

TOWARZYSTWO NAUKOWE WARSZAWSKIE
SOCIÉTÉ DES SCIENCES ET DES LETTRES À VARSOVIE

Prace Instytutu im. Nenckiego.

Travaux de l'Institut Nencki.

Vol. VIII.



Z zasiłku Wydziału Nauki
Ministerstwa Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego.

WARSZAWA
INSTYTUT IM. NENCKIEGO T. N. W., ŚNIADECKICH 8.
<http://rcin.org.pl>
1931/32

Acta Biologiae Experimentalis

Czasopismo, ogłaszające rozprawy naukowe z zakresu fizjologii i chemji fizjologicznej roślin i zwierząt, morfologii doświadczalnej, zoopsychologii oraz dziedzin pokrewnych. Ponadto — dział p. t.: „Bibliographia Polonica”.

Wydawnictwo to ukazuje się w liczbie około dwu tomów rocznie.

Tom VI, 1931, (pod redakcją K. BIALASZEWICZA) zawiera następujące rozprawy:

E. A. SYM (Warszawa): Badania nad syntetycznym działaniem lipazy w układzie: kwas oleinowy, gliceryna, woda i lipaza w stanie rozpuszczonym. — H. KOWARZYK (Kraków): Promieniowanie mitogenetyczne a wpływ ciał lotnych ze zmiażdżonych tkanek cebuli na zjawiska koloidalne. — A. ROWIŃSKA (Warszawa): Badania nad zachowaniem się kwasu moczowego we krwi. — T. MANN (Lwów): O domniemanym udziale azotu amidowego białek krwi i mięśni w przemianach chemicznych mięśnia pracującego. — H. P. KRYŃSKA i W. R. WITANOWSKI (Kraków): O przepuszczalności mięśnia względem jonów sodu i potasu. — J. DEMBOWSKI (Warszawa): Dalsze studia nad geotropizmem *Paramecium*. — W. GEDROYĆ i ST. J. PRZYŁĘCKI (Warszawa): Wpływ soli na stężenie jonów wodorowych w roztworach amfolitów. — K. IWASZKIEWICZ and J. NEYMAN (Warsaw): Counting Virulent Bacteria and Particles of Virus. — S. FRAJBERGERÓWNA (Warszawa): Struktura i reakcje enzymatyczne. Część X. Wpływ lepkości i stanu agregacji fazy rozdrobnionej. A. WOLAŃSKI (Wilno): Studja nad reakcją Manojłowa i niektórymi innymi reakcjami kolorymetrycznymi na płec u ludzi, zwierząt i roślin. — M. Z. GRYNBERG (Warszawa): Kinetyka działania urikazy. — M. WIERZUCHOWSKI (Warszawa): Przetwarzanie cukrów, wprowadzonych dożylnie ze stałą prędkością. VI. Wpływ hormonów, głodu i czynników pokarmowych na przyswajanie galaktozy i glikozy.

Cena pojedynczego tomu (około 20 arkuszy): w prenumeracie—20 zł. oddzielnie—25 zł. Współpracownicy czasopisma otrzymują 10% ustępstwa:

Zgłoszenie do prenumeraty przyjmuje:

Adminstracja Instytutu im. Nenckiego T. N. W.

(Warszawa, ul. Śniadeckich 8, tel. 826-31).

Skład główny:

„Ekspedycja Kasy im. J. Mianowskiego”

(Warszawa, Nowy-Świat 72, Pałac Staszica).

<http://rcin.org.pl>

TOWARZYSTWO NAUKOWE WARSZAWSKIE
SOCIÉTÉ DES SCIENCES ET DES LETTRES À VARSOVIE

Prace Instytutu im. Nenckiego.

Travaux de l'Institut Nencki.

Vol. VIII.



Z zasiłku Wydziału Nauki
Ministerstwa Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego.

WARSZAWA
INSTYTUT IM. NENCKIEGO T. N. W., ŚNIADECKICH 8.

1931/32
<http://rcin.org.pl>

S O M M A I R E.

- Z. Koźmiński. O stosunkach tlenowych w jeziorze Hańcza na Suwalszczyźnie. *Über die Sauerstoffverhältnisse in dem Hańcza-See (Suwałki-Seengebiet, Polen)*. Archiwum Hydrob. i Ryb. **6**, 1932 (65—85).
- J. Wiszniewski. *Les Rotifères des rives sablonneuses du lac Wigry*. Ibidem, **6**, 1932 (86—100).
- K. Białaszewicz. Sur la régulation de la composition minérale de l'hémolymphe chez le Crabe. Arch. intern. de Physiol. **35**, 1932 (98-124).
- J. Mydlarski. Charakterystyka antropologiczna uczestników międzynarodowych zawodów narciarskich w Zakopanem w 1929 r. *Antropologische Charakteristik der Teilnehmer an den internationalen Skiwettläufen in Zakopane im J. 1929*. Przegląd Sportowo-Lekarski. **3**, № 2/3 1931 (1—84).
- B. Minkiewicz. *Nids et proies des Sphégiens de Pologne*. Polskie Pismo Entomologiczne. **10**, № 3/4, 1931 (196—218).
- K. Iwaszkiewicz and J. Neyman. *Counting Virulent Bacteria and Particles of Virus*. Acta Biol. Exper., **6**, 1931 (101—142).
- Z. Koźmiński. *Über die systematische Stellung von „Cyclops strenuus“ aus den Gebirgsseen*. Archiwum Hydrob. i Ryb. **6** (140—151).
- J. Neyman. Prawo „małych liczb“ i jego zastosowania. Wiad. Aktuarjalne. **2**, 1932.
- J. Neyman and E. S. Pearson. *Further Notes on the χ^2 Distribution*. Biometrika, **22**, № 3/4, 1931 (298—305).
- J. Neyman. O korelacji między ilorazami o wspólnym mianowniku. *La corrélation entre les quotiens au dénominateur commun*. Kwartalnik Statystyczny, **8**, № 4, 1931 (1—9).
- Wł. Niemierko. Oznaczanie chloru w drobnych ilościach tkanek. *Chlorbestimmung in kleinen Gewebemengen*. Acta Biol. Exper., **7**, № 6, 1932 (101—106).

- K. Iwaszkiewicz. Opłacalność obszaru, nakładu gospodarczego i kapitału inwestowanego w krowach w drobnych gospodarstwach wiejskich. *La rentabilité de l'étendue, du fonds de roulement et du capital investi en vaches dans les petites exploitations rurales*. Kwartalnik Statystyczny, 9, № 1, 1932 (1-14).
- E. Kryszczyński. O chłonięciu składników mineralnych moczu w steżu ptaków. *Über die Resorption von mineralischen Bestandteilen des Harnes in der Vogelkloake*. Acta Biol. Exper., 7, № 5, 1932 (79-100).
- W. Pytkowski. Wpływ obszaru, nakładu i kapitału krów na dochód surowy w drobnych gospodarstwach. *The Dependence of the Income in small Farms upon their Area, the Outlay and the Capital Invested in Cows*. Biblioteka Puławska. Serje prac społeczno-gospodarczych. № 34, 1932 (1-59).

ZYGMUNT KOŹMIŃSKI

O STOSUNKACH TLENOWYCH

W JEZIORZE HAŃCZA NA SUWALSZCZYZNIE

(Z 3 rys. i 3 tab. w tekście)

Notatka niniejsza, oparta na materiale zebrany przez Stację Hydrobiologiczną na Wigrach w r. 1924, 1925 i 1931, dotyczy jednego z najciekawszych pod względem limnologicznym zbiorników pojezierza Suwalsko-Augustowskiego. Jezioro Hańcza, położone w północno-zachodnim zakątku pow. Suwalskiego, jest zapewne najgłębszym w Polsce i na niżu Europy Środkowej zbiornikiem śródlądowym i, jak wynika z naszych dotychczasowych wiadomości, reprezentuje niespotykany w tej części Europy typ jeziora o cechach wybitnie oligotroficznych.

Mimo tak swoistych cech jez. Hańcza nie doczekało się dotychczas bardziej wyczerpującego opracowania; posiadamy o nim jedynie krótkie wzmianki, rozsypane przeważnie w mało dostępnej dziś literaturze, to też pominięte one zostały zupełnie w zestawieniu Lencewicza (1926) p. t. „Badania jeziorne w Polsce”.—Najdawniejszą wzmiankę o Hańczy znajdujemy w historyczno-krajoznawczym opowiadaniu Połujańskiego (1859). Wspomina on o pochodzeniu samej nazwy (litew. „gana cze” oznacza: dosyć, tutaj—słowa rzekomo wypowiedziane przez księcia litewskiego Trajdena, cofającego się w r. 1282 pod naporem Mazurów), o dorodnych sielawach i stynkach, poławianych w Hańczy, oraz o resztkach lasów cisowych, które w r. 1858 znajdowały się jeszcze w postaci karłowatych krzewów na wschód od jeziora.—W r. 1914 opublikował ichtiolog

rosyjski Eglit (1914) większe studjum o stosunkach rybackich w ówczesnych gubernjach Łomżyńskiej i Suwalskiej. W pracy tej znajdujemy pierwszą wzmiankę o głębokości jez. Hańczy („powyżej 100 metrów”) i o jego powierzchni (420 mórg). Ponieważ jednak w tejsze pracy podaje Eglit zupełnie białamutne wiadomości o głębokości maksymalnej jez. Wigry, trudno było przywiązywać większą wagę do tych danych. Autor ten podał również pierwszą — zresztą zupełnie ogólnikową — wiadomość o stosunkach tlenowych w zbiornikach naszego pojezierza, zaliczając jez. Hańczę do grupy jezior o znacznej zawartości tlenu pod lodem w końcowym okresie stagnacji zimowej.

We właściwy sposób została oceniona wartość jeziora Hańczy z punktu widzenia limnologji dopiero przez dr. A. Lityńskiego, który w pierwszych latach istnienia Stacji Hydrobiologicznej na Wigrach parokrotnie jezioro to odwiedzał, zbierając dorywczo materiały naukowe. Zostały one częściowo wykorzystowane w kilku pracach tegoż badacza (Lityński 1923, 1924, 1925), częściowo zaś zostały oddane do opracowania specjalistom. Dzięki tym materiałom mógł podać Poliński (1922) cztery gatunki mięczaków, właściwych Hańczy (*Vivipara contecta* Müll., *Unio crassus* subsp. *ornatus* Pol., *Anodonta cygnea* L. i *Anod. cygnea* var. *cellensis* Schröt., oraz *Dreissensia polymorpha* Pall.), oraz Zavr̃el kilka form z rodziny *Chironomidae* (p. niżej).

Lityński (1925), czyniąc próbę klasyfikacji limnologicznej jezior Suwalszczyzny na zasadzie składu zooplanktonu, zaliczył jezioro Hańcza do pierwszej swej grupy, stawiając je z kolei na pierwszym miejscu w rzędzie jezior wielkich, głębokich o czystej i bogatej w tlen wodzie, odznaczających się brakiem lub nikłym rozwojem zakwitów fitoplanktonu oraz stałym i licznym występowaniem takich skorupiaków planktonowych, jak *Bythotrephes longimanus*, *Eurytemora lacustris*, *Daphnia cristata*, *Bosmina coregoni* i in. W pracy tej znajdujemy pierwsze i dotychczas jedyne zasługujące na zaufanie dane oryginalne, dotyczące głębokości maksymalnej i zawartości tlenu, rozpuszczonego w wodzie w jez. Hańcza. Największa głębokość została określona na 100 m, z zastrzeżeniem jednak, że dokładniejsze badania morfometryczne wykażą być może głębokość jeszcze większą. Ilość tlenu, rozpuszczonego w 1 l wody z głęb.

70 m wynosiła 15.10.1924 7.26 cm⁸. W konkluzji zaznacza autor, że jez. Hańcza jest „zblizone pod względem limnologicznym do jezior podalpejskich”.

W artykule p. t. „O jeziorach Suwalskich” podał Ś l e d z i ń s k i (1928) kilka uwag o morfometrii jez. Hańczy. Dokonał on z łodu 34 sondowań w najgłębszej części jeziora i ustalił, że głębokość największa ma tu wynosić 104.5 m. Jakkolwiek liczba ta nie wydaje się nieprawdopodobna, niemniej nie możemy autorowi zaufać, nie tylko dlatego, że bardzo wiele danych w artykule tym budzi poważne wątpliwości (por. referat L i t y ń s k i e g o, Arch. Hydrobiol. i Ryb. t. III p. 138), ale także i dlatego, że autor ten robił pomiary przy pomocy znaczonej linki konopnej, ulegającej jak wiadomo w wodzie skurczeniu, które przy tak znacznej głębokości prowadzić może do poważnych błędów. Wszystkie pomiary współpracowników Stacji Hydrobiologicznej na Wigrach dokonywane były przy pomocy linki stalowej i kołowrotu z zegarem, dających całkowitą gwarancję ścisłości.

Wymienić tu jeszcze należy pracę P i e t k i e w i c z a (1928), który zbadał pod względem geograficznym t. zw. wyżynę zachodnio-suwalską i dolinę górnego biegu rz. Czarnej Hańczy. Jakkolwiek jez. Hańcza leżało już poza terenem studjów tego autora, niemniej znajdujemy w pracy jego szereg bardzo cennych wskazówek ogólnych, dotyczących genezy lodowcowej jezior zachodniej Suwalszczyzny. Ponadto wymienia on kilka danych morfometrycznych, dotyczących jez. Hańczy.

Jez. Hańcza jest położone pod 54° 16' szerokości i 40° 29' długości geogr. (na wschód od Ferro) na wysokości 227.2 m nad poziomem morza¹⁾. Długość jego wynosi 4.5 km, największa szerokość—1.1 km; powierzchnia (według P i e t k i e w i c z a)—295 ha. Głębokość maksymalna wynosi przynajmniej

1) Według P i e t k i e w i c z a (1928). Według sztabowej mapy niemieckiej (1:100000) 229 m. D e m e l (1923) podał błędnie wysokość tę na 282 m (jest to najwyższy punkt na zachodnim wysokim brzegu jeziora).

100 m. Brak dokładniejszych danych uniemożliwia mi podanie tak ważnych cech morfometrycznych, jak objętość zbiornika i głębokość średnia ¹⁾).

Jeziro ma kształt podłużnej rynny o kierunku północno-południowym. Wysp jezioro dziś nie posiada, niemniej w niezbyt zapewne odległej przeszłości wyspą był wrzynający się w części południowo-zachodniej jeziora górzysty półwysep. Z wyjątkiem strumyka, płynącego z jez. Jegliniszki i wpadającego do Hańczy na północnym jej krańcu, oraz systemu sztucznych rowów, odwadniających łąki nadbrzeżne, napełnianych wodą jednak zapewne tylko okresowo, dopływów większych jezioro nasze nie ma. Stały odpływ posiada ono na południowym krańcu, dając początek rzece Czarnej Hańczy. Okolica jest silnie ogolona z drzew, które tylko w północnej części jeziora tworzą większe skupienia. Ubogie, niezbyt ludne i częściowo nie nad samem jeziorem położone wsie okoliczne (Wróbel i Bochanowa na południu, Błaskowizna na płdn. wschodzie, Przełomka i Hańcza na płdn. zachodzie oraz Mierkinie na płn. zachodzie) nie wywierają zapewne wcale wpływu na charakter jeziora, dostarczając mu z pewnością stosunkowo bardzo nieznacznych ilości substancyj organicznych.

Lodowcowe pochodzenie jez. Hańczy, podobnie jak i innych jezior Suwalskich nie może oczywiście ulegać kwestji ²⁾. Okolica cała nosi na sobie niesłychanie wyraźne piętno działalności lodowca, mało zatarte przez działające tu później czynniki geologiczne. Ogromna ilość głazów narzutowych, imponującej nieraz wielkości, tworzy tu i ówdzie prawdziwe rumowiska skalne i poważnie utrudnia uprawę roli. Cały teren jest bardzo silnie pofałdowany i tworzy miejscami doliny o niezwykle stromych zboczach i zawiłym przebiegu. Wyjaśnienie sposobu, w jaki powstało samo jezioro, na co rzuca pewne światło praca Pietkiewicza (1928), zasługiwałoby jeszcze na specjalne studjum.

1) W r. 1930 podjęte były przez współpracowników Zakładu Geograficznego Uniw. Warsz. pomiary morfometryczne na jez. Hańcza. Dane te nie zostały niestety dotychczas opublikowane.

2) Por. Pietkiewicz (1928).

Przybywszy obeznanego nieco z charakterem naszych wód śródlądowych uderzy nad jez. Hańcza surowe ubóstwo jego brzegów. Strone naogół zbocza kotliny przechodzą tu niemal bezpośrednio w stoki właściwej misy jeziornej, nie tworząc przeważnie charakterystycznego utworu ławicy przybrzeżnej. Z wyjątkiem nielicznych zatoczek właściwego litoralu jez. Hańcza prawie nie posiada. Miejsce tak zwykłego w naszych jeziorach piasku z domieszką kredy jeziornej i znaczną zawartością skorupek mięczaków i szczątków



Fot. J. Wiszniewski

Kamienisty brzeg jez. Hańcza.
(Die litorale Steinzone des Hańcza-Sees).

organicznych zajmują tutaj przeważnie mniej lub więcej otoczone przez fale kamienie (głównie granity) o średnicy od kilkudziesięciu do kilku centymetrów (por. fotografię). W nielicznych zaledwie miejscach udało nam się znaleźć osady żwiru i krótkie ławice piaszczyste. W związku z takim charakterem utworów przybrzeżnych stoi niewątpliwie ogromne ubóstwo makroflory litoralnej; tak pospolitej, masowo w jeziorach naszych występującej rośliny przybrzeżnej, jak *Phragmites communis*, trzeba na Hańczy szukać. Występuje ona tam gdzieś w pojedynczych egzemplarzach, nie tworząc nigdzie zwartego *Phragmitetum*.—Zaznaczę, że nieco odmienne stoki zostały stwierdzone w odciętej od właściwego plosa zatoczce, położonej za półwyspem, na półn.-zachodnim krańcu

jeziora. Występuje w niej dość obfita makroflora przybrzeżna, zdążył się tam już osiedlić dość licznie *Nuphar*. Nie zmienia to oczywiście charakteru brzegów otwartej części jeziora, które przedstawiają widok zupełnie osobliwy, przypominający w wysokim stopniu jeziora górskie.

Cechy optyczne wody w jez. Hańcza, badane przy pomocy krążka Secchi'ego i skali Forel-Ule'go, przedstawione są w poniższej tabelce:

Tabela I. Hańcza

	15.10.1924	22.7.1925	18.8.1931
Przezroczystość (Sichttiefe)	7.2	7.5	6.5
Barwa (Farbe n. Forel-Ule)	IX	VII	X

Niestety brak danych z miesięcy zimowych, które dawałyby pełniejszy obraz stosunków optycznych. Pod względem przezroczystości jez. Hańcza przewyższa w każdym razie wyraźnie jez. Wigry, gdzie według Lityńskiego (1926) średnia przezroczystość październikowa (za okres 3-letni) wynosi 7.1, średnia lipcowa—4.3, średnia sierpniowa—3.9 (za okres 4-letni). Również stwierdzona w lipcu barwa (nr. VII skali Forel-Ule'go) stanowi zjawisko niespotykane w innych jeziorach naszego jeziora.

Skład chemiczny soli nieorganicznych, rozpuszczonych w wodzie, nie został zbadany. Wykonano tylko (18.8.1931) analizę na twardość wody z warstwy naddennej (91 m) przy pomocy mydła Clark'a i stwierdzono 4.6 stopni niem. twardości. Świadczy to o stosunkowo nieznacznej ilości węglańca wapniowego, rozpuszczonego w wodzie; większość jezior Suwalskich posiada wodę o wiele twardszą (od 7.0 do 13.0 stopni niem.). Istnieją ponadto dane, wskazujące na zapewne dość znaczną zawartość soli żelaza w wodzie jez. Hańczy (por. niżej o osadach dennych).

Koncentracja jonów wodorowych zbadana została 18.8.1931 przy pomocy jonoskopu Bresslau'a. Znalaziono na powierzchni $\text{pH}=7.6$, w głębokości 91 m (metr nad dnem) — $\text{pH}=7.4$. Woda miała więc odczyn słabo alkaliczny.

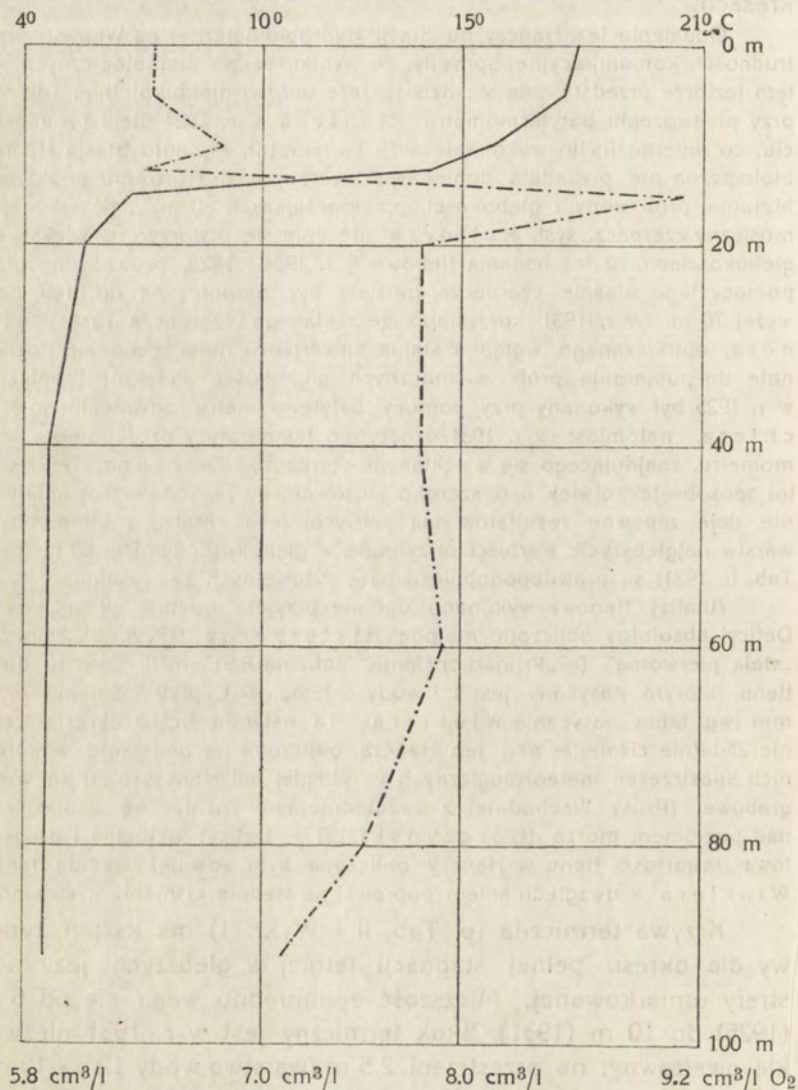
Przechodzę do omówienia stosunków termicznych i tlenowych, przedstawionych w tab. II i III oraz na załączonych wykresach.

Oddalenie jez. Hańczy od Stacji Hydrobiologicznej na Wigrach oraz trudności komunikacyjne sprawiły, że wyniki badań limnologicznych na tym jeziorze przedstawiają się dziś jeszcze bardzo niekompletnie. Tak np. przy przewożeniu batytermometru Richtera w r. 1924 uległ on zepsuciu, co uniemożliwiło wykonanie serji temperatur. Ponadto Stacja Hydrobiologiczna nie posiadała doniedawna czerpacza, dostosowanego do pobierania prób wody z głębokości, przekraczających 60 m. Jak wiadomo, mosiężny czerpacz. syst. Ruttnera nie daje się otworzyć na większych głębokościach, to też badania tlenowe w r. 1924 i 1925, prowadzone przy pomocy tego właśnie czerpacza, musiały być ograniczone do głęb. najwyżej 70 m. W r. 1931 korzystano ze szklanego czerpacza syst. Ruttnera, opuszczanego wgłąb w stanie otwartym i nadającego się doskonale do pobierania prób ze znacznych głębokości. Przekrój termiczny w r. 1925 był wykonany przy pomocy batytermometru odwracalnego Richtera, natomiast w r. 1931 oznaczono temperatury przy pomocy termometru, znajdującego się w szklanym czerpaczu Ruttnera. Ten ostatni sposób—jakkolwiek dziś szeroko stosowany—z powodów zrozumiałych nie daje zapewne rezultatów tak ścisłych, jeśli chodzi o temperatury warstw najgłębszych: wartości otrzymane w głębokości poniżej 60 m (por. Tab. II, 1931) są prawdopodobnie o parę dziesiątych za wysokie.

Analizy tlenowe wykonano ogólnie przyjętą metodą Winklera. Deficyt absolutny obliczono metodą Alsterberga (1929), określiwszy „stałą pierwotną” (= „Primärkonstante” aut.) na 8.91 cm³/l. Jest to ilość tlenu, którym nasycony jest 1 l wody o temp. 40° C przy ciśnieniu 740.5 mm (wg. tablic nasycenia Winklera). Ta ostatnia liczba określa średnie 25-letnie ciśnienie nad jez. Hańcza, obliczone na podstawie wieloletnich spostrzeżeń meteorologicznych w odległej od Hańczy o 30 km Margrabowej (Prusy Wschodnie), z uwzględnieniem różnicy we wznieśieniu nad poziomem morza (Gorczyński 1917). Deficyt aktualny i procentowa zawartość tlenu w Hańczy obliczona była również według tablic Winklera z uwzględnieniem poprawki na średnie ciśnienie (740.5 mm).

Krzywa termiczna (p. Tab. II i Wykr. 1) ma kształt typowy dla okresu pełnej stagnacji letniej w głębszych jeziorach strefy umiarkowanej. Miąższość epilimnionu waga się od 6 m (1925) do 10 m (1931). Skok termiczny jest w r. 1931 niezwykle gwałtowny: na przestrzeni 2.5 m (warstwa wody 12.5—15 m) temperatura spada z 14.2° na 6.7°, czyli po 3.0° na 1 metr! Miąższość metalimnionu w lipcu 1925 wynosiła około 12 m, w sierpniu 1931—tylko około 6 m. Poniżej 20 m spadek temperatury jest już b. nieznaczny, choć daje się zauważyć aż do dna (1925). Jez. Hańcza odznacza się niską temperaturą hypo-

limnionu; w przeciwieństwie do b. wielu jezior nizinnych (np. Wigry, por. Lityński 1926), gdzie, jak wiadomo, wbrew teore-



Wykr. 1. Jez. Hańcza. 18. VIII. 1931.

—— temp. °C
- · - · - · O₂ cm³/l

tycznym przesłankom temperatura warstw głębokich dochodzi w końcowym okresie stagnacji letniej do 7° C, warstwa przy-

TABELA II. Hańcza.

Głęb. Tiefe m	22. VII. 1925				18. VIII. 1931				15. X. 1924			
	T + °C	O ₂ cm ³ /l	O ₂ defic. absol. cm ³ /l	O ₂ defic. akt. cm ³ /l	T + °C	O ₂ cm ³ /l	O ₂ defic. absol. cm ³ /l	O ₂ defic. akt. cm ³ /l	T + °C	O ₂ cm ³ /l	O ₂ defic. absol. cm ³ /l	
0	20.3	6.42	-2.49	+0.26	17.9	6.46	-2.45	+0.01	14.2	7.34	-1.57	
5	—	—	—	—	17.6	6.45	-2.46	-0.05	—	—	—	
6	20.0	6.36	-2.55	+0.16	—	—	—	—	—	—	—	
8	15.6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
10	13.6	6.81	-2.10	-0.25	15.8	6.8	-2.11	+0.06	—	—	—	
12.5	—	—	—	—	14.2	6.4	-2.51	-0.58	—	—	—	
15	9.4	—	—	—	6.7	9.1	+0.19	+0.79	—	7.35	-1.56	
20	5.3	8.38	-0.53	-0.23	5.5	7.8	-1.11	-0.77	—	7.12	-1.79	
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7.51	-1.40	
40	4.6	8.52	-0.39	-0.25	4.6	7.8	-1.11	-0.97	—	—	—	
50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8.31	-0.60	
60	—	—	—	—	4.5	7.9	-1.01	-0.90	—	—	—	
70	4.4	—	—	—	—	—	—	—	—	7.26	-1.65	
80	—	—	—	—	4.5	7.6	-1.31	-1.20	—	—	—	
91	—	—	—	—	4.5	7.1	-1.81	-1.70	—	—	—	
95	4.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
												Dno (Boden) : 100 m
												Dno (Boden) : 92 m
												Dno (Boden) : 100 m

denna w Hańczy utrzymuje do końca temperaturę zbliżoną do 4° C. Bez względu na przyczynę, zjawisko to musi wywierać potężny wpływ na życie zbiornika; z jednej strony wywołuje ono z pewnością pewne zwolnienie tętna procesów chemicznych i biologicznych, odbywających się w hypolimnionie i w mulu dennym w porównaniu do analogicznych procesów w jeziorach o cieplejszym hypolimnionie. Z drugiej zaś strony stawia ono Hańczę w nieco trudniejszym od tych ostatnich położeniu pod względem tlenowym: bowiem gdy w Wigrach np. 1 litr wody naddennej, nasyconej w czasie cyrkulacji wiosennej tlenem, ogrzewając się stopniowo z 4° C do 6.6° C, oddaje z łatwością nadmiar tlenu w ilości około $0.6 \text{ cm}^3/\text{l}$ na dobro procesów biochemicznych, to w Hańczy, gdzie temperatura wody naddennej nie podnosi się, działa się to musi oporniej, kosztem zwiększenia deficytu aktualnego.

Krzywa, ilustrująca zawartość absolutną tlenu rozpuszczonego w wodzie (Tab. II, Wykr. 1), przedstawia się nadzwyczaj interesująco. Zatrzymam się nieco dłużej nad serją tlenową z r. 1931; dane z lat 1924 i 25, niestety niekompletne, potwierdzają naogół wyniki z r. 1931. — Epilimnion jez. Hańczy jest mniej więcej równomiernie nasycony tlenem; brak znacniejszego przesylenia, tak częstego latem w naszych jeziorach nizinnych, tłómaczy się zapewne niezbyt obfitym rozwojem fitoplanktonu. Hypolimnion jest stosunkowo bardzo bogaty w tlen, ilość jego na ogromnych przestrzeniach prawie równomiernie ogrzanej wody spada zaledwie nieznacznie poniżej $8 \text{ cm}^3/\text{l}$, osiągając tylko w warstwie nad samym dnem położonej wartości nieco niższe ($7.1 \text{ cm}^3/\text{l}$). W Wigrach, które są również jeziorem oligotroficznym, spadek ilości tlenu w końcowym okresie stagnacji letniej jest o wiele znaczniejszy: deficyt absolutny w warstwie przydennej przewyższa niemal dwukrotnie deficyt hańczański! Nie ulega wątpliwości, że jez. Hańcza pod względem tlenowym daje się porównać zupełnie dobrze z potężnymi, wielokrotnie powierzchnią i objętością przewyższającymi je jeziorami górskimi oraz ze znanymi ze skrajnego oligotrofizmu wielkimi jeziorami Ameryki Północnej¹⁾.

1) Nie rozporządzając dokładnymi danymi morfometrycznymi, nie mam możliwości obliczyć dla jez. Hańczy wskaźników tlenowych Thie-

Na szczególną uwagę zasługuje zachowanie się krzywej tlenowej w obrębie metalimnionu (Tab. II i III, Wykr. 1 i 2).

TABELA III. O₂ ‰.

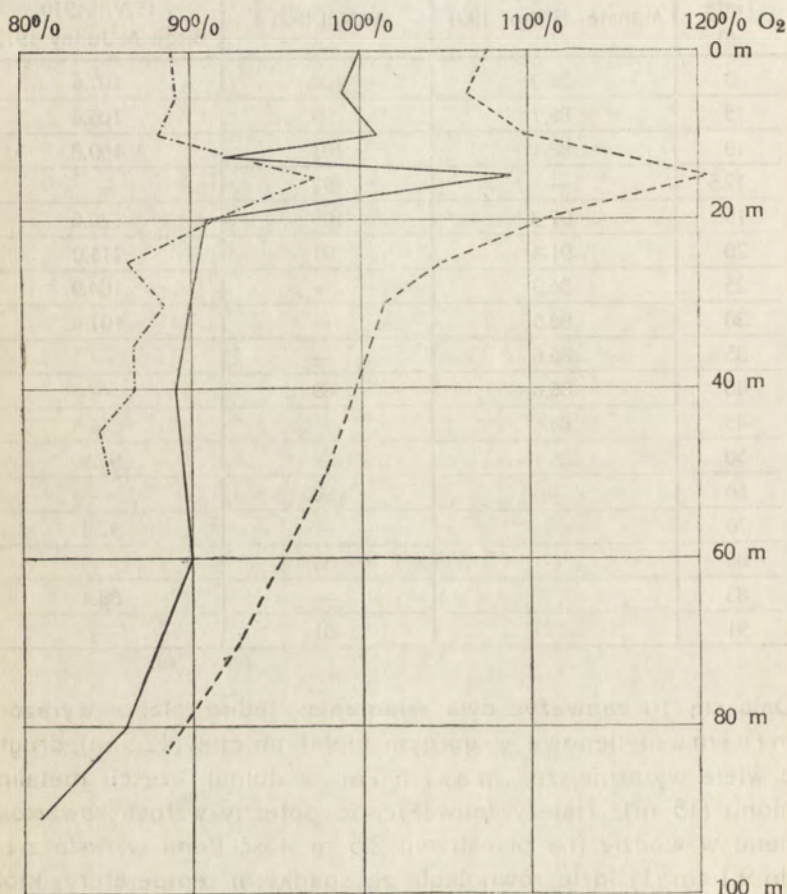
Głęb. Tiefe m	Feforvatn. 20.VIII.1929 Münster Ström 1931	Hańcza 18.VIII.1931	Skaneateles Lake 15.VIII.1910 Birge & Juday 1912
0	88.9	100	107.6
5	89.1	99	106.4
10	88.1	101	109.8
12.5	—	92	—
15	97.3	109	120.6
20	91.4	91	111.0
25	86.3	—	104.9
30	88.5	—	101.4
35	86.6	—	—
40	86.6	89	—
45	84.6	—	—
50	85.1	—	97.9
60	—	90	—
70	—	—	92.8
80	—	86	—
83	—	—	88.4
91	—	81	—

Dają się tu zauważyć dwa załamania: jedno słabo wyrażone minimum tlenowe w górnym metalimnionie (12.5 m), drugie, o wiele wyraźniejsze, maximum w dolnej części metalimnionu (15 m). Należy zauważyć, że potężny wzrost zawartości tlenu w wodzie (na przestrzeni 2.5 m ilość tlenu wzrasta z 6.4 do 9.1 cm³/l) idzie równolegle ze spadkiem temperatury, która w tej właśnie warstwie ulega gwałtownej niższe. Maximum to

nemann (1928). Obliczony metodą Lityńskiego (1926) współczynnik h/e wynosi tu 8.3, przewyższa więc przeszło dwukrotnie odpowiednie wartości obliczone przez tegoż autora (p. 65) dla Wigier, niemieckiego Schaalsee i północno-amerykańskiego Owasco Lake, nie dorównuje jednak takim kolosom, jak Seneca Lake, Bodensee i Lake Tahoe.

prowadzi do przesylenia wody tlenem (zawartość procentowa wynosi tu 109⁰/₀) i nadaje nawet deficytowi absolutnemu wartość dodatnią.

Odchylenia od t. zw. normalnego przebiegu krzywej tlenowej w obrębie termokliny były już wielokrotnie opisywane



Wykr. 2. Procentowa zawartość tlenu w wodzie
(O_2 in $\%$ der Sättigung)

- Hańcza. 18. VIII. 1931
- Skaneateles Lake. 15. VIII. 1910
(Birge a. Juday 1912)
- · · · · Feforvatn. 20. VIII. 1929
(Münster Ström 1931).

i dyskutowane w literaturze. Ścierają się tu naogół dwa poglądy: jedni widzą przyczynę tych zaburzeń w procesach biologicznych (zjawiska fotosyntezy z jednej strony i rozkładu szczątków planktonu z drugiej—por. Thienemann-Utermöhl 1928), inni skłonni są czynić odpowiedzialnymi czynniki natury fizyko-chemicznej i hydrodynamicznej (Alsterberg 1927 i in., Lönnnerblad 1931, Lundberg 1929)—przynajmniej jeśli chodzi o zjawiska minimum metalimnicznego. Co się tyczy zjawiska maximum¹⁾, jedynym i dość rozpowszechnionym tłumaczeniem, które znalazłem w literaturze, jest przypuszczenie, że przyczyną jest tu działalność fotosyntetyczna nagromadzonego wyjątkowo licznie w tej właśnie warstwie fitoplanktonu (por. Thienemann 1928). Materiał hańczański nie może dać oczywiście odpowiedzi na te niezmiernie skomplikowane i doniosłe kwestje. Jakkolwiek fotosyntetyczna działalność mikroorganizmów roślinnych wydaje się w pewnych przypadkach prawdopodobna, niemniej zestawiając odpowiednie dane z literatury z własnymi wynikami, pozwolę sobie wysunąć następujące wątpliwości, dotyczące tej hipotezy.

1. Zjawisko to znane jest przeważnie z jezior oligotroficznych lub nawet skrajnie oligotroficznych, gdzie fitoplankton nie pojawia się nigdy masowo. 2. Występuje ono często w warstwach dość głębokich (15—20 m), dokąd światło, jeśli wogóle dochodzi, to w ilości bardzo nieznacznej, fotosynteza odbywać się tu więc może najwyżej w tempie bardzo powolnym. W Hańczy w dniu badań (18.8.1931) w głębokości 15 m panował już zupełny mrok (przezroczystość $6.5 \times 2 = 13$ m). 3. Naogół brak pozytywnych wskazówek o znalezieniu większej ilości fitoplanktonu w warstwie maximum tlenowego. Birge & Juday

1) Wzmiankowanego maximum niepodobna uważać za zachowaną w tej właśnie tylko warstwie ilość tlenu, zdobytego przez jezioro w czasie cyrkulacji wiosennej (por. Alsterberg 1929, p. 357). Nierozumiałem byłoby w takim razie, dlaczego zjawiska pochłaniania tlenu przez przemianę materji w jeziorze omijają właśnie tę warstwę, występując pozatem tuż obok w warstwach płytszych i głębszych. Zresztą mamy tu do czynienia z ilością tlenu przewyższającą—jakkolwiek w Hańczy b. nieznacznie—stałą pierwotną Alsterberga (p. Tab. II), nie ulega więc mojemu zdaniem kwestji, że muszą istnieć czynniki, wywołujące wzrost zawartości tlenu w metalimnionie już w czasie trwania stagnacji letniej.

(1912) stwierdzili wprawdzie obecność znacznej ilości okrzemek w głębszych warstwach Skaneateles Lake (por. Tab. III i Wykr. 2), ale równocześnie autorowie ci zaznaczają, że „they were senile individuals” i że jest rzeczą wątpliwą „whether enough light reached these organisms to enable them to carry on the process of photosynthesis to any considerable extent” (p. 593).—
4. Wreszcie dość uderzający jest fakt, że omawiane maximum tlenowe, tam gdzie występuje, zjawia się najczęściej w warstwie skoku termicznego: im gwałtowniejszy spadek temperatury, tem silniejszy wzrost absolutnej i procentowej zawartości tlenu w wodzie. Co ważniejsze, w miarę obniżania się poziomu termokliny w pierwszym okresie stagnacji letniej (maj—czerwiec), wędruje i maximum tlenowe w głąb (por. np. jez. Wigry, Litynski 1926, p. 56, i jez. Wałdajskie, Łastocki 1927, p. 36). Zdaje się to wskazywać na bezpośredni przyczynowy związek między stratyfikacją termiczną i tlenową w metalimnionie.

Na pytanie jakiej natury mógłby to być związek, trudno dać odpowiedź zadawalającą, gdyż mimo znacznej ilości spostrzeżeń tlenowych w jeziorach, stosunkowo niewiele mamy szczegółowych danych o stosunkach tlenowych w obrębie metalimnionu, skąd należałoby brać próbki w odstępach pionowych 0.5 m lub najwyżej 1 m. W każdym razie nie da się tu zastosować modna dziś teoria o wpływie t. zw. mikrostratyfikacji (= „Mikroschichtung” aut.) tlenowej, uwarunkowanej konfiguracją misy jeziornej, na makrostratyfikację za pośrednictwem zjawisk natury hydrodynamicznej (głównie prądy poziome, Alsterberg 1927 i in.). Natomiast niepozbawionem prawdopodobieństwa wydaje mi się przypuszczenie, że odpowiedzialność za nagromadzenie stosunkowo znacznych ilości tlenu w metalimnionie mogą ponosić w pewnych przynajmniej przypadkach zjawiska dyfuzji. Sposób, w jaki sobie wyobrażam akumulowanie się tlenu w obrębie termokliny, postaram się przedstawić poniżej.

W miarę ogrzewania się górnych warstw wody w pierwszej połowie lata muszą te ostatnie oddać znaczną część tlenu, nagromadzonego wczesną wiosną. Część jego, zużyta na potrzeby życia organicznego, zostaje przeważnie z nadwyżką skompensowana przez produkcję tlenu w drodze fotosyntezy oraz przez mechaniczne działanie wiatrów. Część nadmiaru uchodzi

w powietrze; ponieważ jednak dyfuzja jest czynna we wszystkich kierunkach, wolno przypuszczać, że część tlenu z przesyconego nim epilimnionu dyfunduje w głąb i to najwydatniej w warstwie gwałtownego skoku termicznego, wzbogacając w tlen wodę chłodniejszą, a więc zdolną do magazynowania o wiele większych jego ilości. Jakkolwiek znana jest ogromna powolność, z jaką zachodzi dyfuzja w wodzie, niemniej przy dłuższym, paromiesięcznym trwaniu tego zjawiska, może ono w pewnych warunkach, jak mi się zdaje, doprowadzić do rezultatów widocznych. Argumentem przemawiającym na korzyść tej hipotezy jest fakt, że różnica między zawartością tlenu w dolnej warstwie epilimnionu i w metalimnionie rośnie z czasem, jak to wynika np. z badań Lityńskiego (1926, tab. 16, p. 56) i Łastoczki (1927, p. 36). Różnica ta wynosi w jez. Wigry: 14.V—0.05 cm³/l, 26.V—0.26, 5.VI—0.29, 12.VI—0.50, 22.VI—0.64 cm³/l, w jez. Wałdajskim: 21.V—1.1 cm³/l, 1.VI—1.8, 12.VI—2.0 cm³/l. W jeziorach tych z końcem czerwca lub z początkiem lipca maximum tlenowe w metalimnionie niknie, ustępując nawet miejsca w Wigrach zdecydowanemu minimum tlenowemu. Procesy redukcyjne, odbywające się w metalimnionie tych jezior, bez względu na ich przyczynę, prowadzą więc do zniszczenia w środku okresu stagnacji letniej omawianego zjawiska maximum metalimnicznego. W jeziorach jednak wybitnie oligotroficznym owo maximum, będące w zasadzie zjawiskiem pierwszej połowy lata, utrzymuje się dłużej i istnieć może nawet obok przeciwnego zjawiska minimum tlenowego, o ile to ostatnie jest słabo wyrażone (por. jez. Hańcza, Tab. II i III oraz Wykr. 2).

Reasumując powyższe rozważania, możemy wyrazić przypuszczenie, że, powstające wskutek dyfuzji tlenu z ogrzewającego się stopniowo epilimnionu do metalimnionu, maximum tlenowe tej ostatniej warstwy formuje się w pierwszej połowie okresu stagnacji letniej i utrzymuje się w jeziorze tem dłużej, im bardziej jest ono oligotroficzne. W przypadkach skrajnych, do których zdaje się należeć jez. Hańcza, trwa ono do końca okresu pełnej stagnacji letniej i istnieć może obok i niezależnie od całkowicie odrębnego zjawiska minimum tlenowego (powstającego w drugiej połowie okresu stagnacji letniej), gdy to ostatnie nie jest zbyt silne. W przypadku współistnienia

obu tych zjawisk w drugiej połowie lata, maximum tlenowe zostaje zepchnięte w dolną część metalimnionu, gdzie—będąc odcięte od dopływu tlenu zzewnątrz—ulega prędzej lub później zanikowi. W jeziorach eutroficznym nie dochodzi przeważnie do utworzenia się maximum tlenowego w metalimnionie być może dlatego, że procesy redukcyjne postępują tak szybko w głębszych warstwach wody, że zużywają z nadwyżką dyfundujący z warstw płytszych tlen.

Osobną wzmiankę poświęcę jeszcze osadom dennym jez. Hańczy. Jak było do przewidzenia, mamy tu do czynienia z silnie zmineralizowanym mułem, nie wykazującym własności gnilnych. Ciekawa jest jego bardzo wyraźnie rdzawa barwa; należy ją przypisać obecności soli żelaza, osadzonych tu w dużej ilości („kowalskie zendro” według terminologii miejscowej ludności). Wskazuje to pośrednio na znaczną zapewne zawartość związków żelaza, rozpuszczonych w wodzie jez. Hańczy. — Makrofauna denna, badana przez Z a v ř e l a (1926), składa się z larw *Lauterbornia*, *Mono-* i *Didiamesa* oraz *Trichotanypus*. (*Chironomidae*; ostatnie trzy formy z sublitoralu). Autor ten zalicza jez. Hańczę do t. zw. grupy jezior *Tanytarsusowyc*h. Dr. A. Lityński łowił ponadto w Hańczy kielża głębinowego, *Pallasea quadrispinosa*.

Pog względem rybackim jez. Hańcza, będące własnością Państwa, nie jest w całości wyzyskiwana. Wielkie głębokości oraz t. zw. „uwadziste dno” (pokryte glazami) czynią połowy niewodem przedsięwzięciami kosztownymi i niebezpiecznymi dla całości sieci.

Na zakończenie pragnę wyrazić gorące podziękowania p. dr. A. Lityńskiemu, kierownikowi Stacji Hydrobiologicznej na Wigrach, za cenne materiały z lat 1924—25 i liczne ustne informacje, dotyczące omawianego jeziora, oraz towarzyszącym wycieczki na Hańczę w r. 1931, kolegom moim, dr. M. Gieysztorowi i dr. J. Wiszniewskiemu, za nieocenioną pomoc w zebraniu materiału limnologicznego.

Stacja Hydrobiologiczna na Wigrach.

SPIS LITERATURY CYTOWANEJ.

- Alsterberg G. 1927. Die Sauerstoffschichtung der Seen. Bot. Notiser 1927. Lund.—Alsterberg G. 1929. Über das aktuelle und absolute O₂-Defizit der Seen im Sommer. Bot. Notiser 1929. Lund.—Alsterberg G. 1931. Die Ausgleichströme in den Seen im Sommerhalbjahr bei Abwesenheit der Windwirkung. Int. Revue Hydr. Bd. 25. Leipzig.—Birge E. A. & Juday C. 1912. A limnological study of the Finger Lakes of New York. Bull. of the Bureau of fisheries. Vol. 32. Washington.—Demel K. 1923. Notatki faunistyczne: 3. Materjały do poznania fauny rzeki Czarnej Hańczy. Spraw. St. Hydr. n. W. T. I. Suwałki.—Egglit P. I. 1914. Jest-tiestwiennyje wodojomy Suwałskoj i Łomżinskoj gubernij. Trudy sow. po rybowodstvu. Cz. 2. Petrograd.—Gorczyński W. 1917. O ciśnieniu powietrza w Polsce i w Europie. Pam. Fyzyograf. T. 24. Meteorologja. Warszawa.—Lencewicz S. 1926. Badania jeziorne w Polsce. Przegl. Geograficzny. T. 5. Warszawa.—Lityński A. 1923. Sieja i sielawa w jeziorach Suwałskich i Augustowskich. Spraw. St. Hydr. n. Wigrach T. I. Suwałki.—Lityński A. 1924. Sielawa w jeziorach województwa Białostockiego. Rybak Polski R. V. Bydgoszcz.—Lityński A. 1925. Próba klasyfikacji biologicznej jezior Suwalszczyzny na zasadzie składu zooplanktonu. Spraw. St. Hydr. n. Wigrach T. I. Suwałki.—Lityński A. 1926. Studja limnologiczne na Wigrach. Arch. Hydrob. i Ryb. T. I. Suwałki.—Lönnnerblad G. 1931. Über den Sauerstoffhaushalt der dystrophen Seen. Lunds Universitets Arsskrift. Avd. 2. Bd. 27. Lund—Leipzig.—Lundberg F. 1929. Über die Sauerstoffschichtung der Seen im Sommer. Bot. Notiser 1929. Lund.—Łastoczkin D. A. 1927. O kislorodnom maksimumie w metalimnionie Waldajskiego oziera. Russk. Hidrobiol. Żurn. T. 6. Saratow.—Münster Ström K. 1931. Feforvaln. Arch. f. Hydrobiol. Bd. 22. Stuttgart.—Pietkiewicz S. 1928. Pojezierze Suwalszczyzny Zachodniej. Przegl. Geogr. T. 8. Warszawa.—Poliński W. 1922. O faunie mięczaków ziemi Suwalskiej. Spraw. St. Hydrobiol. na Wigrach. T. I. Suwałki.—Połujański 1859. Wędrowki po gubernii Augustowskiej. Przedruk nakł. Tyg. Suwalskiego. Suwałki.—Śledziński J. 1928. O jeziorach Suwałskich. Przegl. Rybacki 1928. Warszawa.—Thienemann A. 1928. Der Sauerstoff im eutrophen und oligotrophen See. Die Binnengewässer Bd. IV. Stuttgart.—Zavřel J. 1926. Chironomiden aus Wigry-See. Arch. Hydrob. i Ryb. T. I. Suwałki.

Zusammenfassung

ZYGMUNT KOŹMIŃSKI

Über die Sauerstoffverhältnisse in dem Hańcza-See (Suwalki-Seengebiet, Polen)

In dem vorliegenden Bericht beschreibt der Verf. die Ergebnisse einiger limnologischer Ausflüge nach dem Hańcza-See. Es handelt sich sehr wahrscheinlich um den tiefsten See Polens, sowie der mitteleuropäischen Ebene überhaupt; sein „echt subalpiner“ Charakter wurde schon von Lityński (1925) richtig erkannt.—Nachdem die ziemlich spärlich vorliegenden Literaturangaben eine Besprechung erfahren, wendet sich der Verf. zu einer allgemeinen Beschreibung dieses interessanten Wasserbeckens.

Der Hańcza-See liegt bei 54° 16' nördl. Breite und 40° 29' östl. Länge (v. Ferro) in 227.2 m ü. d. M. Seine Länge beträgt 4.5 km, grösste Breite—1.1 km, Oberfläche—295 ha, maximale Tiefe mindestens 100 m. Der See ist rinnenförmig ausgezogen in der Richtung N-S; am Südennde befindet sich ein Abfluss (der Fluss Czarna Hańcza); der See weist keine Inseln auf. Sein glazialer Ursprung unterliegt keinem Zweifel; die ganze Umgebung des Sees ist ausgesprochen hügelig und steinig.

Die vorwiegend steilen Ufer des Hańcza-Sees gehen fast unmittelbar in die Abhänge des Seebeckens über. Anstatt der sonst verbreiteten Litoralsedimente unserer Seen, und zwar anstatt des Sandes mit grösserer oder kleinerer Beimischung der Seekreide, der organischen Reste und Molluskenschalen, finden wir hier am Ufer fast ausschliesslich Gesteine und Blöcke, meistens Granite, vor (vergl. die Abbild.). Die Ufervegetation ist ausserordentlich spärlich entwickelt und bildet in den offenen Teilen des Sees keine Schilfzone.

Die optischen Eigenschaften unseres Sees sind in der

Tab. I dargestellt. Die Gesamthärte des Wassers (aus der Tiefe von 91 m) durch Anwendung der Seifenlösung nach Clarck bestimmt, beträgt 4.6 deutsche Härtegrade; die Ca-Verbindungen befinden sich demnach in dem See in nicht zu grossen Mengen. Die Wasserstoffionenkonzentration, nach der kolorimetrischen Methode von Bresslau bestimmt, betrug den 18.8. 1931 auf der Oberfläche: $\text{pH} = 7.6$, in der Tiefe von 91 m: $\text{pH} = 7.4$.

Die thermischen und Sauerstoffverhältnisse sind in Tab. II und III sowie auf den beigefügten Graphika dargestellt. Die Temperatur des Tiefenwassers wurde im J. 1925 mittels des Umkippthermometer nach Richter, im J. 1931 mittels des in dem Ruttnerschen Glaswasserschöpfer befindlichen Thermometers bestimmt. Die Sauerstoffanalysen sind nach der allgemein bekannten Winkler's Methode ausgeführt. Das absolute Defizit wurde nach Alsterberg (1929) berechnet, wobei angenommen wurde, dass der mittlere Luftdruck an dem Hańcza-See 740.5 mm beträgt, und die Winklerschen Sättigungstabellen benutzt wurden. Das aktuelle Defizit und der Sauerstoffgehalt in % der Sättigung wurden auch auf Grund von Winklerschen Sättigungstabellen berechnet und auf den mittleren Luftdruck (740.5 mm) korrigiert.

Der Hańcza-See wird im Sommer durch die niedrige Temperatur des Hypolimnions (beim Boden fast 4°C) sowie durch die geringe Mächtigkeit der Sprungschicht (besonders 1931) charakterisiert. Der See ist ausserordentlich sauerstoffreich: am Ende der Sommerstagnationsperiode zeigt die dicht am Boden gelegene Wasserschicht noch über 80% der Sättigung. Rücksichtlich des Sauerstoffreichtums des Hypolimnions nähert sich der Hańcza-See den grossen Gebirgsseen und vom Standpunkt der Thienemann's Sauerstoffkriterien muss er als extrem oligotroph bezeichnet werden.

Eine besondere Besprechung verlangen die O_2 -Verhältnisse im Bereiche des Metalimnions (August 1931). In dem oberen Teil der Sprungschicht (12.5 m. Vergl. Tab. II u. III) befindet sich ein schwaches O_2 -Minimum, in dem unteren dagegen (15 m) ein sehr schön ausgeprägtes O_2 -Maximum, welches sogar in der Übersättigung des Wassers und in dem

positiven Wert des absol. Defizits zum Ausdruck kommt.—Nach dem Vergleiche seiner Feststellungen mit denjenigen anderer Autoren, ist der Verf. geneigt die recht verbreitete Annahme, dass einem solchen metalimnischen O_2 -Maximum immer eine photosynthetische Tätigkeit des in dieser Schicht reich vertretenen Phytoplanktons zu Grunde liegt, in Zweifel zu ziehen. Erstens ist diese Erscheinung vorherrschend aus den oligotrophen (z. T. sogar extrem oligotrophen) Seen bekannt, in welchen das Phytoplankton im allgemeinen nie zahlreich vorkommt. Ferner sind die Lichtbedingungen in diesen oft ziemlich tiefen Wasserschichten für die Photosynthese recht ungünstig (in dem Hańcza-See herrschte in der Untersuchungszeit in der Tiefe von 15 m eine vollkommene Finsternis: die Sichttiefe betrug ja 6,5 m, das Licht konnte also vielleicht nur bis 13 m hinuntersteigen). Ausserdem fehlen im allgemeinen positive Angaben über das Auffinden einer grösseren Anzahl der Phytoplankter in der Schicht des metalimnischen O_2 -Maximums. Dagegen erscheint ziemlich augenfällig die Parallelität in dem Auftreten eines Temperaturfalles einerseits und einer Steigerung des absoluten und prozentuellen O_2 -Gehalts in denselben Wasserschichten andererseits (vergl. Tab. II u. Graph. 1). Da ferner, wie es aus den Untersuchungen von Lityński (1926) und Lastočkina (1927) folgt, die Senkung der Sprungschicht in den ersten Wochen der Sommerstagnation von einer Wanderung des O_2 -Maximums nach unten in den von diesen Autoren untersuchten Seen begleitet wird, stellt der Verf. die Frage, ob denn nicht eher zwischen der thermischen und der O_2 -Schichtung des Metalimnions ein unmittelbarer kausaler Zusammenhang existiert? Einen solchen Zusammenhang könnte man vielleicht vermuten in der Diffusion des Sauerstoffs während der ersten Hälfte der Sommerstagnation aus dem allmählich sich erwärmenden und infolgedessen O_2 -übersättigten Epilimnion nach unten, nach dem kühleren und darum zum ergiebigeren Magazinieren dieses Gases fähigeren Metalimnion. Obschon die ausserordentliche Langsamkeit, mit welcher die Diffusionsprozesse im Wasser vor sich gehen, allgemein bekannt ist, glaubt der Verf., dass bei längerer Dauer und unter bestimmten Bedingungen dieser Prozess zu den sichtbaren Resultaten führen kann. Diese Bedingungen will der Verf.

in einem oligotrophen See realisiert sehen, wo die O_2 -Zehrung in den tieferen Wasserschichten sehr langsam vor sich geht. Die Erscheinung der O_2 -Anreicherung in der Sprungschicht, welche obiger Ansichten nach als eine untrennbare Funktion der Bildung der sommerlichen thermischen Schichtung der Seen aufzufassen ist, wäre in den eutrophen Seen sofort durch die rasch fortschreitenden O_2 -zehrenden Prozesse vernichtet und deshalb würde sie nie zur Beobachtung gelangen; in den Seen, welche einen Übergang zwischen dem oligo- und eutrophen Seentypus bilden, wäre die Zeitdauer dieser Erscheinung ziemlich kurz (etwa 2 Monate: Mai u. Juni. Z. B. Wigrysee, vergl. Lityński 1926, p. 56); in den extrem oligotrophen Seen schliesslich (z. B. Feforvatn, Skaneateles Lake, Hańcza) hätte dies metalimnische O_2 -Maximum die Bedingungen zum Sich-Behaupten bis ans Ende der Sommerstagnation vorgefunden. Das aus vielen Seen wohl bekannte metalimnische O_2 -Minimum, welches sich immer etwas später als die vorher beschriebene Erscheinung (meistens erst im August) bildet, führt, wenn es stark ist, zur vollkommenen Vernichtung des O_2 -Maximums (z. B. Wigrysee); wenn es aber schwach ausgeprägt ist, kann es neben dem O_2 -Maximum existieren; das Letztere wird in diesen Fällen nach dem unteren Teil der Sprungschicht verschoben (Hańcza-See).

Diese Gedankengänge sind naturgemäss lediglich als eine Reihe von Vermutungen zu verstehen, welche einer Verifizierung auf Grund eines reichhaltigeren Materials, sowie einer kritischen physiko-chemischen Beurteilung unterworfen werden müssen. Die hier geschilderte Hypothese schliesst selbstverständlich nicht aus, dass mitunter eine O_2 -Anreicherung in dem Tiefenwasser auch dank der photosynthetischen Tätigkeit des Phytoplanktons entstehen kann.

Zum Schluss seines Berichtes beschreibt der Verf. kurz die Bodenablagerungen des Hańcza-Sees, welche sich durch das reiche Auftreten der Eisenverbindungen auszeichnen (siderotropher Seentypus nach Naumann?), und erinnert daran, dass Zavřel (1926) diesen See auf Grund seiner Chironomidenuntersuchungen in die Gruppe der *Tanytarsus*-seen eingereiht hatte.

JERZY WISZNIEWSKI

**LES ROTIFÈRES DES RIVES SABLONNEUSES
DU LAC WIGRY**

WROTKI PIA SZCZYSTYCH BRZEGÓW JEZIORA WIGRY

Note préliminaire.—Doniesienie tymczasowe.

(Avec les planches III—IV. Z tablicami III—IV.)

Streszczenie.

Notatka poniższa zawiera tymczasowe zestawienie wyników systematycznych poszukiwań, przeprowadzonych w lecie 1931 r. nad fauną wrotków, zamieszkujących piaszczyste brzegi jeziora Wigierskiego. Wąskie pasmo wilgotnych piasków, leżących tuż nad linią wody i zalewanych w okresach wysokiego stanu jeziora, okazało się obficie zamieszkałym przez bogate życie mikroorganizmów, z pośród których grupa wrotków była przedmiotem poniżej omówionych badań. Środowisko to, tak napozór niedogodne dla rozwoju bogatszego życia, przedstawia odrębne i ciekawe warunki ekologiczne, które będą jeszcze przedmiotem późniejszego opracowania. Dotychczasowe poszukiwania zdają się wskazywać, że wrotki zamieszkujące piaski nadbrzeżne tworzą swoisty zespół, złożony z dość licznych i ciekawych pod względem systematycznym form. Wiele z nich jest prawdopodobnie ściślej związanych z tym właśnie biotopem i jeśli nawet dokładniejsze poszukiwania stwierdziłyby, że gatunki te występują i w innych środowiskach, to jednak już

obecnie zdaje się nie ulegać wątpliwości, że niektóre z nich tam właśnie znajdują optymalne warunki dla swego rozwoju. Wskazywałby na to fakt znalezienia w środowisku piaskowym 8 nowych form, z których jedna reprezentuje nowy rodzaj, 5 — nowe gatunki i 1 — nową odmianę. Ponadto trzeba podkreślić, że niektóre gatunki, np. *Lecane scobis* lub *Diurella taurocephala*, dotychczas znane były w pojedynczych okazach, podczas gdy w piaskach nadbrzeżnych Wigier stanowią dominujący składnik fauny wraz z gatunkami nowoodkrytymi, występującymi w znacznej liczbie okazów. Wreszcie jest rzeczą charakterystyczną, że w piaskach zostały znalezione samce 8 gatunków i to niektóre w stosunkowo dużej ilości egzemplarzy, co też przemawiałoby za przypuszczeniem, że gatunki te cały swój cykl rozwojowy odbywają w tem środowisku.

Materiał zbadany pochodzi przedewszystkiem z jeziora Wigry (19 stanowisk). Prócz tego zostało przejranych po kilka próbek z pobrzeży następujących jezior suwalskich: Białe Wigijskie, Staw, Perty, Dowcień, Blizna, Busznica, Okmin i Hańcza. Kilkanaście próbek pochodzi z takiej samej piaszczystej strefy rzeki Bug pod miejscowością Fronołów (okolice Siédlec).

W notatce podany został spis 57 form wrotków. Oprócz 8 form nowo opisanych, lista ta zawiera 15 gatunków nieznanych dotąd na ziemiach polskich. Są to gatunki wymienione w spisie pod następującymi numerami: 1, 2, 8, 9, 13, 14, 15, 17, 18, 22, 26, 30, 32, 40 i 42.

W dalszym ciągu notatki podane są krótkie diagnozy nowych gatunków, nieznanych dotychczas samców i uwagi dotyczące morfologii kilku form rzadszych.

En juillet 1931 mon attention fut attirée par une riche faune de Rotifères habitant les rives sablonneuses du lac Wigry. Pendant les recherches, entreprises en été de cette même année, j'ai constaté dans ce milieu la présence d'une faune de Rotateurs curieuse et particulière, parmi laquelle se trouvèrent quelques espèces qui, à ce qu'il me semble, n'ont point encore été décrites. Ayant l'intention de revenir encore à une étude plus approfondie de l'ensemble des Rotifères vivant dans les milieux sablonneux, je donnerai dans cette note seulement un

bref aperçu des résultats obtenus au cours de cette année et se rapportant au système de ce groupe. Les diagnoses des nouvelles espèces ne renferment que les marques spécifiques indispensables à l'identification des espèces. De même, les dessins allégués ne sont que des esquisses dont le but est d'illustrer les descriptions.

Sur une grande étendue du rivage du lac Wigry, la grève inondable se présente sous l'aspect d'une zone étroite, composée principalement par du sable et qui s'élève graduellement jusqu'à la limite marquée par le niveau supérieur du lac. Pendant les périodes du niveau supérieur (printemps, automne) cette zone est complètement submergée, elle émerge seulement quand le niveau de l'eau s'abaisse, mais même alors des vagues plus grandes arrosent abondamment cette zone qui, d'ailleurs, ne manque jamais d'eau, grâce à la capillarité des espaces compris entre les grains de sable.

Sur la majeure partie des rivages du lac Wigry la largeur de cette zone est très limitée; dans la plupart des cas elle compte à peine de quelques à quelques dizaines de centimètres. Dans quelques endroits elle dépasse 1 mètre et seulement dans deux ou trois promontoires sablonneux fortement allongés, qui s'étendent très avant dans le lac, elle compte jusqu'à trois mètres de largeur. Du côté de la terre cette zone aboutit à un rivage couvert d'herbe, marécageux, forestier, etc; du côté du lac le sable pur s'étend en général peu profondément, en cédant vite la place aux dépôts calcaires de la zone littorale. C'est là, dans cette zone riveraine, composée de sable humide, bien qu'habituellement non recouvert d'eau, que se manifeste de la manière la plus intense la vie des Rotifères. C'est de là que provient la plupart de mes échantillons. J'ai considéré aussi le sable du littoral recouvert d'eau, mais l'ensemble des Rotifères qui y habitent était moins riche.

J'ai examiné en tout près de 180 échantillons pris du sable riverain et provenant dans leur majorité des bords du lac Wigry (19 habitats). Outre cela, j'ai eu l'occasion d'examiner une certaine quantité de prélèvements, provenant de 8 autres lacs du pays lacustre aux environs de Suwałki. Enfin, quelques uns des échantillons étudiés provenaient des sables riverains de la rivière Bug. Il faut noter un détail caractéristique:

certaines espèces, qui composent le gros de la faune sablonneuse de Wigry, ont été trouvées dans le sable des autres lacs, nommés dans le résumé polonais de même que dans le Bug.

La vie animale de la zone riveraine des lacs a depuis longtemps attiré l'attention de Wesenberg-Lund (1908), mais cet observateur a étudié avant tout les animaux plus volumineux vivant à la surface du sable. Remane a constaté la présence d'une vie riche et toute particulière dans le sable des rivages marins. Mais quant à la microfaune des milieux semblables à celui que je viens de décrire, à ce que je sais, seulement depuis peu quelques auteurs russes s'y sont intéressés (Sassuchin, Kabanow, Neiswestnowa 1927 et Sassuchin 1931). Toutefois, les matériaux qu'ils ont considérés surtout provenaient d'un milieu différent de celui dont je me suis occupé: ils ont étudié de vastes dunes sablonneuses situées près de la rivière Oka. La zone qui s'étend immédiatement au-dessus du niveau de l'eau les intéressait le moins, comme degré intermédiaire („Übergangsstufe") entre la faune potamique et la vraie faune sablonneuse, pour laquelle aussi d'ailleurs „keine speziellen nur dem Sande eigenen Formen vorgefunden wurden" (Sassuchin 1931, page 387). Les matériaux que j'ai étudiés provenaient du lieu qui correspond à peu près à la 1-re zone des auteurs russes. Dans ce milieu les Rotifères apparaissent en quantités considérables. En jugeant du fait que de nombreux Rotifères parmi ceux, qui composent la liste qui suit, appartiennent à des espèces qui jusqu'à présent étaient rencontrées en très petit nombre, ou qui sont même nouvelles, on peut supposer, que parmi les Rotateurs il y a des espèces étroitement liées aux milieux riverains, composés de sable humide. Sans aucun doute, elles trouvent là-bas les conditions optimales de leur existence; peut-être bien, que c'est uniquement là qu'elles apparaissent.

Sans m'engager, pour le moment, dans les détails concernant l'écologie des Rotifères qui habitent ce curieux biotope, car ces détails seront l'objet d'une étude ultérieure, je donne ci-dessous une liste des espèces trouvées, ainsi que de courtes diagnoses des espèces nouvelles. Dans cette liste, les espèces qui apparaissent en quantités plus considérables dans le milieu en question, sont marquées d'un astérisque *.

Liste des Rotifères trouvés.

- | | |
|---|---|
| 1. <i>Proales minima</i> (Montet) | 30. <i>Diurella intermedia</i> (Stenroos) |
| 2*. <i>Bryceella tenella</i> (Bryce) | 31. <i>Diurella porcellus</i> (Gosse) |
| 3*. <i>Cephalodella catellina</i> (Müller) | 32*. <i>Diurella taurocephala</i> Hauer |
| 4. <i>Cephalodella gibba</i> (Ehr.) | 33. <i>Diurella pygocera</i> n. sp. |
| 5. <i>Cephalodella gracilis</i> (Ehr.) | 34. <i>Diurella tenuior</i> (Gosse) |
| 6. <i>Cephalodella forficula</i> (Ehr.) | 35* <i>Elosa worrallii</i> Lord var. <i>spinifera</i> n. var. |
| 7*. <i>Cephalodella auriculata</i> (Müller) | |
| 8. <i>Cephalodella strigosa</i> Myers | 36. <i>Keratella cochlearis</i> (Gosse) |
| 9. <i>Cephalodella xenica</i> Myers | 37. <i>Notholca striata</i> (Müll.) v. <i>labis</i> (Gosse) |
| 10. <i>Cephalodella megalocéphala</i> (Glasscott) | 38. <i>Euchlanis dilatata</i> Ehr. |
| 11. <i>Cephalodella tenuior</i> (Gosse) | 39. <i>Dapidia deflexa</i> Gosse. |
| 12. <i>Cephalodella eva</i> (Gosse) | 40. <i>Lecane clara</i> (Bryce) |
| 13. <i>Cephalodella apocolea</i> Myers | 41. <i>Lecane luna</i> (Müller) |
| 14. <i>Lindia pallida</i> H. & M. | 42*. <i>Lecane scobis</i> H. & M. |
| 15. <i>Lindia truncata</i> (Jennings) | 43. <i>Monostyla lunaris</i> (Ehr.) |
| 16. <i>Dicranophorus forcipatus</i> (Müll.) | 44. <i>Monostyla closterocerca</i> Schmarda |
| 17. <i>Dicranophorus robustus</i> H. & M. | 45*. <i>Monostyla psammophila</i> n. sp. |
| 18. <i>Dicranophorus edestes</i> H. & M. | 46. <i>Lepadella ovalis</i> (Müller) |
| 19. <i>Dicranophorus lütkeni</i> (Bergendal) | 47*. <i>Lepadella patella</i> (Müller) |
| 20*. <i>Dicranophorus capucinoïdes</i> n. sp. | 48. <i>Colurella obtusa</i> (Gosse) |
| 21*. <i>Dicranophorus hercules</i> n. sp. | 49. <i>Colurella colurus</i> (Ehr.) |
| 22. <i>Encetrum diglandula</i> (Zawadowsky) | 50. <i>Colurella uncinata</i> (Müller) |
| 23*. <i>Encetrum sabulosum</i> n. sp. | 51. <i>Trichotria tetractis</i> (Ehr.) |
| 24*. <i>Encetrum velox</i> n. sp. | 52. <i>Rotaria rotatoria</i> (Pallas) |
| 25. <i>Wigrella depressa</i> n. g. n. sp. | 53. <i>Rotaria tardigrada</i> (Ehr.) |
| 26. <i>Synchaeta kitina</i> Rousselet | 54. <i>Philodina citrina</i> Ehr. |
| 27. <i>Polyarthra trigla</i> Ehr. | 55. <i>Philodina megalotrocha</i> Ehr. |
| 28. <i>Gastropus stylifer</i> Imhof | 56. <i>Philodina roseola</i> Ehr. |
| 29. <i>Ascomorpha saltans</i> Bartsch | 57. <i>Adineta gracilis</i> Janson. |

Cette liste comprend toutes les espèces dont la présence a été constatée dans les échantillons étudiés. Elle contient donc, à côté des espèces caractéristiques pour le sable riverain, également celles qui, sans aucun doute, pénétrèrent dans ce milieu accidentellement et en un petit nombre d'exemplaires.

Voici quelques remarques sur les espèces nouvelles ou plus rares.

Bryceella tenella (Bryce). Mâle: Dans ses contours généraux, la forme du corps rappelle celui de la femelle, mais demeure bien plus svelte. L'appareil rotateur, bien développé, est normal et possède deux soies latérales. On remarque aisément

un énorme pénis, qui, en état d'érection, atteint le tiers de la longueur du pied. Longueur du corps entier 140 μ , longueur des orteils 12 μ .

Cephalodella auriculata (Müller).

Mâle: Un peu plus petit et plus svelte que la femelle. Les orteils comme chez la femelle. Le ganglion cérébral est grand, avec un oeil dans sa partie postérieure. Le tube digestif est réduit à un groupe de boules de graisse. L'appareil génital est comme chez les autres mâles de ce genre. Long. du corps 95 μ , long. des orteils 15 μ .

Dicranophorus capucinoides n. sp. (Pl. III, fig. 3—5).

Femelle (Fig. 3): Le corps a la forme typique du genre, assez large et gros. La tête est séparée du tronc par une légère incision. Le rostre est muni de deux appendices latéraux, digitiformes, longs et fins. Les orteils sont droits et forts; ils constituent le quart de la longueur totale du corps et sont terminés par des articles nettement séparés et mobiles; devant la base de l'article, le doigt n'est pas élargi. L'organe rétro-cérébral est bien distinct; à la base du rostre se trouvent deux yeux. Les trophi (Fig. 5) sont grands et forts; les rami terminés par deux pointes, sont dentelés à l'intérieur: d'un côté il y a une forte dent, de l'autre—de 4 à 6 petites. Les alulae sont bien distinctes, triangulaires. Le fulcrum est plus court que le tiers de la longueur des rami. Les manubria sont forts, légèrement élargis aux deux extrémités. Les unci assez courts et gros. Longueur totale du corps 300—360 μ , long. des doigts 75—85 μ , long. des mâchoires 35—45 μ .

Cette espèce se rapproche de l'espèce *D. capcinus* H. et M., dont elle diffère par ses mâchoires plus compactes, son fulcrum plus court, par des différences moins significatives dans la forme du corps et des doigts, ainsi que par sa taille.

Espèce assez commune.

Mâle (Fig. 4): Par la forme de son corps il ressemble beaucoup à la femelle, mais demeure plus svelte. L'appareil rotateur et le rostre sont bien développés, normaux. La glande rétro-cérébrale est grande et bien distincte. La pséudolorica est présente. Le tube digestif conserve la forme normale, mais est dépourvu de lumen. En revanche, il est muni de nombreuses boules de graisse. Le mastax est dépourvu de trophi. Le

vas deferens possède une ciliation interne distinctement visible. Le testicule et les glandes prostatiques sont bien développés. Long. totale 230—290 μ ; long. des doigt 60—75 μ .

Dicranophorus hercules n. sp. (Pl. III, Fig. 1—2).

La forme du corps est typique pour les représentants de ce genre, elle rappelle surtout celle de *D. capucinoïdes*. Le rostre et la structure intérieure comme chez l'espèce précédente. Les orteils sont forts, leur longueur atteint un quart de la longueur du corps; ils sont distinctement recourbés vers le côté ventral et terminés par des articles mobiles, nettement séparés. Les trophi (Fig. 2) sont très grands; les rami allongés, sveltes, terminés par un élargissement en forme de massue, muni de trois dents obtuses (de même que chez *D. alcimus* H. et M.), leurs bords intérieurs sont dentelés; le nombre des dents est variable: d'un côté il y en a de 4 à 6, de l'autre—de 5 à 10. Les alulae sont grandes, triangulaires. Les manubria droits, assez minces, à leurs extrémités légèrement élargis. Le fulcrum est court, il constitue environ un tiers de la longueur des rami. Les unci sont assez long. et fins. La longueur du corps 440—520 μ , longueur des orteils 108—112 μ , longueur des mâchoires 60—65 μ . Espèce semblable à la précédente, dont elle diffère par la structure des mâchoires, par ses orteils légèrement recourbés et par sa taille.

Espèce assez commune.

Encetrum diglandula (Zawadowsky). (= *Proales diglandula* Zawadowsky).

Espèce semblable à *E. villosum* H. et M.: ses trophi ressemblent beaucoup à celles de cette dernière. Voici les principales différences (à part quelques menus détails):

1. La présence, dans la partie antérieure de la tête, de deux glandes subcérébrales bien distinctes, rondes et de forme caractéristique.

2. La présence de grandes glandes salivaires.

3. La présence de trois bandes longitudinales de cuticule épaissie, bien distinctes qui se prolongent de chaque côté du corps.

4. Des dimensions plus petites; long. du corps 180 μ , long. des orteils 13 μ , celle des trophi 23 μ .

Encetrum sabulosum n. sp. (Pl. III, fig. 6—7).

Le corps allongé (Fig. 6), un peu aplati dans le sens dorso-ventral, est distinctement divisé en trois parties. La cavité du corps est étroite, entièrement remplie par les viscères; le corps est opaque. Le tronc est aplati; vu d'en haut, il présente la forme caractéristique d'une poire; dans sa partie antérieure, immédiatement derrière la tête il s'élargit fortement pour s'amincir ensuite graduellement et passer en un pied mince, cylindrique, composé d'un seul article et terminé par deux orteils fins et longs. Les orteils sont cylindriques, et peuvent être rentrés comme les tuyaux d'une lunette (telescopés); leurs mouvements ne sont pas soumis au contrôle des muscles. La couronne, posée obliquement, se compose de deux bouquets de robustes cils. Le rostre est à peine visible. Le mastax, pas très grand, contient des trophi typiques pour le genre *Encetrum* (Fig. 7). Les rami sont larges, en forme de plaques terminées par une pointe longue et fine. Le fulcrum est mince, plus long que les rami. Les manubria sont longs, assez gros, fortement recourbés vers l'intérieur, terminés par un petit élargissement. Les unci sont courts et minces, elles agissent d'accord avec les rami en formant un tout; elles sont fixées aux manubria à l'aide de pièces accessoires ovales, pas très grandes.—Le tube digestif est normal; l'intestin n'est pas séparé de l'estomac; les glandes gastriques ovales ne sont pas très grandes. La vésicule contractile est grande, lorsqu'elle est remplie, elle occupe beaucoup de place du côté droit, dans la direction de la partie antérieure de la cavité du corps. Le ganglion est grand, sacculiforme. Dans sa partie antérieure se trouvent deux yeux, disposés près l'un de l'autre, ovales et incolores. Les glandes pédieuses sont allongées et occupent toute la longueur du pied. Les mouvements de l'animal sont très caractéristiques (voir plus bas). Long. du corps 140—170 μ , long. du pied 45—60 μ , long. des orteils 10—15 μ ; long. des trophi 17—22 μ .

Espèce commune, trouvée aussi dans la rivière Bug.

Encetrum velox n. sp. (Pl. IV, fig. 11—13).

Femelle (Fig. 11): Le corps est allongé, cylindrique, nettement divisé en trois parties; il est opaque, parce que la cavité du corps est complètement remplie par les viscères. La

tête est grande, séparée du tronc par une très profonde incisure. La couronne, dont la position est presque terminale, se compose de deux bouquet de vigoureux cils. Le rostre est très grand, transparent, arrondi, lorsqu'il est vu d'en haut. Le tronc est cylindrique, vers la partie postérieure du corps il s'amincit lentement et passe en un pied allongé et cylindrique, composé de trois articles et terminé par deux doigts longs et grêles. Ces doigts sont arrondis à leurs extrémités, légèrement cintrés et se composent de deux articles distinctement séparés et réunis de façon à demeurer mobiles; ils n'ont pas la faculté de se mouvoir à volonté et peuvent être télescopés. Les trophi (Fig. 12) sont très grands et vigoureux, du type d' *Encetrum*. Les rami sont en forme de lames, triangulaires, terminés par une pointe fine, munie à sa base encore de deux pointes accessoires. Le fulcrum est mince et long. Les manubria ne sont pas très longs, courbés, les unci, en forme de bâtons, sont réunis aux manubria à l'aide de pièces accessoires allongées. Les unci, les pièces accessoires et les rami sont réunis par des ligaments et agissent comme un tout. Les glandes salivaires sont distinctes; les glandes gastriques sont grandes, ovales. Les glandes pédieuses, le ganglion et les yeux—comme chez *E. sabulosum*. Long. du corps 230—350 μ , long. des orteils 22—30 μ , long. des mâchoires 35—45 μ .

Espèce commune.

Grâce à leur aspect caractéristique, *E. sabulosum* et *E. velox* forment avec les espèces *Encetrum elongatum* (Glasscott) (= *Diglena elongata* Glasscott non *Encetrum elongatum* H. et M.) et *Encetrum ricciae* Haring un groupe bien séparé des autres Rotifères de ce genre. Les trois premières espèces se meuvent d'une manière très caractéristique, bien observée par M^{lle} Glasscott. En outre *E. elongatum* montre une grande similitude avec *E. velox*. Toutefois, je ne me suis pas décidé à identifier ces espèces, car, outre une suite d'autres différences, assez essentielles, qui pourraient pourtant être expliquées par une omission de l'auteur—la forme des orteils chez *E. elongatum*, dessinée et soulignée dans la description, diffère trop des orteils d'*E. velox* si caractéristiques et qui ne peuvent passer inaperçus.

Mâle (Fig. 13): En principe, le corps ressemble à celui

de la femelle, seulement il est démesurément allongé. L'appareil rotateur est un peu plus faible, le ganglion cérébral extrêmement long. Le tube digestif est réduit à un groupe de boules de graisse. Le testicule est allongé, relativement pas très grand; deux glandes prostatiques. Le pénis est rétractile. La forme du pied, des orteils et des glandes pédieuses est comme chez la femelle. Long. du corps 240 μ ., long. des orteils 25 μ .

Wigrella depressa n. g. n. sp. (Pl. III, fig. 8—10).

Le corps est très fortement comprimé dans le sens dorso-ventral, ce qui lui donne la forme d'une plaque. Il est nettement divisé en trois parties. Vu de côté (Fig. 9), il rappelle, dans ses contours généraux, la forme d'un *Dicranophorus* quelconque. Vu de dos (Fig. 8), il rappelle plutôt un représentant de la famille *Euchlanidae*. La cavité du corps est vaste, le corps est transparent. La cuticule est durcie et permet seulement une faible métabolie. La tête et le tronc, considérés ensemble, ont à peu près la forme d'une ellipse, coupée droit dans sa partie postérieure. La tête est divisée en deux parties; la couronne est faible et se présente sous la forme d'une plaque ciliée, placée tout à fait ventralement. Le rostre a la forme d'une plaque arrondie dans sa partie antérieure. La largeur maximale du tronc se trouve dans sa partie médiane; vers la partie postérieure il s'amincit et passe en une plaque caudale, terminée par un bord postérieur presque droit. De dessous cette plaque apparaît un pied, composé de deux articles, ayant une forme caractéristique. Les orteils sont très robustes, courbés presque sous un angle droit vers le côté ventral; leur partie terminale se détache indistinctement et forme une dent conique. Entre les orteils il y a un petit appendice en forme de plaque.—Le mastax du type „forcipat” est grand, il contient des trophi pas très vigoureux, caractéristiques pour le genre *Encetrum* (Fig. 10); ils ressemblent surtout aux mâchoires de *E. sabulosum* n. sp. Les rami ont la forme de plaques, arrondies dans leur partie postérieure; dans leur partie antérieure ils sont terminés par une pointe simple, faiblement allongée; le fulcrum est mince, plus long que les rami. Les manubria sont longs, vigoureux, recourbés dans leurs parties terminales. Les unci sont courts et vigoureux, ils se réunissent aux manubria à l'aide de pièces accessoi-

res ovales; les unci et les rami agissent comme un tout. L'intestin n'est pas séparé de l'estomac; les glandes gastriques ovales ne sont pas grandes. La vessie contractile est grande. L'ovaire extraordinairement grand, en forme de fer à cheval. Le ganglion est grand, sacculiforme; dans sa partie antérieure sont situées deux glandes subcérébrales bien distinctes, quoique pas très grandes, en forme des virgules. Les glandes pédieuses sont assez grandes et remplissent tout le pied, en s'élargissant sous forme d'éventail dans le tronc. Longueur totale du corps 150—170 μ , longueur des orteils 30 μ , longueur des trophi 17 μ .

Trouvé au nombre de 5 exemplaires dans du sable recouvert d'une couche d'eau peu profonde; deux habitats.

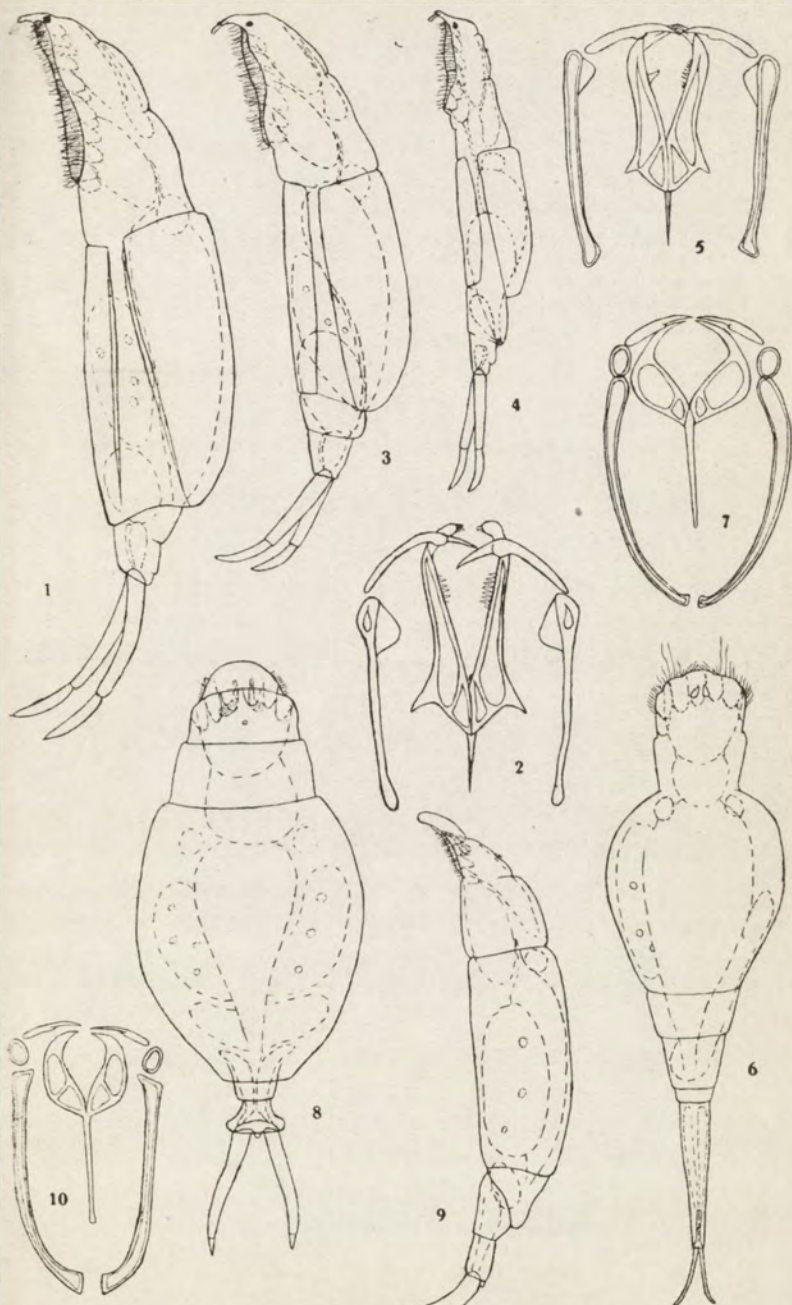
La structure des trophi et de l'appareil rotateur indiquent l'affinité de cette curieuse espèce avec le groupe des *Dicranophorinae*, surtout les mâchoires prouveraient la parenté de ce Rotifère avec le genre *Encetrum*. Toutefois, la forme du corps, si extraordinaire pour un représentant de la famille *Notommatidae*, ainsi qu'une structure intérieure toute particulière m'ont obligé à établir pour cette espèce un genre nouveau.

Diurella taurocephala Hauer.

Femelle: La forme de la lorica est tout à fait conforme à l'excellente description de Hauer (1931). Les trophi sont grands, très asymétriques; le manubrium droit est à peine perceptible; le ramus gauche est muni d'un angle saillant et allongé; son bord inférieur est droit.

Espèce commune, trouvée également dans le Bug.

Mâle (Pl. IV, fig. 15): L'unique spécimen que j'ai trouvé, au surplus contracté, ne me fournit pas les matériaux nécessaires pour une étude plus approfondie de son anatomie. Mais, comme jusqu'à présent les données sur les mâles du genre *Diurella* manquent totalement, je donne le dessin et la description de cet unique spécimen. Sa taille est très petite (65 μ), les viscères fortement réduits; le tube digestif est représenté seulement par un petit groupe de boules de graisse; le ganglion cérébral est grand, dans sa partie postérieure se trouve un oeil. Vers sa partie terminale, le corps se transforme en pénis, qui est construit comme chez les représentants du genre *Trichocerca*.



Diurella pygocera n. sp. (Pl. IV, fig. 16—17).

Le corps est gros, enflé; le cou est indistinctement séparé du tronc. La lorica forme dans sa partie antérieure deux cornes caractéristiques: la gauche est plus courte, droite et grosse; la droite est plus longue, recourbée en dedans et grosse seulement à sa base, vers sa fin elle s'amincit très considérablement. La partie antérieure de la lorica est plissée d'une manière caractéristique. Dans sa partie postérieure, près de l'orifice pédal, à gauche du côté ventral se trouve un appendice cuticulaire assymétrique bien distinct en forme de crochet retoussé vers le haut. Le pied est démesurément svelte; les doigts habituellement collés ensemble; l'orteil plus court constitue les deux tiers du plus long; 2 substyli.—L'anatomie intérieure est normale, les trophi très grands, fortement assymétriques, le manubrium droit est à peine visible. Le ramus gauche est muni d'un angle allongé, qui possède sur son bord inférieur une dent saillante, dirigée vers le bas. Long. de la lorica 100—110 μ , long. de l'orteil gauche 34 μ , long. de la corne antérieure droite 26 μ .

Cette espèce est une proche parente de l'espèce *D. taurocephala*. Assez commune.

Elosa worralli Lord var. *spinifera* n. var. (Pl. IV, fig. 14).

La forme du corps et des trophi est conforme dans ses traits généraux à la description de Voigt (1904). Sur le côté ventral de la partie postérieure il y a une épine cuticulaire bien distincte et de forme particulière, qui dépasse un peu la partie terminale du corps. Sur le côté ventral un peu au dessus de l'épine en question, symétriquement dans la ligne médiane du corps il y a, dans la cuticule, une fente sémilunaire disposée horizontalement, où se trouve l'anus. Donc l'épine n'est pas homologue au pied des autres Rotifères.

Forme commune.

Lecane scobis Haring et Myers.

La forme de la lorica est tout à fait conforme aux données de Haring et Myers (1926).

Espèce commune.

Monostyla psammophila n. sp. (Pl. IV, fig. 18—20).

Femelle (Fig. 18): Le contour de la lorica est ovale, avec le bord antérieur droit; sa largeur égale sa longueur. Les bords antérieurs des deux plaques correspondent. La plaque

ventrale est bien plus étroite que la plaque dorsale. Le segment postérieur, arrondi, dépasse très peu la plaque dorsale. Dans la partie antérieure de la plaque dorsale se trouvent des plis qui la traversent un peu en biais. Un pli horizontal bien marqué se trouve sur la plaque ventrale. Les plaques coxales ne sont pas très grandes, arrondies. Le premier article du pied est bien distinct, allongé, il recouvre en grande partie le second article, de sorte que la partie libre du second article est deux fois plus large que longue. L'orteil est gros, fusiforme, pas très long. A sa base il est assez étroit, ensuite il s'élargit, pour passer graduellement, dans sa partie terminale, en une dent terminale, courte et pointue, divisée par un sillon longitudinal peu distinct. Il n'y a même pas de trace de dents latérales; à la place, où l'orteil commence à s'amincir il y a une constriction peu distincte. La longueur de l'orteil compte deux cinquièmes de la longueur de la lorica. Long. de la lorica 65 μ , largeur de la plaque dorsale 65 μ , larg. de la plaque ventrale 50 μ , long. de l'orteil 26 μ , long. de la dent terminale 4 μ .

Par la forme de sa lorica cette espèce rappelle beaucoup *M. obtusa* Murray, toutefois elle en diffère distinctement surtout par la structure du pied et de l'orteil (comparer les Fig. 20 a et b), qui ressemble un peu à celui de l'espèce *M. rhopalura* H. et M.

Espèce commune.

Mâle: (Fig. 19). Les mâles, représentés assez abondamment dans plusieurs échantillons, diffèrent beaucoup de l'unique individu mâle, connu jusqu'à présent dans les limites du genre *Monostyla* (*M. quadridentata* selon Haring et Myers 1926); ils diffèrent aussi beaucoup par comparaison aux femelles. Mais puisque la manière de leur apparition indique clairement leur relation avec *M. psammophila*, ce que confirme également l'orteil simple, terminant le corps, je donne plus bas la description et le dessin de ces mâles, comme appartenant à l'espèce *M. psammophila*, tout en rappelant la restriction faite ci-dessus.

Le corps est vermiforme, sans lorica nettement formée. Le tronc cylindrique s'amincit insensiblement et se transforme en pied, terminé par un orteil simple et pointu. Le corps est opaque, rempli de boules de graisse. Le tube digestif est

réduit. Le ganglion est grand, avec un oeil rouge dans sa partie postérieure. Le testicule est allongé, un pénis rétractil se trouve à la base du pied. Longueur du corps 90—100 μ .

Lepadella patella (Müller).

Mâle: Plusieurs exemplaires trouvés étaient conformes en principe au dessin de Haring (1916).

Colurella colurus (Ehr.) (Pl. IV, fig. 21).

Mâle: La forme du corps ressemble à celui de la femelle; la lorica est bien développée, bien qu'elle ne recouvre pas tout le tronc. Le tube digestif est fortement réduit; le ganglion est grand. Deux yeux. Longueur totale 85—120 μ ; long. de la lorica 55 μ , long. des orteils 25 μ . Donc, les dimensions sont plus considérables que celles que cite Remane (1929).

Station Hydrobiologique de Wigry. Novembre 1931.

EXPLICATION DES PLANCHES.

Tous les dessins ont été exécutés à l'aide de l'appareil à dessiner d'après les spécimens vivants narcotisés, à l'exception des figures 15, 16, 17 et 18, qui sont exécutées d'après des animaux contractés.

Les grossissements des figures sont différents; pour les dimensions exactes de chaque espèce—voir le texte. Les figures 1, 3 et 4, 8 et 9, 11 et 13, 16 et 17, 18 et 19—sont grossies de même manière.

Planche III.

- Fig. 1.—*Dicranophorus hercules* n. sp. ♀ vu de côté.
 Fig. 2.—*Dicranophorus hercules* n. sp.—Les trophi.
 Fig. 3.—*Dicranophorus capucinoïdes* n. sp. ♀ vu de côté.
 Fig. 4.—*Dicranophorus capucinoïdes* n. sp. ♂ vu de côté.
 Fig. 5.—*Dicranophorus capucinoïdes* n. sp.—Les trophi.
 Fig. 6.—*Encetrum sabulosum* n. sp. ♀ vu du côté dorsal.
 Fig. 7.—*Encetrum sabulosum* n. sp.—Les trophi.
 Fig. 8.—*Wigrella depressa* n. g. n. sp. ♀ vu du côté dorsal.
 Fig. 9.—*Wigrella depressa* n. g. n. sp. ♀ vu de côté.
 Fig. 10.—*Wigrella depressa* n. g. n. sp.—Les trophi.

Planche IV.

- Fig. 11.—*Encetrum velox* n. sp. ♀ vu de côté.
 Fig. 12.—*Encetrum velox* n. sp.—Les trophi.
 Fig. 13.—*Encetrum velox* n. sp. ♂ vu de côté.
 Fig. 14.—*Elosa worralli* Lord var. *spinifera* n. var. vu du côté ventral.
 Fig. 15.—*Diurella taurocephala* Hauer. ♂ contracté vu de côté.
 Fig. 16.—*Diurella pygocera* n. sp.—Spécimen contracté vu du côté ventral.
 Fig. 17.—*Diurella pygocera* n. sp.—Spécimen contracté vu du côté gauche.
 Fig. 18.—*Monostyla psammophila* n. sp. ♀. Spécimen contracté vu du côté ventral.
 Fig. 19.—*Monostyla psammophila* n. sp. (?) ♂. vu du côté dorsal.
 Fig. 20.—Les pieds avec les doigts:
 a) *Monostyla obtusa* Murray
 b) *Monostyla psammophila* n. sp.
 Fig. 21.—*Colurella colurus* (Ehr.) ♂ vu de côté.
-

[612.126.019.53]

Reçu le 21 novembre 1931

SUR LA RÉGULATION DE LA COMPOSITION MINÉRALE
DE L'HÉMOLYMPHE CHEZ LE CRABE

PAR

K. BIALASZEWICZ

*(Laboratoire de Physiologie de l'Institut Nencki à Varsovie
et Station zoologique de Naples)*

(2 figures)

C'EST un fait bien connu que les animaux homéostotiques possèdent la faculté de régler non seulement la concentration mais aussi la composition minérale de leurs liquides organiques. Dans les phénomènes de restitution de l'équilibre ébranlé, participent toute une série d'organes (les reins, le tube digestif, la peau, les poumons, les muscles) qui éliminent du plasma sanguin ou bien lui fournissent l'eau et les électrolytes indispensables à la restauration de sa composition chimique normale.

Par contre, c'est un problème bien obscur, jusqu'à présent, que de savoir si, et jusqu'à quel degré, les animaux poecilostotiques, privés de mécanismes réglant la concentration des cristaalloïdes du sang, ont cependant cette faculté de réglage chimique.

Ce problème n'a été traité qu'accidentellement en connexion avec la question de la perméabilité pour les électrolytes des téguments des animaux inférieurs. Que cette question aussi se heurte à de nombreuses difficultés, tant dans la manière de préciser le problème lui-même que dans la solution expérimentale et dans l'interprétation des résultats nous en voyons la preuve dans les controverses que l'on trouve dans les opinions des auteurs qui se sont occupés de ces recherches. Tandis que certains sont d'avis que la surface du corps des Invertébrés marins, dans des conditions normales, est absolument

(¹) Une communication sur ces recherches a paru en polonais dans les *Acta Biologicae Experimentalis* (Varsovie), V, 1930.

imperméable pour les sels de l'hémolymphe et de l'eau de mer (BOTTAZZI et ENRIQUES 14, HENRI et LALOU 21, LÉON FREDERICQ 18, 19, MACALLUM 24, DEKHUYSEN 16, DUVAL 17), d'autres, au contraire, concluent de leurs expériences à la perméabilité totale des téguments de ces animaux, tant par rapport à l'eau que pour les sels (QUINTON 28, BETHE 4, 5). Ce dernier point de vue est défendu par BETHE dans une de ses dernières publications (4), concernant le crabe *Carcinus Maenas* et le mollusque *Aphysia punctata* : cet auteur a constaté que ces animaux, tenus dans de l'eau de mer artificielle, dans laquelle un des ions (Ca, K, Mg, Cl, SO₄) manquait ou était en excès, manifestent des changements dans la concentration de l'ion en question dans l'hémolymphe, parallèles aux changements produits dans le milieu ambiant. BETHE (4, p. 444) exprime l'opinion que le tégument des Invertébrés marins joue le rôle d'une barrière, empêchant uniquement la perte des colloïdes, contenus dans leur organisme.

Dans les recherches ci-dessous, faites sur le crabe *Maja squinado* L., on a procédé d'une manière différente : en gardant, sans l'altérer, la composition minérale de l'eau de mer dans laquelle restaient constamment les animaux servant à l'expérience, on changeait, au moyen d'injections, la composition minérale de l'hémolymphe ; la comparaison de la concentration des ions étudiés dans le sang et l'urine a permis de constater la manière dont se comportent certains électrolytes dans les liquides du corps et d'élucider le rôle que jouent les reins et les tissus dans l'élimination de ces composants.

Méthodes et technique des expériences

L'objet de nos expériences, le *Maja squinado*, est un animal qui convient parfaitement à ce genre d'études, grâce à son grand degré d'adaptation aux conditions peu normales de la vie dans les aquariums, où ces crabes peuvent séjourner des mois entiers, ainsi que grâce à la masse de leur corps permettant de leur soutirer, sans tort apparent pour leur organisme, des quantités considérables d'hémolymphe, grâce enfin, à la facilité avec laquelle on peut séparer et recueillir l'urine absolument pure — produit de l'activité des glandes antennaires.

L'expérience a consisté en principe à introduire dans la circulation des quantités déterminées de sels et à déterminer leur concentration dans l'hémolymphe et l'urine à divers moments après l'injection.

Nous donnons ci-dessous la description de la manière de préparer les solutions et de faire les injections, et, en outre, les indications dont nous nous sommes guidés en prenant des échantillons d'hémolymphe et d'urine et en déterminant dans ces liquides, la concentration des sels étudiés.

On employait aux injections les sels suivants entrant dans la composition normale de l'hémolymphe : KCl , $CaCl_2$, $MgCl_2$, $Mg SO_4$ et $Na_2 SO_4$. La concentration des solutions était presque isosmotique par rapport à l'hémolymphe du crabe. Dans les cas où il fallait injecter simultanément deux sels ou plus, on préparait des mélanges dans lesquels les cathions de ces sels étaient en proportion à peu près égale à celle de l'hémolymphe normale : cela avait pour but d'obtenir au moment de l'injection, l'augmentation relativement égale de la concentration des ions en question dans l'hémolymphe.

On employait aux expériences des crabes ayant jeûné un temps assez long, quinze jours pour le moins. Avant de procéder à l'injection, on immobilisait ces animaux en les mettant sur le dos en posant leur carapace sur les bords de cylindres de verre de hauteur appropriée, de manière que l'animal ne puisse toucher la surface de la table du bout de ses membres.

L'injection se faisait à l'aide d'une seringue à laquelle était adapté un tube en caoutchouc aux parois assez épaisses, mais suffisamment fin et élastique, terminé par un ajutage muni d'une aiguille pour injections. On faisait la piqûre à la base de la première articulation d'une des dernières paires de membres, en perceant la fine membrane chitineuse de l'articulation et en introduisant profondément l'aiguille dans le corps. On introduisait la solution le plus lentement possible (5 à 10 min.) en pressant légèrement d'un mouvement giratoire le piston de la seringue et en observant attentivement le comportement de l'animal. D'habitude, le crabe s'agite beaucoup au cours de l'injection, en remuant vivement ses membres et parfois autotomisant même le membre piqué ou même plusieurs membres. Toutefois la perte des membres n'empêche pas de continuer l'expérience car, grâce au mécanisme musculaire bien connu, la plaie se ferme, ce qui empêche l'effusion ultérieure du sang.

Après l'injection, l'animal était transporté dans un aquarium contenant de l'eau de mer courante, où il restait pendant tout le temps des expériences ; on ne le sortait que lorsqu'il fallait prendre des échantillons d'hémolymphe ou pour recueillir son urine.

Au commencement, on prenait l'hémolymphe à l'aide d'une seringue, en piquant l'animal dans diverses parties molles du corps. Ce mode de procéder a été reconnu difficile et peu pratique, attendu que les aiguilles se bouchaient souvent, tandis que l'animal s'irritait violemment, cassant parfois les aiguilles et autotomisant ses membres. C'est pourquoi nous avons, par la suite, employé la méthode suivante, très simple et très efficace.

On plaçait le crabe sur le bord de la table et on l'immobilisait au moyen du coude gauche ; dans un de ses membres postérieurs qui pendaient, on coupait rapidement avec des ciseaux, le bout du dernier segment du membre, on immobilisait le membre blessé dans une position verticale orientée en bas et on plaçait au-dessous une éprouvette pour recueillir la quantité nécessaire d'hémolymphe (5-10 cm³) découlant de la plaie. Pour empêcher un écoulement ultérieur, on recourbait le membre blessé vers le haut et, pour fermer la plaie, on y mettait un tampon bien ajusté de cire blanche que l'on fondait à l'aide d'une petite flamme sur les bords de son contact avec la chitine. Dès que la cire avait durci, on replaçait le crabe dans l'aquarium. On prenait les échantillons suivants d'hémolymphe du même endroit en ôtant rapidement le tampon de cire à l'aide d'une pincette et en procédant toutes les fois de la même manière. Les crabes supportent très bien cette opération et n'autotomisent le membre blessé que quelques semaines plus tard, après qu'on a pu prendre parfois plus de dix échantillons d'hémolymphe.

L'extraction de l'urine se faisait d'après les indications données par MARCHAL (27, p. 217) qui, le premier, a pu observer, chez le *Maja squinado*, l'éjection de l'urine de l'opercule et a réussi à obtenir l'urine dans un état de pureté permettant l'analyse chimique. L'opération elle-même, peu compliquée en principe, exige cependant qu'on prenne certaines précautions afin de conserver intacte la membrane intérieure très délicate de l'opercule où est situé l'orifice urinaire : autrement, au cas où elle aurait été endommagée, l'urine pourrait contenir de l'hémolymphe qui, parfois découle abondamment de l'endroit blessé. Nous procédions de façon à immobiliser l'animal couché sur le dos et ensuite, nous soulevions lentement l'opercule en le prenant avec précaution mais fortement par les bouts aplatis d'une pincette dans deux endroits le plus épaissis ; en soulevant l'opercule, il fallait parfois vaincre une forte résistance opposée par son muscle contracteur. On aspirait l'urine, à mesure de son écoule-

ment, avec une pipette et, après l'avoir remplie, on abaissait l'opercule et l'enfonçait à sa place, tandis que l'urine était transvasée dans un cylindre gradué. On répétait cette opération tour à tour sur les deux opercules, jusqu'à ce que l'urine cessât entièrement de s'écouler. L'urine recueillie est parfaitement transparente et habituellement incolore, parfois cependant, elle est d'une couleur jaunâtre qui, après un certain temps, passe à l'orangé. On conservait l'urine destinée à l'analyse, en y ajoutant quelques gouttes de chloroforme.

Attendu que dans notre étude nous voulions comparer la concentration vraie des électrolytes dans l'hémolymphe et dans l'urine, il était important de se rendre compte des changements provoqués par le réactif désalbuminant dans la répartition des électrolytes dans la phase colloïdale et la phase aqueuse de l'hémolymphe.

TABLEAU I

Répartition des électrolytes dans l'hémolymphe de Maja squinado et influence de la précipitation des protéines par l'acide trichloracétique sur la composition du liquide centrifugé.

Composants	Cendres	Liquide ultrafiltré	Quantités des composants liées à la phase colloïdale	Liquide centrifugé après la précipitation des protéines par l'acide tri-chloracétique
	mgr./cm ³	mgr./cm ³	%	mgr./cm ³
Cl	19.83	23.22	0	22.32
K	0.508	0.574	3.8	0.568
Ca	0.519	0.507	16.4	0.570
Mg	1.582	1.682	12.8	1.720
S total	0.916	1.072	0	—
S minéral	—	0.939	—	0.929

Le tableau I présente le résultat d'une des expériences où l'on a essayé de déterminer ces changements. Dans ce but, une quantité suffisante d'hémolymphe, obtenue d'un animal normal, était divisée

en trois parties : dans la première, le chlore était dosé par la méthode Volhardt, et le reste, après avoir été incinéré par l'acide nitrique à chaud (BIALASZEWICZ 7-8), était dissous dans un volume d'eau égal à celui de l'hémolymphe incinérée ; la deuxième partie servait à préparer une quantité nécessaire de liquide ultrafiltré (v. BIALASZEWICZ 9-10) ; la troisième enfin était désalbuminée au moyen de l'acide trichloracétique d'après la méthode que nous venons de décrire. Dans ces trois solutions, l'analyse des composants minéraux étudiés se faisait simultanément, dans la même série de déterminations. Le volume de la phase colloïdale dans l'hémolymphe, calculé d'après les concentrations du chlore dans l'hémolymphe et dans le liquide ultrafiltré et le pourcentage des composants dosés, liés aux colloïdes, était évalué selon les indications données dans une publication précédente (BIALASZEWICZ 10).

Les résultats, présentés dans le tableau, indiquent clairement le fait que des quantités importantes de magnésium (12.8%) et de calcium (16.4%) ainsi que des quantités moindres de potassium (3.8%) sont liées aux substances protéiques de l'hémolymphe. Il est curieux que la quantité totale de soufre, dont environ 88% se présente sous la forme de composés minéraux, se trouve dans le liquide intermicellaire de l'hémolymphe en état non lié.

Comme il était donc à prévoir, sous l'influence du réactif désalbuminant, possédant la réaction acide, une grande partie des bases liées aux albumines passe dans la solution, en augmentant leur concentration dans le liquide centrifugé après la désalbumination. Dans l'expérience relatée, cette concentration a augmenté de 12.4% pour le calcium et de 6.7% pour le magnésium, tandis que pour le potassium, elle est restée presque invariable. Il en résulte donc un fait important pour nos recherches : que les concentrations du calcium et du magnésium, trouvées par nous dans le liquide désalbuminé, sont plus grandes que celles de ces ions dans le liquide intermicellaire de l'hémolymphe fraîche.

Dans les liquides étudiés, c'est-à-dire l'urine et l'hémolymphe, nous avons déterminé la concentration des composants suivants : K, Ca, Mg, Cl et S. Voici les méthodes appliquées en vue de déterminer ces composants : potassium, méthode de KRAMER et TISDALL (22), appliquée après l'élimination des traces d'ammoniaque ; calcium, méthode de DE WAARD (30) et de HECHT (20) ; magnésium, méthodes combinées de KRAMER et TISDALL (22), de BELL-DOISY (1) et de

BRIGGS (15), d'après les indications que j'ai données (BIALASZEWICZ 8) ; chlore, méthode de WHITEHORN (31) ; soufre minéral, méthode ordinaire gravimétrique (Ba SO_4). Dans toutes les analyses, on prenait soin de faire les dosages parallèles dans le liquide étudié et la solution standardisée.

Partie expérimentale

Nous donnons ci-dessous la description des expériences relatives à la manière de se comporter dans la circulation des différents sels et de leur mélange, ainsi que les constatations concernant le rôle de la glande antennaire dans la régulation de la composition minérale de l'hémolymphe.

1. — INJECTIONS DE DIFFÉRENTS SELS

Les résultats des expériences les plus typiques de cette série de recherches, dans lesquelles nous avons déterminé la concentration dans l'hémolymphe des ions qui y ont été introduits en excès, ont été présentés dans les tableaux II-VI. Dans ces tableaux, les quantités des composants dosés ont été exprimées en mgr. dans un centimètre cube d'hémolymphe et en pourcentages de leur concentration avant l'injection. En outre, les principaux résultats ont été présentés dans la figure 1, où les courbes particulières représentent les variations relatives de la concentration des ions dans l'hémolymphe pendant les 48 heures consécutives à l'injection.

En premier lieu, en nous basant sur ces expériences, nous pouvons affirmer que l'accroissement de la concentration d'un des composants minéraux de l'hémolymphe n'influe pas d'une manière plus marquée sur la proportion des autres composants : c'est ainsi qu'après une injection de KCl (tabl. II) ; de MgCl_2 (tabl. IV) et de MgSO_4 (tabl. V et VIII), nous constatons seulement un accroissement de la concentration de calcium qui, dans un cas extrême, n'a pas dépassé 34% ; une injection de MgSO_4 (tabl. V) ou bien d'un mélange de ce sel avec du MgCl_2 (tabl. VIII) a provoqué en deux cas, une diminution de la teneur en ions de potassium, correspondant respectivement à 12 et 20% des concentrations initiales.

En se basant sur ces expériences, nous pouvons en outre affirmer que la proportion normale des électrolytes dans l'hémolymphe, modifiée par l'injection, se rétablit entièrement après un laps de temps

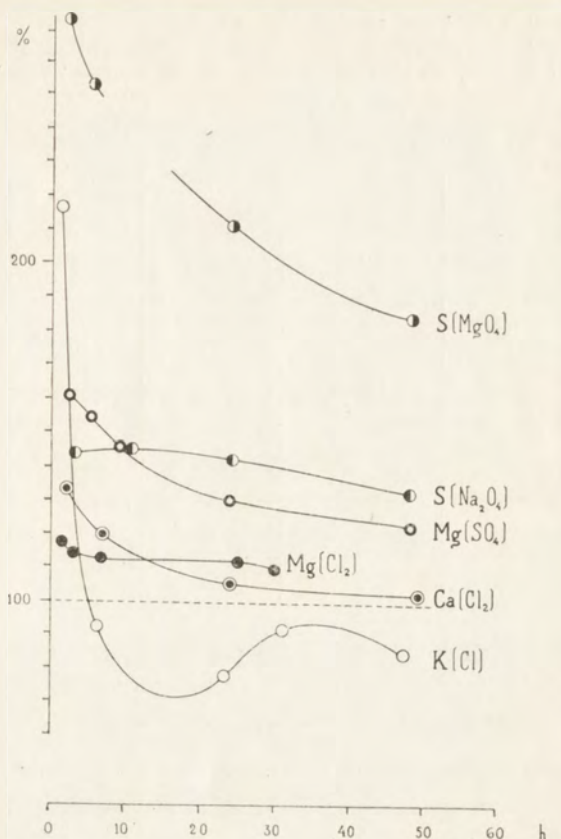


FIG. 1. — Concentrations des composants injectés dans l'hémolymphe exprimées en % de leurs valeurs initiales. D'après les données des tableaux II-VI.

plus ou moins long. Le retour à la norme dans la composition minérale consiste donc surtout dans le fait d'éliminer de la circulation les ions qui y ont été introduits en excès : la concentration de tous les sels sans exception (KCl , $CaCl_2$, $MgCl_2$, $MgSO_4$, Na_2SO_4) présente son maximum dans les premiers moments consécutifs à l'injection ; ensuite, progressivement et régulièrement, elle décroît et après un certain temps, caractéristique pour chaque sel particulier, elle arrive à sa valeur initiale, propre à la concentration de ce sel dans l'hémolymphe normale. La régularité des courbes se rapportant aux sels particuliers — excepté peut-être celle du Na_2SO_4 — prouve l'existence d'une relation étroite entre la vitesse de la disparition de ces sels de la circulation et leur surplus actuel dans l'hémolymphe.

TABLEAU II

Concentration de l'hémolymphe en composants minéraux après l'injection de la solution de KCl (5.5 cm³) contenant 216 mgr. de K. Poids de l'animal (nr. 4) = 766 gr. Début de l'expérience (nr. X) : 7-I-1929.

N ^o d'échan- tillons de l'hémo- lymphe	Temps écoulé après l'injec- tion h.	K		Ca	Mg
		mgr./cm ³	en % de la concentra- tion initiale %	mgr./cm ³	mgr./cm ³
1	0	0.618	100	0.459	1.480
2	1	1.336	216	0.521	1.414
3	6.2	0.578	93	0.520	1.393
4	23.5	0.491	79	0.548	1.378
5	31	0.570	92	—	—
6	47.5	0.525	85	—	—
7	73	0.484	78	—	—

Outre ces régularités d'ordre général, les processus d'élimination de ces sels manifestent toutefois certains caractères spéciaux.

TABLEAU III

Concentration de l'hémolymphe en Ca après l'injection de la solution de CaCl₂ contenant 109 mgr. de Ca. Poids de l'animal (nr. 2) = 766 gr. Début de l'expérience (nr. IX) : 4-I-1929, 11 h.

N ^o d'échan- tillons de l'hémo- lymphe	Temps écoulé après l'injec- tion h.	Ca	
		mgr./cm ³	en % de la con- centration initiale %
1	0	0.415	100
2	1.7	0.557	134
3	7	0.497	120
4	23.7	0.443	107
5	49	0.430	103
6	72	0.457	110

Comme nous l'avons mentionné, le Na_2SO_4 se comporte dans l'hémolymphe d'une façon différente sous certains rapports. Ce sel, sans provoquer dans l'animal aucun effet nuisible, reste pendant longtemps dans la circulation en quantité presque invariable ⁽¹⁾. Dans l'expérience n° 6 (tabl. VI), après avoir injecté à un crabe pesant 1411 gr., une quantité de sulfate de sodium, contenant 287 mgr. de S, nous avons constaté, au cours des premières 24 heures consécutives à l'injection, un accroissement de soufre minéral, égal 45% après 3.5 heures, 48% après 9 h. et 42% après 24 h., c'est-à-dire des valeurs à peu près identiques; après 120 heures, le surplus de soufre était encore de 34%.

TABLEAU IV

Concentration de l'hémolymphe en magnésium et en calcium, après l'injection de la solution de MgCl_2 (11 cm^3) contenant 211 mgr. de Mg. — Poids de l'animal (nr. 3) = 2090 gr. Début de l'expérience (nr. VIII) : 31-XII-1928, 10 h.

N° d'échan- tillon de l'hémo- lymphe	Temps écoulé après l'injec- tion h.	Mg		Ca
		mgr./ cm^3	en % de la con- centration initiale %	mgr./ cm^3
1	0	1.361	100	0.411
2	1.2	1.618	119	0.418
3	3.2	1.572	115	0.422
4	7	1.554	114	0.429
5	23.5	1.538	113	0.422
6	30	1.506	110	0.428

Bien plus rapidement, quoique toujours assez lentement en comparaison aux autres sels injectés (par exemple KCl , CaCl_2), a lieu la normalisation de la composition de l'hémolymphe après l'injection

(1) Ce fait pourrait servir comme point de départ à une méthode servant à déterminer le volume total d'hémolymphe dans le corps des crabes.

de sels de magnésium ($MgCl_2$ et $MgSO_4$). Dans ces cas, la concentration aussi bien des cathions (Mg), que celle des anions SO_4 , tend, dès les premiers moments suivant l'injection, à diminuer, bien que la rapidité de la disparition des sels introduits dans la circulation soit peu élevée. C'est ainsi que pendant les premières 24 h., après l'injection de $MgCl_2$ (tabl. IV), le surplus de la concentration du

TABLEAU V

Concentration de l'hémolymphe en composants minéraux après l'injection de la solution de $MgSO_4$ (8.4 cm³) contenant 291 mgr. de Mg et 383 mgr. de S. — Poids de l'animal (nr. 7) = 921 gr. Début de l'expérience (nr. XII) : 14-I-1929, 11 h.

