

Janusz Miła, Władysław Opydo

**PROJEKTOWANIE
WYSOKONAPIĘCIOWEJ IZOLACJI STAŁEJ
PRZEZNACZONEJ DO PRACY
W WARUNKACH PRÓŻNIOWYCH**

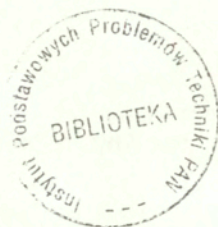
31/1995



P. 269

WARSZAWA 1995

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 10 listopada 1995 r.



56578



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 150 egz. Ark. wyd. 1,25 Ark. druk. 1,5
Oddano do drukarni w listopadzie 1995 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp. z o.o.
Warszawa, ul. Jasna 1

1. WSTĘP

Dążenie konstruktorów wysokonapięciowych urządzeń elektrycznych do minimalizacji kosztów wytwarzania i eksploatacji oraz miniaturyzacji projektowanych urządzeń wywołało duże zainteresowanie nowymi, doskonalszymi ośrodkami gaszącymi łuk elektryczny i izolującymi wysokie napięcie. W chwili obecnej za taki bardzo dobry ośrodek elektroizolacyjny uważa się próżnię. Właściwości elektroizolacyjne próżni nie są jednak, jak dotąd, w pełni poznane. Ogranicza to znacznie zakres wykorzystania próżni jako wysokonapięciowej elektroizolacji urządzeń.

Jednym z podstawowych problemów, które pojawiają się przy próbach wykorzystania próżni jako wysokonapięciowej elektroizolacji jest stosunkowo niska wytrzymałość elektryczna powierzchniowa izolacji stałej w próżni. Jest ona znacznie mniejsza od wytrzymałości elektrycznej skrośnej próżni. Problem ten jest bardzo ważny gdyż zwykle rozmiary izolatorów decydują o gabarytach całego urządzenia z elektroizolacją próżniową.

W niniejszej pracy przedstawiono ogólne zasady projektowania wysokonapięciowej izolacji stałej, przeznaczonej do pracy w warunkach próżniowych. Zaprezentowano krótki przegląd numerycznych metod analizy pola elektrostatycznego, umożliwiających wspomaganie projektowania tej elektroizolacji. Dokonano weryfikacji tych metod ze szczególnym uwzględnieniem analizy błędów powstających przy użyciu metody elementów skończonych (MES) oraz metody ładunków symulacyjnych (MŁS).

2. PROBLEM WYTRZYMAŁOŚCI ELEKTRYCZNEJ IZOLACJI STAŁEJ W PRÓŻNI

Wytrzymałość elektryczna izolacji stałej w próżni zależy od wielu czynników, a przede wszystkim od: właściwości użytych materiałów izolacyjnych, geometrii układu izolacyjnego, stanu powierzchni, dokładności wykonania połączenia izolator-elektroda, wysokości próżni, zastosowanego napięcia pobierczego [5].

Powszechnie akceptuje się pogląd, że przeskok elektryczny po powierzchni izolatora w próżni jest inicjowany przez połowę emisję elektronów ze złącza potrójnego, tj. miejsca gdzie bezpośrednio graniczą ze sobą próżnia, izolator i elektroda [2]. Dlatego proces projektowania i wykonywania izolatora powinien zapewnić ograniczenie do minimum natężenia pola elektrycznego, szczególnie w obszarze złącza potrójnego. Zmniejszenie intensywności emisji połowej możliwe jest dzięki wykonaniu układu izolacyjnego pozbawionego ostrych krawędzi, zastosowaniu elektrod o małej chropowatości, a także poprzez odpowiednie sterowanie rozkładem pola. Jedną z metod sterowania rozkładem pola w przestrzeni wokół izolatora, a szczególnie w obszarze złącza potrójnego, jest wprowadzenie metalowych wstawek do wnętrza zakończeń izolatora [4]. Podobną metodą umożliwiającą zmniejszenie natężenia pola w złączu potrójnym jest odpowiednie ukształtowanie powierzchni elektrod. Zmniejszenie natężenia pola w obszarze złącza potrójnego może być również osiągnięte przez zastosowanie osłon, które ponadto chronią

powierzchnię izolatora przed uderzeniami cząstek, promieniowaniem rentgenowskim i ultrafioletowym. Efekt zmniejszenia natężenia pola elektrycznego w obszarze złącza potrójnego, umożliwiającą zwiększenie wytrzymałości elektrycznej układu, można także osiągnąć przez umieszczenie zakończeń izolatora w wyłobieniach elektrod.

Badania eksperymentalne dowodzą, że w projektowanych urządzeniach należy ograniczać liczbę stosowanych izolatorów, ponieważ ze wzrostem liczby użytych izolatorów wytrzymałość elektryczna urządzeń ulega zmniejszeniu. Należy także dążyć do projektowania izolatorów o jak najmniejszych średnicach, gdyż ze wzrostem średnicy izolatora maleje jego wytrzymałość elektryczna w próżni. Ten spadek wytrzymałości elektrycznej spowodowany jest prawdopodobnie wzrostem długości złącza potrójnego.

Na rozkład natężenia pola w próżniowym układzie izolacyjnym z izolatorem znaczny wpływ ma rodzaj materiału użytego do budowy izolatora. Stosowanie materiałów izolacyjnych o dużej przenikalności elektrycznej prowadzi do obniżenia wytrzymałości elektrycznej układu, gdyż naprężenie elektryczne w złączu potrójnym jest w przybliżeniu proporcjonalne do przenikalności elektrycznej względnej ϵ_r materiału z którego jest wykonany izolator. Odpowiedni dobór geometrii układu izolator-elektroda i zastosowana technologia pozwalają jednak ograniczyć niekorzystny wpływ wysokiej przenikalności elektrycznej użytego materiału na wytrzymałość elektryczną układu. W tym przypadku bardzo ważną jest dokładność wykonania połączeń elektrod z izolatorem.

W procesie inicjowania i rozwoju przeskoaku po powierzchni izolacji stałej w próżni elektrony emitowane połowo ze złącza potrójnego, uderzając w powierzchnię izolatora, powodują emisję wtórną elektronów oraz dodatnie ładowanie jego powierzchni. Powstały w ten sposób ładunek powierzchniowy powoduje zwiększenie natężenia pola w obszarze złącza potrójnego co prowadzi do zmniejszenia wytrzymałości elektrycznej. Geometria układu izolator-elektroda powinna ograniczać oddziaływanie emitowanych elektronów z powierzchnią izolatora. Ograniczenie tego oddziaływania można zrealizować dzięki zastosowaniu skomplikowanych kształtów izolatorów, wydłużenie drogi przeskoaku powierzchniowego, wysunięcie złącza potrójnego poza główny profil izolatora, pokrycie powierzchni izolatora materiałem o małym współczynniku emisji wtórnej, a także przez zwiększenie chropowatości powierzchni izolatora. Wartość, a także znak, powstającego ładunku powierzchniowego zależne są od kąta zawartego pomiędzy powierzchnią izolatora a liniami sił pola elektrycznego. Przeprowadzone badania wytrzymałości izolatorów o kształtach stożków ściętych wykazały [8], że izolatory, których większa podstawa połączona jest z katodą mają wyższą wytrzymałość elektryczną. Zmiana kąta zawartego między liniami sił pola, w obszarze złącza potrójnego, a powierzchnią izolatora może więc prowadzić do wzrostu wytrzymałości elektrycznej układu.

Zwiększenie wytrzymałości elektrycznej izolatora możliwe jest również poprzez kondycjonowanie układu, a także przez napylenie na powierzchnię izolatora warstw półprzewodzących.

