

3.32 — elektrodynamika
ośrodków zjonizowanych

A. Brahmer-Kacprzyńska

TEORETYCZNE MODELE ZJAWISK
W KOMÓRCE WYLADOWCZEJ
DYSPLEJA PLAZMOWEGO

37/1990

P. 269



WARSZAWA 1990

<http://rcin.org.pl>

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 19 października 1990 r.

56795



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark.wyd.1,0 Ark.druk.1,25

Oddano do drukarni w grudniu 1990 r.

Nr zamówienia 17/91

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul.Śniadeckich 8

Anna Brahmer-Kacprzyńska
Zakład Teorii Fal
Elektromagnetycznych

TEORETYCZNE MODELE ZJAWISK W KOMÓRCE WYŁADOWCZEJ
DYSPLEJA PLAZMOWEGO

Streszczenie

W pracy podano analityczne modele wyładowania w elementarnej komórce dyspleja plazmowego. Przeanalizowano kolejne obszary wyładowania z elektrodami zasilanymi prądem stałym. Porównano wyładowania zachodzące przy sterowaniu komórki prądem stałym i prądem zmiennym. Podano układ równań opisujących rozkład prądu elektronów i jonów w plazmie podczas wyładowania jarzeniowego. Przeprowadzono analizę równań dla wyładowania sterowanego zmiennym napięciem wysokiej częstotliwości.

WSTĘP

W elementarnej komórce wyładowczej dyspleja plazmowego pomiędzy elektrodami umieszczonymi w gazie pod niskim ciśnieniem zachodzi wyładowanie jarzeniowe. Napięcie przyłożone między elektrodami jest rzędu kilkudziesięciu voltów. Pracę takiej komórki omówiono w opracowaniu [1]. Jak wykazują eksperymenty gaz podczas wyładowania stanowi plazmę o koncentracji cząstek naładowanych $n_e \approx n_{+i} \approx 10^8 - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ (n_e - koncentracja elektronów, n_{+i} - koncentracja jonów dodatnich), temperatura zwykle nie przekracza 10^4 K . Plazma ta praktycznie jest zawsze słabozjonizowana. Koncentracja cząstek neutralnych $n_n \approx 10^{12} - 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Stopień jonizacji $r = n_e / n_n \approx 10^{-2}$. Plazmę o takich własnościach nazywa się, w przeciwieństwie do termojądrowej, zimną lub niskotemperaturową.

Jako punkt wyjścia analizy zjawisk w plazmie o wskazanych parametrach służy przybliżenie gazowe [2], w którym to podejściu cząstki gazu traktuje się jako prawie swobodne i słabo oddziaływujące ze sobą. Model gazowy dobrze opisuje plazmę jeśli parametr plazmowy jest mały tzn.

$$\eta = \frac{\epsilon^2 n^{1/3}}{\kappa T} \ll 1$$

gdzie κ - stała Boltzmana, T - temperatura. Dla plazmy w wyładowaniach gazowych zachodzi $\eta \ll 10^{-2}$.

Wielkościami fizycznymi które zwykle chcemy określić na podstawie analitycznego modelu zjawiska są:

- rozkład potencjału
- natężenie pola elektrycznego
- rozkład ładunku
- koncentracja elektronów
- koncentracja jonów dodatnich
- prędkości odpowiednich cząstek
- gęstość prądu elektronów
- gęstość prądu jonów.

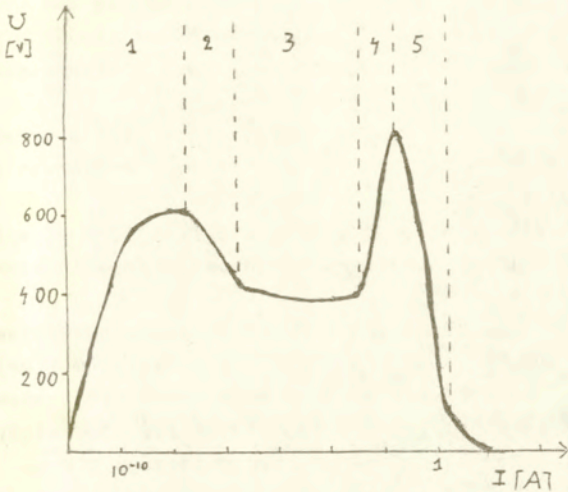
W modelach teoretycznych wyładowań dla uproszczenia bardzo złożonej struktury zjawiska zwykle rozważa się zagadnienia jednowymiarowe.

W zależności od rodzaju wyładowania i warunków w których ono zachodzi tworzy się różne modele uwzględniające najważniejsze czynniki wpływające na dany proces.

