

6.64 — gazy zjonizowane

Zygmunt Szymański

**BADANIA SPEKTROSKOPOWE  
I MODELOWANIE NUMERYCZNE PLAZMY  
PODTRZYMYWANEJ LASEREM**

30/1991

*Praca habilitacyjna*

*P.269*

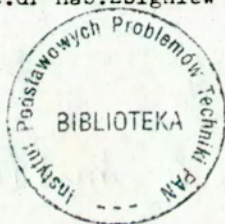


**WARSZAWA 1991**

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 29 listopada 1991r

Praca habilitacyjna  
recenzent - doc.dr hab. Zbigniew Peradzyński



56781



---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN  
Nakład 100 egz. Ark.wyd.3,65 Ark.druk.4,50  
Oddano do drukarni w styczniu 1992 r.  
Nr zamówienia 18/92

---

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,  
ul. Śniadeckich 8

Zygmunt Szymański

Zakład Mechaniki Cieczy i Gazów

Badania spektroskopowe i modelowanie numeryczne plazmy  
podtrzymywanej laserem.

### Streszczenie

W pracy przedstawione zostały wyniki badań spektroskopowych plazmy podtrzymywanej laserem (PPL). Badania przeprowadzono w argonie przy ciśnieniu 10 atm, zarówno w warunkach stacjonarnych jak i w czasie rozpadu i ponownego rozwoju plazmy. Omówiono warunki lokalnej równowagi termodynamicznej oraz problemy związane z wyznaczaniem parametrów plazmy z pomiarów natężenia promieniowania ciągłego i linii widmowych. Do opisu teoretycznego PPL został użyty quasi-dwuwymiarowy model cylindryczny, który dobrze opisuje plazmę PL w warunkach konwekcji naturalnej, a także, przy pewnej modyfikacji w warunkach konwekcji wymuszonej. Zbadany został także wpływ geometrii wiązki laserowej i prędkości wlotowej gazu roboczego na absorpcję promieniowania laserowego przez plazmę przy ciśnieniu atmosferycznym.

### Wstęp.

Od przeszło dwudziestu lat plazma podtrzymywana laserem (PPL) jest częstym tematem prac zarówno eksperymentalnych jak i teoretycznych [1-27]. Większość prac dotyczy przypadku stacjonarnego. Zainteresowanie niskotemperaturową, wysokociśnieniową PPL związane jest głównie z oddziaływaniem promieniowania laserowego z materią przy takich procesach technologicznych jak cięcie, spawanie czy utwardzanie metali.

Przy natężeniu promieniowania lasera rzędu  $\sim 10^6$  W/cm<sup>2</sup> padającego na próbkę metalową w pobliżu powierzchni pojawia się plazma która w radykalny sposób wpływa na warunki przechodzenia promieniowania i przekaz energii wiązki laserowej do powierzchni. Jeżeli ciśnienie gazu otaczającego metalową próbkę jest niskie wyładowanie pali się w parach metalu. Gdy ciśnienie gazu przekracza  $\sim 30$  atm, plazma powstaje w gazie otaczającym metalową próbkę. W obu przypadkach oddziaływanie plazmy z materiałem ścianki zmienia fizyczne charakterystyki powierzchni próbki.



Przy odpowiednio dużym ciśnieniu gazu nie zostaje przy tym naruszona powierzchnia materiału [21]. Efekt obróbki materiału zależy zarówno od własności materiału jak i od otaczającego go gazu [22]. Plazma absorbując promieniowanie lasera zazwyczaj osłania próbkę, ale w przypadkach gdy metal odbija silnie promieniowanie podczerwone (np. aluminium) plazma zapewnia sprzężenie cieplne między metalem a promieniowaniem lasera [23].

Rozwój plazmy poprzedzający stan stacjonarny składa się z dwóch faz: przebicia w gazie powodującego zapłon plazmy i następującej po nim fazy gazodynamicznej ewolucji plazmy. Przebicie może nastąpić albo wskutek termoemisji - gdy ciśnienie gazu jest duże, lub też wskutek rozgrzania powierzchni materiału do temperatury wrzenia. Po przebicciu od miejsca zapłonu przesuwa się w stronę wiązki laserowej fala pochłaniania, zostawiająca za sobą plazmę. W zależności od natężenia promieniowania i ciśnienia gazu otaczającego próbkę mogą się realizować różne rodzaje jonizacji gazu, określające dwa różne reżymy rozprzestrzeniania się plazmy - wolnego i szybkiego spalania. Przy intensywnościach lasera mniejszych niż  $10^6$  W/cm<sup>2</sup> faza gazodynamiczna jest interpretowana jako wolne spalanie i opisywana przez tzw. teorię LSC (laser-supported combustion). Wolne spalanie przenosi się wskutek przewodnictwa cieplnego i promienistego z prędkościami ~10 m/s przy praktycznie stałym ciśnieniu. Przy większych intensywnościach lasera mamy do czynienia z falą detonacyjną (LSD - laser supported-detonation) którą charakteryzują naddźwiękowe prędkości rozprzestrzeniania się wyładowania i powstająca fala uderzeniowa [24]. W przypadku laserów impulsowych w fazie gazodynamicznej występującej po zapłonie odbywa się oddziaływanie plazmy z materiałem ścianki, a ewolucja obłoku plazmowego określa charakter tego oddziaływania.

Nawet przy oddziaływaniu lasera o fali ciągłej z materiałem, przy takich procesach jak np. cięcie czy spawanie mamy do czynienia z procesami niestacjonarnymi. Wskutek erozji materiału próbki promieniowanie lasera oddziałuje z mieszaniną plazmy, pary metalu i kropli metalu które poruszają się w kierunku wiązki laserowej przy czym cały proces daleki jest od stacjonarności.

Drugi obszar zainteresowań plazmą podtrzymywaną laserem związany jest z koncepcją raketowych silników laserowych. Idea napędu laserowego polega na ogniskowaniu wiązki lasera wielkiej mocy (od kilkunastu do kilkudziesięciu megawatów) usytuowanego na ziemi, w odpowiedniej komorze absorpcyjnej będącej częścią silnika raketowego. W komorze absorpcyjnej

która jest odpowiednikiem komory spalania chemicznego silnika rakietowego, następuje absorpcja promieniowania laserowego przez materiał napędowy (np. wodór), którego temperatura wzrasta o kilkanaście tysięcy stopni. Wylot gazu następuje przez konwencjonalną dyszę [25]. Rozważane jest zarówno użycie lasera o pracy ciągłej jak i impulsowej z tym, że badania prowadzone są narazie dla plazmy stacjonarnej [10-15]. Zalety napędu laserowego polegają na małym ciężarze zarówno silnika (laser znajduje się na ziemi) jak i materiału napędowego którym może być wodór oraz na możliwości uzyskania dużego impulsu właściwego  $I_w$ .

Ponieważ  $I_w \sim (T_s/M)^{1/2}$ , gdzie  $T_s$  jest temperaturą stagnacyjną a  $M$  masą molekularną materiału napędowego plazma podtrzymywana laserem ( $T_s \sim 20000$  K) ma tu znaczną przewagę nad stosowanymi w silnikach chemicznych produktami reakcji chemicznych ( $T_s \sim 3500$  K). Lista problemów technologicznych związana z zastosowaniem napędów laserowych jest oczywiście bardzo długa: brak laserów o pracy ciągłej posiadających wymaganą moc, brak materiałów o odpowiednio dużej przepuszczalności promieniowania laserowego (problem okien) itp. Natomiast badania wydajności energetycznej silników laserowych związanej z konwersją energii promieniowania w energię termiczną wydają się być dość obiecujące. Istotnym czynnikiem jest tu rzecz jasna uzyskanie jak największej absorpcji promieniowania laserowego w gazie napędowym.

W pracy [28] wykonanej w ZMCiG badano zanik plazmy podtrzymywanej laserem po przerwaniu wiązki laserowej. Praca miała na celu wyjaśnienie, który z mechanizmów dysypacji energii - przewodnictwo cieplne, promieniowanie, czy konwekcja naturalna - jest odpowiedzialny za rozpad plazmy. Zainteresowanie tym problemem związane było z ewentualnym zastosowaniem PPL jako wyłącznika w obwodach silnopiędowych.

Badania niestacjonarnej plazmy podtrzymywanej laserem są interesujące ze względu na jej częste występowanie w procesach technologicznych, np. w wyniku nierównomiernie rozłożonych w czasie "rozblýsków" erozyjnych. Dodatkowo w eksperymentach z laserami impulsowymi okazuje się celowe podtrzymywanie, przy pomocy drugiego lasera, plazmy przy powierzchni próbki [24]. W czasie impulsu lasera dużej mocy unika się wtedy fazy przebicia i oddziaływanie z powierzchnią odbywa się wyłącznie w fazie wolnego spalania zapewniającej lepsze sprzężenie cieplne między wiązką laserową a próbką [6]. Taki właśnie rozwój plazmy pod wpływem trafiającej w nią wiązki laserowej był badany w przedstawianej pracy.

Niniejsza praca przedstawia eksperymentalne i teoretyczne badania



plazmy argonowej przy ciśnieniu 10 atm, podtrzymywanej laserem  $\text{CO}_2$  o pracy ciągłej. Badania dotyczyły zarówno stanu stacjonarnego jak i zaniku plazmy po przerwaniu wiązki laserowej oraz jej ponownego rozwoju pod wpływem promieniowania lasera. Celem jej było wyjaśnienie pewnych kłopotów w interpretacji wyników doświadczalnych napotkanych wcześniej [28], jak również wyjaśnienie zjawisk zachodzących w plazmie niestacjonarnej w warunkach wolnego spalania.

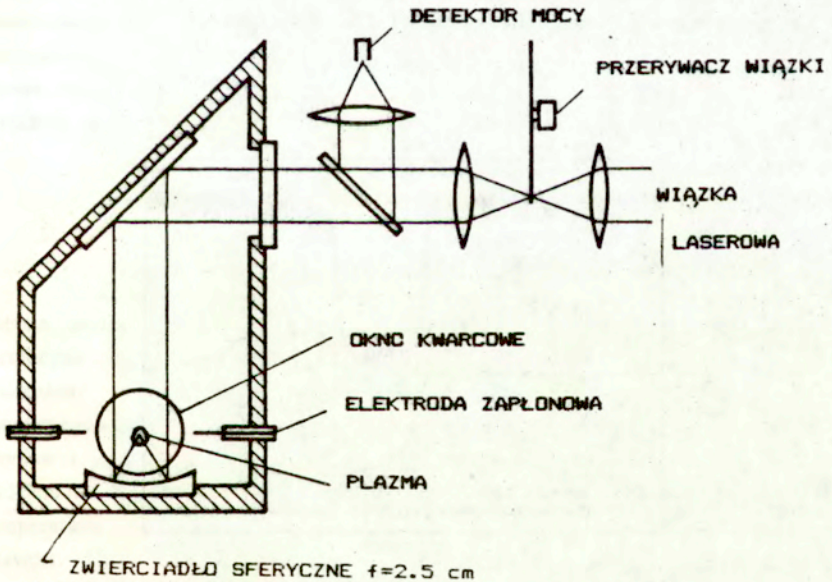
Podstawowym źródłem informacji o parametrach gęstej, chłodnej plazmy podtrzymywanej laserem (przy ciśnieniu 10 atm gęstość i temperatura elektronów wynoszą odpowiednio ok.  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$  i 15000 K w centrum wyładowania) jest spektroskopowy pomiar natężenia promieniowania ciągłego i linii widmowych. W obu przypadkach interpretacja wyników nastrocza wiele kłopotów. Linie spektralne są silnie poszerzone tak, że mierzona jest tylko część profilu linii a zatem znajomość profilu i szerokości połowkowej linii jest niezbędna do interpretacji wyników doświadczalnych. Dodatkowo trzeba uwzględnić tzw. zanik linii, tzn. zmianę natężenia linii wskutek oddziaływania atomu emitującego promieniowanie z mikro polem plazmy. Z kolei pomiar natężenia promieniowania ciągłego jest zakłócony przez tzw. pseudokontynuuum powstające wskutek zlewania się silnie poszerzonych linii. Poza tym istnienie silnego mikropola plazmy powoduje rozmycie progu na fotojonizację (a co za tym idzie na fotorekombinację) i zmianę rozkładu natężenia promieniowania ciągłego. Właściwe uwzględnienie tych wszystkich efektów jest niezbędne do poprawnej interpretacji wyników spektroskopowych.

Do opisu teoretycznego użyty został quasi-dwuwymiarowy model cylindryczny. Stosowane uprzednio dla przypadków niestacjonarnych modele jednowymiarowe o symetrii sferycznej [5,29] dają tylko jakościowy opis obserwowanych zjawisk. Zastosowany w przedstawianej pracy model cylindryczny daje wyniki, które są w dobrej zgodności z eksperymentem.

Bardzo ważnym zagadnieniem, któremu poświęca się dużo uwagi jest badanie absorpcji promieniowania laserowego przez plazmę w zależności od warunków eksperymentu. W publikowanych pracach badano głównie zależność absorpcji od mocy lasera i prędkości wlotowej gazu roboczego [12,13,15, 23]. Zagadnienie to dalekie jest od pełnego zrozumienia. Dlatego też, w przedstawianej pracy zbadano absorpcję promieniowania przy ciśnieniu atmosferycznym w zależności od geometrii padającej wiązki laserowej ( $1 \leq f/D \leq 8.4$ ), rozkładu intensywności w wiązce ( $\text{TEM}_{01}^*$  i  $\text{TEM}_{00}$ ) oraz prędkości wlotowej strumienia gazu roboczego.

## 2. Eksperyment.

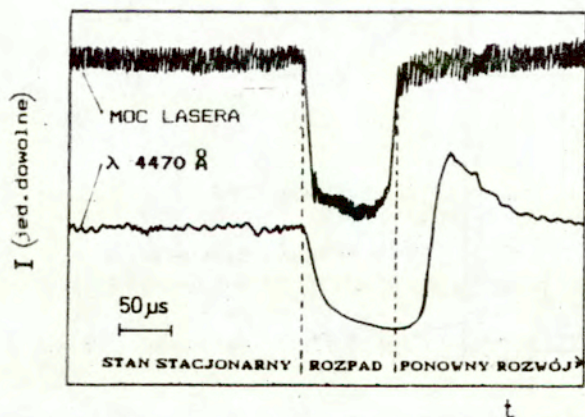
Układ doświadczalny był podobny do układu opisanego w pracy [28] i składał się z lasera CO<sub>2</sub> o pracy ciągłej i mocy 300 W, komory wysokociśnieniowej i spektroskopowego układu pomiarowego. Różnica polegała na tym, że w odróżnieniu od poprzedniego układu, który miał konfigurację poziomą, w nowym układzie zastosowano konfigurację pionową (rys.1), która zapewnia znacznie większą symetrię plazmy PL. W konfiguracji poziomej siła wyporu powoduje asymetrię plazmy co z kolei uniemożliwia przeprowadzenie poprawnej transformacji Abela.



Rys.1. Schemat układu doświadczalnego.



Ponieważ natężenie wiązki laserowej było za małe aby wywołać przebicie w zimnym gazie, wyładowanie było inicjowane łukiem elektrycznym powstającym w płaszczyźnie ogniskowania wiązki laserowej wskutek przykładania wysokiego napięcia do elektrod zapłonowych. Po okresie potrzebnym dla stabilizacji plazmy wiązka laserowa była okresowo przerywana przy pomocy mechanicznego przerywacza. Przerywacz wiązki składał się z trójkątnego skrzydła napędzanego silnikiem synchronicznym, które było wsuwane w ognisko teleskopowego zestawu soczewek z NaCl. Pełne odcięcie wiązki laserowej następowało w ciągu 10-15  $\mu\text{s}$  w zależności od wymiarów wiązki w miejscu przerywania. Wiązki laserową przerywano na ok. 90  $\mu\text{s}$  i w tym okresie obserwowany był rozpad plazmy. Następnie odsłonięta wiązka laserowa trafiała ponownie w plazmę powodując rozwój wyładowania. Moc lasera po przejściu przez układ optyczny wynosiła 150 W. Ciśnienie argonu w komorze pomiarowej wynosiło 10 atm. Natężenie promieniowania z plazmy mierzone było przy użyciu monochromatora i fotopowielacza. Sygnał z fotopowielacza rejestrowany był na oscyloskopie. Kalibrację układu pomiarowego przeprowadzano przy użyciu wstępowej lampy wolframowej WI 17G firmy OSRAM.



Rys.2. Natężenie promieniowania ciągłego ( $\lambda = 4470 \text{ \AA}$ ) i sygnał z detektora mocy lasera.



Natężenie promieniowania mierzone było wzdłuż różnych cięciw w kilku miejscach osi symetrii  $z$ , tak aby uzyskać przestrzenny obraz plazmy. Rys.2 przedstawia natężenie promieniowania ciągłego dla  $\lambda = 4470 \text{ \AA}$  scałkowane wzdłuż średnicy dla  $z = 4.4 \text{ mm}$  ( plazma znajduje się w obszarze  $3.2 \leq z \leq 4.8 \text{ mm}$ ), oraz sygnał z detektora mocy lasera. Widać, że nagrzewanie plazmy w fazie jej ponownego rozwoju zaczyna się bardzo wolno. Jest to spowodowane dwoma czynnikami; małym natężeniem wiązki laserowej które rośnie stopniowo w od zera do ok.  $2 \cdot 10^5 \text{ W/cm}^2$  w ognisku oraz małą wartością współczynnika absorpcji w zimnej plazmie [29]. Wzrostowi temperatury plazmy towarzyszy wzrost współczynnika absorpcji, co zwiększa szybkość jej nagrzewania. Charakterystyczną cechą ponownego rozwoju plazmy jest wzrost natężenia promieniowania ciągłego  $\epsilon_{\lambda,c}$ , a więc i gęstości elektronów ( $\epsilon_{\lambda,c} \sim \text{const} \cdot N_e^2 \sqrt{T_e}$ ) do wartości znacznie przekraczającej stacjonarną wartość  $\epsilon_{\lambda,c}$ . Maksymalne natężenie jest osiągnięte w ciągu  $55 \mu\text{s}$ ; następnie w ciągu ok.  $150 \mu\text{s}$  spada ono do wartości stacjonarnej. Przy pomiarze natężenia linii spektralnych podobny "przerzut" nie jest obserwowany [30]. Jest to związane z równoczesnym wzrostem szerokości linii. Zanim jednak przejdziemy do szczegółowego przedstawienia wyników eksperymentalnych musimy omówić pewne własności plazmy PL, które odgrywają istotną rolę w interpretacji wyników spektroskopowych [31].

### 3. Lokalna równowaga termodynamiczna.

Ze względu na dużą gęstość elektronów należy oczekiwać, że plazma podtrzymywana laserem znajduje się w stanie lokalnej równowagi termodynamicznej (LRT). W stanie lokalnej równowagi termodynamicznej wszystkie rozkłady energetyczne cząstek opisane są związkami równowagowymi: rozkład elektronów dany jest rozkładem Maxwella, rozkład atomów i jonów rozkładem Boltzmanna, a rozkład wzajemny atomów, jonów i elektronów równaniem Saha. Wszystkie te rozkłady charakteryzuje ta sama temperatura  $T$ . Natomiast rozkład promieniowania nie spełnia rozkładu Plancka. Ustalenie czy plazma znajduje się w stanie LRT ma zasadnicze znaczenie dla wybrania metody pomiarowej i interpretacji wyników spektroskopowych.

Ponieważ emisja promieniowania nie jest zrównoważona procesem odwrotnym (promieniowanie wydostaje się z plazmy), warunkiem koniecznym

dla istnienia LRT jest aby o populacji poziomów wzbudzonych decydowały przejścia zderzeniowe (dla stacjonarnej, jednorodnej plazmy jest to także warunek wystarczający).

Wzbudzenie poziomu następuje prawie wyłącznie wskutek zderzeń. Chodzi o to aby deekscytacja danego poziomu była również zdominowana przez przejścia zderzeniowe. Warunek ten możemy zapisać w postaci [32]

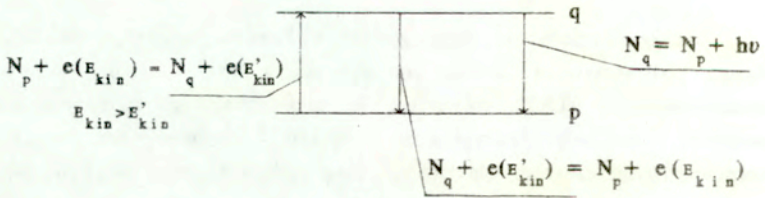
$$N_e N_q \langle \sigma v \rangle_{qp} \gg N_q \cdot \sum_{b < q} A_{qb}, \quad 3.1$$

gdzie  $\langle \sigma v \rangle_{qp}$  jest współczynnikiem deekscytacji zderzeniowej poziomu  $q$  ( $q = p+1$ )

$$\langle \sigma v \rangle_{qp} = N_q^{-1} \int f(v_{qp}) \sigma_{qp}(v_{qp}) v_{qp} dv, \quad 3.2$$

a  $A_{qb}$  prawdopodobieństwem przejścia promienistego;  $f(v_{qp})$  jest funkcją rozkładu prędkości względnej  $v_{qp}$  cząstek w stanach  $q$  i  $p$ ,  $\sigma_{qp}$  przekrojem czynnym,  $N_e$  gęstością elektronów, zaś  $N_q$  i  $N_p$  są gęstościami atomów w stanie  $q$  i  $p$  (patrz rys.3).

Lewa strona nierówności 3.1 oznacza wydajność procesów zderzeniowych (ilość przejść na  $\text{cm}^{-3}$  na sek), a prawa strona wydajność procesów promienistych.



Rys 3. Schemat przejść między poziomami p i q.

Warunek ,aby przejścia promieniste powodowały odstępstwa od LRT mniejsze niż 10% można zapisać w postaci

$$N_e N_q \langle \sigma v \rangle_{qp} > 10 \cdot N_q \cdot \sum_{q > h} A_{qh}. \quad 3.3$$



Ponieważ współczynnik deekscytacji zderzeniowej rośnie ze zmniejszaniem się odstępów energetycznego między poziomami a prawdopodobieństwo przejścia promienistego maleje, spełnienie warunku 3.3 dla przejść między stanem podstawowym i 1-ym stanem wzbudzonym decyduje o istnieniu LRT.

Po wstawieniu wyrażeń na współczynnik deekscytacji i prawdopodobieństwo przejścia ( $\sum A_{q_h} = A_{q_p}$ ) otrzymujemy warunek na krytyczną gęstość elektronów [32]

$$N_e \geq 1.6 \cdot 10^{12} T_e^{1/2} (\Delta E_{qp})^3 \quad 3.4$$

gdzie  $T_e$  wyrażone jest w stopniach Kelvina, a różnica energii między poziomami  $q$  i  $p$ ,  $\Delta E_{qp}$  w elektronowoltach.

Dla argonu krytyczna gęstość elektronów  $N_e^{kr}$  wynosi  $2.4 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$  dla  $T_e = 10000 \text{ K}$  i  $3 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$  dla  $T_e = 15000 \text{ K}$ . Wartości te nie uwzględniają absorpcji promieniowania.

