

- 5.3.7. — nowość graniczna
- 5.3.13. — metody obliczeniowe
- 5.3.14. — techniki doświadczalne

J. Miastkowski, R. Szczebiot

ANALIZA NOŚNOŚCI GRANICZNEJ
ELEMENTÓW O PRZEKROJU KWADRATOWYM
Z SZEREGIEM WYCIĘĆ O PROFILU
PROSTOKĄTNYM

38/1993

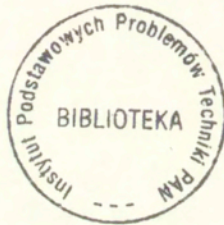
P. 269



WARSZAWA 1993

<http://rcin.org.pl>

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 9 listopada 1993 r.



56653



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark.wyd. 2,0 Ark.druk. 2,5
Oddano do drukarni w grudniu 1993 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.
Warszawa, ul.Jasna 1

Józef Miastkowski

IPPT - PAN, Warszawa

Ryszard Szczebiot

UW Filia w Białymstoku

Analiza nośności granicznej elementów o przekroju
kwadratowym z szeregiem wycięć o profilu
prostokątnym.

Streszczenie.

W pracy przeprowadzono analizę nośności granicznej elementów konstrukcji o przekroju kwadratowym osłabionych na obwodzie wycięciami prostokątnymi. Analizę oparto na kompletnych rozwiązaniach dla osiowo-symetrycznych prętów z korbami prostokątnymi oraz na oszacowaniach nośności granicznej otrzymanych z kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia. Ponadto w pracy podano metodykę określania optymalnej odległości (podziałki) między korbami w przypadku prętów osłabionych szeregiem wycięć o profilu prostokątnym.

Praktyczną przydatność przedstawionej w pracy analizy potwierdzono wynikami doświadczalnych badań przeprowadzonych na próbkach ze stopu aluminium do obróbki plastycznej, o przekroju kwadratowym osłabionych dwoma obwodowymi wycięciami o profilu prostokątnym.

1. WPROWADZENIE.

Metoda rozwiązywania zagadnień teorii plastyczności w warunkach osiowej symetrii, zaproponowana przez R.T.Shielda [1], jest efektywnym narzędziem dla wyznaczania nośności granicznej elementów osłabionych korbami. Komplet równań obejmujący dla naprężeń dwa równania równowagi, warunek plastyczności Treski i hipotezę pełnej plastyczności Haara-Kármána oraz warunek nieściśliwości i izotropii dla prędkości płynięcia może być rozwiązany dla tego typu zagadnień brzegowych metodą charakterystyk kolejno, najpierw dla naprężeń, a następnie dla prędkości. Jest to możliwe, ponieważ zarówno dla naprężeń jak i dla prędkości równania są typu hiperbolicznego. Typ równań różniczkowych oraz rozdzielanie ich dla statyki i kinematyki są podstawowymi cechami procedury zaproponowanej przez Shielda, umożliwiające uzyskanie efektywnych rozwiązań dla naprężeń i prędkości płynięcia w obszarze uplastycznionym dla wielu konkretnych zagadnień brzegowych [3,4,6,7,9,11,14,16]. Niektóre z tych rozwiązań przedstawione zostały w monografii [8].

Istotnym uzupełnieniem rozwiązania stanu naprężenia i prędkości płynięcia w obszarze uplastycznionym jest przedłużenie stanu naprężenia w obszar sztywny określane według schematu zaproponowanego przez J.F.Bishopa [10]. Przedłużenie takie stanowi niezbędne uzupełnienie kompletności rozwiązania w teorii plastyczności. Daje ono gwarancję, że w żadnym innym miejscu poza obszarem uplastycznionym nie został przekroczony warunek plastyczności.

Zbudowanie przedłużenia stanu naprężenia dla rozwiązań zagadnień osiowo-symetrycznych jest bardzo trudne, chociaż

sposób jego konstruowania jest analogiczny do przedstawionego przez J.F.Bishopa dla płaskiego stanu odkształcenia. Dlatego też jedynie kilka z opublikowanych rozwiązań zadań osiowej symetrii zawiera przedłużenia w obszar sztywny. Podano je dla osiowo-symetrycznego elementu z niesymetrycznym wycięciem [9], z wycięciem kątowym [11], z wycięciem kołowym [14] i prostokątnym [16] oraz dla wciskania stożka w plastyczną półprzestrzeń [7].

Przedłużenie stanu naprężenia w obszar sztywny stanowi nie tylko formalne uzupełnienie rozwiązań dla naprężeń, ale uzyskujemy z niego bardzo ważne informacje o znaczeniu praktycznym dotyczące wymaganych wymiarów średnicy i długości części pręta poza wycięciem. Poza tym jest przedłużenie w obszar sztywny podstawą rozwiązań statycznie dopuszczalnych w takich przypadkach wymiarowych danego typu elementu, dla których zbudowanie rozwiązań kompletnych teorii plastyczności nie jest możliwe.

Znaczną część elementów konstrukcyjnych o złożonych kształtach stanowią pręty o przekroju kwadratowym z nacięciami. W prezentowanej pracy przeprowadzono analizę wytrzymałościową oraz podano metodykę określania nośności granicznej prętów kwadratowych z wyciętymi na obwodzie korbami o profilu prostokątnym. W analizie tego zagadnienia posłużono się kinematycznie dopuszczalnymi mechanizmami zniszczenia oraz wykorzystano rozwiązania otrzymane w pracach [8,16]. Poza tym, na podstawie przeprowadzonej analizy określono wartość minimalnego rozstawienia kolejnych nacięć wzdłuż elementu, przy których jego własności wytrzymałościowe nie są niższe od nośności granicznej pręta osłabionego pojedynczym karbem.

Dla określonej geometrii karbu prostokątnego w pracy

przeprowadzono również weryfikację doświadczalną wyników teoretycznej analizy, uzyskując potwierdzenie jej praktycznej przydatności.

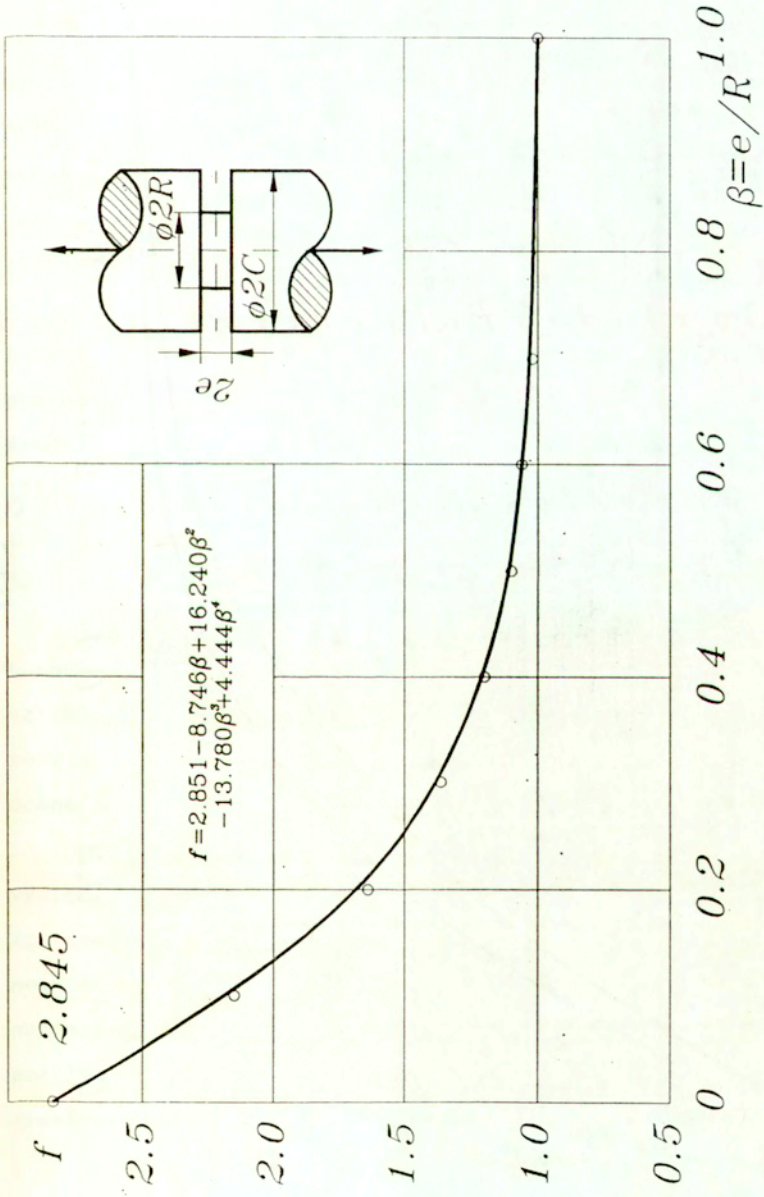
2. Analiza teoretyczna.

