DODATEK DO

SPOSOBU PRAKTYCZNEGO

BUDOWY MURÓW OPOROWYCH

PRZEZ

KAZIMIERZA BRANDTA

(Przedstawiono na posiedzeniu Towarzystwa Nauk Scisłych w Paryżu, 7 czerwca 1877.)

W pracy naszéj zamieszczonéj w tomie IX *Pamiętnika Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu* i zatytułowanéj « Sposób praktyczny budowy murów oporowych », nie zrobiliśmy nawet wzmianki o *odpieraniu ziemi*. Usunięcie to chwilowe wszelkich spostrzeżeń, dotyczących odpierania ziemi, nie było bynajmniéj przypadkowém lecz owszém było ono zrobione dla łatwiejszego przedstawienia kwestyi budowy murów oporowych, przy obliczaniu których w licznych a nawet bardzo licznych przypadkach, inżynierowie nie zwracają bynajmniéj uwagi na wpływ jaki wywiera odpieranie ziemi na stałość murów a tém samém na rezultat pieniężny, który ztąd wynika.

W saméj rzeczy, wpływ odpierania ziemi na stałość murów oporowych, jest stosunkowo do parcia, któremu mur dany winien nieść skuteczny opór, bardzo mały, szczególniéj w budowie murów oporowych zwyczajnych, t. j. służących do podtrzymywania nasypów dróg żelaznych, lub dróg zwyczajnych; wprowadzenie zatém tego nowego elementu do rachunków, służących do wyznaczenia wymiarów poprzecznych, byłoby tylko więcej utrudnieniem niż rzeczywistą korzyścią. Są jednakże przypadki w których odpieranie ziemi odgrywa wielką rolę i tak : przy budowie murów otaczających stawy w portach morskich, lub tworzących obmurowania fortyfikacyj, dla których fundamenta są zazwyczaj bardzo głębokie, wpływ odpierania ziemi na grubość przecięcia poprzecznego, winien być wzięty pod uwagę i z całą dokładnością wprowadzony do rachunków, z których grubość przecięcia poprzecznego muru ma być bezpośrednim wynikiem.

W skutek więc uwag powyżéj podanych i dla zupełnego wyczerpania kwestyi, zdaje nam się użytecznėm i interesującém podać prawa i teoryę odpierania ziemi.

§ 1. Odpieranie ziemi. — Sposób wykreślny oznaczania odpierania ziemi i jego momentu w przypuszczeniu, że przecięcie poprzeczne gruntu jest jakiekolwiek.

Jeżeli ściana muru oporowego dotykająca ziemi znajduje się pod wpływem pewnéj siły usiłującéj odepchnąć ziemię przed nią się znajdującą, graniastosłup wprowadzony w ruch w skutek tego działania, przybiera nazwisko graniastosłupa *najmniejszego oporu*, sam zaś rzeczywisty opór, który ten graniastosłup przedstawia zwać się winien *odpieraniem* (butée). Widzimy więc, że odpieranie jest *najmniejszością* siły działającéj, wtedy gdy parcie wzięte w tych samych warunkach jest *największością* podobnéj siły.

To krótkie określenie odpierania jest zupełnie wystarczającém do wyrobienia sobie dokładnego pojęcia, co należy rozumieć pod *odpieraniem ziemi;* zajmiemy się natychmiast podaniem sposobów oznaczenia jego wartości i momentu, które, jużto jedno, jużto drugie, powinny być dodane albo do wartości sił przedstawiających opór i złożonych, jak wiemy, z ciężaru muru oporowego; lub téż do momentów tychże sił oporowych, dla odjęcia nareszcie tak utworzonéj summy od summy sił działających w kierunku przeciwnym pierwszym, t. j. od summy sił przedstawiających rzeczywiste parcie złożone z ciężaru stałego i ciężarów przypadkowych. Tego rodzaju przypadki zdarzają się przy obliczaniu murów fortyfikacyj i wówczas chcąc z dokładnością obliczyć wymiary poprzeczne muru należy dodać do ciężaru samego muru, *odpieranie ziemi* wywarte przeciwko fundamentom i powstałe z nasypu, który tworzy rów otaczający. Dla oznaczenia całkowitego oporu przeciwko parciu nasypu na mur oporowy, zwrócimy tu natychmiast uwagę że parcie liczy się od wierzchołka muru do dolnéj części fundamentów. Działanie podobnego rodzaju ma także miejsce w mostach kamiennych w których parcie sklepienia wywiera się na filary lub przyczułki głęboko zanurzone w ziemię; odpieranie w tym ostatnim przypadku może wywrzeć wielki wpływ na wymiary poprzeczne filarów lub przyczułków sprzeciwiając się ich przewróceniu na około jednéj z krawędzi podstawy.

W każdym razie powiedzieć możemy, że jeżeli grubość muru oporowego została wyznaczoną w ten sposób, że stałość jego pod wpływem parcia jest zabezpieczoną ponad poziomem gruntu, wówczas zwracając uwagę, że odpieranie ziemi wzrasta daleko prędzéj, niż parcie ze strony przeciwnéj, głębokość fundamentów może być tak obliczoną, że równowaga będzie miała zawsze miejsce na podstawie dolnéj, nie zmieniając wcale wewnątrz ziemi, wymiarów przecięcia poprzecznego poprzednio przyjętego.

