

6.8.2 — teoria plazmy  
6.7.1. — mechanika gazów

P. 269

**Barbara Atamaniuk**

**WYBRANE ZAGADNIENIA ODDZIAŁYWANIA  
FAŁ ELEKTROMAGNETYCZNYCH  
Z TURBULENTNĄ PLAZMĄ**

9/1993



**WARSZAWA 1993**

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 18 grudnia 1992 r.



56681



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN  
Nakład 100 egz. Ark.wyd. 1,5 Ark.druk. 2,0  
Oddano do drukarni w marcu 1993 r.

---

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.  
Warszawa, ul.Jasną 1

Barbara Atamaniuk  
Zakład Mechaniki  
Cieczy i Gazów

WYBRANE ZAGADNIENIA ODDZIAŁYWANIA  
FAŁ ELEKTROMAGNETYCZNYCH Z TURBULENTNĄ PLAZMĄ

I. UOGOLNIONE KINETYCZNE RÓWNANIA POLA NIELINIOWEJ  
ELEKTRODYNAMIKI.

Oddziaływanie fal elektromagnetycznych w plazmie można rozpatrywać jako jedno z zagadnień nieliniowej elektrodynamiki. Elektrodynamika ośrodków materialnych jest faktycznie nieliniowa w wyniku nieliniowości równań materiałowych. W naszych rozważaniach ograniczymy się do efektów związanych ze stosunkowo słabą nieliniowością ośrodka, tzn. taką, że równanie materiałowe można przedstawić w postaci szeregu względem potęg pola elektromagnetycznego i ograniczyć się skończoną, niewielką liczbą jego wyrazów. Nieliniowa elektrodynamika rozwija się szczególnie intensywnie w związku z dwoma kierunkami badań. Pierwszy z nich to teoria słabo turbulენტnej plazmy czyli nieliniowe oddziaływanie drgań własnych plazmy. Drugi - to nieliniowa optyka. Zbieżność między tymi dwoma kierunkami polega na korzystaniu z nieliniowych równań materiałowych (konstitutywnych) oraz konstrukcji przybliżonych równań dla pól elektromagnetycznych opisujących zjawiska nieliniowe. Natomiast istotna różnica między tymi kierunkami związana

jest z tym, że teoria turbulენტnej plazmy oparta jest na rozwiązywaniu zagadnień statystycznej elektrodynamiki, w której relacje fazowe między oddziałującymi falami nie są ustalone. Podczas gdy w zagadnieniach nieliniowej optyki, fazy fal są ustalone. Równania materiałowe przedstawiamy w postaci szeregów wielokrotnych całek. Konstrukcja przybliżonych rozwiązań polega na wykorzystaniu skończonej ilości wyrazów tego szeregu. Tego typu postępowanie jest charakterystyczne np. dla zagadnień nieliniowej optyki, nieliniowej mechaniki ośrodków z pamięcią (polimerów), elektrodynamiki plazmy, itp. W ośrodku materialnym pod wpływem zewnętrznych źródeł lub pól indukuje się gęstość prądu i ładunku. Natężenie pola elektrycznego  $\vec{E}$  i indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  spełniają następujące równania:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi (\rho + \rho_0) \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\vec{j} + \vec{j}_0) \quad ; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie  $\rho_0$ ,  $\vec{j}_0$  - odpowiednio: gęstości ładunku i prądu zewnętrznych źródeł pola.

$\rho$ ,  $\vec{j}$  - gęstości ładunku i prądu indukowane w ośrodku. Wielkości  $\rho$ ,  $\vec{j}$  spełniają równanie ciągłości:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (2)$$

Fizyczny sens pól  $\vec{E}$  i  $\vec{B}$  związany jest z wyrażeniem na siłę  $\vec{F}$  działającą na próbny ładunek  $e$  poruszający się z prędkością  $\vec{v}$ :

$$\bar{F} = e \left[ \bar{E} + \frac{1}{c} (\bar{v} \times \bar{B}) \right] \quad (3)$$

Aby układ równań, był układem zamkniętym konieczny jest związek gęstości indukowanych prądów z polami  $\bar{E}$  i  $\bar{B}$  (tzn. tzw. równanie materiałowe). Ponieważ w przypadku plazmy nie wprowadza się podziału prądu na części, a w szczególności przeciwstawianie sobie prądu indukcyjnego i przesunięcia. Wprowadzamy wielkość indukcji elektrycznej w następujący sposób:

$$\bar{D}'(\bar{r}, t) = \bar{E}(\bar{r}, t) + 4\pi \int_{-\infty}^t dt' \bar{j}(\bar{r}, t') \quad (4)$$

Tak zdefiniowana wielkość  $\bar{D}'$  łączy prąd indukcyjny z prądem przesunięcia. Widać, że nieliniowa część  $\bar{D}'$  określona jest wyłącznie przez indukowany w ośrodku prąd (dalej znak " ' " będziemy opuszczać). Wykorzystując równanie ciągłości (2) i zakładając  $\bar{j}_0 = 0$ ,  $\bar{j}_0 = 0$  (ponieważ będziemy interesować się procesami zachodzącymi niezależnie od konkretnych postaci zewnętrznych źródeł) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \bar{\nabla} \cdot \bar{D} &= 0 & \bar{\nabla} \times \bar{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \\ \bar{\nabla} \cdot \bar{B} &= 0 & \bar{\nabla} \times \bar{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (5)$$

Widać, że otrzymanie równania materiałowego sprowadza się do określenia zależności  $\bar{D}$  od pola elektromagnetycznego, a dokładniej ze względu na równanie:

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = \bar{D} \times \bar{E}$$

do określenia zależności  $\bar{D}$  od pola elektrycznego. Postulując równanie materiałowe musimy uwzględnić kilka

faktów: czasowo-przestrzenną dyspersję (prowadzi to do nielokalnego związku materiałowego), stosunkowo nieduże amplitudy pola (jest to ograniczenie pozorne, ponieważ interesując się wyłącznie zagadnieniami oddziaływania fal elektromagnetycznych faktycznie do tego się ograniczamy)<sup>(1,2)</sup>. Założenia te prowadzą do możliwości zapostulowania związku materiałowego w postaci całkowo-potęgowej sumy względem pola elektrycznego<sup>(3)</sup>:

$$D_i(\vec{r}_1, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} d\vec{r}_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 \dots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_n \int d\vec{r}_n \times$$

$$\times E_{i(j_1) \dots j(n)}(t-t_1, \vec{r}-\vec{r}_1; \dots; t_{n-1}-t_n, \vec{r}_{n-1}-\vec{r}_n; t_n, \vec{r}_n) \times^{(6)}$$

