

5.10.7. — mechanizmy zniszczenia

L. Kruszka, W.K. Nowacki

W. Oliferuk

BADANIA DYNAMICZNE
MATERIAŁÓW KRUCHYCH NA ROZCIĄGANIE
PRZY DUŻYCH PRĘDKOŚCIACH
ODKSZTAŁCENIA

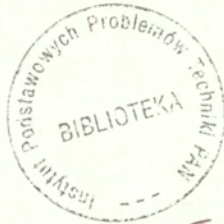
34/1995

P. 269



WARSZAWA 1995

Praca wpłynęła do Redakcji dnia listopada 1995 r.



56575



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 100 egz. Ark. wyd. 1,0 Ark. druk. 1,5

Oddano do drukarni w grudniu 1995 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.

Warszawa, ul. Jasna 1

Leopold KRUSZKA

Wojskowa Akademia Techniczna

Wojciech K. NOWACKI, Wiera OLIFERUK

Ośrodek Mechaniki,

Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN

BADANIA DYNAMICZNE MATERIAŁÓW KRUCHYCH NA ROZCIĄGANIE PRZY DUŻYCH PRĘDKOŚCIACH ODKSZTAŁCENIA

Streszczenie

Praca jest poświęcona badaniu propagacji odkształceń uderzeniowych w materiałach kruchych. Dotyczy ona badania zjawiska powstawania odłamów - odpadania od badanej długiej próbki cylindrycznej kawałków materiału. Odłamy te powstają wskutek rozciągania, będącego następstwem odbicia fal naprężeń ściskających od swobodnych powierzchni granicznych tej próbki. Badania prowadzono wykorzystując jeden pręt pomiarowy (w systemie ściskających prętów Hopkinsona), do którego brzegu jest przyłożona długa próbka wykonana z mikrobetonu. Metoda ta pozwala na określenie wartości krytycznej naprężenia odłamu. W doświadczeniach obserwuje się powstawanie wielu odłamów. Do określenia kolejności ich powstawania użyto kamery termowizyjną, odbierającą inne sygnały promieniowania podczerwonego próbki niż tła o odmiennej emisyjności. Zaproponowano sposób określania, na podstawie tych doświadczeń, wartości krytycznej naprężenia na rozciąganie.

1. Uwagi wstępne

Badania propagacji odkształceń uderzeniowych w materiałach kruchych są stosunkowo nieliczne. Dotyczy to zarówno prac teoretycznych jak i doświadczalnych. Wynika to stąd że oprócz trudności w analitycznym ujęciu zjawiska uderzenia, w przypadku materiałów kruchych występuje jeszcze anizotropowość i nieliniowość ośrodka a także niejednorodność (betony i skały). Doświadczenia, którymi się zajmujemy, dotyczą zjawiska dynamicznego powstawania odłamu - odpadania od badanej długiej próbki cylindrycznej kawałków materiału wskutek rozciągania będącego następstwem odbicia podłużnej fali naprężeń ściskających od swobodnych powierzchni granicznych tej próbki. Odbicie podłużnej fali naprężeń od powierzchni swobodnej związane jest ze zmianą znaku tych naprężeń, tj. podłużna fala naprężeń ściska-

jących zostaje odbita w postaci podłużnej fali naprężeń rozciągających i odwrotnie. Zjawisko to po raz pierwszy zaobserwował i opisał, przy założeniu elementarnej jednowymiarowej teorii propagacji fal naprężenia, B. HOPKINSON [1], [2] w latach 1912 - 1914. Stąd w obecnej literaturze takie pęknięcia nazywane są *Hopkinson fracture, spalling, spall fracture* lub *scabbing*. Zakłada się, że impuls naprężenia po osiągnięciu swobodnego końca próbki (płaskiego i prostopadłego do kierunku propagacji), ulega odbiciu jako impuls rozciągający z zachowaniem tego samego kształtu, a więc i tej samej amplitudy. Ma to miejsce jedynie w przypadku pominięcia dysypacji geometrycznej w prętach układu pomiarowego i w próbce.

Głównym celem przedstawianych badań jest określenie wytrzymałości materiałów kruchych na rozciąganie pod obciążeniem dynamicznym, głównie uderzeniowym. Poznanie tej cechy materiałów ma duże znaczenie w odniesieniu do różnych konstrukcji i budowli, mogących podlegać obciążeniom dynamicznym w rodzaju eksplozji, uderzeń, trzęsień ziemi, drgań maszyn, burzliwych przepływów itp.

Znamienne jest, że istnieje dysproporcja pomiędzy dużą ilością badań materiałów kruchych pod obciążeniami statycznymi i niewielką liczbą badań dotyczących cech tych materiałów pod obciążeniami dynamicznymi, a zwłaszcza uderzeniowymi. Tymczasem każde pęknięcie materiału kruchego w konstrukcji jest źródłem propagacji fal zaburzeń. Pęknięcia te powstają pod obciążeniami nie tylko dynamicznymi, ale bardzo często również pod obciążeniami statycznymi o dużych wartościach.

Obciążenie statyczne mogą więc wyzwać także zjawiska dynamiczne. Badania odłamów mają szczególne znaczenie w odniesieniu do materiałów kruchych, ponieważ te ośrodki wykazują znacznie mniejszą wytrzymałość na rozciąganie od wytrzymałości na ściskanie i dlatego efekty odbić fal naprężeń mogą mieć duży wpływ na bezpieczeństwo i trwałość konstrukcji narażonych na obciążenia dynamiczne, zwłaszcza zaś na uderzenia i wybuchy [3].

2. Przegląd dotychczasowych badań

Doświadczalne badania efektów dynamicznych spowodowanych uderzeniem w materiały kruche zapoczątkowali - jak można sądzić - J. W. LANDON i H. QUINNEY [4] w 1923 r., którzy przeprowadzili eksperymenty na betonowej próbce w kształcie pręta o długości 914 mm i średnicy 76 mm. Pręt ten położony był poziomo na drewnianej belce. Podłużną falę naprężeń ściskających wytwarzano za pomocą detonacji ładunku wybuchowego (bawełny strzelniczej), umieszczonego na jednym końcu próbki. Na podstawie danych o rozmieszczeniu

kolejno niszczonej przekrojów pręta, czyli znając długości kolejno odrzucanych odłamów pręta sporządzono wykres zmiany naprężeń ściskających w przecie, określając w ten sposób kształt impulsu obciążającego. Przedstawiona analiza - pomijając nawet fakt, iż oparta jest na elementarnej jednowymiarowej teorii propagacji zaburzeń - zawiera również inne uproszczenia. Najważniejsze jest założenie, że przekroje ulegają zniszczeniu w chwili, gdy naprężenia rozciągające osiągają wartość statycznej wytrzymałości materiału na rozciąganie. Jak powszechnie wiadomo, w przypadku występowania efektów dynamicznych własności materiałów, w tym również i kruchych są na ogół inne (osiągają większe wartości) niż pod obciążeniami statycznymi [27 - 32].