N° d'échantillon de l'hémolymphe	Temps écoulé après l'injection h.	Mg		S		Ca	K
		mgr./cm ³	en % de la concentration initiale %	mgr./cm ³	en % de la concentration initiale %		
1	0	1.434	100	0.714	100	0.454	0.522
2	2	2.314	161	1.960	274	0.486	0.493
3	5	2.232	156	1.801	252	0.487	0.487
4	9	2.222	146	1.746	244	0.492	0.460
5	24	1.880	131	1.508	211	0.515	0.587
6	48	1.766	123	1.304	183	0.522	0.539

magnésium tomba de 19 à 13%, tandis qu'après une injection de $MgSO_4$ (tabl. V), elle tomba de 61 à 31% ; en même temps, le surplus de soufre inorganique dans l'hémolymphe diminua de 174 à 111%.

L'organisme du crabe se tire d'affaire bien mieux lorsqu'il s'agit d'un surplus d'ions de calcium et de potassium qui, habituellement, disparaissent de l'hémolymphe déjà pendant la première journée de l'expérience. Cela est surtout à remarquer par rapport aux sels de potassium. En introduisant de petites quantités de ces sels (jusqu'à 0.05 gr. de K par kgr. de poids), nous ne constatons point d'accroissement de la concentration de potassium dans l'hémolymphe, prise peu de temps après l'injection, malgré que les symptômes d'empoisonne-

ment apparaissent d'une façon assez marquée. Nous n'observons pas d'accroissement de la concentration plus important que lorsque la quantité de KCl injecté est relativement assez grande et lorsque le premier échantillon d'hémolymphe a été pris le plus vite possible après l'injection. En observant les conditions nécessaires de l'expérience et en prenant les échantillons à des intervalles très courts, nous pouvons constater que les ions de potassium appartiennent à ces composants minéraux de l'hémolymphe qui sont le plus vite éliminés, lorsqu'on les introduit en excès dans la circulation. Dans l'expérience présentée dans le tableau II (cf. fig. 1), nous voyons qu'après 6.2 heures, depuis le moment de l'injection, qui avait accru lors de la prise du premier échantillon (1 h.), la concentration du potassium jusqu'à 216%, non seulement tout le surplus de cet ion a été éliminé, mais encore une certaine quantité de plus, ce qui a, en résultat, abaissé la concentration du potassium dans l'hémolymphe jusqu'à 93% de la valeur initiale.

TABLEAU VI

Concentration de l'hémolymphe en soufre minéral après l'injection de la solution de Na_2SO_4 contenant 387 mgr. de S. — Poids de l'animal (nr. 1) = 1411 gr. Début de l'expérience (nr. VI) : 28-XII-1928.

N° d'échan- tillon de l'hémo- lymphe	Temps écoulé après l'injec- tion h.	S	
		mgr./cm ³	en % de la con- centration initiale %
1	0	0.820	100
2	3.5	1.191	145
3	9	1.215	148
4	24	1.167	142
5	48	1.194	146
6	120	1.094	134

Le phénomène de la disparition fort rapide des sels de potassium de l'hémolymphe est d'autant plus intéressant que les crabes étant des

animaux carnivores, absorbent dans les conditions normales de leur vie, de grandes quantités de sels de potassium dans leur nourriture.

Les expériences du type décrit dans le présent chapitre nous permettent aussi de nous rendre compte de la vitesse relative avec laquelle les crabes éliminent de leur circulation le surplus d'ions particuliers. Si, notamment, nous prenons comme mesure de cette vitesse, le temps pendant lequel un tiers du surplus disparaît de l'hémolymphe, en interpolant les valeurs cherchées dans le cours des courbes de la figure 1, nous obtenons les chiffres suivants :

KCl	ca	1.5 h.
CaCl ₂	»	15 »
MgSO ₄	»	22 »
MgCl ₂	»	23 »
Na ₂ SO ₄	>	120 »

Aux deux extrémités de cette série nous voyons, d'un côté, le chlorure de potassium, comme sel relativement le plus vite éliminé, et de l'autre côté, le sulfate de sodium qui, de tous les sels étudiés, reste le plus longtemps dans la circulation du crabe.

2. — INJECTION DE MÉLANGES DE SELS

Les expériences ci-dessus, relatives au comportement de sels particuliers dans les liquides du corps, ne permettent pas de conclure avec une certitude satisfaisante quant à la vitesse relative de régulation de la composition minérale modifiée. Ces expériences étaient notamment effectuées sur des individus divers par rapport à leur sexe et à la masse de leurs corps, ainsi qu'à la durée de leur jeûne ; en outre, on introduisait dans la circulation des animaux, diverses quantités de sels augmentant en divers degrés la concentration dans l'hémolymphe des ions étudiés.

Afin de supprimer les différences individuelles et d'égaliser les autres conditions de l'expérience, nous procédions dans nos études ultérieures de la manière suivante :

TABLEAU VII

Concentration de l'hémolymphe en K, en Ca, en Mg et en Cl, après l'injection de a solution de $KCl + CaCl_2 + MgCl_2$ (40 cm³) contenant 196 mgr. de K, 165 mgr. de Ca, 508 mgr. de Mg. — Poids de l'animal (nr. 9) = 1498 gr. Début de l'expérience (nr. XV) : 25-I-1929, 10 h.

N° d'observation	Temps écoulé après l'injection h.	H (hémolymphe U (urine)	K		Ca		Mg		Cl
			mgr. cm ³	en % de la con- centration init.	mgr. cm ³	en % de la con- centration init.	mgr. cm ³	en % de la con- centration init.	mgr. cm ³
1	0	H U	0.704	100	0.523	100	1.471	100	22.44
			0.562	—	0.626	—	1.933	—	21.60
2	1	H U	0.910	129	0.776	148	2.528	172	23.91
			0.562	—	0.738	—	2.405	—	—
3	4.5	H U	0.506	72	0.542	104	2.340	159	23.06
			0.473	—	0.592	—	2.216	—	—
4	8.5	H U	0.478	68	0.480	92	2.164	147	23.52
			0.481	—	0.507	—	2.314	—	—
5	23.5	H U	0.548	78	0.480	92	2.119	144	22.44
			0.451	—	0.507	—	2.038	—	22.63
6	32.5	H U	0.537	76	0.476	91	2.016	137	22.75
			0.451	—	0.496	—	2.064	—	22.75
7	71.5	H U	0.495	70	0.472	90	1.896	129	22.48
			0.501	—	0.503	—	2.022	—	21.97

Dans chaque expérience, on introduisait dans la circulation un mélange de plusieurs sels, en injectant leur solution dans laquelle les cations se trouvaient approximativement dans la même proportion que dans l'hémolymphe normale du crabe. De cette façon, on obtenait au moment de l'injection un accroissement égal en pour cent de la concentration, dans l'hémolymphe normale, des cations

TABLEAU VIII

Concentration de l'hémolymphe en composants minéraux après l'injection de la solution de $MgCl_2 + MgSO_4$ (25.7 cm³), contenant 620 mgr. de Mg et 415 mgr. de S. — Poids de l'animal (nr. 7a) = 1217 gr. Début de l'expérience (nr. XIII) : 17-I-1929, 11 h. 15.

N ^o d'observation	Temps écoulé après l'injection h.	H (hémolymphe) U (urine)	Mg		S		K	Ca	Cl
			mgr. cm ³	%	mgr. cm ³	%	mgr. cm ³	mgr. cm ³	mgr. cm ³
1	0	H	1.424	100	0.840	100	0.668	0.550	22.20
		U	1.725	—	1.222	—	0.529	0.561	22.20
2	1.7	H	3.366	238	2.065	246	0.542	0.504	23.43
		U	3.388	—	2.215	—	0.509	0.496	—
3	3.2	H	2.990	211	1.834	218	0.626	0.527	22.04
		U	3.144	—	2.197	—	0.507	0.546	—
4	10.7	H	2.544	179	1.552	188	0.628	0.552	21.90
		U	2.748	—	1.832	—	0.537	0.561	—
5	23.5	H	2.180	153	1.368	163	0.618	0.546	22.30
		U	2.458	—	1.521	—	0.558	0.561	22.66
5	144.0	H	1.596	112	0.961	114	0.735	0.538	19.34
		U	1.598	—	1.117	—	0.571	0.542	19.49

étudiés. Au cas d'une vitesse d'élimination égale pour tous les ions introduits, les courbes exprimant le pourcentage de l'accroissement de leurs concentrations par rapport au temps, devraient coïncider. Au cas contraire, les divergences existant dans le parcours de ces courbes pourraient nous donner des renseignements plus exacts quant aux vitesses relatives avec lesquelles les ions introduits sont éliminés de la circulation. En injectant, dans une série d'expériences effectuées sur divers individus, des mélanges de sels contenant un cation commun, nous avons pu établir l'ordre exprimant la vitesse relative avec laquelle les sels particuliers sont éliminés de l'hémolymphe.

Nous avons effectué plusieurs expériences du type que nous venons de décrire ; nous donnons ici le résultat de deux expériences les plus complètes et les plus réussies. Dans ces deux expériences, l'ion commun des mélanges injectés a été le magnésium, introduit sous la forme de $MgCl_2$. Dans la première expérience (v. tabl. VII), on a employé la solution de $KCl + CaCl_2 + MgCl_2$ contenant les quantités suivantes de cations :

Mg	12.69 mgr./cm ³
Ca	4.12 »
K ..	4.89 »

c'est-à-dire ces ions ont été pris en rapport 1 : 0.32 : 0.39, tandis que dans l'hémolymphe de l'animal avant l'injection, on a trouvé les concentrations suivantes de ces ions :

Mg	1.471 mgr./cm ³
Ca	0.523 »
K	0.704 »

c'est-à-dire en rapport 1 : 0.35 : 0.48, différent de celui du liquide injecté surtout par une proportion plus grande d'ions de potassium.

Dans la seconde des expériences citées (tabl. VIII), on a injecté la solution de $MgCl_2 + MgSO_4$ qui contenait :

Mg	24.52 mgr./cm ³
S	16.14 »

c'est-à-dire $Mg : S = 1 : 0.65$, tandis que dans l'hémolymphe normale de ce crabe on a trouvé ces ions en quantités suivantes :

Mg	1.424 mgr./cm ₃
S	0.840 »

c'est-à-dire contenant le magnésium et le soufre dans le rapport de : 0.59.

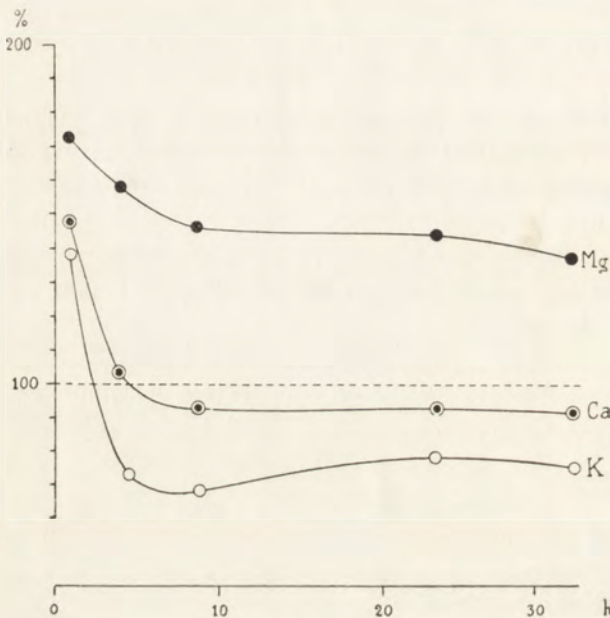
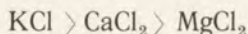


FIG. 2. — Concentrations de potassium, de calcium et de magnésium dans l'hémolymphe (exprimées en % de leurs valeurs initiales), après l'injection de la solution de $KCl + CaCl_2 + MgCl_2$. D'après les données du tableau VII.

Dans l'expérience où l'on a injecté un mélange de chlorures (tabl. VII, fig. 2), déjà le premier échantillon d'hémolymphe, pris une heure après l'injection et soumis à l'analyse, démontra un rapport quantitatif de cations introduits s'écartant notablement de la norme : notamment au lieu d'un accroissement relatif presque égal de la concentration de ces ions, l'accroissement de la concentration du magnésium a été de 72%, du calcium de 48%, tandis que du potassium, à peine 29%. Ces différences ont été encore plus fortement accentuées pendant les heures suivantes : après 8 h. 30, on a encore trouvé dans l'hémolymphe un surplus notable (47%) de

magnésium, tandis que la concentration des deux autres ions était tombée pendant le même temps au dessous de la valeur initiale et se montait pour le calcium à 92% et pour le potassium à peine à 68% de la concentration initiale de ces ions avant l'injection.

La figure 2 retrace le cours de la disparition de ces trois cations de l'hémolymphe en présentant en fonction du temps les quantités de Mg, de Ca et de K, exprimées en pour cent de leurs concentrations dans l'hémolymphe d'un crabe normal. Le rapport de ces courbes prouve que la vitesse d'élimination des sels injectés diminue dans l'ordre suivant :



Dans la deuxième expérience d'une même série (tabl. VIII), d'où l'on a injecté simultanément du MgCl_2 et du MgSO_4 , on a trouvé dans un échantillon d'hémolymphe, pris après 1.7 h., 3.366 mgr. de Mg et 2.065 mgr. de S dans un cm^3 , tandis qu'un volume égal d'hémolymphe analysée avant l'injection contenait 1.424 mgr. de Mg et 0.840 mgr. de S. La concentration de ces ions dans un cm^3 s'est accrue de 1.942 mgr. de Mg et de 1.225 mgr. de S, c'est-à-dire dans le rapport 1 : 0.63. Attendu que ces ions se trouvaient dans la solution injectée presque dans la même proportion (1 : 0.65), nous pouvons affirmer que les différences dans la vitesse d'élimination de ces deux sels de magnésium sont bien moindres que celles des sels injectés dans l'expérience précédente.

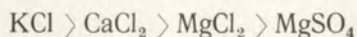
TABLEAU IX

Quantités de magnésium et de soufre minéral qui restent dans les liquides nourriciers du crabe après divers laps de temps consécutifs à l'injection de la solution de MgCl_2 et de MgSO_4 . Ces quantités ont été calculées d'après les données du tabl. VIII.

Temps écoulé après l'injection h.	Mg total mgr./ cm^3	S total mgr./ cm^3	Mg		Rapport : $\frac{\text{Mg}(\text{MgCl}_2)}{\text{Mg}(\text{MgSO}_4)}$
			comme MgSO_4 mgr./ cm^3	comme MgCl_2 mgr./ cm^3	
1.7	1.942	1.225	0.928	1.014	1.09
3.2	1.566	0.994	0.753	0.813	1.08
10.7	1.120	0.712	0.540	0.580	1.01
23.5	0.756	0.528	0.400	0.356	0.89
144.0	0.172	0.121	0.092	0.080	0.87

Afin de déterminer le sens et la grandeur de cette différence, nous donnons dans le tableau IX les quantités des ions de magnésium liées au Cl et au SO₄ qui, dans les moments successifs de l'expérience, restaient encore dans l'hémolymphe. De la grandeur du rapport quantitatif de ces ions (dernière colonne dans le tableau) qui diminue constamment pendant la durée de l'expérience, nous concluons que le MgCl₂ est éliminé de l'hémolymphe plus rapidement que le MgSO₄.

En nous basant donc sur les expériences analysées dans ce chapitre, nous pouvons établir l'ordre exprimant la vitesse relative avec laquelle les sels minéraux étudiés sont éliminés de la circulation du crabe :



3. — LE RÔLE DE LA GLANDE ANTENNAIRE

Ayant supposé que la comparaison de la composition minérale de l'urine et de l'hémolymphe chez les animaux normaux peut nous donner un premier renseignement sur le rôle de la glande antennaire dans l'élimination des électrolytes, nous avons effectué plusieurs séries de dosages de certains ions dans ces deux liquides. Dans le tableau suivant (X), nous donnons les résultats de deux séries de déterminations de ce genre, où nous trouvons les données concernant la concentration des ions dosés dans l'urine et dans le liquide intercellulaire de l'hémolymphe.

TABLEAU X

Comparaison de la composition minérale de l'hémolymphe avec celle de l'eau de mer et de l'urine.

Composants	N° de l'expérience : XIII, N° 7a de l'animal			N° de l'expérience : XV N° 9 de l'animal	
	Eau de mer mgr./cm ³	Liquide ultrafiltré de l'hémo- lymphe mgr./cm ³	Urine mgr./cm ³	Liquide ultrafiltré de l'hémo- lymphe mgr./cm ³	Urine mgr./cm ³
Cl	22.62	22.20	22.20	22.44	21.60
S	1.071	0.840	1.220	—	—
K	0.534	0.643	0.528	0.677	0.562
Ca	0.517	0.460	0.561	0.436	0.626
Mg	1.702	1.242	1.725	1.283	1.933

En étudiant les chiffres de ce tableau, nous voyons que la composition minérale de l'urine d'un crabe ayant jeûné est en général assez rapprochée de la composition de l'hémolymphe. Cependant, tandis que certains ions se trouvent dans les deux liquides en concentrations presque identiques (Cl), les concentrations des autres ions présentent des différences très caractéristiques. Cela concerne surtout le fait, ne pouvant être expliqué pour le moment, que le potassium se trouve dans l'urine dans une concentration bien moindre (de 17.9 et de 17.0%) que dans l'hémolymphe. Par contre les autres composants, c'est-à-dire le calcium, le magnésium et le soufre inorganique sont toujours plus concentrés dans l'urine que dans le liquide intermicellaire de l'hémolymphe et cela à un degré marqué, car, dans les deux cas, nous constatons un surplus de calcium de 22 et de 44%, de magnésium de 39 et de 51% et de soufre presque autant, car 45% de plus que dans l'hémolymphe.

Il est bien plus difficile d'interpréter les résultats des expériences dans lesquelles nous avons injecté des sels. D'abord parce qu'il n'avait pas toujours été possible d'extraire complètement l'urine du réservoir urinaire et ensuite, à cause des changements produits par la désalbumination dans la répartition des électrolytes dans l'hémolymphe. En prenant en considération les restrictions qui résultent de ces faits, nous pouvons cependant, en nous basant sur les données présentées dans les tableaux VII et VIII, arriver aux conclusions suivantes :

Dans la majorité des expériences les courbes exprimant les concentrations dans l'urine et l'hémolymphe des ions introduits dans la circulation, sont presque parallèles. De même que chez les animaux normaux, ici aussi le potassium fait exception, car, après l'injection de quantités relativement grandes de KCl (tabl. VII), la concentration des ions de potassium dans l'urine pendant les premières heures n'augmente point et même, au contraire, elle diminue sensiblement, bien que dans l'hémolymphe on ait constaté un accroissement notable de la concentration de cet ion.

Quant à la question du rapport quantitatif des concentrations, tous les autres composants injectés — le calcium, le magnésium et le soufre minéral — sont éliminés dans l'urine en concentration plus grande, de même que chez les animaux normaux. Des résultats particulièrement nets ont été obtenus dans les expériences consistant à injecter du CaCl_2 (tabl. VII) et du MgSO_4 (tabl. VIII) : dans le premier

cas, le surplus du calcium dans l'urine s'est élevé jusqu'à 9% (sans tenir compte du fait que dans l'hémolymphe désalbuminée, sa concentration est environ de 12% plus grande que dans le liquide ultrafiltré, v. le tabl. I), dans l'autre cas, le magnésium qui se lie en grandes quantités avec la phase dispersée de l'hémolymphe (ca 13%) et le soufre minéral se trouvaient dans l'urine en concentrations bien plus grandes, s'élevant jusqu'à 13% (tabl. VIII, observ. 5) ou jusqu'à 20% (observ. 3), que dans l'hémolymphe desalbuminée.

En nous basant donc sur ces faits, nous pouvons considérer comme justifiée l'opinion disant que la glande antennaire est un organe de la sécrétion qui concentre les sels de calcium et de magnésium se trouvant dans l'hémolymphe.

Afin de constater quel est le rôle du rein dans l'élimination des électrolytes, il faut non seulement connaître la composition minérale de l'urine, mais aussi la vitesse de son passage par la glande antennaire du crabe. Les déterminations de ce genre se heurtent toutefois, comme nous l'avons déjà mentionné, à de grandes difficultés consistant à ne pas pouvoir déterminer quantitativement l'urine sécrétée pendant une période expérimentale donnée. C'est pourquoi nos chiffres ne peuvent avoir qu'une valeur approximative.

TABLEAU XI

Vitesse de l'excrétion de l'urine chez Maja squinado. — Poids de l'animal = 2190 gr. Avant le commencement de l'observation on a recueilli ca. 31 cm³ d'urine.

Périodes dans lesquelles l'urine a été recueillie	Durée de chaque période h.	Quantité de l'urine excrétée			
		pendant chaque période cm ³	pendant une heure cm ³	moyennes par heure cm ³	moyennes par 24 heures cm ³
16-II-11 h. 30-16-II-19 h. 00 ..	7.5	18	2.41	} 1.96	} 47.0
» 19 h. 00- » 22 h. 55 ..	3.9	12	3.07		
» 22 h. 55-17-II-12 h. 00 ..	13.1	18	1.37		
17-II-12 h. 00-17-II-16 h. 00...	4.0	19	4.75	} 2.54	} 61.0
» 16 h. 00- » 22 h. 30 ..	6.5	17	2.61		
» 22 h. 30-18-II-11 h. 00 ..	12.7	23	1.81		
18-II-11 h. 00-18-II-13 h. 35...	2.5	12	4.80	} 2.65	} 63.6
» 13 h. 35- » 21 h. 30 .	7.9	24	3.04		
» 21 h. 30-19-II-12 h. 00 .	14.5	30	2.07		

Nous résumons dans le tableau XI les résultats d'une observation pareille, ayant duré trois jours, effectuée sur un animal exceptionnellement grand (2190 gr.). Le crabe se trouvait constamment dans un aquarium d'où on ne le retirait que pour la durée de la récolte de l'urine. Après avoir soigneusement vidé les vessies au début de l'expérience, on répétait cette opération de temps en temps (4 à 14 h.) en tirant le liquide de deux orifices urinaires et en notant chaque fois son volume. Comme nous voyons, la quantité de l'urine sécrétée par heure varie dans de larges limites (1.37-4.80 cm³) et est en général moindre pendant la nuit. Dans les calculs comprenant 24 h., ces chiffres diffèrent moins (47.0-63.6 cm³) et la vitesse d'excrétion moyenne pendant ces trois jours est de 57.3 cm³. Cela ne fait que 26.1 cm³ par kgr. et par 24 h., autrement dit la quantité d'eau traversant les glandes antennaires pendant 24 h. en conditions normales ne dépasse pas de beaucoup une quantité égale à 3% de la masse du corps de l'animal.

En regard de ce fait et en prenant en considération que dans les conditions normales la concentration des sels particuliers dans l'urine ne diffère que très peu de celle de ces composants dans l'hémolymphe, nous arrivons à la conclusion que le rôle de la glande antennaire dans l'élimination du surplus des électrolytes de la circulation est insignifiant.

Afin de nous rendre compte de ce rôle, nous avons calculé les quantités absolues du composant injecté qui, au cours de la période donnée, disparaissent de la circulation et apparaissent dans l'urine. Comme point de départ de nos calculs, nous avons pris l'expérience (tabl. VIII) où nous avons introduit un grand surplus d'ions de magnésium qui, comme on le sait, disparaissent assez lentement de la circulation et qui sont éliminés dans l'urine dans une concentration plus grande que leur concentration dans l'hémolymphe.

En prenant par exemple en considération (tabl. VIII) la période écoulée entre la deuxième et la cinquième observation et la vitesse moyenne d'excrétion de l'urine par le crabe (31.8 cm³ par 24 h.), ainsi que la concentration moyenne du magnésium dans l'urine (2.923 mgr./cm³) et dans l'eau de mer (1.702 mgr./cm³) résorbée à la place de l'urine excrétée, nous obtiendrons la quantité de magnésium éliminée par voie des reins : égale à 35 mgr. La quantité de magnésium qui, en même temps, c'est-à-dire pendant 21.8 h., disparaît de la circulation, est calculée de la différence entre sa quantité

existant dans l'hémolymphe au début de l'expérience (3.366 mgr./cm³ et à la fin de celle-ci (2.180 mgr./cm³), étant donné que nous connaissons le volume de l'hémolymphe chez le crabe. En admettant que le volume total de l'hémolymphe dans le corps du crabe est égale à peu près à 40 % de son poids (1), c'est-à-dire égale environ à 500 cm³, nous arrivons à la conclusion que la quantité de magnésium éliminée de la circulation s'élève à 590 mgr., tandis que celle excrétée par la voie de la glande antennaire n'est que de 35 mgr.

Dans l'expérience citée, les animaux n'ont donc excrété avec leur urine que 6% à peine de cette quantité de magnésium qui a disparu de l'hémolymphe. La glande antennaire contribue encore moins à éliminer les autres cations.

Ces faits prouvent que lorsque la composition normale des électrolytes dans l'hémolymphe est violemment troublée, nous voyons entrer en jeu des mécanismes qui sont bien plus puissants et plus efficaces que les glandes antennaires et éliminent rapidement le surplus des composants introduits dans les liquides organiques.

Discussion des résultats obtenus

Nos expériences consistant à injecter dans la circulation des sels divers et à examiner leur comportement, prouvent que les crabes ont la faculté d'éliminer de l'hémolymphe le surplus des électrolytes qui troublent les rapports quantitatifs normaux existant entre ces sels. La vitesse de cette élimination dépend de la quantité des composants introduits en excès dans le milieu intérieur des animaux.

Il paraît à priori être une nécessité physiologique que les animaux poecilomotiques vivant dans l'eau de mer soient en même temps des organismes homéochimiques. Autrement on ne pourrait pas expliquer en premier lieu, le fait que la majorité des Invertébrés marins possède une composition minérale de l'hémolymphe manifestant — en comparaison avec l'eau de mer — des différences notables des concentrations

(1) Chez le crabe n° 6 (602 gr.) que nous avons utilisé pour cette détermination, nous avons trouvé par voie directe, c'est-à-dire par la saignée, 46.6% d'hémolymphe par rapport au poids du corps. Cet animal a été antérieurement employé à l'expérience consistant à lui injecter du MgSO₄ dans la circulation. Le calcul du volume de l'hémolymphe effectué sur la base de la concentration du soufre minéral avant l'injection (0.875 mgr./cm³) et peu de temps après celle-ci (2.736 mgr./cm³) a donné le chiffre 44.7% bien rapproché à celui trouvé par voie directe.

des composants minéraux (MACALLUM 24, BETHE et BERGER 6) dans le cas par exemple du *Maja squinado* (tabl. X) la concentration du calcium, du magnésium et du soufre inorganique dans l'hémolymphe est de 11%, 27% et 22% moindre que dans l'eau de mer. On ne pourrait également pas comprendre le fait que la composition minérale des liquides organiques de ces animaux reste constante, soit dans l'état de jeûne, où les électrolytes venant des tissus qui s'usent, passent dans la circulation en proportions autres que celle de l'hémolymphe, soit dans les conditions de nutrition, où la surface résorbante des intestins introduit dans l'hémolymphe, avec les aliments, des quantités fort variables de divers composants minéraux.

Le problème qui exige une explication spéciale c'est celui du mécanisme de ce phénomène, qui reste encore obscur. Nos recherches ont notamment prouvé que la glande antennaire est un organe d'excrétion travaillant très lentement tout en pouvant suffire à sa tâche en conditions normales où la composition minérale de l'hémolymphe ne se modifie que peu. Mais le rein du crabe n'arrive pas à éliminer tout le surplus des composants qui ont été expérimentalement introduits dans la circulation.

On peut donc se demander par quelles voies ce surplus est éliminé du liquide du corps de l'animal ?

Il n'est pas impossible qu'une partie de ce surplus soit éliminée par les parties molles du tégument : on pourrait considérer comme décisives en cette question des expériences où, après l'injection des sels et occlusion hermétique de la bouche, de l'anus et des orifices operculaires, on aurait placé l'animal dans de l'eau de mer où l'on déterminerait à diverses périodes de l'expérience la concentration des électrolytes injectés. C'est dans ce sens qu'il faut interpréter les recherches de BETHE (4) relatives au *Carcinus Moenas*, où cet auteur a constaté une diminution de la concentration normale de certains électrolytes dans le sang d'un crabe, placé dans une eau de mer artificielle, privée de ces électrolytes. Toutefois, ces expériences ne sont pas suffisamment probantes, car la résorption de l'eau de mer par le tube digestif, n'était pas expérimentalement exclue.

Dans nos expériences, la diffusion à travers la surface du corps n'a vraisemblablement joué qu'un rôle secondaire. Cela résulte de la rapidité avec laquelle certains sels injectés disparaissent de la circulation. Par exemple, dans l'expérience où l'on injectait un mélange de $KCl + CaCl_2 + MgCl_2$ (tabl. VII et fig. 2), la quantité totale du

potassium introduit (196 mgr.) a disparu de l'hémolymphe déjà après 2 h. 16 min. et après 4 h. 20 min., on n'a pas trouvé de traces de toute la quantité (165 mgr.) du calcium injecté.

Ce fait plaiderait en faveur de l'existence dans l'organisme de mécanismes fonctionnant plus rapidement que les glandes antennaires ou les téguments du corps. En comparant ce phénomène avec celui de la régulation de la composition minérale du sérum sanguin chez les animaux homéostotiques (MAGNUS 26) nous voyons de nombreuses raisons en faveur de la thèse disant que, dans le phénomène en question, nous avons aussi affaire à un état d'équilibre réversible existant entre, d'une part, l'hémolymphe, et d'autre part, les tissus du corps. L'ébranlement de l'équilibre, dans le sens d'un changement de concentration d'un des composants minéraux de l'hémolymphe produit la liaison ou la libération de ce composant par les tissus. Dans nos expériences, nous verrions entrer en jeu une affinité particulièrement forte des composés potassiques par rapport aux tissus, car ces composés disparaissent le plus vite de la circulation et agissent tout de suite d'une manière très toxique sur l'animal.

Les glandes antennaires et les autres systèmes d'excrétion ne jouent que le rôle de soupapes à orifice étroit et sensibles aux petites variations de concentrations partielles qui ont continuellement lieu dans le milieu intérieur de l'organisme.

Résumé

1^o Le *Maja squinado*, ayant, dans l'hémolymphe, la composition et la concentration des électrolytes voisines de celles de l'eau de mer, manifeste la faculté très marquée de régler la composition minérale des liquides nourriciers de son corps : des sels, composants normaux de l'hémolymphe, introduits en excès dans la circulation, disparaissent plus ou moins rapidement de l'hémolymphe.

2^o La faculté d'éliminer du milieu intérieur le surplus des composants minéraux n'est pas égale pour les différents sels : l'élimination la plus rapide est celle du chlorure de potassium, très toxique, la plus lente, celle du sulfate de sodium.

3^o Les expériences où l'on injectait un mélange de deux sels ou plus, en quantité augmentant à un degré égal leur concentration dans l'hémolymphe, ont prouvé que, au point de vue de la vitesse de leur disparition de la circulation, des sels peuvent être présentés dans l'ordre suivant : $KCl > CaCl_2 > MgCl_2 > MgSO_4$

4° La glande antennaire à l'aptitude d'éliminer de l'hémolymphe le surplus des électrolytes : cela est prouvé par des expériences où l'on prenait en même temps et analysait des échantillons d'urine et d'hémolymphe.

5° Les ions de calcium et de magnésium, ainsi que le soufre minéral se trouvent dans l'urine des animaux, en conditions normales et expérimentales, en concentrations plus grandes que dans l'hémolymphe.

6° A cause de la petite vitesse d'élimination de l'urine par la glande antennaire (égale à peu près à 3% de la masse du corps par 24 h.) et à cause de la faculté de ne concentrer que faiblement les électrolytes dans l'urine, cette glande a le caractère d'un organe d'excrétion travaillant très lentement. Dans les processus de l'élimination de grandes quantités d'électrolytes de l'hémolymphe, surtout pendant les premiers moments après l'injection, cet organe ne joue qu'un rôle très peu important.

7° Il y a des faits qui permettent de supposer que dans ces processus, le rôle principal est joué par les tissus du corps qui saisissent le surplus des composés minéraux introduits dans l'appareil circulatoire et les absorbent.

BIBLIOGRAPHIE

1. R. D. BELL and E. A. DOISY. — Rapid colorimetric methods for the determination of phosphorus in urine and blood, *Journ of biol. Chem.*, XLIV, 55, 1920.
2. A. BETHE. — Die Bedeutung der Elektrolyten für die rhythmischen Bewegungen der Medusen. I. Theil: Die Wirkung der im Seewasser enthaltenen Salze auf die normale Meduse, *Arch. f. d. ges. Physiol.*, CXXIV, 541, 1908.
3. ID. — Der Einfluss der Ionen des Seewassers auf rhythmische Bewegungen der Meerestieren, *Arch. f. d. ges. Physiol.*, CCXVII, 456, 1927.
4. ID. — Ionendurchlässigkeit der Körperoberfläche von wirbellosen Tieren des Meeres als Ursache der Giftigkeit von Seewasser abnormer Zusammensetzung, *Arch. f. d. ges. Physiol.*, CCXXI, 344, 1928.
5. ID. — The permeability of the surface of marine animals, *Journ. of gen. Physiol.*, XIII, 437, 1930.
6. A. BETHE und E. BERGER. — Variationen im Mineralbestand verschiedener Blutarten, *Arch. f. d. ges. Physiol.*, CCXXVII, 571, 1931.
7. K. BIALASZEWICZ. — O składzie mineralnym komorek jajowych, *Trav. de l'Institut Nencki* (Varsovie), III, n° 52, 1926.
8. ID. — Sur la composition minérale des cellules-œufs, *Public. della Stazione Zool. di Napoli*, VIII, 355, 1927.
9. ID. — O zastosowaniu ultrafiltracji w badaniach nad rozmieszczeniem elektrolitów w cytoplazmie, *Trav. de l'Institut. Nencki* (Varsovie), IV, n° 57, 1927.
10. ID. — L'ultrafiltration appliquée à l'étude de la répartition des électrolytes dans le cytoplasme, *Ann. de Physiol.*, IV, 1, 1928.

11. ID. — Studja porównawcze nad składem cieczy miedzycząstkowej komorek jajowych, *Acta Biol. Exper.* (Varsovie), 1, n^o. 11, 1928.
12. ID. — Recherches sur la répartition des électrolytes dans le protoplasme des cellules ovulaires, *Protoplasma*, VI, 1, 1929.
13. ID. — Badania nad zjawiskami regulowania składu mineralnego cieczy ciała. I, *Acta Biol. Exper.* (Varsovie), V, 57, 1930.
14. Ph. BOTTAZZI and E. ENRIQUES. — Ueber die Bedingungen des osmotischen Gleichgewichts und Gleichgewichtsmangels zwischen den organischen Flüssigkeiten und dem äusseren Medium bei den Wassertieren, *Arch. f. (Anat. u.) Physiol.*, suppl., 109, 1901.
15. A. BRIGGS. — A modification of the Bell-Doisy phosphate method, *Journ. of biol. Chem.*, LIII, 13, 1922.
16. C. DEKHUYZEN. — Sur la semiperméabilité biologique des parois extérieures des Sipunculides, *C. R. Acad. des Sc.*, CLXXII, 238, 1921.
17. M. DUVAL. — Recherches physico-chimiques et physiologiques sur le milieu intérieur des animaux aquatiques. Modifications sous l'influence du milieu extérieur, *Ann. de l'Instil. océanogr.*, nouvelle série, III, 233, 1925.
18. Léon FREDERICQ. — Sur la concentration moléculaire du sang et des tissus chez les animaux aquatiques, *Arch. de Biol.*, XX, 709, 1904.
19. ID. — Action du milieu marin sur les Invertébrés, *Arch. Intern. de Physiol.*, XIX, 309, 1922.
20. G. HECHT. — Bestimmung des Organkalkes nach de Waard, *Bioch. Zeitschr.*, CXLIII, 324, 1923.
21. V. HENRI et S. LALOU. — Régulation osmotique des liquides internes chez les Echinodermes, *Journ. de Physiol. et Path. gén.*, VI, 9, 1904.
22. B. KRAMMER and F. F. TISDALL. — A clinical method for the quantitative determination of potassium in small amounts of serum, *Journ. of biol. Chem.*, XLVI, 339, 1921.
23. A. B. MACALLUM. — On the inorganic composition of the medusae *Aurelia flavidula* and *Cyanea arctica*, *Journ. of Physiol.*, XXIX, 213, 1903.
24. ID. — The inorganic composition of the blood in vertebrates and invertebrates, and its origin, *Proc. Roy. Soc. B.*, LXXXII, 602, 1910.
25. ID. — The paleochemistry of the body fluids and tissues, *Physiol. Rev.*, 316, 1926.
26. R. MAGNUS. — Ueber die Veränderungen der Blutzusammensetzung nach Kochsalzinfusion, *Arch. f. exp. Path. u. Pharm.*, XLIV, 396, 1900.
27. P. MARCHAL. — Recherches anatomiques et physiologiques sur l'appareil excréteur des Crustacés Décapodes, *Arch. de Zool. Expér. et Gén.*, sér. II, X, 1892.
28. R. QUINTON. — L'eau de mer, milieu organique, 2^e édition. Masson, Paris, 1912.
29. ID. — Perméabilité de la paroi extérieure de l'Invertébré marin, non seulement à l'eau, mais encore aux sels, *C. R. Acad. des Sc.*, CXXXI, 952, 1900.
30. J. C. DE WAARD. — Eine Mikrobestimmung des Calciums in Blut, Serum und anderen organischen Substanzen, *Bioch. Zeitschr.*, XCVII, 176, 1919.
31. J. C. WHITEHORN. — A system of blood analysis. Simplified method for the determination of chlorides in blood plasma, *Journ. of biol. Chem.*, XLV, 449, 1921.

DOC. DR. JAN MYDLARSKI.

ANTHROPOLOGISCHE CHARAKTERISTIK DER TEILNEHMER AN DEN INTERNATIONALEN SKIWETTLAEUFEN IN ZAKOPANE IM J. 1929/

(Aus der biometrischen Anstalt des Nencki-Instituts der Warschauer Wissenschaftlichen Gesellschaft).

Der praktische Zweck der Untersuchung der hervorragendsten Individuen in den einzelnen Sportzweigen ist in erster Reihe die Orientierung über die Richtung der, sowohl in Bezug auf den allgemeinen morphologischen Körperbau, als auch die Leistungsfähigkeit einzelner Organe stattfindenden Selektion.

Der Körperbau spielt jedoch nicht in allen Sportzweigen eine entscheidende Rolle, und scheint eher umgekehrt nur in manchen auf den ersten Plan zu treten. Daher muss die Untersuchung des Körperbaus allein, ohne Zusammenhang mit der physiologischen und psychischen Leistungsfähigkeit des Organismus, immer versagen. Bei Sportleistungen ist nämlich unzweifelhaft die Leistung des Organismus als Ganzes das entscheidende Moment. Deshalb treten bei der Untersuchung von sportiven Gruppen die konstitutionellen Probleme in den Vordergrund. Unter Konstitution verstehe ich hiebei die eigenartige Reaktion des Organismus als Ganzes auf die Umgebung. Daher müssen morphologische Untersuchungen von Sportgruppen sich vor allem die Aufgabe stellen, konstitutionelle Typen zu bestimmen, d. i. Gruppen von Individuen, welche in ähnlicher Weise auf ihre Umgebung reagieren und naturgemäss gewisse morphologische, physiologische und psychische Aehnlichkeiten aufweisen.

Die vorliegende Arbeit wurde mit dem Vorsatz unternommen, Material zu sammeln, um die Untersuchung des Konstitutionsproblems vom anthropologischen Standpunkte aus zu ermöglichen.

Das Untersuchungsschema enthielt 42 Merkmale und diente sowohl zur Rassenbestimmung, als auch zur Erfassung des allgemeinen morphologischen Körperbaus (siehe S. 13 und 14). Ausserdem berücksichtigte ich die physiologischen und psycho-

technischen, an dem gleichen Material gemachten, Beobachtungen von *W. Missiuro*¹⁾, *G. Szulc*²⁾ und *B. Zawadzki*³⁾.

Ich wendete bei der Rassenanalyse 10 Merkmale an. Die Mittelwerte, betreffend sowohl die ganze Gruppe, als auch die einzelnen Nationalitäten, sind in den Tafeln I und II enthalten. Da ich mich über die nationalen Verschiedenheiten orientieren wollte, bediente ich mich der Aehnlichkeitsmethode von *J. Czekanowski*⁴⁾. Ich berechnete nämlich die Abweichungen der einzelnen nationalen Mittelwerte von den Mittelwerten der Gesamtheit der Wettläufer und die Aehnlichkeitskoeffizienten der einzelnen Nationalitäten nach der Formel *Spearman's*. (Rangkorrelation). Tafel III. enthält die Aehnlichkeitskoeffizienten einzelner Nationalitäten. Fig. 1. stellt die positiven Koeffizienten graphisch dar. Im Diagramm der Fig. 1, machen sich deutlich zwei Gruppen bemerkbar. Zur ersten Gruppe gehören unzweifelhaft die sich im Skisport auszeichnenden Nationen, zu denen unbestritten die Norweger, Schweden, Schweizer und Deutschen zu rechnen sind. In der zweiten Gruppe finden wir nur die Finländer, welche in diesem Sport ebenfalls eine hervorragende Stellung einnehmen. Die erste Gruppe unterscheidet sich von der zweiten vor allem durch höhere Körpergrösse, verlängertere Kopf — und Gesichtsform und eine schmalere Nase. Es ist folglich in der ersten Gruppe unzweifelhaft mit dem Uebergewicht der nordischen Rasse zu rechnen.

Mittels derselben Aehnlichkeitsmethode habe ich jeden der untersuchten 68 Skiläufer bestimmt, und 7 anthropologische Typen¹⁾ in folgendem zahlenmässigen Verhältnis ausgesondert.

¹⁾ *Missiuro W.*: L'influence de l'entraînement et des efforts sportifs sur le coeur, *Przegląd Sportowo-Lekarski* (Medizinische Sport-Revue) H. 1. Warszawa 1931.

²⁾ *Szulc G.*: Examen de l'appareil respiratoire chez les skieurs à Zakopane en 1929. *Przegl. Sport.-Lekarski* (Medizinische Sport-Revue), H. 3 — 4. Warszawa. 1930.

³⁾ *Zawadzki B.*: Les recherches concernant le temps des la réaction psycho-motrice au moment de la perte de l'équilibre chez les skieurs. *Przegl. Sport. Lek.* (Mediz. Sport-Revue) H. 1 — 2 Warszawa 1930.

⁴⁾ *Czekanowski J.*: Anthropologie von Polen. Begleitworte zur synthetischen und anthropologischen Karte von Polen. *Petermanns Mitteilungen* 1929. I. 113 — 119.

¹⁾ Vergleiche: *Czekanowski J.*: Das Typenfrequenzgesetz, *Anthropologischer Anzeiger*. Bd. V. H. 3. S. 325 — 359.

Rosiński B.: Anthropogenetische Auslese. *Anthrop. Anz.* Bd. VI. S. 49 — 64.

Nordischer Typus (α)	20·6%
Nordwestlicher Typus (ι)	14·7%
Subnordischer Typus (γ)	36·8%
Littoraler Typus (ρ)	13·2%
Preslavischer Typus (ξ)	8·8%
Alpiner Typus (ω)	4·4%
Dinarischer Typus (ϑ)	1·5%

In der obigen Zusammenstellung fällt vor allem das Fehlen der drei restlichen Rasselemente, d. h. des mittelmeeerländischen (ε), laponoidalen (λ) und armenoidalen (χ) Typus auf, trotzdem das untersuchte Material auch aus Ländern stammt, wo diese Elemente zahlreich vertreten sind. An die erste Stelle rückt die nordische Gruppe (α , ι , γ), welche 72,1% aller Wettläufer ausmacht. In Zusammenhang damit drängt sich die Frage auf, ob die Selektion im Skisport nicht durch Rassenstruktur bedingt ist. In der Tat ergibt sich die Bevorzugung des nordischen Typus und seiner zwei Mischarten im Skisport sehr deutlich sogar am rein polnischen Material. Wenn man den durch *J.* und *W. Dybowski* bestimmten Rassencharakter der polnischen Turner auf der IX Olympiade mit demjenigen der polnischen Skiläufer in Zakopane vergleicht (Tafel VIII), so ergeben sich zu grosse und krasse Unterschiede, als dass sie einem Zufall oder einer falschen Bestimmung zugeschrieben werden könnten. Es müssen hier augenscheinlich deutliche Rassenunterschiede in den morphologischen, physiologischen und psychischen Dispositionen vorkommen, welche bei Vergleich dieser zwei Wettläuferkategorien, die zweifellos die höchste und somit am stärksten selektionierte Sportklasse darstellen, ein so grelles Bild liefern.

Die Charakteristik der anthropologischen Typen enthält Tafel IV., deren Aehnlichkeitskoeffizienten Taf. V und Fig. 3, die Variabilität der Merkmale im Rahmen der Typen (Oscillationsexponent Iherings) illustriert Taf. VI., den Rassencharakter nach den Nationalitäten Taf. VII.

Die allgemeine Charakteristik des Körperbaus der ganzen Wettläufergruppe, deren durchschnittliches Alter 24,4 Jahre betrug, liefern die Tafeln IX und X. Der Vergleich der besten Läufer mit der ganzen Gruppe (Taf. XI und XII) ergibt, dass scheinbar für den Skisport ein schlanker, leptosomatischer Körperbau mit gut entwickeltem Brustkorb das Geeignetste ist.

Die Ermittlung des Zusammenhangs zwischen morphologischem Körperbau und Rassestypus einerseits und der Leistungs-

fähigkeit des Organismus andererseits, stützt sich auf die Analyse des Korrelationsverhältnisses zu der transversalen Herzdimension, zum Puls, Blutdruck, Lungendurchmesser, zur Vitalkapazität der Lungen, Druckkraft der Hände und zur psychomotorischen Reaktion.

Die Korrelationskoeffizienten zwischen einzelnen anatomischen Dimensionen und Proportionen und dem Herzdurchmesser (Taf. XIV) ergeben, dass diejenigen Individuen eine grössere Herzdimension besitzen, welche sich durch höheren Wuchs bei verhältnismässig längerem Rumpfe, einen grösseren Brustkorbumfang, breitere Schultern und eine grössere Vitalkapazität der Lungen auszeichnen.

Die Korrelation zwischen der transversalen Herzdimension und dem Rassentypus drückt sich durch den Koeffizienten $C = 0,47 \pm 0,06$ aus. Die grössten Herzdimensionen besitzen der nordische und nordwestliche Typus, während der subnordische, alpine und dinarische die kleinsten Dimensionen aufweisen (Taf. XV).

Die Höhe des Korrelationskoeffizienten in Bezug auf die transversale Herzdimension hängt in hohem Masse von Rassen-elementen ab. In vom Rassenstandpunkt aus reineren Gruppen steigen diese Koeffizienten beträchtlich. So z. B. drückt sich diese Korrelation in Bezug auf die Körpergrösse an dem von *Rautmann* untersuchten Material durch $r = + 0,16$ aus, in der ganzen Gruppe der Wettläufer in Zakopane durch $r = + 0,22$ und in der abgesonderten subnordischen Gruppe durch $r = + 0,30$. Analog beträgt die Korrelation im Verhältnis zum Brustkorbumfang bei *Rautmann* $r = + 0,28$, bei der ganzen Gruppe der Wettläufer in Zakopane $r = + 0,49$, und in der subnordischen Gruppe $r = + 0,54$, die Korrelation im Verhältnis zu der transversalen Brustdimension in der ganzen von mir untersuchten Gruppe $r = + 0,43$, beim nordischen Typus $r = + 0,52$. Dies beweist, dass die Unsicherheit der bisherigen Kriterien, betreffend die Dimensionen des „normalen“ Herzens dadurch bedingt ist, dass man sich auf die Korrelationskoeffizienten von Gruppen stützte, die in Bezug auf Rasse nicht einheitlich waren.

Die Korrelation zwischen Aenderung des Herzens nach dem Laufe und Rassentypen drückt sich durch den Koeffizienten $C = 0,54 \pm 0,06$ (Taf. XVII.) aus. Vergrösserung des Herzens nach der Anstrengung weisen der nordische, subnordische und alpine Typus auf. Dies steht im Zusammenhang mit ihren psychischen

Eigenschaften in Zusammenhang, es ist dies nämlich schon der Effekt einer die normalen physiologischen Grenzen überschreitenden Anstrengung.

Die Korrelation zwischen Rassentypen und Pulsfrequenz vor dem Lauf drückt sich durch den Koeffizienten $C = 0.47 \pm 0.06$ (Taf. XVIII) aus. Hier stehen einander zwei anthropologische Gruppen gegenüber und zwar die nordische Gruppe mit rascherem Puls (α, ι, γ) den übrigen Elementen mit langsamerem Puls.

Die Korrelation zwischen der Pulsfrequenz im Ruhezustande und der Zunahme der Pulsfrequenz nach dem Lauf ist verhältnismässig stark, sie drückt sich nämlich durch $r = -0.55 \pm 0.06$ aus, steigt jedoch beträchtlich in einheitlichen Rassengruppen, so z. B. beträgt für den nordischen Typus $r = -0.81 \pm 0.06$ (nach der Formel *Pearson — Spearman*). Wir sehen also, dass einheitliche Rassengruppen eine viel grössere Regelmässigkeit aufweisen.

Die grösste Zunahme der Pulsfrequenz im Verhältnis zum Puls im Ruhezustande zeigen der preslavische, littorale und nordwestliche Typus, welche dem subnordischen und nordischen Typus mit geringer Pulsfrequenz gegenüberstehen. Der Zusammenhang zwischen der Zunahme der Pulsfrequenz nach dem Lauf und den Rassentypen drückt sich durch den Koeffizienten $C = 0.41 \pm 0.06$ (Taf. XIX) aus.

Die Korrelation zwischen der relativen Zunahme der Pulsfrequenz nach dem Lauf und der transversalen Herzdimension ist eine kurvi-lineare, da $r = -0.025 \pm 0.094$, dagegen $\eta = 0.43 \pm 0.08$ ist. Sowohl sehr bedeutende Zunahmen der Pulsfrequenz, als auch sehr geringe scheinen bei Individuen mit kleineren Herzdimensionen vorzukommen. (Taf. XX). Die Einwirkung von Rasselementen kompliziert dieses Korrelationsverhältnis, was in Sprüngen der Regressionslinie seinen Ausdruck findet. So z. B. drückt sich der Zusammenhang zwischen den Maxima der Regressionslinie und den Rassentypen des nordischen Komplexes durch den Koeffizienten $r = 0.48$ (Taf. S. 52) aus.

Die Korrelation zwischen der relativen Zunahme der Pulsfrequenz nach der Anstrengung und der Vitalkapazität der Lungen drückt sich durch den Koeffizienten $r = -0.18 \pm 0.09$ bei $\eta = 0.26 \pm 0.09$ aus. Die Regressionslinie veranschaulicht zwei verschiedene biologische Gruppen mit verschiedener Dyna-

mik (Taf. XXI). Eine mit grosser Vitalkapazität der Lungen und verhältnismässig grossen Herzdimensionen bei geringer Zunahme der Pulsfrequenz nach der Anstrengung (50 — 100%) und die zweite mit kleineren Herzdimensionen, bedeutend grösserer Zunahme der Pulsfrequenz (über 100% des Pulses im Ruhezustande) und gleichfalls verhältnismässig starker Vitalkapazität der Lungen. Eine äusserst kleine Vitalkapazität der Lungen ist mit einer Zunahme der Pulsfrequenz über und unter die optimalen Grössen dieser Gruppen verbunden. Zur ersten Gruppe gehören Individuen des nordischen Komplexes, zur zweiten die übrigen Rassentypen. Ein ähnliches Bild ergibt die Korrelation in Bezug auf den Ziemssen-Index. (Taf. XXII).

Die beiden obigen Gruppen lassen sich sehr deutlich in der Korrelation zwischen der Zunahme der Pulsfrequenz nach der Anstrengung einerseits und dem Verhältnis des Umfangs des Brustkorbes zur Körpergrösse andererseits bemerken. Die Korrelation ist ausdrücklich kurvi-linear, bei $r = -0.07 \pm 0.09$ und $\eta = 0.43 \pm 0.08$ (Taf. XXIII und Fig. 4). In der ersten Gruppe hängt eine grössere Zunahme der Pulsfrequenz nach der Anstrengung mit einem kleineren Umfang des Brustkorbes im Verhältnis zur Körpergrösse zusammen, in der zweiten ist die grössere Zunahme der Pulsfrequenz mit grösserem Brustkorbumfang verbunden. Es ist dies deutlich zu beobachten, wenn die Rassengruppen ausgeschaltet werden. Im nordischen Komplex ist der Korrelationskoeffizient $r = -0.22 \pm 0.10$, bei $\eta = 0.42 \pm 0.09$, während für die restlichen Rassenelemente r gleich $+0.54 \pm 0.07$ ist.

Die Korrelation zwischen dem Blutdruck im Ruhezustande und den Rassentypen ist schwächer und beträgt für den systolischen Blutdruck $C = 0.39 \pm 0.05$ und für den diastolischen $C = 0.29 \pm 0.06$ (Taf. XXIV und XXV). Der nordische und nordwestliche Typus haben einen verhältnismässig hohen systolischen Blutdruck und einen niedrigen diastolischen, während der subnordische sowohl einen hohen systolischen, als auch diastolischen Blutdruck besitzt, der preslavische und littorale Typus einen niedrigen systolischen und diastolischen Blutdruck, der alpine dagegen eine mittlere Stelle einnimmt.

Eine bedeutend stärkere Korrelation im Verhältnis zum Rassentypus weist die in Prozenten des Blutdrucks im Ruhezustande berechnete Differenz des Blutdrucks nach dem Laufe auf.

Die verhältnismässig geringste Abnahme sowohl des systolischen, als auch des diastolischen Blutdrucks zeigt der nordische und nordwestliche Typus, während der subnordische und der alpine die grösste Abnahme aufweisen. Der nordische Typus zeigt sogar im Durchschnitt eine Zunahme des diastolischen Blutdrucks nach der Anstrengung. Dies charakterisiert gewissermassen auch die psychische Seite des nordischen Typus, da es bereits eine Ueberschreitung der normalen physiologischen Grenzen der Anstrengung darstellt. Die Intensität der Abhängigkeit vom Rassen-typus drückt sich aus durch die Grösse $C = 0.49 \pm 0.07$ mit relativer Differenz des systolischen Blutdrucks und $C = 0.61 \pm 0.05$ mit relativer Differenz des diastolischen Blutdrucks (Taf. XXVI, XXVII und XXVIII) .

Die Korrelation zwischen der relativen Differenz des diastolischen Blutdrucks nach der Anstrengung und dem Ziemssen-Index drückt sich durch den Koeffizienten $r = -0.31 \pm 0.10$ aus. Die Regressionslinie zeigt, dass bei weniger vorteilhaftem Verhältnis der Vitalkapazität der Lungen zur Körpergrösse die relative Differenz des diastolischen Blutdrucks nach der Anstrengung entweder eine sehr grosse Ziffer mit negativem Vorzeichen oder aber eine Ziffer mit positivem Vorzeichen ist. Bei höchstem Wert des Ziemssen-Indexes beträgt die relative Differenz des diastolischen Blutdrucks nach der Anstrengung 21 bis 30% des Drucks im Ruhezustande. Es ist daher anzunehmen, dass dies wahrscheinlich optimale Werte sind (Taf. XXIX).

In den Korrelationskoeffizienten zwischen dem transversalen Lungendurchmesser und anderen Merkmalen lassen sich die folgenden Tendenzen bemerken: Eine grössere transversale Lungendimension besitzen Individuen von höherem Wuchs, mit breiterem und flacherem Brustkorb, kurzem Sternum, breiten Schultern, kurzem Rumpf und grösserer Vitalkapazität der Lungen.

Der transversale Lungendurchmesser ergibt ebenfalls eine Rassendifferenzierung, die sich durch den Koeffizienten $C = 0.44 \pm 0.06$ ausdrückt. Ein Ansteigen über die theoretischen Erwartungen hinaus, zeigt in Bezug auf die grösste Lungenbreite, das Fehlen eines Zusammenhangs vorausgesetzt, vor allem der nordwestliche Typus, ein bedeutend geringeres der nordische und beinahe gar keines der littorale Typus. Einen Zusammenhang mit der kleinsten Lungenbreite zeigen der pre-

slavische, dinarische, subnordische und nordische Typus (Taf. XXXII).

Die grösste Vitalkapazität der Lungen haben der alpine und nordwestliche Typus, dagegen die kleinste der pre-slavische, subnordische und dinarische. Aehnliche Differenzen ergeben sich auch in Bezug auf den Ziemssen-Index. (Taf. XXXI und XXXIII).

Die Korrelation zwischen dem allgemeinen Körperbau, charakterisiert durch das Verhältnis des Brustkorbumfangs zur Körpergrösse und zur Vitalkapazität der Lungen ist schwach, sie beträgt nämlich $r = + 0.17 \pm 0.08$. Diese schwache Korrelation findet ihre Erklärung in der Einwirkung von Rassenelementen. Es lassen sich hier nämlich wieder zwei biologische Gruppen mit verschiedenen Tendenzen bemerken. Zur ersten Gruppe gehören der nordische und subnordische Typus mit positiven Korrelationskoeffizienten. Und zwar beträgt der Korrelationskoeffizient für den subnordischen Typus $r = + 0.28$, während er sich für den nordischen Typus durch $r = + 0.47$ (*Spearman's* Koeffizient) ausdrückt. Ganz anders verhalten sich dagegen der pre-slavische und nordwestliche Typus, während bei dem littoralen Typus der Korrelationszusammenhang fehlt. Für den pre-slavischen Typus ist $r = - 0.63$ (*Spearman's* Koeffizient), für den nordwestlichen $r = - 0.80$ (*Spearman's* Koeffizient). Diese beiden letzteren Koeffizienten lassen sich nicht anders interpretieren, als auf die Weise, dass bei den zwei letzterwähnten Typen die Vergrösserung des Umfangs des Brustkorbs durch die stärkere Muskelentwicklung, nicht aber durch die Vergrösserung seiner Vitalkapazität bedingt ist. Wir konstatieren hier folglich indirekt auch Rassenunterschiede in der Muskulatur des Brustkorbes.

Die Mittelwerte der Druckkraft der Hände einzelner Rassentypen ergeben, dass der nordwestliche, nordische und littorale Typus die stärksten Muskeln besitzen, während der subnordische und alpine (Taf. XXXIV) zu den schwächsten gehören.

Im allgemeinen besitzen Individuen von mehr leptosomatischem Körperbau einen stärkeren Handdruck, wie dies aus dem Korrelationskoeffizienten zwischen dem Druck der rechten Hand und dem Verhältnis des Brustkorbumfangs zur Körpergrösse hervorgeht, welcher $r = - 0.17 \pm 0.08$ beträgt. Wenn wir jedoch die Korrelationskoeffizienten für einzelne Rassentypen separat be-

rechnen, so lassen sich ebenfalls zwei biologische Gruppen, wie dies bei der Korrelation in Bezug auf die Vitalkapazität der Lungen der Fall war, bemerken, und zwar für den nordwestlichen Typus ist $r = + 0.33$, für den preslavischen $r = + 0.19$ (*Spearman's* Koeffizient), dagegen für die zweite Gruppe insgesamt $r = - 0.41 \pm 0.09$ (Taf. XXXV).

Da in der nordischen Gruppe (Typus α, γ) sich mit der Vergrößerung des Brustkorbumfanges auch die Vitalkapazität der Lungen vergrößert, dagegen aber die Kraft des Handdrucks vermindert, in der mittelmeerländischen Gruppe aber mit der Vergrößerung des Brustkorbumfanges die Vitalkapazität der Lungen sinkt, dagegen jedoch der Handdruck sich verstärkt, so müssen beide Gruppen in Bezug auf Muskulatur ausgesprochene Unterschiede aufweisen. Es ist ausserdem sehr interessant, dass in der nordischen Gruppe Individuen mit eher leptomatischem Bau einen stärkeren Handdruck aufweisen. Die Ursache dieser Erscheinung ist entweder auf psychischem Gebiet zu suchen, denn das Drücken auf den Dynamometer ist eine komplizierte psychophysische Reaktion—oder aber in physiko-chemischen Differenzen der Muskeln selbst.

Die Korrelation zwischen der Dauer der psycho-motorischen Reaktion auf den Gleichgewichtsverlust und den Rassentypen drückt sich durch den Koeffizienten $C = 0.55 \pm 0.06$ aus. Die kürzeste Reaktionszeit weisen der nordische und nordwestliche Typus auf, die längste — der littorale, preslavische und alpine (Taf. XXXVI).

Eine Rassendifferenzierung zeigt ebenfalls die individuelle Variabilität der Zeit der psycho-motorischen Reaktion, deren $C = 0.38 \pm 0.07$. Die kleinste Variabilität besitzt der nordische Typus und wahrscheinlich auch der littorale, während der subnordische und alpine die grösste Variabilität haben. (Taf. XXXVII und XXXVIII).

Die Korrelation zwischen dem Handdruck und der individuellen Variabilität der psycho-motorischen Reaktion beträgt $r = - 0.15 \pm 0.08$; dies zeigt, dass Individuen mit der grössten Variabilität die schlechtesten Ergebnisse haben. Dieser Koeffizient steigt bis $r = - 0.27 \pm 0.12$, wenn wir denselben für die beiden, die grösste Variabilität ihrer Ergebnisse aufweisenden Rassentypen, berechnen.

Auf Grund der obigen Analyse stellen wir fest, dass die

Rassendifferenzierung tief in die physiologischen und psychischen Erscheinungen eingreift, deren Verständnis bei Berücksichtigung der Differenzen, welche die anthropologischen Typen aufweisen, viel leichter erscheint. Die Harmonie der Erscheinungen, welche durch die Untersuchung der Korrelation, sei es morphologischer oder morphologisch-funktioneller, sei es ausschliesslich funktioneller Merkmale zu Tage tritt, ist in reinen Rassengruppen bedeutend grösser, als in anthropologischen Mischgruppen und zeigt eine erstaunliche Regelmässigkeit, sogar an einer so wenig zahlreichen Gruppe, wie die untersuchte.

Es ist hiebei zu betonen, dass Rassendifferenzen in der Dynamik des Organismus deutlicher hervortreten, als bei Statik desselben. Dies veranschaulichen Differenzen in der Höhe der Korrelationskoeffizienten der Rassentypen. So z. B. ist der Korrelationskoeffizient, betreffend das Verhältnis zu Herzänderungen nach einer Anstrengung grösser, als derjenige zur Herzgrösse im Ruhezustande, der Koeffizient der Zunahme der Pulsfrequenz nach der Anstrengung grösser, als derjenige der Pulsfrequenz im Ruhezustande und ganz analog verhält es sich mit dem Blutdruck.

Gestützt auf diese Grundlagen können wir getrost die Rassentypen mit den s. g. konstitutionellen Typen identifizieren, sie stellen nämlich ein geschlossenes Ganzes, sowohl in morphologischer, als auch in funktioneller Hinsicht dar und müssen folglich verschieden auf die Umgebung reagieren. Es ist wahrscheinlich, dass zukünftige Untersuchungen auch Rassenunterschiede in der inneren Sekretion und im Chemismus der Organismen zutage bringen werden.

Die Ergebnisse der obigen, obgleich auf ein nicht zahlreiches Material gestützten und in physiologischer Hinsicht eng begrenzten Untersuchungen, gestatten jedoch die Folgerung, dass sich der physiologischen Anthropologie sehr weite Horizonte eröffnen, die möglicherweise auch sehr weitgehende praktische Konsequenzen haben könnten.

Es ist hiebei zu bemerken, dass die obigen Ergebnisse, dank der Möglichkeit, die Rassenzugehörigkeit der einzelnen Individuen mittels Prof. *Czekanowski's* Ähnlichkeitsmethode zu bestimmen, erreicht werden konnten. Die Uebereinstimmung dieser Ergebnisse bezeugt nicht nur, dass die Art der Bestimmung der Rassentypen durch die polnische anthropologische Schule richtig

ist, sondern liefert unzweifelhaft ein gewichtiges Argument wider die gegen die Aehnlichkeitsmethode gerichteten Vorwürfe.

Es scheint mir, dass erst jetzt, dank der Ausschaltung principieller methodologischer Schwierigkeiten bei der Bestimmung von Rassentypen, eine Grundlage zur Revision der bisherigen konstitutionellen Typologie gegeben ist. Die Schaffung einer eigenartigen konstitutionellen Nomenklatur war gewiss der Ausdruck für die Schwierigkeit, die Rassenzugehörigkeit der Individuen objektiv zu bestimmen, sowie der Schwierigkeit, den Zusammenhang zwischen der morphologischen und funktionellen Seite des Organismus in nicht einheitlichen Rassengruppen zu erfassen.

CHARAKTERYSTYKA ANTROPOLOGICZNA UCZESTNIKÓW MIĘDZYNARODOWYCH ZAWODÓW NARCIARSKICH W ZAKOPANEM 1929 R.

(Z Zakładu Biometrycznego Instytutu im. M. Nenckiego Tow. Nauk. Warsz.).

I. WSTĘP.

Badania antropologiczne poszczególnych grup sportowych mają przede wszystkim praktyczny cel na oku. Do międzynarodowych zawodów sportowych staje bowiem elita sportowa poszczególnych narodów, powstała drogą bardzo nieraz długo trwającego doboru. Badając taką wyselekcjonowaną grupę chodzi przede wszystkim o zorientowanie się co do kierunku dokonywanej selekcji tak pod względem ogólnej budowy morfologicznej, jak też i sprawności poszczególnych organów. Znając bowiem różnicę między elitą danej gałęzi sportu, a ogółem sportowców, możnaby z góry dobrać do zaprawy dla międzynarodowych zawodów osobników posiadających najlepsze przyrodzone warunki do osiągnięcia możliwie najlepszych rezultatów. Osiągnięto by w ten sposób niewątpliwie tak oszczędność czasu, jak też i nakładu pieniężnego.

Niestety, badania tego rodzaju nie były dotąd przeprowadzane systematycznie, a dokonywane w gorącej atmosferze samych zawodów sportowych, nie mogły dać tych rezultatów, których się spodziewano. Jeśli zaś chodzi specjalnie o badania morfolo-

giczne, to nikłe dotychczasowe rezultaty tych badań mają niewątpliwie swą przyczynę również i w niezupełnie właściwym postawieniu zagadnienia. Budowa ciała bowiem nie we wszystkich gałęziach sportu odgrywa decydującą rolę, raczej przeciwnie, tylko w bardzo niewielu wysuwać się zdaje na plan pierwszy. Rozpatrywanie przeto samej budowy morfologicznej w oderwaniu od fizjologicznej i psychicznej sprawności organizmu musi zawsze zawieść. W wyczynach sportowych niewątpliwie bowiem decydującym momentem jest działanie organizmu jako całości. Z tego też względu w badaniach grup sportowych wysuwają się zagadnienia konstytucjonalizmu na plan pierwszy. Przyczem pod konstytucją rozumiem swoisty sposób reagowania organizmu jako całości na środowisko. Badania morfologiczne zatem muszą zmierzać przede wszystkim do ustalenia typów konstytucyjnych, jako grup osobników reagujących podobnie na środowisko, a związanych oczywiście pewnym podobieństwem morfologicznym, fizjologicznym i psychicznym.

Niestety jednak dotychczasowa typologia konstytucjonalna oparta na cechach najbardziej zmiennych i zależnych od środowiska i nienawiązująca do pewnych stałych składników rodzaju ludzkiego — musiała zawieść. Wyraża się to choćby w stwierdzeniu tak odmiennego reagowania na środowisko typów nordycznego i dynarskiego, obydwo należących według nomenklatury kretschmerowskiej do konstytucji leptosomatycznej¹⁾.

Stworzenie swoistej nomenklatury konstytucjonalnej było niewątpliwie wyrazem trudności obiektywnego określania przynależności rasowej osobników. Dopiero dzięki usunięciu zasadniczych trudności metodologicznych w określaniu typów rasowych, przez wprowadzenie t. zw. metod indywidualizujących, została stworzona podstawa do rewizji dotychczasowej typologii konstytucjonalnej. Jeśli bowiem w antropologii wyodrębniamy

¹⁾ *Talko* — *Hrynciewicz J.*: Krakowiacy współczesni. Kraków 1927. Prace Komisji Antr. Prehist. Pol. Akad. Um.

Czekanowski J.: Beiträge zum Problem der Beziehung zwischen Rasse und Konstitution. Verh. Ges. f. Phys. Anthrop. Stuttgart 1930.

Mydlarski J.: Z zagadnień konstytucjonalizmu. Warszawa 1930, Zag. Ras.

Studencki St.: O typie psycho-fizycznym Polaka. Poznań 1931
Pozn. Tow. Psychologiczne.

stałe składniki biologiczne rodzaju ludzkiego, to najwłaściwszym wydaje się postawienie zagadnienia, czy właśnie te stałe składniki biologiczne i ich mieszańcy nie odznaczają się swoistym reagowaniem organizmu na środowisko. Rozpatrywanie zatem konstytucji z antropologicznego i genetycznego punktu widzenia i wysunięcie dysharmonijnych mieszańców¹⁾ jako istoty t. zw. konstytucji patologicznej stanowi niewątpliwie duży krok naprzód w interesującym nas zagadnieniu.

Praca niniejsza podjęta została właśnie z myślą zebrania materiału, mogącego służyć do rozpatrywania zagadnień konstytucji z antropologicznego punktu widzenia. Stało się to możliwym dzięki udostępnieniu mi wyników badań przez innych członków Komisji lekarskiej przy zawodach, za co składam serdeczne podziękowanie przede wszystkim Przewodniczącemu Komisji p. Gen. Dr. Rouppertowi, Doc. Dr. G. Szulcowi, Dr. W. Missiuro, Dr. Zawadzkiemu, pp. Lenartowskiemu oraz p. K. Wią-zowskiemu za pomoc przy pomiarach.

Schemat do badań obejmował zespół cech, mogących służyć do określenia rasowego, oraz do ustalenia ogólnej budowy morfologicznej. Pierwotne, znacznie obszerniejsze zamierzenia, musiały być jednak zredukowane skutkiem szeregu trudności technicznych w jakich się badania odbywały. Tak np. ciężar ciała mógł być brany tylko w nielicznych wypadkach, skutkiem czego niestety nie mógł nawet wejść w rachubę przy opracowywaniu.

Schemat spostrzeżeń obejmował następujące cechy:

1. Wzrost.
2. Wys. podbródka (gnathion).
3. Wys. wcięcia jarzmowego mostka (suprasternale).
4. Wys. nasady wyr. mieczykowego (proc. xyphoideus).
5. Wys. spojenia kości łonowych (symphysion).
6. Wys. łuku żebrowego (najbardziej ku dołowi wystający punkt łuku).
7. Wys. wyrostka barkowego (akromion).
8. Wys. końca III palca (daktylion).
9. Szerokość barkowa (akromion—akromion).
10. Strzałkowa średnica piersi w spokoju na wys. 4 żebra (mesosternale).
11. " " " przy wdechu " " " " " "
12. " " " przy wydechu " " " " " "
13. " " " w spokoju na wys. wyr. mieczyk. (xyphoid)..
14. " " " przy wdechu " " " " " "
15. " " " przy wydechu " " " " " "
16. Poprzeczna " " w spokoju " " 4 żebra (mesostern).

¹⁾ Czekanowski J.: Zarys antropologii Polski. Lwów 1930.
Studencki St.: l. c.

17. " " " przy wdechu na wys. 4 żebra (mesost.)
 18. " " " " wydechu " " " " " "
 19. " " " " w spokoju " " " " " " wyr. mieczyk. (xyphoid).
 20. " " " " przy wdechu " " " " " "
 21. " " " " wydechu " " " " " "
 22. Szerokość miednicy (ilicristale — ilicristale).
 23. Obwód piersi w spokoju na wys. 4 żebra (mesosternale).
 24. " " " przy wdechu " " " " " "
 25. " " " " wydechu " " " " " "
 26. " " " w spokoju " " " " " " proc. xyphoid."
 27. " " " przy wdechu " " " " " "
 28. " " " " wydechu " " " " " "
 29. Najmn. obwód tułowia.
 30. Największy obwód brzucha.
 31. Wysokość twarzy (nasion — gnathion).
 32. " " górnio-twarzowa (nasion-prosthion).
 33. " " nosa (nasion — subnasale).
 34. Szerokość nosa (alare — alare).
 35. Długość głowy (glabella — opistokranion).
 36. Szerokość głowy (euryon — euryon).
 37. " " potylicy (mastoid. — mastoid).
 38. Najmn. szerokość czoła (frontotemp. — frontotemp.).
 39. Szerokość twarzy (zygion — zygion).
 40. " " żuchwy (gonion — gonion).
 41. Barwa oczu (według skali Martina).
 42. Barwa włosów (według skali E. Fischera).

Wszystkie pomiary dokonywane były według metod zestawionych w podręczniku *Rudolfa Martina*. Prócz tego dla każdego z badanych wyliczono:

43. Długość tułowia (pomiar Nr. 3—5).
 44. Wysokość klatki piersiowej (Nr. 3—6).
 45. Długość mostka (Nr. 3—4).
 46. " " kończyny górnej (Nr. 7—8).
 47. " " szyi (Nr. 2—3),

oraz szereg wskaźników, o których będzie w dalszym ciągu mowa. Ogółem zbadano 68 zawodników mężczyzn.

II. ANALIZA RASOWA.

Przy analizie rasowej uwzględniłem dziesięć następujących cech:

1. Wzrost,
2. Wskaźnik szerokościowo-długościowy głowy,
3. " " czołowo-ciemieniowy,
4. " " potyliczno-ciemieniowy,
5. " " licowy morfologiczny,
6. " " licowy, górny,
7. " " nosowy,
8. " " czołowo-jarzmowy,
9. " " czołowo-potyliczny,
10. Barwa oczu.

Ogólną charakterystykę grupy dają średnie arytmetyczne poszczególnych cech i ich średnie odchylenia (σ) zestawione w tabl. I.

Tablica I.
Charakterystyka rasowa ogółu zawodników.
Anthropologische Charakteristik der ganzen Gruppe.

Nr	C e c h a Merkmal	A	$\pm E_A$	σ	$\pm E_\sigma$
1.	Wzrost Körpergrösse	170.28	± 0.47	5.760	± 0.333
2.	Wsk. szerokościowo-dług. głowy Längenbreitenindex des Kopfes	82.41	± 0.33	4.011	± 0.232
3.	Wsk. czołowo-ciemieniowy Trans. Frontoparietalindex	67.79	± 0.23	2.830	± 0.164
4.	Wsk. potyliczno-ciemieniowy Occipitoparietalindex	86.28	± 0.26	3.222	± 0.186
5.	Wsk. licowy morfolog. Morpholog. Gesichtsindex	86.88	± 0.41	5.065	± 0.293
6.	Wsk. licowy górny Morphol. Obergesichtsindex	49.81	± 0.29	3.563	± 0.206
7.	Wsk. czołowo-jarznowy Jugofrontalindex	75.40	± 0.24	2.950	± 0.171
8.	Wsk. czołowo-potyliczny Frontooccipitalindex	78.40	± 0.34	4.212	± 0.244
9.	Wsk. nosowy Höhenbreitenindex der Nase	62.65	± 0.45	5.486	± 0.317

Barwa oczu:	jasne (nr. Tabl. Martina 12, 13, 14, 15, 16)	52.9%
Augenfarbe:	hell	
	pośrednie (nr. 7, 8, 9, 10, 11	30.9%
	mittel	
	ciemne (nr. 3, 4, 5, 6).	16.2%
	dunkel	
Barwa włosów:	jasne (nr. Tabl. Fischera 10—24)	27.9%
Haarfarbe	hell	
	pośrednie (nr. 5—9 i 25—26)	58.8%
	mittel	
	ciemne (nr. 4 i 27)	13.2%
	dunkel	

Naogół zatem cała grupa zawodników jest stosunkowo wysokorosłą, o dość krótkim kształcie głowy, średnio-szerokim czole i potylicy, twarzy wydłużonej i wąskim kształcie nosa, przewadze jasnych oczu i szatynowych włosów. Co do zmienności

poszczególnych cech uderzają przede wszystkim dość niskie średnie odchylenia wzrostu i wskaźnika nosa, i pod tym względem badana grupa przedstawia się stosunkowo dość zwarcie.

Charakterystykę narodowościową, przy uwzględnieniu 9 cech pomiarowych podaje tabl. II.

Tablica II.

Charakterystyka rasowa według narodowości.

Anthropologische Charakteristik der nationalen Gruppen.

Narodowość Nationalität.	Wzrost Körpergröße	Wsk. szer./dt. głowy L/BI.	Wsk. czol./ciem. Trans. Frontoparietal. I.	Wsk. pot./ciem. Occipitoparietal. I.	Wsk. licowy morf. Morph. Gesichts. I.	Wsk. licowy górny. Obergesichts. I.	Wsk. czol./jarz. Jugofrontal. I.	Wsk. czol./pot. Frontooccipital. I.	Wsk. nosowy Nas-nindex.	Licz. spostrzeżeń Individuenzahl
Czesi	170·6	82·8	67·8	86·2	87·6	48·8	75·8	78·7	61·6	9
Francuzi . . .	173·3	83·2	67·0	86·3	89·9	51·9	75·1	77·7	56·6	5
Finowie . . .	168·1	82·4	68·6	85·9	85·3	50·1	76·6	80·0	66·8	8
Jugosłowianie	174·3	84·5	66·2	76·1	87·2	49·9	74·4	77·0	60·8	6
Łotysze . . .	169·2	81·8	73·9	90·9	77·9	45·0	80·7	81·3	63·0	1
Niemcy . . .	171·5	80·6	68·5	88·6	87·4	48·6	74·3	76·3	61·8	5
Norwegowie	174·6	73·6	70·2	85·7	93·3	53·2	70·0	82·2	61·3	4
Polacy . . .	168·2	84·1	67·5	86·1	85·5	48·6	75·3	77·9	64·6	22
Rumuni . . .	163·5	85·4	63·7	82·9	82·0	50·4	72·4	76·7	64·3	2
Szwajcarzy .	176·7	81·5	64·7	88·1	87·2	51·8	73·7	73·6	54·3	2
Szwedzi . . .	171·7	77·8	68·6	88·3	91·2	53·3	75·1	77·7	65·1	3
Włosi	161·1	82·5	69·9	82·7	83·5	44·6	78·4	84·5	67·3	1

W różnicach narodowościowych najłatwiej zorientujemy się, grupując razem narodowości pod względem swych średnich najbardziej do siebie zbliżone. Możemy to uczynić stosując metodę podobieństw prof. *Czekanowskiego*. Obliczając mianowicie odchylenia poszczególnych średnich narodowościowych od średnich ogółu zawodników, obliczamy współczynnik podobieństwa między poszczególnymi narodowościami ze wzoru *Spearmana*:

$$r = 1 - \frac{6}{n} \cdot \frac{\sum (e - e')^2}{(n^2 - 1)},$$

w którym n oznacza ilość cech uwzględnionych, zaś e i e' oznaczają rangi odchylen poszczególnych średnich narodowościowych od średnich ogółu, przyczem obliczamy tutaj sumę (Σ) kwadratów różnic tych rang.

W tablicy III zestawione są wartości współczynników podobieństw pomiędzy poszczególnymi narodowościami, zaś dia-

Tablica III.
Współczynniki podobieństw zawodników według narodowości.
Aehnlichkeit'skoeffizienten der nationalen Mittelwerte.

Narodowość zawodników Nationalität	Czechosłowacja	Jugosławia	Francja	Szwajcaria	Norwegia	Szwecja	Niemcy	Łotwa	Polska	Finlandja	Włochy	Rumunia
Czechosłowacja	+1-	+56	+07	-03	+12	-49	-03	-03	-10	-12	-11	-33
Jugosławia	+56	+1-	+52	+47	+28	-29	-14	-54	-33	-39	-42	-14
Francja	+07	+52	+1-	+86	+45	+34	+12	-75	-72	-1-	-65	-46
Szwajcaria	-03	+47	+86	+1-	+32	+33	+37	-48	-56	-86	-84	-39
Norwegia	+12	+28	+45	+32	+1-	+44	+22	-52	-90	-37	-38	-62
Szwecja	-49	-29	+34	+33	+44	+1-	+38	-47	-38	-32	-24	-30
Niemcy	-03	-14	+12	+37	+22	+38	+1-	+18	-29	-47	-48	-79
Łotwa	-03	-54	-75	-48	-52	-47	+18	+1-	+45	+44	+41	-04
Polska	-10	-33	-72	-56	-38	-29	+45	+1-	+1-	+61	+56	+70
Finlandja	-12	-39	-65	-86	-37	-32	+61	+44	+1-	+1-	+60	+55
Włochy	-11	-42	-65	-84	-38	-24	+41	+56	+70	+60	+1-	+43
Rumunia	-33	-14	-46	-39	-62	-30	-79	-04	+70	+55	+43	+1-

gram 1. przedstawia graficznie tę tablicę przy uwzględnieniu wyłącznie współczynników dodatnich. W diagramie tym, wartości dodatnie poniżej 0·1 znaczone są kropką, od 0·1 do 0·19 jedną kreską, od 0·20 do 0·29 dwiema kreskami, od 0·30 do 0·39 trzema, od 0·40 do 0·49 czterema, zaś od 0·50 i wyżej czarnym kwadracikiem.

PAŃSTWO:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Czechosłowacja.	1	■	■	·								
Jugosławia.	2	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Francja.	3	·	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Szwajcaria.	4	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Norwegja.	5	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Szwecja.	6											
Niemcy.	7											
Łotwa.	8											
Polska.	9											
Finlandja.	10											
Włochy.	11											
Rumunja.	12											

Fig. 1. Diagram podobieństw zawodników według narodowości.
Graphische Darstellung der Aehnlichkeitskoeffizienten der nationalen Mittelwerte.

W diagramie powyższym zarysowały się wyraźnie dwie grupy, przyczem bardziej zwarty obraz przedstawia grupa druga. Należy tutaj podkreślić, że w grupie pierwszej zeszły się niewątpliwie narodowości przodujące w narciarstwie, które swym składem rasowym zawodników wykazują podobieństwo. Do tego rodzaju narodów należy bezwątpienia zaliczyć Norwegów, Szwedów, Szwajcarów i Niemców. W grupie drugiej mamy jedynie Finów, którzy również zajmują wybitne stanowisko w sporcie narciarskim. Wprawdzie wyniki ostatnich zawodów w Zakopanem nie mogą być miarodajne w obiektywnej ocenie poziomu sportu narciarskiego w poszczególnych państwach, niemniej jednak bardzo charakterystyczne jest poniższe zestawienie. Jeśli mianowicie uwzględnimy pierwszych 17 zawodników, którzy uzyskali najlepsze miejsca na zawodach w Zakopanem, to rozdział ich według narodowości przedstawia się następująco:

4. Norwegów, co stanowi 100% stających Norwegów do zawodów
3. Szwedów, " " 100% " Szwedów " "

2. Szwajcarów,	co stanowi	66·7%	stających Szwajcarów	do zawodów
4. Niemców,	" "	50·0%	" Niemców	" "
3. Finów	" "	37·5%	" Finów	" "
1. Czechosłowak,	" "	5·9%	" Czechosłowaków	" "

Z pośród sześciu wymienionych tu narodowości pięć znalazło się w jednej grupie ze względu na swe właściwości antropologiczne.

Jeśli chodzi o antropologiczną charakterystykę obu wyodrębnionych wyżej grup, to pierwsza z nich przeciwstawia się drugiej przede wszystkim wyższym wzrostem, bardziej wydłużonym kształtem głowy i twarzy (wskaźnik licowy morfologiczny jak i licowy górny) oraz węższym nosem. Niewątpliwie zatem w grupie pierwszej należy się liczyć z przewagą typu nordycznego. Przejdźmy zatem do określenia rasowego poszczególnych zawodników.

Wszystkich 68 zbadanych osobników określałem przy pomocy wyżej opisanej metody podobieństw. Tutaj muszę się jednak zająć nieco bliżej tą metodą, pozornie bowiem może ona budzić pewne wątpliwości. Jakkolwiek bowiem sama zasada wyodrębniania grup, oparta na kryterjum podobieństwa, wydaje się bezsprzeczną, albowiem w obrębie naturalnych grup biologicznych osobniki muszą wykazywać większe podobieństwo między sobą niż z osobnikami grup innych, to jednak sam miernik podobieństwa wydaje się nie być bez zarzutu. Miernikiem tym jest jak wiadomo współczynnik *Spearmana* (r) który ujmuje współzależność dwóch szeregów spostrzeżeń. W naszym przypadku są to odchylenia cech poszczególnych osobników od średnich arytmetycznych całej populacji. Otóż współczynnik ten uwzględnia jedynie kolejność wielkości odchyżeń, nie biorąc pod uwagę ich bezwzględnych wartości. Stąd mogą zajść wypadki, że współczynnik wykaże może wielkie podobieństwo między badanymi, gdy w rzeczywistości różnią się oni znacznie swymi wymiarami.

Weźmy przykład teoretyczny. Wyobraźmy sobie, że zmierzyć mamy podobieństwo trzech osobników: X_1 , X_2 i X_3 powiedzmy przy pomocy 10 cech. Wyobraźmy sobie następnie, że

odchylenia tych osobników od średnich arytmetycznych całej populacji $A_1 - A_{10}$ będą następujące:

	osobnicy	X_1	X_2	X_3
odchylenia od	A_1	+10	+9	- 5
"	" A_2	+ 9	+8	- 6
"	" A_3	+ 8	+7	- 7
"	" A_4	+ 7	+6	- 8
"	" A_5	+ 6	+5	- 9
"	" A_6	+ 5	+4	-10
"	" A_7	+ 4	+3	-11
"	" A_8	+ 3	+2	-12
"	" A_9	+ 2	+1	-13
"	" A_{10}	+ 1	0	-14

Rangując powyższe odchylenia i obliczając współczynnik podobieństwa, otrzymamy zarówno między osobnikiem X_1 i X_2 , jak i między X_1 i X_3 oraz X_2 i X_3 : $r = +1.0$. Tymczasem jest oczywiste, że osobnik X_3 zbyt wyraźnie różni się od X_1 i X_2 , ażeby podobieństwo jego do dwóch pierwszych wyrażało się tym samym współczynnikiem. Unaocznia to fig. 2.

Istotnie, teoretycznie rzecz biorąc, zarzut powyższy przeciwko współczynnikiowi *Spearmana* wydaje się słuszny. Na szczęście jednak w praktyce zarzut ten jest bez znaczenia. Albowiem objekty biologiczne, które przy pomocy tego współczynnika określamy, wykazują wyraźną prawidłowość w swej budowie. Poszczególne wymiary mózgo- czy twarzoczaszki pozostają ze sobą w ścisłej korelacji i tego rodzaju skrajny wypadek jak w przykładzie powyższym jest niemal całkowicie wykluczony. Oczywiście mniej jaskrawe przypadki zdarzyć się mogą i przy stosowaniu tej metody należy mieć to na uwadze, jako źródło ewentualnych błędów. Natomiast niezaprzeczoną i najważniejszą wartością tego współczynnika stanowi, przy dość znacznej ścisłości w ocenie podobieństwa, szybkość i łatwość jego obliczania. Znacznie na pozór dokładniejszy współczynnik *Pearsona coefficient of racial likeness*, stosowany ostatnio w pracy *Morant*¹⁾ przy znacznie większym nakładzie pracy daje bez porównania gorsze rezultaty.

Drugą niezmiernie ważną sprawą przy stosowaniu metody podobieństw jest sprawa wyboru cech służących do określania rasowego. Niewątpliwie wartość diagnostyczna poszczególnych

1) *Morant*. *Biometrika* Vol. 17. 1925. Vol. 18. 1926. Vol. 20. 1928.

cech nie jest jednakową. Niestety dzisiaj jeszcze nie jesteśmy w stanie zdać sobie dokładnie sprawy z wartości diagnostycznej poszczególnych cech. Możemy jedynie sądzić po osiągniętych rezultatach, czy wybór cech do analizy rasowej był odpowiedni.

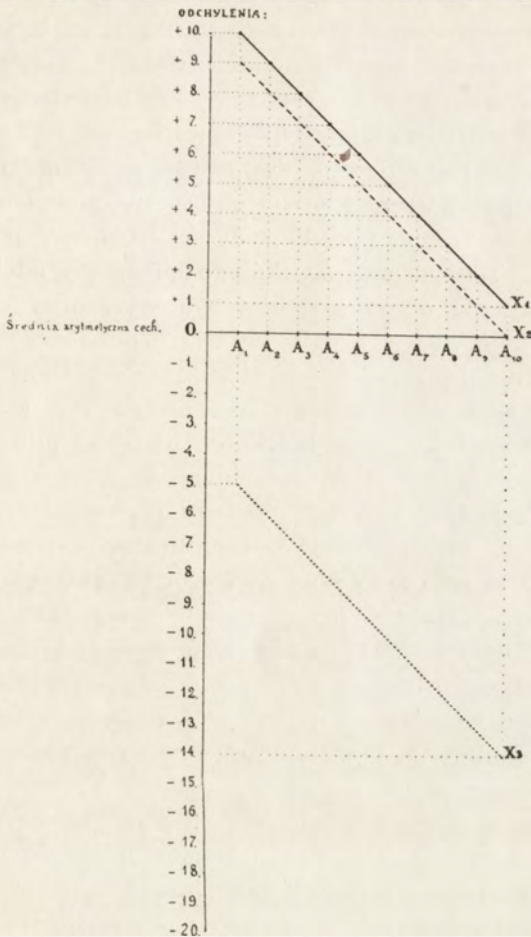


Fig. 2. Odchylenia od średnich populacji osobników X_1 , X_2 , X_3 .
Abweichungen vom Mittelwert der Gruppe der Individuen
 X_1 , X_2 , X_3 .

Rozstrzygnąć tu zatem musi narazie praktyka. Widocznie jednak zespół cech, wysunięty po raz pierwszy przy badaniach kranio-logicznych metodą różnic przez *K. Stojanowskiego*¹⁾, a uzupeł-

¹⁾ *Stojanowski K.*: Typy kranio-logiczne Polski. Kosmos, 1924. T. XLIX.

niony następnie przy badaniach na człowieku żywym, musiały być trafny, skoro wyodrębnione przy ich pomocy typy, wykazały tak zadziwiające prawidłowości we wzajemnych ustosunkowaniach, jak to stwierdziły badania prof. *Czekanowskiego*¹⁾ (prawo liczności typów i prawo średniej arytmetycznej). W każdym razie wydaje się rzeczą ważną, aby zmienność cech, służących do określania przy pomocy metody podobieństw była mniej lub więcej do siebie zbliżona, wówczas tylko bowiem odchylenia w poszczególnych cechach posiadają podobną wartość.

Trzecim zagadnieniem związanem z metodą podobieństw jest sprawa poziomu od którego obliczamy odchylenia. Jest to niejako kąt widzenia, pod którym rozpatrujemy podobieństwo osobników. Ten poziom, od którego obliczamy odchylenia, nie jest obojętny dla oceny podobieństwa wyrażonej współczynnikiem *Spearmana*. Jest to oczywiście zrozumiałe, że niema tutaj miary absolutnej podobieństwa, ale ta miara zależna jest od wyboru naszej skali porównawczej. Tak np. gdybyśmy obliczali odchylenia od średnich całej ludzkości, to niewątpliwie grupy, tą metodą wyodrębnione, nie będą jednorodne, gdyż napewno istnieje większe podobieństwo np. między typem nordycznym i laponoidalnym, niż między obydwoma nimi a np. typem sudańskim. Wyrazi się to oczywiście w wielkości i znaku współczynnika. Im przeto nasz punkt wyjścia będzie bardziej zbliżony do grupy jednorodnej, tem subtelniej ocenimy podobieństwo między badanymi osobnikami. Dlatego też słusznem jest przy badaniach populacji wybranie centralnego niejako punktu do oceny podobieństw osobników, t. j. wyjście od średnich arytmetycznych populacji. Czasami jednak i to nie wystarcza, a chcąc dotrzeć do wyodrębnienia możliwie jednorodnych grup, należy uciec się do bardziej złożonego postępowania. Tę właśnie drogę wybrałem do określania rasowego badanych zawodników.

Wychodząc najpierw ze średnich arytmetycznych całej grupy, obliczałem współczynniki podobieństw i na podstawie diagramu podobieństw wyodrębniłem grupy pierwszego rzędu. Dla grup tych obliczałem średnie arytmetyczne, uważając je jeszcze za mało jednorodne. Dla każdej z tego rodzaju grup pierwszego rzędu, obliczałem współczynniki podobieństw, wychodząc ze średnich arytmetycznych danej grupy. Wyodrębnione na tej

¹⁾ *Czekanowski J.*: Zarys antropologii Polski. Lwów. 1930.

drodze grupy drugiego rzędu, przedstawiały się znacznie bardziej jednolicie, tak, że można było je uważać za grupy jednorodne.

Aby zidentyfikować wyłonione grupy z typem antropologicznym włączałem do diagramu typowe osobniki z materiału S. Klimka, ogłoszone w „Zarysie antropologii Polski“ prof. Czekanowskiego. W wyjątkowych wypadkach trzeba się było uciekać do grup trzeciego rzędu.

Jak wielkie są wahania współczynników podobieństwa w zależności od punktu wyjścia w ocenie podobieństwa, ilustruje np. współczynnik między osobnikiem Nr. 10 i 74. W grupie pierwszego rzędu, t. j. gdy odchylenia obliczane były od średnich arytmetycznych ogółu, podobieństwo między nimi wyraziło się współczynnikiem $\rho = +0.45$, natomiast współczynnik w grupie drugiego rzędu wynosił $\rho = -0.29$. Istotnie osobnik Nr. 10 okazał się przynależnym do typu północno-zachodniego (ι), zaś Nr. 74 do typu nordycznego (α).

W wyżej opisany sposób, wśród ogółu zbadanych zawodników, wyodrębnionych zostało 7 typów antropologicznych, w następującym ustosunkowaniu ilościowym:

typ nordyczny (α)	14	osobników, czyli	20.6%
typ północno - zachodni (ι)	10	„ „	14.7%
typ subnordyczny (γ)	25	„ „	36.8%
typ litoralny (ρ)	9	„ „	13.2%
typ presłowiański (β)	6	„ „	8.8%
typ alpejski (ω)	3	„ „	4.4%
typ dynarski (δ)	1	„ „	1.5%
Razem	68	osobników, czyli	100.0%

W zestawieniu powyższem uderza przedewszystkiem brak trzech pozostałych zasadniczych elementów rasowych, t. j. typu śródziemnomorskiego (ε), japonoidalnego (λ) i armenoidalnego (χ), mimo, że materiał badany pochodzi również z krajów, gdzie elementy te są licznie reprezentowane. Na pierwsze miejsce wysuwa się istotnie element nordyczny i jego dwaj mieszkańcy. Najmniej liczni są mieszkańcy typu armenoidalnego. Czyżby brak tego elementu był wynikiem dokonywanej selekcji? Na możliwość tego rodzaju selekcji u narciarzy, zwracał już uwagę W. Missiuro, opisując cechy antropometryczne narciarzy, biorąc

cych udział w ostatnich zawodach olimpijskich w St. Moritz.¹⁾ Należy tutaj podnieść, że selekcja ta jest wprost odwrotna do selekcji wykazanej przez *J. i W. Dybowski*²⁾ na gimnastykach polskich, biorących udział w IX Olimpiadzie w Amsterdamie. Wysuwa się tu zatem zagadnienie, czy jednak poszczególne gałęzie sportu, zwłaszcza na swych najwyższych szczeblach, nie selekcionują w określonym kierunku materiału ludzkiego według jego uzdolnień rasowych. Trudno bowiem inaczej wytłumaczyć sobie różnice, tak jaskrawo uwydatnione w powyższem zestawieniu.

Tablica IV.

Srednie arytmetyczne typów antropologicznych.
Mittelwerte der anthropologischen Typen.

Typ — Typus Cechy—Merkmal	α	ι	γ	ρ	β	ω	(δ)
Wzrost Körpergröße	172·2	174·6	170·6	166·1	165·4	168·4	167·8
Wsk. szer. dług. głowy L/Bl.	79·0	78·3	84·6	81·7	82·1	89·4	86·6
Wsk. czołowo—ciemien. Trans. Frontopar. I.	67·2	69·5	66·4	69·4	67·8	66·1	63·2
Wsk. potyliczno—ciemien. Occipitopar. I.	89·2	87·0	86·5	86·0	85·4	80·8	86·4
Wsk. licowy morfologicz. Morph. Ges. I.	93·3	89·6	83·9	85·6	82·6	83·9	84·6
Wsk. licowy górny Oberges. I.	53·4	52·5	47·9	47·9	45·7	50·1	53·8
Wsk. nosowy Nasen I.	59·6	59·9	63·1	65·3	73·3	64·4	57·9
Wsk. czołowo—jarzmowy Jugofront. I.	74·6	76·1	74·6	77·1	76·3	74·2	68·5
Wsk. czołowo—potyliczny Frontooccip. I.	75·6	79·4	76·9	80·7	79·8	81·8	73·2
Barwa oczu Augenfarbe	13·4	7·9	12·5	7·8	10·5	10·3	4·
Liczebność typu Anzahl	11	10	25	6	6	3	1

¹⁾ *Missiuro W.*: Kontrola lekarska zaprawy olimpijskiej. Wych. Fiz. 1928.

²⁾ *Dybowska J. u. Dybowski W.*: Anthropologische Untersuchungen an Teilnehmern der Wettkämpfe der IX Olympiade in Amsterdam 1928. *Ergebn. d. sportärztl. Unters. bei den IX Olymp. Spielen in Amsterdam 1928.* Berlin 1929.

Badana grupa nie stanowi oczywiście populacji w biologicznym tego słowa znaczeniu. Nie można zatem, niestety, skontrolować trafności określeń rasowych prawem liczebności typów w populacji ani prawem średniej arytmetycznej. Za trafnością określeń przemawiają jednak bardzo charakterystyczne średnie arytmetyczne typów, zestawione w tablicy IV.

Z obliczeń powyższych średnich wyeliminowanych zostało 6 osobników, którzy w niektórych cechach wyraźnie odbiegają od swego typu. Przedstawiają się oni wyraźnie dysharmonijnie. Trzech z nich wykazuje największe podobieństwo do typu nordycznego (α), trzech zaś do typu litoralnego (ρ), dlatego też w ogólnym zestawieniu liczebności, do tych właśnie typów zostali zaliczeni. W tablicy, obejmującej wymiary indywidualne poszczególnych zawodników, dodanej na końcu tej pracy, oznaczeni są przy określeniu typu znakiem zapytania.

Podobieństwa wyodrębnionych typów, liczone od ich średnich arytmetycznych, ilustruje tablica V i diagram fig. 3.

Tablica V.

Podobieństwa wyodrębnionych typów antropologicznych.
Aehnlichkeitskoeffizienten der anthropologischen Typen.

T y p y T y p u s	δ	α	ι	γ	ω	β	ρ
δ	+1·—	+·11	+·13	—·26	—·19	—·93	—·64
α	+·11	+1·—	+·47	—·28	—·61	—·51	—·48
ι	+·13	+·47	+1·—	—·54	—·64	—·50	—·16
γ	—·26	—·28	—·54	+1·—	+·18	+·14	—·29
ω	—·19	—·61	—·64	+·18	+1·—	+ 32	+·02
β	—·93	—·51	—·50	+·14	+ 32	+1·—	+·77
ρ	—·64	—·48	—·16	—·29	+·02	+·77	+1·—

Ustosunkowanie się typów rasowych względem siebie, jest tu zupełnie prawidłowe i logiczne, co również wskazuje na słuszność określeń.

Wreszcie jeszcze jednym kryterjum trafności określeń może być ujęcie zmienności poszczególnych cech w obrębie każdego z typów. Należy bowiem przypuszczać, że w obrębie grup jednorodnych zmienność ta będzie nieznaczną.

Ze względu na niewielką liczbę spostrzeżeń w obrębie każdej z grup, zastosujemy tutaj nie średnie odchylenie (σ), lecz od-

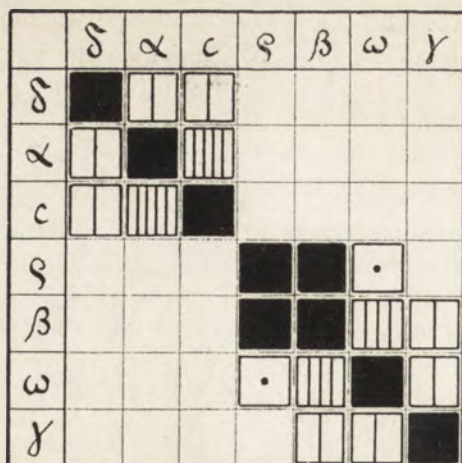


Fig. 3. Diagram podobieństw typów antropologicznych.
Graphische Darstellung der Aehnlichkeitskoeffizienten der anthropologischen Typen.

Tablica VI.

Przeciętne odchylenia cech w obrębie typów.
Oscillationsexponent innerhalb der anthropologischen Typen.

Cechy Merkmal	Typy Typus	α	c	γ	ρ	β	ω
Wzrost Körpergrösse		3.87	4.64	4.55	4.35	2.23	5.10
Wsk. szer.-dług. głowy L/B. Index		2.65	2.26	2.65	1.88	0.57	3.97
Wsk. czoł.-ciem. Trans. Frontoparietalindex		1.57	2.00	2.46	1.13	1.90	1.73
Wsk. potyl'-ciem Trans. Occipitoparietalindex		2.09	2.31	2.70	1.57	1.60	1.73
Wsk. licowy morf. Morph. Gesichtsindex		2.73	2.47	3.20	1.73	2.75	1.97
Wsk. licowy górny Obergesichtsindex		1.94	2.88	1.80	2.85	1.85	2.10
Wsk. nosowy Nasenindex		5.21	2.27	3.78	2.03	4.42	3.37
Wsk. czoł.-jarzmowy Jugofrontalindex		1.86	2.00	2.26	2.20	0.82	1.13
Wsk. czoł.-potylicz. Frontooccipitalindex		1.94	4.73	2.80	1.53	2.50	0.40
Barwa oczu Augenfarbe		1.71	3.08	2.30	3.17	3.00	3.10

chylenie przeciętne (ϑ), t. zw. „Oscillationsexponent“ *Ihering'a*, ze wzoru:

$$\vartheta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{K-n} |X_k|,$$

gdzie (X_k) oznacza odchylenie od średniej arytmetycznej bez uwzględnienia znaku, zaś n liczbę spostrzeżeń.

Zestawienie przeciętnych odchyłeń przedstawia tablica VI.

Zestawienie powyższe wskazuje istotnie na stosunkowo bardzo nieznaczną zmienność w obrębie poszczególnych grup rasowych, można zatem uważać wyodrębnione grupy za jednorodne.

Ciekawem jest wreszcie ustosunkowanie się ilościowe poszczególnych typów rasowych według narodowości. Przedstawia to tablica VII. Uwidocznione tam ustosunkowanie tłumaczy nam w zupełności wyodrębnione grupy narodowościowe w diagramie fig. 1. W skład bowiem grupy pierwszej weszły przedewszystkiem te narodowości, których zawodnicy rekrutowali się w głównej mierze z elementów nordycznych i jego dwóch mieszaińców. Charakterystycznym jest np., że zawodnicy francuscy i szwajcarscy składają się wyłącznie z tych właśnie elementów rasowych, mimo że tak we Francji jak i w Szwajcarii nie stanowią one dominujących liczebnie elementów rasowych.

Tablica VII.

Skład rasowy zawodników według narodowości.
Anthropologische Typen nach Nationen geordnet.

Narodowość Nationalität	Typy Typus	α	ι	γ	ρ	β	ω	δ	Razem Zusammen
Czechosłowacja		3	—	4	1	1	—	—	9
Francja		1	2	2	—	—	—	—	5
Finlandja		2	—	3	2	—	1	—	8
Jugosławja		—	1	4	—	—	1	—	6
Łotwa		—	—	1	—	—	—	—	1
Niemcy		1	1	3	—	—	—	—	5
Norwegja		2	2	—	—	—	—	—	4
Polska		4	2	6	5	3	1	1	22
Rumunja		—	—	1	—	1	—	—	2
Szwajcarya		—	1	1	—	—	—	—	2
Szwecja		1	1	—	1	—	—	—	3
Włochy		—	—	—	—	1	—	—	1
Razem Zusammen		14	10	25	9	6	3	1	68
W %	%	20·6	14·7	36·8	13·2	8·8	4·4	1·5	100·0

Grupę drugą w diagramie pierwszym, charakteryzuje natomiast znacznie różnorodniejszy skład rasowy niż grupę pierwszą.

To zatem zróżnicowanie narodowości, które znalazło swój wyraz w średnich arytmetycznych poszczególnych cech, zostało potwierdzone przez analizę rasową.

Uprzywilejowanie typu nordycznego i jego dwóch mieszańców w sporcie narciarskim, uwydatnia się bardzo wyraźnie nawet na materiale polskim, jeśli porównamy skład rasowy gimnastyków Polaków, z IX Olimpiady, określonych przez *J. i W. Dybowski*, z polskimi narciarzami z zawodów w Zakopanem. Porównanie to przedstawia tablica VIII.

Tablica VIII.

Porównanie gimnastyków i narciarzy polskich.
Vergleich der polnischen Turner und Skiläufer.

Typ Typus	Gimnastycy IX Olimpiady w/g J. i W. Dybowski Turner d. IX Olymp. nach J. u. W. Dy- bowski.	Narciarze zawo- dów w Zakopanem w/g Mydlarskiego Skiläufer d. Wett- kämpfe in Zakopa- ne nach Mydlarski	Różnica Differenz
α	0.0	18.2	+18.2
β	26.3	13.6	-12.7
γ	10.5	27.3	+16.8
δ, χ, ω	36.8	9.0	-27.8
λ	21.1	0.0	-21.1
ι	5.3	9.1	+ 3.8
ρ	0.0	22.7	+22.7

Uwidocznione tu różnice są zbyt wielkie i jaskrawe, aby mogły być brane na karb przypadku lub złego określenia. Widocznie muszą tu zachodzić wyraźne różnice rasowe w dyspozycjach morfologicznych, fizjologicznych i psychicznych, które dają tak jaskrawy obraz przy porównaniu tych dwóch kategorii zawodników, przedstawiających niewątpliwie najwyższą klasę sportową, a więc najsilniej selekcionowanych.

W zupełnej zgodności z powyższem ujęciem pozostaje również określenie rasowe zawodników, którzy uzyskali najlepsze miejsca na zawodach w Zakopanem. Niestety z 17-tu poprzednio uwzględnionych zawodników, trzech nie zostało przezemnie zbadanych. Na pozostałych czternastu, rozkładają się typy rasowe jak następuje:

4. typu α , co stanowi 28.6% ogółu zawodników tego typu
5. „ γ „ „ 20.0% „ „ „ „

4. typu 4, co stanowi 40.0% ogółu zawodników tego typu

1. „ 1, „ „ „ 11.1% „ „ „ „ „

Z przytoczonych wyżej rozważań, staje się bardzo prawdopodobnym, że w sporcie narciarskim, jeśli chodzi o zawodników najwyższej klasy, są uprzywilejowane przede wszystkim narody, w których skład wchodzi najliczniej trzy wyżej wymienione typy zespołu nordycznego. Widocznie zatem, te elementy rasowe muszą posiadać pewne walory, tłumaczące ich uprzywilejowanie pod tym względem stanowisko. Przypatrzmy się zatem z kolei ich charakterystyce morfologicznej.

III. CHARAKTERYSTYKA BUDOWY FIZYCZNEJ ZAWODNIKÓW.

Ogólną charakterystykę budowy ciała całej grupy zawodników, których średni wiek wynosił 24.4 lat, daje tablica IX. Dla pełniejszej charakterystyki budowy dołączam również średnie wymiarów poprzecznych serca oraz płuc (mierzonych ze zdjęć przed zawodami).

Charakterystykę morfologiczną grupy możnaby uwydatnić przez porównanie jej z innymi podobnymi grupami zawodników sportowych.

Niestety jednak, porównanie naszych wyników z badaniami nad budową ciała zawodników olimpijskich nie jest możliwe z powodu odmiennej techniki pomiarowej. Tak bowiem K. Müllly¹⁾, badając grupę narciarzy na zawodach w St. Moritz w r. 1928, jak i W. Kohlrausch²⁾, badając zawodników olimpijskich w Amsterdamie w r. 1928, zastosowali pomiary z fotografii, co niestety nie jest porównalne z pomiarami bezpośrednio doko-nywanymi. Porównajmy przeto grupy narodowościowe, ograniczając się jedynie do wskaźników i wzrostu.

Zestawienie poniższe wskazuje, że prawdopodobnie budowa ciała w selekcji zawodników narciarskich nie odgrywa zbyt-niej roli. Zwracało to ogólną uwagę nawet w czasie samych ba-dań. Porównajmy między sobą narodowości przodujące w spor-

¹⁾ Müllly K.: Die Form des Körpers als Ausdruck seiner Funktion. Die Sportärztlichen Erg. der IX Olymp. Winterspiele in St. Moritz 1928. Bern 1928.

²⁾ Kohlrausch W.: Zusammenhänge von Körperform und Leistung. Erg. d. Sportärztlichen Untersuchungen bei den IX Olymp. Spielen in Amsterdam 1928. Berlin 1929.

Tablica IX.

Charakterystyka budowy fizycznej zawodników.
 Charakteristik des Körperbaus der ganzen Gruppe.

N ^o	Cecha Merkmal	A	$\pm E_A$	σ	$\pm E_\sigma$
1.	Wzrost Körpergrösse	170·28	0·47	5·760	0·333
2.	Wys. symphision Symphysenhöhe	86·87	0·33	4·008	0·232
3.	Szerokość barkowa Schulterbreite	39·08	0·14	1·682	0·097
4.	Strzałk. średn. piersi mesost Sagittaler Brustdurchm. mes.	19·55	0·11	1·285	0·075
5.	Różnica między wdechem a wydechem Exkursjonsbreite	2·86	0·06	0·783	0·046
6.	Strzałk. średn. piersi xyph. Sagittaler Brustdurchm. xyph.	19·75	0·13	1·533	0·089
7.	Różnica między wdechem a wydechem Exkursjonsbreite	3·62	0·08	0·989	0·058
8.	Poprz. średn. piersi mesost. Trans. Brustdurchm. mes.	26·99	0·12	1·399	0·081
9.	Różnica między wdechem a wydechem Exkursjonsbreite	2·95	0·07	0·801	0·047
10.	Poprz. średn. piersi xyphoid. Trans. Brustdurchm. xyph.	27·62	0·10	1·219	0·071
11.	Różnica między wdechem a wydechem Exkursjonsbreite	4·11	0·07	0·813	0·047
12.	Szerokość miednicy Beckenbreite	27·86	0·12	1·433	0·085
13.	Obwód piersi mesost. Brustumfang mes.	93·21	0·31	3·820	0·221
14.	Różnica między wdechem a wydechem Exkursjonsbreite	10·21	0·25	3·062	0·177
15.	Obwód piersi xyphoid. Brustumfang xyph.	85·75	0·31	3·744	0·216
16.	Różnica między wdechem a wydechem Exkursjonsbreite	10·65	0·23	2·754	0·159
17.	Najmn. obwód tułowia Taillenumfang	76·26	0·32	3·968	0·229
18.	Najw. obwód brzucha Bauchumfang	81·24	0·35	4·270	0·251

Tabl. IX. (Ciąg dalszy).

N ^o	Cecha Merkmal	A	$\pm E_A$	σ	$\pm E_\sigma$
19.	Najw obwód ramienia Gr. Umfang d. r. Oberarmes.	29·08	0·16	1·941	0·114
20.	Długość tułowia Rumpflänge	52·12	0·17	2·069	0·120
21.	Wysokość klatki piersiowej Thoraxlänge	29·40	0·15	1·770	0·103
22.	Długość mostka Länge d. Sternums	18·16	0·11	1·380	0·080
23.	Długość kończ. górnej Ganze Armlänge	76·16	0·27	3·325	0·192
24.	Wysokość szyi Halslänge	8·12	0·09	1·073	0·062
25.	Wsk. $\frac{\text{dł. tułowia}}{\text{wzrost.}}$ Rumpflänge in $\frac{0}{100}$ d. Körpergr.	30·60	0·08	0·990	0·057
26.	Wsk. $\frac{\text{wys. symph.}}{\text{wzrost.}}$ Symph. Höhe in $\frac{0}{100}$ d. Körpergr.	51·10	0·10	1·167	0·067
27.	Wsk. $\frac{\text{dług. kończ. gór.}}{\text{wzrost.}}$ Ganze Arml. in $\frac{0}{100}$ d. Körpergr.	44·68	0·09	1·100	0·064
28.	Wsk. $\frac{\text{obw. piersi xyph.}}{\text{wzrost.}}$ Brustumfang xyph. in $\frac{0}{100}$ d Körpergr.	50·19	0·19	2·329	0·135
29.	Wsk. $\frac{\text{długość mostka}}{\text{długość tułowia}}$ Länge d. Sternums in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge	34·82	0·19	2·323	0·134
30.	Wsk. $\frac{\text{szerokość barkowa}}{\text{długość tułowia}}$ Schulterbreite in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge	75·59	0·35	4·256	0·250
31.	Wsk. $\frac{\text{Poprzecz. śred. piersi mes.}}{\text{dług. tułowia}}$ Trans. Brustdurchm. mes. in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge	52·40	0·29	3·572	0·208
32.	Wsk. $\frac{\text{Poprzecz. śred. piersi xyph.}}{\text{długość tułowia}}$ Trans. Brustdurchm. xyph. in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge	53·43	0·26	3·155	0·184
33.	Wsk. $\frac{\text{Szer. miednicy}}{\text{długość tułowia}}$ Beckenbreite in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge	54·03	0·23	2·774	0·165

Tabl. IX. (Ciąg dalszy).

Nr.	Cecha Merkmal	A	$\pm E_A$	σ	$\pm E\sigma$
34.	Wsk. $\frac{\text{Strz. \u015bred. pier. mes.}}{\text{poprz. \u015bred. piersi mes.}}$ Mes. Brustindex	72:37	0:44	5:295	0:308
35.	Wsk. $\frac{\text{Strz. \u015bred. piersi xyph.}}{\text{poprz. \u015bred. piersi xyph.}}$ Xyph. Brustindex	71:65	0:45	5:519	0:322
36.	Wsk. $\frac{\text{d\u0142ugo\u015b\u0107 mostka}}{\text{poprz. \u015bred. piersi mes.}}$ Sternum in $\frac{0}{100}$ d. Trans. Brust- durchm. mes.	66:96	0:47	5:749	0:335
37.	Wsk. $\frac{\text{d\u0142ugo\u015b\u0107 mostka}}{\text{poprz. \u015bred. piersi xyph.}}$ Sternum in $\frac{0}{100}$ d. Trans. Brust- durchm xyph.	65:57	0:42	5:156	0:300
38.	Poprzeczna \u015brednica serca*) Herztransversale	12:8	0:657	0:913	0:046
39.	Poprzeczna \u015brednica p\u0142uc*) Lungendurchmesser	26:74	0:168	2:33	0:118
40.	Wsk $\frac{\text{serce *)}}{\text{p\u0142uca}}$ Herz-Lungenindex	2:113	0:011	0:148	0:07
41.	Pojemno\u015b\u0107 \u017cyciowa p\u0142uc**) Vitalkapazit\u00e4t	4279	56:7	695:5	40:1
42.	Wsk. $\frac{\text{pojemno\u015b\u0107 \u017cyciowa p\u0142uc**})}{\text{wzrost}}$ Vitalkapaz. in $\frac{0}{100}$ d. K\u00f6rpergr.	25:16	0:33	3:977	0:230

*) Obliczenia w\u017ciete z pracy: *W. Missiuro*: Trening i wysilki sportowe a serce. Przegl\u0105d Sportowo-Lekarski \u2116 1. 1931.

**) Na podstawie pomiar\u00f3w zestawionych w pracy: *G. Szulc*: Badania narz\u0105du oddechowego i si\u0142y r\u0105k uczestnik\u00f3w mi\u0119dzynarodowych zawod\u00f3w narciarskich w Zakopanem. Przegl. Sportowo-Lekarski Nr. 3-4 1930.

cie narciarskim np. Szwecj\u0119, Norwegj\u0119 i Szwajcarj\u0119. Ot\u00f3\u017c Szwajcarzy maj\u0105 najkr\u00f3tszy tu\u0142\u00f3w w por\u00f3wnaniu ze wzrostem, podczas gdy Norwegowie posiadaj\u0105 stosunkowo d\u0142ugi tu\u0142\u00f3w. Analogicznie rzecz si\u0119 przedstawia z d\u0142ugo\u015bci\u0105 ko\u0144czyn. Najd\u0142u\u017csze ko\u0144czyny dolne maj\u0105 Szwajcarzy, stosunkowo znacznie kr\u00f3tsze Norwegowie i Szwedzi. Najd\u0142u\u017csze ko\u0144czyny g\u00f3rne maj\u0105 Szwajcarzy, znacznie kr\u00f3tsze Norwegowie. Bardzo wyra\u017ane s\u0105 r\u00f3\u017cnice w d\u0142ugo\u015bci mostka w stosunku do tu\u0142owia. W szeroko\u015bci barkowej zachodz\u0105 wybitne r\u00f3\u017cnice mi\u0119dzy Norwegami a Szwedami, podobnie i w budowie k\u0142atki piersiowej. Jednym s\u0142owem

Tablica X.
Charakterystyka budowy ciała według narodowości.
Charakteristik des Körperbaus nach Nationen geordnet.

