

Posiedzenie Wydziału matematyczno-przyrodniczego
dnia 21 Lipca 1879 r.

Przewodniczący: Dyrektor Dr LUDWIK TEICHMANN.

Członek Akademii p. JÓZEF TETMAJER odczytał treść swjej pracy pod tytułem: *Dodatek do rozwiązania trygonometrycznego równań dwuwyrzowych.*

Trygonometryja podaje nam dwa wzory do rozwiązania równań dwuwyrzowych,

I tak kładąc we wzorze:

$$x = p^{\frac{1}{n}} \left(\cos \frac{2k\pi}{n} + \sin \frac{2k\pi}{n} \sqrt{-1} \right)$$

wartości następujące:

$$k=0, k=1, k=2, \dots k=\frac{n}{2} \text{ lub } k=\frac{n-1}{2},$$

według tego, czy n jest parzystym, lub nieparzystym, otrzymujemy wszystkie pierwiastki równania

$$x^n - p = 0.$$

Wzór zaś:

$$x = p^{\frac{1}{n}} \left(\cos (2k+1)\pi \pm \sin (2k+1)\pi \sqrt[n]{-1} \right)$$

użyty w tenże sam sposób daje wszystkie pierwiastki równania

$$x^n + p = 0.$$

Dopóki idzie jedynie o wyznaczenie pierwiastków w mowie będących równań, użycie tych dwóch wzorów nie sprowadza żadnej niedogodności, ale tak nie jest kiedy pierwiastki równania

$$x^n + p = 0,$$

w którym ilość p nie ma ostatecznie oznaczonego znaku, mają wniść do składu innych większych wzorów. Wtedy bowiem każdy z tych wzorów musieliśmy dwa razy pisać, raz dla wartości dodatniej, raz dla wartości ujemnej ilości p .

Aby tę niedogodność usunąć dostatecznym jest, wychodząc z równania

$$x^n + p = 0,$$

położyć

$$x = (-p)^{\frac{1}{n}} (1)^{\frac{1}{n}};$$

a ponieważ

$$(1)^{\frac{1}{n}} = \cos \frac{2k\pi}{n} \pm \sin \frac{2k\pi}{n} \sqrt[n]{-1},$$

wzór

$$x = (-p)^{\frac{1}{n}} \left(\cos \frac{2k\pi}{n} \pm \sin \frac{2k\pi}{n} \sqrt[n]{-1} \right)$$

jakiémkolwiek jest p , da wszystkie pierwiastki powyższego równania.

Nie mamy potrzeby sprawdzać tożsamości pierwiastków dla wartości odjemnej ilości p ; wtedy bowiem wzór nasz staje się pierwszym z powyższych dwóch wzorów.

Teraz przypuścmy, że p jest dodatném, a n nieparzystém.

Biorąc we wzorze drugim

$$k = 0, k = 1, k = 2, \dots k = \frac{n-1}{2},$$

a w naszym wzorze, w odwrotnym kierunku,

$$k = \frac{n-1}{2}, k = \frac{n-3}{2}, k = \frac{n-5}{2}, \dots k = 1, k = 0,$$

tézsame otrzymujemy pierwiastki. Jest téż rzeczą obojętną w jakim porządku te pierwiastki następują po sobie, jak skoro każdy z nich w dalszym rachunku osobno ma być użytym

Można nawet powiedzieć, że w obecnym przypadku użycie naszego wzoru jest właściwszém, ponieważ on stawia na pierwszym miejscu, to jest dla wartości $k = 0$, jedyny rzeczywisty pierwiastek tego równania.

Kiedy zaś p jest dodatném a n parzystém, we wszystkich pierwiastkach wynikających ze wzoru naszego pozostaje nierozwinięty wspólny czynnik $(-p)^{\frac{1}{n}}$, który ma wartość urojoną

$$p^{\frac{1}{n}} (-1)^{\frac{1}{n}} = p^{\frac{1}{n}} \left(\cos \frac{\pi}{n} + \sin \frac{\pi}{n} \sqrt{-1} \right)$$

ponieważ ogólnie jest

$$\begin{aligned} & \left(\cos \frac{\pi}{n} + \sin \frac{\pi}{n} \sqrt{-1} \right) \left(\cos \frac{2k\pi}{n} + \sin \frac{2k\pi}{n} \sqrt{-1} \right) \\ & = \cos \frac{(2k+1)\pi}{n} + \sin \frac{(2k+1)\pi}{n} \sqrt{-1}. \end{aligned}$$

Tym czynnikiem można więc pierwiastki wynikające ze wzoru naszego sprowadzić zaraz do kształtów jakie im szczególny wzór drugi nadaje. Jeżeli zaś te pierwiastki mają wniknąć do większego rachunku dogodniej będzie po zupełnym wykonaniu onego to przekształcenie uskutecznić.