Teoretyczna analiza nośności granicznej osiowo-symetrycznych prętów z dowolnymi wycięciami prostokątnymi przeprowadzona została w oparciu o procedurę R.T.Shielda w pracy [16]. Zaczerpnięty z tej pracy wykres współczynnika zwiększenia nośności granicznej f w funkcji szerokości (ostrości) karbu $2e$, wyrażonej przez parametr $\beta=e/R$, pokazano na rys.1. Zgodnie z oznaczeniami podanymi na rys.1, $2C$ - oznacza średnicę pręta, $2e$ - szerokość wycięcia, R - promień osłabionego przekroju. Współczynnik f jest bezwymiarowym parametrem nośności granicznej osiowo-symetrycznego pręta osłabionego wycięciem, scharakteryzowanym w przypadku karbu prostokątnego względną szerokością wycięcia β odniesioną do promienia minimalnego przekroju pręta. Współczynnik ten określa wartość stosunku nośności granicznej pręta bez wycięcia o średnicy identycznej jak średnica osłabionego przekroju pręta z wycięciem.

Przedstawiona na rys.1 krzywa obrazująca zależność współczynnika zwiększenia nośności granicznej w funkcji wymiaru e jest wykresem funkcji aproksymującej w postaci wielomianu potęgowego, którego stopień i współczynniki określone zostały metodą najmniejszych kwadratów. Funkcja ta ma postać:

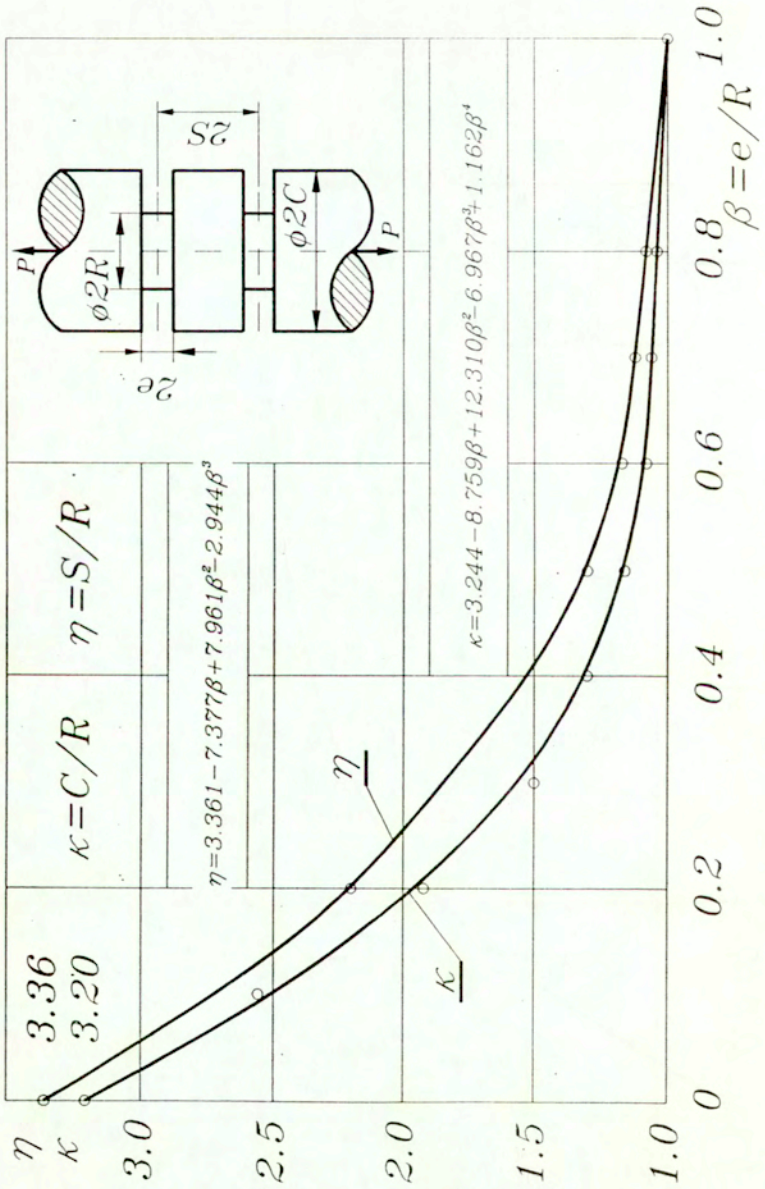
$$(1) \quad f = 2,851 - 8,746\beta + 16,240\beta^2 - 13,780\beta^3 + 4,444\beta^4$$

Z pracy [16] pochodzi również rys.2, na którym przedstawione zostały wykresy $\kappa=C/R$ i $\eta=S/R$ w funkcji ostrości karbu prostokątnego $\beta=e/R$. Wyznaczono je na podstawie



$$f = 2.851 - 8.746\beta + 16.240\beta^2 - 13.780\beta^3 + 4.444\beta^4$$

Rys.1



Rys.2

przedłużenia stanu naprężenia w obszar sztywny dla różnych proporcji wymiarowych nacięcia. Określają one w sposób precyzyjny niezbędne wymiary pręta poza nacięciem jako funkcji wymiaru charakterystycznego wycięcia, co z kolei umożliwia przeprowadzenie analizy nośności granicznej osiowo-symetrycznego pręta osłabionego szeregiem wycięć prostokątnych w całym zakresie zmienności wymiaru charakterystycznego wycięcia i odstępu pomiędzy wycięciami sąsiednimi.

Zależność średnicy i długości części sztywnej w funkcji bezwymiarowej szerokości wycięcia β można również przedstawić w postaci analitycznej. Funkcja aproksymująca dla bezwymiarowej średnicy ma postać:

$$(2) \quad \kappa = 3,244 - 8,759\beta + 12,310\beta^2 - 6,967\beta^3 + 1,162\beta^4$$

a dla bezwymiarowej długości części sztywnej:

$$(3) \quad \eta = 3,361 - 7,377\beta + 7,961\beta^2 - 2,944\beta^3$$

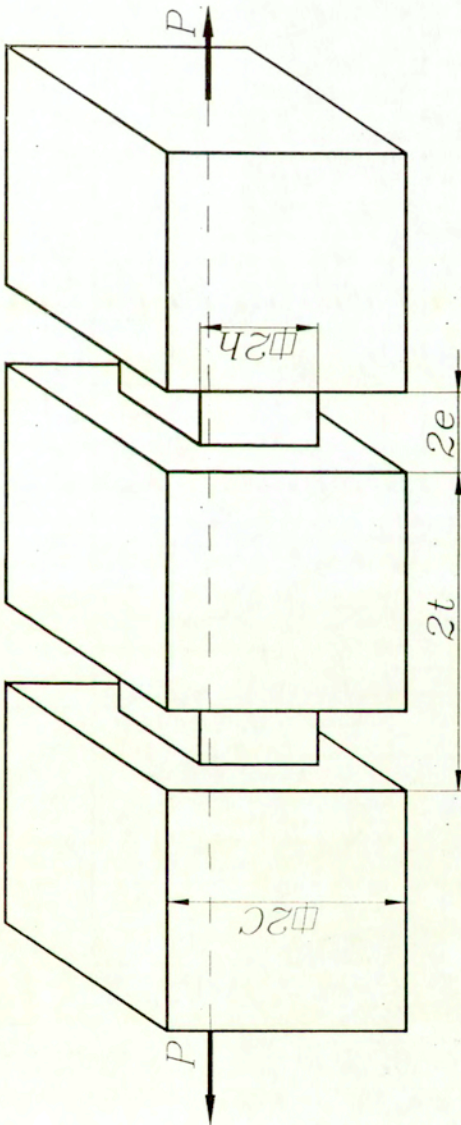
Dla przypadków, w których średnica pręta w części poza karbem jest conajmniej równa $2C$ rozwiązania nośności granicznej są kompletne. Jeżeli natomiast średnica jest mniejsza od $2C$, rozwiązania są jedynie kinematycznie dopuszczalne i dają górną ocenę nośności.

Podobnie jest w przypadku elementów osłabionych wieloma wycięciami. Jeżeli odległość między dwoma sąsiednimi nacięciami $2t$ spełnia warunek $t \geq S$, to nośność graniczna pręta równa jest nośności elementu osłabionego tylko w jednym przekroju. Jeżeli natomiast ma miejsce przypadek, że t jest mniejsze od S , wówczas możliwe jest tylko określenie górnej i dolnej oceny nośności granicznej [8].

