KONKRETNA GEOMETRYA

A. R. HORNBROOK

A. R. HORNBROOK, A. M.
NAUCZYCIELKA MATEMATYKI W SZKOLE WYŻSZEJ
W EVANSVILLE, IND.

KONKRETNA GEOMETRYA

DLA POCZĄTKUJĄCYCH

Z UPOWAŻNIENIA AUTORKI PRZEŁOŻYŁA
MATYLDA MEYERÓWNA

NAKŁADEM KSIĘGARNI E. WENDE I S-KA W WARSZAWIE.
W ŁODZI — KSIĘGARNIA LUDWIKA FISZERA.

DRUK ZAK. GRAF. TOW. AKC. S. ORGELBRANDA SYNÓW,
W WARSZAWIE.

PZEDMOWA.

Jeden z uczniów autorki niniejszej pracy, po daremnych wysiłkach zrozumienia jakiegoś ogólnego twierdzenia geometrycznego, rzekł jej: „Jeżeli mi pani wyrazi to w znakach, to może zrozumiem“. Wydało mu się to jedynym pożytecznym ratunkiem do wybrnięcia z trudnego zagadnienia.

W tem żądaniu znaków (pod któremi rozumiał liczby) wypowiadał on ogólne żądanie wszystkich kształcących się umysłów, żądanie danych konkretnych i poszczególnych, stanowiących jakoby szczeble dla dójścia do abstrakcyi i uogólnień.

Większość materyałów do tej książki powstała w celu zadośćuczynienia temu żądaniu uczniów autorki w czasie jej kilkoletniej praktyki nauczycielskiej; całość zaś poddaną została próbom w szkołach w sposób, umożliwiający uczniom jaknajswobodniejszy rozwój procesów myślowych, wzbudzonych przez pracę.

Celem tej pracy jest stopniowe rozbudzanie w dziecku ścisłości matematycznej, przy pomocy prostych i naturalnych metod, oraz skierowywanie jego postrzegania w tąki sposób, aby je doprowadzić do wytworzenia sobie przy pomocy własnych obserwacyi i wynalazków, silnej podstawy dla geometryi dowodzeniowej. Rozpoznawanie różnych form geometrycznych i ich stosunków liczbowych, oraz posługiwanie się wyobrażeniami geometrycznemi daje dzieciom pożyteczne i przyjemne ćwiczenia, do których książka niniejsza ma je zachęcić.

Autorka wybrała z podstawowych dzieł matematycznych szereg najważniejszych faktów i zasad, łatwych do konkretnego sprawdzenia przez dziecko, i przedstawia je w najrozmaitszy sposób i w rozlicznych stosunkach. Nacisk szczególny położony został na liczbowe stosunki form geometrycznych, jako na skuteczny sposób utrwalenia tych ścisłych i określonych wyobrażeń kształtów, jakie narzuca naszemu umysłowi rzeczywiste mierzenie i obliczanie.

Krokiem naprzód, zamierzającym ku najekonomiczniejszemu (pod względem wysiłków wychowawczych) systemowi nauczania jest wprowadzenie w tej książce równań algebraicznych, w ich najprostszych formach i zastosowaniach, jako dogodnego środka do określania wartości w związku z formami geometrycznemi. Ci z pośród nauczycieli, którzy zastosowywali równania algebraiczne do zadań arytmetycznych, zgodzą się za utorką, że użycie ich nietylko ułatwia dane zadanie, ale przyczynia się również w wysokim stopniu do wyrobienia w uczniach przyzwyczajenia natychmiastowego symbolizowania niewiadomej, tak pożytecznego w pracach matematycznych.

Autorka starała się, może czasem ze szkodą dla pełności wykładu, uniknąć błędu pedagogicznego polegającego na umieszczeniu w blizkiem sąsiedztwie wyrażeń, brzmiących podobnie. Kąty dopełniające i spełniające [1]) zostały opisane oddzielnie w nadziei, że tym sposobem pierwsze z opisywanych pojęć utrwali się dostatecznie w umyśle dziecka zanim podamy mu drugie pojęcie.

Książka ta jakkolwiek przeznaczona głównie do użytku w klasach niższych [2]), zgodnie z poleceniem „Komitetu Dziesięciu" i z doświadczeniem licznych naszych przodujących szkół, okaże się może również pomocną przy zadaniach dodatkowych, lub jako krótkie ćwiczenie wstępne, dla początkujących uczniów geometryi dowodzeniowej.

Zbyt często zdarza się, że uczeń, umiejący wyrecytować jedno dowodzenie twierdzenia geometrycznego za drugiem, nie jest w stanie wykonać najprostszego ich zastosowania. Jest to fakt wskazujący, że nauka geometryi nie spełnia w danym wypadku swego głównego zadania, rozwijania zdolności matematycznych ucznia.

Autorka żywi nadzieję, że materyał zawarty w tej książce, będzie dla nauczycieli pomocą przy wpajaniu w umysły uczniów zwyczaju zastosowywania prawd matematycznych do doświadczeń życia praktycznego.

Korzystam ze sposobności, aby na tem miejscu wyrazić wdzięczność za pomoc w przeglądaniu korekty oraz za wielce cenne rady przy układaniu książki pp. O. L. Kelso, profesorowi Rządowej Szkoły Normalnej w Terre Haute, Ind. oraz S. C. Davison, profesorowi Wydziału Matematycznego Uniwersytetu w Indianie.

O dalsze wskazówki i o krytykę nauczycieli uprzejmie upraszam.

Tę małą książeczkę wypuszczam w świat w nadziei, że posługiwanie się nią sprawi innym nauczycielom tyleż radości, ile układanie jej i zastosowywanie w klasie dawało autorce.

---

[1]) W orginale angielskim „suplement" i „complement", nadto jeszcze „rhomboid" (równoległobok) i „rhombus" (romb) oraz „trapezoid" (czworobok nieforemny) i trapezium" (trapez).

[2]) Grammer grades.

WSKAZÓWKI DLA NAUCZYCIELI.

Ogólna metoda pracy ucznia, wymaganej przez tę książkę, polega na budowaniu i badaniu form geometrycznych oraz na wyrażaniu rezultatów swych badań w języku matematycznym.

Powodzenie ucznia w tej pracy zależy w znacznej mierze od nauczyciela.

Dla doświadczonych nauczycieli zbytecznem będzie przypomnienie, iż należy baczyć, aby każdy uczeń budował starannie, badał gruntownie i wyrażał się ściśle.

Następujące wskazówki okażą się może pomocnemi:

Nie starajcie się uczyć pomiarów sześcianów i innych brył geometrycznych bez ich modeli. Pomiary te, wykonywane na rzecywistych bryłach, bardzo są proste i łatwe; jednak wykonanie ich abstrakcyjne leży poza granicami zdolności niewyszkolonej geometrycznej wyobraźni. Ponieważ celem tej pracy jest ugruntowanie jasnego myślenia, przeto nie należy pozwolić uczniowi na tworzenie i używanie fałszywych lub niedokładnych obrazów myślowych form geometrycznych.

Linie, przenośniki, cyrkle lub inne, mogące je zastąpić przyrządy, są niezbędne do rozwiązania tych zadań. Jednostki systemu metrycznego należy uczniowi konkretnie pokazać. Z łatwością można wszędzie dostać tanie linijki z podziałką na decymetry, centymetry i milimetry. Sztabę lub drążek metrowy z oznaczonemi częściami, na wzór łokcia [1]) z podziałką należy zrobić i używać. Metr kwadra-

[1]) W orginale angielskim „yard-stick“.

towy, podzielony na swe części składowe, narysowany na podłodze lub ścianie klasy, dostarczy wzorów do obrazów myślowych, gdy w zadaniu znajdą się jednostki metryczne kwadratowe.

We wszystkich zadaniach, których rozwiązanie wymaga nakładania jednych figur płaskich na drugie, jak np. przy znajdowaniu największej wspólnej miary lub najmniejszej wspólnej wielokrotnej, powinno to wycinanie i nakładanie figur być w rzeczywistości uskutecznionem.

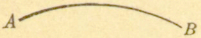
Czynność tę należy powtarzać aż do chwili, w której znaczenie jej będzie dokładnie zrozumianem przez każde z dzieci — ale nie dłużej. W danym wypadku biegłość nauczyciela w uchwyceniu tego momentu, kiedy uczeń zdobył jasny i dokładny obraz objaśnianej mu prawdy, oraz w przerwaniu objaśniającej czynności zanim ona przerodzi się w nużącą i czas pochłaniającą formalność, zbliżoną jest do biegłości lekarza, który rozumnie przystosowuje swoje zabiegi lecznicze do warunków odmiennych w każdym poszczególnym wypadku choroby.

Dobrze jest pobudzać sprawność geometrycznej wyobraźni, pozwalając uczniom na zastępowanie brył fizycznych ich myślowemi obrazami z chwilą, gdy nauczyciel jest absolutnie pewnym, że te obrazy są pełne i ścisłe. Zrozumiałem jest, że ustalenie stosunków sympatyi pomiędzy uczniami i nauczycielem dopomaga znakomicie do zdobywania takiego przeświadczenia i w wielu wypadkach ułatwia uczniowi postępy w nauce.

TREŚĆ ROZDZIAŁÓW.

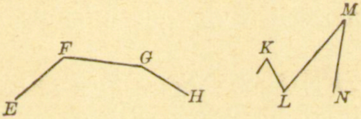
ROZDZIAŁ I.

LINIE I KĄTY.



Linia krzywa.

Krzywa podwójna.



Linie łamane.

1. Która drukowana duża litera składa się z jednej linii prostej i dwóch krzywych?

2. Która z dużych liter utworzona jest przez krzywą podwójną?

3. Nakreślcie linię łamaną, składającą się z dwóch prostych.

4. Wymieńcie dwie duże litery, z których każda utworzona jest przez linię łamaną, złożoną z dwóch prostych.

5. Wymieńcie dwie duże litery, z których każdą tworzy linia łamana, złożona z trzech prostych.

6. Wymieńcie dwie duże litery, z których każdą tworzy linia łamana, złożona z czterech prostych.

7. Co to jest linia łamana?

8. Oznaczcie dwa punkty *A* i *B* i połączcie je: 1) linią prostą, 2) linią łamaną, 3) linią krzywą, oraz

4) krzywą podwójną, która z łączących te dwa punkty linii jest najkrótszą?

9. Przeczytajcie następujące geometryczne twierdzenie i zbadajcie, czy ono jest prawdziwe:

TWIERDZENIE 1. *Linia prosta jest najkrótszą odległością między dwoma punktami.*

10. Oznaczcie na kartce papieru dwa punkty *C* i *D* i zobaczcie ile linii prostych można poprowadzić od jednego do drugiego?

11. Ile linii łamanych można poprowadzić od *C* do *D*?

12. Ile linii krzywych można poprowadzić od *C* do *D*?

13. Czy możecie wykazać słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 2. *Przez dwa punkty można poprowadzić tylko jedną linię prostą.*

14. Jeżeli oznaczycie dwa punkty na powierzchni kuli i przeprowadzicie linię prostą łączącą te punkty, to czy będzie ona leżała na powierzchni kuli? Wytłomaczcie waszą odpowiedź.

15. Jeżeli oznaczycie dwa punkty na powierzchni płaskiej i połączycie je linią prostą, to czy będzie ona leżała całkowicie na danej powierzchni?

UWAGA. Powierzchnia, mająca tę własność, że każda prosta, łącząca dwa jakiebądź punkty na niej leżące, będzie całkowicie leżała na danej powierzchni, nazywa się **powierzchnią płaską** lub **płaszczyzną.**

16. Czy powierzchnia oceanu byłaby płaszczyzną, gdyby fale jego uspokoiły się?

17. Czy okręt może żeglować na oceanie po linii prostej?

18. Czy możecie poprowadzić linię prostą na powierzchni kuli?

19. Czy możecie poprowadzić linię krzywą na płaszczyźnie? Wytłomaczcie to.

20. Utwórzcie kąt, kreśląc dwie spotykające się linie proste.

UWAGA. Wyrazu „prosta“ będziemy używali w znaczeniu linii prostej.

21. Znajdźcie kąt prosty na podłodze, na ścianie, na suficie, na stronnicy książki, na linii.

22. Zbudujcie kąt prosty, kreśląc wzdłuż krawędzi jakiegoś przedmiotu zawierającego kąt prosty.

UWAGA. Kąt ostry jest to kąt mniejszy od kąta prostego.

23. Nakreślcie kąt ostry.

UWAGA. Kąt rozwarty jest to kąt większy od kąta prostego.

24. Nakreślcie kąt rozwarty.

25. Ułóżcie dwa ołówki tak, aby tworzyły kąt prosty. Teraz, trzymając złączone końce ołówków rozsuńcie przeciwległe końce. Jaki rodzaj kąta utworzą ołówki teraz? Jaki kąt utworzą ołówki, jeżeli przeciwległe złączonym końce zbliżymy bardziej, niż wówczas, gdy ołówki tworzyły kąt prosty?

26. Ile kątów tworzą proste w literze W, i jakiego rodzaju są te kąty?

27. Oznaczcie liczbę i rodzaj kątów, znajdujących się w literach: N, T, X, Y, Z.

28. Podajcie liczbę kątów każdego rodzaju, znajdujących się w literach wyrazu TKANY. W literach waszego nazwiska.

29. Podajcie liczbę kątów każdego rodzaju, znajdujących się w literach zdania: ZA TYM MŁYNEM.

30. Podajcie liczbę kątów każdego rodzaju, znajdujących się w literach zdania: ŻĄŁ WE ŻNIWA Z INNYMI NA ŁANIE. *)

31. Zbudujcie dwa kąty proste z dwóch odcinków prostej.

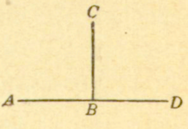
UWAGA. Część linii prostej nazywamy **odcinkiem prostej.**

UWAGA. Jeżeli dwie linie proste spotykają się tak, że tworzą dwa kąty przyległe równe, to takie linie nazywają się **prostopadłemi**, a utwerzone przez nie kąty, **kątami prostymi.**

32. Zbudujcie cztery kąty proste z dwóch odcinków prostej.

33. Zbudujcie jeden kąt prosty z dwóch odcinków prostej. Oznaczcie jego wierzchołek przez *A*, a końce odcinków przez *B* i *C*.

UWAGA. Punkt, w którym spotykają się odcinki tworzące kąt, nazywa się wierzchołkiem kąta, zaś odcinki jego ramionami. Przy odczytywaniu kąta należy literę stojącą przy jego wierzchołku, czytać pomiędzy dwiema pozostałemi; tak więc kąt $A <^{C}_{D}$ czytamy *CAD* lub *DAC*.



34. Nazwijcie obydwa kąty przyległe w punkcie *B*. Które ramię należy do obu kątów?

35. Nakreślcie dowolny odcinek *AB* i umieśćcie jakibądź kąt *DEF* tak, aby jego wierzchołek znajdował się w jednym z punktów odcinka *AB* i aby żaden inny punkt tego kąta nie dotykał odcinka *AB*.

---

*) W oryginale są następujące wyrazy i zdania: 28 — AWAKE, 29 — THE NEXT TIME, 30 — YET THEY WILL TAKE THE TAX AWAY.

36. Z trzech odcinków zbudujcie trzy kąty.

37. Nakreślcie trzy odcinki zamykające sobą część płaszczyzny. Ile kątów powstało tym sposobem?

UWAGA. Figura płaska, ograniczona trzema odcinkami prostej, nazywa się **trójkątem.**

38. Nakreślcie figurę płaską, ograniczoną trzema odcinkami prostej i napiszcie jej nazwę.

UWAGA. Jeżeli, ograniczona jakąś daną linią, część powierzchni jest płaszczyzną, to nazywa się **figurą płaską.**

39. Czy możecie nakreślić figurę płaską na powierzchni kuli?

40. Czy możecie nakreślić figurę płaską na powierzchni rury wodociągowej?

41. Czy możecie nakreślić linię prostą na powierzchni rury wodociągowej?

42. Wiele odcinków tworzy obwód trójkąta.

UWAGA. Linia ograniczająca zamkniętą powierzchnię nazywa się jej **obwodem.**

43. Jak długim jest obwód trójkąta, którego każdy bok ma 5 cali długości?

44. Wytnijcie trzy wązkie paski papieru, mające po 7 centymetrów długości; ułóżcie je tak, aby ograniczyły możliwie największy trójkąt i obliczcie długość obwodu tego trójkąta.

45. Nakreślcie prostokąt i pokażcie, ile odcinków tworzy jego obwód.

UWAGA. Figura płaska, mająca wszystkie kąty proste, nazywa się **prostokątem.**

46. Jak długi jest obwód prostokąta, którego jeden bok ma 10 cali długości, zaś bok sąsiedni 6 cali długości?

47. Nakreślcie taki prostokąt, którego szerokość wynosiłaby 5 centymetrów, a którego długość byłaby 3 razy większa od szerokości; i znajdźcie długość obwodu tego prostokąta?

48. Znajdźcie długość obwodu prostokąta, którego szerokość wynosi 6 cali, a długość jest o 5 cali większą od podwojonej szerokości.

49. Znajdźcie długość obwodu takiego prostokąta, którego jeden bok ma 12 cali długości, a bok sąsiedni ma długość o 6 cali mniejszą od trzykrotnej długości pierwszego boku. Jaką część długości tego prostokąta stanowi jego szerokość?

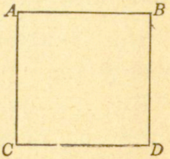
50. Nakreślcie prostokąt, którego długość wynosi 14 cali, a szerokość jest o 20 cali mniejsza od dwa razy wziętej jego długości. Znajdźcie obwód tego prostokąta.

51. Jak długim jest obwód prostokąta, którego każdy bok ma 8 cali długości?

52. Jak nazywa się prostokąt, który ma wszystkie boki równej długości?

UWAGA. Figura płaska mająca cztery boki równe i cztery proste kąty, nazywa się **kwadratem.**

53. Czy każdy kwadrat jest prostokątem? Czy każdy prostokąt jest kwadratem? Wytłomaczcie waszą odpowiedź.



54. Jaka jest długość kwadratu, którego obwód wynosi 28 cali?

55. Który odcinek w kwadracie *ABCD* ma ten sam kierunek, co *AB*?

UWAGA. Linie proste, mające na płaszczyźnie jednakowe kierunki i niespotykające się nigdy po przedłużeniu w obie strony, nazywają się **równoległemi.**

56. Który odcinek jest równoległy do *AC*?

57. Jeżeli obwód kwadratu wynosi 24 cale, to jak daleko leży odcinek *AB* od *BC*? Czy są one wszędzie jednakowo odległe? Czy spotkałyby się gdyby je przedłużyć?

58. Nakreślcie, jeżeli możecie dwie linie równoległe, odległe od siebie w jednem miejscu o 3 cale, a w innem o 5 cali.

59. Nakreślcie dwie linie prostopadłe do siebie, jaki kąt utworzyły one?

60. Które odcinki w kwadracie, objaśniającym zadanie 55, są prostopadłe do *CD*? do *AC*?

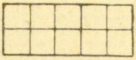
61. Jak wielkim jest obwód cala kwadratowego?

62. Ile cali liniowych jest zawartych w obwodzie stopy kwadratowej?

63. Ułóżcie dwa kawałki papieru lub drzewa, będące każdy calem kwadratowym, na płaskiej powierzchni tak, aby krawędź jednego przylegała do krawędzi drugiego i znajdźcie obwód utworzonego tym sposobem prostokąta.

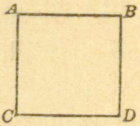
64. Umieścić 5 calowych kwadratów w rzędzie, tak aby się ich krawędzie stykały i znajdźcie obwód powstałego w ten sposób prostokąta.

65. Ułóżcie 10 calowych kwadratów w dwa rzędy, jak na rysunku i znajdźcie obwód utworzonego przez nie prostokąta.



66. Ułóżcie 25 calowych kwadratów, tak aby utworzyły kwadrat i znajdźcie jego obwód.

67. Które kąty w kwadracie *ABCD* sąsiadują z kątem *A*? Który kąt nie sąsiaduje, czyli jest przeciwległym względem kąta *A*? Jaki rodzaj linii będzie najkrótszą odległością *A* od *D*? Jakie twierdzenie geometryczne mówi o tem?



68. Nakreślcie taki sam kwadrat i poprowadźcie przekątną z punktu *A*.

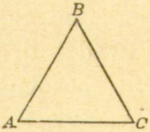
UWAGA. **Przekątną** figury płaskiej nazywamy linię prostą łączącą wierzchołki dwóch nie sąsiadujących ze sobą kątów.

69. Ile przekątnych można poprowadzić z punktu *A*? Jakie twierdzenie geometryczne możemy tu zastosować?

70. Ile przekątnych można poprowadzić w kwadracie? Ile przekątnych można poprowadzić w prostokącie, nie będącym kwadratem?

71. Ile przekątnych można poprowadzić w trójkącie? Podajcie dowód dla waszej odpowiedzi.

72. Co jest dłuższe w trójkącie *ABC*, *AC* czy *ABC*? Jakie geometryczne twierdzenie określa ten fakt w sposób ogólny? Co jest dłuższe, *AB* czy *AC* + *CB*?



73. Wykażcie słuszność następującego twierdzenia:

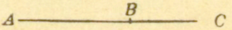
TWIERDZENIE 3. *Każdy bok trójkąta jest mniejszym od sumy pozostałych.*

74. Wytnijcie trzy wąskie paski papieru, jeden 10 cali długi, a dwa po 5 cali i ułóżcie je, o ile możecie tak, żeby utworzyły trójkąt.

75. Czy możecie zrobić taki trójkąt, ktorego jeden bok ma długości 12 cali, a dwa pozostałe po 6 cali?

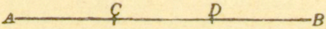
76. Czy możecie zrobić trójkąt, którego boki miałyby długości 7, 8 i 9 cali? 4, 5 i 10 cali? Dlaczego?

77. Jeżeli $AB = 7$ calom, a $BC = 5$ calom, to jak długie jest AC? Jaki odcinek jest sumą odcinków AB i BC?



78. Jaki odcinek jest różnicą odcinków AC i AB? Jaki różnicą AC i BC?

79. Jaki odcinek równy jest sumie odcinków AC i CD? BD i DC?



80. Jaki odcinek jest różnicą odcinków AB i AC? Odcinków AD i CD? Odcinków AB i DB.

81. Jaki odcinek jest różnicą odcinka AB i sumy odcinków AC i CD?

82. $AD + DB - AC = ?$

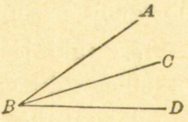
83. $AC + CB - DB = ?$

84. $AD + DB - CB = ?$

85. $AC + CB - (AD - CD) = ?$

86. $AD + DB - (AC + CD) = ?$

87. Jaki kąt jest sumą przylegających do siebie kątów ABC i CBD? Które ramię jest wspólnem dla tych kątów?



88. Jeżeli odetniecie kąt CBD od kąta ABD, to jaki kąt pozostanie?

89. Jeżeli jeden odcinek jest 5 razy dłuższy od drugiego, a suma tych odcinków jest równa 18 calom, to jak długi jest każdy z dwóch odcinków?

90. Odkładajcie odcinek 3 calowy na odcinku

15 calowym i zobaczcie ile razy mniejszy odcinek zawiera się w większym.

UWAGA. Jeżeli jeden odcinek zawiera się w drugim całkowitą ilość razy, to mówimy, że większy jest podzielny przez mniejszy.

91. Ile razy mieści się 4 calowy odcinek w odcinku 32 calowym?

92. Ile razy mieści się jednocalowy odcinek w długości waszego biurka?

93. Ile razy zmieści się 6 centymetrowy pręt w 48 centymetrowym pręcie?

94. Ile razy obróci się moneta, mająca 3 cale obwodu, jeżeli obracając się przebiegnie 12 cali?

WSKAZÓWKA. Potoczcie monetę po stole, i porównajcie jej obwód z odcinkiem, jaki ona przebiega, w czasie jednego obrotu.

95. Ile razy obróci się koło o obwodzie 6 stóp, przebiegając odległość 60 stóp.

PYTANIE. Co to jest obwód koła?

96. Jak długą jest obręcz na kole, które w 9 obrotach przebiega 45 stóp.

97. Jaki jest obwód monety, która w 10 obrotach przebiega 40 cali?

98. Jak długi będzie najdłuższy odcinek, jaki można odłożyć całkowitą ilość razy na każdym z dwóch odcinkdw, mających 6 i 8 cali długości.

UWAGA. Najdłuższy odcinek, mieszczący się całkowitą ilość razy w dwóch lub więcej odcinkach, nazywa się ich **największą wspólną miarą.**

99. Jaki odcinek jest największą wspólną miarą dwóch odcinków długości 15 i 18 cali?

100. Jakiej długości jest N. W. M. 12 calowego i 18 calowego odcinka?

101. Jaki jest obwód największej monety, która przebiegając bądź to 9, bądź 12 cali, wykonywa całkowitą ilość obrotów?

102. Jaki jest obwód największego koła, które, przebywając zarówno drogę 20 stopową, jak i 30 stopową, robi całkowitą liczbę obrotów?

103. Jaki jest obwód największego koła, przebywającego w całkowitej liczbie obrotów zarówno drogę 25 jak i 15 stóp.

104. Jaka jest długość najkrótszego odcinka, na którym można odłożyć całkowitą ilość razy dwa odcinki długości 8 i 10 cali? Ile razy zawierać on będzie większy z tych odcinków?

UWAGA. Najkrótszy odcinek, podzielny przez dwa lub więcej odcinków nazywa się ich **najmniejszą wspólną wielokrotną.**

105. Jak długa jest N. W. W. odcinków 8 i 12 calowego? Wiele razy zawiera ona odcinek 8 calowy?

106. Nakreślcie odcinek będący N. W. W. odcinków 10 i 8 centymetrowych.

107. Znajdźcie najkrótszy odcinek, będący podzielnym jednocześnie przez odcinek 9-cio i 12-to calowy.

108. Znajdźcie najmniejszą wspólną wielokrotną trzech odcinków, mających 8, 12 i 16 cali długości.

109. Przednie koło wózka ma 12 cali, a tylne 30 cali obwodu. Jak długą drogę musi przejechać wózek, aby oba koła wykonały całkowitą liczbę obrotów. Objaśnijcie to.

110. Przednie koło wózka ma 3 stopy obwodu, a tylne koło 4 stopy. Po przejechaniu jakiej przestrzeni wykona każde koło całkowitą liczbę obrotów, i ile obrotów wykona każde z kół?

111. Opowiedźcie i objaśnijcie wszystko, o czem mówiły uwagi tego rozdziału.

ROZDZIAŁ II.

KOŁA.

UWAGA. Koło jest to figura płaska ograniczona linią krzywą, której każdy punkt jest jednakowo odległym od jednego, leżącego wewnątrz niej punktu, zwanego **środkiem**. Obwód koła nazywa się **okręgiem**. **Średnicą** koła nazywa się odcinek prostej, przechodzący przez jego środek i mający oba końce na okręgu. Odcinek prostej, łączący środek koła z okręgiem, nazywa się **promieniem**.

1. Przy pomocy cyrkla nakreślcie koło o promieniu równym 5 calom. Jak długą będzie jego średnica?

2. Nakreślcie koło o promieniu 4 cali i nakreślcie kilka średnic. Jak długą jest każda z nich?

3. Promieniem równym $3^1/_2$ calom nakreślcie koło na kawałku tektury. Wytnijcie je i zmierzcie jego obwód za pomocą tasiemki. Znajdziecie, iż wynosi on mniej więcej 22 cale. Ile razy okręg koła byłby dłuższym od średnicy, gdyby obwód wynosił dokładnie 22 cale?

UWAGA. Gdy będziecie się uczyć geometryi dowodzeniowej, to zapoznacie się z innym sposobem dowodzenia i sprawdzenia następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 4. *Okręg koła jest zawsze 3.1416 lub $^{22}/_7$ (prawie) razy większy od średnicy tegoż koła.*

4. Jak długim jest okręg koła o średnicy, równej 14 calom?

UWAGA. Używamy $^{22}/_{7}$ dla wyrażenia stosunku długości okręgu koła do średnicy.

5. Jak długim jest okręg koła, którego promień wynosi 14 cali?

6. Jak długim jest okręg koła, którego średnica wynosi 10 cali?

7. Jak długim jest okręg koła, którego średnica wynosi 28 metrów?

8. Promień koła równa się 2 metrom; znajdźcie jego okręg w centymetrach.

9. Srednica koła wynosi 3 metry; znajdźcie okręg tego koła w centymetrach.

10. Okręg koła ma 44 cale długości. Znajdźcie długość jego średnicy.

11. Okręg koła wynosi 33 cale. Jak długi jest promień?

12. Okręg koła wynosi 22 cale. Jak długą jest jego średnica?

13. Srednica monety niklowej z 1866 r. wynosi 2 centymetry. Jaki jest jej obwód?

14. Koń jest przywiązany do słupa na linie długości 7 stóp. Znajdźcie długość najdłuższej drogi, jaką on może przebyć, obchodząc raz dookoła słupa.

15. Jeżeli zewnętrzny koń w karuzeli jest o $10^1/_2$ stopy odległym od środka, to jak długą drogę w czasie jednego obrotu przebywa Janek, siedząc na zewnętrznym koniu?

16. Jeżeli on siedzi, zwrócony twarzą w kierunku ruchu i trzyma obie ręce przy sobie po bokach, to która ręka porusza się prędzej prawa, czy lewa?

17. Jaka jest długość najdłuższego kija, który może leżeć całkowicie na powierzchni okrągłego stołu, mającego 11 stóp obwodu?

18. Jak długim jest najdłuższy odcinek prostej, jaki można poprowadzić poprzez okrągły kląb kwiatowy, mający okręg równy 12 stopom i 10 calom?

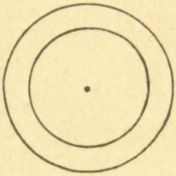
19. Marynia wyhaftowała okrągłą serwetkę, mającą okręg = 1 stopie i 10 calom. Gdyby tę serwetkę przeciąć na dwie równe części, to jak długą byłaby prosta strona każdej części?

20. Jak określić, co to jest półkole? Co półokręg?

21. Nakreślcie półkole i napiszcie nazwy ograniczających je linii.

22. Promień pewnego koła wynosi 2 stopy 11 cali. O ile dłuższą jest krzywa część obwodu jednego z jego półkoli od jego prostej części?

23. Mniejsze koło umieszczone jest na większem, tak, że środki ich leżą na sobie. Gdyby średnica większego wynosiła 10 cali, a mniejszego 7 cali, to jaka byłaby szerokość pierścienia kolistego, zawartego między okręgami?



24. Jeżeli wytniecie koło o średnicy 7 cali ze środka koła, mającego średnicę 11 calową, to jaką będzie szerokość pozostałego pierścienia kolistego?

UWAGA. Łuk jest to część okręgu koła. Porównaj łuk z arkadą *). Czy półokrąg jest łukiem?

25. Znajdźcie długość łuku, będącego $^1/_6$ okręgu koła, którego średnica wynosi 42 cale.

*) Po angielsku „arc“ i „arch“.

26. Jeden z łuków koła jest 5 razy większy od pozostałego łuku. Okręg wynosi 120 metrów. Ile metrów długości ma każdy z tych łuków?

27. Znajdźcie długość łuku, stanowiącego $^3/_5$ okręgu koła, o promieniu 14 cali.

28. Jeden łuk jest 9 razy większy od pozostałego łuku koła. Srednica tego koła wynosi 7 stóp. Znajdźcie długość każdego z tych łuków.

PYTANIE. Jak długim jest okręg tego koła?

29. Jeżeli człowiek znajduje się na otwartej równinie, na której może widzieć na odległość 3 mil w każdym kierunku, to jak długą jest linia ograniczająca tę część równiny, którą on obejmuje wzrokiem?

30. Nakreślcie łuk i połączcie jego krańce za pomocą linii prostej, taka linia prosta nazywa się cięciwą.

UWAGA. O cięciwie, odpowiadającej danemu łukowi, mówimy, że ona ten łuk podpiera.

UWAGA. Część koła, zawarta między łukiem i jego cięciwą, nazywa się **odcinkiem kołowym.**

31. Nakreślcie odcinek kołowy i napiszcie nazwy ograniczających go linii.

32. Czy półkole jest odcinkiem kołowym? Dlaczego?

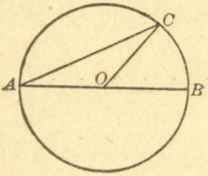
33. Ile odcinków tworzy w kole jedna cięciwa? Ile łuków?

UWAGA. Odcinek większy niż półkole nazywa się większym odcinkiem kołowym. Odcinek mniejszy od półkola, mniejszym odcinkiem kołowym.

34. Czy trzy większe odcinki kołowe mogą być odcięte od koła?

35. Jaka linia jest dłuższa, łuk czy jego cięciwa? Podajcie geometryczne twierdzenie, które się do tego stosuje.

36. Co będzie dłuższe w kole, którego środek jest w O, czy odcinek prostej AB, czy suma odcinków AO i OC? Czy odcinek AC, czy suma odcinków AO i OC? Odcinek AC czy odcinek AB? Dlaczego?



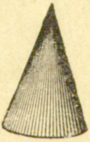
37. Czy możecie nakreślić cięciwę, nie będącą średnicą koła, a jednak równą średnicy?

38. Czy widzicie słuszność następującego geometrycznego twierdzenia?

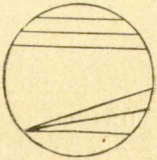
TWIERDZENIE 5. *Średnica koła jest najdłuższą ze wszystkich cięciw.*

39. Jak długą jest najdłuższa linia prosta, jaką można nakreślić na powierzchni bębna, którego okręg wynosi 40 cali?

40. Przedmiot, mający koło za podstawę i kończący się u góry śpiczasto nazywa się **stożkiem**. Narysujcie lub zróbcie stożek. Jaka jest długość najdłuższego odcinka, jaki można poprowadzić poprzez jego podstawę, jeżeli jej obwód wynosi 121 milimetrów?



41. Nakreślcie wewnątrz koła kilka równoległych cięciw, leżących po jednej stronie środka. Rozetnijcie koło, złóżcie jego części tak, aby te cięciwy leżały jedna na drugiej. Która jest najdłuższa?



42. Nakreślcie w kole kilka cięciw, wychodzących z jednego punktu. Jakie są ich długości?

43. Czy możecie wykazać słuszność następującego twierdzenia?

TWIERDZENIE 6. *W jednem lub dwóch równych kołach, większa z dwóch cięciw znajduje się bliżej środka.*

44. Z danego punktu, jako ze środka, jakimbądź promieniem nakreślcie okrąg koła i wytnijcie to koło. Poprowadźcie średnicę, złóżcie koło wzdłuż tej średnicy dla sprawdzenia, czy obie te powierzchnie przystają do siebie. Czy średnica przepoławia koło?

UWAGA. Przepoławiać znaczy tyleż, co dzielić na dwie równe części.

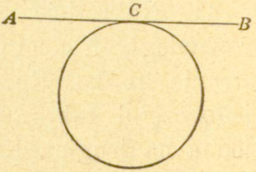
45. Przeprowadźcie w kole dwie równoległe cięciwy i złóżcie koło tak, aby połowy jednej cięciwy leżały na sobie. Czy połowy drugiej cięciwy będą również leżały na sobie? Czy oba łuki, zawarte między temi cięciwami, będą też przystawały do siebie?

46. Wykażcie przy pomocy innego koła słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 7. *Równoległe cięciwy wycinają równe łuki.*

47. Nakreślcie okręg koła i linię prostą, stykającą się z okręgiem tylko w jednym punkcie.

UWAGA. Linia prosta, która nawet będąc jak najbardziej przedłużoną, dotyka okręgu koła w jednym tylko punkcie, nazywa się **styczną** do okręgu, a punkt, w którym ona dotyka okręgu, nazywa się **punktem styczności.**



48. Nakreślcie dwie styczne równoległe do siebie i połączcie ich punkty styczności. Spróbójcie poprowadzić trzy równoległe styczne do jednego okręgu.

49. Nakreślcie trzy styczne do jednego okręgu, umieszczając je tak, aby dwie stykały się z jednym półokręgiem, a trzecia z drugim. Przedłużcie je tak, aby się każde dwie przecięły. Jaką utworzyły one figurę płaską?

UWAGA. Figura płaska, której wszystkie boki są stycznemi do okręgu koła, nazywa się opisaną na okręgu, zaś okrąg — wpisanym do niej.

50. Spróbójcie nakreślić takie trzy styczne do kręgu, aby one po przedłużeniu utworzyły trójkąt, który nie byłby opisanym na okręgu.

51. Nakreślcie cztery styczne do okręgu, umieszczając po dwie na każdym półokręgu i przedłużcie je aż do zamknięcia niemi pewnej powierzchni. Jaką utworzyły one figurę płaską?

UWAGA. Figura płaska ograniczona czterema odcinkami prostej nazywa się **czworobokiem.**

52. Nakreślcie dwie styczne do okręgu, równoległe do siebie oraz drugie dwie, także równoległe do siebie, lecz do poprzednich prostopadłe i napiszcie nazwę utworzonej przez te styczne figury płaskiej, opisanej na okręgu.

53. Czy możecie opisać na okręgu prostokąt, nie będący kwadratem?

54. Opiszcie wszystko, co zawierały i objaśniały uwagi tego rozdziału, tworząc sobie przytem jasny obraz myślowy tego, co opisujecie.

ROZDZIAŁ III.

ŁUKI I KĄTY.

UWAGA DLA NAUCZYCIELA. Bardzo pożytecznym przy objaśnianiu treści tego rozdziału jest wachlarz, który, otwierany mniej lub więcej, tworzy rozmaite kąty. Części górnej krawędzi wachlarza mogą przedstawiać łuki.

Każdy okręg koła wyobrażamy sobie jako podzielony na 360 równych części, zwanych stopniami i oznaczanych za pomocą ^{0}.

1. Nakreślcie półokręg i powiedźcie, ile zawiera on stopni?

2. Wiele stopni zawiera okręg utworzony przez brzeg spodeczka? Wiele stopni zawiera równik? Co jest dłuższe, czy stopień obwodu spodeczka, czy też równika?

3. Jaką częścią okręgu koła jest łuk długości jednego stopnia?

4. Jak długi jest jedno-stopniowy łuk okręgu wynoszącego 1800 cali?

5. Wiele stopni zawiera łuk, zakreślony dużą wskazówką zegara w ciągu $^1/_2$ godziny?

6. Wiele stopni zawiera kwadrant?

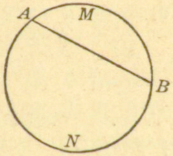
UWAGA. **Kwadrantem** nazywamy czwartą część okręgu koła.

7. Wiele stopni zawiera łuk, zakreślony przez małą wskazówkę zegara w ciągu 3 godzin? Wiele łuk, zakreślony dużą wskazówką, w ciągu 10 minut?

8. Wiele stopni zawiera łuk, zakreślony przez wskazówkę sekundnika w ciągu $^3/_4$ minuty?

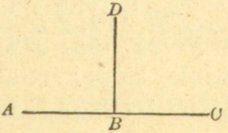
9. Wiele stopni zawiera łuk, zakreślony dużą wskazówką zegara w ciągu 20 minut?

10. Janek i Staś, wyruszywszy z tego samego miejsca ścigają się dookoła okrągłego trawnika; biegną oni w kierunkach przeciwnych aż do spotkania. Janek przebiegł $^5/_{12}$ całej odległości. Wiele stopni zawierały łuki, które każdy z nich przebiegł?



11. Łuk *ANB* jest dwa razy większy niż łuk *AMB*. Wiele stopni zawiera każdy z nich?

12. Jeżeli cięciwa dzieli okręg koła tak, że większy łuk jest równy trzykrotnemu mniejszemu, to ile stopni ma każdy z tych łuków?



13. W jakim względem siebie położeniu znajdują się odcinki *AB* i *BD*, jeżeli kąty *ABD* i *DBC* są równe? Jakiego rodzaju kątami są *ABD* i *DBC*?

WSKAZÓWKA. Porównaj uwagę po zadaniu 31 w rozdziale pierwszym.

14. W jakiej porze dnia wskazówki zegarowe tworzą kąt prosty, jeżeli przytem duża wskazówka znajduje się na 12-ej?

15. Wiele stopni zawiera kąt, utworzony przez wskazówki zegara ogodzinie 3-ej.

UWAGA. Kąt prosty jest kątem 90-o stopniowym.

16. Wielo-stopniowy kąt tworzą wskazówki zegara o godzinie 1-ej?

17. Wiele stopni ma kąt, utworzony przez wskazówki zegara o 4-ej z rana? O 4-ej po południu?

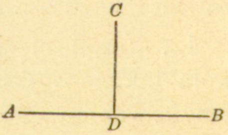
18. Wiele stopni ma kąt, utworzony przez wskazówki zegara o g. 10-ej?

19. Wicle stopni ma kąt, utworzony przez wskazówki zegara o g. 8-ej?

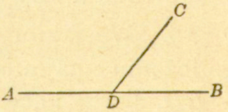
20. W jakiej porze dnia, wskazówki zegara tworzą kąt półpełny, jeżeli przytem większa jest na 12-ej?

UWAGA. Kąt, równy 2 kątom prostym nazywa się kątem **półpełnym.** Każda z tworzących go prostych jest przedłużeniem drugiej.

21. Nakreślcie odcinek *CD* prostopadły do *AB* (jak na rysunku). Wiele stopni mają kąty *ADC* i *CDB*?



22. Gdyby odcinek *CD* był pochylony tak, jak na rysunku, to wiele stopni miałaby suma kątów *ADC* i *CDB*? Jeżeli *ABC* ma 120°, to ile stopni ma *CDB*?



PYTANIE. Czy ilość stopni sumy dwóch kątów zmienia się, jeżeli jednocześnie jeden z tych kątów wzrasta, a drugi maleje?

TWIERDZENIE 8. *Suma dwóch kątów przyległych utworzonych przez dwie spotykające się linie proste, równa się sumie dwóch kątów prostych.*

23. Jaki jest kąt spełniający kąta mającego 100°.

UWAGA. Kąty, których suma równa się 180°, nazywamy spełniającymi się wzajemnie.

Dwa łuki których suma równa się półokręgowi, są wzajemnie **spełniającymi.**

24. Jaki jest kąt spełniający kąta prostego.

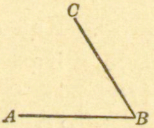
25. Jaki jest kąt spełniający kąta, stanowiącego $^4/_5$ kąta prostego?

26. Jaki jest łuk spełniający łuku 75-stopniowego?

27. Jaki jest łuk spełniający łuku, mającego 47^0?

28. Jaki jest łuk spełniający łuku, mającego 68^0?

29. Jeżeli kąt ABC ma 50^0, to ile stopni będzie miał kąt, utworzony wskutek przedłużenia odcinka AB poza punkt B? Wskutek przedłużenia odcinka CB poza punkt B?



30. Nakreślcie przy pomocy przenośnika kąt 70^0 i pokażcie wiele stopni będzie miało jego spełnienie.

31. Zmierzcie kąty rozgałęziania się różnych roślin od głównej łodygi i określcie kąty spełniające znalezionych kątów.

32. Wiele stopni ma kąt, którego kąt spełniający jest od danego trzy razy większy?

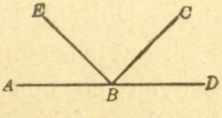
33. Wiele stopni ma kąt, którego spełnienie wynosi 95^0? 75^0? 1^0? $5^1/_2{}^0$?

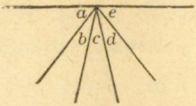
34. Wiele stopni ma kąt, będący 4 razy większym od swego kąta spełniającego?

35. Czy spełniającym kąta prostego może być kąt ostry lub kąt rozwarty? Dlaczego?

36. Czy kąt spełniający kąta rozwartego jest rozwartym, czy też ostrym?

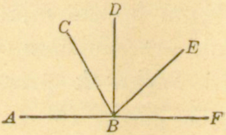
37. Wiele stopni ma suma kątów ABC i CBD? Czy ilość stopni w kącie ABC zmieni się wskutek nakreślenia odcinka EB? Wiele stopni ma suma kątów ABE, EBC i CBD?





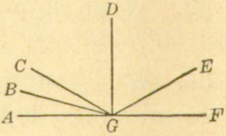
38. $a + b + c + d + e =$ wielu stopniom? Dlaczego?

TWIERDZENIE 9. *Suma wszystkich kątów, leżących około wspólnego wierzchołka i po jednej stronie dowolnej prostej, równa się sumie dwóch kątów prostych, czyli 180°.*



39. Kąt DBF jest kątem prostym. Kąt $DBE = EBF$. Kąt ABC jest 2 razy większym od kąta CBD. Wiele stopni ma każdy z tych kątów?