Działanie prawdziwie skuteczne odpierania ziemi ma miejsce tylko wtenczas, gdy grunt jest nieściśliwym, w przeciwnym bowiem razie, t. j. gdy nasyp jest świeżo zrobionym, opór który ten nasyp przedstawia w pierwszéj chwili jest równy parciu, a zatem ściana muru oporowego, nie napotykając silnéj przeszkody, może się posunąć naprzód, ściskając cząsteczki ziemi jedne do drugich; podczas takiego ruchu, opór pierwotny zwiększać się będzie ciągle aż do chwili, w któréj wyrówna rzeczywistéj wartości odpierania, lub wartości bardzo do niego zbliżonéj, lecz ściana muru przyjmie już wówczas położenie cokolwiek różne od pierwotnego odsuwając się nieco, a ta okoliczność powinna być w praktyce jak najostrożniéj przestrzeganą.

Odpieranie ziemi, jak to widzimy z tego co poprzedza, jest dopiero w pełném działaniu wtenczas, gdy nasyp jest zupełnie nieściśliwy i silnie zbity, otóż dla dokładnego ocenienia wpływu odpierania zajmować się będziemy, w tém co następuje, ziemią nieściśliwą i oznaczymy wartość odpierania w sposób następujący :

Niech będzie *bhief* przecięcie poprzeczne graniastosłupa opartego o mur, którego ściana wewnętrzna przedłużona, jeżeli to jest niezbędném, aż do przecięcia poprzecznego gruntu jest *bh*. Weźmy jakikolwiek punkt *a* na ścianie *ah* i szukajmy dla tego punktu lub dla wysokości ściany *ah* graniastosłupa najmniejszego odpierania.

Tutaj jak w części pierwszéj (*Pamiętnik*, tom IX, art. 7, str. 10) przy wyznaczeniu parcia, zachowamy toż samo znakowanie.

Przypuśćmy, że *ax* jest właśnie linią odgraniczającą graniastosłup najmniejszego odpierania od reszty nasypu; siły które winny zostawać w równowadze, są jak poprzednio we wskazaném powyżéj miejscu, następujące :

Q Ciężar graniastosłupa szukanego i

$$\frac{N}{\mathrm{dos}\,\varphi'} = R \text{ i } \frac{N'}{\mathrm{dos}\,\varphi} = R'.$$

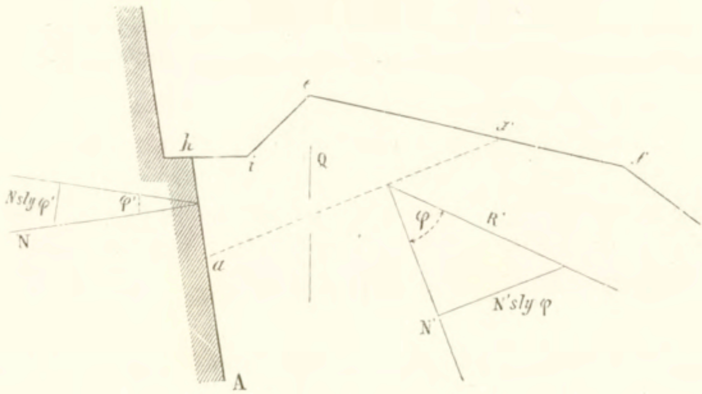

Fig. 19.

Dwie ostatnie siły, jak poprzednio, tworzą z normalnemi N i N' do ściany *ah* i do linii *ax*, lecz ze strony przeciwnéj jak poprzednia to jest po nad normalnemi, kąty φ' i φ: różnica położenia tych kątów, powstaje w skutek wprost przeciwnego działania tarcia, które w téj chwili stawi opór podniesieniu się graniastosłupa najmniejszego odpierania kiedy tymczasem poprzednio wzbraniało ono graniastosłupowi największego parcia ześlizgnąć się z góry na dół.

W ten sam sposób jak w części pierwszéj, jesteśmy w stanie nakreślić trójkąt *abc*, którego boki są odpowiednio prostopadłe do sił Q, R i R', który to trójkąt te siły powinny utrzymać w równowadze. Warunki równowagi trójkąta *abc* zostały podane już w pierwszéj części i zostają one téż same, dodać tylko należy, że żeby nie było siły działającéj z wewnątrz trójkąta na zewnątrz, trzeba, żeby linia odgraniczająca graniastosłup najmniejszego odpierania leżała zawsze pod linią naturalnego spadku t. j., żeby kąt utworzony ze ścianą muru o którą się ziemia opiera, był większy od kąta $\varphi + \varphi'$.

Ponieważ wiemy już, że boki trójkąta *abc* powinny być proporcyonalne siłom, możemy więc ułożyć proporcyę następującą :

$$R : Q = ab : bc$$

a zatém

$$R = Q\frac{ab}{bc}, \tag{1}$$

Znając wartość siły R z łatwością znajdziemy wartość rzeczywistego odpierania, dostateczném bowiem będzie wyznaczyć wartość najmniejszą ułamku $\frac{ab}{bc}$, t. j. znaleźć jego minimum.