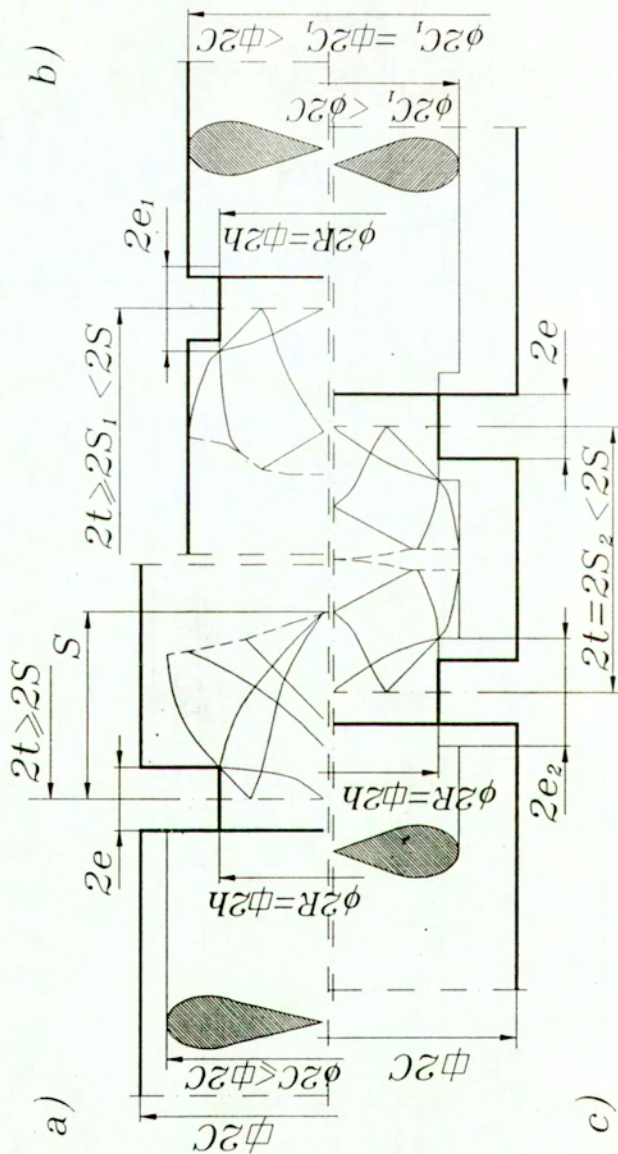
2.1. Dolna ocena nośności granicznej elementów o przekroju kwadratowym.

Podane wyżej rozwiązania zagadnienia osiowo-symetrycznego wykorzystano do wyznaczenia dolnej oceny nośności granicznej elementów o przekroju kwadratowym z wieloma wycięciami prostokątnymi na obwodzie (rys.3). Wytrzymałość pręta jest w tym przypadku zależna od trzech niezależnych parametrów: $0 < \beta \leq 1$;
 $\kappa = C/h \geq 1$; $\eta = t/h \geq 0$.

Dolną ocenę nośności otrzymamy na podstawie statycznie dopuszczalnego pola naprężeń, które da się wpisać w kontur pręta ograniczony bocznymi powierzchniami (rys.4a,b) lub odstępem między sąsiadującymi ze sobą wycięciami (rys.4c). Dolną oceną nośności pręta o przekroju kwadratowym jest więc rzeczywista nośność graniczna osiowo-symetrycznego elementu z karbem o promieniu najmniejszego przekroju $R=h$, wpisanego w kontur pręta o przekroju kwadratowym. W analizie wytrzymałościowej mają miejsce trzy przypadki wynikające z proporcji wymiarowych pręta, geometrii karbów i odległości między sąsiednimi wycięciami. W pierwszym przypadku, dla pręta o wymiarach $\phi 2C \geq \sigma 2C$ i odległości między karbami $2t \geq 2S$ (rys.4a), dolną oceną nośności pręta kwadratowego będzie rzeczywista nośność graniczna osiowo-symetrycznego elementu osłabionego nacięciem prostokątnym o szerokości $2e$. W drugim przypadku (rys.4b), w którym wymiar części chwytowej elementu o przekroju kwadratowym $\phi 2C_1$ jest mniejszy od wymaganej dla tej ostrości karbu $2e$ średnicy części chwytowej osiowo-symetrycznego pręta $2C$, dobieramy element osiowo-symetryczny o średnicy części chwytowej $\sigma 2C_1 = \phi 2C_1$ i określamy z wykresu $\kappa = \varphi(\beta)$ na rys.2 lub z zależności (2), odpowiadającą tej średnicy $\sigma 2C_1$ szerokość wycięcia $2e_1$. Dolną



Rys. 3



Rys.4

ocenę nośności pręta o przekroju kwadratowym $\varnothing 2C_1$ z wyciętym na obwodzie karbem prostokątnym o szerokości $2e$ będzie rzeczywista nośność graniczna osiowo-symetrycznego elementu z wycięciem prostokątnym o szerokości $2e_1$. W trzecim przypadku (rys.4c), o wytrzymałości elementu kwadratowego decydować będzie odległość między korbami. Z wykresu $\eta = \varphi(\beta)$ na rys.2 lub z zależności (3), dla wysokości części chwytowych $2S_2$, równych odległości między sąsiednimi nacięciami $2t$, określamy szerokość karbu $2e_2$ i odpowiadający tej ostrości karbu prostokątnego β współczynnik zwiększenia nośności granicznej f z wykresu na rys.1 lub z zależności (1).

2.2. Górna ocena nośności granicznej elementów o przekroju kwadratowym z wycięciami prostokątnymi.

Przyjmując, że P^* oznacza rzeczywistą wartość obciążenia odpowiadającego granicy plastyczności pręta z wycięciami, to górną ocenę P_g tej wartości P^* można wyznaczyć przez porównanie pracy siły zewnętrznej P do wewnętrznej energii dysypowanej przez dowolny kinematycznie dopuszczalny schemat odkształcenia [2]. Współczynnik obciążenia granicznego dla pręta z korbami określa się wówczas jako stosunek:

$$(4) \quad f = P^*/P_0$$

gdzie $P_0 = 8kh^2$ jest obciążeniem uplastyczniającym gładki pręt o przekroju kwadratowym o wymiarach $2h \times 2h$. Powierzchnia przekroju poprzecznego tego pręta wynosi $4h^2$.

Górną ocenę f_g współczynnika obciążenia granicznego f można określić z zależności:

$$(5) \quad f_g = P_g/P_0$$

Dla przedstawionego w pracy przypadku elementu konstrukcji o przekroju kwadratowym z wycięciami prostokątnymi, analizę górnej oceny przeprowadzono dwoma sposobami. W pierwszym ze sposobów analizę przeprowadzono w oparciu o trzy dopuszczalne mechanizmy zniszczenia pokazane na rys.5.

W drugim sposobie ocenę nośności granicznej pręta o przekroju kwadratowym określano przez opisanie na jego przekroju poprzecznym powierzchni walcowej. Nośność graniczna otrzymanego w ten sposób pręta walcowego będzie górną oceną nośności granicznej pręta o przekroju kwadratowym.

Sposób I.

Płaszczyzna poślizgu w mechanizmie pierwszym przechodzi przez dna dwóch sąsiadujących ze sobą karbów (przekrój I łączący punkty A na rys.5), a kąt γ jest zmienny. Górną ocenę współczynnika obciążenia granicznego określają wzory:

$$(6a) \quad f_g^{Ia} = 0,5 \left(\frac{1}{\eta + \beta} + \eta + \beta \right)$$

