7.73 — ośrodki
niejednorodne,
kompozyty,
ośrodki
stochastyczne,
wieloskładnikowe
i wielofazowe

Mariusz Kaczmarek

DYSKUSJA ODDZIAŁYWAŃ DYNAMICZNYCH W RÓŻNYCH MODELACH NIEROZPUSZCZALNYCH MIESZANIN DWUFAZOWYCH Z WEWNĘTRZNĄ STRUKTURĄ

46/1989

WARSZAWA 1989

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 21 lutego 1989 r.

Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 140 egz. Ark.wyd. 1,1 Ark.druk. 1,5
Oddano do drukarni we wrześniu 1989r.
Nr zamówienia 29/90

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul. Śniadeckich 8

Mariusz Kaczmarek

Pracownia Mechaniki
Ośrodków Porowatych ZA IPPT

DYSKUSJA ODDZIAŁYWAŃ DYNAMICZNYCH w RÓŻNYCH MODELACH NIEROZPUSZCZALNYCH MIESZANIN DWUFAZOWYCH z WEWNĘTRZNĄ STRUKTURĄ

Streszczenie

W pracy dyskutuje się problem sił oddziaływania dynamicznego, które wprowadza się do makrokontynualnego opisu ośrodka dwufazowego celem określenia oddziaływań siłowych w nieustalinym ruchu składników. W szczegółach rozważa się następujące kwestie:

1. Wybór czynników od których oddziaływania mają zalegać,
2. Określenie postaci tych oddziaływań,
3. Wymagania, które oddziaływania powinny spełniać.

W rozważaniach wzięto pod uwagę wyniki trzech zasadniczych sposobów wprowadzania oddziaływań dynamicznych: metody wykorzystującej teorię związków konstytutywnych, metody wariacyjnej i metody uogólniającej rozwiązania dla opływu cząstek.

Przeprowadzona analiza pozwoliła wskazać na zasadnicze cechy poszczególnych metod wprowadzania oddziaływań dynamicznych i dała podstawy dla stwierdzenia

potrzeby wszechstronnego podejścia do opisu sprzężeń, polegającego na wykorzystanie możliwości różnych metod badawczych.

1. Wstęp.

W dotychczasowych podejściach do opisu zjawisk mwchanicznych w ośrodkach wieloskładnikowych wyróżnić można dwa poziomy kontynualnego opisu: mikro i makroskopowy. Na poziomie mikroskopowym podstawowe wielkości są średnimi z opisu korpuskularnego a obszarem charakterystycznym jest obszar o wymiarze pory albo ziarna ośrodka porowatego. W opisie makroskopowym operuje się wielkościami mającymi charakter średnich z opisu mikroskopowego, z obszarów o wymiarze wielokrotnie większym od wymiarów niejednorodności /porów, ziaren/ ale dużo mniejszym od wymiarów opisywanego ciała. Najbardziej rozwinięte modele makrokontynualne /kontynualne i makroskopowe/ mechaniki ośrodków wielofazowych zostały otrzymane przez postulowanie, w ramach tzw.klasycznej teorii mieszanin lub przez wprowadzenie z opisu mikrokontynualnego przy zastosowaniu techniki objętościowego uśredniania.

Cechą charakterystyczną makrokontynualnych praw bilansu dla poszczególnych składników w opisie ośrodka wielofazowego, postulowanego czy też wprowadzonego, jest to, że w bilansach tych występują wyrazy odpowiedzialne za wymianę bilansowanej wielkości pomiędzy składnikami. Wymiana taka zachodzi na powierzchni międzyfazowej /interfazie/, jest nazywana oddziaływaniem międzyfazowym i w równaniach bilansu jest źródłem sprzężeń.

W niniejszej pracy rozważono wymianę pędu pomiędzy dwoma niereagującymi składnikami.

Równania bilansu pędu dla składnika α, postulowane przez klasyczną teorię mieszanin (KTM), mają postać, [1]

$$(1.1) \qquad \rho^{\alpha} \frac{d^{\alpha}}{dt} \underline{v}^{\alpha} = \nabla \cdot \underline{T}^{\alpha} + \rho^{\alpha} \underline{b} + \underline{\pi}^{\alpha}, \qquad \frac{d^{\alpha}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \underline{v}^{\alpha} \cdot \nabla,$$

gdzie ρ^{α}, $\underline{v}^{\alpha}$, $\underline{T}^{\alpha}$ są gęstością, wektorem prędkości i tensorem naprężenia. $\rho^{\alpha}\underline{b}$ jest siłą masową a wyrazy $\underline{\pi}^{\alpha}$ oznaczają wymianę pędu (siłę oddziaływania) drugiego składnika ze składnikiem α. Istotną cechą opisu postulowanego jest to, że poszczególne wielkości występujące w równaniu (1.1), w tym również siły oddziaływania $\underline{\pi}^{\alpha}$, nie mają jednoznacznej interpretacji w kategoriach opisu mikrokontynualnego.

Równania bilansu pędu wyprowadzone przez objętościowe uśrednianie mikrokontynualnego bilansu pędu są natomiast następujące, [2], [3]

$$(1.2) \qquad \bar{\rho}^{\alpha} \frac{d^{\alpha}}{dt} \bar{\underline{v}}^{\alpha} = -\nabla \cdot \left(\overline{\rho^{\alpha\alpha} \tilde{\underline{v}}^{\alpha} \otimes \tilde{\underline{v}}^{\alpha}} \right) + \nabla \cdot \bar{\underline{\underline{\sigma}}}^{\alpha} + \bar{\rho}^{\alpha} \underline{b} + \bar{\rho}^{\alpha} \underline{R}^{\alpha},$$

Poszczególne wyrazy równania (1.2) są średnimi wielkości mikroskopowych (szczegółowe omówienie procedury uśredniania prowadzącej do równania (1.2) można znaleźć np. w pracy [3]): $\bar{\rho}^{\alpha}$ jest średnią objętościową gęstości mikroskopowej $\rho^{\alpha\alpha}$, $\bar{\underline{v}}^{\alpha}$ jest średnią prędkością, $\bar{\underline{\underline{\sigma}}}^{\alpha}$ jest tensorem średnich naprężeń, $\bar{\rho}^{\alpha}\underline{b}$ jest średnią sił masowych. $\underline{R}^{\alpha}$ oznacza średnią, zsumowaną po interfazie i odniesioną do średniej masy, siłę na interfazie. Istotnie nowym wyrazem w makrokontynualnym równaniu bilansu pędu (1.2), w stosunku do równania (1.1), jest tensor średniego strumienia pędu z fluktuacji prędkości $\left(\overline{\rho^{\alpha\alpha} \tilde{\underline{v}}^{\alpha} \otimes \tilde{\underline{v}}^{\alpha}}\right)$ nazywany również tensorem naprężenia Reynoldsa, [2], gdzie $\tilde{\underline{v}}^{\alpha} = \underline{v}^{\alpha\alpha} - \bar{\underline{v}}^{\alpha}$ jest polem przestrzennych fluktuacji mikroprędkości płynu $\underline{v}^{\alpha\alpha}$.

Z porównania równań (1.1) i (1.2) narzuca się następująca interpretacja wielkości występujących w równaniu ruchu KTM:

$$\rho^{\alpha} = \bar{\rho}^{\alpha}, \quad \underline{v}^{\alpha} = \bar{\underline{v}}^{\alpha}, \quad \underline{T}^{\alpha} = -\overline{\rho^{\alpha\alpha} \tilde{\underline{v}}^{\alpha} \otimes \tilde{\underline{v}}^{\alpha}} + \bar{\underline{\underline{\sigma}}}^{\alpha}, \quad \rho^{\alpha}\underline{b} = \bar{\rho}^{\alpha}\underline{b}, \quad \underline{\pi}^{\alpha} = \bar{\rho}^{\alpha}\underline{R}^{\alpha}.$$

Ostatecznie więc siły oddziaływania KTM - $\underline{\pi}^{\alpha}$ można interpretować również jako średnie oddziaływanie na interfazie $\bar{\rho}^{\alpha}\underline{R}^{\alpha}$.

