi\cos(\omega(n))1[\kappa_k(i(\tau)) - 0]. \end{aligned}$$

Wzór (55) napisano w zależności od zmiennej n :

$$(55a) \quad q_{sk}(d, n) = n_s(d, n)I_{Nk}(d, n) + \\ + \left[n_s(d, n)(B(d, n) + D(d, n)) + c_c(d, n)t_4(d, n)B_1(d, n) \right] \frac{R(1-\cos\beta)}{2} + \\ + \left[n_s(d, n)(D(d, n) + c_c(d, n)t_4(d, n)B(d, n)) \right] \frac{(1+\cos\beta)}{2},$$

w którym I_{Nk}, B, D są wyrażone w zależności od zmiennej dyskretnej n :

$$(54a) \quad \begin{aligned} I_{Nk}(d, n) &= X_k(d, n)\sin\alpha_k \sin\beta_k + Y_k(d, n)\cos\alpha_k \sin\beta_k + Z_k(d, n)\cos\beta, \\ B(d, n) &= I_2(d)\sin\phi(d, n)t_1(d, n), \quad D(d, n) = I_2(d)\sin\phi(d, n)t_2(d, n), \end{aligned}$$

gdzie t_2 ma postać:

$$(37a) \quad t_2(d, n) = t_1(d, n)m_a(d, n)/3^*[\exp(aP(d)m_a^k(d, n)-1)].$$

Całki występujące w wyrażeniach (64) i (65) zastąpiono sumami. W wyniku czego otrzymano:

$$(64a) \quad \begin{aligned} E_{1k}(d, I) &= \sum_{n=-18}^{n=I} I_{Nk}(d, n), \\ E_{1k}(d, I) &= X_{1k}(d, I)\sin\alpha_k \sin\beta_k + Y_{1k}(d, I)\cos\alpha_k \sin\beta_k + Z_{1k}(d, I)\cos\beta, \\ X_{1k}(d, I) &= \sum_{n=-18}^{n=I} X_k(d, n), \quad Y_{1k}(d, I) = \sum_{n=-18}^{n=I} Y_k(d, n), \quad Z_{1k}(d, I) = \sum_{n=-18}^{n=I} Z_k(d, n), \\ B_1(d, I) &= \sum_{n=-18}^{n=I} B(d, n), \quad D_1(d, I) = \sum_{n=-18}^{n=I} D(d, n). \end{aligned}$$

Dobowa gęstość strumienia całkowitego energii, scałkowana względem czasu wartość strumienia promieniowania całkowitego od momentu wschodu do zachodu

słońca Q_{2sk} jest równa:

$$(65) \quad Q_{2sk} = n_s(d) E_{2k}(d) + \left[n_s(d)(B_2(d) + D_2(d)) + c_c(d)t_4(d)B_2(d) \right] \frac{R(1-\cos\beta)}{2} + \left[n_s(d)(D_2(d) + c_c(d)t_4(d)A_2(d)) \right] \frac{(1+\cos\beta)}{2},$$

w którym jest:

$$(66) \quad E_{2k}(d) = \sum_{n=-18}^{n=18} I_{nk}(d, \tau) d\tau,$$

$$E_{2k}(d) = X_{2k}(d)\sin\alpha_k \sin\beta_k + Y_{2k}(d)\cos\alpha_k \sin\beta_k + Z_{2k}(d)\cos\beta,$$

$$X_{2k}(d) = \sum_{n=-18}^{n=18} X_k(d, n), \quad Y_{2k}(d) = \sum_{n=-18}^{n=18} Y_k(d, n), \quad Z_{2k}(d) = \sum_{n=-18}^{n=18} Z_k(d, n),$$

$$B_2(d) = \sum_{n=-18}^{n=18} B(d, n), \quad D_2(d) = \sum_{n=-18}^{n=18} D(d, n).$$

Wzory na sezonową gęstość promieniowania słonecznego Q_{3sk} , i gęstość w okresie grzewczym Q_{4sk} w modelu dyskretnym występują w niezmięnionej postaci (68-70)

Z wyprowadzonych wzorów wynika, że przy wyznaczaniu gęstości promieniowania na dowolną powierzchnię k koniecznym jest określenie następujących wielkości:

- składowych $X_k(d, n)$, $Y_k(d, n)$, $Z_k(d, n)$ wektora $I_3(d, n)$ gęstości bezpośredniego promieniowania słonecznego w dzień bezchmurny,
- funkcję $t_1(d, n)$ ekstynkcji promieniowania bezpośredniego,
- funkcję $t_2(d, n)$ rozproszenia promieniowania w dzień bezchmurny,
- funkcje $B(d, n)$ i $D(d, n)$, gęstości promieniowania na płaszczyźnie poziomej: bezpośredniego i rozproszonego w dzień bezchmurny,
- współczynników zachmurzenia c_c i t_4 .

Gęstość energii promieniowania słonecznego na dowolną powierzchnię jest otrzymywana przez sumowanie po n wyżej wymienionych wielkości. Przy sumowaniu współczynniki zachmurzenia przyjmowano jako stałe względem czasu w rozważanym okresie.

Opracowano Pascala program w języku Pascal na IBM liczący wartość energii promieniowania słonecznego na płaszczyznę dowolnie zorientowaną i dowolnie nachyloną do poziomu. Program między innymi liczy następujące wielkości:

1. Składowe strumienia energii promieniowania słonecznego I_2, I_{nk}, E_1 w dowolnym dniu roku.

2. Wartości dziennej energii promieniowania słonecznego w dowolnym dniu roku,
3. Wartości energii słonecznej zsumowanej w przedziale dni (d_1, d_2).
8. Identyfikacja modelu na przykładzie uśrednionych danych ze stacji pomiarowej w Warszawie

Opisany model gęstości energii promieniowania słonecznego na dowolną płaszczyznę może być odniesiony do różnych miejscowości na kuli ziemskiej. Zastosowanie modelu w obliczeniach inżynierskich powinno być poprzedzone jego identyfikacją opartą na danych pomiarowych.

W niniejszym artykule przedstawiono przykład identyfikacji przy wykorzystaniu wyników [6] opracowanych w oparciu o dane meteorologiczne zarejestrowane na stacji IMGW w Warszawie w okresie 1976-1985 r. Wyniki te zamieszczono w tabelicy 3 w rubryce dane pomiarowe. Są to wartości średniej gęstości energii promieniowania rozproszonego i całkowitego w kolejnych miesiącach kalendarzowych oraz średniego współczynnika zachmurzenia w miesiącu.

W modelu teoretycznym założono stałość współczynników: usłonecznienia $n_s(j)$ zachmurzenia $c_c(j)$ i $t_4(j)$ $j = 1, 2, \dots, 12$ w ciągu każdego miesiąca roku.