W zastosowaniach komórek wyładowczych do tworzenia paneli dysplejów plazmowych istotne są procesy zachodzące przy zimnych elektrodach w gazie pod niskim lub średnim ciśnieniem. [1]. Ważne dla dalszej analizy będą wyładowania zachodzące przy stałym napięciu podawanym na elektrody oraz wyładowania między sterowanymi prądem zmiennym elektrodami przysłoniętymi płytkami dielektrycznymi. Te dwie grupy zjawisk mają zastosowanie w dysplejach prądu stałego (dc) i prądu zmiennego (ac) odpowiednio.

1. Ogólne własności wyładowań w gazach rozrzedzonych.

Cechy charakterystyczne wyładowania jarzeniowego najlepiej pozwala ująć charakterystyka prądowo-napięciowa. Rys. 1. Wyładowanie jarzeniowe jest to samopodtrzymujące się wyładowanie w rozrzedzonym gazie zachodzące pomiędzy zimnymi elektrodami, przy czym prąd zmienia się w granicach 10^{-5} - 1 A. Przymiotnik samopodtrzymujące oznacza, iż dla utrzymania przepływu prądu przez gaz wystarcza istnienie pola elektrycznego, które powoduje pojawienie



Rys. 1. Charakterystyka prądowo-napięciowa wyładowania.

- 1. wył. ciemne Townsenda, 2. przejście do wył. jarzeniowego, 3. normalne wył. jarzeniowe, 4. anomalne wył. jarzeniowe, 5. przejście do łuku, 6. łuk

się nośników prądu ładunku oraz ich uporządkowany ruch.

Charakterystyczną cechą wyładowania jarzeniowego jest duży spadek potencjału przy katodzie, rzędu kilkuset voltów, podczas gdy dla wyładowania typu łuku spadek jest rzędu potencjału jonizacji (10 V).

Rysunek 1 przedstawia typową charakterystykę prądowo-napięciową dla wyładowania w neonie pod ciśnieniem 1 Tor [3].

Zjawisko w zakresie bardzo małych prądów odpowiada ciemnemu wyładowaniu Townsenda. W przedziale prądu $10^{-5} - 10^{-4}$ A istnieje forma przejściowa od wyładowania ciemnego do wyładowania normalnego odpowiadająca opadającej części charakterystyki.

Specyficzną cechą wyładowania jarzeniowego w porównaniu z wyładowaniem Townsenda jest znacząca rola pola ładunków przestrzennych. Prowadzi to do nierównomiernego rozkładu potencjału w przedziale wyładowczym i do istotnej różnicy pomiędzy napięciem zapłonu i napięciem podtrzymującym wyładowanie [3]. Dla normalnego wyładowania jarzeniowego przebiegającego w zakresie prądów

10^{-4} - 10^{-1} A charakterystyka jest prostą, równoległą do osi prądu, tak więc napięcie między elektrodami nie zależy od natężenia prądu. Dla takiego wyładowania, jak wskazują doświadczenia, tylko część katody bierze udział w wyładowaniu.

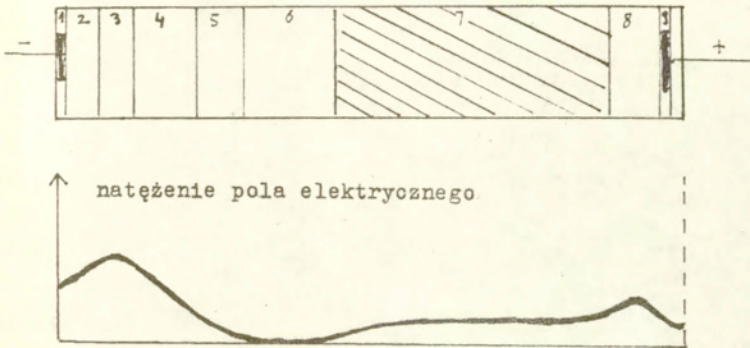
Dla prądów większych, 10^{-2} - 10^{-1} A tworzy się anomalne wyładowanie jarzeniowe, nachylenie charakterystyki rośnie. Wyładowanie anomalne obejmuje całą powierzchnię katody.

Przy jeszcze większych prądach obserwuje się przejście od wyładowania jarzeniowego do łuku, w którym to obszarze krzywa charakterystyczna opada.

Strukturę wyładowania jarzeniowego w rurze szklanej przedstawia Rys. 2. Obszary świecące i ciemne przeplatają się nawzajem i mają odpowiednie nazwy. Obraz warstwowy świecenia gazu pod ciśnieniem $p \sim 10^{-1}$ Torr zajmuje długość rzędu kilku centymetrów. Do katody przylega bardzo wąska ciemnia Astona, po czym następuje cienka warstwa poświaty katodowej i ciemnia katodowa. Następny obszar, to poświata ujemna, której świecenie najczęściej wykorzystuje się w dysplejach. W kierunku anody świecenie to zanika, przechodzi w ciemnię Faradaya. Za nią zaczyna się świecąca kolumna dodatnia (kolumna ta czasem też ma budowę warstwową). Świecenie kolumny dodatniej nie jest tak jasne jak poświaty ujemnej, przy niskich ciśnieniach świecenie to może nie wystąpić. Przy anodowy obszar wyładowań składa się z wąskich ciemni i poświaty. Dla podwyższonych ciśnień gazu warstwy te przechodzą w jedną zbliżoną do katody i świeci tylko poświata ujemna. Kolor różnych części wyładowania zależy od gazu w którym przebiega zjawisko.