Ponieważ promieniowanie linii rezonansowej (przejście  $1 \rightarrow 0$ ) jest silnie absorbowane, prawdopodobieństwo przejścia  $A_{qp}$  we wzorze 3.3 powinno być zastąpione iloczynem  $A_{qp} \cdot \Lambda_{qp}$  gdzie  $\Lambda_{qp}$  jest bezwymiarowym współczynnikiem (tzw. współczynnik wyjścia) charakteryzującym absorpcję fotonów w plazmie. Współczynnik wyjścia ma postać [33]

$$\Lambda_{qp} = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{qp}(\lambda) \cdot \exp \left[ -N_p \cdot \sigma_{pq}^L \cdot \ell \cdot P_{qp}(\lambda) \right] d\lambda \quad 3.5$$

gdzie  $\ell$  jest grubością plazmy,  $P_{qp}$  - profilem linii,  $\sigma_{pq}^L$  przekrojem czynnym na absorpcję promieniowania

$$\sigma_{pq}^L = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{pq} \quad 3.6$$

a  $f_{pq}$  jest siłą oscylatora linii. Tylko dla optycznie cienkiej plazmy  $\Lambda_{qp} = 1$ . Przy poszerzeniu starkowskim wywołanym przez elektrony, z jakim na ogół spotykamy się w plazmie, profil linii jest profilem dyspersyjnym o kształcie

$$P_{qp}(\lambda) = \frac{1}{\pi} \frac{\Delta\lambda_{1/2}}{\Delta\lambda_{1/2}^2 + (\Delta\lambda)^2} ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} P_{qp}(\lambda) d\lambda = 1 \quad 3.7$$

gdzie  $\Delta\lambda_{1/2}$  jest tzw. (połówkową) szerokością połówkową linii.

Wygodnie jest przedstawić zależność  $A_{qp}$  od optycznej grubości plazmy w centrum linii  $\hat{\tau}_{qp}$ , gdzie pochłanianie jest największe

$$\hat{\tau}_{qp} = \sigma_{pq}^L \cdot P_{qp}(0) \cdot N_p \cdot \ell, \quad 3.8$$

przy czym dla centrum linii

$$P_{qp}(0) = \frac{1}{\pi \cdot \Delta\lambda_{1/2}}. \quad 3.9$$

Po podstawieniach otrzymujemy

$$\hat{\tau}_{qp} = 2.81 \cdot 10^{-13} \frac{f_{pq} \cdot \lambda^2 [\text{cm}]}{\Delta\lambda_{1/2} [\text{cm}]} \cdot N_p [\text{cm}^{-3}] \cdot \ell [\text{cm}]. \quad 3.10$$

Zależność  $A_{qp}$  od  $\hat{\tau}_{qp}$  przedstawiona jest na rys.4.

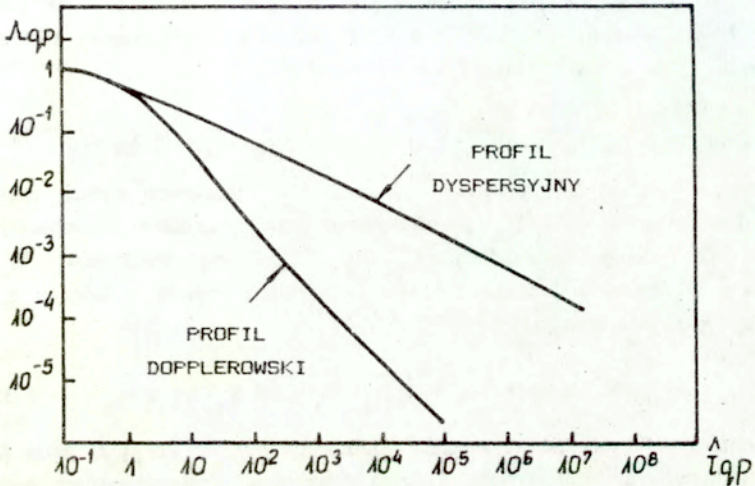
Przyjmując  $\ell = 0.2$  cm otrzymujemy dla linii rezonansowej argonu dla ciśnienia 10 atm ,

$$\hat{\tau} = 3.7 \cdot 10^5 \text{ dla } T = 10000 \text{ K}$$

$$\hat{\tau} = 7.18 \cdot 10^3 \text{ dla } T = 15000 \text{ K}$$

Jak widać z rys.4 linia rezonansowa jest silnie pochłaniana. Jednak nawet całkowita absorpcja pierwszej linii rezonansowej nie obniża krytycznej gęstości elektronów  $N_e^{kr}$  potrzebnej dla istnienia LRT więcej niż o czynnik 10 [32]. Wynika to z faktu, że pozostałe przejścia są na ogół słabiej absorbowane i przy znacznej absorpcji linii rezonansowej warunek na krytyczną gęstość elektronów będzie dyktowany przez kolejne poziomy, np. pierwszy i drugi poziom wzbudzony. Przyjmując zatem, że absorpcja zmniejsza  $N_e^{kr}$  dziesięciokrotnie, uzyskujemy warunek, że gęstość elektronów musi przekraczać  $3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  dla zapewnienia warunków istnienia LRT w plazmie argonowej.





Rys.4. Współczynnik wyjścia  $A_{qp}$  w zależności od grubości optycznej w centrum linii  $\hat{\tau}_{qp}$  (wg [33])

Oszacujemy przy okazji pochłanianie linii spektralnych leżących w zakresie podczerwonym, które są wyraźnie widoczne w argonowej PPL. Dla silnej linii spektralnej  $\lambda$  7384 Å wartości  $\hat{\tau}$  wynoszą

$$\hat{\tau} = 0.87 \quad \text{dla } T = 10000 \text{ K}$$

$$\hat{\tau} = 1.38 \quad \text{dla } T = 15000 \text{ K}$$

Jak widać z rys.4 linia ta jest już dość silnie absorbowana.

Nie jest natomiast absorbowana linia 7147 Å, którą właśnie z tego względu mierzono w eksperymencie. Wartości  $\hat{\tau}$  wynoszą tu odpowiednio

$$\hat{\tau} = 2.2 \cdot 10^{-2} \quad \text{dla } T = 10000 \text{ K}$$

$$\hat{\tau} = 3.5 \cdot 10^{-2} \quad \text{dla } T = 15000 \text{ K}$$

Powyższe szacowania wykonano biorąc szerokości połówkowe linii z [34] a wartości sił oscylatorów z [35,36].

W niejednorodnej plazmie gradienty temperatury i gęstości powodują

powstanie strumieni dyfuzyjnych i konwekcyjnych. Gdy prędkości dyfuzji są duże, a rozmiary przestrzenne plazmy małe strumienie te mogą zmieniać rozkład gęstości cząstek i zakłócić warunki LRT. Dotyczy to wszystkich cząstek występujących w plazmie zarówno elektronów jak jonów i cząstek neutralnych. W obecności strumieni dyfuzyjnych równanie ciągłości dla cząstki o ładunku  $z-1$  ma postać [32]

$$\frac{\partial N_{z-1}}{\partial t} + \nabla \cdot [N_{z-1} (v_0 + V_{z-1})] = N_0 N_z \alpha_{CR} - N_{z-1} N_0 S_{CR} \quad 3.11$$

gdzie  $v_0$  jest średnią prędkością masową,  $V_{z-1}$  prędkością dyfuzji cząstki o ładunku  $z-1$ ,  $\alpha_{CR}$  i  $S_{CR}$  są odpowiednio współczynnikami rekombinacji i jonizacji zderzeniowo-radiacyjnej,  $N_0$  - gęstością elektronów,  $N_{z-1}$  - gęstością cząstek o ładunku  $z-1$  a  $N_z$  - gęstością cząstek o ładunku  $z$ , a dla cząstek o ładunku  $z$

$$\frac{\partial N_z}{\partial t} + \nabla \cdot [N_z (v_0 + V_z)] = N_{z-1} N_0 S_{CR} - N_0 N_z \alpha_{CR} \quad 3.12$$

Strumień dyfuzyjny można zapisać w postaci  $N_z V_z = -D_z \nabla N_z$  [32] gdzie  $D_z$  jest współczynnikiem dyfuzji. Lokalna równowaga termodynamiczna będzie zakłócona jeżeli strumienie konwekcyjno-dyfuzyjne będą dużo większe od członów zderzeniowo-radiacyjnych [32]. Mimo, że w plazmie PL występują dość silne gradienty przeprowadzone szacowania pokazują, że człony zderzeniowo-radiacyjne są ok. dziesięciokrotnie większe od członów dyfuzyjnych i konwekcyjnych (przy prędkości konwekcji 20 m/s). Współczynniki dyfuzji wzięto z pracy Devoto [37]. Ponieważ  $\sum_z m_z N_z V_z = 0$ , a  $N_0 = \sum N_i$  dla plazmy jednokrotnie zjonizowanej wystarczy rozpatrzyć jeden składnik.

Rozpatrzmy teraz warunki niestacjonarne np. fazę ponownego zapłonu plazmy. Załóżmy, że temperatura elektronów wzrasta nagle z 11000 K do ok. 16000 K. Czas relaksacji elektronów związanych w atomie do nowego rozkładu populacji poziomów zależy od najwolniejszego procesu prowadzącego do zmiany rozkładu obsadzeń. Takim procesem są zmiany obsadzenia poziomu podstawowego. Równanie ciągłości dla atomów w stanie podstawowym ma postać

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = \left[ \frac{\partial N_1}{\partial t} \right] \text{zderz.- rad} \quad 3.13$$

gdzie prawa strona oznacza sumę procesów zderzeniowych i radiacyjnych. Zachowując tylko najważniejsze człony możemy napisać



$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = N_1 N_e \cdot \langle \sigma v \rangle_{1-2} - N_1 N_e S_{1-c}, \quad 3.14$$

gdzie  $\langle \sigma v \rangle_{1-2}$  oznacza współczynnik wzbudzenia między poziomem podstawowym "1" a pierwszym stanem wzbudzonym "2", a  $S_{1-c}$  jest współczynnikiem jonizacji z poziomu podstawowego. Ponieważ  $S_{1-c} \cong 0.3 \langle \sigma v \rangle_{1-2}$ , [32], czas relaksacji można obliczyć z przybliżonego wyrażenia

$$\tau_{rel} = \frac{1}{1.3 \cdot \langle \sigma v \rangle_{1-2} \Big|_{t_k} \cdot N_e(t_p)} \cdot \frac{\Delta N_1(t_p, t_k)}{N_1(t_p)} \quad 3.15$$

gdzie  $t_p$  - oznacza czas początkowy,  $t_k$  - czas końcowy,  $T_p$  - temperaturę początkową ( $T_p = 11000$  K), a  $T_k$  temperaturę końcową ( $T_k = 16000$  K). Współczynnik wzbudzenia dla linii rezonansowej został obliczony ze wzoru podanego przez Seaton [38] (patrz rys.5). Otrzymujemy  $\tau_{rel} = 4.4 \cdot 10^{-7}$  s. Jest to czas ustalania się równowagi boltzmannowskiej dla rozważanego przypadku. Zmiany  $T_e$  w czasie ponownego zapłonu plazmy nie będą powodować odstępstwa od LRT, jeżeli nie będą zachodzić w czasie krótszym od  $\tau_{rel}$ .

Zmianę obsadzeń poziomu podstawowego można zapisać dla fazy jonizacyjnej (tj. zaniedbując procesy rekombinacji) w innej użytecznej postaci

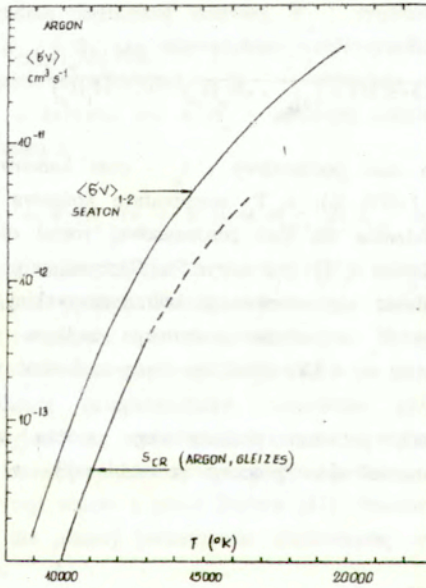
$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = N_1 N_e \cdot S_{CR} \quad ; \quad \tau_{rel} = \frac{1}{N_e S_{CR}} \cdot \frac{\Delta N_1}{N_1} \quad 3.16$$

gdzie  $S_{CR}$  jest zderzeniowo-radiacyjnym współczynnikiem jonizacji. Współczynnik ten ma postać [39]

$$S_{CR} = S_{1-c} + \sum_{p=2}^{\infty} \langle \sigma v \rangle_{1-p} - L \quad 3.17$$

i uwzględnia wszystkie procesy prowadzące do jonizacji. Drugi człon opisuje jonizację zachodzącą poprzez kolejne przejścia między poziomami wzbudzonymi aż do granicy jonizacyjnej (nawiasem mówiąc  $\sum_{p=2}^{\infty} \langle \sigma v \rangle_{1-p} = \langle \sigma v \rangle_{1-2}$ ). Człon  $L$  uwzględnia fakt, że nie każde przejście do poziomu wzbudzonego z poziomu podstawowego prowadzi do jonizacji; jest to

nieduża poprawka. Współczynnik  $S_{CR}$  pokazany na rys.5 został obliczony przez Gleizes'a [40] dla argonu przy ciśnieniu 1 atm. Ciśnienie nie odgrywa większej roli ponieważ dla  $N_e \geq 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $S_{CR}$  nie zależy od gęstości elektronów. Uzyskany przy jego użyciu czas relaksacji wynosi  $9.0 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ . Różnica między dwoma uzyskanymi czasami relaksacji wynika głównie z innych przekrojów czynnych użytych przez Gleizes'a.



Rys.5. Współczynniki wzbudzenia argonu w zależności od temperatury (wg. Seaton [38], Gleizes [40]).

Powróćmy teraz do wyników eksperymentalnych. Sygnał z promieniowania ciągłego narasta w czasie  $t \approx 55 \mu$  i osiąga wartość stacjonarną po ok  $150 \mu \text{ s}$  (patrz rys.2) po ponownym włączeniu wiązki laserowej. Wartości te sugerują, że czas charakterystyczny zmian temperatury  $t \gg \tau$ . Oczywiście, mierzony sygnał jest pewną wartością uśrednioną wzdłuż drogi widzenia plazmy przez detektor. Obliczenia teoretyczne wskazują, że



zmiana temperatury plazmy zachodzi znacznie szybciej. W każdym bądź razie wyniki eksperymentalne interpretowane są w takich momentach czasowych w których efekty niestacjonarne nie powodują odstępstw od stanu lokalnej równowagi termodynamicznej.

#### 4. Poszerzenie linii spektralnych.

Znajomość szerokości linii spektralnych jest niezbędna przy pomiarach ich natężeń, zwłaszcza w sytuacji gdy linie są silnie poszerzone. W eksperymencie na ogół nie mierzymy natężenia poprzez pomiar profilu linii i obliczanie powierzchni pod profilem. Metoda taka jest zbyt czasochłonna zwłaszcza w sytuacji gdy potrzebne są przebiegi czasowe natężeń. Dodatkowo w sytuacji gdy plazma jest niejednorodna przeprowadzanie inwersji Abela dla całego profilu prowadzi do dużych błędów. Przy dużym poszerzeniu linii gdy nie jesteśmy w stanie zmierzyć całego profilu, chociażby ze względu na zachodzenie na siebie sąsiednich linii, pomiar profilu linii daje jednak możliwość porównania profilu teoretycznego z eksperymentalnym i dokonania oceny popełnianego błędu. W praktyce pomiar natężenia linii odbywa się przez taki dobór szczeliny wejściowej aby jej szerokość była większa od szerokości linii. W płaszczyźnie szczeliny wyjściowej otrzymujemy wtedy obraz geometryczny szczeliny wejściowej, którego każdy fragment ma natężenie równe natężeniu całkowitemu linii [41]. Taki dobór szczeliny nie jest niestety możliwy przy dużym poszerzeniu linii i znajomość kształtu profilu i szerokości linii jest niezbędna do wyznaczenia natężenia linii z mierzonego sygnału.

Poszerzenie linii w plazmie o gęstości elektronów  $N_e \sim 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  spowodowane jest głównie efektem Starka. Przy tym, dominującą rolę odgrywają zderzenia atomów (jonów) z elektronami, które powodują nadanie liniom profilu dyspersyjnego [34,42]

$$P(\lambda) = \frac{\Delta\lambda_{1/2}}{\pi} \left[ (\lambda - \lambda_0 - d_\lambda)^2 + \Delta\lambda_{1/2}^2 \right]^{-1} \quad 4.1$$

gdzie  $\Delta\lambda_{1/2}$  jest szerokością połówką linii,  $d_\lambda$  przesunięciem linii a  $\lambda_0$  długością fali linii niezakłóconej. Przybliżenie zderzeniowe stosuje się w przypadku gdy zaburzenia cząstek emitujących można opisać

zderzeniami wyraźnie rozdzielonymi czasowo (charakterystyczny czas emisji  $t \gg \rho/v$ , gdzie  $v$  jest prędkością cząstki zaburzającej zaś  $\rho$  parametrem zderzenia).

W drugim krańcowym przypadku tj. gdy  $t \ll \rho/v$  zaburzenie można uznać za niezależne od czasu. W tym wypadku poszerzenie można traktować quasistatycznie (statystycznie) i profil linii będzie miał kształt gaussowski. Ten typ poszerzenia linii wywołany jest oddziaływaniem atomów z jonami. Całkowity profil starkowski linii atomowej (dla linii jonowych wystarcza przyjęcie profilu dyspersyjnego) jest więc splotem profilu dyspersyjnego spowodowanego zderzeniami z elektronami i profilu statystycznego spowodowanego oddziaływaniem z jonami i może być zapisany w postaci [34,42]

$$P(\lambda) = \frac{1}{\pi \Delta \lambda_{1/2}} \int_0^{\infty} \frac{W_R(\beta) d\beta}{1 + (x - \alpha^{4/3} \cdot \beta^2)^2} \quad 4.2$$

gdzie  $x = (\lambda - \lambda_0 - d_\lambda) / \Delta \lambda_{1/2}$  zaś  $\alpha$  jest tzw. parametrem poszerzenia jonowego.  $W_R(\beta)$  jest funkcją rozkładu natężenia mikropola plazmy  $F$  zależną od parametru  $R$ , przy czym  $\beta = F/F_0$ , a  $F_0 = e/r_0$ ;  $r_0$  jest średnią odległością między jonami ( $r_0 = (3/4\pi N_1)^{1/3}$ ), a parametr  $R$  określa stosunek średniej odległości między jonami do promienia Debye'a

$$R = r_0 / \lambda_D = 6^{1/3} \pi^{1/6} (e^2/kT)^{1/2} \cdot N_e^{1/6} \quad 4.3$$

Wielkości  $\Delta \lambda_{1/2}$  i  $d_\lambda$  zmieniają się liniowo z gęstością elektronów zaś  $\alpha$  zmienia się jak  $N_e^{1/4}$ . Wartości tych wielkości podane są w pracach Griema [34,42,43].

Aby można było stosować przybliżenie quasistatyczne do opisu oddziaływania z jonami częstość charakteryzująca pole jonowe ( $v/\rho$ ) musi być mniejsza od częstości charakteryzującej poszerzenie starkowskie linii spowodowane zderzeniami z elektronami,  $\gamma_e = 2\pi c / \Delta \lambda_{1/2}$ . Przyjmując, że  $\rho = r_0 = (3/4\pi N_e)^{1/3}$  otrzymujemy warunek na stosowanie przybliżenia quasistatycznego

$$\sigma = \frac{\gamma_e (4\pi N_e / 3)^{-1/3}}{(32kT/\pi\mu)^{1/2}} > 1 \quad 4.4$$



gdzie  $\mu$  jest masą zredukowaną.

Warunek ten jest spełniony dla większości linii w całym zakresie interesujących nas temperatur (10000 K + 20000 K). Tylko linie z przejść 4s - 4p nie spełniają powyższego warunku w temperaturze  $T = 10000$  K .

Dla  $T = 10000$  K,  $\sigma(7067 \text{ \AA}) = 0.41$ ,  $\sigma(4272 \text{ \AA}) = 2.93$ , zaś w  $T = 15000$  K  $\sigma(7067 \text{ \AA}) = 9.6$ ,  $\sigma(4272 \text{ \AA}) = 20$ .

W przypadku poszerzenia ciśnieniowego (van der Waals'a) możemy na ogół stosować przybliżenie zderzeniowe. Dla potencjału oddziaływania molekularnego typu  $V(r) = -\hbar C_6 \cdot r^{-6}$  teoria zderzeniowa [44] daje następujące wyrażenia na szerokość połówkową linii (w jednostkach częstości kołowej)

$$\gamma = 8.16 C_6^{2/3} (\bar{v})^{3/5} N \quad , \quad 4.5$$

gdzie  $\bar{v}$  jest średnią prędkością względną cząstek.

$$\bar{v} = \left[ \frac{8kT}{\pi} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \right]^{1/2} \quad , \quad 4.6$$

a  $N$  gęstością atomów " zakłócających " atomy emitujące.

Współczynnik  $C_6$  ma postać [45]

$$C_6 = e^2 \alpha_p (\langle r_p^2 \rangle - \langle r_k^2 \rangle) \quad , \quad 4.7$$

gdzie  $\alpha_p$  jest polaryzowalnością atomu zakłócającego a  $\langle r \rangle$  oznacza średni promień atomu emitującego; indeksy  $p$  i  $k$  oznaczają odpowiednio stan początkowy i końcowy atomu. Zaniedbując poszerzenie dolnego poziomu otrzymujemy wyrażenie na  $C_6$  [42]

$$C_6 = 0.52 \left( \frac{9\pi \hbar^2 R_\alpha^2}{16m_e^3 E_p^2} \right)^{5/2} \quad , \quad 4.8$$

gdzie  $E_p$  oznacza energię wzbudzenia poziomu rezonansowego zaś  $R_\alpha^2$  dane jest wyrażeniem

$$R_{\alpha}^2 = \frac{1}{Z} \frac{E_H}{E_j - E_{\alpha}} \left[ 5 \cdot \frac{Z^2 E_H}{E_j - E_{\alpha}} + 1 - 3l_{\alpha}(l_{\alpha} + 1) \right]. \quad 4.9$$

$E_H$  i  $E_j$  oznaczają tu energię jonizacji atomu wodoru i rozważanego atomu emitującego,  $E_{\alpha}$  jest energią wzbudzenia górnego stanu emitowanej linii a  $l_{\alpha}$  jego orbitalną liczbą kwantową. Używając bardziej realistycznego potencjału Lenarda-Jonesa

$$V(r) = h C_{12} r^{-12} - h C_6 r^{-6} \quad 4.10$$

Hindmarsch et al. [46] otrzymali następujące wyrażenia dla  $\gamma$

$$\gamma = 26.8 C_6^{2/5} N \bar{\nu}^{3/5} B(\alpha), \quad 4.11$$

gdzie

$$\alpha = 0.54 (h\bar{\nu})^{6/5} (C_{12}/C_6^{11/5}). \quad 4.12$$

Wartości funkcji  $B(\alpha)$  zostały obliczone numerycznie i podane są w pracy [46]. W dużym zakresie  $\alpha$ ,  $B(\alpha) \sim 0.3$ . Dodajmy, że aby otrzymać wartości poszerzenia w angstromach należy wartości  $\gamma$  pomnożyć przez czynnik  $\lambda^2/2\pi c$ .

W przypadku gdy jeden z poziomów przejścia widmowego jest poziomem rezonansowym mamy do czynienia z poszerzeniem rezonansowym. W tym przypadku  $\gamma$  dane jest wyrażeniem

$$\gamma = K_{jj'} \frac{e^2 f_{jj'}}{8\pi m_0 c^2 \bar{\nu}_{jj'}} N, \quad 4.13$$

gdzie  $\nu_{jj'}$  i  $f_{jj'}$  są odpowiednio liczbą falową i siłą oscylatora do przejścia rezonansowego a  $K_{jj'}$  stałą liczbową zależną od przejścia. Dla gazów szlachetnych wartość  $K_{jj'}$  wynosi 1.45 [47]. Wzór 4.15 podaje  $\gamma$  w jednostkach liczby falowej  $k$  [ $\text{cm}^{-1}$ ]; jednostki częstości falowej uzyskujemy po przemnożeniu przez prędkość światła  $c$ , a jednostki długości fali po przemnożeniu przez  $\lambda^2$  ( $\Delta k = \Delta\lambda/\lambda^2$ ).

