

- 2.2.2. – mechanika ośrodków ciągłych
- 2.2.3. – teoria związków konstytutywnych
- 3.10. – biomechanika

D. Gafka, E. Danicki

**JEDNOKIERUNKOWOŚĆ PRZETWORNIKA
MIĘDZYPALCZASTEGO
WYWOŁANA WSTĘPNYM NAPRĘŻENIEM
PODŁOŻA PIEZOELEKTRYCZNEGO**

7/1993



WARSZAWA 1993

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 14 stycznia 1993 r.



56683



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 100 egz. Ark.wyd. 1,50 Ark.druk.1,75
Oddano do drukarni w lutym 1993 r.

Wydawnictwo Spółdzielcze sp z o.o.
Warszawa, ul.Jasna 1

Dariusz Gafka
Eugeniusz Danicki

Zakład Teorii Fal Elektromagnetycznych

JEDNOKIERUNKOWOŚĆ PRZETWORNIKA MIĘDZYPALCZASTEGO WYWOŁANA WSTĘPNYM NAPRĘŻENIEM PODŁOŻA PIEZOELEKTRYCZNEGO

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki poszukiwań odpowiednich orientacji kwarcu i niobianu litu poddanym wstępnemu jednorodnemu naprężeniu mechanicznemu, pozwalających na realizację jednofazowego jednokierunkowego przetwornika międzypalczastego (ang. SPUDT). Zbadano wpływ naprężenia na istniejący efekt jednokierunkowości. W pierwszej części pracy wspomniano o tradycyjnych realizacjach przetworników jednokierunkowych, w drugiej opisano metodę analizy koniecznego do rozwiązania zagadnienia nieliniowego, a w trzeciej podano numeryczne wyniki badań.

1. Wstęp – przetwornik jednokierunkowy

Najprostszy przetwornik międzypalczasty, składający się z jednakowej długości elektrod podłączonych na przemian do dwóch szyn zbiorczych, generuje lub odbiera akustyczną falę powierzchniową (AFP) z jednakową skutecznością w obie strony. W konwencjonalnym zastosowaniu (filtry, rezonatory) tylko fala generowana w jedną stronę jest odbierana przez drugi położony w wybranym miejscu przetwornik. Fala rozchodząca się w drugą stronę musi być zwykle tłumiona, by po odbiciu się od brzegu podłoża nie zakłócała poprawnej pracy urządzenia z AFP. Z zasady działania wynika więc od razu, że połowa mocy generowanej w układzie z przetwornikiem dwukierunkowym jest tracona i tłumienie filtru nie może być mniejsze niż 3dB.

Pierwszy układ przetwornika, który generuje całą dostarczaną do niego moc tylko w jednym kierunku zaproponował Hartman [1] (przetwornik jednokierunkowy, ang. UDT). Jest to jednak układ trójfazowy, gdzie elektrody podłączone są na przemian do trzech szyn zbiorczych, zasilanych napięciem przesuniętym w fazie o 120° względem siebie. Wymaga to stosowania mostków na podłożu piezoelektrycznym oraz specjalnego układu zasilającego, co nie jest zbyt łatwe w realizacji. Mostki zastąpiono później przez specjalne, nieregularne połączenia elektrod w grupy wewnątrz przetwornika [2, str. 173-181]. Innym rozwiązaniem jest połączenie ze sobą w jedno urządzenie przetwornika dwukierunkowego wraz ze sprzęgaczem paskowym, wykonanym w tej samej technologii planarnej. Wtedy po dobraniu odpowiedniej długości elektrod sprzęgających energia z jednej strony może być w fazie zwrócona na drugą i całość pracuje w efekcie jako układ jednokierunkowy [2, str. 120-123]. Takie urządzenie jest jednak skomplikowane w realizacji i dość wąskopasmowe.

Prostszym rozwiązaniem okazało się użycie przetwornika międzypalczastego, w którym dokonano pewnych zabiegów, aby wywołać duże odbicia wewnętrzne między elektrodami, co w konsekwencji prowadzi do efektu jednokierunkowej pracy przetwornika. Odbicia wewnętrzne mogą wynikać z różnicy w grubości lub szerokości metalizacji, użycia ciężkich

elektrod, czy specjalnych układów elektrod [2,4,5]. Są to przetworniki o zasilaniu jednofazowym (ang. SPUDT), ale za to trudne w projektowaniu i wykonaniu.

Nowy pomysł realizacji przetwornika jednokierunkowego został przedstawiony w 1985r przez Wright'a [3]. Rozwiązanie opiera się na typowym regularnym przetworniku międzypalczystym, a w celu uzyskania efektu jednokierunkowej pracy wykorzystuje się specjalnie dobrane cięcia materiału i kierunek propagacji, gdzie przeunięcie fazy pomiędzy przemieszczeniem na powierzchni podłoża, związanym z generowaną falą, a potencjałem wynosi $\pm 45^\circ$ (ang. NSPUDT) [3,6-9]. To powoduje, że fale cząstkowe, generowane przez pojedyncze elektrody, sumują się w fazie dla jednego kierunku, a w przeciwfazie dla przeciwnego. Obecnie odnaleziono naturalne cięcia o powyższych własnościach dla SiO_2 , $LiNbO_3$, $LiTaO_3$, $GaAs$, ale nie jest ich dużo [6,7]. Zaletą takiego rozwiązania jest niewątpliwie prostota przetwornika, ale uzyskanie dokładnej jednokierunkowości wymaga precyzyjnego doboru cięcia oraz usytuowania osi przetwornika (z dokładnością nawet do minut). Nie ma też możliwości wyboru, w którym kierunku będzie generowana fala, jest to własność kryształu (zawsze w lewo, albo zawsze w prawo). Często też dla tej orientacji gdzie występuje odpowiednia różnica fazy inne parametry charakteryzujące rozchodzenie się fali powierzchniowej mogą być niekorzystne, na przykład duże zbaczanie fali, czy mały współczynnik sprzężenia elektromechanicznego.

Założeniem autorów było sprawdzenie wpływu wstępnego naprężenia podłoża piezoelektrycznego na efekt naturalnej jednokierunkowości przetwornika międzypalczystego. Naprężenie może być potencjalnie wykorzystane tutaj do:

1. korekty niekorzystnych innych parametrów przy zachowaniu jednokierunkowości
2. budowy UDT na typowych podłożach (wymuszenie jednokierunkowości naprężeniem)
3. korekty niedokładności wykonania na cięciach naturalnych

5. sterownia ilością mocy w danym kierunku
6. budowy wyjątkowo niskostratnego filtra, rezonatora na dwóch przeciwnie jednokierunkowych przetwornikach (tłumienie poniżej 3dB).

Uwzględnienie wpływu wstępnego naprężenia wymaga rozwiązania równania ruchu opisującego propagację AFP dla półprzestrzeni piezoelektrycznej wraz z nieliniowymi równaniami konstytutywnymi elektroprężystości oraz odpowiednimi warunkami brzegowymi na powierzchni (otwarcie albo zwarcie elektryczne, powierzchnia swobodna mechanicznie).

2. Opis wstępnie naprężonego ośrodka piezoelektrycznego

Zagadnienia wpływu wstępnego naprężenia na propagację fali w ośrodku piezoelektrycznym były przedmiotem badań wielu autorów. Stosowano różne metody podejścia do problemu (między innymi wariacyjne). Ogólnie wiadomo, że otrzymana przez dodanie wyrazów wyższego rzędu w równaniach konstytutywnych nieliniowa teoria jest nieprawdziwa i daje złe wyniki. Dlatego w niniejszej pracy przedstawiono wyprowadzenie poprawnych równań konstytutywnych dla ośrodka wstępnie naprężonego opierając się na zasadzie zachowania energii [10,16,17].