Współczynnik $n_s(j)$ obliczono ze wzoru (59) odnosząc go do okresu każdego miesiąca:

$$(75) \quad n_s(j) = \frac{Q_s(j) - Q_D(j)}{\overline{B}_2(d, \tau)}, \quad j = 1, 2, \dots, 12.$$

$$c_c(j) = 1 - n(j).$$

Współczynnik $t_4(j)$ obliczono przez analogię do wyrażenia (60)

$$(76) \quad t_4(j) = \frac{\overline{B}_2(j)Q_2(j) - \overline{D}_2(j)(\overline{Q}_s(j) - \overline{Q}_D)}{(\overline{B}_2(j) - (\overline{Q}_s(j) - \overline{Q}_D))(\overline{B}_2(j) + \overline{D}_2(d, \tau))}$$

w którym wielkości $\overline{B}_2(j)$, $\overline{D}_2(d, \tau)$ są uśrednionymi względem liczby dni w miesiącu to jest:

$$(77) \quad \overline{B}_2(j) = \frac{1}{d_2(j) + 1 - d_1(j)} \sum_{d=d_1}^{d=d_2} B_2(d),$$

$$\overline{D}_2(j) = \frac{1}{d_2(j) + 1 - d_1(j)} \sum_{d=d_1}^{d=d_2} D_2(d),$$

$$\overline{E}_{2k}(j) = \frac{1}{d_2(j) + 1 - d_1(j)} \sum_{d=d_1}^{d=d_2} E_{2k}(d).$$

gdzie $d_1(j)$, $d_2(j)$ dni początku i końca miesiąca j .

Podstawiając (75-76) do wzoru (65) otrzymano wyrażenie na wartość całkowitego promieniowania na dowolną powierzchnię spełniająca warunek, że średnie gęstości promieniowania rozproszonego i całkowitego są równe wartościom otrzymanym z pomiarów:

$$(78) \quad Q_{2skv} = n_s(j) E_{2k}(d) + \left[(B_2(d) + D_2(d)) [n_s(j) + c_c(j)t_4(j)] \right] \frac{R(1-\cos\beta)}{2} \\ + \left[n_s(j) (D_2(d) + c_c(j)t_4(j)) [B_2(d) + D_2(d)] \right] \frac{(1+\cos\beta)}{2} .$$

Funkcja ekstynkcji P zależy od współczynników c_{s3} , c_{s4} , które również zależą od środowiska i lokalizacji. Powinny więc być przedmiotem identyfikacji. Wielkości te wyznaczono z warunku aby następująca suma różnic kwadratów z poszególnych miesięcy osiągała minimum.

$$(79) \quad C_{s3} = \text{Min} \left[\sum (\bar{C}_c(j) - \bar{z}(j))^2 \right]. \\ C_{s3} \in C, C_{s4} \in C_1, \quad j = 1, \dots, 12.$$

Dla różnych C_{s3} , C_{s4} obliczano $c_c(j)$ dla każdego miesiąca roku. Z przeprowadzonych obliczeń wykonanych dla danych z pomiarów w Warszawie otrzymano:

$$(80) \quad P_{\max} = C_{s3} = 5,1, \quad C_{s4} = 0,34.$$

Wzór (78) wyrażony przez wartości średniej dobowej energii promieniowania słonecznego: rozproszonego odbitego od powierzchni ziemi Q_{Drk} , rozproszonego nieboskłonu Q_{Dnk} , bezpośredniego Q_{bk} działających na płaszczyznę k ma postać:

$$(81.1) \quad \bar{Q}_{2Drk}(j) = \left[(\bar{B}_2(d) + \bar{D}_2(d)) [n_s(j) + c_c(j)t_4(j)] \right] \frac{R(1-\cos\beta)}{2} ,$$

$$(81.2) \quad \bar{Q}_{2Dnk}(j) = \left[n_s(j) (\bar{D}_2(d) + c_c(j)t_4(j)) [\bar{B}_2(d) + \bar{D}_2(d)] \right] \frac{(1+\cos\beta)}{2} ,$$

$$(81.3) \quad Q_{2bk} = n_s(j) \bar{E}_{2k}(d),$$

$$(81.4) \quad \bar{Q}_{2Dk}(j) = \bar{Q}_{2Drk}(j) + \bar{Q}_{2Dnk}(j) ,$$

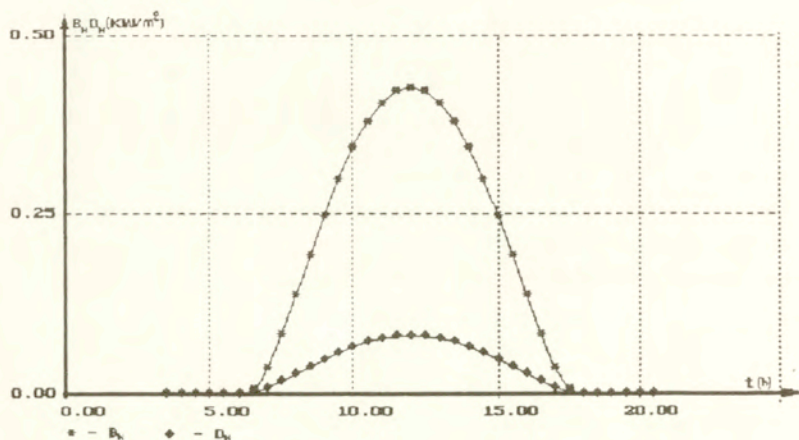
$$(81.5) \quad \bar{Q}_{2sk}(j) = \bar{Q}_{2bk}(j) + \bar{Q}_{2Dk}(j) .$$

Przyjmując parametry identyfikacji określone poprzez wartości (80), otrzymano dla terenu Warszawy zidentyfikowaną postać modelu.

9. Obliczenia wybranych wielkości według zweryfikowanego modelu dla terenu Warszawy

Przy użyciu wspomnianego programu wykonano przykłady obliczeń gęstości promieniowania bezpośredniego, rozproszonego i całkowitego na dowolnie zorientowaną płaszczyznę. Wyniki obliczeń zestawiono w tablicach i pokazano na wykresach. Na rysunku 3 przedstawiono wykres zmienności gęstości promieniowania

bezpośredniego B_H , i rozproszonego D_H w bezchmurny dzień 80 dnia roku.



Rys.3. Wartość funkcji B_H, D_H dla 80 dnia roku

W tabelicy 1. podano wykonany przy użyciu wspomnianego programu przykład obliczenia wartości składowych I_{nk} , E_1 w funkcji czasu słonecznego dla 80 dnia roku występujących w szerokości geograficznej $52^\circ 20'$ przy współczynniku przezroczystości atmosfery $P_{max} = 5.1$ i $c_{s4} = 0.34$. Wartości tych współczynników otrzymano przez identyfikację modelu w oparciu o dane pomiarowe promieniowania otrzymane na terenie Warszawy.

W tabelicy 1 przyjęto oznaczenia:

I_{HB} - gęstość bezpośredniego promieniowania słonecznego padającego w dzień bezchmurny na płaszczyznę poziomą na powierzchni Ziemi,

I_{HD} - gęstość rozproszonego promieniowania słonecznego padającego w dzień bezchmurny na płaszczyznę poziomą powierzchni Ziemi,

I_{NK} - gęstość bezpośredniego promieniowania słonecznego padającego w dzień bezchmurny na płaszczyznę k powierzchni Ziemi,

E_1 - gęstość zsumowanej energii bezpośredniego promieniowania słonecznego od chwili wschodu do godziny T padającego w dzień bezchmurny na płaszczyznę k powierzchni Ziemi,

α - azymut płaszczyzny k ,

β - kąt pochylenia płaszczyzny k do poziomu.