Gdy jeden z poziomów przejścia widmowego (na ogół dolny) jest poszerzony wskutek oddziaływania rezonansowego a drugi wskutek



Tabela 1. Eksperymentalne i teoretyczne szerokości linii widmowych.

$\lambda$ (Å)	PRZEJŚCIE	$E_k$ (eV)	$\Delta\lambda_{vw}$ (Å) teoria	$\Delta\lambda_{vw}$ (Å) eksp.	$\Delta\lambda_s$ (Å) teoria	T (°K)
7147	$4s[3/2]_2^{\circ} - 4p'[3/2]_1$	13.28	0.194	0.244 <sup>49</sup>	0.434	10000
7067	$4s[3/2]_2^{\circ} - 4p'[3/2]_2$	13.30	0.191	0.189 <sup>49</sup>	9.95	15000
7273	$4s[3/2]_1^{\circ} - 4p'[1/2]_1$	13.33		0.089	9.84	15000
7372	$4p[5/2]_3 - 4d[7/2]_4^{\circ}$	14.76	0.413	0.214 <sup>49</sup>	0.476	10000
				0.926 <sup>50</sup>	5.18	10000
7207	$4p'[3/2]_2 - 6s'[1/2]_1^{\circ}$	15.02	0.566	0.430	115.7	15000
				1.01 <sup>50</sup>	7.07	10000
4272	$4s[3/2]_1^{\circ} - 5p[3/2]_1$	14.52	0.126	0.468	159.4	15000
				0.202 <sup>51</sup>	4.10	10000
				0.084	25.41	15000

oddziaływania typu van der Waals'a sumaryczne poszerzenie linii dane jest symbolem. Wartości  $\gamma$  dla poszczególnych oddziaływań możemy otrzymać korzystając z obliczeń wykonanych przez Lewis'a [48].

pozostaje jeszcze sprawdzić czy mamy do czynienia z oddziaływaniem zderzeniowym czy quasistatycznym. Parametr zderzenia  $\rho$  dla oddziaływań typu van der Waals'a wynosi [42]

$$\rho_6 = \left[ \frac{9\pi h^5 R_\alpha^2}{16m_e^3 \bar{v} E_p^2} \right]^{1/5} \quad 4.14$$

Biorąc pod uwagę, że charakterystyczny czas emisji  $t = \frac{1}{\gamma}$ , otrzymujemy warunek na stosowanie teorii zderzeniowej [50]

$$N < N_{kr} = \left[ \frac{16m_e^3 \bar{v} E_p^2}{9\pi h^5 R_\alpha^2} \right]^{3/5} \quad 4.15$$

Warunek ten jest spełniony dla wszystkich linii (np. dla linii 7147 Å  $N_{kr} = 1 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ , dla linii 7207 Å,  $N_{kr} = 2.2 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ ).

Szerokości połówkowe linii spektralnych wynikające z efektu Starka oraz oddziaływań typu van der Waals'a podane są w tablicy 1.

Wartości eksperymentalne  $\Delta\lambda_{vw}$  wzięto z prac [49, 50, 51]. Jak widać wartości eksperymentalne są na ogół dwukrotnie większe od teoretycznych, lecz tylko dla przejścia 4s - 4p i dla  $T = 10000 \text{ K}$  są one porównywalne z wartościami poszerzenia starkowskiego. Wkład oddziaływania typu van der Waals'a w poszerzenie linii maleje ze wzrostem energii wzbudzenia górnego poziomu linii. Dla  $T = 15000 \text{ K}$  poszerzenie van der Waals'a jest zanedbywalnie małe.

## 5. Natężenie promieniowania

W lokalnej równowadze termodynamicznej koncentracje składników plazmy są związane z temperaturą poprzez prawo Daltona, równanie Saha i warunek lokalnej neutralności. Pomiar natężenia promieniowania ciągłego lub linii widmowej pozwala wyznaczyć temperaturę  $T$  plazmy, a co za tym



idzie także jej skład.

Podstawowym źródłem informacji o parametrach gęstej, chłodnej plazmy podtrzymywanej laserem jest pomiar natężenia promieniowania ciągłego  $\varepsilon_{\lambda,c}$ . Linie widmowe są bardzo silnie poszerzone i słabo rozseparowane. Dodatkowo, pomimo małych wymiarów plazmy najsilniejsze linie są w znacznym stopniu absorbowane. W opisywanym eksperymencie mierzono natężenie promieniowania ciągłego dla trzech długości fali  $\lambda = 3800 \text{ \AA}$ ,  $4470 \text{ \AA}$ ,  $7180 \text{ \AA}$  oraz natężenie linii widmowej  $7147 \text{ \AA}$ . Zależność natężenia promieniowania od temperatury podana jest na rys. 6. Po przeprowadzeniu inwersji Abela mierzone natężenia użyte zostały do wyznaczenia rozkładu przestrzennego temperatury plazmy. Wartości temperatury otrzymane z natężenia promieniowania ciągłego dla  $\lambda = 3800 \text{ \AA}$  i  $4470 \text{ \AA}$  są zgodne w granicach kilku procent.

Wartości temperatury wyznaczone z natężenia promieniowania ciągłego dla  $\lambda = 7180 \text{ \AA}$  są znacznie wyższe od pozostałych rezultatów, zwłaszcza w centrum wyładowania gdzie różnica temperatury odpowiada nadmiarowi promieniowania ciągłego dla  $\lambda = 7180 \text{ \AA}$  rzędu 100%. Takie "nadmierne" promieniowanie ciągłe w obszarze czerwonym widma jest często rejestrowane w gęstej plazmie [52,53,54].

Jedną z przyczyn, dla których obserwuje się nadmiar promieniowania ciągłego przy dużych gęstościach elektronów może być pseudokontinuum powstające wskutek zlewania się silnie poszerzonych linii spektralnych. Drugą przyczyną może być przesunięcie progu na fotojonizację w stronę mniejszych częstości uwzględniane w postaci tzw. optycznego przesunięcia potencjału jonizacyjnego [55] czy też tzw. statystycznie rozciągniętego dla kontinuum [56].

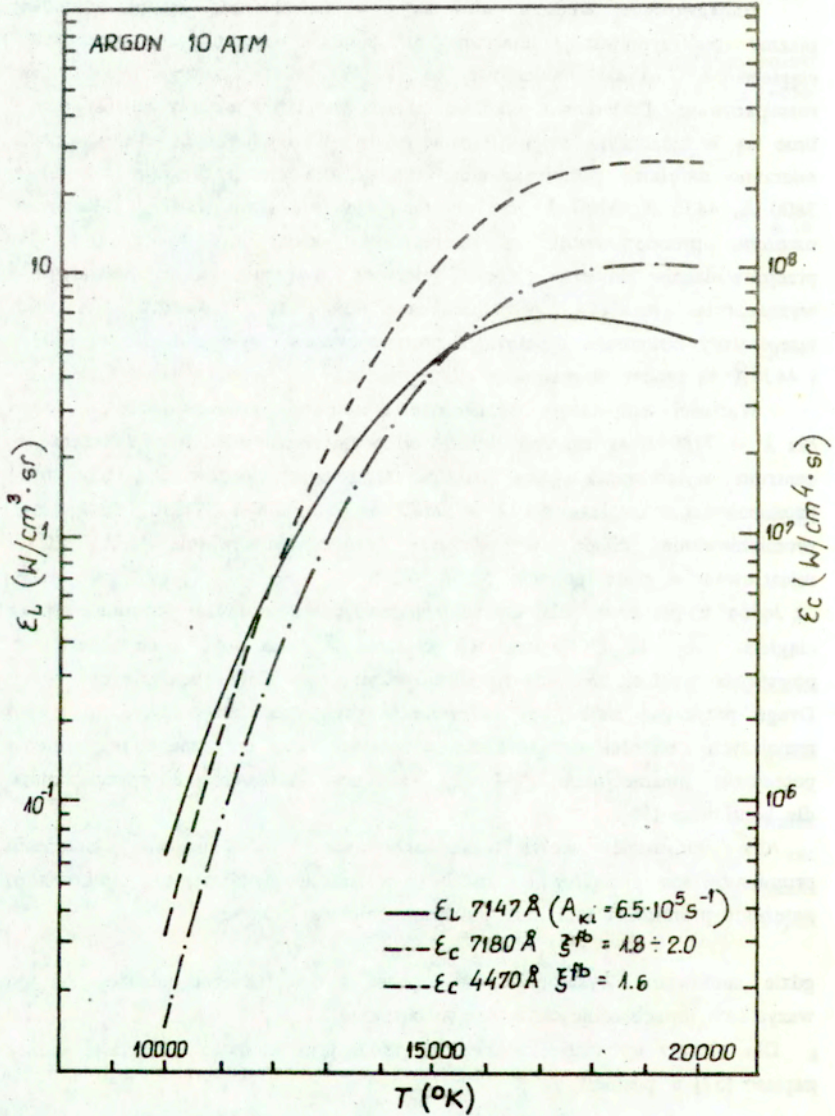
Aby sprawdzić wpływ pseudokontinuum na mierzone natężenie promieniowania ciągłego zostały wykonane obliczenia całkowitego natężenia promieniowania linii oraz promieniowania ciągłego

$$\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda,c} + \sum \varepsilon_{\lambda,l}, \quad 5.1$$

gdzie sumowanie występujące po prawej stronie przeprowadzane jest po wszystkich liniach leżących w danym obszarze.

Dla plazmy optycznie cenniejszej natężenie promieniowania ciągłego można zapisać [57] w postaci

$$\varepsilon_{\lambda,c} = k_{\lambda,c}(T) \cdot B_{\lambda}(T) \cdot \left[ 1 - \exp \left[ - \frac{hc}{\lambda kT} \right] \right], \quad 5.2$$



Rys.6. Natężenie promieniowania ciągłego oraz linii 7147 Å w zależności od temperatury.



gdzie  $k_{\lambda,c}(T)$  jest całkowitym współczynnikiem absorpcji

$$k_{\lambda,c}(T) = k_{\lambda}^{fb}(T) + k_{\lambda}^{ff}(T) \quad 5.3$$

przy czym indeks  $b$  oznacza przejścia swobodno-związane (promieniowanie rekombinacyjne), zaś indeks  $f$  przejścia swobodno-swobodne (Bremsstrahlung); terminologia pochodzi z teorii procesów odwrrotnych tj. dotyczącej emisji promieniowania. Całkowity współczynnik absorpcji jest dany wzorem [57]

$$k_{\lambda,c}(T) = \frac{4\sqrt{2} \pi e^6 z^2 \lambda^3}{3 (3km^3)^{1/2} \cdot hc^4 \cdot T^{1/2}} \cdot N_e N_i \exp\left[-\frac{hc}{\lambda kT}\right] \cdot \zeta(\lambda, T) \quad 5.4$$

gdzie  $e, k, h, c$  i  $z$  oznaczają odpowiednio ładunek elementarny, stałą Boltzmann, stałą Plancka, prędkość światła, masę elektronu i wartość ładunku;  $N_e$  jest gęstością elektronów a  $N_i$  gęstością jonów. Współczynnik  $\zeta$  ma postać

$$\zeta(\lambda, T) = \frac{g}{U_i(T)} \zeta^{fb}(\lambda, T) \cdot \left[1 - \exp\left[-\frac{hc}{\lambda kT}\right]\right] + \zeta^{ff}(\lambda, T) \cdot \exp\left[-\frac{hc}{\lambda kT}\right], \quad 5.5$$

gdzie  $g$  jest wagą statystyczną jonu w stanie podstawowym a  $U_i$  sumą statystyczną jonu. Współczynnik  $\zeta^{fb}$  jest poprawką uwzględniającą rzeczywistą strukturę poziomów atomu istotną dla przejść swobodno-związanych [58] a współczynnik  $\zeta^{ff}$  jest poprawką kwantową do klasycznego wyniku dla promieniowania hamowania [59].

Wzór na natężenie promieniowania ciągłego obowiązuje nie zależnie od tego czy plazma jest w stanie LRT czy też nie, mimo że wyprowadziliśmy go tutaj korzystając ze związku równowagowego [60]. Potrzebna jest jednak znajomość stanu plazmy do wyznaczenia zależności między temperaturą a składem plazmy.

Natężenie linii spektralnej  $\varepsilon_{\lambda,L}$  dane jest wyrażeniem [42]

$$\varepsilon_{\lambda,L} = \frac{hc \cdot g_q A_{qp} N_e N_i}{8\pi \cdot \lambda \cdot U_i(T)} \left[\frac{h^3}{2\pi \cdot mkT}\right] \cdot \exp\left[\frac{E_{i,q} - \Delta E_i}{kT}\right] \cdot P_{qp}(\lambda), \quad 5.6$$

gdzie  $g_q, A_{qp}, E_{i,q}, \Delta E_i$  oznaczają odpowiednio wagę statystyczną górnego poziomu, prawdopodobieństwo przejścia, energię jonizacji górnego

poziomu, i obniżenie potencjału jonizacyjnego [42].

Całkowite natężenie promieniowania obliczono sumując wszystkie linie atomowe, jonowe i kontinuum w zakresie 6900 Å - 7500 Å (54 linie), oraz 4250 Å - 4650 Å (65 linii).

W symulacji numerycznej widma zaniedbano wkład sił van der Waals'a w poszerzenie linii spektralnych. Przyjęto, że profil linii atomowych jest spłotem profilu dyspersyjnego oraz profilu statystycznego i dany jest wzorem 4.2, a profil linii jonowych jest profilem dyspersyjnym.

(Całkiem dobrym przybliżeniem jest przyjęcie profili dyspersyjnych dla wszystkich h linii [61]). Przyjęto także, że plazma jest optycznie cienka. Ze względu na małe wymiary plazmy ~ 2mm założenie to jest na ogół spełnione. Nie stosuje się ono tylko do najsilniejszych linii. Wartości  $\Delta\lambda_{1/2}$ ,  $d_\lambda$  i  $\alpha$  wzięto z prac Griem'a [34, 42, 43]. Prawdopodobieństwa przejść zostały wzięte z [35, 62, 63, 64, 65]. Funkcja rozkładu natężenia mikropola plazmy została wzięta z pracy Hooper'a [66]. Podobna metoda numerycznej symulacji widma została uprzednio zastosowana przez Preston'a [67] dla niektórych linii argonowych.

Uwzględnienie pseudokontinuum w sposób istotny poprawia zgodność wartości temperatury uzyskiwanej z pomiarów natężenia promieniowania ciągłego dla  $\lambda = 7180$  Å z wynikami uzyskanymi z pomiarów dla innych długości fali. Niemniej jednak nadmiar promieniowania ciągłego dla  $\lambda = 7180$  Å wynosi ok. 55% w całym zakresie mierzonych temperatur.

Różnica między wartościami temperatury otrzymanymi z pomiarów natężenia promieniowania ciągłego może być wyeliminowana poprzez odpowiedni wybór czynnika  $\xi^{fb}$ .

Ogólne wyrażenie opisujące współczynnik absorpcji  $k_\lambda^{fb}$  ma postać

$$k_\lambda^{fb} = \sum_{n \cdot}^{\infty} N_n \cdot \sigma_n(\lambda) \quad 5.7$$

gdzie sumowanie przeprowadzane jest dla wszystkich poziomów których liczba kwantowa  $n \geq n^*$  tj. których energia jonizacji  $E_n \geq h\nu$ ;  $N_n$  jest gęstością atomów w stanie  $n$  a  $\sigma_n$  przekrojem czynnym na absorpcję fotonu w procesie fotojonizacji.

Po przekształceniach otrzymujemy (patrz np.[68])



$$k_{\lambda}^{fb} = \frac{32\pi^4 e^{10} m z^4 \lambda^3}{3\sqrt{3} \cdot h^6 c^4} \cdot N_{\lambda} \cdot \sum_{n^*}^{\infty} \frac{g_n}{n^5} e^{-(x_1 - x_n)}, \quad 5.8$$

gdzie  $x_1 = E_1/kT$  a  $x_n = E_n/kT = x_1/n^2$ ;  $E_1$  jest energią jonizacji poziomu podstawowego a  $E_n$  energią jonizacji poziomu  $n$ -tego. Dla atomów wodoropodobnych  $g_n = 2n^2$ .

Biorąc bezwymiarową energię kwantu  $x = hu/kT$  otrzymujemy

$$\sum_{n^*}^{\infty} \frac{1}{n^3} e^{-(x_1 - x_n)} = -\frac{e^{-x_1}}{2x_1} \int_{x_1}^0 e^x dx_n = \frac{e^{-x_1}}{2x_1} (e^x - 1) \quad 5.9$$

Po podstawieniu  $x_1 = z^2 e^2 / 2a_0$ , gdzie  $a_0$  jest promieniem Bohra ( $a_0 = h^2 / 4\pi^2 m e^2$ ) i podstawieniu wyrażenia 5.9 do 5.8 otrzymujemy znany wzór Unsöld'a dla atomów wodoropodobnych.

Czynnik  $\zeta^{fb}$  uwzględniający rzeczywistą strukturę poziomów ma postać [55,58].

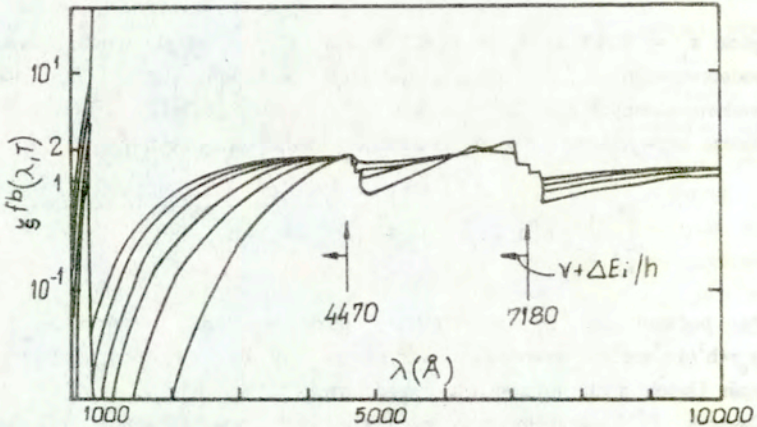
$$\zeta^{fb} = \frac{R \cdot h \cdot c}{g \cdot kT \cdot U_{\lambda}} \frac{\exp(E_1/kT)}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \sum_{n^*} \frac{g_n}{n^5} [\exp(-E_1 - E_n/kT)] G(n, l, \lambda), \quad 5.10$$

gdzie  $R$  jest stałą Rydberga,  $U_{\lambda}$  wagą statystyczną atomu a  $G$  czynnikiem Gaunta. Czynniki  $\zeta^{fb}$  wprowadza kwantowo-mechaniczną poprawkę do klasycznego wyrażenia na przekrój czynny  $\sigma = \sigma_{kl} \cdot G(n, l, \lambda)$ .

Powszechnie używane wyrażenie 5.4 [46] otrzymuje się przyjmując, że sumowanie przeprowadzone jest dla wszystkich poziomów dla których  $n^* \geq (E_1 / (hc/\lambda + \Delta E_1))^{1/2}$ . Wynikający z tego czynnik  $\exp(\Delta E_1/kT)$  w wyrażeniu na współczynnik absorpcji (granica całkowania we wzorze 5.9 zmienia się z  $x$  na  $x + \Delta E_1/kT$ ) zostaje wyeliminowany poprzez użycie równania Saha.

$$N_{\lambda} = N_0 N_1 \frac{U_{\lambda}(T)}{2 \cdot U_1(T)} \frac{h^3}{(2\pi m_0 kT)^{3/2}} \exp\left[-\frac{E_1 - \Delta E_1}{KT}\right]. \quad 5.11$$

Natomiast  $\zeta^{fb}$  obliczone jest przy założeniu zerowej gęstości elektronów;  $N_e = 0$ , a co za tym idzie  $\Delta E_1 = 0$ . Ponieważ składniki sumy w wyrażeniu 5.10 dla dużych  $n$  maleją jak  $n^{-3}$  rozciągnięcie sumowania do  $n = \infty$  nie ma



Rys. 7. Czynniki  $\xi^{fb}$  dla argonu, dla temperatur  
 $T = 5000 \text{ K} + 30000 \text{ K}$  (wg. [69]).

większego znaczenia dla wartości  $\xi^{fb}$ . Bez wątpliwości natomiast obniżenie potencjału jonizacyjnego powoduje przesunięcie progu na fotojonizację. (Pamiętajmy, że przekrój na fotorekombinację uzyskuje się z przekroju na fotojonizację korzystając z zasady równowagi szczegółowej). Ponieważ  $\xi^{fb}(\lambda)$  jest czynnikiem uwzględniającym strukturę poziomów odpowiedni wybór  $\xi^{fb}(\lambda)$  polega na zastąpieniu  $\xi^{fb}(\lambda) = \xi^{fb}(\nu)$  przez  $\xi(\nu + \Delta E_i/h) = \xi(\lambda/(1 + \lambda \Delta E_i/hc))$ . Taka modyfikacja równoważna jest odpowiedniemu zwiększeniu  $\xi^{fb}$  dla  $\lambda = 7180 \text{ \AA}$  natomiast zmniejszeniu wartości dla  $\xi^{fb}$  dla  $\lambda \leq 4620 \text{ \AA}$ , tj. dla  $\lambda = 4470 \text{ \AA}$  i  $\lambda = 3800 \text{ \AA}$  (patrz rys. 7).

Choć zmiana granicy całkowania i eliminacja czynnika  $\exp(\Delta E_i/kT)$  nasuwa pewne wątpliwości, to jest to niewielka poprawka nie mająca praktycznie wpływu na wyznaczanie temperatury z natężenia promieniowania (por. rys.6); stosunek  $\varepsilon(\lambda_1)/\varepsilon(\lambda_2)$  pozostaje prawie bez zmian.

Porównanie powyższych rozważań ze stosowaną dość powszechnie uproszczoną metodą uwzględniania wpływu plazmy na natężenie promieniowania zaproponowaną przez Bibermana [55] prowadzi do następujących wniosków;



1. W części widma gdzie poziomy leżą bardzo gęsto i uzasadnione jest zastąpienie sumowania całkowaniem, (dla argonu  $\lambda \geq 4500 \text{ \AA}$ ), współczynnik absorpcji a zatem i natężenie promieniowania powinny być zwiększone o czynnik  $\exp(\Delta E_i/kT)$  który zostanie następnie skrócony przy wprowadzeniu równania Saha. Należy przy tym pamiętać, wartości  $\xi^{fb}$  w tym obszarze spektralnym należy uśrednić, ponieważ statystyczny charakter obniżenia potencjału jonizacyjnego (patrz podane niżej wyjaśnienie) odgrywa rolę wygładzającą.

2. Dla  $\lambda \leq 4500 \text{ \AA}$  natężenie promieniowania powinno być zmniejszone o czynnik  $\exp(\Delta E_i/kT)$ ; dla odizolowanego poziomu natężenie za progiem spada eksponencjalnie, patrz wzór 5.12.

Opisane tu postępowanie jest równoznaczne z zaproponowanym przez Bibermana z tym, że zamiast obniżenia potencjału jonizacyjnego wprowadza on "ad hoc" tzw. potencjał optyczny  $\Delta E_{opt}$  który jest czynnikiem tak dobieranym, aby wyjaśniał nadwyżkę promieniowania w części podczerwonej widma. Ponieważ metoda Bibermana nie uwzględnia istnienia pseudokontinuum  $\Delta E_{opt} \gg \Delta E_i$ .

