AKADEMIJA UMIEJĘTNOŚCI W KRAKOWIE.

Rok 1875.

WYDZIAŁ MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZY.

Nr. 5 i 6.

Posiedzenie dnia 20 maja.

Przewodniczący: Zastępca Dyr. Dr. Ludwik Teichmann.

Sekretarz zawiadomił Wydział o nadesłanéj od bezimiennego Autora rozprawie bez tytułu, zajmującéj się rozwinięciem zasadniczych pojęć Fizyki, którą przedewszystkiém ocenićby wypadało, czy może być przedstawioną Wydziałowi. Wydział polecił Drom Kuczyńskiemu i Karlińskiemu tę pracę pod wspomnionym względem ocenić i zdać sprawę o niéj na najbliższém posiedzeniu.

Sekretarz Wydziału Prof. Dr. Kuczyński odczytał treść rozprawy, nadesłanéj przez Profesora Dra Oskara Fabiana: *Obliczanie wartości szeregów nieskończonych, a zwłaszcza szeregów o bardzo słabéj zbieżności.*

Autor w roku 1871 podał ogólne twierdzenie zbieżności i rozbieżności szeregów nieskończonych, w postaci równania:

$$\frac{u_r}{u_{r-1}} = 1 - \frac{\alpha}{r},$$

w którém $\alpha > 1$ wskazuje szereg zbieżny, $\alpha < 1$ szereg rozbieżny. Dowód tego twierdzenia oparł wówczas Autor na rachunku całkowym [1]). Lecz zdaje mu się rzeczą pożądaną, aby twierdzenie to, obejmujące wiele znanych kryteryjów zbieżności, dało się i na elementarnéj drodze udowodnić. Stósowne użycie znanego symbolu $\binom{m}{r}$ posłużyło mu do osiągnięcia tego celu.

Według twierdzenia tego okazuje się zarazem, iż można obliczyć wartość szeregu sumując r początkowych jego wyrazów i dodając jeszcze dopełnienie $\frac{(r+1)\,u_{r+1}}{\alpha - 1}$, przyczém r powinno być tak wielkie, aby $\frac{1}{r^2}$ można było zaniedbać. Żądając dokładności rachunku w nieco większéj liczbie cyfer dziesiętnych, n. p. w 9ciu, wypadałoby wziąć r tak wielkie, aby było:

$$\frac{1}{r^2} \leqq \frac{5}{10^{10}}, \text{ czyli } r \geqq \frac{100000}{\sqrt{5}}.$$

W wielu szeregach wszakże maleją wyrazy tak szybko, iż nietylko u_{r+1} znika, zanim jeszcze $\frac{1}{r^2}$ zaniedbać można, ale nawet $\frac{(r+1)u_{r+1}}{\alpha - 1}$ jeszcze nie wpływa na wartość sumy.

Szeregi takie można uciąć daleko bliżéj początku; lecz nie ma dla nich pewnéj wskazówki, dokąd iść w szeregu należy, ażeby dopełnienie przy założonéj dokładności znikało, lub téż mogło być obliczoném,

[1]) Rocznik Towarzystwa technicznego. Tom II., str. 1 i nast. Lwów 1871.

jeżeli jeszcze nie znika. Tymczasem liczne zadania wyższéj matematyki, szczególnie zaś astronomii i fizyki teoretycznéj, wymagają nietylko przekonania się, czy szereg jest zbieżnym, ale właśnie podania jego liczebnéj wartości.

Główną więc treścią niniejszéj rozprawy jest wskazanie sposobu, jakim można uczynić sumę zbieżnego szeregu zależną od pewnéj nie wielkiéj liczby początkowych jego wyrazów. W tym celu wyprowadza Autor przedewszystkiém wzór na sumę funkcyj kształtu $\sum_x^y f_1(x)$ i stósuje go następnie do obliczenia wartości szeregów.

Szereg bowiem nieskończony daje się rozłożyć na pewną liczbę wyrazów początkowych, które się bezpośrednio sumują i na sumę nieskończenie wielkiéj liczby wyrazów dalszych, która się daje obliczyć według owego wzoru, kładąc w nim $y = \infty$.

Wzór dający $\sum_x^y f_1(x)$ w zależności od pewnego szeregu, którego wyrazy są koléjnemi pochodnemi funkcyi $f_1(x)$, mnożonemi przez współczynniki utworzone z liczb Bernouillego, jest wprawdzie znanym; ale zwykle używane wyprowadzenie jego jest niezmiernie zawiłe, a szczególnie téż roztrząsanie dopełnienia tego szeregu jest zbyt trudne.

Autor starał się więc naprzód uprościć jak najbardziéj wywód tego ważnego wzoru, roztrząsanie dopełnienia oparł na poglądzie geometrycznym, wyłożył następnie zasady obliczania szeregów, chociażby o bardzo słabéj zbieżności, a nakoniec dodał wykonane według tych zasad obliczenie wartości trzech różnych szeregów.