Dla znalezienia szukanego minimum poprowadźmy z punktu a (fig. 20) na ścianę ef, na któréj rozerwanie ma mieć miejsce, prostopadłę ak i weźmy nadto na ścianie ef punkt l taki, aby trójkąt alx w ten sposób utworzony był równoważnym wielobokowi $ahiex$. Powierzchnia tego wieloboku a zatém ciężar graniastosłupa odpierania czyli Q, da się z całą dokładnością oznaczyć i będzie.

$$Q = \frac{1}{2}p \times ak \times lx. \tag{2}$$

gdzie p oznacza ciężar metra sześciennego ziemi.

Postarajmy się obecnie, jak to już robiliśmy przy oznaczaniu parcia, zastąpić ilości $\frac{ab}{bc}$ innemi, które się zmieniają wraz z położeniem punktu x; w tym celu obróćmy trójkąt abc na około punktu a w ten sposób, żeby bok ac przypadł na linii ax; podczas tego ruchu boki trójkąta abc opiszą kąt równy kątowi φ i bok ab utworzy w ten sposób ze ścianą muru oporowego kąt równy kątowi $\varphi + \varphi'$ i przypadnie na linii ao. Przez punkt x poprowadźmy równoległę xx' do tak obróconego boku trójkąta bc lub do prostéj aF, tworzącéj z poziomem, od strony muru oporowego, kąt równy kątowi φ t. j., kątowi spadku naturalnego; stosunek $\frac{ab}{bc}$ będzie mógł być zastąpionym przez $\frac{ax'}{xx'}$, z tego więc powodu równanie (1) da się napisać w następującym kształcie.

$$R = Q\frac{ax'}{xx'}. \tag{3}$$

albo jeszcze, podstawiając za Q jego wartość podaną w równaniu (2),

$$R = \frac{1}{2}p \times ak \times \frac{lx}{xx'}ax'. \tag{4}$$

Postarajmy się obecnie wyrazić ilość $\frac{lx}{xx'}$ w funkcyi boków trójkąta aFo, który się nie zmienia. Poprowadźmy w tym celu linię ly do przecięcia się jéj z prostą ao przedłużoną i uważmy cztery trójkąty mające wierzchołek wspólny w punkcie o, a podstawy odpowiednio równoległe; trójkąty oly i oax będąc podobnemi, boki ich są proporcyonalne; trójkąty aFo i oxx' będąc także podobnemi, mają boki proporcyonalne; z tych więc czterech trójkątów, zważając że

$$lx = lo + ox,$$

$$ay = ao + oy$$

możemy ułożyć następujące proporcye :

$$lo : ox = oy : ao$$

a zatém

$$lo+ox:ox=oy+ao:ao,$$

czyli

$$lx:ox=ay:ao,$$

zkąd

(5) $$lx=\frac{ay\times ox}{ao}.$$

Nadto mamy :

$$xx':a\mathrm{F}=ox:o\mathrm{F}$$

(6) $$xx'=\frac{a\mathrm{F}\times ox}{o\mathrm{F}}.$$

Dzieląc równanie (5) przez równanie (6) odpowiedniemi stronami mamy :

(7) $$\frac{lx}{xx'}=\frac{o\mathrm{F}}{ao\times a\mathrm{F}}.ay.$$

Podstawiając tak znalezioną wartość w równaniu (4) otrzymamy

(8) $$\mathrm{R}=\frac{1}{2}p\times\frac{ak\times o\mathrm{F}}{ao\times a\mathrm{F}}ax'\times ay,$$

lecz $ak\times o\mathrm{F}$ przedstawia dwa razy wziętą powierzchnię trójkąta $ao\mathrm{F}$ t. j., powierzchnię czworokąta którego bokami są proste $a\mathrm{F}$ i ao, otóż powierzchnia ta da się jeszcze wyrazić przez $ao\times a\mathrm{F}$ wst $oa\mathrm{F}$, zatém wyrażenie (8) możemy przedstawić pod postacią następującą :

(9) $$\mathrm{R}=\frac{1}{2}p\times ax'\times ay\times \mathrm{wst}\,oa\mathrm{F}.$$

Zobaczmy czemu się równa wstaoF?

$$\mathrm{wst}\,oa\mathrm{F}=\mathrm{wst}(\varphi+\varphi'\pm\nu+90^\circ-\varphi)=\mathrm{wst}(90^\circ+\varphi'\pm\nu)=\mathrm{dos}(\varphi'\pm\nu),$$

i jest ilością stałą ; znak więcéj lub mniéj przed ilością ν oznacza, że ściana ah muru oporowego jest nachyloną ku nasypowi lub ku stronie samego muru.

Podstawiając więc ostatecznie wartość na wst oaF w równaniu (9) otrzymamy

(10) $$\mathrm{R}=\frac{1}{2}p\ \mathrm{dos}(\varphi'\pm\nu)ax'.ay.$$

Oto jest ogólna wartość odpierania ziemi, idzie więc tylko o znalezienie jéj wartości największéj, czyli inaczéj mówiąc o znalezienie wartości najmniejszéj iloczynu $ax'.ay$.