Tu wyprowadzając cztery urojone pierwiastki równania

$$x^5 + px + q = 0$$

w przypuszczeniu

$$\frac{5^5 q^4}{4^4 p^5} < 1,$$

okazują, że nierównie więcej pisma wymagałoby bezpośrednio użycie pierwiastków pochodzących ze wzoru drugiego. Wtedy bowiem we wszystkich działaniach musielibyśmy pisać

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}, - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{2}},$$

zamiast

$$(-1)^{\frac{1}{4}}, -(-1)^{\frac{1}{4}},$$

co nawet nie ułatwiłoby bynajmniej ostatecznego zebrania i uporządkowania wyrazów.

Jest więc wzór nasz nie tylko ogólnie dostatecznym, ale oraz w pewnym razie szczególnie dogodnym.

Następnie Prof. Dr. KARLIŃSKI wyłożył treść pracy na ręce swoje złożonej pod tytułem: *Spostrzeżenia magnetyczne zrobione w Tatrach w r. 1878 i w Wieliczce w r. 1878 i 1879* przez Dra D. WIERZBICKIEGO.

Autor najprzód pobieżnie wspomina o kilku badaczach, którzy przed nim robili spostrzeżenia ma-

gnetyczne w Galicyi, następnie opisuje narzędzia przez siebie do spostrzeżeń używane, tok tych spostrzeżeń i sposób jakiego używał do ich obliczania. Z tego opisu widać, iż autor robił spostrzeżenia magnetyczne w Zakopaném, Poroninie, Nowym Targu, Szaflarach, Białce, Bukowinie i w Wieliczce (w mieście). W każdym z tych miejsc oznaczał azymut miry obranej, zboczenie i nachylenie magnetyczne; nadto oznaczał także nachylenie magnetyczne w kopalniach wielickich, mianowicie w chodniku austryjackim.

Tablice przez autora podane dają dokładny obraz dokonanych w każdym miejscu pomiarów, oraz są dołączone wypadki ze spostrzeżeń otrzymane, jako to:

W Zakopaném	zbocz. magn.	$8^{\circ} 8'72$	nach. m.	$64^{\circ} 3'31$
„ Poroninie	„	$8^{\circ} 29'19$	„	$64^{\circ} 6'73$
„ Nowym Targu	„	$8^{\circ} 28'34$	„	$52^{\circ} 1'22$
„ Szaflarach	„	$8^{\circ} 34'54$	„	$64^{\circ} 18'20$
„ Białce	„	$8^{\circ} 5'67$	„	$64^{\circ} 5'40$
„ Bukowinie	„	$8^{\circ} 25'77$	„	$64^{\circ} 15'72$
„ Wieliczce (mieście)	„	$8^{\circ} 7'97$	„	$64^{\circ} 30'50$
„ „ (kopalni)			„	$64^{\circ} 21'47$

Nakoniec autor porównywa wypadki przez KREILA w Kesmarku w r. 1848 otrzymane z wypadkami przez siebie otrzymanymi w Szaflarach w r. 1878 i oblicza ztąd, iż ubytek roczny dla zboczenia magnetycznego wynosi $0'33$, dla nachylenia zaś magnetycznego $0'83$. Podobnie porównywając wypadki przez KREILA otrzymane w Wieliczce ze swými; znajduje ubytek roczny dla zboczenia magn. $7'63$ dla nachylenia zaś, ze spostrzeżeń robionych w mieście, ubytek roczny $1'48$, ze spostrzeżeń w salinach $1'5$.

Nakoniec Sekretarz Wydziału Prof. KUCZYŃSKI przedstawił rozprawę p. MAKSYMILIJANA WITKOWSKIEGO pod tytułem: *O przyczynach zmiany klimatu w Europie a w szczególności w części Polski, przez którą Karpaty wyciągają ku morzu Bałtyckiemu*. Tę pracę oddano dwom Członkom Wydziału do ocenienia i sprawozdania na najbliższém posiedzeniu.

Posiedzenie administracyjne

w dalszym ciągu poprzedzającego.

Prace na poprzedzającym posiedzeniu przedstawione p. JÓZEFA TETMAJERA i Dra WIERZBICKIEGO odesłano do Komitetu redakcyjnego.

Profesorowie Dr KUCZYŃSKI i Dr KARLIŃSKI wykazują ważność pomiarów magnetycznych w Karpatach i w Tatrach i wnoszą, ażeby się Wydział na stósownej drodze wystarał o zamieszczenie w budżecie Akademii Umiejętności na rok 1880 odpowiedniej kwoty na zakupienie narzędzi potrzebnych do robienia dokładnych spostrzeżeń magnetycznych i na zasiłki dla badaczy, którzyby zamierzali udać się w Karpaty lub Tatry w celu oznaczania tamże pierwiastków siły magnetycznej ziemskiej. Wniosek ten jednomyślnie przyjęto i polecono wnioskodawcom ułożenie programu, według którego te badania i pomiary wykonane być mają.