40. Umieścić wierzchołek kąta prostego w jakimbądź punkcie na prostej AB tak, aby żadne z ramion kąta nie leżało na tej prostej. Wiele stopni ma suma kątów, utworzonych przez prostą AB z ramionami kąta prostego?



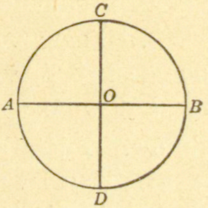
41. Kąt $AGD =$ kątowi prostemu. Kąt $DGE =$ dwukrotnemu kątowi EGF. Kąt $CGD =$ kątowi DGE. Kąt $AGB =$ kątowi BGC. Wiele stopni ma każdy z tych kątów.

42. Wiele stopni zawiera każdy z trzech kątów, leżących po jednej stronie prostej i mających wspólny wierzchołek na tej prostej, jeżeli pierwszy ma 5 razy tyle stopni co drugi, a trzeci 4 razy tyle co drugi? Objaśnijcie to.

43. Wiele stopni zawiera suma wszystkich kątów, leżących po obu stronach prostej AB około punktu C? Około jakiegobądź punktu prostej AB?

44. Wiele stopni ma suma wszystkich kątów, leżących dokoła jakiegobądź punktu?

45. *AB* i *CD* są to średnice, przecinające się pod kątem prostym. Wiele stopni ma każdy z czterech łuków, na jakie dzielą one okręg koła?

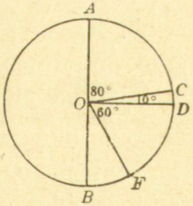


WSKAZÓWKA. Wytnijcie figurę podobną do tej i składając ją, ułóżcie jedną część na drugiej, aby się przekonać, czy one przystają do siebie.

46. Jeżeli kąt *AOC* przepołowimy promieniem, to ile stopni będzie miał każdy z utworzonych tym sposobem kątów? Ile stopni ma każdy z utworzonych tym sposobem łuków? Objaśnijcie to przy pomocy przenośnika lub wycinania i składania.

UWAGA. Zauważcie, że liczba stopni w łuku jest równa liczbie stopni w kącie, mającym wierzchołek w środku koła, i dotykającym ramionami krańców tego łuku. Mówimy, że kąt mierzy się łukiem, na którym się wspiera.

47. Wiele stopni ma łuk *AC*? Wiele łuk *CD*? Wiele łuk *DF*? Wiele łuk *FB*?



TWIERDZENIE 10. *Kąt wierzchołkowy mierzy się łukiem, zawartym między promieniami, tworzącymi ten kąt.*

UWAGA. Kąt, o wierzchołku w środku koła, nazywamy **kątem wierzchołkowym.**

48. Nakreślcie okręg koła, a w nim dwa promienie, tworzące kąt 120°; jaką częścią okręgu jest łuk, zawarty między tymi promieniami?

49. Łuk zawarty między krańcami dwóch promieni, jest $^1/_5$ częścią pozostałego łuku. Jaki kąt tworzą te promienie?

50. Okręg podzielono na dwa łuki, z których jeden jest 8 razy większy od drugiego. Wiele stopni ma kąt wierzchołkowy, mierzony mniejszym z tych łuków? Objaśnijcie to.

51. Kwadrant podzielony jest na dwa łuki, z których jeden jest 3 razy większy od drugiego. Wiele stopni ma każdy z kątów wierzchołkowych, mierzonych przez te łuki?

UWAGA. Dwa łuki, których suma jest kwadrantem, nazywamy **dopełniającymi** się wzajemnie. Dwa kąty, których suma jest kątem prostym, są **dopełniającymi** się wzajemnie.

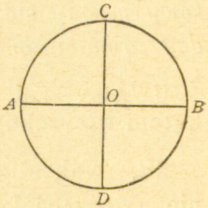
52. Jakie jest dopełnienie kąta o 75^0? O $8^1/_2{}^0$?

53. Nakreślcie dopołnienie kąta 40^0, oraz dopełnienie kąta 50^0?

54. Co jest większe, kąt czy jego dopełnienie? Wytłomaczcie to. Co jest większe, kąt, czy jego spełnienie?

55. O ile większem jest spełnienie kąta 70^0 od jego dopełnienia? Dla kąta 80^0? Dla każdego kąta mniejszego niż 90^0?

56. Jaką częścią koła jest figura płaska *OCA*, jeżeli *AB* i *CD* są do siebie prostopadłe? Wytnijcie koło i złóżcie je tak, aby wykazać słuszność waszej odpowiedzi. Jakie linie ograniczają powierzchnię *OCB*? Jaką częścią okręgu jest łuk *CB*?



UWAGA. Część koła, ograniczona dwoma promieniami i zawartym między nimi łukiem, nazywa się **wycinkiem kołowym.**

57. Nakreślcie koło, podzielcie je na 6 równych wycinków przez utworzenie 60-stopniowych kątów wierzchołkowych i wykażcie jaką częścią okręgu jest łuk każdego wycinka?

58. Jaką częścią okręgu koła jest łuk wycinka kołowego, stanowiącego $^1/_8$ koła? Wiele stopni ma kąt tego wycinka?

59. Co jadacie nieraz, czego górną powierzchnię stanowi wycinek kołowy?

60. Zbudujcie wycinek, którego kąt ma 40^0 i którego proste krawędzie mają 7 cali długości. Jaką będzie on częścią koła? Znajdźcie długość okręgu tego koła. Długość łuku wycinka. Długość obwodu wycinka.

61. Półkole podzielono na dwa wycinki, łuk jednego z nich jest 4 razy dłuższy od łuku drugiego Wiele stopni ma łuk każdego wycinka? Jaką częścią półkola jest mniejszy wycinek?

62. Wycinek o kącie 150^0 jest podzielony na dwa wycinki, z ktorych jeden ma łuk 3 razy dłuższy od drugiego. Wiele stopni ma kąt każdego wycinka? Jaką częścią koła jest każdy wycinek?

63. Jak długim jest obwód 120^0 wycinka koła o promieniu $10^1/_2$ stopy?

64. Znajdźcie różnicę długości pomiędzy linią krzywą i sumą dwóch odcinków prostej, ograniczających 150^0 wycinek koła o promieniu $17^1/_2$ cala.

65. Jeżeli ziarnko okrągłego grochu podzielimy na 6 równych kawałków, to ile stopni będzie miał łuk, utworzony przez krzywą krawędź skorki każdego kawałka? Wiele stopni będzie miał kąt utworzony przez proste boki każdego kawałka?

66. Wiele razy będzie się mieścił łuk, majacy 20^0, w 80^0 łuku tegoż samego okręgu?

67. Wiele razy mieści się łuk długości 20 cali w okręgu, mającym 5 stóp długości?

68. Zbudujcie 90^0 wycinek kołowy i przy pomocy składania wykażcie ile razy mieści się w nim 45^0 wycinek tegoż koła.

69. Koło zębate o 6 zębach jest sprzężone z kołem, mającym 60 zębów. Wiele razy obróci się małe koło podczas, gdy duże wykona jeden obrót?

WSKAZÓWKA. Zbadajcie werk zegarowy.

70. Jak nazywamy wielkość, która w innej wielkości mieści się całkowitą ilość razy? Jak nazywamy wielkość, która mieści się całkowitą ilość razy w dwóch lub więcej wielkościach? Jak nazywamy największą wielkość, mieszczącą się całkowitą ilość razy w dwóch lub więcej wielkościach.

71. Wiele stopni ma łuk, będacy największą wspólną miarą łuków 70^0 i 90^0, tego samego lub równych okręgów?

72. Jeden łuk ma 21 cali; drugi łuk tego samego okręgu ma 28 cali. Znajdźcie długość łuku będącego największą wspólną miarą tych dwóch łuków.

73. Jaki wycinek jest największą wspólną miarą dwóch wycinków, z których jeden ma 60^0 a drugi 150^0?

74. Nakreślcie kąt o 40^0, i drugi o 50^0, przy popomocy 5 calowych odcinków i wykażcie ile stopni będzie miała ich największa wspólna miara.

75. Jak nazywamy wielkość, zawierającą w sobie inną wielkość całkowitą ilość razy? Jak — wielkość, zawierająca w sobie całkowitą ilość razy dwie lub więcej wielkości? Jak najmniejszą wielkość, zawierającą w sobie całkowitą ilość razy dwie lub kilka wielkości?

76. Jaka jest najmniejsza wspólna wielokrotna dwóch łuków tego samego okręgu, mających 10^0 i 15^0?

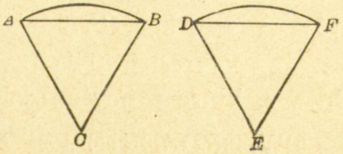
77. Wiele stopni ma łuk wycinka kołowego, będącego najmniejszą wspólną wielokrotną dwóch wycinków, jednego lub równych kół, jeżeli łuk jedncgo z tych wycinków ma 6^0 a drugiego 8^0?

78. Jaka jest najmniejsza wspólna wielokrotna dwóch kątow, mających 15^0 i 25^0?

79. Znajdźcie najmniejszą wspólną wielokrotną 90^0 i 120^0 łuku, tego samego okręgu.

80. Przednie koło wózka ma 21 cali średnicy, a tylne 28 cali średnicy. Jak daleką drogę przejedzie wózek, zanim oba koła zrobią całkowitą ilość obrotów i wiele obrotów zrobi każde z kół?

81. Wykażcie, że półkole jest jednocześnie wycinkiem i odcinkiem kołowym.

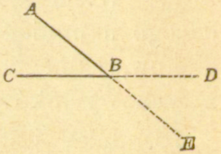


82. Jeżeli wycinek ABC nałożymy na równy mu wycinek DEF tak, aby punkt A leżał na punkcie D, B na F i C na E, to czy cięciwa AB będzie leżała na cię-

ciwie *DF*? Czy możecie pomiędzy punktami *D* i *F* nakreślić odcinek prostej, któryby nie stykał się na całej swej długości z odcinkiem *DF*? Wymieńcie geometryczne twierdzenie, które się do tego stosuje.

83. Podzielcie okręg koła na 4 równe łuki przy pomocy średnic. Połączcie krańce każdego łuku cięciwą. Nałóżcie jeden łuk na drugi i wykażcie słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 11. *W kole lub kołach o równym promieniu równym łukom odpowiadają równe cięciwy.*



84. Dany kąt *ABC* rowny 40^0, wiele stopni ma kąt, utworzony przez przedłużenie odcinka *CB* do *D*? Przez przedłużenie odcinka *AB* do *E*? Który kąt jest większy *ABD* czy *CBE*? Wiele stopni ma kąt *DBE*? Dlaczego?

85. Który kąt będzie spełnieniem kąta *ABD*, jeżeli patrzymy wzdłuż prostej *ABE*? Co będzie spełnieniem kąta *ABD*, jeżeli patrzymy wzdłuż prostej *CBD*? Czy te kąty są równe?

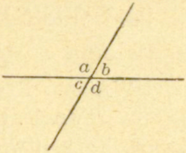
86. Jeżeli kąt *ABD* równa się 150^0, to wiele stopni ma kąt *DBE*? Wiele stopni ma kąt *ABC*?

87. Wiele stopni miałby każdy z pozostałych kątów, gdyby kąt *CBE* miał 130^0?

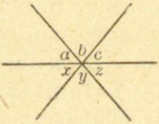
88. Nakreślcie dwa przecinające się odcinki i wykażcie, które z powstałych kątów są równe.

TWIERDZENIE 12. *Dwie przecinające się proste, tworzą kąty przeciwległe równe.*

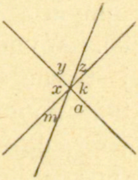
89. Kąt *a* jest 2 razy większym od kąta *b*. Znajdźcie wielkość kątów *a*, *b*, *c*, *d*.



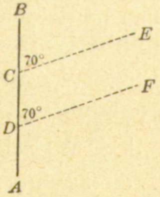
90. Kąt *a* równa się 50^0 i kąt *c* równa się 50^0. Znajdźcie wielkość każdego z pozostałych kątów.



91. Kąt *x* równa się 90^0. Kąt *a* jest 3 razy większy od kąta *m*. Znajdźcie wielkość wszystkich tych kątów, leżących około wspólnego wierzchołka.



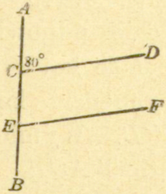
92. Nakreślcie linię prostą *AB* i w jakimbądź punkcie np. *C* kąt 70^0. W innym punkcie np. *D*, nakreślcie znowu kąt 70^0. Czy wskutek tego, że proste *CE* i *DF* tworzą z prostą *AB* jednakowe kąty, to mają one jednakowy kierunek? Czy są równoległe? Wiele stopni ma kąt *ECD*? Wiele kąt *FDA*?



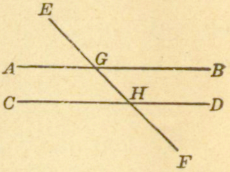
93. Nakreślcie dwie proste równoległe, przecinające trzecią prostą *AB*, przyczem kąt *ACD* niech ma 80^0. Ile stopni ma kąt *CEF*?

WSKAZÓWKI.—1. Przerysujcie i wytnijcie kąt *ACD* i nałóżcie go na kąt *CEF*.

2. Zmierzcie te kąty zapomocą przenośnika.



94. Wiele kątów tworzy sieczna z dwiema równoległemi?



UWAGA. Prosta, przecinająca dwie proste równoległe, nazywa się ich **sieczną.** Kąty, utworzone przez nią i leżące pomiędzy równoległemi, nazywają się **kątami wewnętrznymi.** Kąty zaś siecznej z równoległemi, leżące zewnątrz równoległych nazywają się **kątami zewnętrznymi.** Dwa kąty, leżące po jednej stronie siecznej, przytem nieprzyległe, nazywają się **jednostronnymi.**

95. Wymieńcie kąty wewnętrzne, leżące po prawej stronie siecznej. Po jej lewej stronie.

96. Wymieńcie kąty zewnętrzne, leżące po prawej stronie siecznej. Po jej lewej stronie.

UWAGA. Dwa kąty, leżące po przeciwnych stronach siecznej i do siebie nieprzyległe, nazywają się **kątami naprzemianległymi.**

97. Wymieńcie dwie pary kątów naprzemianległych wewnętrznych.

98. Wymieńcie dwie pary kątów naprzemianległych zewnętrznych.

UWAGA. Dwa kąty jednostronne, z których jeden jest wewnętrzny, a drugi zewnętrzny, nazywają się kątami **nachylenia,** albo **odpowiadającymi.**

99. Jeżeli kąt *EGB* jest zewnętrznym, to jaki będzie odpowiadający mu kąt wewnętrzny? Wymieńcie kąt zewnętrzny, odpowiadający kątowi *AGH*. Wymieńcie kąt zewnętrzny odpowiadający kątowi *HGB*. Wymieńcie kąt wewnętrzny, odpowiadający kątowi *AGE*.

100. Czy możecie nakreślić dwie równoległe przecięte sieczną w ten sposób, żeby jeden kąt zewnętrzny miał 80°, a odpowiadający mu wewnętrzny 70°?

101. Przerysujcie rysunek podany w zadaniu 94, zmieniając go przytem tak, aby kąt *EGB* miał 60^0. Wiele stopni będzie miał wówczas kąt *GHD*?

TWIERDZENIE 13. *Dwie równoległe, przecięte sieczną, tworzą z nią kąty nachylenia równe.*

102. Wiele stopni ma kąt *BGH*, jeżeli kąt *EGB* ma 50^0? Przytoczcie to twierdzenie geometryczne, przy pomocy którego możecie określić ile stopni ma kąt *BGH*, jeżeli znacie liczbę stopni kąta *EGB*.

103. Wiele stopni ma kąt *AGH*, jeżeli kąt *EGB* ma 50^0? Przytoczcie odpowiednie twierdzenie geometryczne.

104. Jeżeli kąt *EGB* ma 50^0, to ile stopni ma *AGE*? Ile kąt *GHD*? Przytoczcie odpowiednie twierdzenie geometryczne.

105. Gdyby kąt *AGE* miał 100^0, to wiele stopni miałby każdy z ośmiu kątów, utworzonych przez dwie równoległe i sieczną?

106. Jeżeli kąt *AGE* jest trzy razy większy od kąta *EGB*, to wiele stopni ma każdy z kątów, utworzonych przez sieczną z dwiema równoległemi?

107. Nakreślcie poziomy odcinek prostej i oznaczcie na nim dwa punkty. W tych punktach poprowadźcie odcinki, tworzące z danym odcinkiem kąt 75^0. Wiele stopni ma każdy z kątów, utworzonych przez te trzy odcinki? Czem różni się opisany tu rysunek od rysunku, podanego w zadaniu 94?

108. Nakreślcie dwie proste równoległe i sieczną taką, aby tworzyła z równoległemi jeden kąt zewnętrzny 4 razy większy od przyległego wewnętrznego. Wiele stopni będzie miał wówczas każdy z ośmiu kątów?

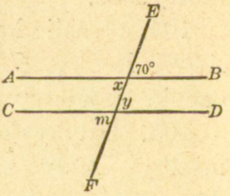
109. Janek i Wacek poszli z siostrzyczką swą Marynią na wycieczkę. Ojciec zaopatrzył każde dziecko w pieniądze tak, że suma pieniędzy Janka równała się sumie pieniędzy Maryni, i suma pieniędzy Wacka równała się sumie pieniędzy Maryni. Które z dzieci miało więcej pieniędzy — Janek czy Wacek?

110. Jeżeli następujący pewnik wydaje wam się prawdziwym, to objaśnijcie go na trzech kątach.

PEWNIK 1.

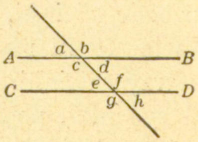
Wielkości równe jednej i tej samej wielkości są sobie równe.

111. Jeżeli AB i CD są prostemi równoległemi, to ile stopni ma kąt y? Dlaczego? Ile stopni ma kąt x? Dlaczego? Który z kątów naprzemianległych wewnętrznych jest większy x czy y? Który z kątów naprzemianległych zewnętrznych jest większy, kąt 70^0 czy kąt m?



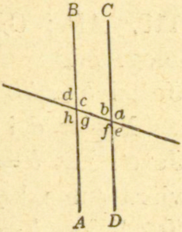
TWIERDZENIE 14. *Dwie równoległe, przecięte sieczną, tworzą z nią kąty naprzemianległe wewnętrzne równe.*

112. AB i CD są prostemi równoległemi. Wiele stopni ma kąt c, jeżeli kąt f jest dwa razy większym od kąta c? Gdyby kąt a był kątem prostym, to wiele stopni miałby każdy z kątów, utworzonych przez te trzy proste?

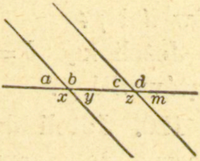


113. Jeżeli sieczna jest prostopadłą do jednej z dwóch równoległych, to jakie kąty tworzy ona z drugą równoległą?

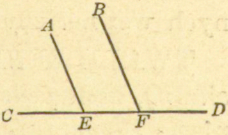
114. Wiele stopni ma kąt f, jeżeli kąt $b = 70^0$? Wiele kąt g? Wiele stopni miałby kąt h, jeżeliby kąt $a = 100^0$? W jakim stosunku znajdują się kąty b i g?



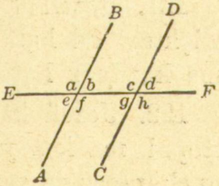
115. Jeżeli kąt d ma 135^0, to wiele stopni ma każdy z pozostałych kątów?



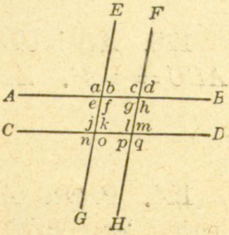
116. Niechaj równoległe AE i BF spotykają prostą CD. Jeżeli kąt BFD ma 112^0, to wiele stopni ma każdy z pozostałych kątów, utworzonych przez te trzy proste?



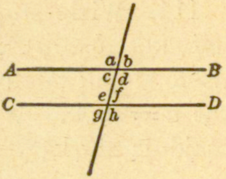
117. Proste AB i CD są równoległe. Kąt $b = 63^0$. Wiele stopni ma każdy z pozostałych siedmiu kątów, utworzonych przez te trzy proste?



118. Dwie równoległe AB i CD przecięte zostały dwiema równoległemi EG i FH. Kąt $a = 100^0$. Wiele stopni ma każdy z pozostałych piętnastu kątów? Wiele stopni ma suma kątów f i k? Wiele stopni ma suma kątów g i l? Wiele suma kątów h i m? Wiele suma kątów o i p? Wiele suma kątów e i j? Wiele suma kątów b i c?



119. *AB* i *CD* są prostemi równoległemi.



Jeżeli $b = 75^0$, to ile stopni ma suma kątów *d* i *f*?

Jeżeli kąt $b = 86^0$, to ile stopni zawiera suma kątów *d* i *f*?

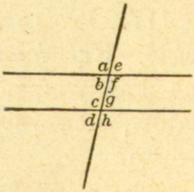
Jeżeli kąt $b = 85^0$, to ile stopni zawiera suma kątów *d* i *f*?

Jeżeli kąt $b = 77^1/_2{}^0$, to ile stopni zawiera suma kątów *d* i *f*?

120. Jeżeli dwie proste równoległe są przecięte sieczną, to czemu równa się suma kątów jednostronnych wewnętrznych?

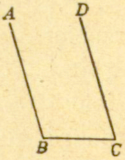
TWIERDZENIE 15. *Dwie równoległe, przecięte sieczną, tworzą sumę kątów jednostronnych wewnętrznych równą sumie dwóch kątów prostych.*

121. Jeżeli kąt *f* jest dwa razy większy od kąta *g*, to wiele stopni ma każdy z kątów wewnętrznych?

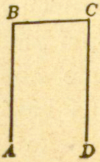


122. Jeżeli kąt $f = 150^0$, to wiele stopni ma każdy z kątów, utworzonych przez te trzy proste?

123. *AB* i *CD* są równoległe, kąt $ABC = 107^0$. Znajdźcie kąt *BCD*.



124. Proste *AB* i *CD* są równoległe, kąt $BCD = 86^0$. Znajdźcie kąt *ABC*.



ROZDZIAŁ IV.

POWTÓRZENIE № 1.

1. Zdefinjujcie każdy termin w następującem ugrupowaniu:

$$\text{Kąty:} \begin{cases} \text{Proste} \\ \text{Skośne} \begin{cases} \text{Ostre} \\ \text{Rozwarte.} \end{cases} \end{cases}$$

2. Nakreślcie dwa kąty przyległe; dwa kąty przyległe spełniające; dwa kąty spełniające, lecz nieprzyległe; dwa kąty dopełniające, sąsiadujące ze sobą; dwa kąty dopełniające, lecz nie sąsiadujące.

3. Czy możecie nakreślić dwa nierówne kąty wierzchołkiem przeciwległe?

4. Określcie, co to jest obwód figury płaskiej. Jaką specyalną nazwę nadajemy obwodowi koła?

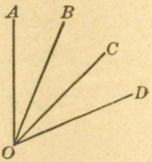
5. Jak długi jest okręg koła, ktorego promień ma 35 centymetrów długości?

6. Wiele milimetrów ma suma okręgów 7 monet 20 kopiejkowych?

7. Jaką częścią długości okręgu koła, o średnicy 63 mm., jest długość okręgu koła o średnicy 35 mm.?

8. Wiele razy dłuższym jest okręg koła, o średnicy 14 cm. od okręgu koła o średnicy 7 cm.?

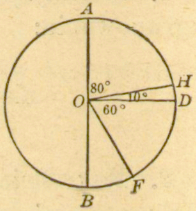
9 Nazwijcie kąt, będący sumą kątów AOB i BOC; kąt będący różnicą kątów AOD i AOC; kąt będący różnicą AOC i AOB.



10. Czemu równa się suma kątów BOC i COD?

11. Kąt AOC + kąt COD — kąt AOB = ?

12. Jaki wycinek kołowy jest sumą wycinków FOD i DOH?



13. $AOD + DOB - BOF = ?$

14. $BOH + HOA - (BOF + FOH) = ?$

15. $AOF + FOB - (AOD - DOH) = ?$

16. Wiele stopni ma dopełnienie kąta, utworzonego przez wskazówki zegarowe o godzinie 2-ej?

17. Wiele stopni ma spełnienie kąta, utworzonego przez wskazówki zegarowe o godzinie 4-ej?

18. Nakreślcie kąt, mający 50^0, którego ramiona mają po 3 cale długości. Przedłużcie teraz ramiona, tak aby ich długość wynosiła 5 cali. Czy kąt powiększył się wskutek tego?

UWAGA. Kąt jest wielkością rozchylenia dwóch spotykających się prostych albo takich, które spotkają się po dostatecznem przedłużeniu.

19. Zbadajcie uważnie kompas. Wiele stopni ma łuk zawarty między kierunkiem północnym i południowo-wschodnim? Wiele między punktami E i SE? Między NE i SW? Między SW i NW?

20. Porównajcie kąty utworzone przez gałązki i łodygi różnych rodzajów roślin.

21. Przy pomocy przenośnika zmierzcie kąty, utworzone przez różnokolorowe paski na materyałach szkockich.

22. Mierzcie rozmaite kąty w deseniach tapet, dywanów i t. p. dopóty, dopóki nie nauczycie się określać zupełnie ściśle liczbę stopni, zawartych w jakimbądź kącie.

23. Jeżeli oznaczymy długość jakiegoś odcinka przez x, to jak powinniśmy oznaczyć długość odcinka, dwa razy dłuższego? Jak oznaczymy sumę tych dwóch odcinków? Jeżeliby x równało się 7 calom, to czemu równałoby się $3x$, czyli suma tych odcinków? Jeżeliby x było 10 cali, to czemu równałaby się suma tych dwóch odcinków? Jak długi jest odcinek x, jeżeli $3x = 24$ calom?

UWAGA. Zaznaczenie równości dwóch wielkości nazywamy **równaniem** np. $3x + 5 = 23$.

24. Suma dwóch odcinków ma 15 cali, a jeden z tych odcinków jest dwa razy dłuższy od drugiego. Znajdźcie długość każdego.

ROZWIĄZANIE. Jeżeli założymy, że x równa się mniejszemu odcinkowi, to $2x$ równałoby się dłuższemu, a suma ich byłaby $3x$. Mamy więc równanie:

$x + 2x = 15$, stąd $x = 5$, odcinek krótszy,

zatem $3x = 15$, więc $2x = 10$, odcinek dłuższy.

25. Napiszcie równanie, z którego znajdziecie długość dwóch odcinków, z których jeden jest 7 razy dłuższy od drugiego, a których suma wynosi 40 cali. Oznaczcie krótszy odcinek przez x. Jak oznaczycie dłuższy? Ich sumę? Znajdźcie długość każdego odcinka?

UWAGA. Równań używa się do rozwiązywania zadań, odnoszących się do jakichbądź rodzajów jednostek. Uczcie się używać równań, układając, o ile to tylko będzie możliwem, warunki waszych zadań w równania; ułatwią wam one bowiem pracę, skoro nauczycie się już nimi posługiwać.

26. Ułóżcie i rozwiążcie równanie o liczbie kulek kamiennych Janka i Stasia. Janek ma ich 5 razy więcej niż Staś, a suma wszystkich kulek jest 18

27. Suma dwóch kątów jest 150^0, a większy z nich jest 4 razy większym od mniejszego. Wiele stopni ma każdy z kątów?

PYTANIE. Czemu będzie się równało x?

28. Suma trzech odcinków AB, BC, CD ma 84 cale. BC i CD są trzy razy większe od AB. Znajdźcie długość każdego odcinka.

ROZWIĄZANIE. Niechaj $x = AB$
to $3x = BC$
i $3x = CD$

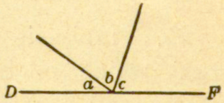
czyli suma jest $7x = 84$

stąd znajdujemy szukane wielkości.

29. Suma trzech odcinków AB, CD i EF ma 81 cali, CD jest dwukrotnym EF, a AB jest trzykrotnym CD. Znajdźcie długość każdego?

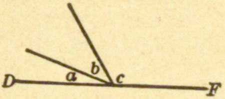
PYTANIE. Jeżeli x jest EF, to czemu równają się CD i AB?

30. Kąt b jest dwukrotnym kąta a. Kąt $c = b$. Wiele stopni ma każdy z tych kątów, jeżeli DF jest prostą?

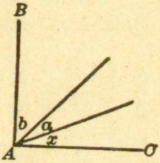


UWAGA. W równaniach te wielkości, których wartości są nam znane, nazywają się „wiadomemi“. W zadaniu 30 wielkością wiadomą jest 180^0.

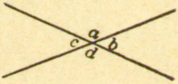
31. Kąt b jest dwa razy większy od kąta a, zaś kąt c trzy razy większy od kąta b. Wiele stopni ma każdy z tych trzech kątów?



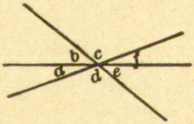
32. BA jest prostopadłą do AC. Kąt $a =$ kątowi x. Kąt $b =$ podwojonemu kątowi a. Wiele stopni ma każdy z tych trzech kątów.



33. Kąt $a =$ 3-krotnemu kątowi b. Znajdźcie liczbę stopni każdego z czterech danych kątów.



34. Kąt b jest dwa razy większy od kąta a, zaś kąt c jest dwa razy większy od sumy kątów a i b. Wiele stopni ma każdy z tych sześciu kątów?

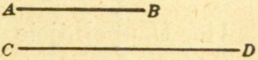


PYTANIE. Jeżeli znamy ilość stopni w kącie a, to w jaki sposób możemy określić ilość stopni w kącie f?

35. Jeżeli oznaczymy jakiś odcinek przez x, to jak powinniśmy oznaczyć odcinek dłuższy o 3 cale? Jeżeli ich suma będzie 15 cali, to jakie równanie wyrazi ten fakt? Dane jest równanie $2x + 3 = 15$. Znajdźcie wartość dla x.

Jeżeli $2x$ i 3 równa się 15, to czyż nie jest słusznem, że $2x$, bez tych 3, będzie się równało 15 mniej 3? Jeżeli $2x = 12$, to $x = 6$ będzie krótszym odcinkiem, zaś $x + 3 = 9$ dłuższym.

36. Suma odcinków AB i CD jest równa 17 calom; CD jest o 5 cali dłuższy od AB. Znajdźcie długość każdego?



37. Znajdżcie wartość x, jeżeli $4x - 5 = 35$. Znajdźcie wartość x, jeżeli $3x + 7 = 37$.

PYTANIE. Jeżeli $4x$ bez 5 równa się 35, to czemu równa się suma $4x$.

UWAGA. Każda wielkość może być przeniesiona z jednej strony równania na drugą, bez naruszenia słuszności równania, pod warunkiem jednak zmiany znaku tej wielkości.

38. Jak długim jest odcinek x, jeżeli: $4x - 7 = 3x + 5$, gdzie wiadome wyrażają liczbę cali?

WSKAZÓWKA. Przenieście wyrazy zawierające x na lewą stronę równania, a wiadome na prawą. Zmieniając strony, zmieńcie znaki wyrazów.

39. Znajdźcie długości odcinka y, jeżeli $2y+2=y+120$, gdzie wiadome wyrażają cale.

40. Znajdźcie długość odcinka n z równania $5n + 7 = 4n + 16$, jeżeli wielkości wiadome oznaczają cale.

41. Znajdźcie długość odcinka x z równania $3x - 7 = x + 13$, jeżeli wielkości wiadame, oznaczają cale.

42. Znajdźcie długość odcinka x z równania $7x - 8 = 3x + 16$, jeżeli wielkości wiadome oznaczają cale.

43. Jeżeli odcinek długości 8 cali oznaczymy przez x, to jak należy uzupełnić następujące równanie: $7x - 10 = 5x$?

44. Uzupełnijcie równanie $8x - 3x = ?$ Jeżeli $x = 11$ centymetrom.

45. Uzupełnijcie równanie $11x - 21 = ?$ dla x równego 3 decymetrom.

46. Uzupełnijcie $3x + 9 + 8x - 3 = 4x + ?$, gdzie x jest odcinkiem, 4 cale długim.

47. Suma dwóch odcinków wynosi 61 cali a większy odcinek jest o 7 cali dłuższym od 5 razy wziętego mniejszego. Znajdźcie długość każdego z tych odcinków.

48. Krótszy odcinek w zadaniu 47 ma 9 cali długości. Podstawcie 9 zamiast x do równania $6x + 7 = 61$ i zobaczcie, czy jest ono słusznem.

UWAGA. Czynność podstawiania wartości dla x i wykazania, że równanie jest słusznem,, nazywa się **sprawdzaniem** równania. Jest to dogodny sposób robienia próby zadania

49. Suma dwóch kątów ma 100^0, większy z nich jest o 40^0 większy od mniejszego. Znajdźcie każdy z tych kątów i sprawdźcie rozwiązanie.

50. Podzielcie kąt prosty na dwa kąty, z których jeden jest o 40^0 większy od drugiego.

51. Wiele stopni ma kąt, którego dopełnienie jest o 40^0 większe od samego kąta? Sprawdźcie to?

52. Wiele stopni ma kąt, którego dopełnienie zawiera o 30^0 więcej niż sam kąt?

53. Podzielcie łuk mający 120^0 na dwa łuki, z których jeden niechaj zawiera o 20^0 więcej od drugiego.

54. Okrągły kląb kwiatowy ma 48 stóp okręgu. Brzeg jego wysadzony jest częściowo goździkami, a częściowo narcyzami. Brzeg, obsadzony goździkami, jest 3 razy dłuższy niż brzeg, wysadzony narcyzami.

Znajdźcie, ile stopni okręgu obsadzonych jest każdym rodzajem roślin.

55. Janek i Staś wyruszyli z jednego punktu w przeciwnych kierunkach i ścigali się po okrągłej ścieżce, mającej 120 metrów długości. W chwili spotkania się chłopców Janek przebiegł o 20 metrów więcej niż Staś. Wiele metrów przebiegł każdy?

PYTANIE. Czy możecie wyobrazić jak wygląda ta ścieżka z biegnącymi po niej chłopcami?

Tworzenie w umyśle jasnych obrazów o rzeczach, opisywanych w zadaniach jest koniecznem.

56. Janek, Staś i Bolek zjedli okrągły placek, mający 22 cale okręgu. Krzywa krawędź w kawałku placka, zjedzonym przez Janka, była 2 razy dłuższa niż w kawałku, zjedzonym przez Stasia, zaś krzywa krawędź w kawałku, zjedzonym przez Stasia, miała o 3 cale długości więcej niż także w kawałku, zjedzonym przez Bolka. Obliczcie długość krzywej krawędzi każdego kawalka. Jaką część całego placka zjadł każdy z chłopców?

57. Trzej chłopcy zjedli okrągły placek, mający 28 cali okręgu. Kawałek, zjedzony przez Bolka, był dwa razy większy od kawałka, zjedzonego przez Stasia, a ten kawałek był dwa razy większy od kawałka, zjedzonego przez Janka. Obliczcie długość krzywej krawędzi każdego kawałka placka.

58. Wojciech, Jerzy i Karol budowali płot wokoło kurnika o okręgu 300 stóp. Wojciech wybudował dwa razy więcej niż Jerzy, a Karol trzy razy więcej niż Jerzy. Wiele stóp bieżących płotu wybudował każdy?

59. Mania, Janka i Andzia dziergały brzeg okrągłej serwety, mającej 42 cale okręgu. Robota Mani była dwa razy większa, niż robota Janki, a robota Andzi trzy razy większa niż robota Janki. Wiele cali brzegu serwety wydziergała każda z nich?

60. Tomek, Fredek i Wacek wybielili płot, otaczający okrągły ogródek, mający 60 stóp okręgu. Fredek wybielił 3 razy tyle co Tomek, a Wacek 4 razy tyle co Tomek. Ile stóp bieżących płotu wybielił każdy?

61. Marynia, Janka i Andzia przystrajały kwiatami okrągły stół, o okręgu 44 cali. Marynia przystroiła o 8 cali brzegu więcej niż Janka, a Andzia dwa razy tyle co Marynia. Wiele cali przystroiła każda?

WSKAZÓWKA. $2(x+8)=2x+16$.

62. Podzielcie kwadrant na dwa łuki, z których jeden niechaj będzie o 10^0 większy od drugiego.

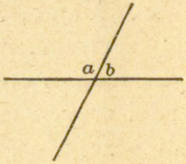
63. Trzy kąty utworzone są przy wspólnym wierzchołku, po jednej stronie danej prostej. Pierwszy jest o 20^0 większy od drugiego, a drugi o 30^0 większy od trzeciego. Wiele stopni ma każdy kąt? Nakreślcie te kąty.

64. Trzy kąty utworzone są wokoło wspólnego wierzchołka. Pierwszy kąt zawiera o 150^0 więcej niż drugi, a drugi o 30^0 więcej niż trzeci. Wiele stopni ma każdy?

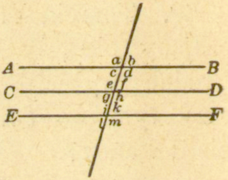
Nakreślcie to.

65. Dłuższy bok prostokąta o obwodzie 80 centymetrowym jest o 5 cm. większy od 4 razy wziętego krótszego. Znajdźcie długość każdego boku.

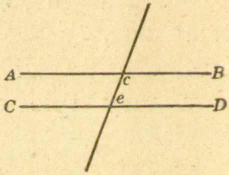
66. Jeżeli kąt *a* jest o 30^0 mniejszy niż kąt *b*, to wiele stopni ma każdy z tych kątów?



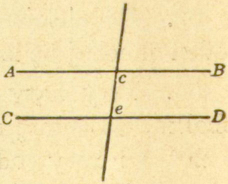
67. Co to są linie równoległe?



68. Wiele stopni ma każdy z kątów, utworzonych przez trzy równoległe, przecięte sieczną, jeżeli kąt *a* ma 107^0?



69. Wiele stopni ma każdy z kątów, utworzonych przez dwie równoległe, przecięte sieczną, jeżeli kąt *c* jest o 50^0 większy od kąta *e*?



70. Wiele stopni ma każdy z kątów, utworzonych przez sieczną z dwiema równoległemi, jeżeli kąt *c* jest o 30^0 mniejszy niż trzy razy wzięty kąt *e*?

ROZDZIAŁ V.

PROSTOKĄTY.

UWAGA. **Wielokąt** jest figurą płaską, ograniczoną odcinkami prostej. Jeżeli wielokąt jest ograniczony czterema odcinkami prostej, to nazywa się **czworokątem.** Jeżeli przeciwległe boki czworokąta są do siebie równoległe, to taki czworokąt nazywamy **równoległobokiem.** Jeżeli równoległobok ma cztery kąty proste, to nazywa się **prostokątem.** Jeżeli prostokąt ma wszystkie boki równe, to nazywa się **kwadratem.** Równoległobok mający kąty nierówne, nazywamy **romboidem**, lub równoległobokiem **skośnym.**

1. Nakreślcie wielokąt. Czy wycinek kołowy jest wielokątem?
2. Nakreślcie czworokąt.
3. Nakreślcie równoległobok.
4. Nakreślcie prostokąt.
5. Nakreślcie kwadrat i wykażcie, że może mu przysługiwać 5 różnych nazw.
6. Nakreślcie romboid i wykażcie wiele nazw może mu przysługiwać.
7. Wiele nazw może przysługiwać prostokątowi?
8. Wiele nazw może przysługiwać trójkątowi?
9. Zbudujcie prostokąt z trzech rzędów jednocalowych kwadracików tak, aby każdy rząd zawierał po 8 kwadracików. Wiele cali kwadratowych zakryje ten prostokąt?

UWAGA. Część płaszczyzny, jaką dana figura płaska zakrywa, nazywa się **jej powierzchnią.**

10. Czemu równa się powierzchnia prostokąta, utworzonego przez dwa rzędy jednocalowych kwadracików, zawierające po 4 kwadraciki?

11. Jaka jest powierzchnia prostokąta, utworzonego z 3 rzędów po 7 jednocalowych kwadracików? Jak długim jest jego obwód?

12. Nakreślcie prostokąt o podstawie równej 5 calom i wysokości równej 4 calom. Wiele cali kwadratowych zawiera jego powierzchnia?

UWAGA. Dolną podstawą prostokąta nazywamy którybądź z boków, na którym przypuszczalnie mógłby stać, górną podstawą jest bok przeciwległy dolnej podstawie, wysokością zaś odległość między podstawami, mierzona prostopadle.

13. Który bok jest dolną podstawą prostokąta *ABCD*? Który górną podstawą? Który odcinek oznacza wysokość? Jeżeli obrócimy prostokąt tak, aby bok *AC* uważać za dolną podstawę, to jaki odcinek będzie wówczas oznaczał wysokość?

14. Wykażcie słuszność następującego geometrycznego twierdzenia:

TWIERDZENIE 16. *Powierzchnia prostokąta równa się iloczynowi z podstawy przez wysokość.*

15. Jaka jest powierzchnia prostokąta, którego podstawa ma 12 cali, a wysokość jest połową podstawy?

16. Znajdźcie powierzchnię prostokąta o podstawie 5 centymetrów, a wysokości 8 centymetrów.

17. Podstawa $= 7\frac{1}{2}$ calom; wysokość $= 5$ calom; znajdźcie powierzchnię prostokąta.

18. Podstawa $= 16^1/_2$ calom; wysokość $= ^1/_2$ podstawy; znajdźcie powierzchnię prostokąta.

19. Podstawa prostokąta równa się podwojonej wysokości; suma podstawy i wysokości równa 15 calom; znajdźcie powierzchnię takiego prostokąta.

WSKAZÓWKA. Załóżcie $x =$ wysokości.

20. Podstawa prostokąta jest 3 razy większa od jego wysokości; suma podstawy i wysokości równa się 16 stopom. Znajdźcie powierzchnię tego prostokąta.

21. Jak długiego płotu potrzeba do ogrodzenia pola, mającego 30 stóp długości i 20 stóp szerokości, i ile stóp kwadratowych ma powierzchnia tego pola?

22. Wiele łokci kwadratowych ma powierzchnia derki mającej 12 stóp długości, a 9 szerokości, i wiele łokci taśmy potrzeba do obszycia jej brzegów?

23. Wiele stóp musi mieć framuga drzwi, mających 4 stopy szerokości i 8 stóp wysokości?

PYTANIE. Z ilu stron robi się framugę drzwi?

24. Jeżeli podstawa prostokąta ma 8 cali, to wiele rzędów cali kwadratowych musi on zawierać, aby powierzchnia jego wynosiła 24 cale kwadratowe? Jaka jest jego wysokość?

25. Jeżeli podstawa prostokąta ma 9 cali, a jego powierzchnia 36 cali kwadratowych, to wiele zawiera on rzędów cali kwadratowych?

26. Jeżeli podstawa prostokąta ma 8 cali, a jego powierzchnia 32 cale kwadratowe, to jaka jest jego wysokość?

27. Podstawa prostokąta $= 9$ calom, powierzchnia jego $= 63$ calom kwadratowym; znajdźcie wysokość prostokąta.

28. Podstawa prostokąta = 10 centymetrom, powierzchnia jego = 50 cm. kwadratowym; znajdźcie wysokość.

29. Podstawa = 10 calom, powierzchnia = 35 calom kwadratowym. Znajdźcie wysokość prostokąta.

30. Podstawa = $12\frac{1}{2}$ calom, powierzchnia = 50 calom kwadratowym. Znajdźcie wysokość prostokąta.

31. Podstawa = $7\frac{1}{2}$ calom, powierzchnia = 60 calom kwadratowym. Znajdźcie wysokość.

32. Podstawa = $4\frac{1}{2}$ calom, powierzchnia = $94\frac{1}{2}$ calom kwadratowym. Znajdźcie wysokość.

33. Podstawa = 8 calom, powierzchnia = 72 calom kwadratowym. Znajdźcie wysokość i obwód prostokąta.

34. Podstawa = 9 centymetrom, powierzchnia = 45 centymetrom kwadratowym; znajdźcie wysokość i obwód prostokąta.

35. Wiele milimetrów ma obwód prostokąta, którego podstawa ma 21 milimetrów, a powierzchnia 105 milimetrów kwadratowych?

36. Wiele milimetrów ma obwód prostokąta, którego podstawa ma 3 centymetry, a powierzchnia 6 centymetrów kwadratowych?

37. Wiele łokci tasiemki potrzeba do obszycia brzegów ceraty, mającej 10 stóp długości i 90 stóp kwadratowych powierzchni?

38. Wiele łokci tasiemki potrzeba do obszycia derki, mającej 15 stóp długości i 30 łokci kwadratowych powierzchni?

39. Wiele łokci frendzli potrzeba do obszycia u dołu dwóch firanek, mających każda po 10 stóp długości i 50 stóp kwadratowych powierzchni?

40. Jeżeli wysokość prostokąta wynosi 3 cale, a powierzchnia 30 cali kwadratowych, to ile cali kwadratowych musi być w każdym rzędzie? Jaką jest podstawa prostokąta?