Badania W. GOLDSMITHA, M. POLIVKI i T. YANGA [5] są najobszerniejszymi jak dotychczas pracami doświadczalnymi, dotyczącymi zachowania się betonu pod obciążeniami uderzeniowymi, wywieranymi z dużymi prędkościami. Badania te przeprowadzono na długich próbkach z dwóch odmian materiału kruchego: z betonu i z zaczynu cementowego - próbki o długości 534 mm i średnicy 19 mm. Te próbki prętowe zawieszano balistycznie w pozycji poziomej. Naprzeciwko jednego z końców próbki umieszczono działko pneumatyczne, z którego wystrzeliwano centrycznie stalową kulkę o średnicy 12.7 mm. Zastosowano dwie prędkości wystrzeliwania: ok. 84 m/s i ok. 42 m/s. Sposób propagacji przez próbkę tak wytworzonego impulsu uderzeniowego określano za pomocą pomiarów tensometrycznych. Większość badań przeprowadzono, stosując prędkości wystrzeliwania ok. 42 m/s; przy początkowo stosowanych większych prędkościach (tj. ok. 84 m/s) obserwowano nie tylko całkowite niszczenie uderzanych bezpośrednio części próbek ale także nieuderzanych końców próbek, wskutek występowania wielokrotnego zjawiska odłamu. Wywieranie uderzeń z prędkością ok. 42 m/s umożliwiło minimalizację powstawania pęknięć w próbkach (do jednego odłamu). Propagowane wzdłuż próbek z betonu i z zaczynu cementowego impulsy uderzeniowe (ściskające) wykazywały niewielkie osłabienie. Stąd badane materiały kruche odpowiadają modelowi ciała stałego z tarcim wewnętrznym, tzw. tarcim suchym. Zaobserwowano natomiast duże straty energii w odbitym impulsie (rozciągającym) wynikające z powstania zjawiska *spallingu* i towarzyszącej mu absorpcji energii, zużytkowanej na odrzucenie końcowych części próbek.

Symulacja numeryczna powyższych eksperymentów dynamicznych dla prędkości uderzenia 42 m/s została przeprowadzona przez L. NILSSONA i M. OLDENBURGA [6] przy zastosowaniu metody elementów skończonych. Do dyskretyzacji długiej próbki cylindrycznej i kulki obciążającej użyto 818 płaskich czterowęzłowych elementów osiowosymetrycznych. W obliczeniach przyjęto przestrzenny wytrzymałościowy model materiału wrażliwy na prędkość

odkształceń w dwóch wariantach: kruchej zniszczenia (*brittle failure*) i zniszczenia z nieliniowym osłabieniem (*strain-softening tensile fracture*). Wyznaczony rozkład impulsu obciążającego wzdłuż długości próbki dla modelu materiału z osłabieniem odbiega niewiele od zarejestrowanego w eksperymencie fizycznym. Natomiast obliczona długość odłamu była przeszło dwukrotnie mniejsza niż w doświadczeniu.

Badania W. GOLDSMITHA, V. H. KENNERA i T. E. RICKETTSA [7] stanowiły kontynuację (wzrost prędkości uderzenia do ok. 263 m/s) i rozszerzenie poprzednio opisanych badań w pracy [5], między innymi na beton o kruszywie lekkim. W badanych materiałach kruchych (w betonach) stwierdzono występowanie zjawiska dyspersji w przypadkach wywierania uderzeń z większymi prędkościami (większe wartości propagowanych odkształceń). Świadczy o tym osłabienie impulsu uderzeniowego w miarę zwiększania się odległości od punktu uderzenia. Odróżnia to te materiały od skał, w których podczas badań zjawiska podobnego nie zaobserwowano - por. [8]. Wynika to z innego mechanizmu przenoszenia energii uderzenia. W skałach przenoszenie tej energii następuje przez kruszenie ziaren. Badania mikroskopowe obciążonych poprzednio dynamicznie próbek betonowych nie wykazały występowania tego efektu.

Podobne eksperymenty dynamiczne na długich próbkach cylindrycznych (długość 100-200 mm, średnica 10 - 12 mm) wykonanych z polimetakrylu metylu (PMMA) i porcelany były przeprowadzone także przez BELLENDIRA, BELAJEVA i NAIMARKA [33] w celu określenia akumulacji mikrospeków i ich wpływu na charakter zniszczenia materiału.

Celem badań przeprowadzonych przez D. L. BIRKIMERA i R. LINDEMANNĄ [9] było określenie wytrzymałości różnych betonów na dynamiczne rozciąganie. W celu sformułowania kryterium oceny dynamicznej wytrzymałości tego materiału autorzy rozpatrzyli na drodze teoretycznej propagację pojedynczego, ściskającego impulsu uderzeniowego wzdłuż sprężystego pręta walcowego. Jeżeli w pewnym punkcie pręta odbity impuls rozciągający przekroczy wytrzymałość betonu na rozciąganie to następuje w tym miejscu rozerwanie czyli odłam. Wartość odkształceń, przy której to nastąpi, nazwano *krytycznym odkształceniem normalnym* ϵ_{kr} . Czas t od chwili dotarcia czoła impulsu do rozpatrywanego punktu aż do chwili osiągnięcia wspomnianej wartości krytycznej określono mianem czasu narastania (*rise time*).

Zakładając liniowość narastania odkształceń aż do wartości ϵ_{kr} otrzymano następującą zależność

$$(1) \quad \epsilon_{kr} = (6 U_{kr} / EA \alpha_0)^{1/3} \cdot t^{1/3}$$

oraz

$$(2) \quad \varepsilon_{kr} = (6 U_{kr} / EA\alpha_o)^{1/3} \cdot (l/t)^{1/3}$$

W powyższych zależnościach przyjęto następujące oznaczenia:

U_{kr} - energia odkształceń niszczących,

E - współczynnik sprężystości Younga,

A - pole przekroju poprzecznego pręta,

α_o - prędkość propagacji impulsu,

$\dot{\varepsilon}$ - prędkość odkształcenia.

Słuszność przedstawionych zależności sprawdzono doświadczalnie, badając trzy rodzaje betonów: zwykły beton, fibrobeton i beton poliestrowy. Z wymienionych materiałów sporządzono walcowe próbki prętowe o wymiarach - długość 838 mm, średnica 51 mm. Próbki te uderzano wzdłużnie, wystrzelując z działka pneumatycznego pociski o różnych kształtach i ciężarach, aby uzyskać różne kształty impulsów, a więc i różne czasy narastania odkształceń krytycznych. Do pomiarów zastosowano zestawy tensometrów elektrooporowych, z których jeden był usytuowany w przekroju, w którym spodziewano się zniszczenia próbki. Na podstawie przeprowadzonych badań uzyskano w pełni potwierdzenie doświadczalne słuszności teoretycznie wyprowadzonego wyrażenia na odkształcenie krytyczne.

Wytrzymałość dynamiczna zwykłego betonu i fibrobetonu na rozciąganie przy użyciu próbek o małej smukłości (długość 100 mm, średnica 74 mm) dla prędkości naprężenia $\dot{\sigma} = 2 - 61$ GPa/s była badana przez H. W. REINHARDTA, H. A. KORMELINGA i A. J. ZIELIŃSKIEGO [10].

Ciekawą technikę badania długich próbek betonowych (długość 760 mm, średnica 50 mm) na dynamiczne rozciąganie (z jednym pęknięciem) w warunkach otaczającego ciśnienia rzędu 20 MPa zaproponowali J. K. GRAN, L. SEAMAN i Y. M. GUPTA w [11]. Autorzy przeprowadzili także symulację numeryczną eksperymentu fizycznego stosując jednowymiarowy model materiału kruchego wrażliwego na prędkość odkształcenia z biliniowym osłabieniem, uzyskując bardzo dobrą zgodność z wynikami doświadczalnymi.