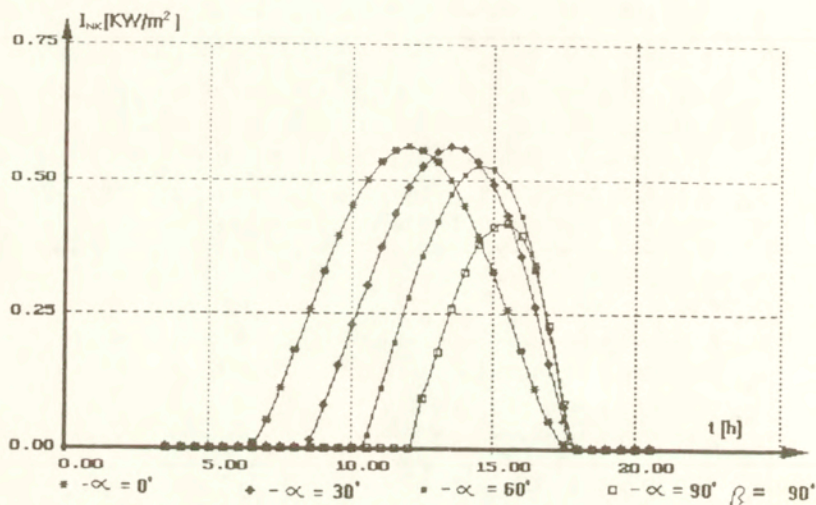
Tablica 1a

Promieniowanie słoneczne na różnie zorientowane płaszczyzny w 80 dniu roku.
 Średnia roku $I_2 = 1.353 \text{ kW/m}^2$ Średnia dnia $J_2 = 1.363 \text{ kW/m}^2$,

I_{NK} , I_b , I_D , w kW/m^2 , E_1 w kWh/m^2 , kąty w stopniach

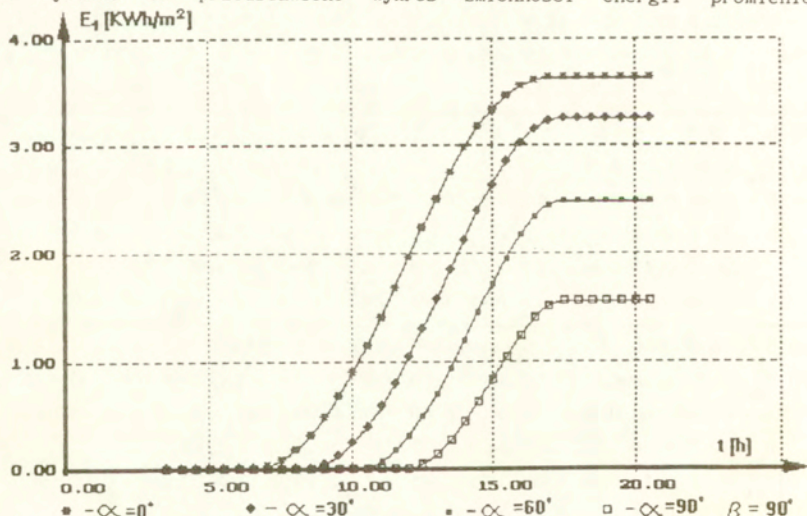
$\beta = 0$	h_s	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	11.5	12.0
	I_{Hb}	0.00	0.01	0.04	0.08	0.14	0.19	0.25	0.30	0.34	0.38	0.40	0.42	0.43
	I_{HD}	0.00	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.07	0.08	0.08	0.08
	h_s	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	0
	I_{Hb}	0.42	0.40	0.38	0.34	0.30	0.25	0.19	0.14	0.08	0.04	0.01	0.00	0.00
	I_{HD}	0.08	0.08	0.07	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00
$\alpha = 0$	h_s	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	11.5	12.0
$\beta = 90$	I_{NK}	0.00	0.01	0.05	0.11	0.18	0.26	0.33	0.39	0.45	0.50	0.53	0.55	0.56
	E_1	0.00	0.00	0.03	0.08	0.18	0.30	0.47	0.66	0.89	1.14	1.40	1.68	1.96
	h_s	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	0
	I_{NK}	0.55	0.53	0.50	0.45	0.39	0.33	0.26	0.18	0.11	0.05	0.01	0.00	0.00
	E_1	2.23	2.50	2.75	2.97	3.17	3.33	3.46	3.55	3.61	3.63	3.64	3.64	3.64
$\alpha = 30$	h_s	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	11.5	12.0
$\beta = 90$	J_{NK}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.08	0.15	0.23	0.30	0.37	0.43	0.48
	E_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.05	0.12	0.23	0.38	0.57	0.79	1.03
	h_s	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	0
	I_{NK}	0.52	0.55	0.56	0.55	0.53	0.49	0.43	0.35	0.26	0.16	0.05	0.00	0.00
	E_1	1.29	1.56	1.84	2.12	2.39	2.63	2.84	3.02	3.15	3.23	3.26	3.26	3.26
$\alpha = 60$	h_s	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	11.5	12.0
$\beta = 90$	I_{NK}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.11	0.20	0.28
	E_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.07	0.17	0.31
	h_s	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	0
	I_{NK}	0.42	0.47	0.51	0.52	0.52	0.49	0.43	0.34	0.22	0.08	0.00	0.00	0.00
	E_1	0.48	0.69	0.93	1.18	1.45	1.71	1.95	2.17	2.34	2.45	2.49	2.49	2.49
$\alpha = 90$	h_s	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	11.5	12.0
$\beta = 90$	I_{NK}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	E_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	h_s	12.5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	0
	I_{NK}	0.09	0.18	0.26	0.33	0.38	0.41	0.42	0.39	0.33	0.23	0.08	0.00	0.00
	E_1	0.05	0.14	0.26	0.43	0.62	0.82	1.03	1.23	1.39	1.51	1.55	1.55	1.55

Na rysunku 4 przedstawiono wykres zmienności funkcji I_{nk} w zależności od czasu słonecznego dla wybranych czterech płaszczyzn pionowych



Rys. 4. Wartość funkcji I_{nk} dla 80 dnia roku

Na rysunku 5. przedstawiono wykres zmienności energii promieniowania



Rys.5. Wartość funkcji E_1 dla 80 dnia roku.

W tabelicy 2 zestawiono wartości energii promieniowania słonecznego E_2 na południową płaszczyznę występująca w poszczególnych dniach obranego sezonu.