Ważną własnością sił oddziaływania, wymaganą w obu wymienionych ujęciach makroopisu (KTM, uśrednianie) jest to, że spełniają one warunek [1], [3]

$$\sum_{\alpha} \underline{\Pi}^{\alpha} = \sum_{\alpha} \bar{g}^{\alpha} \underline{R}^{\alpha} = 0 , \qquad \alpha = f, s , \tag{1.3}$$

który wyraża brak produkcji pędu na interfazie.

Jednym z możliwych i interesujących nas tutaj podziałów sił oddziaływania jest podział na siły występujące w zagadnieniach ustalonych i siły pojawiające się dodatkowo w zagadnieniach dynamicznych. W dalszej części pracy skoncentrujemy naszą uwagę na siłach występujących przy nieustalonym ruchu składników - siłach dynamicznych. Siły te w ogólności zależą od różnicy przyśpieszeń składników i są powodem występowania w równaniach ruchu poszczególnych składników tzw. sprzężenia dynamicznego. W literaturze nie ma jednak, jak dotąd, zgodności co do postaci sił dynamicznych. Różnorodność rozwiązań i koncepcji wskazuje na potrzebę rozstrzygnięcia pewnych ogólniejszych problemów teoretycznych.

Istotnymi kwestiami teoretycznymi, związanymi z siłami oddziaływania dynamicznego, są np. 1°. wybór czynników (zmiennych, parametrów) od których mają zależeć oddziaływania dynamiczne, 2°. określenie postaci (funkcji, funkcjonału) tych oddziaływań i 3°. określenie ogólnych wymagań (np. typu zasad konstytutywnych), które oddziaływania powinny spełniać.

Celem pracy jest krytyczny przegląd sił oddziaływania dynamicznego proponowanych w różnych ujęciach mechaniki ośrodka wielofazowego ze szczególnym uwzględnieniem wyżej wymienionych czynników i wymagań stawianym tym siłom.

Przedyskutowano wyniki trzech zasadniczych ujęć teorii wprowadzających siły oddziaływania dynamicznego: metody opartej o teorię związków konstytutywnych, metody uogólniającej rozwiązania opływu cząstek i metody wariacyjnej.

Prześledzono sposób realizacji, w tych różnych podejściach, zależności sił oddziaływania od względnego przyśpieszenia składników - najistotniejszego z czynników określających sprzężenie dynamiczne. Mając na uwadze fakt, że wymiana pędu zachodzi na interfazie i że wobec tego własności geometryczne interfazy - własności struktury (wewnętrznej) - istotnie wpływają na wielkość oddziaływań przeanalizowano rolę struktury. Jest to drugi z istotnych czynników określających sprzężenie dynamiczne. Wzięto również pod uwagę możliwość wprowadzenia zależności sił oddziaływania od historii względnego ruchu składników.

Dla przybliżenia istoty fizycznej siły sprzężenia dynamicznego i uzasadnienia wprowadzenia tej składowej oddziaływania wyprowadzono równanie bilansu energii kinetycznej ruchu fluktuacyjnego płynu, poruszającego się w ośrodku porowatym.

W pracy rozważono siły sprzężenia dynamicznego dla ośrodków dyspersyjnych (z płynną fazą nośną) i ośrodków porowatych wypełnionych płynem. Ograniczono się do dyskusji sił występujących w opisie posługującym się średnimi objętościowymi i nie analizowano tego problemu w tzw. teorii dwuparametrowej, rozwijanej dla opisu ośrodków porowatych nasyconych płynem. Warto bowiem zaznaczyć, że w opisie dwuparametrowym fizyczny efekt związany ze sprzężeniem dynamicznym jest realizowany na innej drodze (najważniejsze wyniki związane z takim opisem znaleźć można w pracach [4], [5]).

Przeprowadzona w pracy dyskusja sił sprzężenia dynamicznego, jakkolwiek nie dała ostatecznych rozstrzygnięć co do postaci sił dynamicznych, to pozwoliła wskazać na niedostatki wynikające z ograniczeń poszczególnych metod określania tych sił. Pozwoliła również wyciągnąć wniosek o potrzebie wszechstronnego podejścia do opisu sprzężeń. Ponadto, interpretacja niewykorzystywanego jak dotychczas w literaturze przedmiotu równania bilansu energii kinetycznej ruchu fluktuacyjnego dostarczyła informacji o związkach sprzężenia dynamicznego ze zjawiskami wymiany energii pomiędzy składnikami oraz relacji z pozostałymi wielkościami konstytutywnymi.

2. Oddziaływania dynamiczne w świetle teorii związków konsytutywnych.

Najbardziej formalnie rozwiniętym sposobem wprowadzenia opisu ośrodków wieloskładnikowych jest teoria postulatywna. Miarą tego rozwoju jest stosunkowo niewielka liczba pojęć pierwotnych i zasad, z których cała teoria jest wyprowadzona. Przegląd wyników uzyskanych przez postulatywną teorię znaleźć można między innymi w pracach [6], [7], [8].

Z punktu widzenia formułowania związków fizycznych teorie postulatywne zawierają pewną listę zasad pomocnych przy określaniu zależności pomiędzy wielkościami konstytutywnymi i zmiennymi niezależnymi - tzw. teorię związków konstytutywnych. Najważniejsze z tych zasad zostały przedstawione w monografiach [1] i [9]. W teorii zaproponowanej w tych pracach, określanej obecnie jako klasyczna teoria mieszanin, od związków fizycznych wymaga się między innymi niezależności od układu współrzędnych, niezależności od układu odniesienia (materialnej niezmienniczości lub obiektywności), spełnienia zasady współobecności [1]. Omówienie szerokiej listy zasad w zastosowaniu do teorii ośrodków wielofazowych można znaleźć w pracy [10].

W KTM siłę oddziaływania $\underline{\pi}^{\alpha}$ (wzór (1.1)) najczęściej przedstawia się jako siłę dyfuzyjną, tzn. zależną od względnej prędkości składników [9]

$$\underline{\pi}^{\alpha} = \underline{\pi}^{\alpha}\left(\ldots, \underline{v}^{\alpha} - \underline{v}^{\beta}\right) . \tag{2.1}$$

Taką postać sił oddziaływania proponuje się również w wielu pracach poświęconych dynamice ośrodków niemieszających się. Dotyczy to między innymi prac skoncentrowanych na mieszaninach dwufazowych i ośrodkach porowatych nasyconych płynem, np. [11] ÷ [22].

Równocześnie istnieje w ramach KTM grupa prac, w których dopuszcza się ażeby postulaty konstytutywne zależały od przyśpieszenia składników. Jednak zasadniczy problem jaki się w takim ujęciu pojawia to problem ze spełnieniem zasady obiektywności, gdyż ani przyśpieszenie ani różnica przyśpieszeń składników nie są wielkościami obiektywnymi (szczegółowe rozważania na ten temat można znaleźć np. w pracy [10]). Taka sytuacja skłoniła autorów do poszukiwania obiektywnej postaci związków fizycznych zależnych od względnego przyśpieszenia składników. W odniesieniu do siły poszukiwania takie polegały na określeniu argumentów od których zależałyby siły oddziaływania i które byłyby obiektywnymi funkcjami kombinacji materialnych przyśpieszeń składników. Poniżej przedstawiono przykładowe propozycje ogólnych postaci związków fizycznych dla sił oddziaływania.