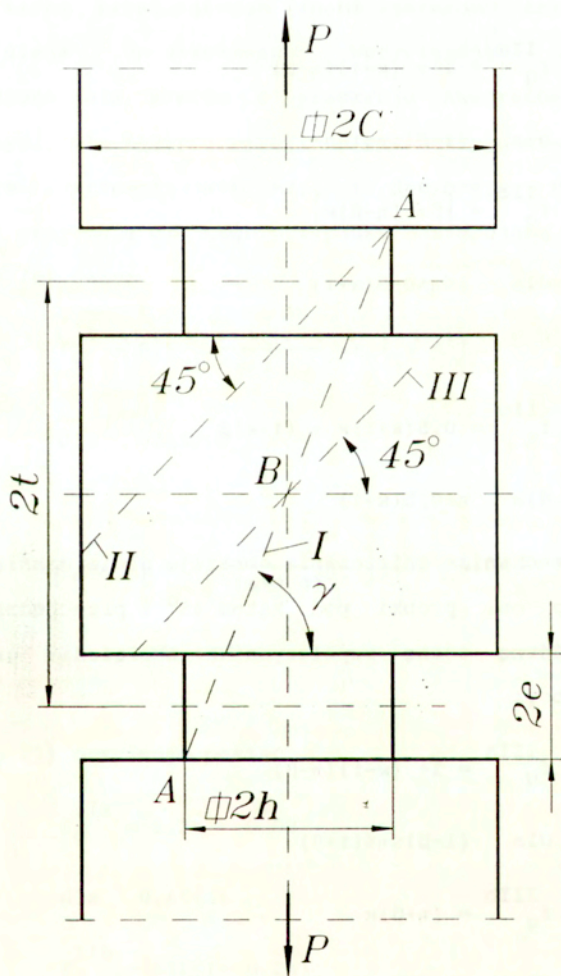
$$\text{dla } 0 \leq \eta \leq \beta$$

$$(6b) \quad f_g^{Ib} = 0,5 \left[1 + \frac{1}{(\eta + \beta)^2} \right] \left[(\eta + \beta)\kappa + 2\beta \right]$$

$$\text{dla } \eta \geq \beta$$

Zgodnie z oznaczeniami na rys.5 $\kappa = C/h$, $\beta = e/h$, $\eta = t/h$.

W drugim mechanizmie zniszczenia - II, płaszczyzna poślizgu przechodzi przez punkt A i jest nachylona do osi próbki pod kątem 45° .



Rys. 5

Górną ocenę nośności granicznej określają wzory:

$$(7a) \quad f_g^{IIa} = 1 + (\kappa - 1)(\eta - \beta)$$

$$\text{dla } (1 - \beta) \leq \eta \leq 1$$

$$(7b) \quad f_g^{IIb} = [\beta + (\eta - \beta)\kappa]$$

$$\text{dla } 1 \leq \eta \leq 0,5(\kappa + 1)$$

oraz

$$(7c) \quad f_g^{IIc} = 0,5(\kappa + 1)\kappa + (1 - \kappa)\beta$$

$$\text{dla } \eta \geq 0,5(\kappa + 1)$$

Trzeci mechanizm zniszczenia obrazuje powierzchnię poślizgu nachyloną do osi próbki pod kątem 45° i przechodzącą przez punkt B. Górną ocenę współczynnika obciążenia granicznego określają wzory:

$$(8a) \quad f_g^{IIIa} = 1 + (\kappa - 1)(\eta - \beta)$$

$$\text{dla } (1 - \beta) \leq \eta \leq (1 + \beta)$$

$$(8b) \quad f_g^{IIIb} = (\eta + \beta)\kappa$$

$$\text{dla } (1 + \beta) \leq \eta \leq (\kappa + \beta)$$

oraz

$$(8c) \quad f_g^{IIIc} = \kappa^2 \quad \text{dla } \eta \geq (\kappa + \beta)$$

Dla znanych wymiarów elementu konstrukcji i określonej ostrości karbu prostokątnego (znana szerokość karbu $2e$) postać wzorów ulega uproszczeniu. Weryfikację doświadczalną przeprowadzono dla prętów o przekroju kwadratowym z karami prostokątnymi, dla których określone parametry geometryczne mają następujące wartości: $\kappa=C/h=2,2$ i $\beta=e/h=0,4$. Podane wyżej zależności przyjmują dla tego przypadku następującą postać:

Wzory (6) jako:

$$(9a) \quad f_g^{Ia} = 0,5 \left(\frac{1}{\eta+0,4} + \eta + 0,4 \right)$$

$$\text{dla } 0 \leq \eta \leq 0,4$$

oraz

$$(9b) \quad f_g^{Ib} = \left[1 + \frac{1}{(\eta+0,4)^2} \right] (1,1\eta - 0,04)$$

$$\text{dla } \eta \geq 0,4$$

Wzory (7) przyjmują postać:

$$(10a) \quad f_g^{IIa} = 1,2\eta + 0,52$$

$$\text{dla } 0,6 \leq \eta \leq 1$$

$$(10b) \quad f_g^{IIb} = 2(1,1\eta - 0,24)$$

$$\text{dla } 1 \leq \eta \leq 1,6$$

oraz

$$(10c) \quad f_g^{IIc} = 3,04 \quad \text{dla } \eta \geq 1,6$$

Wzory (8) mają postać następującą:

$$(11a) \quad f_g^{IIIa} = 1,2\eta + 0,52$$

$$\text{dla } 0,6 \leq \eta \leq 1,4$$

$$(11b) \quad f_g^{IIIb} = 2,2\eta - 0,88$$

$$\text{dla } 1,4 \leq \eta \leq 2,6$$

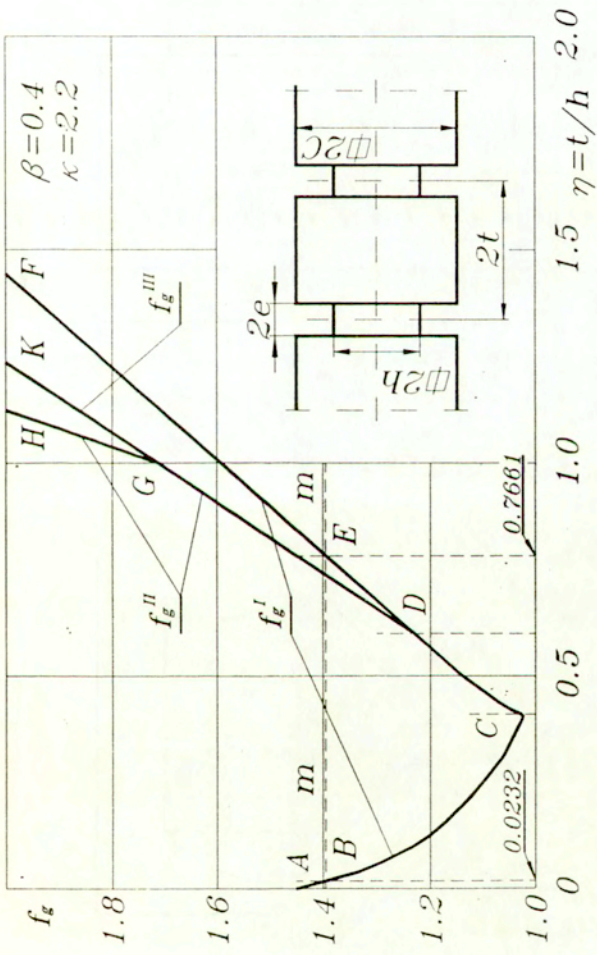
oraz

$$(11c) \quad f_g^{IIIc} = 4,84 \quad \text{dla } \eta \geq 2,6$$

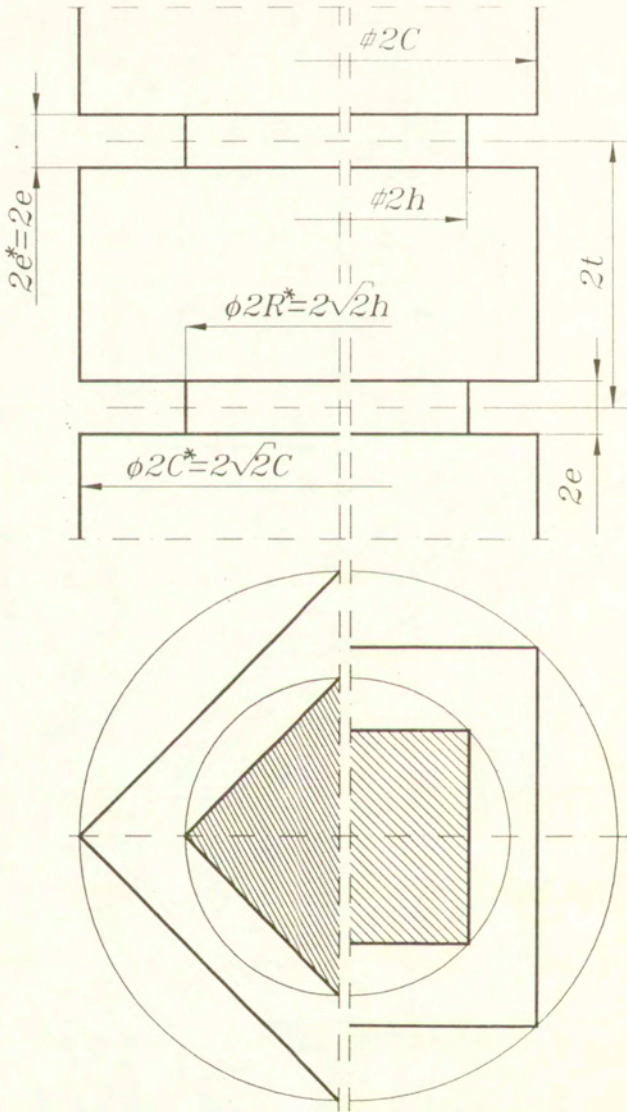
Graficzny obraz zależności (9), (10) i (11) (dla wartości parametrów: $\kappa=2,2$ i $\beta=0,4$) pokazano na rys.6. Z przebiegu krzywych wynika, że najniższą górną ocenę dla tego przypadku otrzymuje się z mechanizmu I (linia AC obrazująca zależność (9a), linia CDEF - zależność (9b).