Najważniejsze procesy, dzięki którym zachodzi samopodtrzymujące się wyładowanie przebiegają w częściach katodowych i na samej katodzie. Kolumna dodatnia nie jest istotną częścią wyładowania. Jeśli dla istniejącego już zjawiska zbliżymy anodę do katody to skraca się kolumna dodatnia, a części katodowe pozostają niezmienione. W obszarze przykatodowym najważniejszym jest uporządkowany ruch cząstek zjonizowanych. Natomiast kolumna dodatnia stanowi przykład słabozjonizowanej, niezotermicznej plazmy, w której dominuje chaotyczny ruch ładunków.

W budowie modelu teoretycznego zjawiska należy określić charakter ruchu nośników ładunku w odpowiednich obszarach, oraz warunki ich powstawania i zanikania w objętości i na granicach.



Rys. 2. Struktura wyładowania w gazie rozrzedzonym.

- 1 - katoda, 2 - ciemnia Astona, 3 - poświata katodowa, 4 - ciemnia katodowa, 5 - poświata ujemna, 6 - ciemnia Faradaya, 7 - kolumna dodatnia, 8 - przyanodowy obszar wyładowań, 9 - anoda.

2. Słaboprądowe ciemne wyładowanie.

Rozpatrzmy przykład opisu teoretycznego zjawiska dla przypadku wyładowania ciemnego (Townsenda).

Założenia podstawowe: 1. dyfuzja cząstek jest do zaniedbania w porównaniu z ich ruchem w kierunku pola (dryfem); 2. źródła ładunku związane są tylko z jonizacją gazu; 3. rekombinacja cząstek jest do zaniedbania.

W ogólnym wyrażeniu określającym strumień cząstek

$$(1) \quad \Gamma = \pm n \mu E - D \nabla n$$

gdzie: n - koncentracja cząstek, μ - ruchliwość, D - współczynnik dyfuzji, E - natężenie pola elektrycznego.

Uwzględniamy tylko pierwszy wyraz.

Ponieważ gęstość prądu elektronów i jonów są zdefiniowane jako

$$(2) \quad \underline{j}_e = -e n_e \underline{v}_{dr} = e n_e \mu_e \underline{E}$$

gdzie: \underline{v}_{dr} prędkość dryfu elektronów lub jonów
to z równania ciągłości dla gęstości cząstek

$$(3) \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } \underline{\Gamma} = q$$

przy założeniu, że źródła są związane tylko z jonizacją gazu

$$(4) \quad q = d v_{dr} n_e \quad \text{d-wspłcz. jonizacji}$$

dla jednowymiarowego przypadku stacjonarnego otrzymuje się równanie dla gęstości prądu elektronów i jonów odpowiednio:

$$(5) \quad \frac{d j_e}{d x} = d j_e$$

$$(6) \quad \frac{d j_i}{d x} = -d j_e$$

z warunkiem

$$(7) \quad j_e + j_i = j = \text{const.}$$

Na katodzie ($x=0$) przyjmuje się warunek graniczny opisujący emisję wtórną, a na anodzie brak emisji jonów:

$$(8) \quad j_{ek} = j_{ik} \cdot \gamma = [\gamma / (1 + \gamma)] j$$

gdzie γ efektywny współczynnik emisji wtórnej,

$$(9) \quad j_{iA} = 0, \quad j_{eA} = j$$

Po scałkowaniu dla $d = \text{const.}$ dochodzimy do zależności:

$$(10) \quad j_e = \frac{\gamma}{1 + \gamma} j e^{ax}$$

$$(11) \quad j_i = j \left(1 - \frac{\gamma}{1+\gamma} \right) e^{\alpha x}$$

Aby spełnić warunek na anodzie do warunków (7) i (8) należy dodać tzw. kryterium zapalania (samopodtrzymywania) por. [5] .