H. YAMAGUCHI i K. FUJIMOTO [12] proponują następujący wzór określający wrażliwość betonu na dynamiczne rozciąganie σ^* w odniesieniu do wytrzymałości statycznej f_r :

$$(3) \quad \sigma^* / f_r = 0.8743 + 0.02987 \log \dot{\varepsilon} + 0.04379 (\log \dot{\varepsilon})^2$$

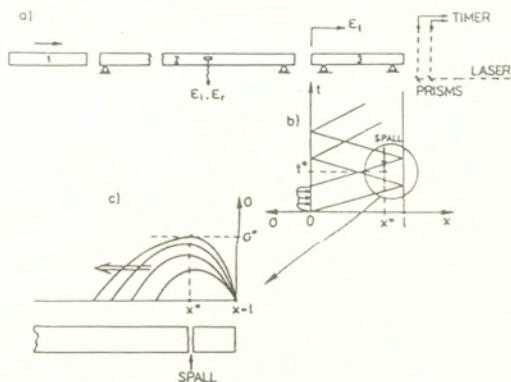
Najnowszą technikę pomiaru wytrzymałości dynamicznej materiałów kruchych - ceramiki, w różnych temperaturach, na smukłych niezinstrumentalizowanych próbkach cylindrycznych (długość 250 - 350 mm, średnica 8 mm) z wykorzystaniem pręta pomiarowego Hopkinsona i metody lokalizacji wielokrotnych odłamów zaproponował J. NAJAR [13,34-36]. Wykorzystując zarejestrowany kształt impulsu obciążającego (ściskającego) autor przeprowadza symulację numeryczną doświadczenia w celu określenia kolejności powstawania odłamów przyjmując ciągły model uszkodzenia materiału [34-36]. Ta kolejność powstawania odłamów o różnych długościach, bardzo często inna od tej która wynika z elementarnej teorii propagacji fal naprężeń wynika przede wszystkim, jak dowodzi autor, z kształtu impulsu obciążającego który może posiadać jedno lub dwa maksima.

Kolejne podobne rozwiązanie sposobu pomiaru wytrzymałości dynamicznej na rozciąganie trzech różnych materiałów ceramicznych z użyciem pręta pomiarowego Hopkinsona i pręta-pocisku o tych samych długościach, dwukrotnie mniejszych od długości pręta-próbki (długość 40 - 100 mm, średnica 10 mm) zostało zaprezentowane przez C. JOHNSTONE i C. RUIZA [14]. Z uwagi na zastosowane takich długości prętów w konfiguracji układu pomiarowego oraz próbki, ta technika dopuszcza do powstania praktycznie tylko jednego pęknięcia. Jednak w wyniku przeprowadzonego eksperymentu powstają dalsze odłamy wynikające, jak sądzą autorzy, z nagromadzonego uszkodzenia w materiale (ultraniskocyklowe zmęczenie) z powodu wielokrotnego przebiegu odbitych fal naprężenia.

3. Przeprowadzony eksperyment

Konfiguracja układu mechanicznego przeprowadzonego eksperymentu fizycznego na dynamiczne rozciąganie długich próbek cylindrycznych materiału kruchego jest przedstawiona na rys. 1a. Pręt-pocisk (1) uderza w długi pręt pomiarowy (2) powodując w nim propagację fali podłużnej. Jej amplituda oraz czas trwania jest rejestrowana przez układ pomiarowy - tensometr rejestrujący zmianę odkształcenia w czasie $\varepsilon_l(t)$. Fala ta padając na próbkę cylindryczną (3) zostaje w nią przeniesiona - impuls $\varepsilon_T(t)$ oraz zostaje odbita od jej czoła - impuls $\varepsilon_R(t)$. Jest to wynikiem różnicy przekrojów poprzecznych i własności materiałów próbki i pręta pomiarowego. Próbka może być przyklejona do pręta pomiarowego lub też jedynie być do niego przyłożona. Na granicy pręta pomiarowego (2) i próbki (3) powinien być spełniony następujący warunek:

$$(4) \quad A_o \sigma_l \Big|_{t=0} = A_H (\sigma_l + \sigma_r) \Big|_{t=0}$$



Rys. 1. Schemat doświadczenia: układ prętów Hopkinsona:

- a) układ prętów Hopkinsona: (1) pręt-pocisk, (2) pręt pomiarowy, (3) próbka
 b) obraz propagacji fal sprężystych w próbce, c) odbicie fal od swobodnego brzegu próbki ($x = l$).

gdzie $\sigma_t = E\varepsilon_T$, $\sigma_l = E_H\varepsilon_l$, $\sigma_r = E_H\varepsilon_R$; A_0 , A_H oraz E , E_H są odpowiednio przekrojami poprzecznymi i modułami sprężystości próbki i pręta pomiarowego.

W celu wygenerowania impulsu obciążającego o bardzo małej długości bez lokalnych maksimów, zastosowano krótkie pociski (1). Ich długość wynosiła $L_p = 20 - 25$ mm przy średnicach $D_p = 20$ i 22.8 mm - por. rys. 2. W połowie długości pręta pomiarowego Hopkinsona (2) ($L_H = 1000$ mm, $D_H = 20$ mm) znajduje się para tensometrów $T1$ i $T2$ w celu rejestracji przebiegu impulsu obciążającego (padającego) ε_l i impulsu odbitego ε_R . Powstałe w wyniku obciążenia uderzającego odłamy są zbierane w specjalnie skonstruowanym pojemniku, który został wyłożony miękkim materiałem. Zabezpiecza to powstałe odłamy przed dalszym uszkodzeniem.

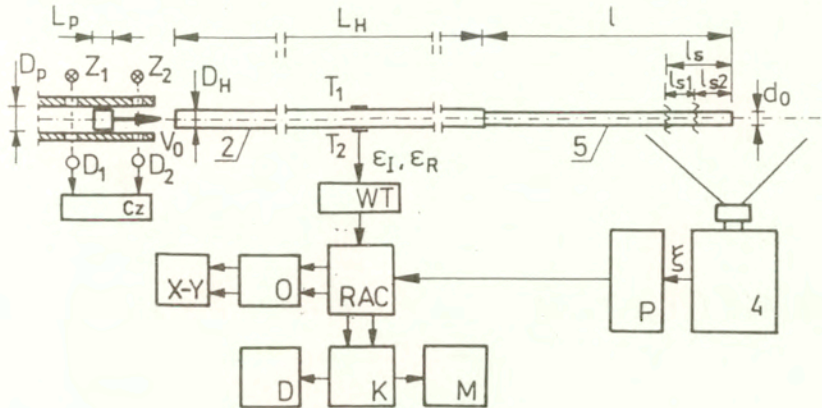
Impuls ściskający w próbce σ_t - rys. 1b dochodząc do swobodnego brzegu próbki $x = l$, ulega odbiciu zmieniając stopniowo znak na rozciągający. Fale odbite mają coraz większą amplitudę - rys. 1c. Może się zdarzyć, że w pewnym przekroju poprzecznym zostanie wyczerpana nośność na rozciąganie. W chwili gdy zostanie osiągnięta wartość krytyczna naprężenia σ^* (naprężenie odłamu) nagle odrywa się fragment pręta o długości $l_3 = l - x^*$ od reszty materiału i przemieszcza się on swobodnie w kierunku osi x . W pozostałej części pręta (jak to później wykażemy) o długości $l_1 = x^*$ propagują się fale sprężyste o amplitudzie nie przekraczającej granicy σ^* o przemiennie zmiennych znakach. Może się zdarzyć, że przy pewnych zmianach w czasie naprężenia σ_t może powstać więcej niż jeden odłamek [15,36].

W doświadczeniach dotyczących powstawania odłamów, w próbach jednoosiowego stanu naprężenia, obserwuje się powstawanie szeregu odłamów. Wydawałoby się, że powstają one kolejno, począwszy od swobodnego brzegu próbki. Okazuje się jednak, por. np. [15], że ich kolejność powstawania zależy od kształtu impulsu obciążenia próbki. Mogą powstać pojedyncze odłamy, jak też mogą powstać strefy całkowitego zniszczenia materiału. Powstawanie stref zniszczenia zostało spowodowane przez lokalizację naprężeń w pewnych, sąsiednich przekrojach poprzecznych próbki, jak też i przez sam mechanizm zniszczenia materiału - powstawanie pęknięć i ich propagacja w różnych kierunkach. W naszych doświadczeniach chcieliśmy zarejestrować kolejność powstawania odłamów w długiej próbce cylindrycznej. Do tego celu najlepiej nadawałaby się super szybka kamera filmowa. Ponieważ takiej kamery nie posiadamy, to w celu określenia kolejności powstawania odłamów w próbce zastosowano termowizyjny system pomiarowy (4) z rejestracją zmian mocy promieniowania podczerwonego ξ wzdłuż linii pokrywającej się z tworzącą próbki cylindrycznej.