Prof. Dr. Karliński przekłada swą pracę: *Przyczynek do teoryi wahadła sekundowego.*

W pracy téj Autor wychodząc ze znanego wzoru na czas jednego wahnienia

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

i uwzględniając siłę odśrodkową z wirowego obrotu ziemi pochodzącą, sprowadza wzór na długość wahadła sekundowego, w miejscu, którego szérokość geograficzna jest $= \varphi$, do kształtu:

$$l_\varphi = \frac{G_\varphi}{\pi^2} - \frac{4a}{T^2} \varrho \cos \varphi' \cos \varphi,$$

w którym G_φ oznacza przyśpieszenie siły ciążenia pod szérokością geograficzną φ, poprawną czyli geocentryczną φ'; a oznacza promień równika, $a\varrho Cos\varphi'$ promień równoleżnika, wreszcie T czas jednorazowego obrotu ziemi czyli dzień gwiazdowy.

Stósując to zrównanie do sferoidu płynnego jednorodnego, autor korzysta z pracy Laplasa (tom II. mechaniki niebios) i okazuje, że w tém przypuszczeniu wzór powyższy przybrałby kształt:

$$l_\varphi = \frac{G_0}{\pi^2} (1 - \varepsilon^2 sin^2 \varphi)^{-\frac{1}{2}} - \frac{4a}{T^2} \varrho \cos \varphi' \cos \varphi,$$

gdzie G_0 oznacza przyśpieszenie siły ciążenia pod równikiem, ε zaś mimośród elipsy południkowéj, tak iż:

$$\varepsilon^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}.$$

Stósując zaś to ostatnie zrównanie na l_φ do rzeczywistego sferoidu ziemskiego, Autor w miejsce wykładnika $-\frac{1}{2}$ kładzie niewiadomą x, i tak z dotychczasowych pomiarów ziemi, jak ze spostrzeżeń czynionych wahadłem odwracalném na różnych punktach kuli ziemskiéj, znajduje, że z tą samą dokładnością, z jaką znane jest spłaszczenie ziemi, jest

$$x = -\frac{1}{4}.$$

Tym sposobem wzór na długość wahadła sekundowego na sferoidzie ziemskim rzeczywistym otrzymuje kształt:

$$l_\varphi = \frac{G_0}{\pi^2}(1 - \varepsilon^2 sin^2\varphi)^{-\frac{1}{4}} - \frac{4a}{T^2}\,\varrho\, cos\,\varphi'\, cos\,\varphi\,.$$

W wyrażeniu tém $(1 - \varepsilon^2 sin^2\varphi)^{-\frac{1}{2}} = t_\varphi$ oznacza długość normalnéj do powierzchni sferoidu w punkcie, którego szérokość geograficzna $= \varphi$, poprowadzonéj i przedłużonéj aż do przecięcia się z osią obrotową ziemi, kiedy promień równika a bierzemy za jedność; tak iż wzór powyższy da się napisać krótko:

$$l_\varphi = \frac{G_0}{\pi^2}\sqrt{t_\varphi} - \frac{4a}{T^2}\,t_\varphi\, cos^2\varphi\,.$$

A gdy z rocznika astronomicznego berlińskiego na rok 1852, dla każdego φ, $log\ t_\varphi$ od razu powziąć można, przeto tak wyznaczenie ilości G_0, jak następnie obliczenie długości wahadła sekundowego dla danego miejsca nie ulega żadnéj trudności.

Autor wyznacza G_0 z obserwacyi berlińskiéj Bessla i tym sposobem otrzymuje wzór liczebny na długość wahadła sekundowego w metrach

$$l_\varphi = \overline{9{\cdot}9975874}\sqrt{t_\varphi} - \overline{7{\cdot}5360508}\,t_\varphi\, cos^2\varphi\ ^{*}).$$

Sprawdzając ten wzór za pomocą ścisłych spostrzeżeń wykonanych dwukrotnie w Królewcu przez

---

*) Cyfry kréską nakryte oznaczają logarytmy z domyślném na końcu — 10.

Bessla i Petersa, a w Güldenstein przez Schumachera i Petersa, okazuje Autor zupełną, aż włącznie do setnych części milimetra, zgodę obserwacyi z rachunkiem.

Rozprawę powyższą przesłano Komitetowi redakcyjnemu.

Posiedzenie nadzwyczajne dnia 14 czerwca.

Przewodniczący: Dr. Józef Majer.