Sposób II

Jak już wyżej wspomniano, dla pręta o przekroju kwadratowym możliwe jest również określenie górnej oceny nośności granicznej przez opisanie na jego przekroju poprzecznym powierzchni walcowej (rys.7). Średnica części chwytowej C^* będzie równa $C \sqrt{2}$, średnica części osłabionej będzie miała wartość $R^* = h \sqrt{2}$. Wartość parametru $\kappa^* = C^*/R^*$ nie ulega zmianie i równa jest wartości parametru $\kappa = C/h$. Szerokość karbu również nie ulega zmianie, a więc $2e^* = 2e$.



Rys.6



Rys. 7

Wobec powyższego zmianie ulega wartość parametru β charakteryzującego ostrość karbu. Określa się ją z zależności:

$$(12) \quad \beta^* = e/R^* = \frac{\sqrt{2}}{2} \beta$$

Dla rozpatrywanego w pracy przypadku ($\beta=0,4$) $\beta^*=0,28284$. Dla tej wartości parametru β^* można określić z wykresu na rys.1 lub z zależności (1) na nim podanej, wartość współczynnika zwiększenia nośności granicznej $f^*=1,3931$. Na rys.6 naniesiono ją w postaci poziomej linii przerywanej m - m. Współczynnik f^* będzie stanowił górną ocenę nośności granicznej do punktu B (dla $0 \leq \eta \leq \eta_B$) oraz od punktu E (dla $\eta \geq \eta_E$).

Współrzedną η_B określa się z zależności:

$$(13a) \quad \eta^2 + 2(\beta - f^*) \eta + \beta^2 - 2\beta f^* + 1 = 0$$

Dla $f^* = 1,393$ i $\beta = 0,4$ zależność ta ma postać:

$$(13b) \quad \eta^2 - 1,986\eta + 0,0456 = 0$$

Rozwiązując powyższe równanie kwadratowe otrzymujemy:
 $\eta_B = 0,02323$.

Współrzedną η punktu E (η_E) można wyznaczyć rozwiązując równanie trzeciego stopnia w postaci:

$$(14a) \quad a\eta^3 + b\eta^2 + c\eta + d = 0$$

gdzie $a = \kappa$

$$b = 2\beta + \kappa\beta - 2f^*$$

$$c = (4-\kappa)\beta^2 + \kappa - 4f^*\beta$$

$$d = (2-\kappa)(\beta^3 + \beta) - 2f^*\beta^2$$

$$\begin{aligned} \text{dla} \quad f^* &= 1,3931, \quad \kappa = 2,2 \quad \text{i} \quad \beta = 0,4 \\ a &= 2,2 \\ b &= -1,106 \\ c &= 0,2592 \\ d &= -0,53856 \end{aligned}$$

a równanie (14a) przyjmuje postać:

$$(14b) \quad 2,2\eta^3 - 1,106\eta^2 + 0,2592\eta - 0,53856 = 0$$

Powyższe równanie stopnia trzeciego ma jeden pierwiastek rzeczywisty i dwa zespolone. Na mocy wzoru Cardana pierwiastek rzeczywisty tego równania ma wartość: $\eta_E = 0,7661$.

Dla określonego z zależności (12) parametru β^* można również określić z wykresu na rys.2 lub z zależności (3) na nim podanej graniczną wartość odległości między korbami η^* wynikającą z przedłużenia stanu naprężenia w obszar sztywny. Ta graniczna wartość parametru η^* będzie stanowić górną ocenę podziałki $2t$, określającej optymalne rozstawienie korbów prostokątnych w elemencie o przekroju kwadratowym.

3. Weryfikacja doświadczalna.

O praktycznej przydatności przedstawionej analizy teoretycznej decydować może jedynie weryfikacja doświadczalna. Jest ona niezbędna z uwagi na przybliżony charakter warunku plastyczności Treski i stowarzyszone z nim prawo płynięcia.

Badania doświadczalne przeprowadzono na próbkach wycinanych z prętów ze stopu aluminium PA2 (AlMg2). Stop ten, bardzo podatny do obróbki plastycznej na zimno i na gorąco, znajduje szerokie zastosowanie do wyrobu średnio obciążonych elementów

konstrukcji lotniczych, okrętowych i pojazdów mechanicznych, a także do wyrobu elementów budowlanych. Kształt próbek z korbami pokazano na rys.3. Próbki te mają stały parametr kształtu wycięcia $\beta = e/h = 0,4$ oraz stały parametr określający głębokość wycięcia $\kappa = C/h = 2,2$. Zmienna jest natomiast w tych próbkach odległość między sąsiadującymi ze sobą wycięciami ($\eta = t/h$ - zmienne). Wymiary próbek z korbami przedstawiono na rys.8.

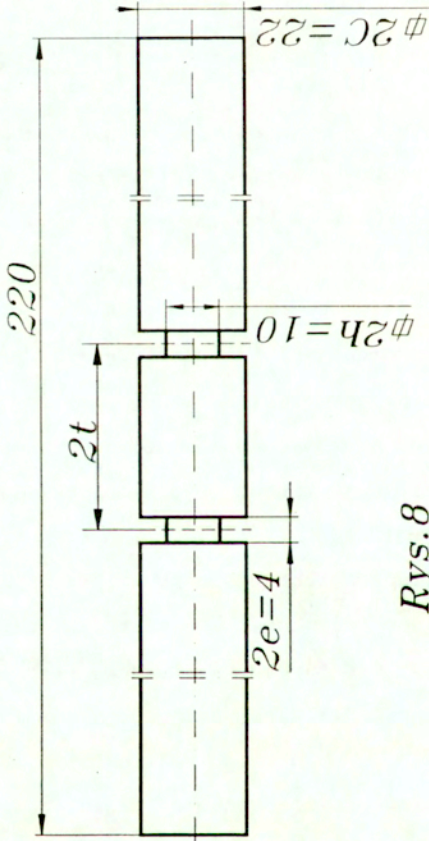
Na podstawie prób jednoosiowego rozciągania badanych próbek sporządzono wykresy naprężenie-wydłużenie. Początkowe części kilku takich wykresów rozciągania przedstawiono na rys.9. Z wykresów tych wyznaczono granice plastyczności metodą stycznej. Sposób wyznaczania tak zdefiniowanej granicy plastyczności pokazano na rys.10, na którym pokazano początkową część wykresu rozciągania próbki bez karbu. Wyniki badań wszystkich próbek podano w tablicy nr 1.

Na rys.11 przedstawiono w sposób graficzny zmianę wartości granicy plastyczności próbek w funkcji zmieniającej się odległości między sąsiadującymi z sobą korbami $\eta = t/h$. Analogiczną zależność dla wytrzymałości na rozciąganie pokazano na rys.12. Przez P_{\max}^* oznaczono największą siłę obciążającą w procesie jednoosiowego rozciągania poszczególnych próbek z korbami.