41. Jeżeli powierzchnia prostokąta ma 16 cali kwadratowych, a wysokość wynosi 2 cale, to wiele cali kwadratowych jest w każdym rzędzie?

42. Jeżeli wysokość prostokąta wynosi 7 cali, a powierzchnia 56 cali kwadratowych, to jak wielką jest jego podstawa?

43. Wysokość prostokąta $=8$ calom, powierzchnia $=96$ calom kwadratowym; znajdźcie podstawę.

44. Wysokość prostokąta $=9^1/_2$ calom, powierzchnia $=95$ calom kwadratowym; znajdźcie jego podstawę.

45. Wysokość prostokąta $=6^1/_4$ calom, powierzchnia $=50$ calom kwadratowym; znajdźcie podstawę.

46. Wysokość prostokąta $=4^1/_6$ calom, powierzchnia $=83^1/_3$ calom kwadratowym; znajdźcie podstawę.

47. Wysokość prostokąta $=8{,}5$ calom, powierzchnia $=170$ calom kwadratowym; znajdźcie podstawę.

48. Wysokość prostokąta $=7{,}5$ calom, powierzchnia $=87{,}5$ calom kwadratowym; znajdźcie podstawę.

49. Wysokość prostokąta $=24$ milimetrom, powierzchnia $=288$ milimetrom kwadratowym; znajdźcie podstawę.

50. Wysokość prostokąta $=3^1/_2$ centymetrom, powierzchnia $=77$ centymetrom kwadratowym; znajdźcie podstawę.

51. Wiele centymetrów ma obwód prostokąta, którego wysokość wynosi 15 centymetrów, a powierzchnia 225 centymetrów kwadratowych?

52. Wiele milimetrów ma obwód prostokąta, którego powierzchnia wynosi 15 centymetrów kwadratowych, a wysokość 5 centymetrów?

53. Jeżeli wysokość prostokąta wynosi 9 cali, a powierzchnia jego 81 cali kwadratowych, to jak długą jest jego podstawa? Jakiego rodzaju jest dany prostokąt?

54. Czemu równa się bok kwadratu, którego powierzchnia ma 9 cali kwadratowych?

55. Znajdźcie obwód i powierzchnię kwadratu, którego bok ma 5 cali długości.

56. Znajdźcie obwód kwadratu, którego powierzchnia wynosi 36 cali kwadratowych. Takiego, którego powierzchnia wynosi 49 cali kwadratowych; 64 cali kwadratowych; 81 cali kwadratowych; 100 cali kwadratowych.

57. Wiele cali kwadratowych ma suma powierzchni dwóch prostokątów, z których jeden ma 20 cali długości i 10 cali szerokości, a drugi 19 cali długości i 11 cali szerokości?

58. Wiele cali kwadratowych zawiera suma powierzchni trzech kwadratów, mających boki równe 4-em, 6-ciu i 8-miu calom?

59. Wiele cali kwadratowych zawiera suma powierzchni dwóch kwadratów, których obwody wynoszą 72 cale i 40 cali?

60. Znajdźcie długość sumy obwodów dwóch kwadratów, mających powierzchnie równe 36 calom kwadratowym i 25 calom kwadratowym.

61. Wiele prętów [1]) płotu potrzeba do ogrodzenia

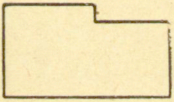
---

[1]) Pręt równa się 16,5 stopy.

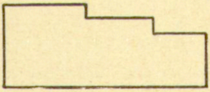
dwóch kwadratowych pól, z których jedno ma powierzchnię 9-ciu prętów kwadratowych, a drugie 49 prętów kwadratowych?

62. Nakreślcie figurę płaską, będącą sumą dwóch kwadratów, umieszczonych obok siebie tak, aby miały jeden bok wspólny, przyczem niechaj oba kwadraty mają po 7 cali długości i szerokości. Znajdźcie powierzchnię i obwód tej figury płaskiej.

63. Nakreślcie figurę płaską, będącą sumą dwóch kwadratów, umieszczonych obok siebie w jednej linii i mających boki równe 4 calom i 5 calom. Znajdźcie powierzchnię i obwód tej figury płaskiej.



64. Nakreślcie figurę płaską, będącą sumą trzech kwadratów, umieszczonych jeden przy drugim w jednej linii i mających boki równe 6 calom, 5 calom, i 4 calom. Znajdźcie powierzchnię i obwód tej figury płaskiej.



65. Znajdźcie różnicę powierzchni dwóch prostokątów, z których jeden ma 13 cali długości i 11 cali szerokości, a drugi 11 cali długości i 5 cali szerokości.

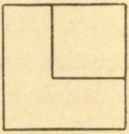
66. Znajdźcie różnicę powierzchni dwóch kwadratów, mających boki równe 7 calom i 5 calom.

67. Znajdźcie różnicę powierzchni dwóch kwadratów, z których większy ma 32 cale obwodu, a mniejszy 28 cali obwodu.

68. Znajdźcie różnicę w liczbie prętów płotu, potrzebnych do ogrodzenia dwóch pól kwadratowych

mających powierzchnię 64-ch i 36-ciu prętów kwadratowych.

69. Wytnijcie kwadrat o bokach 4-ro calowych przy górnym prawym wierzchołku kwadratu, o bokach 7 calowych i znajdźcie powierzchnię i obwód pozostałej figury płaskiej.

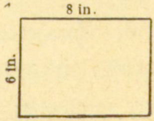


70. Nakreślcie figurę płaską, będącą różnicą powierzchni dwóch kwadratów, z których jeden ma boki 6 calowe a drugi 4 calowe, przyczem odetnijcie mniejszy kwadrat od większego przy jego dolnym prawym wierzchołku. Znajdźcie powierzchnię i obwód tej figury płaskiej.

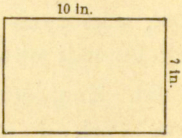
71. Nakreślcie figurę płaską, będącą różnicą powierzchni dwóch kwadratów, o bokach 8 calowych i 5 calowych, przyczem mniejszy kwadrat odetnijcie od większego przy jego lewym dolnym wierzchołku. Znajdźcie powierzchnię oraz obwód tej figury płaskiej.

72. Umieśćcie kwadrat o bokach 3 calowych przy lewym górnym wierzchołku kwadratu, o bokach 10 calowych i znajdźcie powierzchnię i obwód figury płaskiej, będącej różnicą tych kwadratów.

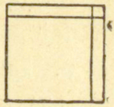
73. Jaka jest długość, szerokość i powierzchnia prostokąta, który trzeba odciąć od danego prostokąta, aby zeń pozostał możliwie największy kwadrat?



74. Podajcie wymiary i powierzchnię prostokąta, który dodany do jednego boku danego prostokąta, zamieni go na kwadrat.



75. Podajcie liczbę cali kwadratowych, zawartych w dwóch prostokątach i w małym kwadraciku, które odcięte od kwadratu o bokach 8 calowych, uczynią zeń kwadrat o bokach 7 calowych.



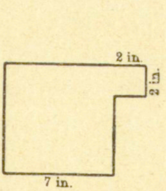
76. Znajdźcie liczbę cali kwadratowych, zawartych w dwóch prostokątach i w małym kwadracie, które dodane do kwadratu, o bokach 5 calowych, utworzą zeń kwadrat, o bokach 7 calowych.

77. Jeżeli odetniemy kwadrat o bokach 5 calowych od kwadratu o bokach 10 calowych przy jego prawym górnym wierzchołku, to wiele cali kwadratowych będzie miała pozostała nieforemna figura płaska? Znajdźcie jej obwód.

78. Jeżeli odetniemy kwadrat o bokach 4 calowych przy lewym dolnym wierzchołku kwadratu o bokach 9 calowych, to jaka będzie powierzchnia i obwód pozostałej figury płaskiej?

79. Dodajcie do kwadratu, o bokach 5 calowych, te dwa prostokąty i kwadracik, które uczynią zeń kwadrat, o bokach 6 calowych, i znajdźcie powierzchnię części dodanej.

80. Jeżeli dodamy kwadrat, o bokach 2 calowych, do prawego górnego wierzchołka kwadratu, o bokach 7 calowych, to jaka będzie powierzchnia powstałej wskutek tego nieforemnej figury płaskiej? Jak wielkim jest jej obwód? Wiele ona ma boków?

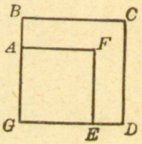


UWAGA. Figura płaska ograniczona sześcioma odcinkami prostej nazywa się **sześciokątem.** Rysunek w zadaniu 80 przedstawia szczególny wypadek sześciokąta.

81. Nakreślcie kilka figur płaskich różnego kształtu, mających po 6 boków każda, i napiszcie przy każdej przynależną jej nazwę.

82. Znajdźcie powierzchnię figury płaskiej, będącej sumą 2 kwadratów, z których jeden ma boki 9 calowe, a drugi 6 calowe, umieszczonych tak, aby jeden bok jednego kwadratu był przedłużeniem jednego z boków drugiego i aby jeden z kątów jednego był przyległym do jednego z kątów drugiego kwadratu. Znajdźcie obwód tej figury płaskiej.

83. Wiele cali kwadratowych ma figura płaska (oznaczona przez *ABCDEF*), będąca różnicą kwadratu *BCDG*, o bokach 10 calowych i kwadratu *AFEG*, o bokach 7 calowych?



84. Nakreślcie kwadrat odcinka *AB*, równego 5 calom.

UWAGA. Kwadratem odcinka danego nazywamy kwadrat, którego każdy bok równy jest temu odcinkowi.

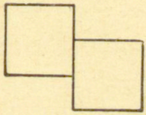
85. Nakreślcie prostokąt odcinków *AB* i *BC*, gdzie *AB* równa się 8 calom, a *BC* równa się 7 calom.

UWAGA. Prostokątem dwóch odcinków danych nazywamy prostokątną, czworoboczną figurę płaską, powstałą przez użycie jednego z tych odcinków za miarę długości, a drugiego za miarę szerokości. Figura taka nazywa się również iloczynem dwóch danych odcinków.

86. Nakreślcie figurę płaską, będącą sumą kwadratów dwóch odcinków 6 calowych, i określcie liczbę zawartych w niej cali kwadratowych.

87. Umieśćcie kwadraty dwóch odcinków 7 calowych tak, aby miały jeden bok wspólny i znajdźcie powierzchnię i obwód utworzonego w ten sposób prostokąta.

88. Znajdźcie obwód prostokąta, będącego sumą kwadratów dwóch odcinków 5 calowych, umieszczonych obok siebie tak, iż mają jeden bok wspólny.

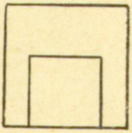


89. Umieśćcie kwadraty dwóch odcinków 8 calowych obok siebie tak, aby jeden z wierzchołków każdego kwadratu stykał się ze środkowym punktem jednego z boków drugiego kwadratu, i znajdźcie obwód powstałej w ten sposób figury płaskiej. Wiele ma ona boków?

90. Umieśćcie kwadraty dwóch odcinków 10 calowych tak, aby połowa jednego z boków każdego kwadratu przylegała do połowy jednego z boków drugiego kwadratu. Znajdźcie obwód utworzonej w ten sposób figury płaskiej.

91. Znajdźcie obwód i powierzchnię figury płaskiej, utworzonej przez odcięcie kwadratu odcinka 2 calowego od lewego górnego wierzchołka kwadratu odcinka 7 calowego.

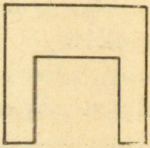
92. Znajdźcie powierzchnię i obwód figury płaskiej, będącej różnicą kwadratu odcinka *AB*, 8 calowego i kwadratu odcinka *AC*, 6 calowego, odciętego od górnego lewego wierzchołka kwadratu odcinka *AB*.



93. Umieśćcie kwadrat odcinka *AB*, 6 calowego, wewnątrz kwadratu odcinka *CD*, 10 calowego tak, aby punkty środkowe ich podstaw leżały na sobie. Wiele cali kwadratowych zawiera figura płaska, będąca różnicą tych kwadratów? Jak długim jest jej obwód? Jak wiele ma ona boków?

94. Znajdźcie powierzchnię i obwód figury płaskiej, będącej różnicą kwadratu odcinka *AB* 9 calo-

wego i *CD* 7 calowego, umieszczonych jeden wewnątrz drugiego tak, jak wskazuje rysunek w następnem zadaniu.



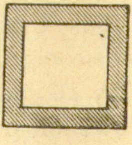
95. Gzyms kominka ma 40 cali wysokości i tyleż szerokości, palenisko zaś ma 23 cale wysokości i tyleż szerokości. Wiele cali kwadratowych powierzchni zawiera gzyms kominka?

96. Umieśćcie mniejszy kwadrat z zadania 93 o jeden cal bardziej na lewo i znajdźcie powierzchnię i obwód figury płaskiej, powstałej tym sposobem.

97. Umieśćcie te same kwadraty tak, aby ich środki leżały na sobie. Wiele cali kwadratowych będzie miała wówczas różnica kwadratów?

98. Wytnijcie kwadrat, o bokach 3 calowych, ze środka kwadratu, o bokach 7 calowych i znajdźcie ile cali kwadratowych będzie zawierała pozostała powierzchnia.

99. Rama lustra ma 30 cali długości i tyleż szerokości, samo zaś lustro ma po 20 cali długości i szerokości. Wiele cali kwadratowych ma powierzchnia ramy?



100. W ogrodzie kwiatowym o bokach 40 stopowych zrobiony jest naokoło szpaler; wewnątrz pozostaje przestrzeń kwadratowa o bokach 28 stopowych. Ile stóp kwadratowych ma szpaler i jaka jest jego szerokość?

101. Obwód jednego kwadratu jest o 4 cale dłuższy od obwodu drugiego kwadratu, a suma tych obwodów wynosi 36 cali. Wiele cali kwadratowych ma różnica powierzchni tych kwadratów?

WSKAZÓWKA. Niechaj $x =$ obwodowi mniejszego kwadratu.

102. Obwód jednego kwadratu jest o 8 cali dłuższy od obwodu drugiego, a suma tych obwodów wynosi 56 cali. Wiele cali kwadratowych ma różnica powierzchni tych kwadratów?

103. Nakreślcie plan prostokątnego pola, o długości 7 prętów i szerokości 5 prętów, oznaczając każdy pręt przez $^1/_2$ cala. Znajdźcie wielkość powierzchni tego pola.

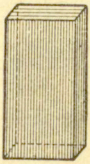
104. Nakreślcie plan pokoju, o długości 7 stóp i szerokości 5 stóp, oznaczając każdą stopę przez 1 centymetr, i znajdźcie powierzchnię podłogi tego pokoju.

105. Nakreślcie plan dywanu, mającego 12 stóp długości i 9 stóp szerokości, w skali 1 centymetra na stopę.

106. Jaką figurę geometryczną tworzy dno oraz każda ściana szuflady, mającej 12 cali długości, 10 cali szerokości i 4 cale głębokości? Wiele cali kwadratowych niebieskiego aksamitu potrzeba do wybicia tej szuflady?

107. Wiele cali kwadratowych mają wszystkie ściany pudełka, mającego 8 cali długości, 6 cali szerokości i 4 cale wysokości? Wiele par równych prostokątnych powierzchni ma to pudełko?

108. Wiele cali kwadratowych mają wszystkie powierzchnie cegły, mającej 8 cali długości, 4 cale szerokości i 2 cale grubości? Wiele par równych prostokątnych powierzchni ma ta cegła?



UWAGA. **Bryła**, mająca 6 prostokątnych ścian, z których przeciwległe są równe i równoległe nazywa się równoległościanem prostym lub **prostopadłościanem.**

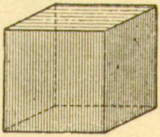
109. Czy przestrzeń zawarta wewnątrz szuflady, wzmiankowanej w zadaniu 106, jest bryłą geometryczną czy fizyczną?

UWAGA. Jakibądź przedmiot materyalny jest bryłą fizyczną. Przestrzeń, zajmowana przez materyalny przedmiot, stanowi bryłę geometryczną.

110. Pomyślcie o pudełku od zapałek i wyobraźcie sobie odpowiadającą mu bryłę geometryczną. Jaką nazwę nadajemy tej bryle?

111. Czy byliście kiedy wewnątrz prostopadłościanu?

112. Wiele stóp kwadratowych mają ściany, podłoga i sufit pokoju, mającego 10 stóp długości, 9 stóp szerokości i 8 stóp wysokości?



113. Jaką nazwę nadajemy prostopadłościanom, mającym wszystkie ściany kwadratowe?

114. Wiele cali kwadratowych mają wszystkie ściany sześcianu, którego krawędzie mają po 5 cali długości?

115. Wiele cali zawierają wszystkie odcinki, utworzone przez każde dwie stykające się ściany w tym samym sześcianie?

116. Wiele kątów tworzy na każdej ścianie sześcianu ograniczająca ją linia łamana?

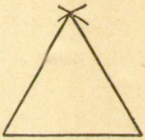
117. Znajdźcie liczbę stopni, zawartą w sumie wszystkich kątów, utworzonych na wszystkich ścianach sześcianu przez ograniczające je linie łamane.

118. Wiele cali kwadratowych zawierają ściany pudełka, którego wysokość wynosi 4 cale, którego szerokość jest 2 razy wziętą wysokością, a długość 3 razy wziętą szerokością?

119. Wiele cali kwadratowych zawiera powierzchnia cegły, której długość wynosi 9 cali, szerokość równa jest połowie długości, a grubość równa jest połowie szerokości?

ROZDZIAŁ VI.

TRÓJKĄTY I LINJE.



1. Nakreślcie odcinek prostej długości 5 cali; z jednego jego krańca, jako ze środka, zakreślcie łuk promieniem 5 cali. Z drugiego krańca, jako ze środka, zakreślcie tym samym promieniem łuk koła, przecinający łuk poprzedni. Połączcie punkt przecięcia się łuków z krańcami odcinka. Jakiego rodzaju utworzyliście figurę płaską?

UWAGA. Trójkąt, mający wszystkie boki równe, nazywa się **trójkątem równobocznym.**

2. Wiele centymetrów ma obwód trójkąta równobocznego, którego bok wynosi 8 milimetrów?

3. Znajdźcie w decymetrach długość boku trójkąta równobocznego, którego obwód wynosi 48 centymetrów.

4. Znajdźcie różnicę długości obwodów równobocznego trójkąta, o boku 7-calowym, oraz równobocznego prostokąta, o boku 7-calowym.

PYTANIE. Co oznacza wyraz „równoboczny".

5. Jaką częścią obwodu sześciokąta, którego każdy bok równa się 6 centymetrom, stanowi obwód trójkąta, którego każdy bok ma 6 centymetrów.

6. Nakreślcie dwa równe odcinki prostej pod jakimbądź kątem i połączcie ich krańce odcinkiem prostej. Jaka utworzyła się wskutek tego figura płaska?

UWAGA. Trójkąt, mający dwa boki równe, nazywa się trójkątem **równoramiennym.** Bok nierówny dwom pozostałym nazywa się **podstawą** trójkąta równoramiennego.

7. Znajdźcie podstawę równoramiennego trójkąta, którego obwód ma 90 milimetrów, a każdy z dwóch równych boków ma po 35 milimetrów.

8. Znajdźcie każde z równych ramion trójkąta równoramiennego, którego obwód wynosi 40 cali, a podstawa 10 cali.

9. Każde z dwóch równych ramion trójkąta równoramiennego jest dwa razy większem od podstawy, a obwód wynosi 45 cali. Znajdźcie wszystkie boki trójkąta.

WSKAZÓWKA. Niechaj $x =$ podstawie.

10. Podstawa trójkąta równoramiennego jest o 5 cali dłuższa od każdego z równych jego ramion, obwód zaś wynosi 35 cali. Znajdźcie wszystkie boki trójkąta.

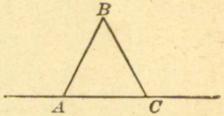
PYTANIE. Czemu będzie się równało x?

11. Suma równych ramion trójkąta równoramiennego jest 4 razy większa od podstawy, a obwód jego wynosi 15 cali. Znajdźcie wszystkie boki trójkąta.

12. Wytnijcie trójkąt rownoramienny, złóżcie go tak, aby równe ramiona leżały na sobie i wykażcie słuszność następującego twierdzenia.

TWIERDZENIE 17. *W trójkącie równoramiennym kąty przeciwległe równym ramionom, czyli kąty przy podstawie są równe.*

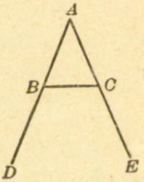
13. W trójkącie równoramiennym *ABC* kąt *BAC* ma 70°. Wiele stopni ma każdy z kątów zewnętrznych, utworzonych przez przedłużenie boku *AC*?



Przytoczcie odpowiednie twierdzenie.

UWAGA. Kąt, utworzony przez przedłużenie jednego z boków wielokąta, nazywa się **kątem zewnętrznym.**

14. Kąt zewnętrzny *DBC*, utworzony przez przedłużenie jednego z ramion trójkąta równoramiennego *ABC*, ma 115°. Znajdźcie każdy z kątów przy podstawie i kąt zewnętrzny *BCE*.



15. Kąt zewnętrzny, utworzony przez przedłużenie podstawy trójkąta równoramiennego, zawiera 3 razy tyle stopni, co wewnętrzny kąt przy podstawie. Wiele stopni zawiera suma kątów przy podstawie? Wiele ich różnica?

16. Kąt zewnętrzny, utworzony przez przedłużenie jednego z ramion trójkąta równoramiennego, ma o 26° więcej od kąta przy podstawie. Wiele stopni ma każdy z kątów przy podstawie?

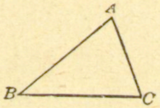
17. Nakreślcie i wytnijcie trójkąt równoboczny Złóżcie go tak, aby dwa równe boki przylegały do siebie. Czy przeciwległe im kąty są równe? Teraz rozłóżcie trójkąt i złóżcie tak, aby inna para równych boków przylegała do siebie. Czy kąty są teraz równe?

UWAGA. Trójkąt, mający wszystkie kąty równe, nazywa się **równokątnym.**

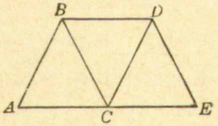
TWIERDZENIE 18. *Trójkąt równoboczny jest równokątnym.*

18. Co będzie większe w równobocznym trójkącie ABC, którego podstawą jest BC, kąt przy podstawie, czy kąt przy wierzchołku?

UWAGA. Podstawą trójkąta możemy nazwać którykolwiek z jego boków, na którym mógłby on przypuszczalnie stać. Kąt przeciwległy podstawie nazywamy **wierzchołkiem.**



19. Jeżeli AB jest podstawą trójkąta ABC, to który kąt jest jego wierzchołkiem? Jeżeli B jest wierzchołkiem, to jaki bok jest podstawą trójkąta ACB?

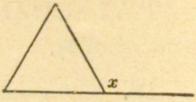


20. Nakreślcie trzy trójkąty równoboczne jednakowych rozmiarów i umieście je obok siebie tak, aby w jednym punkcie schodziły się trzy wierzchołki, po jednym z każdego trójkąta, (jak na rysunku w C). Zauważycie, że podstawy dwóch zewnętrznych trójkątów tworzą linię prostą. Jaką częścią długości linii łamanej $ABDE$ jest długość odcinka prostej ACE?

21. Wiele stopni ma suma kątów, schodzących się w C? Przytoczcie odpowiednie twierdzenie geometryczne.

22. Wiele stopni ma każdy z kątów przy C. Dlaczego?

23. Wiele stopni ma kąt BAC? Wiele ABC? Wiele stopni ma każdy kąt każdego trójkąta równobocznego? Wiele stopni ma suma kątów trójkąta równobocznego?



24. Wiele stopni ma kąt x, utworzony przez przedłużenie boku trójkąta równobocznego?

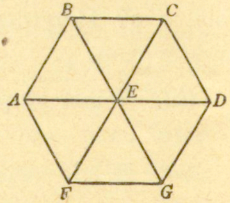
25. Nakreślcie trójkąt równoboczny i przedłużcie jego boki tak, aby utworzyć po jednym kącie zewnętrznym przy każdym wierzchołku. Wytnijcie te zewnętrzne kąty i ułóżcie wokoło jednego wspólnego punktu. Czy wypełnią one całkowicie zamkniętą powierzchnię wokoło tego punktu? Wiele stopni ma ich suma?

26. Nakreślcie wielokąt foremny o trzech bokach i nazwijcie go.

UWAGA. Wielokąt, będący równobocznym i równokątnym nazywa się **wielokątem foremnym.**

27. Nakreślcie wielokąt foremny o czterech bokach i napiszcie nad nim jego nazwę. Wiele posiada on kątow prostych? Wiele stopni mają wszystkie jego kąty?

28. Wytnijcie cztery równe kwadraty i ułóżcie je wkoło wspólnego punktu tak, aby każdy kwadrat miał jeden wierzchołek w tym punkcie. Czy utworzą one zamkniętą powierzchnię wkoło tego punktu?



29. Zbudujcie sześć równych trójkątów równobocznych i ułóżcie je w koło jednego wspólnego punktu. Tworzą one foremny sześciokąt. Wiele stopni ma każdy z kątów utworzonych przy E? Wiele stopni ma kąt ABC? Wiele BCD? Wiele każdy z kątów sześciokąta? Dlaczego?

30. Wiele boków ma wielokąt *ABCD*? Które z jego boków są równoległe?

UWAGA. Czworąkąt, mający tylko dwa boki równoległe, nazywa się **trapezem.**

31. Nakreślcie trapez i zbadajcie na ile trójkątów można go podzielić za pomocą jednej linji prostej.

32. Jeżeli każdy z boków trójkątów równobocznych w zadaniu 29 ma 8 centymetrów, to jak wielki jest obwód trapezu *BGDC*?

33. Zamknijcie część płaszczyzny trzema nierównymi odcinkami prostej i nazwijcie utworzoną tym sposobem figurę płaską.

UWAGA. Trójkąt nie mający równych boków nazywa się **trójkątem różnobocznym** lub **nieforemnym.**

34. Nakreślcie trójkąt o bokach długości 5 cali, 6 cali i 7 cali, mający za podstawę bok 7-ocalowy.

WSKAZÓWKA. Z krańców podstawy, jako ze środków, zakreślcie łuki promieniami, równymi 5 i 6 calom i połączcie punkt przecięcia się łuków z krańcami podstawy.

35. Zbudujcie trójkąt o bokach długości 8 centymetrów, 7 centymetrów i 6 centymetrów.

36. Zbudujcie trójkąt o bokach długości 9 cali, 3 cali i 4 cali. Wytłomaczcie to.

37. Jaki jest obwód trókąta różnobocznego *ABC*, jeżeli *AB* ma 12 cali, *BC* jest o 2 cale dłuższy od *AB*, zaś *AC* o 3 cale dłuższy od *BC*?

38. Obwód trójkąta różnobocznego ma 47 cali; jeden bok ma 11 cali, a drugi jest $1\frac{1}{2}$ razy dłuższy. Znajdźcie trzeci bok.

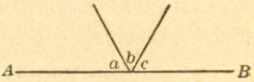
39. Trójkąt ABC, którego obwód wynosi 54 cale, ma bok AB o 7 cali dłuższy od boku BC, zaś bok BC o 10 cali dłuższy od boku AC. Znajdźcie długość każdego boku.

WSKAZÓWKA. Niechaj $x = AC$.

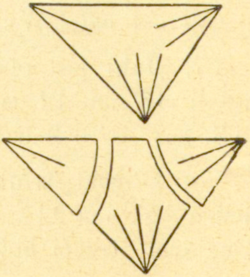
40. Różnoboczny trójkąt ABC ma bok AB o 12 cali dłuższy od boku AC, zaś bok AC o 8 cali dłuższy od boku BC. Obwód trójkąta wynosi 73 cale. Znajdźcie długość każdego boku trójkąta.

41. Bok xy różnobocznego trójkąta xyz jest o 11 cali dłuższy od boku yz, zaś bok xz jest o 17 cali dłuższy od boku yz. Obwód równa się 88 calom. Znajdźcie długość każdego boku.

42. Bok DE różnobocznego trójkąta DEF, mającego obwód równy 65 calom, jest o 8 cali mniejszy od podwojonego boku EF. Bok DF jest o 17 cali mniejszy od potrojonego boku EF. Znajdźcie długość każdego boku.

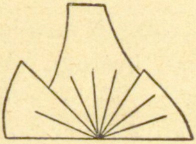


43. Przytoczcie twierdzenie geometryczne, określające ilość stopni, zawartych w sumie kątów a, b i c, jeżeli AB jest linią prostą.



44. Nakreślcie i wytnijcie trójkąt, dzieląc każdy z jego kątów przy pomocy linii prostych. Odetnijcie dwa kąty i przyłóżcie je do trzeciego kąta. Zauważycie, że wszystkie te kąty mają wierzchołki w jednym wspólnym punkcie i że leżą wszystkie po

jednej stronie prostej. Wiele stopni ma suma tych trzech kątów?



TWIERDZENIE 19. *Suma kątów każdego trójkąta równa się sumie dwóch kątów prostych, czyli 180 stopniom.*

45. Nakreślcie różne rodzaje trójkątów i powtórzcie z nimi czynności, opisane w zadaniu 44, objaśniającem twierdzenie 19.

46 Wiele stopni ma kąt przy wierzchołku trójkąta równoramiennego, mającego kąty przy podstawie równe 80^0?

47. Wiele stopni mają kąty przy podstawie trójkąta równoramiennego, którego kąt przy wierzchołku ma 50^0?

48. W trójkącie, kąt a ma 80^0, zaś kąt b jest 3 razy wziętym kątem c. Znajdźcie kąty b i c. Co oznaczycie przez x?

49. Nakreślcie kąt prosty i połączcie krańce jego ramion. Wiele stopni ma suma tych dwóch kątów, nie będących prostymi?

UWAGA. Trójkąt, mający jeden kąt prosty, nazywa się **trójkątem prostokątnym**. Bok, przeciwległy kątowi prostemu w trójkącie prostokątnym, nazywa się **przeciwprostokątną**, boki zaś, tworzące kąt prosty, **przyprostokątnemi.**

50. Wiele stopni ma każdy z kątów trójkąta równoramiennego, którego kąt wierzchołkowy jest równy sumie kątów przy podstawie?

51. Nakreślcie prostokątny, równoramienny trójkąt, mający równe boki długości 5 cali i wykażcie ile stopni zawiera każdy z dopełniających się kątów.

PYTANIE. Kiedy jeden kąt jest dopełnieniem drugiego?

52. Nakreślcie prostokątny, równoramienny trójkąt, którego równe ramiona mają po 10 cali długości. Wiele stopni ma każdy z dopełniających się kątów w tym trójkącie?

53. W różnobocznym trójkącie *ABC*, kąt *A* jest prostym, zaś kąt *B* jest 4 razy większy od kąta *C*. Wiele stopni ma każdy z kątów dopełniających?

54. Znajdźcie każdy z dopełniających się kątów w trójkącie prostokątnym, w którym jeden z kątów ostrych jest 5 razy większym od drugiego?

55. Nakreślcie kąt 60-stopniowy na jednym krańcu odcinka, na drugim zaś kąt 70-stopniowy. Przedłużcie ramiona tych kątów, aż do spotkania. Wiele stopni zawiera trzeci kąt?

UWAGA. Trójkąt, mający wszystkie kąty ostre, nazywa się **trójkątem ostrokątnym**.

56. Nakreślcie trójkąt ostrokątny, w którym jeden kąt ma 80^0.

57. Nakreślcie kąt rozwarty i połączcie krańce jego ramion. Jaki rodzaj trójkąta utworzył się w ten sposób?

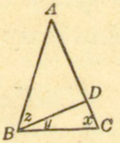
UWAGA. Trójkąt, mający jeden kąt rozwarty, nazywa się **trójkątem rozwartokątnym**.

58. Czy możecie nakreślić trójkąt ostrokątny, w którym suma jakichbądź dwóch kątów byłaby mniejsza od kąta prostego?

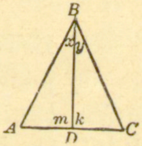
59. Czemu równa się suma kątów ostrych w trójkącie prostokątnym?

60. Spróbójcie nakreślić trójkąt rozwartokątny, w którym suma kątów ostrych byłaby większa od kąta prostego. Objaśnijcie to.

61. *BD* jest prostopadłą do *AC*, jednego z ramion trójkąta równoramiennego *ABC*, którego kąt wierzchołkowy ma 40^0. Wiele stopni mają kąty x, y i z?

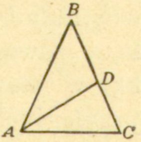


62 Odcinek *BD* przepoławia kąt wierzchołkowy trójkąta równoramiennego *ABC*, mającego kąty przy podstawie równe 65 stopniom. Wiele stopni ma kąt x? Wiele kąt y? Wiele kąt m? Wiele kąt k? Jakie jest względne położenie odcinków *AC* i *BD*?

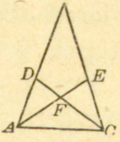


UWAGA. Linia, przepoławiająca dany kąt, nazywa się jego **dwójsieczną**.

63. Prosta *AD* jest dwójsieczną kąta przy podstawie trójkąta równoramiennego, którego kąt wierzchołkowy ma 48^0. Wiele stopni ma kąt *ADB*?

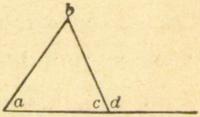


64. W równoramiennym trójkącie *ABC*, kąt wierzchołkowy ma 38^0. *AE* jest dwójsieczną jednego z kątów przy podstawie, zaś *DC* drugiego. Wiele stopni mają kąty, utworzone przy *F*?

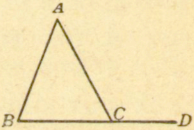


65. Wielostopniowe kąty tworzą, przecinające się, dwójsieczne kąta wierzchołkowego i jednego z kątów przy podstawie trójkąta równoramiennego, którego kąty przy podstawie mają po 20^0?

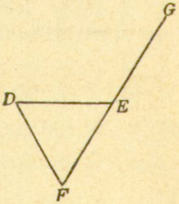
66. Jakie kąty powstaną wskutek przecięcia się prostych, poprowadzonych z wierzchołków kątów przy podstawie, w trójkącie równoramiennym, prostopadle do przeciwległych boków, jeżeli kąt wierzchołkowy trójkąta ma 30^0?



67. Kąt $a = 55^0$; kąt $b = 60^0$; Kąt $c =$? Kąt $d =$? Co jest większe $a + b$ czy d?



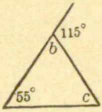
68. Zewnętrzny kąt ACD równa się podwojonemu wewnętrznemu ACB; kąt $ABC = 70^0$. Znajdźcie kąt BAC. Co jest większe, czy kąt zewnętrzny, czy suma dwóch kątów wewnętrznych do niego nieprzyległych?



69. *DEF* jest trójkątem równobocznym. Wiele stopni ma kąt zewnętrzny DEG? Porównaj liczbę stopni kąta zewnętrznego z liczbą stopni kątów wewnętrznych do niego nieprzyległych.

70. Nakreślcie trójkąt równoramienny o kącie wierzchołkowym równym 30^0; i porównajcie liczbę stopni, któregokolwiek z jego kątów zewnętrznych z liczbą stopni kątów wewnętrznych do niego nieprzyległych. Czy możecie dać dowód na stwierdzenie faktu, wyrażonego w następującem twierdzeniu?

TWIERDZENIE 20. *Kąt zewnętrzny w trójkącie równy jest sumie kątów wewnętrznych, do niego nieprzyległych.*



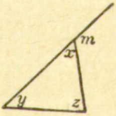
71. Znajdźcie kąty *b* i *c*.

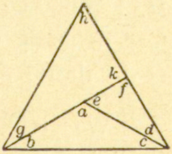
72. Każdy stopień dzieli się na 60 równych części zwanych minutami i oznaczonych za pomocą $'$. Jeżeli jeden z kątów trójkąta ma $37^0\ 30'$, a drugi $50^0\ 30'$, to wiele stopni ma kąt zewnętrzny przyległy do trzeciego kąta w tym trójkącie?

73. Wiele stopni ma kąt zewnętrzny przy wierzchołku trójkąta równoramiennego, którego każdy z kątów wewnętrznych przy podstawie ma $27^0\ 15'$?

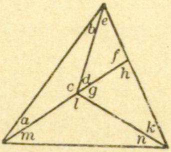
74. Wiele stopni ma kąt zewnętrzny przy wierzchołku trójkąta równoramiennego, mającego kąty zewnętrzne przy podstawie równe 110^0?

75. Kąt $x=55^0$, Kąt $z=?$
Kąt $y=48^0$. Kąt $m=?$

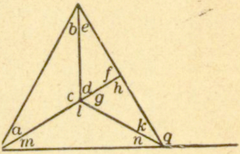




76. Które kąty są zewnętrznymi w trójkącie, mającym kąty wewnętrzne *e*, *f* i *d*? Nazwijcie kąty zewnętrzne w trójkącie o kątach wewnętrznych *g*, *h* i *k*? Jeżeli $a=120^0$, $c=20^0$, $f=91^0$ oraz $h=65^0$, to wiele stopni ma każdy kąt w tych trzech trójkątach?

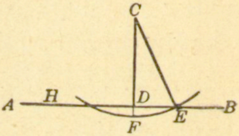


77. Dane są: kąt $m=35^0$, kąt $n=30^0$, kąt $e=40^0$, kąt $d=40^0$, kąt $b=20^0$.
Szukane są kąty: *l*, *g*, *h*, *k*, *e*, *a*, *f*.



78. Jaki kąt jest zewnętrznym w trójkącie, którego kątami wewnętrznymi są e, d, f? g, h, k? a, b, c? m, l, n?

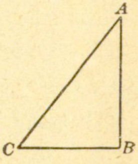
79. Spróbójcie nakreślić trójkąt równoboczny, mający kąt zewnętrzny przy podstawie równy 75^0. Wytłomaczcie to.



80. Niechaj AB będzie prostą daną, a C danym punktem, zewnątrz niej leżącym. Nakreślcie prpstopadłą CD i pochyłą CE. Z punktu C jako ze środka, promieniem równym E zakreślcie łuk, przecinający prostą AB. Przedłużcie odcinek CD aż do spotkania się z łukiem w punkcie F. Co jest dłuższe CD czy CF? Porównajcie CF i CE? Porównajcie CD i CE.

81. Weźcie jakiś inny punkt na prostej AB, np. H, i pokażcie, że pochyła nakreślona zeń do pnnktu C jest dłuższą od prostopadłej nakreślonej w punkcie C do danej prostej.

TWIERDZENIE 21. *Jeżeli z punktu wewnątrz prostej poprowadzimy do niej prostopadłą i pochyłą, to prostopadła jest krótszą od każdej pochyłej.*



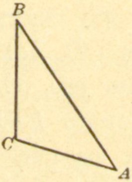
82. Który bok jest najdłuższym w trójkącie prostokątnym? Jeżeli w trójkącie kąt B jest prostym, to jaki odcinek jest najkrótszą odległością punktu A od podstawy CB?

83. Nakreélcie trójkąt ostrokątny *ABC*, a w nim linią przerywaną odcinek, wskazujący najkrótszą odległość punktu *A* od boku *BC*.

UWAGA. Prostopadła, spuszczona z wierzchołka trójkąta na jego podstawę lub jej przedłużenie, nazywa się **wysokością** trójkąta.

84. Nakreślcie taki sam trójkąt, jak w zadaniu 83 i poprowadźcie wysokość jego z wierzchołka *C*. Z wierzchołka *B*.

85. Nakreślcie linię przerywaną, wskazującą wysokość trójkąta *AB* z punktu *B* na przedłużenie podstawy *AC*; wysokość z punktu *C* na podstawę *AB*; wysokość z punktu *A* na przedłużenie podstawy *BC*.



86. Nakreślcie kwadrat o bokach 8-calowych i jego przekątną. Jakiego rodzaju trójkąty zostały przez to utworzone? Wskażcie wysokość i podstawę każdego z nich. Jaką częścią kwadratu jest każdy trójkąt? Jak wielką jest powierzchnia każdego?

87. Nakreślcie prostokąt, 8 cali na 6 cali i jego przekątną. Jakiego rodzaju trójkąty powstały przez to i jaka jest powierzchnia każdego?

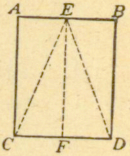
88. Czy jest prawdą, że powierzchnia trójkąta prostokątnego jest równą połowie powierzchni prostokąta, mającego tę samą podstawę i wysokość, lub też, że równą jest połowie iloczynu z podstawy przez wysokość. Objaśnijcie waszą odpowiedź.

89. Jaka jest powierzchnia trójkąta prostokątnego, którego podstawa ma 17 stóp, a wysokość 9 stóp?

90. Znajdźcie powierzchnię trójkąta prostokątnego, mającego podstawę długości $3^1/_2$ stóp, a wysokość 16 cali.

91. Znajdźcie powierzchnię trójkąta prostokątnego, o podstawie równej $7^1/_4$ stopom a wysokości równej $3^1/_3$ stopom.

92. Odtwórzcie prostokąt *ABDC*, kreśląc *AB* długości 6 cali, zaś *AC* długości 8 cali. Połączcie *E*, środek boku *AB* z punktami *C* i *D*. Jakiego rodzaju trójkątem jest *CED*?

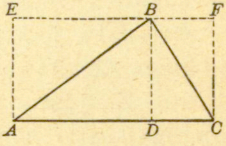


93. Nakreślcie przerywaną linię *AF*, prostopadłą do *CD*. Jaka jest wysokość trójkąta *CED*? Jak długim jest odcinek *EF*? Jaką częścią powierzchni prostokąta *EBDF* jest powierzchnia trójkąta *FED*? Jaką częścią powierzchni prostokąta *AEFC* jest powierzchnia trójkąta *CEF*? Jaką częścią powierzchni prostokąta *ABCD* jest powierzchnia trójkąta *CED*? Jak wielką jest powierzchnia trójkąta *CED*?

UWAGA. Linje przerywane, dodawane do rysunków, dla ułatwienia ich badania, nazywają się **liniami pomocniczemi.**

94. Nakreślcie trójkąt równomierny i linię pomocniczą przedstawiającą jego wysokość. Nakreślcie linje pomocnicze, tworzące wokoło tego trójkąta prostokąt, o tej że samej co on podstawie i wysokości. Jeżeli podstawa wynosi 7 cali, a wysokość 10 cali, to jaka jest powierzchnia trójkąta?

95. Odtwórzcie różnoboczny trójkąt *ABC*; nakreślcie linię pomocniczą *BD*, dla oznaczenia jego wysokości i zbudujcie wokoło trójąta prostokąt *AEFC*.



Jaką częścią prostokąta *BDCF* jest trójkąt *DBC*? Jaką częścią prostokąta *EBDA* jest trójkąt *ABD*? Jaką częścią prostokąta *AEFC* jest trójkąt *ABC*?

UWAGA. Zauważcie, że powierzchnie tych wszystkich trójkątów znajdujemy jednakowym sposobem, biorąc połowę iloczynu z podstawy przez wysokość.

TWIERDZENIE 22. *Powierzchnia trójkąta równa jest połowie iloczynu z podstawy przez wysokość.*

96. Nakreślcie trójkąt i pokażcie, w jaki sposób znajdziecie jego powierzchnię.

97. Znajdźcie powierzchnię trójkąta, mającego podstawę równą 15 stopom, a wysokość 10 stopom.

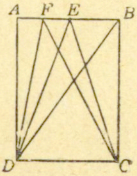
98. Powierzchnia trójkąta wynosi 30 stóp kwadratowych; podstawa jego ma 6 stóp; znajdźcie wysokość trójkąta.

99. Powierzchnia trójkąta wynosi 40 stóp kwadratowych; podstawa ma 10 stóp; znajdźcie wysokość.

100. Powierzchnia trójkąta ma 48 stóp kwadratowycg; wysokość jego ma 12 stóp; znajdźcie jego podstawę.

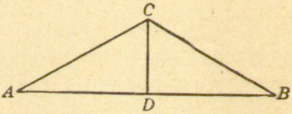
101. Powierzchnia trójkąta ma 56 stóp kwadratowych; wysokość ma 8 stóp; znajdźcie długość podstawy.

102. Nakreślcie prostokąt *ABCD* o długości 8 cali i szerokości 6 cali. Połączcie środkowy punkt górnej podstawy z krańcami dolnej podstawy *DC*, tworząc trójkąt *DEC*. Nakreślcie przekątną, tworzącą trójkąt *DBC*. Połączcie punkt *F* na górnej podstawie z krańcami podstawy dolnej, tworząc tym sposobem trójkąt *DFC*.

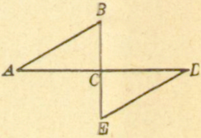


Jakiego rodzaju jest każdy z tych trójkątów i który jest największy? Dlaczego?