Nr.	C e c h a Merkmal	Czechosłowacja	Jugosławia	Francja	Szwajcaria	Norwegia	Szwecja	Niemcy	Lotwa	Polska	Finlandja	Włochy	Rumunia
1.	Wzrost Körpergröße	170·6	174·3	173·3	176·7	174·6	171·7	171·5	169·2	168·2	168·1	161·1	163·5
2.	wsk. $\frac{\text{dt. tul.}}{\text{wzrost}}$ Rumpflänge in $\frac{\text{‰}}{\text{d. Körpergr.}}$	29·9	29·9	30·4	29·2	31·1	30·2	31·2	32·5	30·1	31·4	30·7	30·0
3.	wsk. $\frac{\text{wys. symph.}}{\text{wzrost}}$ Symphysenhöhe in $\frac{\text{‰}}{\text{d. Körpergr.}}$	51·6	51·3	50·5	53·3	51·0	51·3	50·2	50·3	50·9	50·3	51·2	51·2
4.	wsk. $\frac{\text{dt. kończyny górnej}}{\text{wzrost}}$ Ganze Armlänge in $\frac{\text{‰}}{\text{d. Körpergr.}}$	44·2	45·1	44·4	45·4	44·5	45·2	44·6	46·5	44·6	44·8	45·9	44·2
5.	wsk. $\frac{\text{obw. piersi xiphoid.}}{\text{wzrost}}$ Xyph. Brustumfang in $\frac{\text{‰}}{\text{d. Körpergr.}}$	48·4	51·3	49·5	49·3	49·8	51·1	49·6	48·5	50·4	51·5	50·9	49·2
6.	wsk. $\frac{\text{dług. mostka}}{\text{tułów}}$ Sternumlänge in $\frac{\text{‰}}{\text{d. Rumpflänge}}$	34·3	35·4	33·8	38·5	34·6	35·0	34·1	38·6	35·3	33·5	33·5	35·—
7.	wsk. $\frac{\text{szerok. barkowa}}{\text{tułów}}$ Schulterbreite in $\frac{\text{‰}}{\text{d. Rumpflänge}}$	76·9	77·1	75·8	77·5	70·7	78·4	72·9	73·4	76·1	72·6	79·4	77·5

Tabl. X. (Ciąg dalszy).

Nr.	Cecha Merkmal	Czechosłowacja	Jugosławia	Francja	Szwajcaria	Norwegia	Szwecja	Niemcy	Kotwa	Polska	Finlandja	Włochy	Rumunia
8	wsk. pop. średn. piersi mes. tułów Trans. Brustdurchmesser mes. in % d. Rumpflänge	51·3	52·1	51·6	55·4	51·0	55·3	50·5	48·1	53·2	51·0	52·0	52·3
9	wsk. pop. średn. piersi xypch. tułów Trans. Brustdurchm. xypch. in % d. Rumpflänge	53·2	53·9	53·1	54·1	52·7	55·6	51·7	50·7	54·2	51·4	52·6	52·7
10	wsk. pop. średn. piersi mes. szerokok. miednicy tułów Beckenbreite in % d. Rumpflänge	55·4	53·5	55·8	57·3	53·9	51·8	53·3	53·0	53·8	52·8	57·1	51·9
11	wsk. strz. średn. piersi mes. Mes. Brustindex	73·9	74·9	74·5	73·0	74·8	68·9	71·4	75·9	70·0	73·2	74·8	72·1
12	wsk. pop. średn. piersi xypch. strz. średn. piersi xypch. Xypch. Brustindex	72·0	73·4	73·8	72·7	75·5	69·1	69·7	71·2	70·0	73·3	75·5	71·6
13	wsk. dług. mostka pop. średn. piersi mes. Sternumlänge in % d. Trans. Brustdurchm. mes.	67·3	68·4	65·9	69·5	68·1	63·6	67·5	79·0	66·4	65·9	64·3	67·9
14	wsk. pop. średn. piersi xypch. Sternumlänge in % d. Trans. Brustdurchm. xypch.	64·9	66·0	63·8	71·0	66·0	63·1	66·4	74·9	65·3	65·2	63·6	67·3

Tablica XI.

Porównanie budowy ciała 14 najlepszych zawodników z ogółem.
Vergleichen des Körperbaus der besten 14 Skiläufer mit der
ganzen Gruppe.

C e c h a M e r k m a l	Najlepsi Die Besten	Ogół Ganze Gruppe	Różnica Differenz
Wzrost Körpergröße	172·63	170·28	+2·35
wsk. $\frac{\text{długość tułowia}}{\text{wzrost}}$	30·79	30·60	+0·19
Rumpflänge in $\frac{0}{100}$ d. Körpergr.			
wsk. $\frac{\text{wysokość symph.}}{\text{wzrost}}$	51·07	51·10	-0·03
Symphysenhöhe in $\frac{0}{100}$ d. Körpergr.			
wsk. $\frac{\text{obw. piersi xyph.}}{\text{wzrost}}$	50·81	50·19	+0·62
Xyph. Brustumfang in $\frac{0}{100}$ d. Körpergr.			
wsk. $\frac{\text{długość mostka}}{\text{tułów}}$	35·16	34·82	+0·34
Sternuflänge in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge			
wsk. $\frac{\text{szerokość barkowa}}{\text{tułów}}$	73·73	75·59	-1·86
Schulterbreite in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge			
wsk. $\frac{\text{poprz. śred. pier. mes.}}{\text{tułów}}$	52·43	52·40	+0·03
Trans. Brustdurchm. mes. in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge			
wsk. $\frac{\text{poprz. śred. pier. xyph.}}{\text{tułów}}$	52·91	53·43	-0·52
Trans. Brustdurchm. xyph. in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge			
Wsk. piersiowy mes. Mes. Brustindex	73·86	72·37	+1·49
Wsk. piersiowy xyph Xyph. Brustindex	73·86	71·65	+2·21
wsk. $\frac{\text{długość mostka}}{\text{poprz. śred. pier. mes.}}$	67·46	66·96	+0·50
Sternuflänge in $\frac{0}{100}$ d. Trans. Brust- durchm. mes.			
wsk. $\frac{\text{długość mostka}}{\text{poprz. śred. pier. xyph.}}$	66·64	65·57	+1·07
Sternuflänge in $\frac{0}{100}$ d. Trans. Brust- durchm. xyph.			
wsk. $\frac{\text{długość kończ. górnej}}{\text{wzrost.}}$	44·81	44·68	+0·13
Ganze Armlänge in $\frac{0}{100}$ d. Körpergr.			
wsk. $\frac{\text{szerokość miednicy}}{\text{tułów}}$	53·30	54·03	-0·73
Beckenbreite in $\frac{0}{100}$ d. Rumpflänge			

widzimy tutaj, że budowa ciała nie odgrywa widocznie w sporcie narciarskim tej roli, jaką odgrywają przypuszczalnie czynniki funkcjonalne. Dla jaśniejszego zobrazowania różnic w budowie ciała porównamy wskaźniki budowy 14 najlepszych zawodników¹⁾ ze średnimi ogółu.

Z zestawienia powyższego widzimy, że niema tutaj jaskrawych różnic. Naogół najlepsi zawodnicy są nieco wyższego wzrostu, o większym obwodzie klatki piersiowej w porównaniu ze wzrostem, o bardziej wydłużonej klatce piersiowej, która posiada kształt w przekroju bardziej okrągły, o mniejszej szerokości barkowej i węższej miednicy. Najlepsi zatem przedstawiają typ bardziej leptosomatyczny, o okrągłej jednak klatce piersiowej niż ogół.

Jak widzieliśmy wyżej, selekcja najlepszych zawodników, związana jest dość wyraźnie z momentami rasowymi. Przypatrzmy się przeto, jak przedstawiają się ci najlepsi zawodnicy w porównaniu z budową ciała swych typów rasowych. Porównanie to ilustruje tabl. XII.

Typ *nordyczny* (α) przedstawia się jako element roslly o krótkim tułowiu, długich kończynach dolnych a krótkich kończynach górnych, o małej i płaskiej klatce piersiowej (krótki mostek, mały obwód piersi) o średniej szerokości barkowej i wąskiej stosunkowo miednicy. W porównaniu ze swym typem rasowym, czterech najlepszych zawodników typu nordycznego, odznacza się wyższym nieco wzrostem, dłuższymi jeszcze kończynami dolnymi, węższymi barkami i węższą miednicą, krótszym jeszcze mostkiem, natomiast znacznie okrągłym kształtem klatki piersiowej. Naogół zatem można zauważyć u najlepszych zawodników tego typu budowę jeszcze bardziej smukłą, leptosomatyczną, o wyraźnych jednak zmianach w budowie klatki piersiowej.

Typ *północno-zachodni* (ι) jest najwyższym co do wzrostu, o tułowiu bardzo krótkim i bardzo długich kończynach dolnych, jak też stosunkowo długich kończynach górnych, o dość dużym obwodzie klatki piersiowej w porównaniu ze wzrostem, przyczem klatka piersiowa jest długa i szeroka, kształtu

¹⁾ Skagnes Leif, Saarinen Veli, Bergström Hjamar, Belgum Peder, Konuutila Anzelm, Haakonsen Haghart, Lükkanön Varnö, Bussmann Walter, Stenen Ole, Jonson Gustaw, Müller Gustaw, Bauer Hans, Hanson Ole, Lauener Stefan.

Tabl. XII. Porównanie budowy ciała najlepszych zawodników ze średniemi ich typów rasowych.
Vergleich des Körperbaus der besten Skiläufer mit dem Körperbau der anthropologischen Typen.

Cecha Merkmal	α				ι				γ				ρ					
	Najlepsi	Die Besten	Ogół	Ganze Gr.	Różnica	Differenz	Najlepsi	Die Besten	Ogół	Ganze Gr.	Różnica	Differenz	Najlepsi	Die Besten	Ogół	Ganze Gr.	Różnica	Differenz
Wzrost Körpergröße	173·9		172·2	+1·7	174·5	174·1	+0·3	171·0	170·6	+0·4	164·6	166·1	-1·5					
wsk. długość tułowia wzrost	30·3		30·3	0·0	30·7	30·1	+0·6	30·9	30·4	+0·5	32·5	30·4	+2·1					
Rumpflänge in % d. Körpergr.																		
wsk. wys. symphision wzrost	51·6		51·2	+0·4	51·1	51·5	-0·4	51·0	50·8	+0·2	48·9	50·8	-1·9					
Symphysenhöhe in % d. Körpergr.																		
wsk. dług. kończ. gór. wzrost	44·5		44·3	+0·2	44·9	45·0	-0·1	44·9	44·7	+0·2	45·3	44·5	+0·8					
Ganze Armlänge in % d. Körpergr.																		
wsk. obwód pier. xyph. wzrost	49·3		49·2	+0·1	50·3	50·3	0·0	52·7	50·0	+2·7	51·6	50·5	+1·1					
Xyph. Brustumfang in % d. Körpergr.																		
wsk. długość mostka tułów	32·9		33·9	-1·0	36·0	35·9	+0·1	36·6	35·0	+1·6	32·8	35·0	-2·2					
Sterniumlänge in % d. Rumpflänge																		
wsk. szerokość barkowa tułów	73·9		75·3	-1·4	73·2	75·5	-2·3	74·2	75·4	-1·2	---	76·9	---					
Schulterbreite in % d. Rumpfl.																		

Tablica XII (ciąg dalszy).

Cechy Merkmal	α				ι				γ				ρ							
	Najlepsi	Die Besten	Ogół	Różnica	Differenz	Najlepsi	Die Besten	Ogół	Różnica	Differenz	Najlepsi	Die Besten	Ogół	Różnica	Differenz	Najlepsi	Die Besten	Ogół	Różnica	Differenz
wsk. poprz. śred. pier. mes. tułów	51·6	52·6	- 1·0			54·6	54·0	+0·6			51·3	51·6	-0·3			49·3	52·6	-3·3		
Trans. Brustdurchm. mes. in % d. Rumpflänge																				
wsk. poprz. śred. pier. xyph. tułów	52·9	53·8	-0·9			53·8	54·7	-0·9			52·5	52·6	-0·1			50·4	53·7	-3·3		
Trans. Brustdurchm. xyph. in % d. Rumpflänge																				
wsk. szerokość miednicy tułów	53·1	53·7	-0·6			53·7	54·2	-0·5			54·2	54·2	0·0			49·4	53·5	-4·1		
Beckenbreite in % d. Rumpflänge																				
Wsk. pierśiowy mes.	74·2	71·0	+3·2			71·8	73·8	-2·0			76·8	72·4	+4·4			71·2	70·4	+0·8		
Mes. Brustindex																				
Wsk. pierśiowy xyph.	74·0	69·7	+4·3			72·3	73·2	-0·9			75·6	71·9	+3·7			74·1	70·1	+4·0		
Xyph. Brustindex																				
wsk. długość mostka poprz. śred. pier. mes.	64·0	64·9	-0·9			67·0	67·2	-0·2			71·9	67·9	+4·0			66·7	67·0	-0·3		
Sternumlänge in % d. Trans. Brust- durchm. mes.																				
wsk. długość mostka poprz. śred. pier. xyph.	62·3	63·7	-1·4			67·4	65·9	+1·5			70·3	66·7	+3·6			65·2	65·5	-0·3		
Sternumlänge in % d. Trans. Brust- durchm. Xyph.																				

znacznie bardziej okrągłego niż u typu nordycznego oraz stosunkowo szerokiej miednicy. Różnice z typem nordycznym polegają zatem na dłuższych kończynach górnych, szerszej miednicy, dłuższej, szerszej i okrągłej klatce piersiowej. Pięciu najlepszych tego typu wykazuje przede wszystkim mniejszą szerokość barkową i mniejszą szerokość miednicy oraz bardziej płaski kształt klatki piersiowej. Odchylenie zatem również w kierunku smuklejszej budowy.

Zawodnicy typu *subnordycznego* (γ) wykazują dość wysoki wzrost, przy stosunkowo dłuższym tułowi niż typ nordyczny, krótkie kończyny dolne i górne, średnio wielki obwód klatki piersiowej, średnio szerokie barki i szeroką miednicę; klatka piersiowa jest dość długa, kształtu pośredniego między typem nordycznym a północno-zachodnim. Najlepsi zawodnicy tego typu, wykazują również nieco wyższy wzrost, nieco dłuższy tułów, większy obwód klatki piersiowej przy równocześnie mniejszej szerokości barkowej, dalej posiadają dłuższą klatkę piersiową przy znacznie okrągłym jej kształcie. Przesunięcie zatem tak samo w kierunku budowy leptosomatycznej przy równoczesnych zmianach w kształcie klatki piersiowej.

Typ *litoralny* (ρ) jest średniego wzrostu, o średnio długim tułowi i bardzo krótkich kończynach dolnych i krótkich kończynach górnych. Bardzo charakterystyczny jest kształt tułowia. Przy bardzo dużej szerokości barkowej bardzo mała szerokość miednicy. Klatka piersiowa dość długa o płaskim kształcie. Najlepszy zawodnik tego typu odchyła się również raczej w kierunku typu leptosomatycznego przy wyraźnych różnicach w kształcie klatki piersiowej, która jest u niego bardziej okrągła.

Ogółem zatem dadzą się zauważyć następujące prawidłowości: najlepsi zawodnicy w porównaniu ze średnimi swych typów rasowych są wyższego wzrostu, o nieco bardziej wydłużonym tułowi, przeważnie dłuższych kończynach górnych, nieco większym obwodzie klatki piersiowej, węższych barkach i miednicy, okrągłej, z wyjątkiem typu północno zachodniego, klatce piersiowej. Naogół jednakże różnice są przeważnie nieznaczne i prawdopodobnie w selekcji budowa ciała odgrywa stosunkowo małą rolę.

Charakterystyka budowy ciała dwóch pozostałych typów antropologicznych przedstawiona jest w tabl. XIII.

Tabl. XIII. Charakterystyka budowy ciała typów presłowiańskiego i alpejskiego.

 Körperbau des preslawischen (β) und alpinen (ω) Typus.

Cecha Merkmal	β	ω
Wrost Körpergrösse	165·4	168·4
wsk. $\frac{\text{długość tułowia}}{\text{wrost}}$	30·5	31·0
Rumpflänge in $\frac{0}{0}$ der. Körpergr.		
wsk. $\frac{\text{wysokość symph.}}{\text{wrost}}$	50·8	51·0
Symphysenhöhe in $\frac{0}{0}$ d. Körpergr.		
wsk. $\frac{\text{dług. kończ. górnej}}{\text{wrost}}$	44·7	45·7
Ganze Armlänge in $\frac{0}{0}$ d. Körpergr.		
wsk. $\frac{\text{obwód piersi xyph.}}{\text{wrost}}$	51·4	49·4
Xyph. Brustumfang in $\frac{0}{0}$ d. Körpergr.		
wsk. $\frac{\text{długość mostka}}{\text{tułów}}$	34·7	33·7
Sternumlänge in $\frac{0}{0}$ d. Rumpflänge		
wsk. $\frac{\text{szerokość barkowa}}{\text{tułów}}$	76·1	71·8
Schulterbreite in $\frac{0}{0}$ d. Rumpflänge		
wsk. $\frac{\text{poprz. śred. piersi mes.}}{\text{tułów}}$	52·0	49·4
Trans. Brustdurchm. mes. in $\frac{0}{0}$ d. Rumpflänge		
wsk. $\frac{\text{poprz. śred. piersi xyph.}}{\text{tułów}}$	53·5	51·0
Trans. Brustdurchm. xyph. in $\frac{0}{0}$ d. Rumpflänge		
wsk. $\frac{\text{szerokość miednicy}}{\text{tułów}}$	54·2	53·5
Beckenbreite in $\frac{0}{0}$ d. Rumpflänge		
wsk. piersiowy mes.	74·7	75·3
Mes. Brustindex		
wsk. piersiowy xyph.	73·0	75·4
Xyph. Brustindex		
wsk. $\frac{\text{długość mostka}}{\text{poprz. śred. pier. mes.}}$	67·1	68·5
Sternumlänge in $\frac{0}{0}$ d. Trans. Brustdurchm. mes.		
wsk. $\frac{\text{długość mostka}}{\text{poprz. śred. pier. mes.}}$	65·1	66·2
Sternumlänge in $\frac{0}{0}$ d. Trans. Brustdurchm. Xyph.		

Typ presłowiański (β) posiada najniższy wzrost, stosunkowo dość długi tułów i krótkie kończyny dolne, dość krótkie kończyny górne, szerokość barkową w stosunku do tułowia prawie tak dużą jak typ litoralny, szeroką miednicę, bardzo duży obwód klatki piersiowej; przyczem klatka piersiowa jest dość długa o okrągłym kształcie.

Typ alpejski (ω) odznacza się średnim wzrostem, najdłuższym tułowiem z pośród reprezentowanych tu typów, i najdłuższymi kończynami górnymi, wąskimi barkami i wąską miednicą, bardzo krótką klatką piersiową o małym obwodzie i najbardziej okrągłym jej kształcie.

IV. ZAGADNIENIE ZWIĄZKU MIĘDZY BUDOWĄ MORFOLOGICZNĄ I TYPEM RASOWYM A SPRAWNOŚCIĄ FIZYCZNĄ I PSYCHICZNĄ ORGANIZMU.

Zdawałoby się, że związek między budową morfologiczną organizmu a jego sprawnością jest prosty, jak między budową maszyny a jej funkcjonowaniem. Tymczasem, zagadnienie to okazuje się jednym z najbardziej skomplikowanych. W ustroju żywym bowiem, sprawność organizmu nie jest prostą funkcją jego budowy, ale uzależnioną jest ona od całego szeregu czynników skorelowanych ze sobą, tak natury morfologicznej jak i funkcjonalnej, a rozwiązanie tego splotu szeregu czynników, wzajemnie na siebie oddziaływujących, nie jest jeszcze możliwe. Zagadnienie to tak trudne w swych szczegółach, staramy się uprościć, a raczej ominąć te trudności i szukać na innej drodze ujęcia związku między morfologią a sprawnością organizmu. Czemże bowiem innym, jak nie próbą ominięcia tych trudności i spojrzenia na nie pod innym kątem widzenia jest cała współczesna teoria konstytucjonalizmu. Typologia konstytucjonalna jest właśnie próbą takiej klasyfikacji osobników, w której odmienny zespół cech morfologicznych wiązałby się z odmiennym funkcjonowaniem organizmu jako całości, nie wchodząc na razie w szczegóły przyczyn odmiennego funkcjonowania.

Spróbujmy pod tym kątem widzenia zanalizować zawodników, zaczynając od wymiarów serca.

1. *Wielkość serca.*

Współzależność poszczególnych zewnętrznych wymiarów ciała z poprzecznym wymiarem serca przedstawia tablica XIV.

Zwraca tu przedewszystkiem uwagę, że poprzeczny wymiar serca związany jest przeważnie silniej z wymiarami bezwzględnymi, aniżeli ze wskaźnikami. Niemal zupełny jest brak związku z kształtem klatki piersiowej. Ciekawy jest również brak związku z bezwzględną długością tułowia, podczas gdy ze wzrostem współczynnik współzależności wynosi + 0.22, a ze stosunkowym

Tabl. XIV. Współczynniki korelacji z poprzecznym wymiarem serca.
Korrelationskoeffizienten mit der Herztransversale.

Cecha Merkmal	r	$\pm E_r$	Cecha Merkmal	r	$\pm E_r$
Wzrost Körpergröße	+0.22	0.08	Wsk. szerokość barkowa tułów Shoulderbreite in % d. Rumpflänge	+0.18	0.08
Długość tułowia Rumpflänge	+0.05	0.08	Wsk. poprz. średn. piersi mes. tułów Trans. Brustdurchm. mes. in % d. Rumpflänge	+0.27	0.08
Poprzeczna średnica piersi mes. Trans. Brustdurchm mes.	+0.20	0.08	Wsk. poprz. średnica piersi xypch. tułów Trans. Brustdurchm. xypch. in % d. Rumpflänge	+0.25	0.08
Poprzeczna średnica piersi xypch. Trans. Brustdurchm. Xypch.	+0.43	0.07	Wsk. piersiowy mes. Mes. Brustindex	-0.03	0.08
Obwód piersi mes. Mes. Brustumfang	+0.49	0.06	Wsk. piersiowy xypch. Xypch. Brustindex	-0.07	0.08
Obwód piersi xypch. Xypch. Brustumfang	+0.42	0.07	Wsk. długość mostka pop. średn. piersi xypch. Sternumlänge in % d. Trans. Brustdurchm. mes.	-0.06	0.08
Wsk. długość tułowia wzrost Rumpflänge in % der Körpergr.	-0.19	0.08	Wsk. pop. średn. piersi xypch. Sternumlänge in % d. Trans. Brustdurchm. Xypch.	-0.02	0.08
Wsk. obwód piersi xypch. wzrost Xypch. Brustumfang in % d. Körpergr.	+0.27	0.08	Wsk. pojemność życiowa płuc wzrost Vitalkapazität in % d. Körpergr.	+0.22	0.08

ujęciem długości tułowia do wzrostu — 0.19. Naogół większy wymiar poprzeczny serca posiadają osobnicy o wyższym wzroście, o stosunkowo krótszym, w porównaniu ze wzrostem tułowiu, o większych wymiarach poprzecznych klatki piersiowej i większym jej obwodzie tak bezwzględny jak i w stosunku do wzrostu, szerszych barkach oraz o większej pojemności życiowej płuc.

Ciekawem jest również, że współczynniki w badanej grupie są naogół większe, aniżeli podane przez *Rautmanna*; tak np. między wzrostem a wielkością serca współczynnik korelacji obliczony przez tego autora wynosił $+ 0.16$ ¹⁾, z obwodem zaś klatki piersiowej tylko $+ 0.28$ ¹⁾, dochodząc jedynie z ciężarem ciała do wysokości $+ 0.49$ ¹⁾. Widocznie muszą tu wchodzić w grę nietylko czysto funkcjonalne związki, ale odgrywać tu musi rolę cały szereg innych momentów, powodujących różnicę w wysokości współczynników. Z konstytucjonalnego i antropologicznego punktu widzenia, na obniżenie współczynnika korelacji wpływałby musiał różnorodniejszy skład badanej przez *Rautmanna* grupy. Współczynnik współzależności bowiem zależy przede wszystkim od różnic, zachodzących między elementami wchodzącymi w skład mieszaniny. Grupa nasza, jak widzieliśmy, jest stosunkowo silnie selekcyonowana w kierunku pewnych elementów rasowych, a zatem bardziej jednolitą pod względem konstytucjonalnym. Przypatrzmy się przeto współzależności między typem rasowym a poprzecznym wymiarem serca. Współzależność tę ujmuje tablica XV. Obliczono tutaj oprócz rzeczywistych kombinacji między typami a wymiarami serca, liczebności teoretyczne, przy założeniu braku związku między badanymi zjawiskami. Liczebności te wzięte są w nawias. Jeśli rzeczywiste liczebności są większe od teoretycznych, opatrzone są znakiem plus, w przeciwnym razie znakiem minus.

Współzależność między poprzecznym wymiarem serca a typami rasowymi jest tutaj bardzo wyraźna i współczynnik odchylenia współzależnościowego $C = 0.47 \pm 0.06$.

Widzimy tutaj, że wielkim poprzecznym wymiarem serca odznacza się typ nordyczny (α), a przede wszystkim typ północno-zachodni (ϵ), gdy typ subnordyczny (γ), alpejski (ω), i dynarski (δ), mają najmniejsze wymiary serca. Pośrednie miejsce zajmuje typ litoralny (ζ), i presłowiański (β). A zatem poprze-

¹⁾ Cyfry te przytaczam z pracy *W. Missiuro: Trening i wysiłki sportowe a serce. Przegl. Sport.-Lek. Nr. 1. 1931.*

Tabl. XV. Współzależność między poprzecznym wymiarem serca a typami rasowymi.

Korrelation zwischen Rasse und Herztransversale.

	α	ι	γ	ρ	β	ω	δ	Razem Zusam.
X — 11·9	+3 (2·7)	-1 (2·1)	+7 (5·2)	- (1·9)	-1 (1·3)	+1 (0·6)	+1 (0·2)	14
12 — 12·9	-3 (4·9)	-2 (3·7)	-8 (9·3)	+7 (3·4)	+4 (2·2)	-1 (1·1)	- (0·4)	25
13 — X	+7 (5·4)	+7 (4·2)	-10 (10·4)	-2 (3·8)	-1 (2·5)	-1 (1·3)	- (0·4)	28
Razem Zusammen	13	10	25	9	6	3	1	67

$$C = 0\cdot47 \pm 0\cdot06$$

czny wymiar serca wiąże się z pewnym typem konstytucjonalnym, z pewną jednostką biologiczną. I oprócz zależności między poszczególnymi wymiarami anatomicznymi, istnieją jeszcze inne związki, które narówni decydują o sprawności organizmu, duże bowiem serce, pozostające oczywiście w granicach fizjologicznych, jest poniekąd miarą również i sprawności funkcjonowania narządu krążenia.

Zupełnie słusznem jest zatem zdanie W. Missiuro, zawarte w pracy p. t. „Trening i wysiłki sportowe a serce“, że „chwiejęność dotychczasowych kryterjów wymiarów serca „normalnego“ — wiąże się — prawdopodobnie z niedostatecznym uwzględnianiem wpływów cech rasowych oraz w dużej mierze wynika z jednostronności stosowania w poszukiwanych zależnościach wyłącznie wymiarów anatomicznych“ (s. 19).

Za słusnością powyższego poglądu, przemawia podnoszenie się współczynników korelacji w grupach biologicznie jednorodnych. Niestety mam do dyspozycji jedynie nieco liczniej reprezentowaną grupę subnordyczną. Otóż w tej grupie typu subnordycznego, widzimy wyraźne podnoszenie się współczynników korelacji między poprzecznym wymiarem serca a innymi wymiarami ciała. I tak ze wzrostem $r = + 0\cdot30$ (w całej grupie $0\cdot22$, u *Rautmanna* $0\cdot16$), z obwodem klatki piersiowej $r = + 0\cdot54$ (w całej grupie $0\cdot49$, u *Rautmanna* $0\cdot28$), z poprzeczną średnicą piersi na wysokości czwartego żebra $r = + 0\cdot37$ (w całej grupie $0\cdot20$), z poprzeczną średnicą piersi na wysokości podstawy wyrostka mieczykowego $r = + 0\cdot52$ (w całej grupie $0\cdot43$) i t. d.

Mamy tu zatem tę przyczynę „chwiejskości dotychczasowych kryterjów wymiarów serca normalnego“, opierających się na współczynnikach korelacji grup niejednorodnych biologicznie. Dowodzi to również znacznie bardziej harmonijnej budowy w obrębie typu rasowego i przemawia za słusznością poglądu, identyfikującego typy rasowe z typami konstytucjonalnymi.

Zachodzi teraz pytanie, czy poszczególne typy różnią się wielkością serca, czy też niektóre typy rasowe odznaczają się zdolnością niejednakowego powiększenia wymiarów serca pod wpływem treningu. Oczywiście w danej chwili na to pytanie odpowiedzieć nie sposób. W każdym jednak razie zdaje się być bardzo prawdopodobnym, że organizmy bardziej sprawne posiadają większe wymiary serca. Świadczy o tem choćby wysoka średnia arytmetyczna poprzecznego wymiaru serca badanej grupy, będącej przecież elitą narciarską poszczególnych narodów, a zatem pod względem swej sprawności możliwie dokładnie wyselekcjonowaną. Przemawiają za tem również i średnie arytmetyczne zawodników, którzy osiągnęli najlepsze wyniki w Zakopanem, w porównaniu z resztą, jak to przedstawia tablica XVI.

Tabl. XVI. Porównanie poprzecznego wymiaru serca najlepszych zawodników.

Vergleich der Herztransversale der besten Skiläufer.

T y p α		T y p β		T y p γ	
najlepsi Die Besten	reszta Andere	najlepsi Die Besten	reszta Andere	najlepsi Die Besten	reszta Andere
13·7	12·3	13·25	12·4	13·0	12·3

Ponieważ, jak widzimy, wielkość serca jest związana ze sprawnością dynamiczną organizmu, staje się prawdopodobnym, że przyczyną selekcji rasowej zawodników narciarskich, jest między innymi i ta tak ważna cecha.

Ważnym wskaźnikiem sprawności serca jest jego reagowanie na wysiłek zwiększeniem lub zmniejszeniem wymiarów. Jest to również poniekąd wskazówką wielkości wysiłku. Niestety rozporządzam tylko 41 spostrzeżeniami, odnoszącymi się do tego zagadnienia. Niemniej jednak interesujący jest związek między sposobem reagowania serca na wysiłek a typem rasowym.

Związek ten wyraża się wielkością odchylenia współzależnościowego $C = 0.54$. Mimo niewielkiej ilości spostrzeżeń, wysokość współczynnika jest dostateczną gwarancją, że wykryta współzależność nie jest powodowana czystym przypadkiem. Średni bowiem błąd prawdopodobny¹⁾ wynosi tutaj ± 0.06 . Współzależność tę przedstawia tablica XVII.

Tabl. XVII. Współzależność wielkości serca po wysiłku z typami rasowymi.

Korrelation zwischen Rasse und der Herztransversale nach dem Laufe.

	α	ι	γ	ρ	β	ω	Razem Zusam.
Zwiększenie o 0.5 — 0.75 Vergrößerung um	+2 (0.8)	— (1.1)	+2 (1.7)	— (0.7)	— (0.4)	+1 (0.2)	5
Bez zmian Ohne Änderung	-1 (1.2)	-1 (1.5)	-2 (2.4)	+2 (1.0)	+1 (0.5)	— (0.3)	7
Zmniejszenie o 0.5 — 0.9 Verminderung um	+3 (2.9)	+5 (3.7)	+6 (5.8)	-2 (2.5)	-1 (1.2)	— (0.8)	17
Zmniejszenie o 1.0 — 1.4 Verminderung um	— (1.0)	+2 (1.3)	± 2 (2.0)	— (0.9)	+1 (0.4)	+1 (0.3)	6
Zmniejszenie ponad 1.5 Verminderung über	± 1 (1.0)	-1 (1.3)	± 2 (2.0)	+2 (0.9)	— (0.4)	— (0.3)	6
R a z e m Z u s a m m e n	7	9	14	6	3	2	41

$$C = 0.54 \pm 0.06$$

Z tablicy powyższej widzimy, że zwiększenie wymiarów serca po wysiłku wykazują trzy typy: nordyczny, subnordyczny i alpejski. Zwłaszcza znaczniejsze nadwyżki liczebności, ponad teoretyczne oczekiwanie wykazują typ nordyczny i alpejski. Ponieważ powiększanie się wymiarów serca po wysiłku, jak na to wskazują badania W. Missiuro, jest reakcją tylko na bardzo wielki wysiłek, należy przypuszczać, że osobnicy obu tych typów dochodzą w wysiłku do granic swych możliwości. Wiąże się to niewątpliwie z czynnikami psychicznymi. Z badań Jary-

1) Ze wzoru $E(c) = \pm 0.67449 \frac{(1 - C^2)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{n}}$

*Bykowskiego*¹⁾ wiemy, że typ nordyczny daje zawsze maximum swego wysiłku, zaś typ alpejski zdolny jest również do bardzo wielkiego wysiłku pod wpływem współzawodnictwa. Typ alpejski, w badaniach *Jaxy-Bykowskiego* wykazał największy procentowy przyrost wysiłku pod wpływem bodźca współzawodnictwa.

2. Tętno.

Uzupełnieniem badań sprawności serca są badania tętna i ciśnienia krwi. Wyniki obserwacji dotyczących związku między wielkością serca a tętnem wskazują, że po racjonalnym treningu wraz z powiększeniem się serca, następuje równocześnie obniżenie się tętna. Należałoby zatem oczekiwać wśród zawodników ujemnej korelacji między wielkością serca a tętnem. W badanej grupie tego nie obserwujemy, współczynnik jest bowiem dodatni i bliski zera, wynosi bowiem $r = +0.04$. Współzależności zatem niema. W. *Missiuro* tłumaczy to różnicami w stanach emocjonalnych przed zawodami, oraz w wysokości nad poziom morza terenu zawodów niejednakowo wpływających na podniesienie tętna. Ciekawem jest jednak, że, jeśli obliczymy korelację w obrębie jednej grupy rasowej, to jakkolwiek współczynnik jest również bliski zera, to jednak zmienia się jego znak w myśl teoretycznego oczekiwania. Dla grupy bowiem typu subnordycznego współczynnik korelacji między wymiarem poprzecznym serca a tętnem w spoczynku wynosi $r = -0.02$. To stwierdzenie na każdym niemal kroku większych prawidłowości w obrębie jednej grupy rasowej, jest istotnie zastanawiające.

Współzależność między typami rasowymi a wielkością tętna przedstawia tablica XVIII. Współczynnik odchylenia współzależnościowego $C = 0.47 \pm 0.06$. Zachodzi pytanie, czy związek ten, zupełnie wyraźny, uwarunkowany jest różnicami w stanach emocjonalnych, czy też stanowi normalne różnice rasowe w szybkości tętna.

W tablicy poniższej przeciwstawiają się sobie dwie grupy typów. Mieszkańcy typu nordycznego, posiadający szybsze tętno (jeśli nie będziemy brać w rachubę bardzo nieznacznej nadwyż-

¹⁾ *Bykowski Jaxa L.*: Badania eksperymentalne nad znaczeniem współzawodnictwa (ze studjów nad młodzieżą szkolną) Komisja Pedagogiczna Min. W. R. i O. P. Oddz. Psych. Ped. Nr. 4. Warszawa 1923.

Tabl. XVIII. Współzależność między tętnem w spoczynku a typami rasowymi.

Korrelation zwischen Rasse und Pulsfrequenz vor dem Laufe.

	α	ι	γ	ρ	β	ω	δ	Razem zusam.
$\times - 64$	+ 4 (3·9)	- 2 (2·3)	- 4 (7·0)	+ 3 (2·3)	+ 4 (1·7)	+ 1 (0·6)	- (0·3)	18
65 - 74	- 4 (5·0)	+ 3 (2·9)	+ 11 (9·0)	+ 3 (2·9)	- 1 (2·2)	- (0·7)	+ 1 (0·4)	23
75 - \times	+ 6 (5·0)	+ 3 (2·9)	+ 10 (9·0)	- 2 (2·9)	- 1 (2·2)	+ 1 (0·7)	- (0·4)	23
Razem Zusammen	14	8	25	8	6	2	1	64

$$C = 0.47 \pm 0.06$$

ki typu α w klasie $x - 64$) pozostałym elementom. Wyjaśnia nam to ów brak korelacji z tendencją do korelacji pozytywnej między wielkością serca a tętnem. Typy rasowe bowiem, posiadające serce duże jak nordyczny i północno-zachodni, z których rekrutują się najwybitniejsi zawodnicy, posiadają szybsze tętno. W grupach biologicznie jednolitych, kierunek korelacji jest niewątpliwie prawidłowy, jak to widzieliśmy wyżej, a współczynnik byłby prawdopodobnie wyższy po wyeliminowaniu czynników emocjonalnych, zakłócających niewątpliwie ogólne prawidłowości.

Ale nie tylko tętno w spoczynku nawiązuje się do typów rasowych, a prawdopodobnie to nawiązanie potęguje się jeszcze przez oddziaływanie czynników emocjonalnych, ale również i przyrost tętna po wysiłku wykazuje tak samo zróżnicowanie rasowe. Widocznie mamy tu bardzo daleko sięgające prawidłowości. Do obliczeń wzięłem wszystkie badane przypadki łącznie, t. zn. tak po biegu 50 klm., jak patrolowym i po biegu na 18 klm. Poza to niektórzy zawodnicy stawali do dwóch biegów, dając często mniejszy przyrost tętna po biegu, który wymagał mniejszego wysiłku (np. 18 klm.), zaś większy przyrost po biegu cięższym (np. 50 klm. lub patrolowy). Mimo to zliczałem każdy wynik badania oddzielnie, a nie każdego osobnika. To postępowanie oczywiście nie jest ściśle. Należało raczej oddzielnie traktować każdy rodzaj biegu. Niestety wówczas otrzymałbym zbyt mało

spostrzeżeń. Jest bardzo prawdopodobne, że te nieściśłości w traktowaniu materiału, będą obniżać współczynnik korelacji, gdyż, jeśli jeden i ten sam osobnik po większym wysiłku daje duży przyrost tętna, po mniejszym wysiłku mniejszy, a statystycznie oba wysiłki traktowane są jako równorzędne, to musi to zaburzać ogólną prawidłowość statystyczną. Tem znamieniem jest otrzymanie stosunkowo dużego współczynnika współzależności.

Oczywiście w badanej grupie istnieje wyraźna współzależność między wysokością tętna w spoczynku a przyrostem tętna po biegu. Współzależność ta wynosi $r = -0.55 \pm 0.06$. Nie jest ona jednak na tyle duża, aby ją można nazwać funkcjonalną. Widocznie jest ona obniżoną skutkiem różnorodności biologicznej grupy. Że tak jest w istocie dowodzi tego współczynnik współzależności między tętnem w spoczynku a przyrostem tętna po wysiłku w jednorodnej biologicznie grupie. Tak np. w grupie typu nordycznego, współczynnik ten wynosi (ze wzoru *Pearson—Spearmana*) $r = -0.81 \pm 0.06$. Jest to już wyraźnie zależność funkcjonalna (w znaczeniu matematycznym). I tutaj zatem widzimy również znacznie większe prawidłowości w grupie jednolitej pod względem antropologicznym.

Jakież zatem są różnice w przyroście tętna? Uwydatnić je łatwo, jeśli obliczymy przyrost w odsetkach tętna w spoczynku. Wówczas otrzymamy możliwość porównania względnego przyrostu tętna. Wskaźniki te przedstawiają się następująco, począwszy od najmniejszego:

typ subnordyczny, średnia =	65.4
typ nordyczny, „ =	69.3
typ półn.-zachodni, „ =	72.1
typ alpejski, „ =	72.5
typ litoralny, „ =	74.6
typ presłowiański, „ =	108.7.

Zestawienie powyższe wskazuje, że przede wszystkim typ presłowiański przeciwstawia się reszcie bardzo wielkim przyrostem tętna po wysiłku, mimo że, jak na to wskazuje tablica XVIII, odznacza się on właśnie stosunkowo bardzo niskim tętnem w spoczynku. Podobnie typ litoralny, posiadając niskie tętno w spoczynku, wskazuje również dość znaczny przyrost po wysiłku. Te fakty tłumaczą w zupełności — wbrew oczekiwaniu, —

stosunkowo niską korelację między tętnem w spoczynku a jego przyrostem w całej grupie badanej, o czym wyżej była mowa.

Oczywiście, istnieje również współzależność typów rasowych z bezwzględnym przyrostem tętna. Współczynnik odchylenia współzależnościowego wynosi tutaj $C = 0.41 \pm 0.05$, a współzależność tę unaocznia tablica XIX.

Tabl. XIX. Współzależność bezwzględnego przyrostu tętna po wysiłku z typami rasowymi.

Korrelation zwischen Rasse und der Differenz in der Pulsfrequenz nach dem Laufe.

Przyrost tętna Zuwachs d. Pulsfr.	α	ι	γ	ρ	β	ω	Razem Zusammen
X—46.	+5 (4.7)	-2 (2.8)	+9 (6.3)	-2 (2.5)	- (1.6)	± 1 (1.0)	19
47—56	+7 (5.7)	-3 (3.4)	-7 (7.7)	-3 (3.1)	-1 (1.9)	+2 (1.1)	23
57—X	-3 (4.5)	+4 (2.7)	-4 (6.0)	+3 (2.4)	+4 (1.5)	- (0.9)	18
Razem Zusammen	15	9	20	8	5	3	60

$$C = 0.41 \pm 0.05$$

W tablicy powyższej bardzo charakterystyczną jest łączność wszystkich mieszańców elementu śródziemnomorskiego (ϵ), wykazujących wysokie bezwzględne przyrosty tętna po wysiłku. Nadwyżki nad teoretycznymi liczebnościami wykazują bowiem w klasie 57—x, tak typ północno-zachodni (ι , mieszaniec elementu nordycznego z śródziemnomorskim), jak typ litoralny ρ , mieszaniec elementu armenoidalnego z śródziemnomorskim) i typ presłowiański (β , mieszaniec elementu laponoidalnego z śródziemnomorskim). Odwrotnie typ nordyczny i subnordyczny wykazują nadwyżki w klasach małego przyrostu tętna.

Ciekawem jest zagadnienie, o ile wielkość tętna po wysiłku, jako reakcji organizmu na zmęczenie, związana jest z ogólną budową ciała. Rozważania nasze ograniczymy do rozpatrzenia kilku najważniejszych cech, a rozpatrywać będziemy związki z różnicami przyrostu tętna po wysiłku, wyrażonemi w procentach tętna spoczynkowego.

Otóż okazuje się, że związek przyrostu tętna — z poprzecz-

nym wymiarem serca—nie da się wyrazić współczynnikiem korelacji, bowiem $r = -0.025 \pm 0.094$. Współczynnik jest zatem mniejszy od swego błędu prawdopodobnego. Przypatrzmy się jednak linii regresji. Niżej zestawione są średnie poprzecznego wymiaru serca w klasach względnego przyrostu tętna.

Tabl. XX. Linja regresji względnego przyrostu tętna po wysiłku i poprzecznego wymiaru serca.

Regressionslinie der relativen Pulsfrequenz nach dem Laufe und der Herztransversale.

Względny przyrost tętna po wysiłku Zuwachs d. Pulsfrequenz nach dem Laufe in % d. Pulsfr. vor d. Laufe	Średnie poprzecznego wymiaru serca Mittelwert d. Herztransversale	Liczebność Frequenz
30—40	11·75	4
40—50	12·64	7
50—60	12·75	4
60—70	12·46	6
70—80	12·55	11
80—90	12·34	8
90—100	13·15	5
100—110	—	—
110—120	12·10	5
120—130	—	—
130—140	12.50	1

Jak widzimy, linja regresji wykazuje trzy maxima zupełnie wyraźne: jedno w klasie przyrostu tętna 50 — 60, drugie zaś w klasie 90 — 100 i trzecie słabsze w klasie 70 — 80. Ponieważ, jak już mówiliśmy, zdaje się być bardzo prawdopodobnem, że organizmy sprawniejsze posiadają na ogół większe wymiary serca, przeto być może, że właśnie w tych dwóch klasach przyrostu tętna o większych maximach regresji leżeć będzie najwłaściwsza reakcja tętna na wysiłek. Co prawda należy mieć na uwadze, że w klasie 50 — 60 znajduje się tylko jeden wybitniejszy zawodnik ze zwycięskiego patrolu fińskiego (Nr. 65), wykazując po wysiłku zmniejszenie poprzecznego wymiaru serca o — 1·5, dwóch natomiast w wysiłku doszło do kresu swych możliwości fizjologicznych, dając po biegu powiększenie poprzecznego wymiaru serca (Nr. 4 o + 0·50 i Nr. 2 o + 0·75); być może zatem, że przejawiają się tu raczej momenty rasowe. Widzieliśmy bo-

wiem, że typ nordyczny i jego mieszańcy, zwłaszcza typ północno-zachodni, odznaczają się większymi wymiarami serca w porównaniu z pozostałymi typami; maxima zatem linii regresji powodowane będą właśnie przez zespół nordyczny. Że tak jest w istocie, dowodzi tego następujące proste zestawienie. Obliczmy ilość osobników, należących do zespołu nordycznego i osobno nienależących do tego zespołu w klasach wykazujących maxima linii regresji, to samo uczynimy w klasach, dających minima linii. Zestawienie to wygląda następująco:

	Zespół nordyczny	Inne typy	Razem
maxima linii regresji	18 a	2 b	20
minima linii regresji	20 c	11 d	31
Razem	38	13	51

Obliczmy teraz współczynnik współzależności między maximami linii regresji a zespołem nordycznym przybliżonym wzorem $r = \frac{Q_2 + Q'}{2}$.

We wzorze powyższym

$$Q_2 = \frac{ad - bc}{ad + bc},$$

$$Q' = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}},$$

zaś litery a , b , c i d oznaczają liczebności kwadratów w powyższej tablicy korelacji.

Współczynnik współzależności wynosi tutaj $r = + 0.48$.

Możemy zatem stwierdzić, że istotnie czynniki rasowe decydują tutaj o maximach linii regresji. Należy sobie teraz zadać pytanie, dlaczego zespół nordyczny nie uwydatnił się w jednym

maximum linii regresji, ale w trzech maximach, przerywanych spadkiem tej linii. Przecież przyrost tętna po wysiłku wykazuje również zróżnicowanie rasowe, jak to widziliśmy wyżej. Otóż niewątpliwie wynika to z właściwości samej linii regresji. Jak to miałem już sposobność dawniej wykazać¹⁾ maxima i minima linii regresji stanowią efekt oddziaływania składników badanej populacji. Niestety ulegają one znacznym przesunięciom w kierunku odśrodkowym w zależności od ustosunkowania ilościowego składników biologicznych (rasowych) badanej grupy, ich zróżniczkowania i zmienności badanej cechy. W naszej grupie mamy znaczną większość zespołu nordycznego, również zachodzą bardzo wielkie różnice w zmienności obu cech. Być może również, że owo rozszczepienie się maximów linii regresji uwarunkowanie jest również i czynnikami innymi, czy to natury morfologicznej, czy też fizjologicznej.

Z przeprowadzonej analizy widzimy, że zachodzić tu musi związek współzależności między badanymi zjawiskami, mimo zerowego współczynnika korelacji. Związek ten jest jednakowoż znacznie skomplikowany oddziaływaniem na siebie całego splotu czynników.

Zastosujmy tu wobec tego dokładniejszy miernik współzależności aniżeli współczynnik korelacji r . Dokładniejszym miernikiem będzie tu *stosunek współzależnościowy*²⁾ η , gdyż nie wymaga on tak jak współczynnik r dowolnego założenia, że linia regresji jest prostą.

Stosunek współzależnościowy obliczamy ze wzoru:

$$\eta = \frac{\sigma_A}{\sigma_y} = \left(\frac{1}{N} \cdot \frac{\sum n_i (A_{yi} - A_y)^2}{\sigma_y^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

We wzorze tym σ_A jest średnim odchyleniem średnich arytmetycznych poszczególnych kolumn tablicy korelacji, n_i jest liczebnością kolumny „ i “, A_{yi} — jej średnią arytmetyczną, A_y — średnią cechy „ y “ całego szeregu liczebności, N liczebnością ogólną, zaś σ_y średnim odchyleniem badanej cechy. Oczywiście dla każdej z dwóch linii regresji jednej tablicy korelacji można obliczyć stosunek współzależnościowy.

¹⁾ *Mydlarski Jan*: Analiza antropologiczna ludności powiatu pilźnieńskiego. Lwów 1924. Arch. Tow. Naukowego we Lwowie.

²⁾ *Czekanowski Jan*: Zarys metod statystycznych w zastosowaniu do antropologii. Warszawa 1913.

W tych wypadkach, gdy istotnie linja regresji jest prosta

$$\eta = r,$$

gdy zaś związek badany da się ująć funkcją krzywolinijną

$$\eta > r.$$

Jako kryterjum, że dana linja regresji da się z dostatecznym przybliżeniem wyrównać linją prostą stosowany jest wzór:

$$\frac{\sqrt{N}}{0.67449} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\eta^2 - r^2} < 2.5.$$

W naszym przypadku $\eta = 0.43 \pm 0.08$. Widzimy zatem, że związek współzależności jest stosunkowo dosyć duży, a korelacja prawdopodobnie krzywolinijną, mimo że w myśl powyższego kryterjum dałaby się przybliżenie wyrównać linją prostą, lewa bowiem strona powyższej nierówności wynosi 2.29. Widzimy jednak, że wielkość ta jest zależną nietylko od η i r , ale również od ilości spostrzeżeń t. j. N . W naszym przypadku zbyt mała liczba spostrzeżeń zaburza ogólne prawidłowości związku, jaki zachodzi między obydwoma badanymi zjawiskami. Naogół osobnicy o mniejszych wymiarach serca zdają się posiadać albo bardzo znaczne albo też bardzo małe względne przyrosty tętna po wysiłku. Prawidłowość ta jest zaburzona oddziaływaniem czynników rasowych.

Przypatrzymy się teraz związkowi przyrostu tętna z pojemnością życiową płuc, według niżej przedstawionej linii regresji.

Współczynnik korelacji wynosi tutaj $r = -0.18 \pm 0.09$, wskazuje zatem na to, że w miarę powiększania przyrostu tętna po wysiłku zmniejsza się pojemność życiowa płuc. Stosunek współzależnościowy $\eta = 0.26 \pm 0.09$. Obserwujemy tutaj tak samo jak poprzednio maximum pojemności w klasie 50 — 60 przyrostu, natomiast w klasie 70 — 80 mamy minimum linii regresji, która następnie dopiero podnosi się, by osiągnąć najwyższą wartość w klasie 110 — 120 i co prawda nie wiele mniej w klasie 90 — 100. Wiemy już, że w klasach 50 — 60 i 90 — 100 na podniesienie się linii regresji poprzecznego wymiaru serca wpłynęło zespolenie się osobników zespołu nordycznego; na dziewięciu bowiem osobników w tych dwóch klasach mamy tylko jednego nienależącego do zespołu nordycznego. Na przesunięcie się zatem jeszcze bardziej skrajne maximum musiała wpłynąć odmienna, bo większa zmienność tej cechy w porównaniu z poprzednią. Należy sobie zadać teraz pytanie, czy w tem ostat-

Tabl. XXI. Linja regresji względnego przyrostu tętna po wysiłku i pojemności życiowej płuc.

Regressionslinie der relativen Pulsfrequenz nach dem Laufe und der Vitalkapazität.

Względny przyrost tętna po wysiłku Zuwachs d. Pulsfrequenz nach d. Laufe in $\frac{0}{100}$ d. Pulsfrequenz vor dem Laufe	Średnia pojemność życiowa płuc Mittelwerte d. Vitalkapazität	Liczebność Frequenz
20—30	4000	1
30—40	3625	4
40—50	4494	7
50—60	4825	4
60—70	4587	6
70—80	3941	11
80—90	4059	8
90—100	4130	5
100—110	—	—
110—120	4132	5
120—130	—	—
130—140	3300	1

niem maximum nie sygnalizuje się nowy element, odznaczający się stosunkowo znaczną pojemnością płuc przy znacznie większym przyroście tętna. Istotnie na pięciu osobników w klasie 110—120 trzech osobników nie należy do zespołu nordycznego. Mianowicie, dwóch osobników typu presłowiańskiego o pojemność życiowej płuc 4100 (Nr. 25 i 11), jeden typu litoralnego o pojemności 4570 (Nr. 24), jeden typu północno-zachodniego o pojemności 4650 (Nr. 10) i jeden subnordycznego o pojemności 3200 (Nr. 51). Widzimy zatem, że zarysowują się tutaj dość wyraźnie dwie grupy biologiczne o odmiennej dynamice ustroju. Jedna grupa, do której należy nordyczny zespół typów antropologicznych o dużym sercu, dużej pojemności życiowej płuc i stosunkowo nieznacznym przyroście tętna po wysiłku, wahającym się od 50 do 100% tętna spoczynkowego, — i druga grupa nienordyczna o mniejszym sercu, znacznie większym przyroście tętna po wysiłku, którego maximum przypada gdzieś powyżej 100% tętna spoczynkowego, o również stosunkowo dość dużej pojemności życiowej płuc. Natomiast skrajnie mała pojemność życiowa płuc łączy się z reagowaniem tętna na wysiłek przyrostem poniżej i powyżej optymalnych granic tych

dwóch grup biologicznych. Wydaje mi się, że potwierdzenie tego faktu nabrałoby pierwszorzędno znaczenia dla rozpatrywania dynamiki ustroju jako całości. Wprawdzie nasz materiał jest bardzo nieduży, jednak zbyt wielkie występują tu prawidłowości, aby nad nimi przejść do porządku dziennego. W związku z tem wyłaniają się nowe zagadnienia wewnętrznych przyczyn tego rodzaju dynamiki dwóch odrębnych grup biologicznych. Konsekwencje tego faktu zróżnicowania mogą iść bardzo daleko, boć przecież zjawiska fizjologiczne są bardzo silnie ze sobą skorelowane. Nie bez znaczenia będzie może i podniesienie faktu, że obie wyodrębnione tutaj grupy, różnią się i serologicznie, posiadając odmienne grupy krwi. Z antropologicznego punktu widzenia należy przewidywać, że tego rodzaju odrębnych grup biologicznych będzie więcej. Tutaj niezaznaczyły się one z powodu zbyt jednostronnie selekcjonowanego materiału o olbrzymiej przewadze zespołu nordycznego. Ale czyż ta selekcja nie dowodzi właśnie odmiennej dynamiki tego zespołu rasowego?

Przejdźmy teraz do rozpatrzenia związku przyrostu tętna z niektórymi wskaźnikami. Otóż jako pewnego rodzaju wskaźnik siły życiowej organizmu, wysuwany był przez *Ziemssena* stosunek pojemności życiowej płuc do wzrostu. Istotnie, w świetle naszych poprzednich rozważań, stosunek ten można poniekąd uważać za tego rodzaju wskaźnik, wykazuje on bowiem identyczne zupełnie wahania, jak pojemność życiowa płuc. Współzależność tego wskaźnika z przyrostem tętna $r = -0.15 \pm 0.09$, a linja regresji przedstawiona jest poniżej (tabl. XXII).

Jako wskaźnik ogólnej budowy ciała możnaby uważać stosunek obwodu klatki piersiowej do wzrostu, daje on bowiem pojęcie o rozwoju tejże, a poniekąd i całego tułowia do wysokości ciała (niestety wskaźników z ciężarem ciała nie mogłem użyć, z powodu nieściśłości pomiarów wagowych). Współzależność wskaźnika tego z przyrostem względnym tętna po wysiłku jest zerowa, współczynnik bowiem $r = -0.07 \pm 0.09$ i jest mniejszy od swego błędu prawdopodobnego, natomiast stosunek współzależnościowy $\eta = 0.43 \pm 0.08$. Istotnie związek tutaj jest bardzo wyraźny i ciekawy przez swoją zdumiewającą prawidłowość. Ilustrują to podane dalej cyfry linii regresji¹⁾ i rysunek 4.

¹⁾ W zestawieniu linii regresji jak i rysunku pominąłem osobnika

Tabl. XXII. Linja regresji względnego przyrostu tętna po wysiłku i wskaźnika Ziemssena.

Regressionslinie der relativen Pulsfrequenz nach dem Laufe und d. Vitalkapazität in % d. Körpergrösse.

Względny przyrost tętna Zuwachs d. Pulsfrequenz nach d. Laufe in % d. Pulsfrequenz vor d. Laufe	Wskaźnik Ziemssena Mittelwerte d. Vitalkapazität in % d. Körpergrösse	Liczebność Frequenz
20— 30	23·4	1
30— 40	22·0	4
40— 50	26·4	7
50— 60	27·9	4
60— 70	26·9	6
70— 80	22·8	11
80— 90	23·5	8
90—100	24·4	5
100—110	—	—
110—120	24·7	5
120—130	—	—
130—140	19·9	1

W tej linii regresji (tabl. XXIII) zarysowują się z całą wyrazistością owe dwa typy dynamiczne, o których poprzednio była mowa. Nasze rozumowania poprzednie, otrzymały tutaj potwierdzenie. Lepszego życzyłyby sobie trudno. Mamy tu również wytłumaczenie korelacji zerowej, mimo istniejącego ścisłego związku. Przeciwdziałają się bowiem sobie dwie odmienne tendencje dwóch odrębnych grup biologicznych. W pierwszej grupie mamy małe przyrosty tętna wśród osobników o bardzo dużym stosunku obwodu klatki piersiowej do wzrostu, w drugiej odwrotnie, duży obwód klatki piersiowej w stosunku do wzrostu, łączy się ze skrajnie dużym przyrostem tętna. Prawdopodobnie obie skrajne reakcje tętna, należy uważać za niekorzystne, tylko u obu grup odmienne jest reagowanie organizmu na wysiłek, odmienną prawdopodobnie musi być ich cała dynamika. Również niewąt-

Nr. 69, odchylającego się wyraźnie od ogólnych prawidłowości, tak że zachodzi podejrzenie błędów pomiarowych. Wykazuje on procentowy przyrost tętna zaledwie 23·9%, przy pojemności życiowej 4000 i wskaźniku Ziemssena 23·4, stosunku obwodu piersi do wzrostu 48·7. Jest on typu nordyckiego. Do wszelkich obliczeń korelacji osobnik ten wchodził mimo podejrzenia o błąd.

Tabl. XXIII. Linja regresji względnego przyrostu tętna po wysiłku i obwodu klatki piersiowej w stosunku do wzrostu.

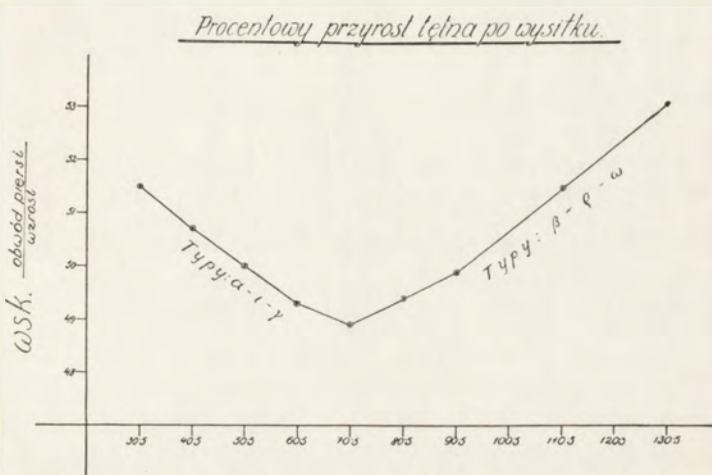
Regressionslinie der relativen Pulsfrequenz nach dem Laufe und d. Brustumfangs in % d. Körpergröße.

Względny przyrost tętna Zuwachs d. Pulsfrequenz nach d. Laufe in % d. Pulsfrequenz vor d. Laufe	Wsk. $\frac{\text{obw. piersi}}{\text{wzrost}}$ Mitte'werte d. Brustumfangs in % d. Körpergr.	Liczebność Frequenz
30— 40	51·5	4
40— 50	50·7	7
50— 60	50·0	4
60— 70	49·3	6
70— 80	48·9	11
80— 90	49·4	8
90—100	49·9	5
100—110	—	—
110—120	51·5	5
120—130	—	—
130—140	53·1	1

pliwie i optimum reakcji tętna na wysiłek, musi leżeć gdzieś indziej w pierwszej jak i drugiej grupie. Mamy tutaj również i uzasadnienie owego przesunięcia najlepszych zawodników w kierunku budowy leptosomatycznej, co podnosiłem już w rozdziale III-cim. Punkt ciężkości jednak tej selekcji nie leży oczywiście w morfologii lecz w dynamice ustroju, w zjawiskach fizjologicznych. Odbicie w morfologii jest tutaj wtórne, natomiast pierwszorzędną rolę odgrywają czynniki rasowe, elementy bowiem rasowe są właściwie temi biologicznymi składnikami rodzaju ludzkiego, wykazującemi nietylko odmienną strukturę morfologiczną ale i odmienną dynamikę całego ustroju. Bardzo przekonującym na to dowodem jest fakt, że, jeśli z badanej grupy wyodrębnimy cały zespół nordyczny i dla tego zespołu obliczymy korelację między względnym przyrostem tętna a wskaźnikiem budowy, to wówczas $r = -0.22 \pm 0.10$, $r_1 = 0.42 \pm 0.09$. Znaczy to, że im budowa ciała jest bardziej smukłą, leptosomatyczną, tem większy przyrost tętna po wysiłku i odwrotnie. Odpowiada to lewej gałęzi, zstępującej, linii regresji (rys. 4). Dla pozostałego zespołu typów β , ρ i ω , współczynnik korelacji, obliczony ze względu na małą ilość spostrzeżeń metodą rangowania, wynosi $r = +0.54 \pm 0.17$. Mamy tu zatem zupełnie odwrot-

ne stosunki, odpowiadające wstępującej, prawej gałęzi linii regresji.

Stwierdzenie tych tak wielkich prawidłowości, których nie potrafił zaburzyć „przypadek“, mimo tak niewielkiej ilości spostrzeżeń, otwiera nowe horyzonty dalszych badań i stwarza niewątpliwie podstawy rozwoju antropologii fizjologicznej, która dotąd właściwie stawia pierwsze kroki. Wykrycie tych prawidłowości



Rys. 4. Linja regresji względnego przyrostu tętna po wysiłku i wskaźnika ujmującego obwód klatki piersiowej w stosunku do wzrostu.

Regressionslinie d. relativen Zuwaches d. Pulsfrequenz nach dem Laufe und d. Brustumfangs in % d. Körpergrösse.

wości stanowi niewątpliwie konsekwencję racjonalnej metody określania rasowego, t. j. metody podobieństw prof. Czekanowskiego. Po wykryciu prawa liczności typów w populacji i prawa średniej arytmetycznej, stanowi to niewątpliwie trzeci, bardzo ważny argument bezwartościowości zarzutów przeciwko tej metodzie skierowywanych.

3. Ciśnienie krwi.

Jeśli typy rasowe wykazują związek z wielkością serca, z rodzajem reakcji jego na wysiłek oraz z tętnem i jego zmianami po wysiłku, to należy przypuszczać, że różnice rasowe za-

chodzić winny i w ciśnieniu krwi. Istotnie, związek taki zachodzi, jednak już o wiele słabszy. Współczynnik odchylenia współzależnościowego między ciśnieniem krwi skurczowem a typami rasowemi, wynosi $C = 0.39 \pm 0.05$, zaś z ciśnieniem rozkurczowem $C = 0.29 \pm 0.06$. Współzależność tę ilustrują tablice XXIV i XXV.

Tabl. XXIV. Współzależność między ciśnieniem krwi skurczowem a typami rasowemi.

Korrelation zwischen Rasse und dem systolischen Blutdruck vor dem Laufe.

	α	ι	γ	ρ	β	ω	δ	Razem Zusammen
X-120	+5 (4.7)	-3 (3.6)	-7 (8.7)	+5 (3.3)	+3 (2.2)	- (1.1)	+1 (0.4)	24
121-130	-2 (4.5)	+5 (3.5)	+9 (8.4)	-2 (3.1)	+3 (2.1)	+2 (1.0)	- (0.4)	23
131-X	+6 (3.7)	-2 (2.9)	+8 (6.9)	2 (2.6)	- (1.7)	+1 (0.9)	- (0.3)	19
Razem Zusammen	13	10	24	9	6	3	1	66

$$C = 0.39 \pm 0.05$$

Tabl. XXV. Współzależność między ciśnieniem krwi rozkurczowem a typami rasowemi.

Korrelation zwischen Rasse und dem diastolischen Blutdruck vor dem Laufe.

	α	ι	γ	ρ	β	ω	δ	Razem Zusammen
X-69	+5 (3.7)	+3 (2.9)	-6 (6.9)	+4 (2.6)	-1 (1.7)	- (0.9)	- (0.3)	19
70-76	-4 (4.7)	+4 (3.6)	-8 (8.7)	-2 (3.3)	+3 (2.2)	+2 (1.1)	+1 (0.4)	24
77-X	-4 (4.5)	-3 (3.5)	+10 (8.4)	3 (3.1)	-2 (2.1)	± 1 (1.0)	- (0.4)	23
Razem Zusammen	13	10	24	9	6	3	1	66

$$C = 0.29 \pm 0.06$$

W tablicach powyższych zaznaczają się następujące związki: typ nordyczny i północno-zachodni posiadają raczej stosunkowo wysokie ciśnienie krwi skurczowe, natomiast niskie rozkurczowe, typ subnordyczny zdaje się mieć podobnie wysokie ciśnienie krwi skurczowe, jednak również i wysokie ciśnienie rozkurczowe, niskie natomiast tak ciśnienie krwi skurczowe jak i rozkurczowe zdają się mieć typy preslowiański i litoralny, gdy typ alpejski zajmuje miejsce pośrednie. Stosunki współzależności są tutaj bodajże prawidłowsze, mimo niższego współczynnika C z ciśnieniem rozkurczowym niż skurczowym. Tak np. w tabl. XXIV typ nordyczny wykazuje jakgdyby rozczepienie, dając nieznaczną nadwyżkę, z niskim ciśnieniem krwi skurczowym, oraz większą, bez porównania, z wysokim ciśnieniem krwi; w tablicy XXV już nie obserwujemy tego. Zdaniem fizjologów jest to zjawisko zupełnie prawidłowe, ciśnienie skurczowe bowiem wykazuje większą zmienność, większą zależność od czynników postronnych, jak np. stanów emocjonalnych, natomiast ciśnienie rozkurczowe jest bardziej ustabilizowaną cechą, mniej zmienną pod wpływem postronnych czynników.

Ciekawe jest również, że znacznie silniejszy związek ze zróżnicowaniem rasowym wykazuje nie spoczynkowa wielkość ciśnienia krwi, ale właśnie przejawianie się dynamiki całego ustroju w reagowaniu na wysiłek. Różnice ciśnienia krwi po wysiłku dają związek z typami rasowymi niemal dwukrotnie większy. Widzimy w tym również, jak głęboko muszą sięgać rasowe różnice fizjologiczne. Związek ten jest przytem z reakcją ciśnienia rozkurczowego większy niż z reakcją ciśnienia skurczowego.

Weźmiemy tutaj również pod uwagę różnicę ciśnienia krwi notowaną po wysiłku w procentach ciśnienia spoczynkowego. Różnice rasowe bardzo wyraźnie uwydatniają się w niżej zestawionych średnich arytmetycznych dla poszczególnych typów rasowych (tabl. XXVI).

Przedewszystkiem uderzają tu większe różnice rasowe w ciśnieniu rozkurczowym niż w skurczowym. Najniższe różnice ciśnienia, wykazują typy nordyczny i północno-zachodni. Łączy się to i z podobną reakcją tętna. Widzimy również, że u typu nordycznego średnia ciśnienia rozkurczowego wykazuje nawet przyrost po wysiłku, co jest objawem, że nastąpił tu już kres fizjologiczny możliwości tego typu. U nordyków obserwujemy

Tabl. XXVI. Średnie różnice ciśnienia krwi po wysiłku, obliczone w procentach ciśnienia krwi spoczynkowego.

Mittelwerte der Differenz zwischen d. Blutdruck vor und nach dem Laufe in % d. Blutdrucks vor dem Laufe.

	α	ι	γ	ρ	β	ω
Liczebność. Frequenz	8	7	14	6	3	3
Ciśnienie skurczowe Systolischer Blutdruck	-3·2	-2·7	-10·9	-9·1	-7·3	-14·3
Ciśnienie rozkurczowe Diastolischer Blutdruck	+0·4	-0·6	-19·6	-8·0	-11·8	-27·8

przecież i powiększenie serca po wysiłku, jako charakterystyczny objaw kresu fizjologicznych możliwości. Świetne zatem wyniki w zawodach narciarskich, zawdzięczają prawdopodobnie osobniki typu nordycznego nie tylko swoim właściwościom morfologicznym i fizjologicznym, ale również i psychicznym. Tylko potężnej woli w wyzyskaniu swego organizmu, aż nawet poza granice normalnych fizjologicznych możliwości, przypisać należy ich sukcesy sportowe. Widzimy na tym przykładzie, jak silnie muszą być skorelowane ze sobą poszczególne właściwości ustroju ludzkiego, kompensując niedobór jednych właściwości, nadmiarem innych. Organizm normalny, działa tu zawsze jak harmonijna całość, w pewien charakterystyczny sposób reagując na wpływ środowiska.

Zupełnie odmienne średnie różnice ciśnienia, wykazują typy subnordyczny i alpejski, posiadając największe obniżenia i to tak ciśnienia krwi skurczowego, jak rozkurczowego. Pozostałe dwa elementy, zajmują miejsce pośrednie.

Związek współzależności między obydwoma rodzajami ciśnienia, a typami rasowymi, przedstawiony jest w tablicach XXVII i XXVIII i wyraża się w wielkości odchylenia współzależnościowego z różnicą w ciśnieniu skurczowym $C = 0·49 \pm 0·07$, zaś z różnicą w ciśnieniu rozkurczowym $C = 0·61 \pm 0·05$.

Tabl. XXVII. Współzależność między typami rasowymi a względną różnicą skurczowego ciśnienia krwi po wysiłku.
Korrelation zwischen den anthropologischen Typen und der Differenz des systolischen Blutdrucks nach dem Laufe.

	α	ι	γ	ρ	β	ω	Razem Zusammen
— 14 i niżej	$\frac{-1}{(2.0)}$	$\frac{-1}{(1.7)}$	$\frac{+5}{(3.4)}$	$\frac{-1}{(1.5)}$	$\frac{-}{(0.7)}$	$\frac{+2}{(0.7)}$	10
— 9 do — 13	$\frac{-1}{(2.0)}$	$\frac{+2}{(1.7)}$	$\frac{+4}{(3.4)}$	$\frac{+2}{(1.5)}$	$\frac{+1}{(0.7)}$	$\frac{-}{(0.7)}$	10
— 1 do — 8	$\frac{+3}{(2.3)}$	$\frac{-1}{(2.0)}$	$\frac{-3}{(4.1)}$	$\frac{+2}{(1.8)}$	$\frac{+2}{(0.9)}$	$\frac{+1}{(0.9)}$	12
0 do + X	$\frac{+3}{(1.8)}$	$\frac{+3}{(1.5)}$	$\frac{-2}{(3.1)}$	$\frac{-1}{(1.3)}$	$\frac{-}{(0.7)}$	$\frac{-}{(0.7)}$	9
Razem Zusammen	8	7	14	6	3	3	41

$$C = 0.49 \pm 0.07.$$

Tabl. XXVIII. Współzależność między typami rasowymi a względną różnicą rozkurczowego ciśnienia krwi po wysiłku.
Korrelation zwischen den anthropologischen Typen und der Differenz des systolischen Blutdrucks nach dem Laufe.

	α	ι	γ	ρ	β	ω	Razem Zusammen
— 21 i niżej	$\frac{-}{(1.6)}$	$\frac{-}{(1.4)}$	$\frac{+5}{(2.7)}$	$\frac{-}{(1.2)}$	$\frac{+1}{(0.6)}$	$\frac{+2}{(0.6)}$	8
— 11 do — 20	$\frac{-1}{(2.1)}$	$\frac{+2}{(1.9)}$	$\frac{-3}{(3.8)}$	$\frac{+3}{(1.6)}$	$\frac{+1}{(0.8)}$	$\frac{+1}{(0.8)}$	11
— 1 do — 10	$\frac{+4}{(2.3)}$	$\frac{-1}{(2.0)}$	$\frac{+6}{(4.1)}$	$\frac{-1}{(1.8)}$	$\frac{-}{(0.9)}$	$\frac{-}{(0.9)}$	12
0 do + X	$\frac{+3}{(2.0)}$	$\frac{+4}{(1.7)}$	$\frac{-}{(3.4)}$	$\frac{+2}{(1.5)}$	$\frac{+1}{(0.7)}$	$\frac{-}{(0.7)}$	10
Razem Zusammen	8	7	14	6	3	3	41

$$C = 0.61 \pm 0.05.$$

Widzimy tu istotnie, że związek z różnicą w ciśnieniu rozkurczowym jest znacznie intensywniejszy niż z ciśnieniem skurczowym.

Ciekawy jest również związek między względną różnicą ciśnienia rozkurczowego po wysiłku a wskaźnikiem ujmującym stosunek pojemności życiowej płuc do wzrostu. Współczynnik

współzależności $r = -0.31 \pm 0.10$, to znaczy, że w miarę zmniejszania się wskaźnika wzrasta po wysiłku różnica ciśnienia rozkurczowego krwi. Ludzie zatem o najmniej korzystnym stosunku pojemności życiowej do wzrostu mają po wysiłku największą różnicę w ciśnieniu krwi w porównaniu ze spoczynkowym stanem ciśnienia. Interesujący ten związek przedstawia poniższa linja regresji.

Tabl. XXIX. Linja regresji względnej różnicy ciśnienia rozkurczowego po wysiłku i wskaźnika Ziemssena.
Regressionslinie d. relativen diastolischen Blutdrucks nach d. Laufe und d. Vitalkapazität in % d. Körpergröße.

Względna różnica ciśnienia rozkurczowego Differenz des diastolischen Blutdrucks nach dem Laufe	Wskaźnik Ziemssena Index von Ziemssen	Liczebność Frequenz
niżej -41	23.7	2
-31 do -40	26.1	3
-21 do -30	28.3	2
-11 do -20	26.1	11
- 1 do -10	24.0	12
0 do + 9	21.2	5
+10 do +19	29.0	1
+20 do +29	20.2	2

Linja regresji wskazuje również, że i bardzo znaczny ubytek ciśnienia rozkurczowego po wysiłku łączy się podobnie jak i bardzo mały ubytek względnie wzrost ciśnienia ze spadkiem średniej wskaźnika Ziemssena. Pominąwszy jednego osobnika w klasie + 10 do + 19, mamy tutaj bardzo ładną ilustrację prawidłowości związku między pojemnością płuc i wzrostem, a reagowaniem ciśnienia krwi na wysiłek.

Przejdźmy teraz do omówienia związku między średnicą płuc a innymi cechami.

4. *Poprzeczna średnica i pojemność płuc.*

Współczynniki korelacji poprzecznej średnicy płuc z pomiarami morfologicznymi przedstawia załączona tablica XXX.

Tabl. XXX. Współczynniki korelacji z poprzecznym wymiarem płuc.
Korrelationskoeffizienten mit der Lungenbreite.

Cech a Merkmal	r	±E _r	Cech a Merkmal	r	±E _r
Wzrost Körpergröße	+0.17	0.08	Poprz. śred. piersi xyp. Trans. Brustdurchm. xyp.	+0.63	0.05
Obwód klatki pier. mes. Mes. Brustumfang	+0.41	0.07	Wsk. szerokość barkowa tułów	+0.16	0.08
Obwód klatki pier. xyp. Xyp. Brustumfang	+0.43	0.07	Wsk. poprz. śred. pier. mes. tułów	+0.33	0.07
Pojemność życiowa płuc Vitalkapazität	+0.30	0.07	Trans. Brustdurchm. mes. in % d. Rumpfl.	+0.38	0.07
Wsk. Pojemność życiowa płuc wzrost	+0.24	0.08	Wsk. poprz. śred. pier. xyp. tułów	-0.19	0.08
Vitalkap. in % d. Körpergr.	-0.20	0.08	Trans. Brustdurchm. xyp. in % d. Rumpfl.	-0.25	0.08
Wsk. długość tułowia wzrost	+0.28	0.08	Wsk. piersiowy xyp. Xyp. Brustindex	-0.15	0.08
Rumpfl. in % d. Körpergr.	+0.55	0.06	Wsk. długość mostka poprz. śred. pier. mes.	-0.12	0.08
Wsk. obwód piersi xyp. wzrost			Sternumlänge in % d. Trans. Brust- durchm.		
Xyp. Brustumf. in % d. Körpergr.			Wsk. długość mostka poprz. śred. pier. xyp.		
Poprz. śred. piersi mes. Trans. Brustdurchm. mes.			Sternumlänge in % d. Trans. Brust- durchm. xyp.		

W tablicy powyższej uderzają stosunkowo duże współczynniki z poprzecznym wymiarem klatki piersiowej i jej obwodami, przyczem większa jest współzależność z wymiarami klatki piersiowej na wysokości wyrostka mieczykowego niż na wysokości czwartego żebra. Ciekawy jest również niski i ujemny współczynnik korelacji ze wskaźnikiem długości mostka w stosunku do średnicy klatki piersiowej, jak też i stosunkowo niski współczynnik z pojemnością życiową płuc. Na ogół zaznaczają się następujące tendencje budowy: większy wymiar poprzeczny płuc posiadają osobnicy wyżsi, o znacznym rozwoju klatki piersiowej wszerz i płaskim jej kształcie, krótkim w stosunku do szerokości klatki piersiowej mostku, o większej pojemności życiowej płuc, szerokich barkach i krótkim tułowiu w porównaniu ze wzrostem.

Zachodzi teraz pytanie, czy można tłumaczyć różnicami rasowymi ów stosunkowo niezbyt wysoki współczynnik korelacji między średnicą płuc a ich pojemnością życiową. Przypatrzmy się zatem pojemności życiowej poszczególnych typów rasowych. Zestawienie średnich przedstawia tablica XXXI.

Tabl. XXXI. Średnia pojemność życiowa płuc typów rasowych.

Mittelwerte der Vitalkapazität anthropologischer Typen.

α	ι	γ	ρ	β	ω	δ
4337	4401	4128	4344	4162	4643	4050

Jak widzimy, różnice są tu stosunkowo niewielkie. Z pośród zespołu nordycznego wyróżnia się jedynie typ północno-zachodni większą pojemnością, pozatem również i typ alpejski wygląda korzystnie pod tym względem. Należy jednak przypuszczać, że zaznaczające się tutaj prawidłowości, są niewątpliwie zaburzone niedokładnościami pomiarów spirometrem. Dokładność pomiaru zależy bowiem, jak wiadomo, w dużej mierze od dobrej woli badanego.

Związek między typami rasowymi a średnicą poprzeczną płuc wyraża się odchyleniem współzależnościowym $C = 0.44 \pm 0.06$, a współzależność ta przedstawiona jest w tablicy XXXII.

Tabl. XXXII. Współzależność między średnicą płuc a typami rasowymi.

Korrelation zwischen Rasse und Lungenbreite.

	α	ι	γ	ρ	β	ω	δ	Razem Zusammen
X — 25	+5 (3·9)	-1 (3·0)	+9 (7·5)	-1 (2·7)	+3 (1·8)	- (0·9)	+1 (0·3)	20
26	-2 (3·5)	-1 (2·7)	+7 (6·7)	+4 (2·4)	+2 (1·6)	+2 (0·8)	- (0·3)	18
27 — X	+6 (5·6)	+8 (4·3)	-9 (10·8)	+4 (3·9)	-1 (2·6)	-1 (1·3)	- (0·4)	29
Razem Zusammen	13	10	25	9	6	3	1	67

$$C = 0\cdot44 \pm 0\cdot06$$

Widzimy tutaj, że stosunki układają się podobnie jak przy średnich pojemności życiowej. Nadwyżkę w klasie największej szerokości płuc wykazuje przede wszystkim typ północno - zachodni, znacznie mniejszą typ nordyczny a prawie żadną typ litoralny. W klasie najmniejszej szerokości płuc wykazują nadwyżki typ presłowiański, dynarski, subnordyczny i nordyczny, natomiast typ alpejski, mimo bardzo dużej pojemności życiowej płuc wykazuje jedynie nadwyżkę ze średnią wielkością średnicy poprzecznej płuc. Widocznie wchodzić tu musi w grę również kształt klatki piersiowej (a raczej jej głębokość), który wykazuje, jak widzieliśmy, wyraźne zróżnicowanie rasowe. W ten sposób pośrednio, na związek współzależności między szerokością płuc a ich pojemnością oddziaływać muszą niewątpliwie i czynniki rasowe. Uwidacznia się to również w podniesieniu współczynnika korelacji dla grupy rasowo bardziej jednorodnej. Współczynnik bowiem korelacji dla zespołu nordycznego między średnicą płuc a ich pojemnością wynosi $r = + 0\cdot42 \pm 0\cdot08$.

Podobne zróżnicowanie rasowe wykazuje również i wskaźnik ujmujący pojemność życiową płuc w stosunku do wzrostu. Średnie arytmetyczne poszczególnych typów rasowych uwidocznione są w tabeli XXXIII.

Najwyższą średnią wykazuje typ alpejski i litoralny, podczas gdy najmniejszą typ subnordyczny. Najmniejsza średnia arytmetyczna typu subnordycznego jest tutaj bardzo charakterystyczna, na podstawie bowiem naszych dotychczasowych wiadomości, uważamy typ ten za bardzo tęgo zbudowany. Świad-

Tabl. XXXIII. Średnie arytmetyczne wskaźnika Ziemssena.
Mittelwerte der Vitalkapazität in Proc. der Körpergrösse.

α	ϵ	γ	ρ	β	ω	δ
25·3	25·1	24·1	26·1	25·1	27·6	24·1

czą o tem wyniki wojskowego zdjęcia antropologicznego, jak też cały szereg innych badań. Przy rozważaniu ogólnej budowy ciała typów antropologicznych widzieliśmy również, że typ subnordyczny nie odbija zbyt pod tym względem od innych elementów rasowych. Może być to oczywiście czystym przypadkiem, albo też równie dobrze efektem celowej selekcji. Za tą drugą ewentualnością przemawiają porównania budowy ciała najlepszych zawodników z średnimi ich typów. Widzieliśmy, że selekcja idzie raczej w kierunku budowy leptosomatycznej z pewnymi zmianami w kształcie klatki piersiowej. Otóż być może, iż z pośród typu subnordycznego dobierane są do zawodów narciarskich skrajne warjanty tego typu, upodabniające się pod względem budowy do leptosomatycznych typów nordycznego i północno-zachodniego.

Współzależność między budową ciała ujętą stosunkiem obwodu klatki piersiowej do wzrostu a pojemnością płuc, jest stosunkowo nieznaczna, wynosi bowiem $r = + 0.17 \pm 0.08$. Małą współzależność między obwodem klatki piersiowej a pojemnością życiową płuc podnosił już *G. Szulc*¹⁾ ($r = + 0.19$). Muszą tu zatem zachodzić różnice w umięśnieniu klatki piersiowej, które powodują tak wydatne obniżenie współczynnika korelacji, inaczej niesposób sobie wytłumaczyć tak małą współzależność. Istotnie przy bliższej analizie elementów rasowych, wchodzących w skład badanej grupy, dochodzimy do nieoczekiwanych rezultatów, dotyczących kierunku i siły korelacji w zależności od poszczególnych typów rasowych. I tak, jeśli obliczymy współczynnik korelacji wyłącznie dla typu subnordycznego, to $r = + 0.28$. Analogicznie wzrasta znacznie współza-

1) *Szulc G.*: Badania narządu oddechowego i siły rąk uczestników międzynarodowych zawodów narciarskich w Zakopanem 1929 r. *Przegl. Sport.-Lek.* Nr. 3 — 4. 1930.

leżność w typie nordycznym. Współczynnik korelacji, obliczony dla typu nordycznego metodą rangowania, wynosi bowiem: $\rho = + 0.47$. Natomiast zupełnie inaczej zachowują się typy północno-zachodni i presłowiański, gdy u typu litoralnego brak jest zupełnie współzależności. Tą samą metodą obliczony współczynnik korelacji dla typu presłowiańskiego wynosi: $\rho = - 0.63$, gdy dla typu północno-zachodniego $\beta = - 0.80$. Współczynniki te oznaczają zupełnie odwrotną tendencję i to nieoczekiwanie wyrażną: z powiększaniem się obwodu klatki piersiowej w stosunku do wzrostu maleje pojemność życiowa płuc. Nie można tych współczynników inaczej interpretować jak tylko tem, że osobnicy tych typów duże obwody klatki piersiowej zawdzięczają jedynie silnemu rozwojowi mięśni klatki piersiowej, przy stosunkowo nieznacznej pojemności życiowej płuc. Stwierdzamy tu zatem pośrednio i różnice rasowe w umięśnieniu klatki piersiowej.

5. Siła rąk.

Zupełnie analogicznie rzecz się przedstawia z siłą rąk i budową ciała, ujętą stosunkiem obwodu klatki piersiowej do wzrostu, jakkolwiek interpretacja musi być tutaj nieco odmienna. Wiadomą jest rzeczą, że dynamometrem mierzymy nie tylko siłę rąk, ale ze względu na to, że jest to dobrowolny wysiłek, mamy tu do czynienia z kompleksem czynników fizycznych i psychicznych równocześnie. Stwierdził to niedwuznacznie *L. Bykowski* w swych badaniach nad współzawodnictwem¹⁾. Ze swych obserwacji nad żołnierzami, poborowymi i studentami mogę dodać, że inteligenci wyciskają na dynamometrze znacznie więcej niż nie-inteligenci mimo różnic w budowie ciała. Poza tem zauważyłem, że osobnicy o budowie leptosomatycznej być może i piknicznej również więcej wyciskają na dynamometrze niż atletycy wbrew ich nazwie. Z tych spostrzeżeń wynikałoby, że badana reakcja jest złożoną i interpretacja wyników nie jest taka prosta.

Średnie typów rasowych w wycisku dynamometrem przedstawia tablica XXXIV.

¹⁾ *Bykowski Jaxa L.* Badania eksperymentalne nad znaczeniem współzawodnictwa. Kom. Ped. Min. W. R. i O. P. Oddz. Psych. Pedag. Nr. 4. Warszawa 1923.

Tabl. XXXIV. Siła rąk typów rasowych.
Mittelwerte des Handdruckes anthropologischer Typen.

	α	ι	γ	ρ	β	ω
prawa ręka rechte Hand	48.1	48.6	44.7	48.1	45.7	39.0
lewa ręka linke Hand	46.4	45.3	40.8	44.6	42.7	36.7

Widzimy tutaj, że największą siłę rąk wykazał typ północno-zachodni, nordycki i litoralny, zaś wbrew oczekiwaniu typ subnordycki i alpejski dał najmniejszy wynik. Zestawienie to różni się znacznie od wyników osiągniętych przez *L. Bykowskiego*. Co prawda i tam typ alpejski bez działania współzawodnictwa wykazał najmniejszą średnią i dopiero pod działaniem tego bodźca psychicznego znacznie przewyższył wynikiem typ nordycki. Natomiast staje się prawdopodobnym, że nikły rezultat wyniku nacisku dynamometrem typu nordyckiego w badaniach *L. Bykowskiego* mógł być powodowany niedorozwojem fizycznym tego wolno rozwijającego się elementu, młodzież bowiem badana przez tego autora była o kilka lat młodszą od naszego materiału. Czem jednak tłumaczyć niską średnią typu subnordyckiego? Czy może również, jak u typu alpejskiego, szanowaniem swych sił przed zawodami? Wydaje mi się jednak, że mamy tu raczej do czynienia ze słabszymi warjantami tego typu, o czym świadczy tak budowa ich ciała jak i pojemność życiowa płuc, która u typu subnordyckiego jest, jak widzieliśmy, również niewielką. Według *G. Szulca*, współczynnik korelacji między siłą rąk a pojemnością życiową płuc $r = + 0.22 \pm 0.07$, co przemawiałoby również za tem, że typ subnordycki jest rzeczywiście w badanym przez nas materiale słabszy fizycznie wykazując, jak mówiliśmy, również mniejszą pojemność życiową płuc.

Poparciem spostrzeżeń, że osobnicy o budowie leptosomatycznej wykazują lepsze wyniki w ścisiku dynamometrem, jest współczynnik korelacji między siłą ręki prawej a stosunkiem obwodu klatki piersiowej do wzrostu. Współczynnik ten bowiem jest ujemny, wynosząc: $r = - 0.17 \pm 0.08$. Ciekawem jest również, że gdy znowu wyodrębnimy elementy rasowe, to zaznaczają się dwie różne grupy o odmiennych zupełnie tenden-

cjach współzależnościowych. Do pierwszej grupy, wykazującej dodatnią korelację między temi cechami należą typy północno-zachodni, presłowiański i litoralny, a więc wszyscy mieszańcy elementu śródziemnomorskiego. Do drugiej grupy o współzależności ujemnej należą typ nordyczny, subnordyczny i alpejski, dwa ostatnie jako mieszańcy typu nordycznego. Współczynniki korelacji wynoszą mianowicie: dla typu północno-zachodniego $\rho = + 0.33$, dla typu litoralnego $\rho = + 0.45$, i dla presłowiańskiego $\rho = + 0.19$, natomiast dla drugiej grupy łącznie współczynnik $r = - 0.41 \pm 0.09$. Niski zatem współczynnik korelacji dla obu grup razem ma swoje wytłumaczenie w tych dwóch odrębnych tendencjach, zależnych od różnic rasowych.

Porównyując wyniki badań współzależności między budową ciała a siłą rąk z wyżej omówionemi ujęciami współzależności między budową ciała a pojemnością życiową płuc, stajemy przed nader ciekawem zagadnieniem, współczynniki bowiem wykazują zupełnie odwrotne ustosunkowanie, jak to przedstawia tablica XXXV.

Tabl. XXXV. Mierniki współzależności ze stosunkiem obwodu klatki piersiowej do wzrostu.

Korrelationskoeffizienten mit dem Brustumfang in Proc. der Körpergrösse.

	α	γ	ϵ	ρ	β
Pojemność życiowa Vitalkapazität	+0.47	+0.28	-0.80	0.0	-0.63
siła ręki prawej Druckkraft d. rech. Hand.	-0.41	-0.41	+0.33	+0.45	+0.19

Zaznaczające się wyraźnie dwie różne grupy nazwiemy pierwszą grupą nordyczną, a drugą grupą śródziemnomorską. Porównanie współczynników, zestawionych w tablicy XXXV, możemy ująć w następujący sposób. W grupie nordycznej im większy jest obwód klatki piersiowej w stosunku do wzrostu, tem większą jest pojemność życiowa, natomiast mniejszą siłą ucisku prawej ręki. Odwrotnie zatem największe wyniki dynamometryczne osiągają w tej grupie osobnicy o leptosomatycznej budowie

(małym obwodzie klatki piersiowej) i związanej z tem małej pojemności życiowej płuc.

W grupie śródziemnomorskiej z powiększaniem się obwodu klatki piersiowej zmniejsza się pojemność życiowa płuc, natomiast zwiększa się siła ucisku ręki. Jasnym jest zatem, że w tej grupie duże obwody klatki piersiowej muszą być wynikiem znacznego rozwoju mięśni a nie powiększenia pojemności życiowej płuc.

W ten sposób wyjaśniony zostaje tak niski współczynnik korelacji między obwodem klatki piersiowej a pojemnością płuc, obliczony przez *G. Szulca*. Można z całą pewnością przypuszczać, że w grupie nordycznej, współczynnik ten byłby znacznie większy i oczywiście dodatni, gdy w grupie śródziemnomorskiej bliski zera lub nawet ujemny, gdyż w drugim przypadku będziemy ujmować raczej rozwój mięśni klatki piersiowej niż jej pojemność. Zupełnie analogicznie można wytłumaczyć niski współczynnik korelacji między pojemnością płuc a siłą ręki, otrzymany przez *G. Szulca*.

Niewytłumaczonym pozostaje jednak zagadnienie, dlaczego w grupie nordycznej większa siła rąk łączy się z bardziej wąską, zdawałoby się zatem słabszą, budową ciała? Ponieważ, jak już wyżej wspomniałem, dobrowolny nacisk dynamometru należy uważać za złożoną reakcję mięśniowo-psychiczną, być może zatem, że wytłumaczenie tego zjawiska leży raczej po stronie psychicznej niż fizycznej sprawności mięśni. Możliwym jest również i inne tłumaczenie, mianowicie, że zachodzą tu różnice rasowe w strukturach samych mięśni, podobnie jak zdają się nie ulegać wątpliwości różnice rasowe w składzie chemicznym kości. Docieramy już tutaj do bardzo daleko sięgającego zróżniczkowania rasowego, które niewątpliwie nam w przyszłości wytłumaczy tak odrębne nieraz reagowanie poszczególnych jednostek na środowisko.

6. *Szybkość reakcji psychomotorycznej.*

Pozostają wreszcie do omówienia z antropologicznego punktu widzenia badania szybkości reakcji psychomotorycznej i jej zmienności, na podstawie materiału łaskawie mi dostarczonego przez *Dr. Bohdana Zawadzkiego*¹⁾.

¹⁾ *Zawadzki B.*: Badania nad czasem psychomotorycznej reakcji na utratę równowagi. *Przegląd Sportowo-Lekarski*. Nr. 1 — 2. Warszawa 1930.

Wyniki moich przeliczeń nie przynoszą w tym wypadku niczego nowego. Potwierdzają one tylko piękne rezultaty, osiągnięte przez przedwcześnie zgasłą ś. p. *Dr. Eugenję Minkowską*, której nader ciekawa praca, dotąd niestety nieogłoszona, znana mi jest z rękopisu.

Współzależność między typami rasowymi a czasem reakcji psychomotorycznej na utratę równowagi ilustruje tablica XXXVI, zaś ze zmiennością indywidualną czasu reakcji tablica XXXVII. Współzależność jest tutaj dosyć znaczna, współczynnik bowiem odchylenia współzależnościowego z czasem reakcji wynosi $C = 0.55 \pm 0.06$ zaś z jej zmiennością indywidualną jest nieco mniejszy, wynosząc: $C = 0.38 \pm 0.07$.

Tabl. XXXVI. Współzależność między typami rasowymi a czasem reakcji psychomotorycznej.

Korrelation zwischen Rasse und der psychomotorischen Reaktion.

Czas reakcji Zeit d. Reaktion	α	ι	γ	ρ	β	ω	δ	Razem Summe
X — 0.449 sek.	+3 (0.98)	+1 (0.76)	-1 (1.89)	— (0.61)	— (0.45)	— (0.23)	— (0.08)	5
0.450 — 0.509 sek.	+4 (3.15)	+4 (2.42)	-6 (6.06)	-1 (1.94)	-1 (1.45)	— (0.73)	— (0.24)	16
0.510 — 0.569 sek.	-4 (5.91)	-4 (4.55)	+14 (11.36)	+4 (3.64)	-2 (2.73)	-1 (1.36)	+1 (0.45)	30
0.570 — 0.629 sek.	-2 (2.18)	-1 (1.82)	-3 (4.55)	-1 (1.45)	+3 (1.09)	+2 (0.55)	— (0.33)	12
0.630 — X sek.	— (0.59)	— (0.45)	-1 (1.15)	+2 (0.36)	— (0.27)	— (0.14)	— (0.05)	3
R a z e m S u m m e	13	10	25	8	6	3	1	66

$$C = 0.55 \pm 0.06$$

Jak z tablicy powyższej widzimy, najkrótszym czasem reakcji psychomotorycznej odznaczają się typ nordyczny i jego mieszaniec północno-zachodni. Znacznie wolniejszy czas reakcji posiada typ subnordyczny, gdy typ litoralny, presłowiański i alpejski posiadają stosunkowo najdłuższy czas reakcji.

Ciekawe różnice w zmienności indywidualnej czasu reakcji dadzą się ująć następująco: najmniejszą zmienność swych wyników posiada typ nordyczny, a prawdopodobnie również i typ litoralny. O typie dynarskim oczywiście trudno sądzić na podstawie jednego spostrzeżenia, zaś zupełnie nieznaczną nadwyżkę w klasie $x - 0.025$ typu presłowiańskiego można również pominąć. Największą zmienność wykazują typ subnordyczny i alpejski, pozatem typ presłowiański i stosunkowo nieznacznie typ litoralny, gdy typ północno-zachodni zajmuje miejsce środkowe.

Tabl. XXXVII. Współzależność zmienności indywidualnej czasu reakcji psychomotorycznej z typami rasowymi.

Korrelation zwischen Rasse und den individuellen mittleren Abweichungen der psychomotorischen Reaktion.

σ	σ	ι	γ	ρ	β	ω	δ	Razem Summe
X — 0.025 sek	+6 (4.1)	-3 (3.2)	-5 (8.0)	+3 (2.5)	+2 (1.9)	+1 (1.0)	+1 (0.3)	21
0.026 — 0.040 sek	+5 (4.5)	+5 (3.5)	+10 (8.7)	-2 (2.8)	-1 (2.1)	-	- (0.3)	23
0.041 — X sek.	-2 (4.3)	-2 (3.3)	+10 (8.3)	+3 (2.7)	+3 (2.0)	+2 (1.0)	- (0.3)	22
Razem Summe	13	10	25	8	6	3	1	66

$$C = 0.38 \pm 0.07$$

Wyniki te potwierdzają wszystkie dotychczasowe badania w tym kierunku, czy to *L. Bykowskiego*, czy *E. Minkowskiej*, czy też *S. Studenckiego*. Jest to tem znamiennejsze, że mamy tu do czynienia z materiałem, należącym do różnych narodowości. Widocznie zatem, jeśli chodzi o niektóre cechy psychiczne, środowisko, w tym wypadku więz społeczna różnych narodów, nie jest w stanie zmienić odziedziczonych prawdopodobnie właściwości psychicznych i zaburzyć prawidłowości, które dotąd znane były z badań nad materiałem wyłącznie polskim.

Jeszcze może jaskrawiej uwidaczniają się różnice rasowe na średnich arytmetycznych, jak to przedstawia tablica XXXVIII. Został tam prócz tego obliczony wskaźnik zmienności indywidualnej (v), t. j. średnie odchylenie (σ) w stosunku procentowym do średniej arytmetycznej czasu reakcji psychomotorycznej.

Tabl. XXXVIII. Średnie czasu reakcji psychomotorycznej i jej zmienności indywidualnej.

Mittelwerte der Zeit der psychomotorischen Reaktion und ihrer individuellen Variabilität.

Czas w tysięcznych sekundy. Zeit in 1000-sten der Sek.

	α	ι	γ	β	β	ω
A	498·3	519·8	531·3	568·4	559·7	567·7
σ	32·9	33·7	42·0	36·5	37·0	43·3
V	65·9	64·4	70·3	62·6	65·8	75·7

Jak widzimy, w porównaniu z czasem reakcji, wskaźnik zmienności indywidualnej daje nieco inną ocenę typów rasowych, niż średnie odchylenie. Wysuwa się tu na plan pierwszy typ litoralny i północno-zachodni, posiadając stosunkowo najniższy wskaźnik, gdy typ subnordyczny i alpejski pozostają na dawnym miejscu, wykazując największą zmienność.

Wypowiedziany wyżej pogląd na związek wyników dynamometrycznych z właściwościami psychicznymi znajduje tutaj potwierdzenie, gdyż współczynnik współzależności między wynikiem nacisku dynamometrem a wskaźnikiem zmienności reakcji psychomotorycznej wynosi $r = -0.15 \pm 0.08$. Jakkolwiek współczynnik ten jest niewielki, to jednak przenosi swój błąd prawdopodobny, a znak jego wskazuje, że najmniej wyciskają na dynamometrze osobnicy, posiadający największą zmienność wewnątrzsobniczą reakcji psychomotorycznej. Współczynnik ten podnosi się znacznie, jeśli obliczymy go dla typów rasowych, wykazujących największą zmienność. I tak dla typu subnordycznego i alpejskiego łącznie $r = -0.27 \pm 0.12$.

Tak więc widzimy, że zróżnicowanie rasowe sięga głęboko do zjawisk fizjologicznych i psychicznych, których zrozumienie staje się znacznie łatwiejsze przy uwzględnieniu różnic, jakie wykazują typy antropologiczne. Harmonijność zjawisk, ujmowana przez badanie współzależności czy to cech morfologicznych czy morfologiczno-funkcjonalnych, czy wreszcie wyłącznie funkcjonalnych jest znacznie większa w grupach rasowo czystych niż

w mieszaninach antropologicznych, dając zadziwiające prawidłowości nawet w tak nielicznej grupie jak badana.

Należy przytem podkreślić, że różnice rasowe przejawiają się wyraźniej w dynamice niż w statyce ustroju. Sygnalizują nam to różnice w wysokości współczynników korelacji z typami rasowymi. Większy jest np. współczynnik korelacji ze zmianami serca po wysiłku niż z wielkością serca w spoczynku, wyższy współczynnik z przyrostem tętna po wysiłku niż z wysokością tętna w stanie spoczynku i zupełnie analogicznie z ciśnieniem krwi.

Opierając się na tych podstawach możemy zatem śmiało identyfikować typy rasowe z t. zw. typami konstytucjonalnymi, wykazują one bowiem zwartą całość tak pod względem morfologicznym jak i funkcjonalnym, muszą zatem odrębnie reagować na wpływ środowiska. Niewątpliwie należy się spodziewać, że przyszłe badania wykażą również i różnice rasowe w funkcjonowaniu wewnętrznego wydzielania i w całym chemizmie organizmu.

Wyniki zatem badań powyższych, jakkolwiek oparte na nielicznym materiale i ograniczone wąskimi ramami pod względem fizjologicznym, pozwalają jednak stwierdzić, że przed antropologją fizjologiczną otwierają się bardzo szerokie horyzonty, być może nawet o daleko sięgających, praktycznych konsekwencjach.

Stwierdzenie bowiem różnic w całej dynamice ustroju, a sądenie o tych różnicach w dynamice z dość znacznem prawdopodobieństwem (oczywiście w masie) na podstawie określenia przynależności rasowej, może mieć zastosowanie praktyczne nie tylko w medycynie, ale przede wszystkim tam, gdzie zagadnienia selekcyjne wysuwają się na plan pierwszy. A więc w wychowaniu fizycznym i sporcie, dalej wszędzie tam, gdzie ma zastosowanie dobór ludzi przy pomocy psychotechniki, a przede wszystkim przy ocenie masowej przydatności rekrutów do poszczególnych broni i służb w wojsku.

V. STRESZCZENIE WYNIKÓW.

1. Analiza rasowa zawodników narciarskich w Zakopanem wykazała, że badana grupa jest silnie selekcyjonowaną w kierunku uprzywilejowania typu nordycznego i jego dwóch mierzalców: typu subnordycznego i północno-zachodniego. Brak

zupelny elementu armenoidalnego i śródziemnomorskiego, a ich mieszańcy są bardzo nieliczni. Zespół nordyczny stanowi razem 72,1% całej grupy. W tym samym kierunku idzie selekcja najlepszych z pośród zawodników, sądząc po wynikach, osiągniętych w Zakopanem.

2. Porównanie narciarzy polskich z polskimi gimnastykami z IX Olimpiady wskazuje na inny kierunek selekcji rasowej w innych gałęziach sportu. Staje się przeto prawdopodobnym, że różne gałęzie sportu, oczywiście na swych najwyższych szczeblach, wymagają różnego składu rasowego.

Porównanie składu rasowego zawodników różnych narodowości, oraz ich ogólnego stanowiska w sporcie narciarskim nasuwa przypuszczenie, że narciarze polscy, biorący udział w zawodach, nie przedstawiali idealnego składu pod względem rasowym; zbyt mało było tam elementu nordycznego i północno-zachodniego, które zdają się przodować w narciarstwie.

4. Ogólna charakterystyka budowy fizycznej zawodników, oraz porównanie budowy fizycznej najlepszych narciarzy z ogółem wskazuje, że w sporcie narciarskim zdaje się być odpowiedniejszą lekka, smukła (leptosomatyczna) budowa ciała, o dobrze rozwiniętej klatce piersiowej. Zwraca uwagę, że nawet osobnicy typu subnordycznego o zasadniczo znacznie cięższej budowie ciała, przesunięci są w swych średnich poszczególnych wymiarów ku typom leptosomatycznym. Charakterystykę zatem budowy fizycznej poszczególnych typów rasowych, podaną na str. 214 i nast., należy brać przy uwzględnieniu kierunku ogólnej selekcji pod względem budowy fizycznej. Mimo to budowa ciała zdaje się nie odgrywać zbyt wielkiej roli w selekcji zawodników.

5. Ujęcie związku między budową morfologiczną i typem rasowym a sprawnością organizmu, opiera się na analizie współzależności z poprzecznym wymiarem serca, tętnem, ciśnieniem krwi, średnicą płuc, pojemnością życiową płuc, siłą rąk i szybkością reakcji psychomotorycznej.

6. Współczynniki korelacji poszczególnych wymiarów i proporcji anatomicznych z poprzecznym wymiarem serca są naogół wyższe z wymiarami bezwzględными niż ze wskaźnikami. Większy wymiar serca posiadają osobnicy o wyższym wzroście, krótszym w stosunku do wzrostu tułowiu, większych wymiarach poprzecznych klatki piersiowej i większym jej obwodzie, szerszych barkach, oraz o większej pojemności życiowej płuc.

7. Współzależność poprzecznego wymiaru serca z typami rasowymi wyraża się współczynnikiem $C = 0.47 \pm 0.06$. Największe wymiary serca posiadają typ nordyczny i północno-zachodni, gdy subnordyczny, alpejski i dynarski (?) mają najmniejsze wymiary. Pośrednie miejsce zajmują typy litoralny i presłowiański.

8. Na wysokość współczynników korelacji z poprzecznym wymiarem serca wpływają w znacznym stopniu czynniki rasowe. W bardziej czystych rasowo grupach współczynniki te podnoszą się znacznie. Tak np. współzależność ze wzrostem w materjale *Rautmanna* wynosi 0.16, w całej grupie zawodników zakopiańskich 0.22, a w izolowanej grupie subnordycznej 0.30, z obwodem klatki piersiowej analogicznie: 0.28, 0.49, 0.54; z poprzeczną średnicą piersi w całej grupie 0.43, u typu nordycznego 0.52. Dowodzi to, że chwiejność dotychczasowych kryterjów wymiarów serca „normalnego“ ma swoje źródło w opieraniu się na współczynnikach korelacji grup rasowo-niejednolitych.

9. Współzależność ze zmianami serca po biegach i typami rasowymi wyraża się współczynnikiem $C = 0.54 \pm 0.06$. Powiększone serca po wysiłku wykazują typy nordyczny, alpejski i subnordyczny. Wiąże się to niewątpliwie z czynnikami psychicznymi, jest to bowiem efektem przekraczania norm fizjologicznych w wysiłku.

10. Współzależność między wysokością tętna w spoczynku a typami rasowymi wyraża się współczynnikiem $C = 0.47 \pm 0.06$. Najwyższe tętno posiada typ nordyczny i jego dwaj mieszkańcy typ północno-zachodni i subnordyczny, przeciwstawiając się pozostałym elementom rasowym o wyraźnie zaznaczonej bradykardji.

11. Współzależność między wysokością tętna w spoczynku a przyrostem tętna po biegu wyraża się współczynnikiem $r = -0.55 \pm 0.06$. W grupach jednak jednolitych rasowo wzrasta do $r = -0.81 \pm 0.06$ (dla typu nordycznego).

12. Największy przyrost tętna po wysiłku w stosunku do tętna spoczynkowego, wykazują: typy presłowiański, litoralny i północno-zachodni, przeciwstawiając się typowi subnordycznemu i nordycznemu o małym przyroście tętna. Odchylenie współzależnościowe $C = 0.41 \pm 0.05$.

13. Współzależność między względnym przyrostem tętna po wysiłku a poprzecznym wymiarem serca zdaje

się być krzywolinią, współczynnik współzależności bowiem $r = -0.025 \pm 0.094$, gdy $\eta = 0.43 \pm 0.08$. Zarówno bardzo znaczne przyrosty tętna jak też i bardzo małe przyrosty zdają się posiadać osobnicy o mniejszych wymiarach serca. Korelacja skomplikowana jest przytem oddziaływaniem czynników rasowych, które przejawiają się w załamaniach linii regresji.

14. Współzależność między względnym przyrostem tętna po wysiłku a pojemnością życiową płuc, wyraża się współczynnikiem $r = -0.18 \pm 0.09$ przy $\eta = 0.26 \pm 0.09$. Na linii regresji zarysowują się dwie różne grupy biologiczne o różnej dynamice. Jedna o dużej pojemności płuc i wielkich stosunkowo wymiarach serca a małym przyroście tętna po wysiłku, (50 — 100% przyrostu) i druga o mniejszych rozmiarach serca, znacznie większym przyroście tętna po wysiłku (powyżej 100% tętna spoczynkowego) i również stosunkowo dość dużej pojemności płuc. Skrajnie mała pojemność życiowa płuc łączy się z przyrostem tętna powyżej i poniżej optymalnych wielkości tych grup. W skład grupy pierwszej wchodzi osobnicy zespołu nordycznego, pozostałe typy rasowe wchodzi w skład grupy drugiej. Analogiczny obraz daje współzależność ze wskaźnikiem Ziemssena.

15. Powyższe dwie różne grupy biologiczne zaznaczają się bardzo wyraźnie we współzależności między przyrostem tętna po wysiłku, a stosunkiem obwodu klatki piersiowej do wzrostu. Współczynnik korelacji $r = -0.07 \pm 0.09$, jednak stosunek współzależnościowy $\eta = 0.43 \pm 0.08$. Współzależność jest zatem wyraźnie krzywolinią. W grupie pierwszej z większym przyrostem tętna po wysiłku łączy się mniejszy obwód klatki piersiowej w stosunku do wzrostu, w drugiej grupie mamy odwrotną zależność, mianowicie z większym przyrostem tętna po wysiłku wiąże się i większy obwód klatki piersiowej w stosunku do wzrostu. Zaznacza się to wyraźnie, jeśli wycinamy grupy rasowe. W zespole nordycznym współczynnik współzależności $r = -0.22 \pm 0.10$, przy $\eta = 0.42 \pm 0.09$ gdy dla pozostałych elementów rasowych $r = +0.54 \pm 0.17$.

16. Współzależność między ciśnieniem krwi w spoczynku a typami rasowymi jest mniejsza, wynosząc dla ciśnienia skurczowego $C = 0.39 \pm 0.05$, zaś dla ciśnienia różkurczowego $C = 0.29 \pm 0.06$. Typ nordyczny i północno-zachodni, posiadają stosunkowo wysokie ciśnienie krwi skurczowe a niskie roz-

kurczowe, typ subnordyczny posiada wysokie ciśnienie krwi skurczowe jak i rozkurczowe, typ prestowiański i litoralny — niskie ciśnienie skurczowe i rozkurczowe, gdy typ alpejski zajmuje miejsce pośrednie.

17. Znacznie większą współzależność z typami rasowymi wykazuje różnica ciśnienia krwi po wysiłku obliczona w odsetkach spoczynkowego ciśnienia krwi. Stosunkowo najmniejszy ubytek ciśnienia tak skurczowego jak i rozkurczowego wykazuje typ nordyczny i północno-zachodni, gdy największe ubytki mają typ subnordyczny i alpejski. Typ nordyczny wykazuje nawet średnio przybytek ciśnienia rozkurczowego po wysiłku. Charakteryzuje to poniekąd i stronę psychiczną typu nordycznego, jest to bowiem już przekroczeniem normalnych granic fizjologicznych w wysiłku. — Intensywność współzależności z typami rasowymi wyraża się wielkością $C = 0.49 \pm 0.07$ ze względną różnicą ciśnienia skurczowego i $C = 0.61 \pm 0.05$ ze względną różnicą ciśnienia rozkurczowego.

18. Współzależność między względną różnicą ciśnienia rozkurczowego po wysiłku a wskaźnikiem Ziemssena wyraża się współczynnikiem $r = -0.31 \pm 0.10$. Linja zaś regresji wskazuje, że przy mniej korzystnym stosunku pojemności życiowej płuc do wzrostu, względna różnica ciśnienia rozkurczowego po wysiłku jest albo bardzo dużą liczbą ze znakiem ujemnym, albo też liczbą ze znakiem dodatnim.

Przy najwyższej wartości wskaźnika Ziemssena względna różnica ciśnienia rozkurczowego po wysiłku wynosi — 21 do — 30% ciśnienia w spoczynku. Należy przeto sądzić, że są to prawdopodobnie optymalne wartości.

19. We współczynnikach współzależności poprzecznej średnicy płuc z innymi cechami zaznaczają się następujące tendencje: większy wymiar poprzeczny płuc posiadają osobnicy wyżsi, o znaczniejszym rozwoju klatki piersiowej wszere i płaskim jej kształcie, krótkim w stosunku do szerokości klatki piersiowej mostku, o większej pojemności życiowej płuc, szerokich barkach i krótkim tułowiu w porównaniu ze wzrostem.

20. Związek między typami rasowymi a poprzeczną średnicą płuc wyraża się współczynnikiem $C = 0.44 \pm 0.06$. Nadwyżki ponad teoretyczne oczekiwanie przy założeniu braku związku wykazują w klasie największej szerokości płuc przedewszystkiem typ północno-zachodni, znacznie mniejszą typ nordyczny

i prawie żadną typ litoralny; w klasie najmniejszej szerokości płuc typ presłowiański, dynarski, subnordyczny i nordyczny.

21. Największą pojemność życiową płuc wykazuje typ alpejski i północno-zachodni, zaś najmniejszą typ presłowiański, subnordyczny i dynarski. Podobne różnice zachodzą we wskaźniku Ziemssena.

22. Współzależność między ogólną budową ciała ujętą stosunkiem obwodu klatki piersiowej do wzrostu a pojemnością płuc jest nieznaczna, wynosi bowiem $r = + 0.17 \pm 0.08$. Mała ta współzależność znajduje wytłumaczenie w oddziaływaniu czynników rasowych. Zaznaczają się tu bowiem znowu dwie grupy biologiczne o odmiennych tendencjach współzależnościowych. Do grupy pierwszej należy typ nordyczny i subnordyczny o współczynnikach korelacji dodatnich. I tak współczynnik korelacji dla typu subnordycznego wynosi $r = + 0.28$, zaś dla typu nordycznego $r = + 0.47$ (obliczony metodą rangowania). Natomiast zupełnie inaczej zachowują się typy presłowiański i północno-zachodni, gdy u typu litoralnego brak związku współzależności. Dla typu presłowiańskiego $\beta = - 0.63$, dla północno-zachodniego $\beta = - 0.80$. Tych ostatnich współczynników niemożna inaczej interpretować jak tylko w ten sposób, że u dwóch ostatnio wymienionych typów powiększanie się obwodu klatki piersiowej powodowane jest silniejszym rozwojem mięśni a nie powiększaniem się jej pojemności. Stwierdzamy tu zatem pośrednio i różnice rasowe w umięśnieniu klatki piersiowej.

23. Średnie siły mięśni rąk poszczególnych typów rasowych wykazują, że typ północno-zachodni, nordyczny i litoralny wyciskają na dynamometrze najwięcej, natomiast najniższą średnią posiadają typ subnordyczny a zwłaszcza alpejski.

24. Naogół osobnicy o budowie bardziej leptosomatycznej wykazują większą siłę rąk, jak świadczy o tem współczynnik korelacji między siłą ręki prawej a stosunkiem obwodu klatki piersiowej do wzrostu, wynosząc $r = - 0.17 \pm 0.08$. Gdy jednak obliczymy współczynniki korelacji dla poszczególnych typów rasowych oddzielnie, zaznaczają się podobne dwie grupy biologiczne jak we współzależności z pojemnością życiową płuc. Mianowicie dla typu północno-zachodniego $\beta = + 0.33$, dla litoralnego $\beta = + 0.45$, dla presłowiańskiego $\beta = + 0.19$. Natomiast dla drugiej grupy łącznie $r = - 0.41 \pm 0.09$.

Ponieważ w grupie nordycznej (typ α, β) z powiększaniem się obwodu klatki piersiowej, powiększa się pojemność życiowa płuc, natomiast maleje siła ucisku ręki, a w grupie śródziemnomorskiej (typy γ, δ, ϵ) z powiększaniem się obwodu klatki piersiowej zmniejsza się pojemność płuc, natomiast wzrasta siła rąk, przeto obie grupy muszą się wyraźnie różnić stopniem umięśnienia.

25. W grupie nordycznej większą siłę rąk wykazują osobnicy o budowie bardziej leptosomatycznej. Przyczyna tego zjawiska leżeć będzie raczej w dziedzinie psychicznej niż fizycznej. Dobrowolny bowiem nacisk dynamometru należy uważać za złożoną reakcję psycho-fizyczną.

26. Współzależność między czasem reakcji psychomotorycznej na utratę równowagi a typami rasowymi wyraża się współczynnikiem $C = 0.55 \pm 0.06$. Najkrótszy czas reakcji wykazują typy nordyczny i północno-zachodni, najdłuższy zaś czas typ litoralny, presłowiański i alpejski.

27. Współzależność między typami rasowymi a zmiennością indywidualną czasu reakcji psychomotorycznej wyraża się współczynnikiem $C = 0.38 \pm 0.07$. Najmniejszą zmienność posiada typ nordyczny, a prawdopodobnie i typ litoralny. Największą zmienność wykazują typ subnordyczny i alpejski, gdy pozostałe zajmują miejsca środkowe.

28. Współzależność między siłą rąk a zmiennością wewnątrz-osobniczą reakcji psychomotorycznej wynosi $r = -0.15 \pm 0.08$, wskazuje zatem, że najgorsze wyniki dają osobnicy o największej zmienności. Współczynnik ten podnosi się do $r = -0.27 \pm 0.12$, jeżeli obliczymy go dla obydwu typów rasowych, wykazujących zmienność największą.