$$\times E_{j(n)}(t_n, \vec{r}_n) \dots \cdot E_{j(1)}(t_1, \vec{r}_1)$$

Zależność od ostatnich argumentów  $t_n$ ,  $\vec{r}_n$  w jądrze jest istotna tylko gdy rozważany ośrodek jest niestacjonarny ( $t_n$ ) i niejednorodny ( $\vec{r}_n$ ). W wyniku nieliniowego oddziaływania zarówno fazy jak i amplitudy fal zmieniają się w czasie i przestrzeni, dlatego jest sens mówić o amplitudach (zespolonych) kwazimonochromatycznych fal płaskich:

$$\bar{E}(\vec{r}, t) = \bar{E}(\vec{r}, t, \omega, \vec{k}) e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}} + c.c$$

gdzie  $\omega$  i  $\vec{k}$  - rzeczywista częstość i wektor falowy fali elektromagnetycznej. Zależność amplitudy fali w prawej stronie równania (7) od  $(\vec{r}, t)$  odzwierciedla wolną w porównaniu z  $e^{-i(\omega t + \vec{k}\vec{r})}$  zależność od czasu i przestrzeni. Aby otrzymać równania opisujące czasowo-przestrzenne zmiany tych amplitud postępuje się analogicznie jak w przypadku liniowym tzn. wykorzystując równanie Poyntinga:

$$\frac{1}{4\pi} \left\{ \bar{E} \cdot \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{B} \cdot \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right\} = -\frac{c}{4\pi} \nabla \cdot (\bar{E} \times \bar{B}) \quad (8)$$

wykorzystując równania Maxwella i wyliczając  $\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$  z zapostulowanego związku materiałowego (6) przy założeniach, że: 1) charakterystyczne czasy zmiany amplitud są duże w porównaniu z okresem drgań; 2) charakterystyczne zmiany przestrzenne amplitud są duże w porównaniu z długością fali, otrzymamy następujące przybliżone wyrażenie:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \bar{D}_i(\vec{r}, t) \simeq & e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}} \varepsilon_{ij}^*(\omega, \vec{k}) \bar{E}_j(\vec{r}, t; \omega, \vec{k}) + \\ & + i\omega e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}} \varepsilon_{ij}^*(\omega, \vec{k}) \bar{E}_j(\vec{r}, t; \omega, \vec{k}) + \\ & + e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}} \frac{\partial}{\partial \omega} [\omega \varepsilon_{ij}^H(\omega, \vec{k})] \frac{\partial}{\partial t} \bar{E}_j(\vec{r}, t; \omega, \vec{k}) + \\ & + e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}} \frac{\partial}{\partial \omega} [\omega \varepsilon_{ij}^H(\omega, \vec{k})] \frac{\partial}{\partial t} \bar{E}_j(\vec{r}, t; \omega, \vec{k}) - \\ & - e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} [\omega \varepsilon_{ij}^H(\omega, \vec{k})] \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \bar{E}_j(\vec{r}, t; \omega, \vec{k}) - \end{aligned} \quad (9)$$

$$- e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} [\omega \epsilon_{ji}^H(\omega, \vec{k})] \frac{\partial}{\partial \vec{r}} E_j^*(\vec{r}, t; \omega, \vec{k}) - \\ - i\omega \delta D_i'(\omega, \vec{k}) + i\omega \delta D_i^{*\prime}(\omega, \vec{k})$$

gdzie:

$$\delta D'(\omega, \vec{k}) = \sum_{n=2}^{\infty} \int d\omega_n d\vec{k}_1 \dots d\omega_{n-1} d\vec{k}_{n-1} \times$$

$$\times \epsilon_{ijn} \dots j(\omega) (\omega, \vec{k}; \omega_1, \vec{k}_1, \dots; \omega_{n-1}, \vec{k}_{n-1}) \times \quad (10)$$

$$\times E_j(\omega) (\omega - \omega_1, \vec{k} - \vec{k}_1) \dots E_j(\omega_{n-1}) (\omega_{n-2} - \omega_{n-1}, \vec{k}_{n-2} - \vec{k}_{n-1}) E_j(\omega) (\omega_{n-1}, \vec{k}_{n-1})$$

Wstawiając (9) i (10) do równania Poyntinga i uśredniając po czasie znacznie przewyższającym okres drgań fali dostajemy:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \omega M_{ij}^H(\omega, \vec{k})}{\partial \omega} \langle E_j(\omega, \vec{k}) E_i^*(\omega, \vec{k}) \rangle -$$

$$- \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \omega H_{ij}^H(\omega, \vec{k})}{\partial \vec{k}} \langle E_j(\omega, \vec{k}) E_i^*(\omega, \vec{k}) \rangle =$$

$$= i \frac{\omega}{4\pi} \left\{ \epsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) \langle E_j(\omega, \vec{k}) E_i^*(\omega, \vec{k}) \rangle - \right.$$

$$\left. - \epsilon_{ij}^*(\omega, \vec{k}) \langle E_i(\omega, \vec{k}) E_j^*(\omega, \vec{k}) \rangle \right\} +$$

(11)

$$+ i \frac{\omega}{4\pi} \int d\omega' d\vec{k}' \left\{ \epsilon_{ijs}(\omega, \vec{k}; \omega', \vec{k}') \langle E_i^*(\omega, \vec{k}) E_j(\omega - \omega', \vec{k} - \vec{k}') E_s(\omega', \vec{k}') \rangle \right.$$

$$\left. - \epsilon_{ijs}^*(\omega, \vec{k}, \omega', \vec{k}') \langle E_i^*(\omega, \vec{k}) E_j(\omega - \omega', \vec{k} - \vec{k}') E_s(\omega', \vec{k}') \rangle \right\} +$$



$$+ i \frac{\omega}{4\pi} \int d\omega' d\bar{k}' d\omega'' d\bar{k}'' \left\{ \varepsilon_{ij\gamma\sigma}(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}'; \omega'' \bar{k}'') \langle E_i^*(\omega, \bar{k}) E_j(\omega - \omega', \bar{k} - \bar{k}') \times \right. \\ \times E_\gamma(\omega' - \omega'', \bar{k}' - \bar{k}'') E_\sigma(\omega'', \bar{k}'') \rangle - \varepsilon_{ij\gamma\sigma}^*(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}'; \omega'' \bar{k}'') \times \\ \times \langle E_i(\omega, \bar{k}) E_j^*(\omega - \omega', \bar{k} - \bar{k}') E_\gamma(\omega' - \omega'', \bar{k}' - \bar{k}'') E_\sigma(\omega'', \bar{k}'') \rangle$$

Oznaczenia:

$$M_{ij}(\omega, \bar{k}) \equiv \varepsilon_{ij}(\omega, \bar{k}) - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right)$$

$$M_{ij}^H(\omega, \bar{k}) = \varepsilon_{ij}^H(\omega, \bar{k}) - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right)$$

$\varepsilon_{ij}^H$  ,  $M_{ij}^H$  -hermitowskie części odpowiednich tensorów.

