BADANIA ANALITYCZNE

DOTYCZĄCE

SPOSOBU OBLICZANIA MOSTÓW

ZŁOŻONYCH Z ŁUKÓW METALICZNYCH

PRZEZ

K. BRANDTA

(Przedstawiono na posiedzeniu Towarzystwa Nauk Ścisłych, dnia 3 grudnia 1874 roku.)

TREŚĆ.

CZĘŚĆ I

OZNACZENIE PARCIA.

Wstęp. — Mosty służące do przeprowadzenia dróg zwyczajnych lub kolei żelaznych przez wąwozy lub rzeki znacznych wymiarów mogą przybierać następujące kształty : mogą one być *murowane* i wówczas mają kształt sklepień ; mogą one być *wiszące* nadzwyczaj dużych rozmiarów, jak to w ostatnich czasach szczególniéj napotykamy w Ameryce; mogą one być nareszcie *metaliczne* i wówczas mają kształt, jużto arkad złożonych z pewnéj liczby łuków z żelaza lanego (fonte) lub z blachy żelaznéj (tôle), jużto składać się mogą z belek prostych leżących na pewnéj oznaczonéj liczbie pali lub filarów.

Praca, którą w téj chwili przedstawiamy obejmie jeden tylko dział z powyżéj podanych, to jest obliczanie mostów metalicznych z żelaza lanego lub blachy, mających kształt arkad złożonych z pewnéj liczby łuków kołowych.

Najpierwszém zajęciem inżyniera, któremu budowa mostu została powierzoną, powinien być wybór tak rodzaju jako téż i kształtu budowli, mając zawsze na uwadze koszta, jakie podobna praca za sobą pociąga, i zapewnienie doskonałego wykonania.

Z długoletniéj praktyki i ciągłych poszukiwań teoretycznych (*) pokazało się, iż wszędzie, gdzie otwór jest znaczny a wysokość pomostu nie jest z góry stanowczo oznaczoną i żenującą, lub gdzie budowa filarów w rzece jest niepodobną lub zbyt kosztowną, przęsło metaliczne złożone z pewnéj liczby łuków jest najkorzystniejszém.

Powiedzieliśmy powyżéj, iż mosty metaliczne o łukach kołowych mogą być robione jużto z żelaza lanego, jużto z blachy żelaznéj; przekład pierwszego z tych metali nad drugi lub przeciwnie, zależy jedynie od ich własności fizycznych, zapatrując się na nie z punktu widzenia « wytrzymałości materyałów ».

Doświadczenia robione po dziś dzień z każdym z metali o których mowa, oznaczyły z całą dokładnością granice, w których każdy z nich użytym być winien dla zadosyćuczynienia w sposób racyonalny warunkom, od każdego z nich wymagalnym.

Wiemy, że blacha żelazna (tôle) wystawiona na działanie sił zewnętrznych, wywierających *zgięcie* lub *rozciąganie*, zachowuje się bez porównania lepiéj aniżeli żelazo lane (fonte), dzieje się zupełnie

---

(*) Albaret, *Annales des Ponts et Chaussée*. 1870.

inaczéj, jeżeli blachę żelazną wystawimy na działanie sił wywołujących *zciskanie* (compression); w tym ostatnim razie pierwszeństwo należy oddać żelazu lanemu.

Dokładne oznaczenie własności o których w téj chwili mówimy, posłużyło ludziom praktycznym do przyjęcia następujących reguł w użyciu każdego z powyższych metali.

Wszystkie mosty złożone z belek prostych winny być wykonywane z blachy, wszystkie łuki z żelaza lanego.

Jakkolwiek podział ten zdaje się być zupełnie racyonalnym ze względu na wytrzymałość materyałów, uległ on jednakże, w skutek nadzwyczajnie ważnych i ciekawych prac kilku znakomitych inżynierów (*) pewnym zmianom, o których w téj chwili mamy zamiar powiedzieć słów kilka i wskazać tylko pobieżnie korzyści materyalne, które w dalszym ciągu niniejszéj pracy napotkać będziemy mogli w daleko obszerniejszém rozwinięciu.

Pokazało się z badań o których mowimy, iż pod względem ekonomicznym, mosty blaszane kosztują zawsze mniéj aniżeli mosty z żelaza lanego; budowa łuków blaszanych lub z żelaza lanego jest daleko korzystniejszą, przy tychże samych warunkach, aniżeli budowa belek prostych blaszanych.

Użycie żelaza lanego do budowy mostów złożonych z belek prostych, może mieć tylko miejsce wtenczas, kiedy otwory mostów są bardzo małe, lecz i w tych nawet przypadkach jest ono tak niekorzystne, że nadal zupełnie zajmować się niém nie będziemy.

Przy budowie mostów znacznych wymiarów, jak to wskazują poszukiwania czynione ostatnimi czasy, użycie łuków blaszanych zamiast belek prostych z tegoż samego materyału, przy tychże samych warunkach pozostałych, przedstawia korzyści materyalne dochodzące do 20 %; gdyby łuk blaszany zastępował łuk z żelaza lanego w tychże samych warunkach co powyżéj, oszczędność mogłaby dosięgnąć 25 %, to jest : 1/4 całkowitego kosztu. Użycie więc łuków blaszanych wszędzie, gdzie tylko to jest możliwém, zdaje nam się najracyonalniejszym wnioskiem.