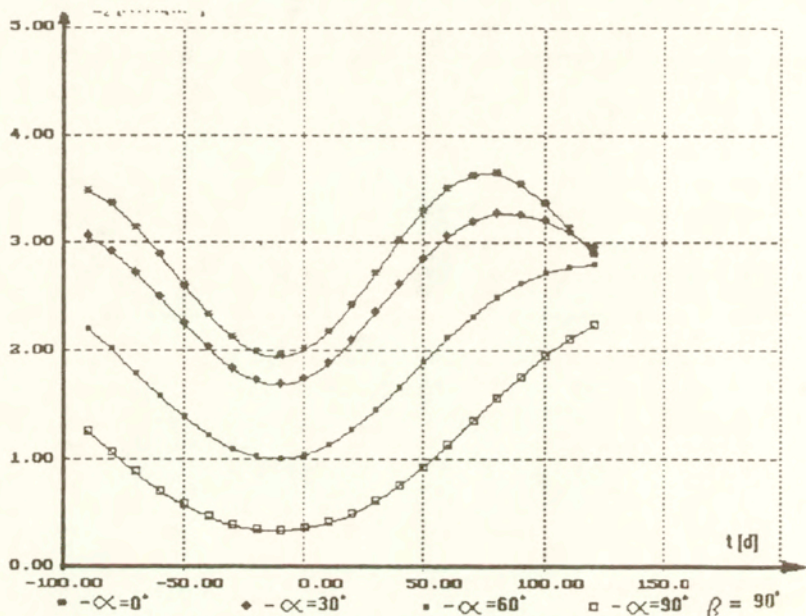
Tabelica 2

Gęstość energii bezpośredniego promieniowania słonecznego w okresie od -90 do 120 dnia w roku na płaszczyznę o azymucie $\alpha = 0^\circ$ i kącie pochylenia do poziomu $\beta=90^\circ$. Energia dla sezonu $E_4 = 602.7$. Składowe $X_{4c} = 0.000$, $Y_4 = 602.7$, $Z_4 = 334.8$, $X_{4c} = 0.0$, $Y_{4c} = 214.8$, $Z_{4c} = 119.3$, w KWh/m^2

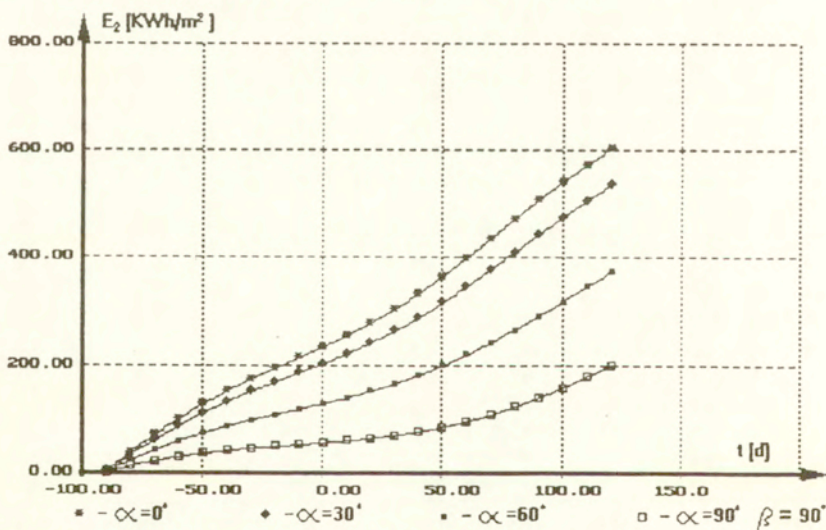
d	-90	-89	-88	-87	-86	-85	-84	-83	-82	-81	-80	-79	-78	-77	
E_2	3.5	3.5	3.5	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.3	3.3	3.3	3.3	
d	-76	-75	-74	-73	-72	-71	-70	-69	-68	-67	-66	-65	-64	-63	
E_2	3.3	3.3	3.2	3.2	3.2	3.2	3.1	3.1	3.1	3.1	3.0	3.0	3.0	3.0	
d	-62	-61	-60	-59	-58	-57	-56	-55	-54	-53	-52	-51	-50	-49	
E_2	2.9	2.9	2.9	2.9	2.8	2.8	2.8	2.7	2.7	2.7	2.7	2.6	2.6	2.6	
d	-48	-47	-46	-45	-44	-43	-42	-41	-40	-39	-38	-37	-36	-35	
E_2	2.5	2.5	2.5	2.5	2.4	2.4	2.4	2.4	2.3	2.3	2.3	2.3	2.2	2.2	
d	-34	-33	-32	-31	-30	-29	-28	-27	-26	-25	-24	-23	-22	-21	
E_2	2.2	2.2	2.2	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	
d	-20	-19	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	
E_2	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	2.0	
d	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	
E_2	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.1	2.1	2.1	2.1	
d	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
E_2	2.1	2.2	2.2	2.2	2.2	2.2	2.3	2.3	2.3	2.3	2.4	2.4	2.4	2.4	
d	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
E_2	2.5	2.5	2.5	2.6	2.6	2.6	2.7	2.7	2.7	2.7	2.8	2.8	2.8	2.9	
d	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	
E_2	2.9	2.9	3.0	3.0	3.0	3.0	3.1	3.1	3.1	3.2	3.2	3.2	3.2	3.3	
d	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	
E_2	3.3	3.3	3.3	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.6	
d	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	
E_2	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	
d	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	
E_2	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.6	3.5	3.5	
d	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	
E_2	3.5	3.5	3.5	3.5	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.3	3.3	3.3	3.2	
d	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
E_2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.1	3.1	3.1	3.1	3.0	3.0	3.0	3.0	2.9	2.9	2.9

E_2 - gęstość energii promieniowania słonecznego padającego na płaszczyznę α w dniu d roku.

E_4 - gęstość energii promieniowania słonecznego padającego na płaszczyznę α od dnia d_1 do d_2 .



Rys. 6. Wartość funkcji E_2 dla sezonu grzewczego od -90 do 120 roku



Rys.7. Wartość funkcji E_3 dla sezonu grzewczego obejmującego okres od -90 do 120 roku.

Na rysunku 6. pokazano funkcję energii promieniowania słonecznego na płaszczyznach pionowych w kolejnych dniach sezonu grzewczego. Wybrano cztery płaszczyzny pionowe o azymutach $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

Na rysunku 7. pokazano funkcję zsumowanej energii E_3 promieniowania słonecznego padającego na daną płaszczyznę w funkcji kolejnego dnia sezonu grzewczego. Obliczenia średnich dobowych w poszczególnych miesiącach roku dla płaszczyzny poziomej wykonane według wyrażen (81.1-81.5) zestawiono w tabelicy 3.

Tabela 3.

Wartości średnich dobowych, rozproszonego i całkowitego promieniowania słonecznego na płaszczyznę poziomą oraz współczynnika zachmurzenia w poszczególnych miesiącach roku, $\overline{Q_D}, \overline{Q_S}, E_{2h}, B_2, D_2, Q_{hb}, Q_{hD}, Q_{hS}$ w kWh/m². Dane pomiarowe z rejonu Warszawy.

Dane pomiarowe				Wyniki obliczeń							
m-c	$\overline{Q_D}$	$\overline{Q_S}$	\overline{z}	E_{2h}	B_2	D_2	c_c	t_4	Q_{hb}	Q_{hD}	Q_{hS}
1	0.41	0.55	0.75	0.62	0.62	0.12	0.76	0.68	0.15	0.41	0.55
2	0.78	1.19	0.67	1.30	1.30	0.24	0.68	0.67	0.41	0.78	1.19
3	1.22	2.11	0.65	2.52	2.52	0.49	0.65	0.54	0.89	1.22	2.11
4	1.79	3.40	0.59	3.98	3.98	0.81	0.59	0.51	1.61	1.79	3.40
5	2.24	4.68	0.52	5.12	5.12	1.09	0.52	0.53	2.45	2.24	4.68
6	2.45	4.94	0.57	5.60	5.60	1.22	0.55	0.50	2.50	2.45	4.94
7	2.41	4.72	0.56	5.31	5.31	1.16	0.56	0.52	2.31	2.41	4.72
8	1.96	4.07	0.52	4.33	4.33	0.93	0.51	0.56	2.10	1.96	4.07
9	1.43	2.69	0.58	2.99	2.99	0.61	0.58	0.56	1.26	1.43	2.69
10	0.85	1.52	0.62	1.64	1.64	0.32	0.60	0.62	0.66	0.85	1.52
11	0.47	0.68	0.74	0.76	0.76	0.15	0.73	0.65	0.21	0.47	0.68
12	0.30	0.39	0.78	0.45	0.45	0.09	0.80	0.67	0.09	0.30	0.39