29. Na podstawie powyższej analizy stwierdzamy, że zróżnicowanie rasowe sięga głęboko do zjawisk fizjologicznych i psychicznych, a ponieważ typy rasowe wykazują pewną zwartą całość tak pod względem morfologicznym jak i funkcjonalnym, możemy je przeto śmiało identyfikować z typami konstytucjonalnymi.

30. Wyniki powyższe pozwalają nam stwierdzić, że przed antropologią fizjologiczną otwierają się szerokie horyzonty, być może nawet o daleko sięgających praktycznych konsekwencjach.

PIŚMIENNICTWO.

1. *Bykowski-Jara L.*: Badania eksperymentalne nad znaczeniem współzawodnictwa. Kom. Ped. Min. W. R. i O. P. Oddz. Psych. Pedag. Nr. 4. Warszawa 1923.
2. *Bryk J.*: Typy antropologiczne południowo-wschodniej Polski pod względem rozwoju i sprawności fizycznej. Kosmos. 1930. T. LV.
3. *Czekanowski J.*: Zarys metod statystycznych w zastosowaniu do antropologii. Warszawa 1913.
4. *Czekanowski J.*: Metoda podobieństwa w zastosowaniu do badań psychometrycznych. Badania Psychologiczne. Pol. Tow. Filozof. Lwów 1926. z. III.
5. *Czekanowski J.*: Das Typenfrequenzgesetz. Anthropol. Anz. 1928. F. V.
6. *Czekanowski J.*: Anthropologie von Polen. Begleitworte zur synthetischen anthropologischen Karte von Polen. Petermanns Mitteilungen 1929.
7. *Czekanowski J.*: Beiträge zum Problem der Beziehung zwischen Rasse und Konstitution. Verh. d. Ges. f. Phys. Anthrop. Stuttgart. 1930.
8. *Czekanowski J.*: Zarys antropologii Polski. Lwów 1930.
9. *Dybowsky J. i W.*: Anthropologische Untersuchungen an Teilnehmern der Wettkämpfe der IX. Olympiade in Amsterdam 1928. Erg. der sportärztl. Untersuchungen bei den IX. Olymp. Spielen in Amsterdam 1928. Berlin 1929.
10. *Henckel K. D.*: Konstitutionstypen und europäische Rassen. Klinische Wochenschr. Berlin 1925. R. V. Nr. 45.
11. *Kohlrusch W.*: Zusammenhänge von Körperform und Leistung. Erg. d. sportärztlichen Untersuchungen bei den IX. Olymp. Spielen in Amsterdam. 1928. Berlin 1929.
12. *Kretschmer E.*: Körperbau und Charakter. Berlin 1921.
13. *Loth E.*: Teoria konstytucjonalizmu a współczesne poglądy na normalną budowę człowieka. Med. Dośw. i Społ. Warszawa, 1924. T. II. z. 1 — 2 Antropologie. Praga 1924 T. II.
14. *Martin R.*: Lehrbuch der Anthropologie. Wyd. II. Jena 1928.
15. *Missiuro W.*: Kursy wychowania fizycznego Centr. Szkoły Wojsk. Gimn. i Sportów oraz Studium Wych. Fizyczn. Uniwersytetu Poznańskiego w świetle pomiarów antropometrycznych. Wych. Fiz. Zesz. 1 — 6. 1924.
16. *Missiuro W.*: Kontrola lekarska zaprawy olimpijskiej. Wych. Fiz. Zesz. 4 — 5. 1928.
17. *Missiuro W.*: Laboratorium fizjologiczne na usługach wychowania fizycznego i sportu. Warszawa 1925.
18. *Missiuro W.*: Trening i wysiłki sportowe a serce. Przegl. Sport.-Lek. 1931. Nr. 1.
19. *Morant*: Biometrika 17. 1925, 18. 1926. T. 20. 1928.
20. *Müilly K.*: Die Form des Körpers als Ausdruck seiner Funktion. Die sportärztlichen Ergebn. d. IX. Olymp. Winterspiele in St. Moritz. 1928 Bern, 1928.
21. *Mydlarski J.*: Analiza antropologiczna ludności powiatu pilźnieńskiego. Arch. Tow. Nauk. we Lwowie. Lwów. 1924.

22. *Mydlarski J.*: Sprawozdanie z wojskowego zdjęcia antropologicznego Polski. Kosmos 1925. T. L.
23. *Mydlarski J.*: Zagadnienia konstytucjonalizmu w świetle antropologii. Pol. Gaz. Lek. 1926. T. V. Nr. 5.
24. *Mydlarski J.*: Z zagadnień konstytucjonalizmu. Warszawa 1930. Zag. Rasy.
25. *Mydlarski J.*: Typy rasowe a typy konstytucyjne. Pamiętnik XIII. Zjazdu Lek. i Przyr. Pol. Wilno 24—29.IX.1929.
26. *Rosiński B.*: Anthropogenetische Auslese. Anthr. Anz. 1929 T. VI.
27. *Rudnicka J. i A. Jungenwirthówna.* Ciepłota ciała i tętno u dziewczynek krakowskich. Przegł. Antrop. 1926. T. I.
28. *Saller K.*: Konstitution und Rasse beim Menschen. Erg. d. Anat. u. Entwicklgesch. T. 28. Berlin 1928.
29. *Sochański H.*: Somatyczne typy ludzkie w pojęciu lekarza-internisty. Pol. Gaz. Lek. 1927. Nr. 47, 48, 49.
30. *Stojanowski K.*: Typy kranjologiczne Polski. Kosmos 1924. T. XLIX).
31. *Stojanowski K.*: Przyczynki do zróżnicowania rasowego młodzieży polskiej. Harcmistrz 1924. Nr. 11, 12.
32. *Stojanowski K.*: Typy sprawności fizycznej a typy rasowe. Wych. Fiz. 1927.
33. *Stojanowski K.*: Próba analizy konstytucjonalnej. Wych. Fiz. 1928. z. 7, 8.
34. *Stojanowski K.*: Przyczynek do analizy sprawności fizycznej. Wych. Fiz. 1929.
35. *Stojanowski K.*: Niektóre wyniki antropologiczne prac Laboratorium Antropologii Stosowanej Studium Wych. Fizycznego Uniwersytetu Poznańskiego. Wych. Fiz. 1929.
36. *Stolyhwo K.*: Zagadnienie typów konstytucyjnych. Przegł. Dent. Nr. 6 i 7. Warszawa 1928.
37. *Studencki S.*: O typie psycho-fizycznym Polaka. Poznań 1931. Pol. Tow. Psychologiczne.
38. *Szulc G.*: Badania narządu oddechowego i siły rąk zawodników międzynarodowych zawodów narciarskich w Zakopanem 1929 r. Przegł. Sport.-Lek. Nr. 3 — 4. 1930.
39. *Talko-Hryniewicz J.*: Krakowiaci współcześni. Kraków 1927. Prace Kom. Antr. Prehist. Pol. Akad. Um.
40. *Weidenreich Fr.*: Rasse und Körperbau. Berlin 1927.
41. *Wrzosek A.*: Częstość tętna u ludzi zdrowych. Przegł. Antr. 1926.
42. *Wrzosek A.*: Spostrzeżenia nad ciepłotą ciała ludzkiego w różnych okresach życia i nad stosunkiem jej do tętna, wzrostu oraz barwy oczu i włosów. Przegł. Antr. 1926.
43. *Zawadzki B.*: Badania nad czasem psychomotorycznej reakcji na utratę równowagi. Przegł. Sport.-Lek. Warszawa 1930. Zesz. 1 — 2.

Nids et proies des Sphégiens de Pologne

Fragments éthologiques

(première série)

avec 6 planches (Tab. XI—XVI) hors texte.

par

ROMUALD MINKIEWICZ

(Institut Nencki de Biologie Expérimentale, à Varsovie).

Avant - propos.

Au cours de mes recherches d'éthologie analytique, poursuivies depuis plusieurs années sur des Hyménoptères libres tant solitaires que sociaux, il m'arrive bien souvent de ramasser des faits qui, n'entrant pas dans le cadre strict des problèmes que je me suis posés, n'en présentent pas moins un intérêt, parfois considérable, pour la science. Tantôt, ces faits sont relatifs à d'espèces dont l'oecologie et l'éthologie demeurent presque, voire même totalement, inconnues, comme c'est le cas, par ex., du *Crabro (Ectemnius) spinicollis* H. Schn. ou celui de l'*Oxybelus nigripes* Oliv.¹⁾ Tantôt, bien qu'ayant rapport à d'espèces

¹⁾ Ne me fiant nullement à mes faibles moyens taxonomiques à moi, tous mes Sphégiens et mes Hyménoptères en général, même les plus communs, sont invariablement soumis à la haute compétence de M. le dr. Jan Noskiewicz,

maintes fois étudiées, ces faits soit y touchent les côtés jusque-là méconnus, soit précisent, complètent et élargissent singulièrement nos connaissances relatives, en éclairant ainsi leur éthologie d'un jour nouveau, comme l'on verra p. ex., au cas du *Mellinus arvensis* L., ou à celui de l'*Ammophila sabulosa* L., pour ne citer que ces deux guêpes communes.

Je me suis donc décidé à publier, de temps en temps, les données en question, sous forme des notes fragmentaires, dont voici une première série.

Un chasseur de chenilles:

Ammophila sabulosa L.

1. Nids dans de l'argile, et conséquences qui en découlent.

a) Garbaś¹⁾, près Suwałki. Argile compacte diluviale, parfois très dure et cassant. Eboulements d'une fosse d'exploitation à petites terrasses et pentes fort variées. Nidification étudiée les derniers jours du mois d'Août et les premiers de Septembre 1930.

b) Kazimierz sur Vistule. Fine argile plastique de loess. Partout: sentiers, bords du bois de bouleaux, rebords des sillons de charrue, anciens défrichements à maigre gazon, le tout à pentes variées. Nidification étudiée durant le moi d'Août et au commencement de Septembre 1931.

C'est déjà J. H. Fabre qui se souleva fortement contre l'exclusive et, partant, erronée attribution à l'*Ammophila sabulosa* d'un choix oecologique restreint et limité aux sables seuls. Mais, n'ayant pas eu la chance d'observer la nidification des Ammophiles sur de l'argile plastique, Fabre ne pouvait entre-

du Musée Dzieduszycki à Lwów. Jamais, je ne saurai trouver une expression suffisante de ma profonde gratitude à l'égard de cet éminent hyménoptérologue, tant est inépuisable sa parfaite obligeance qui ne rechigne jamais devant mes demandes de détermination et de renseignements constamment renouvelés.

¹⁾ „Garbaś“ — c'est-à-dire, les environs du lac Garbaś, à la frontière prussienne. Situation géographique: 54° 10' sur 22° 37', à une vingtaine de km à l'Ouest de Suwałki. Terrains diluviaux, morainiques. Voir: St. Pietkiewicz, Esquisse morphologique de la partie occidentale du district de Suwałki. Rev. Géogr. polonaise (= Przegląd Geograficzny), 8, 1928, Varsovie.

voir d'heureuses conséquences qui en découlent pour l'étude précise de l'architecture du nid.

Il est vrai, même sur du sable meuble des dunes, aux environs de Varsovie, j'ai pu obtenir d'excellents moulages des nids d'Ammophiles, à l'aide de la paraffine versée à chaud dans leurs galeries d'entrée suivant une tigelle de la même paraffine que j'y avais préalablement introduite. Mais, dans ce procédé fastidieux et qui est loin de réussir toujours, une forte couche des grains de sable, qui adhère toujours à la surface du moulage (et c'est la même chose avec des procédés de moulage communs, celui p. ex. au gypse qui est fort lent à sécher, ou à n'importe quelle poudre en suspension dans de la gomme-laque à l'alcool), y masque certains détails d'importance pour qui veut se faire une idée exacte du comportement de l'animal lors du travail de forage et de ses capacités et procédés d'architecte.

Tout autre chose avec des nids dans de l'argile. Plus la peine d'y avoir recours au moulage. Une bonne coupe, menée habilement à l'instant sur les lieux même, y suffit pleinement. Ou bien, si l'on veut observer et dessiner le nid plus à son aise, il n'y a que procéder à découper avec précaution un petit bloc d'argile avec le nid y englobé, et l'emporter à domicile.

Or, voici les résultats.

2. Une loi qui régit la direction de la galerie.

La galerie d'entrée est loin d'être toujours verticale, comme Fabre aimait à insister, sa direction dépendant de la configuration de la surface du sol. Elle n'est verticale qu'au cas du sol plan. Si le sol s'incline, la direction de la galerie dévie de la verticale. Plus la pente est abrupte, plus la galerie est couchée. Et ce qui est fort intéressant à constater, c'est que l'angle de la deviation de la galerie de la verticale est constamment égal à l'angle de l'inclinaison de la surface du sol à l'horizontale (Tab. XI, fig. 1 a, fig. 2 a et b). En d'autres mots, la galerie d'entrée du nid d'Ammophile demeure toujours normale à la surface du sol.

Mais ce n'est que la pente des environs le plus immédiats de l'orifice d'entrée qui y décide; rien que la surface de quelques centimètres carrés, et même moins que ça. Au delà de cette minime plateforme, au centre de laquelle baye le „puits“, rien

n'emporte. Ainsi, une minuscule surface horizontale au pied d'un talus, ou au beau milieu d'une pente quelconque, déterminera nécessairement une galerie verticale. Inversement, si, au hasard de ses recherches, l'Ammophile vient placer son nid sur une partie inclinée d'un creux de sabot de cheval se trouvant sur un terrain absolument plat, cette infime pente suffit pleinement à déterminer une deviation correspondante du puits, de la verticale (Tab. XI, fig. 2 b).

Ce fait n'est pas sans conséquences pour la position de la loge (et de ce qui s'y trouvera casé), le bout distal de celle-ci pouvant, dans bien de cas, se trouver être fort rapproché de la surface libre du sol, et, par ce fait, être exposé, plus que de nécessaire, aux intempéries de la saison (Tab. XI, fig. 2 b). Il arrive, que sa distance du sol, rapportée à celle du bout proximal de la loge, diminuera, en conséquence, de moitié. S'il n'y s'en suive peut-être pas grand danger à la larve qui a déjà tissé son imperméable cocon, ce n'est pas le cas de la chenille qui doit servir de nourriture à la larve pendant une dizaine de jours et qu'il m'arrivait parfois d'y trouver moisie, après 3—4 jours de tiède averse, sur du loess de Kazimierz-s.-V., ou bien totalement desséchée et cassant, après des fortes chaleurs, sur les dunes.

Il est trop évident que ce n'est pas la perspicacité de la fameuse „science innée de l'instinct“, si chère à MM. Fabre et Bergson, qui mène les Ammophiles-mères à varier l'angle d'inclinaison de leurs puits suivant les circonstances, mais que c'est, bien plutôt, la direction spécifique de la galerie de l'*Ammophila sabulosa*, toujours, forcément, normale à la plateforme de l'orifice d'entrée, qui conduit parfois l'animal à de singulières méprises des constructions, par excès d'une trop stricte adaptation des rapports géométriques réciproques de leurs parties.

3. Forme exacte du nid.

La loge ne consiste pas en une simple dilatation du „puits d'entrée“, comme l'admettait Fabre et, après lui, tous les traités. L'assertion ne tiendrait debout que si l'on aurait considéré la coupe frontale seule (Tab. XI, fig. 1 b). En coupe sagittale, c'est tout différent, comme le démontrent bien mes croquis pris

sur des moulages (Tab. XI, fig. 1 a), ou sur des blocs d'argile découpés sur place, in situ (Tab. XI, fig. 2).

Tout d'abord, l'axe longitudinale de la loge fait toujours un angle ouvert presque fixe avec la galerie d'entrée, ne dépassant que de très peu l'angle droit. Ensuite, la loge, considérée dans un plan sagittal du nid, se trouve située toute entière d'un côté du bout de la galerie, ne le dépassant pas de l'autre côté. La même chose se voit sur le plan frontal (Tab. XI, fig. 1 b). Troisièmement, la galerie d'entrée n'est pas tout à fait cylindrique, se retrécissant petit à petit lelong de son parcours, pour se terminer au seuil de la loge par une toute petite gouttière circulaire, bien visible dans de l'argile plastique de loess (Tab. XI, fig. 2 a, b).

Dans son ensemble, le nid affecte la forme d'une chaussette.

L'intérieur du nid est toujours d'un travail très soigné, juste à l'envers de l'opinion de Fabre qui n'avait pas hésité de le traiter de „logis mesquin, obtenu à peu de frais“. Les parois de la loge, tout comme celles de la galerie, son bien polies, malgré la rapidité de travail qui, d'ailleurs, sur l'argile est loin d'être aussi surprenante quelle l'est sur le sable.

Et cependant, il arrive parfois à l'Ammophile, au cas, p. ex., où elle nidifie sur d'éboulements d'une fosse d'argile qui, se desséchant, donnent des fentes et des crévasses, il lui arrive, dis-je, en dépit de ses longues recherches d'emplacement, en dépit aussi ne son travail soigné de forage, que son nid présentât de grosses fêlures et d'énormes difformités, à l'instar de celles dont j'ai essayé de donner une idée sur notre figure schématisée (Tab. XI, fig. 3).

Les dimensions des nids, prises sur de terrains divers, sont essentiellement les mêmes, ne dépendant que de la taille d'individus, à savoir :

Longueur de la galerie = 2·4—3·3 cm.

Longueur totale du nid = 4—5 cm.

Diamètre de l'orifice d'entrée = 0·7—0·9 cm.

Diamètre de la gouttière au seuil de la loge = 0·4—0·6 cm.

La loge = 2—2·4 × 1·2—1·4 × 1—1·4 cm.

4. Poïkilagrie¹⁾ des Ammophiles et poïkilophagie de leurs larves.

Depuis Fabre, c'est la famille des *Noctuidae* qui est considérée généralement comme domaine taxonomique principal, sinon exclusif, où l'*Ammophila sabulosa* puise ses proies de chasse et, partant, les vivres pour ses larves.

En réalité, les limites taxonomiques des chenilles exploitées sont loin d'être aussi restreintes. Tout y dépend de la saison et des terrains de nidification, c'est-à-dire, des conditions phéno-lepidoptéologiques du milieu ambiant.

Ainsi, sur la dune de Sadowne, cerclée et couverte en partie des bois de *Pinus silvestris*, l'Ammophile, tout un mois de Juillet 1929 durant, chassait surtout des chenilles de *Panolis piniperda* Panz.²⁾ Sur de l'argile des moraines de Garbaś, ayant à côté les jardins fruitiers et potagers, elle chassait des *Acronycta rumicis* L.³⁾ et des *Mamestra cf. chryzozona* Bkh.³⁾, la saison étant fort avancée (la fin d'Août et les premiers jours de Septembre 1930). A la même saison avancée, l'année suivante, sur du loess de Kazimierz-sur-Vistule, aux bords du bois de bouleaux (*Betula*) mélangés un peu de chênes et de charmes (*Carpinus betulus*), les chasses d'Ammophiles m'ont donné quantité d'espèces absolument étrangères à la famille des *Noctuidae*, dont voici la liste forcément incomplète, puisque n'embrassant que celles que j'ai pu identifier en me servant d'excellents atlas de Spuler et de Lampert:

a) de la famille des *Notodontidae*:

- gen. I spec. 1: *Lophopteryx camelina* L.
 „ II „ 2: *Notodonta dromedarius* L.
 „ „ „ 3: „ *phoebe* Siebert.

b) de la famille des *Drepanidae*:

- gen. III spec. 4: *Drepana lacertinaria* L.

c) de la famille des *Geometridae*:

- gen. IV spec. 5: *Amphidasis betularia* L.
 „ V „ 6: *Rhodostrophia cf. calabraria* Z.

¹⁾ Poïkilagrie (ou, si l'on veut, *pécilagrie*) = chasse aux bêtes disparates (ἡ ἄγροα = proie de chasse).

²⁾ Mais, outre les *Panolis piniperda*, il m'arrivait de lui dérober de temps en temps quelque grosse arpeuteuse, demeurée indéterminée.

³⁾ Toutes les deux étant nouvelles pour l'Ammophile.

Au total, six espèces, cinq genres et trois familles, toutes non encore signalées des auteurs, ramassées sur un petit terrain à Kazimierz en moins de huit jours. Une photo ci-jointe (Tab. XII, fig. 4) en reproduit quelques spécimens conservés à l'alcool, soit avec des oeufs d'Ammophile y collés, soit avec une larve y adhérant par son extrémité buccale (chenille 4, de droite à gauche).

Il est à ajouter que, vingt jours plus tôt, sur les mêmes lieux, les Ammophiles avaient porté d'autres chenilles, n'appartenant à aucune des trois familles précitées et que je n'ai pas su déterminer.

De ces chenilles, si disparates par leur couleur, leur forme, leur habitus, par le caractère de leur peau, tantôt lisse, tantôt velue ou garnie de fortes verrues, par leur marche enfin, l'on s'évertuerait en vain à découvrir quelque trait qui leur serai commun à toutes. La condition „d'une taille convenable, ni trop grande ni trop petite“, admise autrefois par Fabre, tombe devant ce fait décisif, que le même individu d'Ammophile, auquel je venais de dérober une très forte *Amphidasis betularia* (un géométride gris-jaunâtre), juste au moment où la guêpe s'apprêtait à la faire caser dans son nid déjà ouvert, le lendemain l'a pourvu d'une mignonne *Drepana lacertinaria* (d'un rouge-brun), trois fois plus petite que l'autre (Tab. XII, fig. 5).

Il existe pourtant un caractère commun à toutes mes chenilles de Kazimierz-sur-Vistule, mais ce caractère est d'ordre purement oecologique, ces chenilles étant toutes éminemment, sinon exclusivement, betulicoles et betuliphages, un fait que je trouve formellement confirmé dans le texte explicatif de l'atlas de Lampert.

Ainsi, c'est le facteur oecologique qui, en fin de compte, régit tout seul la poïkilagrie de l'Ammophile (et, partant, la poïkilophagie de ses larves), en déterminant les limites taxonomiques et phénologiques de ses proies, sur chaque terrain de nidification. L'on trouvera par la suite le même fait se répéter chez d'autres Sphégiens chassant d'autres classes d'insectes, comme p. ex. chez le *Mellinus arvensis*, prédateur non moins poïkilagre que l'est l'*Ammophila sabulosa*, ou bien chez le *Crabro spinicollis*.

**Un chasseur d'Hémiptères:
Crabro (Lindenius) albilabris F.**

1. Terrain de nidification.

Garbaś, Août-Septembre 1930. Chemin des champs, sur un terrain des moraines: gros sable et gravier à galets.

Nids toujours sur des parties planes, souvent alignés en fil et bordant un des sillons du chemin.

2. Architecture du nid (Tab. XI, fig. 6 a, b).

Petite butte passagère (en cratère d'accumulation), balayée ensuite par les vents. Pas de cheminée. Orifice d'entrée circulaire, de 0·2 cm de diamètre. Galerie d'accès verticale, longue de ca 4 cm, sauf un cas spécial, où, empêchée d'être verticale par un amas de galets, elle se trouva inclinée et mesurant 1 cm de plus.

Couloirs secondaires temporaires (obstrués ensuite), longs de 1 à 3 cm, rectilignes et perpendiculaires à la galerie d'accès, mais donnant dans de directions variées.

Loges, en nombre et forme variables, généralement ovalaires, mesurant 0·7—1·3 sur 0·5 cm, disposées tout autour du bout profond de la galerie et situées à de niveaux très rapprochés, parfois à une distance d'un ou de deux millimètres à peine (Tab. XI, fig. 1 a) l'un de l'autre.

Chaque femelle ne construit qu'un seul nid, ne faisant qu'y ajouter de nouvelles loges, si le besoin est.

3. Un gîte de mâle.

Le mâle de *Cr. albilabris* sait, semble-t-il, se creuser, à côté des nids de femelles, un petit gîte, en forme de petit puits vertical, en cul de sac, n'ayant que 1·5—1·8 cm de longueur sur 0·15 de diamètre. Le mâle tiré de là pour être mis en collection, le gîte demeura inoccupé, et ceci plusieurs semaines durant, bien que de nouveaux nids de femelles continuâssent à être creusés à proximité.

4. Proies.

Uniformité absolue des proies de *Cr. albilabris*, à l'encontre de ce que m'a donné le *Mellinus arvensis*. Dans une trentaine

de loges, faisant partie d'une huitaine de nids déterrés, je n'ai trouvé que des *Lygus pratensis* (L.), espèce et genre non signalés des auteurs et qui appartient à la famille des *Myridae* (voisine des *Capsidae* généralement considérés comme source d'approvisionnement de notre guêpe). Ce petit hémiptère des plus communs vit au dépens de la lucerne et d'autres plantes fouragères qui, justement, composaient les champs alentour.

Le nombre de proies tassées dans une loge varie de 4 à 13, dans un même nid, selon les dimensions de la loge. Tantôt c'étaient des *Lygus* adultes de couleurs variées, tantôt s'y mêlaient les larves de tout âge, mais de couleur toujours verte. Ainsi, par ex., dans le nid représenté sur nos figures, la loge N° 1, récemment creusée et pas encore fermée, contenait 4 hémiptères adultes (dont 3 verts et 1 rouge) et 1 larve aptère; la loge N° 2 — trois imagos et 2 petites larves; la loge N° 3 ne contenait que 4 adultes (verts et rouges), tandis que la loge N° 4, bien qu'enfermant une larve de notre guêpe déjà bien grandie, contenait encore 4 *Lygus* adultes et trois aptères; enfin la loge N° 5 en enfermait 5 adultes rouges et 3 larves ailées vertes¹⁾.

5. L'oeuf.

L'oeuf de *Cr. albilabris*, en forme d'une banane de couleur blanche, est collé invariablement sur le cou de l'hémiptère, soit sur l'adulte soit sur une larve, quelquefois même sur une très petite larve. Il y pend librement tantôt du côté gauche, tantôt du côté droit, appliqué de sa concavité contre les pleures du *Lygus* et laissant libres la trompe et les premières pattes, déjà inertes, de l'hémiptère (Tab. XIV, fig. 7).

L'oeuf mesure 2—3 mm sur 0.6.

Examinés soigneusement (ce qui était d'importance pour mes études sur la marche succédanée de l'immobilisation et de l'insensibilisation vénéneuses), les hémiptères porteurs d'oeufs ne présentaient ni mutilations ni luxations de leurs membres.

¹⁾ M. Tad. Jaczewski, du Musée Zoologique Polonais à Varsovie, qui m'a très obligeamment déterminé mes Hémiptères, n'a pas pu se prononcer de toute assurance, si toutes mes larves auraient été des *Lygus*, mais, ce qui lui avait paru certain c'est qu'elles étaient toutes des *Myridae*.

Quelques chasseurs de Diptères.

a) *Mellinus arvensis* L.

1. Terrain de nidification.

Garbas près Suwalki. Nidification à partir de la mi-juillet et jusqu'en Septembre. Rebords des chemins, creux des fossées, pentes des collines (parfois, surfaces planes); habituellement, parmi les herbes (Tab. XIII, fig. 8, photos). Gros sable et gravier des moraines de fond, à enclaves de galets et de cailloux. Aucune direction géographique privilégiée, l'orifice de la cheminée pouvant donner au Sud, au Sud-Est, à l'Est, au Nord-Est, au Nord, au Nord-Ouest....

2. Architecture du nid.

L'architecture du nid demeure partout la même. Une forte butte de sable clair d'accumulation (Tab. XIII, photo 8 b, Tab. XIV, fig. 9) tiré de sous-terre, haute de 6—7 cm et large, à sa base, de ca 6 cm, surmontée d'une grosse cheminée, à l'orifice d'entrée de 0.6—0.7 cm de diamètre. La cheminée est façonnée avec du même sable clair.

La galerie d'entrée commence presque horizontalement, puis, ayant fait un parcours arcué d'une dizaine de cm, devient verticale¹⁾ et demeure ainsi jusqu'à son bout inférieur qui peut descendre à une profondeur de plus d'un demi-mètre. Profondeurs trouvées furent de 23, 35, 45, 56, 60 cm, ce qui paraît être en rapport direct avec des conditions stratigraphiques et surtout hydrologiques du sol. Ces dernières pouvant changer radicalement au cours d'une saison, la profondeur du nid changera elle aussi.

Ce n'est qu'à cet bout inférieur de la galerie qu'on trouve, semées par-ci par-là, à de distances différentes, des loges ovales mesurant quelques 2 cm sur 0.6. Leur nombre est très variable et peut s'élever jusqu'à une vingtaine (Tab. XV, fig. 10 a, b).

¹⁾ Verticale, elle l'est toujours. Mais elle peut devenir coudée (Fig. 10 a) au cas où la Melline aurait rencontré, au cours de son travail de forage, un caillou ou même un galet qu'il lui fallait tourner, ce qui dans les sables et graviers diluviaux n'est pas chose rare du tout et peut se présenter à de niveaux bien différents. L'obstacle tourné, la galerie redevient verticale.

Elles sont disposées tout autour de l'axe vertical du nid, constitué par sa galerie d'accès, tantôt fort rapprochées de celle-ci, jusqu'à y toucher presque, tantôt éloignées d'elle de 15 cm et plus (mêmes figures).

Les niveaux des différentes loges d'un nid diffèrent peu. Cependant leur niveau moyen n'est pas toujours fixe, et il m'est arrivé de le voir baisser soudainement de quelques 15 cm, après vingt jours (6—26 Août 1930) de froids et d'incessantes pluies. C'est ce qui frappe l'oeil sur notre plan vertical d'un grand nid déterré le 1 Septembre, où l'on voit les cinq loges récemment faites, avec leur provision de mouches encore intacte, être placées sur un niveau de ca 45 cm, tandis que quantité d'autres loges, situées à de niveaux sensiblement plus hauts (à 30 cm en moyenne) soient bien plus anciennes, occupées toutes par des cocons tout faits, donc datant évidemment d'avant la mauvaise saison (Tab. XV, fig. 10 a, b).

Il est très rare de déterrer un couloir secondaire qui mène à une loge en train de construction ou d'approvisionnement et qui, par conséquent, ne soit pas encore obstrué. Quant aux couloirs obstrués, impossible de les distinguer du gravier ou sable environnant.

3. Stabilité d'emplacement des nids.

La nidification d'une femelle dure fort long temps, plusieurs mois de suite, à partir de la mi-juillet, en général, et jusqu'en Septembre. Pendant tout ce temps-là, la femelle ne fait, habituellement, qu'un seul nid, demeurant fidèle à lui et y ajoutant de nouvelles loges (Tab. XV, fig. 10) au fur et à mesure des exigences de sa maternité.

Il y a bien plus. Sa progéniture (du moins, une bonne partie de sa progéniture) naissant l'été suivant, demeure fidèle, elle aussi, à l'emplacement choisi de la génitrice, et s'y fait des nids tout autour, l'un à côté de l'autre, à de distances variées, quelquefois très petites, constituant ainsi une colonie populeuse allant parfois à une centaine de foyers. Nids solitaires du *Mellinus arvensis* sont plutôt rares. Il n'est pas impossible qu'une des femelles-filles aille occuper le nid maternel, c'est-à-dire, sa galerie verticale, s'épargnant ainsi une partie sensible du travail de forage.

C'est ainsi que procédant à l'exhumation d'un grand nid, dont les plans horizontal et vertical sont donnés sur nos figures 10 a et b, j'y ai trouvé parmi les loges récentes, pleines de mouches ou de larves encoconées, une quantité de loges anciennes, à cocon vide. Dans certaines de celles-ci, le tissu de cocon était encore ferme et uni, avec de débris de mouches reconnaissables collés dessus. Dans d'autres, le tissu était fort entamé, à grandes mailles, tenant à peine la forme de cocon. Dans d'autres encore, il était pourri et friable à ce point qu'il ne m'était plus possible de tirer, avec ma pincette, le cocon de la loge.

4. Taxonomie des proies. Poïkilagrie des Mellines-mères et poïkilophagie de leurs larves.

Le nombre des proies tassées dans une loge varie fort considérablement d'une loge à l'autre, tout comme leur taille et leur qualité taxonomique. Ce sont bien toujours des Diptères Brachycères, mais appartenant à de familles les plus disparates, et non pas seulement à de divers groupes d'*Anthomyides*, tels que *Hylemyinae*, *Mydaeinae*, *Ariciinae*, *Stomoxynae*, *Muscinae*, *Calliphorinae*, *Sarcophaginae*, *Tachininae*, mais aussi à de *Sapromyzidae*, à de *Syrphidae*, à de *Tabanidae*....

Notons que ceci n'est que le contenu d'une douzaine de loges à peine (appartenant à 4 ou 5 individus), lesquelles, au moment où je les avais déterrées, se trouvaient être en train d'approvisionnement, ou bien fraîchement closes. Dans quantité d'autres loges, les mouches étaient totalement dévorées et avaient passé au stade de débris, collés d'une façon pittoresque (Tab. XIV, fig. 11) à de fils externes des cocons, donc ne se prêtant plus à une détermination exacte.

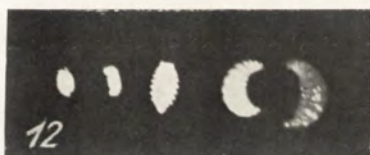
Voici la liste d'espèces trouvées, d'après les savantes déterminations de M. E. Séguy, du Muséum de Paris¹⁾:

- gen. I. sp. 1. *Catabomba pyrastris* L.
 II. — 2. *Chrysops caecutiens* L. ♂.

¹⁾ Tous les Diptères de mes Sphégiens, et non pas seulement ceux de Mellines, ont été déterminés par M. E. Séguy. Je suis heureux de pouvoir remercier, à cette place, cet éminent diptérologue français de la parfaite obligeance avec laquelle il a bien voulu se charger de cette fastidieuse et ingrate besogne.



R. Minkiewicz: Nids et proies des Sphégiens de Pologne.



R. Minkiewicz: Nids et proies des Sphégiens de Pologne.



R. Minkiewicz: Nids et proies des Sphégiens de Pologne.



Fig. 7.



Fig. 11.

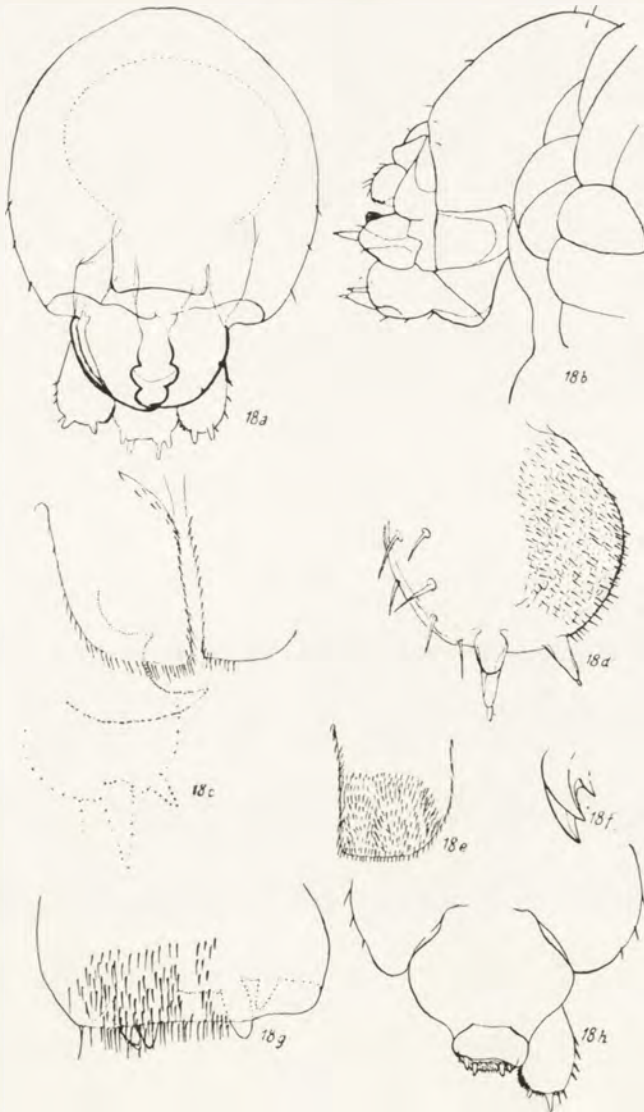


Fig. 9.

R. Minkiewicz: Nids et proies des Sphégiens de Pologne.



R. Minkiewicz: Nids et proies des Sphégiens de Pologne.



R. Minkiewicz: Nids et proies des Sphégiens de Pologne.

- gen. III. sp. 3. *Exorista vulgaris* Fallén.
 IV. — 4. *Hydrotaea meteorica* L.
 V. — 5. *Lauxania aenea* Fallén.
 VI. — 6. *Musca domestica* L.
 VII. — 7. *Mydaea separata* Mg.
 VIII. — 8. *Onesia sepulcralis* Mg.
 „ — 9. „ sp. ♀♀.
 IX. — 10. *Ophyra leucostoma* W.
 X. — 11. *Palloptera gangraenosa* Panzer.
 XI. — 12. *Pollenia rudis* F. ♂ ♀ (signalée des auteurs).
 „ — 13. „ sp.
 XII. — 14. *Sarcophaga carnaria* L. ♀.
 „ — 15. „ sp.
 XIII. — 16. *Stomoxys calcitrans* L.
 XIV. — 17. *Syrphus balteatus* De G.
 „ — 18. „ *vitripennis* Mg.
 XV. — 19. *Tabanus apricus* Mg. ♂.

Donc, au total, 15 espèces et 14 genres nouveaux qu'il faudra dorénavant ajouter à l'huitaine d'espèces signalées jusquelà par les auteurs¹⁾.

Voici donc un hyménoptère éminemment poïkilagre et à larves fort poïkilophages, qui, à juste titre, peut être mis en parallèle avec le *Bembex rostrata* et certains *Crabro*, comme p. ex. le *Thyreopus peltarius* ou le *Crossocerus elongatulus*.

Il va de soi que la taxonomie des provisions change d'un nid à un autre et, dans le même nid, d'une loge à l'autre, suivant les conditions diptérologiques du terrain et celles du temps. Ainsi, j'ai eu des loges d'un nid qui commençait, où il n'y avait que des *Syrphus balteatus* et *vitripennis* (le 5. VIII. 30, au bord d'un chemin des champs). J'en ai eu d'autres, où les *Sarcophaga*, les *Pollenia* et les *Onesia* faisaient la majeure partie du contenu (le 1. IX. 30, au bord du lac, à la lisière des bois, où paissaient les troupeaux). Dans d'autres encore, se trouvait entassée toute une litanie des groupes disparates (5. VIII. 30).

¹⁾ Voir à cet effet l'excellent ouvrage de M. L. Berland: *Hyménoptères Vespiformes*, I, dans la „Faune de France“, Paris 1925, p. 94. — En corrigeant mes épreuves, j'y puis ajouter une espèce de plus, notamment, la *Mydaea impuncta* Fallén que j'avais souvent vu être portée par des Mellines qu'il m'est arrivé de capturer au vol à Kazimierz-sur-Vistule, au mois d'Août 1931. C'est encor de la part de M. E. Ségu y que me vient l'identification de cette mouche.

5. Une faute capitale de l'instinct d'approvisionnement.

La présence des *Sarcophaga* à l'intérieur des loges de la Melline est de nature à étonner un biologiste qui les connaît pour vivipares, et leurs larves pour carnassiers des plus voraces. Cependant, le fait est, et pas rare du tout. Presque chaque nid que j'avais déterré à Garbaś, en contenait, et dans plus d'une de ses loges.

Or, il m'était arrivé d'ouvrir des loges, où, à côté de plusieurs spécimens de *Sarcophaga carnaria* (et de quelques spécimens d'autres genres) adultes et inertes, s'agitait une foule de vermineux blancs qui venaient d'y naître. „Je ne peux pas déterminer les larves du Sarcophagide ♀ que vous avez recueillies — m'écrit M. E. Séguy. — La systématique de ces animaux, difficile et compliquée, est encore dans l'extrême enfance. Mais votre découverte amène une réflexion sur l'imprudence du *Mellinus* qui fait entrer dans son nid un élément aussi dévastateur. Si Vous n'aviez pas ouvert le nid, les provisions du *Mellinus*, et la progéniture elle-même, auraient été immanquablement dévorées — et rapidement — par les jeunes larves du Sarcophagide“.

Eh bien, la systématique y étant en défaut, mes notes sont à même d'y suppléer. La loge ne contenant pas d'autres Sarcophagides, et le nid tout entier non plus, les larves en question ne pouvaient être que des *Sarcophaga carnaria* L.

Mais ce qui y prime, et de beaucoup, l'intérêt taxonomique du fait, c'est cette faute capitale, mortelle pour la progéniture, dont soit capable la fameuse „science de l'instinct“, science qui, d'après M. Bergson, aille tout droit au fond des choses, étant, de par sa nature intuitive et innée, une science substantielle, et non une pauvre science des relations qu'est la nôtre, à nous autres humains.

6. Larve et cocon. Taille et nourriture. Retissage.

Les larves de Mellines, comparées à celles d'autres Sphégiens, ne présentent rien de bien particulier, ni à leur premier stade ni au deuxième (Tab. XII, fig. 12 photo).

Si les vivres étaient en quantité suffisante, la larve, au moment de se préparer à tisser son cocon, atteint les dimensions de 2 cm sur 0·7 (mesurée au profil). Elle est, généralement, de

couleur bleuâtre ou lilas, les deux bouts exceptés qui demeurent blanchâtres et semitransparents.

Le cocon présente, en moyenne, les mêmes dimensions (2×0.7 cm). Il est formé d'un tissu fin, de couleur blanche, et à son extérieur il est orné de débris de Brachycères dévorés, qui s'y trouvent collés uniformément sur toute sa surface, ce qui donne au cocon un aspect bien caractéristique et souvent pittoresque (Tab. XIV, fig. 11).

A son deuxième stade, la larve mesure ca 1.4×0.7 cm en coupe frontale.

Mais, si les vivres, pour n'importe quelle cause, manquaient à la larve, celle-ci, après une période de jeûne plus ou moins longue, bien qu'étant loin d'avoir pu atteindre sa taille normale, tissera, néanmoins, son cocon, de forme, texture et ornementation toutes normales; seules, ses dimensions en seront réduites en rapport, de moitié parfois (1.0×0.45 , ou même 0.7×0.3 cm), comme c'était le cas de mes essais de culture dans des tubes de verre bouchés (Tab. XII, fig. 12, côté gauche).

Deux choses y sont encore à noter: 1°, qu'en général, les petites larves mises sur de l'ouate, à côté ou sur des mouches, n'avaient pas voulu y toucher; 2°, que les cocons, qu'elles m'y avaient filés, étaient faits d'une soie brunâtre, tandis que la soie des cocons déterrés était toujours de couleur blanche.

Une larve qui a fraîchement filé son cocon dans des conditions normales, mais que l'on a ensuite mise dehors en lui enlevant son travail, ne tardera pas à se faire un autre, parfaitement travaillé, d'une forme, taille et texture à peu près normales, mais d'une couleur brunâtre.

A quoi tient-elle, cette différence de teint entre un tissu filé dans des conditions normales et celui filé dans des conditions de jeûne et d'épuisement? C'est ce que je ne saurais dire.

7. Notice additionnelle. Dissymétrie de coloration chez un mâle.

Bien qu'étranger au sujet traité, le fait mérite d'être relaté. Le mâle en question manque d'une de deux taches jaunes sur son II^e tergite abdominal, et notamment, de la gauche (Tab. XI, fig. 13 a). En revanche, son mésopleure gauche porte une tache jaune (Tab. XI, fig. 13 b), un peu en bas de la tache du

tubercule huméral. Le mésopleure droit ne l'a pas, et je ne l'ai pas vue chez aucune de femelles que j'ai examinées.

Ceci m'amène à constater, en fait des différences de coloration sexuelles, que mon mâle manque des petites taches jaunes sur les deux bouts tergaux de son III^e sternite, taches qui sont présentes chez toutes mes femelles. Par contre, les mandibules et le clypéus de notre mâle portent une bande jaune ininterrompue (Tab. XI, fig. 13 c) qui, chez les femelles, n'est représentée que par de taches.

b) Nidification de l'*Oxybelus nigripes* Oliv.

1. Terrain et travaux.

Garbaś. Fin d'Août 1930. Fosse d'exploitation d'argile. Sur des parties planes d'anciens éboulements.

Le travail de forage est précédé toujours des longues recherches d'emplacement, durant parfois plus d'une journée. De nombreux essais de forage, faits par-ci, par-là. De menus galets, de grains de sable, de mottes d'argile poussés, déplacés, parfois soulevés nerveusement, avant que la femelle prenne décision.

Lors du forage, la terre grattée par des tarsi I^{ers} est rejetée en arrière, entre les pattes postérieures, à l'instar des *Bembex* et des *Philantus*.

Les proies sont portées sous l'abdomen entre les dernières pattes, faisant saillie par derrière l'animal, sous un angle aigu avec son plan sagittal.

La femelle venant au vol s'abat directement à l'entrée de son nid et s'y engouffre immédiatement, la tête la première.

L'approvisionnement terminé et l'oeuf y déposé, l'entrée du nid est soigneusement recouverte de terre à l'aide du même manège de tarsi I^{ers} que lors du forage, seulement la pointe de l'abdomen orientée, cette fois-ci, vers l'orifice d'entrée, bien que l'animal tourne de tous côtés, cherchant à amasser le plus de poussière d'argile afin de dissimuler le mieux l'accès de son nid.

2. Architecture du nid.

Le nid étudié était fait comme suit. L'orifice d'entrée, toujours sur une surface plane, de forme elliptique aplanie d'en dessous, mène à une galerie d'abord presque horizontale, sur

un parcours de ca 3 cm, puis coudée sous un angle droit (Tab. XI, fig. 14 b). La partie verticale mesurant ca 3 cm.

Il n'y avait qu'une seule loge, bien que le nid fût définitivement bouché et la femelle n'y revinsse plus. La loge se trouvait à proximité du bout profond de la galerie (Tab. XI, fig. 14 b), presque à même.

3. Proies.

Les cinq mouches qui faisaient le contenu de la loge et dont l'une portait à son cou l'oeuf d'*Oxybelus*, appartiennent, d'après l'obligeante détermination de M. le dr. E. Séguy, à trois espèces d'Anthomyides que voici:

Lasiomma clenocnema Kowarz.

Hylemyia parcipilosa Vill.

Onesia sepulcralis Meig.

c) *Oxybelus uniglumis* L.

1. Terrain.

Garbaś. Sur l'argile de la même fosse d'exploitation, tout à côté des nids de l'*Oxybelus nigripes*. Fin d'Août 1930.

2. Architecture.

L'orifice d'entrée se trouvait sur une des parties inclinées de l'éboulement (à l'encontre de ce qui était chez l'*Oxyb. nigripes*). De forme elliptique, aplanie d'en dessous, il donnait accès à une simple galerie horizontale (à l'encontre de ce qui était chez l'*Ox. nigripes*!), longue de ca 5 cm et qui se terminait par une petite enflure ovale (Tab. XI, fig. 14 a). Cette simple enflure, c'était la loge.

Le nid étant en train d'approvisionnement, la loge ne contenait que trois petites mouches non encore pourvues d'oeuf de la guêpe.

3. Proies.

Les mouches, déterminées par M. E. Séguy, appartiennent à deux espèces d'Anthomyides, à ma connaissance non encore signalées par les auteurs, à savoir:

Onesia sepulcralis Meig.

„ *coerulea* Meig.

d) Une copula (?) de l'*Oxybelus nigripes* ♂ et
l'*Ox. uniglumis* ♀.

C'est sous mes yeux qu'un des mâles d'*Oxybelus*, qui guettaient alentour des nids en train de forage ou d'approvisionnement en y changeant de place sans cesse, se jeta furieusement sur une femelle *uniglumis* vaquant à ses travaux de nidification et l'etrenignit si fort que, capturé, le couple ne se séparâse que tardivement, sous l'action des vapeurs d'éther.

J'étais sûr d'avoir affaire à un couple d'*uniglumis*. Et bien, non! Soumis exprès à la haute compétence de M. J. Noskiewicz, le mâle se trouva être un *nigripes*, tandis que sa compagne fût réellement une *uniglumis*.

Je ne veux pas en conclure au croisement de ces deux espèces, cette copula pouvant n'être qu'une pseudocopula. Mais le cas méritait, m'a-t-il semblé, d'être signalé à l'attention des hyménoptérologues et des éthologistes.

Si ce n'était qu'une pseudocopula, ce qui est très vraisemblable, la forme de l'armature génitale y pouvant interdire l'introduction efficace du pénis dans le vagin, le fait m'aurait paru bien plus intéressant encore et à deux points de vue: 1°, que la „science spécifique“ de l'instinct ne soit pas si précise, comme l'auraient voulu nous faire croire MM. Fabre et Bergson; 2°, que chez les mâles d'Hyménoptères, tout aussi bien que chez ceux de mes *Fannia canicularis*, les lois du kinétotropisme¹⁾ joueraient bien un rôle dans la première phase de réalisation de l'instinct sexuel, qui est celle de l'approchement des sexes.

e) Un nid de *Crabro (Ectemnius) spinicollis* H. Schn.

1. Terrain et emplacement.

Sadowne, ca 70 km au NE de Varsovie. Dune, couverte des bois de pins. Seconde moitié de Juillet 1929.

Une femelle en plein travail de forage et d'approvisionnement. Vieux bois de charpente (*Pinus sylvestris*) pourri et jeté dehors, justement sous la porte d'entrée de ma maison. La femelle y a profité d'anciennes galeries de coléoptères, obstruées de vermouleurs durcies, presque pétrifiées. Parmi des nombreux

¹⁾ R. Minkiewicz: *Les lois du kinétotropisme*. Arch. Internat. de Physiol. v. 34, f. 1 (1931).

trous donnant à l'extérieur de la pièce, elle avait choisi un des plus proches du bout de la pièce, pour en faire l'entrée de son nid, sans avoir retouché ses contours.

2. Architecture.

L'orifice d'entrée, de 0·7 sur 0·2 cm, mène à une galerie coudée sous un angle ouvert (Tab. XV, fig. 15 a), dont la partie initiale, longue de ca 3·5 cm, est presque normale à l'axe du bois (donc, à sa surface corticale aussi), tandis que la partie principale, longue de 8 cm, suit — un peu sinueusement — ledit axe et, ayant donné quatre branches menant aux quatre loges du nid, se termine en cul de sac. C'est dans ce cul de sac que la femelle se tint réfugiée au moment, où, ayant versé dans la galerie de la gomme liquide afin d'y fixer la piste, je procédais à scier le bois par petites tranches.

Les quatre loges se trouvaient toutes dans la région sinueuse de la galerie, leur plus grande dimension dirigée invariablement suivant l'axe du bois. Considérées dans un plan sagittal du nid, elles y étaient groupées de façon que la deuxième commençait juste là, où la première se terminait, tandis que les deux dernières se trouvaient à peu près dans un même plan (Tab. XV, fig. 15). Transversalement, la plupart d'elles se touchaient presque de leurs parois latérales.

De l'une à l'autre, leurs dimensions ne différaient pas beaucoup, étant 1·2—1·4 cm longues, 0·4—0·7 cm hautes et 0·6—0·7 cm larges.

Leur forme, ovale en principe, subissait des modifications à la suite des rencontres avec les dures parois d'anciens couloirs de coléoptères, auxquelles la *spinicollis* n'avait pas touché, n'ayant creusé que dans de vermoultures (Tab. XII, fig. 16, photo).

Le tout rappelle le nid de *Crabro interrupto-fasciatus* Retz., figuré, à la suite de P. Marchal, à la page 560 du deuxième volume (fig. 614) du grand traité de A. Berlese: „Gli Insetti“.

3. Larve.

La larve *spinicollis* ne diffère en rien d'essentiel des larves d'autres espèces de *Crabro*, comme le montrent bien nos figures (Tab. XV, les cinq croquis de la fig. 17) qui la représentent vers la fin de son premier stade. Elle mesure ca 0·5—0·6 cm.

Il m'a paru intéressant d'étudier avec quelques détails ses pièces buccales. Les nombreuses figures ci-jointes (Tab. XVI, fig. 18 a—h) me dispensent, je le crois, des fastidieuses descriptions verbales. Toutefois, une chose y est à relever, c'est la nature double du labrum, manifestée par son architecture et par sa ciliature, aussi bien en coupe optique (Fig. 18 c) que du côté épipharyngéal (Fig. 18 e); un fait qui me semble corroborer fortement l'opinion d'anciens embryologistes, avec A. Kowalewsky en tête (Heider, Nusbaum, Patten, Tichomiroff, Carrière, Giardina), sur l'origine paire du labrum des Héxapodes.

En revanche, je ferai part d'une observation morphodynamique dûe à un hasard de travail. Les larves vermiformes encore libres, laissées (à leur 1^{er} stade) à l'intérieur de leurs loges dans de morceaux de bois scié et qui y moururent, après y avoir séjourné plus de deux mois, s'y trouvèrent desséchées de manière à affecter l'habitus général des larves au stade II, avec leurs sillons longitudinaux et leurs protubérances latérales anguleuses à chaque segment (Tab. XV, fig. 17, tout en bas). Mises dans de l'eau tiède pour un séjour de 24 heures, elles y ont récupéré petit à petit leur aspect vermiforme. Ce qui démontre, à mon sens, que ce serait la déshydratation (soit par simple transpiration, soit par séricigénèse) qui aurait été un des facteurs, et non des moindres, du passage de la forme larvaire I à la forme larvaire II, chez les Hyménoptères Vespiformes.

4. Proies.

Les loges étaient littéralement comblées de Diptères (Tab. XII, fig. 16, photo), tassés avec méthode les uns contre les autres. Ce qui y est intéressant à noter c'est que chaque loge, outre de nombreuses petites Chortophiles noires, contenait au moins un, et souvent plusieurs Syrphides, de taille beaucoup plus forte et de couleur habituellement jaune. Or, je ne vois qu'un seul trait commun entre ces deux groupes disparates de Diptères, c'est que les uns comme les autres soient, par excellence, des mouches à fleurs¹⁾. Le fait est de nature à nous donner une idée des terrains de chasse de notre femelle.

¹⁾ Quant à Chortophiles, voir à cet effet: E. Séguéy. *Diptères Anthomyides*, Faune de France, 1923, pp. 102, 126.

Le contenu des deux loges (sur quatre), examiné par M. E. Séguay, se présentait comme suit:

1 ^e loge:	3 ex.	<i>Chortophila muscaria</i> Meig.:	♂ ♀ ♀.	
	6 ex.	„	<i>dissecta</i> Meig.:	♂ ♀.
	3 ex.	<i>Sphaerophoria dispar</i> Loew.:	♀.	
	1 ex.	<i>Paragus tibialis</i> Fallén.:	♂.	
	= 13 mouches, au total.			

II ^e loge:	12 ex.	<i>Chortophila lepida</i> Fallén.:	♂ ♀ ♀...	
	1 ex.	„	<i>dissecta</i> Meig.:	♀.
	1 ex.	<i>Sphaerophoria dispar</i> Loew.:	♀.	
	= 14 mouches, au total.			

Les deux autres loges, où les grosses larves de notre guêpe n'avaient laissé que de beaux restes de leur repas, devaient présenter à peu près le même menu, autant qu'il m'a été possible d'inférer d'après le nombre et les caractères d'ailes et de têtes y trouvées. En tout cas, j'y ai noté un Syrphide dans chacune et puis, 13 Anthomyides dans l'une et au moins 10 dans l'autre.

5. Note additionnelle. Coloration aberrante de la femelle.

Pour finir, je me crois un devoir de faire remarquer que notre femelle présentait une aberration de la coloration de son abdomen, aberration qui la met en marge des définitions courantes non seulement du type *spinicollis*, mais de celui du groupe *dives* tout entier. On lit, à cet effet, dans O. Schmiedeknecht¹⁾: „Segment 2—4—5 mit gelben Seitenflecken, welche von vorn nach hinten grösser werden, die auf Segment 3 immer grösser als die auf 4“.

Or, chez notre spécimen, c'est le contraire qui a lieu. Les parties jaunes du 4^{me} tergite abdominal y sont non seulement plus grandes que celles du 3^{me}, mais fondues en une bande unie (Tab. XV, fig. 19).

M. J. Noskiewicz, qui a eu l'obligeance d'étudier exprès notre *spinicollis*, m'écrit qu'il a dans sa collection un spécimen venant des Carpathes, dont la coloration serait toute pareille.

¹⁾ Otto Schmiedeknecht. *Die Hymenopteren Mitteleuropas*. Jena 1907, p. 188.

EXPLICATION DES PLANCHES (= TAB.) XI—XVI.

Planche XI.

Fig. 1. Nid de l'*Ammophila sabulosa* dans du sable, au pied d'une pente abrupte: a — profil sagittal, b — profil frontal, d'après un moulage à la paraffine. Traits discontinus doubles marquent la surface du sol. $\frac{1}{2}$.

Fig. 2. Deux nids d'Ammophile dans du loess: a — sur le rebord d'un fossé, b — dans une petite excavation. Profils sagittaux. ca $\frac{1}{2}$.

Fig. 3. Nid d'Ammophile dans de l'argile crevassée. Profil schématisé. ca $\frac{1}{2}$.

Fig. 6. Nid de *Crabro (Lindenius) albilabris*: a — plan sagittal, b — plan horizontal. Loge 1 en train d'approvisionnement. Loge 4 modifiée au contact des deux galets, marqués aux hachures. Dans la loge 5, l'on voit marqué un oeuf. $\frac{1}{3}$.

Fig. 13. Dyssymétrie des taches jaunes, chez un *Mellinus* mâle: a — sur le II^e tergite abdominal, b — sur le mésopleure. En c — sont esquissées les bandes jaunes sur les mandibules et le clypéus, qui distinguent le mâle, en comparaison d'avec les femelles. Contours du corps schématisés.

Fig. 14. Deux nids d'*Oxybelus*, dans leur plan sagittal: a — nid de l'*Ox. uniglumis*, b — nid de l'*Ox. nigripes*. ca $\frac{1}{2}$.

Planche XII.

Fig. 4. Chenilles porteuses d'oeufs de l'*Ammophila sabulosa* (dans de l'alc. 90°). De droite à gauche: 1—2. *Notodonta dromedarius*; 3. *Drepana lacertinaria*; 4. *Lophoptera camelina* avec une jeune larve d'Amm.; 5. *Acronycta rumicis*. Toujours, la tête en haut. Photo: Z. Czerniewski.

Fig. 5. Taille comparée des deux chenilles capturées l'une après l'autre par une même Ammophile (alc. 90°). A droite, *Amphidasis betularia* que j'avais dérobée à l'animal. A gauche, *Drepana lacertinaria*, emmagasinée le lendemain. Photo: Z. Czerniewski.

Fig. 12. Larves du *Mellinus arvensis* (alc. 90°). De droite à gauche: 1. 1^{er} stade, encore libre, bien que mûre; 2. 1^{er} stade, en train de tisser son cocon; 3. II^e stade, normale; 4—5. II^e stade, réduites de moitié à cause du jeûne absolu durant la seconde partie de leur stade 1^{er}. Photo: Z. Czerniewski.

Fig. 16. Une loge du *Crabro spinicollis* avec sa provision de mouches toute intacte. Morceau de bois, avec des vermoulores. Photo: Z. Czerniewski. ca $\frac{1}{1}$.

Planche XIII.

Fig. 8. Buttes et cheminées d'entrée des nids du *Mellinus arvensis*: a — en haut, alignées au bord d'un chemin des champs, b — en bas — dans une gouttière autour d'une borne champêtre. Fort diminuées. Photo: W. Walawski.

Planche XIV.

Fig. 7. Oeufs du *Crabro albilabris* pendant au cou des *Lygus pratensis*, l'un du côté droit, l'autre du côté gauche. Grossis. Croquis de M^e Christine Waszkiewicz.

Fig. 9. Trois buttes à cheminée de sable clair, du *Mellinus arvensis*. Croquis de M^e Christine Waszkiewicz. Réduits de $\frac{1}{2}$.

Fig. 11. Deux cocons de Mellines ornés des débris de Diptères. Croquis de M^e Christine Waszkiewicz. $\frac{2}{1}$.

Planche XV.

Fig. 10. Grand nid pluriannuel du *Mellinus arvensis*: a — plan vertical, b — plan horizontal. Rapports naturels, excepté pour la forme des loges qui y est schématisée. Loges pleines de provisions sont marquées d'une mouche, en bas. Loges anciennes sont faites aux traits discontinus. ca $\frac{1}{6}$.

Fig. 15. Nid du *Crabro (Ectemnius) spinicollis*, dans du vieux bois de pin: a — plan sagittal, b — plan horizontal. ca $\frac{1}{4}$.

Fig. 17. Larves du *Crabro spinicollis* vers la fin de leur 1^{er} stade. D'en bas en haut: 1. larve desséchée; 2. larve en train de récupérer sa forme normale; 3, 4, 5. larves normales dans des positions diverses. ca $\frac{2}{1}$.

Fig. 19. Coloration aberrante du *Crabro spinicollis* ♀. Taches jaunes représentées aux hachures. Contours du corps schématisés. ca $\frac{2}{1}$.

Planche XVI.

Fig. 18. Pièces buccales de la larve du *Crabro spinicollis*: a — tête d'en haut, b — tête de profil, c — labre, d'en haut et en coupe optique frontale, d — maxille droite, d'en haut, e — bout libre de la moitié gauche du labre, du côté épipharyngéal (croquis inachevé), f — bout libre de mandibule, d'en bas (chez une larve desséchée), g — bout libre de labium, d'en haut, retracté (croquis inachevé), h — labium, maxille droite et tête, d'en bas (même larve qu'en g). „D'en haut“ = du côté apical, „d'en bas“ = du côté de mentum. Leitz, syst. 3, oc. 6 et 3. Réduction de $\frac{1}{2}$.

1. The Commission has the honor to acknowledge the receipt of your letter of the 10th inst. in relation to the proposed amendments to the Constitution of the State of New York, and to inform you that the same have been referred to the appropriate committees of the Senate and Assembly for their consideration.

2. It is the duty of the Commission to report to the Governor the results of its proceedings, and to recommend such amendments as it may deem proper to be adopted by the people of the State.

3. The Commission has the honor to inform you that it has received your letter of the 10th inst. in relation to the proposed amendments to the Constitution of the State of New York, and to inform you that the same have been referred to the appropriate committees of the Senate and Assembly for their consideration.

4. It is the duty of the Commission to report to the Governor the results of its proceedings, and to recommend such amendments as it may deem proper to be adopted by the people of the State.

5. The Commission has the honor to inform you that it has received your letter of the 10th inst. in relation to the proposed amendments to the Constitution of the State of New York, and to inform you that the same have been referred to the appropriate committees of the Senate and Assembly for their consideration.

6. It is the duty of the Commission to report to the Governor the results of its proceedings, and to recommend such amendments as it may deem proper to be adopted by the people of the State.

7. The Commission has the honor to inform you that it has received your letter of the 10th inst. in relation to the proposed amendments to the Constitution of the State of New York, and to inform you that the same have been referred to the appropriate committees of the Senate and Assembly for their consideration.

8. It is the duty of the Commission to report to the Governor the results of its proceedings, and to recommend such amendments as it may deem proper to be adopted by the people of the State.

9. The Commission has the honor to inform you that it has received your letter of the 10th inst. in relation to the proposed amendments to the Constitution of the State of New York, and to inform you that the same have been referred to the appropriate committees of the Senate and Assembly for their consideration.

10. It is the duty of the Commission to report to the Governor the results of its proceedings, and to recommend such amendments as it may deem proper to be adopted by the people of the State.

J. NEYMAN.

„Prawo małych liczb“ i jego zastosowania.

POŚWIĘCA SIĘ PAMIĘCI WŁADYSŁAWA BORTKIEWICZA.

16 lipca 1931 r. zmarł słynny specjalista w statystyce matematycznej Władysław Bortkiewicz, profesor Uniwersytetu w Berlinie. W ostatnim zeszycie „Kwartalnika Statystycznego” za rok 1931 ogłosiłem artykuł, w którym podałem krótki przegląd działalności naukowej Zmarłego, znakomitego uczonego polaka. Poniższe uwagi mają na celu przedstawienie kilku szczegółów historycznych, dotyczących t. zw. „Prawa małych liczb” sformułowanego w jednej z najważniejszych prac Władysława Bortkiewicza. Wydaje mi się, że doniosłość prac naukowych charakteryzuje — przynajmniej do pewnego stopnia — to, co z nich w ciągu paru dziesięcioleci wyrosło. Trudności w nauce — szczególnie w nauce stosowanej, jaką jest statystyka matematyczna — polegają nie li tylko na trudności rozwiązywania już sformułowanych zagadnień, lecz może jeszcze w większej mierze, na stwierdzeniu, że wogóle jakieś zagadnienia istnieją, i na dokładnem ich sformułowaniu.

Jak już zaznaczyłem w poprzednim artykule, zagadnienia, któremi zajmował się Bortkiewicz, nie były trudne do rozwiązania, ani nie potrzebowały do tego głębszej wiedzy ani talentu matematycznego. Potrzebowały natomiast specjalnej inwencji, niezbędnej do ich zauważenia i sformułowania. Inwencję tę Zmarły posiadał w wysokim stopniu, jak również i znakomitą intuicję, która skierowywała go, czasem

bezwiednie, na poprawne rozwiązania takich zagadnień, które nawet dokładnie nie były sformułowane.

Najważniejszą z punktu widzenia konsekwencji historycznych pracą W. Bortkiewicza jest mała broszurka p. t. „*Das Gesetz der kleinen Zahlen*” (Lipsk, 1894). Z punktu widzenia matematycznego praca ta jest właściwie bez znaczenia, albowiem większość podawanych w niej wyników była znana od czasów Poissona. Treść ich jest mniej więcej następująca.

Rozważmy pewne doświadczenia, w wyniku których może za każdym razem zająć pewne zjawisko E , lub jego zaprzeczenie \bar{E} . Niech p oznacza prawdopodobieństwo zjawiska E , $q = 1 - p$ — jego dopełnienie do jedności. Jeśli doświadczenie to jest powtórzone n razy, przy czem prawdopodobieństwo p zachowuje tę samą stałą wartość, niezależnie od wyników poprzednich doświadczeń, to prawdopodobieństwo, iż w wyniku całej serii n doświadczeń otrzymamy k razy zjawisko E oraz $n - k$ razy jego zaprzeczenie, równe jest

$$P_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}. \quad (1)$$

Jeśli n jest liczbą bardzo dużą, a p — bardzo małą, to wzór ten nadaje $P_{n,k}$ wartości, które praktycznie nie różnią się od wartości, otrzymanych ze wzoru

$$P_k = e^{-k} \frac{m^k}{k!}, \quad (2)$$

gdzie $m = pn$. Przekonać się o tem można, podstawiając do (1) zamiast silni $n!$ i $(n-k)!$ ich wartości z wzoru Stirlinga

$$x! = x^x e^{-x} \sqrt{2\pi x} e^{\frac{\theta}{12x}} \quad (0 < \theta < 1) \quad (3)$$

W ten sposób otrzymujemy z łatwością

$$P_{n,k} = e^{-k} \frac{m^k}{k!} \frac{e^{\frac{\theta_1}{12n} - \frac{\theta_2}{12(n-k)}}}{\sqrt{1 - \frac{k}{n}}} \left(1 + \frac{k-m}{n-k} \right)^{\frac{n-k}{k-m} (k-m)} \quad (4)$$

Jeżeli teraz n jest duże w porównaniu do k i do $|k-m|$, to przedostatni z czynników, stojących w prawej części wzoru (4), jest praktycznie równy jedności, a ostatni równa się

$$e^{k-m}, \quad (5)$$

Wobec tego P_k może być uważane za wartość przybliżoną na $P_{n,k}$. Można by to przedstawić i tak, że przy

$$np = m = \text{constant}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{n,k} = P_k. \quad (6)$$

Fakty te zawdzięczamy pracom Poissona, którego zresztą Bortkiewicz skrupulatnie cytuje. Natomiast przed ogłoszeniem pracy *Das Gesetz der kleinen Zahlen*, nie były znane — tak się przynajmniej wydaje — żadne zastosowanie wzoru (2), który dziś jest tak popularny wśród osób zajmujących się statystyką matematyczną i nazywany prawem prawdopodobieństwa Poissona.

Jakie mogą być zastosowania tego wzoru?

Wyobraźmy sobie, że dokonywamy N seryj opisanych wyżej doświadczeń, przyczem i prawdopodobieństwo p i liczba doświadczeń w każdej serji zachowują stale te same wartości. Oznaczmy teraz przez N_k liczbę tych seryj doświadczeń, w których zjawisko E zaszło dokładnie k razy. Będziemy mieli oczywiście

$$\sum_{k=0}^n N_k = N. \quad (7)$$

Ponieważ P_k jest (w przybliżeniu) równe prawdopodobieństwu, że w ciągu jednej serji doświadczeń zjawisko E zajdzie dokładnie k razy, przeto na podstawie prawa wielkich liczb, można oczekiwać, że iloraz

$$\frac{N_k}{N} \quad (8)$$

będzie mało się różnił od P_k , lub też, że N_k będzie bliskie NP_k — oczywiście pod warunkiem, że liczba N dokonanych serji doświadczeń będzie duża.

Weźmy teraz pod uwagę sytuację w pewnym sensie odwrotną. Załóżmy, że nic nie wiemy o prawdopodobieństwie zjawiska E , które może być stałe lub zmienne, ani o tem, że kolejne doświadczenia w serjach są niezależne. Jeśli jednak każda z N dokonanych serji doświadczeń zawiera ich tę samą liczbę n (choć w przybliżeniu) i jeśli dla każdego $k \geq 0$ otrzymamy w przybliżeniu

$$N_k = NP_k, \quad (9)$$

to okoliczność tę możemy traktować jako wskazówkę, że zjawiska E zachodzą w naszych doświadczeniach tak jak gdyby kolejne doświadczenia w serjach były niezależne i prawdopodobieństwa zjawiska E zachowywały we wszystkich doświadczeniach tę samą wartość.

Może się wydawać, że wniosek taki posiada małą wartość, ponieważ stwierdzone „jak gdyby” nie może przecież być uważane za dowód istotnej niezależności doświadczeń i istotnej stałości prawdopodobieństwa. Zapewne. Jeśli jednak przyjrzymy się jakimkolwiek dowodowi „prawa przyrodniczego”, stwierdzimy z łatwością, że nie wychodzi on nigdy i, co ważniejsza, nie może wyjść poza zupełnie podobne „jak gdyby”. Sytuacja nie jest więc gorsza, niż przy sprawdzaniu jakiejś hipotezy, np. z dziedziny fizyki.

Pozostaje jeszcze do omówienia pewien szczegół, dotyczący metody obliczania prawdopodobieństw P_k , które są funkcjami nieznaney liczby m . Można tu iść dwiema drogami. Przedewszystkiem możnaby korzystać z prawa wiel-

kich liczb, które pozwala oceniać nadzieje matematyczne zmiennych ewentualnych zapomocą wartości średnich arytmetycznych ich zaobserwowanych wartości.

Rozważmy tedy zmienną ewentualną k , która jest liczbą powtórzeń zjawiska E w ciągu serji n niezależnych doświadczeń i obliczmy jej nadzieję matematyczną. Będziemy mieli z łatwością:

$$E(k) = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} k = np \sum_{k=1}^n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} p^{k-1} q^{n-k} \quad (10)$$

$$= np(p+q)^{n-1} = np = m.$$

Do tego samego wyniku moglibyśmy dojść, uważając że k może posiadać dowolną wartość całkowitą i nieujemną, oraz że prawdopodobieństwo każdej takiej wartości jest P_k . Mielibyśmy wtedy

$$E(k) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-m} \frac{m^k}{k!} k = m e^{-m} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m^{k-1}}{(k-1)!} = m \quad (11)$$

Jeżeli liczba seryj doświadczeń N jest duża, to można przypuszczać, że średnia arytmetyczna zaobserwowanych wartości zmiennej k , czyli

$$m_0 = \frac{1}{N} \sum k N_k \quad (12)$$

mało różni się od nadziei matematycznej $E(k)$, czyli od m .

Druga droga do oceny liczby m opiera się na teorii prawdopodobieństwa a posteriori. Niech $\varphi(m)$ oznacza prawo prawdopodobieństwa a priori dla m co do którego będziemy zakładali, że jest ono dodatnie dla $m \geq 0$ oraz że

$$\left| \frac{d \log \varphi}{d m} \right| \leq M \quad (13)$$

jakiegokolwiek byłoby m . Niech m' oznacza najbardziej prawdopodobną a posteriori wartość na m . Prawo prawdopodobieństwa dla m a posteriori ma postać

$$\psi(m) = c \frac{N!}{\prod_{k=0}^{\infty} N_k!} \varphi \prod_{k=0}^{\infty} \left(\frac{e^{-m} m^k}{k!} \right)^{N_k} \quad (14)$$

gdzie c jest pewną stałą, określaną z równania

$$\int_0^{\infty} \psi(m) dm = 1. \quad (15)$$

Łącząc wszystkie niezależne od m czynniki w jeden stały czynnik C_1 , możemy napisać

$$\psi(m) = C_1 \varphi(m) e^{-Nm} m^{Nm_0}. \quad (16)$$

Najprawdopodobniejsza a posteriori wartość na m , którą oznaczać będziemy przez m' , spełnia równanie

$$\frac{d\psi}{dm} = N e^{-m'N} m'^{Nm_0-1} \varphi \left\{ m_0 - m' \left(1 - \frac{1}{N} \frac{d \log \varphi}{dm} \right) \right\} = 0, \quad (17)$$

z którego wynika, że gdy $N \rightarrow \infty$, to

$$\lim \frac{m_0}{m'} = 1. \quad (18)$$

przyczem postać funkcji $\varphi(m)$ istotnej roli nie odgrywa.

Tak więc oba punkty widzenia doprowadzają nas do tego samego wniosku, iż przeciętna m_0 nadaje się do oceny nieznannej wartości m — pod warunkiem oczywiście, że liczba N jest duża.

Władysław Bortkiewicz zbadał cały szereg statystyk odnoszących się do rzadkich wypadków (małe p) i stwierdził, że liczby N_k są często proporcjonalne do praw-

dopodobieństw P_k . Okoliczność tę Bortkiewicz określił słowami, że wypadki (lub ich liczby) ulegają prawu małych liczb.

Przytoczę tu tylko jeden taki przykład. Poniższa tabela przedstawia zestawienia ze statystyki śmierci od kopnięcia końskiego w armji pruskiej. Jedno „doświadczenie” — to życie jednego żołnierza przez jeden rok i „serja doświadczeń” — to życie żołnierzy tworzących jeden korpus, również przez jeden rok; zjawisko E zachodzi, gdy żołnierz umiera od kopnięcia konia w tym samym korpusie w ciągu jednego roku. Pozostają do omówienia liczby N i N_k . Statystyka dotyczy dziesięciu korpusów w ciągu dwudziestu lat. Mamy więc $N = 200$ seryj doświadczeń, N_k oznacza liczbę tych korpusów — lat w których śmierć od kopnięcia końskiego zaszła dokładnie k razy. Jak to jest łatwo porachować, ogółem było wy-

wypadków $\sum_k k N_k = 122$ śmierci od

kopnięcia końskiego. Dzieląc tę liczbę przez $N = 200$, otrzymamy, $m_0 = 0.61$. Podstawiając tę wartość do wzoru (2), obliczamy kolejne P_k , poczem, po pomnożeniu wyników przez 200, otrzymujemy liczby podane w kolumnie (3), Tablicy I. Jak widzimy zaobserwowane liczby N_k zgadzają się w sposób zadziwiający z przewidywaniami przez prawo Poissona, można więc powiedzieć że rozważane wypadki śmierci zachodziły tak „jak gdyby” były one niezależne wzajemnie i „jak gdyby” prawdopodobieństwo ich było dla każdego żołnierza to samo.

Wniosek ten w stosunku do rozważanego przypadku posiada charakter nieco scholastyczny. Czy prawdopodobieństwo śmierci od kopnięcia końskiego było w ciągu tych dwudziestu lat stałe, czy też ulegało wahaniom, jest i zawsze było rzeczą dość obojętną — prawdopodobnie również

T A B L I C A I.

(1)	(2)	(3)
k	N_k	NP_k
0	109	108.72
1	65	66.22
2	22	20.22
3	3	4.12
4	1	0.63
5	0	0.08
ponad 5	0	0.01
Razem	200	200.00

dla dowództwa armji pruskiej. Natomiast fakt możliwości sprawdzenia tego rodzaju hipotezy statystycznej, jak się okazało, posiada ogromne znaczenie w dziedzinach bardzo rozmaitych. Aby zilustrować rozpowszechnienie metody, zacytuję dwa charakterystyczne przykłady.

Przykład I. W praktyce bakterjologicznej bywa często ważnem ustalenie liczby bakteryj (wogóle, lub tylko bakteryj zdolnych do reprodukowania się w pewnych określonych warunkach) na jednostkę objętości zawierającej je cieczy. W tym celu możnaby brać małe próbki cieczy i rachować w nich bakterje pod mikroskopem. Zachodzi jednak uzasadniona często obawa, że próbki takie nie będą reprezentacyjne, albowiem bakterje mogą nie być rozrzucone w cieczy przypadkowo, tylko z większemi lub mniejszemi zagęszczeniami. Jeśli więc próbka zostanie wzięta z takiego zagęszczenia, to przeciętna koncentracja bakteryj w cieczy zostanie znacznie przeceniona i vice versa. Aby uniknąć nadnormalnych wahań w ocenie przeciętnej koncentracji bakteryj, przedsiębrane bywają zabiegi, mające na celu jak najdokładniejsze wymieszanie cieczy przed braniem z niej próby. Dla skuteczności mieszania trzeba, by ciecz spełniała pewne warunki, np. nie była zbyt lepka i t. p. Zachodzi przytem konieczność posiadania kryterjum dobrego wymieszania cieczy.

Powstające tu zagadnienie daje się sformułować w sposób następujący: Będziemy rozważali ciecz, zawierającą ogółem n bakteryj, przyczem niech M oznacza całkowitą objętość cieczy, mierzoną w jednostkach, równych objętości próbek. Przeciętna liczba bakteryj na jedną próbkę będzie

$$m = \frac{n}{M}, \quad (19)$$

Weźmy pod uwagę jakąś jedną określoną bakterję i rozważmy, czy istotna treść intuicyjnego luźnego powiedzenia o dobrem wymieszaniu cieczy nie da się sprowadzić do pewnego postulatu, dotyczącego prawdopodobieństwa—oznacz-

my je literą p — że bakterja ta okaże się zawarta w próbce, którą bierzemy do analizy. Co właściwie ma oznaczać, że ciecz jest dobrze wymieszana? Zdaje się, że nie będzie trudności z przyjęciem definicji, że to wymieszanie jest dobre, gdy 1) prawdopodobieństwo p jest dla każdej bakterji jednakowe i — ponieważ ciecz zawiera ogółem M jednostek objętości, z których każda może być „próbką” — zawsze $= \frac{1}{M}$,

2) okoliczność że jakaś jedna określona bakterja okazała się zawarta w próbce, nie zmienia prawdopodobieństwa, że jakaś inna, określona bakterja również okaże się zawartą w tej próbce. Ten drugi warunek możnaby sformułować w ten sposób, że zjawiska, polegające na wylosowaniu do próbki poszczególnych bakteryj, są wzajemnie niezależne.

Jeśli przyjmiemy taką definicję dobrego wymieszania cieczy, to okaże się, że sprawdzenie hipotezy o dobrym wymieszaniu cieczy jest równoznaczne ze sprawdzeniem aktualności prawa Poissona w stosunku do liczby bakteryj w poszczególnych polach widzenia mikroskopu.

W samej rzeczy, jeśli prawdopodobieństwo, iż jakaś określona bakterja — wszystko jedno zresztą, która — okaże się w „próbce cieczy”, mieszczącej się w jednym polu widzenia mikroskopu, jest równe $p = \frac{1}{M}$ i obecność jednej bakterji w tej próbce nie zmienia prawdopodobieństwa obecności jakiejś innej, to prawdopodobieństwo, iż z pośród zawartych w cieczy n bakteryj próbka ta będzie zawierała ogółem k bakteryj, będzie równa

$$P_{n, k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{1}{M}\right)^k \left(1 - \frac{1}{M}\right)^{n-k} \quad (20)$$

Biorąc pod uwagę fakt, że próbka, mieszcząca się w polu widzenia mikroskopu, jest zazwyczaj tylko bardzo drobną cząstką cieczy mogącej być przedmiotem badań, wnosimy, że M musi być bardzo duże, więc $p = \frac{1}{M}$ — bardzo małe. Z drugiej strony n jest również zwykle liczbą ogromną, wo-

bec czego wartość $P_{n, k}$ może być z wystarczającą dokładnością obliczona z wzoru Poissona (2), w którym $m = \frac{n}{M}$, więc przeciętnej liczbie bakterij na objętość „próbki“.

Aby tedy sprawdzić dobre wymieszanie cieczy, można badać, czy liczby bakterij w próbkach branych z badanej cieczy w sposób niezależny, stosują się do prawa Poissona.

Nim przytoczę przykład tego rodzaju rozważań, omówię pokrótce słowa „niezależne próbki“.

Wyobraźmy sobie pewną ilość cieczy zawierającą bakterje. n będzie oznaczało w dalszym ciągu (bardzo dużą) liczbę zawartych w niej bakterij, a M — całkowitą objętość cieczy w jednostkach, równych jednej próbce. Wyobraźmy sobie dalej, że proces brania próbek polega na sporządzeniu kilku preparatów mikroskopowych. Niech k_1 oznacza liczbę bakterij „wylosowanych“ do jakiejś jednej próbki. Prawdopodobieństwo, iż próbka ta będzie zawierała dokładnie k_1 bakterij, będzie dane przez wzór (20) w którym zamiast zmiennej k należy podstawić k_1 . Dla próbki następnej sytuacja już się zmieni, albowiem liczba pozostałych w cieczy bakterij nie jest już n tylko $n - k_1'$ gdzie k_1' jest liczbą bakterij faktycznie zawartych w próbce pierwszej. Prawdopodobieństwo, iż następna próbka będzie również zawierała tę samą liczbę k_1 bakterij będzie już

$$P_{n, n-k_1'} = \frac{(n_1 - k_1')!}{k_1! (n_1 - k_1' - k_1)!} \left(\frac{1}{M - 1} \right)^{k_1} \left(\frac{1}{M - 1} \right)^{n - k_1' - k_1}, \quad (21)$$

więc nieco inne, niż dla pierwszej próbki. Okoliczność ta wskazywałaby, że brane w praktyce próbki nie są niezależne, lub też, że każda następna brana jest z innej co do koncentracji bakterij cieczy. Biorąc jednak pod uwagę, że liczby n i M są ogromne, stwierdzimy łatwo, że trudność ta jest raczej iluzoryczna. W samej rzeczy, koncentracja bak-

teryj w cieczy po wyjęciu z niej jednej próbki zawierającej k bakterij będzie

$$m_1 = \frac{n-k}{M-1} = \frac{n}{M} \frac{1-\frac{k}{n}}{1-\frac{1}{M}} = m \left(1 - \frac{k}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{M} + \frac{1}{M^2} \dots\right) \quad (22)$$

i przy spotykanych w praktyce wartościach liter k , n i M ($k =$ kilku jednostkom, n i M — w milionach) będzie praktycznie równe m , wobec czego można zamykać oczy na istniejącą niewątpliwie zależność pomiędzy kolejnymi próbkami.

Poniższa tabelka wyjęta jest z pracy „Studenta”¹⁾. Przedstawia ona wyniki rachowania komórek drożdży w kwadracikach, na które było podzielone pole widzenia mikroskopu. Celem doświadczenia było skontrolowanie metody preparowania i mieszania cieczy, któraby gwarantowała reprezentacyjność próbek. Zagadnienie nie jest tym razem scholastyczne, a pochodzi z praktyki browarnianej, dla której ważnem jest umieć oceniać koncentrację drożdży.

Praca „Studenta” była ogłoszona mniej więcej w 11 lat po ukazaniu się pracy Władysława Bortkiewicza. Wystarczyło więc tak krótkiego czasu, by myśli Zmarłego znalazły praktyczne zastosowanie.

Po ustaleniu możliwości preparowania „dobrze wymieszanych cieczy” drogą niezbyt skomplikowanych zabiegów laboratoryjnych, bakterjologia, a szczególnie bakterjologia stosowana, zdobyła w prawie Poissona nowe narzędzie do rozwiązywania zagadnień bardziej delikatnych niż przedstawiane poprzednio.

T A B L I C A II.

k	N_k	NP_k ¹⁾
0	103	106
1	143	141
2	98	93
3	42	41
4	8	14
5	4	4
6	2	1

¹⁾ Liczby w tej kolumnie są zaokrąglone.

¹⁾ „Student: „On the Error of Counting with a Haemocytometer” Biometrika Vol. V. str. 351 — 364.

Na wstępie wspomniałem, że bywa niekiedy interesującą oceną, bodaj z grubym przybliżeniem, koncentracji bakteryj, zdolnych do reprodukowania się w pewnych określonych warunkach w cieczy, która zawiera bakterje w rozmaitych gatunkach. Bezpośrednie rachowanie pod mikroskopem nie może tu dać zadawalających wyników, ponieważ bakterje, które mamy rachować — to znaczy te, które mogą się rozmnażać w pewnych ustalonych warunkach — mogą się zewnętrznie nie różnić od reszty. Wypada więc uciekać się do metody pośredniej. Oto na czem ona polega:

Z dostatecznie rozcieńczonej cieczy wyjmuje się sprawdzoną poprzednio metodą N próbek, co do których można zatem zakładać, że są one „reprezentacyjne”. Każdą taką próbkę wysiewa się następnie i poddaje się owym określonym warunkom wegetacji bakteryj. Jeśli jakaś próbka posiada chociaż jedną bakterję interesującej nas kategorii, to po pewnym czasie wyrasta w niej jedna lub więcej kolonij, których obecność będziemy mogli zanotować. Reszta próbek — to znaczy te, w których nie było wcale bakteryj zdolnych do rozmnażania się w warunkach doświadczenia — nie wykaże ani jednej kolonji. Oznaczmy przez N_0 liczbę tych ostatnich próbek.

Jeśli metoda preparowania cieczy i brania prób była istotnie dobra, a liczba N — dostatecznie duża, to, jak to widzieliśmy wyżej, stosunek N_0/N będzie w przybliżeniu równy

$$P_0 = e^{-m}, \quad (23)$$

gdzie m jest przeciętna koncentracja interesujących nas bakteryj na objętość cieczy, równą objętości próbki. Ocena liczby m nie przedstawia teraz trudności i mianowicie

$$m = \log \text{nat } P_0 = \log \text{nat } N - \log \text{nat } N_0. \quad (24)$$

W ten sposób udana próba zastosowania prawa Poissona stworzyła możliwość, powiedzmy, rachowania bakteryj o charakterystycznych własnościach reagowania na różne

pożywki, jakkolwiek wzrokowo nie dają się one czasem odróżnić od innych, zawartych w tejże cieczy¹⁾. Obecnie czynione są próby wykorzystania tejże zasady do wyznaczenia koncentracji bakterij chorobotwórczych w cieczy, zawierającej również bakterje obojętne dla organizmów, a zewnętrznie nie różniące się od rachowanych. Sprawa się tu nieco komplikuje tem, że prócz nieznaney koncentracji bakterij *m*, mamy do czynienia jeszcze z jedną, mianowicie minimalną liczbą bakterij, która jest wystarczająca do wywołania swoistego efektu fizjologicznego u zastrzykiwanych organizmów²⁾.

Przykład II. Dla scharakteryzowania drugiej dziedziny, w której sprawdzenie aktualności prawa naszych liczb okazało się płodnem, przytoczę poniżej wyniki, podane w pięknej pracy Pani M. Newbold, p. t. „*Practical Applications of the Statistics of Repeated Events, particularly to Industrial Accidens*” *Journal of the Royal Stat. Soc.*, Vol. XC, str. 487 — 547.

Praca ta wyzyskuje wyniki teoretyczne zdobyte łącznie z Greenwoodem w badaniach, przeprowadzanych z polecenia angielskiego ministerstwa lotnictwa. Badania te miały na celu odpowiedzi na następujące pytania:

(a) Czy można uważać, że testy psychotechniczne i inne, którym poddawani są kandydaci na lotników, są dostatecznie efektywne, by wyselekcjonować najlepszy i jednolity materiał.

(b) Czy przebyte wypadki, z których jednak lotnik wyszedł cało, wpływają na prawdopodobieństwo wypadków następnych i jeśli tak, to jaki jest charakter zmiany.

Praktyczne znaczenie odpowiedzi na pytanie (a) jest jasne. Co do pytania (b), to zostało ono zapewne sformuło-

¹⁾ Wyniki te zawdzięczamy pomysłom angielskiego statystyka R. A. Fishera, który je ogłosił w pracy „*Mathematical Foundation of Theoretical Statistics*”, *Phil. Transactions CCXXII*, oraz w książce „*Statistical Methods for Research Workers*”, Londyn, 1930 (wydanie trzecie).

²⁾ Patrz w tej kwestji: Karolina Iwaszkiewicz i J. Neyman: „*Counting Virulent Bacteria and Particles of Virus*” *Acta Biologicae Experimentalis*, t. VI.

wane z myślą o takiej ewentualności, że pierwszy wypadek, któremu ulega pilot, ma zwykle taki wpływ na jego psychikę, że prawdopodobieństwo ulegnięcia wypadkowi następnemu niepomrotnie wzrasta. W takim razie należałoby przenosić do innego rodzaju broni tych pilotów, którzy ulegli już raz wypadkowi lotniczemu.

Pytania (a) i (b) w powyższem sformułowaniu nie posiadają treści matematycznej. Zmatematyzowanie tych pytań poprzedziła pani Newbold następującymi rozważaniami.

Całe społeczeństwo może być podzielone na szereg kategorii z punktu widzenia zdatności do każdej danej pracy, a więc i z punktu widzenia zdatności do lotnictwa. Jesnem jest, że kwalifikacja do lotnictwa zależeć musi w znacznym stopniu od wielkości prawdopodobieństwa, że dany osobnik, będąc lotnikiem, ulegnie wypadkowi w ciągu jakiegoś określonego czasokresu. Postulujemy istnienie takiego prawdopodobieństwa p dla każdego osobnika społeczeństwa i rozklasyfikujemy w myśli to społeczeństwo według wartości p . Gdyby odpowiedź na pytanie (a) miała być twierdząca, to oznaczałoby to, że przechodzący przez sito selekcyjne kandydaci na lotników należą do tej klasy, której odpowiada najmniejsza, a więc jedna i ta sama wartość prawdopodobieństwa p .

W ten sposób pytanie (a) może być uważane za do pewnego stopnia równoważne z następującem: czy można uważać, że każdemu lotnikowi odpowiada to samo prawdopodobieństwo ulegnięcia pierwszemu wypadkowi?

Jeśli posiadany materiał statystyczny jest dość liczny, to pytanie to może być rozwiązane niezależnie od pytania (b). P. Newbold posiadała jednak dane, dotyczące stosunkowo małej liczby „pierwszych” wypadków, co zmusiło ją do brania pod uwagę również statystyki wypadków „następnych”. Innemi słowy pierwszy etap jej pracy polegał na sprawdzeniu hipotezy, (a), że każdemu lotnikowi odpowiada to samo prawdopodobieństwo wypadku (w ciągu pewnego czasokresu), które nie ulega zmianom na skutek wypadków przebytych.

Gdyby hipoteza (z) miała okazać się prawdziwą, oznaczałoby to twierdzącą odpowiedź na pytanie (a) — przynajmniej na jedną jego część — oraz odpowiedź przeczącą na pytanie (b).

Metoda sprawdzenia hipotezy (a) polegała na tem: gdyby prawdopodobieństwo wypadku było stałe, niezależnie od osoby, oraz niezależnie od tego, czy przebyła ona już jeden wypadek czy nie, to prawdopodobieństwo, iż jakiś lotnik ulegnie w ciągu jakiegoś dłuższego czasu dokładnie k razy wypadkowi, byłoby dane przez wzór Poissona

$$P_k(m) = e^{-m} \frac{m^k}{k!}, \quad (25)$$

gdzie m oznaczałoby pewną stałą, tę samą dla każdego lotnika. Dalsza konsekwencja byłaby, że przy znaczniejszych liczbach obserwowanych lotników, liczby

$$N_0, N_1, \dots, N_k, \dots \quad \left(\sum N_k = N \right) \quad (26)$$

tych lotników, którzy w tym samym okresie ulegli zero razy, jeden raz, dwa razy i t. d. k razy wypadkowi, byłyby w przybliżeniu proporcjonalne do wartości $P_k(m)$, dla $k = 0, 1, 2 \dots k$ i przy pewnej stałej wartości m . Wartość tę można ocenić, jak to widzieliśmy wyżej, zapomocą średniej

$$m_0 = \frac{1}{N} \sum k N_k \quad (27)$$

Gdyby wspomniana proporcjonalność została stwierdzona, wypadłoby uznać, że posiadany materiał statystyczny nie upoważnia do niewiary w prawdziwość hipotezy (a), co byłoby równoznaczne z twierdzącą odpowiedzią na pytanie (a) i odpowiedzią przeczącą na pytanie (b). Wyniki badań pani Newbold w stosunku do angielskich lotników nie są ze zrozumiałych powodów podane do wiadomości publicznej. Natomiast metoda badania została zilustrowana na materiale

statystycznym wypadków przy pracy w pewnych fabrykach. Przytem hipoteza (α) okazała się z pewnością fałszywa. Wypadło więc przyjąć albo 1) że prawdopodobieństwo p (a więc i związany z niem parametr m) nie są dla każdego robotnika te same, albo 2) że po pierwszym lub którymś z następnych wypadków, prawdopodobieństwo p ulega zmianom, albo wreszcie że zachodzą jednocześnie obie okoliczności 1) i 2).

Następny etap pracy pani Newbold polegał na sprawdzeniu hipotezy (β), a mianowicie, że, jakkolwiek prawdopodobieństwo p , a wraz z niem i parametr m posiadają dla każdego robotnika inną, charakterystyczną dla niego wartość, jednak wartość ta nie ulega zmianom na skutek przebytych poprzednio wypadków przy pracy. Jasnym jest, że zbadanie wiarygodności tej hipotezy nie utożsamia się z ewentualnem rozstrzygnięciem pytań, które posłużyły za punkt wyjścia dla pracy, jednak może w znacznej mierze oświetlić sytuację.

Konsekwencją sprawdzanej hipotezy jest, że prawdopodobieństwo, iż jakiś robotnik ulegnie w ciągu pewnego okresu czasu dokładnie k wypadkom, równa się $P_k(m)$, przy czem jednak liczba m nie jest teraz dla wszystkich robotników ta sama, lecz przyjmuje dla każdego z nich pewną specyficzną wartość. Wobec tego ogół robotników może być klasyfikowany według odpowiadającej każdemu z nich wartości parametru m .

Niech $f(m)$ oznacza elementarne prawo prawdopodobieństwa zmiennej m , czyli taką funkcją, że

$$\int_a^b f(m) dm \quad (28)$$

byłaby równa prawdopodobieństwu, iż wylosowany z ogółu robotnik będzie posiadał parametr m w granicach $a \leq m \leq b$.

Znając funkcję $f(m)$, łatwo jest obliczyć prawdopodobieństwo, iż robotnik, wyjęty na chybił — trafił z badanej populacji, ulegnie dokładnie k razy wypadkom.

Prawdopodobieństwo to równa się

$$\pi_k = \int_0^{\infty} f(m) F_k(m) dm \quad (29)$$

i zagadnienie o sprawdzeniu hipotezy (β) sprowadza się do pytania, czy można wyznaczyć takie prawo prawdopodobieństwa $f(m)$, by prawdopodobieństwa π_k okazały się w przybliżeniu proporcjonalne do liczb (26). Gdyby się to okazało niemożliwym, wypadłoby przypuścić, że prawdopodobieństwo p ulegnięcia wypadkowi zależy od tego, czy dana osoba poprzednio wypadkom uległa czy nie.

Przybliżonego wyznaczenia funkcji $f(m)$ dokonała pani Nowbold metodą momentów i korzystając z założenia, że może ona być aproksymowana przez jedną z funkcji Pearsona. Ostateczne wyniki rachunków prawdopodobieństw π_k okazały się zgodne z liczbami empirycznymi (26).

Należy więc stwierdzić, iż na razie nie mamy podstaw do wątplenia o prawdziwości hipotezy (β) — przynajmniej w stosunku do rozważanych przez panią Nowbold wypadków. Zachodzą one tak „jak gdyby“ prawdopodobieństwo wypadku następnego było to samo co prawdopodobieństwo każdego z poprzednich, z tym zastrzeżeniem, że wartość tego prawdopodobieństwa dla poszczególnych robotników jest różna.

Zwróćmy jeszcze uwagę na to, że możliwość aproksymowania prawa prawdopodobieństwa $f(m)$ stwarza podstawę do porównywania efektywności selekcyjnej różnych systemów testów psychotechnicznych.

Wyobraźmy sobie, że w dwóch analogicznych fabrykach, o tym samym rodzaju pracy i wypadków przy niej stosowane są różne systemy testów, mających ten sam cel, wyselekcjonowanie zespołu robotników, którzyby jak najrzadziej ulegali wypadkowi.

Porównanie obu systemów testów mogłoby mieć np. na celu (1) sprawdzenie, czy jeden z nich selekcjonuje materiał ludzki który przeciętnie rzadziej ulega wypadkom przy pracy. (2) Można by zapytywać czy selekcja zapomocą jednego z systemów testów daje materiał bardziej jednolity pod względem prawdopodobieństwa wypadku.

Odpowiedź na pierwsze z tych pytań otrzymalibyśmy, oceniając nadzieje matematyczne zmiennej m określane przez odpo-

wiadające obu systemom funkcje $f_1(m)$ i $f_2(m)$, reprezentujące prawa prawdopodobieństwa m w obu przypadkach.

Określane przez te same funkcje $f_1(m)$ i $f_2(m)$ średnie odchylenia zmiennej m dawałyby odpowiedź na pytanie 2).

Na tem kończę opis praktykowanych obecnie zastosowań prawa małych liczb. Skala tych zastosowań i jej rozpiętość są ogromne. Zawdzięczamy ją talentowi i intuicji Władysława Bortkiewicza, który podpatrzył, wydaćby się mogło akademicki, chociaż interesujący sam przez się fakt, iż występowanie zdarzających się tu i ówdzie rzadkich wypadków można ująć w jakieś „prawo“.

(Z Zakładu Biometrycznego Instytutu im. M. Nenckiego T. N. W.).

[Biometric Laboratory, Nencki Institute, Societas Scientiarum ac Litterarum Varsoviensis]

Karolina Iwaszkiewicz and J. Neyman.

Counting Virulent Bacteria and Particles of Virus.

Rachowanie bakteryj chorobotwórczych i cząsteczek jadu w cieczy.

Accepted for publication 7. III. 1931.

C o n t e n t s :

	Page
1. Introductory	101
2. First method of approach	105
3. The test for goodness of fit	111
4. Illustrations	113
5. Second method of approach	129
6. Third method of approach	138
7. Summary of results	140
8. Polish summary	140

1. Introductory.

In many questions of biological character it is extremely important to have a proper method of measuring the poisoning power of any given solution. The problem is complicated as the variation of the poisoning power may depend upon two essentially different causes: (1) in different cases we may have merely two different concentrations of the same poison, and (2) we may have to deal with two different poisons and in different concentrations. A satisfactory method of measuring ought to distinguish between these two factors, i. e. the concentration and the properties of the poison itself.

It will be perhaps interesting to commence by citing more or less definite biological problems in which the question mentioned has arisen.

(a) It is known that the poisoning power of the virus produced by some bacteria is not constant, but changes considerably with the time: injecting every day a certain dose of the same solution to a sample of mice we see that *f. i.* the percentage of deaths increases to a certain maximum and then falls. The nature of such processes is sometimes known, but in many cases it is not and the question arises whether the change in virulence is due to the varying quantity of the poisoning substance in the solution or to the changing properties of the poison itself. Or indeed it may happen that both processes are going on together.

(b) We shall mention a further example, which has been recently considered by the Medical Research Council's Department of Biological Standards¹⁾. It concerns the test for toxicity of novarsenobenzene. The object of this test is to provide a safeguard against the issue of material which, through the unavoidable variations of manufacture, has a toxicity greater than that which may be regarded as normal for the substance.

The perfectly satisfactory form of such a test would of course consist in determining (α) the chemical nature and (β) the content of the poison in any one batch of the drug. Unfortunately the first part of the problem thus stated is not solved, which makes it impossible to solve the other. All that it was possible to do, was to compare the toxicity of any given batch with that of one of them, taken as a standard. To make such a comparison possible a special curve is constructed, the abscissae of points on which are the different doses of neosalvarsan injected into mice, while the ordinates are the corresponding percentages of deaths. To compare a batch of neosalvarsan with the standard we have only to inject several mice with a certain dose of the same, to count the subsequent deaths and finally to find on the curve the point, P , having its ordinate equal to the observed death rate. If the injected dose was, say, a and the abscissa of

¹⁾ Toxicity Tests for Novarsenobenzene, by F. M. DURHAM, J. M. GADDUM and J. E. MARSHALL, London 1929.

the point P was b , we should say that the toxicity of the tested batch was equal to $(b/a) \times$ toxicity of the standard.

Such a test is of course subject to random errors of sampling and the authors invented a remarkable method of checking. But there is another possible source of error, which requires special examination.

The authors stated that the sensitiveness of different mice varies, depending upon sex, age and size. Probably also it depends upon hereditary factors. Hence if in a particular case we found that the death rate caused by a given batch of neosalvarsan was practically the same as that obtained by the authors, we cannot, strictly speaking, conclude that the toxicity in both cases was the same, as generally we know very little about the mice used for the experiments. The position would be hardly much better even if every laboratory testing neosalvarsan were to construct their toxicity curve of the standard and then breed from the same stock of mice, which had been injected with the standard neosalvarsan. For in choosing mice having a definite size for the routine work we may easily make a selection with regard to the sensitiveness and after several generations the „same“ stock of mice will not be the same. What is really wanted in the present case is to have a method of separating the effects of the varying concentration of the poison in the drug and of the changing mean sensitiveness of the mice.

(c) The last example is also taken from published work. A paper by H. H. Mc KINNEY ¹⁾ deals with the virus producing the so called mosaic disease on tobacco plants. His problem is to find a method of measuring the concentration of the virus in any given solution. As the nature of the virus is unknown, the method proposed consists in the following.

The minimum concentration of the virus, which, being injected in a certain dose, produces mosaic on absolutely every plant, is called the unit of concentration. To measure the concentration of the virus in any given extract we have to make different solutions of the same and then to inject them into samples of the plants. Taking concentrations of the extract in solutions as abscissae and the corresponding rates of mosaic as

¹⁾ Quantitative and Purificative Method in Virus Studies. Journ. of Agric. Research. 35 (№ 1). <http://rcin.org.pl>

ordinates, the author constructs a toxicity curve. It is then necessary to find the first point on this, for which the ordinate is equal to 100. If the concentration of a given extract were a times the concentration corresponding to this point, it would mean that the concentration of the virus in the extract was equal to a units.

First of all we may remark that the unit of concentration described is hardly an exact one. In constructing a curve of toxicity we do not merely describe the results of an experiment, but — especially by fitting a theoretical curve to the points of observation — we are trying to deal with probabilities. Whatever be the virus under consideration we hardly can find a concentration corresponding to the probability equal to one, that the injection will produce the effect. But there are concentrations corresponding to the probabilities practically equal to one. Which of them determine the unit of concentration? Would not a more natural measure of concentration be obtained, if we could determine the number of bacteria or of particles of the toxin per unit of volume of the extract?

Another point is this: Mc KINNEY found that a certain extract of the virus had 2222 units of concentration. Suppose that in another laboratory the experiments were repeated and that a more resistant strain were used. Then the same extract would appear to have a smaller concentration of the virus. We have again the same difficulty of distinguishing between the poisoning property of the virus with regard to a definite population of the organisms and the concentration of the virus in the injected liquid.

The problem therefore appears to justify a more detailed analysis. We must consider both the effect of variation in the number of virus units from dose to dose drawn from the same solution and also in the resistance of the individuals treated. Making use of certain assumptions on these points we shall see how far the form of the observed toxicity curves will enable us to determine

(a) the concentration of natural virus units viz. bacteria, or molecules in the extract used, and

(b) the number (or the mean number) of the same units just sufficient to produce a definite physiological effect upon organisms taken at random from a definite population.

We cannot hope to be able to give a complete solution of this very complicated problem. We think however that the first simple schemes, however unsatisfactory, may produce criticism and further research, which may tend to the solution of the problem.

2. First method of approach ¹⁾.

The simplest hypotheses which can be made concerning experiments with injecting different solutions of a poison to organisms are the following. We shall suppose that there is a definite unit of poison, toxin or infective material which is not divisible. That is to say: 0, 1, 2, 3, ... etc. of these units may be present in a dose, but not a fraction of a unit. The unit may be a molecule of poison or toxin, or a single bacterium, f. i. a diplococcus. We shall not distinguish between these special cases and shall speak generally about the units of virus, whatever they are.

We shall deal only with the comparatively simple case where the poisoning properties of a liquid are due to the presence of only one sort of virus unit: to a definite strain of bacteria or to molecules of a single chemical substance.

We shall make one more convention. In the biological literature the words „poison“, „toxin“ and „virus“ have different meanings. These differences however are of no importance from the point of view of the theory exposed below. Therefore we shall use these words as synonymes, each of them meaning any liquid, which contains some units of virus in the sense of the word as explained above.

In serological practice doses are sometimes adjusted according to the weight of animals, to which they will be injected. We shall suppose however throughout the paper that no such adjustment is made and that each animal is given exactly the same volume of the fluid injected. As the choice of the unit of volume is arbitrary, we shall choose for our unit the quantity of the fluid constituting one dose injected into an animal, and call this the standard volume.

¹⁾ Being an extension of some results of R. A. FISHER. See his „Statistical Methods for Research Workers“, Chapter, Presence and Absence of Organisms in Samples.

Suppose that a standard volume of undiluted toxin contains N virus units. The number N is that which we shall try to determine. For that purpose we prepare a solution of our toxin adding to the standard volume of it, say $k - 1$ equal volumes of water. This solution will be used for injection into animals. To obtain death rates less than 100% the number k must be usually very large.

The whole quantity of the solution obtained now contains k standard volumes. One of them, say V_1 , we draw out for the injection of a particular animal. Consider a certain definite unit of virus and determine the probability that it will be contained in V_1 . There is no particular reason why it should be in V_1 rather than in any one of the $k - 1$ standard volumes left behind. We may take therefore the probability of it being in V_1 as $1/k$.

It is further assumed that the solution is properly mixed before the volume V_1 is taken out, as a result of which we may suppose that the presence of one definite unit of virus in V_1 does not affect the chance of the presence of another unit of virus in V_1 . That will mean that there is no systematic accumulation of virus units in the solution, though of course there may exist accumulations due to random causes.

Under these conditions the probability that V_1 will contain exactly x units of virus will be given by the binomial formula

$$\frac{N!}{x!(N-x)!} \left(\frac{1}{k}\right)^x \left(1 - \frac{1}{k}\right)^{N-x} \quad (2)$$

which, if k be large, degenerates into the Poisson probability law

$$P_x = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \quad (2)$$

where $k\lambda = N$ and thus λ is the mean number of virus units per standard volume of the solution. This is the reasoning which has been often applied, for example, in the theory of gases, etc.

The first attempt to apply the above theory to the distribution of microorganisms in equal volumes of a liquid is due to „Student“¹⁾. The theoretical work was tested on an experiment which consisted in counting yeast cells with a haemocytometer. Each of 400 squares of the haemocytometer corresponds to our standard volume V_1 and, were the theory true,

¹⁾ „On the Error of Counting with a Haemocytometer“ *Biometrika*.
5 (351 — 364).

the frequencies of yeast cells in squares would follow the law indicated by our formula (2). The experimental results are reproduced in the following four tables together with the figures expected under the assumption of the validity of the Poisson Law of frequency.

Table I.

Experiment I. Mean number of cells per square = 0.6825.

Number of cells per square	0	1	2	3	more than 3
Observed frequency	213	128	37	18	4
Expected frequency	202	138	47	11	2

Table II.

Experiment II. Mean number of cells per square = 1.3225.

Number of cells per square	0	1	2	3	4	5	6
Observed frequency	103	143	98	42	8	4	2
Expected frequency	106	141	93	41	14	4	1

Table III.

Experiment III. Mean number of cells per square = 1.80.

Number of cells per square	0	1	2	3	4	5	6	more than 6
Observed frequency	75	103	121	54	30	13	2	2
Expected frequency	66	119	107	64	29	10	3	1

Table IV.

Experiment IV. Mean number of cells per square = 4.68.

Number of cells per square	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Observed frequency	0	20	43	53	86	70	54	37	18	10	5	2	2
Expected frequency	4	17	41	63	74	70	54	36	21	11	5	2	1

Having these results we may now test the hypothesis that the frequency of yeast cells in squares followed the Poisson Law in each of the four experiments. For this purpose we shall follow the way indicated by J. NEYMAN and E. S. PEARSON ¹⁾ and calculate the probability, P , of com-

¹⁾ „On the Use and Interpretation of Certain Test Criteria for Purposes of Statistical Inference“. *Biometrika*. 20-A (175—240, 263—294).

mitting an error if we decide to reject a tested hypothesis, when the divergencies of the observations from the theory are such as these observed. The values of this probability for the four experiments of „Student“ are 0.02, 0.55, 0.17 and 0.56 respectively. Thus if we decide to reject the hypothesis tested when the observed numbers differ from the expected ones as much as they do in the Experiment I, we shall be wrong only in about two out of a hundred cases — hence the agreement of the „Student's“ Experiment I with the Poisson theory is rather doubtful. On the contrary the Experiments II, III and IV are rather favourable to the tested hypothesis: if we decide to reject it with regard to the Experiment II, we should do so with regard to any other hypothesis when the experiments show the same disagreements with the theory (and a fortiori — when the agreement is worse); the calculated $P = 0.55$ indicates that doing so we might be wrong 55 times out of a hundred cases.

These very important results seem to indicate that the validity of the Poisson Law is — at least in some cases — out of doubt. That means that the conditions of an experiment in which the microorganisms are distributed in standard volumes according to our formula (2), are not unobtainable in practice ¹⁾.

However we shall see further a much more important fact, that such divergencies from the Poisson Law, as all „Student's“ experiments present, including even the Experiment I, are of no importance whatever as regards the practical application of our theory.

One further assumption must be made concerning the animals (or similarly plants) used for the experiments. We shall suppose that all injected organisms are equally sensitive to the poison, that is to say that there exists a certain number, x_0 , such that if the number of injected virus units be less than x_0 , the injection has no visible effect upon the organism. If however the number of injected virus units is $\geq x_0$, the organism becomes obviously ill. Of course the constancy of the number x_0 thus defined can occur in practice only in exceptional cases, where the experimental material is exceedingly uniform.

Now if we inject an animal with a dose, say V_1 , the probability of the injection having a physiological effect is equal to the sum of probabilities that the dose will contain either x_0 or $x_0 + 1$, etc. units of virus, that is to say it will be given by the formula

$$Y_{x_0} = \sum_{x=x_0}^{\infty} P_x = e^{-\lambda} \sum_{x=x_0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!} \quad (3)$$

¹⁾ See also R. A. FISHER: „Statistical Methods for Research Workers“, London 1925, Chapter „Goodness of Fit, Independence, etc.“.

Injecting a considerable number of organisms with the same solution of the toxin, counting subsequent deaths and dividing their number into the number of organisms injected, we can easily determine an approximate value of $Y(x_0)$. As the formula (3) contains two unknown quantities, x_0 and λ , to determine these we need two equations. Thus we could inject animals with two different solutions of the toxin, for example one could have the concentration $1:k$ and the other $\alpha:k$. If the number of organisms injected in both cases be the same, n , and the numbers of deaths ny_1 and ny_2 respectively, then we should have two approximate equations

$$y_1 = e^{-\lambda} \sum_{x=x_0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!} \quad (4)$$

$$y_2 = e^{-\alpha\lambda} \sum_{x=x_0}^{\infty} \frac{(\alpha\lambda)^x}{x!} \quad (5)$$

which could be used for the calculation of x_0 and λ . Unfortunately these equations are not easy to solve. Besides the inevitable random errors in the y 's would have a considerable effect upon the accuracy of results if they were based only upon two equations of the form (4) and (5). We have thus chosen another way of proceeding.

Put instead of λ any definite number e. g. $\lambda_0 = 10$ and instead of α the ratio $1/2^k$. Then we shall have generally

$$Y_{x_0}(k) = e^{-\lambda_0 2^{-k}} \sum_{x=x_0}^{\infty} \frac{1}{x!} \left(\frac{\lambda_0}{2^k} \right)^x \quad (6)$$

If we fix any definite value of x_0 and then calculate Y for different values of k , we can draw a curve — a toxicity curve — which will correspond to the fixed minimum lethal dose x_0 . A set of such curves is shown on the Diagram I. The upper curve corresponds to $x_0 = 1$, the curve below — to $x_0 = 2$, etc. Suppose now we have a set of experimental data giving several different concentrations of the toxin injected to animals, say $1:a_1, 1:a_2, \dots, 1:a_s$ and the subsequent death rates respectively y_1, y_2, \dots, y_s . If the unknown concentration of virus

units in the original toxin were λ , then in the solution $1 : a_i$ it would be $\lambda : a_i$, which can be written in the form

$$\frac{\lambda}{a_i} = \frac{\lambda_0}{2^{k_i}} \quad (7)$$

provided that k_i is properly chosen. As the equation (7) contains two unknown numbers, we cannot determine the k 's. All that we can do is to determine differences between every one of the k 's and the first of them. Dividing (7) into the same equation

$$\frac{\lambda}{a_1} = \frac{\lambda_0}{2^{k_1}} \quad (8)$$

corresponding to $i = 1$, we easily have

$$\frac{a_1}{a_i} = 2^{k_i - k_1} \quad (9)$$

and

$$\Delta_i = k_i - k_1 = \frac{\log a_i - \log a_1}{\log 2} \quad (10)$$

Next, as all differences $k_2 - k_1, k_3 - k_1, \dots, k_s - k_1$ are known, we may proceed to a graphical representation of experimental results. Taking the point $(k_1, y=0)$ as a new origin, we determine points, say A_1, A_2, \dots, A_s , with coordinates $(\Delta_1=0, y_1), (\Delta_2, y_2), \dots, (\Delta_s, y_s)$. Were all conditions of the preceding theory satisfied, these points would lie near one of our toxicity curves. If the number, s , of experimental points is considerable, the choice of the proper curve is easily made without any calculations. For this purpose it would be sufficient to plot the experimental points on a transparent sheet of paper, using the same scale as in Diagram I. Then we could put the sheet with points A_i on the diagram so that the two k -axes would lie upon one another. Moving the sheet with the experimental points to the left or to the right, we should then find the most appropriate curve and the proper position of the sheet, such that some of the experimental points would lie below the curve and the others — above it, the deviations having a random character.

We have had the opportunity of dealing with several results of actual experiments, concerning different toxins and in some cases there was no doubt that the proper toxicity curve was present on Diagram I (namely the curve corresponding to

$x_0 = 1$) and in others — it was equally obvious that no curve of the set drawn could represent the experiments. Doubtful cases arose only when the number of experimental points was as small as three.

If the choice of the most appropriate curve seems not to be very difficult, the problem of fitting that curve to the experimental data so as to determine the unknown number λ , is more difficult. All usual methods of fitting (the method of moments and that of least squares) lead in this case to equations, which we were not able to solve. We therefore decided to use what can be considered only as a rough and preliminary method of approximation. It consists in the following.

We find on the curve in the Diagram I points, say B_1, B_2, \dots, B_s ¹⁾ having the ordinates of the experimental points y_1, y_2, \dots, y_s . Let k'_1, k'_2, \dots, k'_s be their abscissae, which can be read from the diagram. Now the abscissae of the experimental points may be written

$$k_i = k_1 + \Delta_i \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, s \quad (11)$$

where $\Delta_1 = 0$. The numbers Δ_i being known, we have only to determine k_1 , which we do by minimising the sum of squares

$$F(k_1) = \sum_{i=1}^s (k_i - k'_i)^2 = \sum_{i=1}^s (k_1 + \Delta_i - k'_i)^2 \quad (12)$$

Easy calculation gives then

$$k_1'' = \frac{1}{s} \left(\sum_{i=1}^s k'_i - \sum_{i=1}^s \Delta_i \right) = \bar{k} - \bar{\Delta} \quad (\text{say}) \quad (13)$$

as the value of k_1 for which $F(k_1)$ is a minimum. Taking this as the approximate value of k_1 , we easily obtain from (8) the value of λ , namely

$$\lambda = \frac{a_1 \lambda_0}{2^{k_1''}} \quad (14)$$

3. The Test for Goodness of Fit.

Having thus determined the unknown numbers x_0 and λ we may now test the hypothesis that the deviations of the experimental points from the fitted curve are due to random causes.

¹⁾ See also the Diagram <http://rcin.org.pl> below

For this purpose we read up from the diagram ordinates of points on the curve having abscissae respectively k_1'' , $k_1'' + \Delta_2, \dots, k_1'' + \Delta_s$. Let $Y_{(1)}, Y_{(2)}, \dots, Y_{(s)}$ be these ordinates. They represent the hypothetical probabilities of death of an animal injected with the corresponding solution of the toxin. We may use further the PEARSON'S χ^2 test for goodness of fit where

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^s n_i \frac{(y_i - Y_{(i)})^2}{Y_{(i)}(1 - Y_{(i)})}, \quad (15)$$

where n_i means the number of the organisms injected with the solution one to a_i . This a little unusual form easily follows from the last part of the paper by J. NEYMAN and E. S. PEARSON, already referred to.