W istocie, niezerową gęstość elektronów powinno uwzględniać się przy obliczaniu wartości  $\xi^{fb}$ , tzn. w sumie występującej we wzorze 5.10 powinno się uwzględniać wpływ obniżenia potencjału jonizacyjnego na zmianę progu fotojonizacyjnego każdego poziomu. Należy przy tym wziąć pod uwagę, że obniżenie potencjału jonizacyjnego wskutek mikropola plazmy ma charakter statystyczny. Pojęcie statystycznego obniżenia potencjału jonizacyjnego zostało wprowadzone przez Vujnović'a [56] dla obliczenia natężenia promieniowania rekombinacyjnego w pobliżu progu balmerowskiego.

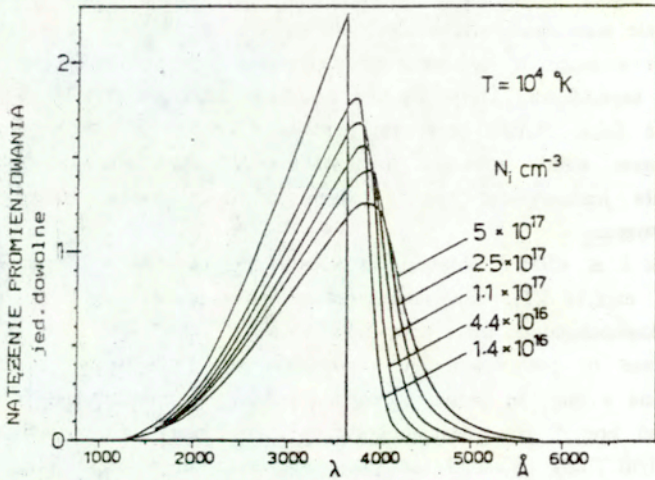
Natężenie promieniowania dla pojedynczego poziomu wodorowego można zapisać w postaci (patrz wzory 5.2, 5.8, 5.11)

$$\varepsilon_{\lambda, n} = \text{const} \cdot \frac{N_e \cdot N_i \cdot G}{\lambda^2 T^{3/2} n^3} \cdot \exp\left[-\frac{h\nu - E_n}{kT}\right] \cdot \exp\left[-\frac{\Delta E_i}{kT}\right], \quad 5.12$$

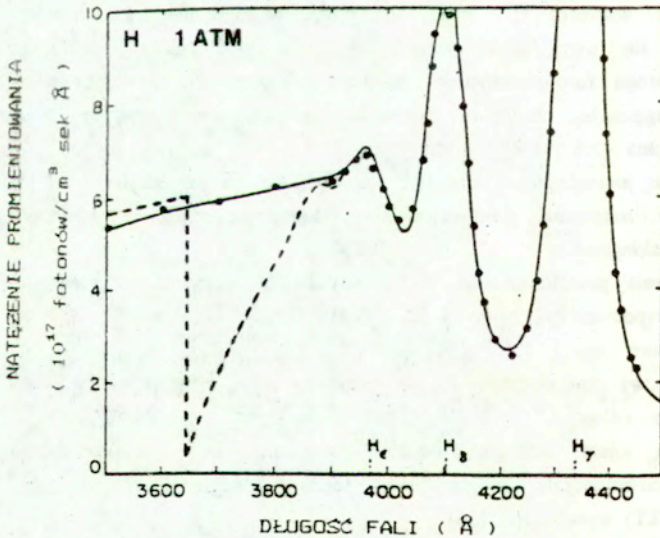
gdzie  $E_n$  jest energią jonizacji poziomu  $n$ . Statystyczny rozkład obniżenia potencjału jonizacyjnego można uwzględnić zastępując człon  $\exp(-\Delta E_i/kT)$  wyrażeniem [56]

$$\int_{\beta_{min}}^{\infty} \exp(-\Delta E_i(\beta)/kT) \cdot W_R(\beta) \cdot d\beta, \quad 5.13$$

gdzie  $\beta_{min} = ((E_n - h\nu)/\Delta E(\beta))^2$  dla  $h\nu < E_n$  i  $\beta_{min} = 0$  dla  $h\nu > E_n$ .



Rys.8. Natężenie promieniowania rekombinacyjnego w pobliżu poziomu balmerowskiego (wg.[56])



Rys.9. Rozkład natężenia promieniowania w pobliżu progu balmerowskiego; linia ciągła - eksperyment (wg.[70]), linia przerywana - obliczenia (niniejsza praca).

$$T = 13000 \text{ K} , \quad N_e \sim 9 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$



Wyniki obliczeń dla poziomu balmerowskiego ( $n = 2$ ) przedstawione są na rys.8.

Z kolei rys.9 przedstawia wyniki pomiaru promieniowania ciągłego wodoru w pobliżu poziomu balmerowskiego wykonane przez Roberts'a i Voigt'a [70]. Na rysunku pokazany jest także teoretyczny rozkład natężenia promieniowania przy proggu balmerowskim bez uwzględnienia statystycznego rozkładu obniżenia potencjału jonizacyjnego.

Ostateczne wyniki obliczeń numerycznych przedstawione są na rysunkach 10,11. Natężenia promieniowania zostały obliczone dla argonu przy ciśnieniu 10 atm i temperaturze 10000 K, 15000 K i 20000 K. Dla obszaru 7000 Å - 7300 Å użyto stałej wartości  $\zeta^{fb} = 1.8$ . Mimo, że dla rozważanego obszaru widma waha się ona w granicach  $1.8 \pm 2.0$  (por.rys.7), przyjęto dla uproszczenia stałą wartość 1.8 ponieważ schodkowa struktura  $\zeta^{fb}$  nie została nigdy potwierdzona eksperymentalnie w tym obszarze, prawdopodobnie ze względu na statystyczny charakter obniżenia potencjału jonizacyjnego. Przypomnijmy, że bez opisanej powyżej modyfikacji wartość  $\zeta^{fb}(\lambda = 7180 \text{ Å}) = 1.4$ .

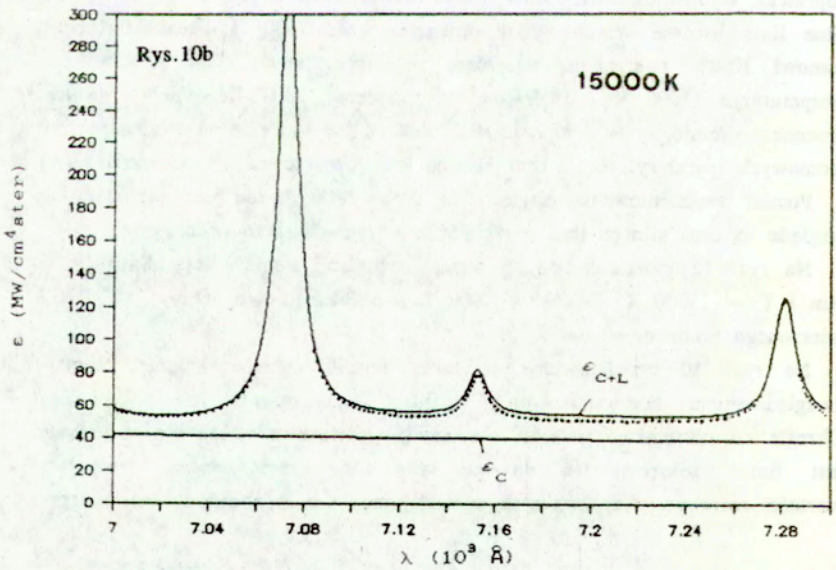
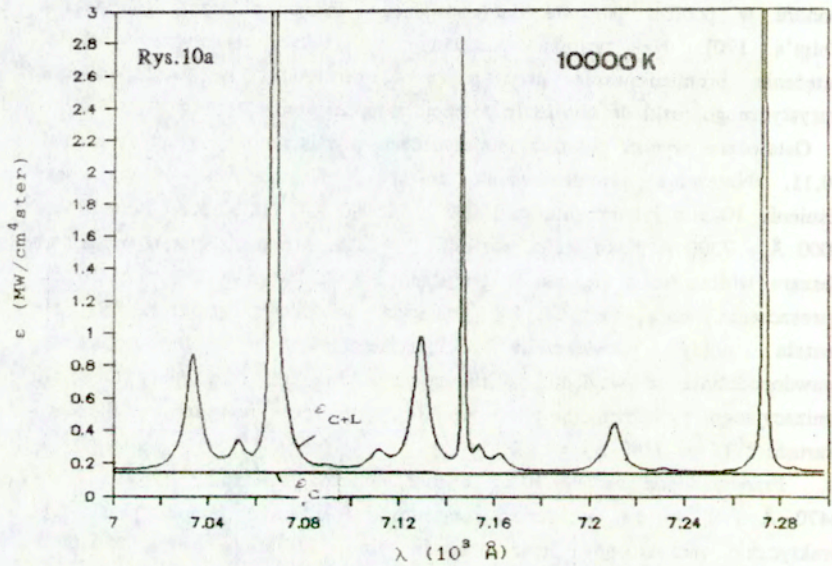
Przedstawione na rys.10,11 wyniki obliczeń pokazują, że dla  $\lambda = 4470 \text{ Å}$  ( $\zeta^{fb} = 1.6$ ) pomiar kontinuum w niższych temperaturach jest praktycznie niezakłócony przez obecność linii. W temperaturze 15000 K poprawka wynosi zaledwie 1.3%. W temperaturze 20000 K pojawiają się silne linie jonowe. Natomiast w obszarze około 7180 Å pseudokontinuum stanowi 10.8% mierzonego natężenia w temperaturze 10000 K, 28% w temperaturze 15000 K i 18,5% w temperaturze 20000 K. Wpływ ten jest procentowo mniejszy w temperaturze 20000 K ze względu na zanikanie linii atomowych (patrz rys. 6) i brak silnych linii jonowych w tym obszarze.

Pomiar promieniowania ciągłego dla  $\lambda = 3800 \text{ Å}$  nie jest zakłócony ze względu na brak silnych linii spektralnych w tym obszarze widmowym.

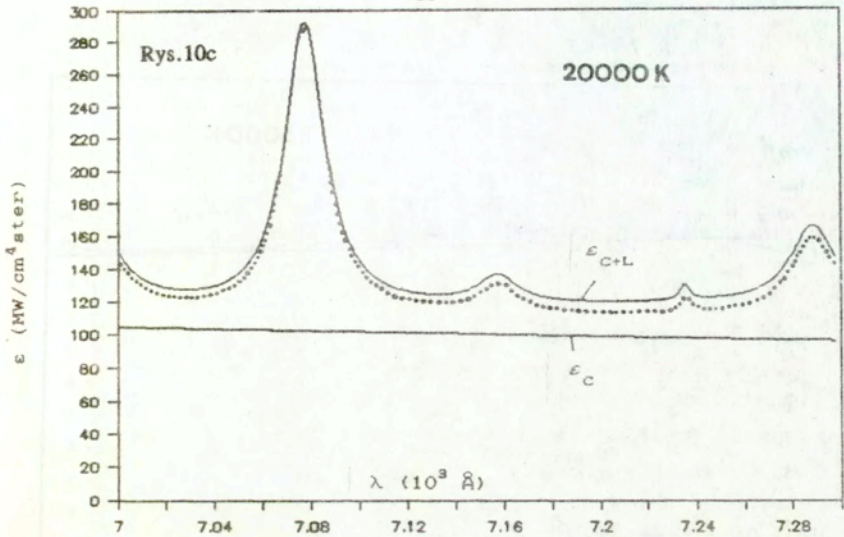
Na rys. 12 przedstawione są wyniki symulacji numerycznej dla  $p = 1$  atm i  $T = 15000$  K. Dla  $\lambda = 7000 \text{ Å}$  pseudokontinuum stanowi tu 13.6% mierzonego promieniowania.

Na rys. 10 przedstawione są także wyniki symulacji numerycznej z uwzględnieniem tzw.współczynnika zaniku (dissolution) linii,  $W_n$  [56]. Określa on odstępstwo gęstości obsadzenia poziomu  $n$  z którego emitowana jest linia spektralna (a co za tym idzie intensywności linii) od wartości równowagowej wskutek oddziaływania atomu z mikropolem plazmy.

## ARGON 10 ATM

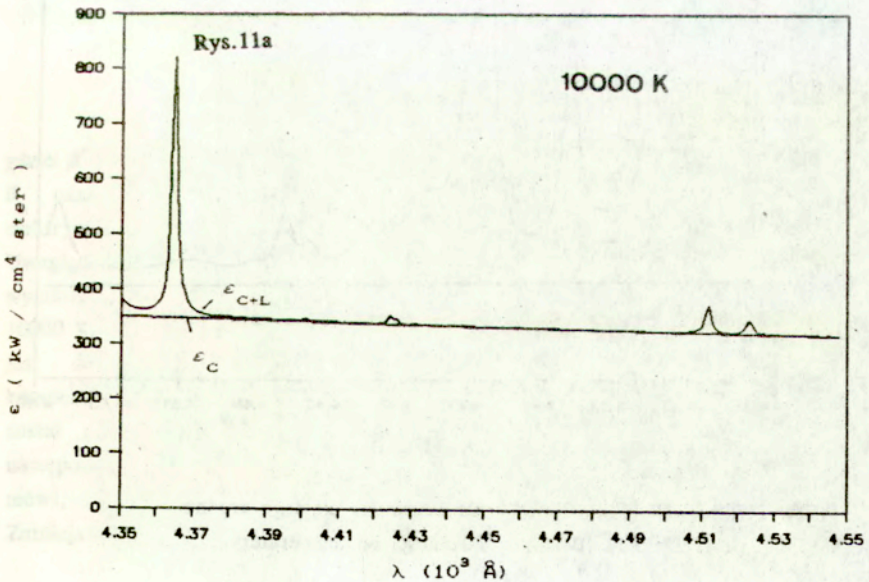


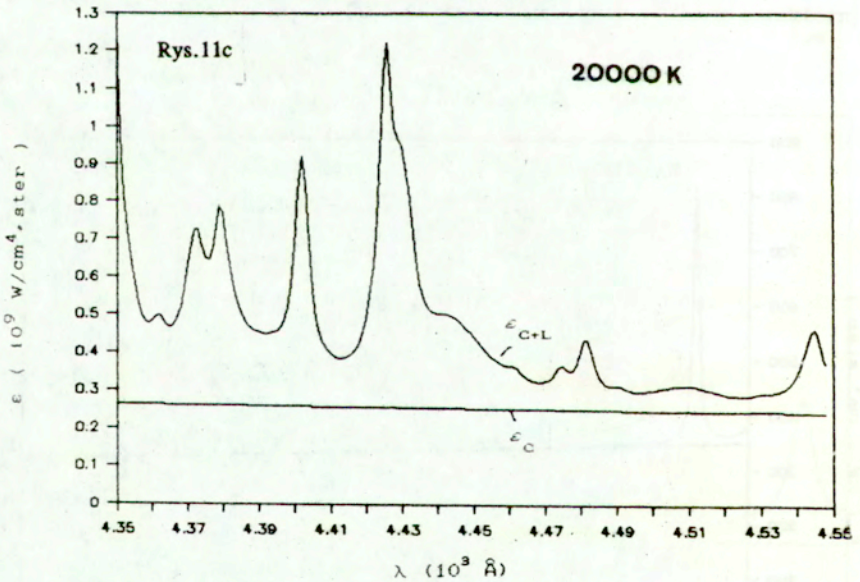
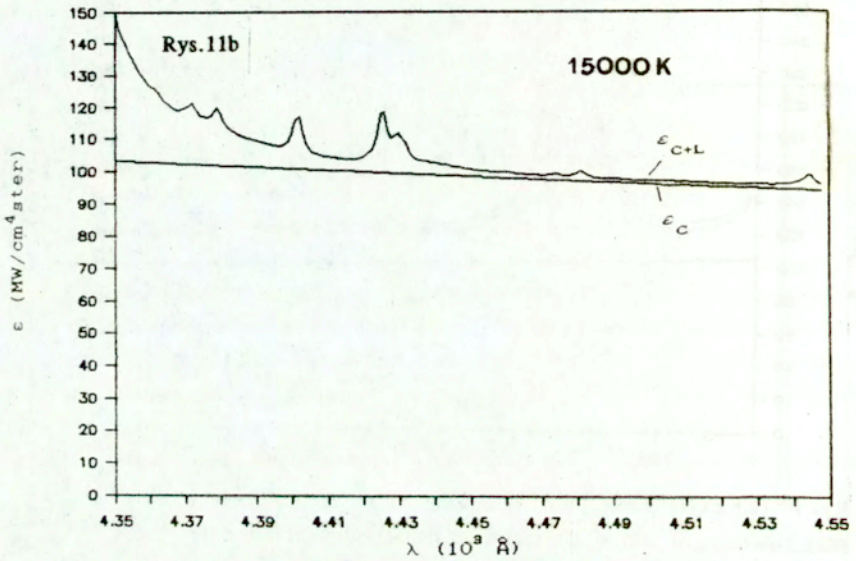




Rys.10 (a,b,c). Natężenie linii i promieniowania ciągłego argonu przy ciśnieniu 10 atm w zależności od temperatury. Linia kropkowa przedstawia wyniki z uwzględnieniem zaniku linii.

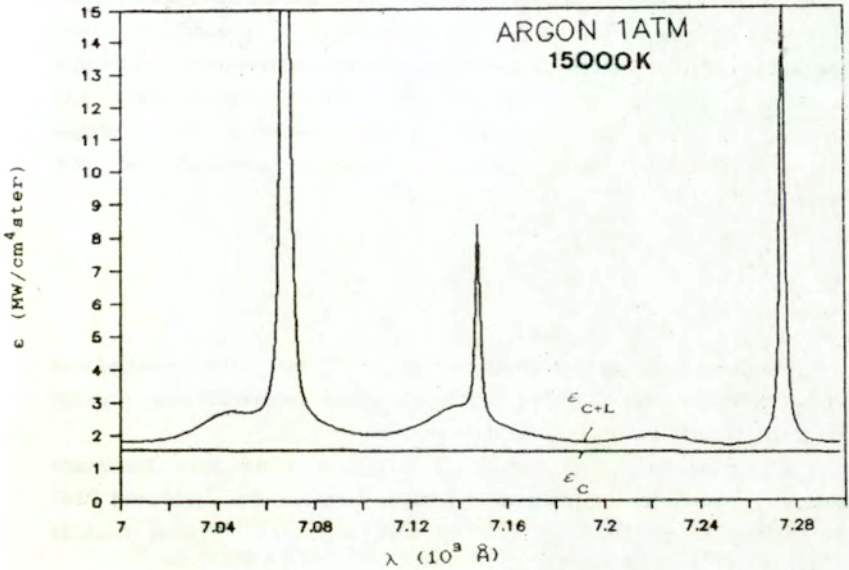
### ARGON 10 ATM





Rys.11(a,b,c). Natężenie linii i promieniowania ciągłego argonu przy ciśnieniu 10 atm w zależności od temperatury.





Rys.12. Natężenie linii i promieniowania ciągłego argonu w temperaturze 15000 K przy ciśnieniu 1 atm.

Współczynnik  $W_n$  zdefiniowany jest następująco

$$W_n = \int_0^{\beta^*} W_R(\beta) d\beta, \quad 5.14$$

gdzie  $\beta^* = F^*/F_0$ ,  $F^* = E_n^2/4Ze^3$ .

$E_n$  oznacza energię jonizacji poziomu  $n$ . Funkcja rozkładu mikropola elektrycznego plazmy  $W_R$  została wzięta z [66].

Uwzględnienie zaniku linii spektralnych nie modyfikuje zasadniczo wyników. Dla 7180 Å zmniejsza ono udział pseudokontynuuum do 10% dla  $T = 10000$  K, do 23% dla  $T = 15000$  K i do 14% dla  $T = 20000$  K. Ponieważ nie jest dostatecznie jasne czy zmniejszenie natężenia linii nie jest kompensowane poprzez zwiększenie natężenia kontynuuum wpływ ten nie został uwzględniony w opracowywaniu wyników. Kompensacja taka może następować w wyniku działania reguły sum oscylatorów [71]. Reguła sum mówi, że  $\sum_i f_{ij} = Z$  gdzie  $Z$  jest liczbą elektronów układu atomowego. Zmniejszenie intensywności linii spektralnych może być rozpatrywane jako

zmniejszenie wartości sił oscylatorów tych linii. Reguła sum może więc prowadzić do zwiększenia wartości sił oscylatorów dla przejść związane-swoobodnych [72] co jest równoznaczne ze wzrostem odpowiednich przekrojów czynnych, gdyż podobnie jak dla linii widmowej (patrz wzór 3.6) przekrój czynny na absorpcję promieniowania dla przejść związane-swoobodnych można zapisać w postaci zależności od siły oscylatora

$$\int_{\nu_n}^{\infty} \sigma_{\nu_n} d\nu = \frac{\pi \cdot e^2}{m \cdot c} \cdot f_n \quad 5.15$$

Dla linii atomowych w obszarze 4500 Å  $W_n$  nie zostało uwzględnione ponieważ wpływ tych linii na pomiar natężenia promieniowania ciągłego jest i tak zaniedbywalny. Dla linii jonowych  $W_n = 1$ .

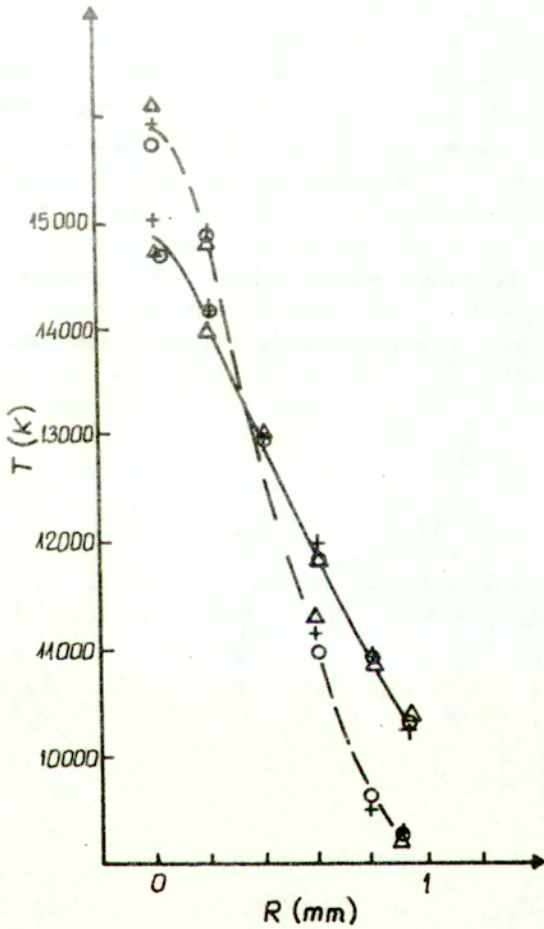
Dodajmy na koniec, że wartości  $T$  otrzymane z natężenia kontinuum zgodne są z wynikami otrzymanymi z pomiaru natężenia linii widmowej 7147 Å. Ze względu na szerokość szczeliny wejściowej,  $a$ , w której mieściło się 13 Å widma, całkowita intensywność linii  $I_{\text{całk}} = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{\lambda} d\lambda$  rejestrowana była bezpośrednio tylko na brzegu plazmy do temperatury 11000 K. W wyższej temperaturze poszerzenie linii staje się znaczne i warunek, że cały profil linii mieści się w szczelinie nie jest spełniony. Całka po konturze linii  $P_{\text{pq}}$  nie jest równa jedności. Zamiast tego mamy dla profilu dyspersyjnego

$$\int P_{\text{pq}} = \frac{\Delta\lambda_{1/2}}{\pi} \int_{\lambda - a/2}^{\lambda + a/2} \frac{d(\Delta\lambda)}{\Delta\lambda_{1/2}^2 + \Delta\lambda^2} =$$

$$\frac{1}{\pi} \left[ \arctg \frac{\lambda + \frac{a}{2}}{\Delta\lambda_{1/2}} - \arctg \frac{\lambda - \frac{a}{2}}{\Delta\lambda_{1/2}} \right] < 1 \quad 5.16$$

Dlatego też  $T > 11000$  K całkowita intensywność linii obliczana była z mierzonych sygnałów uwzględniając poprawkę wynikającą z wyrażenia 5.16. W tym wypadku szerokość połówkową  $\Delta\lambda_{1/2}$  linii 7147 Å wzięto z eksperymentu [73]. Wartość  $W_n$  dla tej linii wynosi 1 w całym zakresie mierzonych temperatur.