1°. Siła oddziaływania zależna od różnicy mieszanych pochodnych czasowych prędkości, [11]

$$\underline{\pi}^{\alpha} = \underline{\pi}^{\alpha}\left(\ldots, \underline{\acute{v}}^{(\tau t)} - \underline{\acute{v}}^{(nm)}\right), \quad \alpha, \tau, t, n, m = f, s, \tag{2.2}$$

gdzie $\underline{v}^{(\alpha\beta)} = \frac{d^\alpha}{dt}\underline{v}^\beta$,

jest mieszaną pochodną czasową.

2°. Siła oddziaływania zależna od obiektywnej pochodnej czasowej różnicy prędkości, [24]

(2.3) $$\underline{\pi}^\alpha = \underline{\pi}^\alpha\left(\ldots, \frac{d_r^\alpha}{dt}(\underline{v}^\alpha - \underline{v}^\beta)\right), \quad \beta, \alpha = f, s,$$

gdzie obiektywna pochodna czasowa $\frac{d_r^\alpha}{dt}$ jest określona następująco
$$\frac{d_r^\alpha}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\underline{v}^\alpha \cdot \nabla) - 2\underline{W}^\alpha$$
natomiast $\underline{W}^\alpha = \frac{1}{2}(\underline{L}^\alpha - (\underline{L}^\alpha)^T)$ jest tensorem spinu a $\underline{L} = \nabla\underline{v}^\alpha$ tensorem gradientu prędkości.

3°. Siła oddziaływania zależna od obiektywnej kombinacji przyśpieszeń materialnych, względnej prędkości i tensora spinu, [25]

(2.4) $$\underline{\pi}^\alpha = \underline{\pi}^\alpha\left(\ldots, \frac{d^\beta}{dt}\underline{v}^\beta - \frac{d^\gamma}{dt}\underline{v}^\gamma - 2\underline{W}^\gamma(\underline{v}^\beta - \underline{v}^\gamma)\right), \quad \alpha, \beta, \gamma = f, s.$$

Przedstawione powyżej propozycje ograniczają się do określenia argumentów funkcji konstytutywnych jako kombinacji różnicy chwilowych przyśpieszeń, prędkości i gradientów prędkości składników. Zapewniają one, że związki fizyczne dla sił oddziaływania zależą w różny sposób od względnego przyśpieszenia składników. Znaczy to, że równania ruchu zawierają sprzężenie dynamiczne. Jednakże z formalnego punktu widzenia zasady KTM nie dają rozstrzygnięcia, która z wymienionych ogólnych postaci sił najlepiej opisuje zjawisko wymiany pędu w ruchu nieustalonym. Pojawiają się też inne istotne wątpliwości (poruszane np. w pracy [24]) czy siły oddziaływania muszą być niezmiennicze względem układu odniesienia lub czy należy wprowadzać sprzężenie dynamiczne do sił oddziaływania. Brak też zupełnie uzasadnienia fizycznego - fizycznej interpretacji dla którejkolwiek z proponowanych wersji sił.

Oddzielnego omówienia w tym punkcie wymagają wyniki prac [10] i [12] . Ich autorzy wykorzystują, tak jak w poprzednio zreferowanych pracach, teorii związków konstytutywnych dla określenia argumentów funkcji konstytutywnych. Wyznaczony przez nich zbiór obiektywnych argumentów funkcji konstytutywnych zawiera między innymi różnicę mieszanych pochodnych czasowych prędkości $\underline{v}^{(\alpha\beta)}$, tensory prędkości deformacji $\underline{D}^{\alpha}$, różnicę gradientów prędkości $\underline{D}^{\alpha\beta}$. Siły $\underline{\Pi}^{\alpha}$ mają zatem ogólną postać

$$\underline{\Pi}^{\alpha} = \underline{\Pi}^{\alpha}(\ldots, \underline{v}^{(\beta\gamma)}, \underline{D}^{\beta}, \underline{D}^{\beta\gamma}) , \quad \alpha,\beta,\gamma = f,s , \tag{2.5}$$

gdzie $\underline{D}^{\beta} = \frac{1}{2}\left(\underline{L}^{\beta} + (\underline{L}^{\beta})^{T}\right)$, $\underline{D}^{\beta\gamma} = \nabla(\underline{v}^{\beta} - \underline{v}^{\gamma})$.

Następnie, rezygnując ze spełnienia zasady współobecności, na podstawie rozważań wyników fenomenologicznych autorzy prac [10], [23] określają ostateczną postać siły oddziaływania. Poszczególne wyrazy tej siły są wówczas kombinacją wcześniej ustalonych obiektywnych argumentów i mają interpretację fizyczną. Dla dyspersyjnej fazy gazowej siła ta ma postać, [23]

$$\underline{\Pi}_{d}^{a} = \rho^{f} C_{vm} \left\{ \underline{v}^{(fG)} - \underline{v}^{(Gf)} + (\underline{v}^{G} - \underline{v}^{f})\left[(\lambda-2)\underline{L}^{G} + (1-\lambda)\underline{L}^{f}\right]\right\} , \tag{2.6}$$

gdzie współczynniki C_{vm} i λ są funkcjami udziału objętościowego fazy dyspersyjnej, ρ^{f} jest gęstością płynu.

Siła oddziaływania (2.6) charakteryzuje się tym, że jest obiektywna, poszczególne wyrazy mają interpretację fizyczną a współczynniki C_{vm} i λ są nośnikami elementarnych informacji o geometrycznych własnościach interfazy - struktury. Należy jednak zauważyć, że wybór argumentów funkcji konstytutywnych przy określeniu siły (2.6) wynikał z zasad konstytutywnych. Dlatego, mimo istnienia fizycznej interpretacji, siły tej postaci dotyczą również uwagi (z wyjątkiem ostatniej), które odnosiły się do postulatów (2.2), (2.3), (2.4).

3. Oddziaływania dynamiczne w ośrodku dwufazowym jako uogólnienie hydrodynamicznej siły oporu.

Jeden z najczęściej spotykanych w literaturze sposobów określania sił oddziaływania, zwłaszcza dla mieszanin dyspersyjnych, polega na uogólnianiu wyników dotyczących opływu pojedynczej cząstki poruszającej się w nieograniczonym płynie. Taki sposób postępowania jest charakterystyczny dla fenomenologicznych ujęć teorii dwufazowych typu [26], [27], [28], jak też wielu podejść w których dla uzyskania równań bilansu oparto się na uśrednianiu.

Punktem wyjścia do uogólniania sił oddziaływania w opisie ośrodka dwufazowego jest rozwiązanie liniowego zagadnienia nieustalonego ruchu sztywnej kulki w nieograniczonym, nieściśliwym, lepkim płynie. Całkowita siła $\underline{R}$ działająca na cząstkę ma wówczas postać, [29]

$$\underline{R} = \underline{R}_S + \underline{R}_m + \underline{R}_B , \tag{3.1}$$

gdzie $\underline{R}_S = 6\pi a \mu (\underline{v}^s - \underline{v}^f)$, $\underline{R}_m = \frac{2}{3}\pi a^3 \rho^f \frac{d}{dt}(\underline{v}^s - \underline{v}^f)$,

$$\underline{R}_B = 6a^2\sqrt{\mu\pi\rho^f}\int_{-\infty}^{t}\frac{d}{dt}(\underline{v}^s - \underline{v}^f)\frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} ,$$

μ jest lepkością płynu, a jest promieniem kulki. Siła Stokesa $\underline{R}_S$ wyraża tę część sumy oddziaływań lepkich pomiędzy cząstką i płynem, która jest niezależna od charakteru względnego ruchu (w ruchu ustalonym i nieustalonym). Siła masy dołączonej $\underline{R}_m$ i siła Basseta $\underline{R}_B$ ujmują sumę oddziaływań normalnych i lepkich, odpowiednio, które pojawiają się w ruchu nieustalonym.