Sekretarz odczytał motywowane podanie z dnia 28 października 1874 przesłane Wydziałowi przez Dra Strzeleckiego i Prof. Żmurkę, w którém ci dwaj Członkowie czynni Akademii Umiej. przedstawiają na Członka korespondenta w Wydziale matematyczno-przyrodniczym Akad. p. Jana Frankego Profesora mechaniki, a obecnie Rektora w c. k. Akademii technicznéj we Lwowie.

Gdy o tém przedstawieniu stósownie do przepisów § 18 Statutu Akad. Umiej. i § 56 Urządz. wewn. Akad. Wydział matematyczno-przyrodniczy na posiedzeniu dnia 21 grudnia 1874 zawiadomiono, a na posiedzeniu dn. 20 kwietnia 1875 zawiadomienie to powtórzono, przeto Wydział przystąpił do wyboru. Przy głosowaniu tajném Prof. Jan Franke został jednomyślnie obrany kandydatem na Członka korespondenta Akademii Umiej. w Wydziale matematyczno-przyrodniczym.

Posiedzenie dnia 21 czerwca.

Przewodniczący: Zastępca Dyr. Dr. Ludwik Teichmann.

Sekretarz Wydziału Dr. Kuczyński odczytał treść rozprawy nadesłanéj przez Członka czynnego Akad. Umiej. Prof. Żmurkę: *Przyczynek do rachunku przemienności.*

Przy sposobności składania kursu odczytów o rachunku przemienności, przyszedł Autor do przekonania, że ze względu na tę część téj nauki, która się zajmuje wykryciem znamion największości lub najmniejszości całek, pracy Jakobiego, Klebscha, Spitzera, Mindinga i Adama Majera, jakkolwiek każda w swoim rodzaju znamienita, nie mogą być podstawą do wykładów publicznych. Traktują one tę naukę nader zawile, początkującym niedostępnie i nie sięgają rezultatami takiego kresu, aby w danym pozypadku można je bezpośrednio i praktycznie zastósować.

Chcąc się w téj mierze początkującym przysłużyć, zajął się Autor przedewszystkiém uproszczeniem tak zwanéj podwójnéj transformacyi Jakobiego, podanéj w celu stopniowego zniżania liczby argumentów, znajdujących się w wyrazie drugiéj przemienności téj całki, przy któréj nam chodzi o rozstrzygnięcie, czy jéj wartość główna (obliczona na podstawie zrównania pierwszéj przemienności do zera) jest największością lub najmniejszością, czy nie.

Gdy Autorowi się już udało pierwszą z tych transformacyj do najprostszego sprowadzić postępowania, znalazł on bardzo prosty sposób zastąpienia podwójnéj transformacyi Jakobiego prawidłowo postępującém sumowaniem.

Przystępując do rozszérzenia tak ułatwionego sposobu transformacyi do zbadania całek wielokrotnych Autor przekonał się wkrótce, że tą drogą nie dojdzie się do zamierzonego celu, aż nareszcie udało mu się obmyśléć tak zwaną funkcyję oskulacyjną, która jako współczynnik przemienności niewiadomych funkcyj odpowiednio zastósowana, zniża w wyrazie drugiéj przemienności, rzéc można prawie bez rachunku, liczbę argumentów do żądanéj najmniejszéj, uwalniając ryczałtowo te argumenta od wszelkich wzajemnych związków w postaci nierozwiązanych równań różniczkowych.

Wreszcie, Autor idąc torem podobnym do metody, jaką podał w celu rozpoznania zwykłych największości i najmniejszości w pamiętnikach césarskiéj Akademii Umiejętności w Wiedniu, doprowadził ostatecznie do prawidłowego ułożenia funkcyj niezależnych zmiennych; których znaki rozpoznane w zakresie przepisanéj zmienności, dostarczają nieomylnych znamion największości i najmniejszości całki wielokrotnéj.

Rozprawę powyższą odstąpiono Komitetowi redakcyjnemu, w celu zamieszczenia jéj w pismach Akademii.

Następnie Profesorowie Dr. Kuczyński i Dr. Karliński, którym polecono dnia 20 maja b. r. ocenienie rozprawy zajmującéj się rozwinięciem zasadniczych pojęć Fizyki, nadesłanéj przez bezimiennego autora, zdając sprawę z téj czynności, oświadczyli: iż ta praca nie kwalifikuje się do przedstawienia Wydziałowi.

Posiedzenie administracyjne w dalszym ciągu poprzedzającego.

Na wniosek Dra Kuczyńskiego i Dra Karlińskiego Wydział uchwalił pracę Prof. Dra Oskara Fabiana: *Obliczanie wartości szeregów nieskończonych, a zwłaszcza szeregów o bardzo słabéj zbieżności*, któréj treść odczytano na posiedzeniu d. 20 maja b. r. (zob. str. LXI), przesłać Komitetowi redakcyjnemu w celu zamieszczenia jéj w Pamiętniku Wydziału matem.-przyr. Akad. Um.