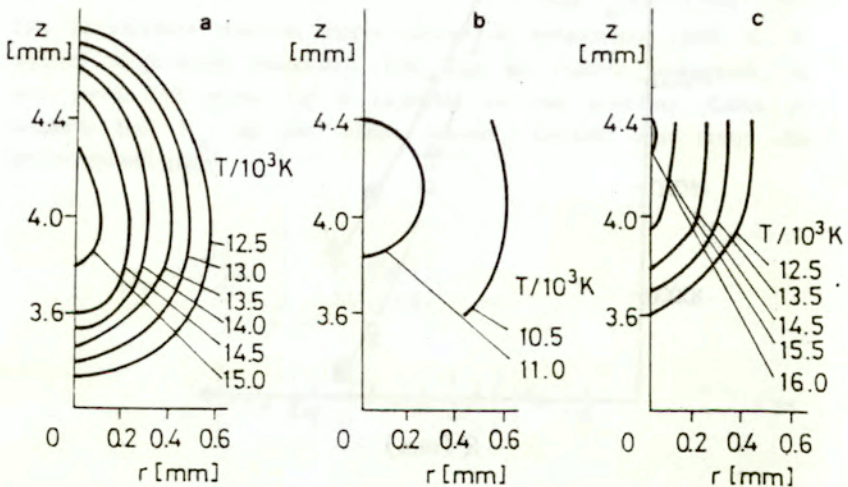




Rys.13. Radialny rozkład temperatury plazmy podtrzymywanej laserem; linia ciągła-faza stacjonarna, linia przerywana-faza rozwoju ( $t=145 \mu s$ ), ○ —  $\epsilon_c$  (4470 Å), + —  $\epsilon_c$  (3800 Å), △ —  $\epsilon_c$  (7180 Å).

Rozkłady temperatury dla jednego z przekrojów poprzecznych plazmy przedstawione są na rys.13. Jak widać, uwzględnienie wpływu pseudokontynuum oraz odpowiedni dobór czynnika  $\xi^{fb}$  prowadzą do zgodności wyników z wszystkimi pomiarami spektroskopowymi.

Wyniki badań spektroskopowych możemy podsumować następująco. Plazma wyładowania optycznego znajduje się w lokalnej równowadze termodynamicznej, przynajmniej do izotermy  $\geq 10000$  K. Równowaga występuje zarówno w stanie stacjonarnym jak i w czasie rozpadu i ponownego rozwoju plazmy. Linie widmowe są silnie poszerzone i często znacznie absorbowane. Pomiar natężenia promieniowania ciągłego w obszarze  $\lambda \sim 4450$  Å oraz  $\lambda < 3900$  Å może służyć do wyznaczania parametrów plazmy. W obszarze podczerwonym pseudokontynuum powstające wskutek zlewania się silnie poszerzonych linii stanowi znaczny procent mierzonego natężenia. Wpływ gęstości elektronów na natężenie promieniowania ciągłego można uwzględnić poprzez odpowiedni dobór



Rys.14. Rozkłady temperatury PPL w różnych fazach wyładowania; a - stan stacjonarny ( $t=0$ ), b - rozpad ( $t=90 \mu s$ ), c - ponowny rozwój ( $t=145 \mu s$ ).



czynnika  $\xi^{\text{th}}$ .

Rys.14 przedstawia rozkłady temperatury plazmy w różnych fazach wyładowania. Płaszczyzna ogniskowa promieni przyosiowych odbitych od zwierciadła sferycznego znajduje się w  $z \approx 5.2$  mm. Podczas fazy niestacjonarnej wiarygodne wyniki uzyskano jedynie dla  $3.6 < z < 4.4$  mm. Mimo tego ograniczenia są one wystarczające do wyciągnięcia kilku wniosków. Podczas fazy rozpadu plazma przybiera kształt sferyczny zakłócony trochę przez siłę wyporu. Jednocześnie siła wyporu przesuwa plazmę odrobinę do góry. W ciągu  $90 \mu\text{s}$  temperatura w centrum plazmy spada z 15000 K do 11000 K. Gdy wiązka laserowa trafia ponownie w plazmę wyładowanie zaczyna się rozwijać w miejscu położonym powyżej stacjonarnego centrum plazmy (rys.14 c). W tej fazie rozmiary plazmy są mniejsze niż w stanie stacjonarnym, a temperatura większa. Obserwowany efekt lokalnego przegrzania plazmy związany jest ze skończonym czasem transportu energii w plazmie. Musi upłynąć pewien czas zanim wskutek przewodnictwa cieplnego i konwekcji plazma osiągnie swój stacjonarny wymiar i temperaturę.

## 6. Model numeryczny plazmy PL; porównanie z eksperymentem.

Do opisu teoretycznego obserwowanej ewolucji plazmy został użyty quasi-dwuwymiarowy model w symetrii cylindrycznej [74]. Model ten jest modyfikacją modelu stacjonarnej plazmy zaproponowanego przez Glumb'a i Krier'a [10], w którym przyjęto, że gęstość strumienia masy wzdłuż osi symetrii  $z$  jest stała  $\rho u = \text{const.}$ , zaś radialna składowa prędkości  $v$  równa jest zeru. Przy dodatkowym założeniu, że ciśnienie jest stałe w całym rozpatrywanym obszarze, rozważany problem sprowadza się do rozwiązania dwuwymiarowego równania energii w symetrii cylindrycznej. Model Glumb'a i Krier'a nazywany jest quasi-dwuwymiarowym w odróżnieniu od stacjonarnego modelu dwuwymiarowego w którym rozwiązywany jest pełny układ równań, tj. równanie masy, pędu i energii [11,16].

W naszym modelu przyjęto, że gęstość strumienia masy wzdłuż osi  $z$  jest stała  $\rho u = \text{const.}$ , a zmiana gęstości masy w czasie (związana ze zmianą temperatury) powoduje pojawienie się radialnej składowej prędkości  $v$ . Ponieważ zmiany ciśnienia są małe można przyjąć, że ciśnienie gazu jest

stałe. Tak więc cały proces ewolucji plazmy można opisać równaniami zachowania masy i energii, przy czym równanie zachowania masy służy do wyznaczenia radialnej składowej prędkości  $v$ .

We współrzędnych cylindrycznych równania zachowania masy i energii mają postać

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho r v)}{\partial r} = 0 \quad 6.1$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho h)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho r v h)}{r \partial r} + \frac{\partial(\rho u h)}{\partial z} &= \frac{\partial}{r \partial r} \left[ \frac{r k_{eff} \partial h}{c_p \partial r} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k_{eff}}{c_p} \frac{\partial h}{\partial z} \right] + \int \kappa I_1 - \Phi \end{aligned} \quad 6.2$$

zaś transport promieniowania laserowego opisany jest równaniem

$$\frac{dI_1}{ds_1} = -\kappa I_1 \quad 6.3$$

gdzie  $h$  oznacza entalpię właściwą  $h=h(r,z,t)$ ;  $\rho$  oznacza gęstość masową,  $c_p$  - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,  $k_{eff}$  - efektywne przewodnictwo cieplne,  $\Phi$  - funkcję opisującą straty związane z promieniowaniem plazmy,  $\kappa$  - współczynnik absorpcji promieniowania laserowego (dla długości fali  $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ ). Wszystkie współczynniki materiałowe zależą wyłącznie od entalpii.  $I_1$  jest lokalnym natężeniem promieniowania laserowego, a  $s_1$  lokalną odległością wzdłuż drogi promieniowania. Gęstość masowa i ciepło właściwe zostały wyznaczone, podobnie jak w [75], wykorzystując równowagowe zależności termodynamiczne [76]. Wartości współczynnika przewodnictwa cieplnego zostały wzięte z pracy Devoto [37]. Ponieważ dla  $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$  słuszne jest przybliżenie wodoropodobne, współczynnik absorpcji został obliczony wg. znanej zależności Unsölda - Kramersa, przy czym czynniki Gaunta zostały wzięte z [77].



Funkcja  $\Phi$  opisująca straty promieniste w równaniu 6.2 opisuje optycznie ciekłą część promieniowania, która swobodnie wydostaje się z plazmy [78]. Promieniowanie o długości fali  $\lambda < 2000 \text{ \AA}$  jest absorbowane przez plazmę. Ta optycznie gruba część promieniowania może być przedstawiona przez dodatkowy współczynnik przewodnictwa cieplnego  $k_{\text{rad}}$  i włączona do członu dyfuzyjnego w równaniu 6.2. Wartość efektywnego współczynnika przewodnictwa cieplnego  $k_{\text{eff}} = k_{\text{term}} + k_{\text{rad}}$  została wzięta z pracy [79].

Warunki brzegowe dla przedstawionego wyżej układu równań są następujące;  $T = T_B$  dla  $r = R$  (przy czym  $T_B$  równe jest temperaturze ścianki i wynosi 350 K w przypadku gdy wyładowanie realizowane jest w komorze wysokociśnieniowej). Z warunku symetrii wynika, że dla  $r = 0$  radialna składowa prędkości  $v$  i  $\partial T / \partial r$  stają się równe zeru. Na wlocie strumienia ( $z = 0$ ) przyjęto, zgodnie z wynikami doświadczalnymi, stałą wartość wzdłużnej (zetowej) składowej prędkości  $u = 5 \text{ cm/s}$  [80] oraz stałą temperaturę  $T = T_B$ . Na wylocie strumienia ( $z = Z$ ) przyjęto znikanie pochodnej temperatury  $\partial T / \partial z$ .

Równania 6.1, 6.2 zostały rozwiązane metodą tzw. "obszaru kontrolnego" opisaną przez Patankar'a [81] (patrz dodatek 1). Jest to metoda całkowa, niejawną. W obliczeniach użyto niejednorodnej siatki o 60 węzłach w kierunku radialnym i 120 węzłach wzdłuż osi symetrii  $z$ . Równanie transportu promieniowania lasera (6.3), zostało rozwiązane metodą śledzenia wiązek elementarnych (tzw. ray tracing). Wiązka laserowa została podzielona na 200 wiązek elementarnych w kierunku radialnym od osi symetrii  $z$  w obszarze  $0 < r < R_L$ , gdzie  $R_L$  oznacza promień wiązki laserowej. Przyjęto gaussowski rozkład intensywności z modem  $TEM_{00}$  i przypisano odpowiednią część mocy każdej wiązce elementarnej. Drogę każdej wiązki elementarnej przez układ optyczny wyznaczano na podstawie praw optyki geometrycznej. Należy zwrócić uwagę, że podział wiązki laserowej na wiązki elementarne (w kierunku radialnym) nie pokrywa się z podziałem głównej siatki w tym kierunku. Natężenia elementarnych wiązek laserowych są sumowane w komórkach siatki głównej i odpowiednie sumy wchodzi do równania 6.2.

W obliczeniach numerycznych nie uwzględniono załamania biegu wiązek laserowych w plazmie. Załamanie zmienia rozkład energii w wiązce laserowej. Dla badanej plazmy efekt ten jest nieduży - zmiana współczynnika załamania nie przekracza siedmiu procent. Ponieważ rzeczywisty rozkład natężenia w wiązce laserowej odbiegał od

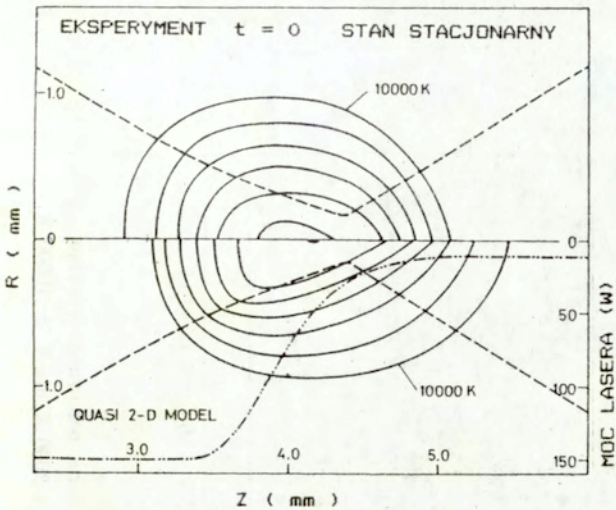
gaussowskiego a nie mógł być dokładnie zmierzony dodatkowa redystrybucja energii wskutek niejednorodnego współczynnika załamania w plazmie nie została wzięta pod uwagę.

Rozkład początkowy temperatury wzięto z pomiarów spektroskopowych ( dla  $T \geq 10000$  K ) i interferometrycznych [7] (  $T \leq 10000$  K ). Startując z tego rozkładu dokonano obliczeń numerycznych dla całego cyklu doświadczalnego tj. rozpadu plazmy i jej ponownego rozwoju oraz powrotu do stanu początkowego. Końcowy stacjonarny rozkład temperatury otrzymano po 500  $\mu$ s. Następnie ten obliczony numerycznie rozkład temperatury dla  $t=500$   $\mu$ s został użyty jako rozkład początkowy i obliczenia numeryczne zostają powtórzone dla całego cyklu. Należy podkreślić, że procedura ta nie zmienia w sposób znaczący rozkładów temperatury podczas rozpadu i ponownego rozwoju plazmy i zastosowano ją głównie po to aby uzyskać identyczne rozkłady temperatury w chwili początkowej i końcowej.

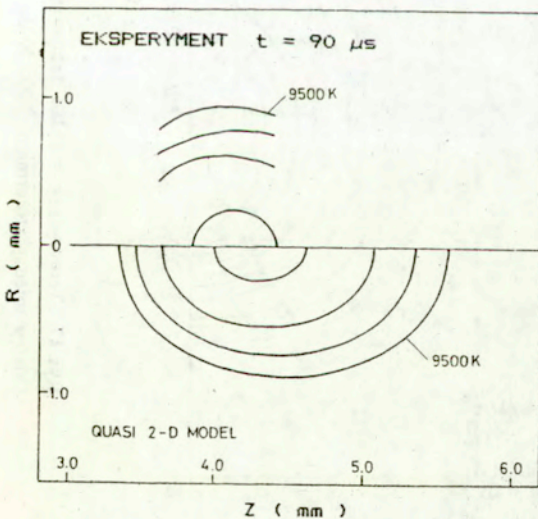
Rysunek 15 przedstawia teoretyczny i doświadczalny rozkład temperatury plazmy w stanie stacjonarnym, wraz z mocą lasera przepuszczaną przez plazmę i powierzchnią kaustyczną wiązki laserowej. Zwróćmy uwagę, że aż 90 % mocy lasera jest absorbowane przez plazmę. Promień koła rozproszenia osiąga minimalną wartość dla  $z = 4.4$  mm, podczas gdy płaszczyzna ogniskowa promieni przyosiowych znajduje się w  $z = 5.2$  mm. Centrum plazmy znajduje się kilka dziesiątych milimetra przed kołem najmniejszego rozproszenia. Rysunek 16 przedstawia rozkłady temperatury na końcu fazy rozpadu plazmy. Zarówno wyniki doświadczalne jak i teoretyczne pokazują, że centrum plazmy jest przesunięte nieco w górę. W tej fazie kształt plazmy jest zbliżony do sferycznego, przynajmniej w jej części gorącej, i dlatego faza rozpadu jest nieźle opisywana przez model sferyczny [28,29]. Dotyczy to jednak tylko plazmy która jest podtrzymywana wiązką laserową o geometrii  $f/D \sim 1$ . Dla większych wartości  $f/D$  kształt plazmy w stanie stacjonarnym jest bardziej wydłużony (patrz rozdział 7) i w czasie rozpadu trwającego 100-200  $\mu$ s niewiele się zmienia.

Rysunki 17, 18, pokazują ewolucję temperatury w fazie ponownego rozwoju plazmy, tj. w czasie gdy wiązka laserowa ponownie trafia w rozpadającą się plazmę. Moc lasera wzrasta stopniowo i osiąga 150 W w ciągu 15  $\mu$ s. W czasie pierwszych 10  $\mu$ s źródło energii jest zbyt małe by skompensować straty. Rozkład temperatury w plazmie pozostaje praktycznie bez zmian. Następnie temperatura plazmy wzrasta szybko, najpierw w obszarze położonym powyżej koła najmniejszego rozproszenia (rys.17).

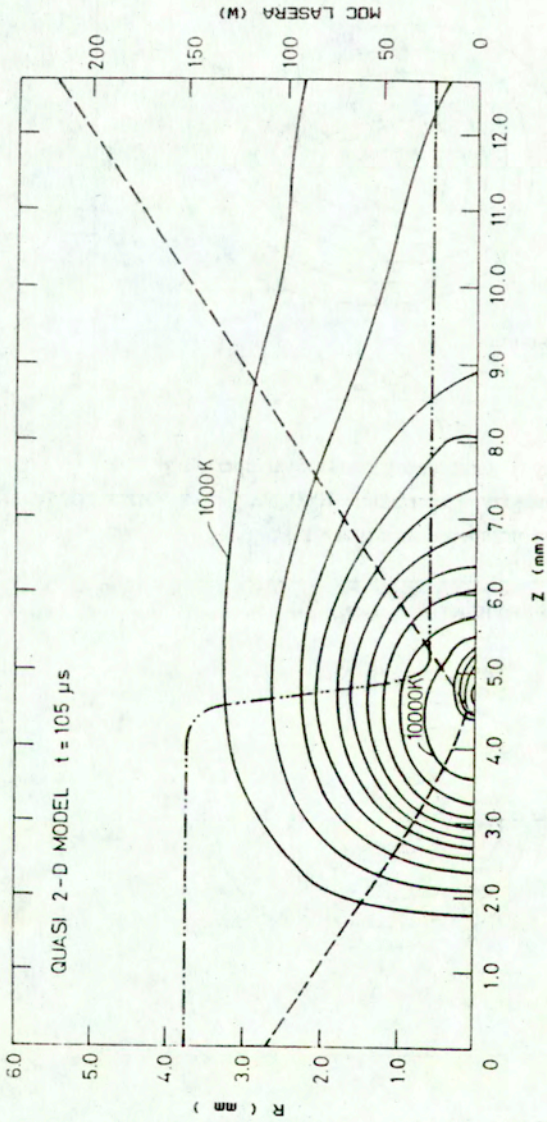




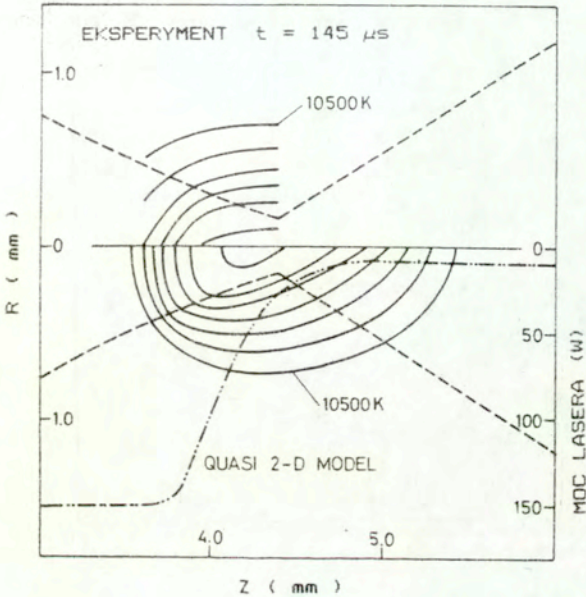
Rys.15. Eksperymentalny i teoretyczny rozkład temperatury PPL w stanie stacjonarnym. Odstęp między izotermami 1000 K. - - - kaustyka wiązki laserowej, -.-.- moc lasera przepuszczana przez plazmę.



Rys.16. Eksperymentalny i teoretyczny rozkład temperatury PPL w fazie rozpadu. Odstęp między izotermami 500 K.



Rys.17. Teoretyczny rozkład temperatury PPL w fazie ponownego rozwoju. Odstęp między izotermami 1000 K do  $T=10000$  K, i 2000 K dla  $T \approx 10000$  K.



Rys.18. Teoretyczny rozkład temperatury PPL w fazie ponownego rozwoju. Odstęp między izotermami 1000 K. - - - kaustyka wiązki laserowej, - · - · - moc lasera przepuszczana przez plazmę.

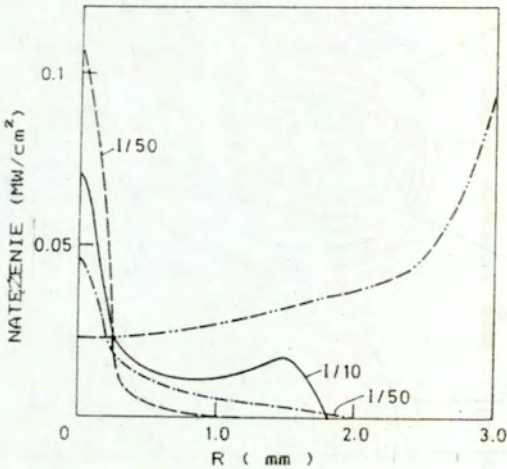
Jest to spowodowane rozkładem natężenia w wiązce laserowej (rys.19).

Ponieważ promień zwierciadła wklęsłego wynosi 5 cm a średnica wiązki laserowej ma 2.8 cm ( $f/D \sim 1$ ) rozkład natężenia w wiązce laserowej jest silnie zniekształcony wskutek aberracji sferycznej. Jak widać z rysunku 19 rozkłady natężeń w wiązce laserowej po jej odbiciu od zwierciadła wklęsłego silnie różnią się od rozkładu gaussowskiego. Maksimum natężenia wypada właśnie poza kołem najmniejszego rozproszenia.

Obszar o podwyższonej temperaturze widoczny na rys.17 (maksymalna temperatura przekracza 18000 K) jest bardzo mały i nie został zaobserwowany doświadczalnie. Rozkład temperatur przedstawiony na rys.17 pokazuje izotermi do temperatury 1000 K. Warto podkreślić, że rozkład izoterm o temperaturze mniejszej niż 6000 K pozostaje praktycznie bez zmian w ciągu całego cyklu ewolucji plazmy.