The deviations of y 's from their theoretical values are now independent from each other, except that these theoretical values have been calculated by finding k_1'' as a function of the y 's. It follows that we have to enter the tables for the 'Test for Goodness of Fit' putting $n' = s$. It must be remembered that — as follows from the same paper — the P_{χ^2} corresponding to χ^2 calculated from (15) will generally underestimate the goodness of fit. It would give accurate results only if the k_1 would be fitted by method of maximum likelihood, or by some other method, giving more reliable results than the method employed above. This point requires some further explanation, as the use of words „Goodness of Fit“ may—in this case — cause some misunderstanding. The purpose of applying the χ^2 test is not exactly to test the goodness of fit, which cannot be satisfactory when a rough method of fitting is used. What we want to test is the hypothesis that the death rates caused by injections follow the law expressed graphically by the curve of our set, we have found to be the most appropriate. Therefore in cases when the rough method of fitting described will still give a reasonably small value of χ^2 , we shall conclude that a more satisfactory method would give a still better agreement between the theory and the observation. This of course will increase our confidence in the hypothesis tested, though the actual value of $k_1 = k_1''$ will be doubtful. We shall see however that the influence of the inaccuracy of the estimate of k_1 upon the accuracy or λ is presumably not a very important one.

4. Illustrations.

(a) As a first illustration of the preceding results we may use the experimental data published in the paper of MCKINNEY already referred to. These experiments are not very satisfactory from the point of view of the possibility of application of our theory. First of all the number of five plants, which were inoculated by the same solution of the toxin is rather too small. Consequently the experimental ordinates, y , could have one of only six possible values 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 and 1.0.

This means that the shape of the toxicity curve — the essential point in our method — can be judged upon only very roughly when the MCKINNEY'S data are used. A further difficulty arises as the number of experimental points provided by each experiment is also very small. The points having ordinates equal to zero or to one are obviously of no use from the point of view of our theory and the number of points in MCKINNEY'S data having ordinates between these two limits never exceeds three. Lastly for the validity of PEARSON'S χ^2 test it is necessary to have not too small cell frequencies, which would require the number of inoculated plants in each series to be much larger than five. Nevertheless we shall complete all calculations including the test for goodness of fit since in the first place some sampling results¹⁾ seem to show that the frequency distribution of χ^2 in very small samples is not so very different from the theory of large samples; and in the second, as it is possible to combine several of MCKINNEY'S experiments and to use them all together for the test of the hypothesis that all essential conditions of the preceding theory are in the case considered satisfied. MCKINNEY'S experiments consisted in making extracts from the plants affected with mosaic disease, dissolving them in different proportions and injecting five healthy plants with each solution. The purpose of the work, besides the introduction of the quantitative method into the virus studies, was to compare the concentrations of the virus in different parts of the diseased plants. As we are interested only in the method, we shall not mention any additional circumstance of the experiments and will use only the data concerning the concentration of the original

¹⁾ J. NEYMAN and E. S. PEARSON, *Biometrika*, 22.

extract in the solutions used for inoculations and the resulting rate of disease. We shall use only the experiments in which there are at least three rates of mosaic larger than zero and less than 100%. Taking them out from the paper in their original order, we shall number them from one to ten, as in the following table.

Table V.

Experimental data used for illustration: the figures are percentages of plants affected with mosaic.

Nr. of the exp.	Dilutions one to									Dilutions one to The number of plants
	100	500	1000	5000	10000	20000	50000	100000	200000	
1	100	—	100	80	60	—	20	00	—	5
2	—	60	80	—	20	—	00	—	—	5
3	—	—	—	—	100	80	—	40	20	5
4	—	—	—	—	100	80	—	80	60	5
5	—	—	100	—	60	—	20	20	—	5
6	—	—	100	—	40	—	20	20	—	5
7	—	—	100	—	80	—	60	20	—	5
8	—	—	100	—	80	—	20	20	—	5
9	90	—	40	—	20	—	—	—	—	10
10	90	—	50	—	10	—	—	—	—	10

We shall actually reproduce all the necessary calculations for only one set of these data and then give the final results concerning the others. As an example we shall use the data Nr. 3, giving a very good fit. We start calculating the Δ_2 , Δ_3 and $\bar{\Delta}$. We have

$$\log a_2 - \log a_1 = \log 5 = 0.69897 \quad (16)$$

$$\log a_3 - \log a_1 = \log 10 = 1.00000 \quad (17)$$

Dividing these numbers into $\log 2 = 0.30103$ we get

$$\Delta_2 = 2.32193, \quad \Delta_3 = 3.32193 \quad (18)$$

Adding the two Δ 's and dividing into 3, we get $\bar{\Delta} = 1.88080$. The calculation of Δ 's can be easily made to five decimal places, but owing to the inaccuracy of reading up the values of the k 's from the curves, we shall use only two decimal places. Having calculated the Δ 's, we are able to get a diagrammatic representation of the experiment. Fitting the curves over the spots the reader will easily find that good agreement is given by the curve corresponding to $x_0 = 1$. The same fact can be brought out arithmetically.

Reading up from Diagram I the abscissae of the points lying on the curve $x_o = 1$ and having the ordinates $y_1 = 0.8$, $y_2 = 0.4$, $y_3 = 0.2$, we find

$$k'_1 = 2.64, k'_2 = 4.29, k'_3 = 5.49 \quad (19)$$

The mean of these numbers is equal to $\bar{k} = 4.14$, hence

$$\begin{aligned} k''_1 &= \bar{k} - \bar{\Delta} = 2.26, \\ k''_2 &= k''_1 + \Delta_2 = 4.58, \\ k''_3 &= k''_1 + \Delta_3 = 5.53. \end{aligned} \quad (20)$$

These are the hypothetical abscissae of experimental points. Having the value of the k''_1 we may estimate the unknown concentration, λ , of the virus units in the original abstract. The equation (8) can be written in the form

$$\frac{\lambda}{a_1} = \frac{10}{2^{k''_1}} \quad (21)$$

from which it follows that

$$\lambda = \frac{10 a_1}{2^{k''_1}} = \frac{200\,000}{2^{2.26}} = 41\,800 \text{ (approximately)} \quad (22)$$

Proceeding to the estimate of the goodness of fit we read up from the Diagram I the ordinates, say Y_1 , of the points lying on the curve $x_o = 1$, and having the abscissae equal to k''_1 , k''_2 , k''_3 , and compare them with the observed y 's. We have

Observed	y 's	0.8	0.4	0.2
Theoretical	Y_1 's	0.876	0.342	0.189

The position is illustrated on the Diagram II. (Page 116).

Remembering the fact that the observational points arise from a set of only five experiments, we ought to be satisfied with the fit.

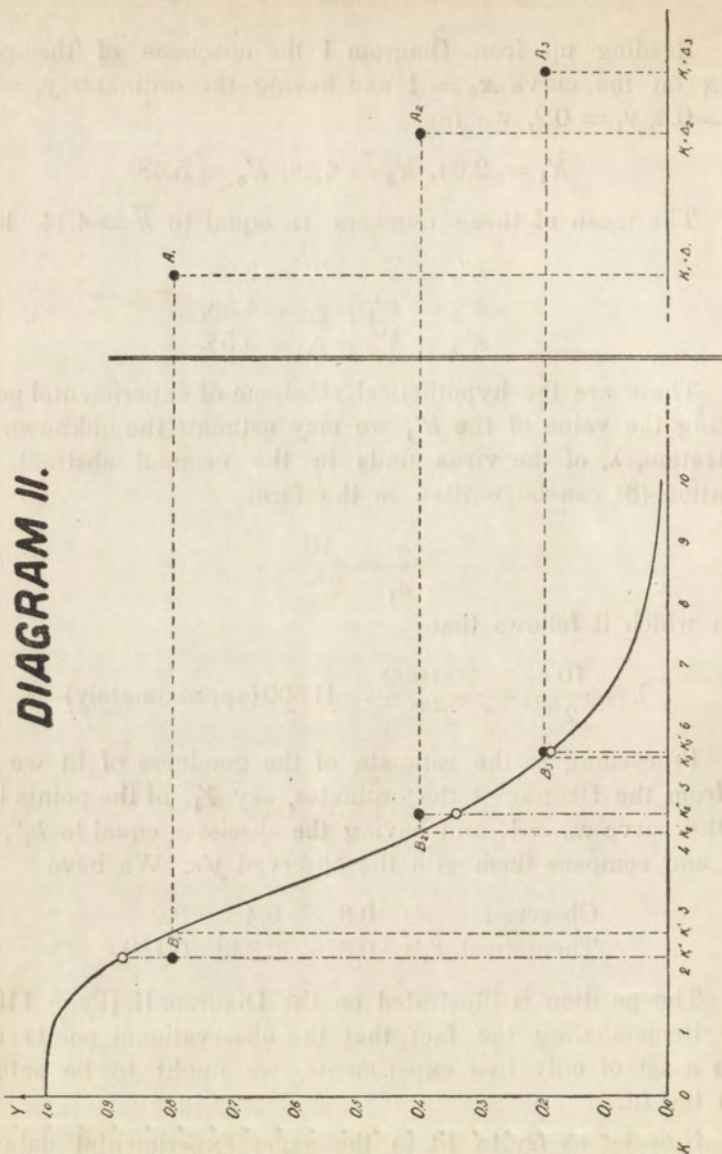
Now let us try to fit to the same experimental data the curve corresponding to $x_o = 2$. The respective k' 's will be

$$k'_1 = 1.74, k'_2 = 2.88, k'_3 = 3.60 \quad (23)$$

Hence $\bar{k} = 2.74$ and

$$\begin{aligned} k''_1 &= k - \Delta = 0.86 \\ k''_2 &= k''_1 + \Delta_2 = 3.18 \\ k''_3 &= k''_1 + \Delta_3 = 4.18 \end{aligned} \quad (24)$$

DIAGRAM II.



The theoretical frequencies of mosaic, read up from the curve $x_0 = 2$, say Y_2 , corresponding to the above abscissae will be

Observed y 's	0.8	0.4	0.2
Theoretical Y 's	0.974	0.302	0.082

We see that the fit is significantly worse: the curve $x_0 = 2$ is too steep as compared with the observational data. As the

other curves, corresponding to $x_0 = 3, 4 \dots$ etc. are still steeper, there is no reason to try to fit them to these experimental results.

Having thus reproduced the calculations which are necessary to fit a given theoretical toxicity curve to the observational data, we shall now give the final results of the same calculations done with regard to all ten of the experiments. They are shown in the following table VI and VII, the first of which

Table VI.

Experimental results fitted to the curve $x_0 = 1$.

The significance of the letters is as follows:

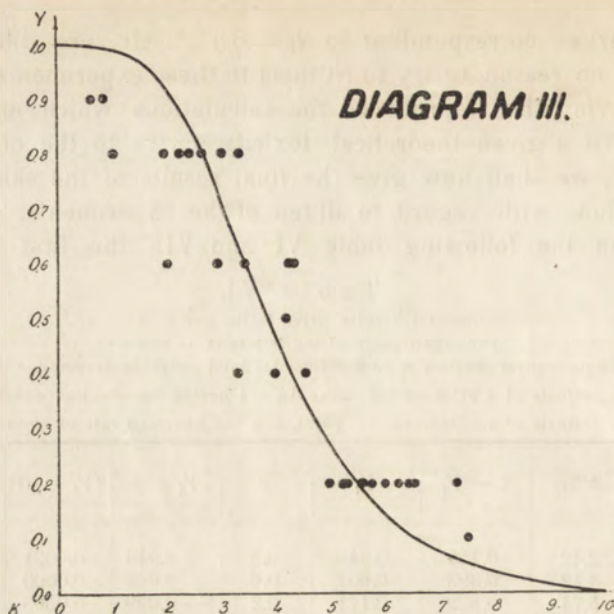
$k''(1)$ = the hypothetical abscissa of an experimental point under the assumption that $x_0 = 1$.

Y_1 = the ordinate of a point on the curve $x_0 = 1$ having its abscissa equal to $k''(1)$.

y = the ordinate of an observational point, i. e. the observed rate of mosaic.

Nr. of the experiment	$k''(1)$	$1 - Y_1$	Y_1	y	$Y_1 - y$	$(Y_1 - y)^2$	$\frac{(Y_1 - y)^2}{Y_1(1 - Y_1)}$
1	2.42	0.154	0.846	0.8	0.046	0.0021	0.016
	3.42	0.393	0.607	0.6	0.007	0.0000	0.000
	5.74	0.829	0.171	0.2	-0.029	0.0008	0.006
2	2.09	0.095	0.905	0.6	0.302	—	—
	3.09	0.309	0.691	0.8	-0.109	—	—
	6.41	0.889	0.111	0.2	-0.089	—	—
3	2.26	0.124	0.876	0.8	0.076	0.0058	0.053
	4.58	0.658	0.342	0.4	-0.058	0.0034	0.015
	5.58	0.811	0.189	0.2	-0.011	0.0001	0.001
4	1.03	0.007	0.993	0.8	0.193	—	—
	3.35	0.375	0.625	0.8	-0.175	—	—
	4.35	0.612	0.388	0.6	-0.212	—	—
5	2.93	0.269	0.731	0.6	0.131	0.0172	0.087
	5.25	0.769	0.231	0.2	0.031	0.0010	0.005
	6.25	0.879	0.121	0.2	-0.079	0.0062	0.059
6	3.31	0.339	0.661	0.4	0.261	0.0681	0.304
	5.53	0.805	0.195	0.2	-0.005	0.0000	0.000
	6.53	0.897	0.103	0.2	-0.097	0.0094	0.102
7	1.98	0.079	0.921	0.8	0.121	—	—
	4.30	0.602	0.398	0.6	-0.202	—	—
	5.30	0.776	0.224	0.2	0.024	—	—
8	2.66	0.206	0.794	0.8	-0.006	0.0000	0.000
	4.98	0.728	0.272	0.2	0.072	0.0052	0.028
	5.98	0.854	0.146	0.2	-0.054	0.0029	0.023
9	0.65	0.002	0.998	0.9	0.098	—	—
	3.97	0.528	0.472	0.4	0.072	—	—
	7.29	0.938	0.062	0.2	-0.138	—	—
10	0.86	0.004	0.996	0.9	0.096	—	—
	4.18	0.576	0.424	0.5	-0.076	—	—
	7.50	0.946	0.054	0.1	-0.046	—	—

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} \chi^2 &= 0.697 \\ \chi^2 &= 3.485 \end{aligned}$$



contains also the calculation of the χ^2 test. The Diagram III represents MCKINNEY'S results fitted to the curve $x_0 = 1$.

We shall use for the calculation of the χ^2 test only experiments, which have no expected frequencies less than 0.1 or larger than 0.9. The reason for this is that the χ^2 test applies only in cases when the frequencies in cells follow approximately the normal law.

If the sample has only five individuals, the approximation to the normality is in any case more than doubtful, but to assume normality in cases where the cell probabilities are ≥ 0.9 or ≤ 0.1 would be altogether inadmissible.

We might apply the test to any single one of the experiments, but as they contain data giving us but three points, we could not hope to obtain definite results when testing the goodness of fit by this method: there are possible too many widely different curves which can be reasonably fitted to a set of three points. A more accurate idea of the adequacy of our hypotheses about the process of inoculation as well as about the size of the minimum infecting dose $x_0 = 1$, will be obtained by compiling all experiments chosen for the test into one set. As was pointed out, the method of testing follows easily from the general theory

explained elsewhere, so that we shall not enter into the theoretical discussion, but simply show the method of proceeding. Using the equation (15), in which $n_i = 5$, we multiply by 5 the sum of the last column of Table II and obtain

$$\chi^2 = 5 \sum \frac{(Y_1 - y)^2}{Y_1(1 - Y_1)} = 3.485 \quad (25)$$

If we are dealing with experiments in which the number of organisms injected with each solution varies, then each term in the sum should be multiplied by the respective number of the organisms and the results should be then summed.

Having thus calculated the χ^2 , we have to determine n' , with which to enter the ELDERTON'S Tables ¹⁾ for the Test for Goodness of Fit. If we have a set of m experiments giving each respectively $s_1, s_1, \dots s_m$ observational points, and we want to combine them all into one set and then to apply the test, n' is given by the formula

$$n' = \sum_{i=1}^m s_i - m + 1 \quad (26)$$

If we apply the test to a single experiment, then $m = 1$ and $n' = s$, or in our case $n' = 3$. But for the combined set of five experiments

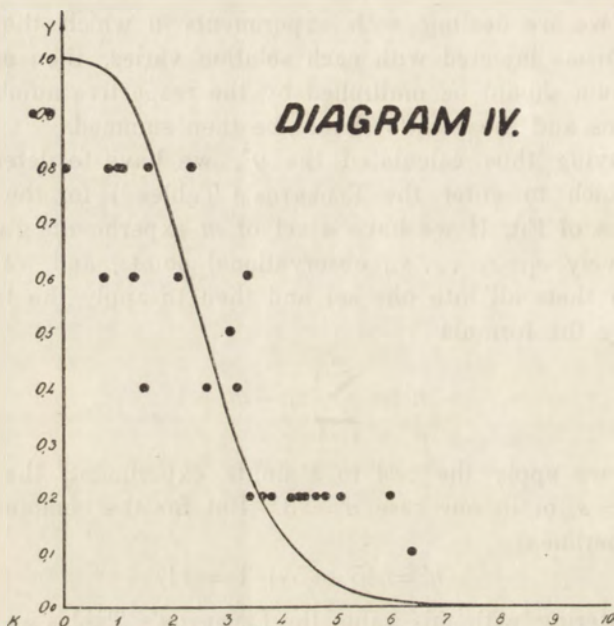
$$n' = 15 - 5 + 1 = 11. \quad (27)$$

Entering with this value the ELDERTON'S Tables we find that the calculated value of χ^2 corresponds to $P > 0.95$, which shows that were our assumptions about the interpretation of the experiments true, we could easily obtain results giving a far worse accordance with the theory.

The Table VII gives analogous results obtained on fitting the experimental data to the second curve, corresponding to $x_0 = 2$. We see from it at once, that what has been said with regard to the experiment Nr. 3, applies also to others: the curve corresponding to $x_0 = 2$, and *a fortiori* the curves corresponding to still higher values of x_0 , are too steep to fit the experimental data properly. The experimental y 's are decreasing with decreasing concentration of the original liquid in the doses far more

¹⁾ K. PEARSON: Tables for Statisticians and Biometricians. Part I, Cambridge 1930. Third Ed.

slowly than the theoretical Y_2 's. This is obvious simply from considering the deviations $Y_2 - y$ and comparing them with $Y_1 - y$, as in the last columns of the Table VII. The multitude of cases, where Y_2 's are ≤ 0.1 or ≥ 0.9 makes it impossible to apply the χ^2 test. The Diagram IV represents the data fitted to the curve $x_0 = 2$.



The conclusions which can be drawn from the above considerations of Mc KINNEY'S data seem to be as follows.

(1) If any curve from our set fits the data, then it is the curve corresponding to $x_0 = 1$, i. e. to the assumption that the injection of one single virus unit (a molecule or a living organism, producing mosaïc) is sufficient to cause the illness of the plant.

(2) If our assumptions about the mechanism of the process of intoxication were true, then experimental results could easily be even more divergent from the theoretical expectation, than are the experiments of Mc KINNEY. Of course we must be very careful in basing our conclusions of this sort on the value of χ^2 as the number of plants used in each experiment is so small. Besides this we feel a certain uneasiness in having to choose for the calculation of χ^2 only experiments having theoretical proba-

Table VII.

Experimental results fitted to the curve $x_0 = 2$.

The significance of the letters is as follows:

 $k''(2)$ = the hypothetical abscissa of an experimental point under the assumption that $x_0 = 2$ Y_2 = the ordinate of the point on the curve $x_0 = 2$, having the abscissa equal to $k''(2)$. y = the ordinate of an experimental point, i. e. the observed rate of mosaic.The two last columns give the deviations of experimental points from their expected positions on the curves $x_0 = 1$ and $x_0 = 2$.

Nr. of the experiment	$k''(2)$	Y_2	y	$Y_2 - y$	$Y_1 - y$
1	1.11	0.946	0.8	0.146	0.046
	2.11	0.672	0.6	0.172	0.007
	4.43	0.080	0.2	-0.120	-0.029
2	0.78	0.982	0.6	0.328	0.302
	1.78	0.776	0.8	-0.024	-0.109
	5.10	0.036	0.2	-0.164	-0.089
3	0.86	0.974	0.8	0.174	0.076
	3.18	0.302	0.4	-0.098	-0.058
	4.18	0.082	0.2	0.118	-0.011
4	0.05	0.999	0.8	0.199	0.193
	2.37	0.576	0.8	-0.224	-0.175
	3.37	0.152	0.6	-0.448	-0.212
5	1.29	0.872	0.6	0.272	0.131
	3.61	0.200	0.2	0.000	0.031
	4.61	0.066	0.2	-0.134	-0.079
6	1.48	0.872	0.4	0.472	0.261
	3.80	0.164	0.2	-0.036	-0.005
	4.80	0.050	0.2	-0.150	-0.097
7	1.00	0.960	0.8	0.160	0.121
	3.32	0.264	0.6	-0.336	-0.202
	4.32	0.092	0.2	-0.108	0.024
8	1.10	0.946	0.8	0.146	-0.006
	3.42	0.242	0.2	0.042	0.072
	4.42	0.082	0.2	-0.118	-0.054
9	-0.70	1.000	0.9	0.100	0.098
	2.62	0.484	0.4	0.084	0.072
	5.94	0.012	0.2	-0.188	-0.138
10	-0.25	1.000	0.9	0.100	0.096
	3.07	0.334	0.5	-0.166	-0.076
	6.39	0.008	0.1	-0.092	-0.046

The figures in squares in the last column represent the only three cases (out of 30), in which $|Y_1 - y| > |Y_2 - y|$.

bilities between 0.1 and 0.9, which means a certain selection of possibly more favourable data. We think however that this was the best thing we could do. <http://rcin.org.pl>

(b) The next example concerns results obtained by Dr. G. F. PETRIE from the Lister Institute, Elstree, Herts, England and we have pleasure in expressing our thanks to the Experimenter for having placed his results to our disposal.

Seven different dilutions of a culture of highly virulent Pneumococca, Type I, were injected to ten mice each. A diagrammatic representation of results (see Diagram V) suggests that they can be easily fitted by the curve $x_0 = 1$. The results and the process of fitting are represented in the Table VIII, where the notation is identical with the one the one used above.

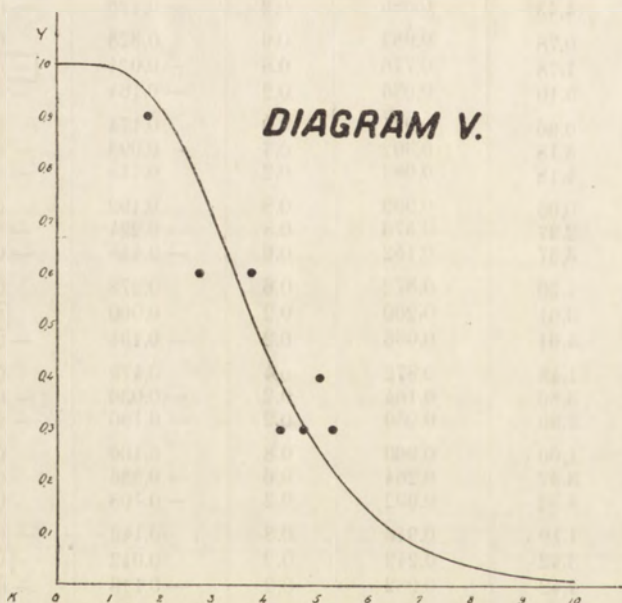


Table VIII.

Dilution one to	k''	$1 - Y_1$	Y_1	y	$Y_1 - y$	$(Y_1 - y)^2$	$\frac{(Y_1 - y)^2}{Y_1(1 - Y_1)}$
100.000.000	1.75	0.051	0.949	0.9	0.049	0.0024	0.050
200.000.000	2.75	0.226	0.774	0.6	0.174	0.0303	0.173
400.000.000	3.75	0.476	0.524	0.6	-0.076	0.0058	0.023
600.000.000	4.33	0.609	0.391	0.3	0.091	0.0083	0.035
800.000.000	4.75	0.690	0.310	0.3	0.010	0.0001	0.000
1.000.000.000	5.07	0.742	0.258	0.4	-0.142	0.0202	0.105
1.200.000.000	5.33	0.780	0.220	0.3	-0.080	0.0064	0.037

According to our convention not to use the experiments in which $Y \geq 0.9$, we shall calculate χ^2 omitting the first figure in the last column in the Table VIII. Consequently we shall have to take $n' = 6$, instead $n' = 7$, which we should use in the case where all seven experimental points would have ordinates suitable for the application of the χ^2 test.

Summing the figures in the last column of the table (all, except the first one) and multiplying the sum by 10 (the number of mice injected with each dilution of the culture) we get $\chi^2 = 3.73$, which corresponds to $P > 0.54$. We see again that the assumption of the preceding theory of the mechanism of intoxication, as well as the assumption that one single Pneumococcus is sufficient to kill every mouse, seem to be justified. In fact, were these assumptions true, we could easily obtain results giving a worse accordance with the theory.

The attempt to fit the same experiments to any other curve of our set, f. i. to the curve $x_0 = 2$, gives again no satisfactory results.

Solving the equation

$$\frac{\lambda}{a_1} = \frac{10}{2^{k_1''}} \quad (28)$$

with regard to λ we have at once

$$\lambda = \frac{10 \times 100\,000\,000}{2^{1.75}} = 297\,300\,000 \quad (29)$$

Pneumococci per standard volume of the original culture.

Though the experiments of Dr. PETRIE are much more appropriate to test our theory than the experiments of MCKINNEY as they give a much larger number of experimental points and each of them is based upon a number of observations twice as large as it was in MCKINNEY'S data, the close agreement with the theory obtained cannot be considered as a complete evidence that the theory is true — even in the case of Pneumococci and the mosaic disease. In fact two different theories may sometimes lead to the same conclusions, which in our case are represented by the curves of Diagram I. The important fact is that it is possible to test whether the method described could be applied to determine the concentration of virus units in cases when no other method would work, for example in cases where, like with mosaic disease, the nature of the illness is unknown.

For this purpose it would be sufficient to determine the concentration of Pneumococca in a culture using our method and also some other, for example the method of R. A. FISHER¹⁾, which can be used to determine the concentration of the micro-organisms capable of producing colonies when sown in a known medium. It is important to realise that strictly speaking the two methods are suitable for determining different things. FISHER's method counts the organisms which are able to produce colonies in the medium in which they are sown, while the method described above counts the virus units, which are able to produce a certain physiological effect. Consequently the two methods can give different figures with regard to the same liquid and both figures may be true, but will mean different things. Suppose f. i. that what is assumed to be a pure culture of some virulent bacteria in reality is a mixture of two strains, of which only one is virulent. In this case FISHER's method will discover a larger concentration of bacteria than the method explained above. In the first case it will be the concentration of all living and healthy bacteria in the liquid which is measured, while in the second — the concentration of virulent bacteria only. In the case of well known bacteria however — as are the Pneumococca — this difficulty will probably not arise and the number of living bacteria in a properly grown culture will probably be the number of virulent bacteria. Consequently the application of the two methods to the same culture of Pneumococca will probably provide a good test of the validity of the new method. If the two figures should be practically the same, it would mean that the new method may give good results, at least in some cases, and may be useful, when other methods do not work.

(c) The above theory may not apply to practical experiments for various reasons which may be divided into two broad categories. This depends upon the character of our hypotheses, one part of which concerns the different conditions of the experiment preceding the injection, while the other concerns the presumably very complicated physiological process after the injection. Obviously these later assumptions are less likely to be satisfied and only the above mentioned crucial experiments can

¹⁾ Loc. cit.

throw light on the question whether the theory holds or not. As to the conditions of the first kind, we are at present able to give some evidence that in the ordinary laboratory conditions they are fairly well satisfied. At the same time we shall show that the apparent inaccuracy of the method (reading up k 's from the diagram, unsatisfactory method of fitting etc) has a comparatively little effect upon the final result.

For this purpose we shall use the experimental results of „Student“ (see page 107). We shall assume that the quantity of the liquid contained over a square of the haemocytometer was a standard volume injected into some animal. We shall further assume that instead of yeast cells the injected liquid contained virulent bacteria (or virus units) just as many and following the same distribution as did the yeast cells dealt with by „Student“. These assumptions mean simply, that experiments with injections of some virulent bacteria can be done as accurately as were done the experiments of „Student“ and probably there will be no difficulty in accepting them. Our further assumption will be that the sensitiveness of the animals injected is constant and is equal to $x_0 = 1, 2, 3, 4, 5$, and of course it may happen that it will not hold, when properly tested.

Having „Student's“ experimental results in this new interpretation, we are able to calculate how many of the injected animals would die if x_0 had any definite value and so we are able to get experimental results by which to test the validity of our assumptions concerning the part of the experiment preceding the injection.

We proceed as follows. We assume that the mean concentration of counted particles per standard volume of the liquid is not known, and that instead of this we know only the ratios of the concentrations used for injections. Thus we shall write

$$(1) \lambda \times 4.68, \quad (2) \lambda \times 1.80, \quad (3) \lambda \times 1.3225 \text{ and } (4) \lambda \times 0.6825,$$

for the quasi unknown mean concentrations of virus units per standard volume which correspond to „Student's“ experiments IV, III, II and I respectively. Our purpose will be to determine λ using our method. If the deviations of „Student's“ results from the Poisson Law are not very important, we should get $\lambda = 1$.

Assume first that the minimum lethal dose $x_0 = 1$. Then the number of animals which would survive after the injection

of the liquid in all four dilutions, would be equal to the number of squares in each of „Student's“ experiments in which there were no cells at all. Denoting by y_1, y_2, y_3, y_4 , the death rates caused by injections of dilutions (1), (2), (3), (4) respectively, we shall have:

$$y_1 = \frac{400-0}{400} = 1.00 \quad y_3 = \frac{400-103}{400} = 0.74$$

$$y_2 = \frac{400-75}{400} = 0.81 \quad y_4 = \frac{400-213}{400} = 0.47$$

These figures will be used to determine λ as a series, A , of hypothetical results of injections. To get series B we shall assume that $x_0 = 2$, or that the minimum lethal dose is equal to two. The number of survivors among 400 injected animals will be equal to the number of squares in „Student's“ experiments in which there was only one cell or none at all. Thus the respective death rates will be

$$y_1 = \frac{400-0-20}{400} = 0.95 \quad y_3 = \frac{400-103-143}{400} = 0.38$$

$$y_2 = \frac{400-103-121}{400} = 0.55 \quad y_4 = \frac{400-213-128}{400} = 0.15$$

Proceeding in this way, we easily obtain three other series of hypothetical results, C, D, E , corresponding to the assumptions that $x_0 = 3, x_0 = 4$, and $x_0 = 5$ respectively. All the hypothetical experimental data are contained in the following Table IX.

Table IX.

Series	A	B	C	D	E
y_1	1.00	0.95	0.84	0.71	0.49
y_2	0.81	0.55	0.25	0.12	0.04
y_3	0.74	0.38	0.14	0.03	0.01
y_4	0.47	0.15	0.05	0.01	0.00

Proceeding in the usual way we write

$$\lambda \times 4.68 = \frac{10}{2^{k_1}} \quad \lambda \times 1.3225 = \frac{10}{2^{k_2}}$$

$$\lambda \times 1.80 = \frac{10}{2^{k_3}} \quad \lambda \times 0.6825 = \frac{10}{2^{k_4}}$$

We determine then the differences $\Delta_1 = k_1 - k_i$ and find the curves which are most suitable to fit the data. Finally we get the following values of the following Table X

Table X.

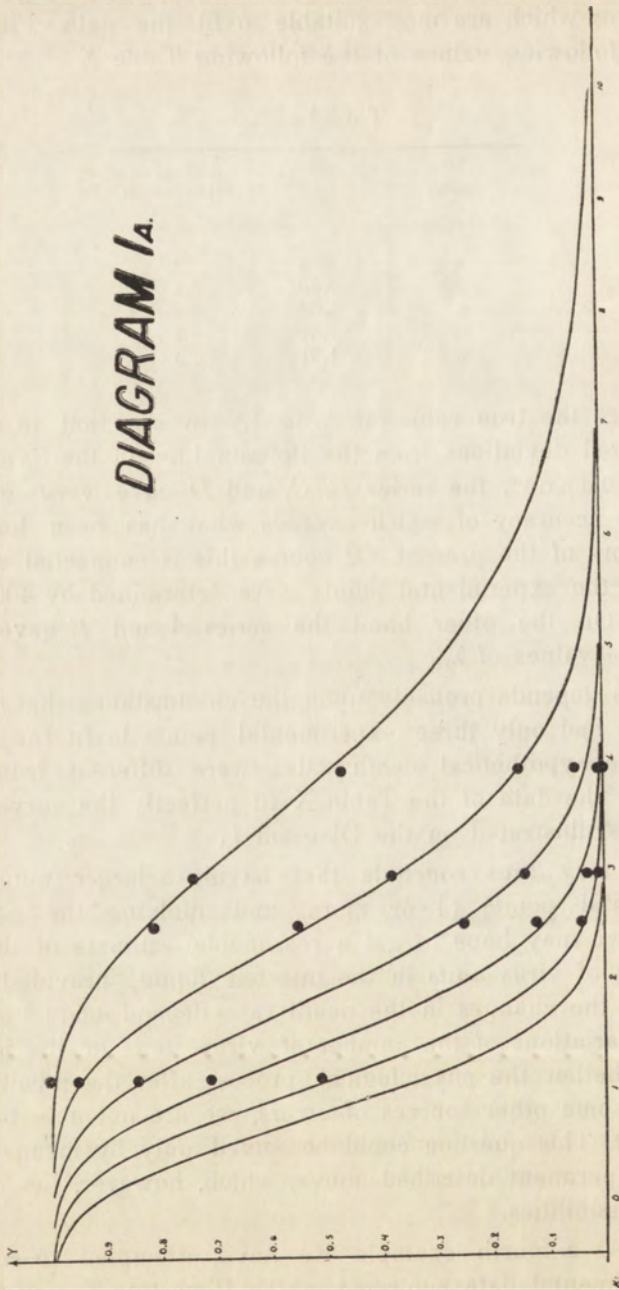
Series	λ	Number of experimental points
A	1.74	3
B	0.99	4
C	1.02	4
D	1.01	4
E	1.31	3

Since the true value of λ is 1, we see that in spite of some stated deviations from the Poisson Law in the Experiment I of „Student“, the series *B*, *C*, and *D* gave very good results, the accuracy of which exceeds what has been hoped by the authors of the present. Of course this is connected with the fact that the experimental points were determined by 400 observations. On the other hand the series *A* and *E* gave rather inaccurate values of λ .

This depends probably upon the circumstance that in these series we had only three experimental points to fit the curves: only three hypothetical death rates were different from zero and one. The data of the Table X fit perfectly the curves. The position is illustrated on the Diagram I_A .

We may thus conclude that having a larger number of experimental points (4 or more) and applying the proposed method, we may hope to get a reasonable estimate of the concentration of virus units in the injected liquid, provided however that the changes in the death rates depend solely upon the random variations of the number of virus units in the injected doses. Whether the physiological process after the injection introduces some other sources of errors, we are not able to judge at present. This question could be solved only by means of the crucial experiment described above, which, however, lies outside of our possibilities.

(d) As a fourth example we have attempted to consider the experimental data published in the Report on Toxicity Tests for Neosalvarsan already mentioned, but when we had obtained



the graphic representation of the results, prepared as described above, we saw at once that the actual decrease of toxicity was far too rapid for us to hope that any curve of our set, going as far as $x_0 = 15$, would give a fit.

This suggested that probably the minimum lethal dose of virus units contained in the neosalvarsan was a very large one. And from other points of view this seems likely since the virus in this case is of chemical character and as the „unit“ would be probably a molecule or a group of them. One could expect even that the minimum lethal dose x_0 might be easily as large as a million or so. For this reason we have looked for another method of approach, which is explained below.

5. Second method of approach.

Besides the difficulties pointed out in the preceding paragraph there are some others which arise when we consider the problem more closely. Formerly we have assumed that the sensitiveness to the injected virus of all the injected organisms is the same and thus that there exists a minimum lethal dose, x_0 , common to all the organisms under consideration. It is known however that individual organisms are frequently very variable in their sensitiveness to different poisons and bacteria. Moreover it seems probable that the case of a constant minimum lethal dose will arise only when we are dealing with such extremely virulent poisons or bacteria, that $x_0 = 1$. We decided therefore to examine a method of counting units of virus allowing for the varying sensitiveness of the organisms injected.

Our assumptions are. We suppose that animals used for the experiment form a sample from a population with varying minimum lethal dose. Let x denote the minimum lethal dose for any individual in the population. We shall suppose that x is normally distributed about its mean x_0 with the standard deviation σ . Of course the assumption of the normality of the distribution is an arbitrary one, but very often it appears to be justified. These assumptions imply some others, namely that the numbers x_0 and σ are fairly large, and also that the concentration of virus units in the solutions used for injection are considerable. Otherwise the death rates will be only rarely different from zero. As a result of this the Poisson distribution representing the variation in the num-

ber of virus units from dose to dose will approach the normal curve in form. Let us denote by z the number of virus units in a standard volume injected into an organism, and, as formerly, by λ the mean number of virus units per standard volume of the original extract. If the concentration of the same in the solution used for the injections be $\alpha : 1$, the mean value of z and its variance will be $\alpha\lambda$. So finally the frequency distribution of z in the injected doses will be approximately

$$\frac{1}{\sqrt{2\alpha\lambda\pi}} e^{-\frac{(z-\alpha\lambda)^2}{2\alpha\lambda}} \quad (30)$$

The frequency distribution of x in different animals will be

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (31)$$

We suppose further that any injected animal becomes ill whenever $z \geq x$. Thus the probability of the specific physiological effect of an injection is that of having fulfilled the inequality $x \leq z$, both variables following the normal laws (30) and (31), respectively. Write $u = x - z$. It is known that the difference between two variables each following a normal law will be also normally distributed, with its mean equal to the difference between the respective means of the two variables and with the variance given by the equation

$$\sigma^2_{x-z} = \sigma^2_x - 2r\sigma_x\sigma_z + \sigma^2_z, \quad (32)$$

r being the coefficient of correlation between x and z . In our case the correlation will be zero and we shall have

$$\sigma^2_u = \sigma^2_x + \sigma^2_z = \sigma^2 + \alpha\lambda \quad (33)$$

Thus the frequency distribution of u will be

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2 + \alpha\lambda)}} e^{-\frac{[u - (x_0 - \alpha\lambda)]^2}{2(\sigma^2 + \alpha\lambda)}} \quad (34)$$

To get the probability, $P(\alpha)$, of having $x \leq z$ or $u \leq 0$, we have only to integrate $\varphi(u)$ within the limits minus infinity and zero. We have

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2 + \alpha\lambda)}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{[u - (x_0 - \alpha\lambda)]^2}{2(\sigma^2 + \alpha\lambda)}} du \quad (35)$$

or, if we put

$$\frac{u - (x_0 - \alpha\lambda)}{\sqrt{\sigma^2 + \alpha\lambda}} = t \quad (36)$$

then

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t(x)} e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (37)$$

where

$$t(x) = \frac{\alpha\lambda - x_0}{\sqrt{\sigma^2 + \alpha\lambda}}. \quad (38)$$

If the values of x_0 , λ and σ were known, we could give a series of values to the variable α and obtain the probabilities $P(\alpha)$ of death corresponding to each of them. If the number of animals injected with each solution $\alpha : 1$ of the original fluid were large, then the observed death rates, say $y(\alpha)$ would be approximately equal to $P(\alpha)$. Actually we have to solve an inverse problem: having several (not less than three) pairs of values of α and $y(\alpha)$, to find approximate values of x_0 , λ and σ . Here again no usual method of fitting can be easily applied. We suggest the following.

Represent the pairs of values of α and $y(\alpha)$ by points $A(\alpha)$ having abscissae equal to α and the ordinates — to $y(\alpha)$. Then fit to the set of points $A(\alpha)$ a parabola of a sufficient order to give an adequate fit. Next take on the parabola three points with coordinates equal to, say α_i, y_i for $i = 1, 2, 3$ and consider y_i as a true value of $P(\alpha_i)$. Using tables of the normal integral find then the numbers t_i , for $i = 1, 2, 3$, such that

$$y_i = P(\alpha_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t_i} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (39)$$

The last stage will consist in solving three equations

$$\begin{aligned} \alpha_1 \lambda - x_o &= t_1 \sqrt{\sigma^2 + \alpha_1 \lambda} \\ \alpha_2 \lambda - x_o &= t_2 \sqrt{\sigma^2 + \alpha_2 \lambda} \\ \alpha_3 \lambda - x_o &= t_3 \sqrt{\sigma^2 + \alpha_3 \lambda} \end{aligned} \quad (40)$$

with regard to the three unknown quantities x_o , λ and σ . The solution is a little laborious but quite straightforward as it involves only some substitutions and the calculation of roots of quadratics.

This is the second method of approach to the problem. It was invented having regard to the data on toxicity tests for neosalvarsan. Unfortunately when all necessary calculations for these experiments were carried out, they gave absurd results. The reason for this lies in some inadequateness of the theory, one condition of which was obviously not satisfied by the experiments. We assumed that each animal received the same dose of the solution, and that the variations in the numbers of virus units injected were due only to random causes. Actually the doses were adjusted to the weight of the mice, which in different experiments varied in limits such as 13 — 15 gm or 18 — 20 gm. The range is not large, but it is possible that the variability of doses caused such a different variability in y 's that our theory became altogether inapplicable to the experiments under consideration. Before we show how the above theory could be altered in order to allow for the adjustment of the doses to the weight of mice, we will consider briefly the effect of changes in the two constants x_o and σ on the shape of the toxicity curve corresponding to the equation (37).

We start noticing, that when comparing the shapes of toxicity curves it is important to fix a certain scale of changes in the concentration of the virus units in different solutions used for the injections. For this purpose we shall express the mean number of the virus units of a solution per standard volume in the form

$$\alpha \lambda = 2^k C \quad (41)$$

C being any constant positive number. We notice that when two different dilutions, say α_1 to one and α_2 to one, are used, the difference between the abscissae, k_1 and k_2 , of the respective experimental points will be constant and independent from λ and C . In fact:

$$k_1 = \frac{\lg a_1 + \lg \lambda - \lg C}{\lg 2}$$

$$k_2 = \frac{\lg a_2 + \lg \lambda - \lg C}{\lg 2} \quad (42)$$

and

$$k_2 - k_1 = \frac{\lg a_2 - \lg a_1}{\lg 2}. \quad (43)$$

In the first method of approach we assumed $C = \lambda_0 = 10$. At present it is convenient to assume $C = x_0$, which will not alter the shape of the toxicity curve and will only mean the change of the origin of the coordinates. Putting $\alpha\lambda = 2^k x_0$ into the expression (38) of $t(\alpha)$ we shall have, (say)

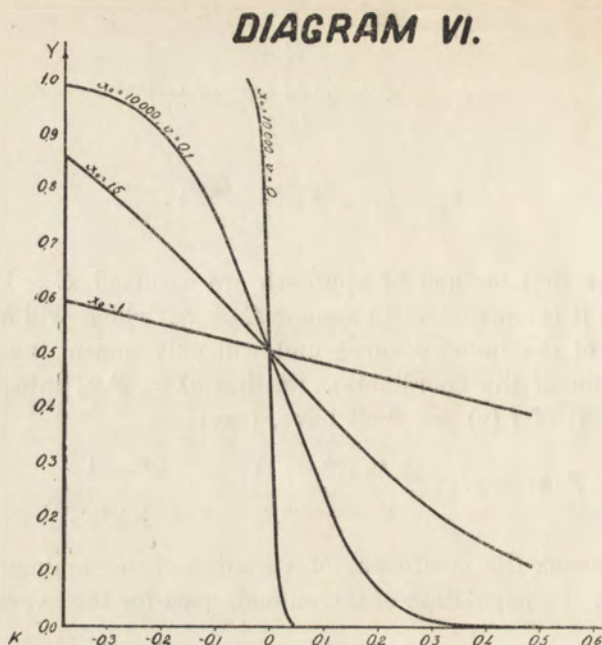
$$T(k) = t(\alpha) = \frac{x_0(2^k - 1)}{\sqrt{\sigma^2 + 2^k x_0}} = \frac{2^k - 1}{\sqrt{v^2 + 2^k x_0^{-1}}} \quad (44)$$

where v means the coefficient of variation of the minimum lethal dose, x , in the population of the animals used for the experiments:

$$v = \frac{\sigma}{x_0}.$$

The general effect of the changing mean sensitiveness and of its variability in the animals is now easy to see. Fix a certain k and consider the variation of $T(k)$ corresponding to the variation of v and x_0 . If v is increased, x_0 being constant (i. e. if the mean sensitiveness of the animals is unchanged, but the variability is increased) then the absolute value of $T(k)$ becomes smaller. This means that the increase of the variability in the sensitiveness of the animals tends to make the corresponding probability of death approach $1/2$, and that the general effect of this upon the curve is in its becoming less steep. The effect of the increase of x_0 , the variability v of the animals being constant, is an opposite one. Whatever be k , the increase of x_0 means the increase of $|T(k)|$ and thus the increase of $|1/2 - P(\alpha)|$ — thus the curve becomes steeper. The Diagram VI illustrates the position.

The curves marked $x_0 = 1$, $x_0 = 15$, and $x_0 = 10\,000$ correspond to the assumption that there is no variability in the sensitiveness of the animals. We see that the increase of the minimum lethal dose results in the increase of the steepness of the toxicity curve. The last curve, marked $x_0 = 10\,000$, $v = 0.1$ corresponds



to the assumption that the coefficient of variation in the minimum lethal dose of the animals is $v = 0.1$ and that the mean minimum lethal dose equals $x_0 = 10\ 000$.

We have to notice a rather unfortunate circumstance, that if x_0 is already very large and v has a moderate value, say $v = 0.1$, then a further increase of x_0 of even 100% of its original value does not significantly affect the shape of the toxicity curve. We have calculated the ordinates of two such curves corresponding both to $v = 0.1$ and to $x_0 = 10\ 000$ and $x_0 = 20\ 000$ respectively. The results are shown in the Table XI. We see

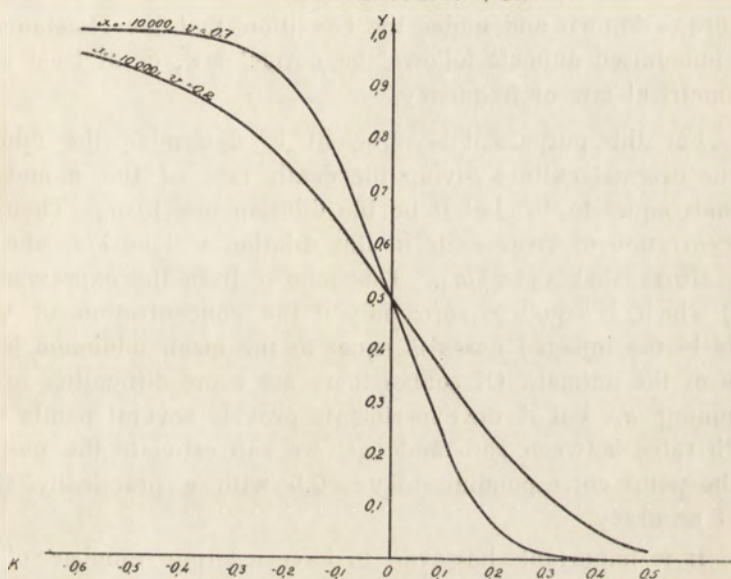
Table XI.

k	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0.0	+0.1	+0.2	+0.3	+0.4	+0.5
$x_0 = 10000$ $v = 0.1$	1.000	0.998	0.992	0.969	0.901	0.747	0.500	0.238	0.070	0.011	0.001	0.000
$x_0 = 20000$ $v = 0.1$	1.000	0.998	0.992	0.970	0.902	0.748	0.500	0.237	0.069	0.011	0.001	0.000
$x_0 = 10000$ $v = 0.2$	0.955	0.928	0.886	0.826	0.741	0.631	0.500	0.360	0.229	0.124	0.055	0.019

that the differences of the ordinates are hardly noticeable. Therefore, unless an extremely large number of experiments is carried out, it will be impossible to obtain the values of x_0 and v_0 with any sort of accuracy when the value of x_0 is very large.

The last line of the Table XI illustrates the change in the toxicity curve due to the increase of v from the value of 0.1 to 0.2. The same is illustrated on the Diagram VII.

DIAGRAM VII.



Though in cases when x_0 is very large, the accuracy of its estimation on the basis of the shape of the toxicity curve only seems to be hopeless, there are some other ways of estimating x_0 at least in certain important cases. Dr. PETRIE kindly informed us about a serological problem consisting in the determination of the dependency of the minimum lethal dose of some bacteria upon the dose of some serum injected previously into the animals. Since the serum increases considerably the minimum lethal dose, this would probably be a case where the shape of the toxicity curve would give insufficient information to determine x_0 . However, if the minimum lethal dose of the animals which have not got any injection of the serum, is not a very high one — as

f. i. it is with regard to Pneumococa, where it is probably equal to one — then we may determine the change in x_0 , due to the injection of the serum, carrying out two experiments, using the same culture of the bacteria. For the first experiment we should use non-immunised animals and its aim would be to determine λ — the mean concentration of virus units in the culture. The purpose of the second experiment, for which we should use the animals injected with the serum, would be to determine the increased minimum lethal dose x_0 of the immunised animals. This is easily done when the concentration of bacteria in the original culture is known and under the condition that the resistance of the immunised animals follows the normal law, or at least some symmetrical law of frequency.

For this purpose it is sufficient to determine the dilution of the original culture giving the death rate of the immunised animals equal to $1/2$. Let it be the dilution one to a_0 . Then the concentration of virus units in this dilution will be λ/a_0 and we can affirm that $x_0 = \lambda/a_0$. This follows from the expression of $t(x)$ which is equal to zero only if the concentration of virus units in the injected doses is equal to the mean minimum lethal dose of the animals. Of course there are some difficulties in determining a_0 , but if the experiments provide several points with death rates between zero and one, we can estimate the position of the point corresponding to $y = 0.5$ with a practically sufficient accuracy.

It is important however to have a larger number of the experimental points and besides to have them homogeneously distributed over the range of the curve. For this purpose it would be sufficient to alter the concentration in the dilutions used for the injections in a special way, so that the ratio, q , of the two consecutive concentrations would keep a constant value. We could f. i. assume $q = 2$, so that the respective dilutions would be one to, say a , where.

$$a = 100, 200, 400, 800, 1600, 3200, \text{ etc.}$$

If the ratio equal to 2 would prove to be too large, we could take instead of $q = 2$ the value $q = 2^{0.5}, 2^{0.2}, 2^{0.1}$ or even $2^{0.05}$. The following table gives the four resulting scales of dilutions, assuring the equidistance of the experimental points.

Table XII.

q	$2^{0.5}$	$2^{0.2}$	$2^{0.1}$	$2^{0.05}$
	100.000	100.000	100.000	100.000
	141.422	114.871	107.178	103.529
	200.000	131.952	114.871	107.148
	282.847	151.572	123.114	110.956
Consecutive	400.000	174.120	131.951	114.871
dilutions	565.687	200.000	141.422	118.922
one to	800.000	229.216	151.572	123.114
	1.131.383	263.900	162.450	127.456
	1.600.000	303.143	174.108	131.952
	2.262.789	348.217	186.609	136.603
	3.200.000	400.000	200.000	141.422
	4.525.556	459.480	214.350	146.410
	6.400.000	527.800	229.742	151.572
	9.051.000	606.286	246.229	156.918

As a matter of fact, if we alter the dilutions in, say, arithmetical progression, so that f. i. the consecutive concentrations would be one to a , where

$$a = 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, \text{ etc.}$$

then, using two different cultures with different original concentrations of virus units, we should get curves of different shapes, which could not be superposed by mere shifting. Assume for instance that the original concentration of virus units was in one case $\lambda_1 = 100$ in the other $\lambda_2 = 200$. The concentrations of virus units in different dilutions will be as in the following Table XIII.

Table XIII.

	1	2	3	4	5	6	7
Dilutions one to	100	200	300	400	500	600	700
Concentrations of virus units when $\lambda = 100$	1.000	0.500	0.333	0.250	0.200	0.167	0.143
Concentrations of virus units when $\lambda = 200$	2.000	1.000	0.667	0.500	0.400	0.333	0.286

The death rates in the two cases will be the values of some monotonic function of the figures in the two last rows of the table and if these cannot be superposed by mere shifting, the same will be true with regard to the curves. Now we see that the figures in the two rows diminish in quite different ways.

If we use as abscissae of the experimental points not the a 's themselves, but the logarithms of the a 's, then the two toxicity curves will be parallel, but the experimental points will not be homogeneously distributed on the axis of abscissae: they will be comparatively rare in the beginning of the range and will accumulate towards the end.

There remains to be considered briefly the alteration of the theory in order to allow for the adjustment of the doses to the weight of the animals. The authors of the Report on the Test for Toxicity of the Neosalvarsan state that the sensibility of mice has a negative correlation with their weight, though probably the regression line is not quite linear. As the doses were adjusted to the weight of mice, there must be some correlation, r , between z — the number of virus units injected and the resistance x of a mouse. Further, the variance of z is now no more $\alpha\lambda$, but can be represented by a sum of two terms. The first term depends upon the variability of the dose, and the second — upon the random sampling of virus units into the doses of a given size. Probably we should not be very much mistaken assuming that the first term is equal to $(\sigma_v\alpha\lambda)^2$ where σ_v^2 is the variance of doses having their mean equal to 1, and that the second is $\alpha\lambda$. In this way we should have

$$\sigma_z^2 = \alpha\lambda + \sigma_v^2\alpha^2\lambda^2 \quad (45)$$

and

$$\sigma_u^2 = \alpha\lambda(1 + \sigma_v^2\alpha\lambda) - 2r\sigma\sqrt{\alpha\lambda + \sigma_v^2\alpha^2\lambda^2} + \sigma^2 \quad (46)$$

Using this instead of $\sigma^2 + \alpha\lambda$ in the expression for t_i we could get equations from which the unknown quantities $\lambda, \sigma_v, r, x_0, \sigma$ could be perhaps determined. We did not proceed with the calculations because the extreme multiplication of constants which have to be determined on the basis of a few experimental points will make the value of any one of them at least doubtful. We judged it better to wait until we could obtain data of experiments in which every animal was injected with the same dose of the toxin, in which case the equations (40) could perhaps give the adequate results, were our theory true.

6. Third method of approach.

The two first methods of approach differ in this essential, that in the first the varying result of injections (death or no

effect) has been ascribed only to variations in the number of virus units injected; while in the second method we have taken into account not only the variations in the number of virus units, but also the variations in the sensibility of animals. It is also possible to go further in the same direction, assuming that the variation in the number of virus units injected, though undoubtedly existing, is very small compared to the variation of the sensitiveness of the animals. This of course could be considered as a special case of the situation dealt with in the second method of approach, in which we have only to assume that $\alpha\lambda$ is vanishingly small compared to σ^2 . The equations (40) could be now written in the form:

$$\begin{aligned}\alpha_1\lambda - x_o &= t_1\sigma \\ \alpha_2\lambda - x_o &= t_2\sigma \\ \alpha_3\lambda - x_o &= t_3\sigma\end{aligned}\quad (47)$$

which shows that the theory can be valid only in cases when t is a linear function of α . Supposing that it is so, we easily find x_o and λ in terms of σ by minimising the sum of squares

$$\sum_{i=1}^s \left(\alpha_i \frac{\lambda}{\sigma} - \frac{x_o}{\sigma} - t_i \right)^2 \quad (48)$$

but it is impossible to have all three unknowns completely determined.

The values of the unknowns minimising (48) are given by the formulae

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \frac{s \sum \alpha_i t_i - \sum \alpha_i \sum t_i}{s \sum \alpha_i^2 - (\sum \alpha_i)^2} \quad (49)$$

$$\frac{x_o}{\sigma} = \frac{\sum \alpha_i \sum \alpha_i t_i - \sum \alpha_i^2 \sum t_i}{s \sum \alpha_i^2 - (\sum \alpha_i)^2} \quad (50)$$

The last formula gives the inverse value of the coefficient of variation in the sensitiveness of the animals,

$$v = \frac{\sigma}{x_o} = \frac{s \sum \alpha_i^2 - (\sum \alpha_i)^2}{\sum \alpha_i \sum \alpha_i t_i - \sum \alpha_i^2 \sum t_i} \quad (51)$$

In the case when λ is known from some other grounds, the two formulae (49) and (50) will easily give the values of σ and x_o , and thus may be useful <http://icim.org.pl> when we are dealing with

the dependency of the mean minimum lethal dose x_0 upon the injected doses of the serum.

7. Summary of results.

The problem of estimation of the number of virus units in an extract, on the basis of death rates caused by injection of different dilutions of the same into samples of animals (plants), requires for its solution certain hypotheses about the question: Why of two animals, which have been injected apparently with identical doses of the toxin, one dies while the other remains healthy? The possible answers are:

(a) The difference in the results of injection depends only upon the random variation in the number of virus units present in equal volumes of the injected liquid, all animals being equally sensitive.

(b) Not only the number of virus units in the injected doses is varying, but also there is some variation in sensitiveness of the animals.

(c) The variation in the number of virus units in equal volumes of the liquid is negligible when compared to the variation in the sensitiveness of the animals.

These three different assumptions, together with some additional ones, form the three methods of approach. All of them suppose essentially that the doses injected into the different animals have identical volumes. Owing to the fact that most of the available data did not satisfy this condition, only the first method of approach could be successfully illustrated.

P. Ś. We are indebted to Dr. EGON S. PEARSON for the very kind correction of our English and we have pleasure in expressing to him our hearty thanks.

8. Streszczenie.

Poprawna (bez błędów systematycznych) metoda rachowania bakteryj żywych w cieczy była stworzona przez R. A. FISHERA¹⁾.

¹⁾ Uzasadnienie tej metody opublikowane jest w pracy p. t. „On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistics”, Phil. Transactions, A, 222, str. 309—368.

Opis metody wraz z pomocniczą tablicą znaleźć można w książce tegoż autora p. t. „Statistical Methods for Research Workers”, Londyn, 1930, wydanie trzecie, w rozdziale „Presence and absence of organisms”.

Nie nadaje się ona jednak do stosowania w tych przypadkach, gdy chodzi o zrachowanie bakterij pewnego typu, nie w czystej ich kulturze, lecz w cieczy, zawierającej jeszcze jakieś inne bakterje.

Zadaniem pracy niniejszej jest próba metod, które nadawałyby się do określania stężenia w cieczy bakterij, dających jakiś swoisty efekt fizjologiczny, przyczem obecność innych (nie dających tego efektu) bakterij w tejże cieczy nie byłaby czynnikiem zakłócającym.

Rozwiązanie postawionego w ten sposób zagadnienia łączy się z innym, polegającym na wyznaczeniu liczby danych bakterij, niezbędnej do spowodowania swoistego efektu fizjologicznego.

Proponowane trzy próby rozwiązania tych zagadnień, stanowiące rozwinięcie wspomnianej metody FISHERA, oparte są w znacznej mierze na trzech różnych hipotezach, dotyczących zmienności wyniku zastrzyków tych samych doz różnym zwierzętom. Chodzi mianowicie o odpowiedź na pytanie, dlaczego jedno z dwóch zwierząt tej samej kategorii, którym zastrzyknięto te same dozy pewnej cieczy, umiera na daną chorobę, gdy drugie pozostaje przy życiu i nie okazuje oznak tej choroby.

Korzystaliśmy z następujących hipotez.

(a) Różnica w wyniku zastrzyku tej samej dozy pewnej cieczy zależy tylko od przypadkowej zmienności liczby rozważanych bakterij w równych objętościach cieczy, gdy odporność zwierząt doświadczalnych jest dokładnie ta sama.

(b) Prócz zmienności liczby bakterij w równych dozach, na wynik doświadczenia wpływa również zmienność odporności zwierząt, używanych do doświadczeń. Zmienność ta stanowi jeszcze jedną niewiadomą, którą należy wyznaczyć.

(c) Zmienność odporności zwierząt doświadczalnych jest tak wielka, że w porównaniu z nią zmienność liczby bakterij w równych dozach cieczy jest bez znaczenia.

Korzystając z tych zasadniczych i jeszcze pewnych dodatkowych założeń zostały wyprowadzone równania i wykreślone krzywe, według których, gdyby proponowana teoria była prawdziwa, musiałyby układać się punkty, reprezentujące wyniki doświadczeń, polegających na zastrzykach różnych rozcieńczeń cieczy chorobotwórczej. Odcięte tych punktów mierzą stopień rozcieńczenia zastrzykiwanej dozy, zaś rzędne — częstotliwość występowania efektu fizjologicznego. Metody mierzenia

wyliczonych wyżej niewiadomych (stężenie bakteryj, minimalna dawka śmiertelna lub jej wartość przeciętna, oraz zmienność odporności organizmów doświadczalnych) polegają w swej istocie na rozpoznaniu krzywej teoretycznej, według której układają się punkty eksperymentalne oraz na dopasowaniu jej do tychże punktów.

Stosowalność trzech wynikających z powyższych hipotez metod (właściwie — tylko pierwszej z nich) została zilustrowana na wynikach doświadczeń Mc KINNEY'A ¹⁾ i Dr. G. F. PETRIE z Lister Institute, Elstree, Herts, w Anglii, któremu na tej drodze wyrażamy serdeczną wdzięczność za dostarczenie nam cennych dla nas materiałów.

Metody te mogą być również stosowane do rachowania częścieczek jadu (virusu) wzastrzykiwanych cieczech.

Pomimo zgodności liczb doświadczalnych z przewidywaniami proponowanej teorii, nie można uważać, że słuszność wynikających z niej metod została tem samem dowiedziona. Dowodem takim mogłyby ewentualnie być zadawalniające wyniki rachunku bakteryj chorobotwórczych w czystej kulturze, kontrolowane stosowalną w tym przypadku metodą R. A. FISHERA. Wykonanie odnośnych doświadczeń leży poza granicami możliwości autorów.

¹⁾ „Quantitative and Purificative Method in Virus Studies“, Journal of Agricultural Research, 35

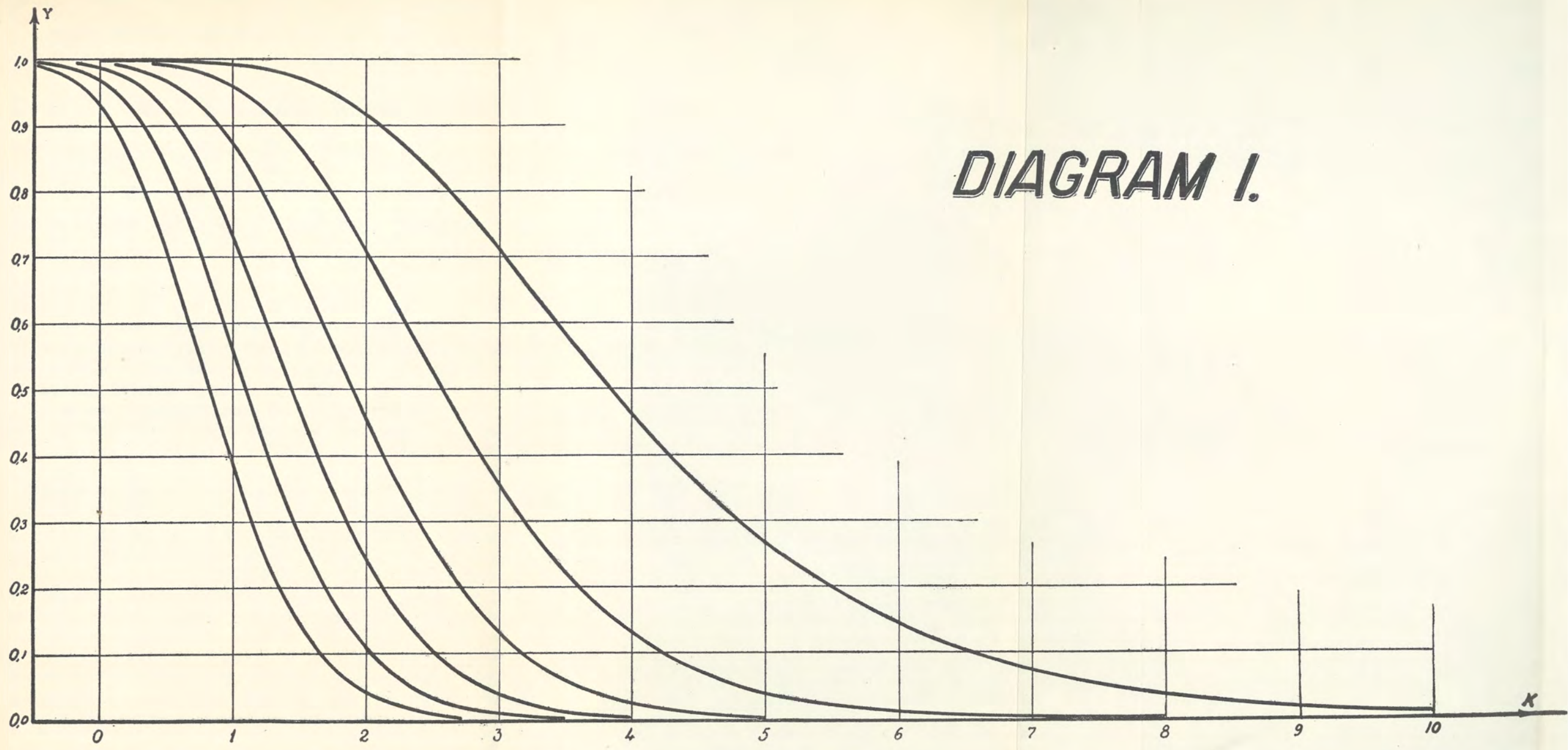


DIAGRAM I.

ZYGMUNT KOŹMIŃSKI

ÜBER DIE SYSTEMATISCHE STELLUNG VON „CYCLOPS STRENUUS” AUS DEN GEBIRGSSEEN

(Mit 1 Tafel)

Dank der Freundlichkeit des Herrn Dr. A. Lityński hatte ich die Gelegenheit eine Planktonprobe, welche aus dem Lunzer Untersee (27.VIII.1923) stammte, zu überprüfen. Sie enthielt u. a. die mir schon vorher aus einigen hochalpinen sowie aus den Tatraseen bekannte Form, die ich als *Cyclops strenuus* f. *tatricus* beschrieben habe (Koźmiński 1927).

Die morphologische Sonderstellung dieser Form gegenüber allen bisjetzt bekannten Arten und Varietäten des Genus *Cyclops* s. str., ihr konstantes Auftreten während eines längeren Zeitabschnittes auf einem ziemlich breiten Gebiete unter Beibehalten aller charakteristischen morphologischen Eigentümlichkeiten, der Umstand endlich, dass ich die Aufmerksamkeit der Gebirgsseenforscher auf die Ökologie dieser interessanten, bis nun nur aus dem Gebirge bekannten Form lenken möchte, veranlassen mich sie zu einer selbständigen Spezies zu erheben und noch einmal ihre morphologischen Merkmale zu beschreiben.

Cyclops tatricus n. sp. (= *Cyclops strenuus* f. *tatricus* Koźmiński 1927), zur Gruppe *strenuus-abyssoorum* gehörig, zeichnet sich durch einen plumpen, kräftigen Bau aus. Auffallend ist die Form des zweiten Cephalothoraxsegmentes, welches stärker als bei den verwandten Arten entwickelt ist; die nach rückwärts verlängerten und abgerundeten seitlichen Hinterecken

des auf eine besonders markante Weise bauchwärts herabhängenden Rückenschildes umfassen teilweise den nächsten Abschnitt des Cephalothorax (vergl. Koźmiński l. c. Fig. 1—4, p. 15). Dieses Merkmal, welches stets bei allen untersuchten Exemplaren aus dem Tatragebirge, den Hochalpen und dem Lunzer See auftritt und bisnun auf eine mir unerklärbare Weise bei allen Beschreibungen nicht berücksichtigt wurde, verleiht dem Aussehen dieser Krebse etwas Schweres. Der Hinterrand des Rückenschildes des zweiten Cephalothoraxsegmentes weist mitunter eigentümliche Faltungen auf (Koźmiński l. c. p. 15 Fig. 1 u. p. 77); dieses Merkmal ist aber nicht konstant. Der Bau des IV und V Segmentes ist auf der Abbildung (s. Taf. V) dargestellt; die Fortsätze des IV Segmentes sind nur schwach ausgebildet und verlaufen meistens nach rückwärts, seltener seitwärts; dieses Segment unterscheidet sich wenig von dem dritten. Das V Segment ist schmaler als das vierte, es endet seitlich mit schwachen spitzen Fortsätzen. Die Bedornung der Schwimmfüße unterliegt—soweit mir bekannt—keiner stärkeren Variabilität und ist nach dem Typus Terni (3433) geformt.

Neben dem Bau des zweiten Cephalothoraxsegmentes ist für *C. tatricus* die besonders starke Verlängerung des Cephalothorax im Vergleiche zum Abdomen ausserordentlich charakteristisch. Dieses Merkmal, auf den Tabellen 1 u. 2 in dem Ind. long. cphth. und Ind. long. abd. ausgedrückt, tritt konstant bei allen untersuchten Populationen auf, trotzdem sie aus ziemlich fernen Standorten stammen. Die übrigen quantitativen Merkmale, von denen besonders die Länge der Furka und der innersten Apikalborste, die Ansatzstelle der Seitenborste auf der Furka (Ind. sp. furc. II) sowie der Divergenzindex der Furk Zweige (Ind. sp. interfurc.) zu beachten sind, werden an systematischen Wert erst beim Vergleich mit den entsprechenden Merkmalen der verwandten Arten gewinnen. Ich hoffe eine Gegenüberstellung mitsamt einer genauen Beschreibung der Messungsmodalitäten demnächst veröffentlichen zu können. Vorläufig, um das Bestimmen von *C. tatricus* zu erleichtern, möchte ich bemerken, dass er sich von den bisher bekannten Cyclopiden aus der *strenuus*-Gruppe durch den Längenindex des Abdomens (Ind. long. abd.) unterscheidet, welcher kleiner als 40 ist, während er bei allen anderen Formen grösser als

TAB. 1.

Cyclops tatricus n. sp. ♀♀. ‰ der Körperlänge (ohne Furka)
(Long. corp.=1000)

Indices	Lunzer Untersee			Hohe Tatra			Hochalpen
	M ¹⁾	± m	± σ	M	± m	± σ	M
Long. cphth.	740.2	—	—	744.9	2.03	8.84	741.4
„ ant. I par.	589.7	5.9	22.8	534.2	3.66	15.95	552.1
Lat. mx. cphth.	373.5	2.56	10.24	363.4	3.10	13.53	389.6
„ IV s. cphth.	233.5	1.64	6.57	—	—	—	—
„ V s. cphth.	197.2	0.89	3.54	191.0	1.67	5.27	206.4
Long. set. mai. ped. V par.	94.6	1.57	6.29	—	—	—	—
Long. furc.	151.5	1.34	5.36	148.4	2.22	9.67	151.9
Long. set. apic. int.	165.0	2.59	10.35	166.5	2.36	10.02	157.7
„ „ „ med. int.	424.4	6.57	26.27	387.1	6.06	24.96	387.7
„ „ „ „ ext.	343.8	4.79	19.17	319.6	3.28	14.30	330.1
„ „ „ ext.	86.9	1.46	5.85	94.5	1.13	4.93	89.7
„ „ dors.	84.6	—	—	78.2	1.34	4.64	86.0

TAB. 2.

Cyclops tatricus n. sp. ♀♀. ‰ der Länge des Cephalothorax
(Long. cphth.=100)

Indices	Lunzer Untersee			Hohe Tatra	Hochalpen
	M	± m	± σ	M	M
Long. abd.	35.1	0.07	1.12	34.2	34.9
„ I s. cphth.	58.5	0.10	1.63	55.7	—
Lat. mx. „	50.4	0.39	1.56	48.7	52.5
„ IV s. „	31.5	0.24	0.95	—	—
„ V „ „	26.6	0.14	0.57	25.6	27.9
Long. ant. I par.	79.5	0.86	3.32	71.7	74.4

1) M—Mittelwert, m—mittlerer Fehler, σ—die Standardabweichung.

40 ist; die einzige Ausnahme bildet *Cyclops abyssorum* Sars, welcher diesbezüglich an *C. tatricus* erinnert. Diese beiden Arten kann man aber leicht voneinander auf Grund des Baues des II, IV und V Cephalothoraxsegmentes sowie vieler anderen quantitativen Merkmalen unterscheiden, wie z. B. des Längenin-
dex der Furka (Ind. long. furc.), welcher bei der Gebirgsform kaum bis 160 reicht, bei *C. abyssorum* dagegen viel grösser ist.—Für diejenigen, welche das Messen vermeiden möchten, stellt der Bau des zweiten Cephalothoraxsegmentes ein besonders wichtiges Unterscheidungsmerkmal dar; ich muss jedoch hier bemerken, dass dieses Merkmal auch bei etlichen Populationen von *C. strenuus f. strenuus* sowie bei einer neuen Spezies aus der *strenuus*-Gruppe vorkommt, welche ich demnächst beschreiben werde. Von der ersteren Form kann man *C. tatricus* leicht durch den Bau des IV und V Cephalothoraxsegmentes sowie durch die viel längeren Antennen des ersten Paares und die längeren Apikalborsten unterscheiden; die zweite dagegen zeichnet sich durch einen eigentümlichen Bau des rudimentären Fusspaares aus.

TAB. 3.

Cyclops tatricus n. sp. ♀♀. % der Länge des Furkalzweiges
(Long. furc.=100)

Indices	Lunzer Untersee			Hohe Tatra			Hochalpen
	M	± m	± σ	M	± m	± σ	M
Sp. furc. I	26.8	0.17	0.68	28.9	0.25	1.10	29.7
Sp. furc. II	77.4	0.26	1.03	76.5	0.36	1.55	76.9
„ interfurc.	42.4	0.94	3.77	42.7	1.15	4.99	41.2
Long. tr. ult. ss. abd.	87.5	0.99	3.96	87.7	1.54	6.70	87.5
Lat. furc.	15.3	0.19	0.76	—	—	—	—
Long. set. apic. int.	109.2	1.80	7.20	112.1	—	—	103.9
„ „ „ med. int.	279.7	4.36	17.44	260.5	—	—	255.0
„ „ „ „ ext.	227.1	3.08	12.33	215.0	—	—	217.6
„ „ „ „ ext.	57.6	1.04	4.17	63.6	—	—	59.1
„ „ „ dors.	57.4	—	—	52.6	—	—	56.6

Neben den morphometrischen Angaben¹⁾, die für die Population aus dem Lunzer Untersee berechnet wurden, befinden sich in den Tab. 1—4 Zahlen, die aus der früheren Arbeit des Verf. (l. c.) über die Populationen aus den Tatra- und zwei hochalpinen Seen stammen. Aus einem Vergleich dieser Zahlen ist zu ersehen, dass in allen spezifischen quantitativen Merkmalen zwischen diesen Populationen, welche aus ziemlich entfernten und vollkommen isolierten Standorten stammen, eine

TAB. 4.
Cyclops tatricus n. sp. ♀♀

	Lunzer Untersee			Hohe Tatra			Hochalpen
	M	± m	± σ	M	± m	± σ	M
Long. tot. (incl. furca excl. setae furc.)	1638.4 μ	12.5	49.8	1775.5 μ	—	—	1645.1 μ
<u>Lat. mx. I s. abd. x 100</u> Long. I s. abd.	118.3	1.46	5.84	113.6	1.29	5.61	122.3
<u>Long. sperm. x 100</u> Long. I s. abd.	49.5	—	—	45.2	—	—	—
<u>Long. set. min. ped. V par. x 100</u> Long. set. mai. ped. V par.	53.1	0.77	3.08	53.3	—	—	58.5
<u>Long. spinae ped. V par. x 100</u> Long. set. mai. ped. V par.	26.0	0.62	2.47	—	—	—	—
<u>Long. set. apic. int. x 100</u> Long. set. apic. ext.	189.7	1.40	5.61	176.2	—	—	175.8
<u>Long. set. apic. med. ext. x 100</u> Long. set. apic. med. int.	81.2	0.41	1.64	82.4	—	—	85.2
<u>Long. sp. ext. end. IV par. x 100</u> Long. sp. int. end. IV par.	48.9	0.62	2.42	51.7	0.68	2.96	44.6
<u>Lat. IV s. cphth. x 100</u> Lat. mx. cphth.	62.6	0.57	2.28	—	—	—	—
Quant. ov.	—	—	—	15.2	—	—	—

1) Eine Erklärung der lateinischen Abkürzungen in den Tabellen befindet sich in der Arbeit des Verf. aus dem J. 1927.

merkwürdige Übereinstimmung herrscht. Ich muss dabei aber erwähnen, dass in einigen anderen Merkmalen quantitativer Natur die angeführten Populationen ziemlich stark voneinander abweichen. Zu diesen gehören: die Breitenindexe der Cephalothoraxsegmente, der Längenindex der Antennen des ersten Paares und der längsten Apikalborste, das gegenseitige Verhältnis der Länge der Apikalborsten und der Stacheln am letz-

TAB. 5.

Cyclops tatricus n. sp. ♂♂. Lunzer Untersee. Mittelwerte.

$\frac{\text{Long. tot. (incl. furca, excl. setae furc.)}}{\text{Long. corp.}}$	1339.7 μ
$\frac{\text{Lat. mx. cphth. x 1000}}{\text{Long. corp.}}$	329.3
$\frac{\text{Long. furc. x 1000}}{\text{Long. corp.}}$	127.4
$\frac{\text{Long. set. apic. int. x 1000}}{\text{Long. corp.}}$	165.1
$\frac{\text{Long. abd. x 100}}{\text{Long. cphth.}}$	40.5
$\frac{\text{Long. set. min. ped. V par. x 100}}{\text{Long. set. mai. ped. V par.}}$	50.2
$\frac{\text{Sp. furc. II x 100}}{\text{Long. furc.}}$	72.4
$\frac{\text{Long. tr. ult. ss. abd. x 100}}{\text{Long. furc.}}$	104.9

ten Glied des Endopoditen des vierten Schwimmpfussespaars (dieses letzte Merkmal, welches von Kiefer in vielen Cyclopidengruppen mit Erfolg angewendet wurde, versagt oft bei der Gruppe *strenuus*). Das Material, über welches ich verfüge, ist jedoch zu klein, um daraus den Schluss zu ziehen, dass die erwähnten Unterschiede (s. Tab. 1—4) wesentlich sind, obwohl man vom biometrischen Standpunkte aus zu einer solchen Annahme berechtigt wäre.

Cyclops tatricus aus dem Lunzer Untersee wurde biometrisch schon von Rzóška (1930) untersucht, welcher ihn mit

einem Zeichen „L“ bezeichnet hat. Dieser Verfasser begnügte sich jedoch mit einer Analyse der quantitativen Merkmale dieser Form, konnte sich indessen trotz der erkannten Ähnlichkeit zu *f. tatricus* Koźm. nicht dazu entscheiden, sie als dieser Form zugehörig aufzufassen, da er auf Grund meiner Beschreibung (l. c.) annahm, dass das zweite Cephalothoraxsegment bei derjenigen noch eigenartiger ausgebildet ist, als es in Wirklichkeit ist und als es auf meinen Abbildungen dargestellt

TAB. 6.

Cyclops tatricus n. sp. ♀♀. Lunzer Untersee. Mittelwerte.

	Rzóška 1930	Koźmiński
<u>Long. abd. x 1000</u> Long. cphth.	350	351
<u>Lat. I s. cphth. x 1000</u> Long. I s. cphth.	895	861
<u>Long. furc. x 1000</u> Long. corp.	148.9	151.5
<u>Lat. furc. x 1000</u> Long. furc.	134	153
<u>Long. set. apic. ext. x 1000</u> Long. set. apic. int.	554	526
<u>Long. set. apic. int. x 1000</u> Long. corp.	161.8	165.0
<u>Sp. furc. II x 100</u> Long. furc.	78.3	77.4

worden war. Nichtdestoweniger stimmen die Messungen von Rzóška—wie aus der Tab. 6 ersichtlich—mit den meinigen überein; der einzige wesentlichere, wenn auch nicht zu grosse Unterschied liegt in der noch stärkeren „Plumpheit“ der Exemplare von Rzóška, welches Merkmal wahrscheinlich bei unserer Art ziemlich stark variiert. Derselbe Autor beschrieb auch (Rzóška 1927) die Saisonvariabilität von *Cyclops tatricus*, welche darin besteht, dass in den Wintermonaten seine Körpermasse kleiner werden.

Cyclops tatricus ist mir aus folgenden Seen bekannt:

- 1) Hohe Tatra: Czarny Staw pod Rysami (Meerauge) 1584 m ü. d. M., Zielony Staw Gąsienicowy (Grüner Gąsienica-See) 1672 m ü. d. M. und Czarny Staw Gąsienicowy (Schwarzer Gąsienica-See) 1620 m ü. d. M. (Polen).
- 2) Hochalpen: Hinterer Grimsensee 1875 m ü. d. M. und Totensee (Grimsel) 2144 m ü. d. M. (Schweiz).
- 3) Lunzer Untersee 607 m ü. d. M. (Österreich).

Laut Wierzejski (1882, 1883) leben im Tatragebirge zwei Cyclopsarten aus dem Kreise *strenuus*: *Cyclops strenuus* Fischer und *C. brevicaudatus* Claus. Heute werden diese Bezeichnungen als Synonyme gewertet, es liegt jedoch die Annahme nahe, dass Wierzejski, dessen scharfes Auge und Sinn für morphologische Diagnosen allgemein bekannt sind, in Wirklichkeit zwei besondere Formen vor sich hatte, konnte aber nicht infolge der damaligen unzulänglichen Beschreibungen diese Formen richtig identifizieren. Es unterliegt keinem Zweifel, dass die erstgenannte von Wierzejski's Formen mit *C. tatricus* identisch ist. Vor allem geht es aus dem Umstande hervor, dass er in denselben Seen vorkommt, in welchen ihn Wierzejski aufgefunden hat; ferner spricht dafür auch die Bemerkung dieses Autors, dass die Tatra-Exemplare denjenigen von *Cyclops furcifer* Claus ähnlich sind, was davon zeugen würde, dass Wierzejski auf die grössere Länge der Furka bei diesen Exemplaren, gegenüber dem *C. strenuus* der Kleingewässer des Tieflandes, den Nachdruck legen wollte. Was die zweite durch Wierzejski angeführte Form anbelangt, *C. brevicaudatus*, welche angeblich nur in Biela Plesa (Weisse Seen) 1614 m ü. d. M. vorkommt, so kann infolge Materialmangels aus diesem Standorte nicht festgesetzt werden, um welche Art es sich handelt. Es scheint nicht ausgeschlossen zu sein, dass es *Cyclops scutifer* Sars war und zwar u. a. aus dem Grunde, weil er eine kurze Furka hat („*brevicaudatus*“) und weil er aus einigen alpinen Seen angegeben wurde, möglicherweise also auch im Tatragebirge vorkommt.

Dank den Arbeiten von Wierzejski (l. c.) und Minkiewicz (1917), welcher leider die Wierzejski's Formen nicht unterschied, sind wir über die Biologie von *C. tatricus*

in den Tatraseen recht gut unterrichtet. Wir wissen, dass er dort ziemlich verbreitet ist und zwar in kälteren Seen (er fehlt in den zwei tiefer gelegenen, dystrophen Toporowy- und Smreczyński-Seen). Nach Minkiewicz kommt er in den Seen von 1404 m bis 2124 m über dem Meeresspiegel vor; er lebt in den Seen pelagisch, ist aber auch nahe dem Ufer zu finden und besitzt, wie viele Gebirgscrustaceen oft eine Rotfärbung. Geschlechtlich reife Exemplare treten während des ganzen Jahres auf, die eigentliche Fortpflanzungsperiode fällt jedoch nach Minkiewicz auf den Frühling und den Spätherbst.

In den Alpen, deren Seen seit einer geraumen Zeit den Gegenstand mühevoller Untersuchungen vieler ausgezeichneten Hydrobiologen bilden, kommen nach den Angaben älterer Autoren auch zwei Formen aus der *strenuus*-Gruppe vor. Nach der ziemlich ausführlichen Beschreibung beider Formen von Schmeil (1893), dessen Arbeit später für viele Autoren als Grundlage zur Unterscheidung einer „pelagischen“ und einer „litoralen“ Form dieser „Art“ gedient hat (Fuhrmann 1896/97, Zschokke 1900, Burckhardt 1900, Graeter 1903, Linder 1904 u. a.), würde *C. tatricus* eher der „litoralen“ Form entsprechen, obwohl ihr Bau des IV Cephalothoraxsegmentes dagegen sprechen würde. Die „pelagische“ Form Schmeils, welche seiner Ansicht nach dem *C. scutifer* Sars entspricht, soll in grösseren, tieferen, aber gleichzeitig mehr offenen und daher im Sommer wärmeren Seen vorkommen (z. B. Lünersee, Schmeil l. c. p. 21). Die letzterwähnte Angabe ist sehr wertvoll, da bekanntlich (Kozmiński l. c., Bowkiewicz 1928) *C. scutifer* im baltischen Seengebiet gerade in der warmen Jahreszeit auftritt, also eine höhere Temperatur vielleicht braucht als *C. tatricus*. Aus den Messungen, welche von Burckhardt (l. c.) und Graeter (l. c.) durchgeführt wurden, folgt, dass diese Forscher mit *C. tatricus* zu tun hatten, obwohl wahrscheinlich in ihrem Material auch andere Formen vorhanden waren (*C. scutifer?*). Die Entscheidung über die systematische Stellung und den ökologischen Charakter der alpinen Cyclopiden aus der *strenuus*-Gruppe, welche so häufig in den Gebirgseen auftreten, bleibt selbstverständlich denjenigen Forschern vorbehalten, welche die Möglichkeit haben die Verhältnisse an Ort und Stelle zu untersuchen. Jedenfalls unterliegt es meiner

Meinung nach keinem Zweifel, dass der eigentliche *Cyclops strenuus* Fischer überhaupt dort nicht vorkommt.

Den Veröffentlichungen der Lunzer Biologischen Station haben wir es zu verdanken, dass wir über die vertikale Verbreitung und über das zeitliche Auftreten von „*C. strenuus*“ im Lunzer Untersee, mit *C. tatricus* zweifelsohne identisch, sehr gut unterrichtet sind. Dank der Arbeit von Ruttner (1930) gehört unsere Art zu den in dieser Hinsicht bestbekanntesten innerhalb der Gruppe *strenuus*; da diese Arbeit allgemein zugänglich ist, halte ich es für übrig ihre Resultate betreffs *C. tatricus* hier zu besprechen. Das Auftreten dieser Spezies auf einer Meereshöhe von 607 m (Lunzer Untersee) bis 2144 m (Totensee Grimsel) weist jedenfalls auf eine ziemlich grosse vertikale Verbreitung von *C. tatricus* hin. Das vollkommene Fehlen der Angaben über das Vorkommen dieser Art im Tieflande und im Norden würde jedoch dafür sprechen, dass wir es mit einer ausgesprochenen Gebirgsform zu tun haben. Überraschungen diesbezüglich sind jedoch immerhin möglich.

Zum Schluss möchte ich noch einige allgemeine Bemerkungen über den gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse der geographischen Verbreitung sowie der Ökologie der Cyclopiden aus der *strenuus*-Gruppe hinzufügen. Wir verfügen über eine ungeheure Zahl von Angaben über „*C. strenuus*“; da diese Spezies jedoch in eine ganze Reihe von Arten und Formen zerfiel, welche sich nicht nur morphologisch sondern auch biologisch voneinander unterscheiden, so verlieren alle Angaben über „*C. strenuus*“, wenn sie nicht durch eine ausführliche morphologische Charakteristik ergänzt sind, fast jeden Wert. Es besteht eine ausgedehnte Literatur über alpine Seen, welche das Auftreten von „*C. strenuus*“ registriert und sich über seine zoogeographische Bedeutung, sein Stenothermismus usw. ziemlich breit ergeht. Die Auffassung von dem Reliktencharakter der alpinen Standorte dieser „Art“ beruhte ja auf der Annahme, dass es dieselbe Form ist, welche im Norden vorkommt. Andererseits konnte ihr stenothermes Kaltwassercharakter, welches von fast allen älteren Autoren unterstrichen wurde, mit Recht bezweifelt werden (Pesta 1929 p. 118) in dem Momente, als das Vorkommen angeblich derselben Art in kleinen, stark erwärmten Gewässern der Tropen bekannt wurde. Mit Recht hat auch

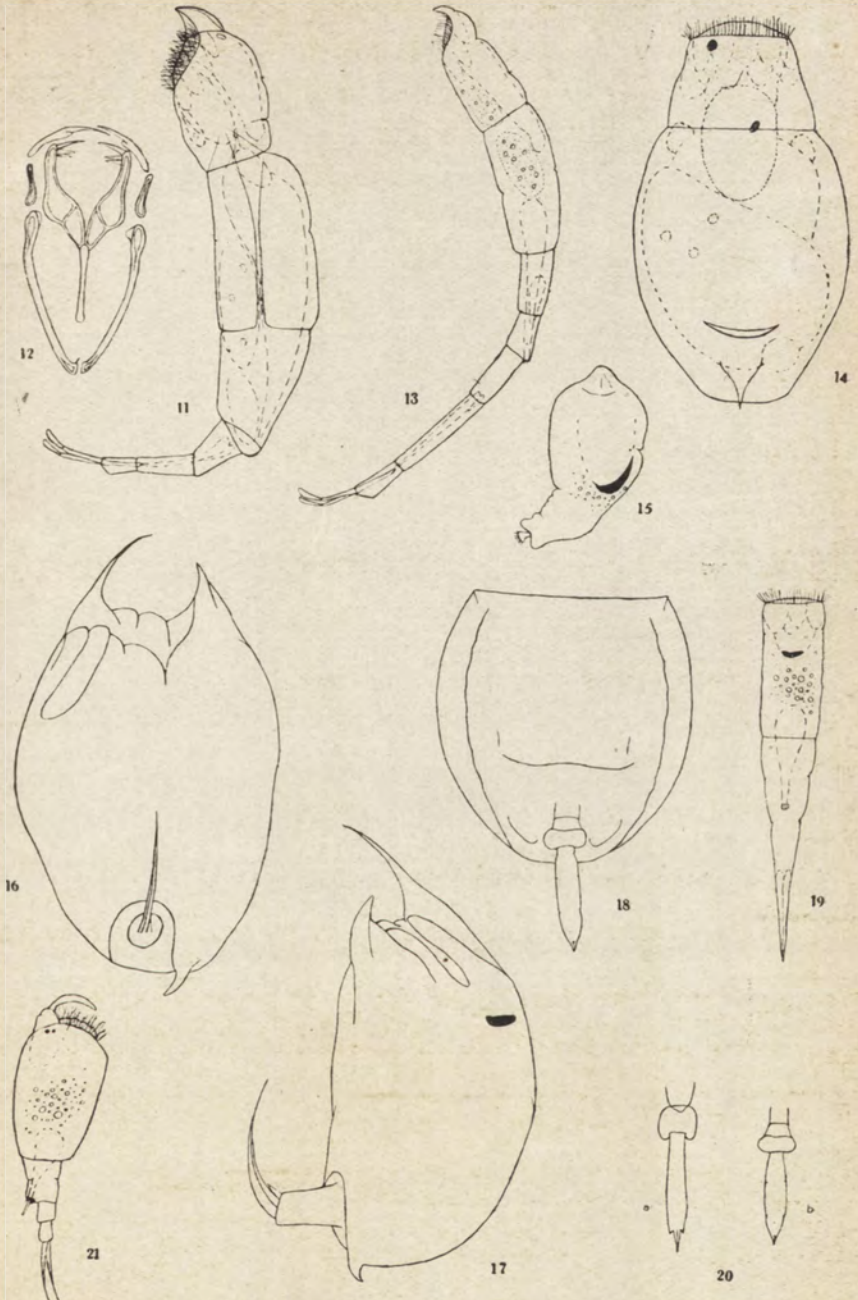
Brehm (1908 p. 449) behauptet, „dass es Aufgabe der zoogeographischen Forschungen der nächsten Zeit sein wird, beim Vergleich zusammengehöriger Formen das Verbindende beiseite zu lassen, und das Trennende zu suchen. Erst dann wird man daran gehen können eine Zoogeographie der europäischen Copepoden zu schreiben“. In den letzten Jahren ist auf diesem Gebiete, vor allem dank den grundlegenden Arbeiten von Kiefer, ein grosser Fortschritt zu verzeichnen. Was jedoch die Gruppe *strenuus* anbelangt, so bedienen sich noch heute, trotz dem Erscheinen einiger modernen—wenn auch immer noch nicht genügend erschöpfenden—Bearbeitungen dieser Gruppe (Sars 1918, Rylov 1922, Koźmiński 1927, Kiefer 1929, Rzóśka 1930), viele Autoren der kurzen Bezeichnung „*Cyclops strenuus*“, welche wertlos ist, wenn nicht eine genaue Beschreibung, oder wenigstens eine gute Abbildung hinzugefügt wird.

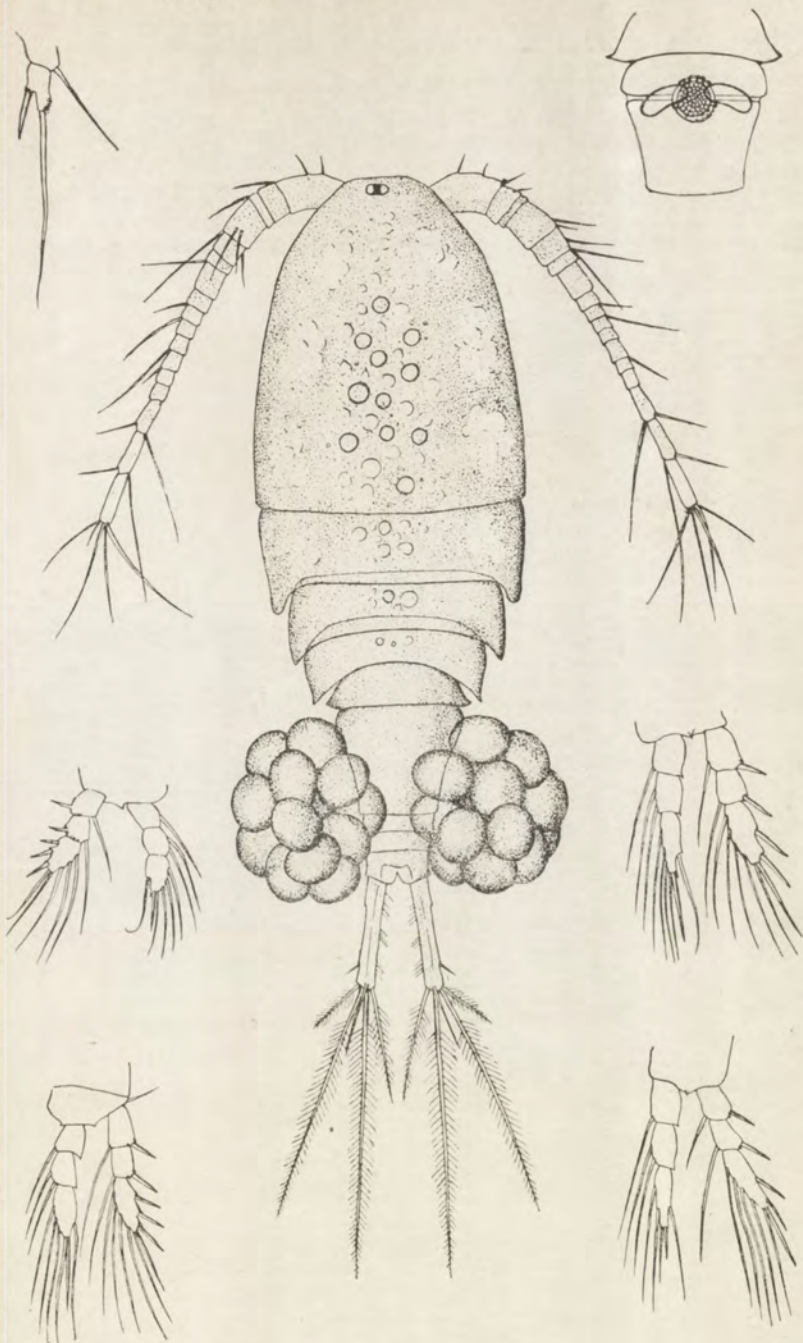
Hydrobiologische Station am Wigrysee.

LITERATURVERZEICHNIS

- Bowkiewicz J. 1928. *Cyclops scutifer* G. O. Sars w jeziorze Krzyżaki pod Wilnem. Archiwum Hydrobiol. i Ryb. T. 3. Suwalki.—Brehm V. 1908. Die geographische Verbreitung der Copepoden und ihre Beziehung zur Eiszeit. Intern. Revue Hydr. Bd. I. Leipzig.—Burckhardt G. 1900. Faunist. und system. Studien über das Zooplankton der grösseren Seen der Schweiz und ihrer Grenzgebiete. Revue Suisse de Zoologie. T. 7. Genève.—Fuhrmann O. 1896/97. Recherches sur la faune des lacs alpins du Tessin. Rev. Suisse de Zool. T. 4. Genève.—Graeter A. 1903. Die Copepoden der Umgebung von Basel. Rev. Suisse de Zool. T. 11. Genève.—Kiefer F. 1929. II. Cyclopoida Gnathostoma. Tierreich. Lief. 53. Berlin-Leipzig.—Koźmiński Z. 1927. Über die Variabilität der Cyclopiden aus der *strenuus*-Gruppe auf Grund von quantitativen Untersuchungen. Bull. Intern. Acad. Polonaise Sc. et Lettr. Suppl. I. 1927. Cracovie.—Linder C. 1904. Etude de la faune pélagique du lac de Bret. Rev. Suisse de Zool. T. 12. Genève.—Minkiewicz S. 1917. Skorupiaki jezior tatrzańskich. Nakł. Akad. Umiej. Kraków.—Pesta O. 1929. Der Hochgebirgssee der

Alpen. Die Binnengewässer. Bd. VIII. Stuttgart.—Ruttner F. 1930. Das Plankton des Lunzer Untersees. Intern. Rev. Hydr. Bd. 23. Leipzig.—Rylov V. 1922. Swobodnożiwuszczije wieslonogije rakoobraznyje (Eucopoda), Presnowodnaja Fauna Jewropiejskoj Rossii. Moskwa.—Rzóska J. 1927. Einige Beobachtungen über temporale Grössenvariation bei Copepoden und einige andere Fragen ihrer Biologie. Intern. Rev. Hydr. Bd. 17. Leipzig.—Rzóska J. 1930. Biometrische Studien über die Variabilität einer Cyclopidengruppe (*Cyclops strenuus* s. lat.). Arch. Hydrob. i Ryb. T. 5. Suwałki.—Sars G. O. 1918. An account of the Crustacea of Norway. Vol. VI. Copepoda-Cyclopoida. Bergen.—Schmeil O. 1893. Copepoden des Rhätikon-Gebirges. Abh. der. Naturf. Ges. zu Halle, Bd. 19.—Wierzejski A. 1882. Materyjały do fauny jezior tatrzańskich. Spraw. Kom. Fizyogr. Akad. Umiej. T. 16. Kraków.—Wierzejski A. 1883. Zarys fauny stawów tatrzańskich. Pam. Tatr. T. 8. Kraków.—Zschokke F. 1900. Die Tierwelt der Hochgebirgsseen. Zürich.





Cyclops tatricus n. sp.

FURTHER NOTES ON THE χ^2 DISTRIBUTION.

BY J. NEYMAN, Ph.D. (Nencki Institute, Warsaw Scientific Society) AND
 E. S. PEARSON, D.Sc. (Galton Laboratory, University of London).

In a previous paper* we have discussed certain aspects of the (P, χ^2) Tests for Goodness of Fit; the following notes form an addition to that paper. They fall under three heads:

(1) Use of the previous sampling results to throw light on the way in which the distribution of χ^2 is modified when certain of the groups used in the process of fitting a theoretical distribution to the observations are combined together in calculating χ^2 .

(2) An experimental examination of the adequacy of the χ^2 integral in a case of very small samples.

(3) The correction of an error introduced into the earlier paper in the section dealing with the comparison of two samples.

In the notation previously used it is supposed that a sample of N is classed into k groups containing frequencies n_1, n_2, \dots, n_k , while m_1, m_2, \dots, m_k are a series of frequencies following the law

$$m_s = Nf(s; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_c) \quad (s = 1, 2, \dots, k) \dots\dots(1),$$

whose values depend upon the c constants $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_c$; these are determined by fitting (1) to the sample observations. Then

$$\chi^2 = \sum_{s=1}^k \frac{(n_s - m_s)^2}{m_s} \dots\dots\dots(2).$$

If the method of fitting be such as to make χ^2 a minimum, then it may be shown that upon certain conditions the sampling distribution of this quantity will follow approximately the law

$$\phi(\chi^2) d\chi^2 = \text{constant} (\chi^2)^{\frac{k-c-3}{2}} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} d\chi^2 \dots\dots\dots(3).$$

Two of these conditions are as follows:

(a) That none of the expected frequencies m_s shall be too small.

(b) That the number of groups used in the process of fitting shall be the same as those used in calculating χ^2 .

* *Biometrika*, Vol. xx^A. pp. 263—294, "On the Use and Interpretation of Certain Test Criteria for purposes of Statistical Inference, Part II." Dr W. F. Sheppard in a paper of about the same date published in the *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. 228 A, pp. 115—150 has also discussed very fully the validity of the law of equation (3), and the assumptions upon which it is based.

It often happens that some of the frequency groups contain very few observations—as in the tails of many curves—yet for convenience in practice we use the full number of observed groups in the fitting. For simplicity this is almost essential when using the method of moments. We are therefore placed in a dilemma. It is true that if we regard our problem as that of testing the hypothesis that the observed sample has arisen in random sampling from a population whose group proportions are actually the values $p_s = m_s/N$ determined by fitting, then no error is involved in calculating χ^2 from a reduced number of groups, say k' , and entering the (P, χ^2) Tables with $n' = k'$. But if we look at the problem from the point of view of testing the adequacy of the law of equation (1) then we must decide the following point. Is less error involved by taking χ_1^2 from the full number of groups of which some are very small (neglecting condition (a)), and referring it to the distribution (3), i.e. entering Elderton's Tables with $n' = k - c$; or by taking a χ_1^2 from a smaller number of clubbed groups, k' , of which none is too small, and entering the Tables with $n' = k' - c$ (neglecting condition (b))? We do not propose to enter into the general theoretical problem, but believe as is so often the case that a discussion of some experimental results will throw light on the issues involved.

(1) *The Effect of combining Groups.*

In section (4) of our previous paper a sampling experiment was described in which the population law followed a cubic ($c = 3$), and the area under the curve was broken into 8 groups ($k = 8$). Random samples of 200 were drawn, the expected frequencies being

Group	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
	10.4	12.8	17.0	22.2	27.8	33.0	37.2	39.6	200.0

A cubic was fitted by the method of moments to each sample, the frequencies m_1, m_2, \dots, m_8 obtained, and the resulting distribution of χ_1^2 found. Within the errors of sampling this agreed satisfactorily with the distribution of equation (3), putting $k = 8, c = 3$. Suppose now that we use the same values of m obtained by fitting to 8 groups, but in calculating χ_1^2 club the groups together as follows:

Case (a); $k' = 7$, groups, $m_1 + m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8$.

Case (b); $k' = 6$, groups, $m_1 + m_2, m_3 + m_4, m_5, m_6, m_7, m_8$.

Case (c); $k' = 5$, groups, $m_1 + m_2, m_3 + m_4, m_5 + m_6, m_7, m_8$.

The resulting χ_1^2 distributions are shown in Table I, together with the theoretical distributions which would hold if we might use equation (3) with $k = k', c = 3$. First consider the mean values of χ_1^2 ; if the theory were adequate we should have

Case (a). Mean $\chi_1^2 = k' - c - 1 = 3.000$; standard error for 208 samples = 0.170.

Observed mean = 3.289.

Case (b). Mean $\chi_1^2 = k' - c - 1 = 2.000$ " " " " " = 0.139.

Observed mean = 2.311.

Case (c). Mean $\chi_1^2 = k' - c - 1 = 1.000$ " " " " " = 0.098.

Observed mean = 1.471.

The observed values are significantly and increasingly too great. If we examine Table I it is seen that this shows itself most clearly in a shortage of very small values of χ_1^2 . At the other end of the distributions where a knowledge of the form of the curve is the more important in practical testing, the disagreement is not so marked. If we level up the most serious discrepancy by combining the first two groups and test for goodness of fit with the groups indicated by the bracketings, the values of P given at the bottom of the Table are obtained.

TABLE I. *Sampling Experiment; Effect of combining certain Groups.*

χ_1^2	7 Groups		6 Groups		5 Groups	
	Observation	Theory	Observation	Theory	Observation	Theory
0-1	19	41.3	51	81.8	105.5	142.0
1-2	58 } 77	47.6 } 88.9	68.5 } 119.5	49.6 } 131.4	57.5 } 163	33.3 } 175.3
2-3	38	37.6	36.5	30.1	22	15.4
3-4	30	27.1	23	18.3	10	7.8
4-5	21	18.7	7	11.1	4	4.2
5-6	16	12.5	5 } 13	6.7 } 10.8	2 } 13	2.3 } 9.5
6-7	8 } 15	8.3 } 13.7	8 } 9	4.1 } 6.3	2 } 9	1.3 } 1.7*
7-8	7	5.4	5	2.5	5	1.7*
8-9	5	3.5	1	1.5		
9-10	3	2.2	3	2.3*		
10-11	2 } 11	1.4 } 9.5				
11-12	0	.9				
12-13	1	1.5*				
Goodness of Fit	χ^2 n' P	3.52 7 .740		6.77 6 .241		5.60 4 .136

These discrepancies are of course of the type we should expect to meet. An essential condition for entering the χ^2 Tables with $n' = k - c$ is that the χ_1^2 used shall be approximately the minimum value that can be obtained in fitting a distribution of the form of equation (1) to the observed frequencies classed into k groups. The observed values of χ_1^2 shown in Table I may now differ considerably from minimum values owing to our reducing the number of groups *after* the process of fitting. It is clear that some danger is involved in this procedure.

In the paper referred to above Sheppard has specially mentioned this point†, and suggested that the value of the constants found from the original tabulation may be used as first approximations in obtaining the values corresponding to the reduced grouping system. This is the ideal procedure, but it can rarely be followed in the course of ordinary work where a rough appreciation of the adequacy of the fit is all that is required. It should in fact be remembered that the groups we have combined in the illustration contain a large portion of the total frequency; in practice it is only the small tail groups of a fitted frequency curve that are usually

* These frequencies correspond to the remaining tail area of the theoretical curves.

† *Loc. cit.* p. 144.

clubbed together, and the χ^2 calculated from the resulting k' groups may still remain nearly the minimum χ^2 for the new system of grouping. If so, no serious error is involved in entering the Tables for Goodness of Fit with this χ^2 and $n' = k' - c$. In any case we may be certain on one point—that if this process shows a reasonable fit we may be content, since the true minimum χ^2 would show a better fit still.

(2) *The Case of very small Samples.*

The manner in which the χ^2 integral fails when the group frequencies become very small is a problem not yet fully explored. Each worker has no doubt his own lower limit—10, 8, 5?—for the size he will allow an expected frequency group, but he is probably not very clear why he has chosen that limit or what errors will be involved if it be exceeded. The following simple example is perhaps therefore of interest.

Suppose that repeated samples of 10 be taken from a population divided into 3 groups in proportions $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.5$, $p_3 = 0.3$. The expected frequencies will be $\tilde{m}_1 = 2$, $\tilde{m}_2 = 5$, $\tilde{m}_3 = 3$. There will be 66 possible types of sample n_1, n_2, n_3 , and for each of these it is easy to calculate

(a) The chance of occurrence, or

$$C = \frac{N!}{n_1! n_2! n_3!} (p_1)^{n_1} (p_2)^{n_2} (p_3)^{n_3} \dots\dots\dots(4).$$

(b) The value of χ^2 , or

$$\chi^2 = \frac{(n_1 - \tilde{m}_1)^2}{\tilde{m}_1} + \frac{(n_2 - \tilde{m}_2)^2}{\tilde{m}_2} + \frac{(n_3 - \tilde{m}_3)^2}{\tilde{m}_3} \dots\dots\dots(5).$$

(c) The likelihood as previously defined, or

$$\lambda = \left(\frac{\tilde{m}_1}{n_1}\right)^{n_1} \left(\frac{\tilde{m}_2}{n_2}\right)^{n_2} \left(\frac{\tilde{m}_3}{n_3}\right)^{n_3} \dots\dots\dots(6).$$

These possible samples may be represented by 66 discrete points in a two-dimensional space, with each of which is associated a value of C . When dealing with large samples these points increase in number and become so closely packed, that we can represent them and their associated C 's by a continuous density field,

$$D = D_0 e^{-\frac{1}{2}\chi^2} \dots\dots\dots(7).$$

In this field the contours of χ^2 correspond closely to the levels both of constant C and of constant λ . But we may ask how far in the case of samples of 10 is the χ^2 integral of any value? The position is indicated in Table II. The 66 types of sample have been arranged in descending order of C , and for each we give:

(a) P_c , the sum of the values of C lower than that associated with the sample, or the chance of drawing a less probable sample.

(b) P_{χ^2} , which for three groups is $e^{-\frac{1}{2}\chi^2}$, or the value of the χ^2 probability integral that would ordinarily be obtained from the Tables in the case of larger samples.

TABLE II. Measures of Probability in very small Samples.

n_1	n_2	n_3	P_c	P_{χ^2}	P_λ	n_1	n_2	n_3	P_c	P_{χ^2}	P_λ
3	5	2	.915	1.000	.915	7	2	1	.027	.022	.053
2	6	2	.844	.766	.724	0	9	1	.023	.035	.006
3	6	1	.844	.705	.653	7	3	0	.020	.017	.012
4	4	2	.709	.766	.795	0	5	5	.018	.024	.010
4	5	1	.709	.659	.532	6	1	3	.015	.035 x	.034
3	4	3	.589	.705	.858	5	1	4	.015	.038 x	.043
2	5	3	.589	.659	.596	1	3	6	.011	.006	.025
2	7	1	.482	.442	.448	2	2	6	.0090	.0066	.0266
5	4	1	.443	.362	.409	4	1	5	.0073	.0180 x	.0229
4	3	3	.409	.442	.498	7	1	2	.0058	.0140 x	.0155
1	7	2	.376	.344	.262	0	10	0	.0048	.0067	.0013
1	6	3	.344	.362	.319	0	4	6	.0039	.0037	.0036
5	3	2	.313	.344	.379	8	2	0	.0032	.0023	.0025
2	4	4	.285	.282	.350	3	1	6	.0025	.0037	.0050
4	6	0	.258	.282	.149	8	1	1	.0019	.0024	.0044
3	7	0	.233	.247	.114	1	2	7	.0015	.0004	.0033
3	3	4	.211	.247	.296	6	0	4	.0013	.0067	.0011
1	8	1	.189	.163	.195	7	0	3	.0011	.0044	.0007
5	5	0	.170	.189	.095	2	1	7	.0008 8	.0003 3	.0023 1
1	5	4	.151	.189	.244	5	0	5	.0006 8	.0044 4	.0008 9
2	8	0	.136	.127	.067	0	3	7	.0004 9	.0002 9	.0004 9
6	3	1	.120	.116	.228	8	0	2	.0003 7	.0012 7	.0002 6
5	2	3	.108	.163 x	.216	4	0	6	.0002 6	.0012 7	.0003 8
4	2	4	.098	.127	.185	9	1	0	.0001 6	.0001 8	.0001 6
6	4	0	.088	.074	.057	3	0	7	.0001 2	.0001 6	.0000 9
6	2	2	.079	.091	.140	9	0	1	.0000 84	.0001 58	.0000 49
2	3	5	.070	.060	.176	1	1	8	.0000 49	.0000 13	.0001 30
1	4	5	.062	.049	.088	0	2	8	.0000 20	.0000 11	.0000 20
0	7	3	.055	.116 x	.046	2	0	8	.0000 10	.0000 09	.0000 10
0	8	2	.048	.091 x	.036	10	0	0	.0000 04	.0000 09	.0000 02
1	9	0	.042	.038	.017	0	1	9	.0000 02	.0000 002	.0000 07
3	2	5	.037	.043	.082	1	0	9	.0000 001	.0000 002	.0000 001
0	6	4	.031	.074 x	.028	0	0	10	nil	.0000 0000 2	nil

(c) P_λ , the chance of obtaining a sample with a value of λ lower than that observed.

It will be seen that P_{χ^2} is on the whole a better approximation to P_c than to P_λ . In the most important region for tests of significance, namely between $P = .10$ and $.01$, a x indicates the cases of worst agreement between P_c and P_{χ^2} , but throughout the whole range the order of the values of the three P's can hardly be said to differ. Whether or no the χ^2 approximation will be considered here as satisfactory depends upon the degree of expectation entertained by the reader and the faith he has already placed in the test when dealing with very small samples, but the present authors must confess themselves pleasantly surprised to find so close an agreement in this rather extreme case.

(3) The Value of Minimum χ^2 in the Case of two Samples.

It is necessary to correct an error which was introduced into section (6) of our earlier paper. The problem was that of testing the hypothesis that two samples :

- the first of size N with group frequencies $n_1, n_2, \dots, n_t,$
- the second of size N' " " " " $n'_1, n'_2, \dots, n'_t,$

	I (a)		I (c)		I (d)		II (a)		II (b)		II (c)	
	n_s	n'_s	n_s	n'_s	n_s	n'_s	n_s	n'_s	n_s	n'_s	n_s	n'_s
Frequencies	24 43 33	58 67 75	24 43 33	64 56 80	24 43 33	67 50 83	10 18 22	12 17 21	10 18 22	15 24 11	10 18 22	17 25 8
Totals	100	200	100	200	100	200	50	50	50	50	50	50
χ^2 of (13) P	.4473		6.8473		10.1414		.2334		5.4864		9.3375	
	.7996		.0326		.0063		.8899		.0644		.0094	
χ^2 of (14) P	.4474		6.8673		10.1969		.2336		5.5238		9.4877	
	.7996		.0323		.0061		.8897		.0632		.0087	

Example	III (a)		III (b)		III (c)	
	n_s	n'_s	n_s	n'_s	n_s	n'_s
Frequencies	12 15 21 46 83 51 22 20 16 14	18 16 15 55 76 60 25 12 13 10	12 15 21 46 83 51 22 20 16 14	21 17 13 59 73 63 26 9 11 8	12 15 21 46 83 51 22 20 16 14	24 17 11 65 67 65 28 7 9 7
Totals	300	300	300	300	300	300
χ^2 of (13) P	7.2047		14.8771		24.7823	
	.6159		.0944		.0032	
χ^2 of (14) P	7.2406		15.0436		25.1712	
	.6121		.0698		.0028	

have been drawn from the same population, and we considered the deduction of the usual test from the point of view of the method of likelihood. In the notation employed, Ω is the set of all possible pairs of populations with group proportions p_s and p'_s ($s=1, 2, \dots, t$), while ω is the subset of Ω in which the pairs are identical, or $p_s = p'_s = q_s$ ($s=1, 2, \dots, t$). Then the likelihood that the samples have come from some particular member of ω is

$$\lambda = \frac{C_q}{C(\Omega_{\max.})} = \prod_{s=1}^t \left(\frac{Nq_s}{n_s}\right)^{n_s} \left(\frac{N'q'_s}{n'_s}\right)^{n'_s} \dots\dots\dots(8).$$

The expression (8) takes a maximum value when

$$q_s = (n_s + n'_s)/(N + N') = Q_s \quad (s=1, 2, \dots, t) \dots\dots(9).$$

If the sample group frequencies, however, are not too small, then the λ of (8) becomes approximately

$$\lambda = e^{-\frac{1}{2}\chi_1^2} \dots\dots\dots(10),$$

where

$$\chi_1^2 = \sum_{s=1}^t \left\{ \frac{(n_s - Nq_s)^2}{Nq_s} + \frac{(n'_s - N'q'_s)^2}{N'q'_s} \right\} \dots\dots\dots(11).$$

The values of q_s which make χ_1^2 a minimum, and therefore the λ of (10) a maximum, are not as we stated by an oversight those of (9), but may be easily shown to be

$$\begin{aligned} q_s &= \left(\sqrt{\frac{n_s^2}{N} + \frac{n_s'^2}{N'}} \right) / \left(\sum_{s=1}^t \sqrt{\frac{n_s^2}{N} + \frac{n_s'^2}{N'}} \right) \\ &= Q_s \sqrt{1 + \frac{x_s^2}{NN'Q_s^2}} / \left\{ \sum_{s=1}^t \left(Q_s \sqrt{1 + \frac{x_s^2}{NN'Q_s^2}} \right) \right\} = Q'_s \dots\dots\dots(12), \end{aligned}$$

where

$$n_s = NQ_s + x_s, \quad n'_s = N'Q'_s - x_s.$$

These values lead to

$$\text{Minimum } \chi_1^2 = \left\{ \sum_{s=1}^t \sqrt{\frac{n_s^2}{N} + \frac{n_s'^2}{N'}} \right\}^2 - N - N' \dots\dots\dots(13).$$

If the sample group frequencies be not too small, x_s^2 will be small compared with $NN'Q_s^2$, at any rate for deviations lying within the region of significant frequency. It follows that Q_s (9), and Q'_s (12), will not differ greatly, and the true minimum χ_1^2 of (13) will be almost the same as that ordinarily used in applying this test, namely

$$\chi_1^2 = \sum_{s=1}^t \left\{ NN' \left(\frac{n_s}{N} - \frac{n'_s}{N'} \right)^2 / (n_s + n'_s) \right\} \dots\dots\dots(14),$$

which is obtained by taking $q_s = Q_s = (n_s + n'_s)/(N + N')$, the value really maximising the λ of (8) not that of (10). The difference is of the order of approximation necessarily involved in any use of the χ^2 test. The numerical examples given in Table III, p. 303, illustrate this point; the difference between the two χ_1^2 's is greatest when there are many groups, but it is clear that no error of importance would arise by using one value of P rather than the other.