Wyraźmy wielkości ax' i ay w funkcyi ao, która jest ilością stałą, otrzymamy

(11) $$ax'.ay.=(ao+ox')(ao+oy)=\overline{a}^2+ao(ox'+oy)+ox'.oy,$$

Z tego ostatniego wyrażenia widzimy, że iloczyn $ox'\times oy$ jest ilością stałą. W saméj rzeczy, nakreślmy ll' równolegle do aF lub do xx' aż do przecięcia się téj prostéj z prostą ao;

trójkąty podobne oxx' i oll'; oly i oxa dają:

$$ol' : ox' = ol : ox$$

$$oy : oa = ol : ox$$

a zatém

$$ol' : ox' = oy : oa,$$

czyli

$$ox \times oy = ol' \times oa,$$

a że druga strona téj równości jest ilością stałą, przeto $ox' \times oy$ musi być także ilością stałą.

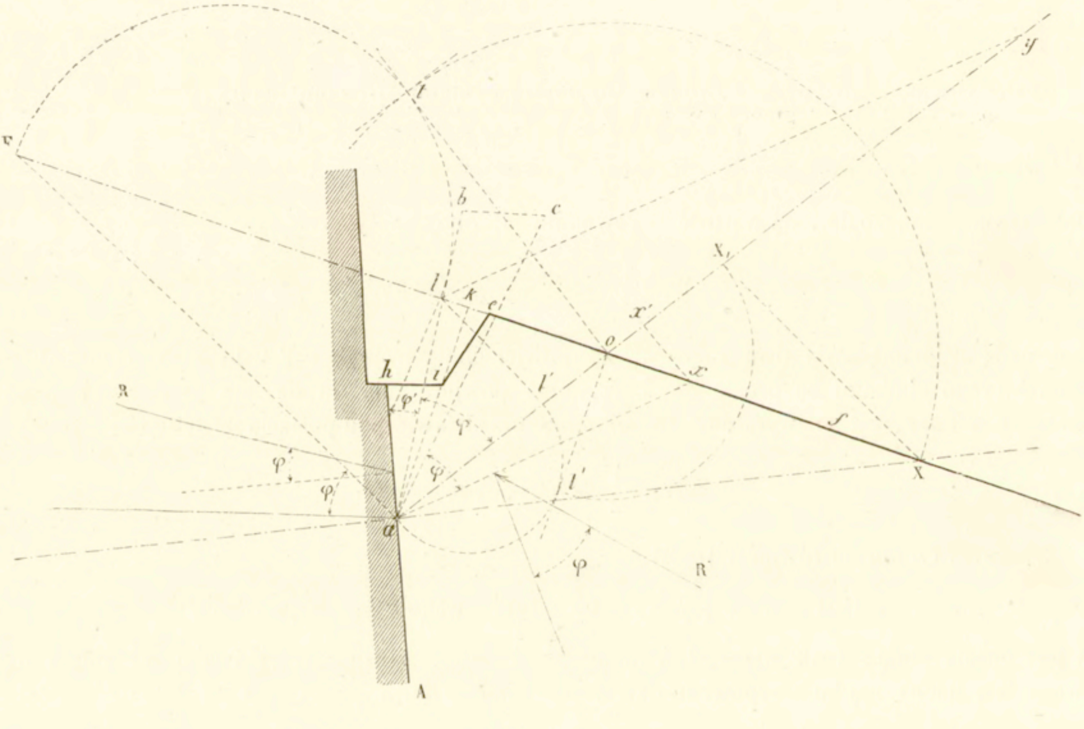

Fig. 20.

Zostaje więc obecnie znaleźć wartość najmniejszą summy $ox' + oy$, otóż żeby ta summa była najmniejszą trzeba żeby $ox' = oy$, a zatém ax' winno być równe ay.

Z drugiéj strony widzimy, że jeżeli na długości al' zakreślimy pół okręgu koła i z punktu o poprowadzimy do niego styczną ot' mamy

$$ot'^2 = ol' \times oa = \overline{oX_1}^2$$

a zatém

$$ot' = oX_1 \quad \text{i} \quad aX_1 = ao + oX_1 = ao + ot',$$

Widzimy więc, że żeby znaleźć wartość $ax' = ay$, która daje najmniejszość dla R, dostatecznóm jest odrzucić wielkość ot' na przedłużenie prostéj ao do punktu X_1, a w ten sposób wielkość aX_1 będzie właśnie wielkością szukaną.

Znając w ten sposób wartość ilości zmiennéj, która mnoży wyrażenie *odpierania ziemi*, z całą łatwością znajdziemy położenie płasczyzny odgraniczającéj graniastosłup najmniejszego oporu, dosyć bowiem będzie, pomnąc że xx' jest zawsze równoległe do spadku naturalnego aF, poprowadzić prostę X_1X równolegle do aF aż do przecięcia się jéj ze ścianą profilu ef, a łącząc tak otrzymany punkt X z punktem a linia aX będzie właśnie śladem płasczyzny szukanéj.