W naszym przypadku fazy fal są nieuporządkowane i równanie (11) można uśrednić (3, 4, 5). Uśredniać będziemy po zespole statystycznym (np. Klimontowicza):

$$\langle E_j(\omega, \bar{k}) E_i^*(\omega, \bar{k}) \rangle = \delta(\omega - \omega') \delta(\bar{k} - \bar{k}') (E_j E_i)_{\omega \bar{k}} \quad (12)$$

gdzie  $(E_i E_j)_{\omega \bar{k}}$  jest spektralną gęstością fluktuacji pola elektrycznego. Zakładamy również, że średnia wartość natężenia pola elektrycznego w ośrodku jest zerem:

$$\langle \vec{E}(\omega, \bar{k}) \rangle = 0 \quad (13)$$

Ograniczając się do wyrazów czwartego stopnia względem pola  $E_i$  otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k})}{\partial \omega} (E_j E_i)_{\omega \bar{k}} - \frac{\partial}{\partial \bar{k}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega M_{ij}^M(\omega, \bar{k})}{\partial \bar{k}} (E_j E_i)_{\omega \bar{k}} = \\ & = 2i \varepsilon_{ij}^a(\omega, \bar{k}) (E_j E_i)_{\omega, \bar{k}} + \\ & + \int_{\text{om}} d\omega' d\bar{k}' \left\{ A_{ia}^*(\omega, \bar{k}) S_{ijs}(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}') (E_s E_i)_{\omega \bar{k}} (E_i E_b)_{\omega' \bar{k}'} + (14) \right. \\ & + 2 A_{jb}(\omega, \omega', \bar{k}, \bar{k}') S_{ijs}(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}') S_{bca}(\omega, \omega'; \bar{k}, \bar{k}'; \omega, \bar{k}) \times \\ & \left. \times (E_s E_c)_{\omega' \bar{k}'} (E_a E_i)_{\omega \bar{k}} - 2 V_{isac}(\omega, \bar{k}, \omega' \bar{k}') (E_a E_i)_{\omega \bar{k}} (E_c E_s)_{\omega' \bar{k}'} \right\} \end{aligned}$$

oznaczenia:

$$\varepsilon_{ij}^a = -\varepsilon_{ji}^{a*} \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^H + \varepsilon_{ij}^a$$

$$A_{ij} = M_{ij}^{-1}$$

$$\begin{aligned} V_{isab}(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}') & \equiv \varepsilon_{isab}(\omega, \bar{k}; 0, 0; \omega' \bar{k}') = \\ & = 2 \varepsilon_{isba}(\omega, \bar{k}, \omega + \omega', \bar{k} + \bar{k}'; \omega, \bar{k}) \end{aligned}$$

$$S_{ijs}(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}') = 2 \varepsilon_{ijs}(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}')$$

Otrzymane w ten sposób równanie pozwala napisać równania kinetyczne dla konkretnych typów fal. Równanie (14) można nazwać uogólnionym równaniem kinetycznym pola dla nieliniowej elektrodynamiki. W równaniu tym można wyróżnić dwa typy procesów opisujących ewolucję spektralnej funkcji pola: Pierwszy to procesy rozpadu - odpowiadające im równanie jest następujące:

$$\left\{ \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k})}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial t} (E_j E_i)_{\omega, \bar{k}} - \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k})}{\partial k} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} (E_j E_i)_{\omega, \bar{k}} \right\}^{resp} =$$

$$= \text{Im} \int d\omega' d\vec{k}' d\omega'' d\vec{k}'' \delta(\omega - \omega' - \omega'') \delta(\vec{k} - \vec{k}' - \vec{k}'') \times$$

$$\times S_{ijs}(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}') S_{abc}^*(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}') A_{i,a}^{*vez}(\omega, \bar{k}) (E_j E_b)_{\omega'' \bar{k}''} \times$$

$$\times (E_s E_c)_{\omega' \bar{k}'} + S_{ijs}(\omega, \bar{k}; \omega' \bar{k}') S_{bac}(\omega'', \bar{k}''; \omega, \bar{k}) \times$$

$$\times (E_a E_i)_{\omega, \bar{k}} A_{j,b}^{vez}(\omega'' \bar{k}'') (E_s E_c)_{\omega' \bar{k}'} +$$

$$+ S_{isj}(\omega, \bar{k}; \omega'' \bar{k}'') S_{cba}(\omega' \bar{k}'; \omega, \bar{k}) \times (E_a E_i)_{\omega, \bar{k}} \times$$

$$\times (E_j E_b)_{\omega'' \bar{k}''} A_{sc}^{vez}(\omega', \bar{k}') \}$$

Wchodzące tu tensory odwrotne złożone są tylko ze swoich części rezonansowych odpowiadających zerom równania dyspersyjnego, tzn. obszarom przezroczystości plazmy. Drugi typ oddziaływań to procesy rozpraszania opisywane równaniem:

$$\left\{ \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k})}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial t} (E_j E_i)_{\omega, \bar{k}} - \frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k})}{\partial \bar{k}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (E_j E_i)_{\omega, \bar{k}} \right\} = \text{rozprasz.}$$

$$= 2i \varepsilon_{ij}^a(\omega, \bar{k}) (E_j E_i)_{\omega, \bar{k}} -$$

$$- 2 \int m \int d\omega' d\bar{k}' (E_a E_i)_{\omega, \bar{k}} (E_s E_c)_{\omega', \bar{k}'} \times$$

$$\times \left\{ V_{icas}(\omega, \bar{k}; \omega', \bar{k}') - S_{ijs}(\omega, \bar{k}, \omega', \bar{k}') A_{ib}(\omega - \omega', \bar{k} - \bar{k}') \times \right.$$

$$\left. \times S_{bac}(\omega - \omega', \bar{k} - \bar{k}'; \omega, \bar{k}) \right\}$$
(16)

rozproszonemu promieniowaniu odpowiada spektralna funkcja  $(E_j E_i)_{\omega, \bar{k}}$  a rozpraszającemu  $(E_s E_c)_{\omega', \bar{k}'}$ .  
 Przejściowe wirtualne drganie ma częstość  $\omega'' \equiv \omega - \omega'$  i wektor falowy  $\bar{k}'' = \bar{k} - \bar{k}'$ . W tym sensie częstości i wektory falowe trzech fal biorących udział w procesie rozpraszania związane są równaniami  $\bar{k}' + \bar{k}'' = \bar{k}$   
 $\omega'(\bar{k}') + \omega'' = \omega(\bar{k})$ , które różnią się od warunków rozpadu tym, że wektor falowy  $\bar{k}''$  drgania wirtualnego i jego częstość nie są związane ze sobą związkami dyspersyjnym

$$\omega'' \neq \omega''(\bar{k}'')$$

## II. TŁUMIENIE FAL RADIOWYCH W TURBULENTNEJ JONOSFERZE ( $B_0 = 0$ )

Podczas aktywnych experimentów plazmowych<sup>(13, 14, 6, 7)</sup> przeprowadzanych w przestrzeni okołoziemskiej informacje z pokładu statku kosmicznego przesyłane są na Ziemię falami elektromagnetycznymi wysokiej częstotliwości ( $> 10^2 \text{ Mhz}$ ). Dobrze znany jest fakt<sup>(1, 2, 10, 13, 14)</sup>, że przy rozprzestrzenianiu się fali elektromagnetycznej ( $t$ ) z częstością znacznie przewyższającą langmuirowską ( $\omega_0 \gg \omega_p$ ) jest ona silnie tłumiona w wyniku jej transformacji na mody elektrostatyczne i kombinacyjne rozpraszanie<sup>(6, 2, 22)</sup>.