Uogólnienie, polegające na żądaniu jakościowej analogii pomiędzy opisem sił działających na kulkę i opisem oddziaływań dla dwufazowej mieszaniny, wymaga aby w makrokontynualnym opisie takiego ośrodka, w sile oddziaływania, występowały odpowiedniki składowych siły działającej na kulkę, w tym również interesujące nas siły towarzyszące ruchowi nieustalonemu. Skupiając uwagę na pierwszej ze składowych siły (3.1), wywołanej ruchem nieustalonym, tzn. na sile masy dołączonej (wirtualnej) $\underline{R}_m$ to jej odpowiednikiem w makroopisie ośrodka dyspersyjnego jest siła sprzężenia dynamicznego $\underline{\pi}_d$. Jednakże o ile w opisie ruchu kulki jest ona określona różnicą przyśpieszeń kulki i płynu to w opisie mieszaniny, w ujęciu nałożonych kontinuów, powstaje problem jakiego rodzaju pochodne czasowe wyrażają siłę masy dołączonej. W literaturze można spotkać następujące propozycje.

1°. W ramach fenomenologicznego opisu jednowymiarowego przepływu dwufazowego, [28], zaproponowano siłę dynamiczną

$$\underline{\pi}_d^s = c\rho^f\left[\frac{\partial}{\partial t}(\underline{v}^s - \underline{v}^f) + \underline{v}^s\frac{\partial}{\partial z}(\underline{v}^s - \underline{v}^f)\right] , \tag{3.2}$$

gdzie c jest współczynnikiem zależnym od kształtu cząstek i dla kulek jest równy 0.5.

2°. Do uśrednionych równań bilansu mieszaniny fluidalnej proponuje się dołączyć siłę $\underline{\pi}_d^f$ w postaci, [30]

$$(3.3) \qquad \underline{\pi}_d^f = C_v(\alpha_s)\, \alpha_s\, \rho^f \frac{d'}{dt}(\underline{v}^f - \underline{v}^s) \ ,$$

gdzie C_v jest współczynnikiem masy wirtualnej, α_s jest udziałem objętościowym cząstek, α_f jest udziałem objętościowym płynu. W pracy [30] rozważa się dwie postacie pochodnej czasowej różnicy prędkości:

$$(3.4) \qquad \frac{d'}{dt}(\underline{v}^f - \underline{v}^s) = \frac{d^f}{dt}\underline{v}^f - \frac{d^s}{dt}\underline{v}^s \ ,$$

$$(3.5) \qquad \frac{d'}{dt}(\underline{v}^f - \underline{v}^s) = \frac{\partial}{\partial t}(\underline{v}^f - \underline{v}^s) + \underline{v}^s \cdot \nabla(\underline{v}^f - \underline{v}^s) \ .$$

Autorzy pracy [30] nie rozstrzygają jednak która z wersji jest właściwsza.

3°. W monografiach [2], [31] uśrednione równania bilansu ośrodków wielofazowych proponuje się uzupełnić siłami oddziaływania uogólniając wyniki uzyskane dla modelu komórkowego. Sama siła $\underline{\pi}_d$ ma postać:

- dla ośrodka dyspersyjnego

$$(3.6) \qquad \underline{\pi}_d^f = \frac{2}{3}\alpha_s\, \pi a^3 \rho^f \left[\frac{d^f}{dt}\underline{v}^f - \frac{d^s}{dt}\underline{v}^s + \frac{3}{a}\frac{d^s}{dt}a(\underline{v}^f - \underline{v}^s)\right] \ ,$$

- dla ośrodka porowatego nasyconego płynem

$$(3.7) \qquad \underline{\pi}_d^f = \frac{\varkappa_m}{2}\alpha_f \alpha_s \rho^f \left(\frac{d^f}{dt}\underline{v}^f - \frac{d^s}{dt}\underline{v}^s\right)$$

gdzie $\varkappa_m$ jest współczynnikiem określającym wpływ niejednorodności struktury na siłę masy dołączonej, α_f , α_s są udziałami objętościowymi faz.

4°. Analogiczną postać dynamicznej siły oddziaływania, jak wyżej wymieniona, proponuje się dla ośrodka dyspersyjnego w pracy [32]

$$(3.8) \qquad \underline{\pi}_d^f = C_{VM}\, \alpha_s\, \rho^f \left(\frac{d^f}{dt}\underline{v}^f - \frac{d^s}{dt}\underline{v}^s\right) \ ,$$

gdzie α_s jest udziałem objętościowym cząstek w płynie, C_{VM} jest współczynnikiem masy wirtualnej.

Odnośnie sił (3.2), (3.3), (3.6), (3.7) można stwierdzić, że wynikają one z uogólnienia siły masy dołączonej działającej na cząstkę zanurzoną w płynie o początkowo jednorodnym polu prędkości. Takie siły dynamiczne nie są obiektywne, podobnie jak całkowita siła oddziaływania w tych przypadkach.

W nawiązaniu zaś do pracy [32] warto dodać, że autorzy tej pracy analizując nieustalony ruch cząstki w nieściśliwym, nielepkim i poruszającym się przyśpieszonym ruchem płynie, poddanemu również stałemu obrotowi i odkształceniu daleko od cząstki, zaproponowali całkowitą siłę oddziaływania $\underline{\pi}^f$ w postaci

$$(3.9) \qquad \underline{\pi}^f = C_{VM}\,\alpha_s\,\varrho^f \left\{ \frac{d^f}{dt}\underline{v}^f - \frac{d^s}{dt}\underline{v}^s - (\underline{v}^f - \underline{v}^s)\left[\nabla\underline{v}^f - (\nabla\underline{v}^f)^T\right]\right\},$$

z której wyodrębnili następnie siłę masy wirtualnej $\underline{\pi}^f_d$ (wzór (3.8)) i siłę unoszenia $\underline{\pi}^f_l$

$$(3.10) \qquad \underline{\pi}^f_l = -C_{VM}\,\alpha_s\,\varrho^f (\underline{v}^f - \underline{v}^s)\left[\nabla\underline{v}^f - (\nabla\underline{v}^f)^T\right].$$

Autorzy pracy [32] zauważają, że siły $\underline{\pi}^f_d$ i $\underline{\pi}^f_l$ nie są obiektywne ale ich suma, tzn. siła $\underline{\pi}^f$ spełnia zasadę niezależności materialnej. Wniosek taki pozwala postawić tezę, że część siły oddziaływania, związana z ruchem nieustalonym, nie musi być obiektywna natomiast obiektywna powinna być całkowita siła oddziaływania.

Ustalenie obiektywnej postaci siły oddziaływania (3.9) jako uogólnienie siły działającej na cząstkę stawia w nowym świetle zasadę obiektywności, dla której we wcześniejszych pracach bazujących na uogólnianiu nie znajdowano fizycznego uzasadnienia. Nowym problemem wymagającym zbadania może być w takiej sytuacji kwestia zakresu prawomocności wykorzystywanego uogólniania. W przypadku ośrodków dyspersyjnych problem ten może wynikać z istnienia oddziaływań pomiędzy polami różnych opływanych cząstek. Zaś dla ośrodków porowatych nasyconych płynem przyjęcie siły oddziaływania w postaci (3.9) wymaga bardziej gruntownego uzasadnienia ze względu na spójność obu faz.

Dodatkowo na uwagę we wzorach (3.2), (3.3), (3.7), (3.8) zasługuje to, że zawierają one parametry uwzględniające wpływ własności geometrycznych interfazy na wielkość siły masy dołącznej. Takiego parametru nie było w siłach postulowanych jedynie na podstawie teorii związków konstytutywnych. Stanowi to wzbogacenie sił oddziaływania i makroopisu o parametr charakteryzujący własności struktury ośrodka.