Jeżeli więc oznaczymy przez B ostateczną wartość dla R, otrzymaną jak wskazano powyżéj, otrzymamy dla wartości odpierania równanie następujące :

$$(12) \qquad B = \frac{1}{2} p \operatorname{dos}(\varphi' \pm \nu) \overline{aX_1}^2.$$

Punkt X, który otrzymaliśmy za pomocą powyższego rozumowania moglibyśmy otrzymać wprost w sposób następujący :

Zakreślmy na prostéj lF pół okręgu koła i z punktu o poprowadźmy doń styczną ot, odrzucając punkt t w ten sposób znaleziony na bok ef w stronę przeciwną punktowi F, punkt przecięcia się łuku zakreślonego z punktu o promieniem ot z bokiem profilu gruntu ef będzie właśnie punkt X szukany. Dowodzenie sposobu skróconego, który tu podajemy, będąc zupełnie podobnóm do już podanego przez nas mówiąc o *parciu*, zdaje nam się tutaj zbytecznóm.

Cała teorya podana powyżéj da się streścić w sposób następujący :

Wartość odpierania odpowiadająca jakiemukolwiek punktowi a obranemu na wysokości ściany muru oporowego, o którą ziemia sprawiająca odpieranie jest oparta, otrzymuje się kreśląc z punktu a prostę F*a tworzącą od strony muru z poziomem kąt równy kątowi spadku naturalnego ziemi i prostę ao tworzącą ze ścianą muru kąt równy kątowi* $\varphi + \varphi'$ *od strony ziemi i przedłużając ją do przecięcia się z bokiem nasypu, na którym oderwanie ma miejsce. Następnie, z punktu l oznaczonego w ten sposób, żeby trójkąt utworzony lax był równoważny* Q, *prowadząc prostę ll' równoległą do* aF *i odrzucając na oa do punktu x, w stronę przeciwną punktowi a, styczną ot' poprowadzoną z punktu o do pół okręgu koła zakreślonego na długości al': kwadrat z wielkości ax, otrzymany w ten sposób będzie właśnie proporcyonalny szukanemu odpieraniu, którego wartość jak to już znaleźliśmy powyżéj równa się.*

$$B = \frac{1}{2} p \operatorname{dos}(\varphi' \pm \nu) \overline{aX_1}^2.$$

W powyższém wyrażeniu

φ' oznacza kąt tarcia nasypu z murem

ν « ściany muru oporowego z pionem.

Uwaga. — Dowodzenie podane powyżéj dla oznaczenia odpierania jest identyczne z dowodzeniem parcia, które podaliśmy w pierwszéj części niniejszéj pracy, zachodzi tylko ta różnica pomiędzy niemi, że przy obliczaniu parcia kąty φ i $\varphi' + \varphi$ były liczone względnie do ziemi działającéj na ścianę muru w położeniu wprost przeciwném temu, które napotykamy tutuj i że długość stycznéj ot' winna być dodaną do ao w razie odpierania, wówczas kiedy ta długość w parciu jest od ao odjętą. Widzimy więc, że dla téjże saméj wysokości muru, parcie zawsze będzie mniejsze od odpierania i że przy wzroście wysokości ściany muru, odpieranie wzrasta daleko prędzéj jak parcie. Konkluzyi do któréj doszliśmy, można się było spodziewać naprzód, albowiem przy oznaczeniu parcia tarcie dodaje się do ciężaru graniastosłupa największego parcia wtenczas gdy przy odpieraniu odejmuje się ono.

Sposób analityczny oznaczania *odpierania*, jest zupełnie taki sam, jak sposób analityczny oznaczania parcia a zatém z tychże samych powodów co poprzednio zdaje nam się niezbędném pominąć go w zupełności.

Znamy obecnie wartość odpierania na jakąkolwiek ścianę muru, postaramy się więc w téj chwili oznaczyć jego moment względem pewnego oznaczonego punktu, t. j. względem śladu zewnętrznéj krawędzi dolnéj podstawy samego muru, czyli punktu względem którego oznaczyliśmy moment parcia.

Sposób oznaczenia momentu odpierania jest zupełnie taki sam jak sposób oznaczania momentu parcia podany w 1éj części, nie widzimy więc potrzeby podawania go tutaj po raz drugi i ograniczamy się jedynie na zwróceniu uwagi inżynierów na ten wypadek, że jeżeli życzymy otrzymać wartość momentu odpierania w metrach sześciennych mularki, należy wartość odpierania B podzielić przez wagę metra sześciennego mularki, który oznaczyliśmy powyżéj przez p'. Dodamy nadto, że ciężar ziemi p, tworzącéj rów przed murem jest prawie zawsze różny od ciężaru nasypu, tworzącego parcie i zawsze większy od tego ostatniego.

Przypadki szczególne. — Przypadki szczególne przy obliczaniu odpierania są prawie zupełnie podobne do tych, które rozebraliśmy już mówiąc o parciu, str. 16 i następne części 1éj naszéj pracy, zamieszczonéj w tomie IXym *Pamiętnika*. Dla lepszego jednakże obznajmienia się z różnicą, która zachodzi pomiędzy parciem i odpieraniem, rozbierzemy tu dwa następujące przypadki.