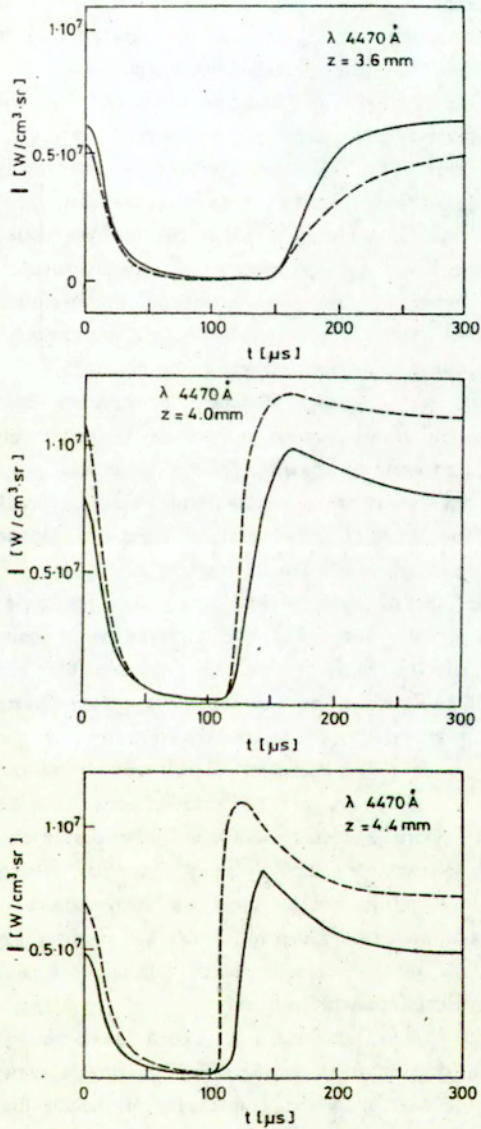
W dalszej fazie ponownego rozpalania plazmy temperatura plazmy zaczyna maleć z jednoczesnym wzrostem wymiarów obszaru wysokiej temperatury aż do osiągnięcia stanu stacjonarnego. W tym samym czasie



Rys.19. Rozkład natężenia w wiązce laserowej w różnych płaszczyznach  $z$ .  
 - - -  $z = 4$  mm, —  $z = 4.4$  mm, - · -  $z = 4.8$  mm, - - -  $z = 5.2$  mm.

następuje przesuwanie się plazmy w stronę wiązki laserowej aż do miejsca gdzie natężenie promieniowania jest ciągle wystarczające do podtrzymania wyładowania. Mechanizm przesuwania się frontu plazmowego został opisany w pracy (3). Przypomnijmy tu krótko, że związany jest on z przesuwaniem się izoterm wskutek przewodnictwa cieplnego co z kolei powoduje wzrost współczynnika absorpcji i podgrzewanie plazmy. Jednocześnie, wskutek geometrii wiązki laserowej natężenie wiązki maleje a wymiary plazmy rosną. W pewnym momencie źródło energii jest zbyt małe by skompensować straty spowodowane promieniowaniem plazmy, przewodnictwem i konwekcją.

W prezentowanej pracy rozkłady prędkości nie są pokazane ponieważ zostały one policzone przy wymienionych wyżej uproszczonych założeniach i z pewnością odbiegają od rzeczywistych. Podczas rozpadu plazmy gdy gęstość masy rośnie wskutek spadku temperatury radialna składowa prędkości jest skierowana do wewnątrz plazmy. W fazie rozpalania gęstość



Rys.20. Eksperymentalne i teoretyczne przebiegi natężenia promieniowania ciągłego  $\lambda = 4470 \text{ \AA}$  w trzech różnych przekrojach plazmy.

— eksperyment, - - - teoria.



masy maleje i prędkości radialne skierowane są na zewnątrz. Maksymalna wartość prędkości radialnej nie przekracza 30 m/s. Założenie stałego strumienia masy wzdłuż osi z prowadzi do maksymalnej prędkości zetowej ok. 4.5 m/s w centrum plazmy w fazie rozpalania.

Wielkością która była bezpośrednio mierzona w doświadczeniu jest natężenie promieniowania ciągłego scałkowane wzdłuż linii widzenia. Wielkość ta może być łatwo obliczona z otrzymanych na drodze teoretycznej rozkładów temperatury plazmy (zauważmy, że w doświadczeniu procedura jest akurat odwrotna) dając tym samym dodatkową możliwość porównania wyników doświadczalnych i teoretycznych. Teoretyczne i doświadczalne przebiegi czasowe natężeń promieniowania ciągłego o długości fali  $\lambda = 4470 \text{ \AA}$  dla trzech różnych centralnych przekroji plazmy ( $z = 3.6, 4.0, 4.4 \text{ mm}$ ) przedstawione są na rys.20.

Przedstawione wyżej wyniki symulacji numerycznej można podsumować następująco. Pomimo zastosowanych uproszczeń model teoretyczny daje dość dobry opis obserwowanych zjawisk. Nasze obliczenia pokazują, że człony konwekcyjne odgrywają drugorzędną rolę jeżeli prędkość strumienia wlotowego  $u$  jest mała (kilka cm/s) a prędkości indukowane zmianami temperatury nie przekraczają kilku dziesiątków m/s.

Zastosowanie przybliżenia dyfuzyjnego dla optycznie grubej części promieniowania jest również dość ryzykowne ponieważ efektywne przewodnictwo cieplne może różnić się znacznie dla różnych rozkładów temperatury [82] a użyta w prezentowanej pracy wartość efektywnego współczynnika przewodnictwa została wyprowadzona i zweryfikowana dla łuków elektrycznych [79]. Ponieważ jednak rozwój plazmy w warunkach wolnego spalania zależy głównie od przewodnictwa cieplnego i transportu promieniowania, dobra zgodność wyników doświadczalnych i teoretycznych we wszystkich fazach ewolucji plazmy pozwala stwierdzić, że użyty współczynnik  $k_{\text{eff}}$  opisuje dobrze efektywne przewodnictwo. Front plazmy zdefiniowany jako położenie izotermy 10000 K przesuwa się z rozsądną [3] prędkością ok. 2 m/s a czas w jakim plazma osiąga stan stacjonarny zgadza się z wynikami doświadczalnymi.

W przeciwieństwie do stacjonarnego modelu quasi-dwuwymiarowego który między innymi daje zbyt małe wymiary plazmy i zawyża temperaturę maksymalną [16], nasz model w granicznym przypadku dla długich czasów daje rozkłady stacjonarne zgodne z wynikami doświadczalnymi.



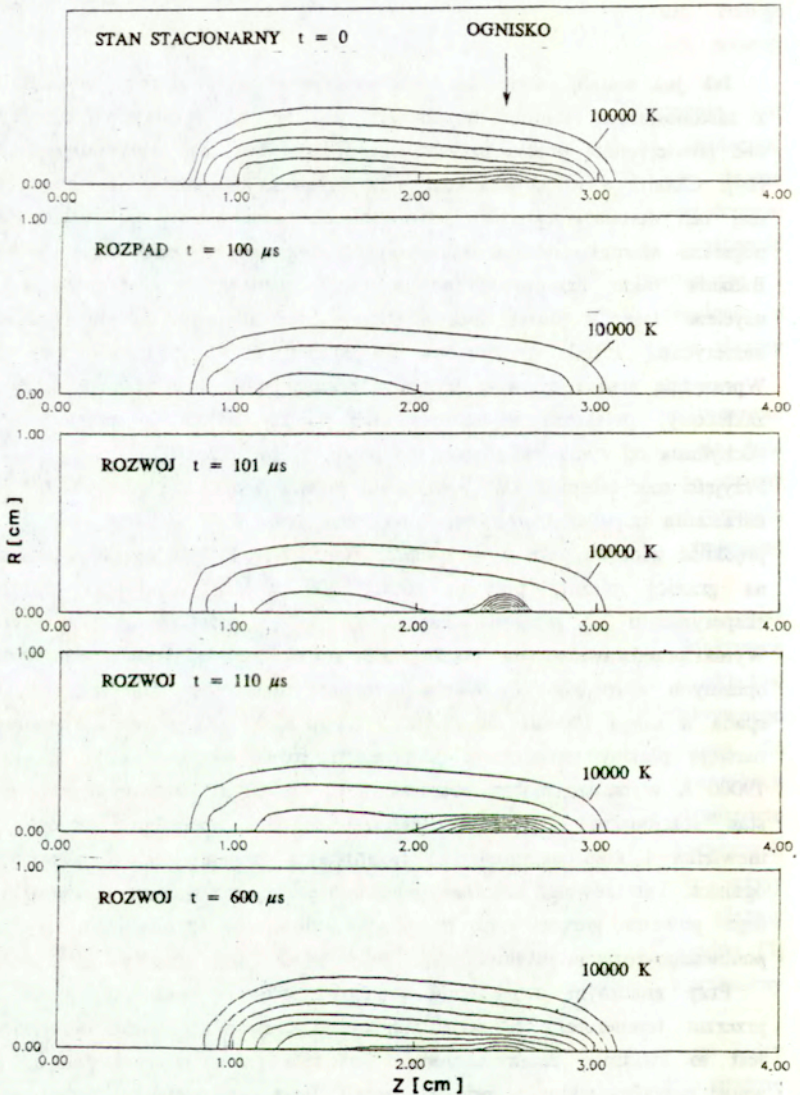
## 7. Plazma PL przy ciśnieniu atmosferycznym; zanik i ponowny rozwój.

Jak już zostało powiedziane we wstępie w laserowej obróbce materiałów z zastosowaniem laserów impulsowych celowe jest podtrzymywanie plazmy nad powierzchnią próbki przy użyciu dodatkowego lasera o mniejszej mocy [24]. Chodzi o to aby uniknąć fazy przebicia w gazie i następującej po niej fali detonacyjnej która powoduje oderwanie plazmy od powierzchni i pogarsza warunki oddziaływania wiązki laserowej z materiałem próbki. Badania takie przeprowadzane są przy ciśnieniu atmosferycznym i z użyciem laserów dużej mocy. Dlatego też opisana powyżej symulacja numeryczna została powtórzona dla argonu przy ciśnieniu 1 atm. Wprawdzie stan równowagi termodynamicznej może być przy tym ciśnieniu zakłócony, zwłaszcza w temperaturach poniżej 10000 K, niemniej jednak odchylenia od stanu równowagi nie powinny być duże [83].

Przyjęto moc lasera 2 kW, gaussowski rozkład wiązki z modem  $TEM_{01}^*$ , czas narastania impulsu 1  $\mu s$ , ogniskową zwierciadła  $f = 6.35$  cm,  $f/D = 4.2$ , prędkość wlotową gazu  $u_0 = 1$  cm/s. Temperaturę  $T_B$  na wlocie strumienia i na granicy plazmy przyjęto równą 300 K, co odpowiada warunkom eksperymentu przeprowadzanego w przestrzeni swobodnej. Wyniki, przedstawione na rys. 21, nie różnią się jakościowo od wyników opisanych w rozdziale 6. W czasie rozpadu temperatura maksymalna plazmy spada w ciągu 100  $\mu s$  od ok. 18000 K do 12000 K. W czasie ponownego rozwoju plazmy temperatura maksymalna rośnie w ciągu kilku  $\mu s$  do ok. 19000 K w bardzo małym obszarze, a po ok. 500  $\mu s$  osiągany jest ponownie stan stacjonarny. Przy wartości  $f/D = 4.2$  aberracja sferyczna jest niewielka i koło najmniejszego rozproszenia znajduje się w płaszczyźnie ogniska. Tam również natężenie wiązki laserowej ma wartość maksymalną. Z tego powodu gorące centrum plazmy nie ulega przesunięciu w czasie ponownego rozwoju plazmy.

Przy znacznym zwiększeniu prędkości wlotowej gazu ( $u_0 = 50$  cm/s) przerzut temperatury w fazie ponownego rozwoju nie jest obserwowany. Jest to związane ze zwiększeniem wartości członu konwekcyjnego, który wnosi poważny wkład w przekaz energii. Poza tym rozwój plazmy przebiega podobnie jak dla  $u_0 = 1$  cm/s. Ponieważ czas rozpadu wynosi 100  $\mu s$  przesunięcie, plazmy wskutek ruchu konwekcyjnego (w centrum plazmy prędkość osiąga 50 m/s) nie przekracza 0.5 mm.

Ponowny rozwój plazmy w warunkach wolnego spalania, tzn. bez



Rys.21. Rozkłady temperatury plazmy argonowej przy ciśnieniu atmosferycznym podczas zaniku i ponownego rozwoju. Moc lasera 2 kW,  $u_0 = 1 \text{ cm/s}$ ,  $f/D = 4.2$ . Czas narastania impulsu laserowego  $1 \mu s$ .



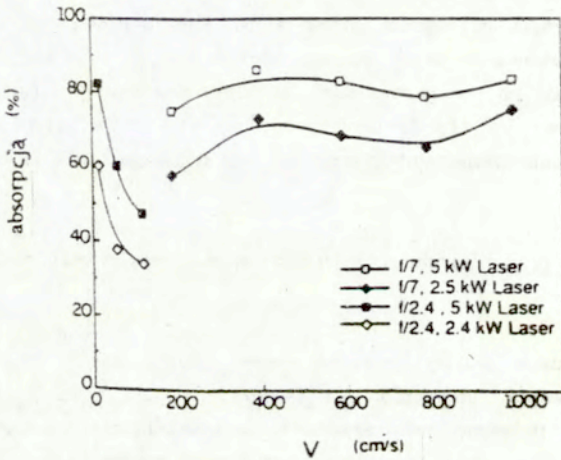
konieczności wywoływania przebiccia w gazie, jest możliwy w sytuacji gdy źródło  $\kappa I$  (por. równanie 6.2) przewyższa straty związane z emisją promieniowania, przewodnictwem cieplnym i konwekcją. W omawianym zakresie ciśnień 1-10 atm straty promieniste i straty związane z przewodnictwem cieplnym są ze sobą porównywalne [28]. Przy konwekcji naturalnej wyraz konwekcyjny jest pomijalnie mały. Przy istnieniu konwekcji wymuszonej konieczna jest analiza wszystkich wyrazów.

Podobne czynniki decydują o szybkości rozwoju plazmy. W momencie rozpalania źródło przewyższa straty i od jego wartości tj. od gęstości mocy zaabsorbowanej przez plazmę zależy szybkość wzrostu temperatury plazmy. I tak np. w rozważanych tu przypadkach przy ciśnieniu 1 atm wyraz źródłowy był ok. dziesięciokrotnie większy niż w przypadku 10 atm i czas narastania temperatury plazmy jest ok. dziesięciokrotnie krótszy.

#### 8. Plazma PL przy ciśnieniu atmosferycznym; absorpcja promieniowania.

W badaniach plazmy podtrzymywanej laserem istotną rolę odgrywa problem absorpcji promieniowania laserowego przez plazmę. W wielu przypadkach pożądaną jest uzyskanie jak największej absorpcji energii. Dotyczy to np. silników laserowych. Także w przypadku gdy promieniowanie podczerwone jest silnie odbijane od powierzchni (np. od aluminium), plazma poprzez promieniowanie własne w zakresie fioletowym zapewnia sprzężenie ciepłe między laserem a próbką. W innych sytuacjach absorpcja jest niepożądana; plazma absorbując promieniowanie lasera osłania próbkę. W większości prac poświęconych temu zagadnieniu badano zależność absorpcji od prędkości wlotowej gazu i od mocy lasera [12,13,15,23,26,84]. Wyniki pokazują, że absorpcja rośnie wraz z mocą lasera [13,15,26]. Jest to związane ze zwiększaniem się rozmiarów plazmy i dłuższą drogą wiązki laserowej w plazmie. Absorpcja rośnie również ze wzrostem ciśnienia gazu roboczego ponieważ współczynnik pochłaniania zwiększa się ze wzrostem gęstości elektronów. Zależność absorpcji od prędkości wlotowej gazu jest bardziej skomplikowana. Przykładowo, wyniki doświadczalne Chen'a i Mazumder'a [23] otrzymane dla argonu w ciśnieniu atmosferycznym, przy mocy lasera 2.4 kW i  $f/D = 2.4$  pokazują, że dla małych prędkości,  $15 \text{ cm/s} \leq u \leq 120 \text{ cm/s}$  absorpcja maleje z 60 % do ok. 33 %. Z kolei dla  $f/D = 7$  i prędkości  $2 \text{ m/s} \leq u \leq 4 \text{ m/s}$  absorpcja

rośnie z 58 % do 72 % . Przy dalszym wzroście prędkości absorpcja nieco maleje wzrastając ponownie przy prędkości 10 m/s. Podobną zależność absorpcji od prędkości zaobserwowano dla mocy lasera 5 kW, z tym, że wartości absorpcji są większe (patrz rys.22).



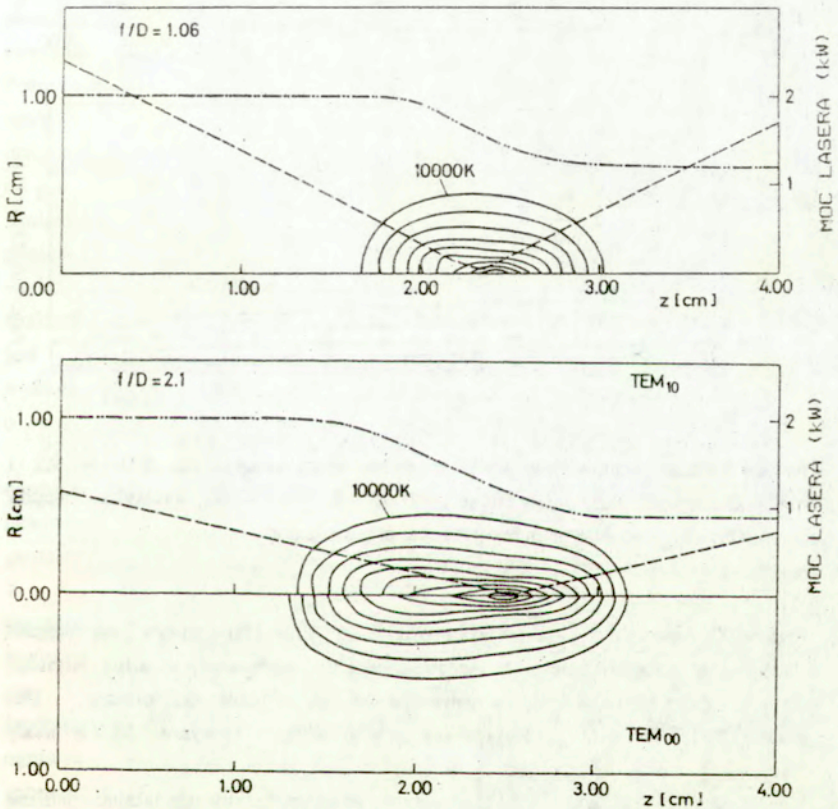
Rys.22.Zależność mocy absorbowanej przez plazmę od prędkości gazu wlotowego (wg.[23]).

W przedstawianej pracy zbadano zależność absorpcji od geometrii wiązki laserowej. Na rys.23,24 przedstawione są wyniki symulacji numerycznej dla różnych wartości  $f/D$ . Pozostałe parametry są stałe dla wszystkich przypadków; ciśnienie argonu 1 atm, moc lasera 2 kW z rozkładem intensywności  $TEM_{01}^*$ , prędkość wlotowa gazu 1 cm/s, ogniskowa zwierciadła 6.35 cm,  $T_B = 300$  K. Widać, że zarówno kształt plazmy jak i absorpcja promieniowania laserowego silnie zależą od stosunku  $f/D$ . Moc zaabsorbowana wynosi dla  $f/D = 1.06$ , 46%, dla  $f/D = 2.1$ , 55 %, dla  $f/D = 4.2$ , 71.3% i dla  $f/D = 8.4$ , 83.2% mocy lasera. Istotną rolę odgrywa tu zmiana kształtu plazmy i wydłużenie drogi wiązki laserowej w plazmie. Maksymalne temperatury w centrum plazmy zależą od

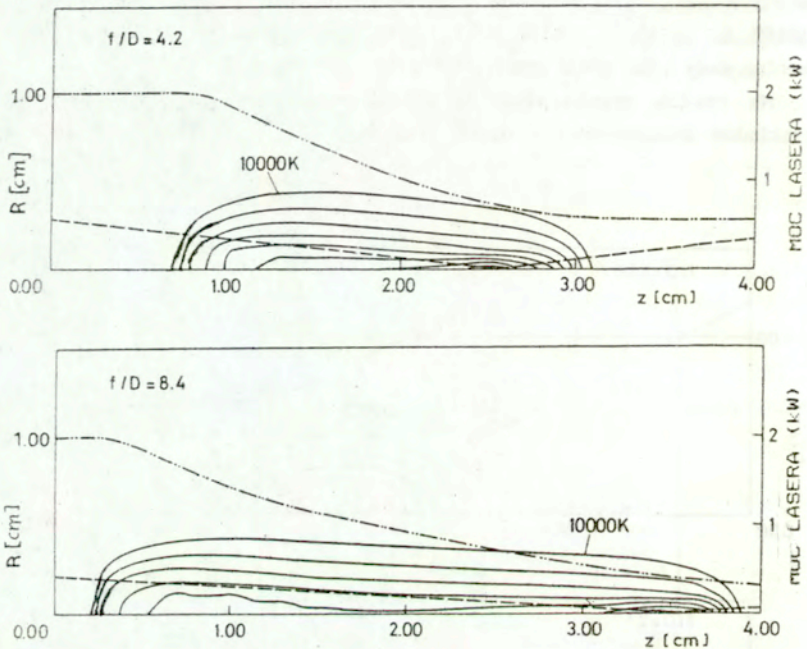


intensywności wiązki laserowej w ognisku i wynoszą odpowiednio 19343 K, 19889 K, 18383 K, 16334 K. ( Obszar o temperaturze maksymalnej jest bardzo mały i nie został przedstawiony na rysunkach ).

Na rys.23b przedstawione są profile temperatury dla dwóch różnych rozkładów intensywności w wiązce laserowej,  $TEM_{01}$  i  $TEM_{00}$ . Widać, że



Rys.23. Rozkład temperatury PPL w stanie stacjonarnym dla  $f/D = 1.06$  i  $2.1$ . Odstęp między izotermami 1000 K. - - - kaustyka wiązki laserowej, - · - - moc lasera przepuszczana przez plazmę.



Rys.24. Rozkład temperatury PPL w stanie stacjonarnym dla  $f/D = 4.2$  i  $8.4$ . Odstęp między izotermami  $1000\text{ K}$ . - - - kaustyka wiązki laserowej, - · - - moc lasera przepuszczana przez plazmę.

rozkład natężenia w wiązce laserowej ma niewielki wpływ na kształt stacjonarnej plazmy. Jest to prawdopodobnie związane z silną dyfuzją cieplną, która prowadzi do wyrównania energii w objętości plazmy. Dla modu  $TEM_{00}$  całkowita absorpcja jest trochę większa i wynosi  $56.7\%$  mocy lasera.

Obliczenia dla  $f/D = 2.1$  zostały powtórzone uwzględniając zmianę współczynnika załamania promieniowania laserowego wskutek niejednorodności plazmy. Wartość współczynnika załamania była obliczana z zależności podanej przez Cheng'a i Caspersona [85]. Wpływ zmiany współczynnika załamania na profile temperatury plazmy argonowej przy ciśnieniu atmosferycznym jest pomijalnie mały. Dla  $\lambda = 10.6\ \mu\text{m}$  współczynnik załamania w centrum plazmy wynosi  $0.99$ . Podobnie mały efekt



był obserwowany przy ciśnieniu 2.5 atm [15]. Oczywiście załamanie może odgrywać większą rolę przy wyższych ciśnieniach gdzie gęstość elektronów jest większa.

Jak już zostało podkreślone przedstawiony tu model teoretyczny dobrze opisuje plazmę podtrzymywaną laserem przy małych prędkościach strumienia wlotowego gazu, rzędu kilku cm/s, które są charakterystyczne dla konwekcji naturalnej ( w polu grawitacyjnym ) [80]. Aby sprawdzić wpływ prędkości na rozkład izoterm plazmy, a co za tym idzie na absorpcję promieniowania laserowego przez plazmę, obliczenia numeryczne wykonano również dla zerowej wartości prędkości strumienia wlotowego gazu. Porównanie stacjonarnych rozkładów temperatury PPL dla prędkości  $u = 1$  cm/s i  $u = 0$  dla  $f/D = 4.2$  wskazuje, że człon konwekcyjny odgrywa drugorzędną rolę w bilansie energetycznym. Różnice w położeniu izoterm na osi  $z$  ( $r=0$ ) nie przekraczają 0.3 mm dla  $10000 \text{ K} \leq T \leq 14000 \text{ K}$  i są zanedbywane małe dla dla większych wartości  $r$ . (Pamiętajmy ,że ponieważ  $\rho u = \text{const.}$ , a  $\rho = \rho(T)$ , największe wartości prędkości są uzyskiwane na osi  $z$ ; dla  $T = 17000 \text{ K}$ ,  $u \approx 1 \text{ m/s}$ ). Dla  $T \geq 15000 \text{ K}$  rozkład izoterm jest identyczny w całym obszarze. Dla  $u = 0$  absorpcja jest większa o 0.2 %. Dla prędkości strumienia wlotowego gazu wynoszących 5 cm/s i 10 cm/s izotermy 10000 K są przesunięte odpowiednio o  $\sim 2 \text{ mm}$  i  $\sim 5 \text{ mm}$ .