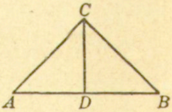
103. *CD* jest 4 cale długą prostopadłą do odcinka *AB*, mającego 14 cali, w jego punkcie środkowym. Znajdźcie powierzchnię każdego z trójkątów.



104. *C* jest punktem środkowym odcinków *AD* i *BE*; odcinek *AD* ma 22 cale, a *BE*—12 cali długości. Kąty przy *C* są proste. Znajdźcie powierzchnię każdego z trójkątów.

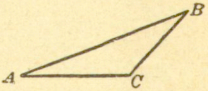


105. Odcinek *AB*, mający 10 cali długości styka się w swym punkcie środkowym prostopadle z odcinkiem *CD*, mającym 5 cali długości. Znajdźcie powierzchnię każdego z trójkątów, powstałych przez połączenie *C* z *A* i *B*. Jakiego rodzaju są te trójkąty?

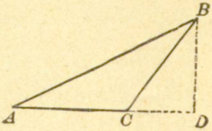


106. Co nazywamy wysokością trójkąta? Czy odcinek, oznaczający wysokość trójkąta, wypada zawsze wewnątrz trójkąta.

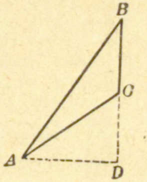
107. Nakreślcie odcinki oznaczające wysokości trójkąta *ABC*, jeżeli za podstawę jego uważamy bok *AB*, jeżeli *CD* i jeżeli *BC*.



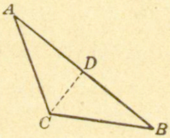
108. *BD* jest prostopadłą do *AC*, przecinającą jego przedłużenie, i ma 4 cale długości. *AC* wynosi 5 cali. Znajdźcie powierzchnię trójkąta *ABC*.



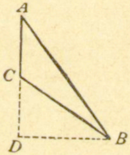
109. Bok BC ma 8 cali długości: AD, prostopadła do przedłużenia boku BC, ma 9 cali długości; znajdźcie powierzchnię trójkąta.



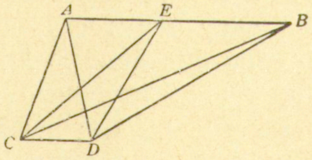
110. Bok AB ma 12 cali długości; prostopadła do niego CD ma 4 cale długości; znajdźcie powierzchnię trójkąta.



111. BD, odległość wierzchołka B od przedłużenia podstawy AC wynosi 8 cali; $AC = 5$ calom. Znajdźcie powierzchnię trójkąta ABC.



112. Odcinki AB i CD są równoległe. Który z trójkątów CAD, GED lub GBD jest największy?

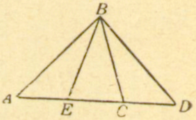


113. Nakreślcie trójkąt równoramienny ABC i dwa trójkąty prostokątne, mające tę samą podstawę i równe powierzchnie. Nakreślcie dwa trójkąty rozwartokątne, mające wspólną podstawę i równe powierzchnie.

114. Nakreślcie odcinek AB długości 8 cali. Z punktu A, jako ze środka, promieniem równym 6 calom, zakreślcie łuk koła; z punktu B, jako ze środka, promieniem równym 7 calom, zakreślcie łuk, przecinający łuk poprzedni. Połączcie C, punkt przecięcia się łuków, z punktami A i B, to powstanie różnoboczny trójkąt ABC. Nakreślcie inny trójkąt, o podstawie 7 calowej i bokach 8 i 6 calowych. Zbudujcie trzeci

trójkąt o podstawie 6 calowej i pozostałych bokach 8 i 7 calowych. Wytnijcie te trzy trtjkąty, nałóżcie na siebie i wykażcie, iż przystają one do siebie we wszystkich punktach.

TWIERDZENIE 23. *Dwa trójkąty są przystające, jażeli trzy boki jednego są odpowiednio równe trzem bokom drugiego.*



115. Boki AB i BD mają po 7 cali długości, BE i BC po 5 cali, zaś AE, EC i CD po 3 cale. Porównajcie obwody i powierzchnie trójkątów ABE i CDE. ABC i EBC.

116. Z dowolnego punktu, jako ze środka, dowolnym promieniem zakreślcie łuk koła. Wybierając dowolny punkt na tym łuku, oznaczcie przy pomocy cyrkla dwa inne punkty na tymże łuku, równoodległe od punktu wybranego i połączcie je z nim. Połączcie wszystkie trzy punkty ze środkiem koła i wykażcie, że powstałe wskutek tego trójkąty są równe.

117. Połączcie wierzchołek trójkąta równoramiennego ze środkiem jego podstawy i wykażcie, że utworzone tym sposobem trójkąty są sobie równe.

118. Z danego punktu, jako ze środka dowolnym promieniem zakreślcie łuk koła. Połączcie dwa dowolne punkty tego łuku cięciwą i poprowadźcie promienie do krańców cięciwy. Jakiego rodzaju trójkąt powstał tym sposobem. Połączcie środkowy punkt cięciwy ze środkiem koła. Wykażcie, że powstałe wskutek tego dwa trójkąty są przystające.

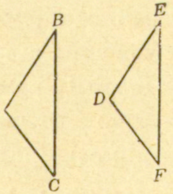
119. Zbudujcie kąt ABC równy 50^0, czyniąc ramię $BD = 5$ calom, a ramię $BC = 7$ calom. Po-

łączcie A i C. Zbudujcie, równy danemu, kąt DEF przy pomocy odpowiednio równych odcinków. Połączcie D i F. Nałóżcie kąt DEF na kąt ABC tak, aby 5 calowe boki leżały na sobie, a 7 calowe na sobie. Ponieważ punkt D leży na punkcie A, zaś punkt F na punkcie C, to i odcinek DF musi leżeć całkowicie na odcinku AC? Czy te trójkąty przystają do siebie we wszystkich punktach? Zmierzcie kąty i wykażcie, że odpowiednie kąty są sobie równe.

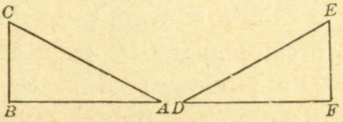
UWAGA. Równe kąty w przystających figurach płaskich nazywamy kątami, odpowiednimi zaś boki bokami odpowiednimi.

TWIERDZENIE 24. *Jeżeli dwa boki i kąt pomiędzy nimi zawarty w jednym trójkącie są odpowiednio równe dwóm bokom i zawartemu między nimi kątowi w drugim trójkącie, to te dwa trójkąty są przystające.*

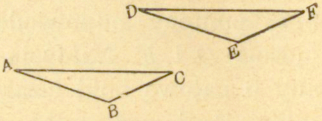
120. Boki AB i DE mają po 8 cali długości, zaś AC i DF po 7 cali. Kąty A i D są równe. Obwód trójkąta ABC wynosi 27 cali. Znajdźcie bok EF.



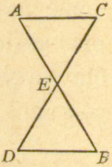
121. Boki AB i DF mają po 8 cali długości; zaś AC i DE po 10 cali; EF ma 6 cali. Kąty A i D mają po 30^0. Znajdźcie obwód trójkąta ABC.



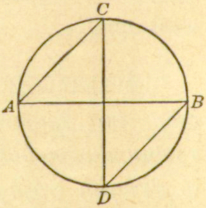
122. Kąt A = kątowi D; $AB = DE$; $AC = DF$; $DE = EF + 4$ cale; $DF = DE + 7$ cali; $DE + EF + DF = 42$ calom. Znajdźcie długość boku BC.



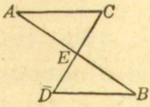
123 Odcinki AB i CD, mające po 12 cali długości, przepoławiają się w punkcie E. Kąt DEB ma 60^0; bok AC ma 6 cali długości. Jak długim jest bok DB? Za pomocą jakiego twierdzenia geometrycznego możecie tego dowieść?



124. Nakreślcie okręg koła i dwie średnice AB i CD, przecinające się pod kątem 90^0. Połączcie A z C i B z D. Czy możecie dowieść, że powstałe tym sposobem trójkąty są przystające?



125. $AB = 12$ calom; $CD = 8$ calom; E jest punktem środkowym każdego z tych dwóch odcinków. Jeżeli AC jest równy 7 calom, to czemu równa się obwód trójkąta DEB? Przytoczcie odpowiednie twierdzenie geometryczne.



126. Nakreślcie poziomy odcinek AB, długości 6 cali, a w jego punkcie środkowym poprowadźcie prostopadłą CD, długości 4 cali. Połączcie punkt D z punktami A i B. Który bok jest wspólnym dla obu, powstałych tym sposobem, trójkątów? Jeżeli AD równa się 5 calom, to jaka jest suma obwodów tych dwóch trójkątów?

127. Nakreślcie pionowy odcinek *AB*, długości 10 milimetrów i oznaczcie jego punkt środkowy przez *C*. Poprowadźcie w nim prostopadłą *CD* do odcinka *AB*, z prawej jego strony, o długości 12 milimetrów. Połączcie punkt *D* z punktami *A* i *B*. Jeżeli *BD* ma 13 milimetrów długości, to jaka jest długość sumy obwodu obu, powstałych tym sposobem, trójkątów?

128. Promieniem 8 centymetrów nakreślcie okręg koła, a w jego środku dwa kąty 120 stopniowe. Nakreślcie cięciwy, odpowiadające łukom, na których wspierają się te kąty i wykażcie, iż powstałe tym sposobem trójkąty są równe.

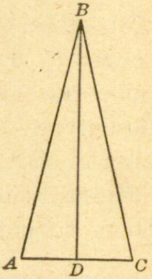
129 Nakreślcie cięciwę, odpowiadającą pozostałemu łukowi i porównajcie, utworzony przez to trójkąt, z jednym z dwóch poprzednich. Jakiego rodzaju trójkąt utworzyły te trzy cięciwy?

130. Pokażcie w jaki sposób wpisujecie trójkąt równoboczny do okręgu koła.

UWAGA. Wielokąt nazywamy wpisanym do okręgu koła, jeżeli wierzchołki wszystkich jego kątów leżą na okręgu.

131. Obejmijcie kąt 40^0 dwoma odcinkami, mającymi po 6 cali długości i połączcie ich krańce. Jakiego rodzaju trójkąt powstał wskutek tego? Podzielcie dany kąt na dwa kąty 20^0 i przedłużcie prostą, dzielącą kąt, aż do spotkania przeciwległego boku, czyli podstawy trójkąta. Wykażcie, że utworzone tym sposobem trójkąty są przystające.

132. W trójkącie równoramiennym ABC odcinek BD jest dwójsieczną kąta B. Które dwa boki i zawarty między nimi kąt w prawym trójkącie są odpowiednio równe dwóm bokom, i zawartemu między nimi kątowi w lewym trójkącie? Przytoczcie twierdzenie geometryczne, głoszące równość tych trójkątów. Jeżeli kąt A ma 75^0, to wiele stopni ma kąt C? Ponieważ oba kąty przy D są równe, to wiele stopni zawiera każdy z nich? Jakiego rodzaju prostą jest BD? Jeżeli AC ma 10 cali długości, to jak długi jest bok AD?



Wskażcie słuszność następującego twierdzenia geometrycznego.

TWIERDZENIE 25. *W trójkącie równoramiennym dwójsieczna kąta wierzchołkowego jest jednocześnie ośrodkową podstawy i jest do niej prostopadłą.*

UWAGA. **Ośrodkową** danego boku trójkąta nazywamy linię prostą, łączącą środkowy punk tego boku z przeciwległym wierzchołkiem.

133. Każde z równych ramion trójkąta równoramiennego o obwodzie 70 cali, jest o 5 cali dłuższe od podstawy. Z wierzchołka tego trójkąta spuszczona jest prostopadła na podstawę. Znajdźcie odległość spodka tej prostopadłej od jednego z krańców podstawy.

134. W trójkącie równoramiennym o obwodzie 55 cali, podstawa jest o 5 cali krótsza od każdego z równych ramion. Trójkąt przedzielony jest prostopadłą, spuszczoną z wierzchołka na podstawę. Znajdź-

cie odległość wierzchołka jednego z kątów przy podstawie od spodka tej prostopadłej.

135. Jaka będzie odległość wierzchołka kąta przy przy podstawie od spodka prostopadłej, spuszczonej z kąta wierzchołkowego na podstawę trójkąta równoramiennego, którego obwód wynosi 62 cale, a każde z równych ramion ma 17 cali długości?

136. Jak długie będą odcinki, odcięte od każdego boku trójkąta równobocznego, o obwodzie 39 cali, przez prostopadłą do tegoż boku, spuszczoną z przeciwległego wierzchołka?

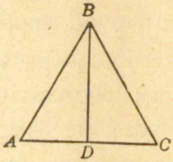
UWAGA. **Odcinkiem prostej** nazywamy część linii prostej, ograniczoną przez dwa punkty, jak gdyby odciętą przez nie. **Odcinkiem kołowym** nazywamy część koła, odciętą przy pomocy jednej prostej. Jedno proste cięcie przez kulę odetnie od niej **odcinek kulisty.**

137. W trójkącie równoramiennym ABC, którego obwód, wynoszący 60 cali, jest o 37 cali dłuższy od każdego z równych ramion, podstawą jest AC, zaś BD, jest jej prostopadłą ośrodkową. Znajdźcie długość AD i DC.

138. W równoramiennym trójkącie ABC, AC jest podstawą, bok BC wynosi 13 cali, zaś prostopadła BD spuszczona z wierzchołka na podstawę, ma 12 cali długości. Obwód każdego z trójkątów, na które podzielonym został trójkąt ABC przez BD, wynosi 30 cali. Znajdźcie długość podstawy trójkąta ABC.

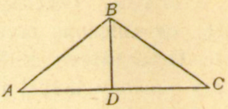
139. Suma równych ramion w trójkącie równoramiennym, mającym 40 cali obwodu, jest 3 razy większa od podstawy. Znajdźcie odległość spodka prostopadłej ośrodkowej podstawy od wierzchołka kąta przy podstawie.

140. W trójkącie ABC, boki AB i BC spotykają podstawę w odległości 5 cali od spodka prostopadłej BD. Bok AB ma 10 cali długości; jak długim jest BC? Przytoczcie odnośne twierdzenie geometryczne.

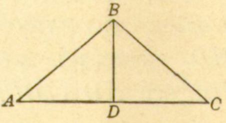


TWIERDZENIE 26. *Jeżeli z jakiegobądź punktu zewnątrz prostej, poprowadzimy do niej prostopadłą i pochyłe odcinki, to dwa odcinki pochyłe, spotykające daną prostą w równych odległościach od spodka prostopadłej, są równe.*

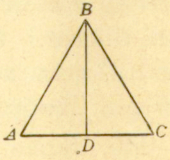
141. $AD = DC$; $AC = 16$ calom; BD jest prostopadłą do AC; $AB = 10$ calom. Znajdźcie obwód trójkąta ABC.



142. BD ma długości 6 cali i jest prostopadłą do odcinka AC, mającego 16 cali długości, w jego punkcie środkowym; $AB = 10$ calom. Znajdźcie sumę obwodów trójkątów ABD i BDC.



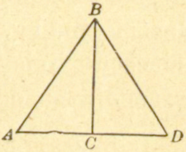
143. D jest punktem środkowym odcinka AC. BD jest prostopadłą do AC. Jeżeli $BC = 12$ calom, a $DC = 6$ calom, to jakim będzie trójkąt ABC: różnobocznym, równoramiennym, czy też równobocznym? Dlaczego?



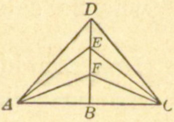
144. Nakreślcie dowolną prostą, w oznaczonym jej punkcie A poprowadźcie do niej prostopadłą AB, mającą 8 cali długości, od punktu A odetnijcie na tej dowol-

nej prostej z jednej strony odcinek AC, równy 6 calom, a z drugiej odcinek AD, równy 6 calom. Porównajcie odległości BD i BC.

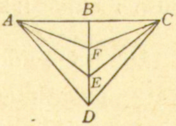
145. BC prostopadła do podstawy AD w jej punkcie środkowym, ma długość równą $^4/_3$ długości odcinka CD, a $^4/_5$ długości odcinka BD. Długość odcinka AC wynosi 3 cale. Jaki jest obwód trójkąta CBD? Trójkąta ABC? Trójkąta ABD?



146. Czy możecie wykazać, że punkty D, E, F, leżące na odcinku BD, prostopadłym do odcinka AC w jego punkcie środkowym, są równoodległe od punktów A i C? Że $AE = EC$ i $AF = FC$?



147. Czy możecie wykazać, że punkty D, E, F, leżące na odcinku BD, prostopadłym do odcinka AC w jego punkcie środkowym są równoodległe od punktów A i C?



148. Czy możecie znaleźć na prostej BD taki punkt, którego odległości od A i C byłyby różne?

TWIERDZENIE 27. *Jeżeli w środkowym punkcie odcinka, poprowadzimy do niego prostopadłą, to każdy punkt tej prostopadłej będzie równoodległym od krańców odcinka.*

UWAGA. Prostą, prostopadłą do odcinka danego w jego punkcie środkowym i mającą tę własność, że każdy jej punkt jest równoodległy od krańców odcinka, nazywamy **osią odcinka** danego.

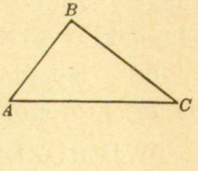
149. Nakreślcie odcinek AB. Z punktu A jako ze środka, promieniem większym od połowy odcinka AB, zakreślcie łuk koła. Z punktu B, tym samym promieniem zakreślcie łuk, przecinający łuk poprzedni po dwóch przeciwnych stronach odcinka AB. Połączcie punkty przecięcia się łuków. Czy widzicie dlaczego linia, łącząca punkty przecięcia się łuków, przepoławia odcinek AB?

150. Znajdźcie powierzchnię równoramiennego trójkąta, mającego obwód równy 64 calom, każde z równych ramion równe 25 calom, a wysokość równą 24 calom.

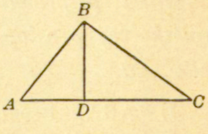
151. Znajdźcie przybliżoną powierzchnię równobocznego trójkąta, mającego 120 cali obwodu i 36,6... cali wysokości.

PYTANIE. Dlaczego możemy znaleźć tylko przybliżoną powierzchnię takiego trójkąta?

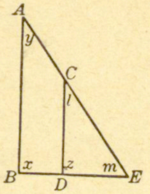
152. Obwód różnobocznego trojkąta, prostokątnego przy B, wynosi 36 cali. Bok BC równa się I stopie, zaś bok $AB = {}^3/_4$ stopy. Znajdźcie powierzchnię trójkąta.



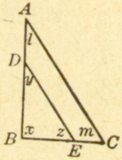
153. Bok AB jest prostopadły do BC; kąt $BAD = 50^0$, BD jest prostopadłą do AC. Wiele stopni ma każdy z kątów trójkąta ABD? Trójkąta BDC? Trójkąta ABC? Który kąt jest wspólny trójkątom ABD i ABC?



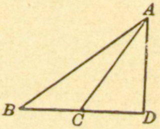
154. *AB* i *CD* są prostopadłemi do *BC*. Kąt $m = 55^0$. Znajdźcie pozostałe kąty w trójkątach *ABE* i *CDE*. Który kąt jest wspólny dla obu trójkątów.



155. *AB* jest prostopadłą do *BC*; *DE* jest równoległą do *AC*. Kąt $l = 35^0$. Znajdźcie pozostałe kąty trójkątów *ABC* i *DBE*. Który kąt jest wspólny dla tych trójkątów?



156. *AD* jest prostopadłą do *BD*; *AD* = 6 calom; *BD* = 8 calom; *BC* = *CD*. Znajdźcie powierzchnie trójkątów *ABC* i *ACD*.



ROZDZIAŁ VII.

POWTÓRZENIE № 2.

1. Wiele granic ma równoległościan?

UWAGA. Bryły ograniczone są **powierzchniami**.

2. Czem są powierzchnie ograniczone?

3. Czem są krańce linii?

4. Punkt posiada położenie lecz nie posiada długości, szerokości ani grubości. Czy widzieliście kiedy punkt?

5. Linia posiada długość lecz nie posiada szerokości i grubości. Jak oznaczamy linie?

6. Powierzchnia posiada długość i szerokość lecz nie posiada grubości. Wiele powierzchni ma sześcian? Wiele kula?

7. Jak nazywamy geometryczny kształt posiadający długość, szerokość i grubość?

UWAGA. Geometryczny kształt, posiadający długość, szerokość i grubość, nazywamy **bryłą.**

PYTANIE. Czy wyraz „bryła“ został tu użyty w tem samem znaczeniu, jakie posiada w mowie potocznej?

8. Czem byłaby droga punktu, poruszającego się w przestrzeni w kierunku stałym i niezmiennym?

9. Czem byłaby droga linii, poruszającej się w przestrzeni w kierunku swej długości? Czem byłaby droga linii, poruszającej się w przestrzeni w kierunku prostopadłym do swej długości?

10. Poruszcie kartkę papieru w przestrzeni tak, aby droga jednej z powierzchni utworzyła bryłę geometryczną.

11. Wytnijcie z papieru kwadrat i połóżcie go na stole. Jaką geometryczną bryłę utworzyłby on, podnosząc się ze stołu i pozostając stale do siebie równoległym, w chwili dojścia do wysokości równej długości swych boków? Jak nazwalibyście bryłę powstałą tym samym sposobem, gdyby kwadrat doszedł do wysokości większej lub mniejszej od długości boku?

12. Jaką bryłę geometryczną utworzyłoby koło, podnosząc się w ten sam sposób?

UWAGA. Taka bryła geometryczna nazywa się **walcem**.

13. Wytnijcie z papieru prostokąt, którego dłuższe boki mają po 22 cale, a krótsze po 8 cali. Złączcie krótsze boki tak, aby dłuższe boki utworzyły dwa równoległe do siebie okręgi. Jaka powstałaby bryła, gdyby do tych okręgów dopasować koła? Jak wielką byłaby ta zakrzywiona powierzchnia? Jaka jest długość najdłuższego odcinka prostej, jaki możemy poprowadzić na jednej z dwóch płaskich powierzchni?

14. Jaki kształt geometryczny mają zazwyczaj miary korcowe, pół korcowe i ćwierćkorcowe?

15. Jeżeli średnica dna walcowatej puszki blaszanej wynosi 10 cali, to czemu równa się jej okręg? Jeżeli puszka ma 10 cali wysokości, to wiele cali kwadratowych blachy zostało zużyte do zrobienia bocznej, zakrzywionej powierzchni puszki?

16. Linia prosta jest to linia, nie zmieniająca w żadnym punkcie swego kierunku. Co to jest linia krzywa?

17. Podzielcie wszystkie linie na grupy i określcie każdą grupę.

18. Podzielcie wszystkie kąty na grupy i określcie każdą grupę.

19. Jakie jest dopełnienie kąta równego $48^0\ 50'$?

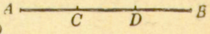
20. Powtórzcie zadanie 19, podstawiając „spełnienie“ zamiast „dopełnienia“.

21. Wiele stopni ma kąt x, jeżeli spełniający go kąt przyległy jest o 50^0 większy?

22. Wiele stopni ma kąt, którego spełniający kąt jest o 10^0 większy od potrojonego kąta szukanego?

23. Wiele stopni ma każdy z trzech kątów, utworzonych w punkcie danym, po jednej stronie danej prostej, jeżeli pierwszy z nich jest o 10^0 większy od drugiego, a drugi o 10^0 większy od trzeciego?

24. $AB = 12$ calom; $DB = AC$;
$AC = 4$ calom; znajdźcie CD?

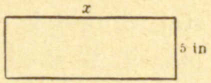


25. $CD = 6$ calom; $AC = DB$;
$AB = 10$ calom; znajdźcie AC i DB?

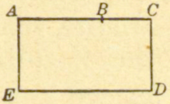
26. $AD = 12$ calom; $AC = DB$;
$AC = 3$ calom; znajdźcie CB?

27. $AD = CB$; $DB = 3$ calom;
$CD = 7$ calom; znajdźcie AB i AD?

28. Jeżeli powierzchnia tego prostokąta wynosi 70 cali kwadratowych, to czemu równa się x?



29. Dane są: $AE = 6$ calom; $AB = 7$ calom; powierzchnia prostokąta $= 66$ calom kwadratowym. Znajdźcie BC?



30. Znajdźcie powierzchnię i obwód prostokąta, w którym każdy z dłuższych boków jest o 7 centymetrów dłuższy od potrojonego krótszego, a suma dwóch sąsiadujących boków wynosi 27 centymetrów.

31. Dany jest prostokąt, długości 12 milimetrów, a szerekości 10 milimetrów; znajdźcie powierzchnię prostokąta, nakreślonego wewnątrz danego i mającego boki, równoległe do boków danego, a odległe od nich o 2 milimetry.

PYTANIE. O wiele krótsze są boki mniejszego prostokąta od odpowiednich boków większego?

32. Prostokątny ogród, rozmiarów 48 stóp na 36 stóp; posiada wewnątz wzdłuż granicy rabatę szerokości 3 stóp. Jak wielką jest powierzchnia znajdująca wewnątrz rabaty? Wiele stóp kwadratowych powierzchni zajmuje sama rabata?

33. W kwadratowym ogrodzie o bokach 8 sążniowych, znajduje się w samym środku kwadratowy kwietnik, którego powierzchnia stanowi $^1/_4$ część powierzchni całego ogrodu, a którego boki są równoległe do boków ogrodu. Jak długi jest każdy bok kwietnika? Jaka jest odległość środkowego punktu, któregobądź z boków kwietnika od środkowego punktu równoległego doń boku ogrodu?

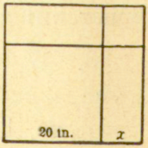
34. Czemu równa się suma dwóch odcinków prostej, długości 8 stóp i 5 stóp? Nakreślcie figurę płaską, w skali 1 centymetra na stopę, przedstawiającą kwadrat sumy tych odcinków, oraz drugą przedstawiającą sumę ich kwadratów.

35. Znajdźcie powierzchnie dwóch prostokątów i małego kwadracika, które trzeba dodać do kwadratu odcinka 10 calowego, aby utworzyć kwadrat odcinka 15 calowego; aby utworzyć kwadrat odcinka 18 calowego.

36. Dany jest kwadrat odcinka 10 calowego, który mamy przekształcić na większy? Znajdźcie doświadczalnie szerokość części, jakie trzeba dodać, aby powierzchnia dodanych prostokątów i kwadracika wynosiła 96 cali kwadratowych.

37. Dany jest kwadrat 10 cali; mamy zeń zrobić większy. Znajdźcie doświadczalnie szerokość części dodanej, jeżeli jej powierzchnia ma zawierać 69 cali kwadratowych.

38. Dany jest kwadrat 20 cali; mamy zeń zrobić większy. Znajdźcie doświadczalnie, jak szerokie muszą być części do niego dodane, aby ich powierzchnia wynosiła 176 cali kwadratowych.



39. Znajdźcie długość x, jeżeli suma powierzchni trzech części, dodanych do kwadratu 20 cali, wynosi 384 cali kwadratowych.

40. Jeżeli x oznacza długość boku kwadratu, to jak należy oznaczyć powierzchnię kwadratu?

41. Jeżeli a^2 oznacza powierzchnię kwadratu, to jak należy oznaczyć jego bok?

42. Znajdźcie powierzchnię kwadratu, którego obwód wynosi 100 cali.

43. Znajdźcie obwód kwadratu, którego powierzchnia ma 64 cale kwadratowe.

44. Podzielcie półkole na dwa wycinki kołowe, z których jeden niechaj będzie równy pięciokrotnemu drugiemu. Wiele stopni ma kąt każdego z tych wycinków.

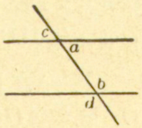
45. Srednica koła wynosi 42 cale. Znajdźcie długości łuków dwóch, tworzących koło, wycinków kołowych, z których jeden jest 10 razy większy od drugiego. Objaśnijcie to.

46. Łuk kwadrantowy ma długości $16\frac{1}{2}$ stopy. Znadźcie średnicę tego koła.

47. Jaki kąt jest największą wspólną miarą kąta danego i jego dopełnienia, jeżeli dopełnienie zawiera o 24^0 więcej niż kąt dany?

WSKAZÓWKA. Niechaj x = kątowi danemu.

48. Jaki kąt jest największą wspólną miarą kąta danego i jego spełnienia, jeżeli spełnienie zawiera o 30^0 więcej od dwukrotnego kąta danego?



49. Jaki kąt jest największą wspólną miarą kątów a i b, utworzonych przez sieczną i dwie równoległe, jeżeli kąt b jest o 95^0 mniejszy od cztery wziętego kąta a? Wiele razy ta wspólna miara zawiera się w kącie c? Wiele w kącie d?

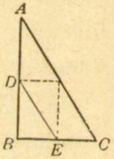
50. Określcie każdą nazwę w następującem ugrupowaniu: Równoboczny. Równoramienny. Różnoboczny.

51. Podzielcie wszystkie trójkąty na grupy, w zależności od kątów.

52. Najkrótszy bok trójkąta różnobocznego jest o 7 cali krótszy od średniego, a średni o 7 cali krótszy od najdłuższego. Obwód trójkąta wynosi 93 cale. Znajdźcie długość wszystkich boków.

53. Nakreślcie trójkąt prostokątny, o podstawie 8 centymetrów i wysokości 4 centymetrów i znajdźcie jego powierzchnię w milimetrach kwadratowych.

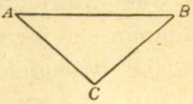
54. W trójkącie prostokątnym ABC, $AB = 12$ calom, $BC = 8$ calom, $BD = 6$ calom, $BE = 4$ calom, Jaką częścią trójkąta ABC jest trójkąt DBE?



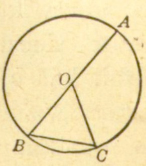
WSKAZÓWKA. Porównajcie podstawy i wysokości małych trójkątów.

55. Kąt wierzchołkowy trójkąta równoramiennego jest o 30° większym od każdego z kątów przy podstawie. Znajdźcie wszystkie kąty trójkąta.

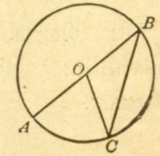
56. Nakreślcie prostą EF, równoległą do AB i przechodzącą przez punkt C; wykażcie na zasadzie twierdzenia 14, że suma kątów A, B i C jest $= 180°$.

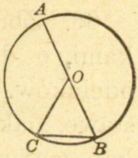


57. W kole, którego środkiem jest O, kąt AOC ma 112°. Wiele stopni ma kąt BOC? Wiele OCB? Wiele OBC?

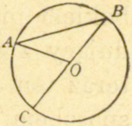


58. W kole ze środkiem w O, kąt AOC ma 70°. Wiele stopni ma kąt BOC? Wiele OCB? Wiele OBC?



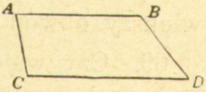


59. W kole ze środkiem w O, kąt AOC jest o 18^0 mniejszy od podwojonego kąta COB. Wiele stopni ma kąt OCB?



60. W kole ze środkiem w O, kąt AOB ma 110^0. Wiele stopni ma każdy z kątów trójkąta? Wiele kąt BOC?

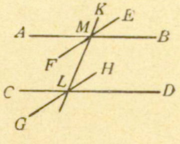
61. Każde z równych ramion w trójkącie równoramiennym ma 13 cali długości, a obwód trójkąta wynosi 36 cali. Prostopadła spuszczona z wierzchołka na podstawę ma 12 cali długości. Znajdźcie obwód i powierzchnie trójkątów, utworzonych po obu stronach prostopadłej.



62. Czworokąt $ABDC$ ma boki AB i CD równoległe. Jaką nazwę specyalną nadajemy takiemu czworokątowi? Jak długim jest obwód tego trapezu, jeżeli bok AC ma 4 cale długości, bok BD jest o 1 cal dłuższy niż AC, bok AB jest dwa razy dłuższy od AC, a CD dwa razy dłuższym od BD?

63. Wiele stopni ma każdy z czterech równych kątów, utworzonych wokoło punktu danego?

64. Wiele stopni ma kąt, zawarty między dwójsiecznemi kąta 50^0 i jego spełniania?



65. Prosta AB jest równoległą do CD. Kąt KMB ma 68^0. FE jest dwójsieczną kąta KMB. Prosta GH jest równoległą do FE. Znajdźcie kąt HLD.

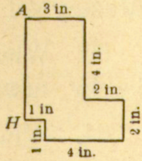
66. Zbudujcie kąt ostry, zawarty między odcinkami, o długości 5 i 8 cali. Połączcie krańce tych odcinków. Przyjmując ten odcinek łączący za podstawę, nakreślcie odpowiednie łuki i zbudujcie trójkąt, mający bok 8 calowy, sąsiadujący z 5 calowym bokiem pierwszego trójkąta, a 5 calowy bok, sąsiadujący z 8 calowym bokiem pierwszego. Zetrzyjcie teraz ten łączący odcinek i nazwijcie utworzony tym sposobem czworobok.

67. Nakreślcie równoległobok, mający dłuższe boki trzy razy dłuższe od krótszych, a obwód równy 8 calom, i napiszcie na każdym boku jego długość.

68. Nakreślcie prostokąt, będący iloczynem odcinków 12 centymetrowego i 3 centymetrowego, oraz drugi, będący kwadratem odcinka 6 centymetrowego. Który z nich ma większą powierzchnię? Który ma większy obwód?

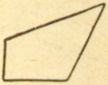
69. Czy więcej płotu potrzeba na ogrodzenie prostokątnej działki ziemi, o wymiarach 8 prętów na 2 pręty, czy też na ogrodzenie działki kwadratowej o tej samej powierzchni?

70. Znajdźcie długość odcinka *AH*, wiedząc, że wszystkie kąty są proste. Znajdźcie powierzchnię i obwód figury płaskiej, ograniczonej tymi ośmioma odcinkami prostej.

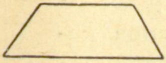


ROZDZIAŁ VIII.

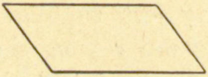
CZWOROBOKI.



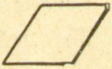
Czworobok nieforemny.



Trapez.



Równoległobok.



Romb.

1. Narysujcie czworobok, niemający żadnych równoległych boków i napiszcie na nim jego nazwę.

UWAGA. Czworobok, nie mający żadnych równoległych boków nazywa się **nieforemnym.**

2. Znajdźcie obwód czworoboku nieforemnego $ABCD$, w którym bok AB jest równy dwukrotnemu BC, ten zaś równa się 10 calom, AD jest o 15 cali dłuższy niż BC, a CD jest równy czterokrotnemu BC.

3. Znajdźcie obwód czworoboku nieforemnego $ABCD$, w którym bok AB ma 8 cali, bok AD jest o 4 cale dłuższym niż AB, DC jest o 2 cale dłuższym niż AD, zaś BC jest dwa razy dłuższy niż AB.

4. W czworoboku nieforemnym $ABCD$, którego obwód ma 50 cali długości, bok AB jest dwa razy większym od BC, bok AD jest 3 razy większym od BC, zaś bok CD jest 4 razy większym od BC. Jak długim jest każdy z boków?

PYTANIE. Co oznaczycie przez x?

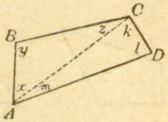
5. W czworoboku nieforemnym $ABCD$:

$AD = 4$ krotnemu AB.

$CD = 3$ krotnemu AB.

BC jest o 9 cali większe niż AB.

Obwód czworoboku wynosi 63 cale. Znajdźcie każdy bok.



6. Cworobok nieforemny $ABCD$ przedzielony jest zapomocą przekątnej AC. Czemu równa się suma kątów w trójkącie ABC? W trójkącie ADC? Wiele stopni zawierają razem wszystkie kąty czworoboku? Czy możecie nakreślić taki czworobok, którego nie możnaby podzielić na dwa trójkąty zapomocą przekątnej?

TWIERDZENIE 28. *Suma wszystkich kątów każdego czworoboku równa się czterem kątom prostym czyli 360°.*

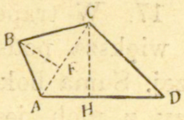
7. W czworoboku nieforemnym $ABCD$, kąt A ma 60^0, kąt B stanowi $^4/_3$ kąta A, kąt C jest o 20^0 większy od kąta B. Znajdźcie wielkość kąta D.

8. W czworoboku nieforemnym $ABCD$ kąt A jest równy dwukrotnemu kątowi B; kąt C jest o 40^0 większy od kąta B; kąt D jest o 20^0 większy od kąta B. Znajdźcie wielkość każdego kąta.

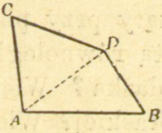
WSKAZÓWKA. Niechaj $x =$ kątowi B.

9. Jeden z zewnętrznych kątów czworoboku nieforemnego ma 79^0; drugi kąt zewnętrzny ma 93^0, trzeci 84^0. Znajdźcie wielkości wszystkich kątów wewnętrznych czworoboku.

10. Znajdźcie powierzchnię czworoboku nieforemnego $ABCD$, jeżeli jego przekątna AC ma 7 cali długości, prostopadła do niej BE ma 4 cale, wysokość CH 6 cali, a bok AD 10 cali długości.



11. $AB = 12$ centymetrom. Przekątna $AD = 1$ decymetrowi. Prostopadła z D do AB ma 6 centymetrów długości. Prostopadła z C do AD ma 8 centymetrów długości. Znajdźcie powierzchnię czworoboku.

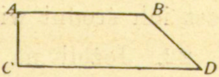


12. Nakreślcie czworobok nieforemny, podzielcie go na trójkąty, zmierzcie ich podstawy i wysokości i znajdźcie powierzchnię czworoboku.

13. Nakreślcie czworobok nieforemny i trapez i powiedźcie, czem się te figury płaskie od siebie różnią.

14. Nakreślcie przekątną w trapezie i wykażcie wiele stopni ma suma wszystkich jego kątów.

15. AB i CD są prostopadłemi do AC. Kąt B jest trzy razy większy niż kąt D. Wiele stopni ma każdy z kątów trapezu?



16. Znajdźcie obwód trapezu, wiedząc, że jedna z równoległych podstaw stanowi $1^1/_3$ długości drugiej, mającej 6 cali długości, oraz, że suma boków nierównoległych wynosi 21 cali.

UWAGA. Równoległe boki trapezu nazywamy **podstawami.**

17 W trapezie *ABCD* suma podstaw ma 18 cali, a większa podstawa jest równa dwukrotnej mniejszej. Suma boków nierównoległych ma 9 cali, a większy z nich jest równy dwukrotnemu mniejszemu. Znajdźcie obwód i każdy bok trapezu.

18. Nakreślcie trójkąt równoramienny, mający kąty przy podstawie równe 80^0, i przedzielcie go prostą równoległą do podstawy. Jaka powstała figura płaska? Wiele stopni ma każdy kąt górnej figury płaskiej? Wiele każdy kąt dolnej?

UWAGA. Trapez, mający boki nierównoległe równe, nazywamy **równoramiennym.** Boki nierównoległe nazywamy **ramionami.**

19. Jedna z podstaw równoramiennego trapezu ma 11 centymetrów długości, druga ma o $7^1/_2$ centymetra więcej niż połowę tej długości; każde ramię jest o 7 centymetrów krótsze od większej podstawy. Znajdźcie obwód trapezu.

20. Nakreślcie trapez równoramienny i przedłóżcie jego boki nierównoległe aż do spotkania. Jaką utworzyliście przez to figurę płaską?

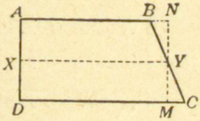
21. Jeżeli siostra ma 10 lat, a brat 14, to jaki jest ich średni wiek?

22. Jeżeli na jednej cenzurze otrzymacie $90^0/_0$, a na drugiej $100^0/_0$, jaki będzie średni $^0/_0$ obu cenzur?*)

23. Jeżeli deska ma z jednego końca 20 cali szerokości, a z drugiego końca 10 cali, to jaka jest jej średnia szerokość?

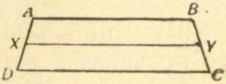
*) Stopnie na cenzurach w Ameryce obliczane są w procentach.

24. Nakreślcie trapez $ABCD$, czyniąc $AB = 8$ calom, $DC = 10$ calom, a odległość między podstawami równą 5 calom. Jaka jest długość prostej XY, poprowadzonej przez środek odległości między podstawami równolegle do nich? Przez punkt y nakreślcie prostą MN prostopadłą do podstaw. Wytnijcie trójkąt YMC i połóżcie go w położeniu YNB. Jaka jest powierzchnia utworzonego tym sposobem prostokąta? W jakim stosunku znajduje się ona do powierzchni trapezu?



UWAGA. Linia, łącząca środki boków nierównoległych trapezu, nazywa się linią **środkową** trapezu.

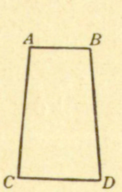
25. AB, równa 10 calom i CD równa 12 calom, są podstawami trapezu. Znajdźcie długość linii środkowej XY?



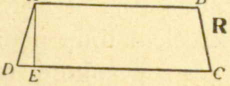
26. Prostopadła odległość między podstawami trapezu równa się 14 centymetrom i długość linii środkowej wynosi też 14 centymetrów. Wiele centymetrów ma powierzchnia tego trapezu?

UWAGA. Prostopadła odległość między podstawami trapezu nazywa się **jego wysokością.**

27. $AB = 6$ calom; $CD = 8$ calom; wysokość $= 13$ calom. Czemu równą się powierzchnia trapezu? Jak długi jest obwód prostokąta, mającego tę samą wysokość i powierzchnię, co dany trapez?



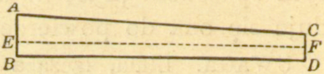
28. $AB = 10$ calom; $DC = 12$ calom; wysokość $AE = 4$ calom. Znajdźcie powierzchnię trapezu. Narysujcie taki sam trapez na



papierze i wytnijcie oraz przełóżcie te jego części, których zmiana położenia zamienia trapez na prostokąt. Jak znajdujecie średnią długość podstaw trapezu?

TWIERDZENIE 29. *Powierzchnia trapezu równa jest iloczynowi z jego wysokości przez połowę sumy podstaw.*

29. Wiele stóp kwadratowych ma powierzchnia deski, której długość wynosi 20 stóp, a szerokość przy jednym końcu 1 stopę, zaś przy drugim 1 stopę i 6 cali?

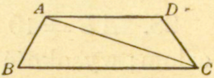


30. $AB = 18$ centymetrom; $CD = 12$ centymetrom; wysokość $EF = 125$ centymetrom. Znajdźcie powierzchnię trapezu.

31. Suma podstaw trapezu równa się 27 calom, a wysokość 5 calom; znajdźcie powierzchnię.

32. Dolna podstawa trapezu jest o 5 cali dłuższą od potrojonej górnej podstawy, a suma podstaw wynosi 37 cali. Znajdźcie długość każdej podstawy. Wysokość tego trapezu stanowi $^3/_4$ długości górnej podstawy. Znajdżcie powierzchnię trapezu.

33. Dolna podstawa trapezu jest o 6 cali mniejsza od podwojonej górnej podstawy, a suma ich wynosi 15 cali. Wysokość równa się połowie dolnej podstawy. Znajdźcie powierzchnię trapezu. Jeżeli jeden z boków nierównoległych ma 5 cali długości, a drugi stanowi $^6/_7$ górnej podstawy, to jak długim jest obwód trapezu?

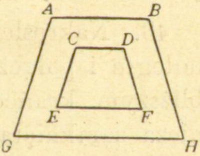


34. Na jakie trójkąty dzieli przekątna AC trapez $ABCD$? Nakreślcie linię pomocniczą, oznaczającą wysokość trójkąta ABC względem podstawy

BC. Oznaczcie wysokość trójkąta *ACD* względem podstawy *AD*. Która z tych wysokości jest większa? Dlaczego?

35. $AD = 10$ calom, $B = 14$ calom, zaś prostopadła odległość między temi podstawami jest równa 5 calom. Znajdźcie powierzchnię każdego trójkąta i dodajcie dla otrzymania powierzchni trapezu. Który sposób znajdowania powierzchni trapezu wolicie i dlaczego?

36. Suma podstaw trapezu wynosi 15 cali, górna podstawa jest dwa razy większa od dolnej; wysokość trapezu wynosi 4 cale. Znajdźcie powierzchnię każdego z trójkątów, na jakie przekątna dzieli ten trapez.



37. $AB = 8$ calom; $GH = 14$ calom; $CD = 4$ calom; $EF = 7$ calom. Wysokość większego trapezu wynosi 10 cali, a mniejszego 5 cali. Znajdźcie ilość cali kwadratowych, zawartych w części płaszczyzny, ograniczonej obwodami obu trapezów.

38. Podstawy trapezu mają 9 cali i 13 cali długości. Powierzchnia jego ma 55 cali kwadratowych. Jak odległemi od siebie są podstawy trapezu? Jaka jest ich średnia długość? Jaki jest stosunek różnicy dłuższej podstawy i średniej ich długości do różnicy tej średniej długości i krótszej podstawy?