1° *Ziemia zamknięta płaszczyznami, których nachylenie jest mniejsze od spadku naturalnego* (fig. 21). — Uważmy jakikolwiek nasyp *ahe* zamknięty płaszczyzną *he*, któréj nachylenie jest mniejsze od

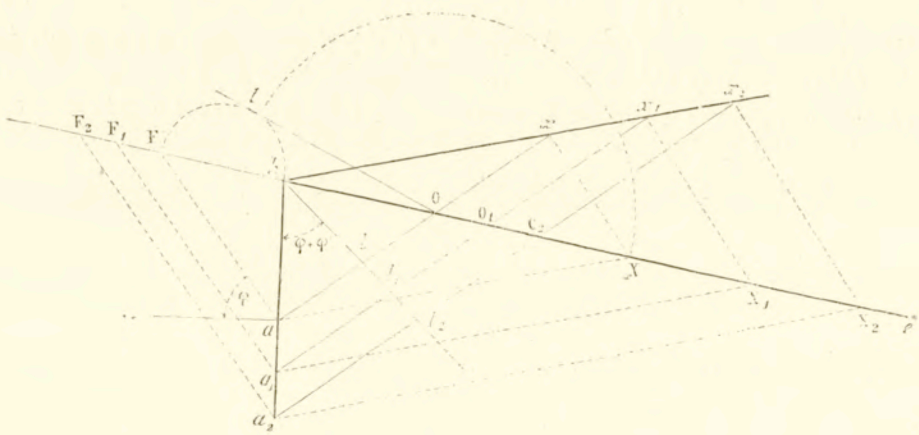

Fig. 21.

spadku naturalnego i podparty ścianą muru *ah* stałą i pionową, przedłużoną w razie potrzeby, aż do płaszczyzny górnéj nasypu, postarajmy się oznaczyć wartość *odpierania*, wywartego na mur i wartość momentu tego *odpierania*.

W przypadku, którym się w téj chwili zajmujemy, punkt *k* (fig. 20) zlewa się zawsze z wierzchołkiem muru h, a zatém dla wszelkich punktów a, obranych na ścianie ah pozostanie on zawsze niezmiennym. Znając niezmienne położenie punktu h dla wszelkich wysokości muru, z łatwością możemy znaleźć wartość odpierania odpowiednią uważanéj wysokości, kreśląc z punktu a proste ao i aF w sposób wskazany już dla przypadku ogólnego; zakreślając na długości Fh półokręgu koła i z punktu o prowadząc do niego styczną ot, która odrzucona na prostę he wyznaczy nam punkt X przez który winna przechodzić płasczyzna oderwania aX. Znając graniastosłup ahX, znajdziemy długość ax, któréj kwadrat jest proporcyonalny *odpieraniu*, kreśląc z punktu X prostę równoległą do aF aż do przecięcia się jéj z prostą ao przedłużoną. Długość ax będzie właśnie ilością szukaną i wzór dający wartość *odpierania*, da się napisać w kształcie następującym :

$$B = \frac{1}{2}\, p \text{ wst } Fao \times \overline{ax}^2.$$

Wartość *momentu odpierania* znajdziemy jeszcze łatwiéj, jak wartość odpierania, albowiem w przypadku którym się zajmujemy, krzywa na któréj leżą wszystkie punkta x, x_1, x_2, etc. sprowadza się do linii prostéj przechodzącéj przez punkt h.

W saméj rzeczy, uważmy np. dwa punkta x_1 i x_2 odpowiadające punktom a_1 i a_2 ściany muru ah; proste a_1o_1 i a_2o_2 będąc równoległe i punkta l_1, l_2, zostając na jednéj prostéj hl, mamy proporcyę

$$o_1l_1 : a_1o_1 = o_2l_2 : a_2o_2;$$

mnożąc pierwszą stronę téj proporcyi przez a_1o_1, a drugą przez o_2a_2 otrzymamy :

$$o_1l_1 \times a_1o_1 : \overline{a_1o_1}^2 = o_2l_2 \times a_2o_2 : \overline{a_2o_2}^2.$$

Wiemy zkądinnąd że

$$\overline{o_1x_1}^2 = o_1l_1 \times o_1a_1; \quad \overline{o_2x_2}^2 = o_2l_2 \times o_2a_2$$

a zatém

$$o_1x_1 : a_1o_1 = o_2x_2 : o_2a_2.$$

Czyli, że punkta x_1, x_2 ... etc, leżą na jednéj linii prostéj przechodzącéj przez punkt h i że długości a_1x_1, a_2x_2... etc. są proporcyonalne do wysokości uważanéj ściany muru a_1h, a_2h etc. a zatém że *odpierania* wzrastają proporcyonalnie do kwadratów z wysokości a_1h, a_2h, ściany na którą działają i że punkt pzzyczepienia wypadkowéj na ścianie znajduje się w jednéj trzeciéj téj wysokości licząc od podstawy, t. j. od punktu dolnego a. Znając obecnie wszelkie warunki, którym odpieranie winno czynić zadość, łatwo znajdziemy długość drążka odpowiednią a tém samém i moment względem jakiegokolwiek punktu na około którego ruch obrotowy może mieć miejsce, albowiem znamy już zkądinnąd kierunek siły odpierania B odpowiednio do ściany na którą działanie to ma miejsce.