Do opisu nieliniowego oddziaływania fal elektromagnetycznych w słabo turbulentnej plazmie i to zarówno w przypadku izotropowym jak i nieizotropowym można zastosować równanie (16). W pracy<sup>(1)</sup> otrzymane zostały jawne wyrażenia na tensory  $M_{ij}$ ,  $V_{i\alpha\beta}$ ,  $S_{ij}$ ,  $A_{ij}$ . W Przypadku izotropowym, równanie (16) opisujące oddziaływanie fal elektromagnetycznych z langmuirowską ( $L$ ) i jonowo akustyczną ( $S$ ) turbulencją przyjmuje postać<sup>(1-2)</sup>:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) (|E_t|^2) = - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \nu_{ef}(\omega_0, k_0) |E_t|^2 \quad (17)$$

gdzie

$$\nu_{ef} \approx \nu_e + \frac{\omega_p^2}{2\omega_0} \sum_{\sigma=L,S} \int \frac{dk'}{(2\pi)^3} \frac{W_S(k')}{n T_e} (\bar{k}' \cdot \bar{e}_t)^2 \times$$

$$\times \left\{ \frac{\text{Im} \epsilon_L(\omega_0, \bar{k}_0 - \bar{k}')}{|\bar{k}_0 - \bar{k}'|^2} + \frac{\text{Im} \epsilon_L(\omega_0, \bar{k}_0 + \bar{k}')}{|\bar{k}_0 + \bar{k}'|^2} \right\} +$$

$$+ \frac{\pi}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega_0} \sum_{\sigma=l,s} \int \frac{d\bar{k}'}{(2\pi)^3} \frac{W_\sigma(\bar{k}')}{n T_e} \nu$$

$$\nu \left\{ \frac{[(\bar{k}_0 - \bar{k}') \times \bar{e}_t]^2}{|\bar{k}_0 - \bar{k}'|^2} \delta \left( (\varepsilon_t(\omega_0, \bar{k}_0 - \bar{k}') - \frac{c^2 (\bar{k}_0 - \bar{k}')^2}{\omega_0^2}) \right) + (\bar{k}' \rightarrow -\bar{k}') \right\}$$

$\nu_e$  - częstość zderzeń elektronowo jonowych (zadana)

$n T_e$  - gęstość i temperatura elektronów

$W_\sigma(\bar{k})$  - spektralna gęstość energii

$$W(\bar{k}) = (2\pi)^3 \int_0^\infty d\omega \frac{(E_j E_i)_{\omega, \bar{k}}}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \omega} \omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k})$$

$\varepsilon_{l,t}(\omega, \bar{k})$  - przenikalność dielektryczna  $l, t$

Równanie (17) zostało napisane przy następujących założeniach

$$\bar{e}_t = \frac{\bar{E}_t}{|E_t|} \quad k_0 = \frac{\omega_0}{c} \bar{e}_z$$

$$(E_j E_i)_{\omega, \bar{k}} = (E_{+r}^2)_{\omega, \bar{k}} e_j e_i \quad \bar{k} \cdot \bar{e} = 0$$

Drugi wyraz opisuje tłumienie w wyniku  $t \rightarrow l$

transformacji, ostatni w wyniku kombinacyjnego rozpraszania.

Rozważymy wkłady poszczególnych procesów.

Ponieważ  $\text{Im} \varepsilon_l(\omega, \bar{k}) \sim f_e(\frac{\omega}{k})$ , gdzie  $f_e(\nu)$  - funkcja

rozkładu elektronów to wkład "( $t \rightarrow l$  transformacji)" do tłumienia nie jest większy (dla turbulencji izotropowej) niż:

$$v_{ef} \approx \frac{\omega_p^2}{\omega_0} \sum_{\sigma} \frac{W_{\sigma}}{n T_e} \frac{\pi^2}{m} \frac{\omega_p^3}{k_{max}^{\sigma}} \left( e \left( \frac{\omega_0}{k_{max}^{\sigma}} \right) \right)$$

$$k_{max}^{\sigma} = \max k^{\sigma} \lesssim \frac{1}{r_D} \gg k_0 \quad (18)$$

Dla rozkładu Maxwellowskiego wyraz ten jest eksponencjalnie mały.

$$v_{ef}^{(l)} = \frac{\omega_p^2}{4\pi\omega_0} \sum_{\sigma} \frac{W_{\sigma}}{n T_e} \left( \frac{m}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\omega_p}{\omega_0} \right)^{\alpha_{\varepsilon}} \left( k_m^{\sigma} r_D \right)^{\alpha_{\varepsilon}} \quad (19)$$

gdzie  $\alpha_{\varepsilon} \approx 4$

dla  $N \gg 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  ( $h \lesssim 160 \text{ km}$ ),  $\frac{\omega_p}{\omega_0} \sim 0,1$ ,

$$\frac{W_{\sigma}}{n T_e} \lesssim 0,1, \quad T_e \lesssim 100 \text{ eV}, \quad k_m \sim r_D^{-1} \gg k_0$$

$t \rightarrow l$  transformacja nie przewyższa  $v_e$ . Stąd wynika, że główny wkład do współczynnika tłumienia będzie pochodził od wyrazu odpowiedzialnego za kombinacyjne rozpraszanie. W przypadku gdy jako funkcję rozkładu równowagowego przyjmujemy rozkład Maxwella otrzymujemy:

$$V_{ef}^{(t)} \approx \frac{\pi}{L_1} \frac{\omega_p^2}{c} \sum_{\sigma} \int_{k_{min}}^{\frac{\omega_0}{c}} d\xi \left\{ \frac{\omega_0(\xi)}{m T_e} \right. \quad (20)$$

Stąd dla interesującego nas obszaru (13, 14, 15, 16) parametrów otrzymujemy współczynnik tłumienia  $\alpha_t$  : (9, 10)

$$\alpha_t = \int \frac{dz}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} V_{ef}^t \approx \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \left( \frac{V_{ef}^t L_u}{c} \right) \approx 3 \text{ (db)} \quad (21)$$

gdzie  $L_u$  jest długością obszaru, w którym zostały wzbudzone fluktuacje. Uzasadnione jest przyjęcie, że  $L_u$  jest długością relaksacji wiązki, otrzymany wynik jest zgodny z danymi experimentalnymi.