Summary.

There are several ways by which to approach and to interpret the χ^2 Tests for Goodness of Fit; in all cases the use of the final integral can be considered only as an approximation. In our previous paper we discussed the use of the method of likelihood and emphasised the difference between testing a simple and testing a composite hypothesis. In the first case we obtain an answer to the question, "could this sample have come from a certain exactly specified population?" In the second, to a somewhat different question, "could it have come from a population whose distribution follows a law of a certain type depending on several undetermined parameters?" In the latter case the scheme of the test does not allow for the frequency groups being clubbed together *after* the process of fitting has been carried out. We have illustrated the effect of this clubbing on the distribution of χ^2 on the data of our previous sampling experiment. In general it would not be easy to gauge numerically the extent of the error involved, but it will probably not be large if, as is customary, the groups which are combined contain only a small portion of the total frequency.

The point at which the χ^2 distribution becomes inadequate to express the sampling variation when dealing with very small frequency groups has not yet been fully investigated. The result of an examination of the position in the case of a sample of 10 drawn from a population divided into 3 groups, suggests that the approximation is much more satisfactory than might have been expected.

In a final section we have corrected an earlier misstatement, in connection with the test for comparing two samples, and shown in a few numerical examples how the difference between minimum χ^2 and the χ^2 of maximum likelihood is not of real significance—is in fact of the general order of the χ^2 approximations.

JERZY NEYMAN

(Z Zakładu Biometrycznego Instytutu im. M. Nenckiego, T. N. W.)

O Korelacji pomiędzy ilorazami o wspólnym mianowniku

Artykuł niniejszy ma na celu zwrócić uwagę na pewne błędy metodyczne dość często spotykane w naszych pracach statystycznych, szczególnie często w pracach poświęconych kwestjom ekonomiki gospodarstw wiejskich.

Nie mając zamiaru wdawać się w krytykę samych prac, tylko stosowanej w nich metody, będę rozważał jedno typowe zagadnienie.

Polega ono na zbadaniu zależności pomiędzy dochodem z gospodarstw, a rozmaitemi czynnikami na ten dochód wpływającymi, jak obszar, nakład, system gospodarowania i t. p. Jasnym jest, że czynniki te są wszystkie związane ze sobą i rozplątanie skomplikowanych zależności stanowi trudne zadanie statystyczne. Okoliczność ta jest ogólnie uznawana i omawiane wadliwe opracowanie materiału statystycznego ma właśnie na celu usunięcie zakłócającego wpływu zmienności obszaru na zmienność innych czynników gospodarczych, których współzależność chcielibyśmy poznać. I tak, jeśli materiał statystyczny zawiera dane o obszarze, nakładzie i dochodzie surowym z pewnej liczby gospodarstw, przyczem obszar ich jest bardzo różny, to dla ustalenia związku pomiędzy nakładem a dochodem obliczenie korelacji pomiędzy temi zmiennymi jest słusznie uważane za zabieg niewystarczający. Nie ulega bowiem wątpliwości, że wśród tych gospodarstw, które mają większy nakład (globalny), częściej spotykają się gospodarstwa o większych obszarach, wobec czego łatwe do skonstatowania zwiększenie przeciętnego dochodu może być związane całkowicie, lub chociaż tylko częściowo z obszarem a nie z nakładem.

Wspomniana wyżej metoda usuwania trudności, którą należy traktować jako konkurencyjną w stosunku do klasycznych metod

statystyki matematycznej, polega na przeliczeniu tak nakładu gospodarczego, jak i dochodu surowego na jednostkę obszaru gospodarstwa i na następnym obliczeniu korelacji pomiędzy ilorazami.

Metoda ta stosuje się nie tylko do badania zależności pomiędzy wymienionymi zmiennymi, lecz do całej masy innych przykładów, jak (1) wydatki na pracę pieszą a (2) obszar pod okopowami i t. d. W tym ostatnim przykładzie wartości obu zmiennych (1) i (2) dzieli się przez obszar gospodarstwa całkowity, względnie przez obszar użytków, później oblicza się korelację pomiędzy ilorazami.

Zobaczymy niżej, że stosowanie tej metody i wnioskowanie o istnieniu zależności pomiędzy np. nakładem a dochodem ze współczynnika korelacji pomiędzy ilorazami musi prowadzić do bardzo grubych błędów—zawsze z wyjątkiem niesłychanie rzadkich przypadków.

Omówmy tu jeszcze użyte wyżej słowo „zależność“. Słowo to i jego synonimy rozumieć będziemy w tym sensie, że ze zmianą np. nakładu w badanych gospodarstwach zmienia się przeciętny dochód. Może to zachodzić dlatego, że zmiana nakładu jest przyczyną zmiany dochodu, lub też dlatego, że nakład jest związany z jakimś jeszcze innym czynnikiem, który dopiero wpływa na dochód. Oczywiście związek pomiędzy nakładem a owym czynnikiem znów może nie posiadać charakteru przyczynowego.

Zdajmy sobie teraz sprawę z dokładnej treści zagadnienia o zależności np. pomiędzy nakładem a dochodem. Niewątpliwie interesującą jest tu kwestja, jakby się zmienił przeciętny dochód większej liczby gospodarstw, gdyby nakład w tych gospodarstwach uległ zmianie w jakimkolwiek kierunku,

a inne czynniki gospodarcze, m. in. i obszar, pozostały bez zmian.

Gdyby chodziło o gruntowne zbadanie kwestji, należałoby wziąć pod uwagę większą liczbę owych ustalonych czynników. Ograniczamy się do ustalenia jednego, mianowicie obszaru. W ten sposób zagadnienie nasze sprowadza się do pytania (*a*): jakby się zmienił dochód w gospodarstwach, gdyby powiększono w nich o pewną sumę α nakłady, a obszary pozostawiono bez zmian? Dokładnej odpowiedzi na to pytanie moglibyśmy oczekiwać chyba tylko w wyniku doświadczenia. Natomiast korzystając z danych statystycznych moglibyśmy odpowiedzieć na inne pytanie (*b*): o ile przeciętnie różnią się dochody w tych gospodarstwach, które mają ten sam obszar a nakłady—różne np. o α ?

Jasnym jest, że pytania (*a*) i (*b*) są bardzo różne, jednak jedyną co jest możliwe do osiągnięcia na drodze statystycznej, to jest właśnie odpowiedź na pytanie (*b*) i ekstrapolacja jej na pytanie (*a*).

Zaznaczyć należy, że i odpowiedź na pytanie (*b*) nie jest łatwą do osiągnięcia, jako że nadwyżka dochodu może być zależna i od ustalanego obszaru gospodarstwa, i od dotychczasowego nakładu. Innymi słowy, regresja dochodu względem nakładu może nie być prostolinijna i zależeć od rozmiaru gospodarstwa.

Pomijając kwestję trudności odpowiedzi podkreślmy raz jeszcze, że istotny sens badań statystycznych nad zależnością dochodu od nakładu zawiera się właśnie w pytaniu (*b*).

Dochód i nakład mogą być w odpowiedzi przeliczone na jednostkę obszaru, mogą być też podane w wartościach globalnych—to zasadniczego znaczenia nie posiada, bo mając jedną formę odpowiedzi, łatwo jest obliczyć drugą. Istotnym jest odnaleźć taki kompleks działań arytmetycznych, któryby prowadził do poprawnej odpowiedzi w tej lub innej formie.

Moje zadanie polega tu na wykazaniu, że kompleks działań, polegający na przeliczeniu w materiale statystycznym nakładu i dochodu na jednostkę powierzchni i na obliczeniu korelacji pomiędzy ilorazami, z reguły prowadzi do odpowiedzi błędnych.

Będę to robił zakładając sytuację uproszczoną, gdy regresje pomiędzy nakładem i dochodem z jednej strony, a obszarem z drugiej są liniowe, oraz, gdy korelacja pomiędzy nakładem a dochodem w gospo-

darstwach o tym samym obszarze jest od tego obszaru niezależna.

Wprowadźmy oznaczenia:

x oznaczać będzie obszar gospodarstwa

y " " całkowity nakład

z " " " dochód surowy

$u = \frac{y}{x}$ oznaczać będzie nakład przeliczony na jednostkę obszaru

$v = \frac{z}{x}$ oznaczać będzie dochód surowy przeliczony na jednostkę obszaru

$y(x)$ oznaczać będzie przeciętny nakład w gospodarstwach o obszarze x

$z(x)$ oznaczać będzie przeciętny dochód surowy w gospodarstwach o obszarze x .

Niech dalej

$$y(x) = a + bx \quad (1)$$

$$z(x) = c + dx \quad (2)$$

będą równania regresji odpowiednio y względnie x i z względnie x .

Treść powyższych założeń jest następująca. Gdybyśmy z ogółu branych pod uwagę gospodarstw wybrali te, które posiadają ten sam obszar x i obliczyli dla nich korelację pomiędzy nakładem a dochodem, to współczynnik korelacji r byłby zawsze ten sam, niezależnie od wartości x .

Ten właśnie współczynnik r stanowi przedmiot naszego zainteresowania, charakteryzuje on bowiem zależność pomiędzy nakładem a dochodem, po wyeliminowaniu zakłócającego wpływu obszaru.

Obliczmy teraz wartość współczynnika korelacji pomiędzy ilorazami u i v i zbadajmy, czy i w jakim stopniu jego wartość może służyć za źródło informacji o wartości r . Niech R oznacza współczynnik korelacji pomiędzy u i v . Dla obliczenia R korzystając będziemy ze znanego wzoru

$$R = \frac{\frac{1}{n} \sum u_i v_i - u_0 v_0}{\sigma_u \sigma_v}, \quad (3)$$

gdzie

n oznacza liczbę branych pod uwagę gospodarstw,

$\sum u_i v_i$ oznacza sumę iloczynów wartości ilorazów u i v , obliczonych dla wszystkich gospodarstw,

u_0 oznacza średnią arytmetyczną wartości u dla wszystkich gospodarstw,

v_0 oznacza średnią arytmetyczną wartości v dla wszystkich gospodarstw,

σ_u i σ_v oznaczają odpowiednio średnie odchylenia liczb u i v .

Obliczają się one ze znanych wzorów, np.

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{n} \sum u_i^2 - u_o^2. \quad (4)$$

Zacniemy od obliczenia średnich arytmetycznych u_o i v_o . Będziemy mieli

$$u_o = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i} \quad (5)$$

Ostatnią sumę rozczłonkujemy na tyle sum częściowych, ile będziemy mieli różnych wartości na x , przyczem mianowniki składników w każdej sumie częściowej będą posiadać tę samą wartość. Niech dalej n_x oznacza liczbę tych gospodarstw, które posiadają obszar równy x . Jasnym jest, że będzie to jednocześnie liczba składników w jednej z naszych częściowych sum. Wzór (5) będziemy mogli teraz napisać

$$u_o = \frac{1}{n} \sum_x \frac{1}{x} \sum_x y, \quad (6)$$

gdzie \sum_x oznacza sumę, rozciągającą się na gospodarstwa mające ten sam obszar x (x -ta suma y -ków), a $\sum_x \frac{1}{x}$ sumę, rozciągającą się na wszystkie różne wartości x .

Zauważmy teraz, że

$$\sum_x y = n_x y(x) = n_x (a + b_x). \quad (7)$$

gdyż $y(x)$ jest niczem innym tylko ilorazem $\sum_x y$ przez n_x .

Podstawiając (7) do (6) otrzymamy

$$u_o = \frac{1}{n} \sum_x \frac{a + b_x}{x} n_x = \frac{a}{n} \sum_x \frac{n_x}{x} + b. \quad (8)$$

Człon $\frac{1}{n} \sum_x \frac{n_x}{x}$ jest łatwy do zinterpretowania. Pod znakiem sumy mamy tu odwrotność wartości x pomnożoną przez liczbę tych gospodarstw, które mają ten sam obszar x . Jasnym jest, że człon ten jest średnią arytmetyczną odwrotności $\frac{1}{x}$, obliczoną dla wszystkich gospodarstw. Oznaczając ją przez $\left(\frac{1}{x}\right)_o$, będziemy mogli napisać wzór (8) w ostatecznej formie

$$u_o = a \left(\frac{1}{x}\right)_o + b. \quad (9)$$

Zupełnie analogicznie znajdziemy

$$v_o = c \left(\frac{1}{x}\right)_o + d. \quad (10)$$

Przejdźmy teraz do obliczenia wzorów $\frac{1}{n} \sum u_i^2$ i $\frac{1}{n} \sum v_i^2$, niezbędnych do wyznaczenia σ_u i σ_v . Suma

$$\sum u_i^2 = \sum \frac{y^2}{x^2} \quad (11)$$

daje się rozczłonkować na szereg sum częściowych, odpowiadających poszczególnym wartościom x , mianowicie

$$\sum u_i^2 = \sum_x \frac{1}{x^2} \sum_x y^2 \quad (12)$$

zupełnie podobnie jak to robiliśmy we wzorze (6). Oznaczmy przez ${}_x\sigma_y$ średnie odchylenie nakładów y w gospodarstwach o tym samym obszarze x .

Korzystając ze wzoru (4) będziemy mogli napisać

$${}_x\sigma_y^2 = \frac{1}{n_x} \sum_x y^2 - y^2(x) \quad (13)$$

Stąd

$$\sum_x y^2 = n_x [{}_x\sigma_y^2 + y^2(x)] \quad (14)$$

Podstawiając to wyrażenie do (12), będziemy mieli

$$\sum u_i^2 = \sum_x \frac{n_x [{}_x\sigma_y^2 + y^2(x)]}{x^2}. \quad (15)$$

Analogicznie

$$\sum v_i^2 = \sum_x \frac{n_x [{}_x\sigma_z^2 + z^2(x)]}{x^2}, \quad (16)$$

gdzie ${}_x\sigma_z$ oznacza średnie odchylenie dochodów z w gospodarstwach o tym samym obszarze x .

Wprowadźmy oznaczenia

$$n A^2 = \sum_x \frac{n_x {}_x\sigma_y^2}{x^2} \quad (17)$$

$$n B^2 = \sum_x \frac{n_x {}_x\sigma_z^2}{x^2} \quad (18)$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)_o = \frac{1}{n} \sum_x \frac{n_x}{x^2} \quad (19)$$

Zaznaczyć należy, że gdyby odpowiadające poszczególnym wartościom x prawa prawdopodobieństwa na y i na z były homosce-

dastyczne, to znaczy, gdyby $x\sigma_y$ i $x\sigma_z$ nie zależały od wartości x , wówczas mielibyśmy

$$x\sigma_y^2 = \sigma_y^2 (1 - r_{xy}^2), \quad (20)$$

$$x\sigma_z^2 = \sigma_z^2 (1 - r_{xz}^2), \quad (21)$$

gdzie σ_y i σ_z oznaczałyby średnie odchylenia wszystkich wogóle wartości na y i na z , a r_{xy} i r_{xz} — współczynniki korelacji pomiędzy x z jednej strony a y i z z drugiej. Korzystając ze wzorów od (15) do (19) oraz (1) i (2) będziemy mogli napisać:

$$\sum u_i^2 = n \left[A^2 + a^2 \left(\frac{1}{x^2} \right)_o + 2ab \left(\frac{1}{x} \right)_o + b^2 \right] \quad (22)$$

$$\sum v_i^2 = n \left[B^2 + c^2 \left(\frac{1}{x^2} \right)_o + 2cd \left(\frac{1}{x} \right)_o + d^2 \right] \quad (23)$$

Dzieląc (22) i (23) przez n i odejmując odpowiednio u_o^2 i v_o^2 , obliczone ze wzorów (9) i (10) otrzymamy z łatwością:

$$\sigma_u^2 = A^2 + a^2 \left[\left(\frac{1}{x^2} \right)_o - \left(\frac{1}{x} \right)_o^2 \right] = A^2 + a^2 \sigma_{\frac{1}{x}}^2 \quad (24)$$

$$\sigma_v^2 = B^2 + c^2 \left[\left(\frac{1}{x^2} \right)_o - \left(\frac{1}{x} \right)_o^2 \right] = B^2 + c^2 \sigma_{\frac{1}{x}}^2 \quad (25)$$

gdzie $\sigma_{\frac{1}{x}}$ oznacza średnie odchylenie odwrotności $\frac{1}{x}$. Gdyby prawa prawdopodobieństwa na y i na z były homoscedastyczne, to mielibyśmy

$$A^2 = \sigma_y^2 (1 - r_{xy}^2) \left(\frac{1}{x^2} \right)_o \quad (26)$$

$$B^2 = \sigma_z^2 (1 - r_{xz}^2) \left(\frac{1}{x^2} \right)_o \quad (27)$$

i wzory (24) i (25) uległyby odpowiedniej zmianie.

Do obliczenia współczynnika R pozostaje już tylko jeden krok, polegający na wyznaczeniu sumy iloczynów $\sum u_i v_i$. Rozszczerzymy ją również na sumy częściowe, odpowiadające poszczególnym wartościom na x :

$$\sum u_i v_i = \sum_x \frac{1}{x^2} \sum_x yz, \quad (28)$$

gdzie $\sum_x yz$ oznacza sumę iloczynów y przez z dla wszystkich gospodarstw, które mają ten sam obszar x . Suma ta interwenjuje w wyrażeniu na współczynnik korelacji r pomiędzy y i z po wyeliminowaniu zakłócającego wpływu obszaru i mianowicie

$$r = \frac{\frac{1}{n_x} \sum_x yz - y(x) z(x)}{x\sigma_y \cdot x\sigma_z} \quad (29)$$

Stąd mamy natychmiast

$$\sum_x yz = n_x (r x\sigma_y x\sigma_z + y(x) z(x)). \quad (30)$$

Oznaczmy jeszcze

$$n C^2 = \sum_x \frac{n_x x\sigma_y x\sigma_z}{x^2}. \quad (31)$$

Będziemy mogli teraz napisać, korzystając ze wzorów (28), (30), (31), (1) i (2):

$$\sum u_i v_i = n \left[C^2 r + ac \left(\frac{1}{x^2} \right)_o + (ad + bc) \left(\frac{1}{x} \right)_o + bd \right] \quad (32)$$

Gdyby prawa prawdopodobieństwa na y i na z były homoscedastyczne, wówczas mielibyśmy

$$C^2 = \left(\frac{1}{x^2} \right)_o \sigma_y \sigma_z \sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{xz}^2)} = AB \quad (33)$$

Możemy teraz obliczyć R . Mamy z łatwością:

$$R = \frac{C^2 r + ac \sigma_{\frac{1}{x}}^2}{\sqrt{(A^2 + a^2 \sigma_{\frac{1}{x}}^2)(B^2 + c^2 \sigma_{\frac{1}{x}}^2)}} \quad (34)$$

Przeoglądając wzory (34), (33), (20) i (21) widzimy, że tożsamość

$$R = r \quad (35)$$

ma miejsce gdy

$$a = c = 0 \quad (36)$$

oraz gdy prawa prawdopodobieństwa na y i na z są homoscedastyczne.

Gdyby miała miejsce tylko co najmniej jedna z równości (36), a warunek homoscedastyczności nie był spełniony, to R byłoby proporcjonalne do r . W obu tych przypadkach, to znaczy, gdy chociaż jedna z równości (36) jest spełniona, obliczając R możemy do pewnego stopnia zdać sobie sprawę z wartości r , który musi być identyczny ze znakiem R . Jeśli natomiast ani a ani c zeru się nie równają, to R może być zupełnie różne od r , tak co do wartości bezwzględnej, jak i co do znaku.

Powstaje teraz pytanie, jak często możemy przewidywać spełnienie jednej z równości (36). Zdaje się, że co do tego nie będzie dwóch zdań: w mojej praktyce nie spotkałem jeszcze przypadku, w którym wyraz wolny

w równaniu regresji byłby dokładnie równy zeru. Inna rzecz, że możnaby łatwo skonstruować sztuczny przykład, w którymby ta okoliczność zachodziła.

Jeśli chodzi o zagadnienia ekonomiczne, to można przytoczyć pewne dość przekonujące argumenty za tem, że równości (36) muszą się spełniać tylko w zupełnie wyjątkowych przypadkach.

Spełnienie takiej równości, np.

$$a = 0 \quad (37)$$

oznacza dokładną proporcjonalność przeciętnej wartości $y_{(x)}$ do wartości x . Czy proporcjonalność taka — dokładna — może istnieć w stosunku do jakiegokolwiek pary zmiennych cechujących gospodarstwa wiejskie? Czy można np. przypuszczać, że dwa razy większe gospodarstwa mają przeciętnie dokładnie dwa razy więcej koni, bydła rogatego, używają dwa razy więcej nawozów sztucznych, lub t. p.? Intuicja i doświadczenie nasuwają odpowiedź negatywną. Gdyby jednak nawet można było wskazać przykłady omawianej proporcjonalności, to pozostaje co najmniej wątpliwem, czy można z reguły stosować metodę, mogącą dać jako tako zadowalniające wyniki tylko w zupełnie wyjątkowych przypadkach, gdy natomiast istnieją inne metody, z reguły dające wyniki dobre.

Dla zorientowania się, w jaki sposób R może mieć inny znak od r zważmy, że znak R zależy od znaku stojącej w liczniku sumy

$$C^2 r + a c \sigma_{\frac{r}{x}}^2 \quad (38)$$

Liczby C^2 i $\sigma_{\frac{r}{x}}^2$ są zawsze dodatnie, natomiast iloczyn ac może być i dodatni i ujemny, zależnie od tego czy znaki a i c są te same, czy też różne. Wobec tego suma (38) może posiadać dowolny znak, niezależnie od znaku r , byleby iloczyn ac był dostatecznie wielki co do wartości bezwzględnej.

Jeśli $r=0$, a prawa prawdopodobieństwa na y i z są homoscedastyczne, to wzór (34) daje się napisać w formie

$$R = \frac{\pm 1}{\sqrt{\left(1 + \frac{\sigma_y^2 (1-r^2_{xy})}{a^2 \sigma_{\frac{r}{x}}^2} \left(\frac{r}{x^2}\right)_0\right) \left(1 + \frac{\sigma_z^2 (1-r^2_{xz})}{c^2 \sigma_{\frac{r}{x}}^2} \left(\frac{r}{x^2}\right)_0\right)}}, \quad (39)$$

gdzie znak *plus* odpowiada przypadkowi, gdy iloczyn ac jest dodatni, a znak *minus* — gdy jest on ujemny.

Ze wzoru tego skorzystamy dla zilustrowania, jak wielkie mogą wynikać nieporo-

zumienia, jeśli się zechce sądzić o związku pomiędzy zmiennymi y i z na podstawie współczynnika korelacji R . Przeróbmy mianowicie przykład skonstruowany w ten sposób by:

(1) y i z były w dodatniej korelacji z x i by odnośne regresje były prostolinijne;

(2) prawo prawdopodobieństwa y i z odpowiadające poszczególnym wartościom na x były homoscedastyczne;

(3) przy ustalonej wartości na x zmienne y i z były zupełnie niezależne, więc $r=0$.

Przykład jest fikcyjny, jednak układając go dobieierałem tak liczby, by wartości na x , y i z mogły być traktowane jako obszar gospodarstw w hektarach, nakład gospodarczy i dochód surowy. Samo przez się rozumie się, że założenie, iż po wyeliminowaniu wpływu obszaru dochód okazuje się niezależnym od nakładu, jest zupełnie nierealne. Układając przykład, miałem na celu pokazać namacalnie jak, sądząc o związku pomiędzy y i z na podstawie wartości współczynnika korelacji R , można wykryć ściśle zależności tam, gdzie one wogóle nie istnieją.

Wyobraźmy sobie, że posiadamy materiał statystyczny o dowolnej liczebności, przyczem wszystkie gospodarstwa rozpadają się według obszaru na pięć grup. Gospodarstwa grupy pierwszej mają obszar dokładnie równy 200 *ha*, gospodarstwa grupy drugiej — dokładnie 300 *ha* i t. d., wreszcie gospodarstwa grupy ostatniej mają obszar 600 *ha*.

Załóżmy, że wszystkie te grupy są jednakowo liczne i każda z nich dzieli się na trzy podgrupy według wysokości nakładu. I tak pierwsza grupa gospodarstw o obszarze 200 *ha* ma nakłady 250, 300 i 350 tysięcy złotych, które to nakłady charakteryzują podgrupy gospodarstw. Gdyby istniała (niezależna od wpływu obszaru) korelacja pomiędzy dochodem a nakładem, to przeciętne wartości dochodu musiałyby być w poszczególnych podgrupach różne. W naszym przykładowie zakładając będziemy, że okoliczność ta nie ma miejsca i że w każdej z podgrup (tworzących grupę pierwszą) gospodarstw można wyróżnić trzy jednakowo liczne klasy, w których dochód surowy wynosił odpowiednio 350, 400 i 450 tysięcy złotych. W ten sposób przeciętny dochód surowy w każdej podgrupie byłby ten sam, mianowicie 400 tysięcy złotych.

Ułożenie podgrup i klas w następnych grupach obszarowych będzie w naszym przykładzie identyczne z opisaniem ułożeniem

grupy pierwszej z tą różnicą, że odnośne pozycje w każdej następnej grupie będą wyższe o 50 000 zł. od analogicznych pozycyj w grupie poprzedniej.

Jasnym jest, że liczebność materiału w naszym przykładzie roli nie odgrywa, wobec czego dla prostoty możemy zakładać, że każda klasa gospodarstw zawiera tylko jedno gospodarstwo. W ten sposób cały materiał statystyczny zawierać będzie dane dotyczące $5 \times 3 \times 3 = 45$ gospodarstw.

Materiał ten podaje poniższa tablica I.

Tablica I

Nr	x ha	y zł.	z zł.	u	v	
1	200	250 000	350 000	1 250	1 750	Podgrupa I
2	"	"	400 000	"	2 000	
3	"	"	450 000	"	2 250	
4	300	300 000	350 000	1 500	1 750	Podgrupa II
5	"	"	400 000	"	2 000	
6	"	"	450 000	"	2 250	
7	350	350 000	350 000	1 750	1 750	Podgrupa III
8	"	"	400 000	"	2 000	
9	"	"	450 000	"	2 250	
10	300	300 000	400 000	1 000	1 333	i t. d.
11	"	"	450 000	"	1 500	
12	"	"	500 000	"	1 667	
13	350	350 000	400 000	1 167	1 333	
14	"	"	450 000	"	1 500	
15	"	"	500 000	"	1 667	
16	400	400 000	400 000	1 333	1 333	
17	"	"	450 000	"	1 500	
18	"	"	500 000	"	1 667	
19	400	350 000	450 000	875	1 125	
20	"	"	500 000	"	1 250	
21	"	"	550 000	"	1 375	
22	400	400 000	450 000	1 000	1 125	
23	"	"	500 000	"	1 250	
24	"	"	550 000	"	1 375	
25	450	450 000	450 000	1 125	1 125	
26	"	"	500 000	"	1 250	
27	"	"	550 000	"	1 375	
28	500	400 000	500 000	800	1 000	
29	"	"	550 000	"	1 100	
30	"	"	600 000	"	1 200	
31	450	450 000	500 000	900	1 000	
32	"	"	550 000	"	1 100	
33	"	"	600 000	"	1 200	
34	500	500 000	500 000	1 000	1 000	
35	"	"	550 000	"	1 100	
36	"	"	600 000	"	1 200	
37	600	450 000	550 000	750	917	
38	"	"	600 000	"	1 000	
39	"	"	650 000	"	1 083	
40	500	500 000	550 000	833	917	
41	"	"	600 000	"	1 000	
42	"	"	650 000	"	1 083	
43	550	550 000	550 000	917	917	
44	"	"	600 000	"	1 000	
45	"	"	650 000	"	1 083	

Przeglądając kolumny zatytułowane x , y i z , stwierdzamy z łatwością, że wewnątrz każdej grupy obszarowej zależność pomiędzy y i z nie istnieje, natomiast, że przeciętne wartości obu tych zmiennych wzrastają równomiernie w miarę wzrostu x . Kolumny piąta i szósta podają wartości ilorazów u i v — nakładu i dochodu przeliczonych na ha .

Rachując współczynnik korelacji pomiędzy u i v otrzymujemy z łatwością

$$u_0 = 1080, \quad v_0 = 1370, \quad (40)$$

$$\frac{1}{n} \sum u_i v_i = 1564667, \quad (41)$$

$$\sigma_u = 270, \quad \sigma_v = 379, \quad (42)$$

wreszcie

$$R = 0,83. \quad (43)$$

Ten sam wynik możnaby otrzymać ze wzoru (39). Łatwy rachunek wykazuje, że

$$\sigma_{\frac{y}{x}}^2 = 0.0000014176, \quad (44)$$

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)_0 = 0.0000098276. \quad (45)$$

Równania regresji y względem x i z względem x są, jak łatwo spostrzec:

$$y(x) = 200000 + 500x, \quad (46)$$

$$z(x) = 300000 + 500x. \quad (47)$$

Wobec czego

$$a = 200000, \quad (48)$$

$$c = 300000. \quad (49)$$

Wyrażenia

$$\sigma_y^2 (1 - r_{xy}^2) \quad \text{ i } \quad \sigma_z^2 (1 - r_{xz}^2) \quad (50)$$

dają się łatwo obliczyć, ponieważ są to kwadraty średnich odchyleń wartości y i z wewnątrz poszczególnych grup obszarowych. Wspólna ich wartość wynosi 166666667.

Podstawiając te liczby do wzoru (39), otrzymamy wynik identyczny z (43).

Wynik ten jest dość frapujący. Korelację powyżej 0,8 spotykamy w zjawiskach ekonomicznych względnie rzadko i gotowi byłibyśmy na jej podstawie wnosić, że związek pomiędzy rozważanymi czynnikami gospodarczymi (nakład i dochód) napewno istnieje. Wniosek taki byłby oczywiście błędny. Należy natomiast twierdzić, że istnieje ścisły

związek pomiędzy ilorazami u i v : mianowicie ten, że mają one wspólne mianowniki skorelowane z licznikami. Ale do wyciągnięcia tego wniosku obliczanie korelacji R jest zbędne.

Zaznaczyć należy zupełnie oczywisty zresztą fakt, że proste zestawienie przeciętnych wartości np. v z odpowiadającymi im wartościami u wykazałoby również istnienie

korelacji dodatniej. Tablica II przedstawia wartości obu zmiennych uporządkowane według wzrastających wartości u .

Gdyby praktyka nastęrczyła podobny przykład, niewątpliwie podzielilibyśmy cały materiał na kilka grup według wzrastających wartości u i obliczylibyśmy dla każdej grupy przeciętną wartość na v . Tablica III podaje takie zestawienie.

Tablica II

$u =$	750	800	833	875	900	917	1 000	1 125	1 167	1 250	1 333	1 500	1 750
v	917 1 000 1 083	1 000 1 100 1 200	917 1 000 1 083	1 125 1 250 1 375	1 000 1 100 1 200	917 1 000 1 083	1 333 1 500 1 667 1 125 1 250 1 375 1 000 1 100 1 200	1 333 1 500 1 667	1 125 1 250 1 375	1 333 1 500 1 667	1 750 2 000 2 250	1 333 1 500 1 667	1 750 2 000 2 250

Tablica III

	$700 \leq u < 900$	$900 \leq u < 1100$	$1100 \leq u < 1300$	$1300 \leq u < 1500$	$1500 \leq u < 1700$	$1700 \leq u < 1900$
Przeciętna wartość v	1 087	1 190	1 583	1 500	2 000	2 000

Łatwo jest spostrzec, że gdybyśmy od każdej wartości na y odjęli tę samą liczbę, np. 210 000 tak, by wyraz wolny w nowym równaniu regresji wypadł ujemny, zmienne y i z byłyby znów niezależne (pomijając wspólny związek z x), a współczynnik korelacji pomiędzy ilorazami R wypadłby ujemny.

Dotąd rozważaliśmy przykład, w którym zmienne y i z były niezależne, pomijając oczywiście wspólną dodatnią korelację z x . Przegrupowując nieco czwartą kolumnę tablicy I można łatwo skonstruować przykład, w którym niezakłócona wpływem x korelacja pomiędzy y i z byłaby ujemna.

Pierwsza grupa danych statystycznych w tym nowym przykładzie, odnosząca się do dziewięciu gospodarstw o obszarze 200 ha, przedstawiałaby się w sposób następujący:

Tablica IV

Nr	x	y	z	u	v
1	200	250 000	450 000	1 250	2 250
2	"	"	450 000	"	2 250
3	"	"	400 000	"	2 000
4	"	300 000	450 000	1 500	2 250
5	"	"	400 000	"	2 000
6	"	"	350 000	"	1 750
7	"	350 000	400 000	1 750	2 000
8	"	"	350 000	"	1 750
9	"	"	350 000	"	1 750

W porównaniu do tablicy I zmianie uległy tylko kolumny zatytułowane z i v . Ponieważ inne grupy, odpowiadające wyższym wartościom x , mogą być otrzymane z odnośnych grup tablicy I zupełnie w ten sam sposób, w jaki powstała podana w tablicy IV grupa pierwsza, ograniczymy się do dokładniejszego jej opisanie. Istotną jest tu okoliczność, że konstruując nowy przykład nie zmieniamy liczb, charakteryzujących grupy gospodarstw, odpowiadających różnym wartościom na x . Okoliczność ta pozwala na szybkie wykonanie rachunków niezbędnych do obliczenia R , przyczem możemy częściowo korzystać z wyników już poprzednio otrzymanych. Zmiany, jakie znajdujemy w tablicy IV, polegają tylko na innym porządku liczb w kolumnach czwartej i szóstej.

Chcąc by korelacja pomiędzy y i z (przy stałym x) była ujemna, gromadzimy dwie najwyższe w rozważanej grupie wartości na z (450 000) w podgrupie pierwszej i dodajemy jedną wartość następną co do wielkości. Przeciętna wartość z w tej podgrupie będzie zatem równa 433 333. W podgrupie następnej pozostawiamy ten sam skład gospodarstw co w tablicy I o przeciętnej wartości z , równej 400 000. Podgrupa trzecia otrzymuje wartości na z odpowiednio 400 000, 350 000 i 350 000 o przeciętnej równej 366 667.

W ten sposób, gdy x zachowuje stałą wartość 200 *ha*, wzrastającym wartościom na y odpowiadają malejące przeciętne wartości na z :

$$y = 250\ 000 \quad 300\ 000 \quad 350\ 000 \\ \text{przeciętna } z = 433\ 333 \quad 400\ 000 \quad 366\ 667.$$

W grupach następnych nowego przykładu sytuacja się powtarza. Łatwo jest stwierdzić, że współczynnik korelacji r pomiędzy y i z przy stałym x równy jest $-\frac{2}{3} = -0,66667$.

Gdyby praktyka nastęrczyła nam liczby takie, jakie zawiera nasz nowy przykład, nie byłoby zapewne wątpliwości, że czynniki reprezentowane przez zmienne y i z są intensywnie skorelowane w sensie ujemnym.

Wpływ wzrastających wartości x ogranicza się tu do podniesienia poziomu zmienności y i z , przyczem charakter tej zmienności i współzależności obu zmiennych pozostaje ten sam.

Do jakich wyników doszlibyśmy obliczając korelacje pomiędzy ilorazami u i v ?

Możnaby te rachunki łatwo przerobić. Gdybyśmy chcieli skorzystać z drogi bezpośredniej, wypadłoby obliczyć na nowo tylko jeden wyraz $\frac{1}{n} \sum u_i v_i$. Możnaby też rachować na podstawie wzoru (34), gdzie wypadłoby podstawić $r = -0,66667$. Obie drogi dają ten sam wynik

$$R = +0,72 \quad (51)$$

zupełnie naturalny w stosunku do ilorazów u i v i zupełnie fantastyczny, jeśli się go zechce interpretować jako miarę zależności pomiędzy y i z po wyeliminowaniu zakłócającego wpływu zmienności x .

Zaznaczyć należy wreszcie, że omówiona wyżej korelacja pomiędzy ilorazami o wspólnym mianowniku jest tylko jednym przykładem popularnych u nas błędów.

Istota błędu polega na tem, że chcąc zbadać związek pomiędzy zmiennymi y i z (przy ustalonym np. x) poszukiwana jest korelacja pomiędzy pewnemi funkcjami $f_1(x, y)$ i $f_2(x, z)$, przyczem wybór tych funkcyj kierowany jest wyłącznie intuicją. W rozważanym wyżej przykładzie funkcje f_1 i f_2 są ilorazami o

wspólnym mianowniku, jednak można przytoczyć przykłady i innych funkcyj. Tak np. w jednej ze świeżo opublikowanych prac autor zastanawia się nad związkiem pomiędzy ilością wyprodukowanego mleka, przeliczoną na 1 *ha*, a kosztami wyprodukowania jednego litra tegoż mleka i dochodzi do wartości współczynnika korelacji $-0,2$. Stąd wyciągany jest zupełnie prawdopodobny zresztą wniosek że „im większa produkcja mleka na 1 *ha*, tem niższe są koszty wyprodukowania jednego litra“.

Powtórzmy, wniosek jest prawdopodobny, ale argumentacja wadliwa. W samej rzeczy, oznaczmy przez x , y i z odpowiednio obszar badanych gospodarstw, ilość produkowanego mleka i globalny koszt produkcji tegoż mleka. Współczynnik korelacji $-0,2$ został obliczony dla ilorazów $u = \frac{y}{x}$ i $v = \frac{z}{y}$ i niepodobieństwem jest powiedzieć, czy ujemny znak nie jest wynikiem specjalnej struktury zmiennych u i v . Przecież każde przypadkowe odchylenie y in plus powiększa u i jednocześnie zmniejsza v , co samo przez się może dać w wyniku ujemną korelację, nawet jeśli „mleczność na *ha*“ i „opłacalność“ są zasadniczo w korelacji dodatniej. W ten sposób nawet znak korelacji nie jest pewny, nie mówiąc już o możliwości jakichś bardziej konkretnych wniosków o ewentualnym efekcie np. podniesienia produkcji mleka na koszty produkcji.

Przykładów takich możnaby przytoczyć bardzo dużo. Jako zupełne już kurjozum pozwolę sobie zacytować znane mi obliczenie współczynnika korelacji, w którym zestawiane były zmienne

$$u = \sqrt{x(y-z)} \quad \text{i} \quad v = x-y,$$

gdzie x , y i $y-z$ oznaczają odpowiednio dochód surowy z gospodarstwa, nakład gospodarczy i kosztą gospodarcze. Z odnośnego tekstu nie jest przytem jasne, czy przypadkiem wszystkie liczby nie zostały poprzednio „przeliczone na 1 *ha*“. Otrzymany współczynnik korelacji ma w mniemaniu autora charakteryzować współzależność pomiędzy intensywnością gospodarowania a dochodem czystym.

J. NEYMAN

(Laboratoire biométrique, Institut Nencki, Soc. Scient. ac Litt. Varsoviensis)

La corrélation entre les quotients au dénominateur commun

(R é s u m é)

Le but du présent aperçu est de déduire la formule pour le coefficient de corrélation entre les deux variables u et v , assujetties aux conditions suivantes:

a. Les deux variables sont des quotients au dénominateur commun x

$$u = \frac{y}{x}, v = \frac{z}{x} \quad (1)$$

b. Les variables y et z sont en corrélation avec x . Les regressions respectives sont linéaires et sont représentées par les équations suivantes:

$$y(x) = a + bx \quad (2)$$

$$z(x) = c + dx \quad (3)$$

c. Pour x ayant une valeur constante, les variations de y et z sont homoscédastiques avec les écarts moyens quadratiques σ_y et σ_z respectivement.

d. Pour x ayant une valeur constante, les variables y et z sont en corrélation mutuelle et leur coefficient de corrélation r est indépendant de la valeur fixée de x .

Sous ces conditions le coefficient de corrélation, R , entre u et v est donné par la formule

$$R = \frac{C^2 r + ac \sigma_{\frac{1}{x}}^2}{\sqrt{(A^2 + a^2 \sigma_{\frac{1}{x}}^2)(B^2 + c^2 \sigma_{\frac{1}{x}}^2)}} \quad (4)$$

ou

$$A^2 = \left(\frac{1}{x^2}\right)_o \sigma_y^2; B^2 = \left(\frac{1}{x^2}\right)_o \sigma_z^2; C^2 = \left(\frac{1}{x^2}\right)_o \sigma_y \sigma_z \quad (5)$$

$\sigma_{\frac{1}{x}}$ étant l'écart moyen de $\frac{1}{x}$ — l'inverse de la variable x et $\left(\frac{1}{x^2}\right)_o$ — la moyenne de $\frac{1}{x^2}$.

Certains auteurs calculent les corrélations telles que R dans le but d'établir des connexions entre des facteurs mesurés par y et z , dans des cas où ces variables sont fortement influencées par x . C'est le cas p. ex. où x représente l'aire d'une ferme et y et z — certains deux caractères de celle-ci. En considérant la formule (4) on voit aisément que dans les cas où

$$a \neq 0, c \neq 0 \quad (6)$$

(ce qui serait plutôt de règle) aucun résultat correct ne saurait être obtenu en tirant des conclusions de la valeur de R . Ce qu'il importe de connaître, c'est la valeur de r , et celle-là peut différer de R , même dans son signe.

Le tableau I dans le texte polonais contient un exemple, dans lequel pour x ayant une valeur constante, les variables y et z sont complètement indépendantes l'une de l'autre, tandis que $R = +0,83$.

Le tableau IV indique un autre exemple où $r = -\frac{2}{3}$, et $R = +0,72$.

[Zakład Fizjologii Instytutu im. Nenckiego T. N. W.]

Wł. Niemierko.

Oznaczenie chloru w drobnych ilościach tkanek.

Chlorbestimmung in kleinen Gewebemengen.

Rękopis nadestany w dniu 10. XI. 1931 r.

Es wird eine Methode zur Chlorbestimmung in kleinen Gewebemengen ausgearbeitet, welche es erlaubt, neben Chlor auch andere Mineralbestandteile in derselben Substanzmenge zu bestimmen. Das Prinzip der Methode besteht im Folgenden.

Das nach Zerstörung des Gewebes mittels konz. HNO_3 erhaltene Silberchlorid wird in Ammoniak aufgelöst und mittels Ammoniumsulfid das Schwefelsilber gefällt. Nach Auflösung des Schwefelsilbers in verdünnter Salpetersäure wird das entstandene Silbernitrat titrimetrisch bestimmt und aus der Silbermenge die entsprechende Chlormenge berechnet.

Die Analyse wird in folgender Weise ausgeführt. Die abgewogene Substanzmenge wird in einem Zentrifugerörchen mit mehreren ccm konz. Salpetersäure und ein paar Tropfen 10% AgNO_3 -Lösung versetzt, auf dem Wasserbade 30 — 40 Minuten lang erwärmt und das ausgeschiedene Silberchlorid abzentrifugiert. (Die überstehende Flüssigkeit kann, nach Fällung des Silberüberschusses mittels Salzsäure, zur Bestimmung der übrigen Mineralbestandteile nach BIAŁASZEWICZ ('27) verarbeitet werden). Das Silberchlorid wird zweimal mit verdünnter Salpetersäure ausgewaschen, zentrifugiert und in 2 — 3 ccm 10% Ammoniak gelöst. Nach Zugabe von 2 — 3 Tropfen 10% KNO_3 -Lösung wird das Silber mittels ammoniakalischer Ammoniumsulfidlösung unter Erwärmen als Ag_2S gefällt, zentrifugiert, zweimal mit destilliertem Wasser ausgewaschen und zentrifugiert, und nach Absaugen des letzten Washwassers in heisser verdünnter Salpetersäure aufge-

łöst. Das entstandene Silbernitrat wird endlich nach VOLHARD mittels Kaliumrhodanidlösung titriert.

Die Genauigkeit der Methode wurde an einer reinen NaCl-Lösung geprüft, wobei man für die Chlormengen von 0.1 bis 31 mg eine Ausbeute von 97.1% und einen mittleren Fehler von $\pm 2.3\%$ erhielt (Tab. I). Die beschriebene Methode wurde mit derjenigen von VOLHARD an einer Harnchlorbestimmung verglichen, und man hat gut übereinstimmende Werte bekommen (Tab. II). Die Bestimmungen des Chlors in Geweben ergaben einen mittleren Fehler der Parallelanalysen von 3 — 5% (Tab. III), wobei auch die zum Gewebe hinzugesetzten NaCl-Mengen mit guter Genauigkeit wiedergefunden worden waren (Tab. IV).

Większość używanych obecnie w biochemji metod do oznaczania chloru opiera się na zasadzie stosowanej w metodzie KORÁNYI'EGO ('97). Metoda ta polega na spopieleniu tkanki kwasem azotowym z dodatkiem azotanu srebra i na oznaczeniu powstałego chlorku srebra. Metoda KORÁNYI'EGO w czasach późniejszych uległa dla celów mikroanalizy licznym modyfikacjom, które głównie się sprowadzały do rozmaitych sposobów miareczkowego oznaczenia nadmiaru dodanego srebra. Miareczkowanie to odbywa się zwykle według VOLHARDA i wymaga dość dokładnego spopielenia tkanki. Ogrzewanie zatem substancji z kwasem azotowym musi trwać nieraz kilkanaście godzin i więcej. W celu przyspieszenia procesu spopielenia próbowano dodawać silnie utleniające substancje, jak np. KMnO_4 , istnieje jednak w tym przypadku obawa możliwości powstania wolnego chloru, co spowodowałoby straty w oznaczeniu tego pierwiastka. Powyższe metody posiadają tę jeszcze niedogodność, że uniemożliwiają oznaczenie w jednej i tej samej próbce substancji obok chloru i innych składników mineralnych.

W opracowanej przeze mnie modyfikacji metody KORÁNYI'EGO

w przeciwieństwie do wyżej omawianych, oznacza się nie nadmiar dodanego AgNO_3 , lecz srebro związane z chlorem jako AgCl . W ten sposób w pozostałej cieczy można oznaczyć wszystkie inne składniki mineralne.

Zasada metody jest następująca: powstały podczas ogrzewania tkanki z kwasem azotowym i azotanem srebra chlorek srebra rozpuszcza się w amonjaku i z roztworu tego zapomocą siarczku amonu strąca się Ag_2S . Siarczek srebra należy do bardzo nielicznych soli srebrowych nierozpuszczalnych w amonjaku, łatwo natomiast rozpuszcza się w gorącym rozcieńczonym kwasie azotowym. Wytworzony w ten sposób azotan srebra daje się oznaczyć miareczkowo metodą VOLHARDA. Z oznaczonej ilości srebra oblicza się następnie odpowiadającą jej ilość chloru.

Analiza trwa około 2 godzin, nie wymaga specjalnej aparatury i pozwala na oznaczenie chloru w ilościach od 0.1 do 30 mg z dokładnością 3 — 5%.

Opis metody.

Odważoną ilość substancji umieszcza się w probówkach do wirowania, dodaje się parę kropeł 10% roztworu azotanu srebra, kilka cm^3 stężonego kwasu azotowego i ogrzewa się na łaźni wodnej¹⁾. Po upływie 15 — 20 minut ciecz staje się klarowną i strącony AgCl zbija się w kłaczkę. Nadal ogrzewamy jeszcze przez 30 minut, poczem osad odwirowujemy, dwukrotnie przemywamy wodą dystylowaną, zakwaszoną niewielką ilością kwasu azotowego (oddzielony roztwór wraz z wodą po przemyciu chlorku srebra służy do oznaczania pozostałych składników mineralnych) i rozpuszczamy w kilku cm^3 10% amonjaku. Po rozpuszczeniu osadu dodajemy do roztworu kilka kropeł 10% KNO_3 , 1 — 2 cm^3 amonjakalnego roztworu siarczku amonowego i ostrożnie ogrzewamy na łaźni wodnej przez 5 — 10 minut. Strącony w powyżej opisany sposób Ag_2S daje się z łatwością odwirować, przemywa

¹⁾ Podczas tej czynności wydziela się zwykle znaczna ilość gazów, które powodują obfite pienienie się mieszaniny; należy przeto początkowo dodawać niewielką tylko ilość HNO_3 (0.5 — 1.0 cm^3), ostrożnie następnie ogrzewać mieszając pałeczką i dopiero wówczas, gdy pienienie się znacznie ustawać, dodać jeszcze kilka cm^3 HNO_3 . Ogrzewać dalej.

się go następnie dwukrotnie wodą dystylowaną i rozpuszcza się na gorąco w kilku cm³ rozcieńczonego kwasu azotowego. W otrzymanym roztworze AgNO₃ oznaczamy srebro zapomocą miareczkowania rodankiem potasowym. Jako indykator służy nasycony roztwór alunu żelazowego. Zależnie od zawartości chloru używa się roztworu KCNS o rozmaitem stężeniu: dla ilości Cl od 1 — 5 mg stosowano roztwór $\frac{1}{35.5}$ m (1 cm³ odpowiada 1 mg Cl), w przypadku mniejszych ilości Cl (0.1 — 1.1 mg) stosowano roztwór KCNS pięciokrotnie słabszy, w przypadku ilości Cl powyżej 5 mg odpowiednio stężony.

Oznaczenie innych składników mineralnych w roztworze pozostałym po oddzieleniu chlorku srebra odbywa się (po uprzednim strąceniu nadmiaru srebra kwasem solnym i odwirowaniu powstałego AgCl) według BIALASZEWICZA (27).

Dokładność metody.

Dokładność metody sprawdzona została przede wszystkim na czystym roztworze NaCl. Otrzymane wyniki podane są w tab. I. Przy oznaczaniu więc ilości chloru od 0.1 do 31.5 mg znaleziono średnio 97.1% ilości obliczonej, przy czem średni błąd oznaczenia wynosił $\pm 2.3\%$.

Tabela I.

Oznaczenie chloru w roztworze NaCl.
Chlorbestimmung in NaCl - Lösung.

Obliczona ilość Cl <i>Berechnete Menge Cl</i>	Znaleziona ilość Cl <i>Gefundene Menge Cl</i>		Obliczona ilość Cl <i>Berechnete Menge Cl</i>	Znaleziona ilość Cl <i>Gefundene Menge Cl</i>	
	mg	%		mg	mg
0.105	0.097	92.0	0.630	0.599	94.7
0.210	0.202	96.5	1.05	1.05	100.0
0.210	0.195	93.2	2.10	2.05	97.6
0.210	0.200	95.5	2.10	2.05	97.6
0.315	0.294	93.6	3.15	3.14	99.6
0.315	0.307	97.5	3.15	3.05	96.8
0.420	0.415	98.8	5.25	5.18	98.7
0.420	0.407	97.0	5.25	5.16	98.3
0.420	0.405	96.4	10.50	10.34	98.5
0.525	0.519	98.8	10.50	10.36	98.7
0.525	0.523	99.5	15.75	15.45	98.1
0.525	0.520	99.0	21.00	20.30	96.7
0.525	0.490	93.5	26.25	25.04	95.4
0.630	0.620	98.3	31.50	31.00	98.6
				Przeciętnie <i>Mittelwert:</i>	97.1%
				Błąd: <i>Fehler:</i>	$\pm 2.3\%$

Oznaczenie chloru przeprowadzone w moczu wykazało bardzo niewielkie wahania w równoległych analizach. Jak widać z tab. II, otrzymane wyniki są zgodne z liczbami, uzyskanymi zapomocą metody VOLHARDA.

Tabela II.

Oznaczenie chloru w moczu.

Chlorbestimmung im Harn.[w 1 cm³ moczu — 4.48 mg Cl (oznaczono wedł. Volharda)].

[1 ccm Harn — 4.48 mg Cl (bestimmt nach Volhard)].

Ilość moczu <i>Harnmenge</i>	Znaleziono Cl <i>Gefundene Menge Cl</i>	
	mg	W odsetkach ilości ustalonej met. Volharda <i>In % der nach Volhard gefundenen Menge</i>
cm ³	mg	%
0.50	2.23	99.5
0.50	2.24	100.0
1.00	4.36	97.3
1.00	4.34	96.8
1.00	4.39	98.0
1.00	4.39	98.0
1.50	6.61	99.0
1.50	6.57	98.2

Oznaczenie chloru w rozmaitych tkankach zwierzęcych również wykazało niewielkie wahania w równoległych analizach. Średni błąd oznaczenia wynosił 3 do 5%. Celem umożliwienia dokładniejszego porównania wyników wykonano oznaczenia na materiale wysuszonym i drobno sproszkowanym. Tab. III podaje jedną z seryj analiz, przeprowadzonych na mięśniach żaby. Średni błąd oznaczenia wynosi tu $\pm 3\%$.

Tabela III.

Oznaczenie chloru w mięśniach żaby.

Chlorbestimmung im Froschmuskel.

Ilość substancji <i>Substanzmenge</i>	Znaleziono Cl <i>Gefundene Menge Cl</i>	
	mg	%
g	mg	%
0.254	0.66	0.253
0.248	0.64	0.254
0.341	0.93	0.268
0.514	1.31	0.256
0.518	1.31	0.254
0.877	2.12	0.242
0.722	1.88	0.260
1.103	2.76	0.250
	Przeciętne: <i>Mittelwert:</i>	0.255 $\pm 3\%$

Dodane do poprzednio analizowanej substancji określone ilości chloru (w postaci roztworu NaCl) można było następnie wykryć z dość dużą dokładnością. Wyniki analiz tych podane są w tab. IV.

Tabela IV.

Oznaczenie chloru dodanego do tkanki.
Bestimmung der zu Gewebe hinzugesetzten Chlormengen.

Ilość substancji	Teoretyczna zawartość Cl	Dodana ilość Cl	Znaleziono Cl	
			<i>Gefundene Chlormenge</i>	
<i>Substanz- menge</i>	<i>Theoretischer Chlorgehalt</i>	<i>Zugesetzte Chlormenge</i>		w odsetkach do- danej ilości <i>in % der zugesetzten Menge</i>
mg	mg	mg	mg	%
320	0.82	1.00	1.78	96
417	1.06	1.00	2.01	95
406	1.03	2.00	3.08	103
632	1.63	2.00	3.55	97

Streszczenie.

1°. Opracowana została metoda do oznaczenia chloru w drobnych ilościach tkanek.

2°. Metoda pozwala na oznaczenie obok chloru w tej samej próbie materiału również innych składników mineralnych.

3°. Metoda została sprawdzona dla ilości chloru od 0.1 do 30 mg. Średni błąd oznaczenia wynosi 3 — 5%.

Piśmiennictwo.

Białaszewicz K. 1927. O składzie mineralnym komórek jajowych. Prace Inst. im. Nenckiego. 3. Korányi A. 1897. Physiologische und klinische Untersuchungen über den osmotischen Druck tierischer Flüssigkeiten. Zeitschr. f. klin. Medic. 33 (1).

KAROLINA IWASZKIEWICZ

(Z Zakładu Biometrycznego Instytutu im. M. Nenckiego, T. N. W.)

Opłacalność obszaru, nakładu gospodarczego i Kapitału inwestowanego w Krowach w drobnych gospodarstwach wiejskich

I. W s t ę p

W wykonanej w Zakładzie Biometrycznym Instytutu im. M. Nenckiego i oddanej obecnie do druku pracy W. Pytkowskiego p. t. *Zależność dochodu surowego od obszaru, nakładu i kapitału krów w drobnych gospodarstwach wiejskich* badane są pewne zagadnienia, które będą przedmiotem rozważań w pracy niniejszej. Musimy jednak zacząć od ustalenia terminologii.

Wyobraźmy sobie, że wśród ogółu drobnych gospodarstw w Polsce została wyróżniona pewna grupa, którą oznaczmy sobie literą G_1 , w skład której wchodzi wszystkie gospodarstwa, mające ten sam nakład gospodarczy y , ten sam kapitał inwestowany w krowach (dla krótkości będziemy mówili kapitał krów) c oraz ten sam obszar x . Będziemy dla krótkości nadal mówili, że grupa taka jest jednolitą pod względem nakładu, kapitału krów i obszaru¹.

Obok grupy G_1 wyróżnimy sobie w myśl inną grupę G_2 gospodarstw, również jednolitą pod względem nakładu, kapitału krów i obszaru, i różniącą się od poprzedniej tylko pod względem obszaru, który ma być o jeden hektar większy $x + 1$.

Tak więc wszystkie gospodarstwa należące do obu grup posiadają ten sam nakład i kapitał krów. Jedynym z pośród trzech rozważanych czynników gospodarczych, który ma w obu grupach inne wartości, jest tedy

obszar. Rzecz jasna, że wyniki gospodarowania mogą być w poszczególnych gospodarstwach obu grup bardzo różne. Jest jednak interesujące porównać średni dochód surowy z z gospodarstw należących do grupy G_1 ze średnim dochodem gospodarstw grupy G_2 . Oznaczmy przez $M_{zx.cy}$ różnicę pomiędzy temi średnimi dochodami obliczonymi dla obu grup. Ponieważ — jak to już podkreślaliśmy — obie grupy różnią się tylko pod względem obszaru, który jest w drugiej o jednostkę większy, przeto liczbę $M_{zx.cy}$ możemy uważać za średnią wartość przyrostu dochodu surowego z w i ą z a n ą z jednostkowym przyrostem obszaru. Jest to t. zw. średni przyrost jednostkowy lub — w klasycznej terminologii — cząstkowy współczynnik regresji z względem x przy ustalonych wartościach c i y .

Ze względu na intuicyjność będziemy nadal nazywali współczynnik $M_{zx.cy}$ średnią opłacalnością dodatkowego hektara przy ustalonym kapitale krów i nakładzie.

Zupełnie podobnie, rozważając dwie grupy gospodarstw jednolite pod względem obszaru, nakładu i kapitału krów, przyczem ten ostatni byłby w grupie drugiej większy o jakąś jednostkę, np. o 100 zł. niż w pierwszej, zdefiniowalibyśmy liczbę $M_{zc.xy}$. Byłoby to średnią opłacalnością nadwyżki kapitału krów przy ustalonym obszarze i nakładzie i t. p. Usprawiedliwienie takiego wyśłowienia jest następujące. Wyobraźmy sobie, że obliczenia dały $M_{zx.cy} = 50$ zł., czyli że

¹ Wyrazy: nakład gospodarczy, dochód surowy i kapitał w krowach rozumiane są tu w sensie Laura. Zaznaczyć należy, że żadna z tych wielkości nie jest przeliczona na jednostkę powierzchni. Patrz w tej kwestji: J. Neyman *O korelacji pomiędzy ilorazami o wspólnym mianowniku*. *Kwartalnik Statystyczny*, <http://rcin.org.pl>

przeciętny dochód w gospodarstwach grupy G_2 okazał się o 50 zł. wyższy niż takiż dochód w grupie G_1 . Mogłoby to pochodzić z rozmaitych powodów, np. dlatego że w gospodarstwach grupy G_2 hodowano więcej drobiu, który podwyższył dochód. Jednak pomiędzy wszystkimi możliwymi przyczynami stwierdzanej nadwyżki należy wymienić — i może wcześniej od innych — okoliczność, że gospodarstwa grupy G_2 posiadają o jeden hektar więcej ziemi. Nie jest wcale wykluczone, że zwyżka dochodu, której istotną przyczyną jest dodatkowy hektar, jest dużo większa, a okoliczność, iż z rachunku wypadło tylko 50 zł., związana jest z jakąś inną przyczyną, która pomniejszyła dochodowość gospodarstw G_2 . Dokąd jednak ta przyczyna nie została ujawniona, nie pozostaje nam nic innego prócz stwierdzenia, że zwyżce obszaru o jednostkę stwarzący przeciętna zwyżka dochodu równa 50 zł., więc że sprawy przedstawiają się tak jak gdyby dodatkowy hektar był tej zwyżki dochodu przyczyną. Stąd wyrażenie „opłacalność dodatkowego hektara“, które będziemy stosować do $M_{zx.cy}$. Po ustaleniu tej terminologii będziemy mogli krótko sformułować interesujące nas zagadnienia zaczerpnięte z pracy W. Pytkowskiego.

Zagadnienie (a) polega na obliczeniu $M_{zx.cy}$ czyli średniej opłacalności jednego dodatkowego hektara. Dalsze zagadnienia w tejże pracy są podobne. Polegają one

(b) na wyznaczeniu średniej opłacalności zwyżki kapitału krów przy ustalonym obszarze i nakładzie,

(c) na wyznaczeniu średniej opłacalności zwyżki nakładu przy ustalonym obszarze i kapitale krów.

Jasnym jest, że wartości każdego z wymienionych współczynników np. $M_{zx.cy}$ mogą zależeć od ustalonych wartości pozostałych zmiennych, więc np. c i y . W samej rzeczy, można oczekiwać, że efekt dołączenia jednego hektara do gospodarstwa uboższego w nakład będzie dużo mniejszy, niż ten sam efekt w przypadku, gdy powiększane jest gospodarstwo bogate i t. p. Z tych względów praca W. Pytkowskiego zawiera zestawienia obliczonych współczynników regresji z ustalonym każdorazowo nakładem (pierwsza klasyfikacja) oraz z ustalonym obszarem gospodarstw (druga klasyfikacja). Tablice 1 i 2 przedstawiają tę część wyników W. Pytkowskiego, które nas będą poniżej zajmowały.

Tablica 1.

Nakład w zł. od — do <i>Frais en zlotys de — à</i>	Reprezentacja grup województw w klasach w % <i>Représentation des groupes de départements en classes en %</i>				$M_{zx.cy}$ w zł.	$M_{zy.cy}$ w zł.
	zachodnie <i>de l'ouest</i>	wschodnie <i>de l'est</i>	centralne <i>du centre</i>	południowe <i>du sud</i>		
1 290,5—1 590,5	0,0	28,5	9,5	62,0	68	6,82
1 590,5—1 890,5	0,0	22,9	22,9	54,2	9	1,52
1 890,5—2 190,5	0,0	28,6	17,8	56,6	87	36,18
2 190,5—2 490,5	6,6	18,0	29,5	45,9	15	27,55
2 490,5—2 790,5	1,7	18,3	45,0	35,0	99	88,49
2 790,5—3 090,5	1,3	26,9	33,3	38,5	68	43,00
3 090,5—3 390,5	5,0	25,0	28,3	41,7	58	19,67
3 390,5—3 690,5	4,2	21,3	29,8	44,7	80	2,82
3 690,5—3 990,5	4,8	7,1	47,6	40,5	157	83,98
3 990,5—4 290,5	5,5	22,2	41,7	30,6	123	—28,44
4 290,5—4 590,5	11,8	20,6	38,2	29,4	140	56,99
4 590,5—4 890,5	8,6	14,3	60,0	17,1	157	50,18
4 890,5—5 190,5	27,8	8,3	44,4	19,5	57	30,07
5 190,5—5 790,5	21,3	10,6	46,8	21,3	105	133,49

Tablica 2.

Obszar w ha od—do <i>Superficie en ha de—à</i>	Reprezentacja grup województw w klasach w % <i>Représentation des groupes de départements en classes en %</i>				$M_{zx.cy}$	$M_{zx.x}$	$M_{zy.cy}$	$M_{zy.x}$
	zachodnie <i>de l'ouest</i>	wschodnie <i>de l'est</i>	centralne <i>du centre</i>	południowe <i>du sud</i>				
2—3	9,1	0,0	18,2	72,7	—7	71	74	73
3—4	6,5	0,0	28,3	65,2	59	88	68	74
4—5	4,3	2,1	29,8	63,8	74	120	80	99
5—6	4,2	6,4	38,3	51,1	76	131	90	102
6—7	3,6	7,3	43,6	45,5	68	157	115	133
7—8	11,4	7,5	39,6	41,5	142	204	70	91
8—9	6,7	8,9	44,4	40,0	61	186	111	124
9—10	4,4	15,6	48,9	31,1	24	136	144	149
10—11	15,4	28,2	30,8	25,6	90	245	148	171
11—12	15,2	19,6	32,6	32,6	1	85	167	167
12—14	19,3	21,1	40,3	19,3	128	289	115	160
14—16	12,2	28,6	36,8	22,4	155	321	136	192
16—18	15,8	26,3	42,1	15,8	24	204	166	172
18—20	23,3	40,0	33,4	3,3	35	204	162	174

Zostały one osiągnięte na podstawie danych buchalteryjnych z 804 gospodarstw, które w roku gospodarczym 1927—28 prowadziły rachunkowość pod kontrolą Wydziału Ekonomiki Drobnych Gospodarstw Państwowego Instytutu Rolniczego w Puławach. W konsekwencji wyprowadzane z nich wnioski stosują się, ściśle mówiąc, tylko do tego roku. Niemniej można na ich podstawie stworzyć pewne hipotezy o charakterze ogólniejszym, które jednak wymagać będą sprawdzenia na jakimś nowym materiale.

Dla wykrycia zależności pomiędzy ustalonymi wartościami nakładu i obszaru a przeciętną opłacalnością innych czynników gospodarczych cały materiał poddano dwukrotnej klasyfikacji, przy czem raz do po-

szczególnych klas zaliczono gospodarstwa, mające praktycznie ten sam nakład, a drugi — gospodarstwa mające praktycznie ten sam obszar. Do każdej z tych klas stosowano następnie rachunki korelacji wielorakiej i w ten sposób obliczono liczby podane w tablicach 1 i 2.

Pierwsze rubryki obu tych tablic podają ustalony, charakterystyczny dla poszczególnych klas gospodarstw nakład (tabl. 1), względnie obszar (tabl. 2). Cztery następne rubryki charakteryzują skład poszczególnych klas gospodarstw, a mianowicie w rubryce 2 podany jest odsetek należących do danej klasy gospodarstw, pochodzących z grupy województw zachodnich, w rubryce następnej — odsetek gospodarstw pochodzących z grupy województw wschodnich i t. d. W dalszych rubrykach zaczynając od 6 podane są współczynniki regresji. Dla regresji dochodu względem obszaru podane one są w złotych w stosunku do jednego hektara (przeciętna opłacalność jednego dodatkowego hektara), natomiast dla regresji dochodu względem nakładu i kapitału krów — w stosunku do 100 złotowej nadwyżki obu tych pozycji: są to więc przeciętne opłacalności nadwyżek nakładu i kapitału krów równych stu złotym.

Przeglądając poszczególne rubryki współczynników regresji np. rubrykę $M_{zy.x}$ (tablica 2), stwierdzamy, że zmiany, jakie zachodzą w wartości tego współczynnika w miarę jak wrażliwość obszar gospodarstw, posiadają charakter systematyczny — abstrahując oczywiście od nieuniknionych wahań, spowodowanych stosunkowo małą liczebnością poszczególnych klas. Nasuwa się przytem wniosek, że opłacalność nadwyżek nakładu wzrasta w miarę wzrastania obszaru.

Wniosek ten (i kilka podobnych) jest sformułowany przez W. Pytkowskiego z tem zastrzeżeniem, że zmiany w wartościach współczynników regresji mogą być związane również z systematycznie zmieniającą się reprezentacją poszczególnych dzielnic Polski w kolejnych klasach. Tak np. (tabl. 2) gospodarstwa najmniejsze pochodzą najczęściej z grupy woj. południowych, których reprezentacja systematycznie maleje w miarę wzrostu ustalonego w klasach obszaru. Odwrotnie rzecz się ma z reprezentacją województw wschodnich i t. p.

Ponieważ gospodarstwa pochodzące z różnych dzielnic różnią się wzajemnie pod wieloma względami poza branżami pod uwagę w pracy W. Pytkowskiego (obszar, nakład i kapitał krów), przeto powstaje zaga-

dnienie, czy można łączyć obserwowane zmiany w wartościach współczynników regresji tylko ze zmieniającym się nakładem (względnie obszarem) gospodarstw, czy też odwrotnie, rozporządzałe dane upoważniają do jakichś wniosków, że na zmienność tę wpływały jakieś inne czynniki gospodarcze, nieuwzględnione przez W. Pytkowskiego, a charakterystyczne dla poszczególnych dzielnic.

Z drugiej strony może się okazać, że brak widocznego związku pomiędzy niektórymi współczynnikami regresji a zmiennymi cechami poszczególnych klas (np. ma to miejsce w stosunku do przeciętnej opłacalności dodatkowego hektara, która nie wykazuje wyraźnej tendencji w miarę wzrostu nakładowości gospodarstw), związany jest ze zmiennym składem poszczególnych klas. Innymi słowami, związek ten mógłby może jasno wystąpić, gdyby reprezentacja poszczególnych dzielnic we wszystkich klasach była ta sama. Oczywiście, że najlepszą byłaby sytuacja, gdyby badania nad opłacalnością mogły być robione dla poszczególnych dzielnic osobno. Niestety jest to zupełnie wykluczone ze względu na szczupłość materiału.

Praca niniejsza ma na celu uzupełnienie wyników W. Pytkowskiego przez zbadanie, czy i w jakim stopniu posiadane obecnie materiały upoważniają do wniosków, że opłacalność rozważanych trzech czynników gospodarczych (obszar, nakład i kapitał krów) jest inna w różnych dzielnicach Polski. Druga część zadania polega na t. zw. wyrównaniu wyników zestawionych w naszych tablicach 1 i 2, to znaczy na obliczeniu najprawdopodobniejszych wartości współczynników regresji po wyeliminowaniu nieuniknionych wahań przypadkowych.

II. Metoda

Dla uzyskania odpowiedzi na postawione wyżej pytania była rozważana korelacja wieloraka pomiędzy każdym ze współczynników, cechujących interesującą nas opłacalność z jednej strony a czterema innymi zmiennymi, oznaczanymi niżej x_1, x_2, x_3 i x_4 — z drugiej. x_1 oznacza wszędzie wartość ustalonej cechy, charakterystycznej dla klasy. W stosunku do opracowania tablicy 1 będzie to nakład, a w stosunku do tablicy 2 — obszar.

Trzy pozostałe zmienne charakteryzują reprezentację czterech dzielnic Polski w poszczególnych klasach. W stosunku do klasyfikacji według nakładu x_2, x_3 i x_4 ozna-

czają % gospodarstw pochodzących z dzielnic zachodnich, wschodnich i centralnych. (Jasnym jest, że wymienianie odsetka gospodarstw pochodzących z dzielnicy czwartej jest zbędne, jako że byłoby to uzupełnienie sumy $x_2 + x_3 + x_4$ do 100).

Trudno jest zgóry przewidzieć, jaki jest charakter powierzchni regresji każdej z interesujących nas „opłacalności“ względem zmiennych x_i . Nie ulega jednak kwestji, że aproksymować te powierzchnie należy zapomocą powierzchni najprostszych, a to przez wzgląd na bardzo małą liczbę osobników, któremi są klasy gospodarstw w tablicach 1 i 2. Z tych względów regresje odnoszące się do tablicy 1 aproksymowane były zapomocą funkcji linjowych względem wszystkich czterech zmiennych. Jak wiadomo, zadanie to polega na zminimalizowaniu sumy

$$S^2 = \sum (M - a_0 - a_1 x_1 - a_2 x_2 - a_3 x_3 - a_4 x_4)^2 \quad (1)$$

rozciągającej się na wszystkie układy jednoczesnych wartości wszystkich pięciu zmiennych.

Posługiwanie się linjową funkcją do aproksymowania powierzchni regresji w przypadkach odnoszących się do tablicy 2, w których jako jedna ze zmiennych występuje obszar gospodarstw, było uznane za nieodpowiednie, ponieważ prosty rzut oka na przebieg liczb M w tablicy 2 wystarcza do zauważenia krzywoliniowości odpowiedniej regresji. Wobec tego, dla aproksymowania regresji została w tym przypadku użyta funkcja, będąca wielomianem stopnia drugiego względem x_1 i stopnia pierwszego względem x_2, x_3 i x_4 . Minimalizowaliśmy więc sumę kwadratów

$$S^2 = \sum (M - a_0 - a_1 x_1 - a_2 x_1^2 - a_3 x_2 - a_4 x_3 - a_5 x_4)^2 \quad (2)$$

Oznaczmy dużemi literami te wartości interwenjujących w obu sumach współczynników a , które nadają tym sumom wartości

$$\begin{aligned} A_0 n &+ & & + A_2 \sum x_1^2 & & & = 0, \\ & A_1 \sum x_1^2 + A_2 \sum x_1^3 & + A_3 \sum x_1 x_2 & + A_4 \sum x_1 x_3 & + A_5 \sum x_1 x_4 & = \sum M x_1, \\ A_0 \sum x_1^2 + A_1 \sum x_1^3 & + A_2 \sum x_1^4 & + A_3 \sum x_1^2 x_2 & + A_4 \sum x_1^2 x_3 & + A_5 \sum x_1^2 x_4 & = \sum M x_1^2, \\ & A_1 \sum x_1 x_2 + A_2 \sum x_1^2 x_2 & + A_3 \sum x_2^2 & + A_4 \sum x_2 x_3 & + A_5 \sum x_2 x_4 & = \sum M x_2, \\ & A_1 \sum x_1 x_3 + A_2 \sum x_1^2 x_3 & + A_3 \sum x_2 x_3 & + A_4 \sum x_3^2 & + A_5 \sum x_3 x_4 & = \sum M x_3, \\ & A_1 \sum x_1 x_4 + A_2 \sum x_1^2 x_4 & + A_3 \sum x_2 x_4 & + A_4 \sum x_3 x_4 & + A_5 \sum x_4^2 & = \sum M x_4, \end{aligned} \quad (5)$$

Przyczem dla krótkości zamiast różnicy $x_i - \bar{x}_i$ wydrukowano jest wszędzie x_i i zamiast różnicy $M - \bar{M}$ krótko M .

najmniejsze. Jeśli więc S_0 ma oznaczać minimum sumy (1) lub (2), to będziemy mieli

$$S_0 = \sum (M - A_0 - A_1 x_1 - A_2 x_2 - A_3 x_3 - A_4 x_4)^2 \quad (3)$$

względnie

$$S_0 = \sum (M - A_0 - A_1 x_1 - A_2 x_1^2 - A_3 x_2 - A_4 x_3 - A_5 x_4)^2 \quad (4)$$

Metoda obliczania współczynników A podawana jest obecnie w wielu źródłach, z których jako mniej szczegółowe technicznie, lecz zato najbardziej dokładne co do umotywowania, wymienić należy książkę Markowa i—jako bardziej szczegółowe co do strony arytmetycznej—książkę R. A. Fishera¹. Z tego względu możnaby tu uniknąć wszelkich dalszych objaśnień, gdyby nie okoliczność że u Markowa nie znajdujemy metody sprawdzania hipotezy, iż istotna wartość jakiegoś współczynnika równa się np. zeru, co będzie nas specjalnie interesować, oraz że z drugiej strony, w odnośnym ustępie w książce Fishera znajduje się pewne drobne przeoczenie, które jednak może posiadać znaczenie zasadnicze, a w każdym razie—być powodem nieporozumień. Zmuszeni tedy jesteśmy przedstawić pokrótce metodę obliczania współczynników A . Wystarczy oczywiście mówić o minimalizowaniu sumy (2), ponieważ ma ona postać bardziej ogólną od sumy (1).

Biorąc pochodne od S_0 względem każdego zmiennego współczynnika i przyrównując je do zera, otrzymujemy sześć równań stopnia pierwszego względem sześciu niewiadomych A , które, jak to widać na pierwszy rzut oka, upraszczają się znacznie, gdy założymy, że początek układu współrzędnych przeniesiony został do punktu o współrzędnych x_1, x_2, x_3, x_4 i \bar{M} , gdzie kreseczki nad literami oznaczają średnie arytmetyczne zaobserwowanych wartości odnośnych zmiennych.

Uproszczone w ten sposób formy równań są następujące:

¹ A. A. Markow. *Isczislienie wjerofatnostiej*. Moskwa 1930.
R. A. Fisher. *Statistical Methods for Research Workers*. Londyn 1930, wyd. 3.

Rozwiązywać równania (5) można bądź bezpośrednio dla każdego interesującego nas współczynnika regresji M , bądź też, co jest bardziej dogodnie, korzystając z własności wyznaczników. Oznaczmy przez Δ wyznacznik powyższego układu równań, a przez Δ_{ik} — minor odpowiadający wyrazowi stojącemu na przecięciu i -tej kolumny i k -tego wiersza. Będziemy mieli

$$A_i = \frac{1}{\Delta} (\Delta_{i2} \sum (M - \bar{M})(x_1 - \bar{x}_1) + \Delta_{i3} \sum (M - \bar{M})(x_1 - \bar{x}_1)^2 + \Delta_{i4} \sum (M - \bar{M})(x_2 - \bar{x}_2) + \Delta_{i5} \sum (M - \bar{M})(x_3 - \bar{x}_3) + \Delta_{i6} \sum (M - \bar{M})(x_4 - \bar{x}_4)) \quad (6)$$

dla każdego $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Rachowanie tym sposobem wymaga obliczenia wszystkich minorów, które jednak mogą być, w razie potrzeby, wykorzystane kilkakrotnie. Ponieważ więc rozważaliśmy regresję czterech współczynników $M_{sc.xy}$, $M_{sc.x}$, $M_{sy.cx}$ i $M_{sy.x}$ zawsze względem tego samego układu wartości pozostałych zmiennych, przeto opłaciło się korzystać z formy rozwiązania (6), do którego to równania podstawiano za każdym razem odpowiednio sumy iloczynów

$$\sum (M - \bar{M})(x_i - \bar{x}_i)^m.$$

Wyniki tych rachunków podane są niżej. Tu zastanowimy się nad tem, jaki jest związek pomiędzy liczbami A_i a interesującym nas zagadnieniem ekonomicznym.

Wyobraźmy sobie, że, badając regresję opłacalności kapitału krów i minimalizując sumę (2), otrzymaliśmy dodatnią wartość na A_3 . Gdyby rachunki odnosiły się do bardzo licznego materiału statystycznego, moglibyśmy wnosić, że regresja opłacalności krów względem x_2 jest dodatnia. Oznaczałoby to, że powiększenie w jakiejś klasie odsetka gospodarstw pochodzących z grupy woj. zachodnich podwyższa wartość współczynnika regresji $M_{sc.xy}$. Ponieważ podwyższenie odsetka gospodarstw woj. zachodnich może (przy stałych x_3 i x_4) odbywać się tylko kosztem pomniejszenia odsetka gospodarstw z woj. centralnych, wnosilibyśmy dalej, że średnia opłacalność nadwyżki kapitału krów przy ustalonym obszarze i nakładzie jest na zachodzie większa niż w centrum Polski.

Niestety, rachunki nasze opierają się na stosunkowo małym materiale, jakkolwiek z punktu widzenia trudności zbierania jest

on bardzo znaczny. Niewątpliwie, gdyby zamiast 804 gospodarstw, które zostały faktycznie zbadane, wziąć jakąś inną taką samą grupę, to rachunki wypadłyby inaczej i powstaje pytanie czy hipoteza, — oznaczmy ją H — iż istotna wartość współczynnika A_3 (to znaczy wartość odnosząca się do ogółu gospodarstw w Polsce) nie jest dodatnią (jak to nam wypadło z rachunku), jest niewiarogodna¹. Gdyby okazało się, że niebezpieczeństwo pomyłki przy odrzuceniu tej hipotezy było małe, moglibyśmy uważać, że posiadane przez nas dane świadczą za tem, iż istotnie opłacalność kapitału krów w zachodnich województwach jest większa niż w centralnych. Z drugiej strony, gdyby wypadło z rachunków, że prawdopodobieństwo pomyłki przy odrzucaniu hipotezy H jest duże, to musielibyśmy stwierdzić iż posiadane przez nas dane są niewystarczające do wypowiedzenia chociaż mniej więcej katerycznego sądu o różnicy pomiędzy opłacalnością nadwyżki kapitału krów w grupach województw zachodnich i centralnych.

Dla obliczenia prawdopodobieństwa (a właściwie górnego kresu prawdopodobieństwa) pomyłki przy odrzucaniu hipotezy H że istotna wartość współczynnika $A_i \leq 0$, gdy jego obliczona wartość jest > 0 (lub odwrotnie), możnaby korzystać albo z tablic całki „Studenta“, podanych w cytowanej już książce R. A. Fishera, albo, co jest dużo wygodniej, z tablic opublikowanych przez K. Pearsona², mianowicie z tablicy XXV (str. 169). Dla korzystania z tej ostatniej tablicy należy wyznaczyć

$$z^2 = \frac{A_i^2 \Delta}{S_0 \Delta_{ii}} \quad (7)$$

gdzie S_0 — przypomnijmy to — jest minimalną wartością sumy (2). Ze względu na ważność tej cechy zbiorczej oraz na niezbędną kontrolę wszystkich rachunków, należy z zasady obliczać S_0 dwoma niezależnymi sposobami, które opiszemy niżej.

z^2 jest jednym z dwu argumentów tablicy całki „Studenta“. Drugim argumentem jest tak zwana „liczba stopni swobody“. W przypadku hipotez, dotyczących współczynników regresji liczba stopni swobody równa jest liczbie zbadanych osobników (w naszym przypadku będzie to liczba klas gospodarstw) mniej liczby współczynników A_i w równaniu

¹ Ogólne informacje o metodach sprawdzania hipotez znajdzie czytelnik w publikacji J. Neymana a *Pracynnek do teorii wiarogodności hipotez*. *Kwartalnik Statystyczny*, 1929, t. IV, str. 1-20.
² K. Pearson: *Tables for Statisticians and Biometicians*, Part. II, Cambridge 1931.

regresji¹. W książce R. A. Fishera całka „Studenta” jest stabilaryzowana według wartości liczby stopni swobody. Natomiast w tomie II tablic Pearsona argumentem jest

$$n = \text{liczba stopni swobody} + 1 \quad (8)$$

Wreszcie dodać należy, że w tej ostatniej tabelicy podany jest nie bezpośrednio interesujący nas górny kres prawdopodobieństwa pomyłki przy odrzucaniu hipotezy H , tylko jego dopełnienie do jedynki.

Streszczając powyższe, możnaby krótko powiedzieć, że metoda naszego badania polega na obliczeniu równań regresji i na sprawdzeniu hipotez, że istotne wartości współczynników są równe zeru lub mają znaki odmienne od obliczonych.

Pozostaje jeszcze do zauważenia, że sumę S_0 można rachować (1) bezpośrednio, to znaczy odejmując od każdej empirycznej wartości współczynnika M odpowiednią wartość M' , obliczoną z równania regresji

$$M' = A_0 + A_1x_1 + A_2x_1^2 + A_3x_2 + A_4x_3 + A_5x_4, \quad (9)$$

podnosząc otrzymane w ten sposób różnice do kwadratu i sumując. (2) Pośrednią drogą

$$M'_{z.x.cy} = \bar{M}_{z.x.cy} - 0,002827 \cdot (x_1 - \bar{x}_1) + 0,09823 \cdot (x_2 - \bar{x}_2) - 2,41921 \cdot (x_3 - \bar{x}_3) + 0,76800 \cdot (x_4 - \bar{x}_4). \quad (11)$$

Interwenjujące w tem równaniu przeciętne mają wartości

$$\bar{M}_{z.x.cy} = 39,23429 \text{ zł} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= 3401,21 \text{ zł} \\ \bar{x}_2 &= 7,04286 \text{ „} \\ \bar{x}_3 &= 19,47143 \text{ „} \\ \bar{x}_4 &= 35,34286 \text{ „} \end{aligned} \quad (13)$$

Sądząc bezpośrednio z równania (11) możnaby wnosić, że (1) średnia opłacalność dodatkowego hektara spada o *ca* 0,002827 zł, gdy nakład gospodarczy jest większy o 1 zł. Podwyższe nakładu o 100 zł. odpowiadałoby więc przeciętne obniżenie opłacalności dodatkowego hektara o *ca* 28 gr.

(2) Współczynnik przy $(x_2 - \bar{x}_2)$ można interpretować jako wskazówkę, że gdyby w jakiejś klasie gospodarstw o tym samym nakładzie zwiększyć reprezentację województw zachodnich o 1% a zmniejszyć o tyleż repre-

zentację południowych, to przeciętna opłacalność obszaru wzrosłaby o *ca* 10 gr.

$$S_0 = \sum (M - \bar{M})^2 - A_1 \sum (M - \bar{M})(x_1 - \bar{x}_1) - A_2 \sum (M - \bar{M})(x_1 - \bar{x}_1)^2 - A_3 \sum (M - \bar{M})(x_2 - \bar{x}_2) - A_4 \sum (M - \bar{M})(x_3 - \bar{x}_3) - A_5 \sum (M - \bar{M})(x_4 - \bar{x}_4). \quad (10)$$

Jeśli obie metody dają wyniki różne, oznacza to obecność błędów w rachunkach.

Powyższe objaśnienia dotyczą przypadku gdy do aproksymowania regresji stosowana była funkcja stopnia drugiego. Wykreślając wszędzie człony z A_2 oraz trzecie równanie z układu (5), otrzymamy metodę, dotyczącą przypadku gdy funkcja jest liniowa.

III. Wyniki

Wyniki rachunków przedstawiać będziemy kolejno względem każdego ze współczynników, cechujących opłacalność poszczególnych czynników gospodarczych.

(a) Dla współczynnika $M_{z.x.cy}$, cechującego opłacalność jednego dodatkowego hektara otrzymane zostało następujące równanie regresji:

zencją południowych, to przeciętna opłacalność obszaru wzrosłaby o *ca* 10 gr.

(3) Analogiczne zwiększenie o 1% reprezentacji województw wschodnich kosztem południowych pomniejszyłoby średnią opłacalność dodatkowego hektara o *ca* 2.42 zł.

(4) Wreszcie zwiększenie o 1% reprezentacji województw centralnych kosztem reprezentacji południowych spowodowałoby powiększenie opłacalności dodatkowego hektara o *ca* 77 gr.

Pozostawiając interpretację ekonomiczną tych wyników odnośnym specjalistom, zajmniemy się kwestią ich pewności w odniesieniu do ogółu gospodarstw w Polsce.

Jak już wspominaliśmy, wynikające z naszych rachunków współczynniki ulegają przypadkowym wahaniom i nie jest wcale wykluczonym, że np. istotna wartość współczynnika przy $(x_1 - \bar{x}_1)$ jest zerem, albo nawet liczbą dodatnią, w którym to przypadku powyższy wniosek (1) o maleniu opłacalności dodatko-

¹ A nie jak zapewne przez niedopatrzenie podaje Fisher; liczbie spostrzeżeń mniej liczba rozważanych zmiennych. Ta reguła stosowałaby się tylko do przypadku, gdy funkcja aproksymowana jest liniowa.

wego hektara w miarę podnoszenia się nakładu byłby fałszywy. O stosunku naszym do tego wniosku decyduje zatem wiarygodność hipotezy H , że istotna wartość współczynnika przy $(x_1 - \bar{x}_1)$ nie jest ujemna i byłibyśmy skłonni wniosek ten przyjąć, gdyby niebezpieczeństwo pomyłki przy odrzucaniu hipotezy H było małe.

Dla ustosunkowania się do hipotezy H postępujemy, jak to było opisane wyżej, i obliczamy

$$z^2 = 0,0012 \quad (14)$$

Korzystając z tablic Pearsona, odczytujemy dalej górny kres prawdopodobieństwa, że odrzucając hipotezę H popełnimy błąd. Ponieważ liczba zbadanych osobników (klas gospodarstw) jest 14, a liczba współczynników w liniowym równaniu regresji równa jest 5, przeto liczba stopni swobody jest

$$14 - 5 = 9 \quad (15)$$

a argument n w tablicy Pearsona jest równy 10. Odnośny górny kres prawdopodobieństwa pomyłki przy odrzucaniu hipotezy H jest — jak to wynika z tablicy — większy od 0,4. Jakkolwiek małość i wielkość prawdopodobieństwa jest rzeczą względną, tym razem zapewne nie będzie rozbieżności zdań co do tego, iż nie mamy dostatecznych podstaw do odrzucania hipotezy H — wszak mogliśmy przy podobnych sądach mylić się częściej niż 4 razy na 10.

Wobec powyższego należy uznać, że posiadany materiał statystyczny nie upoważnia do wydawania jakichkolwiek sądów o związku pomiędzy opłacalnością dodatkowego hektara a wysokością nakładu powiększane go gospodarstwa. Wobec niemożności stwierdzenia tego związku przyjmujemy, że przeciętny efekt dołączenia jednego hektara jest ten sam, niezależnie od tego czy rozważane gospodarstwa mają nakład duży czy mały.

Poświęciliśmy tak dużo miejsca rozważaniu ważności współczynnika przy $(x_1 - \bar{x}_1)$ dla

$$M'_{z.c.xy} = \bar{M}_{z.c.xy} + 0,03976 \cdot (x_1 - \bar{x}_1) - 6,240 \cdot (x_2 - \bar{x}_2) - 1,553 \cdot (x_3 - \bar{x}_3) - 0,251 \cdot (x_4 - \bar{x}_4) \quad (16)$$

gdzie $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ i \bar{x}_4 mają te same wartości co powyżej a

$$\bar{M}_{z.c.xy} = 87,357 \text{ zł.} \quad (17)$$

Przypomnijmy: $M_{z.c.xy}$ oznacza średnią opłacalność dodatkowych 100 zł. ulokowanych w krowach w gospodarstwach

tego by umożliwić sobie skróty przy rozważaniu innych. Ograniczymy się nadal tylko do podawania wartości na z^2 i na górny kres prawdopodobieństwa pomyłki przy odrzucaniu hipotez typu rozważanej powyżej hipotezy H . Górny kres tego prawdopodobieństwa oznaczać będziemy literą P .

Wyniki rachunków w stosunku do współczynników równania (11) przedstawia następująca tabelka 3. Wynika z niej, że najmniej niepewnym jest wniosek (3)

Tabl. 3.

Spółczynnik Coefficient	z^2	P
A_1	0,0012	> 0,4
A_2	0,0001	> 0,4
A_3	0,0571	0,245
A_4	0,0135	0,363

co do różnicy w opłacalności dodatkowego hektara w województwach południowych i centralnych, przyczem w tych ostatnich — *caeteris paribus* — opłacalność byłaby lepsza. Jednak i w tym przypadku, gdybyśmy chcieli ob

stawać przy słuszności tej konkluzji i tem samem odrzucać hipotezę, że w istocie rzecz przedstawia się odmiennie, mogliśmy się mylić *ca* jeden raz na cztery wypowiedziane w podobnych warunkach sądy.

Wobec tego przyjmujemy, że niezależnie od tego z jakiej dzielnicy pochodzą drobne gospodarstwa, przeciętny efekt dołączenia jednego hektara — podkreślimy tu: przy niezmiennym nakładzie i kapitale krów — jest mniej więcej ten sam, a mianowicie

$$\bar{M}_{z.c.xy} = 39 \text{ zł. i } 23 \text{ gr.}$$

(b) Opłacalność nadwyżki kapitału krów była rozważana dwa razy: w związku ze wzrastającym nakładem gospodarstw oraz w związku z ich obszarem. Ogólne zagadnienie (b) wypadnie więc rozbić na dwa.

(b₁) Równanie regresji pomiędzy średnią opłacalnością nadwyżki kapitału krów a nakładem gospodarstw x_1 i odsetkami x_2, x_3, x_4 , cechującymi skład poszczególnych klas w tablicy 1, przedstawia się następująco:

lonym nakładzie i obszarze. Współczynnik A_1 przy $(x_1 - \bar{x}_1)$ wskazuje o ile złotych wzrośnie przeciętnie $M'_{z.c.xy}$, gdy ustalony nakład gospodarstw wzrośnie o 1 zł. Współczynniki A_2, A_3 i A_4 mają znaczenie analogiczne do posiadanego przy omawianiu zagadnienia (a). Tak więc, gdyby reprezentacja gospodarstw

zachodnich w klasie gospodarstw o ustalonym obszarze i nakładzie wzrosła o 1% kosztem reprezentacji województw centralnych, to przeciętna opłacalność stuzłotowej nadwyżki kapitału krów zmalałaby o 6 zł. i 24 gr.—oczywiście gdyby ta wartość współczynnika A_2 była istotna a nie przypadkowo związana z niewielką liczbą gospodarstw zbadanych.

Rachunki, mające na celu ustalenie stopnia pewności podanych współczynników równania (16) dały wyniki, zawarte w tabelicy 4.

Tabl. 4

Spółczynnik Coefficient	σ^2	P
A_1	0,6768	0,018
A_2	0,6769	0,018
A_3	0,0412	0,278
A_4	0,0025	> 0,4

Wynika z niej, że ryzykując pomyłką o prawdopodobieństwie mniejszem od 0,02 — więc dość małym—możemy twierdzić, iż dodatni znak współczynnika A_1 i ujemny współczynnika A_2 nie są wynikiem przypadku, tylko są związane z istotnymi warunkami gospodarowania. Można

tedy bez specjalnej obawy pomyłki przypuszczać, że (1) opłacalność nadwyżki kapitału krów jest większa w tych gospodarstwach, które mają większy nakład (*caeteris paribus*). (2) Z drugiej strony, gdybyśmy wzięli pod uwagę dwie jednolite grupy gospodarstw o tym samym nakładzie, obszarze i kapitale krów, przyczem jedna pochodziłaby z województw zachodnich a druga — z południowych, to można wypowiedzieć przypuszczenie, że nadwyżka kapitału krów o sto złotych byłaby w tej ostatniej grupie rentowniejsza. Inna rzecz, że gospodarstwa południowe są zazwyczaj ubogie w nakład, a gospodarstwa zachodnie—bogate, wobec czego faktyczna przeciętna opłacalność nadwyżek kapitału krów — bez względu na nakładowość gospodarstw—może być na zachodzie większa.

Znaki współczynników A_3 i A_4 należy uznać za niepewne.

Sytuację ilustruje wykres I. Na osi odciętych odmierzano jest charakterystyczny dla każdej klasy nakład gospodarstw w złotych. Na osi rzędnych odmierzana jest średnia opłacalność nadwyżki kapitału krów. Ukośna linja prosta LL reprezentuje przypuszczalny przebieg średniej opłacalności nadwyżki kapitału krów w miarę wzrastania nakładu gospodarstw—w założeniu, że udział poszczególnych grup województw w kolejnych klasach jest zawsze ten sam. Rozrzucone po wykresie punkty odpowiadają empirycznie obliczonym wartościom współczynnika $M_{sc.xy}$. Położenie prostej LL odpowiada przeciętnemu

składowi poszczególnych klas nakładowych. Innymi słowami: rzędne leżących na niej punktów zostały obliczone z równania (16) po podstawieniu doń $x_2=x_2$, $x_3=x_3$ i $x_4=x_4$.

Obserwowane odchylenia punktów empirycznych od prostej LL należy przypisywać dwóm okolicznościom: (1) skład poszczególnych klas, jak to jest łatwo sprawdzić na tabelicy 1, nigdy nie odpowiada przeciętnemu składowi cechowanemu liczbami (13). Wobec tego w tych klasach, w których jest więcej gospodarstw, pochodzących z dzielnic, gdzie opłacalność nadwyżki kapitału krów jest lepsza, można oczekiwać odchylenia punktu empirycznego in plus. I odwrotnie.

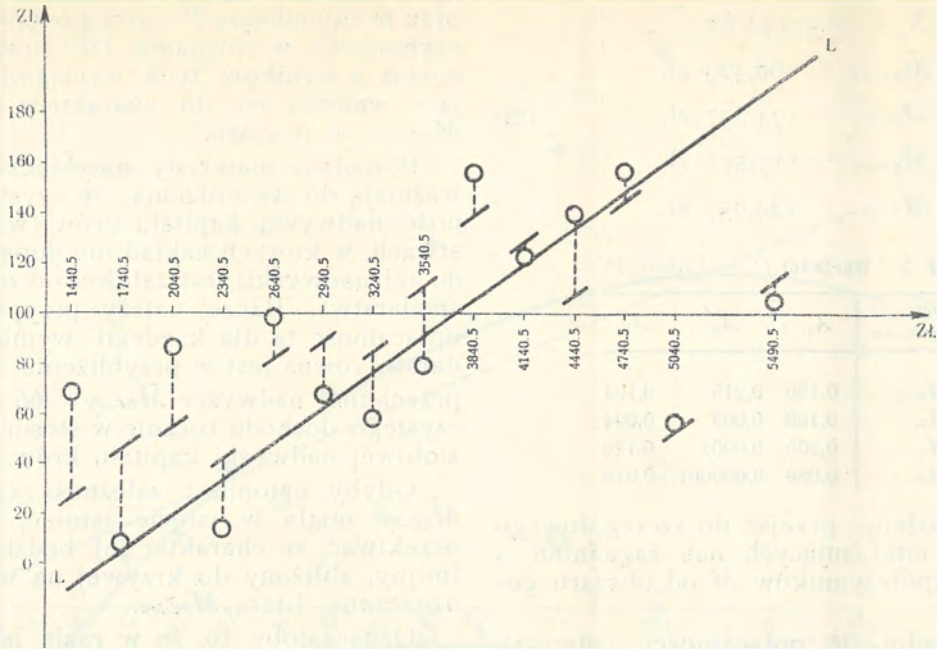
(2) Drugą przyczyną odchylen są nieuniknione wahania losowe.

Podstawiając do równania (16) za x_2, x_3 i x_4 liczby cechujące skład jakiejś danej klasy, możnaby poprowadzić prostą równoległą do LL , która ilustrowałaby hipotetyczny przebieg zmienności $M_{sc.xy}$ w miarę wzrostu nakładu, gdyby skład kolejnych klas był właśnie taki jak w klasie wziętej pod uwagę.

Na wykresie 1 są uwidocznione małe odcinki takich prostych, odpowiadających poszczególnym klasom. Przeglądając odchylenia punktów empirycznych od tych odcinków można sobie zdać sprawę z tego, które odchylenia od LL mogą być przypisane zakładanej przez nas różnicy pomiędzy opłacalnością nadwyżki kapitału krów w poszczególnych grupach województw, a które wypada przypisać wahaniom przypadkowym.

Weźmy np. pod uwagę klasę gospodarstw o nakładzie najniższym. Zaobserwowany faktycznie współczynnik $M_{sc.xy} = 68$ zł. jest dużo większy niżby to, sądząc z linji LL , można oczekiwać. Jest to częściowo usprawiedliwione tem, że klasa ta nie zawiera wcale gospodarstw zachodnich, w których opłacalność nadwyżki kapitału krów jest najmniejsza, ma natomiast bardzo dużo gospodarstw południowych, gdzie opłacalność ta jest większa. Jednak względny ten nie usprawiedliwiają całego odchylenia odnośnego punktu od prostej LL , gdyż, jak to można z wykresu odczytać (patrz odcinek prostej równoległej do LL), biorąc pod uwagę skład klasy 1, możnaby przewidywać, że $M_{sc.xy}$ wypadnie dla niej równy około 26 zł. Mamy tu więc do zanotowania stosunkowo znaczne odchylenie in plus, które należy przypisać przypadkowi. Natomiast następna klasa wykazuje prawie takie same odchylenie in minus od liczby przewidywanej na podstawie składu tej klasy i nakładowości jej gospodarstw.

Wykres I



Interesujące jest, że największe odchylenia punktów empirycznych od LL daje się całkowicie wyjaśnić specjalnym wyróżniającym te klasy składem gospodarstw. Odnosi się to do dwóch ostatnich klas o najwyższych nakładach, w których współczynniki $M_{sc.xy}$ wypadły bardzo małe — stosunkowo oczywiście, gdyż oprocentowanie roczne zwyczajnie przewyższające 100% albo chociaż tylko 55% należy uznać za zadawalające nawet w okresach najwyższej drożyzny kapitału.

Przeglądając dwa ostatnie wiersze tablicy 1, stwierdzamy, że w klasach tych jest stosunkowo najwięcej gospodarstw zachodnich i najmniej południowych.

Zaznaczyć należy, że powyższa bezpośrednia analiza tablicy 1 w zasadzie może być wystarczająca do zauważenia zróżniczkowania poszczególnych grup województw pod względem opłacalności nadwyżek kapitału krów. Metoda korelacji wielorakiej jest w gruncie rzeczy taką właśnie analizą, tylko usystematyzowaną i uzbrojoną w liczbowe kryterja.

Na tem kończymy omawianie zagadnienia (b_1). Rozważanie drugiej części (b_2) wypadnie nam poprzedzić ogólnymi uwagami odnoszącymi się do opracowania tablicy 2.

Zastosowanie korelacji wielorakiej do wykrycia zależności pomiędzy wartościami każdego z czterech współczynników $M_{scy,x}$, $M_{sc,x}$, $M_{sy,cx}$ i $M_{sy,x}$ a wielkością reprezentacji poszczególnych dzielnic w kolejnych klasach obszarowych nie dało pomyślnych wyników.

We wszystkich przypadkach prócz jednego otrzymaliśmy $P > 0,4$ a w tym jednym, wyjątkowym mieliśmy $P = 0,223$. Wobec tego znaki wszystkich współczynników A_i , cechujących zróżniczkowanie dzielnic pod względem opłacalności kapitału krów i nadwyżek nakładu — przy uwzględnieniu obszaru gospodarstw, okazały się zupełnie niepewne. Należy więc stwierdzić, że skoro za jedną ze zmiennych niezależnych, od których rozważane współczynniki są uzależnione, weźmiemy obszar gospodarstw, to rozporządzalny materiał staje się niewystarczającym do stwierdzenia jakichkolwiek różnic pomiędzy dzielnicami. Wobec tego wypadło ograniczyć się do dokładniejszego opisu zależności rozważanych współczynników od samego tylko obszaru. Zostało to dokonane przez obliczenie równania drugiego stopnia dla regresji każdego z czterech współczynników względem obszaru. Wyniki rachunków w postaci równań regresji i tabliczki wartości P dla każdego współczynnika zestawione są poniżej:

$$M'_{sc.xy} = \bar{M}_{sc.xy} + 18,2776 + 2,4032 \cdot (x_1 - \bar{x}_1) - 0,7664 \cdot (x_1 - \bar{x}_1)^2 \quad (18)$$

$$M'_{sc,x} = \bar{M}_{sc,x} + 22,1049 + 11,5790 \cdot (x_1 - \bar{x}_1) - 0,9268 \cdot (x_1 - \bar{x}_1)^2 \quad (19)$$

$$M'_{sy,cx} = \bar{M}_{sy,cx} + 6,8297 + 6,5995 \cdot (x_1 - \bar{x}_1) - 0,2863 \cdot (x_1 - \bar{x}_1)^2 \quad (20)$$

$$M'_{sy,x} = \bar{M}_{sy,x} + 11,6374 + 8,0252 \cdot (x_1 - \bar{x}_1) - 0,4879 \cdot (x_1 - \bar{x}_1)^2 \quad (21)$$

Gdzie

$$\begin{aligned} X_1 &= 8,57143 \text{ ha} \\ \bar{M}_{zc.xy} &= 66,429 \text{ zł.} \\ \bar{M}_{zc.x} &= 174,357 \text{ zł.} \\ \bar{M}_{zy.xc} &= 117,571 \text{ zł.} \\ \bar{M}_{zy.x} &= 134,357 \text{ zł.} \end{aligned} \quad (22)$$

Tabl. 5. Wartości P — $Valeur P$

Regresja Régression	A_1	A_2	A_3
$M_{zc.xy}$	0,180	0,218	0,104
$M_{zc.x}$	0,169	0,003	0,094
$M_{zy.xc}$	0,205	0,0001	0,126
$M_{zy.x}$	0,039	0,000001	0,010

Teraz możemy przejść do szczegółowego omówienia interesujących nas zagadnień o zależności współczynników M od obszaru gospodarstw.

(b₂) Zagadnienie opłacalności nadwyżek kapitału krów oświetlane jest z dwóch punktów widzenia. Współczynnik $M_{zc.xy}$ wskazuje, o ile przeciętnie wzrośnie dochód surowy w gospodarstwach o ustalonym obszarze, jeśli kapitał krów ulegnie podwyższeniu o 100 zł. a nakład gospodarczy pozostanie niezmienny. Natomiast $M_{zc.x}$ mierzy przeciętną nadwyżkę dochodu odpowiadającą 100 złotowej nadwyżce kapitału krów w tych gospodarstwach, jednak bez założenia o niezmienności nakładu. Wynika z tego (1), że $M_{zc.xy}$ mierzy przyrost czystego dochodu związany z przyrostem kapitału krów, gdy $M_{zc.x}$ odnosi się do dochodu surowego. Nie też dziwnego, że wartości $M_{zc.xy}$ są niższe od wartości $M_{zc.x}$.

Z drugiej strony należy zauważyć, że $M_{zc.xy}$ mierzy przyrost dochodu czystego, ale tylko w tych gospodarstwach, w których nakład nie dopasowuje się do zwykłej kapitału krów, lecz pozostaje niezmienny. Można oczekiwać, że w przypadkach gdy takie dopasowanie zachodzi, przyrost dochodu czystego jest nieco większy niż przewidywany na podstawie współczynników $M_{zc.xy}$.

Sądząc z wartości P dla $M_{zc.xy}$, żaden ze współczynników w równaniu regresji (18) nie jest bardzo pewnym nawet co do znaku. Byłoby tedy ryzykownym twierdzić, że krzywa odpowiadająca temu równaniu (Wykres II) dokładnie reprezentuje zależność $M_{zc.xy}$ od obszaru gospodarstw. Próba aproksymowania odnośnej linii regresji linią prostą dała dla

współczynnika regresji $P > 0,4$. Wobec tego oraz że najmniejsze $P = 0,104$ odpowiada współczynnikiowi w równaniu (18) przy $(x_1 - x_1)^2$ można z wyników tych wyciągnąć następujące wnioski co do charakteru zależności $M_{zc.xy}$ od obszaru.

Posiadane materiały statystyczne nie upoważniają do twierdzenia, że czysta opłacalność nadwyżki kapitału krów (w gospodarstwach, w których nakład nie dopasowuje się do tej nadwyżki) jest zależna od obszaru gospodarstwa. Raczej należy przypuszczać, że opłacalność ta dla każdego wymiaru gospodarstw równa jest w przybliżeniu otrzymanej przeciętnej nadwyżce $\bar{M}_{zc.xy} = 66$ zł. i 43 gr. czystego dochodu rocznie w stosunku do stu złotowej nadwyżki kapitału krów.

Gdyby natomiast zależność opłacalności $M_{zc.xy}$ miała w istocie istnieć, to należy oczekiwać, że charakter jej będzie krzywoliniowy, zbliżony do krzywej na wykresie II, oznaczonej literą $M_{zc.xy}$.

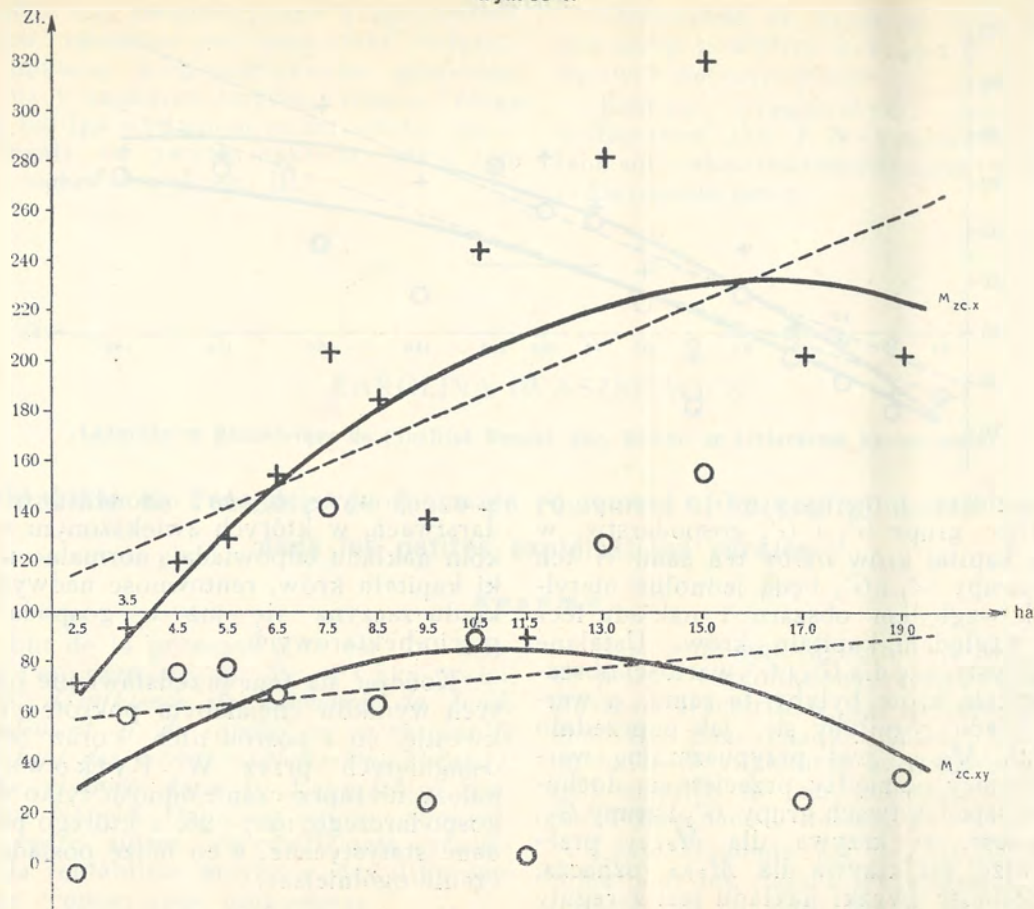
Oznaczałoby to, że w razie istnienia zależności czystej opłacalności nadwyżki kapitału krów, to opłacalność ta byłaby największa w gospodarstwach o obszarze jakimś środkowym, spadając w gospodarstwach najmniejszych i największych.

Punkty oznaczone kółkami na wykresie II mają za rzędne empiryczne wartości $M_{zc.xy}$. Przerywana linia prosta reprezentuje prostą regresji.

Przechodząc do omawiania $M_{zc.x}$, stwierdzamy przedewszystkiem, że prawie nie ulega wątpliwości istnienie zależności pomiędzy tym współczynnikiem a obszarem. Nie jest bardzo pewnym, że zależność ta jest krzywoliniowa, ponieważ odpowiadająca A_3 wartość $P = 0,094$ nie jest zbyt mała. Natomiast współczynnik A_2 jest raczej dokładny i można uważać za stwierdzone, że $M_{zc.x}$ wzrasta znacznie z obszarem gospodarstw. Wzrost ten jest również ilustrowany na wykresie II prostą regresji oraz krzywą odpowiadającą równaniu (19). Krzyżyki oznaczają punkty empiryczne, których rzędne równają się bezpośrednio obliczonym wartościom $M_{zc.x}$.

(c). Oszacowanie zależności od obszaru wypadło najdokładniej dla współczynników $M_{zy.xc}$ i $M_{zy.x}$. Przedewszystkiem nie ulega kwestji wzrastająca tendencja tych współczynników w miarę wzrostu obszaru. Prawdopodobieństwo pomyłki w tem twierdzeniu jest mniejsze od 0,0001 w jednym przypadku i mniejsze od 0,000001 — w drugim. Krzywoliniowość zależności w stosunku do $M_{zy.xc}$

Wykres II



nie jest pewna, natomiast w stosunku do drugiego spólczynnik—prawdopodobna. Należy przypuszczać, że krzywe wykresu III naogół niele reprezentują istotną zależność obu spólczynników od obszaru. Krzyżki i kółka na tym wykresie posiadają rzędne równe empirycznie obliczonym wartościom $M_{zy.x}$ i $M_{zy.xc}$ odpowiednio.

Obie krzywe dla $M_{zy.xc}$ i $M_{zy.x}$ wyglądają dość podobnie. Rachunki wykazały, że prawdopodobieństwo pomyłki przy twierdzeniu, iż zachodzące pomiędzy nimi różnice są istotne, może dochodzić do 0,4. Należy więc uważać, iż posiadany materiał statystyczny nie upoważnia do wniosku że obie krzywe mają kształty różne. Natomiast nie ulega wątpliwości że istotna krzywa dla $M_{zy.x}$ leży ponad krzywą $M_{zy.xc}$. Prawdopodobieństwo pomyłki przy tem twierdzeniu jest mniejsze od 0,0001.

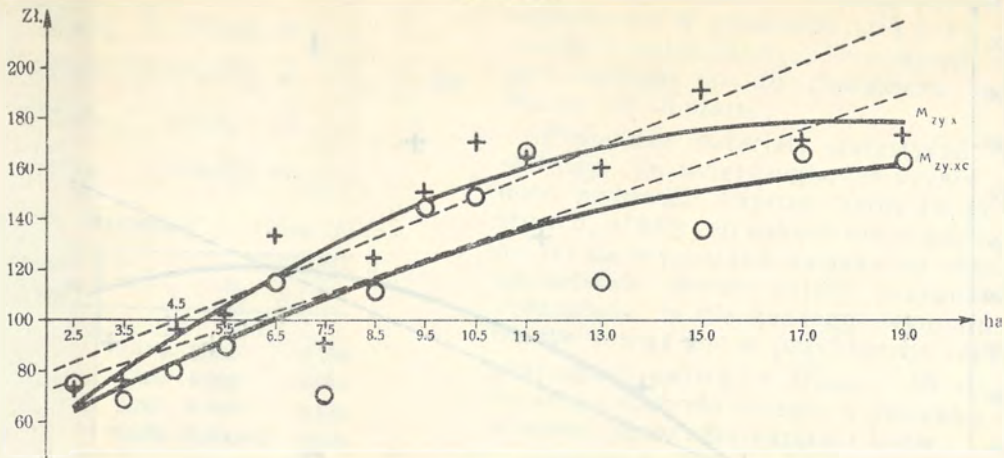
Okoliczność powyższa ma bardzo ważne znaczenie. Aby je ocenić uświadomijmy sobie dokładne znaczenie obu spólczynników. Ustalmy sobie jakiś określony obszar gospodarstw np. $9\frac{1}{2}$ ha i wybierzmy z ogółu gospodarstw

w Polsce dwie grupy G_1 i G_2 o tym właśnie obszarze, które byłyby pozatem jednolite pod względem nakładu. Wysokość tego nakładu będzie dla nas obojętna, z jedynem zastrzeżeniem, że w grupie drugiej będzie on o sto złotych wyższy.

Gospodarstwa obu grup będą miały zapewne bardzo różne dochody surowe. Możemy jednak wypowiadać sądy o przeciętnych wartościach tych dochodów, a mianowicie że najprawdopodobniej w grupie drugiej będzie ta przeciętna większa niż w grupie pierwszej o odczytaną z wykresu wartość $M_{zy.x} = ca 157$ zł.

Znaczenie $M_{zy.xc}$ jest nieco inne. Gospodarstwa należące do grup G_1 i G_2 mają ustalone wartości obszaru ($9\frac{1}{2}$ ha) oraz nakładu. Co do posiadanego kapitału krów nie robiliśmy dotąd żadnych zastrzeżeń. Wobec stwierdzonej przez W. Pytkowskiego dodatniej korelacji pomiędzy nakładem a kapitałem krów należy przypuszczać, że, poza nieuniknionymi wahaniem, przeciętny kapitał krów w grupie G_2 byłby wyższy niż w grupie G_1 .

Wykres III



Wyróżnijmy teraz z grupy G_1 i z grupy G_2 dwie nowe grupy G'_1 i G'_2 gospodarstw, w których kapitał krów byłby ten sam. W ten sposób grupy G'_1 i G'_2 będą jednolite nie tylko pod względem obszaru i nakładu lecz i pod względem kapitału krów. Ustalane charakterystyczne dla G'_1 i G'_2 wartości obszaru i kapitału krów byłyby te same, a wartości nakładu różniłyby się, jak poprzednio o 100 zł. $M_{zy,x,c}$ jest przypuszczalną wartością różnicy pomiędzy przeciętnym dochodem w gospodarstwach grupy G'_2 i grupy G'_1 . Okoliczność, że krzywa dla $M_{zy,x,c}$ przechodzi niżej niż krzywa dla $M_{zy,x}$ oznacza, że opłacalność zwyżki nakładu jest z reguły większa w gospodarstwach mających więcej lub lepsze krowy. Okoliczność ta jest zaznaczona w formie przypuszczenia w pracy W. Pytkowskiego.

Wobec stwierdzonego braku dostatecznych danych do sądzenia o różnicy w kształtach krzywych dla $M_{zy,x,c}$ i $M_{zy,x}$ różnicę pomiędzy każdorazowymi wartościami tych współczynników należy oceniać wartością różnicy pomiędzy ich przeciętnymi

$$\bar{M}_{zy,x} - M_{zy,x,c} = 16,786 \text{ zł.}$$

Konsekwencją tej różnicy w opłacalności nadwyżki nakładu w gospodarstwach dopasowujących kapitał krów do wysokości nakładu i w gospodarstwach, w których tego dopasowania niema, jest to że krzywa dla $M_{zy,x,c}$ przecina prostą $M = 100$ w punkcie o odciętej $x =$ około 6,5 ha, gdy przecięcia tejże prostej z krzywą dla $M_{zy,x}$ zachodzą przy $x =$ ca 5 ha. Wobec tego: jeśli nadwyżkom nakładu nie towarzyszą nadwyżki kapitału krów, to nadwyżki nakładu stają się rentowne dopiero w gospodarstwach o ob-

szarze powyżej 6,5 ha; natomiast w gospodarstwach, w których zwiększonym nadwyżkom nakładu odpowiadają normalne nadwyżki kapitału krów, rentowność nadwyżek nakładu zaczyna się już w gospodarstwach pięcio-hektarowych.

Kończąc na tem przedstawienie osiągniętych wyników chciałabym pokrótce omówić kwestję, co z pośród nich — oraz wyników osiągniętych przez W. Pytkowskiego należy niezaprzeczenie odnosić tylko do roku gospodarczego 1927—28, z którego pochodzą dane statystyczne, a co może posiadać znaczenie ogólniejsze.