Warto też wspomnieć, że metoda określania sił oddziaływania w oparciu o uogólnienie siły oporu uprawnia do wprowadzenia odpowiednika drugiej z sił pojawiających się w ruchu nieustalonym we wzorze (3.1) - siły Basseta. Siła ta uwzględnia fakt, że w konsekwencji lepkości płynu pole mikroprędkości płynu i zależności makroskopowe typu siła oddziaływania, w ruchu nieustalonym, zależą od historii względnego ruchu składników. Siła Basseta, obok siły sprzężenia dynamicznego, jest również w niektórych pracach wprowadzana do wyrażeń na całkowitą siłę oddziaływania dwufazowych mieszanin ([2], [33]).

Podsumowując charakter omawianych w tym punkcie sił należy dodać, że poszczególne składowe tych sił oddziaływania mają ścisłą interpretację fizyczną, zgodną z wynikami innych ujęć, bazujących np. na analizie mikrodynamiki płynów w ośrodku porowatym (jak w pracy [34]).

4. Efekt masy dołączonej w podejściach wariacyjnych.

Punktem wyjścia teorii mieszanin opartej na podejściu wariacyjnym były prace Biota [35], [36], [37] dotyczące dynamiki ośrodka porowatego nasyconego płynem. W pracach tych, w oparciu o postulaty dla całkowitej energii kinetycznej i energii sprężystej oraz równania Lagrange`a wyprowadza się liniowe równania ruchu, które można zapisać w postaci

$$(4.1)\qquad \begin{aligned} \bar{\varrho}^{f} \frac{\partial}{\partial t} \underline{v}^{f} &= \nabla \cdot \underline{\sigma}^{f} + B(\underline{v}^{f} - \underline{v}^{s}) - \varrho_{12} \frac{\partial}{\partial t}(\underline{v}^{f} - \underline{v}^{s}) \\ \bar{\varrho}^{s} \frac{\partial}{\partial t} \underline{v}^{s} &= \nabla \cdot \underline{\sigma}^{s} - B(\underline{v}^{f} - \underline{v}^{s}) + \varrho_{12} \frac{\partial}{\partial t}(\underline{v}^{f} - \underline{v}^{s}) , \end{aligned}$$

gdzie $\bar{\varrho}^{f}$ i $\bar{\varrho}^{s}$ są gęstościami, $\underline{\sigma}^{f}$ i $\underline{\sigma}^{s}$ są tensorami naprężenia w płynie i szkielecie, odpowiednio. B jest współczynnikiem oporu przepływu. ϱ_{12} jest współczynnikiem sprzężenia masowego (dynamicznego).

Równania ruchu (4.1) zawierają obok siły sprzężenia dyfuzyjnego taki sam co do wartości bezwzględnej i różnych znaków wyraz sprzężenia dynamicznego $\rho_{12}\,\partial/\partial t(\underline{v}^f-\underline{v}^s)$. Ten argument lub jakościowa analogia z opływem kulki sprawiają, że siłę sprzężenia dynamicznego, w wielu pracach wykorzystujących teorię Biota (np. [38], [39], [40]), traktuje się jako część siły oddziaływania.

Uogólniając sposób podejścia Biota, Bedford i Drumheller w szeregu pracach ([41], [42], [8]) wykorzystali rozszerzoną zasadę Hamiltona i przedstawili wariacyjne ujęcie mechaniki ośrodków niemieszających się. W konsekwencji postulatów dla lokalnych wartości energii kinetycznej i potencjalnej autorzy ci otrzymali równania ruchu w których oprócz sił oddziaływania pomiędzy składnikami i oczywiście pozostałych sił, które zawierają równania ruchu (1.1) otrzymali wyrazy zawierające różnicę przyśpieszeń składników. Ograniczając się do interesującego nas problemu możemy dodać, że wyżej wspomniane siły, związane z przyśpieszeniem, otrzymano wskutek zapostulowania za Biotem energii kinetycznej ruchu postępowego w postaci (napisana postać dotyczy tylko dwóch składników)

$$(4.2) \qquad E_k = \tfrac{1}{2}\bar{\rho}^s\,\underline{v}^s\cdot\underline{v}^s + \tfrac{1}{2}\bar{\rho}^f\,\underline{v}^f\cdot\underline{v}^f + \tfrac{1}{2}m\,(\underline{v}^f-\underline{v}^s)(\underline{v}^f-\underline{v}^s)\,,$$

gdzie ostatni z wyrazów ujmuje energię kinetyczną nieopisaną przez kanoniczną formę kwadratową średnich prędkości. Wyraz ten jest związany z przestrzennymi niejednorodnościami (fluktuacjami) pola mikroprędkości płynu i ma bezpośredni związek z efektem masy wirtualnej [23]. W przypadku ośrodka porowatego nasyconego płynem współczynnik m przedstawia się często w postaci, [38], [39]

$$(4.3) \qquad m = \rho_{12} = \bar{\rho}^f(1-\alpha)\,,$$

gdzie α jest współczynnikiem określającym własności struktury ośrodka porowatego. Ostatecznie, w wyniku zastosowania do wyrazu zawierającego energię kinetyczną fluktuacji twierdzeń wariacyjnych, w równaniach ruchu płynu i szkieletu lub fazy dyspersyjnej (dla tych ostatnich z założenia pominięto energię ruchu fluktuacyjnego) pojawiają się dodatkowe siły $\underline{g}^f$ i $\underline{g}^s$ odpowiednio, gdzie

$$(4.4)\qquad \underline{g}^{f} = -m\left\{\frac{d^{f}}{dt}\underline{v}^{f} - \frac{d^{s}}{dt}\underline{v}^{s} + \left[(\underline{L}^{f})^{T} - \underline{L}^{s}\right](\underline{v}^{f}-\underline{v}^{s}) + (\underline{v}^{f}-\underline{v}^{s})\,\nabla\cdot\underline{v}^{s}\right],$$

$$(4.5)\qquad \underline{g}^{s} = m\left\{\frac{d^{f}}{dt}\underline{v}^{f} - \frac{d^{s}}{dt}\underline{v}^{s} + \left[(\underline{L}^{s})^{T} - \underline{L}^{f}\right](\underline{v}^{f}-\underline{v}^{s}) + (\underline{v}^{f}-\underline{v}^{s})\,\nabla\cdot\underline{v}^{s}\right\}.$$

Jak zauważa się w pracach [42], [8] siły takie są obiektywne lecz co do wartości bezwzględnej nie są równe. Wobec faktu, że w równaniach ruchu wyprowadzonych z pomocą metody wariacyjnej występują już równe i przeciwnych znaków siły, wprowadzone jako całkowite siły oddziaływania oraz tego, że siły oddziaływania muszą spełniać warunek (1.3) możemy stwierdzić, że siły $\underline{g}^{f}$ i $\underline{g}^{s}$ nie są w całości składowymi sił oddziaływania. Powstają zatem dalsze kwestie: jaka jest postać sił oddziaływania a co reprezentuje ewentualna reszta z sił $\underline{g}^{f}$ i $\underline{g}^{s}$. Problemy te są otwarte i trudno w tej sytuacji ocenić jak w ujęciu wariacyjnym przedstawia się problem obiektywności sił oddziaływania.

Pomimo wspomnianych wątpliwości jest faktem, że metoda wariacyjna pozwala wprowadzić do równań ruchu siłę sprzężenia dynamicznego a co więcej związać efekt masy dołączonej ze zjawiskiem mikroskopowych fluktuacji płynu i własnościami struktury ośrodka. Jest to istotnym krokiem w kierunku poznania istoty i postaci sił oddziaływania dynamicznego.