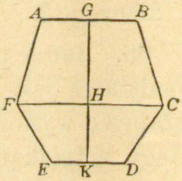
39. Powierzchnia trapezu ma 45 cali kwadratowych; dłuższa podstawa $= 12$ calom, wysokość $= 5$ calom. Znajdźcie krótszą podstawę.

40. Powierzchnia trapezu wynosi 52 cale kwadratowe. Średnia długość podstaw ma 13 cali, a dłuższa

podstawa równa się 16 calom. Znajdźcie drugą podstawę i wysokość trapezu.

41. Jaką powierzchnię zajmuje okno facyaty, mające kształt trapezu, w którym dłuższy z boków równoległych ma 12 stóp, krótszy 6, a odległość między nimi wynosi 3 stopy?

42. Nieforemny sześciokąt $ABCDEF$ ma bok $AB = 8$ calom, bok $ED = 6$ calom, oba równoległe do przekątnej FC równej 12 calom. GH, prostopadła do FC, równa się 7 calom, a jej przedłużenie $HK = 5$ calom. Znajdźcie powierzchnię tego sześciokąta.



43. Nakreślcie dwa równej długości odcinki równoległe i połączcie każdy z krańców jednego z najbliższym krańcem drugiego. Wiele odcinków ogranicza zamkniętą tym sposobem część płaszczyzny. Czy obie pary boków przeciwległych są równoległe? Do jakiej nazwy upoważnia tę figurę płaską równoległość jej boków przeciwległych?

WSKAZÓWKA. Patrz początek rozdziału V.

44. Znajdźcie obwód równoległoboku, którego jeden bok równa się 6 calom, a każdy z sąsiadujących z nim jest $2^1/_2$ raza dłuższy.

45. Nakreślcie prostokątny równoległobok, którego sąsiadujące ze sobą boki mają długości 7 i 5 centymetrów i znajdźcie jego obwód i powierzchnię.

46. Nakreślcie równoległobok, nie prostokątny, mający dłuższe boki dwa razy dłuższe od krótszych, równych 2 centymetrom. Jak długi jest obwód rów-

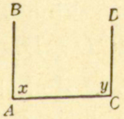
noległoboku? Jak nazywamy równoległobok, mający skośne kąty?

47. Znajdźcie obwód równoległoboku, mającego każdy z dłuższych boków równy sumie krótszych, a każdy krótszy bok równy 20 centymetrom.

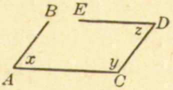
48. Obwód równoległoboku = 56 stopom. Każdy dłuższy bok równa się potrojonemu krótszemu. Znajdźcie długość boków.

49. Czy prostokąt jest równoległobokiem? Czy kwadrat jest równoległobokiem? Dlaczego?

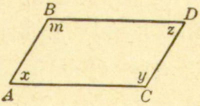
50. AB jest równoległą do CD. Jaka nazwa przynależy prostej AC? Czemu równa się kąt y, jeżeli kąt x ma 87^0? Przytoczcie geometryczne twierdzenie, ułatwiające wam odpowiedź.



51. AB jest równoległą do CD; AC jest równoległą do ED. Jeżeli kąt x ma 50^0, to ile stopni ma kąt y? Ile kąt z? Porównajcie kąt x z kątem z.



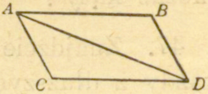
52. W równoległoboku $ABCD$, kąt x ma 60^0, wiele stopni ma kąt y? Wiele kąt z?



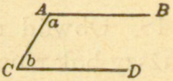
53. Nakreślcie równoległobok i wykażcie słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 30. *W równoległoboku kąty przeciwległe są równe.*

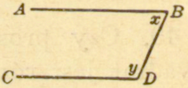
54. W równoległoboku boki przeciwległe są równe. Czy trójkąty ACD i ABD są przystające? Wykażcie słuszność waszej odpowiedzi, powołując się na odnośne twierdzenie geometryczne.



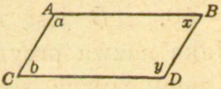
55. Czemu równa się suma kątów a i b, jeżeli AB i CD są równoległemi? Przytoczcie odnośne twierdzenie geometryczne.



56. Wiele stopni ma suma kątów $x+y$, jeżeli odcinki AB i CD są równoległe.



57. Wiele stopni ma suma wszystkich kątów równoległobokn $ABCD$? Dlaczego?



58. Jeden z kątów równoległoboku ma 73^0. Znajdźcie liczbę stopni w każdym z pozostałych kątów równoległoboku.

59. Jeden z kątów równoległoboku jest dwa razy większy od sąsiadującego z nim kąta. Wiele stopni ma każdy z kątów tego równoległoboku?

60. Jeden z kątów równoległoboku jest 3 razy większy od sąsiadującego z nim kąta. Wiele stopni ma każdy z kątów równoległoboku?

61. Czy możecie wykazać przy pomocy rysunku z zadania 57-go, że suma wszystkich kątów równoległoboku równa jest 360^0?

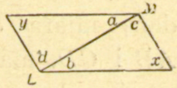
62. Jeden z kątów równoległoboku równa się sąsiadującemu kątowi. Wiele stopni ma każdy z kątów tego równoległoboku? Jakiego rodzaju jest ten równoległobok?

63. Nakreślcie równoległobok, mający dłuższe boki równe 10 calom, a krótsze równe 25% długości dłuższych. Znajdźcie długość obwodu tego równoległoboku.

64. Zbudujcie kąt 80°, zawarty między dwoma odcinkami, długości 5 i 4 cali. Nakreślcie równoległe do tych odcinków, tworząc tym sposobem równoległobok. Wiele stopni ma każdy z pozostałych kątów tego równoległoboku?

65. Suma kątów rozwartych w równoległoboku jest dwa razy większa od sumy kątów ostrych. Znajdźcie wielkość tych kątów.

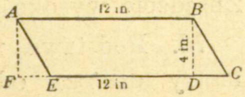
66. Czem różni się równoległobok od prostokąta?



67. Jeżeli kąt *a*, utworzony przez przekątną i jeden bok równoległoboku, ma 30°, to wiele stopni ma kąt *b*? Jeżeli kąt *c* ma 100°, to wiele stopni ma kąt *d*? Podajcie dowód na to, Jeżeli kąt *x* ma 50°, to wiele ma kąt *y*? Przytoczcie odnośne twierdzenie geometryczne.

67. Każdy z dłuższych boków równoległoboku jest o 8 centymetrów dłuższy od każdego z krótszych. Obwód równoległoboku wynosi 36 centymetrów. Znajdźcie długości boków.

69. Każdy z dłuższych boków równoległoboku jest o trzy cale dłuższy od 5 razy wziętego krótszego boku. Obwód równoległoboku wynosi 54 cale. Znajdźcie długość każdego boku.



70. Nakreślcie taki sam równoległobok jak *ABCE*, poprowadźcie prostopadłą *BD*; odetnij-

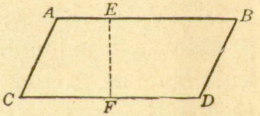
cie trójkąt *BCD* i połóżcie go w położeniu *AEF*. Czemu równa się powierzchnia prostokąta *ABDF*? Porównajcie ją z równoległobokiem *ABCE*. Porównajcie podstawę i wysokość prostokąta z podstawą i wysokością równoległoboku.

UWAGA. Odległość między równoległymi bokami równoległoboku nazywa się jego **wysokością**.

71. Czy równoległobok może mieć więcej niż jedną wysokość? Objaśnijcie to.

TWIERDZENIE 31. *Powierzchnia równoległoboku równa jest powierzchni prostokąta, mającego tę samą, co on podstawę i wysokość; inaczej równa jest iloczynowi z podstawy równoległoboku przez jego wysokość.*

72. *AB* = 11 calom. *EF*, będąca miarą odległości między *AB* i *CD*, ma 5 cali. Znajdźcie powierzchnię równoległoboku.



73. Znajdźcie powierzchnię równoległoboku, którego obwód wynosi 36 milimetrów, którego krótsze boki mają po 6 milimetrów i, którego wysokość, prostopadła do dłuższych boków, ma 4 milimetry długości.

74. Obwód równoległoboku wynosi 42 cale; dłuższy jego bok równy jest podwojonemu krótszemu; wysokość prostopadła do dłuższych boków = 6 calom. Znajdźcie powierzchnię tego równoległoboku.

75. Powierzchnia równoległoboku ma 54 centymetry kwadratowe, a podstawa ma 9 centymetrów. Znajdźcie wysokość.

76. Podstawa równoległoboku jest o 4 centymetry dłuższa od prostopadłej do niej wysokości,

a suma ich równa jest 16 centymetrom. Znajdźcie powierzchnię równoległoboku.

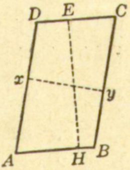
77. Suma podstawy równoległoboku i prostopadłej do niej wysokości wynosi 32 cale. Podstawa jest o 8 cali dłuższa od wysokości. Znajdźcie powierzchnię równoległoboku.

WSKAZÓWKA. Niechaj x = wysokości; podstawa = ?

78. Podstawa równoległoboku jest o 5 cali dłuższa niż prostopadła do niej wysokość. Suma tejże podstawy i wysokości wynosi 19 cali. Znajdźcie powierzchnię równoległoboku.

79. Dłuższa przekątna równoległoboku ma 12 cali. Jeden z krótszych boków równa się połowie przekątnej; a obwód trójkąta, utworzonego przez przekątną i dwa sąsiadujące boki wynosi 29 cali. Znajdźcie obwód równoległoboku.

80. AB = 5 calom, zaś prostopadła do niej EH = 8 calom. Czemu równa się powierzchnia równoległoboku $ABCD$? Jaki jest iloczyn BC i prostopadłej do niego xy?



81. Sąsiadujące boki równoległoboku mają długości 12 i 10 cali, zaś wysokość prostopadła do dłuższego boku, 5 cali. Znajdźcie wysokość, prostopadłą do krótszego boku.

82. Umieśćcie dwa równoboczne trójkąty obok siebie tak, aby jeden z boków jednego przylegał do boku drugiego trójkąta. Równoległobok w ten sposób utworzony jest rombem. Jeżeli bok równobocznego trójkąta miał 8 cali długości, to jak długi jest obwód rombu?

UWAGA. Równoległobok, mający wszystkie boki równe, nazywa się **rombem.**

83. Nakreślcie dwa trójkąty, mające po jednym kącie 40°, zawartym między bokami 5 calowymi. Umieśćcie boki, przeciwległe tym równym kątom, przy sobie i znajdźcie odbwód utworzonego w ten

84. Czy widzieliście kiedy szyby szklane w kształcie rombu? Jeżeli tak, to gdzie? Jaką inną nazwę nadajemy temu kształtowi?
sposób rombu

85. Czem różni się romb od kwadratu? Czem od innych równoległoboków?

85. Jeżeli macie kwadratową ramkę o bokach 4 calowych, i zegniecie dwa przeciwległe kąty ku środkowi, to jakiego nabierze ona wtedy kształtu? Czy zamknięta przez nią część płaszczyzny będzie teraz mniejsza. czy taka sama jak poprzednio? Co jest większe, czy kwadrat o bokach 4 calowych, czy romb, o bokach 4 calowych?

87. Jakie cztery nazwy mogą przysługiwać rombowi?

88. Nakreślcie romb, mający kąty równe kątom rombu z zadania 82-ego. Jakiego rodzaju trójkąty tworzy jego krótsza przekątna? Wiele stopni ma każdy kąt w utworzonych tym sposobem trójkątach? Wiele każdy kąt rombu?

89. Jak długim jest każdy bok rombu, którego obwód wynosi 40 centymetrów?

90. Narysujcie i wytnijcie trzy romby, mające kąty, równe danym w zadaniu 82. Ułóżcie je wokoło jednego jednego punktu tak, aby zawsze wierz-

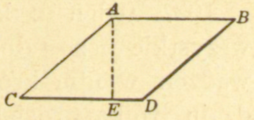
chołek większego kąta jednego rombu stykał się z wierzchołkiem większego kąta drugiego rombu. Jaka utworzyła się przez to figura płaska?

91, Jakiego rodzaju trójkąt tworzy przekątna i dwa boki rombu?

92. Jaka jest suma wszystkich kątów rombu? Podajcie dowód.

93. Jaki jest stosunek liczby stopni, zawartych we wszystkich kątach rombu, do liczby stopni, zawartych we wszystkich kątach trójkąta?

94. Bok rombu $ABCD$ ma 12 centymetrów długości, a wysokość $AE = 8$ centymetrom. Znajdżcie powierzchnię rombu.



95. Jak wielką jest powierzchnia rombu, którego obwód wynosi 32 centymetry, a wysokość równa się $^3/_4$ długości boku?

96. Znajdźcie pewierzchnię rombu, w którym suma wysokości i jednego boku równa się 19 calom, a obwód 40 calom.

97. Znajdźcie powierzchnię i obwód rombu, którego bok jest o 3 cale dłuższy od wysokości, a suma boku i wysokości = 15 calom.

98. Powierzchnia rombu ma 90 cali kwadratowych, a długość boku jest równa 10 calom. Jaka jest odległość między równoległymi bokami?

99. Powierzchnia rombu ma 35 centymetrów kwadratowych, a wysokość = 5 centymetrom. Znajdźcie obwód.

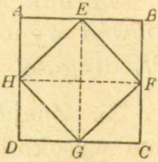
100. Powierzchnia rombu ma 120 cali kwadratowych, a obwód 48 cali; jaka jest odległość między przeciwległymi bokami rombu?

101. Znajdźcie długość boku rombu, wiedząc, że obwód trójkąta, utworzonego przez dwa boki rombu i jego dłuższą przekątną, ma 22 cale, a ta dłuższa przekątna ma 10 cali długości.

102. Znajdźcie obwód rombu, którego krótsza przekątna ma 10 cali długości, a obwód każdego z trójkątów, na jakie ona dzieli dany romb, wynosi 36 cali.

103. Jeden z kątów rombu ma 60^0. Znajdźcie wszystkie pozostałe. Narysujcie ten romb i poprowadźcie w nim krótszą przekątną. Na jakiego rodzaju trójkąty dzieli ona romb?

104. Boki kwadratu *ABCD* mają po 8 cali długości. Punkty *E*, *F*, *G*, *H* są punktami środkowymi odpowiednich boków. Jaka jest powierzchnia kwadratu *EFGH*?

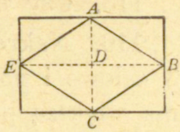


WSKAZÓWKA. Poporowadźcie linie pomocnicze *EG* i *HF* i porównajcie utworzone w ten sposób trójkąty.

105. Czemu równa się długość każdej przekątnej kwadratu wpisanego? W jakim stosunku jest iloczyn przekątnych kwadratu wpisanego do powierzchni kwadratu opisanego.

106. Wykażcie, że powierzchnia kwadratu równa się połowie kwadratu jego przekątnej.

107. Wykażcie, że powierzchnia rombu równa się połowie iloczynu jego przekątnych.



108. Nakreślcie prostokąt wielkości 6 cali na 4 cale. Połączcie środkowe punkty boków przyległych. Jak długą jest dłuższa przekątna utworzonego w ten sposób rombu? Jak długą jego krótsza przekątna? Jak wielką jest powierzchnia prostokąta? Jaką częścią powierzchni prostokąta jest powierzchnia rombu?

109. Krótsza przekątna rombu ma 10 cali długości, a dłuższa jest $1^1/_2$ raza dłuższa. Znajdźcie powierzchnię rombu.

110. Jedna przekątna rombu jest o 7 cali dłuższa od drugiej, a suma ich jest równa 27 calom. Znajdźcie powierzchnię rombu,

111. Powierzchnia rombu ma 144 cale kwadratowe. Jedna jego przekątna ma 16 cali długości. Znajdźcie drugą.

PYTANIE. Jak wielką jest powierzchnia prostokąta, do którego romb jest wpisanym?

112. Obwód trójkąta, utworzonego przez dłuższą przekątną rombu i dwa jego boki ma 36 cali długości. Obwód trójkąta, utworzonego przez krótszą przekątną i dwa boki ma 32 cale długości. Obwód rombu ma 40 cali długości. Znajdźcie powierzchnię rombu.

113. Przekątne rombu mają 6 cali i 8 cali, a boki jego po 5 cali długości. Jaka jest odległość pomiędzy przeciwległymi bokami.

PYTANIE. Jak znajdujemy wysokość równoległoboku, mając daną jego powierzchnię i podstawę.

114. Czy każdy romb jest równoległobokiem? Czy każdy równoległobok jest rombem?

115. Czy możecie wpisać romb do okręgn koła?

116. Nakreślcie kwadrat i romb, mające boki 3 calowe i powiedzcie, która z tych figur płaskich ma większą powierzchnię.

WSKAZÓWKA. Zbudujcie romb w ten sposób, aby dłuższa przekątna była znacznie dłuższa od krótszej.

117. Nakreślcie, o ile możecie, romb mający równą podstawę i wysokość. Objaśnijcie to.

118. Określcie każdą nazwę w następującym ugrupowaniu:

<table>
<tr><td rowspan="4">Czworobok</td><td>czworobok nieforemny,</td><td></td></tr>
<tr><td>trapez</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">równoległobok</td><td>Prostokąt—kwadrat.</td></tr>
<tr><td>Romboid — romb.</td></tr>
</table>

ROZDZIAŁ IX.

STOSUNKI I PROPORCYE.

1. Wiele razy jest 6 większe od 3? 15 od 5?

2. Jaki iloraz otrzymamy, dzieląc 28 przez 7? Jaki, dzieląc 3 przez 5?

UWAGA. Iloraz, otrzymamy z podzielenia jednej wielkości przez drugą wielkość tego samego rodzaju, nazywamy **stosunkiem** tych wielkości.

3. Jaki jest stosunek 10 do 5? Jaki 21 do 7? Jaki 8 do 4? Jaki 8 do 8? Jaki 8 do 16?

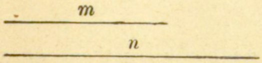
4. Dopełnijcie następujące wyrażenia.

Stosunek 10 do 2 =   Stosunek 10 do 8 =
Stosunek 10 do 15 =   Stosunek 12 do 8 =

UWAGA. Pisząc takie wyrażenia, używamy zwykle znaków dla określenia stosunków. 10 : 5 = 2, czytamy jako stosunek 10 do 5 równa się 2.

Znajdźcie następujące stosunki;

5. 27 : 9
6. 16 : 6
7. 21 : 7
8. 5 : 10
9. 8 : 12
10. 9 : 6
11. 10 : 15
12. 21 : 28
13. 36 : 24
14. 25 : 15

15. 

Jeżeli odcinek *m* ma 14 cali długości, a odcinek *n* 21 cali, to jaki jest stosunek *m* de *n*?

16. Jeżeli odcinek *a* jest o 6 cali krótszy od odcinka *b*, mającego 2 stopy długości, to jaki jest stosrnek *a* do *b*?

17. Nakreślcie łuk 60^0 i tymże samym promieniem łuk 90^0; znajdźcie stosunek wielkość większego łuku od mniejszego.

18. Jaki jest stosunek kwadrantu do okręgu, którego jest on częścią?

19. Jaki jest stosunek kąta 60^0 do jego dopełnienia? Do jego spełnienia?

20. Napiszcie stosunek, w którym poprzednik jest większy od następnika.

UWAGA. Pierwszy wyraz stosunku nazywa się **poprzednikiem,** drugi **następnikiem**. Wzięte razem stanowią **wyrazy stosunku.**

Uzupełnijcie brakujące następniki w następujących stosunkach.

21. $14 : ? = 7$
22. $18 : ? = 2$
23. $25 : ? = 5$
24. $20 : ? = 4$
25. $28 : ? = 4$
26. $35 : ? = 7$
27. $7 : ? = {}^1/_2$
28. $8 : ? = {}^1/_3$
29. $7 : ? = {}^7/_9$
30. $10 : ? = {}^{10}/_{11}$
31. $10 : ? = {}^2/_3$
32. $12 : ? = {}^1/_2$
33. $8 : 4 = ?$, $6 : 3 = ?$

UWAGA. Jeżeli stosunek dwóch wielkości jest równy stosunkowi innych dwóch wielkości, to te cztery wielkości tworzą **proporcyę.** $8 : 4 = 6 : 3$ czytamy jako: — Stosunek 8 do 4 równa się stosunkowi 6 do 3.

34. Wykażcie, że następująca proporcya jest prawdziwą: $8 : 4 = 10 : 5$.

PYTANIE. Czemu się równa stosunek 8 do 4? Czemu 10 do 5? Porównajcie je ze sobą.

35. Sprawdźcie proporcyę 35 : 7 = 15 : 3.

UWAGA. Pierwszy i ostatni wyraz proporcyi nazywamy wyrazami **skrajnymi;** zaś drugi i trzeci wyrazami **średnimi**. Czy widzicie dlaczego nazwamy je w ten sposób?

36. Znajdźcie ostatni wyraz skrajny proporcyi 20 : 10 = 18 : ?

37. Znajdźcie czwarty wyraz proporcyi: 3 : 6 = 9 : ?

38. 21 : 7 = 18 : ?

39. 4 : 5 = 12 : ?

WSKAZÓWKA. Stosunek 4 do 5 równa się $^4/_5$; $^4/_5$ jakiej liczby równa się 12?

40. 8 : 10 = 24 : ?

41. 17 : 8 = 85 : ?

42. 21 : 36 = 7 : ?

43. Czemu równa się iloczyn wyrazów skrajnych w proporcyi 8 : 4 = 6 : 3? Czemu iloczyn wyrazów średnich? Porównajcie je z sobą?

44. Zobaczcie czy we wszystkich, uzupełnionych powyżej przez was, proporcyach, iloczyn wyrazów skrajnych równa się iloczynowi średnich.

TWIERDZENIE 32. *W każdej proporcyi iloczyn wyrazów skrajnych równa się iloczynowi wyrazów średnich.*

45. Znajdźcie wartość x w proporcyi 10 : 5 = 20 : x, za pomocą stwierdzenia równości iloczynów wyrazów skrajnych i średnich, i rozwiązania utworzonego tym sposobem równania.

Znajdźcie wartość x w następujących proporcyach:

46. 6 : 7 = 12 : x. 47. 4 : 5 = x : 20.

48. $35 : x = 21 : 3$.

49. $x : 5 = 3 : 15$.

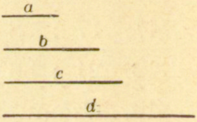
50. $10 : x = 6 : 3$.

51. $x : 24 = 16 : 48$.

52. Napiszcie rzeczywistą proporcyę, której pierwszym poprzednikiem jest 20, a drugim poprzednikiem 40.

53. Napiszcie rzeczywistą proporcyę, w której pierwszy poprzednik jest większy od swego następnika.

54. Czy możecie napisać rzeczywistą proporcyę taką, aby następnik pierwszego stosunku był większy od swego poprzednika, a następnik drugiego stosunku mniejszy od swego poprzednika. Dlaczego?



55. $a : b = c : d$. Jeżeli a jest odcinkiem długości 3 cali, b — 5 cali, c — 6 cali, to jaką długość ma odcinek d? Zbudujcie prostokąt, będący iloczynem a i d; oraz prostokąt, będący iloczynem b i c. Porównajcie ich powierzchnie.

56. $A : B = C : D$. Jeżeli A jest odcinkiem 8 calowym, B—6 calowym, C—4 calowym, to jaka jest długość odcinka D? Znajdźcie różnicę powierzchni prostokątów AD i CB. Znajdźcie różnicę ich obwodów.

UWAGA. Używanie stosunków i proporcyi nie jest specyalnością geometryi. Porównując cenę 1 kapelusza, za 2 ruble, z ceną 5 kapeluszy w tej samej cenie, widzimy, że im więcej kupimy kapeluszy po tej samej cenie, tem więcej musimy zapłacić pieniędzy, 1 kapelusz : 5 kapeluszy = 2 rb. : 10 rb.

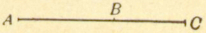
57. Uzupełnijcie proporcyę, wyrażającą stosunek 5 kapeluszy, 7 kapeluszy i ich wartości, jeżeli 5 kapeluszy kosztuje 15 rub. 5 kapeluszy : 7 kapeluluszy = 15 rb. : ?

58. Uzupełnijcie taką proporcyę: 2 łokcie jedwabiu : 7 łokci jedwabiu = 6 rb. (cena 2 łokci jedwabiu) : ?

59. Jeżeli jedno jabłko kosztuje 2 kopiejki, to 1 jabłko : 7 jabłek = 2 kop. : ? 3 jabłka : 8 jabłek = 6 kop. : ?

60. Jaki jest stosunek łuku 120⁰ do półkola, którego on jest częścią.

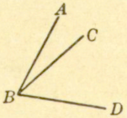
61. Odcinek *a* ma 8 centymetrów długości. Suma odcinków *a* i *b* ma 20 centymetrów. Jaki jest stosunek krótszego odcinka do dłuższego? Wiele razy wzięty krótszy odcinek równa się trzy razy wziętemu dłuższemu?



62. Jeżeli odcinek BC ma 6 cali, a $AB : BC = 4 : 3$, to jak długi jest odcinek AB? Znajdźcie stosunek AC do BC. Stosunek AB do AC.

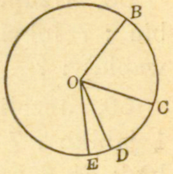
63. Jeżeli AC ma 15 cali, zaś $AC : BC = 3 : 1$, to jaki jest stosunek $AB : BC$?

64. Jeżeli łuk AC ma 30 cali długości , zaś AB — 20 cali to jaki jest stosunek do łuków AC do BC. Jaki AB do BC?



65. Jeżeli kąt ABC ma 20^0, a kąt $CBD = 50^0$, to jaki jest stosunek większego z nich do mniejszego. Jaki mniejszego do większego? Jaki mniejszego do ich sumy? Jaki większego do ich różnicy? Znajdźcie stosunek kąta 50^0 do jego dopełnienia. Do jego spełnienia. Znajdźcie stosunek dopełnienia kąta 50^0 do jego spełnienia.

66. W kole ze środkiem w O, kąt BOC : kąta $COD = 3 : 2$. Łuk BC ma 21 cali długości. Znajdźcie łuk CD. Łuk CD : łuku $DE = 3 : 1$. Jak długi jest łuk DE? Gdyby łuk BC miał 15 cali długości, to jak długi byłby łuk DE?



67. $a : b = c : d$; a = kątowi 40^0, b = kątowi 70^0, c = kątowi 80^0. Wiele stopni zawiera kąt d?

68. Dany jest stosunek 7 : 5. Pomnóżcie oba jego wyrazy przez 10, otrzymacie więc stosunek 70 : 50. Porównajcie go z pierwotnym stosunkiem. Czy naprawdę $70 : 50 = 7 : 5$? Czy możecie otrzymać rzeczywistą proporcyę w ten sam sposób, używając jako mnożnika jakiejbądź innej liczby niż 10?

69. Wypróbujcie mnożenia obu wyrazów stosunku przez tę samą liczbę popóty, dopóki nie przekonacie się o słuszności następującege twierdzenia:

TWIERDZENIE 33. *Stosunek dwóch liczb danych równa się stosunkowi ich wielokrotnych, otrzymanych z pomnożenia liczb danych przez równe wielkości.*

70. Powierzchnie dwóch trójkątów są do siebie w stosunku 4 do 5. Jaki jest stosunek powierzchni dwóch prostokątów, których podstawy i wysokości są równe podstawom i wysokościom tych trókątów? Jeżeli powierzchnia mniejszego trójkąta ma 20 cali kwadratowych, to wiele cali kwadratowych mają powierzchnię pozostałych trzech figur płaskich?

71. Jaki jest stosunek długości dwóch okręgów kół, których średnice mają 7 i 14 cali długości?

72. Znajdźcie stosunek długości dwóch okręgów kół, mających promienie równe 20 i 10 calom.

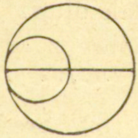
73. Promieniami różnych długości zakreślcie kilka kół. Porównajcie długości ich okręgów i objaśnijcie następujące twierdzenie:

TWIERDZENIE. 34. *Stosunek długości okręgów kół równa się stosunkowi długości ich promieni, lub ich średnic.*

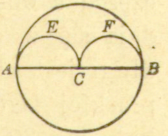
74. Czy średnice kół są wielokrotnemi promieni, powstałemi z pomnożenia ich przez liczbę stałą? Czy okręgi kół są takiemiż wielokrotnemi średnic? Promieni? Wykażcie słuszność waszych odpowiedzi.

75. Długości dwóch okręgów kół są w stosunku 3 : 1. Średnica mniejszego równa się 17 calom. Znajdźcie średnicę większego koła.

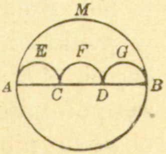
76. Promień większego koła jest średnicą mniejszego. Jaki jest stosunek ich okręgów? Jak wielkim jest okręg mniejszego koła, jeżeli okręg większego równa się 6 centymetrom?



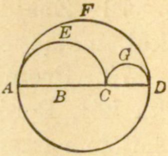
77. *C* jest środkiem większego koła; *AEC* i *CFB* są półokręgami. Jeżeli okręg większego koła ma 30 milimetrów długości; to jak długą jest suma półokręgów *AEC* i *CFB*?



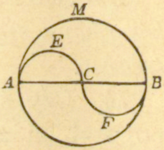
78. Trzy równe półokręgi umieszczone są na prostej *AB*, będącej średnicą półokręgu *AMB*. Czemu równa się suma łuków *AEC*, *CFD* i *DGB*, jeżeli łuk *AMB* ma 36 cali długości?



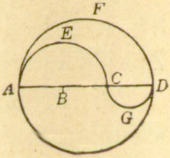
79. $AB = BC = CD$. Jeżeli półokręg AEC ma 12 centymetrów długości, to wiele ma ich półokręg CGD? Wiele AFD?



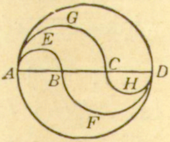
80. C jest środkiem koła. Jeżeli długość okręgu tego koła wynosi 40 centymetrów, to jak długą jest podwójna krzywa $AECFB$, utworzona z dwóch półokręgów? Jaką częścią powierzchni koła jest powierzchnia nieforemnej figury płaskiej $AECFBM$?



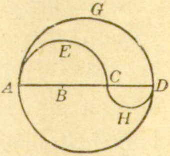
81. $AB = BC = CD$? Jak długi jest półokręg CGD, jeżeli półokręg AFD ma 15 centymetrów długości? Jak długą jest krzywa podwójna, złożona z dwóch półokręgów AEC i CGD?



82. Średnica AD podzielona jest zapomocą punktów B i C na równe części, a obie krzywe podwójne składają się z dwóch półokręgów. Jak długi jest obwód nieforemnej figury płaskiej $AGCHDFBE$; jeżeli wiadomo, że duży okręg koła ma 30 centymetrów długości?



83. Srednica AD jest podzielona w punktach B i C na trzy równe części. $AD = 21$ calom, AEC i CHD są półokrągami. Znajdźcie długość obwodu nieforemnej figury płaskiej $AECHDG$.



84. Jaki jest stosunek obwodów dwóch kwadratów, jeżeli bok jednego ma 3 stopy, a drugiego 5 stóp długości?

85. Bok jednego kwadratu ma 2 stopy długości, a bok drugiego sążeń. Znajdźcie stosunek ich obwodów.

86. Znajdźcie stosunek obwodów dwóch trójkątów równobocznych, z których jeden ma boki długości 8 cali, a drugi 10 cali.

87. Znajdźcie stosunek obwodów dwóch foremnych sześciokątów, z których jeden ma boki = 4 calom, drugi = 7 calom.

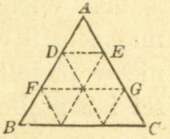
88. Nakreślcie dwa kwadraty, jeden dwa razy dłuższy i dwa razy szerszy od drugiego i znajdźcie stosunek ich powierzchni.

89. Znajdźcie stosunek powierzchni dwóch kwadratów, z których jeden ma boki 3 razy dłuższe od boków drugiego.

90. Znajdźcie stosunek powierzchni dwóch kwadratów, których boki są w stosunku 4 : 1.

91. Jak długi jest obwód kwadratu, którego każdy bok jest 3 dłuższy od boku, innego kwadratu, mającego 20 cali obwodu?

92. Równoboczny trójkąt *ABC* ma boki 3 razy dłuższe od odpowiednich boków równobocznego trójkąta *ADE*. Jaki jest stosunek ich powierzchni?



WSKAZÓWKI. Narysujcie i złóżcie większy trójkąt podług wskazanych tu linii pomocniczych.

93. Zbudujcie z jednocalowych sześcianków sześcian, mający 2 calowe krawędzie. Z wielu sześcianków jednocalowych jest on utworzony? Zbudujcie 3 calowy sześcian. Z wielu warstw calowych jest on utworzony? Wiele sześcianków jest w jednej warstwie? Znajdźcie stosunek objętości 2 calowego i 3 calowego sześcianu?

94. Znajdźcie stosunek objętości dwóch sześcianów o krawędziach 3 calowych i 4 calowych. Znajdźcie stosunek ich powierzchni?

95. Znajdźcie stosunek objętości sześcianu o krawędziach 2 calowych do objętości sześcianu o krawędziach 4 calowych.

96. Znajdźcie stosunek objętości dwóch sześcianów, wiedząc, że każda ściana jednego ma 9 cali kwadratowych, a każda ściana drugiego 16 cali kwadratowych powierzchni.

97. Znajdźcie stosunek objętości dwóch sześcianów, wiedząc, że suma krawędzi jednego wynosi 24 cale, a suma krawędzi drugiego 60 cali.

PYTANIE. Wiele krawędzi ma sześcian?

98. Znajdźcie stosunek objętości dwóch równoległościanów, z których jeden ma 8 cali długości, 5 szerokości i 4 grubości, a drugi 10 długości 6 szerokości i 2 grubości?

99. Wiele razy więcej można zmieścić w pudełku, mającem 9 cali długości, 7 szerokości i 3 głębokości, niż w pudełku, mającem 3 cale długości, 1 szerokości i 3 głębokości.

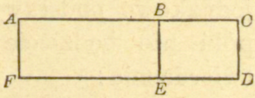
100. Znajdźcie stosunek powierzchni dwóch prostokątów, z których jeden ma 8 centymetrów dłu-

gości i 5 szerokości, a drugi 10 centymetrów długości i 6 szerokości.

101. Nakreślcie kilka prostokątów różnych rozmiarów i przy pomocy liczb sprawdźcie słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 35. *Stosunek powierzchni jakichbądź prostokątów równa się stosunkowi iloczynów ich podstaw przez wysokości.*

102. Rozwiążcie proporcyę $8 \times 4 : 6 \times 4 = 8 : ?$



103. $AB = 7$ calom; $BC = 4$ calom; $AF = 3$ calom. Znajdźcie stosunek powierzchni prostokątów $ABEF$ i $BCDE$, oraz $ACDF$ i $BCDE$.

104. Nakreślcie kilka prostokątów o jednakowych wysokościach, a różnych podstawach i sprawdźcie na nich słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 36. *Powierzchnie dwóch prostokątów, mających równe wysokości, są proporcjonalne do podstaw.*

105. Nakreślcie kilka prostokątów o jednakowych podstawach i różnych wysokościach i sprawdźcie na nich słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 37. *Powierzchnie prostokątów, mających równe podstawy, są proporcjonalne do wysokości.*

106. Jaki jest stosunek powierzchni trójkąta, mającego podstawę 10 centymetrową, a wysokość 8 centymetrową, do powierzchni trójkąta mającego podstawę 12 centymetrową, a wysokość 4 centymetrową?

107. W trójkącie ABC podstawa ma 10 cali, a wysokość 7 cali. W trójkącie DEF podstawa ma 5 cali, a wysokość 10 cali. Znajdźcie stosunek ich powierzchni?

108. Porównywujcie powierzchnie trójkątów dopóty, dopóki nie będziecie w stanie uzupełnić następującego twierdzenia:

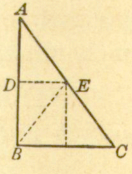
Powierzchnie dwóch trójkątów są do siebie w stosunku iloczynów .....?

109 Znajdujcie powierzchnie trójkątów, mających jednakowe podstawy i różne wysokości dopóty, dopóki nie będziecie mogli uzupełnić następującego twierdzenia:

Powierzchnie trójkątów, mających równe podstawy są do siebie w stosunku .....?

110. Znajdujcie powierzchnie trójkątów, mających jednakowe wysokości i różne podstawy dopóty, dopóki nie będziecie mogli uzupełnić następującego twierdzenia:

Powierzchnie trójkątów, mających równe wysokości są do siebie w stosunku .....?



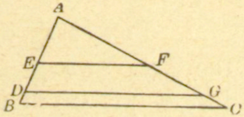
111. Nakreślcie trójkąt ABC, prostokątny przy B. Jeżeli AB ma 8 cali długaści, zaś $BC = 6$ cali, to AC będzie miało 10 cali (jest to fakt, którego wkrótce nauczycie się dowodzić). W D punkcie środkowym boku AB poprowadźcie prostą DE równoległą do BC. Złóżcie trójkąt wzdłuż linii przerywanych i wykażcie, że cztery powstałe wskutek tego trójkąty są sobie równe. Jaki jest stosunek AD do AB? Jaki AE do AC? Jaki DE do BC?

112. Powołując się na twierdzenia geometryczne wykażcie, że kąt $ADE =$ kątowi ABC, że kąt $AED =$ kątowi ACB.

113. Nakreślcie trójkąt, mający jeden z boków (ale nie podstawę) równy 12 centymetrom. W różnych punktach tego boku poprowadźcie proste równoległe do podstawy, zmierzcie odpowiednie odcinki i stwierdźcie słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 38. ***Prosta równoległa do podstawy trójkąta dzieli jego boki na odcinki proporcyonalne.***

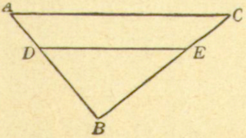
114. Proste EF i DG są równoległe do BC.



$AB = 6$ calom,
$AE = 3$ calom,
$AC = 12$ calom,
$ED = 2$ calom.

Znajdźcie długość AF, FG i GC.

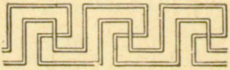
115. $AB = 15$ centymetrom.
$BC = 18$ centymetrom,
DE jest równoległą do AC,
$AD = 5$ centymetrom.



Znajdźcie długość EC i EB.

ROZDZIAŁ X.

POWTÓRZENIE № 3.



1. Powyższy rysunek przedstawia szlak ornamentacyjny, zwany „Greckim szlakiem“. Wiele kątów jest w podanym tu kawałku?

2. Nakreślcie prostokąt, będący iloczynem odcinków 9 calowego i 5 calowego, oraz równoległobok, mający taką samą powierzchnię. Która z tych figur płaskich ma dłuższy obwód?

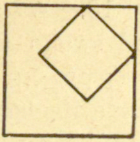
3. Na odcinku 8 calowym odłóżcie odcinek 5 calowy i zbudujcie kwadrat ich różnicy.

4. Odetnijcie kwadrat odcinka 6 calowego od rogu kwadratu odcinka 8 calowego i znajdźcie powierzchnię i obwód nieforemnego sześciokąta, będącego ich różnicą.

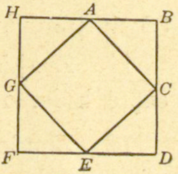
5. Wiele razy mieści się największa wspólna miara odcinków 25 calowego i 20 calowego w krótszym z nich?

6. Wiele razy mieści się dłuższy z dwóch odcinków, mających 8 i 12 cali długości, w ich najmniejszej wspólnej wielokrotnej?

7. Czy ten mniejszy kwadrat jest wpisanym do większego? Objaśnijcie waszą odpowiedź.



8. A, C, E i G są to punkty środkowe odpowiednich boków kwadratu. Narysujcie taką samą figurę i wykażcie jaką częścią opisanego kwadratu jest kwadrat wpisany.



9. Jeżeli bok HB ma 8 cali długości, to jak wielką jest powierzchnia wpisanego kwadratu? Jak wielką jest powierzchnia kwadratu, jeżeli AB ma 5 cali długości?

10. Znajdźcie obwód i powierzchnię prostokąta, którego dłuższe boki równają się sumie 2 odcinków: 11 centymetrowego i 4 centymetrowego, a którego krótsze boki równają się różnicy tychże odcinków.

11. Znajdźcie obwód i powierzchnię prostokąta, będącego iloczynem sumy i różnicy dwóch odcinków o długości 12 i 8 cali.

12. Okręg koła podzielony jest na 3 łuki. Pierwszy jest 5 razy większy od drugiego, a trzeci jest 4 razy większy od drugiego. Wiele stopni ma każdy z łuków? Jak długi jest każdy z łuków, jeżeli promień koła ma 2 stopy 11 cali długości?

13. Wiele milimetrów długości ma okręg koła, o promieniu równym $3^1/_2$ centymetrom?

14. Jaką część długości 1 stopnia okręgu koła, o promieniu 42 cali, stanowi 1 stopień okręgu, o promieniu 21 cali?

15. Wiele stopni ma łuk, będący o 30^0 większym od swego spełnienia?

PYTANIE. Czy uczynicie x = łukowi szukanemu, czy spełniającemu?

16. Jak długi jest 72^0 łuk okręgu koła, o średnicy 35 milimetrów?

17. Znajdźcie obwód wycinka, stanowiącego $^1/_{10}$ część koła, o średnicy $17^1/_2$ cala.

18. Zbudujcie 10 kątów po 36^0 wokoło wspólnego wierzchołka, czyniąc przytem ramiona wszystkich tych kątów, równe 5 calom. Połączcie sąsiadujące ze sobą krańce ramion. Czy utworzony tym sposobem wielokąt jest wielokątem foremnym? Napiszcie na nim jego nazwę.

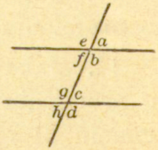
UWAGA. Wielokąt mający 10 boków, zatem i 10 kątów, nazywa się **dziesięciokątem.**

19. Podzielcie okręg koła, o promieniu 8,4 cali na 2 łuki, z których jeden niech będzie 7 razy dłuższy od drugiego.

20. Jaki jest stosunek długości okręgu koła do długości łuku, który jest o 288^0 mniejszy od pozostałego łuku?

21. Podzielcie koło na wycinki, mające łuki po 120^0 (budując odpowiednie kąty wierzchołkowe przy pomocy przenośnika), i wykażcie stosunek każdego wycinka do koła.

22. Kąt b = kątowi $a+50^0$. Znajdźcie wielkość wszystkich kątów, utworzonych przez sieczną z dwiema równoległemi.



23. Wiele stopni ma każdy z trzech kątów, utworzonych przy danym punkcie, po jednej stronie danej prostej, jeżeli pierwszy z nich jest 2 razy większy od drugiego, a drugi 3 razy większy od trzeciego?

WSKAZÓWKA. $x = ?$

24. Najkrótszy bok różnobocznego trójkąta ma 15 cali długości. Drugi bok jest o $33\frac{1}{3}\%$ dłuższy od pierwszego. Trzeci zaś jest o 25% dłuższy od drugiego. Znajdźcie długość obwodu trójkąta. Znajdźcie stosunek długości najkrótszego boku do najdłuższego.

25. Jeden z boków różnobocznego trójkąta, o obwodzie 142 decymetrów, jest o 17 decymetrów dłuższy od jednego z sąsiadujących z nim boków, a o 21 od drugiego. Jaki jest stosunek długości tego boku do długości obwodu?

26. Każde z równych ramion trójkąta równoramiennego ma 18 cali długości. Podstawa stanowi $33\frac{1}{3}\%$ długości jednego ramienia. Znajdźcie długość obwodu. Jaki jest stosunek obwodu do podstawy?

27. Znajdźcie obwód trójkąta równoramiennego, mającego podstawę długości 14 cali, a ramiona o 25% dłuższe od podstawy.

28. Znajdźcie powierzchnię trójkąta równoramiennego, mającego obwód równy 32 calom, równe ramiona długości $12\frac{1}{2}$ cali, zaś wysokość równą 12 calom.

39. Jeden z zewnętrznych kątów przy wierzchołku równoramiennego trójkąta jest 7 razy wiekszy od kąta wewnętrznego. Znajdźcie wszystkie kąty tego trójkąta oraz stosunek kątów przy podstawie do kąta przy wiarzchołku.

30. Zbudujcie trójkąt równoboczny, o bokach długości 5 cali, i na każdym z jego boków zbudujcie trójkąt równoboczny. Znajdźcie długość obwodu, utworzonej tym sposobem figury płaskiej. Jaką częścią jej powierzchni jest powierzchnia pierwotnego trójkąta?

31. Każdy z kątów przy podstawie trójkąta równoramiennego jest 3 razy większy od kąta wierzchołkowago. Wiele stopni ma każdy kąt tego trójkąta?