2.1. Nieliniowe równania konstytutywne

Do opisu deformacji używane będą dwie podstawowe konfiguracje: konfiguracja odniesienia, związana z Kartezjańskimi współrzędnymi materialnymi, $X_I, I = 1, 2, 3$, które zawsze będą oznaczane dużymi literami i indeksami (dotyczy to także wielkości fizycznych zapisanych w tej konfiguracji) oraz konfiguracja aktualna związana z Kartezjańskimi współrzędnymi przestrzennymi, $x_i, i = 1, 2, 3$, zawsze oznaczana małymi literami i indeksami. Poniżej przypomniano dobrze znane relacje wykorzystywane w pracy [12,13]:

- opis przemieszczenia punktu materialnego $x_i = x_i(X_K, t)$;

- gradient deformacji $F_{iK} = x_{i,K} = \frac{\partial x_i}{\partial X_K}$, $J = \det F$;
- tensor gradientu przemieszczenia $H = \nabla U = F - I$, gdzie I jest tensorem jednostkowym, a $U_K = \delta_{K_i} x_i - X_K$;
- tensor odkształceń Cauchyego $C = F^T F$;
- tensor odkształceń Lagrangea

$$S = \frac{1}{2}(C - I) = \frac{1}{2}(H + H^T + H^T H); \quad (1)$$

- tensor gradientu prędkości przemieszczenia $L = (\nabla V)^T$;
- i jego część symetryczna $D = \frac{1}{2}(L + L^T)$.

Dodatkowo natężenie pola elektrycznego w konfiguracji aktualnej oznaczane będzie przez $e = -\nabla\Phi_i$, polaryzacja elektryczna przez p , i tensor naprężeń Maxwella przez

$$t_{ij}^e = \epsilon_0 e_i e_j + p_i e_j - 0.5 \epsilon_0 e_k e_k \delta_{ij}, \quad (2)$$

który nie jest symetryczny, ale drugi składnik może być dodany do tensora naprężeń mechanicznych, t_{ij}^m (niesymetryczny), a wtedy oba będą symetryczne tak, jak całkowity tensor naprężeń

$$t_{ij} = t_{ij}^m + t_{ij}^e = t_{ij}^{ms} + t_{ij}^{es}, \quad (3)$$

gdzie

$$t_{ij}^{es} = \epsilon_0 e_i e_j - 0.5 \epsilon_0 e_k e_k \delta_{ij}, \quad t_{ij}^{ms} = t_{ij}^m + p_i e_j. \quad (4)$$

Nieliniowe równania konstytutywne zostaną wyprowadzone w konfiguracji odniesienia, a następnie bezpośrednio podstawienie sumy dużych wielkości związanych ze wstępnym naprężeniem i małych związanych z rozchodzącą się falą pozwoli na wyprowadzenie liniowych, lecz parametrycznych równań konstytutywnych dla małych wielkości.

Podstawowym i niezmienniczym prawem opisującym zachowanie się materiału jest pierwsza zasada termodynamiki, przytoczona poniżej dla kompletności rozważań. Zasada

zachowania energii stanowi, że zmiana w czasie energii kinetycznej K i energii wewnętrznej \mathcal{E} musi być zrównoważona przez pracę \mathcal{W} wykonaną nad ciałem przez siły zewnętrzne i ciepło \mathcal{Q} dostarczone do ciała:

$$\dot{K} + \dot{\mathcal{E}} = \mathcal{W} + \mathcal{Q}. \quad (5)$$

W warunkach izotermicznych równoważny różniczkowy warunek równowagi dla ciała elektrosprężystego można zapisać jako

$$\rho \dot{\mathcal{E}} = \text{tr} (t^m L^T) + e \cdot \dot{p}. \quad (6)$$

Dla celów tej pracy wygodniej jest posługiwać się zamiast gęstością energii wewnętrznej \mathcal{E} , skalarną funkcją stanu, zwaną funkcją Gibbsa, która może być otrzymana z \mathcal{E} przez transformację Legendrea

$$\psi = \mathcal{E} - e \cdot p, \quad (7)$$

wtedy zasada zachowania energii jest następująca

$$\rho \dot{\psi} = \text{tr} (t^m L^T) - p \cdot \dot{e}. \quad (8)$$

Energia wewnętrzna ψ będzie niezmiennicza jeśli będzie wyrażona przez materialne miary odkształcenia i pola elektrycznego. Tensor odkształcenia Lagrangea S (1) oraz wektor pola elektrycznego odniesiony do konfiguracji aktualnej, $W = eF = -\nabla\Phi_I$, zostały wybrane jako zmienne niezależne. Aby doprowadzić funkcję Gibbsa do postaci $\psi = \psi(S, W)$, równanie (8) musi być przekształcone, przez wprowadzenie odpowiednich zmiennych. Różniczkowanie S i W po czasie daje

$$\dot{S} = F^T D F, \quad \dot{e} = (\dot{W} - e L F) F^{-1}, \quad (9)$$

a wtedy

$$\rho \dot{\psi} = \text{tr} (t^m L^T) - \text{tr} (p \dot{e}^T) = \text{tr} (t^{m_s} L^T) - \text{tr} (p F^{-1T} \dot{W}^T). \quad (10)$$

L^T można rozłożyć na $L^T = D - \Omega$, gdzie $\Omega = 0.5(L - L^T)$ jest antysymetryczną częścią tensora L , dlatego iloczyn t^{ms} i Ω jest zawsze zero. Otrzymujemy zatem, po wykorzystaniu pierwszego z równań (9)

$$\rho \dot{\psi} = \text{tr} \left(t^{ms} F^{-1T} F^{-1} \dot{S} \right) - \text{tr} \left(p F^{-1T} \dot{W}^T \right). \quad (11)$$

Powyższe równanie zapisane we współrzędnych przedstawia się następująco

$$\rho \dot{\psi} = t_{ij}^m F_{iK}^{-1} F_{jL}^{-1} \dot{S}_{KL} + p_i e_j F_{iK}^{-1} F_{jL}^{-1} \dot{S}_{KL} - p_i F_{iK}^{-1} \dot{W}_K. \quad (12)$$

Pochodną gęstości energii $\dot{\psi}$ można zapisać jako pochodną zupełną względem zmiennych niezależnych:

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial S_{KL}} \frac{dS_{KL}}{dt} + \frac{\partial \psi}{\partial W_K} \frac{dW_K}{dt}. \quad (13)$$

Mnożąc równanie (13) przez $-\rho$ i dodając do (12) stronami otrzymuje się

$$\left(t_{ij}^m F_{iK}^{-1} F_{jL}^{-1} + p_i e_j F_{iK}^{-1} F_{jL}^{-1} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial S_{KL}} \right) \dot{S}_{KL} - \left(p_i F_{iK}^{-1} + \rho \frac{\partial \psi}{\partial W_K} \right) \dot{W}_K = 0. \quad (14)$$

Równanie (14) musi być spełnione dla dowolnych zmian w czasie \dot{S}_{KL} i \dot{W}_K , dlatego można napisać oddzielnie

$$\begin{aligned} t_{ij}^m &= \rho F_{iK} F_{jL} \frac{\partial \psi}{\partial S_{KL}} - p_i e_j = t_{ij}^m - p_i e_j \\ p_i &= -\rho F_{iK} \frac{\partial \psi}{\partial W_K}. \end{aligned} \quad (15)$$

W relacjach konstytutywnych (15) pozostały jeszcze dwie wielkości t_{ij}^m, p_i wyrażone w konfiguracji aktualnej (współrzędne przestrzenne). Ponieważ relacje konstytutywne mają być stosowane w praktycznych problemach, gdzie bada się dynamiczne zachowanie nieliniowego ciała sprężystego o skończonych rozmiarach, wygodniej jest odnieść te wielkości do konfiguracji odniesienia (współrzędne materialne). Wtedy łatwiej będzie sformułować warunki brzegowe na przemieszczenia mechaniczne lub naprężenia oraz potencjał elektryczny lub indukcję elektryczną na ustalonej powierzchni w konfiguracji odniesienia niż na podlegającej deformacji powierzchni w konfiguracji aktualnej.

Aby to zrobić należy wprowadzić [14-17]:

- tensor naprężeń mechanicznych Piola-Kirchhoffa

$$T_{Ij}^{ms} = JF_{kl}^{-1}t_{kj}^{ms}; \quad (16)$$

- tensor naprężeń Maxwella-Piola-Kirchhoffa

$$T_{Ij}^{es} = JF_{kl}^{-1}t_{kj}^{es}; \quad (17)$$

- całkowity tensor naprężeń Piola-Kirchhoffa

$$T_{Ij} = T_{Ij}^{ms} + T_{Ij}^{es} = JF_{kl}^{-1}t_{kj}; \quad (18)$$

- materialny wektor polaryzacji elektrycznej

$$P_I = JF_{jI}^{-1}p_j; \quad (19)$$

- materialny wektor natężenia pola elektrycznego

$$E_I = JF_{jI}^{-1}e_j, \quad (20)$$

oraz oczywiście materialny wektor indukcji elektrycznej $D = \epsilon_0 E + P$.