$$(12) \quad e^{\alpha L} - 1 = 1/\gamma$$

gdzie: L - długość obszaru wyładowania

W rezultacie można otrzymać następujące zależności:

$$(13) \quad j_e/j = e^{-\alpha(L-x)}$$

$$(14) \quad j_i/j = 1 - e^{-\alpha(L-x)}$$

$$(15) \quad j_i/j_e = e^{\alpha(L-x)} - 1$$

Dla danego gazu znając ruchliwości i zakładając, że prędkość dryfu jest proporcjonalna do natężenia pola można wyznaczyć np.:

$$(16) \quad n_i/n_e = \left(\frac{\mu_e}{\mu_i} \right) (j_i/j_e)$$

Efekt wpływu ładunku przestrzennego na pole elektryczne można ocenić wychodząc z równania Poissona:

$$(17) \quad \frac{dE}{dx} = 4\pi e (n_i - n_e) \quad ; \quad E = E_x$$

przyjmując założenia upraszczające: $n_i \gg n_e$, $n_i \approx j/e v_{dr}$

otrzymuje się zaburzony przez ładunek przestrzenny rozkład pola

$$(18) \quad E = E_k \sqrt{1 - \frac{x}{d}}$$

gdzie E_k - pole na katodzie, $d = \mu_+ \frac{E_k^2}{8\pi j}$

Obliczone tą drogą rozkłady prądów i pola zgadzają się z wynikami pomiarów [4].

Ścisłejsze rozpatrzenie zjawisk w wyładowaniach wymagałoby uwzględnienia teorii kinetycznej i wprowadzenia odpowiednich funkcji rozkładu cząstek. W niniejszym opracowaniu zatrzymamy się na opisie elementarnym.

3. Normalne wyładowanie jarzeniowe.

Z punktu widzenia zastosowań najważniejszym typem wyładowań jest wyładowanie normalne, odpowiadające płaskiej części krzywej prądowo-napięciowej.

W wyładowaniu ciemnym, prąd płynący w gazie był bardzo niewielki cały przedział wyładowania aż do anody można było traktować jednolicie. Cechą charakterystyczną wyładowania normalnego jest istnienie w pobliżu katody warstwy o określonej grubości z dużym dodatnim ładunkiem przestrzennym, silnym polem na powierzchni i znacznym spadkiem potencjału (spadek katodowy). Zjawiska związane z częścią przykładową mają inny charakter niż zachodzące w sąsiadującej z nią kolumnie dodatniej, innych równań używa się do ich opisu.

Model katodowego spadku potencjału był sformułowany przez A.Engela [5]. Założymy, że warstwa katodowa istnieje. Pole E jest stacjonarne i potencjalne. Warunki graniczne przyjmuje się na katodzie jak dla wyładowania ciemnego, a na drugim końcu warstwy ($x = d$), gdzie pole jest mniejsze niż na katodzie zakłada się $E(d) = 0$. Dla takiej warstwy warunek samopodtrzymywania ma postać:

$$(19) \quad \int_0^d d [E(x)] dx = \ln(1 + 1/\gamma)$$

Katodowy spadek potencjału określa się jako

$$(20) \quad V_K = \int_0^d E dx$$

Dla liniowego, przyjętego z eksperymentu, rozkładu pola

$$(21) \quad E(x) = E_K(1 - \frac{x}{d}) ; \quad E=0 \quad \text{dla} \quad x > d$$

otrzymano parametryczne zależności spadku katodowego i pola na katodzie od prądu.

Obszar przejściowy między warstwą katodową i kolumną dodatnią składa się z poświaty ujemnej i ciemnej przestrzeni Faradaya. Podłużna struktura wyładowania jest w całym tym obszarze jednolita. Rozkład gęstości cząstek oraz pola E wzdłuż osi x są opisane przez te same równania jak w wyładowaniu ciemnym. Do równań na prądy należy włączyć wyrazy związane z zanikaniem ładunków drogą rekombinacji czy ucieczki do ścian. Opis ten musi być zgodny z modelem kolumny dodatniej pojawiającej się jako następna część wyładowania. Analiza wskazuje na monotoniczne malenie pola E od katody do wartości odpowiadającej kolumnie dodatniej i na monotoniczny wzrost koncentracji elektronów.

Poświata ujemna i kolumna dodatnia w wyładowaniu reprezentują plazmę gazową. W stosowanych w dysplejach komórkach wyładowczych ze względu na małe ich rozmiary i relatywnie duże ciśnienie gazu, światło jest prawie w całości emitowane przez poświatę ujemną, a kolumna dodatnia może nie pojawić się.

Kolumna dodatnia jest przykładem aktywnej, nieizotermicznej plazmy. Temperatura elektronów w porównaniu do innych składników gazu jest zwykle wyższa: $T_e > T_g$

Dla gazu pod niskim ciśnieniem p : $T_e \leq 10^4 - 10^5 \text{°K}$, $T_g \sim 3 \cdot 10^2 \text{°K}$. Kolumna dodatnia jest tą częścią wyładowania jarzeniowego, w której nie działają bezpośrednio efekty brzegowe związane z elektrodami. Gęstość prądu i koncentracja cząstek naładowanych w kolumnie dodatniej niskiego ciśnienia ma charakter rozkładu radialnego. Parametry w kolumnie nie zależą od współrzędnej podłużnej, a potencjał rośnie liniowo od katody do anody. Przy niskich ciśnieniach rzędu jednego Tor i małej gęstości prądu j elektronów plazma w kolumnie jest kwasineutralna. Teoria kolumny dodatniej wiąże jej wewnętrzne parametry z danymi zewnętrznymi takimi jak: geometria, ciśnienie gazu, jego rodzaj oraz parametry obwodu zewnętrznego. Dla danego rodzaju gazu jest znany potencjał jonizacji, masa i ruchliwość jonów. Wewnętrzne parametry, które się określa na podstawie znajomości procesów zachodzących w gazie i danych zewnętrznych to: koncentracja elektronów i jej rozkład poprzeczny, temperatura elektronów, natężenie pola w przekroju poprzecznym do wyładowania.