Kamera termowizyjna odbiera sygnały promieniowania podczerwonego od próbki, która została ogrzana bezpośrednio przed doświadczeniem. Za próbką zostało umieszczone tło, o innej emisyjności, które znajdowało się w temperaturze otoczenia. W chwili utworzenia się w próbce makro-szczeliny kamera widzi poprzez nią tło. Proces powstawania odłamów trwał zbyt krótko, aby towarzysząca mu zmiana temperatury mogła być obserwowana na ekranie termowizyjnym (czas rejestracji obrazu wynosi 1/16 sekundy). Czas rejestracji wynika z prędkości obrotowej dwóch germanowych pryzmatów stanowiących układ skaningowy kamery. Prędkość obrotowa pryzmatu o osi pionowej skanującego badany obiekt wzdłuż kierunku poziomego wynosi 200 obrotów/sek, zaś pryzmatu o osi poziomej skanującego obiekt wzdłuż pionu jest równa 2 obroty/sek. Zatrzymując pryzmat poziomy osiągnięto częstotliwości rejestracji sygnału pochodzącego od promieniowania podczerwonego, emitowanego z punktów leżących na tworzącej próbki, równą 1,6 kHz. Sygnał ten rejestrowano na ekranie oscyloskopu i zapisanego w jego pamięci. Rejestrowany sygnał trwał 622.5 μ s.

Szczegółowy wykaz urządzeń elektronicznych wchodzący w skład stanowiska pomiarowego zawiera rys. 2, gdzie Cz - częstotliwościomierz służący do określenia prędkości uderzenia v_0 pocisku, WT - wzmacniacz tensometryczny, RAC - rejestrator analogowo-cyfrowy, O - oscyloskop, X-Y - pisak, p - przystawka do kamery termowizyjnej umożliwiająca rejestrację mocy promieniowania wzdłuż linii, K - komputer, D - drukarka, M - monitor. Badane próbki wykonane z piaskobetonu posiadały następujące wymiary: długość

$l = 270, 292$ i 298 mm, średnica $d_0 = 16.5$ i 18.4 mm. Obciążenie uderzeniowe powoduje powstanie w próbce odłamów o długościach l_{s1}, l_{s2}, \dots . Korzystając ze specjalnie przygotowanego programu [26], wyniki pomiarów zostały zarejestrowane w postaci zbiorów numerycznych.



Rys. 2. Schemat zestawu urządzeń elektronicznych wchodzących w skład stanowiska pomiarowego.

Metoda ta pozwala na określenie wartości krytycznej naprężenia odłamu. Ma ona dwie zasadnicze zalety:

1° próbka nie jest uzbrojona w elementy pomiarowe: tensometry są naklejone jedynie na pręt pomiarowy. Pomiar prędkości odłamu jest mierzony przy pomocy czasomierza liczącego: czas przecięcia dwóch równoległych promieni światła biegnących do fototranzystorów przez odłamującą się element próbki.

2° wystarczająca jest analiza tylko jednego przebiegu fali odbitej w próbce. Odłam (lub odłamy) następuje w czasie mniejszym niż $t = 2l/a_0$ gdzie a_0 jest prędkością propagacji fali podłużnej w pręcie.

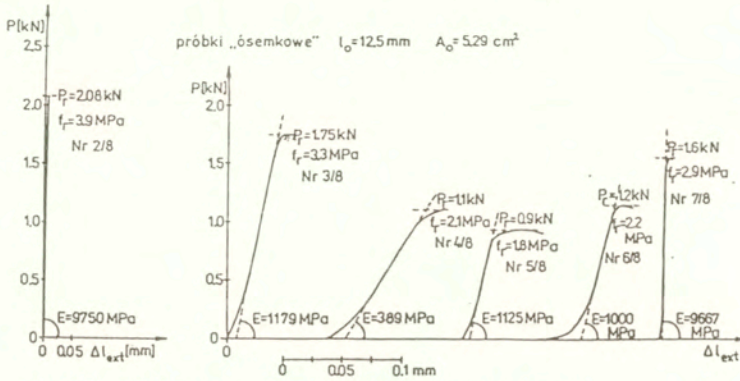
3° kolejność powstawania odłamów mierzona jest również metodą bezstykową.

4. Uzyskane wyniki

Przed eksperymentami dynamicznymi przeprowadzono statyczne badania wytrzymałości piaskobetonu na rozciąganie na próbkach ósemkowych o przekroju poprzecznym $A_0 = 5.29 \text{ cm}^2$ - rys. 3. Do pomiaru przyrostu przemieszczeń Δl_{ext} w próbkach

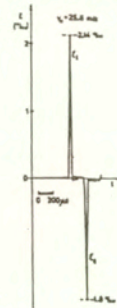
użyto ekstensometru. Uzyskane wyniki obarczone są dużym rozrzutem, cechą charakterystyczną dla betonów podczas próby rozciągania - wytrzymałość statyczna na rozciąganie w badanych normowych próbkach "ósemkowych" f_r zmienia się od 1.8 MPa do 3.9 MPa, zaś moduł Younga E - od 389 MPa do 9750 MPa.

Przykładowe zarejestrowane wyniki eksperymentu dynamicznego dla prędkości uderzenia $v_0 = 25.8$ m/s są przedstawione na : rys. 4 - wykres przebiegu w czasie t impulsu



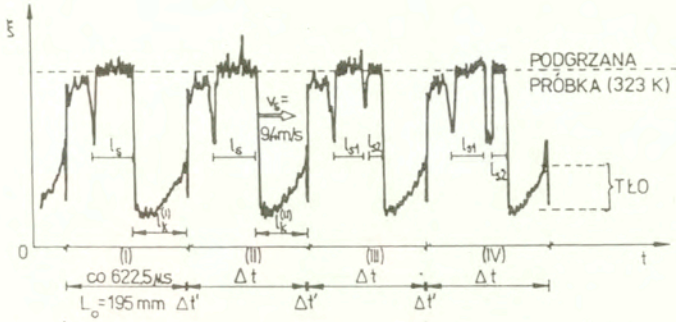
Rys. 3. Wyniki badań statycznych wytrzymałości mikrobetonu na rozciąganie.

obciążającego ε_I i odbitego ε_R w pręcie pomiarowym Hopkinsona. Ze względu na dyspersję geometryczną należy dokonać korekty impulsów $\varepsilon_I(t)$ i $\varepsilon_R(t)$, zwłaszcza w przypadku materiałów lepkosprężystych - por. [16], wykorzystując przybliżenia oparte na analizie Pochhammera i Chree [20,21,24,25]. Można w tym celu wykorzystać system przetwarzania danych dynamicznych "DAVID" (Depouillement Automatique et Visualisation pour compression Dynamique) - [16]. Korekta ta jest niezbędna przy stosowaniu długiego pręta pomiarowego i długich próbek.



Rys. 4. Typowy przebieg zmiany impulsu odkształcenia, zarejestrowany w pręcie pomiarowym.

Dla tego eksperymentu przedstawiono na rysunku 5 wykresy przebiegu mocy promieniowania podczerwonego ξ podgrzanej nieznacznie próbki do temperatury 323 K w kolejnych sekwencjach czasowych (I,...,IV) obserwacji odcinka linii $L_0 = 195$ mm (co odpowiada w czasie $\Delta t = 622.5$ μ s), przy czym $\Delta t'$ - czas przeskoaku przyzmatu kamery termowizyjnej do następnego sekwencji czasowej.