Kolejne obliczenia miały na celu ustalenie wpływu wielkości średnicy ogniska wiązki laserowej na rozkład izoterm PPL. Modelowanie wiązki laserowej po przejściu przez układ optyczny na podstawie praw optyki geometrycznej jest uzasadnione dla małych wartości  $f/D$ . Dla wartości  $f/D \geq 4$ , gdy aberracja sferyczna jest mała, optyka geometryczna nie uwzględniająca zjawiska dyfrakcji daje nierealistycznie małe wartości średnicy ogniska wiązki laserowej, mniejsze od długości fali  $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ . Dla tych przypadków średnicę ogniska przyjmowano równą wielkości średnicy krążka dyfrakcyjnego Airy. Uwzględnienie w modelu numerycznym ogniska wiązki laserowej większego niż otrzymywane z optyki geometrycznej odbywało się poprzez odpowiedni wybór wielkości komórki elementarnej siatki leżącej na osi  $z$ , tak aby jej rozmiar w kierunku radialnym odpowiadał wielkości ogniska dyfrakcyjnego. Ponieważ moc wiązek elementarnych jest sumowana w komórkach siatki, a intensywność otrzymuje się dzieląc moc przez powierzchnię komórki, procedura taka prowadzi do zmniejszenia intensywności wiązki w rozważanej komórce. Aby ustalić wpływ wielkości ogniska wiązki laserowej na rozkład temperatury

w plazmie ( a zatem na absorpcję promieniowania laserowego przez plazmę ), dla  $f/D = 4.2$  obliczenia wykonano również przyjmując, że o wymiarze ogniska decyduje wyłącznie optyka geometryczna. W tym wypadku średnica ogniska jest dziesięciokrotnie mniejsza od średnicy krążka dyfrakcyjnego. Mimo, że temperatura w centrum plazmy rośnie z 18383 K do 19478 K, rozkład izoterm ( $10000 \leq T \leq 17000$ ) przedstawiony na rys.23 pozostaje identyczny. Absorpcja promieniowania laserowego wzrasta o 0.1 %. Wzrost temperatury maksymalnej plazmy o 1100 K nie ma wpływu na wzrost absorpcji, ponieważ współczynnik pochłaniania przy ciśnieniu atmosferycznym, osiąga wartość maksymalną w  $T = 16000$  K.

Podobny efekt ma zwiększanie średnicy ogniska. Dyfrakcyjna średnica ogniska dla  $f/D = 4.2$  wynosi 0.1 mm. Zwiększenie średnicy ogniska do 0.5 mm powoduje wyłącznie zmniejszenie temperatury maksymalnej plazmy do 17150 K. Rozkład izoterm plazmy i absorpcja promieniowania laserowego pozostają bez zmian. Dalsze zwiększanie średnicy ogniska, co może mieć miejsce przy wyjątkowo złej optyce, prowadzi w końcu do przeunięcia plazmy w kierunku wiązki laserowej i do znaczącej zmiany absorpcji promieniowania [86].

Porównując wyniki teoretyczne uzyskane z pełnego modelu dwuwymiarowego z wynikami doświadczalnymi, Jeng i współautorzy [16] stwierdzili, że przy ciśnieniu 1.5 atm, mocy lasera 728 W,  $f/D = 3.8$  i prędkości wlotowej gazu 3.14 m/s, wyniki teoretyczne dają znacznie mniejszy rozmiar plazmy argonowej niż obserwowany eksperymentalnie. Efekt ten został przypisany użyciu współczynnika przewodnictwa radiacyjnego  $k_{rad}$  wg.[79], nieodpowiedniego dla małej plazmy przy niedużym ciśnieniu [16]. Stwierdzono także, że zmniejszając  $k_{rad}$  dwukrotnie otrzymuje się wyniki zgodne z eksperymentem. Ponieważ w przedstawianej pracy moc lasera przyjęto 2 kW i w związku z tym wymiary plazmy są trzykrotnie większe niż plazmy badanej przez Jenga i in., użycie  $k_{rad}$  wg.[79] jest bardziej uzasadnione. Co więcej, zarówno wymiary plazmy jak i temperatury maksymalne są w dobrej zgodności z wynikami eksperymentalnymi przeprowadzanymi w podobnych warunkach [12].

W przypadku konwekcji wymuszonej gdy prędkości wlotowe gazu mogą być rzędu kilku czy nawet kilkunastu m/s quasi-dwuwymiarowy model teoretyczny może prowadzić do dużych błędów. W takiej sytuacji wyniki zgodne z eksperymentem można uzyskać stosując pełny dwuwymiarowy model, który rozwiązuje także równanie pędu daje [16].

Rozwiązanie pełnego układu równań energii, pędu i ciągłości jest



zadaniem dość skomplikowanym. W pracy [86], zamiast rozwiązywania pełnego układu równań posłużyliśmy się pewnym założeniem dotyczącym zmiany gęstości strumienia masy wzdłuż osi z w funkcji gęstości plazmy. Założenie to zostało oparte na przykładzie rozpatrzonym w pracy [87] gdzie gaz o gęstości  $\rho_0$  płynie przez obszar o symetrii sferycznej w którym gęstość zmienia się raptownie z  $\rho_0$  do  $\rho_1$ . Zostało pokazane [87], że w takim przypadku strumień masy wzdłuż osi z wpływający do obszaru sferycznego jest zredukowany w pobliżu osi z o czynnik  $(\rho_1/\rho_0)^{1/2}$ . Wynik ten sugeruje możliwość modyfikacji modelu quasi-dwuwymiarowego.

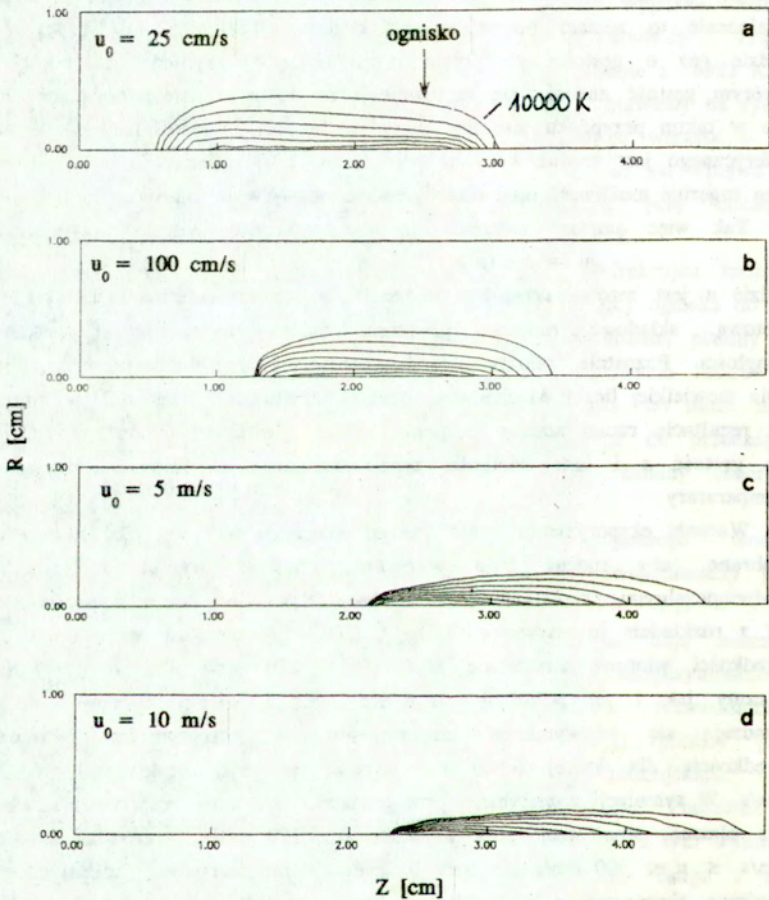
Tak więc zamiast założenia, że  $\rho u = \text{const.}$  zostało przyjęte, że

$$\rho u = \rho_0 u_0 (\rho/\rho_0)^{1/2} \quad 8.1$$

gdzie  $u$  jest zetaową składową prędkości. Mając tak zdefiniowaną składową zetaową, składową radialną prędkości można wyznaczyć z równania ciągłości. Pozostałe założenia modelu teoretycznego pozostają bez zmian. Dla niewielkiej liczby Macha w strumieniu (powiedzmy  $M \leq 0.3$ ) powstające w rezultacie ruchu zmiany ciśnienia są na tyle małe, że można przyjąć, że gęstość  $\rho$  i inne wielkości termodynamiczne są funkcjami wyłącznie temperatury.

Warunki eksperymentu numerycznego opisanego w pracy [86] zostały tak dobrane, aby można było porównać uzyskane wyniki z wynikami doświadczalnymi przedstawionymi w pracy [88]. Moc lasera wynosiła 1250 W z rozkładem intensywności  $TEM_{00}$ ,  $f/D = 8$ , średnica ogniska 0.1 cm, prędkości wlotowe strumienia 25, 80, 180 i 270 cm/s. Zarówno wymiary plazmy jak i jej położenie względem ogniska wiązki laserowej dobrze zgadzają się z wynikami eksperymentu. W eksperymencie graniczną prędkością dla której udało się uzyskać plazmę stacjonarną jest 300 cm/s. W symulacji numerycznej przy prędkości 300 cm/s przepływ zdmuchuje już plazmę, stan stacjonarny uzyskano dla 270 cm/s (przypadki dla 270 cm/s  $\leq u_0 \leq 300$  cm/s nie były badane). Biorąc pod uwagę niedokładności zarówno eksperymentu jak i obliczeń numerycznych taką zgodność wyników należy uznać za bardzo dobrą.

Na rys.25 przedstawione są rozkłady temperatury plazmy otrzymane przy przedstawionym powyżej założeniu 8.1 dla mocy lasera 1250 W ( $TEM_{00}$ ) i  $f/D = 8$ . Tym razem przyjęto średnicę ogniska wynikającą z granicy dyfrakcyjnej tj. 0.02 cm. Dla takiej średnicy ogniska można uzyskać plazmę stacjonarną przy znacznie większych prędkościach strumienia wlotowego. Obliczenia zostały wykonane dla prędkości strumienia wlotowego wynoszących 25, 100, 500 i 1000 cm/s. Jak widać z rys.25 zmiana



Rys.25(a,b,c,d). Rozkłady temperatury plazmy argonowej przy różnych prędkościach strumienia wlotowego. Moc lasera 1250 W ( $TEM_{00}$ ),  $f/D = 8$ .  
 a.  $u_0 = 25 \text{ cm/s}$ , b.  $u_0 = 100 \text{ cm/s}$ , c.  $u_0 = 5 \text{ m/s}$ , d.  $u_0 = 10 \text{ m/s}$ .



prędkości zasadniczo zmienia położenie plazmy względem ogniska wiązki laserowej. Pociąga to za sobą zmianę temperatury maksymalnej plazmy która wynosi 16218 K, 17156 K, 18221 K i 17987 K odpowiednio dla prędkości 25, 100, 500 i 1000 cm/s. Wzrost temperatury maksymalnej wraz ze wzrostem prędkości wlotowej związany jest ze zmniejszonym pochłanianiem promieniowania laserowego w plazmie między ogniskiem a laserem. Pewien spadek temperatury maksymalnej przy prędkości 10 m/s może być związany z rosnącym przenoszeniem energii przez człon konwekcyjny. Absorpcja promieniowania laserowego wynosi 64.5 %, 68 %, 61.4 % i 60 % dla kolejnych prędkości wlotowych. Wyniki te są w dobrej zgodności z dotychczasowymi wynikami doświadczalnymi (por.rys.22). Podobną zależność absorpcji od prędkości uzyskano dla  $f/D = 4.2$  i mocy lasera 2 kW. Zwiększenie prędkości od 1 cm/s (przyp.rozważany wcześniej) do 3 m/s powoduje wzrost temperatury maksymalnej od ok. 18000 K do ok. 20000 K i spadek absorpcji z 71.4 % do 65 % [84].

Jest dość jasne (por.rys 23,24), że dla małych wartości  $f/D$  zmiana prędkości wlotowej powodująca przesunięcie plazmy w kierunku przepływu powoduje zmniejszenie drogi wiązki laserowej przez plazmę a więc i absorpcji promieniowania, podczas gdy dla dużych wartości  $f/D$  prędkość wlotowa ma niewielki wpływ na wartość absorpcji.

Dodajmy na koniec, że w pracy [86] pokazano także, że założenie  $\rho u = \text{const.}$  daje wyniki odpowiadające w rzeczywistości wynikom dla prędkości wlotowej ok. 6-krotnie większej od przyjmowanej w obliczeniach. Czynniki  $\sim 6$  wynika z faktu, że strumień masy wpływający do plazmy jest w rzeczywistości zredukowany o czynnik  $(\rho_1/\rho_0)^{1/2}$  gdzie  $\rho_1$  odpowiada gęstości w temperaturze  $\sim 10000-11000$  K [86].

## 7. Podsumowanie.

Przedstawiona praca zawiera opis plazmy podtrzymywanej laserem przy wysokim ciśnieniu (10 atm) jak również przy ciśnieniu atmosferycznym. Zawarte w pracy wyniki badań spektroskopowych w połączeniu z wynikami numerycznej symulacji natężenia promieniowania wyjaśniają pewne osobliwości gęstej, chłodnej plazmy jak np.występowanie " nadmiaru " promieniowania ciągłego w obszarze podczerwonym. Pokazano wpływ linii spektralnych na natężenie promieniowania ciągłego i podano metodę uwzględniania wpływu mikropola plazmy na natężenie promieniowania

ciągłego.

Praca opisuje plazmę podtrzymywaną laserem w warunkach niestacjonarnych -rozpadu i ponownego rozwoju- i wyjaśnia zachowanie się plazmy pod wpływem padającej na nią wiązki laserowej, m.in. lokalne przegrzanie plazmy do temperatury wyższej niż w warunkach stacjonarnych i przesuwanie się gorącego centrum plazmy. Do opisu teoretycznego zastosowano quasi-dwuwymiarowy model w symetrii cylindrycznej, a przedstawione wyniki pozwalają stwierdzić, że model ten dobrze opisuje plazmę w warunkach konwekcji naturalnej. Pokazano także metodę modyfikacji modelu quasi-dwuwymiarowego pozwalającą na uzyskiwanie dobrych wyników przy dużych prędkościach wlotowych gazu roboczego.

Zbadany został także wpływ geometrii wiązki laserowej oraz rozkładu intensywności w wiązce na absorpcję promieniowania laserowego przez plazmę przy ciśnieniu atmosferycznym. Stwierdzono, że geometria wiązki (parametr  $f/D$ ) ma duży wpływ na rozkład temperatury w plazmie i absorpcję promieniowania laserowego, natomiast rozkład intensywności w wiązce jest czynnikiem drugorzędym. Rozmiar ogniska wiązki laserowej ma niewielki wpływ na rozkład izoterm i absorpcję promieniowania w przypadku stacjonarnej plazmy, przynajmniej dopóty, dopóki stosowane są standardowe elementy optyczne. Sytuacja jest oczywiście inna w przypadku plazmy impulsowej, która jest bardzo czuła na rozkład przestrzenny intensywności promieniowania laserowego w ognisku.

Wpływ prędkości wlotowej gazu roboczego na absorpcję promieniowania laserowego przez plazmę zależy od układu optycznego. W przypadku optyki o dużej wartości  $f/D$  prędkość wlotowa w niewielkim stopniu wpływa na wartość absorpcji, natomiast dla małych wartości  $f/D$  wzrost prędkości powoduje znaczne zmniejszenie absorpcji.

Dodatek.

### 1. Równanie dyskretyzacyjne.

Równanie różniczkowe które chcemy scałkować numerycznie możemy ogólnie zapisać w postaci



$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \nabla \cdot (\bar{v} \Phi - A \nabla \Phi) + S, \quad 1.1$$

gdzie  $\bar{v}$  jest wektorem prędkości, a  $S$  członem źródłowym. Taką postać równania w której człony transportu konwekcyjnego i dyfuzyjnego znajdują się wewnątrz operatora dywergencji nazywamy postacią dywergentną. Równanie 1.1 możemy scałkować po objętości  $V$  otrzymując

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_V} \Phi dV = - \int_S \bar{n} \cdot (\bar{v} \Phi - A \nabla \Phi) dS + \int_V S dV. \quad 1.2$$

Równanie 1.2 przedstawia prawo zachowania; zmiana funkcji  $\Phi$  w rozpatrywanym obszarze równa jest sumie  $\Phi$  przenoszonej przez granicę obszaru wskutek konwekcji i dyfuzji oraz wytworzonej przez źródła znajdujące się w tym obszarze.

Równanie 1.1 jest równaniem parabolicznym. Do rozwiązania go potrzebny jest warunek początkowy oraz dwa warunki graniczne na każdej współrzędnej.

Zastosowana w algorytmie numerycznym metoda "obszaru kontrolnego" przedstawiona jest szczegółowo w książce Patankara [53]. Polega ona na podzieleniu obszaru obliczeniowego na szereg niezachodzących na siebie "obszarów kontrolnych" tak, że jeden obszar kontrolny otacza każdy węzeł siatki. Równanie różniczkowe jest całkowane po każdym obszarze kontrolnym. Metoda "obszaru kontrolnego" jest całkowicie konserwatywna (tzn. konserwatywna lokalnie i globalnie) tj. całkowite prawa zachowania masy, pędu i energii są spełnione dla każdej grupy obszarów kontrolnych i, oczywiście, dla całego obszaru obliczeniowego.

Równanie energii we współrzędnych cylindrycznych możemy zapisać w postaci

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho h \right] + \frac{\partial J_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial J_r}{\partial r} - \sum \kappa_i I_i + \Phi = 0, \quad 1.3$$

gdzie  $J_z$  i  $J_r$  oznaczają gęstości strumieni dyfuzyjno-konwekcyjnych zdefiniowane następująco

$$J_z = \rho u h - \frac{k_{eff}}{c_p} \frac{\partial h}{\partial z}, \quad 1.4$$

$$J_r = \rho r v h - r \frac{k_{eff}}{c_p} \frac{\partial h}{\partial r}, \quad 1.5$$

gdzie  $u$  i  $v$  oznaczają odpowiednie składowe prędkości w kierunku  $z$  i  $r$ .  
Scałkowanie równania 1.3 po obszarze kontrolnym przedstawionym na rysunku 1 daje

$$\frac{(\rho_p h_p - \rho_p^0 h_p^0) \Delta z \Delta r}{\Delta t} + J_e - J_w + J_n - J_s = \left( \sum \kappa_i I_i - \Phi \right) \Delta z \Delta r, \quad 1.6$$

gdzie  $\Delta z = z_e - z_w$ , a  $\Delta r = \pi(r_n - r_s)(r_n + r_s)$ ,  $\Delta v = \int 2\pi r dr dz = \Delta z \Delta r$ .



Rys.1 Obszar kontrolny dla problemu dwuwymiarowego.

$J_e, J_w, J_n, J_s$  oznaczają strumienie konwekcyjno-dyfuzyjne na wejściu i na wyjściu z obszaru kontrolnego.

$$J_e = J_z|_e \cdot \pi (r_n + r_s)(r_n - r_s), \quad J_n = J_r|_n \cdot 2\pi (z_e - z_w) \quad \text{itp.}$$

$\rho_p^0, h_p^0$  oznaczają "stare" wartości gęstości i entalpii, tj. wartości na początku kroku czasowego. Ponieważ metoda jest całkowicie niejawną wszystkie inne wartości są wartościami "nowymi".

W podobny sposób całkujemy równanie ciągłości

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v r)}{\partial r} = 0, \quad 1.7$$



i otrzymujemy

$$\frac{(\rho_p - \rho_p^0) \Delta z \Delta r}{\Delta t} + F_e - F_w + F_n - F_s = 0, \quad 1.8$$

gdzie  $F_e$ ,  $F_w$ ,  $F_n$ ,  $F_s$  oznaczają strumienie masy na wejściu i wyjściu obszaru kontrolnego.  $F_e = (\rho u)_e \cdot \Delta r$ ,  $F_n = (\rho v r)_n \cdot \Delta z$  itp.

Jeżeli teraz pomnożymy równanie 1.7 przez  $h_p$  i odejmiemy je od równania 1.6 otrzymamy

$$\begin{aligned} (h_p - h_p^0) \frac{\rho_p^0 \Delta z \Delta r}{\Delta t} + (J_e - F_e h_p) - (J_w - F_w h_p) + (J_n - F_n h_p) - (J_s - F_s h_p) \\ = \left[ \sum \kappa_i I_i - \Phi \right] \Delta z \Delta r. \end{aligned} \quad 1.9$$

Powyższy zabieg ma na celu uzyskanie takiej postaci równania która zawiera tylko pochodną czasową zmiennej zależnej  $h$ .

Ostatecznie równanie dyskretyzacyjne ma postać [53]

$$a_p h_p = a_E h_E + a_w h_w + a_N h_N + a_s h_s + b, \quad 1.10$$

gdzie współczynniki  $a_E$ ,  $a_w$ ,  $a_N$ ,  $a_s$  obliczane są w sposób podany w [53], o którym będzie mowa później,

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_s + a_p^0 - S_p \Delta z \Delta r, \quad 1.11$$

$$a_p^0 = \frac{\rho_p^0 \Delta z \Delta r}{\Delta t}, \quad 1.12$$

$$b = S_c \Delta z \Delta r + a_p^0 h_p^0. \quad 1.13$$

Człon źródłowy  $\sum \kappa_i I_i - \Phi$  został tu rozbity na dwie części, dodatnią  $S_c = \sum \kappa_i I_i$  oraz ujemną  $S_p = -\Phi$ . Postępowanie takie jest szczegółowo uzasadnione w książce Patankara [53]. Chodzi o to w skrócie, że wszystkie współczynniki muszą być dodatnie. Jeżeli człon  $S_p$  będzie dodatni i duży, wtedy współczynnik  $a_p$  mógłby stać się ujemny.

## 2. Współczynniki równania dyskretyzacyjnego.

Rozważmy za Patankarem [53] najprostszy przykład interesującego nas równania różniczkowego z konwekcją i dyfuzją, tj. przypadek stacjonarny, jednowymiarowy, bez źródeł. Równanie różniczkowe energii ma wtedy postać

$$\frac{d}{dx} \left[ \rho u \Phi \right] = \frac{d}{dx} \left[ \Gamma \frac{d\Phi}{dx} \right], \quad 2.1$$

zaś równanie ciągłości

$$\rho u = \text{const.} \quad 2.2$$

Równanie 2.1 posiada dokładne rozwiązanie analityczne jeżeli  $\Gamma = \text{const.}$  Jeżeli rozwiązujemy je w obszarze  $0 \leq x \leq L$ , z warunkami granicznymi  $\Phi = \Phi_0$  dla  $x = 0$  i  $\Phi = \Phi_L$  dla  $x = L$  rozwiązanie równania 2.1 ma postać

$$\frac{\Phi - \Phi_0}{\Phi_L - \Phi_0} = \frac{\exp(Px/L) - 1}{\exp(P) - 1}, \quad 2.3$$

gdzie  $P$  jest liczbą Peclet'a,  $P = \rho u L / \Gamma$ .