Należy zaznaczyć, że E_K nie jest równe $-\Phi_{,K}$, dlatego, że $-\Phi_{,K}$ to W_K , a E_K to tylko przetransformowane pole elektryczne z konfiguracji aktualnej do odniesienia.

Po podstawieniu drugiego z równań (15) do (19) i po wykorzystaniu zasady zachowania masy w formie

$$\rho^F = J\rho \quad (21)$$

(gdzie ρ^F jest gęstością masy w stanie pierwotnym (przed deformacją)) otrzymuje się

$$P_I = -\rho^F \frac{\partial \psi}{\partial W_I}. \quad (22)$$

Następnie podstawiając $e = WF^{-1}$ do równania (20), dostaje się

$$E_I = JC_{IK}^{-1}W_K. \quad (23)$$

Przy pomocy pierwszego z równań (15) oraz równania (16) można wyrazić mechaniczny tensor Piola-Kirchhoffa jako

$$T_{IJ}^{ms} = \delta_{JJ} T_{IJ}^{ms} = \rho^F F_{jL} \frac{\partial \psi}{\partial S_{IL}} \quad (24)$$

oraz przy użyciu (4) w (17), tensor Maxwella daje się wyrazić jako

$$\begin{aligned} T_{IJ}^{es} &= \delta_{JJ} T_{IJ}^{es} = J F_{kI}^{-1} (\epsilon_0 F_{kJ}^{-1} W_J F_{jK}^{-1} W_K - 0.5 \epsilon_0 F_{iL}^{-1} W_L F_{iL}^{-1} W_L \delta_{kj}) = \\ &= J \epsilon_0 W_J W_K (F_{kI}^{-1} F_{kJ}^{-1} F_{jK}^{-1} - 0.5 F_{jI}^{-1} F_{kJ}^{-1} F_{kK}^{-1}). \end{aligned} \quad (25)$$

Równania (22), (23), (24) i (25) stanowią relacje konstytutywne, w których każda z wielkości jest zapisana we współrzędnych materialnych (konfiguracja odniesienia).

2.2. Dwuliniowe rozwinięcie funkcji Gibbsa

W celu otrzymania jawnej postaci (bez różniczek cząstkowych) równań konstytutywnych, termodynamiczną funkcję Gibbsa rozwinięto w szereg względem zmiennych niezależnych. Rozwinięcie zostało obcięte za wyrazami trzeciego rzędu, aby otrzymać równania konstytutywne w postaci dwuliniowej. Wyrazy liniowe i kwadratowe są dominujące przy opisie zjawisk nieliniowych w kryształach. Wyrazy wyższego rzędu mogą być pominięte.

Rozwinięcie funkcji Gibbsa jest następujące [16,17]:

$$\begin{aligned} \rho^F \psi &= \frac{1}{2} c_{IJKL} S_{IJ} S_{KL} + \frac{1}{6} c_{IJKLMNOP} S_{IJ} S_{KL} S_{MN} - \frac{1}{2} e_{MIJKL} W_M S_{IJ} S_{KL} + \\ &- e_{MIJ} W_M S_{IJ} - \frac{1}{2} \chi_{MNP} W_M W_N - \frac{1}{6} \chi_{MNP} W_M W_N W_P - \frac{1}{2} l_{MNIJ} W_M W_N E_{IJ}, \end{aligned} \quad (26)$$

gdzie:

- c_{IJKL} - tensor sprężystości drugiego rzędu
- $c_{IJKLMNOP}$ - tensor sprężystości trzeciego rzędu
- e_{MIJ} - tensor piezoelektryczny drugiego rzędu
- e_{MIJKL} - tensor elektrospężystości trzeciego rzędu
- χ_{MNP} - tensor podatności elektrycznej drugiego rzędu
- χ_{MNP} - tensor podatności elektrycznej trzeciego rzędu
- l_{MNIJ} - tensor elektrostrykcyj trzeciego rzędu.

Oczywiście spełnione są ogólne relacje symetrii tensorów materiałowych

$$\begin{aligned}
 c_{IJKL} &= c_{JIKL} = c_{IJLK} = c_{KLIJ} \\
 c_{IJKLMN} &= c_{JIKLMN} = c_{IJLKMN} = c_{IJKLNM} = c_{KLIJMN} = c_{MNKLIJ} \\
 e_{MIJ} &= e_{MJI} \\
 e_{MIJKL} &= e_{MJIKL} = e_{MIJLK} = e_{MKLIJ} \\
 \chi_{MN} &= \chi_{NM} \\
 \chi_{MNP} &= \chi_{NMP} = \chi_{PNM} \\
 l_{MNIJ} &= l_{NMIJ} = l_{MNJI},
 \end{aligned} \tag{27}$$

więc jest tylko 21 niezależnych składowych dla tensora c_{IJKL} , 56 dla $c_{IJKJLMN}$, 18 dla e_{MIJ} , 63 dla e_{MIJKL} , 6 dla χ_{MN} , 10 dla χ_{MNP} i 36 dla l_{MNIJ} , co razem daje 210 niezależnych współczynników materiałowych kryształu w teorii dwuliniowej (45 w liniowej). Każdy kryształ ma dodatkowe punkty, osie lub płaszczyzny symetrii, więc liczba współczynników opisujących kryształ jest jeszcze mniejsza.

Chcąc otrzymać równania konstytutywne w postaci

$$T = T(H, W) \quad D = D(H, W), \tag{28}$$

gdzie zarówno W jak i H są odpowiednio gradientami potencjału elektrycznego i przemieszczenia $W = -\nabla\Phi$, $H = \nabla U$, należy podstawić

$$S = \frac{1}{2} (H + H^T + H^T H) \quad F = H + I, \tag{29}$$

i

$$F^{-1} = I - H + H^T H + o(H^3) \quad J = 1 + \text{tr}H + \frac{1}{2}(\text{tr}H)^2 - \frac{1}{2}\text{tr}(H^T H) + o(H^3), \tag{30}$$

gdzie $o(H^n)$ oznacza pozostałe wyrazy rzędu wyższego lub równego n . Po podstawieniu (29) i (26) do równania (24) i pominięciu wyrazów wyższego rzędu otrzymuje się

$$\begin{aligned}
 T_{IJ}^{m*} &= c_{IJMN} H_{MN} + \left(c_{IRMN} \delta_{JP} + \frac{1}{2} c_{IJRN} \delta_{PM} + c_{IJMNP} \right) H_{MN} H_{PR} + \\
 &\quad - (e_{PIN} \delta_{JM} + e_{PIJMN}) W_P H_{MN} - e_{PIJ} W_P - \frac{1}{2} l_{PRIJ} W_P W_R.
 \end{aligned} \tag{31}$$

Natomiast po podstawieniu (30) do (25) dostaje się

$$T_{IJ}^{**} = \frac{1}{2} \epsilon_0 W_L W_K (\delta_{IL} \delta_{JK} + \delta_{IK} \delta_{JL} - \delta_{IJ} \delta_{KL}). \tag{32}$$

Używając relacji (29) i (26), równanie (22) można zapisać w postaci

$$P_I = \epsilon_{IKL}H_{KL} + \chi_{IJ}W_J + \frac{1}{2}(e_{IKLMN} + e_{INL\delta_{KM}})H_{KL}H_{MN} + \frac{1}{2}\chi_{IJK}W_JW_K + l_{IJKL}W_JH_{KL}. \quad (33)$$

Następnie podstawiając (30) do (23) otrzymuje się

$$E_I = \delta_{IJ}W_J + (\delta_{KL}\delta_{IJ} - \delta_{IL}\delta_{JK} - \delta_{IK}\delta_{JL})W_JH_{KL}. \quad (34)$$