Rys. 5. Obraz mocy promieniowania podczerwonego, rejestrowanego przez kamerę termowizyjną, wzdłuż tworzącej badanej próbki dla prędkości uderzenia $v_0 = 25,8$ m/s.

Dla porównania, czas trwania impulsu obciążenia trwał około 30 μ s. Na zarejestrowanym wykresie zmiany mocy promieniowania podczerwonego w funkcji czasu można wyodrębnić powstające w trakcie procesu odłamy: pierwszy o długości l_s (I i II sekwencja czasowa), który w następnych sekwencjach czasowych ulega podziałowi na dwa odłamy o długościach l_{s1} i l_{s2} . Ten wykres, oprócz możliwości ustalenia w sposób jednoznaczny kolejności powstawania odłamów, pozwala także na określenie prędkości v_s z jakimi są odrzucane poszczególne odcinki próbki. Na podstawie wyznaczonych eksperymentalnie wartości ε_I i ε_R (rys. 4) i $v_s = (l_s^{(I)} - l_s^{(II)}) / \Delta t$ (rys. 5) można dwoma sposobami, na podstawie elementarnej jednowymiarowej teorii propagacji fal określić maksymalne naprężenia rozciągające σ^* w próbce wykonanej z materiału kruchego:

- z pomiarów na pręcie Hopkinsona

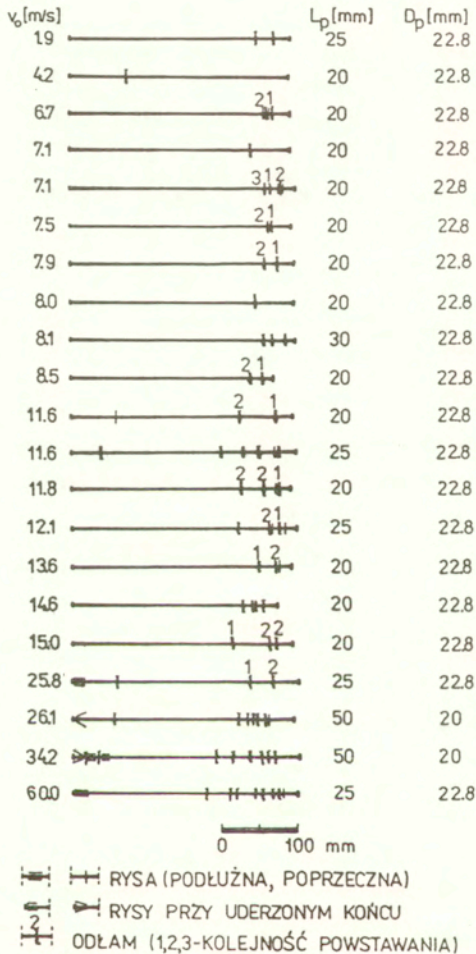
$$(5) \quad \sigma^* = A_H E_H (\varepsilon_I - \varepsilon_R) / A_0$$

- z pomiaru prędkości odłamu

$$(6) \quad \sigma^* = \rho a_0 v_s$$

gdzie ρ oznacza gęstość masową badanego materiału kruchego.

Zbiorcze wyniki usytuowania i kolejności powstawania odłamów w badanych próbkach dla zadanych wymiarów L_p i D_p pocisku i prędkości uderzenia v_0 podano na rys. 6. Przy największych prędkościach uderzenia pręta-pocisku następowało zniszczenie materiału na początku próbki. Wywołane ono było falą ściskającą - przekroczeniem wartości dopuszczalnych naprężeń ściskających. Przy najmniejszych prędkościach pręta-pocisku obserwowano jedynie powstawanie odłamów w otoczeniu swobodnego brzęgu próbki (prawego brzęgu - rys. 6) w kolejności, która wynika z elementarnej teorii mechaniki falowej.



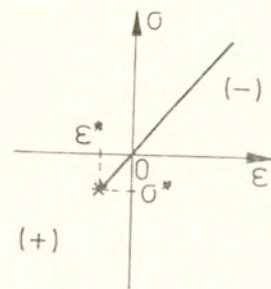
Rys. 6. Zbiornicze wyniki usytuowania i kolejności powstawania odłamów w badanych próbkach.

Odłamy powstałe w czterech próbkach, bliżej lewego brzegu należy interpretować jako przypadkowe, wywołane najprawdopodobniej rozwojem wstępnych mikropęknięć. Analizując sekwencje czasowe zmian mocy promieniowania, przy dużych prędkościach uderzenia, w większości przypadków, obserwuje się powstanie wtórnego makropęknięcia na prawo od pierwotnego.

5. Próba opisu procesu powstawania odłamów w materiale sprężysto-kruchym

Zagadnieniu dynamicznego uszkodzenia materiałów kruchych było poświęconych wiele prac. W pracy [19], H.DENG i S.NEMAT-NASSER bazując na eksperymentach, zaproponowali teoretyczny opis tego zjawiska. W modelu tym całkowite odkształcenie jest sumą odkształcenia w materiale bez mikrodefektów oraz średniego odkształcenia uszkodzenia, w którym uwzględnia się niesprężyste deformacje istniejących mikropęknięć oraz ich wzrost. Zaproponowano kryterium dynamicznego wzrostu szczelin oraz zbadano ewolucję mikrouszkodzenia. Szczegółowo przeanalizowano przypadek zanikania impulsu naprężenia spowodowanego przez rozwój uszkodzeń w materiale. Fale naprężeń ściskających rozprzestrzeniając się w materiale kruchym zanikają na skutek deformacji niesprężystych oraz rozwoju uszkodzeń. Szczegółową analizę przeprowadzono dla przypadku jednoosiowego stanu naprężenia - propagacji fal w pręcie półnieskończonym. Nie badano natomiast zagadnienia propagacji fal rozciągania w pręcie i związanego z nim zagadnienia powstawania odłamów. Zagadnieniu temu natomiast jest poświęcona praca J.NAJARA [13]. W opisie uwzględniono nieliniową odpowiedź materiału, spowodowaną rozwojem uszkodzenia materiału w chwili poprzedzającej powstanie odłamu. Rozważania oparto o model zaproponowany w [22,23, 34,36]. W modelu tym założono, że uszkodzenie materiału rozwija się poprzez aktywację początkowych źródeł uszkodzenia (takich jak mikropęknięcia i pory) w czasie działania obciążenia rozciągającego. Przyjęto w przypadku jednoosiowego stanu naprężenia nieliniowy związek między naprężeniem i odkształceniem w postaci $\sigma = E(1-D)\varepsilon$ oraz równanie dla występującego w nim parametru uszkodzenia D . W pracy tej, jak też w referacie konferencyjnym [15], podano szereg wyników analizy numerycznej jak również bogaty materiał doświadczalny.

Rozważymy pręt sprężysty o przekroju kołowym. Przyjmijmy, że materiał pręta może przenosić znaczne naprężenia ściskające lecz dużo mniejsze naprężenia rozciągające. Zachowanie materiału jest zobrazowane na rys.7. Naprężenie σ^* odpowiada krytycznej wartości na rozciąganie. Zakładamy, że przelomy powstałe na skutek nagłego oderwania się odcinka pręta tworzą idealnie gładkie przekroje poprzeczne.