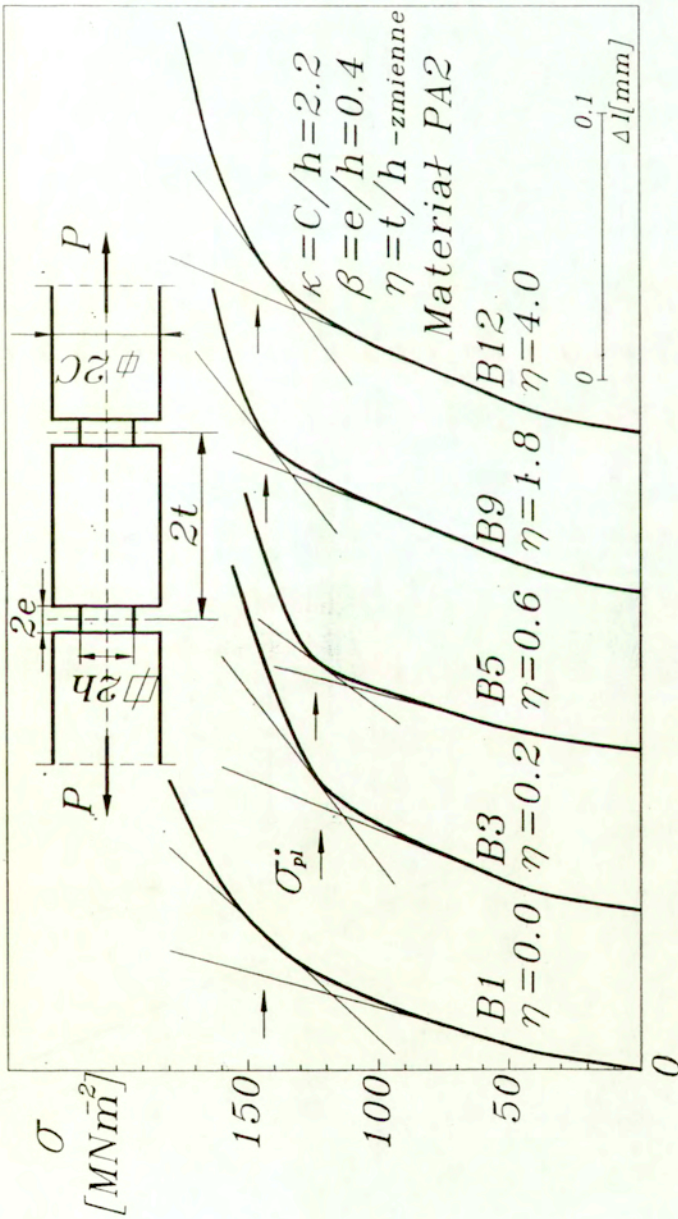
Współczynnik zwiększenia nośności granicznej f obliczono z zależności:

$$(15) \quad f = \sigma_{pl}^* / \sigma_{pl}$$

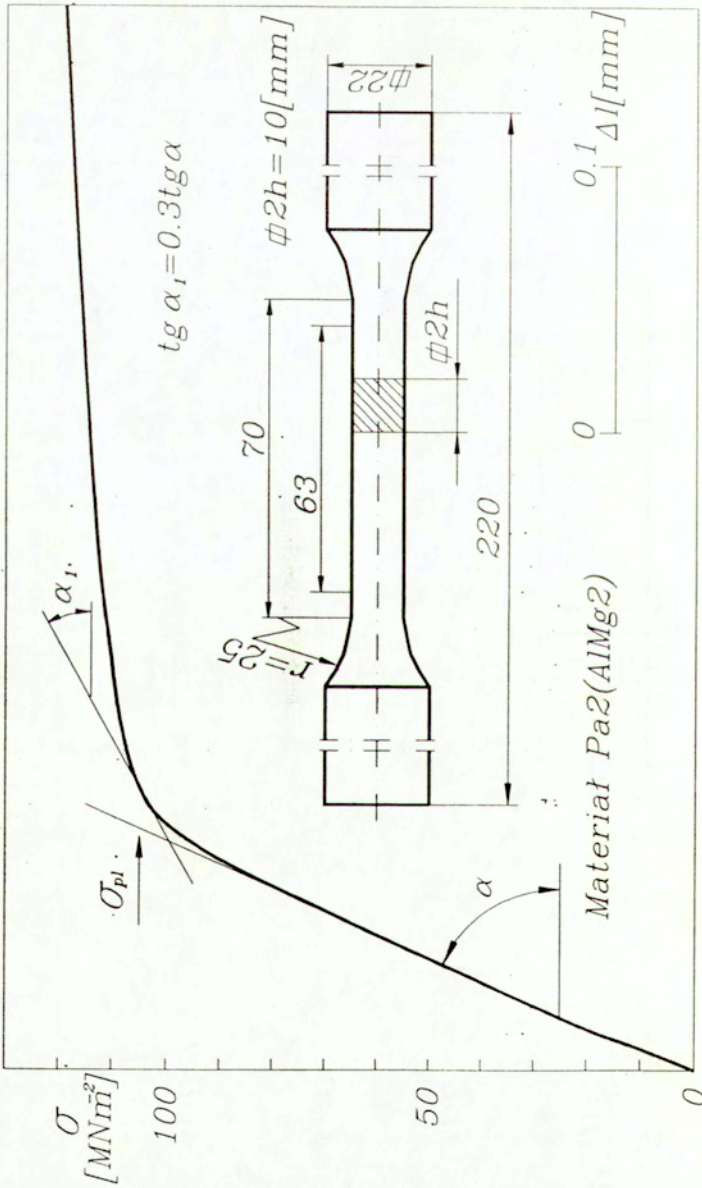
gdzie przez σ_{pl}^* oznaczono granicę plastyczności próbek z wycięciami, natomiast przez σ_{pl} - granicę plastyczności próbki bez karbu.