Wartości zestawione w tabelicy 3 są średnimi dobowymi poszczególnych miesięcy roku. Oznaczono je następująco:

$\overline{Q_D}$ - Obliczona z pomiarów energia rozproszonego promieniowania słonecznego na płaszczyznę poziomą,

$\overline{Q_S}$ - Obliczona z pomiarów energia całkowitego promieniowania słonecznego na płaszczyznę poziomą,

\overline{z} - zachmurzenie wzięte z pomiarów,

E_{2h}, B_2 - energia bezpośredniego promieniowania słonecznego na płaszczyznę poziomą występująca w dniu bezchmurnym, obliczona z modelu teoretycznego

D_2 - energia rozproszonego promieniowania słonecznego na płaszczyznę poziomą występująca w dniu bezchmurnym, obliczona z modelu teoretycznego,

c_c - zachmurzenie obliczone w modelu teoretycznym,

Q_{hb} - energia bezpośredniego promieniowania słonecznego na płaszczyznę poziomą, obliczona z modelu teoretycznego,

Q_{HD} - energia rozproszonego promieniowania słonecznego na płaszczyźnie pozioma, obliczona z modelu teretycznego,

Q_{HS} - energia całkowitego promieniowania słonecznego na płaszczyźnie poziomej, obliczona z modelu teretycznego,

W tabelicy 4 zamieszczono wyniki obliczeń według wzoru (81.1-81.4) średnich dobowych energii promieniowania słonecznego rozproszonego dla płaszczyzn o różnych kątach pochylenia β do poziomu. Refleksyjność gruntu $R = 0.2$.

Wartosci średnich dobowych promieniowania rozproszonego słonecznego Q_D [kWh/m²] dla płaszczyzn o różnych kątach pochylenia β do poziomu, w poszczególnych miesiącach roku, w rejonie Warszawy.

Tabela 4:

m-c	$\beta = 0$	$\beta = 15$	$\beta = 30$	$\beta = 45$	$\beta = 60$	$\beta = 75$	$\beta = 90$
1	0.41	0.40	0.39	0.36	0.33	0.30	0.26
2	0.78	0.77	0.74	0.70	0.64	0.58	0.51
3	1.22	1.21	1.17	1.10	1.02	0.93	0.82
4	1.79	1.77	1.72	1.63	1.51	1.38	1.24
5	2.24	2.22	2.15	2.05	1.91	1.76	1.59
6	2.45	2.42	2.35	2.24	2.08	1.91	1.72
7	2.41	2.38	2.31	2.20	2.04	1.87	1.68
8	1.96	1.94	1.88	1.79	1.67	1.54	1.39
9	1.43	1.41	1.37	1.30	1.21	1.10	0.98
10	0.85	0.84	0.82	0.77	0.72	0.65	0.58
11	0.47	0.47	0.45	0.42	0.39	0.35	0.30
12	0.30	0.30	0.29	0.27	0.25	0.22	0.19

Tabela 5

Obliczone wartości średnich dobowych, bezpośredniego Q_B i całkowitego Q_S promieniowania słonecznego na płaszczyźnie o azymucie $\alpha = 0^\circ$ o różnych kątach pochylenia β do poziomu w poszczególnych m-cach roku, w Warszawie. kWh/m²

m-c	$\beta = 0^\circ$			$\beta = 30^\circ$		$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$		90°	
	Q_D	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S
1	0.41	0.15	0.55	0.40	0.79	0.49	0.86	0.55	0.88	0.55	0.81
2	0.78	0.41	1.19	0.86	1.60	1.00	1.70	1.07	1.72	1.00	1.51
3	1.22	0.89	2.11	1.40	2.57	1.52	2.62	1.54	2.56	1.26	2.09
4	1.79	1.61	3.40	2.04	3.76	2.06	3.68	1.93	3.44	1.31	2.54
5	2.24	2.45	4.68	2.67	4.83	2.53	4.58	2.22	4.13	1.21	2.80
6	2.45	2.50	4.95	2.56	4.91	2.35	4.59	1.99	4.08	0.96	2.68
7	2.41	2.32	4.73	2.45	4.76	2.28	4.47	1.96	4.01	1.01	2.68
8	1.96	2.10	4.07	2.51	4.39	2.46	4.25	2.25	3.92	1.41	2.79
9	1.43	1.26	2.69	1.81	3.18	1.91	3.21	1.88	3.08	1.44	2.43
10	0.85	0.66	1.52	1.23	2.05	1.40	2.18	1.47	2.19	1.32	1.90
11	0.47	0.21	0.68	0.52	0.97	0.63	1.05	0.69	1.08	0.68	0.99
12	0.30	0.09	0.39	0.27	0.56	0.34	0.61	0.38	0.63	0.39	0.58

W tablicach (5-11) zestawiono wyniki obliczeń według wzorów (80.3-80.4) wartości średnich dobowych promieniowania słonecznego bezpośredniego Q_b i całkowitego Q_s na płaszczyzny o azymutach $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ i kątach pochylenia do poziomu $\beta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

Tablica 6

Obliczone wartości średnich dobowych, bezpośredniego Q_b i całkowitego Q_s promieniowania słonecznego na płaszczyznę o azymucie $\alpha = 30^\circ$ o różnych kątach pochylenia β do poziomu w poszczególnych m-cach roku, w rejonie Warszawy.
 $R = 0.2$ Q_b, Q_s w kWh/m².

m-c	$\beta = 30^\circ$		$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$		90°	
	Q_b	Q_s	Q_b	Q_s	Q_b	Q_s	Q_b	Q_s
1	0.37	0.75	0.44	0.81	0.49	0.82	0.48	0.74
2	0.79	1.53	0.91	1.61	0.96	1.60	0.87	1.38
3	1.32	2.48	1.41	2.51	1.40	2.42	1.12	1.95
4	1.97	3.68	1.96	3.59	1.84	3.35	1.27	2.50
5	2.62	4.77	2.48	4.53	2.20	4.11	1.30	2.89
6	2.53	4.88	2.33	4.57	2.01	4.09	1.08	2.80
7	2.41	4.72	2.25	4.44	1.96	4.01	1.11	2.78
8	2.43	4.32	2.37	4.17	2.17	3.85	1.41	2.80
9	1.72	3.09	1.79	3.09	1.74	2.95	1.31	2.30
10	1.15	1.96	1.28	2.05	1.32	2.04	1.15	1.73
11	0.48	0.92	0.56	0.99	0.62	1.00	0.59	0.89
12	0.25	0.54	0.30	0.57	0.34	0.59	0.34	0.53

Tablica 7

Obliczone wartości średnich dobowych, bezpośredniego Q_b i całkowitego Q_s promieniowania słonecznego na płaszczyznę o azymucie $\alpha = 45^\circ$ o różnych kątach pochylenia β do poziomu w poszczególnych m-cach roku, w rejonie Warszawy.
 $R = 0.2$ Q_b, Q_s w kWh/m².