32. W prostokątnym trójkącie różnobocznym, większy kąt ostry jest 10 razy większy od mniejszego. Znajdźcie liczbę stopni każdego z tych kątów.

33. Wiele stopni ma suma dwóch sąsiadujących ze sobą kątów równoległoboku?

34. Wiele razy zmieści się kwadrat, o bokach długości 2 cali, w kwadracie, o bokach długości 12 cali?

35. Jeden z kątów równoległoboku jest 5 razy większy od sąsiedniego kąta. Wiele stopni ma każdy z kątów równoległoboku?

36. Równoległobok *ABCD* ma obwód długości 78 cali, a sumę dłuższych boków 2 razy większą od sumy krótszych boków. Znajdźcie stosunek długości dwóch przyległych boków.

37. Znajdźcie powierzchnię równoległoboku, którego obwód wynosi 40 cali, którego krótsze boki mają po 7 cali, zaś prostopadła odległość między dłuższymi bokami równa się 6 calom.

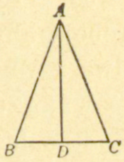
38 Jak nazywamy równoległobok, mający wszystkie boki równe? Jak długi jest bok rombu, którego obwód ma 20 cali?

39. Jaki jest stosunek powierzchni rombu do powierzchni prostokąta, zbudowanego na jego przekątnych? Objaśnijcie to rysunkiem.

40. Znajdźcie powierzchnię rombu, mającego jedną przekątną o 6 cali dłuższą od drugiej, a sumę ich równą 20 calom.

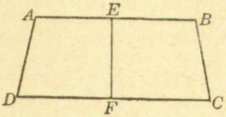
41. Nakreślcie dwa trojkąty, mające po dwa boki i zawarte między nimi kąty odpowiednio równe i porównajcie ich powierzchnie.

42. $AD = 24$ calom; $BC = 20$ calom; $AB = 26$ calom; AD jest prostopadłą do BC w jej punkcie środkowym. Znajdźcie obwód i powierzchnię trójkątów ADC i ABC.

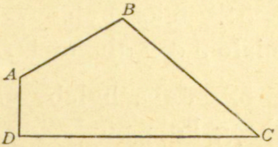


43. Nakreślcie dwa odcinki, 8 calowy i 6 calowy, przecinające się pod kątem prostym w swych punktach środkowych. Połączcie krańce każdego odcinka z najbliższymi krańcami drugiego. Czy możecie dowieść, że utworzona tym sposobem figura płaska jest rombem? Przytoczcie odnośne twierdzenie geometryczne.

44. $AB = 10$ calom; $BC = 12$ calom; wysokość równa się 5 calom. Znajdźcie powierzchnię trapezu?

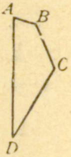


45. W nieforemnym czworoboku $ABCD$, bok AB jest o 7 cali dłuższy od boku AD, zaś o 7 cali krótszy od boku BC. Bok DC jest o 7 cali dłuższy od boku BC.



Obwód czworoboku wynosi 70 cali. Jaki jest stosunek boku AD do obwodu czworoboku?

46. Bok AD, czworoboku nieforemnego $ABCD$, jest o 5 centymetrów dłuższy od boku DC; bok DC jest o 4 centymetry dłuższy od boku BC; zaś BC jest o 3 centymetry dłuższy od AB. Obwód czworoboku wynosi 50 centymetrów. Znajdźcie długość każdego boku?

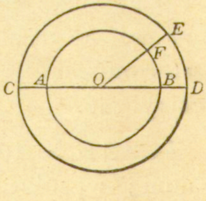


47. Czy możecie nakreślić taki nieforemny czworobok, aby jedna z jego przekątnych dzieliła go na dwa równe trójkąty?

WSKAZÓWKA. — Latawiec.

48. Jeżeli wóz się porusza, to jaki z punktów jego koła porusza się prędzej w przestrzeni: czy punkt blizko osi, czy też na obręczy koła? Nakreślcie krzywe wskazujące drogę ruchu każdego z tych punktów.

49. Srednica $AB = 14$ calom; $CD = 21$ calom; kąt $EOD = 40^0$. Znajdźcie długość łuku ED, oraz długość łuku FB? Porównajcie stosunek łuków ze stosunkiem średnic.



50. Gdyby średnica AB miała 10 cali, CD—15 cali, a łuk FB — 8 cali; to jaka byłaby długość łuku ED?

51. Jaka byłaby długość łuku FB, gdyby OB miało 9 cali długości, OD—15 cali, a łuk ED—12 cali?

52. Jaka byłaby długość łuku EB, gdyby większy okręg koła miał 50 cali, mniejszy 30 cali, a łuk ED 5 cali długości?

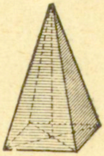
53. Wytnijcie 6 kwadratów, o bokach jednodecymetrowych, i umocujcie je tak (przez sklejenie lub zeszycie), aby utworzyły decymetr sześcienny. Wiele centymetrów długości ma suma wszystkich krawędzi tej bryły?

UWAGA. Decymetr sześcienny nazywa się **litrem.**

54. Wiele centymetrów kwadratowych mają wszystkie ściany litra? Wiele centymetrów kwadratowych mają wszystkie kwadraty wpisane do wszystkich ścian litra?

55. Nakreślcie decymetr kwadratowy i w środkowym punkcie każdego boku poprowadźcie do niego prostopadłą, mającą 2 decymetry długości. Z krańca każdej prostopadłej poprowadźcie linie pochyłe do krańców tego boku, do którego dana jest prostopadłą. Znajdźcie powierzchnię utworzonego tym sposobem wielokąta.

56. Wytnijcie, opisaną w zadaniu 55-em figurę płaską i zagnijcie te 4 trójkąty tak, aby ich wierzchołki spotkały się w jednym punkcie; utworzyły one ostrosłup, czyli piramidę. Znajdźcie boczną powierzchnię piramidy, czyli powierzchnię jej 4-ch ścian. Pełną jej powierzchnię.



57. Postawcie ten ostrosłup na litrze tak, aby jego podstawa przystawała do jednej ze ścian litra i znajdźcie boczną powierzchnię utworzonej tym sposobem bryły.

ROZDZIAŁ XI.

WIELOKĄTY.

UWAGA. **Wielokątem** nazywamy figurę płaską ograniczoną odcinkami prostej. **Wielokątem foremnym** nazywamy wielokąt mający wszystkie boki równe i wszystkie kąty równe. Wielokąt mający 3 boki nazywamy **trójkątem**; mający 4 boki **czworokątem** lub **czworobokiem**; 5 boków — **pięciokątem**; 6 boków — **sześciokątem**; 7 boków — **siedmiokątem**; 8 boków — **ośmiokątem**; 9 boków — **dziewięciokątem**; 10 boków — **dziesięciokątem**; 12 boków — **dwunastokątem.**

1. O jakich figurach płaskich, nie będących wielokątami, uczyliście się już?

2. Nakreślcie foremny wielokąt, mający 3 boki, długości 8 centymetrów, i napiszcie nad nim jego nazwę.

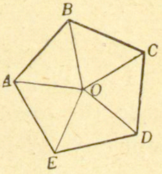
4. Nakreślcie foremny wielokąt, mający 4 boki i napiszcie nad nim jego nazwę.

4. Nakreślcie 5 równych kątów wokoło wspólnego wierzchołka, przy pomocy równych odcinków, i połączcie kraniec każdego odcinka z krańcami dwóch sąsiednich odcinków. Czy możecie dowieść, że odcinki, łączące krańce pierwotnych odcinków są równe?

WSKAZÓWKA. Patrz twierdzenie 24.

Jakiego rodzaju wielokątem jest część płaszczyzny ograniczona tymi łączącymi odcinkami?

5. Nakreślcie okręg koła promieniem równym odcinkom, tworzącym kąty wierzchołkowe, które budowaliście w zadaniu 4-em. Czy ten okręg przejdzie przez wierzchołki wszystkich kątów wielokąta? Dowiedźcie słuszności waszej odpowiedzi.



6. Zbudujcie pięciokąt mający środek w O, tworząc przy O równe kąty, zawarte między równymi odcinkami. Jakiego rodzaju trójkątem jest OBC i OBA? Czy te trójkąty są równe? Dlaczego? Wiele stopni ma każdy kąt w trójkącie AOE? Wiele stopni ma kąt EAB? Wiele kąt ABC? Wiele każdy kąt pięciokąta? Czy ten pięciokąt jest foremny?

7. Zróbcie taki sam rysunek, jak w zadaniu 6-em, i nakreślcie odcinki, łączące środek pięciokąta ze środkowym punktem każdego boku. Czy możecie dowieść, że te odcinki są prostopadłymi do boków? Czy one są równe?

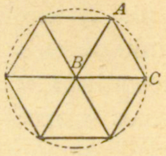
UWAGA. Odcinek, łączący środek foremnego wielokąta ze środkiem jednego z jego boków, nazywamy **apotemą** wielokąta.

8. Ze środka wielokąta, promieniem równym apotemie zakreślcie okręg koła. Czy przejdzie on przez krańce wszystkich odcinków, łączących środki boków wielokąta z jego środkiem? Dowiedźcie tego. Czy boki wielokąta są stycznemi do tego okręgu koła?

9. Pokażcie w jaki sposób wpisujecie okręg koła do wielokąta foremnego.

10. Ułóżcie 6 równych równobocznych trójkątów około wspólnego punktu B. Z B jako ze środka,

promieniem, równym długości jednego boku tych trójkątów, opiszcie okręg koła dokoła utworzonego sześciokąta. Jakim sposobem możecie wiedzieć, że każdy wierzchołek będzie leżał na okręgu?



11. Co jest dłuższe BA czy AC? Dlaczego?

12. W jakim stosunku jest bok foremnego sześciokąta do promienia koła, do którego sześciokąt jest wpisanym?

TWIERDZENIE 39. *Bok foremnego sześciokąta równa się promieniowi koła opisanego na sześciokącie.*

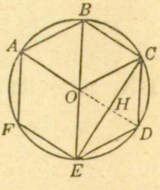
13. Wiele razy mieści się bok foremnego sześciokąta, jako cięciwa, w kole opisanem na sześciokącie?

14. Nakreślcie okręg koła o promieniu 6 cali i wpiszcie doń sześciokąt foremny.

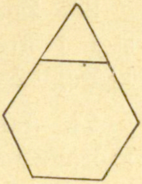
15. Wpiszcie sześciokąt foremny do koła o promieniu 7 cali. Połączcie co drugi wierzchołek ze środkiem, tworząc trzy wielokąty. Jakiego rodzaju są te wielokąty? Jak długi jest obwód każdego?

16. Jaki jest stosunek sumy trzech promieni do obwodu sześciokąta? Jaki jest stosunek obwodu każdego rombu do obwodu sześciokąta?

17. $ABCDEF$ jest foremnym sześciokątem. Jaki trójkąt jest większy BOC czy CDE? Dlaczego? Czy możecie dowieść, że OH, wysokość trójkąta OCE, równa się HD, wysokości trójkąta CED? Jak długimi są odcinki OH i AH, jeżeli promień koła równa się 12 calom?

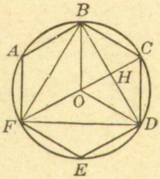


18. Zbudujcie trójkąt równoboczny na jednym z boków foremnego sześciokąta. Jaki jest stosunek powierzchni, utworzonego tym sposobem, nieforemnego pięciokąta do powierzchni sześciokąta? Jaki jest stosunek ich obwodów?



19. Zbudujcie trójkąt równoboczny na każdym boku, foremnego sześciokąta. W jakim stosunku jest powierzchnia utworzonej tym sposobem, sześciopromiennej gwiazdy do powierzchni sześciokąta? Jaki jest stosunek ich obwodów?

20. Wpiszcie foremny sześciokąt *ABCDEF* do koła, mającego środek w *O*. Połączcie co drugi jego wierzchołek tak, aby utworzyć trójkąt *BDF*. Wiele stopni ma każdy łuk, wsparty na boku sześciokąta. Wiele stopni ma każdy łuk wsparty na boku trójkąta *BDF*?



Jaką częścią rombu *BCDO* jest trójkąt *BCD*? Jaką częścią sześciokąta jest trójkąt *BFD*? Jaką częścią odcinka *FC* jest odcinek *FH*? Co będzie wysokością trójkąta *BFD*, jeżeli przyjmiemy *BD* za podstawę? Jaki jest stosunek wysokości trójkąta równobocznego do średnicy koła opisanego około tego trójkąta?

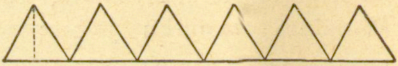
21. Jaka jest długość łuku 60^0, jeżeli promień koła ma 70 cali długości? Jak długą jest cięciwa, wspierająca ten łuk?

22. Jak długi jest obwód wycinka kołowego, jeżeli jego łuk ma 60^0, a promień koła równa się $3^1/_2$ stopom?

23. Znajdźcie różnicę w długości odcinków prostej i krzywej, ograniczających wycinek kołowy, którego łuk ma 60^0, a promień 10 stóp.

24. Jaka jest przybliżona powierzchnia trójkąta, którego podstawa równa się 10 stopom, a wysokość prawie 8,7 stopy?

25. Wpiszcie foremny sześciokąt do okręgu koła. Potnijcie sześciokąt na trójkąty. Wykażcie, że powierzchnia



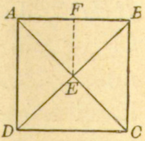
sześciokąta równa się połowie sumy wszystkich jego boków, pomnożonej przez jego apotemę.

TWIERDZENIE 40. *Powierzchnia wielokąta foremnego równa się połowie iloczynu z jego obwodu przez apotemę.*

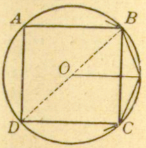
26. Bok foremnego sześciokąta równa się 8 calom, zaś jego apotema 6,9 calom. Znajdźcie przybliżoną jego powierzchnię.

27. Bok foremnego pięciokąta ma 6 cali długości, zaś apotema 4,12 cale. Znajdźcie jego powierzchnię?

28. Znajdźcie powierzchnię kwadratu *ABCD*, o bokach 10 calowych, przy pomocy podzielenia go na trójkąty. Jak długa jest apotema *EF*?



29. Promieniem równym połowie przekątnej kwadratu zakreślcie z jego środka okrąg koła. Wykażcie, że kwadrat jest wpisanym do okręgu. Przepołówcie każdy bok kwadratu zapomocą promienia i połączcie kraniec każdego z tych pro-



mieni z dwoma sąsiednimi wierzchołkami kwadratu. Jakiego rodzaju wielokąt utworzył się wskutek tego?

30. Jak wielką jest powierzchnia foremnego ośmiokąta, którego bok ma 7 cali długości, a apotema 8,44... cali?

31. Wpiszcie do okręgu koła foremny sześciokąt, podzielcie każdy łuk koła na 2 równe części zapomocą promienia i połączcie kraniec każdego promienia z dwoma sąsiednimi wierzchołkami kątów sześciokąta. Jakiego rodzaju wielokąt powstał tym sposobem?

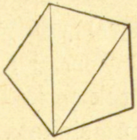
32. Bok foremnego dwunastokąta ma 11 cali długości, zaś apotema 20,52.... cali? Znajdźcie jego powierzchnię?

33. Pokażcie, jakim sposobem wpisujecie foremny dwunastokąt do okręgu?

34. Bok foremnego ośmiokąta ma 9 cali długości, zaś apotema 10,66... cali? Znajdźcie powierzchnię ośmiokąta.

35. Pokażcie, jakim sposobem wpisujecie foremny ośmiokąt do okręgu koła.

36. Nakreślcie pięciokąt taki, jak na tym rysunku, i poprowadźcie tyle przekątnych, ile ich można nakreślić z jednego wierzchołka. Na wiele trójkątów został podzielony pięciokąt? Jaka jest suma kątów wszystkich tych trójkątów? Wiele stopni mają wszystkie kąty pięciokąta?



37. Podzielcie w ten sam sposób sześciokąt na trójkąty i wykażcie wiele stopni ma suma wszystkich jego kątów.

38. Zbadadajcie wiele stopni ma suma wszystkich kątów siedmiokąta.

39. Znajdźcie sumę kątów ośmiokąta.

40. Jakim sposobem znajdziecie prawo, pozwalające wam określić sumę wszystkich kątów wielokąta o dowolnej liczbie boków?

41. W jakiej zależności od liczby boków wielokąta jest liczba trójkątów, na jakie dzielą go przekątne, wychodzące z jednego wierzchołka?

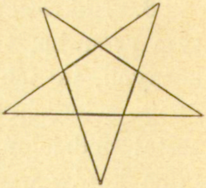
TWIERDZENIE 41. *Suma wszystkich kątów wielokąta równa się iloczynowi, z pomnożenia dwóch kątów prostych przez liczbę, o dwie jedności mniejszą od liczby boków tego wielokąta.*

42. Wiele stopni ma suma kątów dwunastokąta? Wiele dziesięciokąta?

43. Wiele kątów prostych zawiera się w sumie kątów pięciokąta? Sześciokata? Ośmiokąta?

44. Wiele stopni ma każdy kąt foremnego sześciokąta? Foremnego dziesięciokąta? Foremnego dwunastokąta?

45. Znajdźcie liczbę stopni, zawartych w każdym kącie pięciopromiennej gwiazdy, powstałej wskutek przedłużenia boków foremnego pięciokąta aż do ich wzajemnego przecięcia się.



46. Znajdźcie wiele stopni ma każdy kąt sześciopromiennej gwiazdy, powstałej wskutek przedłużenia boków foremnego sześciokąta, aż do ich wzajemnego przecięcia się.

47. Znajdźcie sumę wszystkich kątów foremnego wielokąta, mającego 24 boki. Jeżeli oznaczymy przez n liczbę boków wielokąta, to jak należy oznaczyć liczbę kątów prostych, zawartych w sumie wszystkich kątów tego wielokąta? Znajdźcie wartość n z równania $2(n-2) = 36$.

WSKAZÓWKA. $2(n-2) = 2n-4$.

48. Wiele boków ma wielokąt, którego suma kątów równa się 36 kątom prostym?

49. Wiele boków ma wielokąt, którego suma kątów ma 2340 stopni?

50. Wiele boków ma wielokąt, którego suma kątów wewnętrznych ma 1260 stopni.

51. Wiele boków ma wielokąt, którego suma kątów wewnętrznych jest 2 razy większa od sumy kątów sześciokąta?

52. W jakim foremnym wielokącie każdy kąt jest równy połowie kąta foremnego sześciokąta?

53. Jakie foremne wielokąty mają większe kąty, czy takie co mają dużo boków, czy takie co mają mało boków?

54. Znajdźcie stosunek liczby stopni, zawartych w każdym kącie foremnego sześciokąta, do liczby stopni, zawartych w każdym kącie foremnego dwunastokąta.

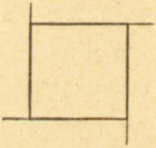
55. Znajdźcie stosunek wielkości kąta foremnego pięciokąta do wielkości kąta foremnego dziesięciokąta.

56. Znajdźcie stosunek kąta foremnego dziesięciokąta do kąta foremnego dwunastokąta.

57. Znajdźcie stosunek sumy kątów sześciokąta do sumy kątów ośmiokąta.

58. W jakim wielokącie suma kątów jest trzy razy większą od sumy kątów czworokąta?

59. Przedłużcie każdy kąt kwadratu tak jak na rysunku. Jak wielka jest suma wszystkich kątów zewnętrznych?



60. Wiele stopni ma każdy kąt foremnego pięciokąta? Wiele stopni ma każdy z jego kątów zewnętrznych? Znajdźcie sumę jego kątów zewnętrznych?

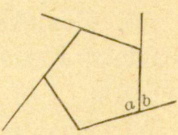
61. Przedłużcie wszystkie boki foremnego sześciokąta i znajdźcie wiele stopni ma suma wszystkich jego kątów zewnętrznych.

62. W ten sam sposób znajdźcie sumę wszystkich kątów zewnętrznych foremnego dziesięciokąta. Foremnego dwunastokąta.

63. Nakreślcie czworobok nieforemny i znajdźcie wiele stopni ma suma jego kątów zewnętrznych.

64. Nakreślcie wielokąt nieforemny o trzech bokach i znajdźcie wiele stopni ma suma jego kątów zewnętrznych.

65. Wiele stopni ma suma wewnętrznego kąta *a* i zewnętrznego *b*? Jak wielka jest suma wszystkich par kątów przyległych: wewnętrznego i zewnętrznego, w pięciokącie? W sześciokącie? W ośmiokącie?



66. Jeżeli założymy n = liczbie boków wielokąta, to czy słusznem będzie następujące rozumowanie?

Suma kątów wewnętrznych $= 180^0\, n - 360^0$ (Tw. 41). Przenosząc zaś 360^0 do pierwszej części, mamy: suma kątów wewnętrznych $+ 360^0 = 180^0\, n$.

Suma kątów wewnętrznych + zewnętrznych $= 180^0\, n$ (Tw. 8).

Ponieważ zarówno po dodaniu 360^0, jak i po dodaniu sumy kątów zewnętrznych, do sumy kątów wewnętrznych, otrzymujemy ten sam rezultat$=180^0\, n$; przeto suma kątów zewnętrznych musi się równać 360^0.

TWIERDZENIE 42. *Suma wszystkich kątów zewnętrznych wielokąta równa się czterem kątom prostym.*

67. Jaki jest stosunek sumy kątów wewnętrznych ośmiokąta do sumy jego kątów zewnętrznych?

68. Znajdźcie stosunek sumy kątów zewnętrznych dziesięciokąta do sumy jego kątów wewnętrznych?

69. Znajdźcie stosunek zewnętrznego kąta foremnego dwunastokąta do przyległego kąta wewnętrznego.

70. Jaki wielokąt ma sumę kątów zewnętrznych równą sumie kątów wewnętrznych?

71. Nakreślcie dwa wielokąty, różniące się między sobą kształtem, w których każdy kąt wewnętrzny równy jest przyległemu zewnętrznemu.

72. Jaki wielokąt ma sumę kątów wewnętrznych równą dwukrotnej sumie kątów zewnętrznych?

73. Jaki wielokąt foremny ma każdy kąt wewnętrzny równy dwukrotnemu przyległemu kątowi zewnętrznemu?

74. Jaki wielokąt ma sumę kątów zewnętrznych dwa razy większą od sumy kątów wewnętrznych?

75. W jakim wielokącie foremnym, każdy kąt zewnętrzny równa się dwukrotnemu przyległemu kątowi wewnętrznemu?

76. W jakim wielokącie foremnym, każdy kąt zewnętrzny równa się dwom trzecim przyległego kąta wewnętrznego?

77. Przedłużcie boki foremnego ośmiokąta aż do ich wzajemnego przecięcia się i utworzenia gwiazdy. Znajdźcie sumę wszystkich kątów w promieniach tej gwiazdy.

78. Czy możecie w ten sam sposób zrobić gwiazdę z kwadratu? Dlaczego?

79. Czy wszystkie koła są figurami podobnemi? Czy wszystkie kwadraty są podobne? Czy wszystkie prostokąty są podobne?

UWAGA. Figury płaskie, mające jednakowy kształt nazywamy **podobnemi.**

80. Nakreślcie prostokąt o długości 10 centymetrów, a szerokości 4 centymetrów, oraz drugi o długości 5 centymetrów, a szerokości 2 centymetrów. Czy ich odpowiednie boki są proporcyonalne, to znaczy, czy stosunek ich szerokości równa się stosunkowi ich długości? Czy te prostokąty są podobne?

UWAGA. **Wielokąty podobne** są to takie, których odpowiednie kąty są równe, a odpowiednie boki proporcyonalne.

81. Nakreślcie prostokąt 4 cale długi i 3 cale szeroki, oraz drugi prostokąt 12 cali długi i mający taką szerokość, aby odpowiednie boki tych prostoką-

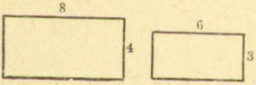
tów były proporcyonalne. Dowiedźcie podobieństwa tych prostokątów.

82. Nakreślcie prostokąt, 8 cali na 6 cali, i drugi 12 cali na 7 cali. Czy są one podobne? Jeżeli nie, to zmieńcie ich wymiary tak, aby uczynić je podobnymi.

83. Zbudujcie dwa trójkąty podobne, czyniąc odpowiednie kąty równymi, a obejmujące je boki proporcyonalnymi.

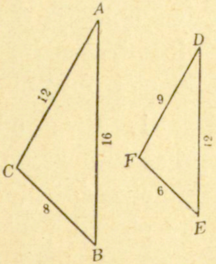
84. Wykażcie, że stosunek obwodu prostokąta, 20 milimetrów długiego i 5 milimetrów szerokiego, do obwodu prostokąta, 80 milimetrów długiego i 20 milimetrów szerokiego, jest taki sam jak stosunek którejkolwiek pary odpowiednich boków tych prostokątów.

85. Dane są te dwa prostokąty. Znajdźcie ich obwody i wykażcie, że ich stosunek jest taki sam, jak stosunek ich dłuższych boków. Czy jest on taki sam, jak stosunek krótszych boków? Czy te prostokąty są podobne?



TWIERDZENIE 43. *Obwody wielokątów podobnych są do siebie w stosunku równym stosunkowi odpowiednich boków.*

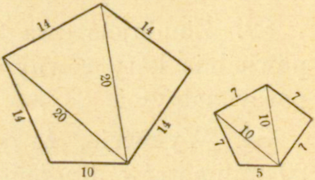
86. Dane są trójkąty podobne ABC i DEF; podstawcie odpowiednie wartości liczbowe i wykażcie słuszność następujących proporcyi:



$$AB : DE = BC : EF,$$
$$AB : DE = AC : DF,$$
$$BC : EF = AC : DF,$$
$$AB + BC + AC : DE + EF + DF = AB : DE.$$

Wykażcie, że stosunek obwodów tych trójkątów równa się stosunkowi boków BC i EF, a także stosunkowi boków AC i DF.

87. Wszystkie wielokąty podobne dzielą się za pomocą przekątnych na równą liczbę podobnych i jednakowo ułożonych trójkątów. Przerysujcie dane pięciokąty, budując trójkąty danych rozmiarów; przyczem jednostkami długości mogą być milimetry lub centymetry. Wykażcie, że obwody tych pięciokątów są proporcyonalne do którejkolwiek pary odpowiednich odcinków.



88. Nakreślcie dwa prostokąty, których odpowiednie boki są w stosunku 3 : 1 i wykażcie, że obwody tych prostokątów są w tym samym stosunku. Czy ich kąty są równe? Czy te prostokąty są podobne?

89. Zbudujcie dwa trójkąty podobne, których odpowiednie boki są w stosunku 2 : 3 i dowiedźcie, że ich obwody są w tym samym stosunku.

90. Obwód nieforemnego pięciokąta, którego jeden bok ma 6 cali długości, wynosi 33 cale. Znajdźcie odpowiedni bok podobnego pięciokąta mającego 66 cali obwodu.

91. Dwa odpowiednie boki dwóch podobnych ośmiokątow mają 5 i 9 centymetrów długości. Obwód mniejszego ośmiokąta ma 35 centymetrów. Znajdźcie obwód większego.

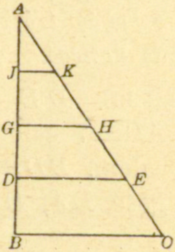
92. Boki pięciokąta mają 5, 6, 7, 8 i 9 cali dłu-

gości. Znajdźcie obwód podobnego pięciokąta, którego najkrótszy bok ma 10 cali długości.

93. Najdłuższy bok siedmiokąta ma 10 cali, a jego obwód 24 cale. Znajdźcie obwód podobnego siedmiokąta, którego najdłuższy bok ma 8 cali długości.

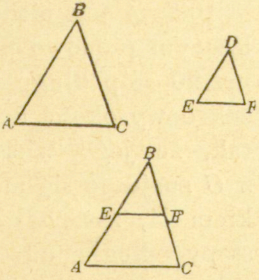
9S. Suma podstaw większego, z dwóch podobnych równoramiennych trapezów, ma 3 stopy, a dolna podstawa jest dwa razy dłuższa od od górnej. Bok nierównoległy stanowi $^3/_4$ górnej podstawy. Dłuższa podstawa mniejszego trapezu ma 8 cali. Wiele cali ma obwód mniejszego trapezu?

95. *AB* podzielone jest na cztery równe części przy pomocy czterech odcinków równoległych do *BC*. Znajdźcie cztery trójkąty, mające odpowiednie kąty równe. Jeżeli obwód trójkąta *AJK* ma 12 cali, to jak wielkie są obwody pozostałych trójkątow?



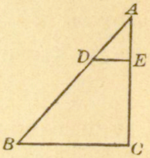
UWAGA. Trójkąty, o odpowiednio równych kątach są podobne. W jaki sposób prosta, równoległa do podstawy dzieli pozostałe boki trójkąta?

96. Trójkąt *DEF* nałożony jest na podobny trójkąt *ABC*. Czy możemy położyć go tak, aby kąt *D* zetknął się z kątem *B*? Dlaczego? Czy kąt *BEF* będzie równy kątowi *BAC*, jeżeli położymy *DE* na odpowiedni bok *BA*? Dlaczego? Czy kąt *BFE* równa się kątowi *BCA*? Jeżeli te kąty są równe, to czy bok *EF* będzie równole-



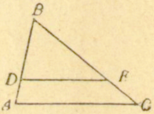
gły do AC? Jeżeli BA ma 10 cali, BC—9 cali, BE—5 cali, to jak długie jest BF?

97. DE jest równoległą do BC. Przytaczając odnośne twierdzenie geometryczne, dowiedźcie, że kąt $ADE =$ kątowi ABC, zaś $AED =$ kątowi ACB. Dowiedźcie na mocy twierdzeń, że $AD : DB = AE : EC$. Podstawcie wartosci liczbowe wyrazów proporcyi i stwierdźcie, że $AB : AD = AC : AE$.

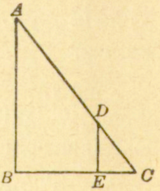


TWIERDZENIE 44. *Prosta, równoległa do jednego z boków trójkąta, tworzy z pozostałymi trójkąt podobny do danego.*

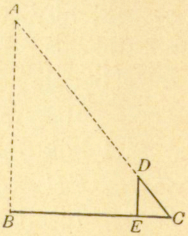
98. DE jest równoległą do AC. $AB = 7$ calom; $AC = 10$ calom, $BC = 11$ calom, $BD = 5$ calom. Znajdźcie długość DA, DE i BE.



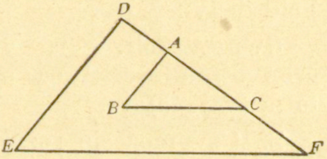
99. AB i DE są prostopadłemi do BC. $BC = 10$ stopom, $EC = 3$ stopom, $DE = 4$ stopom. Znajdźcie długość AB.



100. A jest niedstępnym punktem, leżącym pionowo ponad B. BC ma ma 20 stóp długości. DE jest to drążek o wysokości 5 stóp, umieszczony tak, że jego wierzchołek widziany z C znajduje się na jednej linii z punktem A, zaś podstawa jego jest o 4 stopy odległa od C. Znajdźcie wysokość punktu A.



101. Czy, mając dwa trójkąty podobne, możemy nałożyć mniejszy w taki sposób na większy, aby one przylegały do siebie we wszystkich punktach powierzchni mniejszego? Dlaczego? Dowiedźcie na zasadzie określenia trójkątów podobnych, że odpowiednie boki, nie leżące jeden na drugim, są do siebie równoległe.



102. Trójkąt AB jest podobny do trójkąta DEF. $AB = 3$ calom, $DE = 7$ calom, $DA = 2^1/_3$ calom, $AC = 4$ calom. Znajdźcie CF. Znajdźcie obwód każdego z tych trójkątów.

103. Jakiej wysokości drzewo rzuca cień długości 40 stóp o tej samej porze, kiedy drążek 5 stopowy rzuca cień o długości 4 stóp.

104. Marya i Anna zwrócone są twarzą ku wschodowi; Marya, której wzrost równa się 4 stopom i 6 calom, ma przed sobą swój cień długości 2 stóp i 3 cali. Jak wysoka jest Anna, jeżeli jej cień ma 2 stopy i 6 cali długości? W jakiej porze dnia zachodzą warunki tego zadania, przed południem czy też po południu?

105. Określcie wszystkie nazwy, których znaczenie podane było w uwagach tego rozdziału.

ROZDZIAŁ XII.

KOŁA I LINIE.

1. Wiele może być kół, mających środek w punkcie danym?

UWAGA. Koła, mające wspólny środek nazywamy **współśrodkowemi**. Jeżeli one są równe i mają wspólny środek, to są **przystające**.

2. Czy możecie rozróżnić okiem dwa koła przystające?

3. Nakreślcie dwa koła współśrodkowe i nazwijcie zawartą między ich okręgami figurę płaską.

4. Umieśćcie koło o promieniu 5 cali wewnątrz koła o promieniu 7 cali tak, aby się ich okręgi stykały i znajdźcie odległość ich środków. Znajdźcie stosunek tej odległości do sumy promieni. Do różnicy promieni.

UWAGA. Jeżeli jedno koło jest umieszczone wewnątrz drugiego, lecz nie jest z niem współśrodkowe, to nazywamy je **różnośrodkowemi**. Jeżeli okręgi takich kół stykają się ze sobą, to nazywamy je **wewnętrznie stycznemi**.

5. Czy możecie nakreślić dwa koła różnośrodkowe, nie będące wewnętrznie stycznemi?

6. Gdzie widzieliście koła, oraz pręty, zakreślające koła różnośrodkowe? Opiszcie ich działanie.

7. Nakreślcie koło, a wewnątrz niego kilka innych, równych kół, stycznych do danego. Ze środka większego koła, promieniem równym odległości jego

środka, od środka jednego z kół wewnętrznych, zakreślcie okręg koła. Czy okręg ten przejdzie przez środki wszystkich kół wewnętrznych? Umotywujcie waszą odpowiedź.

8. Nakreślcie okręg koła promieniem równym 8 centymetrom, a drugi okręg promieniem, równym 7 centymetrom tak, aby te okręgi były zewnętrznie stycznymi. Znajdźcie odległość między ich środkami. Porównajcie ją z sumą promieni.

9. Nakreślcie dwa koła zewnętrznie styczne, o promieniach równych 7 i 5 calom. Jaka jest odległość między ich środkami? Jaki jest stosunek odległości między ich środkami do sumy ich średnic? Do sumy ich promieni?

10. Nakreślcie koło i kilka innych równych sobie kół zewnętrznie stycznych do pierwszego. Czy możecie nakreślić koło, którego okręg przeszedłby przez środki wszystkich kół zewnętrznie stycznych?

11. Promieniem równym 3 calom nakreślcie koło. Promieniem równym 1 calowi, nakreślcie pięć kół zewnętrznie stycznych do pierwszego. Nakreślcie odcinki prostej ze środka koła wewnętrznego, przez środek każdego z kół zewnętrznych, aż do przecięcia z jego okręgiem. Znajdźcie długość każdego z tych odcinków. Nakreślcie okręg, przechodzący przez krańce wszystkich tych odcinków i znajdźcie jego długość. Znajdźcie długość okręgu, przechodzącego przez środki kół zewnętrznych.

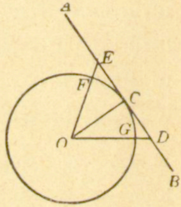
12. Gdzie widzieliście koła, będące zewnętrznie stycznemi? Opiszcie sposób ich działania.

13. Nakreślcie dwa przecinające się okręgi kół i wykażcie, że odległość pomiędzy ich środkami jest mniejszą od sumy ich promieni.

14. Nakreślcie jedno koło wewnątrz drugiego, ale nie styczne i zbadajcie, co jest większe, czy odległość pomiędzy środkami tych kół, czy też różnica ich promieni.

15. Nakreślcie dwa zupełnie oddzielne koła, i zbadajcie co jest większe, czy odległość ich środków, czy też suma ich promieni.

16. *AB* jest styczną do okregu koła. *OC* jest promieniem w punkcie styczności; *OE* i *OD* są to odcinki poprowadzone ze środka koła do stycznej i przecinające okręg w punktach *F* i *G*. Co jest większe, *OE* czy *OF*? *OF* czy *OC*? Dlaczego? *OE* czy *OC*? *OD* czy *OC*? Jaki jest najkrótszy odcinek, jaki można poprowadzić z punktu do prostej?

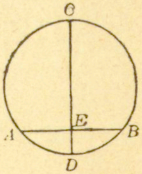


TWIERDZENIE 45. *Styczna do okręgu koła jest prostopadłą do promienia w punkcie styczności.*

17. Jeżeli kąt *DOC* w zadaniu 16-em ma 40^0, to wiele stopni ma każdy kąt trójkąta *COD*?

18. Wytknijcie koło z papieru i złóżcie je tak, aby wykazać, że średnica przepoławia zarówno koło jak i jego okręg.

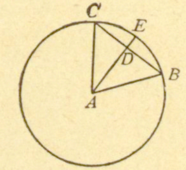
19. *CD* jest średnicą prostopadłą do cięciwy *AB* w punkcie *E*. Przerysujcie ten rysunek i złóżcie go tak, aby półkole *CAD* nałożyć na półkole *CBD*.



Czy cięciwa przepoławiająca koło, przepołowi również cięciwę *AB*. Czy łuk *AD* będzie równy łukowi *BD*? Czy łuk *AC* będzie równy łukowi *CB*? Dowiedzcie słuszności waszych odpowiedzi.

TWIERDZENIE 46. *Średnica prostopadła po cięciwy przepoławia ją zarówno jak i odpowiadający jej łuk.*

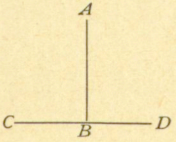
20. *AD*, długości 4 centymetrów, jest prostopadłą do cięciwy *CB*, mającej 6 centymetrów długości. *AE* ma 5 centymetrów. *A* jest środkiem koła. Znajdźcie sumę obwodów trójkątów *ADC* i *ACB*.



21. Nakreślcie okręg koła, cięciwę, promień prostopadły do cięciwy, styczną w końcu tego promienia oraz promienie, do krańców cięciwy. Przedłużcie te promienie, aż do przecięcia się ich ze styczną i dowiedźcie, że te wszystkie odcinki utworzyły cztery trójkąty podobne.

22. Jeżeli założymy, że kąt *CAB* w zadaniu 20-em ma 80^0, to wiele stopni będzie miał każdy kąt w trójkącie *ADC*? Przytoczcie odnośne twierdzenia.

23. *AB* jest prostopadłą do *CD* w punkcie środkowym. Jeżeli odległość *A* od *C* wynosi 10 cali, to jak odległe będzie *A* od *D*? Przytoczcie twierdzenie geometryczne, dające się tu zastosować.



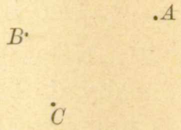
24. Weźcie dowolne trzy punkty nie leżące na jednej prostej i nakreślcie dwa odcinki, łączące jeden z tych punktów z dwoma pozostałemi, a w środkowych punktach tych odcinków poprowadźcie do

nich prostopadłe. Czy te prostopadłe przetną się i po której stronie tych odcinków?

25. Nakreślcie prostopadłe w środkowych punktach odcinków AB i BC, tworzących kąt. Z punktu przecięcia się tych prostopadłych O, poprowadźcie odcinki do A, B i C. Dowiedźcie, że OA, OB i OC są sobie równe.

26. Z punktu O, promieniem równym AO, nakreślcie okrąg koła. Czy przejdzie on przez B i C? Dlaczego?

27. Nakreślcie okrąg koła przez trzy punkty dane A, B i C.



28. Czy możecie ułożyć trzy punkty w taki sposób, aby nie można było przez nie poprowadzić okręgu koła?

TWIERDZENIE 47. *Przez każde trzy punkty na płaszczyźnie, nie leżące na jednej prostej, możemy poprowadzić okrąg koła.*

29. Weźcie na płaszczyźnie trzy punkty, nie leżące na jednej prostej i poprowadźcie przez nie okrąg koła. Czy możecie poprowadzić przez nie więcej niż jeden okrąg koła? Przytoczcie dowody.

30. Weźcie na płaszczyźnie dwa punkty i zobaczcie wiele możecie przez nie poprowadzić okręgów kół.

31. Wiele okręgów kół możemy nakreślić przez jeden punkt dany?

32. Nareślcie trójkąt równoramienny i poprowadźcie okrąg koła przez wierzchołki jego kątów. Dopełnij-

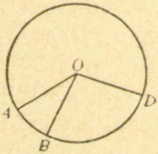
cie brakujące wyrazy w następujących twierdzeniach: Koło jest ..... na trójkącie. Trójkąt jest ..... do koła.

33. Wiele trójkątów równoramiennych można wpisać do danego trójkąta, tak aby równe ramiona wszystkich trójkątów spotykały się w punkcie danym?

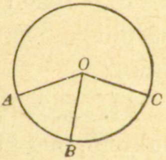
34. Wiele równoramiennych trójkątów można wpisać do koła, mając daną cięciwę jako ich podstawę?

35. Przytoczcie twierdzenie geometryczne, orzekające, jak mierzy się kąty wierzchołkowe.

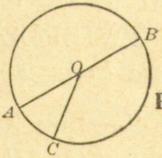
36. Łuk BD jest 3 razy dłuższy od łuku AB. Łuk $AD = 130^0$. Wiele stopni mają kąty wierzchołkowe AOB i BOD?



37. Łuk AB jest o 20^0 mniejszy od łuku BC. Środek koła jest w O. Łuk AC ma 140^0. Wiele stopni ma kąt AOB?



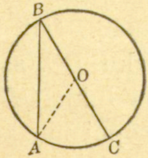
38. Łuk BC jest $3^1/_2$ raza dłuższy od łuku AC. AB jest średnicą koła, ze środkiem w O. Wiele stopni ma kąt AOC? Wiele kąt BOC?



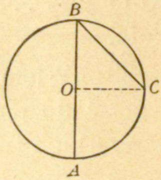
39. Wpiszcie kąt do okręgu koła.

UWAGA. Kątem wpisanym w koło, nazywamy kąt, którego wierzchołek leży na okręgu koła, a ramiona są cięciwami koła.

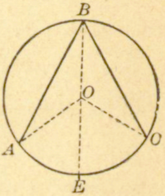
40. Kąt ABC jest wpisanym do koła, mającego środek w O. Łuk AC ma 60^0. Chcemy znaleźć liczbę stopni, zawartych w kącie wpisanym. Nakreślcie linię po-



mocniczą AO. Wiele stopni ma kąt zewnętrzny AOC? Wiele stopni mają kąty A i B?



41. Kąt ABC jest wpisanym do koła, mającego środek w O. Łuk AC ma 90^0. Wiele stopni ma kąt ABC? Jaki jest stosunek kąta wpisanego ABC do wierzchołkowego AOC?



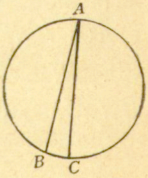
42. Kąt ABC jest wpisanym do koła, mającego środek w O. Łuk AE ma 50^0, łuk EC ma 60^0. Wiele stopni ma kąt ABC?

WSKAZÓWKA. Nakreślcie średnicę AOE i znajdźcie, ile stopni ma każdy z utworzonych tym sposobem kątów.

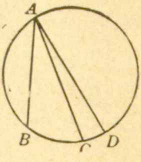
43. Jeżeli kąt wierzchołkowy ma 50^0, to wiele stopni ma kąt wpisany, wsparty na tym samym łuku?

44. Mówimy, że: „kąt wierzchołkowy mierzy się łukiem, na którym się wspiera". Czem mierzy się kąt wpisany?

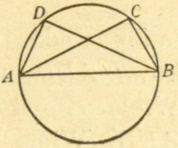
TWIERDZENIE 48. *Miarą kąta wpisanego jest połowa łuku, wspierającego ten kąt.*



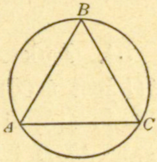
45. Łuk AB jest 8 razy większy od łuku BC. AC jest średnicą. Wiele stopni ma kąt BAC? Jak długi jest łuk BC, jeżeli łuk AC ma $3\frac{1}{2}$ stopy?



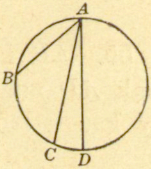
46. Łuk AB jest o 60^0 większy od łuku BC, zaś łuk BC jest o 30^0 większy od łuku CD. AD jest średnicą. Wiele stopni ma kąt CAD? Wiele kąt BAC?



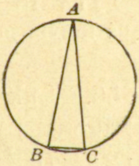
47. *AB* jest średnicą koła. Wiele stopni ma kąt *ACB*? Wiele kąt *ADB*?