### III. TŁUMIENIE FAL RADIOWYCH W TURBULENTNEJ JONOSFERZE ( $B_0 \neq 0$ )

Ze względu na zastosowania w plazmie kosmicznej, interesujące są zagadnienia związane z wpływem zewnętrznego stałego pola magnetycznego na nieliniową dynamikę fal. Zewnętrzne jednorodne pole magnetyczne zmienia równanie dyspersyjne dla fal elektrostatycznych i prowadzi do zależności częstości fal od kąta między kierunkiem wektora falowego  $\vec{k}_0$  i kierunkiem pola magnetycznego. W Przypadku  $B_0 \neq 0$  podobnie jak i w przypadku izotropowym oddziaływanie fal w plazmie można opisać równaniem (14). Antyhermitowska część tensora  $\epsilon_{ij}^a$  określa liniowe tłumienie fal w magnetoaktywnej plazmie, biorących udział w nieliniowym tłumieniu i dana jest wzorem (11, 12). Przybliżona wartość  $\epsilon_{ij}^a$  jest następująca:



$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^a(\omega, \bar{k}) = & \delta_{ij} - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{2\omega_0} (\delta_{ij} - h_i h_j) \left\{ \frac{1}{\omega - \Omega_{\alpha}} \right\} + \left( \frac{\omega - \Omega_{\alpha}}{k v_{T\alpha}} \right) + \\ & + \left. \frac{1}{\omega + \Omega_{\alpha}} \right\} + \left( \frac{\omega + \Omega_{\alpha}}{k v_{T\alpha}} \right) \left. \right\} + \frac{\omega_{\alpha}^2}{k^2 v_{T\alpha}^2} \left\{ 1 - \left. \frac{1}{\omega - \Omega_{\alpha}} \right\} h_i h_j + \right. \\ & + i \frac{\omega_{\alpha}^2}{2\omega} e_{rsj} h_s \left. \left\{ \frac{1}{\omega - \Omega_{\alpha}} \right\} - \left. \frac{1}{\omega + \Omega_{\alpha}} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

Oznaczenia:

$$\begin{aligned} \bar{h} &= \frac{B_0}{|\vec{B}_0|} \\ \Omega_{\alpha} &= \frac{e_{\alpha} B_0}{m_{\alpha} c} \end{aligned}$$

$$\frac{\bar{t}}{\omega} J_{+}(\beta) = \int_{-\infty}^0 d\tau e^{-i\omega\tau + \frac{1}{2}k^2 v_T^2 \tau^2} \quad \beta = \frac{\omega}{k v_T}$$

$\alpha$  - numeruje rodzaje cząstek (ograniczamy się do elektronów i jednego rodzaju jonów)

Ograniczając się do czasów, w których energia fali padającej jest dużo większa od fal powstających w wyniku oddziaływania otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (E_j E_i)_{\omega_0, \bar{k}_0} \cdot \frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k})) - \\ & - \frac{\partial}{\partial \vec{r}} (E_j E_i)_{\omega_0, \bar{k}_0} \frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} (\omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k})) = \\ & = 2i \varepsilon_{ij}^a(\omega, \bar{k}) (E_j E_i)_{\omega_0, \bar{k}_0} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (E_a E_i)_{\omega_0 \bar{\omega}_0} \times 2 \operatorname{Im} \int d\omega' d\bar{k}' (E_s E_c)_{\omega' \bar{k}'} \times \quad (23) \\
 & \times \left\{ A_{jib}(\omega - \omega', \bar{k} - \bar{k}') S_{ijs}(\omega, \bar{k}, \omega' \bar{k}') S_{baa}(\omega - \omega', \bar{k} - \bar{k}', \omega k) + \right. \\
 & \quad \left. + V_{icas}(\omega, \bar{k}, \omega' \bar{k}') \right\}
 \end{aligned}$$


Ogólna postać na wyrażenie spektralnej funkcji pola dowolnego drgania własnego ( $v_T \neq 0$ ) magnetoaktywnej ( $B_0 \neq 0$ ) plazmy jest następująca:

$$(E_j E_i)_{\omega, \bar{k}} = \frac{W(k)}{(2\pi)^2} \sum_{\omega(k)} \frac{\partial(\omega \Delta')}{\partial \omega} \delta(\omega - \omega(k)) \times e_{ij}$$

$$e_{ij} = \tilde{A}_1 d_{ij} + A_2 x_i x_j + A_3 h_i h_j + A_4 e_i s_i h_s + A_5 x_i$$

$$+ (x_i [\bar{x} \bar{h}]_i - x_i [\bar{x} \bar{h}]_j) + A_6 (\bar{x} \cdot \bar{h})_i [\bar{x} \cdot \bar{h}]_j$$

$$\bar{x} = \frac{\bar{k}}{|\bar{k}|} \quad n = \frac{c^2 k^2}{\omega^2}$$

$$\bar{x} = (\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta)$$


$$A_1 = (a - n^2)(a + b + c) + \sin^2 \vartheta f(a + b + c) + \sin^2 \vartheta e(e + d)$$

$$A_2 = -ed - (a - m^2)(b + n^2) - \sin^2 \vartheta e^2 - \sin^2 \vartheta f(b + n^2)$$

$$A_3 = d(e + d) - c(a - n^2) - cf \sin^2 \vartheta$$

$$A_4 = -d(a + b + c) - ec \sin^2 \vartheta$$

$$A_5 = (b+n^2)d - e(a-m^2)$$

$$A_6 = (b+n^2)c + e(e+d) - f(a+b+c)$$

Sumowanie jest względem wszystkich  $\omega(k)$  będących drganiami własnymi plazmy.

$$\Delta'(\omega, k) = 0 = \text{Re}(An^4 + Bn^2 + C) \quad (25)$$

gdzie:  $A = a + b + c (\bar{x} \bar{h})^2$      $B = -2a(a + b + c) -$

$$-(\bar{x} \bar{h})^2 f(a + b + c (\bar{x} \bar{h})^2 + (e + d^2) + c(b - a))$$

$$C = (a^2 + d^2)(a + b + c) + (\bar{x} \bar{h})^4 \{ af(a + b + c) + abc - bd^2 + c(\bar{x} \bar{h})^2 (bf + e^2) + e(ad + 2cd) \}$$

$$a = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{k_z^2 U_{T\alpha}^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_+(\beta_{n\alpha}) A_n(z_{\alpha}) \frac{k^2 U_{T\alpha}}{\omega(\omega - n\Omega_{\alpha})} \times$$

$$\times \frac{n}{z_{\alpha}} \left( n - \frac{\omega}{\Omega_{\alpha}} \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right)$$

$$b = \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{k_z^2 U_{T\alpha}^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_+(\beta_{n\alpha}) A_n(z_{\alpha}) \frac{n}{z_{\alpha}} \frac{k^2 U_{T\alpha}^2}{\omega \Omega_{\alpha}}$$