Ostatecznie, sumując $T = T^{ms} + T^{es}$, $D = \epsilon_0 E + P$, relacje konstytutywne można zapisać w formie

$$T_{IJ} = c_{IJKL}H_{KL} + \underline{\epsilon}_{IJKLMN}H_{KL}H_{MN} - \underline{\epsilon}_{MIJKL}W_MH_{KL} - e_{MIJ}W_M - \frac{1}{2}l_{KLIJ}W_KW_L, \\ D_I = \epsilon_{IJ}W_J + \frac{1}{2}\underline{\epsilon}_{IJK}W_JW_K + l_{IJKL}W_JH_{KL} + \frac{1}{2}\underline{\epsilon}_{IKLMN}H_{KL}H_{MN} + e_{IKL}H_{KL}. \quad (35)$$

przy czym wprowadzono nowe tensory [10]

$$l_{IJKL} = l_{IJKL} - \epsilon_0(\delta_{IL}\delta_{JK} + \delta_{IK}\delta_{JL} - \delta_{KL}\delta_{IJ}) \\ \underline{\epsilon}_{IJKLMN} = c_{INKL}\delta_{JM} + \frac{1}{2}c_{IJNL}\delta_{MK} + \frac{1}{2}c_{IJKLMN} \\ \underline{\epsilon}_{MIJKL} = e_{MIL}\delta_{JK} + e_{MIJKL} \\ \underline{\epsilon}_{IJK} = \chi_{IJK} \\ \epsilon_{IJ} = \epsilon_0(\chi_{IJ} + \delta_{IJ}). \quad (36)$$

Dla tych tensorów słuszne są następujące relacje symetrii

$$l_{IJKL} = l_{JIKL} = l_{IJLK} \\ \underline{\epsilon}_{IJKLMN} = \underline{\epsilon}_{JIKLMN} = \underline{\epsilon}_{IJMNKL} \\ \underline{\epsilon}_{MIJKL} = \underline{\epsilon}_{MJIKL} = \underline{\epsilon}_{MKLIJ} \\ \underline{\epsilon}_{IJK} = \underline{\epsilon}_{KIJ} = \underline{\epsilon}_{JKI} \\ \epsilon_{IJ} = \epsilon_{JI}. \quad (37)$$

2.3. Parametryczne równania konstytutywne

Relacje konstytutywne (35) są zapisane w konfiguracji odniesienia. Założenie obecne, że istnieje wstępne niezerowe odkształcenie ciała jako wynik działania jakichś sił zewnętrznych i badanie propagacji fali w takim ośrodku oznacza, że istnieje trzecia konfiguracja pośrednia ciała, obok konfiguracji odniesienia oraz konfiguracji aktualnej. Punkt materialny identyfikowany przez jego współrzędne materialne X_I najpierw przemieszcza

się do stanu pośredniego $X_k^i(X_I)$ pod wpływem dużej wstępnej deformacji a następnie do stanu $x_k(X_I)$ pod wpływem małych drgań (fali). Każda z wielkości może być więc rozłożona na dwie części. Pierwsza, związana jest ze wstępnym naprężeniem (oznaczana przez falkę u góry), a druga, mała na przykład z rozchodzącą się falą powierzchniową. W konfiguracji odniesienia można napisać

$$Z^t = \bar{Z}^t + Z^t, \quad \text{gdzie} \quad Z = T, H, W, D, E, U, \Phi. \quad (38)$$

Powyższe wielkości całkowite (z indeksem t) muszą spełnić równania konstytutywne (35), co daje

$$\begin{aligned} \bar{T}_{IJ} + T_{IJ} = & \left\{ c_{IJKL} \bar{H}_{KL} + \epsilon_{IJKLMN} \bar{H}_{KL} \bar{H}_{MN} - \epsilon_{MIJKL} \bar{W}_M \bar{H}_{KL} - e_{MIJ} \bar{W}_M + \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} l_{KLIJ} \bar{W}_K \bar{W}_L \right\} + \\ & + c_{IJKL} H_{KL} + \epsilon_{IJKLMN} H_{KL} \bar{H}_{MN} + \epsilon_{IJMNKL} H_{KL} \bar{H}_{MN} - e_{MIJ} W_M + \\ & - \epsilon_{MIJKL} W_M \bar{H}_{KL} - \epsilon_{MIJKL} H_{KL} \bar{W}_M - \frac{1}{2} l_{KLIJ} W_L \bar{W}_K - \frac{1}{2} l_{KLIJ} W_L \bar{W}_K + \\ & + \left[\epsilon_{IJKLMN} H_{KL} H_{MN} - \epsilon_{MIJKL} W_M H_{KL} - \frac{1}{2} l_{KLIJ} W_K W_L \right] \end{aligned} \quad (39)$$

i

$$\begin{aligned} \bar{D}_I + D_I = & \left\{ \epsilon_{IJ} \bar{W}_J + \frac{1}{2} \epsilon_{IJK} \bar{W}_J \bar{W}_K + l_{IJKL} \bar{W}_J \bar{H}_{KL} + \frac{1}{2} \epsilon_{IKLMN} \bar{H}_{KL} \bar{H}_{MN} + \right. \\ & \left. + e_{IKL} \bar{H}_{KL} \right\} + \epsilon_{IJ} W_J + \frac{1}{2} \epsilon_{IJK} W_J \bar{W}_K + \frac{1}{2} \epsilon_{IJK} W_J \bar{W}_K + l_{IJKL} H_{KL} \bar{W}_J + \\ & + l_{IJKL} W_J \bar{H}_{KL} + \frac{1}{2} \epsilon_{IKLMN} H_{KL} \bar{H}_{MN} + \frac{1}{2} \epsilon_{IMNKL} H_{KL} \bar{H}_{MN} + e_{IKL} H_{KL} + \\ & + \left[\frac{1}{2} \epsilon_{IJK} W_J W_K + l_{IJKL} W_J H_{KL} + \frac{1}{2} \epsilon_{IKLMN} H_{KL} H_{MN} \right]. \end{aligned} \quad (40)$$

Wyrazy w powyższych wyrażeniach są tak pogrupowane, że nawiasy klamrowe obejmują wielkości równe odpowiednio \bar{T} i \bar{D} , podczas gdy składniki w nawiasach kwadratowych są do pominięcia jako zawierające iloczyny tylko małych wielkości. Po podziale, otrzymuje się nieliniowe równania konstytutywne dla dużych wielkości związanych ze wstępnym naprężeniem

$$\begin{aligned} \bar{T}_{IJ} = & c_{IJKL} \bar{H}_{KL} + \epsilon_{IJKLMN} \bar{H}_{KL} \bar{H}_{MN} - \epsilon_{MIJKL} \bar{W}_M \bar{H}_{KL} - e_{MIJ} \bar{W}_M - \frac{1}{2} l_{KLIJ} \bar{W}_K \bar{W}_L \\ \bar{D}_I = & \epsilon_{IJ} \bar{W}_J + \frac{1}{2} \epsilon_{IJK} \bar{W}_J \bar{W}_K + l_{IJKL} \bar{W}_J \bar{H}_{KL} + \frac{1}{2} \epsilon_{IKLMN} \bar{H}_{KL} \bar{H}_{MN} + e_{IKL} \bar{H}_{KL}, \end{aligned} \quad (41)$$

oraz liniowe dla małych wielkości pochodzących od fali

$$\begin{aligned} T_{IJ} &= c_{IJKL}^{eff} H_{KL} - e_{MIJ}^{eff} W_M \\ D_I &= \epsilon_{IJ}^{eff} W_J + e_{IKL}^{eff} H_{KL}, \end{aligned} \quad (42)$$

przy czym tensory efektywne są funkcjami wstępnego naprężenia:

$$\begin{aligned} c_{IJKL}^{eff} &= c_{IJKL} + 2\epsilon_{IJKLMN} \tilde{H}_{MN} - \epsilon_{MIJKL} \tilde{W}_M \\ e_{MIJ}^{eff} &= e_{MIJ} + \epsilon_{MIJKL} \tilde{H}_{KL} + l_{KMIJ} \tilde{W}_K \\ \epsilon_{IJ}^{eff} &= \epsilon_{IJ} + \epsilon_{IJK} \tilde{W}_K + l_{IJKL} \tilde{H}_{KL}. \end{aligned} \quad (43)$$

2.4. Opis propagacji akustycznej fali powierzchniowej

Poszukiwane są parametry (prędkość, amplitudy składowych) akustycznej fali powierzchniowej (AFP) o harmonicznej postaci

$$e^{-jbX_2} \cdot e^{j\omega(t - \frac{X_1}{V})} \quad \text{Im}\{b\} < 0 \quad (44)$$

na powierzchni podłoża piezoelektrycznego, gdzie ω jest częstotliwością kołową AFP, V prędkością fazową fali, a b jest współczynnikiem zanikania fali powierzchniowej w głąb podłoża. Założono, że fala rozchodząca się w kierunku X_1 i zanikająca w kierunku X_2 jest falą małej amplitudy, czyli nie zaburza stanu wstępnego naprężenia.