Podsumowując, zjawisko inicjowania i rozwoju przeskoaku elektrycznego po powierzchni izolatora w próżni jest procesem złożonym i trudnym w analizie. Na jego przebieg ma wpływ wiele czynników wzajemnie oddziaływających na siebie. Istniejące hipotezy mechanizmu inicjowania i rozwoju przeskoaku po powierzchni izolacji stałej w próżni znacznie się od siebie różnią. Badania eksperymentalne potwierdzają jednak, że

proces inicjowania przeskoku po powierzchni izolatora w próżni następuje w miejscach o szczególnie wysokim natężeniu pola elektrycznego. Dlatego, w procesie projektowania izolatora, duże znaczenie ma dobór rozwiązania konstrukcyjnego oraz lokalizacja punktów newralgicznych konstrukcji. Istnieje bowiem możliwość zwiększenia wytrzymałości elektrycznej poprzez modyfikację rozkładu pola i zmniejszenie natężenia pola elektrycznego w obszarach, w których inicjuje się wyladowanie. W procesie takiego projektowania bardzo przydatne są numeryczne metody syntezy i analizy pola elektrycznego.

3. METODY NUMERYCZNE OBLICZANIA ROZKŁADU POLA ELEKTRYCZNEGO

W procesie obliczania rozkładu pola występują trudności związane z rozwiązywaniem równań różniczkowych cząstkowych, takich jak równanie Laplace'a lub Poisson'a, dla dwu i trójwymiarowych pól z warunkami brzegowymi dla materiałów izolacyjnych z różnymi przenikalnościami elektrycznymi. Każda ze znanych metod numerycznych obliczania rozkładu pola elektrycznego posiada swoje zalety i wady. Ich ważkość zależy od rodzaju rozwiązywanego problemu. W pewnej mierze wszystkie znane metody uzupełniają się wzajemnie. Spośród wielu metod analizy i syntezy pola przedstawiono te, które przy obecnej technice obliczeniowej wydają się najbardziej przydatne do obliczeń rozkładu pola elektrycznego w układach zawierających izolację stałą. Do metod tych należą:

- metody syntezy pola,
- metoda różnic skończonych (MRS),
- metoda elementów skończonych (MES),
- metody równań całkowych.

3.1. Metody syntezy pola. Z rozdziału 2 niniejszej pracy wynika, że w procesie projektowania izolatora projektant powinien uzależnić kształt izolatora od rozkładu pola elektrycznego na powierzchni izolatora i w jego otoczeniu. W takim przypadku mamy do czynienia z zadaniem projektowym syntezy pola, w którym rozkład wielkości polowej jest traktowany jako zadany, na ogół w części rozpatrywanego obszaru, a poszukiwane mogą być:

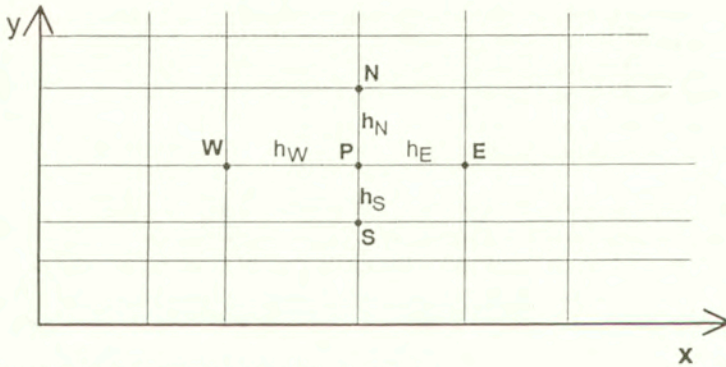
- kształt geometryczny obszarów,
- parametry środowiskowe obszarów,
- źródła pola w postaci warunków brzegowych.

Zadanie projektowe syntezy charakteryzuje się dużą niejednoznacznością rozwiązania. Niejednoznaczność ta wynika z możliwości sformułowania zadania syntezy w różnorodny sposób. Ponieważ synteza pola jest zadaniem odwrotnym do analizy konieczne jest poszukiwanie rozwiązań równań całkowych Fredholma i Voltery [6]. Obecnie jednak, za najważniejsze, z punktu widzenia zastosowań technicznych, uważane są metody unikające formułowania zadań w kategorii równania Fredholma. Opierają się one na odpowiednio przekształconych metodach analizy pola, np. na metodzie elementów skończonych. Ponieważ zadania syntezy cechuje niestabilność i niejednoznaczność rozwiązań koniecznym staje się zastosowanie technik regularyzacyjnych. Techniki te są jednak pod względem

numerycznym bardzo skomplikowane, gdyż wymagają zastosowania dużej pamięci operacyjnej użytego komputera oraz wielokrotnego wykonywania obliczeń. Dlatego metody syntezy pola są obecnie stosowane w ograniczonym zakresie.

Innym jeszcze podejściem do projektowania izolatora przy wykorzystaniu syntezy pola jest zastosowanie teorii optymalizacji i projektowanie konwersacyjne wykorzystujące zasady projektowania tradycyjnego. W projektowaniu tradycyjnym syntetyzowanie odbywa się nie matematycznymi metodami, lecz jest wynikiem postępowania kształtującego ostateczną strukturę obiektu na podstawie wyników analizy pola, uzyskanych w wyniku obserwacji i korekcji. Postępowanie takie wydaje się szczególnie korzystne gdy wstępne struktury obiektu muszą być poddawane badaniom doświadczalnym, jak to zwykle ma miejsce w przypadku projektowania wysokonapięciowej izolacji stałej.

3.2. Metoda różnic skończonych. Metoda różnic skończonych (MRS) jest uniwersalną, najstarszą metodą analizy pola. Modele badanych obiektów, przy wykorzystaniu tej metody, muszą mieć charakter dyskretny i skończony (dotyczy to również MES). Metoda ta jest szczególnie przydatna do obliczania pól w środowiskach niejednorodnych o parametrach nieliniowych. Jest często stosowana do analizy pól sprzężonych. Przykład siatki stosowanej w MRS przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Nieregularna siatka prostokątna wykorzystywana w MRS

W dwuwymiarowym układzie współrzędnych równanie Poisson'a ma postać

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (3.01a)$$

w którym: ∇^2 - laplasian, ϕ - potencjał, ϵ - przenikalność elektryczna środowiska, ρ - gęstość powierzchniowa ładunku.

W przypadku braku ładunków powierzchniowych ρ równanie to upraszcza się do postaci zwanej równaniem Laplace'a

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0. \quad (3.01b)$$

MRS polega na utworzeniu siatki w rozpatrywanym obszarze x - y ograniczonym warunkami brzegowymi. Zakładając, że potencjały węzłów sąsiadujących z węzłem P (rys. 1) są znane jako warunki brzegowe lub jako wyniki wcześniejszych obliczeń, wówczas, wykorzystując właściwości potencjału, wartość potencjału w pobliżu węzła P można określić korzystając szeregu Taylor'a. Dla dwóch zmiennych ma on postać:

$$\begin{aligned} \phi(x, y) = & \phi(P) + \frac{1}{1!}[(x - x_p)\phi_x(P) + (y - y_p)\phi_y(P)] + \\ & + \frac{1}{2!}[(x - x_p)^2\phi_{xx}(P) + 2(x - x_p)(y - y_p)\phi_{xy}(P) + (y - y_p)^2\phi_{yy}(P)] + \\ & + \frac{1}{3!}[(x - x_p)^3\phi_{xxx}(P) + 3(x - x_p)^2(y - y_p)\phi_{xxy}(P) + \\ & + 3(x - x_p)(y - y_p)^2\phi_{xyy}(P) + (y - y_p)^3\phi_{yyy}(P)] + R'_{xy}(P) \end{aligned} \quad (3.02)$$

gdzie $R'_{xy}(P)$ jest pozostałością wyższych rzędów, a

$$\phi_x(P) = \left[\frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x} \right]_p, \phi_y(P) = \left[\frac{\partial \phi(x,y)}{\partial y} \right]_p, \phi_{xy}(P) = \left[\frac{\partial^2 \phi(x,y)}{\partial x \partial y} \right]_p, \text{ itd.} \quad (3.03)$$