Do pierwszej kategorii wyników zaliczyć niewątpliwie należy wszystkie szczegóły bezpośrednio-liczbowe. I tak np. łatwo może się okazać, że w jakimś innym roku gospodarczym zwyżki nakładu są rentowne dopiero w gospodarstwach dużo większych lub dużo mniejszych. Podobnie należy oczekiwać dużej zmienności w wartościach współczynników M obliczanych dla jakichś grup gospodarstw.

Poza temi wynikami są jednak i inne, które może nie są tak zmienne, a posiadają charakter zasadniczy.

Do takich zaliczylibyśmy (1) ogromną stosunkową opłacalność nadwyżek kapitału krów. (2) Okoliczność że kapitał krów jest warunkiem większej opłacalności nadwyżki nakładu (krzywa dla $M_{zy,x}$ leży ponad krzywą $M_{zy,x,c}$, wykres III). (3) Że opłacalność zwyżki kapitału krów w województwach południowych jest lepsza niż w zachodnich. Wreszcie (4) wyniki odnoszące się do roli obszaru w dochodowości gospodarstw. Jeśli zwyżce obszaru nie towarzyszy zwyżka nakładu, to efekt gospodarczy jest zupełnie nikły — i to, jak widzieliśmy, bez różnicy co

do położenia geograficznego gospodarstwa. Zupełnie natomiast jest inny elekt dodatkowego hektara, jeśli powiększone gospodarstwo ma w zanadru zwyżkę nakładu. Polega on na bardzo wydawnym podniesieniu procentowania tej zwyżki nakładu, jak o tem można sądzić z wykresu III.

Oczywiście, że hipoteza o ogólniejszem znaczeniu powyższych wniosków winna być sprawdzona empirycznie.

Kończąc, pragnęłabym wyrazić szczerą wdzięczność Dr. J. Neymanowi za udzielane mi wskazówki metodyczne i pomoc przy redagowaniu pracy.

KAROLINA IWASZKIEWICZ

(Laboratoire Biométrique de l'Institut Nencki, Soc. Scient. ac Litterarum Varsoviensis)

La rentabilité de l'étendue, du fonds de roulement et du capital investi en vaches dans les petites exploitations rurales

Resumé

Le but de la présente note est de compléter l'ouvrage de M. W. Pytkowski, intitulé: *L'influence de l'étendue, du fonds de roulement et du capital en vaches sur le revenu brut des petites exploitations rurales*¹, ouvrage élaboré dans le Laboratoire Biométrique Nencki. Dans cet ouvrage sont calculés, entre autres, les coefficients caractérisant la rentabilité moyenne des différents facteurs économiques, notamment:

- (a) $M_{sc.y}$ — la rentabilité moyenne de l'accroissement de 100 zlotys du capital investi en vaches (nous le désignerons tout court — capital-vaches); le fonds de roulement et l'étendue étant fixes,
- (b) $M_{sz.cy}$ — la rentabilité moyenne d'un hectare additionnel de terrain; le fonds de roulement et de capital-vaches étant fixes,
- (c) $M_{sc.x}$ — la rentabilité moyenne de l'accroissement du capital-vaches; l'étendue seule du terrain demeurant invariable,
- (d) $M_{sz.cx}$ — la rentabilité moyenne de l'accroissement de 100 zlotys du fonds de roulement; le capital-vaches et l'étendue du terrain demeurant invariables, et enfin,
- (e) $M_{sz.y.x}$ — la rentabilité moyenne du même accroissement; l'étendue du terrain demeurant invariable.

Les coefficients (a) et (b) sont calculés pour de petites exploitations rurales réparties en classes caractérisées par le fonds de roulement fixé pour chaque classe. Les valeurs du fonds de roulement avec les valeurs correspondantes de ces deux coefficients sont présentées dans le tableau 1.

Les coefficients (a), (c), (d), (e) sont calculés pour les classes d'exploitations caractérisées par un autre facteur, notamment par l'étendue des exploitations. Dans le tableau 2 sont indiquées les valeurs de ces coefficients correspondant aux valeurs croissantes de l'étendue.

Les rubriques 3—8 de ces deux tableaux caractérisent la composition des diverses classes d'exploitations relativement à leur répartition géographique. Ainsi p. ex. la 1-re ligne du tableau 1 indique que parmi les exploitations dont les fonds de roulement s'élevent de 1290,5 à 1590,5 zlotys 1) pas une seule exploitation n'est située dans les départements de l'ouest, 2) 28,5% de ces exploitations sont situées dans les départements de l'est, 3) 9,5% — dans les départements du centre et 4) 62% — dans les départements du sud.

En étudiant les coefficients calculés par M. Pytkowski, et en les comparant avec le fonds de roulement resp. avec l'étendue des exploitations, on peut constater dans certains cas une tendance caractéristique vers l'accroissement. Ceci suggère l'idée

¹ Cet ouvrage est sous presse dans la série *Ogólny Zestawienie*. Il est basé sur la documentation réunie par la Section de petites exploitations rurales auprès de l'Institut de l'Economie rurale à Pulawy, relative à l'année 1927/28.

formulée par M. Pytkowski, qu'il existe une liaison de causalité, ou tout au moins, une corrélation entre la rentabilité de l'accroissement des facteurs économiques susmentionnés et le fonds de roulement, resp. l'étendue des exploitations.

D'autre part, on peut supposer que la rentabilité de ces accroissements pourrait être influencée par la situation géographique des exploitations constituant une classe donnée. Cependant, vu la diversité de la composition de ces classes, la question se pose de savoir, à quel degré la variabilité des coefficients M est liée à l'accroissement du fonds de roulement, resp. de l'étendue, et à quel degré aux changements survenus dans la composition des diverses classes relativement aux provinces.

M. Pytkowski n'a pas tenu compte de cette question, ce qui présente une lacune dans son ouvrage. Ainsi p.ex. l'accroissement systématique de la rentabilité des fonds de roulement additionnels ($M_{zy,x}$), parallèlement à l'agrandissement de l'étendue des exploitations, noté par M. Pytkowski, pourrait être expliqué aussi bien par l'existence d'une relation entre cette rentabilité et l'étendue de l'exploitation que par l'hypothèse que la rentabilité d'un fonds de roulement additionnel est meilleure dans la province orientale qu'ailleurs (la moindre saturation en fonds de roulement), car les départements de l'est ont une représentation plus nombreuse dans les classes d'exploitations rurales de plus grande étendue.

Le présent travail vise à combler la lacune susmentionnée et à étudier la question, si la documentation statistique dont on dispose permet de conclure qu'il existe une corrélation entre les coefficients M caractérisant la rentabilité et la représentation des différentes provinces dans les classes, le fonds de roulement et l'étendue caractérisant ces classes.

Ce problème a été étudié au moyen de la corrélation et de la régression partielle entre les variables envisagées. Les résultats se présentent comme suit:

On peut affirmer sans restrictions, que le coefficient $M_{zc,xy}$, qui caractérise la rentabilité moyenne de l'accroissement du capital—vaches, est en corrélation positive avec le montant du fonds de roulement, c. à d. que les accroissements du capital, vaches rapportent plus dans les exploitations mieux saturées en fonds de roulement. Aussi peut-on supposer que cette rentabilité est caeteris paribus meilleure dans les départements du sud que dans ceux de l'ouest. La probabilité que cette assertion soit erronée n'atteint pas 0,01. La corrélation positive entre ce coefficient et l'étendue est également indubitable. Il en est de même en ce qui concerne le coefficient $M_{zc,x}$.

Quant au coefficient $M_{zx,cy}$, caractérisant la rentabilité moyenne de l'hectare additionnel de terrain, la documentation disponible est insuffisante pour en tirer une conclusion quelconque concernant sa corrélation soit avec le montant du fonds de roulement, soit avec la représentation des différentes provinces. Il en ressort que nous n'avons aucune raison à rejeter la hypothèse qui s'impose, notamment que la rentabilité moyenne d'un hectare additionnel est partout plus ou moins la même en Pologne, et qu'elle ne dépend guère du montant des fonds de roulement de l'exploitation rurale.

La corrélation positive entre la rentabilité moyenne du fonds de roulement additionnel et l'étendue des exploitations (coefficients $M_{zy,cx}$ et $M_{zy,x}$) est également indubitable. Au contraire, nous n'avons aucune raison de conclure à l'existence des différences quelconques entre les diverses provinces, sous ce rapport.

[Zakład Fizjologii Instytutu im. Nenckiego T. N. W.]

E. Kryszczyński.

O chłonienu składników mineralnych moczu w steku ptaków.

*Über die Resorption von mineralischen Bestandteilen des Harnes
in der Vogelkloake.*

Rękopis nadestany w dniu 1. XII. 1931 r.

Es ist eine bekannte Tatsache, dass die Vögel den flüssigen Harn in die Kloake ausscheiden, wo er infolge der Rückresorption von Wasser, einer bedeutenden Verdichtung unterliegt. Nach den knappen Literaturangaben (STEEL '22, DAVIS '27) werden aus dem Harne, unter natürlichen Bedingungen, Na und Cl, sowie verschiedene organische Verbindungen aufgesaugt.

Der Verfasser hat sich in vorliegender Arbeit die Aufgabe gestellt, die mineralische Zusammensetzung, der in der Kloake rückresorbierten Flüssigkeit, zu untersuchen.

In diesem Zweck bestimmte der Verfasser die Konzentration der mineralischen Bestandteile (Na, K, Ca, Mg, Cl und P) und des Stickstoffs, welche alle sich, einerseits, in dem aus den Ureteren herkommenden Harne und andererseits in dem kloakalen Kote, an demselben Hungertage befanden. Alle diese Versuche wurden an hungernden Hennen ausgeführt, damit man den Anteil des eigentlichen Kotes bei der Bildung des kloakalen Kotes womöglich, vermindern könnte. Der Harn wurde — in der Mehrzahl der Versuche — ohne einen scharfen Eingriff vorzunehmen, mit einem passenden Probierring, das man unter die Mündungen der Ureteren stellte, gesammelt. Es geht aus den acht ausgeführten Versuchen hervor, dass nur Na und Cl im Kote in kleinerer Konzentration, als im Harne, auftreten (Tab. I). Diese Feststellung beweist nun, dass diese zwei mineralischen Bestandteile in der Kloake resorbiert werden. Nach der Umrechnung aller Bestandteile im Verhältnis zum Stickstoff, der in geringstem Grade der

Resorption unterliegt und überwiegend im Harn ausgeschieden wird, hat sich gezeigt, dass die relative Menge von K, Ca, Mg und P sich der im Harn auftretenden Menge von diesen Bestandteilen nähert, wenn die relative Menge von Na und Cl im Harn 3-4 mal grösser ist, als die im Kote vorkommende (Tab. II). Man kann daraus folgenden Schluss ziehen: — dass die Schleimhaut der Kloake ein selektives Resorptionsvermögen für die untersuchten mineralischen Bestandteile besitzt.

Um der Ursache der eben besprochenen geringen Resorptionsgeschwindigkeit von Kalium in der Kloake näher zu treten, führte der Verfasser zwei Serien von Versuchen aus. In der ersten Serie führte er in die gut ausgespülte Kloake einer hungernden Henne eine bestimmte Menge Harn ein, der vorher bei einer anderen Henne gesammelt worden war. Diese Versuche haben wieder gezeigt (Tab. III, IV, V), dass das Kalium 2—3 mal langsamer als das Natrium resorbiert wird. Aus der zweiten Serie der Versuchen, in denen man Lösungen von Kaliumsalzen (Chlorid und Phosphate) in die Kloake einführte, geht es hervor, dass diese Kaliumsalze ebenso leicht wie Natriumchlorid resorbiert werden (Tab. VI, VII, VIII). Die geringe Durchlässigkeit der Schleimhaut der Kloake für Kalium tritt also auf, wenn es in einer unbekanntenen Verbindung im Harn vorkommt.

Der Verfasser untersuchte ferner die Ausscheidungsintensität von Harn (Tab. IX, X) und von mineralischen Bestandteilen (Tab. XI, XII) aus den Ureteren in die Kloake, indem er den Harn ohne Narkose sammelte. Bei zwei gut genährten Hennen wurde in einer Zeitdauer von 5 Tagen durchschnittlich, auf 1 Stunde und 1 Kg Körpergewicht 2.14 ± 1.64 cm³ Harn ausgeschieden, also — nicht mehr, als bei der Tieren anderer Klassen, was aus den Literaturangaben hervorzugehen scheint (PÜTTER '26).

Die Ausscheidungsintensität von Na und Cl in der 10-tägigen Hungerperiode (Tab. XIII) war in seinen Versuchen einigemal grösser, als in den Versuchen von SATA YOSHIHISO ('22), welche letztere an den Hennen mit dem *anus praeternaturalis* ausgeführt worden waren, und bei welchen durch diesen Eingriff der Rückresorptionsprozess in der Kloake erschwert wurde. Diese Feststellung könnte als Beweis dafür dienen, dass die Kloake beim Hungerstoffwechsel von Natrium und Chlor beteiligt sei.

I. Wstęp.

Zagadnienie resorpcji w steżu pierwszy poruszył WIENER ('02) w pracy o powstawaniu kwasu moczowego w organizmie ptaków. Autor ten w celu uzyskania oddzielnie kału i moczu zakładał kurom sztuczny odbył (*anus praeternaturalis*). Okazało się, że zwierzęta po takiej operacji wydalają bardzo znaczne ilości moczu, pijąc dla wyrównania strat odpowiednio ilości wody. Autor przypuszcza, że również w warunkach naturalnych ptaki wydalają znaczne ilości moczu, jednak skutkiem resorpcji zwrotnej w jelicie ilości wody wydalane wraz z kałem są bardzo nieznaczne.

Eksperymentalnem zbadaniem resorpcji w steżu ptaków zajął się poraż pierwszy SHARPE ('11, '23). Wprowadzał on do steżu przewiązanego od strony jelita, po przecięciu dopływu moczu, roztwory soli i stwierdził ich resorpcję. Znalazł pozątem, że woda resorbuje się zawsze, niezależnie od stężenia roztworu wprowadzonego do steżu.

DAVIS ('27) w pracy nad wydalaniem składników azotowych w moczu kur wspomina, że mocz zawiera znacznie więcej NaCl, niż kał ostateczny, co wskazywałoby na resorpcję tej soli w steżu. Autor ten nie przytacza bliższych szczegółów ani liczb. Powołuje się jedynie na zgodność z wynikami STEELA ('22), który porównywał skład moczu i kału kur i miał stwierdzić resorpcję NaCl, moczownika i kreatyniny. Praca ta, nigdzie pozątem nie cytowana, nie była mi dostępna.

Ogólne rozważania nad możliwą rolą steżu w resorpcji moczu znajdujemy w pracy MAYRS'A ('24), dotyczącej zdolności wydalniczych nerki ptaków. Autor, biorąc pod uwagę hipotoniczność moczu, przypuszcza, że rola steżu w przygotowaniu ostatecznego moczu jest natury drugorzędnej i polega głównie na chłonienu wody.

Jak widać z przeglądu literatury, sprawa resorpcji zwrotnej w steżu nie została dostatecznie zbadana. Fragmentaryczność tych badań czyniła wskazanem podjęcie nowych poszukiwań w tym kierunku. Ponadto temat ten, po pracach MAYRS'A i GIBBS'A ('29), przypisujących nerce ptaków zdolność wydalania gruczołowego, a więc tem samem mniejsze znaczenie resorpcji zwrotnej w kanalikach, nabiera specjalnej wagi. Zjawia się bowiem pytanie, czy skutkiem odmiennego, mniej doskonałego wydalania nerkowego, niż u ssaków, w przygotowaniu ostatecznego moczu bierze u ptaków udział steż w bardziej istotnej roli, resorbując ciecz o pewnym, fizjologicznie ważnym składzie.

Praca niniejsza została podjęta celem częściowej odpowiedzi na to pytanie. Ze względów metodycznych ograniczono się do zbadania zdolności resorbcyjnych steżu kur głodzonych tylko w stosunku do niektórych składników mineralnych, wydalanych

przez nerkę. Zdawało się bowiem, że w tych uproszczonych warunkach, wobec konieczności oszczędzania składników potrzebnych do życia, więcej się uwydatnią poszukiwane właściwości steku.

II. Metodyka.

Doświadczenia, podane w niniejszej pracy, wykonane zostały na kurach. Podzielić je można na część obserwacyjną oraz część eksperymentalną. Badania pierwszego typu, mające na celu poznanie resorpcji w warunkach naturalnych, były prowadzone na zwierzętach, znajdujących się w okresie od 3 do 10 dnia głodu. Mocz zbierano od 3 do 7 godzin. Kura, umieszczona w klatce, umożliwiającej jej ruchy swobodne, dostawała wodę w ilościach dowolnych. Na dobę przed zbieraniem moczu zakładano jej ściśle przylegający w okolicy odbytu worek gumowy, tak że kał zabezpieczony był przed parowaniem. Przed zbieraniem moczu dołączano kał, zawarty w steku, do kału, zebranego w worku.

Mocz w pierwszych doświadczeniach zbierano w zabiegu ostrym z kanjulek, zakładanych do moczowodów po otwarciu jamy brzusznej lub po wyizolowaniu ich od strony zewnętrznej, blisko ujścia do steku. Jako narkozę stosowano 25% roztwór uretanu, wstrzykiwany podskórnie na godzinę przed doświadczeniem w ilości 1.5 g na kg wagi, oraz eter w czasie trwania doświadczenia. Metoda ta, powszechnie dotychczas stosowana, okazała się niecelową i niedogodną. Przedewszystkiem narkoza tego rodzaju wpływa, jak wykazali GARNIER ('86), CHITTENDEN ('88) i DAVIS ('27), na ilość i skład moczu, który w doświadczeniach takiego typu winien być możliwie podobny do składu moczu, wydalanego w czasie zbierania kału. Następnie trudno było w ograniczonym czasie trwania zabiegu ostrego zebrać potrzebną ilość moczu, występowała bowiem po krótkim czasie silna oligurja, światło kanjulek zatykało się obfitym osadem i mimo przepychania mocz przestawał płynąć.

Zarzucono więc ten sposób i zastosowano podobny do opisanego przez DAVISA ('27). Kurze, przywiązanej w pozycji siedzącej, po uprzednim wypłókaniu steku, podstawiano pod ujścia moczowodów naczynko w kształcie ukośnie ściętej probówki o średnicy od 15 do 20 mm i długości 10 cm, trzymając je w odpowiedniej pozycji przez cały czas zbierania moczu. Eliptyczny, o łagodnych brzegach otwór przylegał ściśle do górnej ściany *urodaeum*, obejmując wyloty moczowodów. Dzięki temu mocz, nie stykając się z powierzchnią resorbującą, zbierał się ilościowo i zabezpieczony był od zanieczyszczenia kałem. Narkozy nie stosowano, dzięki czemu mocz nie różnił się od moczu, spływającego do steku w warunkach naturalnych.

Mocz, zebrany w ciągu znanego czasu, ważono i po dokładnem wymieszaniu z osadem rozdzielano na trzy części. Pierwsza służyła do oznaczania Δ . Drugą po zważeniu rozpuszczano w 2% LiOH i uzupełniano do znanej objętości. Służyła ona do oznaczania Cl i N. Trzecią, największą,

spopieleno w stężonym HNO_3 , używając jej do reszty oznaczeń. Kał zebrany w worku gumowym, po usunięciu kamyków, wydalanych z żołądka w czasie głodu, ważono, dodawano kilka kropeł kwasu cytrynowego i odparowywano na łaźni wodnej do suchości. W tem samym naczyniu pozostałość suchą ucierano i suszono dalej w suszarce w 100°C . Po ponownem możliwie dokładnem utarciu i przeniesieniu do naczynka wagowego, oznaczano pozostałość suchą. Proszek ważono do poszczególnych seryj oznaczeń, biorąc odpowiednie jego ilości.

Jedno z doświadczeń poświęcono zbadaniu intensywności wydalania składników mineralnych do steku w czasie 10-dniowego głodu. Wykonano je na dwu kurach, karmionych przedtem pszenicą. W czasie głodu zwierzęta dostawały jedynie destylowaną wodę do picia. Mocz zbierano u kury Nr 8 w godzinach rannych, u kury Nr 11 w południowych, mierząc jego objętość co pół godziny z dokładnością do 0.1 cm^3 . Potrzebną do ograniczonej liczby oznaczeń ilość, conajmniej 2.5 cm^3 , zbierano około 3 godzin, nie uciekając się do wywoływania diurezy wodnej. Mocz, zwykle z bardzo obfitym osadem, rozcieńczano dwukrotnie i odmierzano pipetą do poszczególnych oznaczeń. W dziewiątym i dziesiątym dniu głodu zebrano również kał, z którym postępowano jak wyżej.

Mocz i kał spopieleno w HNO_3 , według metody, podanej przez BIAŁASZEWICZA (27). Po spaleniu kału, trwającym około 2 dni, pozostawał nierozpuszczalny w wodzie i kwasach osad, który okazał się krzemionką. Mocz spopielał się w ciągu 6 godzin całkowicie. W części spopielennej oznaczano Na, Ca, Mg, K i P.

W doświadczeniach drugiego typu, kurze głodzonej, przywiązanej jak do zbierania moczu, po usunięciu kału i wielokrotnem wypłókanu steku, wprowadzano 15 cm^3 wody destylowanej. Po 20 min. wyciągano możliwie dokładnie pozostałość i natychmiast wprowadzano na ten sam przeciąg czasu 15 cm^3 płynu badanego. Objętość taką mogła kura utrzymać przez czas dłuższy, jednak dla pewności otwór odbytowy zaciskano. Do wyciągania płynu używano pipety z kulką przedziurawioną licznymi otworkami, co pozwalało na wydobycie płynu bez krwawienia. W razie zanieczyszczenia płynu kałem, co zdarzało się rzadko dzięki nieznacznej jego ilości u zwierząt głodzonych, wprowadzano płyn ponownie. Roztwory soli po resorbcji oraz płyn pozostały po wprowadzeniu wody destylowanej odwirowywano, i po dodaniu chloroformu przechowywano do analiz. W doświadczeniach tego typu wprowadzano głównie do steku NaCl i KCl oraz mieszaninę KH_2PO_4 i K_2HPO_4 o $\text{pH} = 7.1$. Roztwory ostateczne otrzymywano przez mieszanie roztworów zasadniczych o jednakowem Δ w odpowiednich stosunkach objętościowych. Składniki oznaczano w roztworach przed i po resorbcji oraz w roztworze kontrolnym. W doświadczeniach, w których wprowadzano do steku mocz, celem kontroli zbierano mocz, spływający z moczwodów, przed wprowadzeniem i po niem przez czas, równy czasowi resorbcji. Mocz potrzebny do doświadczeń zbierano w dniu poprzednim, zwykle u innej kury, wywołując diurezę wodną, i przechowywano przez noc w lodówce.

Płyny wprowadzano ogrzane do 40°C . Obliczając stopień resorbcji,

do ilości, wprowadzonych w doświadczeniu właściwym, dodawano ilości, znalezione w płynie kontrolnym.

W pracy niniejszej stosowano następujące metody mikrochemiczne: Sód oznaczano metodą BARRENSCHENA i MESSINGERA ('27), przemywając osad $\text{UNa}_2\text{FeCN}_6$ alkoholem 90%, w słabszej bowiem koncentracji alkoholu osad jest rozpuszczalny. Potas oznaczano metodą KRAMERA i TISDALLA ('21), uprzednio odpędziwszy sole amonowe, Ca metodą DE WAARDA ('21), Mg — metodą BRIGGSA i BELL-DOISY'EGO ('22), zmodyfikowaną przez BIAŁASZEWICZA ('27). Chlor oznaczano w moczu świeżym metodą WHITEHORNA ('20), ogrzewając roztwór po dodaniu odczynników do wrzenia, a to w celu odbarwienia i rozłożenia składników organicznych, przeszkadzających w czasie miareczkowania. Chlor w kale i moczu z nim porównywanym oznaczano metodą, opracowaną przez NIEMIERKĘ ('31). Azot całkowity oznaczano metodą KJELDAHLA, zmodyfikowaną przez PREGLA. Obniżenie punktu zamarzania oznaczano w krioskopie DEKHUYZENA.

Azot całkowity, Cl i Δ oznaczano w dniu zbierania moczu, resztę składników — serjami w czasie późniejszym. Do mikroanaliz poszczególnych składników używano ilości substancyj spopielenych, optymalne dla każdej metody. Trzymano się również zasady wykonywania równoległych oznaczeń w roztworach wzorcowych, w ilościach zbliżonych do ilości substancji badanej.

III. Część doświadczalna.

1. Względna szybkość chłonięcia składników mineralnych w warunkach naturalnych.

Pierwsze doświadczenia niniejszej pracy miały na celu zbadanie resorpcji składników mineralnych w steku przez porównanie zawartości tych składników w moczu, wydalonym z moczowodów, z zawartością tych składników w kale stekowym, t. j. w moczu częściowo zresorbowanym, zmieszanym z kałem właściwym.

Doświadczenia te, w liczbie 8-miu, przeprowadzono na 4-ech osobnikach (Nr: 6, 7, 8, 11), znajdujących się w stanie głodu organicznego, w dniach głodu od 3—10; wykonane były one według opisu, znajdującego się w części metodycznej, przyczem wyniki oznaczeń poszczególnych składników (Na, K, Ca, Mg, Cl, P, N) podane zostały w mg zawartych w 1 g świeżych substancyj (mocz i kału stekowego).

Interpretacja wyników powyższych doświadczeń (tab. I) musi być bardzo ostrożna, nieznanym jest bowiem udział kału właściwego w tworzeniu się kału stekowego. Pewną wskazówką mogą być tutaj analizy moczu i kału właściwego kur głodzonych

Tabela I.

Zawartość azotu i składników mineralnych w moczu i w kale stekowym kur głodzonych.
Gehalt an Stickstoff und an mineralischen Bestandteilen im Harn und in dem kloakalen Kote bei den Hennen während des Hungers.

doświadczenia Nr. des Versuches	Data Datum	Nr. zwierzęcia des Tieres	Dzień głodu Hungertag	Rodzaj substancji Untersuchte Substanz	Zawartość składników w 1 g kału i moczu <i>Gehalt an Bestandteilen in 1 g des Harnes und des Kotes</i>							Uwagi <i>Anmerkungen</i>
					Na	K	Ca	Mg	Cl	P	N	
					mg	mg	mg	mg	mg	mg	mg	
7	14-II-30	6	6	mocz	—	0.93	0.89	0.007	0.97	0.61	5.88	Przed zbier. moczu wprowadzono 20 cm ³ wody do żołądka <i>Vor dem Harnansammeln führte man 20 cm³ Wasser in den Magen ein.</i> Przed zbier. moczu wprowadzono 25 cm ³ wody do żołądka <i>Vor dem Harnansammeln führte man 25 cm³ Wasser in den Magen ein.</i> Przed zbier. moczu wprowadzono 50 cm ³ wody do żołądka <i>Vor dem Harnansammeln führte man 50 cm³ Wasser in den Magen ein.</i>
				kał	1.12	4.72	3.91	0.068	1.17	3.18	34.90	
8	24-III-30	6	7	mocz	0.76	0.43	0.14	0.007	0.57	0.15	1.53	
				kał	0.84	5.28	0.83	0.173	1.41	2.54	17.00	
9	18-III-30	7	3	mocz	3.42	2.48	0.26	0.059	—	1.61	9.19	
				kał	2.87	3.63	0.39	0.244	3.14	1.33	14.60	
10	20-III-30	7	5	mocz	0.12	0.13	0.05	0	0.11	0.68	0.51	
				kał	0.36	1.54	0.70	0.071	0.74	2.10	5.90	
11	22-III-30	7	7	mocz	0.89	1.42	0.62	0.061	1.17	1.19	10.45	
				kał	0.27	2.64	0.87	0.172	0.23	2.50	15.59	
12	10-IV-30	7	7	mocz	1.39	3.98	0.52	—	2.20	2.23	13.80	
				kał	0.43	4.06	0.60	—	1.38	1.93	14.60	
13	20-I-31	8	9	mocz	1.69	7.13	—	—	0.99	2.54	33.00	
				kał	0.47	4.51	—	—	0.47	3.00	26.57	
14	20-I-31	10	10	mocz	1.74	6.93	—	—	0.46	1.85	47.70	
				kał	0.69	4.48	—	—	0.03	3.08	37.40	

(po założeniu im *anus praeternaturalis*), podane przez SATA YOSHIHISO ('22). Autor ten znalazł w kale właściwym, odmienne niż w moczu, niewielkie ilości Na, K i Cl oraz znaczne ilości Ca i Mg.

W większości doświadczeń Mg i Ca występują w kale stekowym w stężeniach wyższych, niż w moczu. Wzrost stężeń tych składników w kale stekowym może być spowodowany

wyżej wspomnianą znaczną ich zawartością w kale właściwym. Mimo to możemy wnioskować na podstawie znacznego stężenia Ca i Mg w kale stekowym, że błona śluzowa steku jest względem tych składników mało przepuszczalna.

Również azot i potas występują w kale stekowym w stężeniach naogół wyższych, niż w moczu. Ponieważ składniki te wydalone są prawie wyłącznie w moczu, różnica powyższa świadczy o małej ich resorbcji w steku.

Odmienne zachowują się chlor i sód. Stężenia tych składników w moczu są naogół wyższe, niż w kale stekowym, co wskazuje, że pierwiastki te ulegają wyraźnej resorbcji.

W tabeli rozpatrywanej znajdujemy jednak pewne odchylenia. Np. azot i potas w doświadczeniu 13-tym występują w moczu w stężeniach wyższych, niż w kale stekowym, sód i chlor w doświadczeniach 7, 8 i 10-tym — w kale w stężeniach wyższych, niż w moczu, a więc zachowują się całkowicie odmiennie, niż w pozostałych doświadczeniach. Różnice powyższe znikają jednak po odniesieniu wszystkich składników do azotu, przyjmując zawartość tego składnika za równą 100 (tab. II).

Powyższy sposób przedstawienia wyników uzasadniamy przede wszystkim tem, że azot występuje w moczu w ilościach, dających się łatwo oznaczyć, i to głównie w postaci trudno rozpuszczalnego w wodzie osadu kwasu moczowego i moczanów alkaliów (SZALAGYI i KRIWUSCHA '14, VÖLTZ '22, DAVIS '27). Skutkiem tego azot w najmniejszym stosunkowo stopniu może ulegać resorbcji zwrotnej, a więc najwięcej nadaje się do porównywania względnej szybkości chłonięcia składników badanych.

We wszystkich 8-miu doświadczeniach, przytoczonych w tab. II, znajdujemy zawartość względną chloru i sodu w kale przeciętnie 3—4 razy mniejszą niż w moczu, co świadczy o wybitnej resorbcji tych składników w steku.

Zupełnie odmiennie zachowuje się magnez, którego względne ilości w kale są około dwóch razy większe, niż w moczu. Fakt ten świadczy o wydalaniu magnezu przez jelito oraz o stosunkowo najmniejszej szybkości chłonięcia tego składnika. Wapń ulega nieznacznej resorbcji w doświadczeniu 7 i 8-mem, fosfor w doświadczeniach 7, 9 i 12-tym. Potas ulega nieznacznemu chłonięciu w doświadczeniach 7, 13 i 14-tym, w pozostałych doświadczeniach względne jego ilości w kale są prawie równe podobnym jego ilo-

T a b e l a II.

Porównanie składu mineralnego moczu i kału stekowego w odniesieniu do zawartości azotu przyjętej za 100.

Vergleichende Darstellung der mineralischen Zusammensetzung des Harnes und des kloakalen Kotes im Bezug auf den Stickstoffgehalt, wobei der letztere als 100 angenommen wird.

Nr. des Versuches	Data Datum	Nr. zwierzęcia des Tieres	Dzień głodu Hungertag	Rodzaj substancji Untersuchte Substanz	Względne ilości składników mineralnych w odniesieniu do azotu. <i>Relative Mengen der mineralischen Bestandteile in Bezug auf den Stickstoffgehalt.</i>						
					N	Na	K	Ca	Mg	Cl	P
					7	14-II-30	6	6	mocz Harn	100	—
				kał	100	3.2	13.5	11.2	0.19	3.5	9.1
				Kot	100	3.2	13.5	11.2	0.19	3.5	9.1
8	24-II-30	6	7	mocz Harn	100	49.7	28.1	9.1	0.47	37.3	9.8
				kał	100	4.9	31.1	4.9	1.02	8.3	14.9
				Kot	100	4.9	31.1	4.9	1.02	8.3	14.9
9	18-III-30	7	3	mocz Harn	100	37.2	27.0	2.8	0.64	—	17.5
				kał	100	19.6	24.9	2.7	1.67	21.5	9.1
				Kot	100	19.6	24.9	2.7	1.67	21.5	9.1
10	20-III-30	7	5	mocz Harn	100	23.5	25.5	9.8	0	21.5	15.7
				kał	100	6.1	26.1	11.8	1.20	12.6	35.6
				Kot	100	6.1	26.1	11.8	1.20	12.6	35.6
11	22-III-30	7	7	mocz Harn	100	8.5	13.6	5.9	0.58	11.2	11.4
				kał	100	1.7	16.9	5.6	1.10	1.5	16.0
				Kot	100	1.7	16.9	5.6	1.10	1.5	16.0
12	10-IV-30	7	7	mocz Harn	100	10.1	28.8	3.8	—	15.9	16.1
				kał	100	3.0	28.3	4.2	—	9.6	13.4
				Kot	100	3.0	28.3	4.2	—	9.6	13.4
13	20-I-31	8	9	mocz Harn	100	5.1	21.6	—	—	3.0	7.7
				kał	100	1.8	16.9	—	—	1.8	11.3
				Kot	100	1.8	16.9	—	—	1.8	11.3
14	21-I-31	11	10	mocz Harn	100	3.6	14.6	—	—	1.0	3.9
				kał	100	1.8	11.8	—	—	0.0	8.1
				Kot	100	1.8	11.8	—	—	0.0	8.1

ściom w moczu, co świadczy o małej szybkości chłonięcia tego składnika w steku.

Streszczając wyniki rozpatrzonych doświadczeń, widzimy, że błona śluzowa steku jest w bardzo nieznacznym stopniu przepuszczalna względem składników mineralnych moczu, będących właściwymi produktami przemiany głodowej (K, Ca, Mg i P), ujawnia natomiast wybitną zdolność chłonięcia Na i Cl, których retencja w organizmie w stanie głodu jest konieczna dla zachowania stałości składu cieczy ciała.

2. Resorbcja moczu, wprowadzonego eksperymentalnie do steku.

Stwierdzoną poprzednio wybiórczość steku w stosunku do niektórych składników mineralnych moczu w warunkach naturalnych należało zbadać również ilościowo.

Wskazaną w tym kierunku ścisłą metodą byłoby wprowadzenie określonej ilości moczu do steku, przewiązanego od strony jelita oraz przecięcie dopływu moczu z moczowodów. Doświadczenia w podobny sposób wykonane nie udawały się, czy to skutkiem hamującego działania narkozy na zjawisko chłonięcia, czy też dzięki upośledzeniu dopływu krwi do steku wskutek jego przewiązania. Nawet po upływie godziny resorbcja była tak nieznaczna, że musiano w dalszych doświadczeniach ograniczyć się do sposobu mniej dokładnego, jednak stwarzającego dla procesu resorbcji warunki możliwie zbliżone do naturalnych.

Mianowicie badano resorbcję w steku, nie przerywając dopływu moczu z moczowodów i nie znając ponadto wielkości powierzchni chłonnej. Wpływ pierwszego czynnika starano się wyeliminować, zbierając mocz przed doświadczeniem i po niem przez czas, równy czasowi resorbcji moczu wprowadzonego, i poddając następnie mocz ten analizie. Drugi czynnik powodował trudny do skontrolowania błąd w ilościowym oznaczaniu objętości cieczy niezresorbowanej¹⁾. Wynosił on od 7 do 15% ilości wprowadzonej.

W doświadczeniach tego typu ograniczono się tylko do analiz Na, K, Cl i P. Z większej liczby doświadczeń, naogół zgodnych, przytaczamy trzy w tab. III, IV i V, podając stężenia składników w moczu wprowadzonym i wyciągniętym po resorbcji (mg/cm³), całkowite ilości składników wprowadzonych i wyciągniętych po resorbcji oraz ilości zresorbowane (w mg) i ponadto względną intensywność chłonięcia (w odsetkach ilości wprowadzonej, po uwzględnieniu ilości znalezionej w moczu zebrany dla kontroli).

Resorbcja wody, jak widać z podanych w tej tabeli stężeń, po 45 min. pozostawiania moczu w steku, zachodzi naogół prędzej, niż resorbcja składników mineralnych. Znajdujemy więc wzrost

¹⁾ W warunkach naturalnych mocz ulega resorbcji nie tylko we właściwym steku, ale i w stopniowo przechodzącym w stek jelicie odbytowym, oddzielonym od jelita biodrowego okrężnym zwieraczem. Przed tym ostatnim uchodzą do jelita odbytowego dwa ślepe jelita, które, jeśli weźmiemy pod uwagę mechanizm ich napelniania (KRÜGER '26), mogą w chłonięciu moczu również niejaka rolę odgrywać.

Tabela III.

Mocz kury, znajdującej się w 3-cim dniu głodu, wprowadzony do steżu innej kury w 4-tym dniu głodu. Wprowadzono 15 cm³, po 45 min. wyciągnięto 9 cm³. Nr. zwierzęcia 8, Nr. doświadczenia 30, 19-XII-30 r.

Der Harn bei einer Henne am 3-ten Hungertage gesammelt, bei einer anaeren am 4-ten Hungertage in die Kloake eingeführt. Man führte 15 cm³ ein und zog nach 45 Min. 9 cm³ heraus. Nr. des Tieres 8. Nr. des Versuches 30, 19-XII-30.

Składniki Bestandteile	Ilość składników w moczu <i>Mengen der Bestandteile im Harn</i>					Ilości składników zresorbo- wane <i>Die resor- bierten Mengen der Bestand- teile</i>	Resorbcja w % ilości wprowadzo- nych i wydalonych z moczem w czasie doświadczenia <i>Resorptions- grad in % der eingeführten und im Harn während der Dauer d. Ver- suches ausge- schiedenen Mengen</i>
	wprowadzonym do steżu na po- czątku doświad- czenia		wydalonym do steżu w czasie doświadczenia	pozostałym w ste- żu w końcu doświadczenia			
	<i>eingeführt in die Kloake am Anfang des Versuches</i>		<i>ausgeschieden in die Kloake während d. Versuches</i>	<i>übrig geblieben in der Kloake am Ende d. Versuches</i>			
	mg cm ³	mg	mg	mg cm ³	mg		
Na	0.95	14.2	2.5	1.19	10.7	6.0	36
Cl	1.60	24.0	1.4	1.84	16.6	8.8	35
K	0.77	11.5	2.0	1.31	11.8	1.7	13
P	0.93	13.9	3.3	1.47	13.2	4.0	23

Tabela IV.

Mocz kury, znajdującej się w 4-tym dniu głodu, wprowadzony do steżu innej kury — w 5-tym dniu głodu. Wprowadzono 15 cm³, po 45 min. wyciągnięto 9 cm³. Nr. zwierzęcia 11. Nr. doświadczenia 31, 4-I-31.

Der Harn bei einer Henne am 4-ten Hungertage gesammelt, bei einer anderen am 5-ten Hungertage in die Kloake eingeführt. Man führte 15 cm³ ein und zog nach 45 Min. — 9 cm³ heraus. Nr. des Tieres 11. Nr. des Versuches 31, 4-I-31.

Składniki Bestandteile	Ilości składników w moczu <i>Mengen der Bestandteile im Harn</i>					Ilości składników zresorbo- wanych <i>Die resor- bierten Mengen der Bestand- teile</i>	Resorbcja w % ilości wprowadzo- nych i wydalonych z moczem w czasie doświadczenia <i>Resorptions- grad in % der eingeführten und im Harn während der Dauer des Versuches aus- geschiedenen Mengen</i>
	wprowadzonym do steżu na po- czątku doświad- czenia		wydalonym do steżu w czasie doświadczenia	pozostałym w ste- żu w końcu doświadczenia			
	<i>eingeführt in die Kloake am Anfang des Versuches</i>		<i>ausgeschieden in die Kloake während d. Versuches</i>	<i>übrig geblieben in der Kloake am Ende des Versuches</i>			
	mg cm ³	mg	mg	mg cm ³	mg		
Na	0.99	14.8	0.8	1.23	11.7	3.9	25
Cl	1.21	18.1	0.9	1.57	14.9	4.1	22
K	0.98	14.7	4.3	1.82	17.3	1.7	9
P	0.50	7.5	1.6	0.48	4.6	4.5	49

Tabela V.

Mocz kury odżywianej, wprowadzony do steku kury, znajdującej się w 6-tym dniu głodu. Wprowadzono 15 cm³, po 45 min. wyciągnięto 10 cm³. Nr. zwierzęcia 8. Nr. doświadczenia 32, 15-XII-30 r.

Der Harn bei einer gefütterten Henne gesammelt und bei einer anderen am 6-ten Hungertage in die Kloake eingeführt. Nr. des Tieres 8. Nr. des Versuches 32, 15-XII-30.

Składniki Bestandteile	Ilości składników w moczu <i>Mengen der Bestandteile im Harne</i>					Ilości składników zresorbowa- ne <i>Die resor- bierten Mengen der Bestand- teile</i>	Resorbcja w % ilości wprowadzo- nych i wydalonych z mo- czem w czasie doświadczenia <i>Resorptions- grad in % der eingeführten und im Harne während der Dauer des Ver- suches ausge- schiedenen Mengen</i>
	wprowadzonym do steku na po- czątku doświad- czenia <i>eingeführt in die Kloake am Anfang des Versuches</i>		wydalonym do steku w czasie doświadczenia <i>ausgeschieden in die Kloake während d. Versuches</i>	pozostałym w ste- ku w końcu doświadczenia <i>übrig geblieben in der Kloake am Ende der Versuches</i>			
	mg/cm ³	mg	mg	mg/cm ³	mg	mg	%
	Na	2.00	30.0	1.9	2.20	22.0	9.9
Cl	2.69	40.3	1.2	2.83	28.3	13.2	32
K	1.17	17.5	11.3	2.58	25.8	3.0	10
P	0.42	6.2	5.0	1.08	10.8	0.4	4

stężeń chloru i sodu w moczu po resorbcji, czego po bardzo długim czasie resorbcji w warunkach naturalnych nie było. Odsetki, wyrażające intensywności chłonięcia chloru i sodu, są do siebie zbliżone, co świadczyłoby, że pierwiastki te resorbują się w postaci chlorku sodowego. Potas resorbuje się 2 do 3 razy wolniej, niż sód. Fosfor znika w ilościach bardzo niestabilnych: od 4 do 50% ilości wprowadzonej.

Znaczne różnice w szybkości chłonięcia Na i K świadczą ponownie o wybiórczości błony śluzowej steku w stosunku do tych składników.

3. Resorbcja roztworów soli.

Nieznaczna szybkość chłonięcia potasu w steku, mimo naogół łatwego chłonięcia związków tego kationu w jelicie (MALKIEWICZ '24, KUCZKOWSKI '28), domagała się bliższego zbadania.

Wykonaliśmy szereg doświadczeń, w których szło nam głów-
nie o zbadanie resorbcji nieorganicznych soli potasowych oraz

o porównanie szybkości ich chłonięcia z szybkością chłonięcia NaCl. W doświadczeniach tych wprowadzano do przemytego steku kury głodzonej (przed wprowadzeniem roztworu badanego) 15 cm³ wody na czas, równy czasowi resorbcji tego roztworu. Ilości składników wydalone z moczem do steku w czasie resorbcji wody, znalezione w płynie pozostałym po jej resorbcji, uwzględniano przy obliczaniu stopnia resorbcji tych składników w roztworze badanym.

Z wielu zgodnych doświadczeń przytaczamy wyniki trzech w tab. VI, VII i VIII.

Tabela VI.

Resorbcja roztworów K₂HPO₄ + KH₂PO₄ i KCl w steku kury, znajdującej się w 4-tym dniu głodu. Czas resorbcji każdego roztworu 20 min. pH roztw. = 7.1. Cl:P = 1:1. Nr. dośw. 40, 2-X-30.

Die Resorption der Lösungen von K₂HPO₄+KH₂PO₄ und KCl in der Kloake bei einer Henne, am 4-tem Hungertage. Resorptionsdauer jeder Lösung 20 Min. pH der Lösungen = 7.1, Cl:P = 1:1. Nr. des Versuches 40, 2-X-30.

Δ roztwo- ru wpro- wadzo- nego der ein- geföh- ren Lösung	Wprowadzono do steku:				Wyciągnięto ze steku				Resorbcja w % ilości wpro- wadzonych i znalezionych w roztworze wyciągniętym ze steku po resorbcji wody Resorptionsgrad - in % - der eingeföhren und der aus der Kloake nach Wasserresorp- tion herausgezogenen Mengen			
	<i>Man föhrt in die Kloake ein</i>				<i>Man zog aus der Kloake heraus</i>							
	H ₂ O cm ³	K mg	Cl mg	P mg	H ₂ O cm ³	K mg	Cl mg	P mg	H ₂ O %	K %	Cl %	P %
	15	—	—	—	6.3	8.8	4.1	2.3	—	—	—	—
1 ⁰	15	222.6	74.2	73.5	14.5	165.9	48.3	55.4	3	28	38	27
0.5 ⁰	15	111.3	37.1	36.7	10.2	50.6	19.8	17.9	32	57	52	54
0.25	15	55.6	18.6	18.3	4.5	14.3	6.0	5.0	77	78	74	76

W tabeli VI podano wyniki doświadczenia nad resorbcją chlorków i fosforanów potasu w roztworach hiper- i hipotonicznych względem krwi oraz w stężeniach częściowych takich, że ilości wagowe metaloidów w 1 cm³ były prawie jednakowe, przyczem pH roztworów wynosiło 7.1. Roztwory były wprowadzane do steku na 20 min.

Stwierdzamy, że sole potasowe wyżej wymienionych anjonów resorbują się łatwo, przyczem szybkość ich resorbcji wzrasta ze spadkiem stężenia.

W tab. VII i VIII podano wyniki doświadczeń nad resorbcją chlorków sodu i potasu w roztworach izotonicznych względem krwi oraz w stężeniach częściowych poszczególnych soli, pro-

Tabela VII.

Resorbcja izotonicznego w stosunku do krwi roztworu NaCl i KCl w steku kury, znajdującej się w 7-mym dniu głodu. Wprowadzono do steku 20 cm³, po 20 min. wyciągnięto 10 cm³. NaCl : KCl = 58.46 : 74.66. Nr. doświadczenia 33, 17-V-30 r.

Resorption einer im Verhältnis zum Blute isotonischen Lösung von NaCl und KCl in der Kloake einer Henne am 7-ten Hungertage. Man führte in die Kloake 20 cm³ ein und zog nach 20 Min. 10 cm³ heraus. Nr. des Versuches 33, 17-V-30.

Składniki Bestandteile	Ilości składników w roztworze <i>Mengen der Bestandteile in der Lösung</i>					Ilości składników zresorbowane <i>Die resorbierten Mengen der Bestandteile</i>	Resorbcja w % ilości wprowadzonych i pozostałych w steku po resorbcji wody <i>Resorptionsgrad in % der eingeführten und in der Kloake nach der Wasserresorption übrig gebliebenen Mengen</i>
	wprowadzonym do steku na początku doświadczenia <i>eingeführt in die Kloake am Anfang des Versuches</i>		pozostałym w steku po resorbcji wody <i>übrig geblieben in der Kloake nach der Wasserresorption</i>	pozostałym w steku w końcu doświadczenia <i>übrig geblieben in der Kloake am Ende des Versuches</i>			
	mg/cm ³	mg	mg	mg/cm ³	mg	mg	%
	Na	2.63	52.6	4.6	1.37	13.7	43.5
Cl	7.65	153.0	11.6	5.27	52.7	111.9	68
K	3.98	79.6	10.1	3.06	30.6	59.1	66

Tabela VIII.

Resorbcja izotonicznego w stosunku do krwi roztworu KCl i NaCl w steku kury, znajdującej się w 7-mym dniu głodu. Wprowadzono do steku 15 cm³, po 20 min. wydobyto 5.3 cm³. NaCl : KCl = 58.46 : 74.66. Nr. doświadczenia 34, 27-V-30 r.

Aufsaugung einer im Verhältnis zum Blute isotonischen Lösung von NaCl und KCl in der Kloake einer Henne am 7-ten Hungertage. Man führte in die Kloake 15 cm³ ein und zog nach 20 Min. — 5.3 cm³ heraus. Nr. des Versuches 34, 27-V-30.

Składniki Bestandteile	Ilości składników w roztworze <i>Mengen der Bestandteile in der Lösung</i>					Ilości składników zresorbowane <i>Die resorbierten Mengen der Bestandteile</i>	Resorbcja w % ilości wprowadzonych i pozostałych w steku po resorbcji wody <i>Resorptionsgrad in % der eingeführten sowie der in der Kloake nach der Wasserresorption übrig gebliebenen Mengen</i>
	wprowadzonym do steku na początku doświadczenia <i>eingeführt in die Kloake am Anfang des Versuches</i>		pozostałym w steku po resorbcji wody <i>übrig geblieben in der Kloake nach der Wasserresorption</i>	pozostałym w steku w końcu doświadczenia <i>übrig geblieben in der Kloake am Ende des Versuches</i>			
	mg/cm ³	mg	mg	mg/cm ³	mg	mg	%
	Na	2.46	36.9	3.8	1.08	5.7	35.0
Cl	7.25	108.7	8.1	3.46	18.3	98.5	84
K	3.74	56.1	13.9	2.64	14.0	56.0	80

porcjonalnych do ich ciężarów cząsteczkowych. Resorbcja KCl, jak widzimy, zachodzi bardzo łatwo: np. w tab. VIII 80% KCl, wprowadzonego do steku, zresorboowało się w ciągu 20 min. Szybkość chłonięcia KCl jest nieznacznie mniejsza od szybkości chłonięcia NaCl.

Widzimy więc, że błona śluzowa steku jest względem fosforanów i chlorków potasu równie łatwo przepuszczalna, jak wobec chlorku sodu.

4. Rola steku w retencji wody i składników mineralnych.

a. *Intensywność wydalania moczu i jego stężenie cząsteczkowe.*

Opierając się na skąpych danych co do intensywności wydalania moczu u ptaków (SHARPE '11, SZALAGYI i KRIWUSCHA '14), należałoby przyjąć, że resorbcja zwrotna wody w steku jest procesem, zachodzącym na ogromną skalę. Ponieważ sprawa ta jest zasadniczą dla tematu niniejszej pracy, przystąpiliśmy przede wszystkim do sprawdzenia istniejących w literaturze obserwacji.

Mianowicie, w sposób opisany w części metodycznej, zbierano mocz u dwu kur dobrze odżywianych w ciągu dni 5, trzykrotnie w ciągu dnia, w dłuższych odstępach czasu. W tabeli IX podano całkowity czas zbierania moczu w godzinach, ilości zebranego w tym czasie moczu w cm^3 , obliczone z tych danych w cm^3 dobowe ilości moczu oraz intensywność wydalania moczu na kg wagi i godzinę.

Zwraca przedewszystkiem uwagę bardzo szeroka skala wahań dobowych ilości moczu: od 20.9 do 164.8 cm^3 . Przeciętna, dobowa ilość moczu 67.2 cm^3 jest znacznie niższa od wartości, znalezionej przez SHARPE'A (500 cm^3 na dobę), zbliża się zaś więcej do wartości, znalezionej przez SZALAGYI'EGO i KRIWUSCHA (120 cm^3 na dobę). Jeśli zważymy, że pierwszy autor zbierał mocz przez czas krótki (20 min.) w narkozie uretanowo-eterowej, wywołującej diurezę, dwaj następnii u kur ze sztucznym odbytem, pijących nadmierne ilości wody, to odmienność naszych wyników, otrzymanych w warunkach zbliżonych do naturalnych, jest do pewnego stopnia usprawiedliwiona.

W tabeli X podano wyniki doświadczeń nad intensywnością wydalania moczu u kur głodzonych.

Tabela IX

Intensywność wydalania moczu u kur odżywianych. Zbierano mocz kilkakrotnie w ciągu dnia. Pokarm: pszenica i woda *ad libitum*.

Intensität der Harnausscheidung bei den gefütterten Hennen. Man sammelte den Harn einigemal während des Tages an. Weize und Wasser ad libitum.

kolejny Nr. Ordnungszahl	zwierzecia Nr. des Tieres	Data Datum	Ciężar ciała Körpergewicht g	Czas zbier. moczu Dauer des Harnan- sammelns h	Ilość zebrana Gesammelte Menge cm ³	Intensywność wy- dalania moczu Intensität der Harnausscheidung		Uwagi Anmerkungen
						na dobe in 24 St. cm ³	na kg. wagi i godz. in 1 St. und kg Körper- gewichtes cm ³	
1	7	5-III-31	1550	3.0	2.85	22.8	0.61	Mocz zbierano bez przerwy <i>Der Harn wurde ununterbrochen angesammelt.</i>
2	7	6 III-31	1540	2.0	1.74	20.9	0.57	
3	7	8-III-31	1550	2.0	5.50	27.0	1.47	
4	7	9-III-31	1530	1.5	4.20	67.2	1.82	
5	7	10-III-31	1540	1.5	2.95	47.2	1.29	
6	11	11-III-31	1270	1.5	7.60	122.2	3.98	
7	11	5-I-31	1270	2.5	3.57	34.3	1.12	
8	11	6-III-31	1270	2.0	3.00	36.0	1.15	
9	11	8-III-31	1300	2.0	12.80	153.6	5.00	
10	11	9-III-31	1280	1.5	10.30	164.8	5.40	
11	11	10-III-31	1270	1.5	2.70	43.2	1.42	
Przeciętnie Durchschnittlich						67.2	2.16 + 1.69	

Tabela X.

Intensywność wydalania moczu u kur w czasie głodu i jego stężenie cząsteczkowe.
Intensität der Harnausscheidung bei Hühnern während der Hungerperiode und seine molekuläre Konzentration.

doświadczenia Nr. des Versuches	Data Datum	zwierzecia Nr. des Tieres	Ciężar ciała Körpergewicht g	Dzień głodu Hungertag	Czas zbier. moczu Dauer des Harnan- sammelns h	Ilość moczu zebr. Angesammelte Harmenge cm ³	Intensywność wy- dalania moczu Intensität der Harnausscheidung		Obniżenie punktu zamarzania moczu Erniedrigung d. Gefrierpunktes d. Harnes °C	Uwagi Anmerkungen
							cm ³ /h	na dobę i kg. wagi in 24 St. und kg Körper- gewicht cm ³		
4	16-XII-29	3	1320	1	3.0	20.0	6.60	121.0	0.298	Mocz zbierano w narkozie <i>Den Harn sammelte man in der Narkose an.</i>
5	23-1-30	4	1280	2	1.0	12.0	12.00	225.0	0.282	
5	23-1-30	4	1280	2	3.0	10.0	3.33	125.0	0.742	
11	21-III-30	7	1170	7	7.0	5.5	0.78	16.0	0.926	Mocz zbierano bez narkozy <i>Den Harn sammelte man ohne Narkose an.</i>
12	10-IV-30	7	1150	7	4.0	3.5	0.88	18.2	1.008	
18 24	15-21-1-31	8	1575 1100	4 10	23.3	20.9	0.89	16.2	—	
18 24	15-21-1-31	11	1274 945	4 10	20.7	20.7	1.17	25.3	—	

Z tabeli powyższej widać, że jeśli zbierano mocz w sposób stosowany przez SHARPE'A, t. j. w narkozie, z kanjulek, zakładanych do moczowodów, to ilość dobową moczu, mimo zbierania w drugim dniu głodu, wynosiła 225 cm³, gdy natomiast bez narkozy — około 20 cm³ na dobę.

Obniżenie punktu zamarzania moczu głodowego, zawierającego znaczne ilości osadu, wynosiło około 1°C, a więc nerka ptaków może wydalać mocz dość znacznie hipertoniczny względem krwi (Δ krwi = 0.62°).

Wyniki powyższe świadczą, że intensywność wydalania moczu do steku nie jest u kur wyższa, niż u zwierząt w innych gromadach, co zdawało się wynikać z badań dotychczasowych (PÜTTER '26).

b. *Intensywność wydalania do steku niektórych składników mineralnych przez nerkę kur w czasie głodu.*

Celem zbadania intensywności wydalania składników mineralnych przez nerkę w czasie głodu, wykonano jednocześnie na dwu kurach doświadczenia, trwające 11 dni. W ciągu całego tego czasu zwierzęta otrzymywały tylko wodę destylowaną do picia, były więc w głodzie organicznym i mineralnym. Mocz zbierano codziennie możliwie krótko, aby zmniejszyć ewentualnie straty dla organizmu tych składników, które mogły być ze zbieranego moczu zwrótnie zresorbowane. Mając więc do dyspozycji niewielkie ilości moczu, ograniczono się tylko do oznaczeń Na, K, Cl, P i N.

W tabeli XI i XII zostały podane szczegółowe wyniki powyższego doświadczenia, mianowicie czas zbierania moczu (w godzinach), ilości całkowite zebranego w tym czasie moczu (w cm³), oraz stężenia analizowanych składników (w mg w 1 cm³ moczu). Z wyników powyższych obliczono przeciętnie intensywność wydalania składników mineralnych i azotu, jako wartości głównie nas tutaj obchodzące. Mianowicie w tabeli XIII podano ilość składników, wydalone na kg wagi i dobę w mg, jako wartości średnie z całego okresu 10 dni głodu. W celu porównania zestawiono poniżej wyniki, otrzymane na kurach głodzonych przez SATA YOSHIHISO ('23), obliczone na podstawie tab. III, IV i XII jego pracy dla okresu 10 dni głodu, oraz wyniki, osiągnięte przez S. SAKS ('30) w pracy nad przemianą mineralną psów w okresie 10 dni głodu, według tab XII i XIII tej pracy.

Tabela XI.

Wydalenie azotu i składników mineralnych w moczu kury w czasie 10-dniowego głodu, Nr. zwierzęcia 8. Nr. dośw. 13-24, 10-21-1-31 r.

Ausscheidung von Stickstoff und von mineralischen Bestandteilen im Hühnerharn während des 10 Tage lang dauernden Hungers. Nr. des Versuches 13-24, 10-21-1-31.

Dzień głodu Hungertag	Ciężar ciała Körpergewicht g	Czas zbierania moczu Dauer des Harn- ansammelns h	Ogółem zebrano moczu Harnmenge cm ³	Intensywność wyda- niania moczu Intensität der Harn- ausscheidung cm ³ /h	Zawartość składników Gehalt an Bestandteilen				
					Na mg/cm ³	K mg/cm ³	Cl mg/cm ³	P mg/cm ³	N mg/cm ³
0	1274	1.5	7.6	5.1	3.22	3.18	6.39	0.41	4.88
1		2.0	6.1	3.1	2.77	2.83	2.02	0.37	2.77
2		1.5	3.1	2.1	2.17	1.85	1.94	0.47	6.47
3		4.0	4.8	1.2	1.44	1.88	1.49	0.78	6.96
4		2.7	5.7	2.1	1.55	1.87	0.69	0.61	5.43
5		3.0	2.1	0.7	2.05	4.68	1.51	2.38	17.48
6		3.0	2.2	0.7	2.00	5.56	1.20	2.78	24.02
7		3.0	2.5	0.8	2.52	7.23	0.64	3.48	26.35
8		3.0	3.3	1.1	2.24	6.17	0.73	3.20	24.84
9		3.0	3.5	1.3	1.62	8.61	0.48	3.66	29.83
10	945	3.0	4.0	1.3	1.74	6.93	0.47	1.85	47.70

Tabela XII.

Wydalenie azotu i składników mineralnych w moczu kury w czasie 10-dniowego głodu, Nr. zwierzęcia 11. Nr. doświadczenia 13-24, 10-21-1-31 r.

Ausscheidung von Stickstoff und von mineralischen Bestandteilen im Hühnerharn während des 10 Tage lang dauernden Hungers. Nr. des Tieres 11. Nr. des Versuches 13-24, 10-21-1-31 J.

Dni głodu Hungertage	Ciężar ciała Körpergewicht g	Czas zbierania moczu Dauer des Harnan- sammelns h	Ogółem zebrano moczu Harnmenge cm ³	Intensywność wyda- niania moczu Intensität der Harn- ausscheidung cm ³ /h	Zawartość składników Gehalt an Bestandteilen				
					Na mg/cm ³	K mg/cm ³	Cl mg/cm ³	P mg/cm ³	N mg/cm ³
0	1.575	2.0	6.4	3.2	3.88	3.23	2.83	0.53	26.66
1		1.0	13.1	13.1	1.10	0.35	1.44	0.13	3.27
2		1.5	7.1	4.7	0.67	0.84	1.29	0.52	6.47
3		1.0	11.2	11.2	0.24	0.55	0.44	0.34	3.23
4		4.0	4.3	1.1	1.92	3.74	0.91	0.68	22.82
5		4.0	3.1	0.8	1.81	5.25	1.04	2.91	26.94
6		4.0	3.3	0.8	1.83	6.18	0.82	3.66	29.45
7		4.3	3.1	0.7	1.53	6.71	0.77	2.34	33.48
8		3.0	2.4	0.8	1.86	7.07	0.80	2.84	29.80
9		3.0	2.5	0.8	1.69	7.14	0.99	2.54	33.00
10	1.100	3.0	2.2	0.7	0.73	5.75	0.67	1.71	34.88

Tabela XIII.

Porównanie wydalania przez nerki składników mineralnych i azotu u kur i psów głodzonych w okresie 10 dni głodu.

Vergleichende Darstellung der Ausscheidung von mineralischen Bestandteilen und von Stickstoff durch die Niere bei den hungernden Hühnern und Hunden während des 10 Tage lang dauernden Hungers.

Rodzaj zwierzęcia i № kolejny <i>Tierart Nr. des Tieres</i>	Przeciętna waga w okr. 10 dni głodu <i>Durchschnittliches Körpergewicht während des 10-tägigen Hungerperiode</i>	Przeciętnie w 1 dniu głodu na 1 kg wagi ciała wydalano się <i>Durchschnittlich während eines Hungertages auf 1 kg Körpergewicht ausgeschiedene Mengen der Bestandteile</i>					Autor <i>Verfasser</i>
		Na mg	K mg	Cl mg	P mg	N mg	
Kura Henne № 8	1.11	45.7	85.9	38.5	47.7	486.4	E. Kryszczyński
Kura Henne № 11	1.33	52.7	85.7	61.9	31.0	453.0	" "
Kura Henne № 1	1.46	8.7	36.3	1.6	37.3	—	Sata Yoshihiso ('22)
Kura Henne № 3	1.28	15.5	54.9	0.5	37.3	—	" "
Kura Henne № 4	1.23	13.2	63.4	14.2	38.5	—	" "
Pies Hund № 1	4.78	17.2	52.5	10.2	12.5	430	S. Saks ('30)
Pies Hund № 2	4.70	13.0	41.0	11.1	22.7	402	" "

Jak wynika z powyższej tabeli, wydalanie azotu u kur, jako u zwierząt, mających stosunkowo większą powierzchnię ciała, jest większe, niż u psów. Daleko wybitniejsze różnice zachodzą jednak w wydalaniu składników mineralnych, przede wszystkim zaś w wydalaniu chloru i sodu. Intensywność wydalania dwu tych składników jest w doświadczeniach, wykonanych przez nas, kilkakrotnie większa, niż u kur ze sztucznym odbytem i u psów. Podobne stosunki, choć przy daleko mniejszych różnicach w intensywności wydalania, zachodzą dla potasu. Fosfor jest wydalany u kur w ilościach zbliżonych do siebie, około dwóch razy większych, niż u psów.

Widzimy więc, że w nerce kur, po założeniu sztucznego odbytu i utrudnieniu przez to resorpcji zwrotnej w steku, może zachodzić w czasie głodu równie wybitna retencja chloru i sodu, jak w nerce psów. W warunkach naturalnych jednak, jak wskazują nasze doświadczenia, nerka kur wydalą w czasie głodu nadmierne ilości tych składników do steku, co świadczy, że organ ten bierze niewątpliwą udział w wymianie głodowej chloru i sodu.

IV. Rozważania ogólne.

Wysunięte na wstępie zagadnienie, czy stek posiada czynność uzupełniającą w przygotowaniu ostatecznego moczu, zostało w pracy niniejszej rozwiązane dodatnio, choć w bardzo szczerpłym zakresie. Nie ustaliliśmy bowiem nie tylko ilościowego składu płynu resorbowanego w steku, ale nawet zbadanie sprawy, jakie substancje mineralne moczu wchodziły stale w skład tego płynu, udało się zaledwie częściowo.

Nie ulega w każdym razie wątpliwości, że głównymi składnikami roztworu resorbowanego zwrotnie są chlor i sód. Podlegają one tak wybitnej resorbcji, szczególnie w późniejszych dniach głodu, że świadczy to zgodnie z badaniami STEELA i DAVISA o swoistej w stosunku do nich wybiórczości błony śluzowej steku.

Ciekawy fakt małej zdolności chłonnej steku w stosunku do soli potasu pozostaje niewytłumaczony. Ponieważ badane przez nas nieorganiczne sole potasowe, jak wykazały powyższe doświadczenia oraz badania SHARPE'A ('23), łatwo resorbują się w steku, może nasuwać się przypuszczenie, że wybitnie nieznaczna resorbacja soli potasowych, wydalanych w moczu, może zależeć prosto od małej ich rozpuszczalności w wodzie. Jeśli zwrócimy uwagę na fakt, że stosunek potasu do azotu w kale stekowym jest prawie taki sam, co w moczu (tab. II), to przypuszczenie, że związek ten jest moczanem potasowym, byłoby prawdopodobne.

V. Streszczenie wyników.

1°. W jednostce wagi kału stekowego znajdujemy w stanie głodu u kur znacznie mniej chloru i sodu, niż w takiej samej ilości moczu. Ilości tych pierwiastków, wyrażone w stosunku do azotu, są w kale 3—4 razy mniejsze, niż w moczu. Uwzględniając możliwość częściowego chłonięcia związków azotowych, musimy przyjąć tembardziej wybitną resorbację chloru i sodu w steku.

2°. Wobec innych składników mineralnych moczu (K, Ca, Mg i P) błona śluzowa steku ujawnia znacznie mniejszą przepuszczalność: dowodzą tego zbliżone do siebie liczby, wyrażające stosunek tych składników do azotu w kale i w moczu.

Fakty powyższe zostały potwierdzone przez dalsze doświad-

czenia, w których badano chłonienu składników mineralnych ze zbieranego moczu, który wprowadzano kurze do steku.

3°. Nieorganiczne sole potasowe, wprowadzane do steku (chlorki, fosforany), resorbują się z szybkością nie wiele mniejszą od chlorku sodowego.

4°. Przeciętna intensywność wydalania moczu u kur odżywianych wynosi 2.16 ± 1.69 cm³ na kg wagi i godzinę, jest więc zbliżona do intensywności, obserwowanej u zwierząt w innych gromadach kręgowców.

5°. U kur głodzonych występuje silna oligurja, przyczem mocz wydalany wtedy jest hipertoniczny w stosunku do krwi (Δ moczu = 1° C).

6°. Przeciętna intensywność wydalania chloru i sodu do steku u kur głodzonych jest znacznie większa od wydalania tych składników u kur ze sztucznym odbytem.

Piśmiennictwo.

Barrenschen H. K. und L. Messinger. 1927. Kolorimetrische Bestimmung des Natriums. Bioch. Z. 189 (308). Bell R. D. and A. Doisy. Rapid colorimetric methods for the determination of phosphorus in urin and blood. Journ. biol. Chem. 44 (55). Białaszewicz K. 1926. O składzie mineralnym komórek jajowych. (Sur la composition minérale des cellules-oeufs). Trav. Inst. Nencki. 3 (1). Briggs A. P. 1922. An modification of the Bell-Doisy phosphate method. Journ. biol. Chem. 53 (13). Chittenden R. H. 1888. Über den Einfluss von Urethan, Antipirin und Antiferbin auf den Eiweissumsatz. Z. f. Biol. 25 (496). Davis R. E. 1927. The nitrogenous constituents of hen urin. Journ. biol. Chem. 74 (509). Gibbs V. S. 1929. The secretion of uric acid by the fowl. Amer. Journ. Physiol. 88 (87). Garnier L. 1886. Influence de l'urethane sur l'excrétion des éléments azotés de l'urine. Compt. Rend. Soc. Biol. (229). Hári V. und Kriwuscha. 1918. Weitere Beiträge zum Stoff- und Energiewechsel bei Vögel. Bioch. Z. 88 (345). Kramer B. and F. F. Tisdall. 1921. A. clinical method for the determination of potassium in small amounts of serum. Journ. biol. Chem. 46 (339). Kuczowski S. 1928. Badania nad zjawiskami wydzielniczo-chłonnemi w jelicie cienkiem. I Wydzielanie elektrolitów. Acta Biol. Exper. 4 (57). Malkiewicz Z. 1924. O chłonienu niektórych soli nieogranicznych w jelicie cienkiem. Trav. Inst. Nencki. 2. Krüger A. 1926. Beiträge zur makro- und mikroskopisches Anatomie von *Gallus domesticus* mit besonderer Berücksichtigung der Darmzotten. Deutsche Tierärz. Woch. 34 (112). Mayrs. 1924. Secretion as a factor in elimination by the birds kidney. Journ. Physiol. 58 (276). Niemierko Wł. 1931. Oznaczanie chloru w drobnych ilościach tkanki (Chlorbestimmung in kleinen Gewebemengen). Acta Biol.

Exper. 7 (101). **Pütter A.** 1926. Die Drei-Drüsentheorie der Harnbereitung. (31) Berlin. **Sharpe N. C.** 1911. On the secretion of urin by birds. Journ. Amer. Physiol. 31 (75). **Scharpe N. C.** 1923. Absorption from cloaca in birds. Journ. Amer. Physiol. 66 (203). **Steel T.** 1922. Linnean Society N. S. Wales. 57 (443). Cytowane węglug **Davis'a** ('27). **Saks S.** 1930. O przemianie mineralnej podczas głodu u psa. Acta Biol. Exper. 5 (225). **Szalagyi** und **Kriwuscha.** 1914. Untersuchungen über die chemische Zusammensetzung und die physikalischen Eigenschaften des Enten- und Hühnerharnes. Bioch. Z. 66 (122). **Völtz W.** 1922. Stoffwechselfersuche an Tieren. Handb. Biol. Arbeitsmet. Abt. IV. 9 (300). **de Waard D. J.** 1919. Eine Mikrobestimmung des Calciums in Blut, Serum und anderen organischen Substanzen. Bioch. Z. 97 (176). **Whithorn J. C.** 1921. A system of blood analysis. Simplified method for the determination of chlorid in blood plasma. Journ. biol. Chem. 45 (449). **Yoshihiso Sata** 1922. Über die Ausscheidung der Mineralstoffe im Harn und im Kote auf der absolute Karenz gesetzten Hühner. Acta Schol. Med. Univ. Imp. Kioto. 4 (511).

BIBLIOTEKA PUŁAWSKA

SERJA PRAC SPOŁECZNO-GOSPODARCZYCH

Nr. 34.

WACŁAW PYTKOWSKI

**WPŁYW OBSZARU, NAKŁADU I KAPITAŁU KRÓW
NA DOCHÓD SUROWY W DROBNYCH GOSPODARSTWACH**

*THE DEPENDENCE OF THE INCOME IN SMALL FARMS UPON THEIR
AREA, THE OUTLAY AND THE CAPITAL INVESTED IN COWS*

PRACA WYKONANA W ZAKŁADZIE BIOMETRYCZNYM
INSTYTUTU IM. NENCKIEGO (T. N. W.)
POD KIERUNKIEM I REDAKCJĄ DR. J. NEYMANA



WARSZAWA — 1932

NAKŁADEM PAŃSTW. INSTYTUTU NAUKOWEGO GOSP. WIEJSK. W PUŁAWACH
SKŁADGŁÓWNY: KSIĘGARNIA ROLNICZA T. O. R. W WARSZAWIE, UL. MAZOWIECKA 10.

Przedruk dozwolony jedynie z podaniem źródła.

T R E Ś Ć.

	Str.
1. Wstęp	7—12
2. Metoda i rozporządzalny materiał statystyczny.	12—30
a) Pojęcie o korelacji wielorakiej	12
b) Współczynniki regresji	13
c) Współczynniki korelacji	15
d) Ogólna charakterystyka materiału statystycznego	19
e) Obszar gospodarstw	20
f) Dochód surowy	21
g) Nakład gospodarczy	22
h) Kapitał krów	22
i) Konieczność dwukrotnej klasyfikacji materiału i jego redukcja	23
j) Mała liczebność klas a dokładność wyników	26
k) Pojęcie o przedziale ufności	27
3. Klasyfikacja gospodarstw według wysokości nakładu.	30—39
a) Rozrzucenie badanych gospodarstw po terytorjum Polski (kolumny 4—11 tablicy III)	30
b) Wartości przeciętne i zmienność obszaru, kapitału krów i dochodu wewnątrz klas nakładowych (kolumny 12—17 tablicy III)	31
c) Wpływ obszaru i kapitału krów na dochód w gospodarstwach o tym samym nakładzie (kolumny 18—27 tablicy III)	32
d) Związek pomiędzy kapitałem krów a obszarem w gospodarstwach o tym samym nakładzie (kolumny 28—32 tablicy III)	39
4. Klasyfikacja gospodarstw według obszaru.	39—49
a) Obszar gospodarstw a ich położenie na terytorjum Polski (kolumny 1—11 tablicy IV)	39
b) Przeciętne wartości i zmienność nakładu, kapitału krów i dochodu w gospodarstwach o tym samym obszarze (kolumny 12—17 tablicy IV)	41
c) Korelacja pomiędzy dochodem a nakładem (kolumny 18—27 tablicy IV)	46
d) Korelacja pomiędzy dochodem surowym a kapitałem krów	46
e) Korelacja pomiędzy kapitałem krów a nakładem gospodarczym (kolumny 28—32 tablicy IV)	46
5. Wnioski	49—50
6. Skrót w języku angielskim (English Summary)	51—59

Praca powyższa została wykonaną na podstawie materiałów i z subwencji Wydziału Ekonomiki Państwowego Instytutu Nauk. G. W.

Myślą przewodnią Wydziału przy zaproszeniu do współpracy p. Dr. J. Neymana było pozyskanie wybitnego teoretyka statystyka dla sprawdzenia metodami statystyki matematycznej niektórych wyników badań nad opłacalnością gospodarstw włościańskich oraz podanie próbie praktycznej samych metod statystycznych: jakie mianowicie wnioski dają się wyciągnąć przy ich zastosowaniu. Dlatego też w badaniach i w redakcji wyników Wydział pozostawił Zakładowi Biometryki Dr. J. Neymana zupełną swobodę przy wykonaniu pracy, formułowaniu wyników — i tekst zostaje publikowany w tej formie, w jakiej wpłynął. Przy korzystaniu z tej pracy należy zdawać sobie sprawę, że jej wyniki odnoszą się przede wszystkim do zbiorowości próbnej. Ocena co do ogólnego znaczenia wyników, może być dokonaną jedynie na drodze zbadania reprezentatywności zbiorowości próbnej w zakresie badanych czynników, w którym to kierunku są obecnie prowadzone badania w Wydziale Ekonomiki.

Chociaż osiągnięte wyniki mają ograniczone znaczenie dla poczynąń realnej polityki agrarnej, to jednak nie zmniejsza to wcale dużej doniosłości pracy powyższej. Porusza ona bowiem szereg ciekawych zagadnień oraz wprowadza nowe metody, mogące mieć w pracach Wydziału dużą doniosłość na przyszłość.

Prof. W. STANIEWICZ

Kierownik Wydziału Ekonomiki D. G. W.
Państw. Inst. Nauk. G. W. w Puławach.

PRZEDMOWA.

Oddając do druku pierwszą wykonaną w Zakładzie Biometrycznym pracę z dziedziny statystyki ekonomicznej, pragnę zaznaczyć, że powstała ona dzięki inicjatywie Prof. Dr. F. Bujaka, który w maju 1929 r. zaproponował mi współpracę z Wydziałem Ekonomiki Drobnych Gospodarstw. Zanim jednak sprawa projektowanej współpracy zaczęła nabierać realnych kształtów, Prof. Dr. F. Bujak przestał być kierownikiem Wydziału Ekonomiki Drobnych Gospodarstw, ustępując to stanowisko Prof. Dr. W. Staniewiczowi. Dzięki nader przychylnemu stanowisku Prof. Dr. W. Staniewicza, prowadzone nadal pertraktacje doprowadziły szybko do pomyślnego wyniku i już w początku roku akademickiego 1929/30 Zakład Biometryczny uzyskał niezbędne środki pieniężne z budżetu Wydziału Ekonomiki i została podjęta praca, której wyniki podawane są poniżej.

Celem tej pracy było wyzyskanie skarbnicy cennych wiadomości, którą stanowią gromadzone przez Wydział Ekonomiki materiały, dla głębszego wniknięcia w mechanizm opłacalności gospodarstw włościańskich.

Jasnym jest, że tak sformułowane zagadnienie nie może być rozwiązane w jednej publikacji. Stoi temu na przeszkodzie przede wszystkim zmienność samego badanego obiektu. W roku 1927/28, gdy ceny ziemiopłodów i ziemi były wyjątkowo wysokie a nakład — stosunkowo tani, opłacalność gospodarstw winna była być w znacznym stopniu zależna od wysokości nakładu. Poniższe wyniki, oparte o materiały rachunkowe z roku 1927/28, potwierdzają i precyzują to intuicyjne przypuszczenie.

Byłoby jednak zbyt pochopnem extrapolować to na inne okresy, gdy konjunktura gospodarcza uległa gruntownej zmianie. Gdyby więc chodziło o obraz zupełny, lub chociaż tylko mniej fragmentaryczny, należałoby podjąć analogiczne opracowanie materiałów, odnoszących się do lat następnych, gdy po dobrej konjunkturze nastąpił kryzys.

W zrozumieniu ważności tego zagadnienia Zakład Biometryczny poczynił kroki w celu uzyskania nowszych materiałów i — znowuż dzięki niezmiernie przychylnemu stanowisku Prof. Dr. W. Staniewicza — uzyskał je, poczem została podjęta podobna praca nad mechanizmem opłacalności drobnych gospodarstw w okresie kryzysowym.

1. W S T Ę P.

Publikacja niniejsza zawiera krótkie zestawienie głównych wyników całorocznej pracy, wykonywanej w Zakładzie Biometrycznym Instytutu im. M. Nenckiego, T. N. W. Celem pracy była bardziej szczegółowa analiza materiałów zebranych przez Wydział Ekonomiki Rolnej Drobnych Gospodarstw Wiejskich w Państwowym Instytucie Naukowym Gospodarstwa Wiejskiego. Z tego względu przedstawione tu wyniki mogą być uważane za dalszy ciąg, względnie pogłębienie badań, które były ogłoszone przez Wydział p. t. „*Badania nad opłacalnością gospodarstw włościańskich w roku gospodarczym 1927/28*“, Warszawa 1929. Przeważną część tej książki stanowią zestawienia liczb, charakteryzujące przeciętny stan 804 drobnych gospodarstw, które w okresie sprawozdawczym prowadziły rachunkowość z zadawalającą dokładnością. Jeśli więc chodzi o takie pytanie, jak np., jakie kwoty pieniężne wpływały w gospodarstwach różnych typów np. ze sprzedaży zboża, jaka jest ich względna waga wśród innych pozycji, składających się na dochód surowy¹⁾ i t. p., to czytelnik znajdzie szczegółowe dane we wspomnianej publikacji.

Jasnym jest jednak, że rozporządzalny materiał statystyczny zawiera w sobie i inne interesujące informacje, które tylko z trudnością mogą być uzyskane drogą bezpośredniego zestawienia średnich arytmetycznych poszczególnych pozycji zamknięć rachunkowych, sporządzonych przez Wydział Ekonomiki.

To też wspomniana publikacja zawiera ich zaledwie kilka w formie ogólnikowej i przyznanie Zakładowi Biometrycznemu zasiłku miało właśnie na celu umożliwienie bardziej szczegółowej analizy statystycznej.

Zbadanie wszystkich czynników wpływających na rentowność gospodarstw jest zadaniem tak wielkiem, że rozwiązanie jego nie mogłoby być osiągnięte w ciągu roku przez jednego pracownika przy pomocy jednego rachmistrza. Wobec tego zostały rozważone tylko wpływy obszaru, nakładu gospodarczego i kapitału krów. Postawiliśmy przytem sobie za zadanie znalezienie bardziej szczegółowych odpowiedzi przedewszystkiem na pytania,

¹⁾ Poczynając od roku 1928/29, pojęcie, które w niniejszej publikacji jest oznaczone jako dochód (surowy, czysty), Wydział Ekonomiki określa słowem przychód. Mimo zmiany zachowano tutaj stare określenie ze względu na łączność z odnośnym tomem „*Badania...*“ (1927/28). <http://rcin.org.pl>

które były omawiane w publikacji Wydziału Drobnych Gospodarstw.

Najważniejszym z tych pytań jest bezsprzecznie kwestja zależności dochodu z gospodarstwa od jego obszaru i nakładu gospodarczego. Kwestja ta jest kilkakrotnie poruszana w publikacji Wydziału i oświetlana z różnych punktów widzenia. I tak na str. 150 znajdujemy następujące zestawienie:

Tablica I. — Table I.

Wielkość gospodarstw Area of farms in hektares	Dochód surowy na ha Grosse income per ha	Nakład gospodarczy na ha Outlay per ha
30 — 50 ha	100	100
15 — 30 „	105	110
10 — 15 „	122	131
5 — 10 „	140	160
3 — 5 „	184	224
2 — 3 „	206	285

Dalej następuje komentarz: „Wzrost nakładu gospodarczego (w miarę malenia obszaru) jest szybszy niż dochodu surowego, innemi słowy im gospodarstwo jest mniejsze tem więcej wymaga nakładu na wyprodukowanie zwiększonego dochodu surowego“.

Dalsze strony „Badań nad opłacalnością“ zawierają zestawienia dochodu czystego na ha w gospodarstwach o różnych obszarach, zestawienie tegoż dochodu przeliczonego w $\% \%$ kapitału czynnego i wreszcie — w $\% \%$ nakładu gospodarczego. To ostatnie zestawienie przedstawia się w sposób następujący (str. 156):

Tablica II. — Table II.

Wielkość gospodarstw Area of farms in hektares	Dochód czysty w $\% \%$ nakładu gospod. Net income in $\% \%$ of the outlay
2 — 3 ha	23.77
3 — 5 „	39.96
5 — 10 „	49.59
10 — 15 „	57.99
15 — 30 „	63.52
30 — 50 „	68.72

Z tych wszystkich podobnie wyglądających zestawień wyciągnięto wniosek, że większe gospodarstwa są rentowniejsze.

Wniosek ten jest oczywiście zupełnie słuszny.

Naszem tu zadaniem będzie jednak wejrzeć głębiej w zagadnienie, by odpowiedzieć na pytanie takie jak:

Jaki byłby przeciętny efekt dołączenia do gospodarstw o określonym obszarze jeszcze paru dodatkowych hektarów, nie zmieniając przytem innych pozostałych czynników gospodarczych?

Na pierwszy rzut oka wydaje się, że odpowiedź na to pytanie tkwi w ostatnio zacytowanym zestawieniu. Gdybyśmy np. do szeregu 2¹/₂ hektarowych gospodarstw o nakładzie 1000 złotych na ha dołączyli jeszcze po 1¹/₂ ha, to gospodarstwa te przeszłyby z kategorii gospodarstw najmniejszych do następnej, w której dochód czysty wynosi przeciętnie około 40% nakładu gospodarczego. Jeśli więc poprzednio dochód czysty wynosił przeciętnie 237 zł. 70 gr., to po powiększeniu gospodarstw byłby on równy 400 zł., czyli o 162 zł. 30 gr. większy niż poprzednio. W przeliczeniu na ha dałoby to około 100 zł. nadwyżki.

Wnioskowanie takie byłoby jednak zbyt pochopne. Tablica II zestawia tylko zaobserwowany dochód czysty ze wzrastającym obszarem gospodarstw. Z innych zestawień np. z przytoczonej tablicy I wynika, że gospodarstwa większe mają większy przeciętny nakład gospodarczy (globalny, nie przeliczony na ha).

Wobec tego zwiększenie dochodu czystego w %/0 nakładu, tak jak go ilustruje tablica II. może zachodzić nietylko na skutek wzrostu obszaru, jak to przewiduje rozważany przykład, lecz również dlatego, że brane pod uwagę większe gospodarstwa rozporządzały większym globalnym nakładem. Miały one też zapewne i więcej inwentarza, np. krów, których udział w zwiększonym dochodzie jest znaczny.

Czy tak jest w istocie, -- sądzić z zawartych w „Badaniach“ zestawień nie można, sama zaś kwestja jest niezmiernej wagi, bo się wiąże z zagadnieniami reformy rolnej.

Zagadnienie, które się bezpośrednio łączy z omawianem przed chwilą, jest następujące: jaki byłby efekt ewentualnego powiększenia (lub zmniejszenia) o 100 zł. nakładu gospodarczego w gospodarstwie określonego typu, np. w gospodarstwie o 2¹/₂ ha — znowu bez zmian w innych czynnikach gospodarczych, jak stan inwentarza i t. p.

Odpowiedź na to pytanie nie jest zawarta, jakby się mogło zdawać, w tablicy II. W samej rzeczy, stosunkowa wartość setki złotych jest bardzo zależna od tego, co już dane gospodarstwo posiada. Nasycone nakładem gospodarstwa stułotowej nadwyżki mogą wcale nie odczuć, zaś w gospodarstwach, w których w stosunku do ich obszaru nakład gospodarczy jest niski, kwota ta może odegrać bardzo znaczną rolę. Byłoby więc raczej nieostrożnie wnioskować, że skoro przeciętnie na 100 zł. nakładu w gospodar

stwach najdrobniejszych przypada około 23 zł. dochodu czystego, to po podniesieniu nakładu o dodatkowe 100 zł., dochód czysty podniesie się przeciętnie o 23 zł. Z całą pewnością przewidzieć można, że przeciętna zwyżka okaże się dużo mniejsza. Będzie ona zapewne zależać od tego, czy brane pod uwagę gospodarstwa najdrobniejsze będą należeć do kategorii biedniejszych czy bogatszych, ale nawet gdybyśmy wzięli jej wartość przeciętną, musiałaby ona wypaść niższą od całego przeciętnego dochodu czystego, przeliczonego na 100 zł. nakładu. W zastosowaniu do gospodarstw większych, w których przypuszczalnie niema nasycenia nakładem, sytuacja może łatwo okazać się odwrotną: stużłotowej nadwyżce nakładu może odpowiadać przeciętna nadwyżka dochodu czystego większa, niż to przewiduje tablica II. W dodatku tablica II nie pozwala na eliminowanie wpływu różnic w stanie inwentarza, zachodzących niewątpliwie pomiędzy gospodarstwami nisko i wysoko nakładowymi.

Trzecim zagadnieniem, które rozważyliśmy, była rola krów w kwestji rentowności gospodarstw. Daje się ona sformułować w sposób zupełnie podobny: założmy, że kapitał ulokowany w krowach (dla krótkości będziemy mówili: kapitał krów) w większej liczbie gospodarstw pewnej kategorii został powiększony np. o 100 zł., gdy inne z omawianych czynników gospodarczych, jak obszar i nakład pozostały bez zmian. Jakiej należy oczekiwać przeciętnej zwyżki dochodu surowego? Zauważmy, że jakkolwiek publikacja *Wydziału Ekonomiki* zawiera zestawienia, z których możnaby odczytać procentowy udział hodowli krów w dochodzie surowym, pozycja ta nie zawiera informacji o interesującej nas sprawie. Pochodzi to z wielu przyczyn. Przedewszystkiem dochód z hodowli krów zawiera w sobie wiele nieuchwytnych składników jak np. obornik, którego szacunek może być bardzo daleki od istotnej wartości. Dalej, gdyby nawet faktyczny dochód z krów został najdokładniej oszacowany, odnośna pozycja w zestawieniu rachunkowym charakteryzowałaby raczej stopień rozpowszechnienia hodowli krów, jako środka do podniesienia dochodowości gospodarstwa, niż efektywność tego środka, która to efektywność interesuje nas tu bezpośrednio.

Odpowiedzi na naszkicowane pytania można w zasadzie otrzymać drogą bezpośrednich zestawień. Gdyby np. chodziło o wyjaśnienie roli podwyżki kapitału krów o 100 zł. (*caeteris paribus*), możnaby je osiągnąć drogą podziału ogółu gospodarstw na klasy, z których każda byłaby charakteryzowana pewnymi określonymi liczbami; należałyby do niej gospodarstwa o tym samym obszarze x i nakładzie y . Wewnątrz każdej klasy wyróżnilibyśmy dalej gospodarstwa mające jakiś określony kapitał krów, c i obliczylibyśmy dla nich przeciętny dochód surowy z . Następną czynnością byłoby wyodrębnienie w tejże klasie tych gospodarstw, które mają oczywi-

ście ten sam obszar x i nakład y , oraz kapitał krów równy $c + 100$. Niech $z + \Delta z$ oznacza przeciętny dochód surowy w tych gospodarstwach. Wtedy jeśli gospodarstw w obu wylonionych grupach było dużo, możnaby zaryzykować twierdzenie, iż przeciętna zwyżka dochodu surowego, zawdzięczana zwyżce kapitału krów o 100 zł., wynosi circa Δz . Oczywiście stosowałoby się to tylko dla określonych liczb x , y i c . Gdyby więc chodziło o scharakteryzowanie roli kapitału krów przy różnych wartościach tych zmiennych wypadałoby opisane operacje powtarzać tyle razy, ile możnaby stworzyć kombinacyj z obserwowanych wartości na x , y i c . Jasnym jest, że nakład wymaganej pracy musiałby być ogromny. Dodajmy, że nie byłaby ona bardzo owocna. Pomijając już kwestję, że posiadany (i osiągalny w najbliższej przyszłości) materiał byłby zbyt mało liczny, by przeciętne przyrosty dochodów, obliczane dla poszczególnych klas gospodarstw, odpowiadających wartościom x i y posiadały jaką taką wagę, zauważmy, że nawet przy bardzo licznym materiale muszą zachodzić większe lub mniejsze wahania przyrostkowe, które mogą bardzo znacznie zaciemnić sytuację. Wyobraźmy sobie np., że w miarę wzrastania kapitału krów o coraz to dalsze setki złotych otrzymalibyśmy w jakiejś klasie kolejne przyrosty dochodu np. takie jak

$$\text{zł. } \Delta z = 30, 45, 63, 34, 42, 40, 20.$$

Byłby to nieprawidłowy szereg liczb, z których każda byłaby oparta na względnie niewielkiej liczbie spostrzeżeń i dotyczyłaby szczegółliku. Czy nie bardziej interesującą byłaby ich przeciętna, równa 42 zł.? Coprawda każda dalsza nadwyżka kapitału krów jest zapewne mniej efektywna, niż poprzednia jednak wobec stosunkowo niewielkiej zmienności tego kapitału, a znacznej stosunkowo zmienności efektu jego nadwyżki, przeciętna wartość odpowiedniej nadwyżki dochodu surowego wydaje się być zupełnie wystarczającą informacją.

Znając odnośną liczbę, moglibyśmy więc powiedzieć, że w gospodarstwach o obszarze x i nakładzie y zwyżka kapitału krów o 100 zł. idzie w parze z nadwyżką dochodu przeciętnie o 42 zł.

Coprawda słowa „idzie w parze“ nie znaczą tyle co „jest wywołana“ i może się okazać, że przyczyną zwyżki dochodu jest np. wzmoczenie intensywności gospodarstwa, której kapitał krów jest zaledwie jednym z wykładników, jednak i to „idzie w parze“ bywa często bardzo cenne.

Jeśli patrzeć będziemy z tego właśnie punktu widzenia, to opisana wyżej nadmiernie szczegółowa klasyfikacja gospodarstw i bezpośrednie obliczanie nadwyżek dochodu stają się zbędne, a okoliczność, że materiał statystyczny jest może zbyt mało liczny, traci na swem ujemnym znaczeniu. Istnieje bowiem t. zw. metoda korelacji wielorakiej, która pozwala na uproszczone obliczenie poszukiwanej średniej nadwyżki dochodu, zawdzięczanej jednostkowemu przyrostowi tylko jednej z rozważanych zmiennych to znaczy, gdyby inne pozostały bez zmian.

Metoda ta mogłaby być zastosowana do obliczenia przeciętnej nadwyżki dochodu Δz w odniesieniu do każdego danego stanu kapitału krów, jednak odnośne rachunki nie zostały wykonane.

2. METODA I ROZPORZĄDZALNY MATERJAŁ STATYSTYCZNY.

a) Pojęcie o korelacji wielorakiej.

Chociaż metody statystyki matematycznej, a w ich liczbie i teoria korelacji stają się już w Polsce dość popularne, może będzie dobrze, nie wchodząc w szczegóły, omówić kilka zasadniczych punktów, poczem poniższe wyniki okażą się bardziej zrozumiałe.

Chcąc zbadać zależność dochodu od nakładu gospodarczego i kapitału krów, zauważamy, że może ona być bardzo różna, zależnie od tego jakim obszarem dane gospodarstwa rozporządzają. Wobec tego nie byłoby celowym rozważać jednocześnie gospodarstwa o rozmaitym obszarze, gdyż zmienność obszaru może zaciemnić interesujące nas związki. Weźmy tedy pod uwagę liczną grupę gospodarstw, mających dokładnie ten sam obszar i rozważmy trzy zmienne x_1, x_2, x_3 , z których pierwsza może oznaczać np. nakład w jakimś jednym gospodarstwie, druga — kapitał krów w temże gospodarstwie, wreszcie trzecia — dochód surowy. W ten sposób, każdemu z gospodarstw rozpatrywanej grupy odpowiada określony układ wartości trzech zmiennych. Wartości te możnaby uważać za współrzędne prostokątne punktu w przestrzeni trójwymiarowej. Punkt taki nazwiemy *punktem indywidualnym*, przyporządkowanym do danego gospodarstwa. Wyodrębnijmy teraz punkty indywidualne (gospodarstwa), które posiadają te same wartości współrzędnych x_1, x_2 , (to znaczy te gospodarstwa, które posiadają ten sam nakład i kapitał krów). Obliczmy dalej dla tych punktów przeciętną wartość trzeciej współrzędnej x_3 (dochodu surowego) i oznaczmy ją przez $\bar{x}_3(x_1, x_2)$. Punkt o współrzędnych $x_1, x_2, \bar{x}_3(x_1, x_2)$ nazwiemy *empirycznym punktem regresji zmiennej x_3 względem x_1 i x_2* .

Wzięte pod uwagę gospodarstwa rozważać będziemy jako wylosowane na chybił trafił z ogółu gospodarstw danej kategorii w kraju. Ogół ten, z którego odbywa się losowanie, nazywa się *populacją generalną*.

Przez słowa „dana kategoria“ należy rozumieć gospodarstwa nietylko posiadające ten sam obszar, lecz również prowadzone przez właściciela, nie różniącego się zasadniczo pod względem intelektualnym od „przeciętnego“ właściciela gospodarstw, do których odnoszą się posiadane materiały statystyczne.

Przedmiotem naszego zainteresowania są te właśnie gospodarstwa, tworzące populację generalną i chcielibyśmy wyciągać wnioski stosujące się do ich ogółu, to zn. do całej populacji generalnej, nie zaś tylko do gospodarstw

faktycznie zbadanych. Oznaczmy przez $X_3(x_1, x_2)$ liczbę analogiczną do $x_3(x_1, x_2)$, ale obliczoną dla ogółu gospodarstw. Zadanie teorii korelacji polega w pierwszym rzędzie na obliczaniu teoretycznym wartości $X_3(x_1, x_2)$ — przypuszczalnej przeciętnej wartości zmiennej x_3 u tych osobników populacji generalnej, którym odpowiadają dane wartości x_1 i x_2 .

Zadanie to jest identyczne z poszukiwaniem miejsca geometrycznego punktów regresji dla populacji generalnej.

Wierząc w ciągły charakter zjawisk, zakładamy przytem, że punkty regresji odnoszące się do populacji generalnej leżą zwartą masą na pewnej powierzchni, której równanie możnaby napisać w ogólnej formie

$$X_3(x_1, x_2) = f(x_1, x_2) \quad (1)$$

Omawiana powierzchnia nazywa się powierzchnią regresji, a równanie (1) — równaniem regresji i zadanie nasze polega na przybliżonem ich wyznaczeniu. Dokonuje się to przez przybliżone obliczenie funkcji $f(x_1, x_2)$.

Ponieważ, jak wiadomo, funkcje ciągłe mogą być z dowolną dokładnością aproksymowane przez wielomiany, byleby ich potęgą była dostatecznie wysoka, otrzymamy pierwsze przybliżenie funkcji $f(x_1, x_2)$ pisząc

$$f(x_1, x_2) = a_{0,0} + a_{1,0}x_1 + a_{0,1}x_2 \quad (2)$$

Następne przybliżenie otrzymalibyśmy dopisując kolejne wyrazy stopnia drugiego

$$f(x_1, x_2) = a_{0,0} + a_{1,0}x_1 + a_{0,1}x_2 + a_{2,0}x_1^2 + a_{1,1}x_1x_2 + a_{0,2}x_2^2 \quad (3)$$

i t. d.

Mając szereg jednoczesnych (odnoszących się do jednego gospodarstwa) wartości zmiennych i stosując metodę najmniejszych kwadratów, możemy obliczyć przybliżone wartości współczynników $a_{0,0}$, $a_{1,0}$, $a_{0,1}$ i t. d. Jasnem jest jednak, że im więcej współczynników chcielibyśmy z daną dokładnością obliczyć, tem większym materiałem statystycznym musielibyśmy operować. To intuicyjne przypuszczenie znajduje potwierdzenie w wywodach statystyki matematycznej, wobec czego, oraz ponieważ rozporządzalny w danym przypadku materiał statystyczny nie jest bardzo bogaty, zmuszeni jesteśmy ograniczyć się do obliczania pierwszego przybliżenia (2).

b) Współczynniki regresji.

Załóżmy teraz, że odnośne rachunki zostały już wykonane i że posiadamy przybliżone wartości liczb $a_{0,0}$, $a_{1,0}$ i $a_{0,1}$, które sobie oznaczmy odpowiednio przez a , b , i c , tak że w przybliżeniu

$$X_3(x_1, x_2) = a + bx_1 + cx_2 \quad (4)$$

Jakie informacje o charakterze praktycznym możnaby wyciągnąć z tego przybliżonego równania? Lewa jego część przedstawia przypuszczalną przeciętną wartość zmiennej x_3 (np. dochodu) u tych osobników

populacji generalnej, które mają figurujące w prawej części równania (4) wartości x_1 i x_2 (więc w tych gospodarstwach, które mają nakład x_1 i kapi- tał krów x_2). Powiększmy teraz wartość jednej ze zmiennych np. x_1 o jedyn- kę (taką „jedyneką“ może być np. 100 zł., jeśli nakład gospodarczy wyra- żony jest w setkach złotych).

Odpowiednia wartość $X_3(x_1, x_2)$ będzie teraz

$$X_3(x_1 + 1, x_2) = a + b(x_1 + 1) + c x_2 \quad (5)$$

i różni się od poprzedniej o

$$X_3(x_1 + 1, x_2) - X_3(x_1, x_2) = b \quad (6)$$

Analogicznie, gdybyśmy zwiększyli o jednostkę x_2 , a x_1 pozostawili bez zmian, to przeciętna wartość x_3 wzrosłaby w przybliżeniu o

$$X_3(x_1, x_2 + 1) - X_3(x_1, x_2) = c \quad (7)$$

Z rozważań tych wynika, że współczynniki w równaniu regresji, jeśli jest ono stopnia pierwszego, równają się w przybliżeniu przyrostowi prze- ciętnej wartości x_3 , odpowiadającemu jednostkowemu przyrostowi odpo- wiedniej zmiennej. Stąd współczynniki te, oprócz mającej tylko historyczne znaczenie nazwy współczynników regresji, noszą także i inną. Mianowicie współczynnik b nazywa się średnim przyrostem jed- nostkowym x_3 względem x_1 , przy stałym x_2 , a c — śred- nim przyrostem jednostkowym x_3 , względem x_2 , przy stałym x_1 .

Powyżej rozważyliśmy przypadek korelacji pomiędzy x_3 z jednej strony, a dwiema zmiennymi x_1 i x_2 — z drugiej. Oczywiście rozumo- wania powyższe możnaby bez zasadniczych zmian powtórzyć, gdyby cho- dziło o korelację tylko pomiędzy x_3 i np. x_1 .

Wtedy regresja byłaby reprezentowaną nie przez powierzchnię, tylko przez linię. Jasnym jest, że w tym przypadku nie mielibyśmy możliwości sądzić o wpływie na x_3 każdej ze zmiennych x_1 i x_2 z osobna, nawet gdy- byśmy obliczyli obie korelacje pomiędzy x_3 i x_1 oraz pomiędzy x_3 i x_2 .

Nie potrzebuję dodawać, że nic nie stoi na przeszkodzie rozważaniu korelacji pomiędzy np. x_3 z jednej strony i dowolną liczbą (większą od dwu) innych zmiennych. Mówimy o korelacji wielorakiej, gdy liczba rozważanych zmiennych jest większa od 2.

Wzory do obliczeń średnich przyrostów jednostkowych (współczyn- ników regresji) znajdzie czytelnik w każdym podręczniku statystyki²⁾. Bliższe ich omawianie na tem miejscu nie przyczyniłoby się do wyjaśnienia treści i sensu poniższych wyników.

²⁾ Patrz np. G. U. Yule: *Wstęp do teorii statystyki* w polskim tłumaczeniu Z. Li- ma nowskiego, Warszawa 1920. <http://rcin.org.pl>

Ze względu, że rola nakładu i krów jest zapewne bardzo zależna od obszaru, rachunki średnich przyrostów jednostkowych wypadło wykonać osobno dla poszczególnych grup gospodarstw, otrzymanych po ich rozklasyfikowaniu według obszaru.

Będziemy więc mieli średnie przyrosty jednostkowe dochodu surowego np. względem kapitału krów dla gospodarstw o wymiarach od 2 do 3 ha, dla gospodarstw większych, od 3 do 4 ha i t. d.

Ponieważ każda taka grupa gospodarstw jest mało liczna, byłoby nieostrożnem upierać się, że prawdziwy średni przyrost jednostkowy, cechujący populację generalną gospodarstw jest dokładnie równy tej liczbie, która wypadła nam z rachunków. Zobaczymy jednak, że jednoimienne średnie przyrosty jednostkowe, obliczone dla kolejnych grup gospodarstw o wymiarach wzrastających o 1 ha albo wykazują systematyczne zmiany, np. systematycznie wzrastają, albo też wahają się około pewnej przeciętnej.

W obu przypadkach mamy możliwość wyciągnięcia wiarogodnych wniosków co do zachowania się przyrostów jednostkowych w populacji generalnej gospodarstw.

Opisana klasyfikacja gospodarstw według obszaru i następnie obliczenie korelacji wielorakiej pozwala na sądenie o wpływie³⁾ na dochód surowy samego tylko kapitału krów, albo samego tylko nakładu gospodarczego, przy stałych wartościach pozostałych zmiennych. Chcąc otrzymać dane co do wpływu obszaru na dochód surowy, przy ustalonych wartościach nakładu i kapitału krów, wypadło przeklasyfikować ogół gospodarstw według wysokości nakładu gospodarczego i następnie stosować korelację wieloraką pomiędzy dochodem, obszarem i kapitałem krów.

c) Współczynniki korelacji.

Oprócz średnich przyrostów jednostkowych teoria korelacji pozwala na wyznaczenie liczb cechujących t. zw. dokładność współzależności.

Aby zdać sobie sprawę z właściwego znaczenia tych słów, powróćmy do interpretacji geometrycznej. Rozważajmy znowu punkty indywidualne i powierzchnię regresji. Łatwo można przedstawić sobie dwa przypadki,

³⁾ Słowo „wpływ“ np. nakładu gospodarczego na dochód surowy tutaj i wszędzie niżej będziemy używali, nie mając na myśli związku przyczynowego, jaki może zachodzić pomiędzy zmianami w wartościach zmiennych.

Słowa „powiększenie nakładu o 100 zł. wywołuje powiększenie przeciętnego dochodu o 40 zł.“ będziemy rozumieli w ten sposób, że powiększenie nakładu o 100 zł. idzie w parze z przeciętnym podwyższeniem dochodu o 40 zł. Oczywiście ta okoliczność może czasem świadczyć o istnieniu związku przyczynowego, jednak stwierdzenie go nie może być bezpośrednio wynikiem badania statystycznego, lecz raczej badań ekonomicznych, opartych na wynikach statystycznych.

w których powierzchnia regresji będzie ta sama, jednak rozproszenie punktów indywidualnych około tej powierzchni — bardzo różne. I tak w jednym przypadku wszystkie punkty indywidualne mogą leżeć względnie bardzo blisko powierzchni regresji, w wypadku drugim — rozproszenie może być bez porównania większe. W przypadku pierwszym powiedzielibyśmy, że współzależność, względnie korelacja jest ścisła, w przypadku drugim — że jest luźna.

Rozróżnienie pomiędzy korelacją ścisłą i luźną jest bardzo ważne z punktu widzenia interesujących nas zastosowań. W przypadku korelacji ścisłej, obliczając z równania regresji średnią wartość zmiennej x_3 , która odpowiada ustalonym wartościom zmiennych x_1 i x_2 , mamy pewność, że poszczególne wartości x_3 u tych osobników, którym odpowiadają te same x_1 i x_2 , tylko w bardzo rzadkich przypadkach różnią się znacznie od obliczonego $X_3(x_1, x_2)$. Gdyby więc, powracając do omawianego wyżej przykładu, korelacja pomiędzy dochodem z jednej strony, a nakładem gospodarczym i kapitałem krów — z drugiej była ścisła, moglibyśmy powiedzieć, że skoro gospodarstwo ma nakład np. 5000 zł., a kapitał krów np. 600 zł., to dochód surowy z tegoż gospodarstwa równy jest w przybliżeniu $X_3(5000, 600)$, czyli liczbie wyznaczonej z równania (4) po podstawieniu $x_1 = 5000$ i $x_2 = 600$.

W przypadku korelacji luźnej twierdzenie takie byłoby ryzykownem i musielibyśmy poprzestać na szacowaniu średniego dochodu w większej liczbie gospodarstw, z których każde miałyby $x_1 = 5000$ i $x_2 = 600$.

Możność mierzenia stopnia ścisłości korelacji jest bardzo ważna z punktu widzenia ewentualnych wniosków o istnieniu związków przyczynowych.

Załóżmy np., że korelacja pomiędzy dochodem z jednej strony, a nakładem gospodarczym i kapitałem krów — z drugiej, jest luźna. Oznacza to, że ustalenie wartości tych dwóch czynników gospodarczych bynajmniej nie określa dochodu, który może wahać się w szerokich granicach, zależnie od jakichś jeszcze innych nieuwzględnionych okoliczności. Mamy tu więc możliwość wyciągnięcia bezpośredniego wniosku o istnieniu związku przyczynowego między zmienną a jakimiś niewzględnionymi czynnikami.

Gdyby się okazało, że korelacja między dochodem z jednej strony, a nakładem gospodarczym i kapitałem krów — z drugiej jest bardzo ścisła, nasuwałby się wniosek, że te dwa czynniki są decydującymi w kwestji dochodu. Jak to już parokrotnie wspominaliśmy, konkluzja taka może być wynikiem tylko analizy ekonomicznej zjawisk. Jedyne, co możnaby tu bezpośrednio twierdzić, jest, że nakład gospodarczy i kapitał krów wyznaczają dochód, co może być wynikiem istniejącego bezpośredniego związku przyczynowego pomiędzy wartościami trzech zmiennych, bądź też

okoliczności, iż nakład gospodarczy i kapitał krów są wykładnikami czynników decydujących (w sposób przyczynowy) o wysokości nakładu. Jednak i w tym ostatnim przypadku konkluzje praktyczne byłyby bardzo ważne. Bowiem, skoro np. kapitał krów byłby wykładnikiem czynników — nazwijmy je literą A — decydujących o podniesieniu dochodu z gospodarstwa, każdy wysiłek ku podwyższeniu kapitału krów musiałby się sprowadzić do wysiłków wzmoczenia czynników A , co pociągnęłoby za sobą zwwyżkę dochodu.

Miarą dokładności korelacji jest t. zw. współczynnik korelacji. Oznaczamy go literą r z odpowiednimi znaczkami, wskazującymi zmienne, do których współczynnik się odnosi. Jeśli chodzi o korelację pomiędzy dwiema tylko zmiennymi, np. x_1 i x_2 , to oznaczenie byłoby r_{x_1, x_2} , albo $r_{1,2}$ zaznaczyć przytem należy, że obie zmienne są symetryczne, więc że

$$r_{1,2} = r_{2,1}. \quad (8)$$

Symetria nie zachodzi, jeśli rozważamy współczynnik korelacji wielorakiej. Jeśli więc chodzi o korelację zmiennej x_3 , względem x_1 i x_2 , jak to rozważaliśmy wyżej, to odpowiedni współczynnik oznaczany jest $r_{3,1,2}$ i t. p.

Jakakolwiek byłyby korelacja — wieloraka, czy też pomiędzy dwiema tylko zmiennymi — znaczenie współczynnika r jest zawsze to samo: im jego wartość jest bliższa plus lub minus jedności, tem korelacja jest dokładniejsza. Zaznaczyć należy, że w przypadku gdy r jest bliskie zeru, nie należy pochopnie wnioskować o braku korelacji: może to również mieć miejsce, gdy linja, względnie powierzchnia regresji jest zbyt niedokładnie aproksymowana.

Jeśli rozważamy korelację tylko dwóch zmiennych, to nabiera specjalnego znaczenia znak współczynnika korelacji, który jest identyczny ze znakiem współczynnika regresji. Tak więc np., jeśli $r_{1,2} < 0$, wnosimy, że ze wzrostem np. zmiennej x_1 przeciętna wartość x_2 maleje.

Oprócz współczynników korelacji pomiędzy dwiema zmiennymi i korelacji wielorakiej istnieją jeszcze t. zw. współczynniki korelacji cząstkowej, które będą nas niżej specjalnie interesowały.

Z rozważonego ostatnio punktu widzenia staje się interesującym pytanie, która z dwóch zmiennych x_1 i x_2 w większym stopniu decyduje o wartościach zmiennej x_3 ? Tak w sposób ogólnikowy sformułowane pytanie daje się sprecyzować.

Założmy na chwilę, że chcielibyśmy przepowiadać wartości zmiennej x_3 , na podstawie znanej wartości jednej tylko ze zmiennych x_1 albo x_2 , drogą obliczenia średniej wartości x_3 u osobników populacji generalnej mających tę samą wartość cechy np. x_1 . Średnią tę oznaczylibyśmy $X_3(x_1)$. Dokładność naszej przepowiedni mierzyłoby średnie odchylenie $\sigma_{x_3(x_1)}$ wartości x_3 u tych osobników, które mają wymienioną wartość cechy x_1 .

Gdyby próby przepowiedni wartości x_3 były robione na podstawie znajomości obu zmiennych x_1 i x_2 , czyli gdyby za przybliżoną wartość x_3 miała być brana wartość $X_3(x_1, x_2)$, to dokładność przepowiedni byłaby mierzona przez $\sigma_{x_3(x_1, x_2)}$ — średnie odchylenie cechy x_3 u tych osobników populacji generalnej, które mają wymienione wartości x_1 i x_2 . Intensywność wpływu wartości x_2 na dokładność przewidywania wartości x_3 mierzona jest ilorazem

$$R_{x_3, x_2, x_1}^2 = \frac{\sigma_{x_3(x_1)}^2 - \sigma_{x_3(x_1, x_2)}^2}{\sigma_{x_2(x_1)}^2} \quad (9)$$

lub też pierwiastkiem kwadratowym z tegoż, nazywanym współczynnikiem korelacji cząstkowej zmiennej x_3 względem x_2 przy ustalonej wartości x_1 .

Jeśli zgodzimy się nazywać kwadrat średniego odchylenia jakichś liczb ich zmiennością (z angielskiego: variance), to moglibyśmy powiedzieć, że R_{x_3, x_2, x_1}^2 wskazuje, jaka część ogólnej zmienności x_3 u osobników posiadających określoną wartość cechy x_1 , przypada na zmienność cechy x_2 . Analogicznie R_{x_3, x_1, x_2}^2 wskazywałoby, jaka część zmienności x_3 u osobników populacji generalnej, o tej samej wartości x_2 , związana jest ze zmiennością x_1 .

Gdyby się w jakim konkretnym przypadku okazało, że np.

$$R_{x_3, x_1, x_2}^2 > R_{x_3, x_2, x_1}^2 \quad (10)$$

to mogliśmy powiedzieć, że korelacja pomiędzy x_3 , i x_1 przy stałym x_2 jest bardziej ścisła, niż pomiędzy x_3 i x_2 przy stałym x_1 . Gdyby więc chodziło o zabieg praktyczny mający na celu np. podniesienie cechy x_3 gospodarstw, możnaby przypuszczać, że pomyślny wynik podniesienia wartości x_1 byłby bardziej pewny, niż wynik analogicznego zabiegu w stosunku do x_2 .

Pozostaje jeszcze do omówienia dość delikatny punkt, który może stać się powodem nieporozumień. Oznaczmy średni przyrost jednostkowy x_3 względem x_1 przy ustalonym x_2 przez M_{x_3, x_1, x_2} i analogicznie, średni przyrost jednostkowy x_3 względem x_2 przy ustalonym x_1 przez M_{x_3, x_2, x_1} . Gdyby więc cecha x_2 posiadała stałą wartość, a x_1 wzrastało o jednostkę, szedłby z tem w parze przypuszczalny wzrost cechy x_3 przeciętnie o M_{x_3, x_1, x_2} i t. p.

Założmy dalej, że

$$M_{x_3, x_1, x_2} > M_{x_3, x_2, x_1} \quad (11)$$

oraz że

$$R_{x_3, x_1, x_2} < R_{x_3, x_2, x_1} \quad (12)$$

Gdyby chodziło o zabieg praktyczny dotyczący x_1 albo x_2 , a mający na celu podniesienie przeciętnej wartości x_3 , to pierwsza z tych nierówności wskazywałaby, że zapewne skuteczniej byłoby starać się o jednostkową

zwyżkę cechy x_1 osobników populacji, gdy znów nierówność druga zdawałaby się tej konkluzji przeczyć.

Pozorny ten paradoks znika, jeśli się dobrze zrozumie znaczenie symboli M i R .

Pierwszy z nich wskazuje o ile przeciętnie wzrośnie x_3 , gdy np. x_1 zostanie podwyższone o jedynkę a x_2 pozostanie bez zmian. Przytem może się zdarzyć, że zwyżka x_3 w poszczególnych gospodarstwach będzie bądź znacznie większa od M_{x_1, x_2} , bądź znacznie mniejsza. W niektórych gospodarstwach może nawet nastąpić zniżka x_3 . Natomiast wartość R_{x_1, x_2} charakteryzuje stopień rozbieżności wyników podwyższenia x_1 w poszczególnych gospodarstwach: im R^2 jest bliższe 1, tem ta rozbieżność jest mniejsza.

d) Ogólna charakterystyka materiału statystycznego.

Uzyskany w W. E. R. D. G. materiał składa się z zamknięć rachunkowych dla gospodarstw włościańskich o obszarze zawartym od 2 do 50 ha w liczbie 801, która zresztą uległa pewnej redukcji do 678 ze względów, które poniżej zostaną omówione.

Odnośne gospodarstwa są rozsypane po całej Polsce, przyczem ugrupowanie ich jest w poszczególnych dzielnicach następujące:

Najwięcej gospodarstw pochodzi z województw centralnych (36.4%), później południowych (31.9%), o wiele mniej z grupy województw zachodnich (15.0%) i wschodnich (16.7%).

Ponieważ poziom kultury i kierunek gospodarstw w poszczególnych dzielnicach jest ogromnie różny, byłoby bardzo interesującym wykonać badania nad rentownością gospodarstw dla poszczególnych dzielnic. Niestety, w naszych warunkach okazało się to niemożliwem dzięki względnie małej liczebności obiektów z poszczególnych dzielnic. Gdyby badania takie zostały na podstawie posiadanego materiału wykonane, to uzyskane wnioski posiadałyby zbyt małą wagę. Ze względów powyższych, wypadło stanąć na punkcie widzenia przeciętnej sytuacji dla całej Polski. Jeśli więc zajmujemy się kwestją, jaki byłby wpływ powiększenia obszaru o 1 ha w gospodarstwach o pewnym ustalonym układzie, z zachowaniem wartości wszystkich innych czynników, odnośna odpowiedź dotyczyć będzie przeciętnego stanu rzeczy we wszystkich gospodarstwach w Polsce. Jasnym jest, że odpowiedź ta może być zastosowana do poszczególnych dzielnic tylko z wielką ostrożnością, gdyż w jednych z nich efekt dołączenia 1 ha może być dużo większy, niż w innych.

Konieczność ograniczenia się do wyciągania przeciętnych wniosków należy uważać za pożałowania godną, wobec tego jednak, że jest ona koniecznością wypada ją przyjąć.

Położenie jest tem mniej pomyślnie, że jeśli przeprowadzimy jakąkolwiek klasyfikację gospodarstw — czy to względem obszaru, czy nakładu gospodarczego — stwierdzimy niezwłocznie, że poszczególne województwa są w odnośnych grupach niejednakowo licznie reprezentowane. Sytuację ilustrują pierwsze 11 kolum tablic III i IV. I tak np. z pośród gospodarstw posiadających nakład najniższy (od 1290,5 do 1590,5 zł.), (tablica III) na województwa zachodnie przypada 0% i t. d.