Fala będzie w pełni opisana, jeśli do równań konstytutywnych (42) dołączone zostaną równania ruchu zapisane w konfiguracji pośredniej (w stanie po wstępnym naprężeniu)

$$\begin{aligned} T_{IJ,I} &= \rho \tilde{U}_J \\ D_{I,I} &= 0, \end{aligned} \quad (45)$$

gdzie $\rho = \rho^F / (\det \tilde{F})$ jest gęstością masy w tym stanie. Dodatkowo spełnione muszą być warunki brzegowe o następującej postaci

$$\begin{aligned} &T_{IJ} n_I = 0 \\ \text{i dla} & \quad \text{powierzchni otwartej} \quad \text{lub} \quad \text{powierzchni metalizowanej} \\ & \quad D_I n_I = 0 \quad \quad \quad E_I \times n_I = 0, \end{aligned} \quad (46)$$

gdzie n jest wektorem normalnym do powierzchni.

Układ równań (42), (45) i (46) możliwy jest do rozwiązywania tylko numerycznie, a przedstawione podejście ma tę zaletę, że problem nieliniowy został zastąpiony liniowym z parametrycznymi współczynnikami zależnymi od dużych wielkości, co pozwoliło skorzystać, po odpowiednich zmianach, z opracowanego wcześniej programu do obliczeń propagacji fali powierzchniowej w ośrodku nienaprzężonym [11].

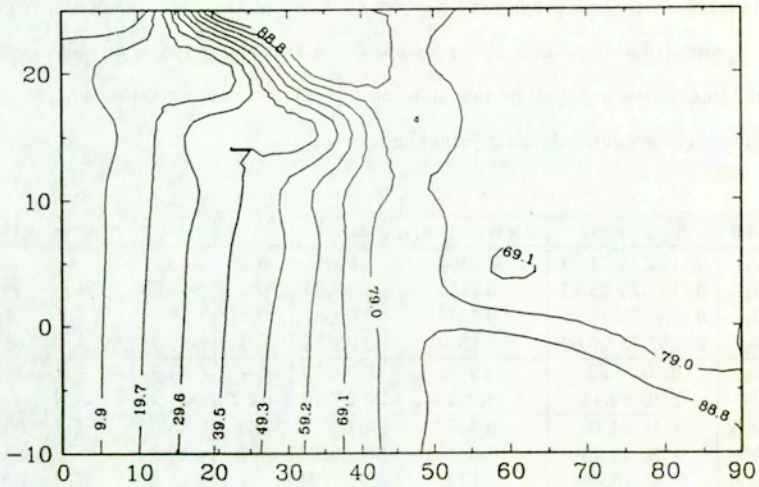
3. Analiza numeryczna SiO_2 oraz LiNbO_3 pod względem jednokierunkowości

Jak wynika z rozważań podanych we wstępie warunkiem wystąpienia efektu jednokierunkowej pracy przetwornika jest przesunięcie fazy pomiędzy przemieszczeniem a potencjałem na powierzchni podłoża piezoelektrycznego ($\Delta\phi = 45^\circ$). Taki rezultat był przedmiotem poszukiwań dla dwóch kryształów: SiO_2 oraz LiNbO_3 , ponieważ tylko dla nich są dostępne dane materiałowe trzeciego rzędu. Przy numerycznej analizie zwrócono uwagę także na takie istotne parametry fali jak współczynnik sprzężenia elektromechanicznego ($\Delta V/V$, opisujący jakość piezoelektryka) oraz kąt zbaczenia fali (Zb , kąt pomiędzy prędkością fazową a grupową fali). Wszystkie parametry są funkcjami zarówno trzech kątów Eulera (λ, μ, θ), opisujących cięcie (dwa pierwsze) oraz kierunek propagacji fali, jak i sześciu składowych tensora naprężenia (trzy naprężenia główne i trzy ścinające). Efektem pracy są wyniki opisujące przebieg funkcji wektorowej (trzech parametrów) $[\Delta\phi, \Delta v/v, Zb]$ w zależności od dziewięciu danych wejściowych $[\lambda, \mu, \theta, T_1 - T_6]$ dla dwóch materiałów.

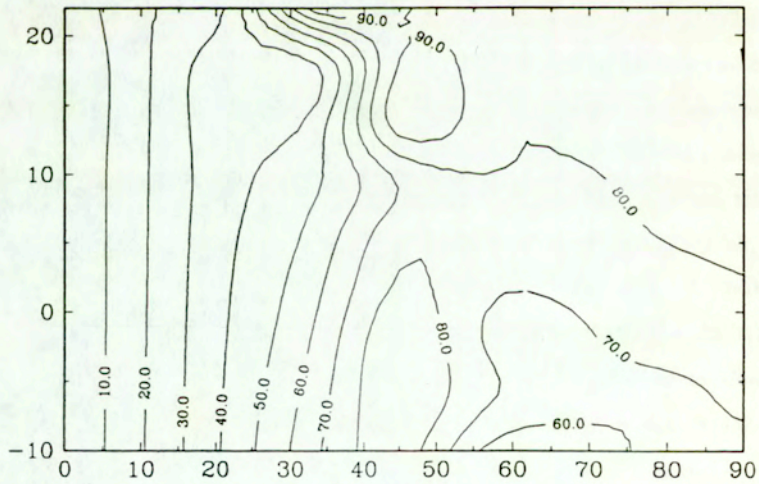
Poniżej zaprezentowano wybrane wyniki dla SiO_2 cięcia ST ($\lambda = 0, \mu = 132.75, \theta = \text{var}$) oraz Y ($\lambda = 0, \mu = 0, \theta = \text{var}$), a także LiNbO_3 cięcia Y oraz Z ($\lambda = 0, \mu = 90, \theta = \text{var}$). Zamieszczono wykresy z liniami konturowymi jednakowego $\Delta\phi$, a dla LiNbO_3 cięcia Y dodatkowo wykresy z liniami konturowymi $\Delta V/V, Zb$ w osiach zmienionych kierunku propagacji fali θ oraz przyłożonego wstępnego naprężenia $T_i, i = 1, 2, 3$ w

GPa dla trzech kierunków przyłożenia naprężeń głównych: 1 – wzdłuż kierunku propagacji fali, 2 – prostopadle do podłoża, 3 – prostopadle do kierunku propagacji w płaszczyźnie podłoża. Dodatkowo w Tabeli zebrano dane opisujące cięcia i odpowiednie naprężenia dla których występuje dokładnie efekt jednokierunkowości.

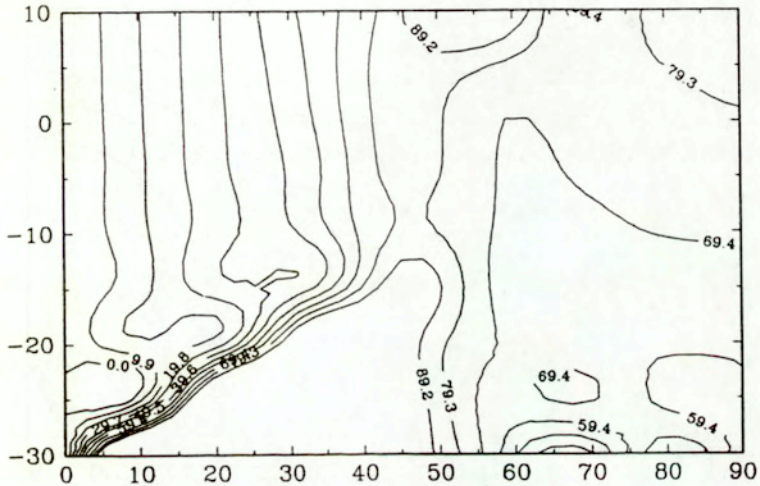
Kryształ	Kąty Eulera	Prędkość [km/s]	$\Delta V/V$	Zb [°]	$\Delta\phi$ [°]	Naprężenie [GPa]
<i>SiO₂</i>	0. 132.75 24.69	3.2463	0.00065	5.1	-45.0	0
<i>SiO₂</i>	0. 132.75 23.53	3.7286	0.00033	0.0	-45.0	$T_{11} = -18$
<i>SiO₂</i>	0. 132.75 27.26	3.5333	0.00087	0.0	-45.0	$T_{22} = -7$
<i>SiO₂</i>	0. 132.75 26.60	3.0878	0.00078	0.0	-45.0	$T_{33} = -10.1$
<i>SiO₂</i>	0. 0. 5.52	3.2782	0.00009	6.4	-44.9	0
<i>SiO₂</i>	0. 0. 69.41	4.0945	0.00046	-12.2	-44.9	0
<i>LiNbO₃</i>	0. 0. 44.10	3.6379	0.0063	-3.7	-45.0	$T_{11} = 10$
<i>LiNbO₃</i>	0. 0. 43.75	3.8516	0.0027	-4.5	-45.0	$T_{13} = 3.3$
<i>LiNbO₃</i>	0. 0. 18.00	3.7287	0.0053	1.4	-45.0	$T_{12} = 2.9$
<i>LiNbO₃</i>	0. 90. 43.81	3.5375	0.0140	-7.3	-45.0	0