5. Siły oddziaływania a bilans energii kinetycznej ruchu fluktuacyjnego.

Jak dotąd, w zreferowanych ujęciach siły masy dołączonej, nie wykorzystywano relacji, które można uzyskać z teorii uśrednianej. Dla przeanalizowania takich związków wyjdziemy od równania bilansu energii kinetycznej płynu zakładając, że można pominąć fluktuacje prędkości fazy dyspersyjnej lub szkieletu (takie założenie czyni się też w pracach [42] i [43]).

W opisie mikrokontynualnym równanie bilansu energii kinetycznej płynu ma postać, [29]

$$\rho^{ff} \frac{d}{dt} \left(\tfrac{1}{2} \underline{v}^{ff} \cdot \underline{v}^{ff} \right) = \nabla \cdot \left(\underline{v}^{ff} \cdot \underline{\sigma}^{ff} \right) - \underline{\sigma}^{ff} : \nabla \underline{v}^{ff} - \underline{v}^{ff} \cdot \rho^{ff} \underline{b} \,, \tag{5.1}$$

gdzie ρ^{ff}, $\underline{v}^{ff}$, $\underline{\sigma}^{ff}$ są polami mikro- gęstości, prędkości i naprężeń w płynie. $\underline{b}$ jest gęstością sił masowych. Stosując procedurę uśredniania objętościowego (opisaną np. w pracy [3]) do wszystkich składników równania (5.1) otrzymamy makrokontynualne równanie bilansu energii kinetycznej

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \tfrac{1}{2} \bar{\rho}^{f} \bar{\underline{v}}^{f} \cdot \bar{\underline{v}}^{f} + \left\langle \tfrac{1}{2} \rho^{ff} \tilde{\underline{v}}^{f} \cdot \tilde{\underline{v}}^{f} \right\rangle \right\} + \nabla \cdot \Big\{ \tfrac{1}{2} \bar{\rho}^{f} \bar{\underline{v}}^{f} \cdot \bar{\underline{v}}^{f} \bar{\underline{v}}^{f} + \\ &+ \tfrac{1}{2} \overline{\overline{\rho^{ff} \tilde{\underline{v}}^{f} \cdot \tilde{\underline{v}}^{f} \bar{\underline{v}}^{f}}} + \overline{\overline{\rho^{ff} \bar{\underline{v}}^{f} \cdot \tilde{\underline{v}}^{f} \tilde{\underline{v}}^{f}}} + \tfrac{1}{2} \overline{\overline{\rho^{ff} \tilde{\underline{v}}^{f} \cdot \tilde{\underline{v}}^{f} \tilde{\underline{v}}^{f}}} \Big\} = \\ &= \nabla \cdot \left[\bar{\underline{v}}^{f} \cdot \overline{\overline{\underline{\sigma}}}^{f} + \overline{\overline{\tilde{\underline{v}}^{f} \cdot \underline{\sigma}^{ff}}} \right] + \bar{\rho}^{f} Q^{f} + \bar{\rho}^{f} \underline{R}^{f} \cdot \bar{\underline{v}}^{f} - \left\langle \underline{\sigma}^{ff} : \nabla \underline{v}^{ff} \right\rangle \end{aligned} \tag{5.2}$$

gdzie

$$\bar{\rho}^{f} Q^{f} + \bar{\rho}^{f} \underline{R}^{f} \cdot \underline{v}^{f} = \rho^{s} \underline{R}^{s} \cdot \underline{v}^{s} \tag{5.3}$$

przedstawia równość energii wymienianej przez składniki a $\langle \underline{\sigma}^{ff} : \nabla \underline{v}^{ff} \rangle$ jest całkowitą dysypacją energii kinetycznej - źródłem energii wewnętrznej. $\langle \tfrac{1}{2} \rho^{ff} \tilde{\underline{v}}^{f} \cdot \tilde{\underline{v}}^{f} \rangle$ jest średnią energią kinetyczną fluktuacji. $\tfrac{1}{2} \overline{\overline{\rho^{ff} \tilde{\underline{v}}^{f} \cdot \tilde{\underline{v}}^{f} \bar{\underline{v}}^{f}}}$, $\overline{\overline{\rho^{ff} \bar{\underline{v}}^{f} \cdot \tilde{\underline{v}}^{f} \tilde{\underline{v}}^{f}}}$; $\tfrac{1}{2} \overline{\overline{\rho^{ff} \tilde{\underline{v}}^{f} \cdot \tilde{\underline{v}}^{f} \tilde{\underline{v}}^{f}}}$ są składowymi konwekcyjnej części średniego strumienia energii kinetycznej, zawierającymi fluktuacje prędkości płynu. $\overline{\overline{\tilde{\underline{v}}^{f} \cdot \underline{\sigma}^{ff}}}$ jest składową niekonwekcyjnej części strumienia energii kinetycznej.

Obok otrzymanego równania bilansu energii kinetycznej (5.2) zauważamy, że mnożąc równanie ruchu płynu (1.2) przez średnią prędkość $\bar{\underline{v}}^{f}$ otrzymamy także równanie o charakterze bilansu energii kinetycznej o postaci

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} \left(\tfrac{1}{2} \bar{\rho}^{f} \bar{\underline{v}}^{f} \cdot \bar{\underline{v}}^{f} \right) + \nabla \cdot \left(\tfrac{1}{2} \bar{\rho}^{f} \bar{\underline{v}}^{f} \cdot \bar{\underline{v}}^{f} \bar{\underline{v}}^{f} \right) + \nabla \cdot \left[\left(\overline{\overline{\rho^{ff} \tilde{\underline{v}}^{f} \otimes \tilde{\underline{v}}^{f}}} \right) \bar{\underline{v}}^{f} \right] = \\ &= \left(\overline{\overline{\rho^{ff} \tilde{\underline{v}}^{f} \otimes \tilde{\underline{v}}^{f}}} \right) : \nabla \bar{\underline{v}}^{f} + \nabla \cdot \left(\bar{\underline{v}}^{f} \cdot \overline{\overline{\underline{\sigma}}}^{f} \right) - \overline{\overline{\underline{\sigma}}}^{f} : \nabla \bar{\underline{v}}^{f} + \bar{\rho}^{f} \underline{R}^{f} \cdot \bar{\underline{v}}^{f} \end{aligned} \tag{5.4}$$

które jest nazywane równaniem bilansu energii kinetycznej ruchu średniego. Odejmując równania (5.2) i (5.4) i wykorzystując związek $\left(\overline{\overline{\rho^{ff} \tilde{\underline{v}}^{f} \otimes \tilde{\underline{v}}^{f}}} \right) \bar{\underline{v}}^{f} = \left(\overline{\overline{\rho^{ff} \bar{\underline{v}}^{f} \cdot \tilde{\underline{v}}^{f} \tilde{\underline{v}}^{f}}} \right)$ uzyskamy tzw. równanie bilansu energii kinetycznej ruchu fluktuacyjnego płynu w postaci

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\left\langle \tfrac{1}{2}\rho^{ff}\,\tilde{\underline{v}}^{f}\cdot\tilde{\underline{v}}^{f}\right\rangle\right\} + \nabla\cdot\left\{\tfrac{1}{2}\overline{\overline{(\rho^{ff}\,\tilde{\underline{v}}^{f}\cdot\tilde{\underline{v}}^{f}\,\bar{\underline{v}}^{f})}} + \tfrac{1}{2}\overline{\overline{(\rho^{ff}\,\tilde{\underline{v}}^{f}\cdot\tilde{\underline{v}}^{f}\,\tilde{\underline{v}}^{f})}}\right\} =$$

$$(5.5) \qquad = \nabla\cdot(\overline{\overline{\tilde{\underline{v}}^{f}\cdot\underline{\sigma}^{ff}}}) - (\overline{\overline{\rho^{ff}\,\tilde{\underline{v}}^{f}\otimes\tilde{\underline{v}}^{f}}}):\nabla\bar{\underline{v}}^{f} + \bar{\underline{\sigma}}^{f}:\nabla\bar{\underline{v}}^{f} + \rho^{f}Q - \left\langle\underline{\sigma}^{ff}:\nabla\underline{v}^{ff}\right\rangle .$$

Równanie energii kinetycznej ruchu fluktuacyjnego, podobne do równania (5.5), zostało wcześniej wprowadzone w pracach Nigmatulina [45], [2] dla każdego ze składników ośrodka wielofazowego a w pracy [46] dla płynu w ośrodku porowatym. Równanie (5.5) nie było jednak w literaturze szerzej dyskutowane, w szczególności w kontekście sił oddziaływania.