Zdefiniujmy teraz gęstość strumienia konwekcyjno - dyfuzyjnego funkcji  $\Phi$

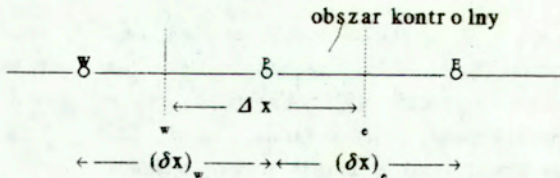
$$J = \rho u \Phi - \Gamma \frac{d\Phi}{dx} \quad 2.4$$

Równanie 2.1 możemy teraz zapisać w postaci

$$dJ/dx = 0, \quad 2.5$$

i całkując je po obszarze kontrolnym pokazanym na rys.2 otrzymujemy

$$J_e - J_w = 0. \quad 2.6$$



Rys.2. Obszar kontrolny dla problemu jednowymiarowego.

Ścisłe rozwiązanie 2.3 może być teraz użyte jako "profil"  $\Phi$  między



punktami P i E, przy czym  $\phi_P$  i  $\phi_E$  zastąpią  $\phi_0$  i  $\phi_L$ , a  $(\delta x)_0$  zastąpi L. Otrzymamy wyrażenie na  $J_c$

$$J_c = F_c \left[ \phi_P + \frac{\phi_P - \phi_E}{\exp(P_c) - 1} \right], \quad 2.7$$

gdzie

$$P_c = \frac{(\rho u)_c (\delta x)_c}{\Gamma_c} = \frac{F_c}{D_c}, \quad 2.8$$

przy czym  $F = \rho u$ ,  $D = \Gamma / \delta x$ .

Wstawiając wyrażenie 2.7 i podobne wyrażenie dla  $J_w$  do równania 2.6 otrzymujemy równanie

$$F_c \left[ \phi_P + \frac{\phi_P - \phi_E}{\exp(P_c) - 1} \right] - F_w \left[ \phi_w + \frac{\phi_w - \phi_P}{\exp(P_w) - 1} \right] = 0, \quad 2.9$$

które może być przedstawione w standartowej formie

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_w \phi_w, \quad 2.10$$

gdzie

$$a_E = \frac{F_c}{\exp(F_c/D_c) - 1}, \quad 2.11$$

$$a_w = \frac{F_w \exp(F_w/D_w)}{\exp(F_w/D_w) - 1}, \quad 2.12$$

$$a_P = a_E + a_w + (F_c - F_w). \quad 2.13$$

Zauważmy, że ponieważ (patrz równanie 2.7)

$$J_c - F_c \phi_P = \frac{F_c (\phi_P - \phi_E)}{\exp(P_c) - 1} = a_E (\phi_P - \phi_E), \quad 2.14$$

oraz, że

$$J_w - F_w \phi_P = \frac{F_w (\phi_w - \phi_P)}{\exp(P_w) - 1} + F_w (\phi_w - \phi_P) = a_w (\phi_w - \phi_P), \quad 2.15$$

przedstawione tu współczynniki  $a_E$  i  $a_W$  są właśnie współczynnikami  $a_E$  i  $a_W$  występującymi w równaniu dyskretyzacyjnym 1.10. To, że w przypadku dwuwymiarowym  $F_c$  przechodzi na  $F_c \Delta r$ , a  $J_c$  na  $J_c \Delta r$  itp. nie ma żadnego znaczenia ponieważ przyjmujemy, że strumień  $J_c$  jest stały na powierzchni  $\Delta r \times 1$ .

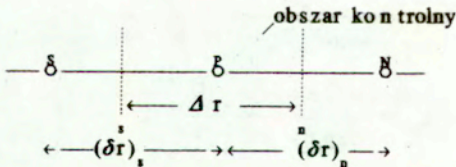
Rozważmy teraz w podobny sposób składową radialną strumienia konwekcyjno-dyfuzyjnego. Przyjmując, że  $r\rho v = \text{const.}$ , oraz, że  $\Gamma = \text{const}$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r\rho v \Phi - r\Gamma \frac{d\Phi}{dr} \right] = 0, \quad 2.16$$

można równanie 2.16 scałkować w granicach  $r_p \leq r \leq r_N$  (przypadek gdy  $r_p = 0$  jest szczególnym przypadkiem ogólnego rozwiązania), otrzymując ściśle rozwiązanie analityczne w postaci

$$\Phi = \Phi_p + \frac{\Phi_N - \Phi_p}{(r_N)^P - (r_p)^P} \left[ r^P - (r_p)^P \right], \quad 2.17$$

gdzie  $P = r\rho v / \Gamma$ .



Rys.3. Obszar kontrolny dla problemu jednowymiarowego osiowo-symetrycznego.

Całkując równanie 2.16 po obszarze kontrolnym (rys.3) otrzymujemy

$$J_n - J_i = 0. \quad 2.18$$

Jeśli użyjemy teraz rozwiązania 2.17 jako "profilu"  $\Phi$  między punktami  $n$  i  $p$  otrzymamy następujące wyrażenie na strumień  $J_n$



$$J_n = F_n \left[ \Phi_P + \frac{\Phi_P - \Phi_N}{\left(\frac{r_N}{r_P}\right) P_n - 1} \right], \quad 2.19$$

gdzie

$$F_n = (r\rho v)_n, \quad 2.20$$

$$P_n = (r\rho v)_n / \Gamma_n. \quad 2.21$$

Wprowadzając teraz ponownie liczbę Peclet'a  $P$ , (patrz równanie 2.8)

$$P_n = \frac{(\rho v)_n (\delta r)_n}{\Gamma_n} = P_n \frac{(\delta r)_n}{r_n}, \quad 2.22$$

otrzymujemy ostatecznie następujące wyrażenia na strumienie  $J_n$  i  $J_w$

$$J_n = F_n \left[ \Phi_P + \frac{\Phi_P - \Phi_N}{\left(\frac{r_N}{r_P}\right) P_n (r_n / (\delta r)_n) - 1} \right], \quad 2.23$$

$$J_s = F_s \left[ \Phi_S + \frac{\Phi_S - \Phi_P}{\left(\frac{r_P}{r_S}\right) P_s (r_s / (\delta r)_s) - 1} \right]. \quad 2.24$$

Równanie dyskretyzacyjne będzie miało identyczną postać jak równanie 2.10, a współczynniki  $a_N$  i  $a_S$  dane będą wyrażeniami

$$a_N = \frac{F_n}{\left(\frac{r_N}{r_P}\right) P_n (r_n / (\delta r)_n) - 1}, \quad 2.25$$

$$a_S = \frac{F_s}{\left(\frac{r_P}{r_S}\right) P_s (r_s / (\delta r)_s) - 1} + F_S. \quad 2.26$$

Podobnie jak w poprzednim przypadku współczynniki te są właśnie współczynnikami  $a_N$  i  $a_S$  dla równania dyskretyzacyjnego 1.10.

Jak pokazano w książce Patankar'a współczynniki  $a_E$  i  $a_W$  można przedstawić w ogólniejszej formie w postaci

$$a_E = D_c A(|P_c|) + \| -F_c, 0 \| , \quad 2.27$$

$$a_w = D_w A(|P_w|) + \| F_w, 0 \| , \quad 2.28$$

gdzie symbol  $\| \|$  oznacza większą z wartości w nim zawartych, zaś  $A$  jest funkcją zależną od liczby Peclet'a  $P$

$$A(P) = |P| / (\exp(|P|)-1) \quad 2.29$$

Zauważmy bowiem, że wyrażenie 2.11 możemy przedstawić w postaci

$$\frac{a_E}{D_c} = \frac{P_c}{\exp(P_c)-1} = A(P) , \quad 2.30$$

zaś wyrażenie 2.12 w postaci

$$\frac{a_w}{D_w} = \frac{P_w \exp(P_w)}{\exp(P_w)-1} = \frac{P_w}{\exp(P_w)-1} + P_w = B(P) . \quad 2.31$$

Zależność funkcji  $A(P)$  i  $B(P)$  od liczby Peclet'a  $P$ , ( $P = P_c = P_w$ ) przedstawiona jest w książce Patankara przy czym można pokazać, że

$$A(P) = A(|P|) + \| -P, 0 \| , \quad 2.32$$

$$B(P) = A(|P|) + \| P, 0 \| . \quad 2.33$$

Wyrażenia 2.27, 2.28 mają wygodną formę ponieważ automatycznie zapewniają poprawną postać współczynników  $a_E$  i  $a_w$  w sytuacji gdy strumień konwekcyjny zmienia kierunek.

Dodatkowo warto jest zastąpić funkcję eksponencjalną  $A(|P|)$  tzw. funkcją Patankar'a [53]

$$A(|P|) = \| 0, (1-0.1|P|)^5 \| . \quad 2.34$$

Okazuje się ponadto, że analogiczny wywód jak ten prowadzący do ogólnej postaci współczynników  $a_E$  i  $a_w$ , można przeprowadzić dla problemu osiowo-symetrycznego, a zatem dla współczynników  $a_N$  i  $a_S$ . I tak na przykład wzór 2.25 można zapisać w postaci



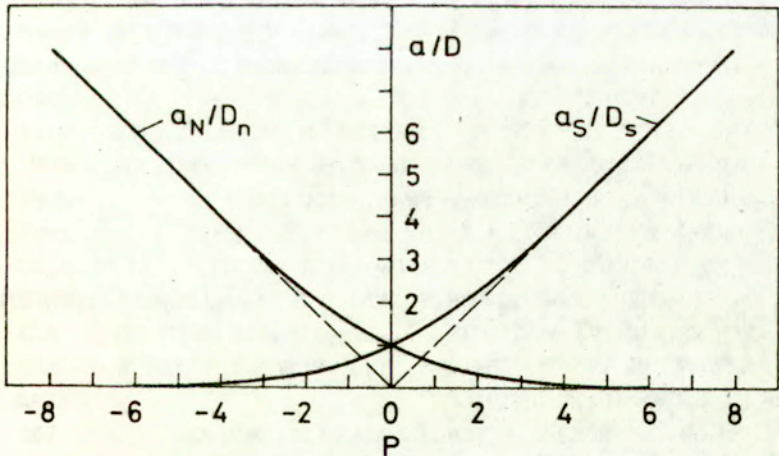
$$\frac{a_N}{D_n} = \frac{P_n}{\left[ \frac{r_N}{r_P} \right]^{P_n(r_N/\delta r_n)} - 1}, \quad 2.35$$

gdzie

$$D_n = \Gamma_n r_n / \delta r_n, \quad 2.36$$

i podobnie jak poprzednio  $P = F/D$ .

Okazuje się, że wartość  $a_N/D_n$  praktycznie nie zależy od stosunku  $r_N/r_P$  ( $r_n/\delta r_n$  zmienia się wraz ze zmianą  $r_N/r_P$ ) i jest wyłącznie funkcją liczby Peclet'a, podobnie jak  $a_E/D_e$ , przynajmniej w interesującym nas zakresie  $1.01 \leq r_N/r_P \leq 2.0$ . Co więcej okazuje się, że zależność  $a_N/D_n$  od liczby Peclet'a jest identyczna jak  $a_E/D_e$ , a więc współczynnik  $a_N$  można przedstawić wzorem 2.27, przy czym ponownie warto wyrazić  $A(|P_n|)$  funkcją Patankara 2.34. Podobnie, współczynnik  $a_s$  dany jest wzorem 2.28. Zależność  $a_N/D_n(a_E/D_e)$  i  $a_s/D_s(a_w/D_w)$  od liczby Peclet'a przedstawiona jest na rys.4.



Rys.4. Zależność współczynników  $a_N/D_n$ ,  $a_s/D_s$  od liczby Peclet'a.

Otrzymane równanie dyskretyzacyjne było rozwiązywane tzw. metodą " linia za linią. Metoda ta polega na przrzuconiu na lewą stronę równania dyskretyzacyjnego członów z indeksami  $E$  i  $w$  i traktowaniu pozostawionych po prawej stronie członów ( człon  $b$  i członów z indeksami  $n$  i  $s$  ) jako znanych. Następnie powtarzamy tę procedurę traktując tym razem jako znane członów z indeksami  $E$  i  $w$ . Metoda ta ma tę zaletę ,że za każdym razem współczynniki równania tworzą macierz trójdziagonalną którą rozwiązuje się bardzo prosto.

#### Literatura

1. GENERALOW N.A., ZIMAKOW W.P., KOZŁOW G.I., MASJUKOW W.A. and RAIZER J.P., pisma w Ż E T F 11 (1970) 228
2. RAIZER J.P., Lasjernaja iskra i rozprostranjenje razrjadów Nauka, Moskwa 1974
3. RAIZER J.P., Usp.Fiz.Nauk 23 (1980) 11
4. BARANOWSKI A., MUCHA Z., PERADZYNSKI Z., Usp.Mechaniki 1, (1978) 125
5. KOZŁOW G.I., SELJEZNIĘWA I.K., Ż.Tech.Fiz.48 (1978) 386
6. PIRRI A.N., ROOT R.G., and WU P.K.S., AIAA J.16 (1978) 1296
7. WROBLEWSKI D., CYBULSKI A. and SZYMANSKI Z., J.de Physique 40, suppl.7 (1979) C7- 733
8. CARLHOFF C., KRAMETZ E., SCHAEFER J.H., SCHILDBACH K., UHLENBUSCH J., WROBLEWSKI D., Physica 103C (1981) 439
9. MUELLER S., UHLENBUSH J., Physica 112C (1982) 259
10. GLUMB R.J., KRIER K., AIAA Journal 24 (1986) 1331
11. JENG S-M., KEEFER D.R., J.Appl.Phys.60 (1986) 2272
12. MAZUMDER J., ROCKSTROH T.J., KRIER H., J.Appl.Phys.62 (1987) 4712
13. ROCKSTROH T.J., MAZUMDER J., J.Appl.Phys.61 (1987) 917
14. HEIDECKER E., SCHAEFER J.H., UHLENBUSCH J., VIOEL W., J.Appl.Phys.64 (1988) 2291
15. WELLE R., KEEFER D., PETERS C., AIAA J.25 (1987) 1093
16. JENG S-M., KEEFER D.R., WELLE R., PETERS C.E., AIAA J.25 (1987) 1227
17. RAIZER J.P., SILANTJEW A.J., SURŻIKOW C.T., Teplófiz.wys.temp.25



(1987)454

18. MARCUS S.,LOWDER J.E.,MONEY D.L., *J.Appl.Physics* 47 (1976) 966
19. RYKALIN N.N.,UGŁOW A.A.,NIZAMJETDINOW M.M.,  
*Kwantowaja Elektronika* 5 (1978) 89
20. MAZUKIN V.I.,UGŁOW A.A.,CZETWIERUSZKIN B.N.,  
*Kwantowaja Elektronika* 10 (1983) 679
21. GLUMB R.J.,KRIER H.,*J.Spacecraft* 21 (1984) 70
22. MOLVIK G.A.,CHOI D.,MERKLE C.L., *AIAA J* 23 (1985) 1053
23. CHEN X.,MAZUMDER J.,*J.Appl.Phys.*66 (1989) 5756
24. WOLKOWA E.A.,KOWALJEW A.C.,POPOW A.M.,SJELJEZNIOW B.W.,  
*Kwantowaja elektronika* 17 (1990) 351
25. BEYER E.,BEHLER K.,PETSCHKE U.,ROSEN H.G.,HAMANN CH.,  
*Laser und Optoelektronik* 1 (1986) 35
26. KEEFER D.,WELLE R.,PETERS C.,*AIAA J.*24 (1986) 1663
27. MILLER R.,DEBROY T., *J.Appl.Phys.*68 (1990) 2045
28. DEMBINSKI M., KURZYNA J., SZYMANSKI Z., *Physica* 121 C (1983) 441
29. SZYMANSKI Z., FILIPKOWSKI S., *Proc. XIX Int. Conf. Phenom. Ioniz. Gases,*  
*Contrib. Papers* , Belgrad, 1989,494
30. DEMBINSKI M.,KURZYNA J and SZYMANSKI Z., *Proc.XV Int. Conf. Phenom.*  
*Ioniz.Gases, Minsk ZSRR* ,1981,801
31. SZYMANSKI Z., *Contrib. Plasma Phys.*29 (1989) 173
32. DRAWIN H.W., *Process in Plasmas and Gas Electronic* ,vol.1, red.  
Rompe R.,Steenbeck M.,Berlin 1975
33. DRAWIN H.W. and EMARD F. *Beiträge aus der Plasmaphysik* 13 (1973) 143
34. GRIEM H.R., *Line Broadening by Plasma*, New York: Academic Press,  
1974.
35. WIESE W.L., and MARTIN G.A., *Wavelengths and Transition*  
*Probabilities for Atoms and Atomic Ions, Part II. U.S. Government*  
*Printing Office, Washington: 1980.*
36. CONKEY J.W., and DONALDSON F.G., *Can.J.Phys.*, 15 (1973) 914.
37. DEVOTO R.S., Ph.D.Thesis. Stanford University, Stanford  
C.A ,1965
38. SEATON M.J., *Planetarny and Space Sci.*, 12 (1964) 55.
39. BATES D.R., KINGSTON A.E., and MC WRITER R.W.P., *Proc. Roy. Soc.A,*  
267 (1962) 297.
40. GLEIZES A., *Beiträge aus der Plasmaphysik* 22 (1982) 241.
41. HARRISON G.R.,LORD R.C and LOOFBOUROW J.R., *Practical*  
*Spectroscopy*, Prentice-Hall Inc.,Englewood-Cliffs 1959.

42. GRIEM H.R., *Plasma Spectroscopy*, New York: Mc Graw-Hill, 1964.
43. GRIEM H.R., *Phys.Rev.* 128 (1962)515.
44. LINDHOLM E., *Arkiv.Math.Astr.Phys.* 32A. No. 17 (1945) 1.
45. UNSÖLD A., *Physik der Sternatmosphären*, Springer, Berlin 1955.
46. HINDMARSH W.R., PETFORD A.D., and SMITH G., *Proc.Phys.Soc. A*, 297 (1967) 296.
47. OMONT A., *C.R. Hebd. Séan.Acad.Sci.*262B (1966)190.
48. LEWIS E.L., *Proc.r.phys.soc.* 92 (1967) 817.
49. AESCHIMAN D.P., and HILL R.A., *Phys.Rev.* A14 (1976) 1421.
50. ZAROWNAJEW G.W. i CHACHAJEW A.D., *Optika i Spektroskopia* 54 (1983) 582.
51. KRYŁOWA S.I., DUIZOWA Ł.A., SOLIANIKOWA W.A., i CHACHAJEW A.D., *Optika i Spektroskopia* 27 (1969) 391.
52. GOLDBACH C., NOLLES G., and PLOMDEUR P., *J.Phys.B: Atom. Molec.Phys.* 10 (1977) 1181.
53. BATENIN V.M., MINAEV P.V., *Quant.Spectrosc.Radiat.Transfer* 18 (1977)171.
54. SCHNEHAGE S.E., KOCK M., and ACHULTZ-GULDE E., *J.Phys.B: Atom.Molec.Phys.* 15 (1982) 1131.
55. BIEBERMAN L.M., NORMAN G.E., *Sov.Phys.-Usp.* 10 (1967) 52.
56. VUJNOVIC V., *J.Quant.Spectrosc.Radiat.Transfer* 10 (1970) 929.
57. SCHULTZ-GULDE E., *Z.Physik* 230 (1970) 449.
58. SCHLUETER D., *Z.Physik* 210 (1968) 80
59. BERGER J.M., *Astrophys.J.* 124 (156) 550
60. RICHTER J., w: *Plasma Diagnostics* ed. Lochte-Holtgreven, w: Norths Holland, Amsterdam 1968.
61. SZYMANSKI Z., *Prace IPPT* 34/1988.
62. WIESE W.L., SMITH M.W., and MILES B.M., *Atomic Transition Probabilities*, Vol. II, MRSDS-NBS 22, National Bureau of Standards, Washington 1969.
63. KATSONIS K.,DRAWIN H.W., *J.Quant.Spectrosc.Radiat.Transfer* 23 (1980) 1.
64. TIDWELL E.D., *J.Quant.Spectrosc.Radiat.Transfer* 12 (1971) 431.
65. LUYKEN B.F. *J.Physica* 60 (1972) 432.
66. HOOPER C.F., Jr., *Phys.Rev.* 165 (1968) 215.
67. PRESTON R.C., *J.Phys.B: Atom.Molec.Phys.* 10 (1977) 2381.
68. ZELDOVICZ Ja.B., i RAIZER Ju.P., *Fizika udarnych wołn i wysokotemperaturnych hydrodynamiczeskich jawlenji*, Moskwa 1963.



69. HOFSAESS D., *J.Quant.Spectrosc.Radiat.Transfer* 19 (1978) 339.
70. ROBERTS J.R.,VOIGT P.A.,*J.Research NBS-A* 75A (1971) 291
71. DAWYDOW A.S., *Mechanika kwantowa*, PWN, Warszawa 1967.
72. RADTKE R., GUENTHER K, and SPANKE R., *Contrib.Plasma Phys.* 26 (1986) 151.
73. TONJEC A.M., ACINGER K., and VUJANOVIC V., *J.Quant.Spectrosc. Radiat.Transfer* 12 (1972) 1305.
74. SZYMANSKI Z.,FILIPKOWSKI S.,*J.Appl.Phys.*69 (1991) 3480
75. DRELLISHAK K.S.,KNOPP C.F.,and CAMEL ALI BULENT *Phys.Fluids* 6,1280 (1963)
76. KURZYNA J., *Rozprawa doktorska, w druku*
77. WHEELER C.B., and FIELDING S.J.,*Plasma Phys* 12,551 (1970)
78. KOZŁOW G.I., KUZNIECOW V.A. and MASJUKOW A., *Sov.Phys. JETP* 39,463 (1974)
79. KOPAINSKY J.,*Z.Physik* 248,417 (1971)
80. KRAMETZ E., *Ph.D.Thesis, Duesseldorf University, Duesseldorf* 1985
81. PATANKAR S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing, Washington,DC,1980*
82. LOWKE J.J., *Proc.XV Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Invited Papers, Minsk -USSR ,247 (1981)*
83. FARMER A.J.D.,and HADDAD G.N., *Appl.Phys.Lett.*45,24 (1984)
84. SZYMANSKI Z., *Proc.XX Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Contributed Papers 3-767, Pisa,1991*
85. CHENG T.K. and CASPERSON L.W., *J.Appl.Phys.*46,1961 (1975)
86. PERADZYNSKI Z and SZYMANSKI Z., *XXI European Conf.Laser Interact. Matter, Contributed Papers, Warsaw, 1991, to be published*
87. GUSKOV K.G.,RAIZER J.P.,SURZYKOW S.T.,*Kwantowaja Elektronika* 17, 937(1990)
88. GERASIMENKO M.W.,KOZŁOW G.I.,KUZNIECOW W.A., MASJUKOW W.A., *Pisma w ZETF* 5,954 (1979)

Errata

str.	wiersz		jest	powinno być
	od góry	od dołu		
9	12,13,14		$\varepsilon_{\lambda,c}$	$I_{\lambda,c}$
23	4		$\varepsilon_{\lambda,c}$	$I_{\lambda,c}$
23	9,12,14	7	natężenia	współczynnika emisji
23		3	natężenie	współczynnik emisji
25		4,9	natężenie	współczynnik emisji
26	2		natężenie	współczynnik emisji
29	3,9	8	natężenie	współczynnik emisji
31	6,9	14	natężenia	współczynnika emisji
59		9	7	9
24	podpis pod rys.6		natężenie	współczynnik emisji
30	podpis pod rys.9		natężenia	współczynnika emisji
33	podpis pod rys.10		natężenie	współczynnik emisji
34	podpis pod rys 11		natężenie	współczynnik emisji
35	podpis pod rys 12		natężenie	współczynnik emisji