Przy małych odległościach między węzłami siatki, w stosunku do rozmiarów analizowanego obszaru, potencjał w bliskim sąsiedztwie węzła P może być wyznaczony z wystarczającą dokładnością jeśli w szeregu Taylor'a pominiemy wyrażenia zawierające trzecią i wyższe pochodne potencjału. Tak więc wartości potencjałów węzłów E , N , W , S mogą być opisane następującymi wyrażeniami:

$$\phi(E) = \phi(P) + h_E \phi_x(P) + \frac{1}{2} h_E^2 \phi_{xx}(P), \quad (3.04a)$$

$$\phi(N) = \phi(P) + h_N \phi_y(P) + \frac{1}{2} h_N^2 \phi_{yy}(P), \quad (3.04b)$$

$$\phi(W) = \phi(P) - h_W \phi_x(P) + \frac{1}{2} h_W^2 \phi_{xx}(P), \quad (3.04c)$$

$$\phi(S) = \phi(P) - h_S \phi_y(P) + \frac{1}{2} h_S^2 \phi_{yy}(P), \quad (3.04d)$$

w których $h_E = (x_E - x_p)$, itp.

Sumując wyrażenia opisujące potencjały w węzłach E i W oraz w węzłach N i S otrzymuje się równania:

$$\phi(E) + \phi(W) - 2\phi(P) = (h_E - h_W)\phi_x(P) + \frac{1}{2}(h_E^2 + h_W^2)\phi_{xx}(P), \quad (3.05a)$$

$$\phi(N) + \phi(S) - 2\phi(P) = (h_N - h_S)\phi_y(P) + \frac{1}{2}(h_N^2 + h_S^2)\phi_{yy}(P). \quad (3.05b)$$

Występujące w równaniach (3.05a-b) pochodne $\phi_x(P)$ oraz $\phi_y(P)$ mogą być wyrażone przez przybliżenie

$$\phi_x(P) \approx \frac{\frac{h_W}{h_E}[\phi(E) - \phi(P)] + \frac{h_E}{h_W}[\phi(P) - \phi(W)]}{(h_E - h_W)} = \quad (3.06a)$$

$$= \frac{h_W}{h_E(h_E + h_W)}\phi(E) + \frac{(h_E - h_W)}{h_E h_W}\phi(P) - \frac{h_E}{h_W(h_E + h_W)}\phi(W),$$

$$\phi_y(P) = \frac{h_S}{h_N(h_N + h_S)}\phi(N) + \frac{(h_N - h_S)}{h_N h_S}\phi(P) - \frac{h_N}{h_S(h_N + h_S)}\phi(S). \quad (3.06b)$$

Wprowadzając równanie (3.06a) do (3.05a) oraz równanie (3.06b) do (3.05b) otrzymuje się wyrażenia:

$$\phi_{xx}(P) = \frac{2\phi(E)}{h_E(h_E + h_W)} + \frac{2\phi(W)}{h_W(h_E + h_W)} - \frac{2\phi(P)}{h_E h_W}, \quad (3.07a)$$

$$\phi_{yy}(P) = \frac{2\phi(N)}{h_N(h_N + h_S)} + \frac{2\phi(S)}{h_S(h_N + h_S)} - \frac{2\phi(P)}{h_N h_S}. \quad (3.07b)$$

Wykorzystując powyższe przybliżenia drugiej pochodnej możliwe jest rozwiązanie równania Poisson'a

$$\nabla^2 \phi = \phi_{xx} + \phi_{yy} = -f(x, y). \quad (3.08)$$

Równanie (3.08) może być zapisane w postaci

$$D_{EP}\phi(P) + D_{NP}\phi(N) + D_{WP}\phi(W) + D_{SP}\phi(S) + D_{PP}\phi(P) + \frac{1}{2}f(P) = 0, \quad (3.09)$$

w którym

$$D_{EP} = \frac{1}{h_E(h_E + h_W)}, D_{NP} = \frac{1}{h_N(h_N + h_S)}, D_{WP} = \frac{1}{h_W(h_E + h_W)},$$

$$D_{SP} = \frac{1}{h_S(h_N + h_S)}, D_{PP} = -\left(\frac{1}{h_E h_W} + \frac{1}{h_N h_S}\right).$$

Jest ono również poprawne dla innych węzłów siatki.

Dla często stosowanej siatki kwadratowej równanie (3.09) przyjmuje postać

$$\phi(E) + \phi(N) + \phi(W) + \phi(S) - 4\phi(P) + h^2 f(P) = 0. \quad (3.10)$$

Równanie (3.09) można również zapisać w postaci macierzowej

$$[D]\{\phi\} = \{d\}, \quad (3.11)$$

gdzie: $[D]$ - macierz współczynników, $\{\phi\}$ - macierz kolumnowa potencjałów, $\{d\}$ - macierz kolumnowa sumy znanych potencjałów i wyrażeń występujących w równaniu Poisson'a.

Stosowanie MRS nie jest także trudne w przypadku obliczania rozkładu pola w obszarach zawierających materiały mające różne wartości przenikalności elektrycznej. Na przykład dla obszaru, w którym węzły E , P oraz W (rys. 1) są granicą materiałów o różnych przenikalnościach, można ułożyć równanie wynikające z superpozycji dwóch pól:

$$\phi(P) = \frac{1}{4} \left[\phi(E) + \phi(W) + \frac{2\varepsilon_1}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \phi(N) + \frac{2\varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \phi(S) \right]. \quad (3.12)$$

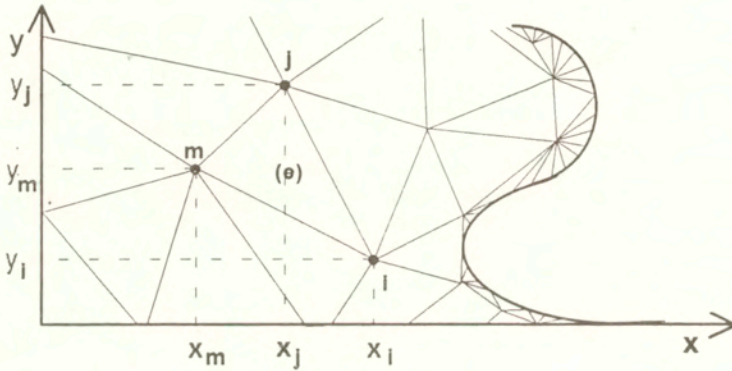
Należy jednak zauważyć, że przy analizie obszarów z materiałami mającymi różne właściwości granice między tymi obszarami muszą przebiegać wzdłuż krawędzi siatki. Ten wymóg trudny do spełnienia powoduje powstawanie znacznych błędów obliczeń, szczególnie w pobliżu granicy materiałów.

3.3. Metoda elementów skończonych. Do metod najbardziej uniwersalnych i najczęściej stosowanych w analizie pola elektromagnetycznego należy metoda elementów skończonych (MES). Rys. 2. przedstawia przykład analizowanej powierzchni podzielony na nieregularne elementy trójkątne wykorzystywane w MES. Zaletą tej metody jest łatwość zastosowania do obliczeń układów zawierających materiały niejednorodne, jak i anizotropowe, oraz możliwość dostosowania kształtu elementów siatki do brzegów analizowanego obszaru (rys. 2) i gradientu potencjału. Mimo wielu zalet metoda ta ma też pewne wady; użycie jej pociąga za sobą konieczność analizy pola w całym obszarze jego występowania. Powoduje to powstawanie dużych siatek i układu równań o dużych rozmiarach. Przez to znacznie zwiększa się nakład pracy i czas obliczeń. Inną jeszcze wadą MES jest analiza pola w obszarach nieograniczonych.