Rozpatrzmy kolumnę długą na tyle, że można ją uznać za jednorodną w kierunku prądu x . Ponieważ w przypadku stacjonarnym zachodzi $\text{rot } \underline{E} = 0$ to jednorodne względem x pole podłużne nie zależy od współrzędnych poprzecznych.

Gęstość ładunku w kwasineutralnej plazmie jest opisana równaniem bilansu cząstek naładowanych

$$(22) \quad \frac{\partial n}{\partial t} - D_a \nabla n = q \quad n = n_e \approx n_{i+}$$

gdzie $D_a = \frac{D_{i+} \mu_e + D_e \mu_{i+}}{\mu_e + \mu_{i+}}$ współczynnik ambipolarnej dyfuzji.

Prawa strona równania (22) zawiera wyraz odpowiedzialny za jonizację i wyraz związany z rekombinacją objętościową.

Jeśli oznaczymy poprzeczną część laplasjanu przez \perp to rozkład ładunku w kierunku poprzecznym jest określony przez równanie

$$(23) \quad D_a \nabla_{\perp} n + \gamma_i n - \beta n^2 = 0$$

β - współczynnik rekombinacji.

Jeśli uwzględni się tylko wyrażenie βn^2 otrzymuje się rozkład dla wyładowania kontrolowanego rekombinacją objętościową. W przypadku uwzględnienia tylko $\gamma_i n$ wyładowanie jest dyfuzją na ściankach. W przypadku wyładowań wykorzystywanych w układach dysplejów efekt ten nie jest ważny, bo w panelach nie występują ścianki poprzeczne.

Dla określenia temperatury gazu rozpatruje się równania bilansu energii [3].

4. Wyładowanie sterowane zmiennym napięciem.

We współczesnej technice elektronowej istnieje o wiele większy zakres zastosowań dysplejów plazmowych prądu zmiennego (AC) niż dysplejów prądu stałego (DC) [1]. Z tego powodu rodzi się potrzeba analizy wyładowań zachodzących w komórkach elementarnych sterowanych zmiennym napięciem.

Zmienne napięcie przykłada się do płaskich, równoległych do siebie elektrod, które mogą stykać się bezpośrednio z gazem, w którym zachodzi wyładowanie lub być odizolowane od niego war-

stwą dielektryka zapobiegającą rozpylaniu się elektrod. Jak wskazują eksperymenty warstwa taka nie wprowadza jakościowych zmian w przebiegu zjawiska [4]. W przypadku istnienia warstw dielektryka zjawisko można nazwać bezelektrodowym.

Częstości zmian napięcia stosowane w układach dysplejowych są rzędu kilkudziesięciu kHz, a w układach laserowych, gdzie też wykorzystuje się analogiczne zjawisko wyładowań rzędu 10 MHz. Ponieważ układ dwu elektrod zachowuje się w układzie elektrycznym ze zmiennym napięciem jak kondensator, wyładowania takiej kategorii nazywa się pojemnościowymi.

Plazma w wyładowaniach wysokiej częstości jest słabozjonizowana, nieizotermiczna, podobna do plazmy wyładowania jarzeniowego sterowanego prądem stałym.

Sam proces wyładowania zależy w sposób istotny od wielu czynników takich jak: częstość pola przyłożonego i częstości charakteryzujące gaz, ciśnienie gazu, droga swobodnego przebiegu elektronów, amplituda ich drgań.

Teoria wyładowań wysokiej częstości nie jest jeszcze dostatecznie rozwinięta. Zagadnienia teoretyczne można podzielić na dwie grupy:

- a) - określanie przewodności plazmy powstającej w wyładowaniach dla danego pola elektrycznego, lub określenie pola jakie należy przyłożyć aby utrzymać określoną gęstość elektronów;
- b) - wyznaczanie pola i prądu powstającego w jednorodnej plazmie z określoną przewodnością jeśli do elektrod przyłożono napięcie wysokiej częstości.