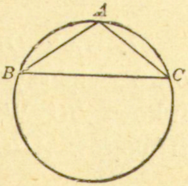
48. Cięciwy *AB*, *BC* i *CD* są sobie równe. Wiele stopni ma każdy kąt, utworzonego przez nie trójkąta? Jakiego rodzaju jest ten trójkąt?



49. Kąt *BAC* jest 3 razy większy od kąta *CAD*. *AD* jest średnicą. Łuk *BA* ma 80^0. Wiele stopni ma kąt *BAC*? Wiele kąt *CAD*?



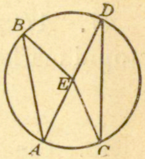
50. Kąt *A*, w równoramiennym trójkącie *ABC*, ma 30^0. Znajdźcie wiele stopni ma każdy z równych łuków *AB* i *AC*. Jak długi jest każdy z łuków, jeżeli średnica tego koła ma 8 stóp i 2 cale długości?



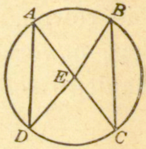
51. Kąt *A* przy wierzchołku trójkąta równoramiennego *ABC* jest 3 razy większy od każdego z kątów przy podstawie. Wiele stopni ma każdy z łuków, na jakie okręg został podzielony? Wiele stopni miałby każdy z łuków, gdyby kąt *B* był o 40^0 mniejszy od kąta *A*?

52. Wiele stopni ma każdy kąt wpisany w półkole, wsparty na średnicy.

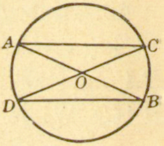
53. Łuk *AC* ma 50^{0}. Kąt wierzchołkowy *AEB* ma 105^{0}. *AD* jest średnicą. Wiele stopni ma każdy kąt trójkąta *AEB*? Wiele każdy kąt trójkąta *DEC*?



54. Łuk *AC* ma 70^{0}, łuk *CD* ma 80^{0}, *AC* jest średnicą, zaś *E* środkiem koła. Wiele stopni ma każdy kąt w trójkątach *AED* i *BEC*?

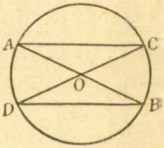


55. *AB* i *CD* są średnicami koła. Łuk *AD* ma 48^{0}. Wiele stopni ma każdy kąt w trójkątach *AOC* i *DOB*?

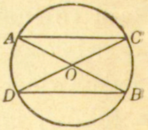


PYTANIE. Czy średnice mogą się przecinać, w jakim bądź innym punkcie, nie będącym środkiem koła?

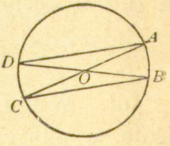
56. Łuk *DB* ma 130^{0}. Znajdźcie wielkość każdego kąta w trójkątach *AOC* i *DOB*, wiedząc, że *AB* i *CD* są średnicami.



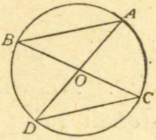
57. Łuk *DB*, równy łukowi *AC*, jest o 70^{0} większy od łuku *AD*, równego łukowi *BC*. Wiele stopni ma każdy kąt trójkątów *AOC* i *DOB*?



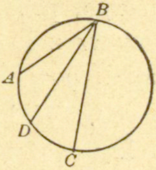
58. Łuk *BC* jest 5 razy większy od łuku *AB*. Znajdźcie wszystkie kąty w trójkątach *AOD* i *COB*, wiedząc, że *O* jest punktem przecięcia się średnic *AB* i *CD*.



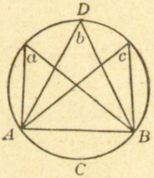
59. Średnice *AD* i *BC* mają po 10 cali, a cięciwa *AB* 8 cali długości. Znajdźcie obwód każdego z tych trójkątów. Przytoczcie dowody.



60. *BC* jest średnicą. Łuk *DC* jest o 3^0 większy od łuku *AD*, zaś łuk *AB* ma 87^0. Wiele stopni ma kąt *ABD*? Wiele kąt *DBC*?



61. Łuk *ABC* ma 108^0. Który z kątów jest większy: *a*, *b*, czy *c*?

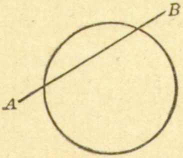


62. Czy możecie zbudować trójkąt prostokątny, mając dany odcinek jako przeciwprostokątną? Czy możecie zbudować więcej niż jeden, trójkąt prostokątny, mający tę samą przeciwprostokątną?

63. Czy wszystkie trójkąty prostokątne, zbudowane na tej samej przeciwprostokątnej, mają jednakową powierzchnię? Dowiedźcie tego punktu.

64. Jak długim jest promień koła opisanego około trójkąta, mającego przeciwprostokątną równą 15 calom.

65. Prosta *AB* dzieli okręg na dwa łuki, z których jeden jest o 140^0 większy od drugiego. Wiele stopni ma każdy?



UWAGA. Prosta, przecinająca okręg koła w dwóch punktach, nazywa się **sieczną.**

66. Wpiszcie foremny sześciokąt do okręgu. Podzielcie każdy jego bok na 2 równe części przy pomocy promienia. Czy i łuki zostaną przepołowione?

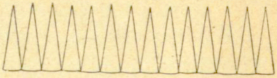
Przytoczcie dowód słuszności waszej odpowiedzi. Połączcie punkty środkowe łuków z krańcami cięciw. Nazwijcie powstały tym sposobem wielokąt. Jeżeli łuki, odpowiadające bokom tego nowego wielokąta, przepołowimy i ich punkty środkowe połączymy z krańcami boków, to wiele boków będzie miał, powstały tym sposobem wielokąt?

67. W jaki sposób znajdujecie powierzchnię wielokąta foremnego?

68. Nakreślcie okręg koła, wpiszcie doń kwadrat, kreśląc dwie prostopadłe średnice i łącząc ich krańce. Wpiszcie teraz foremny wielokąt o podwójnej liczbie boków, łącząc krańce boków kwadratu ze środkami odpowiadających im łuków. Podwójcie liczbę boków wielokąta wpisanego w ten sam sposób i powtarzajcie tę czynność aż do chwili, gdy boki wielokąta staną się tak małymi, iż nie będziecie mogli odróżnić obwodu wielokąta od okręgu koła. Jak znaleźlibyście powierzchnię tego ostatniego wielokąta, gdybyście znali wielkość jego boku i apotemy?

69. Czemu równałby się obwód wielokąta foremnego wpisanego do okręgu, gdyby liczba jego boków wzrastała nieskończenie tak, iż obwód zlewałby się z okręgiem? Czemu równałaby się wówczas apotema wielokąta?

70. Potnijcie koło na małe wycinki. Ułóżcie je tak, jak na tym rysunku. Czemu równa się suma ich podstaw? Czemu równa się ich wysokość?



71. Czy możecie sprawdzić słuszność następującego twierdzenia, przyjmując koło za wielokąt o nie-

skończenie wielkiej liczbie boków, okręg za sumę tych boków, zaś promień za apotemę?

TWIERDZENIE 49. *Powierzchnia koła równa się połowie iloczynu z okręgu przez promień.*

72. Jaka jest powierzchnia koła, o promieniu 14 centymetrów?

73. Jaka jest powierzchnia koła, o średnicy 12 milimetrów?

74. Jaka jest powierzchnia podstawy stożka, mającego okręg równy 88 calom?

75. Wiele stóp kwadratowych ma powierzchnia łąki, po której może biegać koń uwiązany na linie, mającej 14 stóp długości?

76. Jaka jest powierzchnia tej części cyferblatu zegarka, którą przechodzi w ciągu godziny duża wskazówka, mająca 16 milimetrów długości?

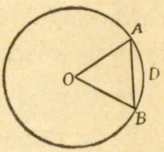
77. Jaka jest powierzchnia 60^0 wycinka koła, o promieniu 7 cali?

78. Jaka jest powierzchnia wycinka, stanowiącego czwartą część koła, jeżeli jego łuk ma 33 cale długości?

79 Jaka jest odległość środka płaskiej powierzchni złotówki od jej krawędzi? Znajdźcie powierzchnię obu stron złotówki w milimetrach kwadratowych.

80. Jaka powstanie figura płaska przez odcięcie odcinka kołowego od wycinka kołowego, mającego ten sam łuk?

81. Kąt AOB ma 60^0. Promień AO ma 14 cali, a wysokość trójkąta AOB jest równa 12,12 calom. Znajdźcie powierzchnię wycinka $AOBD$, trójkąta AOB i odcinka ABD.



82. Do koła o promieniu 21 cali, wpisano kwadrat. Znajdźcie powierzchnię każdego z odcinków, utworzonych brzez boki kwadratu.

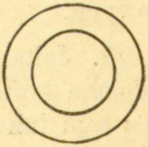
83. Kwadrat jest opisany około okręgu koła, o średnicy 4 stóp i 8 cali. Znajdźcie obwód każdej z czterech figur płaskich, ograniczonych łukiem kwadrantowym i połowami dwóch sąsiednich boków kwadratu. Znajdźcie powierzchnię każdej z tych figur płaskich?

84. Kwadrat o bokach 10 stopowych umieszczony jest wewnątrz koła o promieniu $24^1/_2$ stóp. Jaka jest powierzchnia części płaszczyzny, zawartej pomiędzy bokami kwadratu a okręgiem koła? Wiele wierzchołków kwadratu może leżeć na okręgu? Objaśnijcie to.

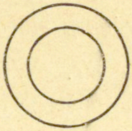
85. Koło o średnicy $3^1/_2$ cala umieszczone jest wewnątrz kwadratu, o bokach 5 calowych. Znajdźcie powierzchnię figury płaskiej, zawartej między obwodami koła i kwadratu.

86. W prostokątnym ogrodzie, o wymiarach 20 prętów na 15 prętów, jest okrągła fontanna, mająca okręg $=$ 363 stopom. Wiele stóp kwadratowych powierzchni zajmuje fontanna i wiele pozostała część ogrodu?

87. Średnica większego koła ma $17^1/_2$ cali długości, zaś średnica mniejszego $10/^1{}_2$ cali. Znajdźcie powierzchnię pierścienia kolistego, stanowiącego ich różnicę.



88. Średnica większego koła ma 14 cali, a średnica mniejszego 8 cali długości. Jaką częścią powierzchni większego koła jest powierzchnia mniejszego? Jaką częścią powierzchni większego koła jest powierzchnia pierścienia kolistego?



89. Jaka jest powierzchnia 120^0-go wycinka koła, o promieniu $8^3/_4$ cali?

90. Znajdźcie powierzchnię 150^0-go wycinka koła, którego okręg ma $12^4/_7$ centymetrów.

91. Wiele kwadratowych cali jedwabiu potrzeba do pokrycia obu stron wachlarza, który po otwarciu tworzy połkole, a którego pręty mają po 14 cali długości, lecz pokryte jedwabiem są dopiero od wysokości 7 cali?

92. Wiele kwadratowych prętów ma powierzchnia kolistego toru wyścigowego, którego zewnętrzny okręg ma wiorstę długości, a wewnętrzny 4400 stóp.

93. Wiele centymetrów kwadratowych blachy potrzeba do zrobienia denek do tuzina kubełków, mających 12 cali średnicy?

94. Wiele stóp kwadratowych zawiera powierzchnia dwóch okrągłych kwietników, z których każdy ma okręg równy 1320 stopom?

95. Znajdźcie powierzchnię dwóch kół, z których jedno ma średnicę 3 razy większą niż drugie. Znajdźcie stosunek ich powierzchni.

96. Znajdźcie powierzchnię dwóch kół, z których jedno ma średnicę 5 razy większą od drugiego i zbadajcie słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 50. *Stosunek powierzchni kół jest równy stosunkowi kwadratów ich promieni lub średnic.*

97. Wiele razy mieści się powierzchnia koła, o promieniu 2 cali, w powierzchni koła o promieniu 8 cali? Rozwiążcie to zadanie bez znajdywania powierzchni kół.

98. Wiele razy mieści się powierzchnia koła, o promieniu 3 cali w powierzchni koła o promieniu 7 cali?

99. Srednica koła, którego powierzchnia ma 28,57 cali kwadratowych jest 4 razy większą od średnicy drugiego koła. Znajdźcie powierzchnię mniejszego koła.

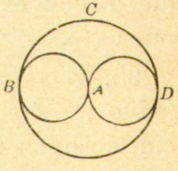
WSKAZÓWKA. Niechaj x = szukanej powierzchni.

$$4^2 : 1^2 = 28.57 : x.$$

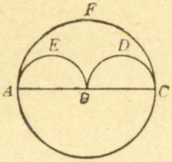
100. Promień koła, którego powierzchnia ma 41,7 cali kwadratowych, jest 3 razy większy od promienia innego koła. Znajdźcie powierzchnię mniejszego koła.

101. Srednica okrągłego kwietnika, mieszczącego w sobie 1250 roślin, jest 5 razy większą od średnicy drugiego podobnego kwietnika, w którym rośliny zasadzone są w zupełnie ten sam sposób. Wiele roślin mieści mniejszy kwietnik?

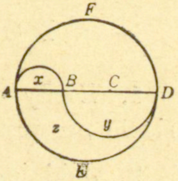
102. *A* jest środkiem koła, wewnątrz którego umieszczone są dwa małe koła. Jaką częścią powierzchni dużego koła jest powierzchnia każdego z małych kół? Jaką część powierzni dużego koła stanowi powierzchnia nieforemnej figury płaskiej *BADC*, zawartej pomiędzy górnymi półokręgami tych trzech kół.



103. *AEB* i *BDC* są półokręgami kół. Jaką część powierzchni półkola *AFC* stanowi powierzchnia nieforemnej figury płaskiej *AEBDCF*?



104. $AB = BC = CD$. Jaką częścią półkola *AFD* jest półkole x? Jaką częścią półkola *AED* jest półkole y? Jaką powierzchnią z? Jaką częścią całego koła jest nieforemna figura płaska, złożona z x i z?



105. Znajdźcie powierzchnię wszystkich ścian walca, którego podstawy mają po 20 centymetrów średnicy, a którego wysokość ma 11 centymetrów długości.

ROZDZIAŁ XIII.

POWTÓRZENIE № 4.

1. Kiedy mówimy o dwóch prostych, że są do siebie prostopadłe?

2. Jaki jest stosunek kąta 20^0 do jego spełnienia? Do dopełnienia?

3. Znajdźcie kąt zewnętrzny trójkąta, wiedząc, że kąty wewnętrzne do niego nieprzyległe mają $20^0 35'$ i $70^0 25'$.

4. Czy trójkąt równoramienny jest wielokątem foremnym? Umotywujcie słuszność waszej odpowiedzi.

5. Znajdźcie sumę obwodów wszystkich kwadratów, o bokach dwucalowych, na jakie możemy podzielić kwadrat, o bokach 8 calowych.

6. Znajdźcie stosunek sumy obwodów wszystkich kwadratów, o bokach 5 calowych, na jakie można podzielić kwadrat, o bokach 10 calowych, do obwodu kwadratu, o bokach 10 calowych.

7. Jaki jest stosunek powierzchni 3 kwadratów jednocalowych do powierzchni kwadratu, o bokach 3 calowych.

8. Jaki jest stosunek obwodu kwadratu, o powierzchni równej 4 calom kwadratowym, do obwodu figury płaskiej, będącej kwadratem 4 cali?

9. Znajdźcie różnicę pomiędzy powierzchnią prostokąta, zawierającego 5 kwadratowych cali ułożożonych rzędem jeden obok drugiego, a powierzchnią figury płaskiej, będącej kwadratem odcinka 5 calowego.

10. Jaki jest stosunek obwodu figury płaskiej, zawierającej 6 cali kwadratowych, ułożonych rzędem jeden przy drugim, do obwodu figury płaskiej, będącej kwadratem 6 cali.

11. Znajdźcie bok kwadratu, którego powierzchnia równoważna jest powierzchni prostokąta, mającego 16 cali długości i 4 cale szerokości. Znajdźcie stosunek obwodu kwadratu do obwodu prostokąta.

12. Bok kwadratu ma 18 cali długości. Jeden z boków równoważnego mu prostokąta ma 54 cale długości. Znajdźcie długość boku przyległego. Znajdźcie różnicę pomiędzy obwodami tych figur płaskich.

13. Znajdźcie obwód prostokąta, którego podstawa ma 32 cale, a powierzchnia jest równoważna powierzchni kwadratu, o bokach 24 calowych.

14. Znajdźcie stosunek obwodu kwadratu, którego powierzchnia ma 64 cale kwadratowe, do obwodu równoważnego mu prostokąta, mającego jeden z boków równy 32 calom.

15. Znajdźcie różnicę kosztu oparkanienia kwadratowej działki ziemi, o bokach 12 prętowych, a takiegoż oparkanienia równoważnej działki prostokątnej, której jeden bok ma 36 prętów długości, wiedząc, że jedna stopa bieżąca parkanu kosztuje 20 kop.

16. Znajdźcie różnicę ceny zewnętrznego fundamentu domu, złożonego z czterech pokoi w rzędzie,

przyczem każdy pokój jest kwadratem 16 stóp, a ceną zewnętrznego fundamentu domu kwadratowego, złożonego z czterech takichże pokoi, jeżeli wiadomo, że każda bieżąca stopa fundamentu kosztuje rubla i nie dolicza się nic na przepierzenia ani kąty.

17. Jaka będzie różnica w cenie podłóg tych domów, jeżeli każda stopa kwadratowa podłogi kosztuje $37^1/_2$ kop.?

18. Dany jest kwadrat i równoważny mu prostokąt; która z tych figur płaskich ma większy obwód? Dowiedzcie tego.

19. Z prostokątów, mających równe obwody, który będzie miał większą powierzchnię, kwadrat czy prostokąt, nie będący kwadratem? Objaśnijcie to.

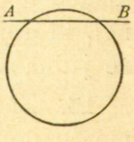
20. Nakreślcie równoległobok i prostokąt, mające równe podstawy i obwody, i wykażcie, który ma większą powierzchnię.

21. Znajdźcie różnicę powierzchni kwadratu, którego obwód ma 88 cali i koła, o okręgu 88 cali.

22. Czy królowa Dido, wylądowawszy na brzegach Afryki i chcąc otoczyć jaknajwiększy płat ziemi pasami ze skóry, powinna była ograniczyć nimi kwadrat czy koło?

WSKAZÓWKA. Zobaczcie w encyklopedyi, lub historyi starożytnej historyę królowej Dido.

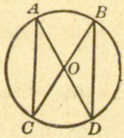
23. Prosta *AB* przecina okręg koła na 2 łuki, z których jeden jest 4 razy większy od drugiego. Wiele stopni ma każdy łuk? Jak nazywamy prostą przecinającą okręg w 2 punktach?



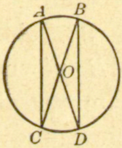
24. Nakreślcie okręg koła i 2 sieczne przecinające się w punkcie, leżącym zewnątrz koła.

25. Nakreślcie koło, cięciwę i promienie do jej krańców. Połączcie punkt środkowy cięciwy ze środkiem koła. Jakiego rodzaju trójkąty powstały tym sposobem? Przytoczcie odnośne twierdzenie geometryczne.

26. AC jest cięciwą równą i równoległą do BD. Łuk CD ma 60^0. Znajdźcie wszystkie kąty trójkątów AOC i BOD.



27. O jest punktem środkowym średnic AD i BC. Łuk BD jest 4 razy większy od łuku AB. Znajdźcie wielkości wszystkich kątów w trójkącie AOC i BOD.



28. Pokażcie w jaki sposób opisujecie okręg koła na trójkącie różnobocznym?

29. Dane jest koło. Wpiszcie doń trójkąt różnoboczny. Trójkąt równoramienny.

30. W trójkącie ABC, kąt $A =$ podwojonemu kątowi B, zaś kąt C ma 33 stopni. Wiele stopni mają kąty A i B?

31. Znajdźcie sumę kątów zewnętrznych, powstałych wskutek przedłużenia równych ramion trójkąta równoramiennego, którego kąt przy wierzchołku ma 45 stopni.

32. Czy możecie nakreślić równoramienny trójkąt prostokątny? Czy możecie nakreślić trójkąt równoramienny, mający proste kąty przy podstawie? Czy możecie nakreślić równoboczny trójkąt prostokątny?

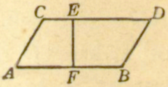
33. Czy możecie podzielić trójkąt równoboczny na równe trójkąty, zapomocą jednej prostej? A trójkąt równoramienny? A różnoboczny?

34. Czy możecie podzielić trójkąt różnoboczny na dwa trójkąty równoważne?

UWAGA. Zauważcie różnicę pomiędzy znaczeniem wyrazów równy i równoważny. Równe wielokąty są przystające i przy nałożeniu jednego na drugi ściśle się nakrywają. Równoważne wielokąty mają równe powierzchnie.

35. Czy kwadrat może być równym równoległobokowi? Czy może być mu równoważnym?

36. $ABCD$ jest równoległobokiem. AB równa się 9 calom, $AC = 5$ calom, wysokość $EF = 4$ calom. Znajdźcie długość boku kwadratu, mającego powierzchnię równą powierzchni tego równoległoboku. Jaki jest stosunek obwodu tych dwóch figur płaskich?



37. Powierzchnia równoległoboku ma 240 cali kwadratowych, a jeden z jego boków ma 2 stopy długości. Znajdźcie wysokość, prostopadłą do tego boku.

38. Powierzchnia równoległoboku ma 270 stóp kwadratowych; jedna z wysokości ma 10 stóp długości. Znajdźbie długość podstawy, odpowiadającej tej wysokości.

39. Bok AD nieforemnego czworoboku $ABCD$ jest o 3 cale dłuższy od boku DC. Bok DC jest o 2 cale dłuższy od boku BC. Bok BC = bokowi AB, zaś obwód czworoboku wynosi 27 cali. Znajdźcie długość każdego boku.

40. Czy możecie nakreślić trapez, mający po 1 kącie prostym na obu krańcach jednego z boków nierównoległych?

41. Czy możecie nakreślić trapez, mający po 1 kącie prostym na obu krańcach jednej z podstaw?

42. Znajdźcie kąty rombu, wiedząc, że każdy z rozwartych kątów jest 3 razy większy od każdego z ostrych.

43. Znajdźcie obwód foremnego sześciokąta, wpisanego do koła, o promieniu 9 centymetrów.

44. Foremny sześciokąt jest wpisany do koła o promieniu $31^1/_2$ centymetrów. Znajdźcie sumę obwodów 3 równych rombów, na jakie można podzielić ten sześciokąt zapomocą 3 promieni.

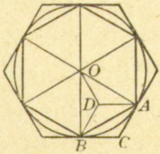
45. Wpiszcie foremny sześciokąt do koła i połączcie co drugie wierzchołki. Jaka utworzyła się figura płaska? Jaki jest jej stosunek do sześciokąta?

46. Pokażcie w jaki sposób wpisujecie trójkąt foremny do okręgu koła?

47. Czy możecie podzielić foremny sześciokąt na 12 równych trójkątów różnobocznych?

48. Czy możecie podzielić foremny sześciokąt na 6 równych trójkątów równoramiennych?

49. Czy możecie podzielić foremny sześciokąt na 6 równych trójkątów równobocznych?



50. Wpiszcie sześciokąt do koła. Nakreślcie promienie do wierzchołków sześciokąta, oraz styczne prostopadłe do tych promieni, aż do ich wzajemnego przecięcia się. Macie więc sześciokąt opisany na okręgu. Zagnijcie zewnętrzne trójkąty

takie, jak *ABC*, do wewnątrz i zbadajcie jaką część opisanego sześciokąta stanowi sześciokąt wpisany.

PYTANIE. Jeżeli *D* jest punktem środkowym trójkąta *AOB*, to w jakim do siebie stosunku są trójkąty *ADO*, *BDO* i *ABD*.

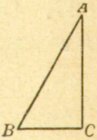
51. Jakiego rodzaju trójkąt powstanie, jeżeli połączymy jakibądź punkt na okręgu z krańcami średnicy?

52. Znajdźcie stosunek powierzchni dwóch kół, wiedząc, że średnica jednego ma 1 decymetr, a drugiego 15 centymetrów długości.

53. Znajdźcie stosunek powierzchni dwóch kół, wiedząc, że średnica jednego ma 5 metrów, a promień drugiego 5 decymetrów długości.

54. Znajdźcie powierzchnię równoramiennego trójkąta, którego podstawa ma 5 decymetów, a wysokość 10 centymetrów długości. Znajdźcie powierzchnię różnobocznego trójkąta, mającego tę samą podstawę i wysokość i porównajcie powierzchnie tych trójkątów.

55. Narysujcie trójkąt prostokątny *ABC*, którego podstawa ma 4 centymetry, a wysokość 7 centymetrów długości i zbudujcie trójkąt równoramienny, mający taką samą podstawę i powierzchnię.



56. Znajdźcie czwarty odcinek, tworzący proporcją z trzema danymi, których odpowiednie długości są równe: 6 calom, 8 calom i 12 calom.

57. Znajdźcie odcinek, którego stosunek do odcinka, mającego 16 cali długości, równałby się stosunkowi odcinka 5 calowego do odcinka 8 calowego.

58. Znajdźcie długość odcinka, którego stosunek do odcinka 20 calowego jest równy stosunkowi odcinków: 7 calowego do 28 calowego.

59. Znajdźcie stosunek powierzchni prostokąta o długości 9 cali, a szerokości 5 cali, do powierzchni prostokąta, mającego 10 cali długości, a 3 cale szerokości.

60. Powierzchnia prostokąta, mającego 9 cali długości i 7 szerokości jest w takim samym stosunku do powierzchni prostokąta, mającego 7 cali długości i 4 cale szerokości, jak powierzchnia kwadratu o bokach 9 calowych do powierzchni drugiego kwadratu. Znajdźcie obwód tego mniejszego kwadratu.

61. Jaki jest stosunek kąta wewnętrznego foremnego 10-ciokąta do sumy jego kątów zewnętrznych?

62. Półkole podzielone jest na 2 wycinki, z których jeden ma łuk o 30^0 większy od łuku drugiego. Jaką częścią półkola jest większy wycinek?

63. Jaka cięciwa danego koła będzie bliższą jego środka, czy mająca 8 centymetrów długości, czy mająca 6 centymetrów? Objaśnijcie to i przytoczcie odnośne twierdzenie.

64. Pokażcie jak wpisujecie kwadrat do koła?

65. Nakreślcie koło i dwie prostopadłe średnice. Na każdym krańcu każdej średnicy nakreślcie styczną równoległą do drugiej średnicy, przedłużając je aż do wzajemnego przecięcia się. Jaka nazwa przysługuje wielokątowi, utworzonemu przez te styczne?

66. Jaka jest powierzchnia kwadratu, opisanego około okręgu, o promieniu 12 cali?

67. Jaki jest stosunek powierzchni kwadratu opisanego na okręgu do powierzchni kwadratu doń wpisanego?

68. Przekrój okrągłej kłody drzewa ma 12 cali średnicy. Znajdźcie powierzchnię kwadratowego przekroju największej belki, jaką można wyciosać z tej kłody drzewa.

69. Wiele obrotów wykona koło o okręgu 25 cali, aby przejechać drogę długości 30 stóp?

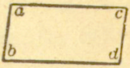
70. Wiele obrotów zrobi koło, o średnicy 63 cali, dla przejechania drogi, o długości 115 stóp i 6 cali?

71. Podstawa trójkąta równoramiennego, którego obwód wynosi 80 cali, jest o 20 cali krótsza od dwa razy wziętego ramienia. Znajdźcie długość największej wspólnej miary boków tego trójkąta. Wiele razy mieści się ona w obwodzie?

72. Przepołówcie 2 kąty równobocznego trójkąta i znajdźcie wiele stopni ma kąt utworzony przez ich dwójsieczne. Wiele stopni mają kąty utworzone przez przecięcie się dwójsiecznych kątów przy podstawie trójkąta równoramiennego, którego kąty przy podstawie są 2 razy większe od kąta przy wierzchołku?

73. Obwód równoramiennego trójkąta, którego podstawa jest najkrótszym bokiem, wynosi 100 centymetrów. Różnica pomiędzy podstawą i przyległym bokiem wynosi 23 centymetry. Wysokość ma 40 centymetrów. Znajdźcie powierzchnię tego trójkąta.

74. Różnica pomiędzy kątami *a* i *b* jest 12^0. Znajdźcie każdy kąt równoległoboku.



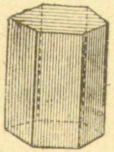
75. Najdłuższy bok nieforemnego czworoboku o obwodzie 49 cali ma 21 cali długości. Znajdźcie najdłuższy bok podobnego nieforemnego czworoboku, o obwodzie 35 cali i przytoczcie geometryczne twierdzenie, służące za podstawę do rozwiązania tego zadania.

76. Zbudujcie kąt 120°, którego ramiona mają 5 centymetrów długości. Na końcu jednego ramienia zbudujcie po tej samej stronie drugi kąt 120° z ramionami 5 centymetrowemi. Powtarzajcie tę czynność dopóty, dopóki nie ograniczycie zamkniętej części płaszczyzny. Napiszcie nad tą figurą płaską jej nazwę.

77. W zadaniu 76em podstawcie 135° zamiast 120°.

78. Zbudujcie foremny sześciokąt, mający każdy bok równy 5 centymetrom. Apotema jego ma 4,33 centymetry długości. Jaka jest jego powierzchnia?

UWAGA. Gdyby ten sześciokąt wznosił się w powietrze, pozostając zawsze do siebie równoległym, to bryła geometyczna, utworzona przez jego drogę, byłaby **graniastosłupem sześciokątnym.**



79. Gdyby sześciokąt z zadania 78ego wzniósł się do wysokości 10 cali, to jak wielką byłaby powierzchnia wszystkich ścian graniastosłupa sześciokątnego?

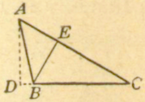
80. Co to jest graniastosłup? Co nazywamy jego podstawami?

81. Znajdźcie boczną powierzchnię graniastosłupa trójkątnego, mającego każdy bok podstawy równy 3 stopom, a wysokość równą 9 stopom.

82. Znajdźcie wielkość wszystkich ścian pięciokatnego foremnego graniastosłupa, którego każdy bok podstawy ma 8 stóp, apotema 5,49 stopy, zaś wysokość 12 stóp długości.

83. Jaka jest wysokość masztu, którego cień ma 5 stóp długości wówczas, gdy cień pionowego, 4-ro stopowego, drążka wynosi 3 cale.

84. Pionowo ustawiony drążek rzuca cień równej sobie długości. Jaka jest długość cienia, rzuconego o tej samej porze dnia przez wieżę, mająca 48 stóp wysokości.



85. Prosta *AD*, oznaczająca wysokość trójkąta *ABC* jeżeli przyjmiemy bok *BC* jako podstawę, ma 4 cale długości, *BC* ma 6 cali. *BE* wysokość względem podstawy *AC* ma 3 cale. Znajdźcie *AC*.

86. Ułóżcie następujące nazwy w trzy grupy, zawierające nazwy linii, powierzchni i brył: cięciwa, koło, sześciokąt, ośmiokąt, sześcian, wycinek, łuk, czworobok, odcinek, czworokąt, ostrosłup, wielokąt, stożek, obwód, średnica, kula, półkole, okręg, promień, prostokąt, kwadrant, graniastosłup, litr, trójkąt, miara łuku, miara odcinka, walec, półokręg, dziesięciokąt, romb, miara linii, trapez, płaszczyzna, przekątna, równoległobok, sieczna, dwunastokąt, linia środkowa trapezu, kwadrat, równoległościan, styczna, trapez, prostopadłościan.

ROZDZIAŁ XIV.

KWADRATY I SZEŚCIANY.

1. Uzupełnijcie następującą tablicę kwadratów liczb, szeregu liczb naturalnych, od 1 do 25. $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, i t. d. Ułóżcie tablicę kwadratów liczb, złożonych z jednej cyfry i zera np. 20, 30, 40 i t. d. i pokażcie w jaki sposób można drugą tablicę wyprowadzić z pierwszej.

2. Przy pomocy waszych tablic znajdźcie długość boku kwadratu, którego powierzchnia ma 484 metry kwadratowe. Takiego, którego powierzchnia ma 48,400 metrów kwadratowych.

3. Znajdźcie długość boku kwadratu o powierzchni 529 stóp kwadratowych. O powierzchni 52,900 stóp kwadratowych.

4. Znajdźcie długość, szerokość i powierzchnię prostokąta, utworzonego wskutek umieszczenia obok siebie dwóch kwadratów, zawierających po 361 stóp kwadratowych. Objaśnijcie to.

5. Znajdźcie długość prostokąta, mającego długość 2 razy większą od szerokości, a powierzchnię równą 1152 calom kwadratowym.

6. Znajdźcie obwód kwadratu, o powierzchni 441 metrów kwadratowych.

7. Znajdźcie obwód prostokąta, mającego długość 3 razy większą od szerokości, a powierzchnię równą 588 metrom kwadratowym.

8. Jaki odcinek, podniesiony do kwadratu i pomnożony przez 3, da prostokąt, mający 768 cali kwadratowych powierzchni?

9. Jeżeli x oznacza bok kwadratu, to jak należy oznaczyć jego powierzchnię? Jak powierzchnię prostokąta, zawierającego 3 takie kwadraty? Jak szerokość takiego prostokąta? Jak jego długość?

10. Znajdźcie długość i szerokość prostokąta, wiedząc, że jego długość jest 5 razy większa od szerokości, a powierzchnia wynosi 2205 cali kwadratowych.

11. Pole prostokątne, ktorego długość jest 4 razy większa od szerokości ma 676 prętów kwadratowych powierzchni. Znajdźcie jego wymiary.

12. Wiele łokci tasiemki potrzeba do obszycia kwadratowego dywanu, przykrywającego 81 stóp kwadratowych powierzchni?

13. Większy z dwóch kwadratów zawiera o 24 stopy kwadratowe więcej od mniejszego. Suma ich powierzchni = 74 stopom kwadratowym. Znajdźcie długość boku każdego kwadratu.

WSKAZÓWKA. Niechaj x = bokowi mniejszego kwadratu, to x^2 = powierzchni mniejszego kwadratu, $x^2 + 24$ = powierzchni większego kwadratu.

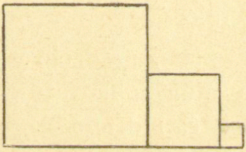
14. Jeden z czterech kwadratów zawiera o 63 cale kwadratowe powierzchni więcej od drugiego, drugi o 7 cali kwadratowych więcej od trzeciego, trzeci o 28 cali kwadratowych więcej od czwartego.

Suma ich powierzchni wynosi 325 cali kwadratowych. Znajdźcie długość boku każdego kwadratu.

15. Dane są 3 kwadraty; pierwszy z nich jest 4 razy większy od drugiego, a drugi 9 razy większy od trzeciego. Suma ich powierzchni wynosi 414 stóp kwadratowych. Znajdźcie sumę ich obwodów.

16. Znajdźcie liczbę prętów parkanu, potrzebnych do oparkanienia 3 kwadratowych działek ziemi, z których pierwsza zawiera o 11 kwadratowych prętów więcej niż druga. a druga o 16 prętów kwadratowych więcej niż trzecia, jeżeli suma ich powierzchni wynosi 70 prętów kwadratowych.

17. Mamy 3 kwadraty, ułożone tak, jak na tym rysunku. Zakrywają one powierzchnię 184 cali kwadratowych. Znajdźcie długość linii łamanej, ograniczającej, zakrytą przez te kwadraty, powierzchnię, wiedząc, że lewy kwadrat jest 4 razy większy od środkowego, a środkowy 9 razy większy od prawego.



18. Obwód jednego kwadratu jest o 4 cale dłuższy od obwodu drugiego kwadratu, a suma tych obwodów wynosi 100 cali. Znajdźcie sumę powierzchni tych kwadratów,

19. Wiele razy mieści się kwadrat jakiejbądź liczby danej w kwadracie liczby 2 razy większej? Objaśnijcie to.

20. Wykażcie na rysunku, wiele razy mieści się kwadrat odcinka 4 calowego w kwadracie odcinka 8 calowego? Wiele razy w kwadracie odcinka 12 calowego?

21. Wiele razy mieści się się kwadrat jakiejbądź liczby w kwadracie liczby 3 razy większej?

22. Wiele razy w kwadracie danego odcinka mieści się kwadrat $^1/_3$ tego odcinka?

23. Na ile figur płaskich, mających powierzchnię $^1/_4$ cala kwadratowego, może być podzielony 1 cal kwadratowy?

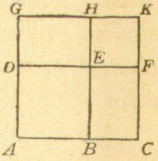
24. Nakreślcie figurę płaską, będącą sumą kwadratów dwóch odcinków, mających 8 cali i 3 cale, i znajdźcie jej powierzchnię.

25. Nakreślcie figurę płaską, będącą kwadratem sumy tych samych odcinków i znajdzie jej powierzchnię.

26. Znajdźcie różnicę pomiędzy kwadratem sumy, a sumą kwadratów dwóch odcinków, mających 7 cali i 8 cali długości.

27. Nakreślcie prostokąt, będący iloczynem dwóch odcinków, o długościach 8 cali i 5 cali, i znajdźcie jego powierzchnię i obwód.

28. Niechaj *AB* i *BC* będą dwowa odcinkami, o długości 6 cali i 4 cali, zaś *AC* ich sumą. Wiele cali kwadratowych ma kwadrat *ADEB*? Wiele cali kwadratowych ma kwadrat *EHKF*? Wiele cali kwadratowych ma prostokąt *BEFC*? Wiele cali kwadratowych ma prostokąt *DGHE*? Wiele cali kwadratowych ma cała ta figura płaska?

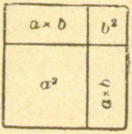


TWIERDZENIE 51. *Kwadrat sumy dwóch odcinków równa się kwadratowi pierwszego z nich, więcej podwojony iloczyn pierwszego przez drugi, więcej kwadrat drugiego.*

29. Nakreślcie kwadrat sumy dwóch odcinków, długości 5 cali i 3 cali i wykażcie na nim słuszność twierdzenia 51.

30. Podnieście do kwadratu sumę $a+b$, gdzie a oznacza odcinek 6 calowy, zaś b odcinek 2 calowy.

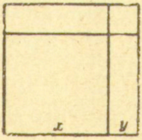
31. Nakreślcie odpowiedni rysunek i dowiedźcie, że $(a+b)^2 = a^2 + 2\,(a \times b) + b^2$, gdzie $a = 10$ calom, $b = 3$ calom.



32. Niechaj a i b będą dwoma odcinkami. Przy pomocy liczb dowiedźcie, że ten rysunek przedstawia kwadrat ich sumy.

33. $x = 10$ calom, $y =$ odcinkowi, mniejszemu niż 10 cali, a kwadrat sumy tych dwóch odcinków $= 289$ calom kwadratowym. Znajdźcie y.

34. $x = 10$; $y =$ liczbie mniejszej od 10. Kwadrat ich sumy $= 324$. Znajdźcie y?



35. $x = 10$. Znajdźcie doświadczalnie wartość y, jeżeli $(x+y)^2 = 169$.

36. Kwadrat sumy dwóch odcinków równa się 256 calom kwadratowym; większy odcinek ma 10 cali. Znajdźcie mniejszy.

37. Kwadrat sumy dwóch odcinków wynosi 441 cali kwadratowych; większy odcinek ma 20 cali. Znajdźcie mniejszy.

38. Znajdźcie sumę poszczególnych obwodów kwadratów i prostokątów, tworzących kwadrat sumy odcinków o długości 10 cali i 3 cali.

39. Gdybyście mieli 196 stóp kwadratowych desek, które chcielibyście ułożyć w kwadrat i zaczęli-

byście od ułożenia kwadratu 10 stopowego, to jak szeroką musiałaby być część dodana dla dopełnienia tego kwadratu?

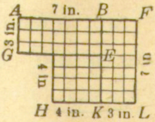
40. Znajdźcie pierwiastek kwadratowy 1849 i wskażcie, w jaki sposób twierdzenie 51 dopomaga wam w tej pracy. Dlaczego podwajacie pierwszą otrzymaną w pierwiastku cyfrę dla otrzymania próbnego dzielnika.

41. Znajdźcie pierwiastki kwadratowe liczb: 1225, 2601, 5184, 3844, 5329, 5929, 8649, 12769, 14884, 94249, 495616.

42. Od 7 calowego odcinka AD odejmijcie 4 calowy odcinek AB; na różnicy ich zbudujcie kwadrat i znajdźcie jego powierzchnię.

43. Zbudujcie kwadrat na różnicy odcinków 11 calowego i 6 calowego, i znajdźcie jego powierzchnię, Znajdźcie sumę kwadratów tych odcinków.

44. Dane są dwa odcinki, 7 calowy i 3 calowy. Wiele cali kwadratowych ma kwadrat ich różnicy? Wiele suma ich kwadratów? Wiele cali kwadratowych ma prostokąt $ABEG$? Który prostokąt jest większy $ABEG$ czy $KLFB$? Wytnijcie z papieru figurę płaską, będącą sumą kwadratów dwóch odcinków, odetnijcie od niej kwadrat ich różnicy i zobaczcie, co pozostanie.



TWIERDZENIE 52. *Kwadrat różnicy dwóch odcinków równa się sumie ich kwadratów mniej podwojony iloczyn tych odcinków.*

45. Dane są odcinki $x = 8$ calom, i $y = 3$ calom. Wytnijcie figurę płaską, będącą sumą kwadratów

tych odcinków i dowiedźcie przy pomocy nakładania, że jeżeli odetniemy kwadrat różnicy tych odcinków, to pozostała powierzchnia równa będzie podwojonemu prostokątowi tych odcinków. Dowiedźcie tej samej prawdy przy pomocy innych odcinków aż do zupełnego uzmysłowienia sobie znaczenia twierdzenia 52.

46. Nakreślcie odpowiedni rysunek i dowiedźcie słuszności następującego równania $(a - b)^2 = a^2 - 2(a \times b) + b^2$, jeżeli $a =$ odcinkowi 5 calowemu, zaś $b =$ odcinkowi 3 calowemu.

47. Nakreślcie prostokąt, będący iloczynem sumy dwóch odcinków przez większy z nich, wiedząc, że długości tych odcinków są 8 i 5 cali, i znajdźcie obwód tego prostokąta.

48. Nakreślcie prostokąt, będący iloczynem różnicy dwóch odcinków przez większy z nich i znajdźcie jego powierzchnię, wiedząc, że odcinki mają 12 i 9 cali długości.

49. Mamy dwa odcinki 6 calowy i 5 calowy. Nakreślcie prostokąt ich sumy przez mniejszy i znajdźcie jego obwód i powierzchnię.

50. Dane są dwa odcinki 5 calowy i 3 calowy. Nakreślcie prostokąt ich sumy przez różnicę i znajdźcie jego powierzchnię.

51. Nakreślcie prostokąt, będący iloczynem sumy i różnicy dwóch odcinków, długości 7 cali i 3 cali i dowiedźcie, że liczba oznaczająca jego powierzchnię równa jest $7^2 - 3^2$.

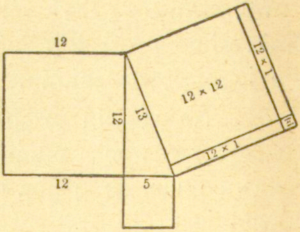
TWIERDZENIE 53. *Prostokąt sumy i różnicy dwóch odcinków równa się różnicy ich kwadratów.*

52. Nakreślcie prostokąt, będący iloczynem sumy i różnicy dwóch odcinków, 7 calowego i 2 calowego. Nakreślcie figurę płaską, będącą różnicą ich kwadratów, w ten sposób, aby mniejszy kwadrat był odjęty od prawego górnego wierzchołka większego kwadratu. Nałóżcie tę figurę na poprzednią, odcinając górny prostokąt, będący iloczynem mniejszego odcinka przez ich różnicę, i przykładając go z boku. Wykażcie zastosowanie twierdzenia 53.

53. Znajdźcie powierzchnię i obwód prostokąta sumy i różnicy dwóch odcinków, wiedząc, że suma ich wynosi 15 cali, a jeden z nich jest dwa razy większy od drugiego.

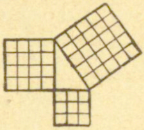
54. Znajdźcie powierzchnię prostokąta sumy i różnicy dwóch odcinków, których suma ma 15 cali, a jeden jest o 3 cale dłuższy od drugiego. Wykażcie przy pomocy rysunku o ile taki prostokąt jest mniejszy od kwadratu większego odcinka, a o ile większy od kwadratu mniejszego.

55. Nakreślcie trójkąt prostokątny, mający podstawę długości 5 cali, a drugą przyprostokątną równą 12 calom. Znajdziecie, że przeciwprostokątna równa się 13 calom. Zbudujcie kwadrat na każdym boku trójkąta i wytnijcie całą figurę. Nałóżcie kwadrat większej przyprostokątnej na kwadrat przeciwprostokątnej.



Wytnijcie i dopasujcie kwadrat podstawy do pozostałej powierzchni.