MES koncentruje się na minimalizacji energii w całym interesującym nas obszarze. Dyskretyzacja w metodzie tej polega na zapełnieniu analizowanej przestrzeni elementami geometrycznymi. Dla układu dwuwymiarowego, na przykład, można stosować elementy trójkątne; często wykorzystywane w obliczeniach układów izolacyjnych (rys. 2).

Załóżmy, że pole elektrostatyczne wewnątrz anizotropowego materiału dielektrycznego, którego przewodność można zaniedbać jest ustalone. Potencjał w takim układzie zależny będzie od warunków brzegowych. Energię elektryczną zawartą w tym obszarze opisuje wyrażenie

$$W = \iiint \left[\frac{1}{2} \left\{ \varepsilon_x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \varepsilon_y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \varepsilon_z \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \right] dx dy dz. \quad (3.13)$$



Rys. 2. Wycinek powierzchni analizowanej MES podzielony na nieregularne elementy trójkątne

Dla obszarów, w których potencjał nie jest zależny od zmiennej z wyrażenie przyjmuje postać

$$W = z \iint_A \left[\frac{1}{2} \left\{ \varepsilon_x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \varepsilon_y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy. \quad (3.14)$$

W przypadku dwuwymiarowego układu współrzędnych (rys. 2) rozkład potencjału wewnątrz wybranego elementu (e) można opisać funkcją

$$\phi(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \dots \quad (3.15)$$

Ze względu na ograniczenia czasowe i skomplikowane obliczenia równanie to zwykle upraszcza się i ogranicza do postaci

$$\phi(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y. \quad (3.16)$$

W ten sposób potencjały węzłów, dla wybranego elementu trójkątnego (rys. 2), można zapisać jako

$$\left. \begin{aligned} \phi_i &= \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \\ \phi_j &= \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \\ \phi_m &= \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

Stosując zasadę Cramer'a można wyznaczyć wartości współczynników:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2\Delta_e} (a_i\phi_i + a_j\phi_j + a_m\phi_m), \quad (3.18a)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2\Delta_e} (b_i\phi_i + b_j\phi_j + b_m\phi_m), \quad (3.18b)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2\Delta_e} (c_i\phi_i + c_j\phi_j + c_m\phi_m), \quad (3.18c)$$

w których:

$$\left. \begin{aligned} a_i &= x_j y_m - x_m y_j \\ a_j &= x_m y_i - x_i y_m \\ a_m &= x_i y_j - x_j y_i \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} b_i &= y_j - y_m \\ b_j &= y_m - y_i \\ b_m &= y_i - y_j \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} c_i &= x_m - x_j \\ c_j &= x_i - x_m \\ c_m &= x_j - x_i \end{aligned} \right\}, \quad (3.18d)$$

$$\text{oraz} \quad 2\Delta_e = a_i + a_j + a_m = b_i c_j - b_j c_i, \quad (3.19)$$

gdzie Δ_e - pole powierzchni elementu trójkątnego.

Korzystając z równań (3.16), (3.17) oraz (3.18a-d) rozkład potencjału wewnątrz elementu trójkątnego, w zależności od potencjałów jego węzłów, można opisać wyrażeniem

$$\begin{aligned} \phi_e(P) = \frac{1}{2\Delta_e} [(a_i + b_i + c_i)\phi_i + \dots \\ \dots + (a_j + b_j + c_j)\phi_j + (a_m + b_m + c_m)\phi_m] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Wyrażenie to może przybrać postać macierzową

$$\phi_e = [N_i, N_j, N_m] \begin{Bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_m \end{Bmatrix}, \quad (3.21)$$

w której N - funkcja kształtu.

Niezbędne do określenia energii zawartej w rozpatrywanym elemencie pochodne cząstkowe można obliczyć ze wzoru (3.20) lub (3.16). Mają one następujące postacie:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \alpha_2 = f(\phi_i, \phi_j, \phi_m), \quad (3.22a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \alpha_3 = f(\phi_i, \phi_j, \phi_m). \quad (3.22b)$$

Wykorzystując równanie (3.14) można zapisać wyrażenie określające energię elementu jako

$$\chi^e = \frac{W^e}{z} = \frac{1}{2} \Delta_e \left\{ \varepsilon_x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \varepsilon_y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\}, \quad (3.23)$$

gdzie $\iint dx dy = \Delta_e$.

MES opiera się na minimalizacji energii w badanym obszarze lub przestrzeni. Wyrażenie minimalizujące energię w całym układzie można zapisać jako

$$\frac{\partial \chi}{\partial \{\phi\}} = 0, \quad (3.24)$$

gdzie $\{\phi\}$ - wektor potencjałów w całym układzie.

Dla elementu trójkątnego równanie minimalizujące może być zapisane w prostszy sposób. Biorąc pod uwagę równanie (3.23) pochodna χ^e względem ϕ_i ma postać

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^e}{\partial \phi_i} &= \frac{1}{2} \varepsilon_e \Delta_e \left(2\alpha_2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \phi_i} + 2\alpha_3 \frac{\partial \alpha_3}{\partial \phi_i} \right) = \frac{1}{2} \varepsilon_e (\alpha_2 b_i + \alpha_3 c_i) = \\ &= \frac{\varepsilon_e}{4\Delta_e} \left[(b_i^2 + c_i^2) \phi_i + (b_i b_j + c_i c_j) \phi_j + (b_i b_m + c_i c_m) \phi_m \right]; \end{aligned} \quad (3.25)$$

wewnątrz wybranego elementu $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_e$.

Pochodną tą względem trzech zmiennych, najwygodniej jest wyrazić w postaci macierzowej:

$$\frac{\partial \chi^e}{\partial \{\phi\}^e} = \frac{\varepsilon_e}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} (b_i^2 + c_i^2) & (b_i b_j + c_i c_j) & (b_i b_m + c_i c_m) \\ \text{sym} & (b_j^2 + c_j^2) & (b_j b_m + c_j c_m) \\ & & (b_m^2 + c_m^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \phi_m \end{Bmatrix} = [h]^e \{\phi\}^e, \quad (3.26)$$

w której $[h]^e$ - macierz sztywności dla wybranego elementu.

Na potencjał wybranego węzła siatki mają wpływ potencjały sąsiadujących z nim węzłów. Rozpatrzmy więc układ składający się z czterech elementów trójkątnych, przedstawiony na rys. 3, z węzłem centralnym oznaczonym numerem 5.

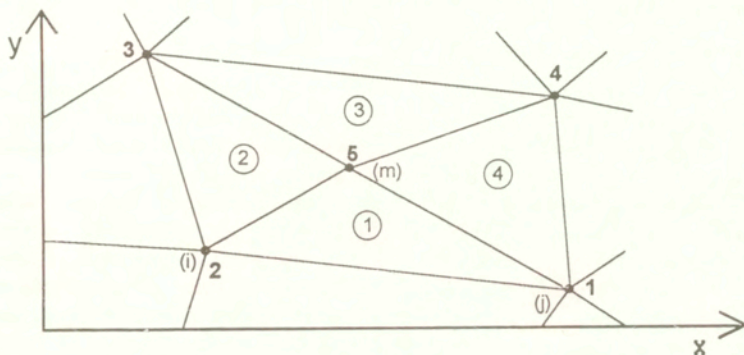
Równanie (3.24) dla układu o takiej geometrii ma postać

$$\frac{\partial \chi}{\partial \phi_5} = 0, \quad (3.27)$$

gdzie χ - funkcjonal energetyczny dotyczący czterech węzłów.