Rys.7. Charakterystyka materiału sprężysto-kruchego

Rozprzestrzenianie się fal w pręcie jest opisane układem równań liniowych (równanie ruchu i ciągłości oraz prawo Hooke'a):

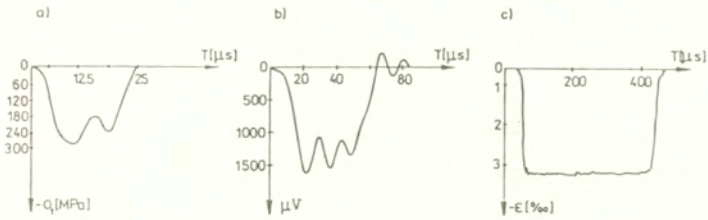
$$(7) \quad \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad \text{oraz} \quad \sigma = E\varepsilon \quad \text{dla} \quad \sigma \langle \sigma^*$$

Przyjmijmy warunki początkowe i brzegowe identyczne jak w doświadczeniu, tzn:

$$(8) \quad u(x, 0) = v(x, 0) \quad \text{dla} \quad t = 0 \quad \text{oraz} \quad \sigma(0, t) = p(t) \quad \text{i} \quad \sigma(l, t) = 0 \quad \text{dla} \quad t > 0.$$

przy czym $p(t)$ jest znaną funkcją z eksperymentu odpowiadającą impulsowi naprężenia σ_t (po przeprowadzeniu korekty dyspersji geometrycznej). Do rozwiązania rozważanego zagadnienia początkowo-brzegowego posłużymy się danymi doświadczalnymi dla ceramiki - badania opisane przez S.BIERWIRTHA i J.NAJARA [15]. Otrzymany w tych badaniach złożony kształt impulsu obciążającego próbkę pozwoli nam na dokładniejsze przeanalizowanie procesu propagacji fal w próbce, niż miałyby to miejsce przy wykorzystaniu wyników własnych badań dla mikrobetonu. W naszych badaniach rejestrowane impulsy odkształcenia są obarczone pewnym błędem wynikającym z niepożądanego namagnesowania układu pomiarowego.

Przyjmijmy zmianę naprężenia $p(t)$ na brzegu próbki $x = 0$ identyczną jak w [15] - por. rys. 8a. Maksymalna amplituda ściskająca wynosi 290 MPa, całkowity czas działania impulsu - 24.8 μs . W przebiegu $p(t)$ obserwujemy występowanie wyraźnego drugiego lokalnego maksimum (dla czasu 19 μs o amplitudzie równej w przybliżeniu 245 MPa). Fakt istnienia tego drugiego maksimum będzie szczegółowo analizowany. Tego typu kolejne maksyma mogą powstać w przypadku wykorzystywania w doświadczeniach dynamicznych w układzie prętów Hopkinsona, krótkich prętów-pocisków, od których zależy czas trwania impulsu - por. również rys. 8b [17] - impuls odpowiednio o czasie trwania 60 μs . Dla impulsów znacznie dłuższych, np trwających powyżej 400 μs - por. [16], kształt impulsu jest zbliżony do trapezu - rys. 8c. Należy wyraźnie podkreślić, że przedstawiona tutaj analiza liniowo-sprężysta może być jedynie stosowana do materiałów, których własności mechaniczne różnią się bardzo nieznacznie od odpowiedzi sprężysto-kruchej - rys.7. Oznacza to, że naprężenia ściskające w materiale mogą być wielokrotnie większe od możliwych maksymalnych naprężeń rozciągających (krytycznych) oraz, że czas opóźnienia powstawania odłamu jest pomijalnie mały. W rzeczywistości prędkość propagacji szczeliny w materiałach kruchych, takich jak pleksiglas, marmur, ceramika,... jest rzędu (1/10 - 1/5) prędkości propagacji fal sprężystych w tych materiałach - por. [17,18].



Rys 8. Kształt impulsu obciążającego próbkę: a) impuls bardzo krótki [15]
b) krótki [17], c) stosunkowo długi [16].

Układ równań (8) jest typu hiperbolicznego. Ma on prostoliniowe charakterystyki $x = \pm a_0 t + const$. Na charakterystykach mamy następujący związek między napięciem i prędkością masową

$$(9) \quad d\sigma \mp \rho a_0 dv = 0 \quad \text{wzdłuż} \quad x = \pm a_0 t + const$$

Jak się później przekonamy, w chwili powstania odłamu zaczną się propagować fale silnej nieciągłości. Będziemy wówczas korzystali ze związku zgodności dynamicznej na frontach fal silnej nieciągłości

$$(10) \quad \|\sigma\| \pm \rho a_0 \|v\| = 0 \quad \text{wzdłuż} \quad x = \pm a_0 t + const$$

gdzie oznaczono $\|A\| = A^+ - A^-$.

Na rysunku 9 przedstawiono proces rozprzestrzeniania się fal na płaszczyźnie fazowej (x, t) . Rozwiązania te, dla modelu ciała sprężysto-kruche, można określić analitycznie. W obszarze niezaburzony rozprzestrzeniają się fale naprężeń ściskających - obszar I. W obszarze II mamy $\sigma(x, t) = v(x, t) = 0$. W obszarze III fale padające (niosące naprężenia ściskające) oddziałują z falami odbitymi od brzegu $x = l$ (niosącymi naprężenia rozciągające). W obszarze tym możemy wyodrębnić krzywą przechodzącą przez punkty CC'D, stanowiącą miejsce geometryczne punktów w których naprężenie jest równe zero. Położenie punktu C jest oczywiste - leży on na przecięciu charakterystyk o równaniach $x = 2l - a_0 t$ i $x = a_0(t - t_0)$, gdzie t_0 odpowiada czasowi trwania impulsu obciążającego próbkę. Punkt C' leży na przecięciu charakterystyk, odpowiednio o równaniach $x = a_0(t - t_0)$ i $x = 2l - a_0(t - t_0^*)$, gdzie t_0^* odpowiada chwili gdy w procesie obciążenia próbki zostanie osiągnięta wartość graniczna σ^* , natomiast t_0 odpowiada czasowi w którym obciążenie brzegu próbki w odciążeniu zmaleje do wartości σ^* . Punkt D ma współrzędne $l, t_m + l/a_0$, gdzie t_m odpowiada czasowi pojawienia się pierwszego maksimum na krzywej obciążenia próbki. Kształt krzywej CC'D będzie zależał od zmiany

naprężenia na brzegu próbki - od kształtu impulsu $p(t) = -\sigma_t(t)$. W obszarze ponad tą krzywą występują wyłącznie naprężenia rozciągające ($\sigma > 0$). Z rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego w tym obszarze możemy znaleźć krzywą EF, odpowiadającą miejscu geometrycznemu punktów w których $\sigma = \sigma^*$. Oznaczmy ją przez $x = \varphi(t)$. Minimum funkcji $x = \varphi(t)$ odpowiada miejscu powstania pierwszego odłamu - punkt M. Naprężenie w tym punkcie spadnie nagle do zera. Z punktu M zaczną się propagować fale silnej nieciągłości. Z analizy tego zagadnienia wynika, że w obszarze $x_E \leq x^* \leq x_F$ powstaną wielokrotne odłamy - ten odcinek pręta ulegnie skruszeniu.

Z analizy rozwiązania w obszarze III wynika, że naprężenie wzdłuż charakterystyki FGH maleje począwszy od punktu F, następnie rośnie osiągając lokalne maksimum w pewnym punkcie G, po czym maleje monotonicznie do zera - punkt H. Przy przyjęciu charakterystyki materiału sprężysto-kruchego - jak na rys.7 - nie jest możliwe aby w punkcie G naprężenie osiągnęło wartość σ^* pomimo tego, że drugie maksimum obciążenia (por. rys. 8a) przekracza wartość σ^* . Nie jest zatem możliwe aby przy tak przyjętym modelu ciała powstał w tym punkcie kruchy odłamek.

W obszarze IV rozprzestrzeniają się fale sprężyste. Dla dowolnego x zmiana naprężenia w czasie jest identyczna jak na brzegu $x = l$ (naprężenia rozciągające). Na charakterystyce CD naprężenie jest równe zero. Na charakterystyce EF ma wartość σ^* . Punkt E będzie leżał zawsze na przecięciu charakterystyk o równaniach $x = a_0(t - t_0)$ oraz $x = 2l - a_0(t - t^*)$.