Rys.8



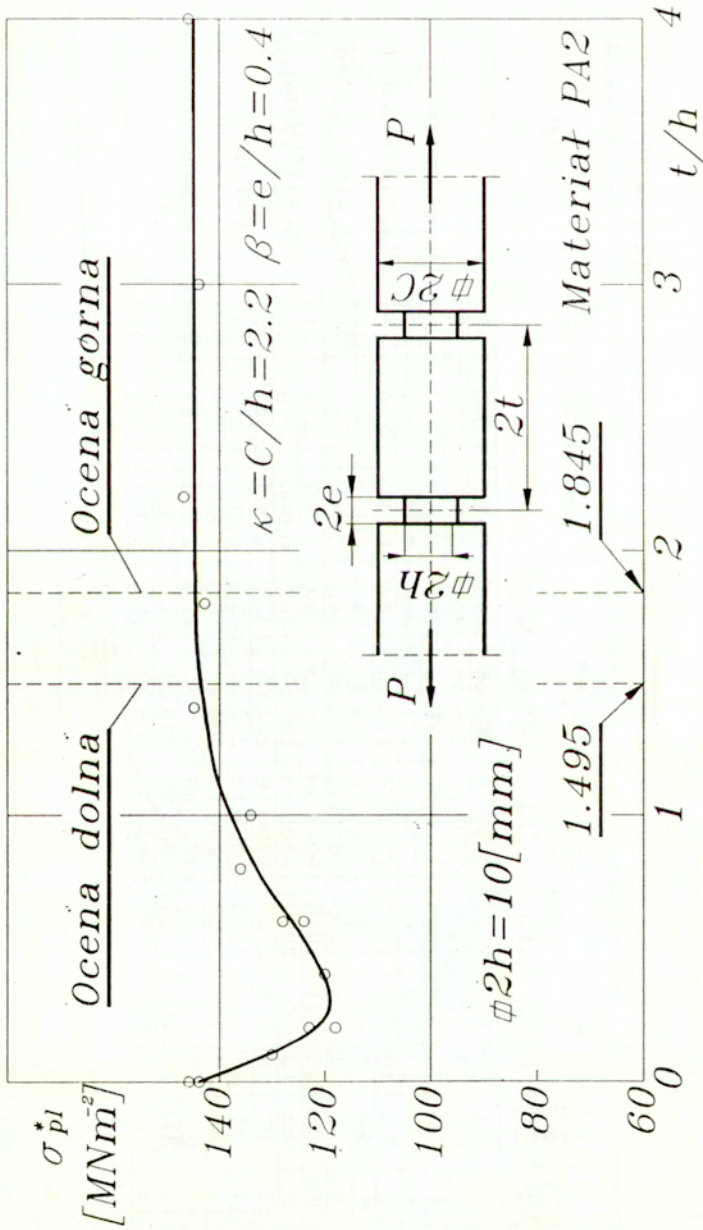
Rys.9



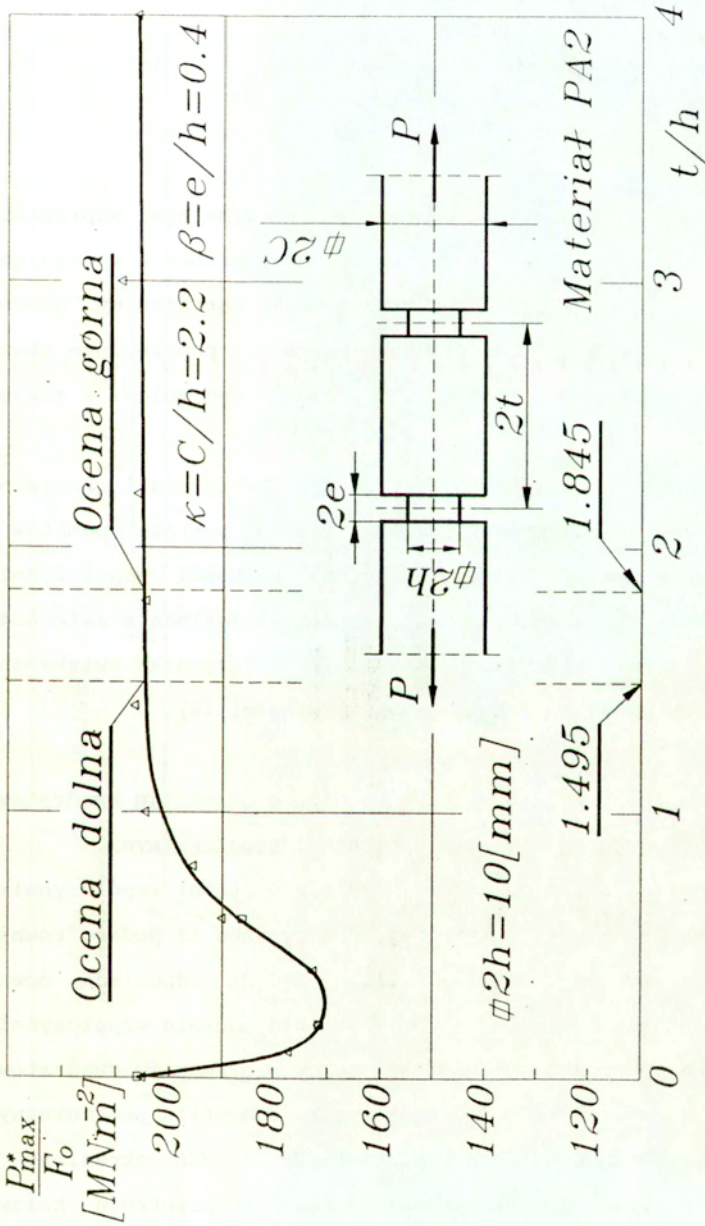
Rys. 10

Tablica Nr 1

L.p.	Nazwa Oznaczenie	F ₀ [mm ²]		P _{max} [N]		σ _m [*] = $\frac{P_{max}}{F_0}$ [MNm ²]	σ _{pl} [*] [MNm ²]	t/h (nom.)	f = $\frac{\sigma_m}{\sigma_m}$	f = $\frac{\sigma_{pl}}{\sigma_{pl}}$	Uwagi
		[kg]	[N]	[kg]	[N]						
1	B1	98.803	2070	20299.76	205.46	144.0	0.000	1.345	1.371		
2	B1a	96.427	2030	19907.50	206.45	146.0	0.000	1.352	1.390		
3	B2	107.120	1930	18926.83	176.69	130.0	0.100	1.157	1.238	2h _{nom} = 10[mm]	
4	B3	100.500	1760	17259.70	171.74	123.0	0.200	1.124	1.171	P _{max} = 15396.44[N]	
5	B3a	100.200	1760	17259.70	172.25	118.0	0.200	1.128	1.124	σ _{max} = 152.74[MNm ²]	
6	B4	99.002	1745	17112.60	164.20	116.8	0.400	1.075	1.112		
7	B5	98.204	1905	18681.67	190.23	124.0	0.600	1.245	1.181		
8	B5a	102.211	1940	19024.90	186.13	128.0	0.600	1.219	1.219		
9	B6	101.500	2020	19809.43	195.17	135.0	0.800	1.278	1.286	σ _{pl} = 105[MNm ²]	
10	B7	101.505	2120	20790.10	204.82	133.0	1.000	1.341	1.267	κ = C/h = 2.2	
11	B8	100.900	2125	20839.13	206.53	145.0	1.400	1.352	1.381	β = e/h = 0.4	
12	B9	101.707	2120	20790.10	204.41	143.0	1.800	1.338	1.362		
13	B10	100.100	2115	20741.06	207.20	147.0	2.200	1.356	1.400		
14	B11	100.400	2140	20986.23	209.03	144.0	3.000	1.368	1.371		
15	B12	99.600	2085	20446.86	205.29	146.0	4.000	1.344	1.390		



Rys.11



Rys. 12

Współczynnik zwiększenia maksymalnych obciążeń określono jako stosunek:

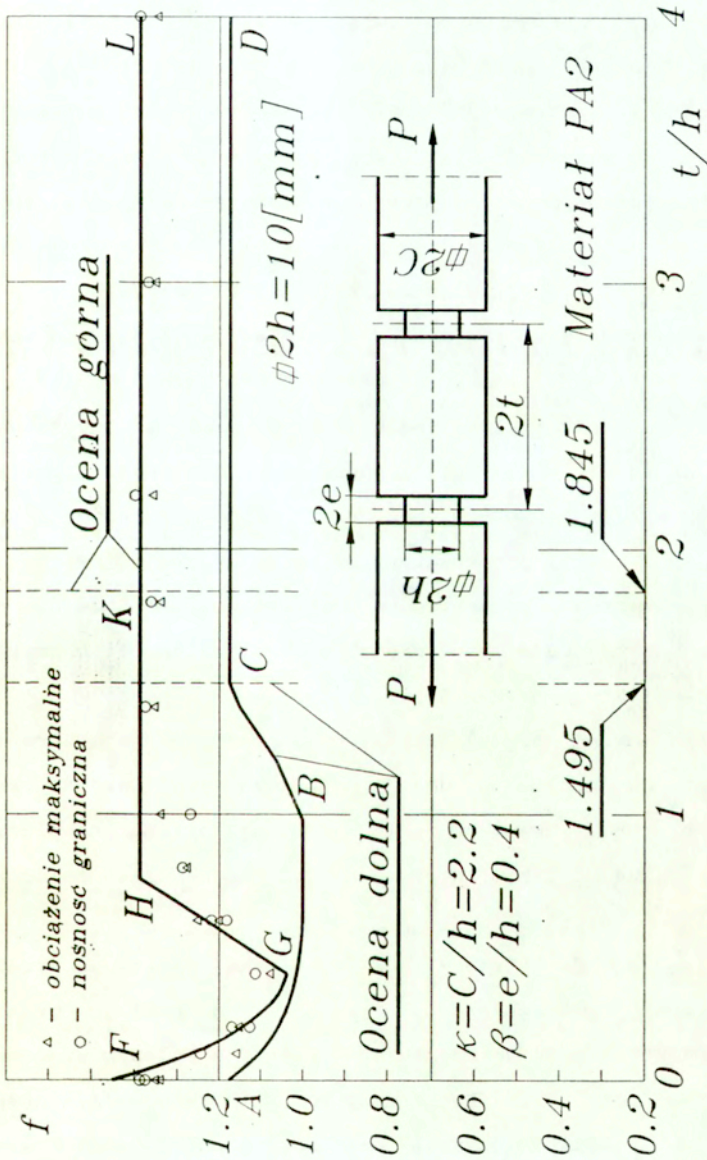
$$(16) \quad f_n = \sigma_{\max}^* / \sigma_{\max}$$

gdzie $\sigma_{\max}^* = P_{\max}^* / F_0$ odpowiada maksymalnym naprężeniom umownym, jakie uzyskiwano przy rozciąganiu próbek z wycięciami, natomiast $\sigma_{\max} = P_{\max} / F_0$ - maksymalnym naprężeniom umownym przenoszonym przez próbkę gładką o przekroju poprzecznym $2h \times 2h$, równym poprzecznemu przekrojowi próbek z wycięciami w miejscu osłabionym.

Określone doświadczalnie współczynniki nośności granicznej dla poszczególnych próbek umieszczono w postaci punktów na rys.13, przy czym kółkami oznaczono wartości współczynnika odniesionego do granicy plastyczności (określone z zależności 15), trójkątami natomiast - wartości współczynnika zwiększenia maksymalnych obciążeń (określone z zależności 16).

3.1. Ocena nośności granicznej prętów o przekroju kwadratowym osłabionych na obwodzie wycięciami prostokątnymi.

Oprócz określonych doświadczalnie wartości współczynników zwiększenia nośności granicznej, na rysunku 13 podano również wyniki teoretycznej analizy. Linia EFGHKL odpowiada ocenie górnej, natomiast linia ABCD - dolnej ocenie współczynnika zwiększenia nośności granicznej prętów o przekroju kwadratowym osłabionych szeregiem obwodowych wycięć o profilu prostokątnym. Wartość górnej oceny na odcinkach EF i HKL określono na podstawie nośności granicznej pręta o przekroju kołowym obejmującym profil pręta kwadratowego (rys.7).