Przed rozwinięciem tego równania wygodnie jest zapisać macierz sztywności równania (3.26) jako

$$[h]^e = \begin{bmatrix} (h_{ii})_e & (h_{ij})_e & (h_{im})_e \\ & (h_{jj})_e & (h_{jm})_e \\ \text{sym} & & (h_{mm})_e \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$



Rys. 3. Wycinek siatki zawierający cztery elementy trójkątne i pięć węzłów.

$$\text{gdzie } (h_{ii})_e = \frac{\varepsilon_e}{4\Delta_e}(b_i^2 + c_i^2); (h_{ij})_e = \frac{\varepsilon_e}{4\Delta_e}(b_i b_j + c_i c_j); \dots \text{itd.}$$

Zmieniając indeks e na numer wybranego elementu (rys. 3) otrzymuje się równanie

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi}{\partial \phi_5} = & \\ (\text{dla elementu 1}) & = [(h_{im})_1 \phi_2 + (h_{jm})_1 \phi_1 + (h_{mm})_1 \phi_5 + \\ (\text{dla elementu 2}) & + (h_{im})_2 \phi_3 + (h_{jm})_2 \phi_2 + (h_{mm})_2 \phi_5 + \\ (\text{dla elementu 3}) & + (h_{im})_3 \phi_4 + (h_{jm})_3 \phi_3 + (h_{mm})_3 \phi_5 + \\ (\text{dla elementu 4}) & + (h_{im})_4 \phi_1 + (h_{jm})_4 \phi_4 + (h_{mm})_4 \phi_5] = 0. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Równanie (3.29) można zapisać w postaci

$$H_{15}\phi_1 + H_{25}\phi_2 + H_{35}\phi_3 + H_{45}\phi_4 + H_{55}\phi_5 = 0, \quad (3.30)$$

gdzie

$$\begin{aligned} H_{15} &= [(h_{im})_4 + (h_{jm})_1] \\ H_{25} &= [(h_{im})_1 + (h_{jm})_2] \dots \\ \dots H_{55} &= [(h_{mm})_1 + (h_{mm})_2 + (h_{mm})_3 + (h_{mm})_4]. \end{aligned}$$

Umożliwia ono obliczenie potencjału ϕ_5 przy znanych potencjałach $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$.

Korzystając z MES można dla całego analizowanego obszaru napisać równanie:

$$\frac{\partial \chi}{\partial \{\phi\}} = 0 = [H]\{\phi\}. \quad (3.31)$$

Zaletą stosowania MES w odniesieniu do obliczeń pola w układach izolacyjnych jest łatwość zastosowania do układów niejednorodnych, a także do układów anizotropowych. Metoda ta daje możliwość lokalnego zagęszczenia siatki oraz dostosowania kształtu i rozmiarów zastosowanego elementu do analizowanego profilu.

MES wymaga wyraźnego określenia granic analizowanego obszaru, zatem ukierunkowana jest na analizowanie pola elektrycznego w przestrzeni ograniczonej określonymi granicami. Ze względu na konieczność pokrycia przez elementy siatki całego analizowanego obszaru metoda ta wymaga ułożenia dużych układów równań algebraicznych. Tych komplikacji można uniknąć korzystając z metod wywodzących się z klasycznej teorii równań całkowych. W metodach tych analiza dotyczy jedynie brzegu analizowanego obszaru co powoduje zmniejszenie liczby rozpatrywanych elementów i pozwala w istotny sposób zmniejszyć rozmiary układu równań [7]. Tak więc posługiwanie się metodami całkowymi w odniesieniu do środowisk nieograniczonych jest znacznie dogodniejsze.

3.4. Metoda ładunków symulacyjnych. Często stosowaną metodą, do obliczeń pola elektrycznego, wywodzącą się z klasycznych teorii równań całkowych, jest metoda ładunków symulacyjnych (MŁS). Zalety tej metody ujawniają się szczególnie przy obliczaniu wysokonapięciowych układów izolacyjnych, szczególnie w przypadku gdy wymagana jest duża dokładność obliczeń w obszarze granicy materiałów mających różne właściwości fizyczne.

MŁS wykorzystuje zasadę superpozycji potencjałów pochodzących od poszczególnych ładunków występujących w analizowanej przestrzeni. Ładunki te mogą występować w postaci punktowej, liniowej, lub w postaci okręgu. Jeżeli w analizowanej przestrzeni znajduje się n ładunków to potencjał w dowolnym punkcie tej przestrzeni można określić równaniem

$$\phi_i = \sum_{j=1}^n p_{ij} Q_j, \quad (3.32)$$

gdzie p_{ij} - współczynnik potencjału obliczany analitycznie.

Równanie (3.32), przy znanych warunkach brzegowych umożliwia powiązanie ilościowe potencjału z ładunkiem. W przypadku gdy mamy do czynienia z obszarem ograniczonym elektrodami gęstość powierzchniowa ładunku jest równa składowej normalnej indukcji elektrycznej przy powierzchni elektrody. W celu obliczenia n nieznanymi ładunków umieszczonych w przestrzeni potrzebne jest n znanych potencjałów. Potencjały te na przewodzących powierzchniach tworzących elektrody układu można stosunkowo łatwo określić. W określonym punkcie przestrzeni, znajdującym się na powierzchni przewodzącej, potencjał określa równanie

$$\sum_{j=1}^n P_{ij} Q_j = \phi_c. \quad (3.33)$$

Równanie to umożliwia ułożenie następującego układu n równań liniowych dla n nieznanych ładunków

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n1} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \dots \\ \phi_n \end{Bmatrix}. \quad (3.34)$$

Układ równań (3.34) umożliwia określenie rozkładu n nieznanych ładunków w przestrzeni, oraz, korzystając z równania (3.32), obliczenie potencjału w dowolnym punkcie przestrzeni.

Wykorzystując zasadę superpozycji można również określić składowe natężenia pola w analizowanej przestrzeni. W układzie współrzędnych prostokątnych składową natężenia pola elektrycznego E_x określa równanie

$$E_x = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial x} Q_j = \sum_{j=1}^n (f_{ij})_x Q_j, \quad (3.35)$$

gdzie f_{ij} - współczynnik natężenia pola.

W przypadku stosowania MŁS konieczne jest by współczynniki potencjału, określające rodzaj geometrii ładunku symulacyjnego, a także współczynniki natężenia pola były wyznaczalne analitycznie. Istnieje zatem możliwość użycia ładunków symulacyjnych w kształcie punktów, linii prostych, okręgów, itp.