5. Wielkości fizyczne charakteryzujące plazmę w wyładowaniach wysokiej częstości.

Wyładowanie zachodzi w gazie znajdującym się pomiędzy płaskimi równoległymi elektrodami. Elektrody są zimne, ciśnienie gazu w rurze wyładowczej jest rzędu 10 - 100 Tor. Do elektrod przykłada się zmienne napięcie rzędu kilkuset Volt o częstościach wysokich czyli kHz - MHz. Tworząca się w takich warunkach plazma jest podobna do plazmy wyładowania zachodzącego przy stałym napięciu sterującym. Przy ciśnieniach rzędu $p \sim 10$ Tor częstość zderzeń elektronów jest około 100 razy większy niż częstotliwość sterują-

cego napięcia. W polu oscylacyjnym typu $E = E_a \sin \omega t$ dla dużych częstości zderzeń v_m elektrony ulegają przemieszczeniom dryfowym. Wynika to z rozwiązania równań ruchu, które przy uwzględnieniu zderzeń jest:

$$(24) \quad m \underline{\dot{v}} = -e \underline{E}_a \sin \omega t - m \underline{v} v_m$$

rozwiązanie można zapisać

$$(25) \quad \underline{r} = \frac{e E_a}{m(\omega^2 + v_m^2)} \sin \omega t + \frac{v_m}{\omega} \frac{e E_a}{m(\omega^2 + v_m^2)} \cos \omega t + \underline{v}_0$$

$$(26) \quad \underline{v} = \frac{\omega e E_a}{m(\omega^2 + v_m^2)} \cos \omega t + \frac{v_m e E_a}{m(\omega^2 + v_m^2)} \sin \omega t + \underline{v}_0$$

Ze związków (25) i (26) widać że wpływ zderzeń na ruch zależy od stosunku efektywnej częstości zderzeń v_m i częstości pola ω . Jeśli spełniony jest, tak jak w rozpatrywanym przypadku, warunek

$$(27) \quad v_m \gg \omega$$

to prędkość w ruchu drgającym w każdej chwili pokrywa się z prędkością dryfu (unoszenia) odpowiadającą polu E_a w danym momencie

$$(28) \quad v_{dr} = \mu_e E_a$$

Amplituda drgań jest dana wzorem:

$$(29) \quad A = \frac{v_{dr}}{\omega} = \frac{\mu_e E_a}{\omega}$$

We wzorze (28) wykorzystano definicję prędkości dryfu. Dla $E_a/p = 10$ B/cm Tor i częstości 1 MHz otrzymuje się rzędy wielkości charakteryzujących słabozjonizowaną plazmę. Amplituda drgań $A \approx 0,1$ cm jest mała w porównaniu z typowymi dla eksperymentu długościami przedziału wyładowczego wzdłuż pola. Prędkości dryfu i amplitudy drgań dla jonów są 100 razy mniejsze.

6. Równania opisujące wyładowanie

W omawianym procesie fizycznym ruch ładunków można rozpatrywać jako przepływ gazu elektronowego i jonowego, por. [2], stosując odpowiednio uproszczone równania gazodynamiki.

Wprowadza się pojęcie strumienia cząstek, który w ogólnym przypadku składa się z części dryfowej i dyfuzyjnej (por. (1)).

$$(30) \quad \Gamma_{e,i} = \pm n_{e,i} \mu_{e,i} \underline{E} - D \nabla n_{e,i}$$

oznaczono:

$n_{e,i}$ - koncentracja elektronów i jonów (odpowiednio)

D - współczynnik dyfuzji

Dla każdego rodzaju cząstek musi być spełnione równanie ciągłości

$$(31) \quad \frac{\partial n_{e,i}}{\partial t} + \operatorname{div} \Gamma = q$$

gdzie q oznacza gęstość źródła elektronów lub jonów.

W zjawisku wyładowania zimna katoda może emitować elektrony na skutek działania różnorodnych czynników i ustalenie, który z nich jest najważniejszy dla każdego konkretnego przypadku nie zawsze jest możliwe. W trakcie rozwijającego się wyładowania płynące przez gaz elektrony powodują jego jonizację. Proces ten opisuje tzw. współczynnik jonizacji Townsenda (wprowadzony pierwotnie dla wyładowania zachodzącego w stałym polu elektrycznym). Współczynnik ten z definicji jest równy liczbie jonów które jeden elektron tworzy na 1 cm drogi dryfując w kierunku pola E . Narastanie liczby elektronów w tworzącej się lawinie jest przy tym opisane równaniem

$$(32) \quad dN_e = \alpha N_e dx$$

gdzie N_e oznacza gęstość liniową, którą można zastąpić przez n tylko w tym przypadku jeśli w problemie nie występują gradienty poprzeczne (równoległe ustawione elektrody są jakby nieskończone w kierunku y oraz z). Między częstością jonizacji i prędkością dryfu zachodzi związek

$$(33) \quad v_j = \alpha v_{dr}$$

Kolejnym ważnym zjawiskiem zachodzącym w obszarze wyładowczym jest rekombinacja elektronów i jonów dodatnich. Liczba aktów rekombinacji na 1 cm^3 w czasie 1 sekundy jest proporcjonalna do gęstości cząstek rekombinujących:

$$(34) \left(\frac{dn_e}{dt} \right)_{rek} = -\beta n_e n_i$$

współczynnik proporcjonalności β nosi nazwę współczynnika rekombinacji, współczynnik rekombinacji dla zderzeń podwójnych nie zależy od koncentracji cząstek.