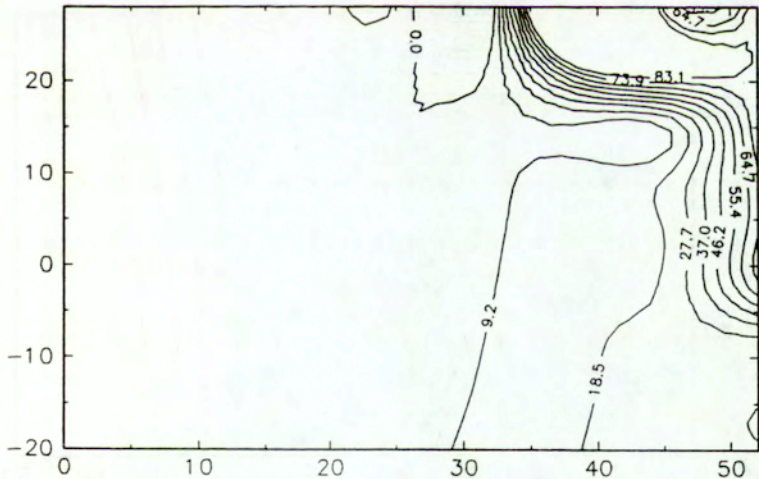
Rys.1. Linie konturowe stałego $\Delta\phi$ [deg] dla SiO_2 cięcia ST w funkcji kąta propagacji fali θ [deg] oraz wstępnego naprężenia przyłożonego wzdłuż kierunku propagacji fali T_{11} [GPa].



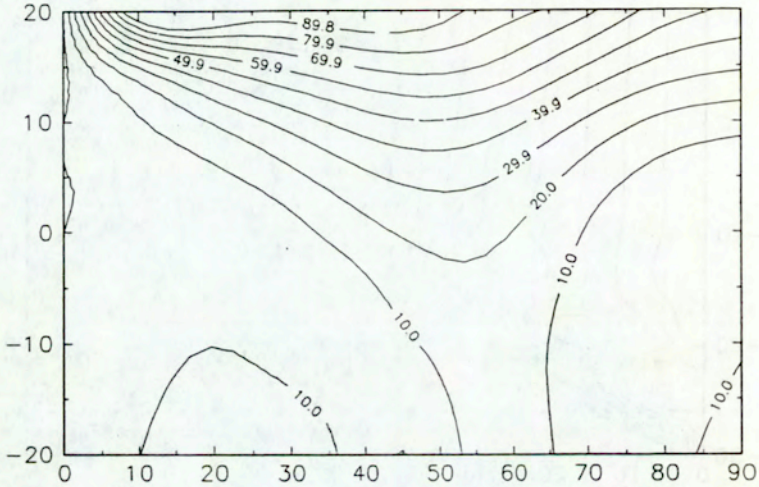
Rys.2. Linie konturowe stałego $\Delta\phi$ [deg] dla SiO_2 cięcia ST w funkcji kąta propagacji fali θ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadle do podłoża T_{22} .



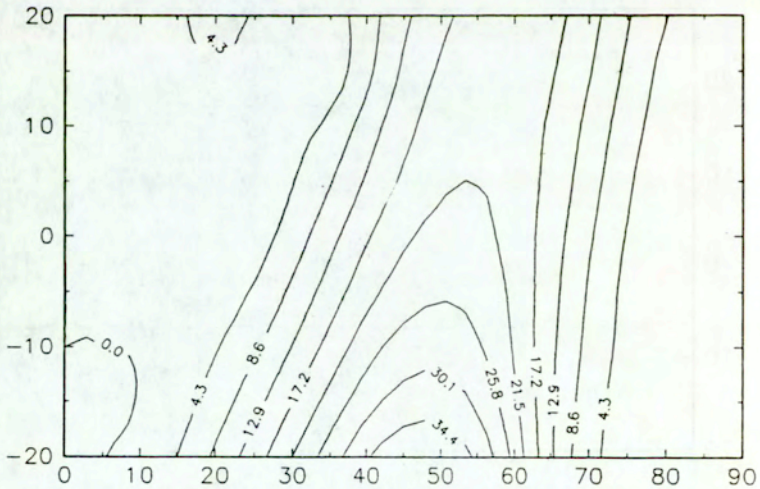
Rys.3. Linie konturowe stałego $\Delta\phi[deg]$ dla SiO_2 cięcia ST w funkcji kąta propagacji fali $\theta[deg]$ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadle do kier. prop. fali $T_{33}[GPa]$.



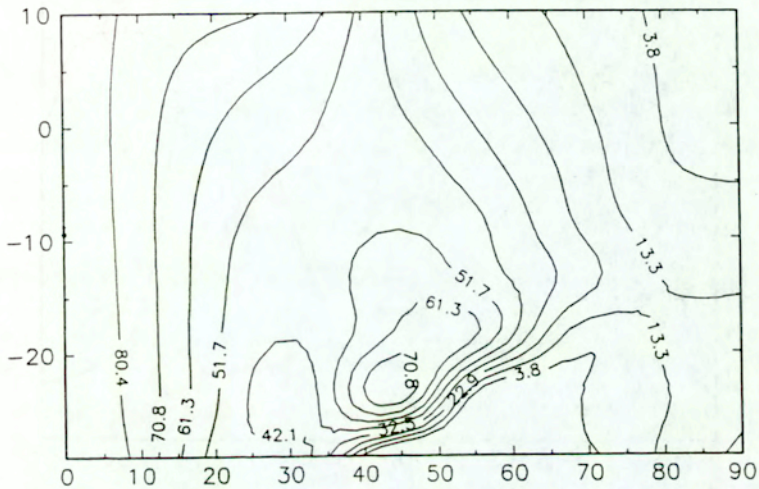
Rys.4. Linie konturowe stałego $\Delta\phi[deg]$ dla SiO_2 cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali $\theta[deg]$ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego wzdłuż kierunku propagacji fali $T_{11}[GPa]$.



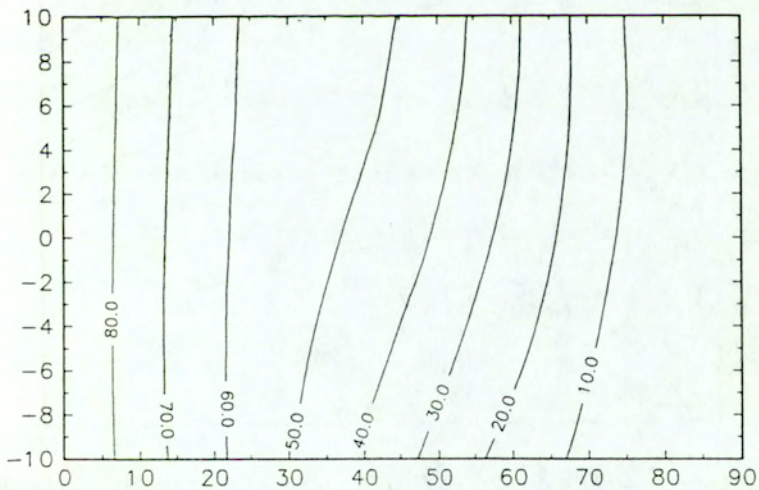
Rys.5. Linie konturowe stałego $\Delta\phi$ [deg] dla SiO_2 cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali θ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadle do podłoża T_{22} .