Dla ładunku punktowego, w układzie współrzędnych walcowych, odpowiednie współczynniki są równe

$$P_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon\sqrt{r_i^2 + (z_i - z_j)^2}}, \quad (3.36)$$

oraz

$$(f_{ij})_x = \frac{r}{4\pi\epsilon} \left(r_i^2 + (z_i - z_j)^2 \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (3.37)$$

Wzory określające analogiczne współczynniki dla ładunków rozmieszczonych równomiernie na odcinku linii prostej mają postacie bardziej skomplikowane

$$P_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon(z_{j2} - z_{j1})} \ln \frac{(z_{j2} - z_i + \gamma_1)(z_{j1} + z_i + \gamma_2)}{(z_{j1} - z_i + \delta_1)(z_{j2} + z_i + \delta_2)}, \quad (3.38)$$

gdzie

$$\gamma_1 = \sqrt{r_1^2 + (z_{j2} - z_i)^2}, \quad \gamma_2 = \sqrt{r_1^2 + (z_{j1} + z_i)^2}$$

$$\delta_1 = \sqrt{r_1^2 + (z_{j1} - z_i)^2}, \quad \delta_2 = \sqrt{r_1^2 + (z_{j2} + z_i)^2}$$

oraz

$$(f_\vartheta)_r = \frac{1}{4\pi\epsilon(z_{j2} - z_{j1})} \left[\frac{z_{j2} - z_i}{r_1\gamma_1} - \frac{z_{j1} - z_i}{r_1\delta_1} + \frac{z_{j1} + z_i}{r_1\gamma_2} - \frac{z_{j2} + z_i}{r_1\delta_2} \right], \quad (3.39)$$

$$(f_\vartheta)_z = \frac{1}{4\pi\epsilon(z_{j2} - z_{j1})} \left[\frac{1}{\gamma_1} - \frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\delta_2} \right]. \quad (3.40)$$

Podobne wzory mogą być sformułowane dla przypadku układu, w którym ładunki rozmieszczone są na linii prostej czy też okręgu.

Mimo wielu zalet MŁS posiada także wady. Stosowanie MŁS do obliczania rozkładu pola w przestrzeni zawierającej kilka materiałów dielektrycznych, w przeciwieństwie do MES oraz MRS, prowadzi do powstawania stosunkowo skomplikowanych równań i wydłuża znacznie czas obliczeń.

3.5. Podsumowanie przeglądu metod obliczania pola elektrycznego. Oceniając przydatność wyżej przedstawionych metod do obliczania rozkładu pola elektrycznego w wysokonapięciowych układach izolacyjnych można stwierdzić, że metody syntezy, ze względu na trudności obliczeniowe i skomplikowaną teorię wydają się w chwili obecnej mało przydatne. Z powodu częstego braku możliwości dostosowania siatki dyskretyzującej do geometrii analizowanych układów MRS może być stosowana w przypadkach nie wymagających wysokiej dokładności obliczeń, ponieważ z punktu widzenia projektanta urządzenia wysokonapięciowego z elektroizolacją próżniową najbardziej interesujące są obszary występowania wysokich napiężeń i powierzchnie styku elektrod z materiałem dielektrycznym. Trudności te nie występują w MES, w której, kosztem wzrostu ilości zastosowanych elementów, można uzyskać wysoką zgodność siatki dyskretyzującej z geometrią układu. Powoduje to jednak rozbudowę układu równań. Analiza przestrzeni nieograniczonych tą metodą prowadzi również do dużych układów równań.

Zaletą MŁS, w odniesieniu do przypadku obliczania pola wewnątrz wysokonapięciowych układów izolacyjnych, w których podane są głównie warunki brzegowe Dirichlet'a, krawędzie połączeń materiałów są w większości krzywymi, a najbardziej interesujące są rozkłady pola w obszarach wysokich napiężeń jest naturalna zdolność tej metody do symulacji układów o skomplikowanych profilach przez stosunkowo proste metody. Ponadto analizowana przestrzeń nie musi być określona w zamkniętych granicach. Przy stosowaniu MŁS, po obliczeniu rozkładu ładunków, potencjał oraz natężenie pola są następnie obliczane dokładnymi metodami analitycznymi. Pomimo, że uzyskany tą metodą układ równań algebraicznych ma pełną macierz współczynników czas obliczeń MŁS jest znacznie krótszy niż czasy obliczeń MES lub MRS. Wynika to z mniejszej liczby równań oraz prostszych współczynników macierzy. Jednakże MŁS jest metodą trudną, jej stosowanie wymaga dużego doświadczenia ponieważ bardzo ważny jest

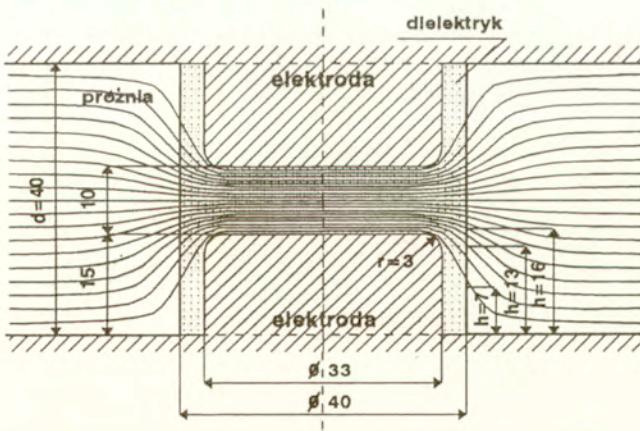
dobór odpowiednich ładunków symulacyjnych. Największą wadą MŁS jest duży stopień skomplikowania układu równań tej metody dla przypadku przestrzeni zawierającej materiały o różnych przenikalnościach elektrycznych.

Podsumowując można stwierdzić, że dużą dokładność obliczeń rozkładu pola elektrycznego w układach izolacyjnych, przy niezbyt dużych trudnościach obliczeniowych, zapewniają dwie metody: MES i MŁS.

4. PORÓWNANIE MES ORAZ MŁS

Jak już wspomniano, w próżniowym układzie izolacyjnym powierzchnia izolacji stałej jest niewaligicznym obszarem układu, z punktu widzenia jego wytrzymałości elektrycznej. Dlatego analiza rozkładu pola elektrycznego na powierzchni tej izolacji ma szczególnie duże znaczenie. Na wytrzymałość elektryczną izolacji stałej w próżni duży wpływ ma rozkład natężenia pola elektrycznego w obszarze złącza potrójnego. Dlatego też stosowana metoda analizy pola powinna zapewnić dużą dokładność obliczeń w tym obszarze.

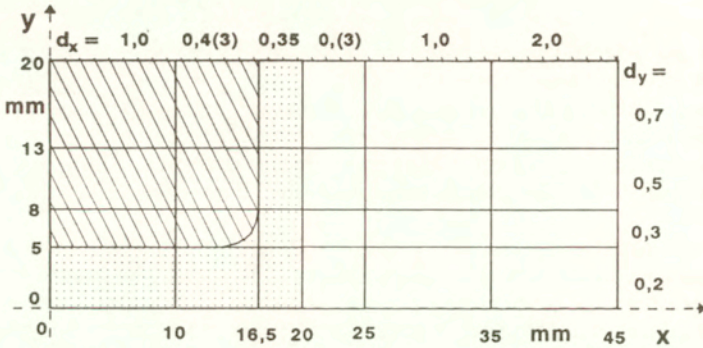
W celu określenia dokładności obliczeń MES oraz MŁS porównano wyniki obliczeń rozkładu pola, na powierzchni modelowego izolatora, otrzymane tymi dwoma metodami. Na rys. 4 przedstawiono geometrię analizowanego układu izolacyjnego oraz rozkład linii ekwipotencjalnych między jego elektrodami. Izolator modelowy, o kształcie walca, umieszczony między elektrodami płaskimi miał w swoich podstawach cylindryczne wycięcia umożliwiające wprowadzenie do jego wnętrza elektrod sterujących rozkładem pola. Analizie poddano punkty na powierzchni izolatora znajdujące się w odległości $h = 7$; 13; 16 mm od jego podstawy (rys. 4).