Omówmy po krótko proces emisji wtórnej z katody. Proces ten jest scharakteryzowany przez współczynnik empiryczny γ . Współczynnik ten wystąpi przy formułowaniu warunków brzegowych dla badanego zjawiska. Przyjmijmy, że z katody wpływa stacjonarny prąd pierwotnych elektronów i_0 . Dopóki nie zachodzi emisja wtórna do anody dojdzie eksponencjalnie zwiększony prąd elektronów $i = i_0 e^{\alpha d}$. Na anodzie nie ma prądu jonowego: dodatnie jony nie wybiegają z anody. W obwodzie zewnętrznym popłynie więc prąd i . Jeden elektron który wyszedł z katody, tworzy w obszarze wyładowczym $e^{\alpha d} - 1$ dodatnich jonów, które wszystkie płyną do katody. Wobec tego prąd na katodzie można zapisać:

$$(35) i_{ca} + i_i = i_0 + i_0 (e^{\alpha d} - 1) = i$$

Każdy z $e^{\alpha d} - 1$ jonów powstałych z działania jednego pierwotnie wyemitowanego z katody elektronu, padając na katodę wyrwa wtórnych elektronów. Prąd wtórnych elektronów dodaje się do prądu pierwotnego. Sumaryczny prąd elektronowy płynący z katody i_1 można zatem określić z równania

$$(36) i_1 = i_0 + \gamma i_1 (e^{\alpha d} - 1)$$

na anodę i do obwodu zewnętrznego popłynie prąd następujący:

$$(37) i = i_1 e^{\alpha d} = i_0 e^{\alpha d} / [1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)].$$

Zarówno współczynnik α , β jak i γ zostały pierwotnie wprowadzone dla wyładowania sterowanego stałym napięciem.

Korzystając z dotychczas przeprowadzonych rozważań można przyjąć następującą postać układu równań opisujących przepływ elektronów i jonów dodatnich w komórce wyładowczej sterowanej szybkozmennym napięciem.

Zakłada się, że problem jest jednowymiarowy - ruch cząstek odbywa się tylko w kierunku osi x .

Pole elektryczne jest opisane równaniem elektostatyki, gdyż zgodnie z wzorem (26) średnia prędkość cząstek ustala się szybciej niż zachodzą zmiany pola.

Gęstości elektronów n_e oraz jonów dodatnich n_i spełniają najprostrze równanie ciągłości (bez członu dyfuzyjnego).

$$(38) \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_e}{\partial x} = \alpha |\Gamma_e| - \beta n_e n_i$$

$$(39) \quad \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_i}{\partial x} = \alpha |\Gamma_e| - \beta n_e n_i$$

$$(40) \quad \frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e(n_i - n_e) ;$$

Oznaczono: $E = E_x$, $\int_0^L E dx = V_p$

$$(41) \quad \Gamma_e = -n_e \mu_e E$$

$$(42) \quad \Gamma_i = n_i \mu_i E$$

W powyższych równaniach wprowadzono oznaczenia α współczynnik jonizacji, β - współczynnik rekombinacji, V_p - napięcie na gazie.

Niech napięcie przyłożone do elektrod ma przebieg $V = V_a \cos \omega t$. Jak pokazują doświadczenia, zachodzące między dwoma równoległymi płytami wyładowania (można je określić jako typ wyładowania pojemnościowego) sterowane napięciem wysokiej częstotliwości dla elektrod izolowanych od plazmy warstwą dielektryka nie różni się jakościowo od wyładowania między elektrodami stykającymi się z plazmą. Jedynie napięcie podawane na elektrody izolowane powinno być wyższe niż w drugim przypadku, ponieważ jego część ulega

spadkowi na izolatorach.

W modelu matematycznym oba przypadki (odkrytych i izolowanych elektrod) różnią się warunkami brzegowymi.

Dla przypadku odsłoniętych elektrod stykających się bezpośrednio z plazmą, napięcie przyłożone $V = V_p$. W przypadku elektrod pokrytych dielektrykiem zachodzi $V = V_p + (E_1 + E_2) l$, gdzie E_1, E_2 pola w dielektrykach, l ich grubość.

Warunki na elektrodach można sformułować następująco: jeśli pole jest skierowane do elektrody (chwilowa katoda) zachodzi na niej emisja wtórna ze współczynnikiem γ , czyli musi być spełniony warunek

$$(43) \Gamma_e = -\gamma \Gamma_i$$

Jeśli pole jest skierowane od elektrody (chwilowa anoda), nie ma na niej prądu jonowego i musi być spełniony warunek

$$(44) \Gamma_i = 0$$

Dla elektrod przysłoniętych warunki (43) oraz (44) zadaje się jak poprzednio, gdyż eksperymenty wskazują por. [4] iż dla silnych prądów wysokiej częstości sterujących wyładowaniem wokół izolowanych elektrod tworzą się warstwy katodowe podobne jak dla wyładowania między odkrytymi elektrodami zasilanymi stałym napięciem.