$$c = \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{k_z^2 v_{T\alpha}} \left\{ 1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_+(\beta_{n\alpha}) A_n(z_{\alpha}) \frac{k^2}{k_z^2} \frac{\Omega_{\alpha}}{\omega - n\Omega_{\alpha}} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{n - \omega \frac{k_{\perp}^2}{\Omega_{\alpha} k^2}}{\Omega_{\alpha} k^2} \right) \right\}$$

$$e = i \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{\omega^2 \Omega_{\alpha}} \frac{k^2}{k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_+(\beta_{n\alpha}) \frac{dA_n(z_{\alpha})}{dz_{\alpha}}$$

$$d = \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{\omega} \frac{k^2}{k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_+(\beta_{n\alpha}) \frac{dA_n(z_{\alpha})}{dz_{\alpha}} \left( n - \frac{\omega}{\Omega_{\alpha}} \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right)$$

$$f = \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{\Omega_{\alpha} \omega} \frac{k^2}{k_z^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_+(\beta_{n\alpha}) \left\{ 2z \frac{k_z^2}{k_{\perp}^2} \frac{\Omega_{\alpha}}{\omega - n\Omega_{\alpha}} \frac{dA_n(z_{\alpha})}{dz_{\alpha}} - \frac{n}{z_{\alpha}} A_n(z_{\alpha}) \right\}$$

$$\beta_{n\alpha} = \frac{\omega - n\Omega_{\alpha}}{|k_z| v_{T\alpha}} \quad z_{\alpha} = \frac{k_{\perp}^2 v_{T\alpha}^2}{\Omega_{\alpha}} \quad A_n(z) = e^{-z} \underline{I}_n(z) \\ \underline{I}_n(z) = i^{-n} J_n(z)$$

przyjmując:

$$T_e \gg T_i \quad \Omega = \Omega_e \gg \Omega_i \quad \omega_0 \gg \omega_{pe} \gg \Omega$$

$$\omega_s \lesssim \Omega \quad \omega_0 + \omega_s \gg \omega_p, \Omega$$

otrzymujemy uproszczone wyrażenie (24). Zakładając dalej:

$$(E_i E_j)_{\omega_0 k_0} = |E_t|^2 e_{0i} e_{0j}, \quad \bar{e}_0 \bar{k}_0 = 0$$

otrzymujemy:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} |E_t|^2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial \omega} \omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k}) - \frac{\partial}{\partial t} |E_t|^2 \frac{1}{\omega} \times \right. \quad (26)$$

$$\left. \times \frac{\partial}{\partial \bar{k}} (\omega M_{ij}^H(\omega, \bar{k})) \right] e_{0i} e_{0j} =$$

$$= \nu_{ef} |E_t|^2$$

$$\nu_{ef} = 2i \epsilon_{ij}^a(\omega, k) e_{0i} e_{0j} + \quad (27)$$

$$+ e_{0a} e_{0i} 2 \text{Im} \int d\omega' d\bar{k}' (E_s \bar{E}_c)_{\omega', \bar{k}'} \left\{ A_{j0}(\omega - \omega', \bar{k} - \bar{k}') \times \right.$$

$$\left. \times S_{ijs}(\omega, \bar{k}, \omega', \bar{k}') S_{bca}(\omega - \omega', \bar{k} - \bar{k}', \omega', \bar{k}') - V_{icas}(\omega, k, \omega', \bar{k}') \right\}$$

Określenie wkładów poszczególnych procesów podobnie jak w przypadku izotropowym polega na wyliczeniu bądź oszacowaniu odpowiednich współczynników.

### III.1

Kombinacyjne rozpraszanie fal wysokiej częstotliwości w chłodnej magnetoaktywnej plazmie.

Rozważmy oddziaływanie dwóch fal: poprzecznej fali wysokiej częstotliwości  $\omega' \gg \omega_e$  z drugą o częstotliwości dowolnej i dla  $(E_i, E_j)_{\omega, \bar{k}}$ . Wtedy mamy: "1"

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (E_i E_a)_{\omega \bar{\omega}} &= i \frac{\omega}{2} \int d\omega' d\bar{\omega}' d\omega'' d\bar{\omega}'' \delta(\omega - \omega' - \omega'') \delta(\bar{\omega} - \bar{\omega}' - \bar{\omega}'') \times \\ &\times (E_s E_c)_{\omega' \bar{\omega}'} \left\{ S_{abc}^*(\omega, \bar{\omega}; \omega', \bar{\omega}') S_{rjc}(\omega, \bar{\omega}; \omega', \bar{\omega}') \times [A_{ir}^{rez}(\omega, k) (E_b E_j)_{\omega'' \bar{\omega}''}] + \right. \\ &+ 2 A_{bj}^{rez*}(\omega'', \bar{\omega}'') (E_r E_i)_{\omega, \bar{\omega}} \left. \right\} - S_{ibc}(\omega, \bar{\omega}; \omega', \bar{\omega}') \times \\ &\times S_{rjs}^*(\omega, \bar{\omega}; \omega', \bar{\omega}') [A_{ar}^{rez*}(\omega, k) (E_j E_t)_{\omega'' \bar{\omega}''}] + \\ &2 A_{bj}^{rez}(\omega'', \bar{\omega}'') (E_a E_r)_{\omega \bar{\omega}} \left. \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} (E_j E_i)_{\omega \bar{\omega}} &= \frac{1}{8\pi} \left\{ W_{\pm}(\bar{k}) (\delta_{ij} - \alpha_i \alpha_j) + \right. \\ &+ M(\bar{k}) (e_i e_j - [\bar{\alpha} \bar{e}]_i [\bar{\alpha} \times \bar{e}]_j) + C(k) (e_j [\bar{\alpha} \times \bar{e}] + e_i [\bar{\alpha} \times \bar{e}]_j) - \\ &\left. - i S(k) \right\} \left\{ \delta(\omega - \sqrt{\omega_e^2 + c^2 k^2}) + \delta(\omega + \sqrt{\omega_e^2 + c^2 k^2}) \right\} \end{aligned} \quad (29)$$

Równanie to opisuje ewolucję czterech parametrów Stoksa:  $W, M, C, S$  poprzecznej fali wysokiej częstotliwości w procesie kombinacyjnego rozpraszania na drganiach własnych magnetoaktywnej plazmy. W interesującym nas obszarze parametrów :

$$\begin{aligned} S_{ijs}(\omega, \bar{k}, \omega', \bar{k}') &\cong -i \frac{e}{m} \frac{W_{ie}^2}{\omega^2} \left[ \delta_{is} \frac{k_a''}{\omega''} F_{\alpha_j}(\omega'') + \right. \\ &+ F_{ij}(\omega'') \frac{k_s}{\omega} + \frac{k_e'}{\omega} F_{sj}(\omega'') \left. \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$$F_{ij} = \frac{h_i h_j}{\omega} + \frac{1}{2} \frac{a_{ij}}{\omega - \Omega} + \frac{1}{2} \frac{a_{ij}}{\Omega + \omega}$$

gdzie:

$$a_{ij} = \delta_{ij} - h_i h_j - i e_{ij} h_s$$

experimentalnie często wykorzystuje się kwazimonochromatyczne i skolimowane wiązki fal elektromagnetycznych wysokiej częstotliwości. Efekty związane z kombinacyjnym rozpraszaniem tego typu wiązki na dwie grupy. Po pierwsze zmienia się spektralny skład samej wiązki i polaryzacja jej składników. W tym procesie główną rolę gra rozpraszanie na szybkich falach ze współczynnikiem załamania  $n$  rzędu jedności. Jeśli

$\Delta \mathcal{U} \gg \frac{\Delta \omega}{\omega}$  (gdzie  $\Delta \mathcal{U}$  jest kątową szerokością wiązki, a  $\frac{\Delta \omega}{\omega}$  - względną szerokością widma częstotliwości) wtedy istotne jest rozpraszanie na wolnych falach ( $n \gg 1$ ).