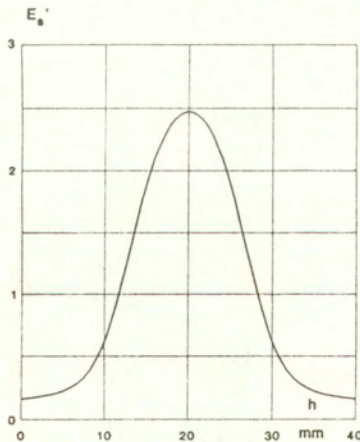
Rys. 4. Model układu izolacyjnego z izolatorem o symetrii obrotowej oraz rozkład linii ekwipotencjalnych obliczony MES; wymiary w milimetrach

Do obliczeń MES użyto siatki o elementach prostokątnych mającej 3696, 7336 lub 14336 węzłów. Na rys. 5 przedstawiono odległości między węzłami, w poszczególnych obszarach analizowanej przestrzeni, dla siatki mającej 3696 węzłów.

Wyniki obliczeń przy użyciu tej siatki przedstawiono na rys. 6 i 7. Rys. 6 przedstawia wartość względnej składowej natężenia pola stycznego do powierzchni dielektryku w funkcji wysokości h od podstawy izolatora.

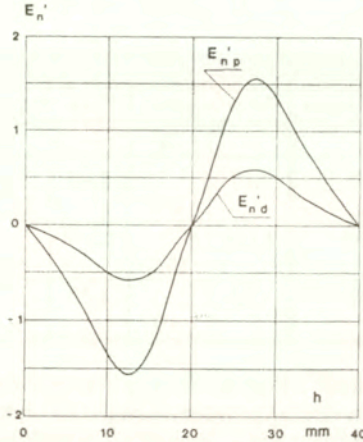


Rys. 5. Odległości między węzłami, w poszczególnych obszarach analizowanej przestrzeni, dla siatki mającej 3696 węzłów (dx - odległość między węzłami w osi poziomej, dy - odległość w osi pionowej)



Rys. 6. Wartość względnej składowej natężenia pola stycznego do powierzchni dielektryku E_s' w funkcji wysokości h izolatora; MES - 3696 węzłów siatki, $E_s' = E_s/E_d$, $E_d = U/d$, U - napięcie między elektrodami, d - odległość podstaw izolatora, E_s - składowa natężenia pola stycznego do powierzchni izolatora

Na rys. 7. przedstawiono wartości względnych składowych natężenia pola normalnych do powierzchni dielektryku od strony dielektryku $E_{n'd}$ oraz od strony próżni $E_{n'p}$. Siatki o 7336 oraz 14336 węzłach, uzyskano przez proporcjonalne zwiększenie liczby węzłów w osi poziomej.



Rys. 7. Wartości względnych składowych normalnych natężenia pola do powierzchni dielektryku od strony dielektryku ($E_{n'd} = E_{nd}/E_d$) oraz od strony próżni ($E_{n'p} = E_{np}/E_p$). MES - 3696 węzłów siatki

Wyniki obliczeń otrzymane MES porównano z wynikami obliczeń, takiego samego układu izolacyjnego, zamieszczonymi w pracy [1]. Autorzy pracy [1] posługując się metodą ładunków symulacyjnych (MŁS) modelowali badany układ 136 pierścieniami. Wykresy przedstawiające obliczenia składowej stycznej natężenia pola E_s oraz składowej normalnej natężenia pola w próżni $E_{n'p}$ przedstawione w pracy [1], mają podobny kształt jak wykresy otrzymane MES (rys. 6 oraz 7). Występują jednak pewne różnice w wynikach obliczeń.

W tabeli 1 zestawiono ekstremalne wartości składowej stycznej i normalnej natężenia pola uzyskane MES oraz MŁS [1] a także różnice procentowe między wynikami uzyskanymi obydwojema metodami. Wraz ze wzrostem liczby węzłów siatki, w MES, lub pierścieni modelujących, w MŁS, dokładność obliczeń rośnie. Wyniki pomiarów przedstawione w tabeli 1 wskazują, że ze wzrostem liczby węzłów siatki w MES różnice między wynikami otrzymanymi tą metodą a wynikami otrzymanymi MŁS są coraz większe. Jest to spowodowane wzrostem dokładności obliczeń MES.

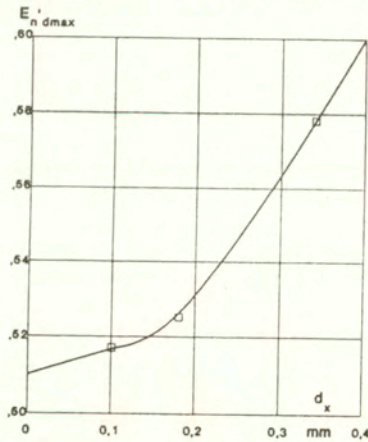
Na rys. 8 przedstawiono obliczoną MES zależność maksymalnej wartości składowej normalnej natężenia pola od strony dielektryku $E_{n'dmax}$ (występującej w odległości $h = 13$ mm od podstawy izolatora) od odległości między węzłami siatki w osi poziomej d_x . Z wykresu wynika, że zmniejszając odległość między węzłami siatki (ze wzrostem liczby węzłów) otrzymuje się coraz mniejsze wartości składowej normalnej natężenia pola $E_{n'dmax}$.

Tabela 1. Ekstremalne wartości składowych względnego natężenia pola - stycznej i normalnej do powierzchni dielektryku - obliczone przy użyciu MES oraz MŁS; $E_s'_{max} = E_{smax} / E_d$, $E_s'_{min} = E_{smin} / E_d$, $E_n'_{pmax} = E_{npmax} / E_d$, $E_d = U/d$, d - odległość elektrod, U - napięcie między elektrodami, E_{smax} , E_{smin} , E_{npmax} - ekstremalne wartości składowych natężenia pola - stycznej i normalnej do powierzchni dielektryku, δ - różnice procentowe

uzyskanych wyników, np. $\delta_s'_{max} = \frac{E_s'_{max}(\text{obliczone MŁS}) - E_s'_{max}(\text{obliczone MES})}{E_s'_{max}(\text{obliczone MŁS})} \cdot 100\%$.

	MŁS	MES					
	136 pierścieni	3696 węzłów		7336 węzłów		14336 węzłów	
	-	-	%	-	%	-	%
$E_s'_{max}$	2,37	2,47		2,48		2,51	
$\delta_s'_{max}$			4,2		4,6		5,9
$E_s'_{min}$	0,190	0,162		0,160		0,146	
$\delta_s'_{min}$			15,7		15,8		23,2
$E_n'_{pmax}$	1,45	1,55		1,58		1,60	
$\delta_n'_{pmax}$			6,9		9,0		10,3

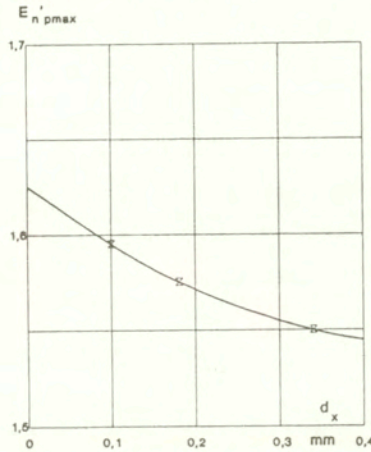
Ponieważ, wraz ze zmniejszaniem odległości między węzłami siatki dokładność obliczeń wzrasta, więc konstrukcja wykresu przedstawionego na rys. 8, umożliwia, przez ekstrapolację wykresu, na przedziały jeszcze mniejszych odległości między węzłami siatki, dokładniejsze określenie składowej normalnej względnego natężenia pola $E_n'_{dmax}$.



Rys. 8. Zależność maksymalnej wartości składowej normalnej natężenia pola od strony dielektryku $E_n'_{dmax}$, występującej na wysokości $h = 13$ mm, od odległości między węzłami siatki w osi poziomej d_x (MES)

Rys. 9 przedstawia zależność maksymalnej wartości składowej normalnej natężenia pola od strony próżni $E_n'_{pmax}$ (występującej w odległości $h = 13$ mm od podstawy izolatora) od odległości między węzłami siatki w osi poziomej d_x . Podobnie jak na rys. 8 tak

i w tym przypadku przez ekstrapolację można określić dokładniejszą wartość składowej natężenia pola $E_{n'pmax}$ dla odległości między węzłami siatki zmierzającej do zera.