m-c	$\beta = 30^\circ$		$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$		90°	
	Q_b	Q_s	Q_b	Q_s	Q_b	Q_s	Q_b	Q_s
1	0.32	0.71	0.38	0.74	0.41	0.75	0.39	0.65
2	0.71	1.46	0.80	1.50	0.83	1.47	0.73	1.23
3	1.22	2.39	1.28	2.39	1.26	2.28	0.99	1.81
4	1.88	3.60	1.86	3.48	1.73	3.24	1.20	2.44
5	2.56	4.71	2.41	4.46	2.14	4.06	1.33	2.92
6	2.49	4.84	2.30	4.53	2.00	4.08	1.17	2.88
7	2.36	4.67	2.20	4.40	1.93	3.98	1.16	2.84
8	2.34	4.23	2.27	4.06	2.07	3.75	1.38	2.77
9	1.62	2.99	1.65	2.95	1.59	2.79	1.19	2.17
10	1.04	1.86	1.14	1.91	1.16	1.87	0.98	1.55
11	0.42	0.87	0.49	0.91	0.52	0.91	0.49	0.79
12	0.22	0.50	0.26	0.53	0.28	0.53	0.28	0.47

Tablica 8

Obliczone wartości średnich dobowych, bezpośredniego Q_B i całkowitego Q_S promieniowania słonecznego na płaszczyznę o azymucie $\alpha = 60^\circ$ o różnych kątach pochylenia β do poziomu w poszczególnych m-cach roku, w rejonie Warszawy.

$R = 0.2$ Q_B, Q_S w kWh/m².

m-c	$\beta = 30^\circ$		$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$		90°	
	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S
1	0.27	0.65	0.30	0.67	0.32	0.65	0.29	0.55
2	0.62	1.36	0.66	1.36	0.67	1.32	0.57	1.08
3	1.10	2.27	1.13	2.23	1.09	2.11	0.84	1.66
4	1.76	3.48	1.71	3.34	1.58	3.10	1.11	2.34
5	2.46	4.61	2.31	4.35	2.05	3.97	1.32	2.91
6	2.42	4.78	2.23	4.47	1.95	4.04	1.20	2.92
7	2.29	4.60	2.12	4.32	1.87	3.91	1.17	2.85
8	2.22	4.10	2.12	3.92	1.93	3.61	1.30	2.69
9	1.48	2.85	1.48	2.78	1.41	2.61	1.04	2.02
10	0.92	1.73	0.97	1.74	0.96	1.68	0.78	1.36
11	0.35	0.80	0.39	0.82	0.41	0.80	0.36	0.67
12	0.18	0.46	0.20	0.47	0.22	0.46	0.20	0.39

Tablica 9

Obliczone wartości średnich dobowych, bezpośredniego Q_B i całkowitego Q_S promieniowania słonecznego na płaszczyznę o azymucie $\alpha = 90^\circ$ o różnych kątach pochylenia β do poziomu w poszczególnych m-cach roku, w rejonie Warszawy.

$R = 0.2$ Q_B, Q_S w kWh/m².

m-c	$\beta = 30^\circ$		$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$		90°	
	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S
1	0.14	0.53	0.14	0.51	0.14	0.47	0.11	0.37
2	0.39	1.14	0.38	1.08	0.36	1.00	0.27	0.78
3	0.82	1.99	0.77	1.88	0.70	1.73	0.51	1.33
4	1.47	3.19	1.35	2.98	1.20	2.71	0.82	2.05
5	2.20	4.35	1.99	4.03	1.74	3.65	1.13	2.72
6	2.23	4.59	2.00	4.24	1.73	3.82	1.11	2.83
7	2.08	4.39	1.87	4.06	1.62	3.66	1.05	2.72
8	1.90	3.79	1.73	3.53	1.53	3.20	1.02	2.41
9	1.16	2.53	1.08	2.38	0.97	2.18	0.68	1.66
10	0.62	1.44	0.59	1.37	0.55	1.27	0.41	0.98
11	0.20	0.65	0.20	0.62	0.19	0.57	0.15	0.45
12	0.09	0.38	0.09	0.36	0.08	0.33	0.07	0.26

Tablica 10

Obliczone wartości średnich dobowych, bezpośredniego Q_B i całkowitego Q_S promieniowania słonecznego na płaszczyźnie o azymucie $\alpha = 120^\circ$ o różnych kątach pochylenia β do poziomu w poszczególnych m-cach roku, w rejonie Warszawy.
 $R = 0.2$, Q_B , Q_S w kWh/m².

m-c	$\beta = 30^\circ$		$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$		90°	
	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S
1	0.04	0.43	0.03	0.39	0.02	0.35	0.01	0.27
2	0.19	0.93	0.14	0.84	0.11	0.75	0.07	0.58
3	0.53	1.70	0.41	1.52	0.33	1.35	0.21	1.03
4	1.14	2.85	0.92	2.54	0.74	2.26	0.46	1.70
5	1.89	4.04	1.55	3.60	1.26	3.17	0.77	2.36
6	1.99	4.34	1.64	3.88	1.34	3.42	0.81	2.53
7	1.82	4.13	1.50	3.69	1.21	3.26	0.74	2.42
8	1.54	3.43	1.25	3.04	1.01	2.69	0.62	2.01
9	0.81	2.18	0.64	1.94	0.52	1.72	0.32	1.30
10	0.34	1.15	0.25	1.03	0.20	0.92	0.12	0.70
11	0.07	0.52	0.05	0.47	0.04	0.42	0.02	0.33
12	0.02	0.31	0.01	0.28	0.01	0.26	0.01	0.20

Tablica 11

Obliczone wartości średnich dobowych, bezpośredniego Q_B i całkowitego Q_S promieniowania słonecznego na płaszczyźnie o azymucie $\alpha = 135^\circ$ o różnych kątach pochylenia β do poziomu w poszczególnych m-cach roku, w rejonie Warszawy.
 $R = 0.2$, Q_B , Q_S w kWh/m².

m-c	$\beta = 30^\circ$		$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$		90°	
	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S	Q_B	Q_S
1	0.01	0.40	0.00	0.37	0.00	0.34	0.00	0.26
2	0.10	0.84	0.05	0.75	0.03	0.68	0.02	0.53
3	0.40	1.56	0.25	1.36	0.18	1.20	0.10	0.92
4	0.98	2.70	0.70	2.32	0.51	2.03	0.29	1.52
5	1.74	3.99	1.31	3.35	0.98	2.89	0.56	2.14
6	1.89	4.24	1.44	3.68	1.09	3.17	0.62	2.34
7	1.70	4.02	1.29	3.48	0.97	3.01	0.55	2.23
8	1.37	3.25	0.99	2.79	0.74	2.41	0.41	1.80
9	0.65	2.02	0.44	1.73	0.31	1.52	0.17	1.16
10	0.21	1.03	0.12	0.89	0.08	0.80	0.04	0.62
11	0.02	0.47	0.01	0.43	0.01	0.39	0.00	0.31
12	0.00	0.29	0.00	0.27	0.00	0.25	0.00	0.19