Po drugie, powstają fale rozproszone rozchodzące się pod dużymi kątami względem fali padającej. Ewolucja spektralna tych fal określona jest drganiami z prawie podłużną polaryzacją<sup>[20]</sup>. Przyjmując w pierwszym przypadku, że energia drgań ( $\omega'', \vec{k}''$ ) powstająca w wyniku rozpadu jest dużo mniejsza od energii fali padającej możemy otrzymać układ równań na cztery parametry Stoksa.

$$\frac{\partial}{\partial t} W(\vec{k}) = \int dk' Q(\vec{k}, \vec{k}') \{ W_t W_t' + MM' + CC' + SS' \}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} M(\vec{k}) = \int dk' Q(\vec{k}, \vec{k}') \{ W_t M' + W_t' M \}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} C(\vec{k}) = \int dk' Q(\vec{k}, \vec{k}') \{ C W_t + C' W_t' \} \quad (31)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} S(\bar{k}) = \int d\bar{k}' Q(k, \bar{k}) (C'M - C'M')$$

Jadra  $Q(\bar{k}, \bar{k}')$  wynikają bezpośrednio z (29,30, 31). Układ równań (31) opisuje w tym przypadku ewolucję fali poprzecznej wysokiej częstotliwości przechodzącej przez plazmę przy kombinacyjnym rozpraszaniu. Określa on zmianę spektralnej gęstości energii  $W_t(\bar{k})$  i zmianę polaryzacji poszczególnych składników. Z układu (31) wynika, że padająca na plazmę fala spolaryzowana naturalnie ( $M=C=S=0$ ) nie zmienia polaryzacji układu i układ równań (31) sprowadza się do jednego równania:

$$\frac{\partial W_t}{\partial t} = W_t \int dk' Q(\bar{k}, \bar{k}') W_t(\bar{k}') \quad (32)$$

W równaniu  $\int dk' Q(\bar{k}, \bar{k}') W_t(\bar{k}')$  można interpretować jako  $v_{et}$  i otrzymać wyniki dające się porównać z przypadkiem plazmy izotropowej.

### III.2

#### Oddziaływanie ukośnych fal langmuirowskich.

Odmiernym problemem jest opisanie oddziaływania ukośnych langmuirowskich fal w jednorodnej magnetoaktywnej plazmie. Zagadnienie to jest istotne ponieważ w pewnym zakresie parametrów może w stosunku do innych nieliniowych procesów być dominujące. Rozkład langmuirowskich fluktuacji będziemy



opisywać spektralną gęstością liczby kwantów drgań langmuirowskich  $N_i(\bar{k})$ , (21):

$$N_i(\bar{k}) = \frac{W(\bar{k})}{\hbar \omega(\bar{k})} \quad (33)$$

Równanie opisujące ewolucję  $N_i(\bar{k})$  w jednorodnej magnetoaktywnej plazmie ( $\omega_i \ll \Omega_e$ ) uwzględniające oddziaływanie ukośnych fal langmuirowskich ze sobą, ich rozpraszanie na elektronach i falach jonowo-dźwiękowych ( $\omega_i \gg \Omega_e$ ,  $\bar{v}_e \gg \bar{v}_i$ ) ma postać (1,6) (równanie to podobnie jak i wszystkie poprzednie wynika z uogólnionego równania kinetycznego (14)):

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial t} = & 2\gamma N_i(\bar{k}) + \frac{\pi \rho^2}{64\pi^4 n_e k_B \bar{T}_e} \int d\bar{k}' d\bar{k}'' \omega_i(\bar{k}) \omega_e(\bar{k}'') (\bar{k} + \bar{k}' + \bar{k}'') \times \\ & \times \left\{ \delta(\bar{k} - \bar{k}' - \bar{k}'') \delta(\omega_i(\bar{k}) - \omega_e(\bar{k}') - \omega_e(\bar{k}'')) [N_i' N_i'' - N_i' N_i - N_i N_i''] - \right. \\ & \left. - 2 \delta(\bar{k}' - \bar{k} - \bar{k}'') \delta(\omega_e(\bar{k}') - \omega_e(\bar{k}) - \omega_e(\bar{k}'')) [N_i N_i'' - N_i N_i' - N_i' N_i''] \right\} - \\ & - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_{ie}^2 \rho_0^2}{2(2\pi)^3 n_e k_B \bar{T}_e} \int dk' \omega_i(\bar{k}') \omega_e(\bar{k}'') (\bar{k} - \bar{k}')^4 (\mathcal{M} \mathcal{M}')^2 \times \\ & \times \frac{k_{\mathcal{M}} - k'_{\mathcal{M}}}{\omega_i' k_{\mathcal{M}} - \omega_e k'_{\mathcal{M}}} \frac{(\omega_i - \omega_i')^2}{|k_{\mathcal{M}} - k'_{\mathcal{M}}| v_{Te}^2} \times \exp \left\{ - \frac{(\omega_i - \omega_i')^2}{2 |k_{\mathcal{M}} - k'_{\mathcal{M}}|^2 v_{Te}^2} \right\} \times \\ & \times \frac{(\omega_i - \omega_i')^2 + \omega_{ie}^2}{(\omega_i - \omega_i')^2 + \omega_{ie}^2 |\bar{k} - \bar{k}'|^2 \rho_0^2} N_i N_i' + \end{aligned}$$

(34)

$$\frac{1}{4\pi n^2 m_e k_B T} \int d\bar{k}' d\bar{k}'' \omega_L(\bar{k}') \omega_L(k) \omega_S(k'') \left\{ \delta(\bar{k}' - \bar{k} - \bar{k}'') \times \right.$$

$$\times \delta(\omega_L(\bar{k}') - \omega_L(\bar{k}) - \omega_S(\bar{k}'')) - \delta(\bar{k} - \bar{k}' - \bar{k}'') \delta(\omega_L(\bar{k}) - \omega_L(\bar{k}') - \omega_S(\bar{k}'')) \left. \right\} N_L N_L'$$

gdzie  $N_L' = N_L(\bar{k}')$   $N_L'' = N_L(\bar{k}'')$  :  $\omega_L(k) = \omega_{Le} |k|$  - częstota ukośnych fal ( $L$ ),  $\mathcal{M} = \frac{\bar{k} \beta_0}{k \beta_0}$

$\omega_S = k m_{De} \omega_{Li}$  - częstota fal jonowo-dźwiękowych.