Zupełnie inną jest sytuacja przy nakładach wyższych (6390 zł.), gdzie np. na zachodnie województwa przypada 46,7%. Wobec tego owa „przeciętna z całej Polski“, przy nieuniknionej w obecnej pracy klasyfikacji ulega stałym przesunięciom i raz wpływają na nią przeważnie gospodarstwa ze wschodu i południa, a zachodnie żadnej roli nie odgrywają, to znów sytuacja jest odwrotna.

Okoliczność tę należy brać pod uwagę przy interpretacji ekonomicznej wyników statystycznych.

Ponieważ kierunek gospodarstw w różnych dzielnicach bywa różny, a w badaniach naszych chcielibyśmy się ograniczyć w miarę możliwości jak najściślej do właściwości samego warsztatu rolnego, wypadło w niektórych pozycjach poszczególnych zamknięć rachunkowych wprowadzić pewne zmiany, mające na celu ujednostajnienie materiału.

Do omówienia dokładnego znaczenia rozważanych czynników gospodarczych przechodzimy poniżej.

e) Obszar gospodarstw.

Obszar wzięty pod uwagę dotyczy tylko sumy powierzchni roli, łąk, pastwiska trwałego, ogrodu warzywnego i owocowego (wielkość tę w dalszym ciągu pracy oznaczać będziemy literą *x*). Natomiast nie uwzględniliśmy powierzchni pod lasem, nieużytków i ziemi pod drogami, dziedzińcami itd.

Co się tyczy lasu, to został on wyodrębniony ze względu na pewną jednolitość sposobu użytkowania ziemi, bez względu na pochodzenie gospodarstwa z tej czy innej grupy województw.

Zbadane przez Wydział gospodarstwa, w zależności od dzielnicy z której pochodzą, rozporządzają przeciętnie następującą powierzchnią lasu:

las w woj. zachodnich	zajmuje 0.74%	całkowitego obszaru gosp.		
„ „ „ centralnych	„ 3.50%	„	„	„
„ „ „ południowych	„ 5.53%	„	„	„
„ „ „ wschodnich	„ 5.82%	„	„	„

Jednocześnie, jak sprawozdania Wydziału wskazują, — dochód surowy z lasu stanowić może w gospodarstwach włościańskich nieraz znaczną pozycję zwłaszcza dla województw wschodnich.

Jeśli się jednocześnie weźmie pod uwagę, że koszty związane z lasem są bardzo nikle, wynosząc przeciętnie dla wszystkich badanych gospodarstw 4 gr. na ha — wobec całkowitych kosztów produkcji, wynoszących średnio c/a 606 zł. przy dochodzie surowym z tegoż lasu na ha równym c/a 11 zł., a całkowitym z gospodarstwa wynoszącym 610 zł. na ha, to okazuje się, że udział lasu w dochodzie surowym jest przeciętnie 177 razy większy niż udział jego w kosztach produkcji.

Tem większa jeszcze rozpiętość zachodzi dla gospodarstw województw wschodnich — nie mają one bowiem kosztów związanych z lasem i pozycja ta w zestawieniach dla tej grupy wynosi zero. Jednocześnie las przedstawia dla nich tem większe znaczenie w rubryce dochodu surowego i gdybyśmy dla ilustracji sztucznie wyolbrzymili dla nich koszty związane z lasem do przeciętnej ze wszystkich gospodarstw, to znaczy do 4 gr. na ha, to udział lasu w rubryce dochodu surowego byłby mimo to 216 razy większy aniżeli jego, zresztą zupełnie dowolnie założony, udział w kosztach produkcji.

Celem uwypuklenia powyższego przedstawimy rezultaty analogicznych przeliczeń dla innych pozycji.

Udział zboża w dochodzie surowym jest c/a 5 razy większy aniżeli w kosztach produkcji. Dla krów też c/a 5 razy. Stosunki analogiczne zachodzą i z innymi pozycjami kosztów produkcji, mającemi swe odpowiedniki w rubryce dochodu surowego.

Jeśli się zważy jednocześnie, że w poszczególnych gospodarstwach użytkowanie lasu polega często na przeprowadzeniu cięcia raz na pewien okres lat, zależnie od najrozmaitszych okoliczności, to uwzględnienie pozycji lasu mogłoby nas doprowadzić nieraz do zupełnie fałszywych wyników, w kwestji ustosunkowania się dochodu surowego do nakładu, w różnych dzielnicach i dlatego rubryka lasu została wyeliminowana z wziętego pod uwagę obszaru.

Ponieważ zasadniczym przedmiotem badania jest warsztat rolny, przeto z ogólnego obszaru wykreślone w dalszym ciągu zostały nieużytki, obszar pod drogami, dziedzińcami i parcelami budowlanymi oraz zarybione stawy i ziemia pod wikliną.

Odnośne pozycje są zresztą bardzo nikle.

f) Dochód surowy.

Dochód surowy został w zasadzie zużytkowany w tej formie jak go obliczał Wydział, to znaczy według następującej definicji prof. Laur'a¹⁾: „Pod nazwą dochodu surowego pewnego gospodarstwa, lub pewnej gałęzi, rozumiemy ich końcowy dochód surowy, to znaczy to, co wychodzi

¹⁾ E. Laur. *Wstęp do ekonomiki gospodarstw wiejskich.*

z tego gospodarstwa albo gałęzi na sprzedaż, spożycie rodziny przedsiębiorcy, lub utrzymanie służby i t. p.“

Powyższy dochód surowy uwzględnia też wartość wytworów gospodarstwa, pobranych na inwestycje, np. drzewo, furmanki. Stosownie do tego składają się na końcowy dochód surowy:

1) Przychody gotówkowe gospodarstwa rolnego;

2) Wartość produktów, dostarczonych na utrzymanie i zapłacenie najemników, dla gospodarstwa domowego, przedsiębiorstw ubocznych, gospodarstwa prywatnego i powiększenie kapitałów w gospodarstwie rolnem.

3) Ze wzrostu w końcu roku zapasów, inwentarza żywego i roślinnego.

Jednak w związku ze zmianami, jakie wprowadziliśmy do pojęcia obszaru gospodarstwa, jak i skutek innych przyczyn — o czym mowa będzie niżej — dochód surowy też w pewnym stopniu musiał ulec redukcji.

Przedewszystkiem wypadło wykreślić (tam, gdzie ona istniała) pozycję dochodu z lasu. Dalej zostały wykreślone z ogólnej sumy dochodu surowego odsetki od wierzytelności i dochód za pracę w obcych gospodarstwach, jako pozycje nie związane z funkcjonowaniem badanego warsztatu rolnego. Poza tem należałoby oczywiście skreślić pozycje dochodu z wikliny i wód zarybionych, gdyby te nie były tak małe, że w zestawieniach *Wydziału* nie były wogóle uwzględniane.

Zgodnie z powyższem pojęcie dochodu surowego zostało odpowiednio zwężone i w tej formie będzie poniżej brane w rozważaniach. Oznaczać go będziemy literą *z*.

g) Nakład gospodarczy.

Nakład gospodarczy został przyjęty całkowicie w tej postaci, w jakiej przez *Wydział* został obliczony. Składa się on z następujących rachunków:

1) Amortyzacje kapitałów;

2) Koszty gospodarcze;

3) Nakład na pracę pieszą;

4) Zmniejszenie zapasów w ciągu roku.

Ponieważ nakład na las, jak powyżej było zaznaczone, jest pozycją nieznacznie obciążającą gospodarstwa i w stopniu dość równomiernym, przeto nie będziemy go eliminowali z sumarycznej pozycji nakładu gospodarczego.

Nakład gospodarczy w dalszym ciągu pracy będzie oznaczany literą *y*.

h) Kapitał krów.

Jako ostatni z czynników gospodarczych uwzględnianych w pracy niniejszej wybrany został kapitał krów, ponieważ dochód z krów stanowi po-

ważną pozycję w sumie dochodu surowego, oraz dlatego, że krowa bardzo ściśle wiąże się z całym warształem rolnym (obornik, zużycie na miejscu pasz i t. d.). W dalszym ciągu kapitał krów oznaczać będzie litera c.

i) Konieczność dwukrotnej klasyfikacji materiału i jego redukcja.

Dążąc do otrzymania jaknajdokładniejszych i jednolitych informacji, co do zależności dochodu surowego od obszaru, nakładu gospodarczego i kapitału krów, wypadło usunąć z materiału dostarczonego przez Wydział Ekonomiki Rolnej Drobnych Gospodarstw te gospodarstwa, które przeżyły w roku sprawozdawczym różne katastrofy, niezwiązane ze sposobem gospodarowania. Były to gospodarstwa, których dochód został bardzo obniżony przez klęski elementarne (powódź, gradobicie) i choroby zwierząt (pomór trzody, bydła i t. d.). Z tych względów wyłączono 122 gospodarstwa. Przeważnie przyczyną wyłączenia były powodzie, które jak wiadomo przybrały rozmiary niebywałe w roku badanym. Oprócz tych redukcji materiału wypadło dokonać dalszych, związanych z koniecznością przeprowadzenia klasyfikacji gospodarstw według ich obszaru i nakładu.

Jak to było omówione szczegółowo w punkcie a), metoda badania polega na obliczeniu powierzchni regresji jakiejś jednej z cech gospodarstw, np. dochodu, względem pozostałych. Rachunki z tem związane zależą w znacznym stopniu od potęgi wielomianu, którym możemy aproksymować równanie powierzchni regresji. I tak: jeśli powierzchnia regresji może być z dostateczną dokładnością reprezentowana przez płaszczyznę, to znaczy, jeśli odnośne równanie regresji będzie stopnia 1-go, to rachunki są względnie proste.

Podwyższenie stopnia równania o jedynekę wprowadza ogromne komplikacje. Prócz tego staje się koniecznem obliczenie dalszych trzech współczynników równania, co przy małej liczebności posiadanego materiału może się niekorzystnie odbić na dokładności każdego z nich.

Okoliczności te, przeważnie zaś wzgląd na niezbędny nakład pracy, skłoniły do unikania obliczania niepłaskich powierzchni regresji.

Zadanie nie jest metodycznie łatwe, ponieważ a priori można powiedzieć, że regresja pomiędzy rozważanemi przez nas czynnikami nie jest płaska. Weźmy dla przykładu pod uwagę regresję dochodu względem nakładu i obszaru; gdyby była ona płaską, to stużłotowemu przyrostowi nakładu musiałby odpowiadać ten sam przeciętny przyrost dochodu w gospodarstwach najmniejszych, jak i we wszystkich innych, włącznie do największych. Już zgóry można przewidzieć, że istotny stan rzeczy jest inny. Zupełnie podobnie można oczekiwać, że dołączenie do gospodarstw jeszcze jednego hektara ziemi będzie miało zupełnie inny przeciętny efekt w gospodarstwach nisko i wysoko nakładowych.

Wobec tego, chcąc otrzymać bardziej dokładne informacje zapomocą obliczeń powierzchni regresji dochodu względem obszaru i nakładu, należałoby aproksymować ją równaniem stopnia wyższego.

Wobec niemożności uzyskania środków pieniężnych na wykonanie odnośnych rachunków, wypadło uciec się do metody mniej dokładnej, jednak dużo łatwiejszej do wykonania i dającej, jak się okazało, zupełnie wyraźne wyniki. Polega ona na dwukrotnej klasyfikacji materiału według wymiaru tych cech, względem których regresja dochodu jest prawdopodobnie krzywolinijna. Dalszym krokiem w tejże metodzie jest obliczenie już zwykłej korelacji pomiędzy dochodem surowym a pozostałymi czynnikami dla każdej grupy gospodarstw, powstałej dzięki wspomnianej klasyfikacji.

Zasadą pierwszego podziału była wysokość nakładu. Oczywiście wśród badanych gospodarstw nie było takich, których nakład byłby dokładnie ten sam — wypadło więc uważać za jednakowe te nakłady, które się względnie nieznacznie różnią.

Wybór rozpiętości nakładu, który był konwencjonalnie uważany za jednakowy, musiał być uzależniony z jednej strony od różnicy bezwzględnie najniższego i bezwzględnie najwyższego nakładu, z drugiej strony — od częstotliwości występowania gospodarstw, któreby trafiły do tej lub innej klasy.

Jasnym jest dalej, że klasyfikacja wśród nisko nakładowych gospodarstw musiałaby być bardziej drobiazgowa niż w gospodarstwach bogatszych. Zatrzymaliśmy się przy przedziałach klasowych równych 300 zł. dla gospodarstw niżej nakładowych aż do 5790 zł.; dalej wypadło przedział klasowy podwoić przez wzgląd, że inaczej poszczególne klasy wypadłyby zbyt mało liczne.

Po przeprowadzeniu tej klasyfikacji okazało się, że w niektórych klasach liczba gospodarstw była tak mała, że nie było mowy o jakichś rachunkach dotyczących tych klas. Ponieważ, z drugiej strony, dołączenie tych gospodarstw do klas sąsiednich wymagałoby nadmiernego powiększenia ich przedziału klasowego, wypadło te gospodarstwa odrzucić.

W ten sposób otrzymaliśmy ogółem 16 klas gospodarstw o praktycznie tym samym nakładzie gospodarczym.

Tablica III przedstawia wynik klasyfikacji oraz wyniki poszczególnych rachunków dla poszczególnych klas.

Jeśli teraz obliczymy dla jakiejś klasy korelację i regresję pomiędzy np. dochodem z jednej strony, a obszarem — z drugiej, to będziemy mogli odpowiedź na pytanie, jaki byłby przeciętny wynik dołączenia jednego hektara do gospodarstwa o danym nakładzie. Odnośne współczynniki regresji są umieszczone w jednej kolumnie tablicy i przeglądając ją, mamy

możność sądzić o tem, jak na ten przyrost wpływa wzrastający w kolejnych klasach nakład.

Jednak o zależności tego przyrostu od dotychczasowego obszaru gospodarstwa sądzić nie możemy, gdyż podawane liczby są tylko przeciętne dla wszystkich obszarów.

Oprócz korelacji i regresji pomiędzy dochodem i obszarem, zostały obliczone dla poszczególnych klas współczynniki korelacji i regresji pomiędzy dochodem i kapitałem krów oraz obszarem i kapitałem krów. Zostały również obliczone współczynniki korelacji i regresji cząstkowe.

W ten sposób możemy również odpowiedzieć na pytanie np. takie: jaki byłby przeciętny wzrost dochodu powstały z powiększenia kapitału krów o 100 zł. w gospodarstwach o danym obszarze i należących do danej klasy nakładowej.

Przeglądając odnośną kolumnę tablicy możemy sądzić o zależności tego przyrostu od rozporządzalnego przez gospodarstwo nakładu.

Opisana klasyfikacja gospodarstw według nakładu nie daje materiału do dania odpowiedzi na pytanie takie: jaki byłby efekt powiększenia nakładu gospodarczego np. o 100 zł. w gospodarstwach o danym obszarze.

Kolumna z w tablicy III podaje tylko przeciętny dochód w gospodarstwach należących do różnych klas nakładowych. Dochody te wzrastają, rzecz jasna, może to jednak być równie dobrze wskutek podwyższenia nakładu, jak też skutkiem najczęściej wyższego obszaru w gospodarstwach wysokonakładowych, względnie jakichś innych czynników.

Dla odpowiedzi na interesujące nas pytanie wypadło tedy dokonać jeszcze jednej klasyfikacji gospodarstw, tym razem według ich obszaru. Wynik klasyfikacji i odnośnych rachunków przedstawiony jest w tablicy IV.

Przy wykonaniu tej klasyfikacji wypadło znowu zastanawiać się nad wielkością przedziału klasowego i ewentualną koniecznością wyłączenia pewnych gospodarstw.

Dla gospodarstw mniejszych, do 12 ha, przedział klasowy równy jest 1 ha. Powyżej 12 ha wynosi on 2 ha aż do 20 ha, poczem w ostatniej klasie równa się 5 ha.

Gospodarstwa o obszarze powyżej 25 ha wypadło odrzucić z tych samych względów, z jakich robione były redukcje przy klasyfikacji według wielkości nakładu.

Jak to było powyżej, dla każdej klasy obszarowej została obliczona regresja i korelacja pomiędzy pozostałymi trzema zmiennymi, więc: dochodem, nakładem i kapitałem krów (patrz tablica IV).

Mając wyniki rachunków podane w obu tablicach mamy teraz możliwość oświetlić rolę nakładu i dochodu niejako z dwóch punktów widzenia.

Możemy mianowicie odpowiedzieć na pytania: jaki byłby przeciętny efekt podniesienia nakładu o 100 zł. w gospodarstwach o danym obszarze i posiadających dany kapitał krów oraz jaki byłby przeciętny efekt podwyższenia obszaru gospodarstwa z zachowaniem dawnego nakładu i kapitału krów.

Zobaczymy niżej, że z zestawienia odpowiedzi na te dwa pytania, wynikają bardzo interesujące wnioski, dotyczące istotnej roli rozważanych czynników w kwestji rentowności gospodarstw.

j) Mała liczebność klas a dokładność wyników.

Zauważyć należy, że jak to widać z kolumny trzeciej tablic III i IV, liczebności poszczególnych klas nakładowych i obszarowych są często bardzo nieznaczne. Należy więc liczyć się z zarzutem, że obliczone dla tak małej liczby współczynniki są bardzo niepewne, jeśli się chce je zastosować nie tylko do gospodarstw badanych, lecz do ogółu tych gospodarstw w Polsce, dla których rozważana klasa może być uważana za wylosowaną populację próbną.

Na taki zarzut można odpowiedzieć:

a) Nie ulega wątpliwości, że wartość wyników bardzoby zyskała, gdyby rozporządzalny materiał był liczniejszy, niniejsza jednak praca ma na celu wyciągnięcie wszystkich możliwych informacji z materiału już istniejącego i który nie może być powiększony.

b) Gdyby, obliczone współczynniki dotyczyły tylko jednej jakiejś klasy gospodarstw, choćby nawet nieco liczniejszej od klas faktycznie posiadanych, więc zawierającej ze 100 osobników, to jednak byłoby bardzo ryzykownem opierać jakies definitywne wnioski na uzyskanych wynikach.

Nasza jednak sytuacja jest zasadniczo różna, gdyż mamy nie jedną tylko małoliczną klasę, lecz cały ich szereg, przyczem w jednym przypadku kolejne klasy różnią się wysokością nakładu zaledwie o 300 zł., w drugim zaś — obszarem o 1 ha. Przeglądając w obu tablicach III i IV kolumny, podające procentowy udział dzielnic w poszczególnych klasach, stwierdzamy i tutaj pewną ciągłość zmian. Tak więc procentowy udział województw zachodnich w pierwszych pięciu klasach nakładowych (tablica III) waha się we względnie ciasnych granicach od 0.0 do 6.6% (przeciętnie 2.4%). Dalej udział tych województw stale wzrasta mniej więcej prawidłowo.

Wobec tego, chociaż jest niepodobieństwem upierać się przy wartości jakiegokolwiek współczynnika regresji czy korelacji, obliczonego dla jednej jakiejś klasy nakładowej czy obszarowej, to wartość tego współczynnika nabiera specjalnego znaczenia, jeśli jest potwierdzana przez analogiczne współczynniki dla klas sąsiednich.

Jasnym jest, że dokładnej równości współczynników, obliczonych dla klas sąsiednich oczekiwać nie można. Nie można byłoby tego oczekiwać

nawet gdyby gospodarstwa, dla których te współczynniki były obliczane, nie różniły się pod względem tak ważnych cech, jak nakład i obszar. Każda cecha zbiorcza populacji próbnej ulega wahaniom, zależnie od osobników, które do tej populacji zostały wylosowane.

Przeglądając kolejno kolumny w tablicach III i IV stwierdzić można jedną z dwóch okoliczności: 1) albo odnośne współczynniki wykazują wahania o charakterze przypadkowym około pewnej przeciętnej, albo też 2) wykazują w tych waniach pewną tendencję.

Tendencję taką łatwo jest zauważyć obliczając średnie wartości kilku kolejnych współczynników i jeśli trudno jest bronić wartości każdego ze współczynników z osobna w odniesieniu do ogółu gospodarstw danej kategorii (więc np. o określonym obszarze), to obrona tych przeciętnych oraz wykazywanej przez nich tendencji jest już o wiele łatwiejsza.

Przemawiają za tem przede wszystkim względy intuicyjne: tak np. współczynnik regresji $M_{z.c.x}$ dochodu względem kapitału krów przy stałym obszarze — wynosi w pierwszych pięciu klasach nakładowych odpowiednio: 0.68, 0.09, 0.87, 0.15, 0.99. Przeciętna ich wartość równa się 0.53. Jakiejś systematycznej zmiany wśród tych współczynników dopatrzeć się nie możemy. Rozważając zagadnienie z punktu widzenia ekonomicznego, nie możemy znaleźć objaśnienia dla okoliczności, że w gospodarstwach o najniższym nakładzie przyrostowi kapitału krów o 100 zł. odpowiada przyrost dochodu przeciętnie o 68 zł., gdy w klasie następnej, o nakładzie wyższym o 300 zł., wartość średnia tego przyrostu spada do 9 zł., aby się podnieść w klasie następnej do 87 zł. i t. d. Wobec bardzo nieznacznej liczebności poszczególnych klas nasuwa się sam przez się wniosek, że wahania te są wynikiem losu, który zesłał do klasy drugiej jednostki o niepomyślnym stanie gospodarstwa mlecznego, gdy w sąsiednich klasach stan ten był o wiele korzystniejszy. Brak wyraźnej tendencji wśród współczynników pierwszych 5 klas pozwala zatem wnioskować, że odnośne średnie przyrosty dochodu w gospodarstwach o nakładzie do 2700 zł. nie mogą się zbytnio różnić od przeciętnej 53 zł. na 100 zł. nadwyżki kapitału w krowach.

k) Pojęcie o przedziale ufności.

Intuicyjny ten wniosek może być jeszcze uzasadniony liczbowo przez obliczenie tak zwanego przedziału ufności, oznaczającego granicę jeszcze wiarogodnych hipotez co do „prawdziwej“⁵⁾ wartości rozważanych współczynników.

⁵⁾ „Prawdziwa“ wartość współczynnika = wartości tego współczynnika, którąbyśmy otrzymali, gdyby do jego obliczenia była użyta populacja generalna gospodarstw danej kategorii.

Dla zrozumienia znaczenia używanego tu terminu „przedział ufności“ wyobraźmy sobie, że kilkakrotnie dokonujemy losowania populacji próbnych z jakiejś określonej populacji generalnej. Dla każdej wylosowanej populacji próbnej obliczamy odpowiadającą jej wartość jakiegokolwiek cechy zbiorczej, np. współczynnika regresji. Jasnym jest a priori, że obliczone współczynniki będą posiadały mniej lub więcej różne wartości. Niech to będą np.

$$u_1, u_2, \dots, u_n \quad (13)$$

Mając tych n liczb możemy teraz wypowiadać sądy o wiarygodności różnych hipotez dotyczących wartości tejże cechy zbiorczej populacji generalnej. I tak np. jeśli dla jakichś pięciu populacji próbnych rozważana cecha zbiorcza posiada wartości

$$25, 55, 30, 40, 50, \quad (14)$$

to hipoteza, że dla populacji generalnej wartość jej wynosi — 40 jest dużo mniej wiarygodna, niż, że równa się ona ± 40 . Można jednak pójść dalej i wyznaczyć granice, w których wartość ta znajduje się najprawdopodobniej. Można przytem brać pod uwagę ryzyko pomyłki przy twierdzeniu, że odnosząca się do populacji generalnej wartości cechy zbiorczej istotnie znajduje się we wskazanych granicach. Ryzyko to ustalać można zgóry i tak dobierać szerokość oznaczanych granic, by ryzyko pomyłki było jakieś określone, zresztą dowolne. Ustalony zgóry stopień ryzyka pomyłki nazywa się współczynnikiem ufności. Jeśli ustalimy sobie współczynnik ufności, np. równy 0.01 i dobierzemy do niego przedział, w którym najprawdopodobniej znajduje się wartość cechy populacji generalnej, to prawdopodobieństwo pomyłki przy twierdzeniu, iż wartość ta istotnie znajduje się w tym przedziale, równe będzie 0.01 i t. p.

Taki przedział, dobrany do określonego zgóry współczynnika ufności, nazywa się przedziałem ufności. Wzory do jego obliczenia zależą od własności rozważanej cechy zbiorczej oraz od właściwości populacji generalnej. Jednak z nowszych badań ⁶⁾ w tej dziedzinie wynika, że w ogromnej masie przypadków miarodajnym byłby wzór następujący.

Oznaczamy przez u_0 średnią arytmetyczną liczb (13) przedstawiających faktycznie otrzymane wartości rozważanej cechy n różnych populacji próbnych. Obliczamy dalej S — średnie odchylenia tychże liczb, według wzoru

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i^2 - u_0^2. \quad (15)$$

⁶⁾ Patrz: J. Neyman and E. S. Pearson: „On the Use and Interpretation“... Biometrika Vol. XX — A, oraz E. S. Pearson and N. K. Adyanthaya, Biometrika, Vol. XX — A.

Lewa granica przedziału ufności równa się wtedy

$$u_0 - \frac{S}{\sqrt{n-1}} t \quad (16)$$

a granica prawa, odpowiednio

$$u_0 + \frac{S}{\sqrt{n-1}} t \quad (17)$$

gdzie t jest wartością odczytaną z tablic „Studenta“ — Fishera⁷⁾ i odpowiada ustalonemu zgóry współczynnikowi ufności. Wartość ta zależy także od liczby n obliczonych faktycznie wartości cechy dla populacji próbnych.

W pracy niniejszej stosowany jest współczynnik ufności równy 0.05. Przy tym współczynniku ufności, przedział ufności odpowiadający liczbom (14), jeśli zgodzimy się uważać je za wartości jakiejś cechy zbiorczej, obliczone dla populacji próbnych, wylosowanych z tej samej generalnej, byłby od $40 - 15.8 = 24.2$ do $40 + 15.8 = 55.8$. Będziemy to oznaczali pisząc krótko 40 ± 15.8 .

Liczbę 15.8 otrzymaliśmy rachując kolejno:

$$u_0 = 40, S^2 = 130, \frac{1}{4} S^2 = 32.5 = (5.7)^2 \quad (18)$$

Liczbę 5.7 wypada teraz pomnożyć przez wartość t , odpowiadającą współczynnikowi ufności 0.05 i $n = 5$. Tablica Fishera ma oznaczenia nieco inne od naszych, a mianowicie liczba n oznacza w nich liczbę populacji próbnych mniej jeden. W naszym przypadku byłoby to $5 - 1 = 4$. Odpowiednia wartość t wynosi 2.776. Mnożąc 2.776×5.7 otrzymujemy 15.8.

Zaznaczyć należy, że posługiwanie się powyższą metodą dla obliczenia przedziałów ufności dla współczynnika korelacji, w tym przypadku, gdy jest on bardzo bliski dodatniej albo ujemnej jedności, byłoby nieodpowiednie⁸⁾.

W literaturze ekonomiczno-statystycznej jest popularny wzór na średni błąd współczynnika korelacji $\frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$. Stosowanie go do celów podobnych do omawianych wyżej byłoby jednak nieodpowiednie⁹⁾.

W razach, gdy jakaś kolumna współczynników podanych w naszych tablicach III i IV okazuje wyraźną tendencję wzrostu lub opadania, opisana wyżej metoda przedziału ufności przestaje być celowa. Dla uzyskania informacji dotyczących populacji generalnej stosujemy w tych przypad-

⁷⁾ R. A. Fisher: „Statistical Methods for Research Workers“, London 1930.

⁸⁾ Metodę powyższą cytuję na podstawie wykładów dr. J. Neymana w Szkole Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie.

⁹⁾ Porównaj w tej kwestji: A. Baker, Journal of the American Statistical Association 1930, str. 387—396. <http://rcin.org.pl>

kach metodę najmniejszych kwadratów, która pozwala na wyznaczenie najprawdopodobniejszego przebiegu zmian rozważanej cechy zbiorczej w miarę jak wzrasta nakład gospodarstwa, względnie ich obszar.

Jako przykład wyraźnie zaznaczającej się tendencji w zmienności współczynników przytoczyć można kolumnę w tablicy IV, podającą średnie przyrosty jednostkowe dochodu względem nakładu w gospodarstwach o coraz to większym obszarze.

3. KLASYFIKACJA GOSPODARSTW WEDŁUG NAKŁADU.

(Patrz: tablica III).

a) Rozrzucenie badanych gospodarstw po terytorjum Polski (kolumny 4—11 tablicy III).

Jak to wyżej wspomniałem, po odrzuceniu kilku gospodarstw o nakładach bądź małych, bądź bardzo dużych, uzyskano mniej więcej zwarty materiał o nakładzie wahającym się od c/a 1300 do c/a 7000 zł.

Przedział ten został podzielony na 16 klas, przyczem długość pierwszych trzynastu wynosiła 300 zł., a długość następnych po 600 zł.

Zestawienie rachunków odnoszących się do poszczególnych klas zawiera Tablica III.

W kolumnie 1 tej tablicy podany jest numer klasy; w kolumnie 2 — przedział klasowy nakładu, charakterystyczny dla każdej klasy; w trzeciej — liczba gospodarstw należących do danej klasy nakładowej. Dalszych osiem kolumn charakteryzuje rozrzucenie gospodarstw po terytorjum Polski, z podziałem na cztery dzielnice: zachodnią, wschodnią, centralną i południową.

Kategorje te obejmują odpowiednio:

województwa zachodnie: Pomorskie, Poznańskie, Śląskie;

województwa wschodnie: Wileńskie, Nowogródzkie, Poleskie, Wołyńskie;

województwa centralne: Łódzkie, Warszawskie, Białostockie, Lubelskie, Kieleckie;

województwa południowe: Krakowskie, Lwowskie, Stanisławowskie, Tarnopolskie.

Cztery kolumny, zaczynając od czwartej i kończąc na siódmej, wykazują udział procentowy poszczególnych dzielnic w kolejnych klasach. Sumując cztery liczby położone poziomo wpoprzek tych czterech kolumn, otrzymamy zawsze 100.

W zastosowaniu do pierwszej klasy nakładowej, możemy uzyskać z tych kolumn informacje, że udział w tej klasie województw zachodnich

wyraża 0.0%, udział województw zachodnich 28.5%, województw centralnych 9.5%, województw południowych 62.0%.

Wnosimy stąd, że położone w tym samym wierszu liczby uzależnione są nie tylko od charakterystycznego w tej klasie nakładu c/a 1300 zł., lecz również od geograficznego położenia i specyficznych cech kultury gospodarstw przeważnie południowych i wschodnich¹⁰⁾.

Analogiczne wnioski dadzą się wyciągnąć z liczb w innych wierszach tych samych czterech kolumn.

Następne cztery kolumny od ósmej do jedenastej włącznie, cechują udział procentowy klas nakładowych w poszczególnych dzielnicach. Tutaj suma liczb w poszczególnych kolumnach równać się będzie 100.

Jest to podejście do tego samego zagadnienia, tylko z innego nieco punktu widzenia. I tak na przykład: przeglądając kolumnę ósmą stwierdzamy z łatwością, że województwa zachodnie cechuje na ogół wysoka nakładowość gospodarstw i t. p.

b) Wartości przeciętne i zmienność obszaru, kapitału krów i dochodu wewnątrz klas nakładowych, (kolumny 12 — 17 tablicy III).

Kolumna dwunasta, trzynasta i czternasta podają średnie wartości obszaru x w ha gospodarstw, należących do tej samej klasy, kapitału krów w w złotych c i dochodu brutto z w złotych. Wszystkie te trzy pozycje dość regularnie wzrastają ze wzrostem nakładu. Wnosimy więc, że gospodarstwa należące do klas wysokonakładowych, mają przeciętnie i większy obszar, i większy kapitał krów i dają większy dochód brutto.

Następne: piętnasta, szesnasta i siedemnasta kolumna zawierają t. zw. współczynniki zmienności¹¹⁾ odpowiednio: obszaru, kapitału krów i dochodu w procentach od przeciętnych tych zmiennych w odpowiednich klasach.

Przeoglądając te kolumny, zauważamy fakt charakterystyczny, że największej zmienności ulega obszar, kapitał krów waha się już dużo mniej, a dochód ulega najmniejszym wahaniom. Nasuwa się stąd wniosek, który

¹⁰⁾ W Zakładzie Biometrycznym została już podjęta i wykonana praca, mająca na celu wyeliminowanie wpływu zmiennej reprezentacji poszczególnych dzielnic w klasach. Patrz publikację K. Iwaszkiewiczówny w z. 1 Kwartalnika Statystycznego za r. 1932. *J. N.*

¹¹⁾ Dla uniknięcia nieporozumień zaznaczyć należy, że współczynnikiem zmienności nazywa się nie amplituda wahań rozważanej zmiennej, przeliczona w %/‰ jej wartości przeciętnej, lecz średnie odchylenie tejże zmiennej w %/‰ przeciętnej. W ten sposób okoliczność, że np. w klasie VIII przeciętny obszar gospodarstw wynosi około 11 ha, a współczynnik zmienności obszaru 50%, nie należy rozumieć tak, że najmniejszy obszar w tej klasie jest 5.5 ha, a największy 16.5 ha.

będzie potwierdzony dalszemi wynikami, że wpływ obszaru na dochód oraz kapitału krów na dochód jest mniej znaczny, niż wpływ nakładu. W samej rzeczy, gdybyśmy się dowiedzieli np., że jakieś gospodarstwo ma nakład równy 3500 zł., więc, że w naszej klasyfikacji należy ono do klasy VIII, moglibyśmy przewidywać, że dochód brutto z tego gospodarstwa wynosi około 5229 zł. Ryzykowalibyśmy przytem błędem, którego zmienność wynosi 23% kwoty przewidywanej — to wszystko pomimo zmienności obszaru w tejże klasie, wynoszącej 50% przeciętnej c/a 11 ha. Ogromna zmienność obszaru wskazuje również na niedopasowanie nakładu do obszaru, które musi mieć miejsce w bardzo wielu gospodarstwach, skoro zmienności nakładu w granicach 300 zł. odpowiada zmienność obszaru, której współczynnik dochodzi do 75%.

Dalsze kolumny podają współczynniki korelacji i współczynniki regresji.

c) Wpływ obszaru i kapitału krów na dochód w gospodarstwach o tym samym nakładzie. (Kolumny 18 — 27 tablicy III).

Litera r oznacza wszędzie współczynnik korelacji pomiędzy dwiema zmiennymi, które są przy nim uwidocznione. Natomiast R oznacza współczynnik korelacji cząstkowej, przyczem kropka oddziela tę z trzech zmiennych, która została wyeliminowana. Tak np. $R_{zx.c}$ oznacza współczynnik korelacji cząstkowej pomiędzy dochodem surowym z , a obszarem x w gospodarstwach o ustalonym kapitale krów c . Liczbę $R_{zx.c}$ otrzymalibyśmy przypuszczalnie, obliczając zwykły współczynnik korelacji pomiędzy z i x dla tych gospodarstw, które mają ten sam kapitał krów.

Litera m oznacza współczynnik regresji. Literą M oznaczony jest współczynnik regresji cząstkowej. Punkt oddziela tutaj zmienną eliminowaną, jak to było przy współczynniku korelacji cząstkowej. Porządek dwóch pozostałych zmiennych nie jest obojętny, więc np. $M_{zc.x}$ oznacza współczynnik regresji z względem c po wyeliminowaniu wpływu x . Inaczej mówiąc, będzie to średni przyrost dochodu, odpowiadający przyrostowi kapitału krów o jeden złoty, w gospodarstwach mających ten sam obszar x . Odwrotnie $M_{cz.x}$ oznacza średni przyrost kapitału krów, który idzie w parze z powiększeniem dochodu o 1 zł. w gospodarstwach mających ten sam obszar x i t. p.

Przy współczynnikach korelacji cząstkowych porządek uwzględnianych zmiennych roli nie odgrywa, więc np. $R_{zx.c} = R_{xz.c}$.

Szczegółowe rozczłonkowanie całego materiału według wysokości nakładu, które poprzedziło obliczenie korelacji, np. pomiędzy dochodem a obszarem, dla poszczególnych klas nakładowych, było podyktowane koniecznością rozdzielenia pomiędzy wpływem nakładu na dochód, a wpływem

obszaru na dochód. Zastosowanie korelacji cząstkowej w tym wypadku nie dałoby pożądanego wyniku wobec krzywoliniowości regresji, o czym już była mowa.

Rozczłonkowanie to jednak — konieczne przy obliczeniach — jest niedogodne przy rozważaniu wyników, ulegających znacznym wahaniom losowym. Wobec tego, prócz wyników rachunków odnoszących się do wszystkich 16 klas zosobna, tablica III zawiera również skomasowanie tychże. Osiągnięto to przez połączenie po kilka sąsiednich, więc dość pokrewnych, klas nakładowych w grupy. Pierwsza grupa, obejmująca gospodarstwa nisko - nakładowe, składa się z klas I do V włącznie. Odnoszące się do niej przeciętne wyodrębnione są w wierszu ósmym tablicy III, zatytułowanym „Przeciętne dla gospodarstw niskonakładowych“. Analogicznie są zatytułowane odnośne wiersze, cechujące inne dwie grupy klas.

Druga grupa klas, od VI do IX włącznie obejmuje gospodarstwa średnionakładowe. Pozostałe klasy od X do XVI tworzą grupę gospodarstw wysokonakładowych. Liczebnie wszystkie trzy grupy są mniej więcej jednokowe: pierwsza obejmuje 205 gospodarstw, druga 227 i trzecia 246.

Rozważanie otrzymanych współczynników korelacji i regresji zaczniemy, mając na względzie najbardziej interesujące pytanie o zależności dochodu od obszaru i kapitału krów. Odpowiednie informacje uzyskujemy w kolumnach zatytułowanych r_{zx} , r_{zc} , $R_{zx'c}$, $R_{zc'x}$ oraz m_{zx} , m_{zc} , $M_{zx'c}$, $M_{zc'x}$.

Średni przyrost jednostkowy dochodu brutto względem obszaru, przy wylimitowaniu wpływu nań kapitału krów, jest najczęściej dodatni i waha się dla ogółu gospodarstw, przeciętnie około 41 zł. Dla grupy I-szej wynosi on średnio 39, dla II — c/a 36 i dla III — c/a 49 zł.

Ponieważ w trzech klasach współczynnik ten jest ujemny i może zachodzić wątpliwość, że średnia jego wartość w populacji generalnej gospodarstw, nie jest dodatnia, obliczony został przedział ufności.

$$M_{zx'2} = 41.6 \pm 23.1$$

z czego wynika, że hipoteza, iż przeciętna wartość tego współczynnika w populacji generalnej równa się zeru, jest już niewiarogodna. Możliwy nawet quasi — gwarantować, że ta przeciętna nie jest mniejsza od $41.6 - 23.1 = 18.5$, ani też większa od $41.6 + 23.1 = 64.7$.

Powyższe oznacza, że gdybyśmy z ogółu drobnych gospodarstw w Polsce wyodrębnili dwie dość liczne grupy, przyczem nakład gospodarczy i kapitał krów byłby we wszystkich gospodarstwach obu grup te same (wszystko jedno zresztą jakie), a różnica pomiędzy obu grupami polegałaby tylko na tem, że obszar poszczególnych gospodarstw grupy drugiej byłby o 1 ha większy od obszaru gospodarstw należących do grupy pierwszej, to dochód surowy w gospodarstwach większych (należących do grupy drugiej), byłby coprawda naogół większy, jednak przeciętna wartość nadwyżki wyno-

siłaby circa 41 zł. i gr. 60 i najprawdopodobniej nie przekroczyłyby kwoty 65 zł. Biorąc pod uwagę, że nakład gospodarczy byłby w obu grupach ten sam, nadwyżka dochodu czystego byłaby równa nadwyżce dochodu surowego. Wynik ten jest dość nieoczekiwany, gdyż np. dochód surowy z oddzielnego hektara zasianego żytem (według cen i urodzaju przeciętnego 1927/28) roku) winien być dziesięciokrotnie wyższy¹²⁾. Ponieważ przeciętna cena 1 ha ziemi w tym samym roku wynosiła, według danych Głównego Urzędu Statystycznego, ca 2000 zł.,¹³⁾ więc oszacowana wyżej nadwyżka dochodu, idzie w parze z powiększeniem o hektar obszaru gospodarstwa, wynosi zaledwie 2.08 % wartości tego hektara.

Trudno w tej chwili mówić o dokładnem objaśnieniu tego faktu, — to, zresztą, jest zadaniem ekonomistów, a nie statystyków. Być może, że wchodzą tu w grę także takie okoliczności, jak np., że ziemia posiadana przez drobnych gospodarzy jest naogół małowartościowa i że przeciętna wartość 2.000 zł. za ha, jest dla niej zbyt wysoka.

Poniżej przytoczone są inne wyniki badań w tymże kierunku, które zdaje się nasuwają pewne objaśnienie. W każdym razie już teraz wydaje się bardzo prawdopodobnem, że samo tylko podarowanie małorolnemu 1 hektara ziemi nie jest wystarczającym środkiem do podniesienia jego gospodarstwa — przynajmniej było tak w roku 1927/28. Przejdźmy jednak do omawiania dalszych kolumn tablicy trzeciej.

Liczyby kolumny zatytułowanej m_{zx} podają wartość całkowitego przyrostu jednostkowego dochodu względem obszaru przy niewyeliminowanym wpływie kapitału krów, który w większych gospodarstwach może być większy, i tem podwyższać ich dochodowość. Okoliczność ta daje się zaobserwować, jednak różnica pomiędzy współczynnikami m_{zx} — $M_{zx \cdot c}$ jest wszędzie bardzo mała. Największa jest ona w gospodarstwach bogatszych.

Daleko bardziej interesującą jest kolumna zatytułowana $M_{xz \cdot c}$. Będziemy z niej rozważali tylko trzy przeciętne, obliczone dla grup gospodarstw nisko, średnio i wysokonakładowych. I tak, pierwsza z tych przeciętnych 0.00094 ha oznacza, iż w gospodarstwach niskonakładowych podwyższeniu dochodu o 100 zł. (przy ustalonych nakładzie i kapitale krów) towarzyszy podwyższenie obszaru przeciętnie o 0.094 ha. Analogiczne znaczenie mają odnoszące się do pozostałych grup średnie 0.00078 ha i 0.00048.

¹²⁾ Patrz: Rocznik Statystyki, t. VII, str. 38 i 314. Przeciętny plon żyta w roku 1927 wyniósł 10.4 q z ha. Przeciętna cena 1 q żyta była w tym czasie 41 zł. 54 gr. Wobec tego wartość plonu żyta z ha można szacować iloczynem tych dwu liczb, równym 432 zł.

¹³⁾ Dokładana cyfra wynosi 1945 zł. za ha ziemi bez zabudowań. Patrz E. E. S. t. r e i c h e r ó w n a: „Ceny ziemi“, Kwartalnik statystyczny t. VI, z. 2, str. 854.

Wyniki te, w zestawieniu z omówionymi powyżej, są niezmiernie interesujące. Weźmy wpieryw pod uwagę liczby odnoszące się do gospodarstw grupy niskonakładowej. Wyobraźmy sobie znaczną ich liczbę o tym samym nakładzie i kapitale krów i rozważmy wyniki dwu różnych klasyfikacyj, raz według wzrastającego o 1 ha obszaru, a potem według wzrastającego dochodu. Poprzednio widzieliśmy, że gospodarstwa większe o 1 ha (o przeciętnej wartości 2.000 zł.) okazują przeciętną zwyżkę dochodu równą 39.48 gr.

Gdybyśmy tę zwyżkę przeliczyli w ‰ wartości dodatkowego hektara otrzymalibyśmy cyfrę 1.97‰. Oszacujemy teraz w złotych wartość przeciętnej zwyżki obszaru, odpowiadającą zwyżce dochodu o 100 zł. Korzystając z tej samej ceny orientacyjnej 2000 zł. za ha otrzymamy w przeliczeniu 188 zł., jako wartość przeciętnej nadwyżki obszaru w gospodarstwach, które wykazują się dochodem surowym wyższym o 100 zł. Tak więc zwyżka obszaru daje przeciętną zwyżkę dochodu wynoszącą 2.08‰ wartości dodatkowego obszaru — nasuwa się więc wniosek, że zwiększenie gospodarstw nie jest efektywnym środkiem podniesienia jego dochodowości. Z drugiej strony: te gospodarstwa, które w ten czy inny sposób osiągnęły zwyżkę dochodu, mają więcej ziemi i wartość tej nadwyżki wynosi 188‰ zanotowanej nadwyżki dochodu. Wygląda na to, że o ile samo powiększenie obszaru nie zapewnia znaczniejszego podwyższenia dochodowości, o tyle podwyższenie dochodowości gospodarstw najbiedniejszych idzie zwykle w parze ze znacznym stosunkowo zwiększeniem obszaru. To zwiększenie obszaru w gospodarstwach średnionakładowych jest nieco słabsze, a w gospodarstwach bogatszych spada do połowy swej wartości dla gospodarstw niskonakładowych.

Być może, że objaśnienie powyższych faktów leży w tem, że gdy gospodarstwo jest zdolne do wysokiego nakładu, to posiada dużo rozmaitych możliwości podniesienia swego dochodu. Względna rola obszaru jest w nim mała. Natomiast gospodarstwa ubogie (więc te, które mają mały nakład) możliwości mają dużo mniej i rola obszaru staje się bardziej znaczna. Wygląda jednak na to, że obszar jest raczej czynnikiem warunkującym ewentualny dochód, niż tego dochodu bezpośrednim źródłem.

Rozważanie współczynników korelacji r_{zx} pomiędzy dochodem a obszarem $R_{zx \cdot c}$ — pomiędzy temi zmiennymi przy wyeliminowaniu zakłócającego wpływu kapitału krów, nowych elementów nie wnosi. Stwierdzamy tylko intuicyjny już obecnie wniosek, że obszar jest czynnikiem, z którym dochodowość gospodarstw związana jest tylko bardzo luźno.

Przechodzimy do rozważania związku pomiędzy dochodem a kapitałem krów. Ilustrują go kolumny zatytułowane $R_{zc \cdot x}$, $M_{cz \cdot x}$ oraz r_{cz}

i m_{cz} . Ostatnie dwie zresztą nie wymagają specjalnego omówienia — wystarczy zaznaczyć, że wpływ obszaru na ustosunkowanie się dochodu i kapitału krów jest zmienny. Stoi to niezawodnie w związku z brakiem lub niesłuchanie niską (w gospodarstwach bogatszych) korelacją pomiędzy obszarem a dochodem.

Korelacja $R_{zc \cdot x}$ pomiędzy dochodem a kapitałem krów również nie należy do bardzo dokładnych. Kolejnym grupom odpowiadają przeciętne 0.20, 0.27 i 0.32. Są to jednak wartości większe, niż dla korelacji pomiędzy dochodem a obszarem. Można więc powiedzieć, że stan obory jest w drobniejszych gospodarstwach czynnikiem bardziej decydującym o wysokości dochodu, niż obszar, przyczem w gospodarstwach zamożniejszych znaczenie krów jest jeszcze większe.

Znaczenie krów dla dochodowości gospodarstw występuje wyraźniej przy rozważaniu współczynnika regresji $M_{zc \cdot x}$. Jak i współczynnik korelacji, okazuje on systematyczny wzrost w miarę podnoszenia się nakładu w gospodarstwach, wynoszących przeciętnie w kolejnych grupach 0.53, 0.66, i 0.93. Cyfry te oznaczają ni mniej ni więcej, tylko że dodatkowa krowa opłaca się w ciągu roku w gospodarstwach biedniejszych w 53% swej wartości, w gospodarstwach średnionakładowych w — 66%, a w gospodarstwach wysokonakładowych roczny czysty dochód (podkreślimy: *czysty dochód!*) z dodatkowej krowy wynosi przeciętnie tyle prawie, co krowa jest warta, bo 93% jej wartości. Że tu chodzi o dochód czysty, to nie ulega wątpliwości, bowiem gospodarstwa należące do poszczególnych klas mają nakład praktycznie ten sam, więc gospodarstwa mające dochód brutto wyższy o jakąś kwotę od innych gospodarstw w tej że klasie, mają o tyleż wyższy dochód czysty. Oczywiście powyższe cyfry charakteryzują tylko przeciętną wartość nadwyżki dochodu, związanego z nadwyżką kapitału krów. W poszczególnych gospodarstwach bywa ona i dużo większa i dużo mniejsza, inaczej bowiem współczynnik korelacji $R_{zc \cdot x}$ musiałby posiadać wartości wyższe. Ta zmienność ewentualnego efektu podniesienia kapitału krów jest ważną z punktu widzenia indywidualnego gospodarstwa, w którym dokupuje się krowy w celu dochodowości.

Z punktu jednak widzenia dużych liczb, gdy chodzi o świadomą politykę, mającą na celu podniesienie poziomu ogółu gospodarstw, wahania indywidualne są raczej bez znaczenia. Gdyby bardziej szczegółowa analiza ekonomiczna wykazała, że wysoki kapitał krów nie jest li tylko wykładnikiem jakichś innych czynników gospodarczych, które dopiero są bezpośrednimi przyczynami obserwowanej zwyżki dochodu, lecz że jest on sam przez się w sposób istotny z dochodowością gospodarstw związany, wówczas osiągnięte tu wyniki możnaby uważać za wskazówki, w jakim kierunku należy dążyć, aby podnieść dobrobyt.

Pozostaje więc do rozwiązania następujące fundamentalne pytanie: czy zanotowane wyżej nadwyżki dochodu, idące w parze z podniesieniem kapitału krów są przez to podniesienie kapitału krów wywołane, czy też przyczyny nadwyżek dochodu są jakieś inne, które też jednocześnie wywołują podniesienie kapitału krów, lub t. p.? Pytanie to zmuszeni jesteśmy pozostawić bez odpowiedzi. Częściowej odpowiedzi na nie możnaby oczekiwać po wynikach zastosowań teorii korelacji do wyeliminowania wpływów innych czynników gospodarczych na dochód. To jednak nie jest jeszcze zrobione.

Obecnie możemy mówić zaledwie o hipotezie, że zaobserwowane nadwyżki dochodu są w sposób istotny związane z nadwyżkami kapitału krów i zastanawiać się, czy to hipotetyczne źródło dochodu jest w gospodarstwach drobnych należycie wyzyskane.

Odpowiedzi na to pytanie możnaby szukać w wymienionej wyżej publikacji W. E. R. D. G., gdzie można odczytać np. procentowy udział dochodu z hodowli krów w ogólnym dochodzie surowym. Jednak możliwy jest i inny sposób podejścia, może bardziej ciekawy. Mianowicie można wziąć pod uwagę gospodarstwa mniej i więcej dochodowe i obliczyć o ile zwyczajka dochodu w tych ostatnich idzie w parze z przeciętnem podwyższeniem kapitału krów. Odpowiedź na to pytanie znajdujemy w kolumnie zatytułowanej $M_{cz.x}$.

W tablicy III czytelnik znajdzie wartości tego współczynnika, obliczone dla każdej klasy nakładowej. Tutaj będziemy rozważali tylko trzy przeciętne, odnoszące się do grup gospodarstw nisko, średnio i wysokonakładowych. Są to odpowiednio 0.07, 0.11 i 0.11. Liczby odnoszące się do poszczególnych klas wahają się w sposób przypadkowy około tych przeciętnych.

Jaka jest interpretacja liczby $M_{cz.x} = 0.07$? Wyobraźmy sobie większą zbiorowość gospodarstw o tym samym nakładzie, dostatecznie niskim, by można je było zaliczyć do naszych gospodarstw niskonakładowych, oraz o tym samym obszarze x . Wyróżnijmy teraz w tej zbiorowości, gospodarstwa dające jakiś określony dochód surowy z , oraz takie, w których dochód surowy jest o 100 zł. wyższy i porównajmy przeciętne kapitały krów w obu tych kategoriach gospodarstw. Obliczona wartość 0.07 oznacza, że przeciętny kapitał krów będzie w tych bardziej dochodowych gospodarstwach wyższy o $100 \times 0.07 = 7$ zł.

Nasuwa się stąd wniosek, że jakkolwiek hodowla krów jest nader efektywnym środkiem do podniesienia dochodowości, środek ten jest w niesłychanie niskim stopniu wykorzystany, gdyż osiągane obecnie zwyczajki dochodu tylko w 7% związane są z przeciętną zwyczajką kapitału krów, — źródło ich więc jest jakieś inne.

Analogiczną jest interpretacja współczynników regresji, odnoszących się do grup gospodarstw średnio i wysokonakładowych. Podobny też jest nasuwający się wniosek o stopniu wyzyskania gospodarstwa mlecznego, jako źródła dochodów. Jest on nieco wyższy, niż w gospodarstwach ubogich, lecz jednak bardzo niski.

Ostateczny wniosek, który możnaby wyciągnąć z rozważań współczynników regresji $M_{cz.x}$ jest, że gospodarstwo mleczne jest jednak względnie bardzo mało wykorzystywanym środkiem do podniesienia dochodowości gospodarstw drobnych. Można przypuszczać, że spopularyzowanie jego może dać bardzo poważne wyniki, pomimo, że w miarę rozpowszechnienia dochodowość jego może nieco upaść w związku z nieuniknionym obniżeniem się cen nabiału. Nie jest jednak wykluczonem, że sprzedawany nabiał nie jest jedyną, a może nawet nie najważniejszą pozycją w dochodowości obory i że ogromną rolę odgrywają tu dochody, że tak powiemy uboczne, jak obornik, wyżywienie gospodarza etc.

Byłoby niezmiernie interesującym zbadać kwestję mechanizmu stwierdzonej dochodowości krów. Nasuwa się tu np. pytanie, czy jest bardziej korzystnie posiadać trzy gorsze krowy, czy dwie lepsze o tej samej wartości globalnej. Jest to możliwe przy zastosowaniu metod podobnych do używanych w pracy niniejszej.

Osiągnięte przy rozważaniu współczynników $M_{zx.c}$ i $M_{zc.x}$ wyniki można zilustrować stosując je do rozważenia następującej kwestji praktycznej.

Wyobraźmy sobie drobne gospodarstwo, które ma nieco gotówki na inwestycje i może albo dokupić gruntu, albo polepszyć stan obory. Decyzja co do wyboru pomiędzy temi alternatywami musi być oczywiście uzależniona od stanu gospodarstwa i niepodobna doradzać jakiejś ogólnej reguły, która dla jednych gospodarstw może być korzystna, a dla drugich zgubna. Można jednak na podstawie omówionych wyżej liczb twierdzić, że w ogromnej masie przypadków decyzja co do kupna krów byłaby bardziej korzystna. W samej rzeczy, gdyby wszystkie gospodarstwa włożyły posiadaną gotówkę w ziemię, to oprocentowanie jej wynosiłoby przeciętnie circa 2.08 % w stosunku rocznym. Gdyby znów wszystkie inwestycje dotyczyły stanu obory, to ich oprocentowanie przeciętnie byłoby około 72 %. Oczywiście mowa tu jest o oprocentowaniu przeciętnem. W poszczególnych przypadkach muszą istnieć bardzo znaczne odchylenia, jak o tem świadczą małe współczynniki korelacji. Nie mniej, ogromne różnice pomiędzy przeciętnymi wydają się przemawiać wymownie na korzyść krów, które muszą podnosić dochodowość dużo częściej i efektywniej, niż ziemia.

Podkreślić należy, że odnosi się to prawie w równym stopniu do gospodarstw ubogich w nakład i bogatych, jednak tylko w odniesieniu do wskazanego roku 1927/28.

d) Związek pomiędzy kapitałem krów a obszarem w gospodarstwach o tym samym nakładzie.

Pozostają nam do omówienia kolumny tablicy III, odnoszące się do współzależności kapitału krów i obszaru. Odnosne współczynniki korelacji są małe co do bezwzględnej wartości i zmienne co do znaku. W grupie gospodarstw niskonakładowych przeważa znak minus. W grupie następnej zmienność znaków podsuwa myśl, że istotna wartość współczynników korelacji w populacji generalnej gospodarstw jest równa zeru. W grupie gospodarstw bogatszych w nakład korelacja pomiędzy kapitałem krów a obszarem jest wyraźnie dodatnia.

Najbardziej interesujące informacje uzyskać można z rozważania współczynników regresji m_{cx} i $M_{cx.z}$. Przeciętne dla pierwszej grupy wynoszą odpowiednio — 7.43 zł. i — 10.47 zł. Dla grupy gospodarstw pośredniej, można zapewne przyjąć, że istotne wartości współczynników są równe zeru. Wreszcie dla grupy ostatniej przeciętne równe są 20.32 zł. i 14.35 zł. Zwracamy tu przede wszystkim uwagę na fakt, że o ile będziemy sądzili z przeciętnych grupowych, to mamy stale $m_{cx} > M_{cx.z}$. Oznacza to, że gdybyśmy poddali klasyfikacji według obszaru tylko gospodarstwa mające ten sam nakład i jednocześnie ten sam dochód, to przeciętny przyrost kapitału krów, odpowiadający jednostkowemu przyrostowi obszaru, byłby mniejszy, niż w przypadku, gdy klasyfikacja dotyczyłaby gospodarstw o tym samym nakładzie, lecz bez względu na ich dochód. Możliwy byłoby to interpretować w ten sposób, że jakkolwiek byłby nakład w gospodarstwach, te z pośród nich, w których nadwyżka obszaru nie idzie w parze z nadwyżką dochodu, mają mniej lub gorsze krowy. Wygląda trochę na to, że dochodowość dodatkowego hektara związana jest ze stanem obory.

Zastanawiającem jest, że współczynniki regresji dla gospodarstw niskonakładowych są ujemne, gdy dla gospodarstw bogatszych w nakład wyraźnie dodatnie. Możliwy przypuszczać, że wśród gospodarstw małonakładowych jest dość dużo takich, które przed niedawnym czasem zrobiły wysiłek w celu rozszerzenia swego obszaru. Okresowe spłaty muszą obniżać nakład i mogą również zmuszać do wyzbywania się inwentarza. Stąd te z gospodarstw niskonakładowych, które mają więcej ziemi, mają nieco gorszy przeciętny stan obory.

W gospodarstwach wysokonakładowych sprawy przedstawiają się odwrotnie, co zresztą jest zupełnie naturalne.

4. KLASYFIKACJA GOSPODARSTW WEDŁUG OBSZARU.

a) Obszar gospodarstw a ich położenie na terytorjum Polski (kolumny 1—11 tablicy IV).

Prawie wszystkie rozpatrywane gospodarstwa, które służyły jako materiał do rozważań pierwszej części mieściły się w granicach od 2 do 25 ha, przytem im bliżej górnej granicy, tem gospodarstwa były mniej licznie reprezentowane. Powyżej 25 ha było tylko 28 gospodarstw, których obszar wahał się w bardzo szerokich granicach, aż do 50 ha. Mając na celu klasyfikację gospodarstw taką by obszar zaliczanych do tej samej klasy był praktycznie ten sam, wypadło zrezygnować z rozważania gospodarstw powyżej 25 ha, ponieważ odnośne klasy musiały wypaść zbyt mało liczne, by można było opierać na nich jakiegokolwiek wnioski statystyczne. Pozostałe 350 gospodarstw podzielono na 15 klas, przyczem w pierwszych 10 klasach podział klasowy wynosi 1 ha, w następnych czterech—2 ha i w ostatniej 5 ha.

Tablica IV przedstawia zestawienia wyników odnoszących się do poszczególnych klas. Rzut oka na liczby w kolumnach tej tablicy wystarcza do stwierdzenia, że ulegają one znacznym przypadkowym wahaniom, związanym z małą liczebnością klas. Wobec tego, tak jak to miało miejsce w stosunku do tablicy III, oprócz podziału gospodarstw na klasy, została przeprowadzona klasyfikacja tych ostatnich na grupy.

Pierwsza grupa klas od I do III obejmuje gospodarstwa najmniejsze do 5 ha. Druga grupa gospodarstw średnich obejmuje klasy od IV do VIII, wreszcie ostatnia grupa składa się z klas pozostałych, zaczynając od IX. Przeciętne wartości odnoszące się do poszczególnych grup gospodarstw drobnych, średnich i większych, uwidocznione są w odpowiednich wierszach, zatytułowanych „przeciętnie dla grupy“... Ułożenie tablicy IV jest analogiczne do ułożenia tablicy III.

Pierwsza kolumna podaje numer klasy. Druga — przedział klasowy obszaru, charakterystyczny dla każdej klasy. Trzecia — liczbę gospodarstw należących do danej klasy obszarowej.

Następne osiem kolumn charakteryzuje rozszanie gospodarstw na obszarze Polski — są one analogiczne i według tejże klasyfikacji co odpowiednie kolumny w tablicy III. Np. wśród ogółu zbadanych gospodarstw o obszarze od 2 do 3 ha, na dzielnicę zachodnią przypada 9.1%, na dzielnicę wschodnią — 0.0%, na województwa centralne — 18.2% i wreszcie na województwa południowe — 72.7%. Znaczenie liczb w następnych wierszach jest zupełnie podobne.

Z zestawienia tego wynika, że klasy małoobszarowe są pod silnym wpływem dzielnicy południowej. Już dużo mniejszą rolę odgrywają w nich gospodarstwa z województw centralnych.

Przechodząc do gospodarstw o średnich wymiarach, stwierdzamy tendencję do wyrównania udziałów poszczególnych dzielnic i m. in. województwa centralne i południowe reprezentowane są mniej więcej jednakowo licznie. Wśród gospodarstw większych mamy jeszcze większą jednolitość z nieznaczną przewagą województw centralnych.

Następne cztery kolumny wskazują na udział procentowy poszczególnych klas w całkowitej reprezentacji dzielnic (suma liczb w poszczególnych kolumnach równa się 100).

Kolumna 8 wskazuje, że gospodarstwa województw zachodnich cechuje naogół duży obszar. Z rozważań dotyczących tablicy III widzimy, że były to naogół gospodarstwa bogatsze. Jeszcze częściej spotykamy się z większymi gospodarstwami w województwach wschodnich (kolumna 9), aczkolwiek, jak to wnosiliśmy z tablicy III, mają te gospodarstwa przeważnie małe nakłady.

Gospodarstwa z województw centralnych są przeważnie średnioobszarowe, najczęściej mają one duże nakłady (tablica III).

W dzielnicy południowej gospodarstw większych i wysokonakładowych jest stosunkowo najmniej.

b) Przeciętne wartości i zmienność nakładu, kapitału krów i dochodu w gospodarstwach o tym samym obszarze (kolumny 12—17 tablicy IV).

Dalsze trzy kolumny podają przeciętne wartości nakładu gospodarczego (y), kapitału krów (c) i i dochodu surowego (z) w kolejnych klasach. Przeciętne te wykazują regularny wzrost w miarę, jak przechodzimy do gospodarstw o większym obszarze. Tak więc gospodarstwa o większym obszarze posiadają zazwyczaj większy nakład, kapitał krów i wykazują się przeciętnie wyższą wydajnością.

Piętnasta, szesnasta i siedemnasta kolumna zawierają współczynniki zmienności nakładu gospodarczego, kapitału krów i dochodu surowego.

Z porównania tych kolumn wynika, że naogół najsilniejszej zmienności w poszczególnych klasach ulega kapitał krów, następnie dochód surowy, a najmniejszej — nakład gospodarczy. Wynikałoby stąd, że wielkość nakładu w gospodarstwie idzie w parze głównie z jego obszarem — natomiast ten ostatni luźniej się już wiąże z wydajnością gospodarstwa, jak też i wielkością kapitału krów.

Pokreślmy jeszcze, że zmienność dochodu w grupach nakładowych (patrz tablica III) jest bez porównania mniejsza, niż zmienność tego dochodu w grupach obszarowych (tablica IV).

Zupełnie podobnie zachowuje się kapitał krów, którego współczynnik zmienności w klasach gospodarstw o tym samym nakładzie jest mniejszy, niż w klasach gospodarstw o tym samym obszarze. Wnosimy stąd, że nakład

gospodarczy w silniejszym stopniu, niż obszar decyduje o wysokości tak dochodu surowego jak i kapitału krów.

Dalsze kolumny podają wartości współczynników korelacji i regresji, przy czym symbolika jest ta sama, co w tablicy III.

c) Korelacja pomiędzy dochodem a nakładem (kolumny 18—27 tablicy IV).

Rzut oka na kolumny od 18 do 23 wystarcza do stwierdzenia, iż klasyfikacja według obszaru daje wyniki zasadniczo odmienne od klasyfikacji według nakładu. Poprzednio mieliśmy przeważnie bardzo małe współczynniki korelacji. Wyjątek w tym względzie stanowiła korelacja pomiędzy dochodem a kapitałem krów, ale i tu wartość współczynnika nie dochodziła do 0.5. Natomiast w tablicy IV na ogółem 90 współczynników korelacji mamy aż 42 przewyższających 0.5, w czym kilka przewyższających 0.8. Dla objaśnienia sobie tego faktu, zwróćmy uwagę, że największe współczynniki cechują korelacje pomiędzy dochodem a nakładem. Oznacza to, że określając nakład gospodarstwa o danych wymiarach, jednocześnie określamy w znacznym stopniu również jego dochodowość. Poprzednio, gdy za podstawę klasyfikacji przyjęty był nakład, współczynniki korelacji pomiędzy dochodem a obszarem były bardzo małe, przy czym również względnie mała była zmienność dochodu w przeciętnych klasach nakładowych. Teraz mamy sytuację odwrotną. Fakty te rzucają wymowne światło na znaczenie obszaru i nakład w kwestji gospodarstw. Można by je przedstawić w sposób następujący.

Wysokość nakładu w gospodarstwie w znacznym stopniu decyduje o dochodzie i dodatkowa informacja o obszarze jest bez większego znaczenia. Odwrotnie, znając obszar gospodarstwa, możemy tylko w bardzo luźny sposób wnioskować o jego dochodzie, natomiast dodatkowa informacja o wysokości nakładu pozwala na sprecyzowanie wniosku o dochodzie.

W ten sposób nakład występuje, jako czynnik najbardziej decydujący o wysokości dochodu, przy czym waga jego jest tem większa, im większy jest obszar. Odnośne współczynniki korelacji (po wyeliminowaniu wpływu kapitału krów na dochód) wynoszą dla kolejnych grup obszarowych 0.55, 0.63 i 0.71.

Przechodzimy do omawiania współczynników regresji dochodu względem nakładu. Oba współczynniki m_{zy} i $M_{zy.c}$ okazują wyraźnie zaznaczoną tendencję wzrostu w miarę, jak przechodzimy do gospodarstw o większym obszarze. Jest to zupełnie zrozumiałe: im większe jest gospodarstwo, tem mniejszego można w niem oczekiwać nasycenia nakładem i tem większą przeciętnie musi w niem posiadać wagę dodatkowe 100 zł. nakładu.

Zanotowana tendencja wzrostu obu współczynników regresji jest z początku intensywna, potem zaś wyraźnie maleje. Zwracamy przytem uwagę

na fakt, że oba współczynniki dla gospodarstw małych są wyraźnie mniejsze od jedności (przeciętna m_{zy} równa jest 0.84, a przeciętna $M_{zy.c} = 0.74$). Zinterpretujemy to. Gdyby znaczna liczebnie grupa małych gospodarstw o tym samym obszarze była rozsegregowana według wysokości nakładu, to okazałoby się, że gospodarstwa mając nakład większy o 100 zł. od innych, mają dochód surowy wyższy przeciętnie o 84 zł.

Gdyby klasyfikacji według nakładu uległy małe gospodarstwa, o tym samym obszarze i również o tym samym kapitale krów, to przyrostowi nakładu o 100 zł. odpowiadałby przeciętny przyrost dochodu równy tylko 74 zł. Analogiczna jest interpretacja współczynników dla dalszych grup gospodarstw średnich i większych.

Wynika z niej m. in., że nadwyżki nakładu — przynajmniej tak, jak to słowo jest rozumiane w zestawieniach Wydziału Ekonomiki Rolnej Drobnych Gospodarstw — w gospodarstwach do 5 ha nie opłacają się: zwyżka dochodu surowego jest mniejsza od zwyżki nakładu. Fakt ten nie jest, jak to może mogłoby się wydawać, w sprzeczności z innym, również notowanym na tablicy IV, mianowicie, że przeciętny nakład gospodarczy w gospodarstwach najmniejszych jest równy 2443 zł., gdy przeciętna dochodu surowego wynosi 3141 zł., tak że gospodarstwa te wykazują się przeciętnym dochodem czystym, równym 698 zł.

Jakieśmy to już na wstępie zauważyli, efekt nadwyżki nakładu jest w znacznym stopniu zależny od dotychczasowej wartości tego nakładu i mianowicie, im nakład dotychczasowy jest większy, tem efekt nadwyżki będzie mniejszy. Współczynniki m_{zy} i $M_{zy.c}$ dają wartość przeciętnej nadwyżki dochodu, idącej w parze z jednostkową nadwyżką nakładu, i mogą być mniejsze od jedności, pomimo, że odnośne gospodarstwa są zasadniczo dochodowymi.

Powstaje jednak pytanie, dlaczego w gospodarstwach najdrobniejszych zwyżki nakładu już się nie opłacają?

Być może, że gospodarstwa te są istotnie przesycone nakładem w intuicyjnym tego słowa znaczeniu. Nie jest jednak wykluczone, że przesylenie to jest raczej pozorne i wynika ze sposobu obliczania nakładu gospodarczego. Figuruje w nim bowiem pozycja na opłatę pracy właściciela i członków jego rodziny, która musi nasuwać wątpliwości. Możliwem np. jest, że ta sama praca jest wykonywana przez jedną osobę, gdy rodzina właściciela gospodarstwa jest mała, i przez kilka osób, gdy ta rodzina jest liczna. W tym wypadku w odnośnych zamknięciach rachunkowych mogą istnieć zupełnie nieistotne, fikcyjne różnice w wysokości nakładu, związane z t. zw. „umownem“ wynagrodzeniem członków rodziny właściciela. Przy większym obszarze gospodarstwa, fikcyjne nakłady na pracę muszą stawać się rzadsze, gdyż nietylko członkowie rodziny, ale i najemnicy mogą w niem znaleźć zatrudnienie.

Byłoby zatem niezmiernie interesujące zbadać osobno zależność pomiędzy dochodem surowym a poszczególnymi pozycjami nakładu, co mogłoby m. in. rzucić światło na celowość poszczególnych rubryk w zestawieniach.

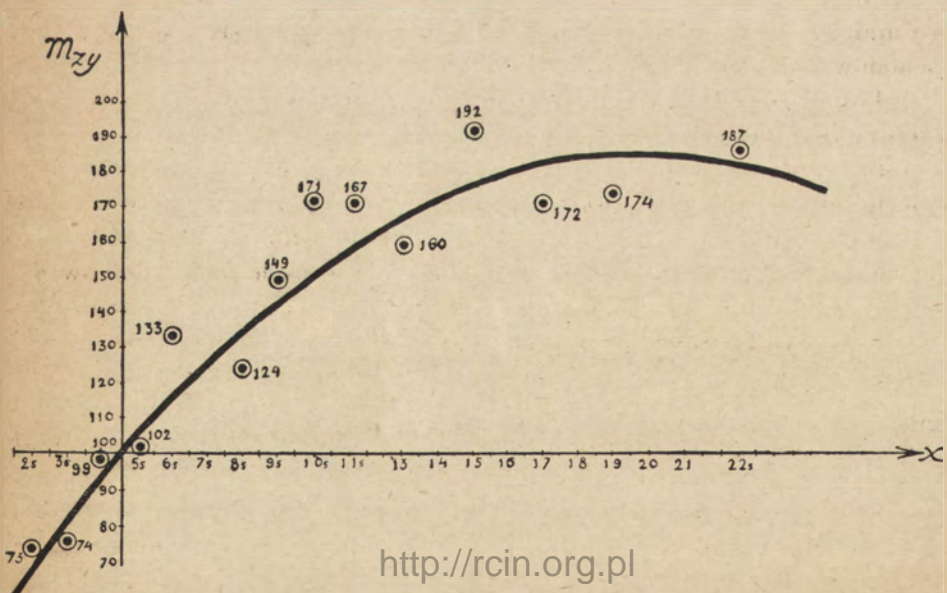
Ze względu, że obszar, przy którym zwyżka nakładu gospodarczego już jest rentowna (więc przy którym $m_{zy} = 1$), może być przedmiotem specjalnego zainteresowania, została dokonana próba dokładniejszego jego określenia. Jak to już było wyżej podnoszone, mała liczebność poszczególnych klas gospodarstw nie pozwala na przywiązywanie zbytnej uwagi do współczynników, obliczonych dla każdej klasy z osobna. Współczynniki te zależą od tego, jakiego rodzaju gospodarstwa trafiły do danej klasy. Mogły to być bądź bardziej rentowne z pośród ogółu gospodarstw o danym obszarze, bądź też mniej rentowne. Zależnie od tego odnośny współczynnik m_{zy} wypadnie bądź zbyt duży, bądź zbyt mały. Jest więc niezawodnie rzeczą przypadku, że w klasie IV i V mamy m_{zy} większe od jedności, a w następnej klasie VI $m_{zy} = 0.91$.

Opierając się jednak na szeregu wartości m_{zy} , obliczonych dla kolejnych klas i korzystając z teorii najmniejszych kwadratów, można wykreślić krzywą, reprezentującą najprawdopodobniej przebieg zmian „prawdziwej” wartości współczynnika m_{zy} , odnoszących się do ogółu gospodarstw, w miarę jak ich obszar wzrasta.

Równanie takiej krzywej zostało obliczone i przedstawia się w sposób następujący:

$$100 m_{zy} = 24.72 + 16.83 x - 0.44 x^2$$

Sama linia (L) przedstawiona jest na poniższym wykresie. Na osi



odciętych odmierzane tu są obszary gospodarstw, a na osi rzędnych — odpowiadające tym obszarom wartości współczynników regresji m_{zy} , pomnożone przez 100. Oś odciętych przechodzi przez punkt o rzędnej $100 m_{zy} = 100$. W ten sposób, aby odczytać najprawdopodobniejszą wartość przyrostu dochodu surowego, która idzie w parze z podniesieniem nakładu o 100 zł. w gospodarstwach, np. o obszarze 15 ha, należy:

- a) znaleźć na osi odciętych punkt P , odpowiadający odciętej $x = 15$;
- b) poprowadzić przez ten punkt prostą pionową do przecięcia się z linią krzywą w punkcie Q ;
- c) zmierzyć odcinek PQ ; będzie to przypuszczalny przyrost dochodu czystego, odpowiadający przyrostowi nakładu, równemu 100.
- d) dodając długość odcinka PQ do 100, gdy punkt Q leży nad osią odciętych i odejmując ją od 100, punkt ten leży poniżej osi odciętych, otrzymamy najprawdopodobniejszą wartość $100 m_{zy}$, czyli nadwyżki dochodu surowego, idącej w parze ze stuzłotową nadwyżką nakładu.

W ten sposób łatwo jest odczytać, że obszarowi $x = 15$ ha odpowiada najprawdopodobniej $100 m_{zy} = 176$ zł. i 58 gr.

Oprócz linii krzywej na wykresie uwidocznione są odosobnione punkty, skupiające się wyraźnie około linii. Punkty te reprezentują wyniki rachunków m_{zy} dla poszczególnych klas obszarowych. Odcięta każdego punktu równa się środkowej wartości obszaru danej klasy obszarowej, a rzędna związana jest z obliczonym dla tej klasy współczynnikiem regresji m_{zy} tym samym związkiem, co rzędne punktów na krzywej. Zresztą wartość $100 m_{zy}$ wypisana jest około każdego punktu. Tak np. widzimy, że punktowi o odciętej $x = 15$ odpowiada obliczona faktycznie wartość $100 m_{zy} = 192$ zł., większa on najprawdopodobniejszej o 15 zł. 42 gr.

Dla wyznaczenia obszaru gospodarstw, przy którym zaczyna się już opłacać zwyżka nakładu, wystarczy odnaleźć punkt przecięcia się linii L z osią odciętych, względnie rozwiązać równanie

$$24.72 + 16.83x - 0.44x^2 = 100$$

Obie drogi dają ten sam wynik, mianowicie $x = 5.17$ ha. Można więc przypuszczać, że przesylenie nakładem zachodzi tylko w gospodarstwach o obszarze poniżej 5.17 ha. Oczywiście słowo „przesylenie“ należy rozumieć w sensie przeciętnej: niewątpliwie wśród ogółu gospodarstw o mniejszym obszarze znajdują się takie, w których zwyżki nakładu się opłacają i dają dodatnie przyrosty dochodu czystego. Można tylko przypuszczać, że takie gospodarstwa są w mniejszości, tak że przeciętna zwyżka dochodu, obliczona dla ich ogółu, jest już od odpowiedniej zwyżki nakładu mniejsza. Mutatis mutandis to samo daje się powiedzieć o gospodarstwach, mających więcej niż 5.17 ha. Wśród nich są zapewne także, w których zwyżka nakładu nie

daje wyższy dochód czysty, te właśnie gospodarstwa są zapewne w mniejszości.

Powtórzmy raz jeszcze: powyższe odnosi się do nakładu gospodarczego i dochodu surowego w sensie, który był sprecyzowany na początku niniejszej pracy.

Omawiane kolumny współczynników, względnie linja L , w zestawieniu z wynikami rozważań współczynników m_{zx} i $M_{zx \cdot c}$ (tablica III) dają bardzo ciekawe informacje o roli obszaru i nakładu w sprawie dochodowości gospodarstw. Poprzednio stwierdziliśmy, że sama zwyżka obszaru jest bez znaczenia, gdy chodzi o uzyskanie zwyżek dochodu. Zwyżka nakładu natomiast może być bardzo efektywną. Obecnie możemy stwierdzić, że rola obszaru jest bardzo doniosła, tylko może nieco inna, niż możnaby przypuszczać. Mianowicie, jakkolwiek obszar sam przez się nie jest źródłem dochodu, to jest on warunkiem niezbędnym do tego, by nakład gospodarczy się opłacał: w gospodarstwach drobnych zwyżka nakładu opłaca się przeciętnie w 84%, w gospodarstwach średnich — w 1.19% i wreszcie w gospodarstwach większych (11 do 30 ha) — w 1.74%.

Jako drugi warunek opłacalności zwyżek nakładu występują krowy. Sądzić o tem możemy z zestawienia współczynników m_{zy} i $M_{zy \cdot c}$. Z tablicy IV widzimy, że te ostatnie są z reguły mniejsze od poprzednich. Wynika z tego¹⁴⁾, oraz z okoliczności, że kapitał krów i nakład są w dodatniej korelacji, że przy tym samym obszarze opłacalność zwyżki dochodu jest większa w tych gospodarstwach, które mają większy kapitał krów. Jeśli bowiem ustalimy kapitał krów (to znaczy, że wybierzemy tylko te gospodarstwa, w których zwiększonemu nakładowi nie towarzyszy zwyżka kapitału krów) to opłacalność zwyżki nakładu $M_{zy \cdot c}$ okaże się mniejsza, niż w tym przypadku, gdy kapitał krów ulega normalnym zwyżkom w miarę jak wzrasta nakład.

Powyższe wnioski znajdują potwierdzenie w liczbach kolumny zatytułowanej $M_{yz \cdot c}$. Przeciętna tego współczynnika dla gospodarstw najmniejszych wynosi 0.41 zł., dla grupy następnej 0.39 zł. i wreszcie dla gospodarstw największych (od 10 do 31 ha) 0.33 zł. Zinterpretujemy to szczegółowo w stosunku do grupy gospodarstw najmniejszych.

Rozważajmy większą ich liczbę o tym samym obszarze i tym samym kapitale krów i wyróżnijmy dwie kategorie, jednolite pod względem dochodu surowego. Pierwsza kategoria będzie cechowana jakimś dochodem z , a druga — dochodem o sto złotych większym. Liczba $M_{yz \cdot c} = 0.41$ zł oznacza, że druga, bardziej dochodowa grupa gospodarstw posiada nakład gospodarczy wyższy przeciętnie o ca 41 zł. Analogiczna zwyżka nakładu w gospodarstwach grup następnych wynosiłaby 39 zł. i 33 zł. Możnaby to

¹⁴⁾ Porównaj wyżej dokładną interpretację współczynników m_{zy} i $M_{zy \cdot c}$, str. 42-43.

ująć w może nie zupełnie ściśle, ale intuicyjne twierdzenie, że większe gospodarstwa, dla wyprodukowania tego samego dodatkowego dochodu surowego, wymagają mniejszych zwyczajek nakładu.

d) Korelacja pomiędzy dochodem surowym, a kapitałem krów.

Korelację pomiędzy dochodem surowym a kapitałem krów, z wyeliminowaniem wpływu obszaru i nakładu, rozważyliśmy już przy omawianiu tablicy III. Jeśli chodzi o przeciętne wartości współczynników $R_{zc \cdot x}$ i $M_{zc \cdot x}$ z jednej strony (tabl. III) i $R_{zc \cdot y}$ i $M_{zc \cdot y}$ — z drugiej (tabl. IV), obliczonych dla wszystkich klas w obu klasyfikacjach, to powinny one być mniej więcej te same, jako że odnoszą się do prawie identycznego materiału, a różnią się tylko metodą obliczenia. Tak też jest w istocie, mamy bowiem

$$\text{ogólna przeciętna } R_{zc \cdot x} = 0.27; M_{zc \cdot x} = 0.72$$

$$\text{ogólna przeciętna } R_{zc \cdot y} = 0.24; M_{zc \cdot y} = 0.72$$

Powyższe dotyczy przeciętnych wartości współczynników. Natomiast, jeśli przejdziemy do ich wartości dla poszczególnych klas, względnie grup, to identyczność, albo nawet tylko równoległość zmian w wartościach współczynników przestaje być konieczną, gdyż gospodarstwa należące np. do najniższej klasy nakładowej nie tworzą jednocześnie najniższej klasy obszarowej i t. p. Nie mniej taka równoległość do pewnego stopnia istnieje; opłacalność zwyczajki kapitału krów jest najmniejsza w gospodarstwach o najniższym nakładzie i o najmniejszym obszarze. Natomiast, gdy ze wzrostem nakładu opłacalność ta stale wzrasta, wzrost jej z obszarem jest ograniczony: $M_{zc \cdot y}$ dla gospodarstw największych ma tę samą wartość, co dla gospodarstw średnich. Można więc przypuszczać, że optimum opłacalności krów leży gdzieś około 14—15 ha: przy tym obszarze zwyczajka dochodu czystego idąca w parze ze zwyczajką kapitału krów, jest największa.

Należy jeszcze podkreślić, że opłacalność nadwyżki kapitału krów w gospodarstwach najmniejszych, jakkolwiek niższa, niż w gospodarstwach należących do pozostałych grup, jest jednak bardzo znaczna: mierzony przez $M_{zc \cdot y}$ przeciętny przyrost dochodu czystego, związany z nadwyżką kapitału krów, stanowi ca 53% tej nadwyżki. W związku z tem, cośmy zanotowali przy równaniu tablicy III, możnaby zatem powiedzieć, że gospodarstwo mleczne należy uważać za nader efektywny środek podniesienia dochodowości gospodarstw nawet najmniejszych i najuboższych — byleby pozwalały na trzymanie krów.

Małość współczynnika $M_{cz \cdot y}$ we wszystkich klasach wskazuje znowu że krowy, jako źródło zwiększonego dochodu, są przez ogół właścicieli gospodarstw drobnych niedoceniane: stużłotowa nadwyżka dochodu towarzyszy tylko nieznacznej (ca 9 zł.) przeciętnej zwyczajce kapitału krów. Źródła tej nadwyżki dochodu są więc przeważnie jakieś inne — nie gospodarstwo mleczne.

**e) Korelacja pomiędzy kapitałem krów a nakładem gospodarczym
(kolumny 28—32 tablicy IV).**

Omawiając wyżej znaczenie gospodarstwa mlecznego, jako efektywnego środka do podniesienia opłacalności gospodarstwa, wspomnieliśmy, że odnoszą się to do gospodarstw, które stać na utrzymanie krów. Jeżeli zgodzimy się wziąć wysokość nakładu za swego rodzaju miernik zamożności gospodarstwa, to przeglądając kolumnę współczynników korelacji r_{cy} stwierdzimy, że zamożność w znacznym stopniu reguluje stan obory i to tem intensywniej, im większe jest gospodarstwo. Średnie wartości współczynników r_{cy} dla trzech kolejnych grup obszarowych wynoszą odpowiednio: 0.33, 0.40 i 0.53. Tak więc, — im większe są gospodarstwa, tem mocniej jest związany kapitał krów z wysokością nakładu gospodarczego. Zwróćmy uwagę, że to wzmocnienie stopnia zależności nie idzie w parze ze znacznym wzmocnieniem przyrostu kapitału krów, idącego w parze z jednostkowym przyrostem nakładu. W samej rzeczy, średnie wartości współczynnika regresji m_{cy} są dla kolejnych grup 0.19, 0.20 i 0.27 zł. wzrastają więc dużo powolniej, niż współczynniki korelacji.

Ciekawe jest zestawienie powyższych wyników z tem, cośmy zanotowali przy rozpatrywaniu tablicy III. Stwierdziliśmy mianowicie, że w grupie gospodarstw niskonakładowych korelacja pomiędzy kapitałem krów a obszarem, jeśli istnieje, to jest raczej ujemna, w gospodarstwach średnionakładowych następuje w tym względzie załamanie i wreszcie wpływ zwiększonego obszaru na kapitał krów w gospodarstwach bogatszych jest już dodatni.

Możnaby z tego wszystkiego wnioskować, że czynnikiem regulującym wysokość gospodarstwa mlecznego jest przede wszystkim nakład, do którego dopasowuje się kapitał krów. Tendencja do dopasowywania stanu obory do obszaru zaznacza się dopiero w gospodarstwach bogatszych. Zacieśnienie związku pomiędzy kapitałem krów a nakładem w gospodarstwach większych staje się zrozumiałem, skoro się zważy, że właśnie wśród gospodarstw większych daje się odczuć brak przesycenia nakładem. Zaznaczyć należy, że zapewne daleko nie wszystkie pozycje wchodzące w skład nakładu gospodarczego odgrywają jednakowo silną rolę w kwestji rozbudowy gospodarstwa mlecznego. Powstaje przytem pytanie, czy gospodarstwa ubogie w nakład globalny, tak jak to słowo tu rozumiemy, może poczynić w nim przesunięcia umożliwiające poprawienie stanu obory. Przesunięcia takie byłyby bardzo korzystne, jak o tem świadczą współczynniki $M_{zc \cdot x}$ (tabl. III) i $M_{zc \cdot y}$ (tabl. IV). Że utrzymanie krów musi wymagać zwyczajki nakładu, wydaje się świadczyć fakt, iż współczynnik regresji $M_{yc \cdot z}$ jest z reguły dodatni i waha się około 0.26, co oznacza, że w gospodarstwach o tym samym obszarze i tym samym dochodzie surowym, zwyczajce kapitału krów

o 100 zł. towarzyszy przeciętny wzrost nakładu na ca 26 zł. Możliwy więc powiedzieć, że nakład jest warunkiem opłacalności nie tylko obszaru, ale i kapitału krów. Zresztą okoliczność ta jaśniej występuje z rozważań współczynników m_{zc} i $M_{zc \cdot y}$ (tabl. III).

Z drugiej strony jest godny zastanowienia fakt, że jeśli w gospodarstwach o stałym obszarze, nadwyżce nakładu nie towarzyszy nadwyżka dochodu, to nie towarzyszy jej również praktycznie żadna wyżka kapitału krów. Mówią nam o tym wartości współczynników $M_{cy \cdot z}$, które dla kolejnych grup obszarowych wynoszą przeciętnie 0.08, 0.09 i 0.14. Można by sformułować nieco dobitniej w ten sposób, że nieopłacające się nadwyżki nakładu, to są przeważnie te, które nie są związane z gospodarstwem mlecznym. Słuszność tak sformułowanego wniosku ilustruje jeszcze kolumna $R_{cy \cdot z}$ w zestawieniu z kolumną r_{cy} : współczynniki korelacji pomiędzy kapitałem krów a nakładem w gospodarstwach o tym samym dochodzie surowym są parokrotnie mniejsze, niż w tym przypadku, gdy dochód z gospodarstw jest nieustalony.

5. WNIOSKI.

Zsumujemy teraz ważniejsze z wyciągniętych powyżej wniosków, które — podkreślmy to — stosują się do warunków gospodarowania w roku 1927/1928.

Czynnikiem, który w stopniu najwyższym decyduje o wysokości dochodu z gospodarstw drobnych, jest nakład. Stosuje się to do gospodarstw małych, średnich i większych. Jednak efekt podniesienia dotychczasowego poziomu nakładu w różnych gospodarstwach zależy w znacznym stopniu od ich wymiarów: im gospodarstwa są większe, tem nadwyżka jest bardziej rentowna. Gospodarstwa o obszarze poniżej 5 ha dają już ujemny skutek nadwyżki nakładu: odpowiednia przeciętna nadwyżka dochodu surowego jest od nadwyżki nakładu mniejsza. Operując słowami „nakład gospodarczy“ ciągle w znaczeniu, które było objaśnione na początku pracy niniejszej, można by zatem powiedzieć, że gospodarstwa do 5 ha są tym nakładem przesycone.

Obszar, rozważany bądź jako czynnik decydujący o wysokości dochodu, bądź jako źródło dochodu, posiada wagę minimalną. Właściwe znaczenie obszaru polega na tem, że jest on czynnikiem warunkującym opłacalność nakładu. Natomiast, jeśli nakład gospodarczy pozostaje bez zmian, to powiększenie obszaru gospodarstwa żadnego wyraźniejszego wpływu na jego dochodowość nie okazuje.

Najefektywniejszym ze zbadanych źródeł podniesienia dochodu okazał się kapitał krów. Każda wyżka tego kapitału w gospodarstwach nawet

najmniejszych i najuboższych daje przeciętną zwyczaję dochodu czystego wahającą się od 50% do 90% tej nadwyżki.

Gospodarstwo mleczne, jako źródło dodatkowego dochodu, nie jest jednak dostatecznie wyzyskane, gdyż zwyczaj dochodu towarzyszy tylko nieznaczne podniesienie kapitału krów, — źródła tej nadwyżki są więc przeważnie jakieś inne.

Rozwój gospodarki mlecznej wymaga zwyczajek nakładu (zapewne w pewnych specjalnych jego pozycjach). Być może, że to właśnie jest częściowa przyczyna względnie małego wyzyskania obory. Jednak nieopłacające się zwyczajki nakładu, to są właśnie te, które nie towarzyszą wzmoczeniu gospodarstwa mlecznego.

Na zakończenie należy jeszcze raz podkreślić, że powyższe wnioski odnoszą się do roku 1927/1928, z którego pochodził wyjściowy materiał statystyczny. Łatwo może się okazać, że przy zmienionej konjunkturze, wzajemne ustosunkowanie się badanych czynników gospodarczych jest zupełnie inne.

THE DEPENDENCE OF THE RENTABILITY OF SMALL FARMS UPON THEIR AREA, THE OUTLAY AND THE CAPITAL INVESTED IN COWS.

By *Wacław Pytkowski*.

(A paper prepared at the Biometric Laboratory, Nencki Institute, Soc. Scient. ac Lit. Varsoviensis, under the guidance of Dr. J. Neyman. The material and the financial support for the completion of the work have been supplied by the Department of Small Farms Economics).

SUMMARY OF RESULTS.

The aim of the present paper is a fuller discussion of the results of the investigation in the economy of small farms in 1927—28, which are published by the Department of Small Farms Economics under the title „*Badania nad opłacalnością gospodarstw włościańskich*“ (Warsaw 1929). We are concerned with the part played in the profits of a small farm by the area, the outlay and the capital invested in cows. The above mentioned publication contains among others the following table which illustrates the interrelationship of the net profit, gross outlay and area. At the

Table I.

The Area in ha	Net Profit in % of the Outlay
2 — 3	23 . 77
3 — 5	39 . 96
5 — 10	49 . 59
10 — 15	57 . 99
15 — 30	63 . 52
30 — 50	68 . 72

first sight this table seems to contain answers to questions which interest us, such as: *what is the average effect of adding to a farm with a definite area an additional unit (1 ha), other economic factors remaining unchanged?* For instance if we would add to a series of farms having an area of 2,5 ha and an outlay of 1000 zł. say 1,5 ha. to each, we could conclude that those farms would pass from the class of smallest farms into the next one in which profits amount on the average to 40 per cent of the outlay. Thus, the net profit which previously averaged 237 zł. 70 gr., after the increase of the area would amount to 400 zł. thereby being 162 zł. 30 gr. larger than before —

an increment of about 100 zł. per unit of area. Such a conclusion, however, would be premature.

Table 1 shows only the amounts of actually recorded net profits increasing according to the size of farms. Other tables in the same publication point out that the larger the farm, the larger is the total outlay (not calculated per unit of area).

Thus, net profits expressed in terms of the outlay may grow not only as a result of the increasing area, but also because of the fact that larger farms are disposing of a larger total amount of outlay.

The next problem to be considered in this respect is: *What would be the effect of adding 100 zł. to the total outlay of a farm of a definite type, other factors remaining constant?*

The answer to that question is not included in the Table I. In fact, the comparative value of 100 zł. depends on the amount of the previously expended outlay. Farms which already have a sufficient amount of the outlay can easily fail to feel the effect of an addition, whereas in farms having a very low outlay as compared with their area, the same sum may play a quite important part. Thus, it would be rather premature to conclude that — because on the average to each 100 zł. of outlay in a small farm correspond about 23 zł. of net profit — any augmentation of the outlay by 100 zł. must result in a 23 zł. increment of the net profits. On the contrary it may be safely forecasted, that the actual surplus will prove much smaller.

The third question we will consider is that of the part played by the number of cows in the matter of profits. That question may be formulated as follows:

Suppose we increase by 100 zł. the capital invested in cows (for the sake of simplicity let us call it the cows capital) in a large number of farms having the same area and the same outlay. *What average increase in profits is likely to arise in those farms, if the two last factors were to remain unchanged?*

To throw some light upon these problems, the material gathered by the Department of Small Farms Economics was investigated, representing accounts of 804 farms for the year 1927—28. The area of farms oscillated between 2 and 50 ha. The farms were scattered all over the territory of Poland, while the share of individual groups of Voievodships was as follows:

Central	Voievodships	36.4	per cent
Southern	„	31.9	„ „
Western	„	15.0	„ „
Eastern	„	16.7	„ „

As the level of culture and farm management are very different in individual provinces, it would be of interest to make separate investigations for each province. To our great regret, however, this proved impossible in view of the insufficient number of farms in individual provinces and we were compelled to start from the point of view of average figures for Poland as a whole.

Answers to the above enumerated questions can be obtained by calculating partial correlations and regressions. However, as the correlation *c. g.* between the area and the gross income is, very probably, depending upon the outlay, the multiple regression surface cannot be approximated with any sort of accuracy by a plane. Therefore if we were to use all the material at once, it would be necessary to calculate a skew regression surface. As the respective calculations are complicated to the degree of being prohibitive, we have chosen another way of proceeding.

We started by classifying the statistical data with regard to the outlay. The class intervals were chosen equal to 300 zł. for farms having a total outlay below 5.790 zł. For farms having a larger outlay those intervals had to be doubled, as otherwise individual classes would contain a too insignificant number of units.

That classification once made, it appeared that the numbers of farms in some classes were so low as to make any calculation impossible. As, on the other hand, the inclusion of those farms into the neighbouring class might lead to an exaggerate increase of the class interval, we were compelled to cancel those farms.

In that way we obtained on the whole 16 classes each being composed of farms having practically the same outlay. Calculations of correlations and regressions were made separately for each class. The results of those calculations are summarized in the Table III of the Polish text.

The first 3 columns contain: the successive number of the class, the corresponding class interval of the outlay and the number of farms included in each class. The next 8 columns give the territorial distribution of farms. Columns 4 to 7 show the share of individual provinces in each class. Columns 8 to 11 deal with the same problem from a somewhat different point of view, showing the share of different classes in the total number of farms representing each province. *E. g.* one glance at the column 8 shows that farms situated in the Western Voievodships are marked by a high amount of outlay.

It can be stated by means of those figures that the four provinces are very unevenly represented in the different classes, a fact proving that our notion of „average conditions“ has a rather changing character. If the results of our calculations differ for the first class and the last one,

this is not necessarily due to the different degree of prosperity of farms composing those classes, but may also result from the fact that the first class does not include any farms from Western Voievodships, while in the last one they amount to 46,7 per cent.¹).

In view of that fact, one should be very cautious when interpreting the results of our research.

Columns 12 to 14 contain averages: of the area (x) in terms of hectares, the cows capital (c) in zł. and the gross income (z) also in zł. Those average numbers grow rather regularly as outlays increase. The 3 following columns contain coefficients of variation of the 3 considered variables. An outstanding feature is the low variation shown, as a rule, by the gross income, while the cows capital shows a medium variation, the largest one being recorded with regard to the area. The fact of the gross income exhibiting but minor fluctuations despite the important fluctuations of the area (the outlay being left constant), leads to think, that the outlay is the predominant factor as far as profits are concerned and that the area is one of much less importance.

Next columns contain coefficients of correlation and regression. We call (r) the simple coefficient of correlation between variables which are given in subscripts: e. g. r_{zx} means the coefficient of correlation between the gross income z and the area x . The symbol R indicates the coefficient of partial correlation between variables put down in subscripts, the point marking the variable the influence of which on the correlation between two other variables is being eliminated. For ex. $R_{zx \cdot c}$ is a coefficient of correlation between the income and the area, the influence of the cows capital being removed.

The coefficients of regression are designed by symbols m and M , the latter being that of the partial regression. The meaning of subscripts is the same as in the case of the coefficient of correlation, the only difference being that the order of variables now plays a decisive part. E. g. the symbol m_{zx} means the coefficient of regression of gross income with regard to area. Thus if we had selected among all farms having an outlay of about 2000 zł. groups the first of which would have the area x and the second the area $x+1$, the average gross income in farms belonging to the second group would exceed the average income in farms belonging to the first group by $m_{zx} = 26.05$ zł. The symbol m_{xz} would mean the average increment of area in farms which have a gross income exceeding by 1 zł. the income of other farms.

Although the preceding remarks have probably sufficiently explained the meaning of symbols such as $M_{zx \cdot c}$ we are going to give some further comments. It was stated above that the increment of area by 1 ha. in

¹) This question has been discussed by Karolina Iwaszkiewicz. See: Kwartalnik statystyczny 1932, z. 1. (French Summary).

farms with a constant outlay of 2000 zł. brings about an increment of incomes of about 26 zł. Yet that connection is not necessarily an immediate one. The relation can be as follows: larger farms have more cows, this in turn results in a larger income. The coefficient of regression $M_{zx \cdot c}$ is measuring the average increment of income corresponding to a unit increment of area in farms having the same capital invested in cows. On the other hand, the coefficient $M_{yz \cdot c}$ indicates what is the average increment of area in farms in which the gross income exceeds by 1 zł. the income of other farms having the same outlay and the same cows capital.

The coefficients of correlation and regression were calculated for individual classes, which contain but an insignificant number of farms as shown in the Table III. This fact alone might make questionable the significance of the coefficients.

The objection is valid with respect to each coefficient taken alone, but we do think the value of this objection is greatly diminished when coefficients are calculated for a series of classes characterized by a systematically increasing outlay and a systematically varying representation of individual provinces.

Reviewing the Table III we can state that figures contained in each column are either oscillating (accidentally) all around some average value or show a definite upward, resp. downward tendency. In order to bring out the tendency, we divided all classes into 3 groups having small, medium and larger outlay and then calculated average values of coefficients for each of these groups.

Now, while the value of each isolated coefficient is questionable if considered as typical for the whole population of Polish farms, the group averages are much less subject to doubt. That intuitive conclusion may be confirmed by calculating the so-called 5 per cent points — limits which the true average value of the coefficient exceeds but in 5 per cent of cases. These limits were calculated here and there and given with a preceding sign \pm .

As our task consists in stating some statistical facts without giving any economic interpretation thereof, we could safely after having made the preceding remarks, refer directly to the Table III, which contains all the results secured by the classification according to the outlay. Yet we do find it necessary to call the attention of the reader to some important details.

The most important is perhaps the extremely low correlation and regression between income and area. Judging by the coefficient $M_{zx \cdot c}$, that relation is practically independent of the amount of the outlay and is about zł. 41.64 per hectare. Thus, if the outlay and cows capital remain unchanged, the increment of area by 1 hectare (having an average value of 2000 zł.

according to data of the Chief Statistical Office) would raise the gross income (and hence also the net profit, the outlay being constant) on the average only by 41.64 zł.

By calculating these amounts in per cent of the average outlay in farms belonging to our three groups, we shall obtain 1.9 per cent, 1.26 per cent and 0.81 per cent respectively. The comparison of these figures with the Table I, reprinted from the publication of the Department of Small Farms Economics, shows how erroneous conclusions a cursory reader of that table might arrive to.

The second interesting detail in the Table III concerns the high correlation and the immense regression of income on the cows capital. That regression, $M_{zc \cdot x}$, grows markedly as the outlay increases. Thus in farms having a small outlay (first group) the increment of the cows capital by 100 zł. (area remaining constant) results into an increment of the gross income (also of net profit) amounting to 53 zł. on the average. In farms having a medium outlay the corresponding figure is 65 zł. and in those having the largest outlay the mean increment of the profits amounts to 93 zł. Further, it should be remembered that the outlay includes as an item the amortization of cows, in that way the above figures form the actual average surplus of the net income.

The above results suggest that the enlargement of the size of a farm is, if taken alone, no effective way of increasing its rentability and that such a means may be found in the expansion of the dairy farming.

Considering the values of coefficients $M_{cz \cdot x}$ we state that they are all comparatively low: farms which show an income exceeding by 100 zł. the income of other farms with the same area and outlay, show an average surplus of cows capital amounting but to 10 zł. It may thus be supposed that the increment of profits is but seldom due to the expansion of the dairy farming and that its source ought to be found elsewhere. This seems to prove that the dairy farming, while being an efficient means of increasing rentability is but little exploited.

The Table III does not allow to state what probable effect an increment of outlay would have in farms having a certain area. To gather such information, one more repartition of statistical data was made, the whole material being now classified according to the size of farms. The class interval was chosen equal to 1 hectare for farms below 12 hectares. For larger farms the class interval had to be doubled. Moreover, we were compelled to include all farms from 20 to 25 hectares into one single class. A few farms having more than 25 hectares were eliminated.

The results of calculations made for each class of farms having practically the same area are tabulated in the Table IV, the order being the same

as in the Table III. It is to be remembered that the symbol y means the outlay in terms of zlotys.

We assume that, while any of the calculated coefficients for individual classes is not precise enough, the average of several analogous coefficients for neighbouring classes may be of value. That is why we divided our 15 classes into groups. The first group includes classes of 2 to 5 hectares, the second group includes 5 next classes up to 10 hectares, the third group includes all the rest up to 25 hectares. For each group of classes average values of coefficients were calculated.

As already mentioned, the present study aims to show the part played by the surplus outlay in farms with a certain area and a certain cows capital. That question is partly answered by figures contained in columns under the heads: r_{zy} , $R_{zy \cdot c}$, m_{zy} and $M_{zy \cdot c}$. Reviewing the columns r_{zy} and $R_{zy \cdot c}$ we see that correlation between gross income and outlay in farms with the same area and in farms where both area and the cows capital are left constant is very high. These coefficients increase as the area grows larger. This fact, combined with low values of coefficients r_{zx} and $R_{zx \cdot c}$ confirms our previous statement putting forward the rôle of the outlay as a factor which is primarily governing the size of incomes, the area playing but a quite secondary part.

The fact of the coefficients $R_{zy \cdot c}$ growing according to farm area, is probably due to comparative saturation of smaller farms with outlay. On the other hand, coefficients of regression m_{zy} and $M_{zy \cdot c}$ calculated for smallest farms are below unity, suggesting, too, that there is a saturation with outlay. In fact, the meaning of $M_{zy \cdot c} = 0.74$ is as follows: if we would select 2 groups of farms both of which would have the same area (below 5 ha) and the same cows capital while the outlay in one group would be by 10 zł. larger than in the other, to this surplus of outlay would correspond an average increase of the gross income equal to 7.4 zł. This leads to a conclusion that smallest farms are saturated with the outlay to such a degree that any further increment of the same does not pay. It may be easily seen that this conclusion is contrary to the one suggested by the Table I, reprinted from the publication of the Department of Small Farms Economics.

From 5 hectares on, increments of outlay begin to pay, and in larger farms there are surpluses of gross income amounting to over 150 per cent of the increment of outlay.

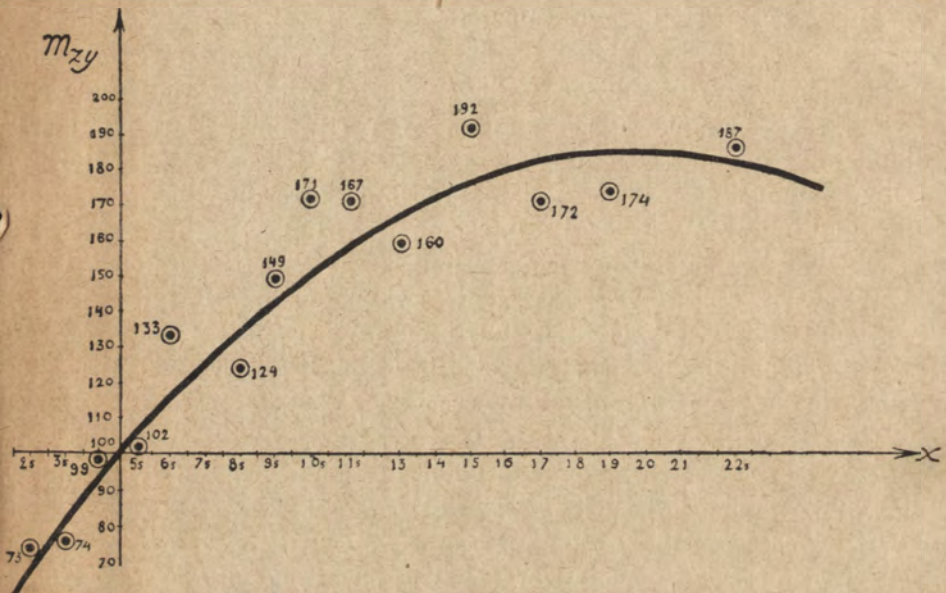
It is rather important to state the limit from which on the increment of outlay begins to be profitable.

We tried to do this expressing the dependency of m_{zy} upon the area x of the farms by means of a second order parabola, fitted to the empirical

data by method of least squares. We got the following equation of the curve

$$100 m_{zy} = 24.72 + 16.83x - 0.44x^2.$$

Putting $m_{zy} = 1$ it is easy to calculate that the critical size of the farms, from which on the surplus of the outlay begins to pay, is equal to 5.17 ha. The following chart shows the parabola and experimental points having their abscissae equal to the central area of farms in each class, and with ordinates equal to the actually calculated values of $m_{zy} \times 100$.



Among other columns of the Table IV attention should be called to these illustrating the favourable effect of the dairy farming on profits in farms having the same area.

We reach here a result similar to that obtained by considering the values of $M_{zc \cdot x}$ (Table III of the Polish text.). It seems however that the data contained in the Table IV give us some ground to a further conclusion, putting forward the importance of dairy farming. We shall call attention to the following two points.

(a) The values of m_{zy} are as a rule larger than those of $M_{zy \cdot c}$. Thus the increments of outlay are less profitable when they are not accompanied by any changes in the cows capital — this whatsoever be the size of the farms.

(b) The usual changes in the cows capital, corresponding to the increase of the outlay, are described by the coefficients m_{cy} and $M_{cy \cdot z}$. The group averages of these coefficients are as in the following Table V.

Table V.

Size of the farms	Mean m_{cy}	Mean $M_{cy \cdot z}$
Smallest farms	0.19	0.08
Medium farms	0.20	0.09
Larger farms	0.27	0.14

Thus, judging from m_{cy} we see that the farms with larger outlay have usually a somewhat larger cows capital. Therefore the point (a) may be stated also in the following manner.

(a bis) The increments of the outlay are less profitable when they are not accompanied by the (usually occurring) increase of the cows capital.

This very important conclusion is confirmed by the fact that the values of $M_{cy \cdot z}$ (see the above table) are insignificant. We may express this stating that if the increase of the outlay is not accompanied by the (usually occurring) increment of the gross income, then the respective mean increase of the cows capital is insignificant. It follows that the items of outlay, which do not pay, are rarely connected with dairy farming.

It seems therefore that the importance of dairy farming consists not only in the fact that it is a source of profit by itself, but also that it is the condition under which the rentability of the outlay is increased.

These are the main results of our calculations. They could be summarized as follows: the increment of area, other factors such as outlay and the cows capital being constant, is accompanied but by a minor increment of income. On the other hand, however, the area is the factor which controls the rentability of the outlay. Surplus outlays do not pay if the farm area is too small and are profitable only if it exceeds 5.17 hectares.

Increments of the cows capital are accompanied by very considerable average increments of income in all classes of farms, in both classifications. If it were possible to prove that the observed high correlation is due to a causal connection, the conclusion to be drawn would be that the expansion of the dairy farming is able to raise the prosperity of small farms in this country.

It is to be remembered that the above results concern the data of 1927/28, which was a very favourable year for Polish agriculture. Very probably they will not apply to the present conditions of economic depression.

Tablica III.

Klasyfikacja gospodarstw według nakładu.

Oznaczenia: x = obszar w ha; y = nakład gospodarczy w zł.; c = kapitał krów w zł.; z = dochód surowy w zł.

Table III.

The Classification of Farms according to their Outlay.

Notations: x = area in ha; y = outlay in zł.; c = capital of cows in zł.; z = gross income in zł.

1 K l a s a C l a s s	2 Nakład gospodarczy The Outlay y	3 Liczba gospodarstw No of Farms	4 Udział % dzielnic w kolej- nych klasach The distribution of farms having the same Outlay according to their position on the map of Poland				8 Podział %-wy gospodarstw z różnych dzielnic według wysokości nakładu The distribution of farms belonging to the same dis- trict according to the value of their Outlay				12 Przeciętne Average		15 Współczynniki zmienności Coefficients of variation			23 Współczynniki korelacji i regresji Correlations and regressions															
			Zach. West.	Wsch. East.	Centr. Centr.	Połudn. South.	Zach. West.	Wsch. East.	Centr. Centr.	Połudn. South.	Obszar Area \bar{x}	Kapitał krów Capital of Cows \bar{c}	Dochód surowy Gross income \bar{z}	$\frac{\sigma_x}{\bar{x}} \cdot 100$	$\frac{\sigma_c}{\bar{c}} \cdot 100$	$\frac{\sigma_z}{\bar{z}} \cdot 100$	r_{zx}	r_{zc}	$R_{zx.c}$	$R_{zc.x}$	m_{zx} zł.	m_{zc} zł.	$M_{zx.c}$ zł.	$M_{xz.c}$ ha	$M_{zc.x}$ zł.	$M_{cz.x}$ zł.	r_{cx}	$R_{cx.z}$	m_{cx} zł.	$M_{cx.z}$ zł.	$M_{xc.z}$ ha
I	1290,5—1590,5	21	0,0	28,5	9,5	62,0	0,0	4,8	0,8	5,4	4,762	626	2350	52	37	28	0,02	0,24	0,03	0,24	4,62	0,68	6,82	0,00010	0,68	0,09	-0,03	-0,04	-3,23	-3,62	-0,00044
II	1590,6—1890,5	35	0,0	22,9	22,9	54,2	0,0	6,4	3,3	7,9	6,471	668	2756	67	42	25	-0,01	0,04	-0,01	0,03	-1,99	0,09	-1,52	-0,00006	0,09	0,00	-0,08	-0,08	-5,45	-5,43	-0,00130
III	1890,6—2190,5	28	0,0	28,6	17,8	53,6	0,0	6,4	2,1	6,2	7,893	704	2946	74	44	24	0,22	0,32	0,31	0,38	26,05	0,72	36,18	0,00263	0,87	0,17	-0,22	-0,31	-11,60	-15,92	-0,00609
IV	2190,6—2490,5	61	6,6	18,0	29,5	45,9	5,8	8,8	7,4	11,6	6,902	831	3235	67	43	26	0,16	0,08	0,15	0,07	28,85	0,19	27,55	0,00082	0,15	0,03	0,11	0,10	8,47	7,66	0,00125
V	2490,6—2790,5	60	1,7	18,3	45,0	35,0	1,5	8,8	11,1	8,7	8,217	1000	4120	46	38	27	0,22	0,27	0,30	0,34	64,44	0,78	88,49	0,00115	0,99	0,12	-0,24	-0,32	-24,27	-31,69	-0,00315
Średnie dla grupy I Average for the group I	2193	—	2,4	21,5	29,3	46,8	7,2	35,2	24,8	39,7	7,129	814	3282	60	41	26	0,14	0,18	0,18	0,20±0,19	31,14	0,47	39,48	0,00094	0,53±0,50	0,07	-0,09	-0,12±0,22	-7,43	-10,47	-0,00165
VI	2790,6—3090,5	78	1,3	26,9	33,3	38,5	1,5	16,8	10,7	12,4	9,049	1069	4311	54	45	23	0,21	0,32	0,22	0,33	42,64	0,68	43,00	0,00117	0,68	0,16	-0,01	-0,08	-0,53	-7,45	-0,00085
VII	3090,6—3390,5	60	5,0	25,0	28,3	41,7	4,3	12,0	7,0	10,3	10,450	1102	4885	61	44	23	0,15	0,26	0,11	0,25	25,89	0,62	19,67	0,00067	0,58	0,11	0,14	0,11	10,68	7,91	0,00146
VIII	3390,6—3690,5	47	4,2	21,3	29,8	44,7	2,9	8,0	5,8	8,7	11,181	1139	5229	50	39	23	0,04	0,30	0,02	0,29	7,57	0,80	2,82	0,00009	0,80	0,11	0,09	0,08	5,96	5,14	0,00124
IX	3690,6—3990,5	42	4,8	7,1	47,6	40,5	2,9	2,4	8,3	7,0	11,071	1289	6022	49	33	27	0,28	0,15	0,29	0,16	83,73	0,56	83,98	0,00098	0,57	0,04	-0,01	-0,05	-0,45	-4,10	-0,00062
Średnie dla grupy II Average for the group II	3311	—	3,5	21,6	33,9	41,0	11,6	39,2	31,6	38,4	10,235	1133	4969	54	41	24	0,17	0,27	0,16	0,27±0,12	38,80	0,67	36,09	0,00078	0,65±0,13	0,11	0,05	0,01±0,15	3,75	-0,16	0,00024
Średnie dla grup I i II Average for the groups I and II	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
X	3990,6—4290,5	36	5,5	22,2	41,7	30,6	2,9	6,4	6,2	4,5	13,250	1277	5833	58	43	26	-0,11	0,44	-0,16	0,45	22,61	1,21	-28,44	-0,00088	1,23	0,16	0,07	0,13	4,73	8,43	0,00197
XI	4290,6—4590,5	34	11,8	20,6	38,2	29,4	5,8	5,6	5,4	4,1	14,409	1383	6765	55	40	25	0,38	0,53	0,31	0,49	81,58	1,60	56,99	0,00166	1,40	0,17	0,25	0,06	17,61	3,60	0,00086
XII	4590,6—4890,5	35	8,6	14,3	60,0	17,1	4,3	4,0	8,7	2,5	13,643	1466	7291	41	36	25	0,19	0,20	0,15	0,16	63,68	0,71	50,18	0,00044	0,57	0,04	0,25	0,22	23,51	20,67	0,00233
XIII	4890,6—5190,5	36	27,8	8,3	44,4	19,5	14,5	2,4	6,6	2,9	13,556	1534	7943	38	38	23	0,16	0,21	0,08	0,16	57,43	0,68	30,07	0,00020	0,57	0,05	0,42	0,40	47,98	45,26	0,00361
XIV	5190,6—5790,5	47	21,3	10,6	46,8	21,3	14,5	4,0	9,1	4,1	15,914	1681	9611	45	39	25	0,44	0,34	0,41	0,31	148,70	1,28	133,49	0,00127	1,05	0,09	0,16	0,01	14,52	1,25	0,00014
XV	5790,6—6390,5	28	46,4	14,3	17,9	21,4	18,8	3,2	2,1	2,5	17,358	1719	9650	34	43	19	-0,05	0,38	-0,07	0,38	-16,08	0,94	-19,21	-0,00024	0,94	0,16	0,03	0,05	3,33	5,85	0,00043
XVI	6390,6—6990,5	30	46,7	0,0	43,3	10,0	20,3	0,0	5,4	1,2	16,666	2470	11190	33	37	19	0,23	0,34	0,22	0,32	92,05	0,81	81,90	0,00059	0,73	0,14	0,18	0,11	30,12	17,65	0,00068
Średnie dla grupy III Average for the group III	5126	—	22,8	13,0	42,7	21,5	81,2	25,6	43,4	21,9	14,904	1629	8288	44	39	23	0,19	0,35	0,15	0,32±0,12	63,30	1,05	48,56±52,17	0,00048	0,93±0,29	0,11	0,20±0,10	0,14±0,12	20,32	14,35	0,00143
Średnie ogólne General average	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,17	0,27	0,16±0,08	0,27	45,37	0,75	41,64±23,10	0,00062	0,72	0,10	0,06	0,02	6,38	0,51	0,00010

N. B. Nakład, kapitał krów i dochód surowy rozumiane są w ich wartościach globalnych dla całego gospodarstwa. Nie są one przeliczone na jednostkę powierzchni, gdyż przeliczenie takie wprowadziłoby korelację złudną. Patrz w tej kwestji: J. Neyman: „O korelacji pomiędzy ilorazami o wspólnym mianowniku”. Kwartalnik Statystyczny, 1931, z. 4.

N. B. The three variates, y , c and z are total values corresponding to each farm and are not reduced to the unit of area, which would introduce spurious correlations. See: J. Neyman: „Sur la corrélation entre les fractions au dénominateur commun”. Kwartalnik Statystyczny, 1931, z. 4.