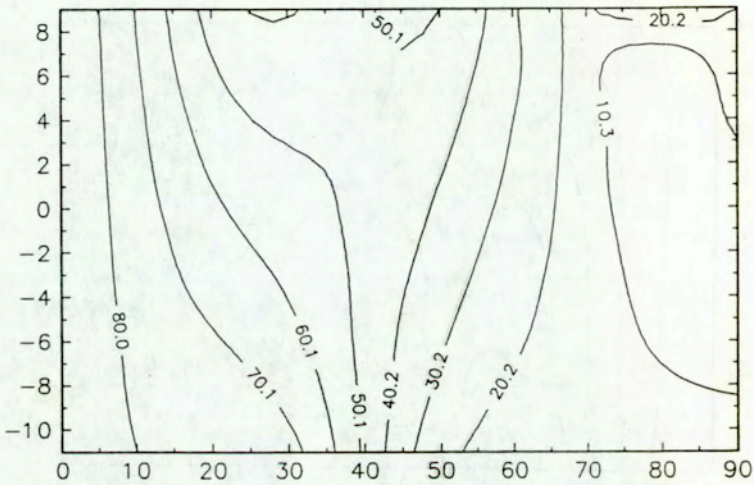
Rys.6. Linie konturowe stałego $\Delta\phi$ [deg] dla SiO_2 cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali θ [deg] oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadle do kier. prop. fali T_{33} [GPa].



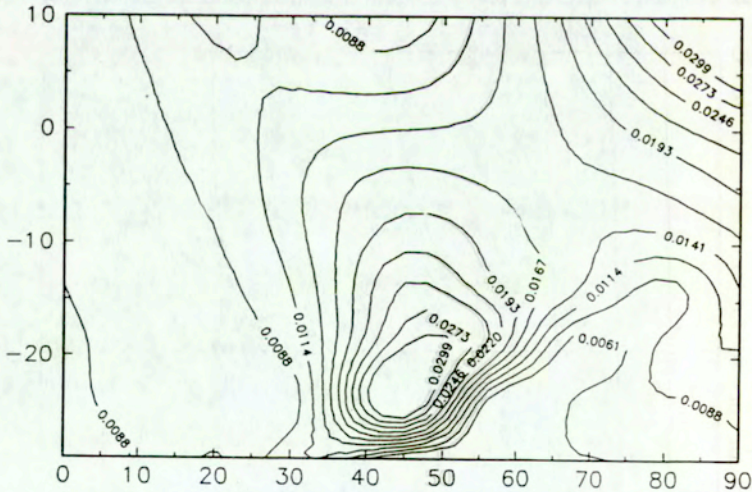
Rys.7. Linie konturowe stałego $\Delta\phi$ [deg] dla $LiNbO_3$ cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali θ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego wzdłuż kierunku propagacji fali T_{11} [GPa].



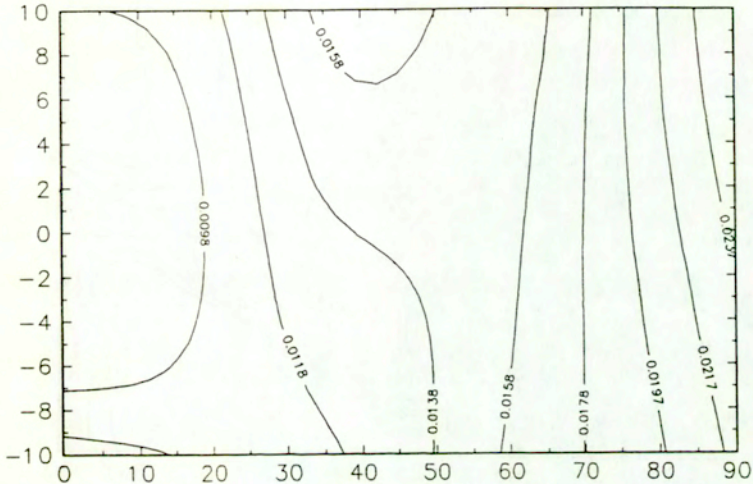
Rys.8. Linie konturowe stałego $\Delta\phi$ [deg] dla $LiNbO_3$ cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali θ [deg] oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadłe do podłoża T_{22} [GPa].



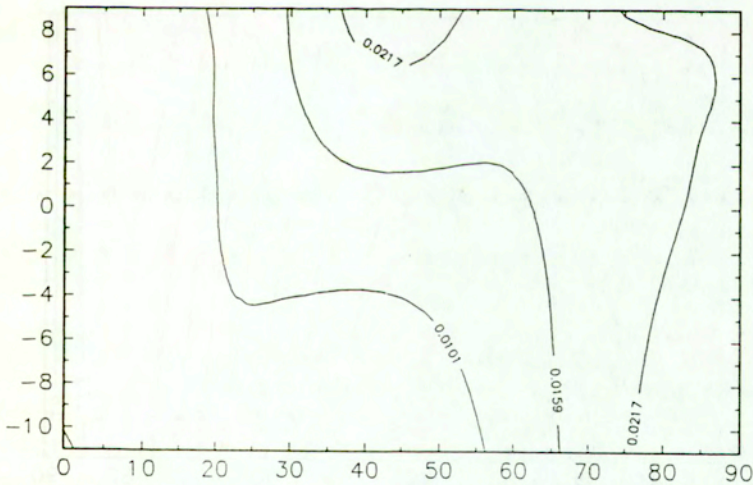
Rys.9. Linie konturowe stałego $\Delta\phi$ [deg] dla $LiNbO_3$ cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali θ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadle do kier. prop. fali T_{33} [GPa].



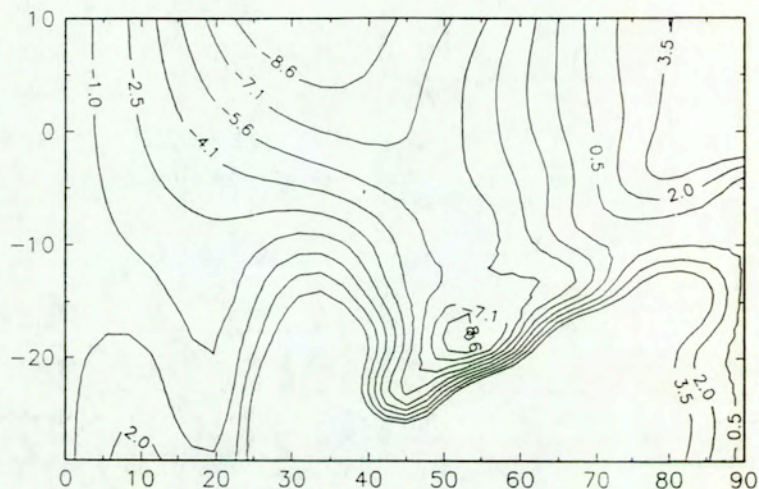
Rys.10. Linie konturowe stałego $\Delta V/V$ dla $LiNbO_3$ cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali θ [deg] oraz wstępnego naprężenia przyłożonego wzdłuż kierunku propagacji fali T_{11} [GPa].



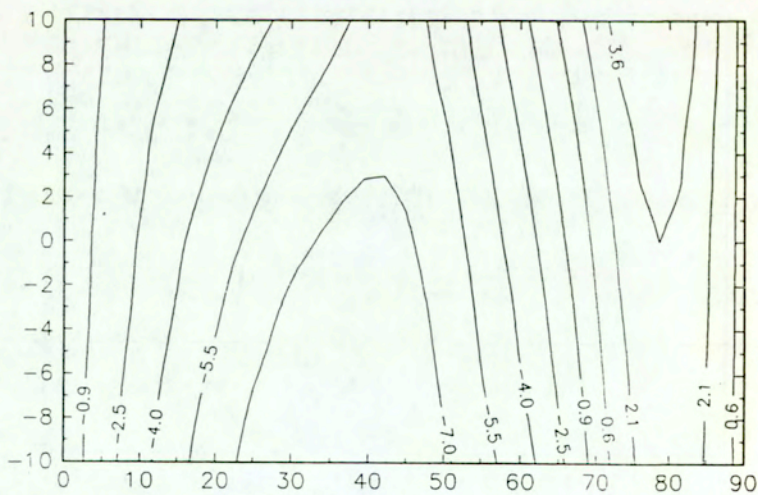
Rys.11. Linie konturowe stałego $\Delta V/V$ dla $LiNbO_3$ cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali θ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadle do podłoża $T_{22}[GPa]$.