Na początek zauważmy, że równanie (5.5) jest związkiem pomiędzy wielkościami konstytutywnymi. Po wykorzystaniu relacji (1.3) i (5.3), prowadzących do zależności

$$(5.6) \qquad \rho^{f}Q^{f} = \underline{R}\cdot(\bar{\underline{v}}^{s} - \bar{\underline{v}}^{f})$$

gdzie $\underline{R} = \rho^{s}\underline{R}^{s} = -\rho^{f}\underline{R}^{f}$,
równanie (5.5) jest również związkiem, w które wchodzi siła oddziaływania $\underline{R}$. Uwzględniając powszechnie przyjmowane, przy badaniu efektu masy dołączonej, założenie o płynie idealnym, tzn. pomijając wyrazy określające dysypację energii kinetycznej:

$$\bar{\underline{\sigma}}^{f}:\nabla\bar{\underline{v}}^{f} \equiv 0 \quad , \quad \left\langle\underline{\sigma}^{ff}:\nabla\underline{v}^{ff}\right\rangle \equiv 0 ,$$

otrzymamy, że równanie bilansu energii kinetycznej ruchu fluktuacyjnego płynu idealnego ma postać

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\left\langle \tfrac{1}{2}\rho^{ff}\,\tilde{\underline{v}}^{f}\cdot\tilde{\underline{v}}^{f}\right\rangle\right\} + \nabla\cdot\left\{\tfrac{1}{2}\overline{\overline{(\rho^{ff}\,\tilde{\underline{v}}^{f}\cdot\tilde{\underline{v}}^{f}\,\bar{\underline{v}}^{f})}} + \tfrac{1}{2}\overline{\overline{(\rho^{ff}\,\tilde{\underline{v}}^{f}\cdot\tilde{\underline{v}}^{f}\,\tilde{\underline{v}}^{f})}}\right\} =$$

$$(5.7) \qquad = \nabla\cdot(\overline{\overline{\tilde{\underline{v}}^{f}\cdot\underline{\sigma}^{ff}}}) - (\overline{\overline{\rho^{ff}\,\tilde{\underline{v}}^{f}\otimes\tilde{\underline{v}}^{f}}}):\nabla\bar{\underline{v}}^{f} + \underline{R}\cdot(\bar{\underline{v}}^{s} - \bar{\underline{v}}^{f}) .$$

Równanie (5.7) nie stanowi w ogólnym przypadku podstawy dla wyznaczenia postaci siły sprzężenia dynamicznego ale pozwala ono stwierdzić co następuje: 1°. Siła sprzężenia dynamicznego pomnożona przez względną prędkość składników jest proporcjonalna do zmiany energii kinetycznej ruchu fluktuacyjnego, 2°. Jeżeli założy się, że średnia energia kinetyczna ruchu fluktuacyjnego jest proporcjonalna do iloczynu skalarnego względnej prędkości składników (analogicznie jak w równaniu energii (4.2)), to istnieje związek pomiędzy składową energii kinetycznej, związaną z efektem masy wirtualnej a sprzężeniem dynamicznym, 3°. Jeżeli, podobnie jak w równaniu (4.2) przyjąć, że energia fluktuacji jest współokreślona przez parametr struktury, to istnieje również zależność siły sprzężenia dynamicznego od tego parametru, 4°. Jeżeli natomiast rozszerzyć postulat dla energii kinetycznej fluktuacji do postaci wyrażającej zależność tej energii od historii zmian względnej makroprędkości składników, to otrzyma się uzasadnienie dla postulatów wyrażających zależność sił oddziaływania od historii ruchu względnego a więc efekt, który w modelach uzyskanych przez uogólnienie siły oporu ujmuje siła Basseta.

6. Podsumowanie i wnioski.

W pracy przedyskutowano problem sił sprzężenia dynamicznego występujących w makroopisie mieszaniny dwóch niemieszających się składników. Wzięto pod uwagę wyniki najważniejszych stanowisk przy formułowaniu związków fizycznych dla sił oddziaływania: metody opartej o teorię związków fizycznych, metody polegającej na uogólnianiu sił występujących w hydrodynamice opływu cząstki, metody wariacyjnej. Rozważono konsekwencje jakie dla sił oddziaływania ma równanie bilansu energii kinetycznej fluktuacji. Wskazano na rolę jaką w poszczególnych ujęciach siły sprzężenia mają własności struktury ośrodka i zależność od historii względnego ruchu składników.

W świetle przeprowadzonej analizy sprzężenia dynamicznego można stwierdzić, że poszczególne ze zreferowanych metod analizy sił oddziaływania są obarczone pewnymi niedostatkami. I tak np. w oparciu o teorię związków konstytutywnych nie rozstrzyga się która z obiektywnych postaci sił oddziaływania jest najwłaściwsza. Nie wiąże się też sił oddziaływania z właściwościami struktury ośrodka. W ramach podejścia polegającego na uogólnianiu siły oporu cząstki poruszającej się w płynie istnieje problem prawomocności prostego uogólniania, w którym nie uwzględnia się wpływu otoczenia innych cząstek mieszaniny dyspersyjnej na siły oddziaływania. W jeszcze większym stopniu problem ważności uogólniania dotyczy opisu oddziaływań faz w ośrodku porowatym. Z kolei w podejściu wariacyjnym, jak wskazywano wcześniej, nie rozstrzygnięta jest kwestia ostatecznej postaci i interpretacji wyprowadzonych sił. Dodatkowy bilans uzyskany w ramach opisu opartego na objętościowym uśrednianiu, tzn. równanie bilansu energii kinetycznej ruchu fluktuacyjnego też niezapewnia możliwości wyznaczenia, w przypadku ogólnym, sił oddziaływania i w szczególności sprzężenia dynamicznego. Dzięki niemu jednak otrzymuje się związek sił oddziaływania z pozostałymi wielkościami konstytutywnymi. Wiąże on siłę dynamiczną z tą częścią wymiany mocy na interfazie, która wchodzi w bilans energii kinetycznej ruchu fluktuacyjnego płynu.

Wyciągnięte wnioski pozwalają stwierdzić, że łączenie wyników różnych metod formułowania związków fizycznych dla określenia sił oddziaływania jest pożyteczną drogą do rozwijania opisu i rozstrzygania wątpliwych kwestii. Przykład korzyści płynących z takiego połączenia metod analizy mogą stanowić: spełniająca zasadę obiektywności i zarazem mająca prostą interpretację siła oddziaływania (3.9) albo łączenie wyników uśredniania i metody wariacyjnej pozwalające uzasadnić zależność sił oddziaływania od współczynnika struktury i historii względnego ruchu składników.

Można mieć nadzieję, że w wyniku zespolenia przedstawionych podejść możliwe będzie między innymi: 1°. Rozwijanie makrokontynualnego opisu o dodatkowe elementy określające zjawisko na poziomie mikroskopowym, np. o parametry opisujące własności struktury - interfazy, 2°. Konsekwentne wprowadzenie efektu zależności sił oddziaływania od historii względnego ruchu, 3°. Rozstrzygnięcie zakresu ważności kwestionowanych coraz częściej zasad konstytutywnych - w szczególności zasady obiektywności i zasady współobecności, 4°. Ustalenie ostatecznej postaci i interpretacji wielkości konstytutywnych.