Z trójkątów podobnych, wyprowadzimy łatwo ten wniosek, że linie oderwania odpowiadające punktom a, a_1, a_2, leżącym na ścianie muru są wszystkie sobie podobne.

2° *Ziemia zamknięta płasczyzną poziomą w przypuszczeniu kąta* $\varphi' = 0$, *t. j. że tarcie ziemi o mur nie istnieje zupełnie* (fig. 22).

Ściana muru oporowego będąc jakąkolwiek, a płasczyzna górna nasypu lub ziemi poziomą, jeżeli nadto tarcie ziemi o mur nie istnieje, kąty aFo, hao i $F'aL$ są sobie równe i równe kątowi spadku naturalnego ziemi z poziomem.

Uważmy dwa trójkąty oah i oaF te dwa trójkąty są podobne, albowiem mają kąt Foa wspólny kąt aFo równy kątowi hao, mamy więc proporcyę następującą :

$$ao : oF = oh : oa$$

zkąd

$$ao = \sqrt{oF \times oh}.$$

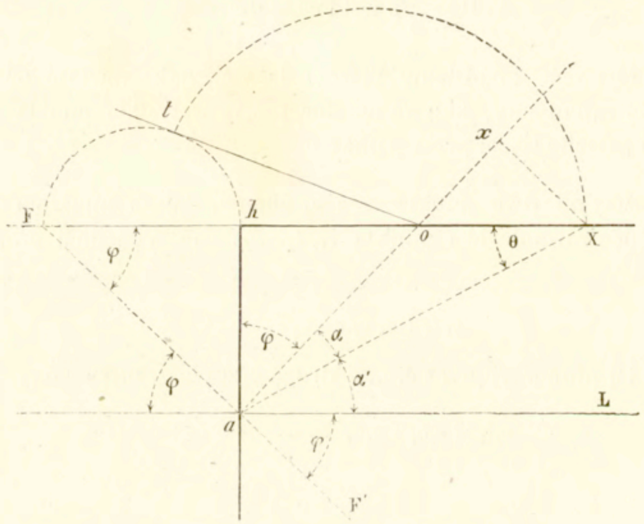

Fig. 22.

Jeżeli na długości Fh zakreślimy półokręgu koła i z punktu o poprowadzimy do niego styczną ot, otrzymamy

$$ot = \sqrt{oF \times oh} = oX$$

jak to wiemy z poprzednio podanych wzorów w sposobie ogólnym.

Porównywając z sobą dwa ostatnie wzory widzimy że ostatecznie.

$$oX = ao,$$

to jest, że punkt X płaszczyzny oderwania otrzymuje się w przypadku, który w téj chwili roztrząsamy, odrzucając na bok ho długość oa; a kreśląc z punktu X równoległę do aF, aż do przecięcia się jéj z przedłużeniem prostéj ao w punkcie x, otrzymamy właśnie wielkość ax, któréj kwadrat jest proporcyonalny *odpieraniu*.

Widzimy nadto, że płaszczyzna oderwania dzieli kąt zawarty pomiędzy ścianą muru i poziomą aL na dwie równe części :

W saméj rzeczy, oznaczmy przez α i α' kąty oaX i XaL i przez θ kąt aXO. W trójkącie równoramiennym *ao*X mamy

$$\text{kąt}\ \theta = \alpha$$

a zatém

$$\alpha = \alpha' \quad \text{i} \quad \alpha + \varphi = \alpha' + \varphi.$$

Co należało okazać.

Uwaga. — Wszystko cośmy powiedzieli o rozkładzie parcia na całéj wysokości muru oporowego i o sposobie oznaczenia jego momentu, stosuje się w zupełności do *odpierania*, powtarzanie więc tutaj rozumowań zamieszczonych w części pierwszéj, t. IX, art. VII, str. 21, zdaje się nam zupełnie zbyteczném i odsyłamy czytelnika do wskazanego źródła.

Ciężary przypadkowe. — Wszystko cośmy powiedzieli o ciężarach przypadkowych, mówiąc o sposobie obliczania *parcia*, może być w zupełności powtórzoném tutaj. Teorye podane w tomie IX, art. VII, na str. 23 i następnych zachowując pełną ich wartość przy obliczaniu *odpierania*, zdaje nam się rzeczą zbyteczną powtarzać je tutaj. Cała różnica, którą napotykamy przy obliczaniu *odpierania*, odnosi się wyłącznie do przypadku w którym ciężary przypadkowe działają tylko w pewnych oznaczonych punktach nasypu, z tego więc powodu podamy sposób praktyczny obliczania wpływu wywartego na mur przez ciężar przypadkowy pokrywający pewną długość rowu w dalszym ciągu tego ustępu.