7. Własności analityczne układu równań.

Zapiszmy rozważany układ równań w postaci rozwiniętej:

$$(45) \frac{\partial n_e}{\partial t} - \frac{\partial n_e}{\partial x} \mu_e E - \mu_e n_e \frac{\partial E}{\partial x} - \alpha n_e \mu_e E - \beta n_e n_i = 0$$

$$(46) \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i}{\partial x} \mu_i E + \mu_i n_i \frac{\partial E}{\partial x} - \alpha n_e \mu_e E - \beta n_e n_i = 0$$

$$(47) \frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e(n_i - n_e)$$

Jest to układ quasi-liniowych równań o pochodnych cząstkowych. Problemy rozwiązywania układów nieliniowych są złożone i jak dotąd nierozpracowane dla bardziej skomplikowanych przypadków. Teoria układów równań quasi-liniowych cząstkowych jest stosunkowo dobrze rozbudowana dla układów równań typu hiperbolicznego, które zwykle opisują problemy fizyczne związane z rozchodzeniem się fal [7], [8]. Podstawową metodą rozwiązywania układów quasi-liniowych typu hiperbolicznego jest metoda charakterystyk dzięki której można konstruować klasyczne lub uogólnione rozwiązania problemów początkowych lub mieszanych.

Rozważmy problem uproszczonego układu (45) - (47). Załóżmy, iż znamy funkcję $E = f(x)$. Otrzymamy wtedy do rozwiązania układ 2 równań z dwiema niewiadomymi. Układ ten jest układem hiperbolicznym o postaci

$$(48) \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} - \frac{\partial n_e}{\partial x} \mu_e E - n_e \left(\mu_e \frac{\partial E}{\partial x} - \alpha \mu_e E - \beta n_i \right) = 0$$

$$(49) \quad \frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i}{\partial x} \mu_i E - n_i \left(\mu_i \frac{\partial E}{\partial x} - \alpha \mu_i E - \beta n_e \right) = 0$$

Wprowadzając wektor

$$(50) \quad u = \begin{pmatrix} n_e \\ n_i \end{pmatrix} ;$$

równania (48) - (49) można przedstawić w postaci macierzowej

$$(51) \quad I u_{,t} + A u_{,x} + Z(x, u) u = 0$$

macierz A jest macierzą diagonalną, której elementami są pierwiastki charakterystyczne układu

$$(52) \quad A = \begin{vmatrix} -\mu_e E & 0 \\ 0 & \mu_i E \end{vmatrix}$$

Pierwiastki $\lambda_{1,2} = \mp \mu_{ei} E$ określają kierunki charakterystyk $\lambda_x = \frac{dx}{dt}$

Układ równań (51) poza wyrazami różniczkowymi zawiera również wyrazy nieróżniczkowane. Układ tego typu określa się mianem układu równań dyspersyjnych lub dyspersyjnych, czynniki występujące przy macierzy Z są odpowiedzialne za wystąpienie zjawiska dyspersji.

W rozwiązywaniu problemów początkowo brzegowych tego typu równań znajdują zastosowanie metody asymptotyczne, które często pozwalają na skonstruowanie przejrzystej i prostej do interpretacji fizycznej postaci.

Dalsze prace nad znalezieniem rozwiązań układu (45) - (47) będą szły w kierunku znalezienia rozwiązań asymptotycznych.

LITERATURA

- [1] A. BRAHMER-KACPRZYNSKA, J.K. FRACKOWIAK: Dyspleje plazmowe - aktualny stan badań, Prace IPPT 19/1988.
- [2] A.F. ALEKSANDROW, Ł.C. BOGDANKIEWICZ, A. RUCHADZE: Osnowy elektrodynamiki plazmy, Moskwa, 1978.
- [3] W.Ł. GRANOWSKIJ: Elektrieskij tok w gazie, Izd.Nauka, Moskwa, 1971.
- [4] J.P. RAJZER: Fizyka gazowego rozrządu, Izd.Nauka, Moskwa, 1987.
- [5] A. VON ENGEL: Electric plasmas, their nature and uses, Taylor Ltd., London, New York 1983
- [6] J.P. RAJZER: Struktura prielektornych słojev wysokocząstotowego rozrządu i pierechod miezdru dwumia jego formami, Fiz. Plazmy, T.13, w.4 s.471, 1987.
- [7] R. COURANT: Partial differential equations, N.York 1962.
- [8] B. ROZDESZTWIERSKIJ, N. JANIENKO: Systemy kwasiliniejnych urawnienij, Moskwa 1968.