56. Nakreślcie trójkąt prostokątny, mający przyprostokątne równe 3 i 4 calom. Przeciwprostokątna będzie miała 5 cali. Zbudujcie kwadrat na każdym boku i nałóżcie kwadraty przyprostokątnych na kwadrat przeciwprostokątnej.



UWAGA. Doświadczalna geometrya wykaże we wszystkich wypadkach słuszność następującego twierdzenia.

TWIERDZENIE 54. *Kwadrat przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego równa się sumie kwadratów jego przyprostokątnych.*

57. Odmierzcie 6 cali na jednym boku kwadratu, zaś 8 cali na boku przyległym. Jak długą jest linia łącząca krańce tych dwóch odcinków?

58. *A* przejechał 30 mil w kierunku wschodnim z danego punktu, zaś *B* przejechał 40 mil w kierunku północnym, wyruszając z tego samego punktu. W jakiej są oni od siebie odległości?

59. Nakreślcie prostokąt długości 12 centymetrów i szerokości 9 centymetrów; znajdźcie długość jego przekątnej.

60. Jaka jest odległość dolnego lewego kąta od górnego prawego kąta bramy, mającej 8 stóp wysokości i 6 stóp szerokości?

61. Jaka jest długość najdłuższego drążka, zaostrzonego na obu końcach, który może całkowicie leżeć na stole, mającym 24 stopy długości i 7 stóp szerokości?

PYTANIE. Dlaczego drążek musi być zaostrzony?

62. Jaka jest długość przekątnej dywanu, mającego 16 stóp długości i 12 stóp szerokości?

63. Mania przeszła prostokątne pole, o długości 24 prętów, a szerokości 18 prętów, po jego przekątnej. Andzia doszła do tego samego miejsca, idąc wzdłuż boków pola. O ile dłuższą drogę przeszła Andzia?

64. Podstawa trójkąta równoramiennego ma 30 stóp, a jego wysokość 36 stóp. Znajdźcie długość jednego z równych ramion.

PYTANIE. Na jakie dwie równe figury płaskie dzieli trójkąt równoramienny prostopadła, spuszczona z jego wierzchołka na podstawę?

65. Podstawa trójkąta równoramiennego ma 64 cale, a wysokość 24 cale. Znajdźcie jego obwód.

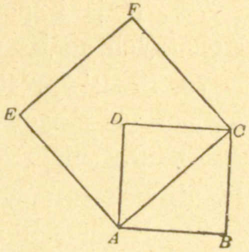
66. Podstawa trójkąta równoramiennego ma 6 cali, a jego powierzchnia 12 cali kwadratowych. Znajdźcie jego wysokość i jedno z równych ramion.

67. Znajdźcie obwód trójkąta równoramiennego, mającego 20 stóp podstawy, a 24 stóp wysokości.

68. Podstawa trójkąta prostokątnego ma 15 centymetrów, a bok do niej prostopadły 20 centymetrów. O ile suma przyprostokątnych jest większą od przeciwprostokątnej?

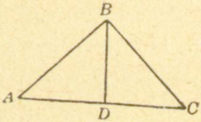
69. Znajdźcie przybliżoną długość przeciwprostokątnej trójkąta, mającego przyprostokątne długości 12 i 10 cali; przyczem obliczajcie z dokładnością do dwóch cyfr dziesiętnych.

70. Znajdźcie przekątną kwadratu o bokach 8 calowych.



71. Czy możecie dowieść przy pomocy tego rysunku, że kwadrat przekątnej danego kwadratu jest dwa razy większy, niż dany kwadrat?

WSKAZÓWKA. Nakreślcie pomocnicze linie *DF* i *DE*.



72. *ABC* jest trójkątem równoramiennym prostokątnym przy *B*; *BD* jest wysokością. Co jest większe czy kwadrat wysokości *BD* czy trójkąt *ABC*? Dowiedźcie tego.

73. Jak długiej liny potrzeba, aby dostać z wierzchołka słupa o wysokości 60 stóp, do punktu na ziemi, odległego o 80 stóp od środka podstawy słupa?

74. Średnica okrągłej studni ma 12 stóp, a głębokość wody w niej wynosi 5 stóp. Znajdźcie długość najdłuższego, zaostrzonego na obu końcach drążka, który mógłby jednocześnie dotykać dna studni i powierzchni wody.

PYTANIE. Czy możecie sobie wyobrazić studnię i drążek?

75. Dowiedźcie, że $x^2 = a^2 + b^2$, jeżeli a i b są odcinkami długości 27 i 36 cali, obejmującymi kąt prosty, zaś x odcinkiem 45 calowym, łączącym ich krańce.

76. W jaki sposób możecie znaleźć przeciwprostokątną trójkąta, mając dane jego przyprostokątne?

77. Dowiedźcie, że $x^2 = a^2 - b^2$, jeżeli a jest przeciwprostokątną długości 39 cali, b przyprostokątną długości 15 cali, zaś x przyprostokątną długości 36 cali.

78. W jaki sposób znajdziecie jedną z przyprostokątnych, mając daną drugą i przeciwprostokątną?

79. Przeciwprostokątna = 55 stopom, przyprostokątna = 44 stopom, znajdźcie drugą przyprostokątną?

80. Przeciwprostokątna = 39 stopom, przyprostokątna = 36 stopom; znajdźcie drugą przyprostokątną?

81. Drabina długości 26 stóp oparta jest o dom; podstawa jej jest odległa o 10 stóp od ściany domu. Do jakiej wysokości na domu dostaje drabina?

82. Jedno z równych ramion trójkąta równoramiennego ma 25 cali, a podstawa ma 14 cali. Znajdźcie jego wysokość.

83. Obwód trójkąta równoramiennego wynosi 144 cale; podstawa ma 40 cali; znajdżcie wysokość i powierzchnię.

84. Obwód trójkąta równoramiennego wynosi 50 stóp. Każde z równych ramion jest o 1 stopę dłuższe od podstawy. Znajdźcie wysokość i powierzchnię trójkąta.

85. Dana jest przeciwprostokątna i jedna przyprostokątna trójkąta prostokątnego; jak znaleźć drugą?

86. Przeciwprostokątna = 75 stopom, przyprostokątna = 72 stopom; znajdźcie drugą.

87. Przeciwprostokątna = 78 stopom, przyprostokątna = 72 stopom; znajdźcie drugą.

88. Jaki jest obwód trójkąta prostokątnego, którego jedna przyprostokątna ma 24 centymetry, a przeciwprostokątna 25 centymetrów?

89. Jeden z równych boków trójkąta równoramiennego ma 13 stóp; wysokość ma 12 stóp. Znajdźcie podstawę i powierzchnię trójkąta.

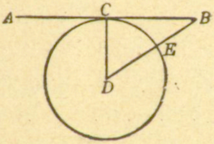
90. Suma równych boków trójkąta równoramiennego wynosi 30 cali, a jego wysokość 12 cali. Znajdźcie wielkość podstawy i powierzchni.

91. W jakiej odległości od ściany domu musimy umieścić podstawę drabiny, mającej 20 stóp wysokości, aby jej wierzchołek oprzeć o okno, będące na wysokości 16 stóp od ziemi?

92. Odległość środka koła, o promieniu 10 cali, od środka jednej z jego cięciw wynosi 8 cali. Jak długą jest cięciwa?

93. Znajdźcie obwód prostokąta, którego jeden z boków ma 30 metrów, a przekątna 50 metrów.

94. Dom ma 30 stóp szerokości, prostopadła odległość szczytu dachu od poziomu poddasza wynosi 8 stóp. Znajdźcie długość belek dachu.



95. *AB*, długości 18 cali, jest styczną do okręgu w swym środkowym punkcie *C*; średnica koła ma 13 cali. Znajdźcie długość odcinka *EB*.

96. Jedno z równych ramion równoramiennego prostokątnego trójkąta ma 8 stóp długości. Znajdźcie długość podstawy. Dowiedźcie, że wysokość równa się połowie podstawy, posługując się rysunkiem z zadania 95ego.

97. Ramię równoramiennego prostokątnego trójkąta ma 10 stóp długości. Znajdźcie wysokość i powierzchnię trójkąta.

98. Wiele razy mieści się powierzchnia prostokątnego równoramiennego trójkąta w powierzchni kwadratu jego podstawy?

99. Znajdźcie wysokość trójkąta równobocznego, o bokach 10 calowych z dokładnością do dwóch cyfr dziesiętnych.

100. Znajdźcie przybliżoną wysokość i powierzchnię trójkąta równobocznego, o bokach 8 stopowych.

101. Znajdźcie powierzchnię rombu, którego boki mają po 9 stóp i którego krótsza przekątna równa się długości boku.

102. Czy możecie dowieść, że przekątne rombu przepoławiają się wzajemnie pod kątem prostym?

WSKAZÓWKA. Patrzcie twierdzenie 25.

103. Przekątne rombu mają 12 i 16 cali długości. Znajdźcie długość boku rombu. Czemu równa się jego powierzchnia?

104. Suma przekątnych rombu wynosi 34 cale, a dłuższa z nich jest o 14 cali dłuższa od krótszej. Znajdźcie długość przekątnych, obwód i powierzchnię rombu.

105. Dłuższa przekątna rombu, o bokach 26 centymetrowych, ma 48 centymetrów. Znajdźcie długość krótszej przekątnej.

106. Znajdźcie powierzchnię trójkąta równobocznego o bokach 12 calowych.

107. Ułóżcie sześć równych równobocznych trójkątów o bokach 12 centymetrowych wokoło wspólnego punktu i znajdźcie przybliżoną powierzchnię utworzonego w ten sposób sześciokąta.

108. Zawrzyjcie kąt 108^0 pomiędzy dwoma odcinkami 6 calowymi. Na krańcu jednego z tych odcinków zbudujcie kąt 108^0 po tej samej stronie od-

cinka. Powtarzajcie tę czynność, używając stale odcinków 6 calowych, dopóty dopóki nie zamkniecie pewnej figury płaskiej i napiszcie jej nazwę.

109. Połączcie każdy wierzchołek foremnego pięciokąta ze środkiem. Wiele i jakiego rodzaju trójkątów powstało przez to? Połączcie środkowy punkt podstawy jednego z trójkątów ze środkiem pięciokąta i napiszcie nazwę tego łączącego odcinka.

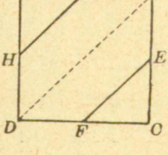
110. Nakreślcie foremny ośmiokąt o bokach 4 calowych zapomocą sposobu, opisanego w zadaniu 108em, budując kąty 135^0. Zmierzcie jego apotemę i znajdźcie przybliżoną powierzchnię.

111. W ten sam sposób nakreślcie foremny dziesięciokąt o bokach 4 calowych. Zmierzcie i obliczcie jego powierzchnię.

112. Wiele czasu zużyje pająk, przechodzący 3 cale na sekundę, na przejście po przekątnej przez pokój, mający 28 stóp długości i 21 szerokości?

113. Połączcie środkowe punkty dwóch przyległych boków kwadratu i przetnijcie kwadrat wzdłuż tej linii. Jaka część kwadratu została odcięta? Dowiedźcie tego.

114. Dany jest kwadrat *ABCD*, o powierzchni 74 cali kwadratowych. *H*, *G*, *E* i *F* są punktami środkowymi odpowiednich boków. Znajdźcie powierzchnię nieforemnego sześciokąta *GBEFDH*, oraz trapezu *DHGB*.



115. W tej samej figurze płaskiej znajdźcie długość przekątnej *DB*. Długość odcinka *HG*. Znajdźcie obwód trapezu *DHGB* i sześciokąta *GBEFDH*.

116. Znajdźcie długość cięciwy, odpowiadającej łukowi 90^0 w kole o promieniu 6 cali.

117. Znajdźcie obwód 90^0 odcinka koła o promieniu 7 cali.

118. Wytnijcie z tektury trójkąt prostokątny i trzymając jedną z przyprostokątnych pionowo obróćcie trójkąt dokoła niej. Jaką bryłę geometryczną zakreśli on w swym ruchu? Jaką powierzchnię zakreśli droga jego przeciwprostokątnej.

119. Wysokością stożka nazywamy prostopadłą odległość jego wierzchołka od podstawy. Tworzącą stożka nazywamy odległość jego wierzchołka od jakiegobądź punktu na okręgu podstawy. Jeżeli wysokość stożka ma 12 cali, a promień podstawy 5 cali, to jak długą jest jego tworząca? Jak wielką jest powierzchnia jego podstawy?

120. Jak długą jest tworząca stożka, mającego 24 cale wysokości i średnicę podstawy równą 14 calom?

121. Jaka jest długość najdłuższego odcinka, jaki można narysować na tablicy mającej 12 stóp długości i 5 szerokości?

122. Jaki najdłuższy drążek można przenieść skośnie przez drzwi, mające 8 stóp wysokości i 6 stóp szerokości?

PYTANIE. Czy końce tego drążka muszą być zaostrzone?

123. Jaka jest średnica największej obręczy, którą można przenieść przez bramę, mającą 12 stóp szerokości i 9 stóp wysokości?

124. Jedna z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego jest o 9 cali dłuższa od drugiej. Obwód trój-

kąta wynosi 108 cali, a przeciwprostokątna 45 cali. Znajdźcie drugą przyprostokątną, wysokość i powierzchnię trójkąta.

125. Foremny sześciokąt o bokach 5 calowych umieszczony jest wewnątrz koła, o średnicy $17^1/_2$ cali. Jaka jest powierzchnia płaszczyzny, zawartej pomiędzy obwodem sześciokąta, a okręgiem koła? Narysujcie to.

126. Foremny sześciokąt wpisany jest do okręgu koła o promieniu 28 cali. Wiele cali kwadratowych ma suma odcinków kołowych, odciętych od koła przez wszystkie boki sześciokąta?

127. Do tego samego koła wpisany jest trójkąt równoboczny. Znajdźcie powierzchnię odcinków kołowych, odciętych przez boki trójkąta.

PYTANIE. Jaką częścią foremnego wpisanego sześciokąta jest równoboczny trójkąt wpisany do tego samego koła?

128. Znajdźcie powierzchnię odcinka kołowego w łuku 120^0, odciętego od koła o promieniu 63 cali.

129. Umieśćcie dwa kwadraty o bokach 8 calowych i 6 calowych tak, aby ich boki tworzyły kąt prosty. Jak znaleźlibyście bok kwadratu równoważnego ich sumie?

WSKAZÓWKA. Patrzcie twierdzenie 54.

130. Znajdźcie bok kwadratu, równoważnego sumie kwadratów o bokach 8 i 6 calowych.

131. Znajdźcie obwód kwadratu, równoważnego sumie kwadratów o bokach 9 i 12 calowych.

132. Określcie co to są wielokąty podobne?

133. Nakreślcie trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 5 i 3 centymetrów. Nakreślcie

drugi, którego przyprostokątne byłyby do odpowiednich przyprostokątnych pierwszego w stosunku 2 : 1. Znajdźcie stosunek ich powierzchni.

134. Nakreślcie trójkąty prostokątne, których odpowiednie boki byłyby w stosunku 3 : 1 i wykażcie przy pomocy liczb, że ich powierzchnie będą w stosunku 9 : 1.

135. Dowiedliście, że powierzchnie podobnych trójkątów prostokątnych są w stosunku kwadratów odpowiednich boków. W ten sam sposób znajdźcie stosunek powierzchni prostokątów podobnych.

136. Czy koła są figurami podobnemi? Dowiedźcie, że powierzchnie kół są do siebie w stosunku kwadratów odpowiednich swych linii.

UWAGA. Doświadczalna geometrya wykaże wam słuszność następującego twierdzenia:

TWIERDZENIE 55. *Powierzchnie wielokątów podobnych są w stosunku kwadratów odpowiednich swych boków.*

137. Powierzchnia siedmiokąta, którego jeden bok ma 6 cali długości, wynosi 100 cali kwadratowych. Znajdźcie powierzchnię podobnego siedmiokąta, którego odpowiedni bok ma 9 cali długości.

138. Znajdżcie powierzchnię pięciokąta, którego najkrótszy bok ma 4 cm., wiedząc, że powierzchnia podobnego pięciokąta, którego najkrótszy bok ma 5 cm., wynosi 50 cm. kwadratrwych.

139. Pole, którego jeden bok ma 20 prętów długości, zawiera 5 akrów. Wiele akrów zawiera podobne pole, którego odpowiedni bok ma 15 prętów?

140. Mania ubrała dwie zupełnie jednakowe lalki, lecz różnej wielkości. Obręb fartuszka większej lalki miał 10 cali długości, a powierzchnia fartuszka 48 cali kwadratowych. Obręb fartuszka mniejszej lalki ma 5 cali długości. Jaka jest powierzchnia tego fartuszka?

141. Powierzchnia wielokąta, którego najdłuższy bok ma 18 cali, wynosi 36 cali kwadratowych. Znajdźcie najdłuższy bok podobnego wielokąta, mającego 64 cale kwadratowe powierzchni.

WSKAZÓWKA. Niechaj $x =$ długości szukanego boku.

142. Uzupełnijcie tablicę sześcianów liczb szeregu liczb naturalnych od 1 do 25. $1^3 = 1$, $2^3 = 8$ i t. d. Wyprowadźcie z niej tablicę sześcianów 10, 20 i t. d.

143. Zbudujcie sześcian odcinka 4 calowego.

UWAGA. Sześcian, mający wszystkie krawędzie równe danemu odcinkowi, nazywamy sześcianem tego odcinka.

144. Wiele ścian i wiele krawędzi ma sześcian?

145. Wiele jednocalowych sześcianów tworzy pierwszą warstwę sześcianu 4 calowego? Wiele ich zawiera się we wszystkich warstwach?

146. Znajdźcie objętość i powierzchnię zewnętrzną x^3, gdzie $x = 5$ calom.

147. Wiele jednocalowych sześcianów zawiera dolna warstwa sześcianu o wymiarach 8 calowych? Wiele warstw zawiera ten sześcian?

148. Jaka jest długość krawędzi sześcianu, zawierającego 2197 cali sześciennych? Jaka jest długość sumy wszystkich jego krawędzi?

149. Jak wielką jest powierzchnia jednej ściany sześcianu, zawierającego 5832 cale sześcienne? Jak wielką jest suma powierzchni wszystkich jego ścian?

150. Jaka jest objętość sześcianu, którego jedna ściana zawiera 81 centymetrów kwadratowych?

151. Znajdźcie objętość sześcianu, którego powierzchnia wynosi 294 centymetry kwadratowe.

152. Jak długi jest bok sześciennego naczynia, mającego pojemność 343 centymetrów sześciennych?

153. Długość, szerokość i wysokość pewnego pokoju są sobie równe. Zawiera on 729 stóp sześciennych objętości. Znajdźcie długość przekątnej podłogi tego pokoju.

154. Znajdźcie sumę długości wszystkich krawędzi sześcianu mającego objętość 125 centymetrów sześciennych.

155. Znajdźcie sumę powierzchni wszystkich ścian sześcianu, którego objętość wynosi 1728 cali sześciennych.

156. Znajdźcie sumę wszystkich przekątnych, jakie można nakreślić na ścianach sześcianu, o objętości 216 cali sześciennych.

157. Znajdźcie sumę obwodów wszystkich ścian sześcianu, o objętości 512 cali sześciennych.

158. Znajdźcie sumę powierzchni wszystkich kwadratów, jakie można wpisać do ścian sześcianu, o objętości 1331 cali sześciennych.

159. Wiele sześcianów jednocalowych można wyciąć z sześcianu, o krawędziach czterocalowych?

160. Wiele sześcianów o krawędziach $^1/_4$ calowych, można wyciąć z 1 cala sześciennego?

161. Wiele jednocalowych sześcianów można wyciąć z sześcianu, mającego krawędzie 3 calowe?

162. Wiele sześcianów o krawędziach 2 calowych można wyciąć z sześcianu o krawędziach 6 calowych?

163. Wiele sześcianów o krawędziach 3 calowych można wyciąć z sześcianu o krawędziach 6 calowych?

164. Znajdźcie krawędź sześcianu, będącego największą wspólną miarą dwóch sześcianów, o objętościach 27 i 216 cali sześciennych. Znajdźcie krawędź najmniejszego sześcianu, w którym każdy z danych mieści się całkowitą ilość razy.

165. Znajdźcie krawędź sześcianu, będącego najmniejszą wspólną wielokrotną dwóch sześcianów o objętościach 216 i 64 cali sześciennych. Znajdźcie największy sześcian, któryby się w nich mieścił całkowitą liczbę razy.

166. Wiele sześciennych centymetrów zawiera litr? Wiele sześciennych milimetrów zawiera centymetr sześcienny?

PYTANIE. Czy możecie zrobić sześcienny milimetr?

167. Znajdźcie sumę wszystkich krawędzi sześcianu, mającego 1728 cali sześciennych objętości.

168. Znajdźcie sumę wszystkich krawędzi 7 sześcianów, mających po 64 cale sześcienne objętości.

169. Znajdźcie sumę powierzchni wszstkich ścian sześcianu, zawierającego 125 cali sześciennych objętości.

170. Znajdźcie powierzchnię wszystkich ścian pudełka, mającego długość dwa razy większą od sze-

rokości, a szerokość równą wysokości, zaś objętość równą 128 calom sześciennym.

WSKAZÓWKA. Wymodelujcie taki kształt z gliny, albo zbudujcie z tektury, ąlbo wytnijcie z kartofla lub brukwi, albo najlepiej wytwórzcie sobie jasny jego obraz myślowy.

171. Znajdźcie powierzchnię wszystkich ścian pudełka, wiedząc, że jego wysokość równa się szerokości, że długość jest 2 razy większa od szerokości, zaś objętość wynosi 250 cali sześciennych.

172. Znajdźcie objętość prostopadłościanu, którego długość wynosi 5 cali, szerokość 4 cale, a wysokość 3 cale. Znajdźcie również powierzchnię jego ścian.

173. Znajdźcie objętość i powierzchnię wewnętrznych ścian pudełka, którego wewnętrzne wymiary są równe 8, 6 i 4 calom.

174. Dane są: $x =$ odcinkowi 3 calowemu, $y = 2$ calowemu. Zbudujcie x^3 i y^3. Zbudujcie prostokątną bryłę x^2y, oraz xy^2. Znajdźcie objętość i zewnętrzną powierzchnię każdej z tych brył.

175. Dany jest odcinek 2 calowy x i 1 calowy y. Zbudujcie bryłę odpowiadającą wyrażeniu $x^3 + y^3$, jeżeli jeden z kątów mniejszego sześcianu przylega do jednego z kątów większego. Znajdźcie powierzchnię wszystkich ścian tej bryły.

176. Wytnijcie sześcian jednocalowy przy wierzchołku sześcianu o krawędziach 2 calowych. Znajdźcie objętość pozostałej bryły i powierzchnię jej ścian.,

177. Znajdźcie objętość i powierzchnię ścian bryły, przedstawionej przez wyrażenie $x^3—y^3$, gdzie $x=$odcinkowi 4 calowemu, zaś $y = 3$ calowemu, a y^3 zostało wycięte przy wierzchołku x^3.

178. Dany jest odcinek 3 calowy x i 2 calowy y; zbudujcie bryłę złożoną z x^3, 3 x^2 y, 3 x y^2 i y^3, możliwie zbliżoną kształtem do sześcianu.

179. Przy pomocy klocków dowiedzcie, że sześcian sumy dwóch odcinków równa się sześcianowi pierwszego, więcej 3 razy wzięty iloczyn kwadratu pierwszego przez drugi, więcej 3 razy wzięty iloczyn pierwszego przez kwadrat drugiego, więcej sześcian drugiego.

180. Znajdźcie $x^3, 3x^2y$, 3 xy^2 i y^3, jeżeli $x =$ odcinkowi 3 calowemu, a $y =$ jednocalowemu, i zbudujcie z nich sześcian.

181. Znajdźcie powierzchnię ścian nieforemnej bryły, utworzonej przez umieszczenie sześcianu odcinka 4 calowego na sześcianie odcinka 5 calowego w ten sposób, aby środkowy punkt dolnej podstawy mniejszego sześcianu leżał na środkowym punkcie górnej podstawy większego i aby ich krawędzie były do siebie równoległe.

182. Jaki jest stosunek sześcianu 1 calowego do sześcianu odcinka 2 calowego? Sześcianu odcinka 2 calowego do sześcianu odcinka 5 calowego?

183. Czy możecie dowieść, że objętości dwóch sześcianów są w stosunku sześcianów krawędzi? Czy sześciany są bryłami podobnemi?

UWAGA. Doświadczalna geometrya wykaże wam słuszność następujących trzech, blizko ze sobą skojarzonych, twierdzeń, które będą wam bardzo użytecznemi.

TWIERDZENIE 56. *W bryłach podobnych odpowiednie odcinki są proporcyonalne.*

TWIERDZENIE 57. *W bryłach podobnych powierzchnie odpowiednich ścian są proporcyonalne do kwadratów odpowiednich odcinków.*

TWIERDZENIE 58. *Objętości brył podobnych są proporcyonalne do sześcianów odpowiednich odcinków.*

184. Pewien fabrykant robi piece jednakowego kształtu, lecz różnych wielkości. Wielkość № 4 ma 3 stopy wysokości; wielkość № 18—6 stóp wysokości. Jaka jest szerokość drzwiczek większego pieca, jeżeli odpowiednie drzwiczki mniejszego mają 6 cali szerokości?

Mosiężny pręt większego pieca ma 4 stopy i 2 cale długości. Jak długi jest odpowiedni pręt mniejszego? Nóżki większego pieca mają 10 cali wysokości; jak wysokie są nóżki mniejszego?

185. Powierzchnia drzwi pieca № 18 ma 17 cali kwadratowych. Wiele cali kwadratowych płyty żelaznej trzeba zużyć na zrobienie odpowiednich drzwi do № 4? Palenisko № 4 ma 20 cali kwadratowych. Wiele cali kwadratowych ma palenisko № 18? Do № 4 potrzeba 36 cali kwadratowych miki. Wiele potrzeba jej do № 18? № 18 ma 80 cali kwadratowych wykończenia niklowego. Wiele ma go № 4?

186. Wiele razy większą jest sześcienna zawartość № 18 od zawartości № 4? Jeżeli na zrobienie № 4 potrzeba 75 funtów żelaza, to wiele ich potrzeba na zrobienie № 18?

187. Z dwóch pokoi zupełnie identycznych pod względem kształtu i rozmieszczenia, większy ma 20 stóp długości, a mniejszy 18. Jak wysoki jest większy pokój, jeżeli mniejszy ma 9 stóp wysokości?

188. Na pokrycie podłogi większego pokoju wyszło 50 łokci dywanu. Wiele łokci tego samego dywanu wyjdzie na pokrycie mniejszego z tych pokoi? Wiele rolek tapety potrzeba na wytapetowanie mniejszego pokoju, jeżeli na większy pokój wyszło 15 rolek tapety o tej samej szerokości?

189. Jeżeli mniejszy pokój zawiera 2187 stóp sześciennych, objętości, to jaka jest objętość większego?

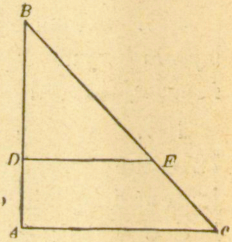
190. Wiele żelaznych kul, o średnicy = 2 calom, będzie swym ciężarem równało się ciężarowi 1 kuli żelaznej o średnicy = 10 calom?

191. Wazon o wysokości 8 cali ma pojemność= 72 calom sześciennym. Wiele cali sześciennych pojemności będzie miał wazon tego samego kształtu, lecz o wysokości 4 cali?

ROZDZIAŁ XV.

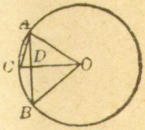
POWTÓRZENIE № 5.

1. AB jest prostopadłą do AC; DE jest równoległą do AC. $BA =$ 21 centymetrom; $AC = 20$ centymetrom; znajdźcie BC. BD ma 14 centymetrów; znajdźcie DA, EC i DE. Przytoczcie geometryczne twierdzenie, przy pomocy którego rozwiązujecie to zadanie.



2. Promień koła ma 10 cali. Znajdźcie odległość środka tego koła od środkowego punktu cięciwy, mającej 12 cali długości.

3. Cięciwa AB ma 18 cali; promień 15 cali· Znajdźcie długość cięciwy AC, odpowiadającej połowie łuku ACB.



WSKAZÓWKA. Znajdźcie DO, potem DC.

4. Ułóżcie i rozwiążcie dowolne własne zadanie oparte na fakcie, że promień prostopadły do cięciwy przepoławia ją.

5. Wyraźcie w najmniejszych liczbach jaką część okręgu stanowi łuk 66 stopniowy.

6. Pewien okręg podzielono na 3 łuki. Pierwszy z nich jest o 50^0 większy od drugiego, a drugi o 50^0 większy od trzeciego. Znajdźcie wielkość każdego.

7. Jak długi będzie każdy z łuków, opisanych w zadaniu 6-em, jeżeli średnica koła ma 21 stóp długości?

8. Wiele stopni ma łuk koła, jeżeli pozostały łuk jest 5 razy większy od danego? Jaka jest długość danego łuku, jeżeli promień koła ma 15 centymetrów długości?

9. Znajdźcie obwód 90 stopniowego wycinka kołowego w kole, o promieniu $17^1/_2$ cali.

10. Znajdźcie obwód wycinka 30^0-ego, w kole którego okręg ma $16^1/_2$ cali długości.

11. Znajdźcie obwód 90^0-ego, odcinka kołowego, w kole, o promieniu 28 centymetrów.

12. Znajdźcie obwód odcinka o łuku 60^0 w kole o promieniu $38^1/_2$ cali.

13. Znajdźcie różnicę obwodów wycinka i odcinka kołowego o łuku 180^0 w kole, o promieniu $52^1/_2$ milimetrów.

14. Dopełnienie pewnego kąta jest o 20^0 większe od podwojonego kąta danego. Wiele stopni ma spełnienie kąta danego?

15. Znajdźcie kąt, będący największą wspólną miarą trzech kątów, utworzonych wokoło środka koła tak, iż łuk pierwszego jest o 10^0 większy od jednego z sąsiednich łuków, a o 10^0 mniejszy od drugiego.

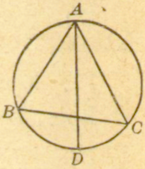
16. Wiele stopni ma łuk wycinka, będącego największą wspólną miarą dwóch wycinków tego samego koła o łukach 60^0 i 80^0?

17 Wiele stopni ma łuk wycinka, będącego najmniejszą wspólną wielokrotną dwóch wycinków tego samego koła, mających łuki 30^0 i 40^0?

18. Kiedy odcinek kołowy jest jednocześnie i wycinkiem?

19. Nakreślcie koło i wpiszcie do niego 2 kąty proste w ten sposób, aby jeden nie zachodził na drugi.

20. Dwa łuki, z których jeden jest o 30^0 większy od 4 razy wziętego drugiego, tworzą okręg. Wiele stopni ma każdy z kątów, mierzonych temi łukami?



21. *AD* jest średnicą. Łuk $DC=50^0$. Łuk $BD=80^0$. Znajdźcie wszystkie kąty trójkąta *ABC*.

22. Jak długi jest łuk, na którym wspiera się 30^0 kąt, wpisany do koła o promieniu 12 cali?

23. Co jest większe, czy kąt *ABC*, utworzony przez 2 sieczne wsparte na łuku *AC*, czy też wpisany kąt *ADC*, wsparty na tym samym łuku? Dlaczego?

24. Wiele obrotów wykona koło o średnicy 6 stóp i 5 cali, dla przejechania 14 stóp?

25. Znajdźcie odległość środka koła, o promieniu 13 cali od środkowego punktu jego cięciwy, mającej 24 cale długości.

26. Promieniem 6 cali nakreślcie koło, a w nim dwa prostopadłe promienie. Przepołówcie promieniem kąt przez nie utworzony. Nakreślcie styczną w końcu tego promienia dwójsiecznego. Przedłużcie pro-

mienie, tworzącego kąt, aż do spotkania się ze styczną. Jaka jest powierzchnia powstałego tym sposobem trójkąta?

27. Obwód równoramiennego trójkąta ma 72 cale. Każde z równych ramion jest o 6 cali dłuższe od podstawy. Znajdźcie każdy bok, wysokość i powierzchnię trójkąta.

28. Jaką częścią średnicy koła jest wysokość wpisanego doń równobocznego trójkąta?

29. Bok AB różnobocznego trójkąta ABC jest o 7 cali dłuższy od boku BC, zaś bok BC o 3 cale dłuższy od boku AC. Obwód ma 25 cali. Znajdźcie każdy bok.

30. Najdłuższy bok w trójkącie różnobocznym jest o 5 cali dłuższy od średniego, a ten jest dwa razy dłuższy od najkrótszego. Znajdźcie długość każdego boku trójkąta, wiedząc że jego obwód wynosi 55 cali.

31. Suma równych ramion trójkąta równoramiennego jest o 12 metrów większa od jego podstawy. Obwód trójkąta wynosi 48 metrów. Znajdźcie długość każdego boku, wysokość i powierzchnię trójkąta.

32. Znajdźcie wielkość kątów trójkąta równoramiennego, którego kąt przy wierzchołku stanowi $^1/_8$ sumy kątów przy podstawie.

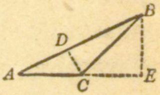
33. Jaką częścią powierzchni trójkąta, o podstawie $16^2/_3$ centymetrów, a wysokość $4^1/_2$ milimetrów, jest powierzchnia trójkąta, mającego podstawę równą 12 centymetrom, a wysokość równą 3 milimetrom?

34. Nakreślcie trójkąt równoboczny o bokach 3 calowych i znajdźcie stosunek jego powierzchni do

powierzchni trójkąta równobocznego o bokach 1 calowych.

35. Znajdźcie stosunek powierzchni dwóch równobocznych trójkątów, których boki są w stosunku 4 : 3.

36. Bok AB ma 36 cali. CD, prostopadła do niego ma 9 cali; BE, prostopadła do boku AC ma 20 cali, Znajdźcie długość AC?



37. Powierzchnia równoramiennego trójkąta ma 1452 stopy kwadratowe, a wysokość ma 44 stopy. Znajdźcie jego obwód.

38. Suma równych boków i wysokości równoramiennego trójkąta równa się 49 calom. Różnica pomiędzy jednym z równych boków, a wysokością wynosi 2 cale. Podstawa ma 16 cali. Znajdźcie powierzchnię i obwód trójkąta.

PYTANIA: Czy przez x należy oznaczyć jedno z ramion, czy wysokość trójkąta? Czy możecie nakreślić trójkąt równoramienny, mający wysokość równą lub większą niż równe ramię?

39. Nakreślcie odcinek AB, oraz odcinek, którego każdy punkt byłby w równej odległości od A i od B. Przytoczcie twierdzenie geometryczne, którem się tu kierujecie.

40. Znajdźcie wysokość i powierzchnię trójkąta równoramiennego, którego podstawa ma 40 milimetrów, a ramiona po 29 milimetrów.

41. Zbudujcie równoboczny trójkąt na każdym boku kwadratu, o bokach 8 calowych i znajdźcie powierzchnię powstałej tym sposobem gwiazdy.

42. Długość prostokąta wynosi 18 milimetrów, a szerokość stanowi $^2/_3$ długości. Gdybyśmy jego szerokość zmniejszyli o 3 milimetry, to ile musielibyśmy dodać do długości, aby zachować tę samą powierzchnię.

43. Szerokość prostokąta ma 12 stóp, a długość $1^2/_3$ razy tyle. Gdyby długość była zmniejszona o 4 stopy, a szerokość powiększona o 4 stopy, to jaka powstałaby figura płaska? O ile powiększonym został pierwotny prostokąt?

44. Nakreślcie prostopadłe w każdym krańcu obu przekątnych kwadratu i przedłużcie je aż do zamknięcia niemi figury płaskiej. Jaka powstała tym sposobem figura? W jakim stosunku jest ona do danego kwadratu?

45. Znajdźcie liczbą centymetrów kwadratowych, zawartą w powierzchni prostopadłościanu, mającego 4 decymetry długości, 3 decymetry szerokości i 2 decymetry wysokości. Ile litrów zawiera ten prostopadłościan?

46. Nakreślcie 2 odcinki długości 5 cali i 6 cali i dowiedzcie, że kwadrat pierwszego, więcej podwojony prostokąt ich iloczynu, więcej kwadrat drugiego, tworzą kwadrat o bokach 11 calowych.

47. Wytnijcie dwie figury płaskie, jedną będącą prostokątem sumy i różnicy dwóch odcinków, drugą będącą różnicą ich kwadratów i dopasujcie jedną do drugiej.

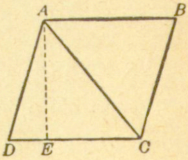
48. Znajdźcie powierzchnię foremnego sześciokąta, o bokach 12 centymetrowych.

49. Obwód równoległoboku ma 24 centymetry. Różnica pomiędzy dwoma sąsiednimi bokami wynosi 2 centymetry, znajdźcie każdy.

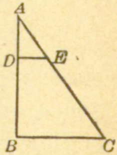
50. Co jest większe, czy kwadrat o bokach 5 calowych, czy równoległobok, o podstawie i wysokości równej 5 calom. Która z tych fiigur płaskich ma większy obwód?

51. Dwie poziome równoległe, odległe od siebie o 8 cali, przecięte są dwiema pionowemi równoległemi, odległemi od siebie o 8 cali. Jakiego rodzaju figurę płaską zamykają one i jaka jest jej powierzchnia? Jeżeli pionowe równoległe pochylimy tak, aby z poziomemi tworzyły kąt 60^0, pozostając odległymi od sieble o 8 cali, to jaką nazwę nadaćie otrzymąnej tym sposobem figurze płaskiej i jaka będzie jej powierzchnia?

52. Bok jednego kwadratu jest o 1 stopę większy od boku drugiego kwadratu, a suma ich obwodów $=$ 84 stopom. Znajdżcie sumę powierzchni tych kwadratów.



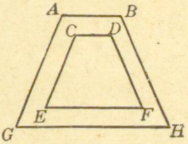
53. Wysokość $AE = 10$ centymetrom; $DE = 3$ centymetrom; $EC =$ 8 centymetrom; znajdźcie powierzchnię równoległoboku $ABCD$?



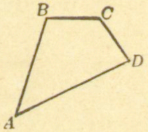
54. $AD = {}^1/_3\ AB$; DE jest równoległą do BC. Obwód trójkąta ABC wynosi 30 cali. Znajdźcie obwód trójkąta ADE i przytoczcie odnośne twierdzenie geometryczne.

55. Dłuższy bok równoległoboku jest 2 razy dłuższy od krótszego, a obwód wynosi 54 cale.

Znajdźcie obwód podobnego równoległoboku, którego krótsze boki mają po 6 cali długości.



56. *ABHG* ma 60 cali. *AG* i *BH* są równe i każde 2 razy większe od *AB*, zaś o 4 cale mniejsze od *GH*. Trapezy są podobne. $CD = 4^1/_2$ calom. Znajdźcie wszystkie boki obu trapezów.



57. Nieforemny czworobok *ABCD* ma boki *BC* i *CD* równe. *AB* jest o 8 cali dłuższe od *BC*, zaś *AD* o 12 dłuższe od *CD*. Obwód ma 56 cali długości. Znajdźcie odcinek, będący największą wspólną miarą wszystkich boków.

58. Obwody dwóch podobnych nieforemnych czworoboków wynoszą 27 i 36 cali. Czemu równa się najkrótszy z boków większego, jeżeli najkrótszy z boków mniejszego ma 6 cali długości?

59. Jaka jest powierzchnia największego koła, jakie możemy wyciąć z kawałka papieru, będącego kwadratem 14 cali?

60. Jaka jest powierzchnia pierścienia kolistego, zawartego pomiędzy okręgami dwóch współśrodkowych kół o średnicach 20 i 10 calowych?

61. Naokoło okrągłego skweru o średnicy 40 stóp jest ścieżka mająca 4 stopy szerokości. Znajdźcie powierzchnię tej ścieżki?

62. Okręg koła *A* jest 3 razy dłuższy od okręgu koła B. Cięciwa odpowiadająca łukowi 60^0 w kole *A* ma 5 centymetrów. Jak długą jest cięciwa, odpowiadająca łukowi 60^0 w kole *B*?

63. Nakreślcie 2 proste równoległe, przecięte sieczną tak, aby jeden z kątów zewnętrznych był o 10^0 większy od kąta przyległego i oznaczcie ilość stopni w każdym z ośmiu utworzonych kątów.

64. Jeden z kątów równoległoboku ma 70^0. Znajdźcie stosunek przyległego doń kąta zewnętrznego do kąta przeciwległego.

65. W jaki sposób znajdujecie liczbę stopni w kątach wielokąta?

66. Wiele stopni ma każdy kąt foremnego wielokąta o 14 bokach?

67. Wiele stopni ma każdy zewnętrzny kąt foremnego ośmiokąta? Pięciokąta? Dziesięciokąta? Dwudziestokąta?

68. Jaki jest stosunek sumy kątów zewnętrznych foremnego pięciokąta do sumy kątów zewnętrznych foremnego ośmiokąta?

69. Opiszcie koło o promieniu 6 cali na foremnym sześciokącie. Jaki jest stosunek obwodu sześciokąta do okręgu koła?

70. *A* i *B* wyruszają z jednego punktu. *A* jedzie w kierunku północnym z szybkością 8 wiorst na godzinę; *B* w kierunku zachodnim z szybkością 6 wiorst na godzinę. W jakiej odległości od siebie będą oni po upływie 7 godzin?

71. Wiele razy mieści się kwadrat o bokach 3 calowych w kwadracie o bokach 5 razy dłuższych?

72. Wiele razy mieści się sześcian o krawędziach 2 calowych w sześcianie o krawędziach 5 razy dłuższych?

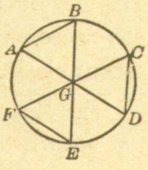
73. Nazwijcie figurę płaską, nie mającą wcale kątów?

74. Trzymajcie kartkę papieru pionowo tak, aby jedna jej krawędź leżała na stole; zachowując jej położenie pionowe, posuwajcie ją z jednego końca stolu do drugiego. Czem będzie droga ruchu jej górnej krawędzi? Jaką bryłę geometryczną tworzy droga całej kartki?

75. Gdyby kartka poruszana z jednego końca stołu do drugiego, miała 8 cali długości, i 5 szerokości a stół 15 cali szerokości, i jeden z krótszych boków kartki dotykał do stołu, to jaka byłaby powierzchnia płaszczyzny zakreślonej przez jej górną krawędź? Jaka byłaby powierzchnia ścian prostopadłościanu zakreślonego przez kartkę?

76. Wiele może być kul, mających wspólny środek?

77. Pomyślcie sobie 2 kule, różnej wielkości, mające wspólny środek. Czy powierzchnie ich są równoległe?



78. *A*, *B*, *C*, *D*, *E* i *F* są punktami leżącymi w równych od siebie odległościach na okręgu koła o promieniu $10\frac{1}{2}$ cala, o ile większa jest suma obwodów wskazanych na rysunku trójkątów od długości okręgu koła? O ile większą jest suma obwodów wycinków, zawartych pomiędzy trójkątami, od sumy obwodów trójkątów?

79. Znajdźcie długość krawędzi sześcianu, którego suma powierzchni wszystkich ścian = 150 centymetrom kwadratowym.

80. Znajdźcie objętość sześcianu, którego suma krawędzi wynosi 72 decymetry.

81. Na jakiej linii na płaszczyźnie leżą wszystkie punkty, odległe o 30 cali od środka koła o średnicy 40 cali. Objaśnijcie to.

82. Zbudowano dwa zupełnie podobne pomniki, jeden wysokości 3 stóp, a drugi o wysokości 27 stóp. Krawędź podstawy mniejszego wynosi 4 stopy; znajdźcie długość odpowiedniej krawędzi podstawy większego pomnika. Powierzchnia szczytu większego pomnika wynosi 324 stopy kwadratowe. Znajdźcie powierzchnię szczytu mniejszego pomnika. Mniejszy waży 200 funtów; znajdźcie wagę większego pomnika.

83. Z dwóch stogów siana, jednakowego kształtu, jeden ma 10 stóp wysokości i zawiera 4 tonny. Wiele tonn zawiera drugi, jeżeli wysokość jego wynosi 20 stóp?

84. Z dwóch jednakowego kształtu piwnic, większa ma długości 28 stóp, i długość ta jest równa podwojonej długości mniejszej piwnicy. Większa piwnica ma 24 stopy szerokości, i 10 stóp głębokości. Znajdźcie sześcienną pojemność każdej z piwnic. Jaki jest stosunek ich pojemności? Ich powierzchni?

85. Z dwóch jednakowego kształtu książek jedna jest dwa razy grubsza od drugiej. Mniejsza książka waży 3 uncje; wiele waży większa?

· KONKRETNA GEOMETRYA — HORNBROOK ·