Odpieranie i jego moment wywarte pod wpływem ciężaru przypadkowego działającego na pewnéj oznaczonéj długości rowu lub nasypu (fig. 23). — Niech będzie ściana zewnętrzna *ah* muru

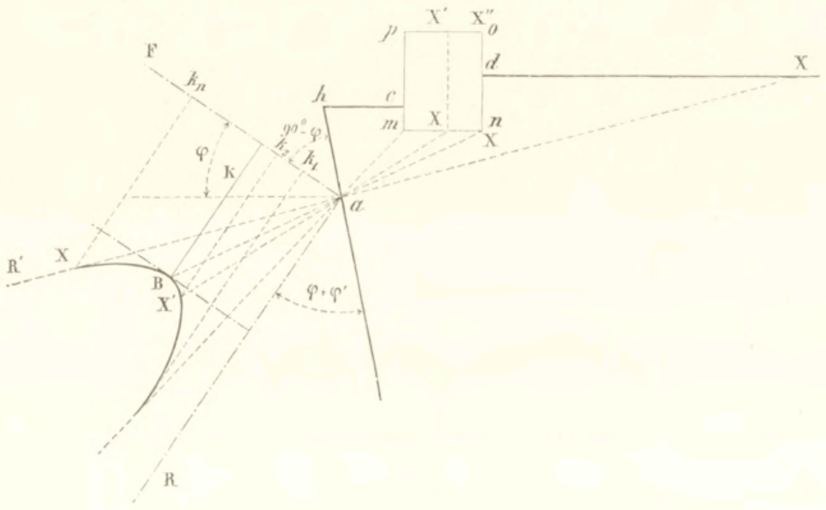

Fig. 23.

oporowego do której dotyka rów i nasyp po za nim leżący, przypuśćmy, że cała masa gruntu jest ograniczoną profilem *ahcd*X, dajmy nadto, że na powierzchni gruntu przedstawionéj na fig. 23 leży ciężar przypadkowy, przedstawiony przez graniastosłup *mnop*, którego podstawą jest *mn*. Zachowując bezzmiennemi wszystkie przypuszczenia dotyczące rozkładu ciśnień na podstawę, najprzód graniastosłupa *mnop* a następnie na grunt i na ścianę muru oporowego, podane w pierwszéj części naszéj pracy, t. IX, art VII, str. 27, dochodzimy, jak w już wskazaném miejscu, do następujących wypadków.

1° Płaszczyzny oderwania prawdopodobne będą wszystkie pionowe, na całéj wysokości graniastosłupa *mnop*.

2° Płaszczyzny oderwania prawdopodobne w graniastosłupie nasypu przejdą wszystkie przez punkt a, to jest, że płaszczyzny oderwania będą przedstawione przez linie łamane aXX' aXX'' etc. Przez punkt a poprowadźmy prostę aF tworzącą z poziomą kąt równy kątowi φ, i prostę aR tworzącą z przedłużeniem ściany muru oporowego kąt $\varphi + \varphi'$. Zauważymy natychmiast że w przypadku którym się zajmujemy, siła Q po uskutecznieniu ruchu około punktu a, na kąt równy $90^\circ - \varphi$, odpowiadać będzie prostéj aF, siła R znajdzie się z téj saméj strony i na prostéj tworzącéj kąt $\varphi + \varphi'$ z przedłużeniem ściany muru oporowego, i w końcu wypadkowa tych dwóch sił znajdzie się na przedłużeniu prostéj aX, podług któréj prawdopodobnie oderwanie będzie miało miejsce.

Znając w ten sposób położenie wszystkich sił działających na dany nasyp a zatém i na ścianę muru, z łatwością zuajdziemy krzywę *odpierania* w ten sam sposób, jak umieliśmy znaleźć krzywę parcia w miejscu powyżéj podaném, dostateczném bowiem będzie przyjąć prostę aF za oś odciętych, znaleźć na niéj punkta $k, k_1, \ldots, k_n$ w ten sam sposób, jakeśmy je znaleźli dla parcia, a kreśląc przez $k, k_1, \ldots, k_n$ proste równoległe do siły R, aż do ich przecięcia się z odpowiedniemi śladami płaszczyzn oderwania, otrzymamy szereg punktów, które połączone linią ciągłą przedstawią nam szukaną krzywę *odpierania*. Znając krzywę odpieranie idzie więc tylko o znalezienie wartości najmniejszego oporu, która od razu jest daną kreśląc do krzywéj przedstawionéj na fig. 23 i wyznaczonéj jak powiedzieliśmy powyżéj, styczną równoległą do osi odciętych, t. j. do prostéj aF. Styczna o któréj mowa dotyka krzywéj odpierania w punkcie B, jeżeli z tego punktu poprowadzimy prostę BK przedstawi ona rzędnę najmniejszą odpowiadającą płaszczyznie odgraniczającéj graniastosłup najmniejszego oporu.

Znając wartość *odpierania* w szczególnym przypadku, którym się zajmujemy, znajdziemy jego moment w sposób zupełnie podobny do podanego już mówiąc o parciu, t. j. za pomocą wzoru Tomasza Sympsona.

Na tém zakończymy dodatek obecny do pracy naszéj zamieszczonéj w tomie IX *Pamiętnika* albowiem wszystko na cokolwiek w praktycznych zastosowaniach natrafić możemy, znajduje się obecnie w zupełności rozwiązaném.

PARIS. — IMPRIMERIE E. MARTINET, RUE MIGNON, 2.