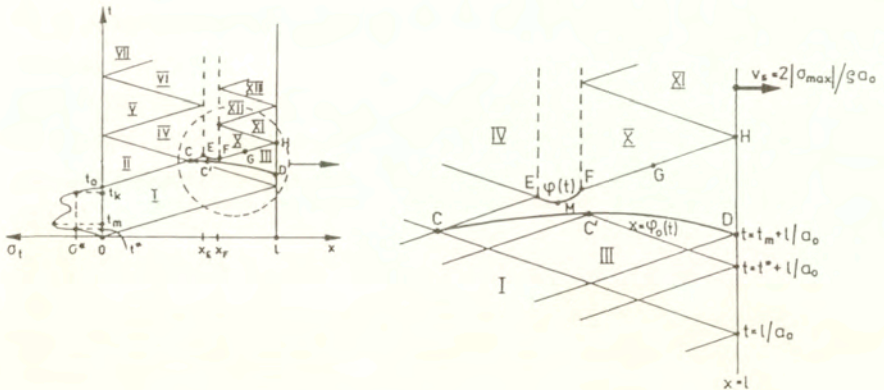
W myśl przyjętego modelu ośrodka należy w przekrojach pręta $x = x_E$ oraz $x = x_F$ przyjąć warunki brzegowe: $\sigma = 0$ - założenie o swobodnych brzegach pręta na zewnątrz przedziału w którym nastąpił odłamek. Fale propagujące się z punktów E i F są falami silnej nieciągłości.

W obszarach IV, V i VI mamy: $\sigma(x,t) = v(x,t) = 0$. W obszarze VII zmiana naprężenia w czasie jest identyczna jak w obszarze IV - będą to jednak naprężenia przeciwnego znaku - ściskające. W następnych obszarach (dla $0 \leq x \leq x_E$) sytuacja będzie się powtarzać. Będą się propagowały fale sprężyste o zmiennych kolejno znakach naprężenia.

W odłamanej części pręta $x_E \leq x \leq l$ (Obszary X, XI, ...) będą propagowały się fale silnej nieciągłości, na których frontach naprężenie nie przekroczy wartości σ^* - w kolejnych obszarach o zmiennych znakach. Odłamek ten będzie poruszał się ze stałą prędkością, równą $v_s = 2|\sigma_{\max}| / \rho \alpha_0$.

Opracowano program numeryczny "SPALL" [26]. Program ten jest oparty o metodę różnic skończonych rozpiętych na charakterystykach. Pozwala on na określenie powstawania wielokrotnych odłamów w przecie sprężysto-kruchym na rozciąganie. Pierwsza część programu pozwala na lokalizację stref zniszczenia materiału. Oprócz danych materiałowych, wartości granicznej naprężenia na rozciąganie σ^* , przyjmuje się, określoną z doświadczenia, zmianę w czasie naprężenia obciążającego próbkę. W wyniku zastosowania opisanej procedury określa się strefy zniszczenia. Program ten przetestowano na przykładzie doświadczenia opisanego w pracy [15]. Przyjęto następujące dane:

- próbka wykonana z ceramiki Al_2O_3 o długości 199.3 mm i średnicy 8 mm,
- obciążenie próbki wg. schematu przedstawionego na rys. 8a, czas trwania impulsu 24.8 μs , maksymalna amplituda 290 MPa, występująca w czasie 12.2 μs , dynamiczny moduł sprężystości próbki $E = 400$ GPa, gęstość próbki $\rho = 4$ g/cm³, prędkość propagacji fal podłużnych w przecie $a_0 = 10\ 000$ m/sek, graniczna wartość naprężenia na rozciąganie $\sigma^* = 242$ MPa (wartość bliska wartości drugiego maksimum na wykresie $\sigma - \varepsilon$ - por. Rys.9).

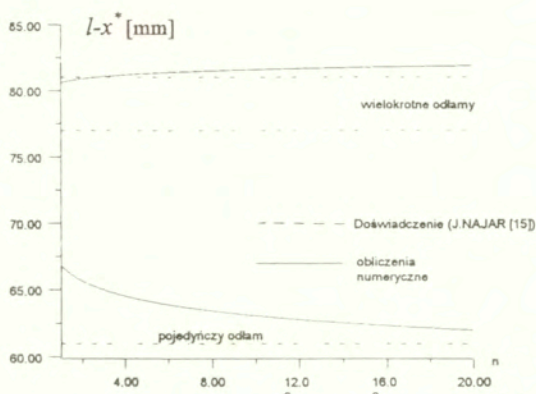


Rys. 9. Obraz propagacji fal na płaszczyźnie fazowej (x,t).

Druga część programu "SPALL" pozwala na natychmiastowe określenie wartości granicznej naprężenia na rozciąganie σ^* , mając zmierzoną w doświadczeniu odległość powstawania odłamu mierzoną od swobodnego końca próbki oraz zarejestrowany kształt impulsu obciążającego próbkę.

W doświadczeniu opisanym w pracy [15] - próbka nr 1, odłamy powstają w następujących przekrojach (licząc od swobodnego brzegu próbki): 77-81 cm - odłamy wielokrotne, 61 cm - odłam pojedynczy, przy czym maksimum naprężenia występuje w

przekroju 80.5 cm. Program numeryczny oparty na prostym schemacie ciała sprężysto-kruchoego daje odpowiednio dolną i górną granicę stref powstawania odłamów. Na rys. 10 przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych. Ze wzrostem zagęszczenia siatki charakterystyk zmierzamy szybko do obszaru powstawania odłamów zarejestrowanych w pracy [15]. Mankamentem przyjętego modelu ośrodka sprężysto-kruchoego jest niemożliwość określenia rozwiązania w obszarze zawartym w przedziale $x_E \leq x \leq x_F$, dla $t > \varphi^{-1}(x)$. Będzie to możliwe po wprowadzeniu ogólniejszych równań konstytutywnych uwzględniających stopniową degradację własności ośrodka.



Rys. 10. Obszar powstawania odłamów: krzywe ciągłe - z obliczeń programu numerycznego "SPALL", linie przerywane - wyniki doświadczeń [15]; n - zagęszczenie siatki charakterystyk

Przeprowadzono również symulację numeryczną opisanego naszego doświadczenia dynamicznego na długich próbkach z mikrobetonu, dla prędkości uderzenia $v_0 = 25.8$ m/s - próbka nr. 18. Impuls ściskający ma w przybliżeniu kształt trójkąta. Długość trwania impulsu wynosi około 30 μ s, maksimum naprężenia ściskającego, równego 86.5 MPa występuje w czasie około 20 μ s. Naprężenie rozciągające (krytyczne) jest równe $\sigma^* = 9.5$ MPa, odpowiadający mu czas: $t^* = 2.2$ μ s. Próbka o długości 298 mm, średnicy 16.5 mm. Prędkość propagacji fal sprężystych w mikrobetonie $a_0 = 4200$ m/s, jego gęstość $\rho = 2160$ Ns²/m⁴. W doświadczeniu zanotowano powstawanie kolejnych odłamów: (1) - w odległości 63 mm od swobodnego brzegu próbki oraz (2) - w odległości 30 mm. Otrzymano z symulacji numerycznej (przy przyjęciu modelu sprężysto-kruchoego), że odłam pierwotny (1) powstaje w odległości 65 mm od swobodnego brzegu. Odłam wtórny może powstać w obszarze $12 \text{ mm} < l - x^* < 65 \text{ mm}$.