$n_e, T_e, U_{Te}, r_{De}$  - gęstość, temperatura, prędkość termiczna i promień Debaya elektronu.

$k_B$  - stała Boltzmana.

W równaniu (32) opuszczone zostały czony proporcjonalne do energii fal jonowo-akustycznych ze względu na niski poziom ich fluktuacji. Współczynnik  $\gamma$  opisuje tłumienie fal langmuirowskich. Przyjmujemy  $\gamma(\bar{k}) = \gamma_0$  jako współczynnik niestabilności. Zakładamy, że w wyniku początkowej niestabilności wzbudzają się głównie fale z  $k$ ; gdzie  $k = k_m$  określa się z warunku współczynnika tłumienia Czerenkowskiego

$$k_m = \frac{1}{\sqrt{2}} n_e^{-1} \ln^{-\frac{1}{2}} \left[ 4\sqrt{2} \frac{\omega_0}{\gamma_0} \ln^{\frac{5}{2}} 4\sqrt{2} \left( \frac{\omega_0}{\gamma_0} \right) \right] \quad (35)$$

Z równania (32) widać, że nieliniowe oddziaływanie jest najsilniejsze dla fal z dużą liczbą falową. Pozwala to założyć, że widmo fal langmuirowskich skupione jest wokół

$$k = k_m \quad \text{i} \quad N_i(k) \text{ ma ostre maximum dla } k = k_m \quad (17, 18, 19)$$

Wiadomo również, że dla dostatecznie dużych  $\gamma_0$  rozkład liczby drgań względem azymutalnego kąta  $\neq \varphi$  można uważać za izotropowy.  $N_i(k)$  można szukać w postaci:

$$N_i(k) = \frac{\pi}{2k_m^2 |\mu|} \delta(k - k_m) F_\mu \quad (36)$$

stąd uwzględniając, że  $\gamma(\bar{k})$  nie zależy od znaku  $\mu$  tzn.  $N_i(\mu) = N_i(-\mu)$   
Otrzymujemy w przypadku stacjonarnym, kładąc

$$F \propto \cos \gamma$$

otrzymujemy:

$$F_{ei} \approx \frac{2\gamma_0}{\mu^2 \Gamma}$$

$$F_{ee} \approx 0,1 \frac{\gamma_0}{\mu^2 \Gamma (k_m n_{oe})^2 (1 + \alpha^2)} \quad (37)$$

$$F_{ei} \approx \frac{9}{4\pi} \frac{\gamma_0}{\Gamma} \frac{\omega_{ie}^2}{\omega_{ei}}$$

gdzie

$$\Gamma = \frac{9}{32} \frac{\omega_{ie}^2 k_m^2 n_{oe}^2}{4\pi n_e k_B T_e}$$

$$\alpha = \frac{\omega_{Li}}{\mu k_m v_{Te}}$$

Widać, że badając stosunki  $\frac{F_{Le}}{F_{Le}}$ ,  $\frac{F_{Li}}{F_{Ls}}$  można szacunkowo ocenić względne wkłady rozważanych procesów rozpraszania w zależności od parametrów plazmy.

Przedstawiona w pracy technika szacowania wkładu różnego typu procesów na oddziaływanie fal elektromagnetycznych z turbulentną plazmą dość żmudna rachunkowo jest fizycznie prosta, tzn. pozwala kolejno eliminować bądź uwzględniać procesy zachodzące w plazmie w danym zakresie parametrów. Ze względu na strukturę równań wydaje się być szczególnie przydatna do zastosowań numerycznych (na bazie przedstawionej techniki został opracowany schemat numeryczny dla przypadku  $B_0 = 0$  (9.10), dla  $B_0 \neq 0$  jest w trakcie opracowywania.

LITERATURA

1. Pustovalov V.V., Silin V.P. Trudy FIAN 1972
2. Bychenkov V.J., Natanzon A.M., Silin W.P. Fiz. Płazmy 1983, 9.
3. Klimontovitch Yu.P., Kineticheskaia teoria elektromagnitnykh processov. Nauka. 1980.
4. Landau L., Lipszyc E. Elektrodynamika ośrodków ciągłych. PWN 1960.
5. Silin V.P., Ruhadze A.A. Elektromagnitnyje swoistwa plazmy i plazmienno podobnykh sred. Gosatomizdat 1961.
6. Dawson J., Oberman C. Phys.Fluids, 1962, 5.
7. Fachl R.J., Kruer W.C. Phys. Fluids, 1977, 20.
8. Atamaniuk B., Mishin E.V. Geomag. i Aeron., 1986, 26.
9. Atamaniuk B., Mishin E.V., J. Atm. & Terr. Phys. - przyjęta do druku.
10. Mishin E.V., L.N. Lukjanova, Makarenko S.F., Atamaniuk B., Radio Science 27, 2, 1992.
11. Bychenkov V.J., Silin W.P. Fiz. Płazmy 1983, 9
12. Wahlund J.E., J. Geophys. Res. 94(A12), 17, 1989
13. Cambou F., Dakukin V. S., Space Research, 1975, 15
14. Ann. Geoph., 1980, 36, 3.
15. Degtarev V.M., Sagdeev R.Z., Fiz. Płazmy, 1980, 6, 3
16. Bychenkov V.J., Natanzon A.M., Silin W.P. Fiz. Płazmy 1983, 9
17. Manheimer W.M., Phys.Rev. lett. 1977, 38.
18. Manheimer W.M., Phys.Fluids, 1977, 20.
19. Manheimer W.M., Phys.Fluids, 1978, 21.
20. Bychenkov V.J., Silin W.P., DAN, SSSR, 1981, t.260, str.1090.
21. Dubois D.F., Rose H.A., Nicholson D.R.S., Phys. Fluids, 28, 1, 1985
22. Mishin E.V., Yu.Ya. Ruzhin, Telegin V.A., Wzaimodestvie elektronnykh potokov s ionosfernoj plazmoj. Gidrometeoizdat Leningrad, 1989.

Spis Treści	strona
I. UOGOLNIONE KINETYCZNE ROWNANIA POLA NIELINIOWEJ ELEKTRODYNAMIKI.	3
II. TŁUMIENIE FAL RADIOWYCH W TURBULENTNEJ JONOSFERZE ( $\beta_e = 0$ )	13
III. TŁUMIENIE FAL RADIOWYCH W TURBULENTNEJ JONOSFERZE ( $\beta_e \neq 0$ )	16
III.1	
Kombinacyjne rozpraszanie fal wysokiej częstotliwości w chłodnej magnetoaktywnej plazmie.	21
III.2	
Oddziaływanie ukośnych fal langmuirowskich.	24
LITERATURA	29