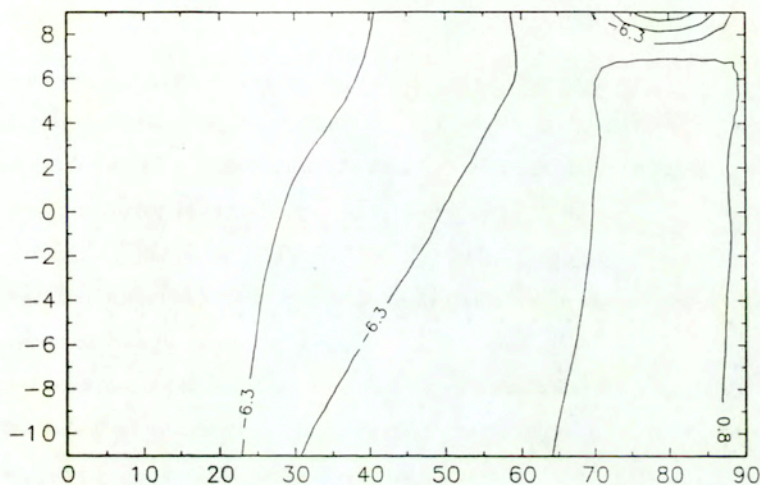
Rys.12. Linie konturowe stałego $\Delta V/V$ dla $LiNbO_3$ cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali $\theta[deg]$ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadle do kier. prop. fali $T_{33}[GPa]$.



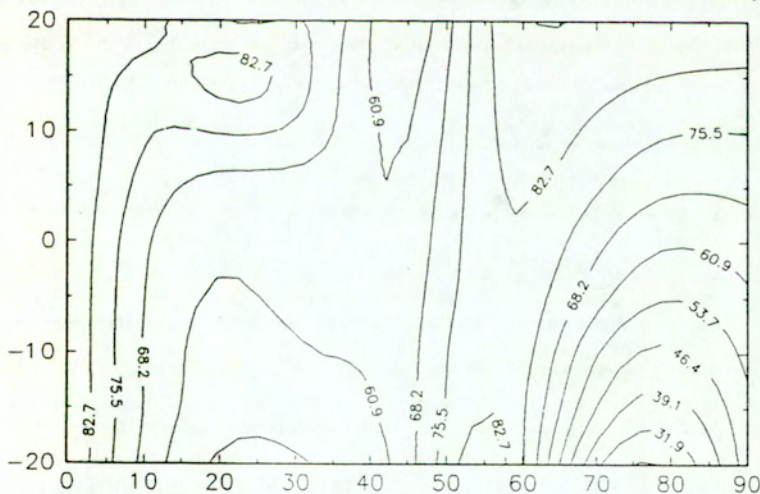
Rys.13. Linie konturowe stałego $Zb[deg]$ dla $LiNbO_3$ cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali θ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego wzdłuż kierunku propagacji fali $T_{11}[GPa]$.



Rys.14. Linie konturowe stałego $Zb[deg]$ dla $LiNbO_3$ cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali $\theta[deg]$ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadłe do podłoża $T_{22}[GPa]$.



Rys.15. Linie konturowe stałego $Zb[deg]$ dla $LiNbO_3$ cięcia Y w funkcji kąta propagacji fali θ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadłe do kier. prop. fali $T_{33}[GPa]$.



Rys.16. Linie konturowe stałego $\Delta\phi[deg]$ dla $LiNbO_3$ cięcia Z w funkcji kąta propagacji fali θ oraz wstępnego naprężenia przyłożonego prostopadłe do kier. prop. fali $T_{33}[GPa]$.

4. Podsumowanie

Jak widać z przedstawionych wyników istnieje możliwość korekty kilkustopniowego zbaczenia fali towarzyszącego zwykle cięciom o naturalnej jednokierunkowości przez wstępne naprężenie podłoża (patrz wiersz 2,3,4 w stosunku do 1 w Tabeli). Znalezione także inne cięcia dla których wstępne naprężenie wywołuje efekt jednokierunkowości. Niekorzystną cechą jest jednak fakt, że wartości naprężeń jakie należy przyłożyć do kryształu w celu uzyskania efektu są bardzo duże, więc realizacja takich układów jest dość ograniczona. Można stwierdzić, że z kilku potencjalnych możliwości zastosowania wstępnego naprężenia wymienionych we wstępie, rację bytu ma tylko ta z punktu 3, czyli korekta niedokładności w projektowaniu lub wykonania przetworników naturalnie jednokierunkowych, ponieważ wtedy wymagane naprężenia są realizowalne praktycznie. Uwagi te dotyczą jednak tylko dwóch materiałów najbardziej rozpowszechnionych (niobian litu i kwarc), jednak obecnie powstaje wiele nowych materiałów (bardziej sprężystych), dla których omawiany wpływ naprężenia może być silniejszy. Będzie mogło to być sprawdzone dopiero po opublikowaniu liniowych i nieliniowych danych materiałowych.

Praca E.D. została wykonana w ramach grantu 3 1212 9101.

5. Literatura

- [1] C.S. Hartman, W.S. Jones, H. Vollers, *Wide band unidirectional surface wave transducer*, IEEE Trans. SU **19**, 378-381 (1972).
- [2] D.P. Morgan, *Surface-wave devices for signal processing* (Elsevier, 1991).
- [3] P.V. Wright, *The NSPUDT: a new low-loss SAW transducer*, 1985 Ultrasonic Symp. Proc., 58-63 (1985).
- [4] K. Yamanouchi, Z.H. Chen, T. Meguro, *UHF range SPUDT using new fabrication techniques*, 1985 Ultrasonic Symp. Proc., 74-90 (1985).

- [5] C. Kappacher, O. Maenner, W. Ruile, R. Dill, *Design and analysis of SPUDTs*, 1991 Ultrasonic Symp. Proc., 1-4 (1991).
- [6] D.F. Thomson, P.V. Wright, *Wide bandwidth NSPUDT coupled resonator filter design*, 1991 Ultrasonic Symp. Proc., 181-184 (1991).
- [7] T. Thorvaldsson, *Analysis of the NSPUDT*, 1989 Ultrasonic Symp. Proc., 91-96 (1989).
- [8] E. Danicki, *Spectral theory of natural unidirectivity of SPUDT for B-G wave*, 1990 IEEE Ultrasonic Symposium Proc., 113-116 (1990).
- [9] E. Danicki, *Spectral theory of NSPUDT - Rayleigh wave case*, 1991 IEEE Ultrasonic Symp. Proc., 145-148 (1991).
- [10] D. Gafka, J. Tani, *Parametric constitutive equations for electroelastic crystals upon electrical or mechanical bias*, J. Appl. Physics **70**, 6679-6686 (1991).
- [11] E. Danicki, T. Czerwińska, *Parametry AFP w wybranych kryształach piezoelektrycznych*, Inst. Podst. Probl. Techn. 18, Warszawa 1988.
- [12] W. Prager, *Introduction to mechanics of continua* (McGraw-Hill, New York, 1961).
- [13] A.C. Eringen, *Nonlinear theory of continuous media* (McGraw-Hill, New York, 1962).
- [14] H.F. Tiersten, *On the nonlinear equations of thermoelectroelasticity*, Int. J. Engng. Sci. **9**, 587-603 (1971).
- [15] J.C. Baumhauer and H.F. Tiersten, *Nonlinear electroelastic equation for small fields superposed on a bias*, J. Acoust. Soc. Am. **54**, 1017-1034 (1973).
- [16] G.A. Maugin, *Nonlinear electromechanical effects and applications* (World Scientific, Singapore, 1985).

- [17] G.A. Maugin, *Continuum mechanics of electromagnetic solids* (Elsevier, North-Holland, 1988).
- [18] D. Gafka, E. Danicki, *Convenient orientations for SPUDT applications forced on piezoelectric crystal by external biasing stress*, ISEM Symp., Sapporo 1993, Nr T-17.



56683