Korzystając z kodu komputerowego ABAQUS, opartego o metodę elementów skończonych, przeprowadzono symulację numeryczną przedstawionego powyżej eksperymentu dynamicznego. Do obliczeń przyjęto przestrzenny (osiowa symetria) sprężysto-kruchy model wytrzymałościowy materiału. Jak się należało spodziewać, otrzymaliśmy identyczne rezultaty jak z rozwiązania analitycznego zagadnienia w jednoosiowym stanie naprężenia.

Niniejsza praca jest wynikiem badań prowadzonych w projekcie badawczym KBN, Nr 7 T07A 026 08 pt: "Badanie zniszczenia materiałów w warunkach dynamicznych", Wstępne badania doświadczalne mikrobetonu na rozciąganie były przeprowadzone w ramach projektu badawczego KBN, Nr 3 1014 91 01 pt: "Termomechanika rozwoju uszkodzeń i przemian fazowych w materiałach".

Literatura

- [1] B. HOPKINSON, The pressure of a blow, w : Collected Scientific Papers, Cambridge University Press, 1912.
- [2] B. HOPKINSON, Trans. R. Soc., 213A, London, 1914, s. 437.
- [3] S. KOŻUCHOWSKI, Analiza stropów w stałych obiektach fortyfikacyjnych, Rozprawa doktorska, promotor: S. Kaliski, WAT, Warszawa, 1964.
- [4] J. W. LANDON, H. QUINNEY, Proc. R. Soc. 103A, London, 1923, s. 622.
- [5] W. GOLDSMITH, M. POLIVKA, T. YANG, Dynamic behaviour of concrete, Exp. Mech., 2, 6, 1966, s. 65 - 79.
- [6] L. NILSSON, M. OLDENBURG, Nonlinear wave propagation in plastic fracturing materials - a constitutive modelling and finite element analysis, w: Nonlinear Deformation Waves, IUTAM Symposium, Tallinn, 1982, s. 209 - 217.
- [7] W. GOLDSMITH, V. H. KENNER, T. E. RICKETTS, Dynamic loading of several concrete-like mixtures, J. of the Structural Division, Proc. ASCE, 94(ST7), 1968, s. 1803 - 1827.
- [8] W. GOLDSMITH, C. F. AUSTIN, C. C. WANG, S. FINNEGAN, Stress waves in indigenous rocks, J. of Geographical Research, 8, 71, 1966, s. 2055.
- [9] D. L. BIRKIMER, R. LINDEMANN, Dynamic tensile strength of concrete materials, ACI Journal, January 1971, 47 - 49.

- [10] H. W. REINHARDT, H. A. KORMELING, A. J. ZIELINSKI, The split Hopkinson bar, a versatile tool for the impact testing of concrete, The RILEM International Conference on Destructive Testing Equipment, Dübendorf, 1985.
- [11] J. K. GRAN, L. SEAMAN, Y. M. GUPTA, Application of a new technique to study the dynamic tensile failure of concrete, *Journal de Physique*, C5, n° 8, 45, s. 617 - 622.
- [12] H. YAMAGUCHI, K. FUJIMOTO, Strain rate effect on dynamic response of reinforced concrete slabs under impact loading, *Trans. of Architecture Institute of Japan*, n° 406, 1989, s. 25 - 36.
- [13] J. NAJAR, Spalling fracture and continuous damage in elastic-brittle materials (experiments and evaluations), w: *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, ed. Z. Bazant, Elsevier Sci. Publ., 1992, s. 593 - 596.
- [14] C. JOHNSTONE, C. RUIZ, Impact testing of ceramics, komunikat prywatny, 1994.
- [15] S. BIERWIRTH, J. NAJAR, Experimental apparatus for measuring the dynamic tensile strength of elastic-brittle materials, XXIX Polish Conference of Solid Mechanics, Rytro, 1992.
- [16] G. GARY, J. R. KLEPACZKO, H. ZHAO, Correction de dispersion pour l'analyse des petites déformations aux barres de Hopkinson, *Journal de Physique IV*, Colloque C3, Suppl. au *Journal de Physique III*, vol 1, Octobre 1991.
- [17] D. RITTEL, H. MAIGRE, Dynamic fracture toughness determination using the CCS technique: application to PMMA, IX International Conference on Fracture ICF8, Kiev, 1993.
- [18] H. D. BUI, H. MAIGRE, D. RITTEL, A new approach to the experimental determination of the dynamic stress intensity factor, *Int. J. Solids Structures*, 29,23,1992, pp. 2881-2895.
- [19] H. DENG, S. NEMAT-NASSER, Dynamic damage evolution in brittle solids, *Mechanic of Materials*, 14,1992, pp. 83-103.
- [20] L. POCHHAMMER, *J. für Reine und Angewandte Mathematik*, 81, 1876, p.324.
- [21] C. CHREE, *Cambridge Phil. Soc. Trans.*, 14, 1889, p.250.
- [22] J. NAJAR, Continuous damage of brittle solids, in *Continuum damage mechanics*, ed. D. Krajcinovic and J. Lemaitre, Springer Verlag, Wien-N.York, 1987, pp.233-294.
- [23] J. NAJAR, Transition from continuous damage to failure, in *Cracking and Damage*, ed. J. Mazars, Z.P. Bazant, Elsevier, 1989, pp.150-163.
- [24] L. D. BERTHOLF, Feasibility of two-dimensional numerical analysis of the split-Hopkinson pressure bar system, *Journal of Appl. Mech.*, march, 1974, pp. 137-144.
- [25] L. D. BERTHOLF, C. H. KARNES, Two-dimensional analysis of the split Hopkinson pressure bar system, *J. Mech. Phys. Solids*, 23, 1975, pp. 1-19.

- [26] W.K.NOWACKI, Program numeryczny "SPALL" - powstawanie wielokrotnych odłamów w pręcie sprężysto-kruchym na rozciąganie", IPPT, 1994.
- [27] C.A.ROSS, Fracture of concrete at high strain-rate, NATO Advanced Research Workshop Proceedings: Toughening Mechanisms in Quasi-Brittle Materials, Northwestern University, 16-20 July 1990, pp. 571-589.
- [28] M.A.GLINICKI, Tensile stress-strain behaviour of cementitious composite at high loading rates, Journal of Materials Science, 28, 1993, pp. 2148-2156.
- [29] P.ROSS et al., Effect de vitesse dans le comportement mécanique du béton. Cas de la traction directe, Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, 184, Mars-Avril 1993, pp. 71-76.
- [30] R.JOHN, S.P.SHAM, Constitutive modeling of concrete under impact loading. Impact: Effects of Fast Transient Loadings, Ammann et al (Eds.), Balkema, Rotterdam, 1988, pp. 37-65.
- [31] J.W.TEDESCO, C.A.ROSS, S.T.KUENNEN, Experimental and numerical analysis of high strain rate splitting tensile tests, ACI Materials Journal, March-April 1995, pp. 162-169.
- [32] H.W.REINHARDT, J.WEERHEIJM, Tensile fracture of concrete at high loading rates taking account of inertia and crack velocity effects, International Journal of Fracture, 51, 1991, pp. 31-42.
- [33] E.N.BELLENDIR, V.V.BELJAEV, O.B.NAIMARK, Kinetics of multicenter fracture under spalling conditions, Sov.Tech.Phys.Lett., 15, 1989, pp.90-93 (w jęz. rosyjskim).
- [34] J.NAJAR, Brittle residual strain and continuum damage at variable uniaxial loading, Int. J. of Damage Mechanics, 3, 1994, pp.260-276.
- [35] J.NAJAR, Dynamic tensile fracture phenomena at wave propagation in ceramic bars, Journal de Physique, C8,4, pp. 647-652.
- [36] J.NAJAR, T.SADOWSKI, Effective strain-related damage concept applied to brittle materials and composites, Brittle Matrix Composites 4Proc. 4th Int. Symp., Warszawa, 1994, pp.624-633.



56575