Warto na koniec dodać, że podobną tezę odnośnie potrzeby łączenia różnych podejść przy określaniu związków fizycznych i ogólniej makroopisów stwierdza się w pracy [43] i choć deklaracja takiego stanowiska jest w literaturze wyjątkowa, to w praktyce coraz częściej spotykana.

Literatura cytowana w tekście.

[1]. TRUESDELL C., TOUPIN R., The classical field theoreies, w: Encyclopedia of Physics, ed. S.FLUGGE, v.III/1, Springer - Verlag 1960.

[2]. NIGMATULIN R.I., Dinamika mnogofaznych sried, t.1, Nauka, Moskwa 1987.

[3]. HASSANIZADEH M., GRAY W.G., General conservation equations for multiphase systems: 1. Averaging procedure, Adv.Water Res., 2, 131,1979.

[4]. KUBIK J., A macroscopic description of geometrical pore structure of porous solids, Int.J.Engng Sci., 24,6,971 - 980, 1986.

[5]. KUBIK J., On internal coupling in dynamic equations of fluid saturated porous solid, Int.J.Engng Sci., 24,6,981-989,1986.

[6]. ATKIN R.J., CRAINE R.E., Continuum theories of mixtures: Basic theory and historical development, Quart.J.Mech.Appl. Math., 29,209-244,1974.

[7]. ATKIN R.J., CRAINE R.E., Continuum theories of mixtures: Applications, J.Jnst.Maths Applics, 17,153-207,1976.

[8]. BEDFORD A., DRUMHELLER D.S., Theories of immiscible and structured mixtures, Jnt.J.Engng Sci., 21,8,863-960,1983.

[9]. TRUESDELL C., NOLL W., The non-linear field theories of mechanics, w: Encyclopedia of Physics, ed. S.FLUGGE, v.III/3, Springer-Verlag 1965.

[10]. DREW D.A., LAHEY R.T., Application of general constitutive principles to the derivation of multidimensional two-phase flow equations, Int.J.Multiphase Flow, 5,243-264,1979.

[11]. ADKINS J.E., Non-linear diffusion. II.Constitutive equations for mixtures of isotropic fluids, Phil.Trans.R.Soc.London, A225,635,1963.

[12]. GREEN A.E., NAGHDI P.M., A dynamical theory of interacting continua, Int.J.Engng Sci., 3,231-241,1965.

[13]. CROCHET M.J., NAGHDI P.M., On constitutive equations for flow of fluid through an alastic solid, Int.J.Engng Sci., 4,383-401,1966.

[14]. GREEN A.E., STEEL T.R., Constitutive equations for interacting continua, Int.J.Engng Sci., 4,483-500,1966.

[15]. STEEL T.R., Applications of a theory of interacting continua, Quart.J.Mech.Applied Math., XX,1,1967.

[16]. RAATS P.A.C., Forces acting upon the solid phase of a porous medium, ZAMP, 19,606-613,1968.

[17]. BEDFORD A., INGRAM J.D., A continuum theory of fluid saturated porous media, J.Appl.Mech., 38,E,1,1971.

[18]. DRUMHELLER D.S., The theoretical treatment of a porous solid using a mixture theory, Int.J.Solids Structures, 14,441-456, 1978.

[19]. ISHII M., Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow, Eyrolles,1975.

[20]. PASSMAN S.L., NUNZIATO J.W., WALSH E.K., A theory of multiphase mixtures, w: Rational Thermodynamics, C.TRUESDELL, Sec.Ed., Springer-Verlag,1984.

[21]. BOWEN R.M., Porous media model formulations by the theory of mixtures, w: Fundamentals of transport phenomena in porous media, ed. BEAR, CARAPCIOGLU, Martinus Nijhoff Publ. 1984.

[22]. McTIGUE D.F., GIVLER R.C., NUNZIATO J.W., Rheological effects of nonuniform particle distributions in dilute suspensions, J.Rheology, 30,5,1053-1076,1986.

[23]. DREW D., CHENG L., LAHEY R.T., The analysis of virtual mass effects in two-phase flow, Int.J.Multiphase Flow, 5,239-242,1979.

[24]. BAMPI F., MORRO A., An approach to particulate sedimentation and virtual masses throug thermo-viscous fluid mixtures, Fisica Matematica, Suppl.B.U.M.I., 1,1981.

[25]. DOBRAN F., Theory of multiphase mixtures. A thermomechanical formulations, Int.J.Multiphase Flow, 11,1-30,1985.

[26]. ZUBER N., On the dispersed two-phase flow in the laminar flow regime, Chem.Engng Sci., 19,897-917,1964.

[27]. SOO S.L., Fluid dynamic of multiphase systems, Ginn Blaisdell, 1967.

[28]. WALLIS G.B., One-dimensional two-phase flow, McGraw-Hill, 1969.

[29]. LANDAU L.D., LIFCHITZ E., Gidrodinamika, Nauka,Moskwa 1986.

[30]. ANDERSON T.B., JACKSON R., A fluid mechanical description of fluidized beds, Ind.Engng Chem.Fund., 6,4,527-539,1967.

[31]. NIGMATULIN R.I., Osnowy mechaniki geterogennych sried, Nauka, Moskwa 1978.

[32]. DREW D.A., LAHEY R.T., The virtual mass and lift force on a sphere in rotating and straining inviscid flow, Int.J. Multiphase Flow, 13,1,113-121,1987.

[33]. KACZMAREK M., KUBIK J., Wpływ historii względnego ruchu składników na siły oddziaływania i parametry propagacji fal w ośrodku porowatym wypełnionym cieczą, Rozpr.Inż.,36,4,1988.

[34]. JOHNSON D.L., KOPLIK J., DASHEN R., Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media, J.Fluid Mech., 176,379-402,1987.

[35]. BIOT M.A., Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, J.Acoustical Soc.Am., 28,161-191,1956.

[36]. BIOT M.A., Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media, J.Acoustical Soc.Am., 34,1254-1264, 1962.

[37]. BIOT M.A., Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, J.Appl.Phys., 33,4,1482-1495,1962.

[38]. BERRYMAN J.G., Confirmations of Biot`s theory, Appl.Phys. Lett., 37,4,382-384,1980.

[39]. BERRYMAN J.G., Elastic wave propagation in fluid-saturated porous media, J.Acoust.Soc.Am., 69,2,416-424,1981.

[40]. JOHNSON D.L., Elastodynamics of porous media, w: Macroscopic properties of disordered media, ed. BURRIDGE,CHILDRESS,PAPANICOLAOU, Lecture Notes in Physics, 154,Springer-Verlag 1982.

[41]. BEDFORD A., DRUMHELLER D.S., A variational theory of immiscible mixtures, ARMA, 68,37-51,1978.

[42]. BEDFORD A., DRUMHELLER D.S., A variational theory of porous media, Int.J.Solids Structures, 15,967-980,1979.

[43]. LHUILLIER D., Phenomenology of inertia effects in a dispersed solid-fluid mixture, Int.J.Multiphase Flow, 11,4,427-444, 1985.

[44]. KUBIK J., CIESZKO M., The influence of pore structure on wave propagation velocity in a fluid flowing through a porous solid, Euromech Colloquium 240, Bologna 1988.

[45]. NIGMATULIN R.I., Spatial averaging in the mechanics of heterogenous and dispersed systems, Int.J.Multiphase Flow, 5, 353-385,1979.

[46]. KACZMAREK M., Rola struktury w makroopisie ośrodka przepuszczalnego nasyconego płynem (praca przygotowywana do druku).