Rys. 13

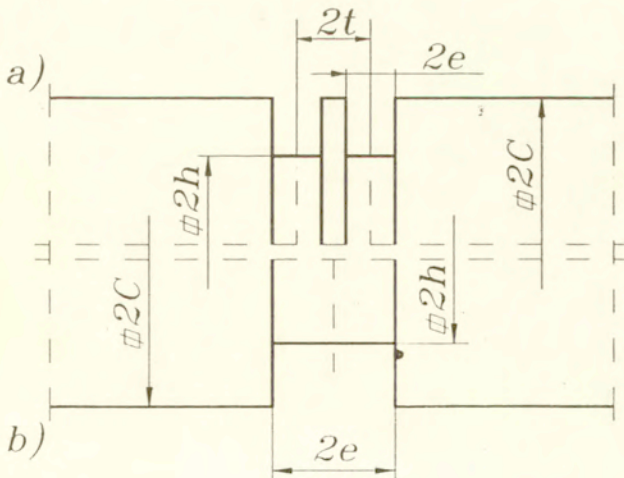
Dla pręta o przekroju kwadratowym wartość parametru β określającego ostrość karbu równa jest 0,4 ($\beta=e/h=0,4$). Wartość analogicznego parametru dla pręta o przekroju kołowym opisanym na przecie kwadratowym $\beta^*=e/R^*\approx 0,28284$ (wartość parametru β^* obliczono z zależności 12). Współczynnik zwiększenia nośności granicznej dla pręta o przekroju kołowym $f^*=1,3931$ (sposób określenia współczynnika f^* podano w p. 2.2). Aby rozwiązanie było kompletne (spełniające statyczne i kinematyczne warunki), wartość parametru κ^* nie może być mniejsza od 1,6012, a wartość parametru $\eta^*\geq 1,8447$ (rys.2). W badanych próbkach $\kappa = 2,2$, a więc wymagany warunek został spełniony. Zgodnie z powyższym, na odcinku KL (dla $\eta^*=t/h\geq 1,8447$) ocena górna dla pręta o przekroju kwadratowym jest określona przez nośność graniczną pręta walcowego z karbem prostokątnym opisanym na przecie kwadratowym. Określona wartość parametru $\eta^*=1,8447$ jest jednocześnie górną oceną optymalnej odległości między karbami na przecie o przekroju kwadratowym ($2t=2S$ na rys.4a).

Górną ocenę wzdłuż linii FG określono ze wzoru (9a), natomiast od punktu G do H najniższą jej wartość określa zależność (9b). Obie te zależności są oparte na pierwszej odmianie kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu zniszczenia (linia A - A na rys.5).

Dolną ocenę wytrzymałości granicznej pręta o przekroju kwadratowym określono przez nośność graniczną osiowo-symetrycznego elementu o przekroju kołowym wpisanego w kontur kwadratu. Dla $\mu=0,4$ współczynnik zwiększenia nośności granicznej $f=1,1828$ (rys.1) oraz szerokość części chwytowej $\kappa=1,2939$. Rozwiązania są kompletne dla wartości parametru $\eta\geq 1,4955$. Jest to jednocześnie dolna ocena podziałki $2t$,

określającej optymalne rozmieszczenie korbów na przecie o przekroju kwadratowym. Dla $1 \leq \eta \leq 1,4955$ (linia BC na rys.13), dolną ocenę określono na podstawie nośności granicznej prętów o przekroju kołowym z korbami prostokątnymi o takiej szerokości $2e_2$, dla których przedłużenia siatki linii poślizgu mieszczą się w obszarze poza korbem z uwagi na wymiar S_2 ($2t = 2S_2 < 2S$ na rys.4c). Dla zadanej wartości parametru $\eta = t/h$ określano wartość parametru $\beta_2 = e_2/h$ (na rys.2), a następnie dla tej wartości β_2 wyznaczano wartość współczynnika nośności granicznej f z rys.1.

Dolną ocenę nośności granicznej wzdłuż linii AB (dla parametru η w przedziale $0 < \eta \leq 1$) określano przez opisywanie dwóch pobliskich korbów pojedynczym wycięciem o szerokości równej odległości między skrajnymi ściankami sąsiadujących ze sobą korbów ($2e_g = 2t + 2e$, rys.14) i odczytywanie z wykresu na rys.1 nośności granicznej dla osiowo-symetrycznego elementu z takim pojedynczym korbem, dla którego $\eta_g = \eta + \beta$.



Rys.14

4. Wnioski.

Przedstawiona w pracy metodyka oceny optymalnej wartości podziałki $2t$, określającej odległość między sąsiednimi wycięciami, okazała się właściwa w odniesieniu do elementów konstrukcyjnych o przekroju kwadratowym osłabionych szeregiem obwodowych wycięć o profilu prostokątnym. W pracy uzyskano doświadczalne potwierdzenie, że optymalna wartość podziałki $2t$ znajduje się dokładnie między wyznaczonymi ocenami granicznymi: górną i dolną (rys.11,12 i 13), zarówno w odniesieniu do granicy plastyczności jak i do maksymalnych obciążeń.

Sposób oceny nośności granicznej badanych elementów okazał się prawidłowy w świetle uzyskanych wyników badań doświadczalnych.

Przedstawiona w pracy metodyka oceny nośności granicznej i optymalizacji wymiarów może być stosowana do elementów konstrukcyjnych o przekroju kwadratowym osłabionych szeregiem obwodowych wycięć o dowolnej konfiguracji.

Literatura

1. R.T.Shield: On the plastic flow of metals under conditions of axial-symmetry, Proc. Roy. Soc., 233A, 1193, 267-287, 1955.
2. D.C.Drucker, H.J.Greenberg, W.Prager: Extended limit design theorems for continuous media, Quart. Appl. Math., 9, 381-389, 1952.
3. G.Eason, R.T.Shield: The plastic indentation of a semi-infinite solid by a perfectly rough circular punch, ZAMP, 11, 33-43, 1960.
4. W.Szczepiński, L.Dietrich, E.Drescher, J.Miastkowski: Plastic flow of axially-symmetric notched bars pulled in tension, Int. J. Solids Structures, 2, 543-554, 1966.
5. W.Szczepiński: Wstęp do analizy procesów obróbki plastycznej, PWN, Warszawa 1967.
6. F.J.Locket: Indentation of rigid-plastic material by a conical indenter, J. Mech. Phys. Solids, 11, 345-355, 1963.
7. Dao-Duy Tien: Próba twardości Rockwella jako problem teorii plastyczności, Rozprawy Inżynierskie, 21, 4, 709-721, 1973.
8. L.Dietrich, J.Miastkowski, W.Szczepiński: Nośność graniczna elementów konstrukcji, PWN, Warszawa 1970.
9. L.Dietrich, W.Szczepiński: Plastic yielding of axially-symmetric bars with non-symmetric V-notch, Acta Mechanica, 4, 230-240, 1967.
10. J.F.Bishop: On the complete solution to problems of deformation of plastic-rigid material, J. Mech. Phys. Solids, 2, 43-45, 1955.
11. L.Dietrich, K.Turski: Nośność graniczna rozciąganych osiowo-symetrycznych prętów osłabionych szeregiem karbów kątowych, Mech. Teoret. Stosow., 6, 4, 437-448, 1968.

12. J.Miastkowski: Nośność graniczna rozciąganych elementów o przekroju kwadratowym z wycięciami, Rozprawy Inżynierskie, 17, 4, 571-582, 1969.
13. J.Miastkowski, H.Skrocki: Analiza wytrzymałościowa prętów kwadratowych z szeregiem korbów kątowych, Arch. Budowy Maszyn, 28, 1, 13-25, 1981.
14. L.Dietrich, J.Miastkowski, R.Szczebiot: Nośność graniczna osiowo-symetrycznych prętów z szeregiem korbów kołowych, Rozprawy Inżynierskie, 36, 3, 441-459, 1988.
15. J.Miastkowski, R.Szczebiot: Nośność graniczna prętów o przekroju kwadratowym z szeregiem korbów kołowych, Prace IPPT PAN, nr. 55, 1-30, 1988.
16. L.Dietrich, J.Miastkowski, R.Szczebiot: Strength analysis of axially symmetric elements with a series of rectangular notches, Engineering Transactions, 40,4,435-456,1992.
17. J.Miastkowski, H.Skrocki: Analiza wytrzymałościowa udarowo rozciąganych osiowo-symetrycznych prętów z nacięciami kołowymi, Zesz. Nauk. Filii UW w Białymstoku, z.59, Nauki Matemat.-Przyrodnicze, T.IX, Dział WT, 5-23, Białystok 1989.