8.2. Wartości gęstości energii w sezonie grzewczym

Wartości energii w sezonie grzewczym na dowolnej płaszczyźnie obliczono według wzorów (82) stanowiących interpretacje wyrażeń (70):

$$(82.1) \quad Q_{4Drk} = \left[(B_4 + D_4 [n_s + c_c t_4]) \frac{R(1-\cos\beta)}{2} \right],$$

$$(82.2) \quad Q_{4Dnk} = \left[n_s D_4 + c_c t_4 [B_4 + D_4] \right] \frac{(1+\cos\beta)}{2},$$

$$(82.3) \quad Q_{4bk} = n_s E_{4k},$$

$$(82.4) \quad Q_{4Dk} = Q_{4Drk} + Q_{4Dnk},$$

$$(82.5) \quad Q_{4sk} = Q_{4bk} + Q_{4Dk},$$

$$(82.6) \quad E_{4k} = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} E_{2k}^2(d), \quad B_4 = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} B_2^2(d), \quad D_4 = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} D_2^2(d).$$

$$(82.7) \quad E_{4k} = X_{4k} \sin\alpha_k \sin\beta_k + Y_{4k} \cos\alpha_k \sin\beta_k + Z_{4k} \cos\beta,$$

$$(82.9) \quad X_{4k} = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} X_{2k}^2(d), \quad Y_{4k} = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} Y_{2k}^2(d), \quad Z_{4k} = \sum_{d=d_1}^{d=d_2} Z_{2k}^2(d),$$

Występujące w wyrażeniach współczynniki c_c i t_4 wyznaczono z analogicznego ze wzorów (83) analogicznych do wyrażeń (75):

$$(83.1) \quad n_s = \frac{Q_{Hs} - Q_{HD}}{B_4},$$

$$c_c = 1 - n_s.$$

$$(83.2) \quad t_4 = \frac{B_4 - D_4 (Q_{Hs} - Q_{HD})}{(B_4 - (Q_{Hs} - Q_{HD})) (B_4 + D_4)}.$$

w którym wielkości B_4 , D_4 są wielkościami obliczonymi wyrażeniami (82.6) przy przyjęciu wartości zidentyfikowanych (80), natomiast Q_{Hs} i Q_{HD} to zsumowana w sezonie grzewczym gęstość energii promieniowania: całkowita i rozproszona na płaszczyźnie pozioma. Wartości te w niniejszej pracy obliczono przez sumowanie względem dni wyrażenia (78). $B_4 = 336.9 \text{ kWh/m}^2$, $D_4 = 66.1 \text{ kWh/m}^2$.

Wykonując obliczenia otrzymano: $n_s = 0.35637$, $t_4 = 0.57954$.

Według wyrażeń (82.1-82.5) obliczono roczne gęstości energii promieniowania słonecznego rozproszonego dla płaszczyzn o różnych kątach pochylenia β do poziomu. Refleksyjność gruntu $R = 0.2$. Wyniki obliczeń zestawiono w tablicy 12.

Tablica 12.

Wartości gęstości energii rozproszonego promieniowania słonecznego Q_{4D} [kWh/m²] dla płaszczyzn o różnych kątach pochylenia β do poziomu, w sezonie grzewczym (październik - kwiecień) rejonie Warszawy, kWh/m².

β	$\beta = 0$	$\beta = 15$	$\beta = 30$	$\beta = 45$	$\beta = 60$	$\beta = 75$	$\beta = 90$
Q_{4Dk}	173.9	171.9	166.2	157.0	145.1	131.2	116.3

Tablica 13

Wartości $X_{4k}, Y_{4k}, Z_{4k}, E_{4k}$ oraz gęstości energii promieniowania słonecznego bezpośredniego Q_{4b} i całkowitego Q_{4s} na płaszczyźnie o azymutach $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ$ i kątach pochylenia do poziomu $\beta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ w sezonie grzewczym w rejonie Warszawy, kWh/m²

α	β	X_4	Y_4	Z_4	Q_{4HD}	Q_{4B}	Q_{4S}
0.0	0	0.0	601.6	336.9	173.9	120.1	294.0
0.0	30	0.0	602.0	336.8	166.2	201.9	368.1
0.0	45	0.0	602.0	336.8	157.0	223.4	380.5
0.0	60	0.0	602.5	336.0	145.1	229.8	374.9
0.0	90	0.0	602.7	334.8	116.3	196.3	312.6
30.0	30	-11.5	601.3	335.1	166.2	189.2	355.4
30.0	45	-19.7	599.8	333.0	157.0	206.0	363.1
30.0	60	-31.4	596.6	329.2	145.1	209.3	354.4
30.0	90	-55.1	585.9	317.6	116.3	175.1	291.5
45.0	30	-26.5	596.6	331.8	166.2	174.4	340.6
45.0	45	-43.6	589.9	326.2	157.0	186.1	343.1
45.0	60	-72.7	572.7	314.2	145.1	185.9	331.0
45.0	90	-100.2	550.8	294.7	116.3	151.9	268.3
60.0	30	-50.1	582.2	325.9	166.2	155.6	321.8
60.0	45	-79.9	563.2	313.5	157.0	161.1	318.2
60.0	60	-101.7	547.6	299.7	145.1	157.6	302.7
60.0	90	-150.6	484.4	258.9	116.3	124.7	241.1
90.0	30	-106.9	524.5	302.4	166.2	112.0	278.1
90.0	45	-154.8	459.1	266.5	157.0	105.3	262.4
90.0	60	-181.3	405.0	232.9	145.1	96.3	241.4
90.0	90	-199.0	327.3	182.7	116.3	69.5	185.9
120.0	30	-148.2	419.8	263.3	166.2	69.3	235.5
120.0	45	-184.0	296.6	193.5	157.0	53.9	210.9
120.0	60	-183.3	212.8	141.0	145.1	43.2	188.3
120.0	90	-150.6	117.2	78.0	116.3	26.8	143.2
135.0	30	-143.5	348.6	240.0	166.2	51.5	217.7
135.0	45	-161.9	201.0	152.5	157.0	33.9	191.0
135.0	60	-145.0	119.6	95.1	145.1	24.3	169.4
135.0	90	-100.2	50.8	42.3	116.3	13.5	129.8

Za pomocą wzorów (82) obliczono gęstości energii promieniowania słonecznego bezpośredniego Q_{4b} i całkowitego Q_{4S} na płaszczyźnie o różnych azymutach i kątach pochylenia do poziomu w sezonie grzewczym w rejonie Warszawy. Pokazano je w tabelicy 13. Przyjęto w niej następujące oznaczenia dotyczą energii w sezonie obejmującym okres od -90 do 120 dnia roku:

- X_4 - składowa w kierunku wschód - zachód promieniowania bezpośredniego występująca w sezonie bezchmurnym w modelu teoretycznym,
- Y_4 - składowa w kierunku południe - północ promieniowania bezpośredniego występująca w sezonie bezchmurnym w modelu teoretycznym,
- Z_4 - składowa w kierunku Zenit- Nadir promieniowania bezpośredniego występująca w sezonie bezchmurnym w modelu teoretycznym,
- Q_{4D} - energia rozproszonego promieniowania słonecznego na daną płaszczyznę obliczona z modelu teoretycznego,
- Q_{4B} - energia bezpośredniego promieniowania słonecznego na daną płaszczyznę obliczona z modelu teoretycznego,
- Q_{4S} - energia całkowitego promieniowania słonecznego na daną płaszczyznę obliczona z modelu teoretycznego.