Rys. 9. Zależność maksymalnej wartości składowej normalnej natężenia pola od strony próżni $E_{n'pmax}$ (występującej na wysokości $h = 13$ mm) od odległości między węzłami siatki w osi poziomej d_x wyznaczona MES

Korzystając z zasady równości składowej normalnej indukcji elektrycznej do powierzchni styku materiałów o różnej przenikalności elektrycznej można zapisać:

$$D_{np} = D_{nd} \quad (3.41)$$

gdzie: D_{np} - składowa normalna indukcji elektrycznej w próżni, D_{nd} - składowa normalna indukcji elektrycznej w dielektryku

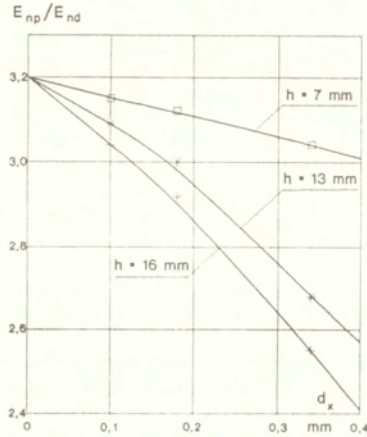
$$\text{oraz} \quad \varepsilon_0 E_{np} = \varepsilon_0 \varepsilon_r E_{nd} \quad (3.42)$$

Ponieważ ε_r dielektryku wynosiło 3,2 więc składowe normalne natężenia pola przedstawione na rys. 8 oraz 9 powinny spełniać równanie:

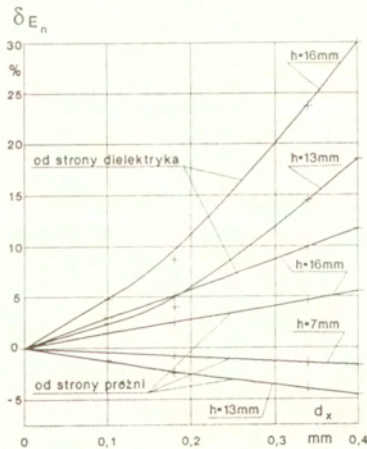
$$E_{np} = 3,2 E_{nd} \quad (3.43)$$

W odróżnieniu od wartości obliczonych MŁS i MES odczytane z wykresów przedstawionych na rys. 8 oraz 9 wyniki uzyskane przez ekstrapolację, tj. dla odległości $d_x = 0$ wartości natężeń $E_{n'pmax}$ oraz $E_{n'dmax}$, spełniają zasadę równości składowej normalnej indukcji elektrycznej na granicy środowisk. Potwierdza to więc uprzednie stwierdzenie, że zmniejszanie odległości między węzłami siatki, w MES, pozwala uzyskać dokładniejsze wyniki.

Na rys. 10 przedstawiono zależność stosunku natężeń E_{np}/E_{nd} od odległości między węzłami siatki d_x , dla trzech punktów na powierzchni izolatora. We wszystkich przypadkach, wraz ze zmniejszeniem odległości d_x , stosunek E_{np}/E_{nd} zbliża się do wartości równej ϵ_r . Świadczy to dodatkowo o poprawności przeprowadzonych obliczeń oraz rosnącej dokładności tych obliczeń, ze wzrostem liczby węzłów siatki.



Rys. 10. Zależność ilorazu wartości składowej normalnej natężenia pola elektrycznego od strony próżni i składowej normalnej natężenia pola elektrycznego od strony dielektryku E_{np}/E_{nd} od odległości między węzłami siatki d_x , dla trzech punktów powierzchni izolatora, znajdujących się w odległości $h = 7, 13, 16$ mm od jednej z jego podstaw



Rys. 11. Zależność błędu względnego składowej normalnej natężenia pola E_n , od strony dielektryku oraz od strony próżni, od odległości między węzłami siatki d_x

Na rys. 11 przedstawiono zależność błędu względnego składowej normalnej natężenia pola δ_{En} od strony dielektryku oraz od strony próżni od odległości między węzłami siatki d_x . Z rysunku wynika, że wartość błędu względnego δ_{En} zmienia swoją wartość i znak.

Z powyższych rozważań wynika, że MES, dzięki zastosowaniu odpowiednio dużej liczby węzłów siatki, umożliwia przeprowadzenie obliczeń rozkładu pola elektrycznego na powierzchni dielektryku o zadanej dokładności.

5. PODSUMOWANIE

Projektowanie izolacji stałej do pracy w warunkach próżniowych jest problemem skomplikowanym i trudnym. Dla uzyskania dużej wytrzymałości elektrycznej próżniowego układu izolacyjnego z izolacją stałą, w procesie projektowania tej izolacji, należy dokonać trudnego wyboru spośród wykluczających się wzajemnie metod podnoszenia wytrzymałości elektrycznej.

W procesie projektowania wysokonapięciowej izolacji urządzeń elektrycznych konieczne jest zastosowanie metod numerycznych analizy pola elektrycznego. Przy wyborze tych metod powinno kierować się dokładnością obliczeń w obszarze złącza potrójnego, a także prostotą metody i szybkością obliczeń. Z przeprowadzonej analizy wynika, iż najodpowiedniejszymi metodami obliczeń są MŁS oraz MES. Należy jednak pamiętać o tym, że zapewniają one wysoką dokładność jedynie przy odpowiednio dużej liczbie elementów modelujących geometrię analizowanego układu, (MŁS), lub elementów siatki, (MES); ograniczenie liczby elementów modelujących może być przyczyną dużych błędów.

Dokonanie obliczeń rozkładu pola na powierzchni dielektryku z dużą dokładnością możliwe jest MES jedynie dzięki zastosowaniu znacznej liczby węzłów siatki. Powoduje to jednak pewne komplikacje i znacznie wydłuża czas obliczeń.

LITERATURA

- [1] A. SIVATHANU PILLAI, R. HACKAM, "Influence of metal-insulator junction on surface flashover in vacuum", J. Appl. Phys. 61(11), 1 June 1987.
- [2] W. OPYDO, J. RANACHOWSKI, "Właściwości elektryczne próżniowych układów izolacyjnych przy napięciu przemiennym", Warszawa-Poznań, PWN 1993.
- [3] A. MAJEWSKI, "O wykorzystaniu komputera do wyznaczania rozkładów pól Laplace'owskich o symetrii obrotowej", Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, nr 29, 1976.
- [4] A. SIVATHANU PILLAI, R. HACKAM, "Optimal electrode-solid geometry with accumulated surface charges", IEEE on EI, Vol. 19, No.4, August 1984.
- [5] H. CRAIG MILLER, "Flashover of insulators in vacuum: techniques to improve the holdoff voltage", XV International Symposium on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum, Darmstadt 1992.
- [6] J. TUROWSKI, "Analiza i synteza pól elektromagnetycznych", PAN, Wrocław-Warszawa-Kraków-Gdańsk-Lódź 1990.
- [7] Praca zbiorowa, "Komputerowe metody analizy pola elektromagnetycznego", WNT, Warszawa 1993.
- [8] P. A. ARNOLD, J. E. THOMPSON, T. S. SUDARSHAN, R. A. DOUGAL, "45 degree insulator surface flashover, a review and new results", IEEE on EI, Vol. 23, No.1, 1988.

Źródło finansowania - badania własne 42 - 538/95/BW