10. Uwagi i wnioski

W projektowaniu i eksploatacji systemów konwersji energii słonecznej koniecznym jest określenie gęstości energii promieniowania słonecznego padającego na daną powierzchnię w określonym okresie czasu.

Dotychczas nie opracowano wzorcowego roku określania energii promieniowania słonecznego padającego na dany obiekt. Dlatego też w praktyce projektowej i eksploatacyjnej w określaniu energii promieniowania słonecznego można wyróżnić następujące podejścia:

- dążenie do maksymalnego skrócenia drogi od uzyskania danych poprzez pomiar i odniesienia ich do projektowanego obiektu,
- oparcie się na wartościach pomierzonych w stacjach meteorologicznych. W większości przypadków wielkości te mierzone są na płaszczyznach poziomych,
- korzystanie z danych meteorologicznych z dłuższego okresu, opracowanych statystycznie,
- korzystanie z ogólnych modeli matematycznych promieniowania słonecznego w typowym roku pogody, z uwzględnieniem warunków lokalnych środowiska.

Podejście oparte na pomiarach wykonywanych na rzeczywistych obiektach są bardzo kosztowne i w wielu przypadkach zbędne. Bardzo często wymagają one uzupełnienia wpływami zmiennych czynników środowiska pojawiających się w trakcie eksploatacji obiektu.

Oparcie się na badaniach statystycznych z reguły wymaga dostępności do wyników z dużej serii badań, co stwarza konieczność ograniczenia ilości parametrów wchodzących do opracowania i każdorazowe dostosowanie ich do potrzeb projektowych. Cechą dodatnią metod statystycznych jest to, że stanowią najwiściswsze potwierdzenie rzeczywistości występującej w przeszłości, nie mogą one jednakże stanowić jedynej podstawy ekstrapolacji wyników.

Z punktu widzenia ekstrapolacji wyników niezbędnym jest dostarczenie ogólnego modelu matematycznego, z dostateczną liczbą parametrów pogodowych i środowiska, które można określić w oparciu o dane meteorologiczne pochodzące z pomiarów na danym terenie. Zamierzeniem niniejszej pracy było dążenie do zaprezentowania takiego modelu. Szkielet modelu oparto na promieniowaniu bezpośrednim w dzień bezchmurny, funkcjach ekstynkcji i rozproszenia promieniowania, geometrii sferycznej i rachunku wektorowym. O wartości modelu zdaniem autora stanowi jasność sformułowań i łatwość uzyskania gęstości natężenia energii promieniowania słonecznego w każdych warunkach, w dowolnej porze dnia i w dowolnym dniu roku.

Jednym z celów szczegółowych autora było pokazanie modelu zidentyfikowanego w oparciu o dane statystyczne [6] dotyczące średnich dobowych w poszczególnych miesiącach roku na terenie Warszawy.

Drugim z celów szczegółowych było pokazanie wyników obliczeń gęstości energii promieniowania słonecznego odniesionych do średnich dobowych w poszczególnych miesiącach roku na płaszczyznach o różnych azymutach i nachyleniach do poziomu. Wyniki te mogą być bardzo pomocne w wyjaśnieniu wielu wątpliwości pojawiających się dość często w opracowaniach z tego zakresu.

Opracowanie to może być również pomocne osobom zajmującym się zagadnieniem optymalizacji związanej z orientacją odbiorników promieniowania słonecznego, oraz usytuowaniem i orientacją ścian obiektów budowlanych.

Prace można również potraktować jako rozszerzoną informację na temat programu służącego do wyznaczenia gęstości energii promieniowania słonecznego na dowolną płaszczyznę na Ziemi wykonanego w Pracowni Metod Projektowania w Budownictwie Energooszczędnym IPPT PAN.

PRACE CYTOWANE W TEKŚCIE

1. ASHRAE Handbook: 1977 Fundamentals, Chapter 59, New York, 1977
2. Anderson B.: Solar Energy. Fundamentals in Building Design, Mc-Graw-Hill, New York, 1977
3. Beckman, W.A., Duffie, J.A.: Solar energy thermal processes, John Wiley and Sons, New York, London, 1974
4. Budyłowski, J.: Model matematyczny promieniowania słonecznego dla potrzeb heliotechniki, Archiwum Termodynamiki, Vol.5, Nr 1, 1984
5. Burlon, R., Bivona S., Leone C.: Instantaneous hourly and daily Radiation on Tilted surfaces, Solar Energy Vol.47, No.2, 1991
6. Bzowska D., Kossecka E.: Analiza probabilistyczna dobowych danych pogodowych dla Warszawy, Prace IPPT, Nr 10, 1992
7. Cena, K., Dmochowski, M., Grzeszczyk, W., Łakomy, T., Marszałek, K., Nowak, H., Śliwowski, L.: Budynek a środowisko fizyczne, które go otacza, Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Raport 314950, Nr 97, Wrocław 1987
8. Cena, K., Grzeszczyk, W., Marszałek, K., Nowak, H., Śliwowski, L.: Budynek a środowisko fizyczne, które go otacza, Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Raport Serii SPR, Nr 20, Wrocław 1986
9. Chaullagnet Ch.: L'Energie Solaire dans le Batiment, Editions Eyrolles, Paris, 1979
10. Coulson, K.: Solar and Terrestrial Radiation, Methods and Measurements, Academic Press Inc., New York, 1975
11. Desnica U.V., Petrovic B. C., Desnica D.: Calculation of monthly average daily insolation on tilted, variously oriented surfaces using analitically weighted R factors, Solar Energy, Vol. 37, No.2, 1986
12. Dickinson, W.C., Cheremisinoff P.N.: Solar energy technology handbook, New York, 1980
13. Dmochowski M., Grzeszczyk W., Łakomy T., Marszałek K., Nowak H., Śliwowski L.: Budynek a środowisko fizyczne, które go otacza, Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Raport serii SPR, Nr 37/88, Wrocław, 1984.
14. Hsieh T.J.: Solar Energy Engineering, Prentice Hall, London, 1986,
15. Kimura K., Stephenson D.G., Solar radiation on cloudy days, ASHRAE Tran., Vol. 75, 1969
16. Kislewicz T.: Energia słoneczna w ciepłarni, Ciepłownictwo, Nr.5, Warszawa, 1983
17. Lehr A.: Passive Solar Systeme, Deutsch, Bau-Z, Nr.12, 1983
18. Mazaria E.: The Passive Solar Energy Book, Rodale Press, 1977

19. Moriarity W.: Estimation of diffuse from measured Global Solar Radiation, Solar Energy, Vol 47, No 2, 1991
20. Monteith, J.R.: Fizyka środowiska biologicznego, PWN, Warszawa, 1977
21. Nowicki, J.: Promieniowanie słoneczne jako źródło energii, Arkady, 1980
22. Pomierny W., Promieniowanie słoneczne, w Budynki i ich elementy przystosowane do uzysku i akumulacji energii cieplnej ze źródeł odnawialnych promieniowania słonecznego i ciepła powierzchniowych warstw gruntu, Prace IPPT, Nr 7/1990
23. Rummich E.: Nichtkonventionelle Energienutzung, Wien 1978
24. Sayigh, A.A.M.: Solar energy engineering, New York, 1977
25. Sodha M.S., Singh U., Tiwari G.N.: A Thermal Model of Roof Pond Systems with Moveable Insulation for Heating a building, Building and Environment, 17, Nr.2, 1982