Osięgnięcie niezawodne zysku o którym mówimy, wymaga doskonałéj znajomości dokładnego obliczania łuków kołowych, to jest : możności oznaczenia wymiarów każdego przecięcia poprzecznego danego do zbudowania łuku w ten sposób, aby wytrzymałość w każdym punkcie odpowiadała warunkom wymagalnym od dobréj budowli, czyli : ażeby praca wywarta w każdym punkcie łuku nie przewyższała oznaczonego spółczynnika wytrzymałości (**), lecz żeby się doń zbliżała jak można najwięcéj.

Przedmiot niniejszéj pracy. — W praktycznych zastosowaniach, inżynierowie, którym budowa mostów metalicznych złożonych z łuków kołowych jest powierzoną, używają zazwyczaj dla pokonania trudności, na które koniecznie natrafić musimy, innych sposobów do ich obliczania i różnych od tych, które w rzeczywistości powinny być użyte. Sposoby te jednakże służyć tylko mogą do obejścia trudności, nie zaś do ich zupełnego pokonania, i w rezultacie dają wypadki zupełnie fałszywe, które na nieszczęście są częstokroć powodem utraty całego kapitału na ten cel zużytego.

Podobny wypadek miał właśnie miejsce niedawnymi czasy pod Paryżem.

Pomiędzy Paryżem i Asnières wystawiono na Sekwanie dwa mosty, mające każdy 60 metrów

(*) Bresse, *Résistance des matériaux.* — Albaret. *Annales des Ponts et Chaussées.*

(**) Cyrkularz Ministra Robót Publicznych we Francyi, z dnia 15 czerwca 1869 roku dotyczący łuków blaszanych, oznacza dla spółczynnika wytrzymałości 6 kilogramów na milimetr kwadratowy przecięcia poprzecznego.

otworu pomiędzy przyczółkami, były one zbudowane z żelaza lanego; po całkowitém ukończeniu pokładu, czekano tylko téj próby, która dokonywaną bywa za pomocą ciężarów ruchomych. W chwili przejścia po moście pierwszego obładowanego wozu, łuki składające most obniżyły się o 25 centymetrów w kluczu, i części składowe każdego otworzyły się: w kluczu na stronie wklęsłéj, w częściach bocznych na stronie wypukłéj, a w punktach oparcia o przyczółki na stronie wklęsłéj i na całéj prawie powierzchni dotykającéj przyczółków, tak że każdy z łuków dotykał przyczółka tylko jednym elementem bardzo małym swéj powierzchni, leżącéj na wypukłéj jego stronie.

Co było powodem tego zepsucia? Po dokładném obejrzeniu pracy i przejrzeniu rachunków do niéj się odnoszących, z łatwością mogliśmy przekonać się, że cała wada budowli była zawarta w niedokładności rachunków, podług których projekt został wykonanym.

Niedokładność rachunków przyjętych do obliczania mostów o łukach kołowych pochodzi ztąd, że dla uniknienia trudności, inżynierowie zwykli przypuszczać że łuk koła jest łukiem paraboli lub uważać go za trójkąt tworzący wiązarek (*), w którym oddziaływania przyczółków zastępują ściągacz.

Pierwsze z tych przypuszczeń prowadzi do rezultatów, pod względem materyalnym, oddalających się od rzeczywistych wydatków na 35 0/0; przyjmując że łuki w ten sposób liczone odpowiadają dokładnie warunkom wytrzymałości.

Co się zaś tyczy drugiego sposobu zapatrywania się na rzecz, niepodobném byłoby oznaczyć naprzód różnicy pieniężnéj ztąd wynikającéj.

Łuki metaliczne wchodzące w skład mostu są zazwyczaj zniżone ku środkowi, i zniżenie to, w zwyczajnych warunkach budowli, powinno być zawarte pomiędzy 1/8 i 1/12 cięciwy.

Dla usunięcia nadal trudności o których mówimy powyżéj, mamy zamiar w niniejszéj pracy przedstawić inżynierom wzory raz na zawsze obliczone i służące do oznaczenia natychmiastowego, w każdym punkcie danego do zbudowania łuku: *parcia*, *ciśnienia* i *ciągnienia* dla wszystkich łuków należących do działu o którym powyżéj wspominamy, to jest dla łuków, których zniżenie ku środkowi jest zawarte w granicach od 1/8 do 1/12, pospolicie używanych.

Dodamy w końcu rozbiór szczegółowy odkształceń, które mają miejsce w danym łuku pod wpływem ciężaru przypadkowego ruchomego i wskażemy na przykładach, w jaki sposób należy postępować dla otrzymania ich wartości liczebnych.

Oznaczenie analityczne parcia (**). — Nie mamy bynajmniéj zamiaru opisywania tutaj teoryi służącéj do oznaczania parcia w łukach metalicznych, jest ona bowiem dostatecznie znaną inżynierom. Racyonalne przejście od wzorów do dziś dnia używanych, do tych, które podać zamierzamy w dalszym ciągu niniejszéj pracy, a które małéj tylko liczbie są znane, wymaga jednakże przynajmniéj treściwego przypomnienia pierwszych.

Sposób przedstawienia kwestyi zawartéj w niniejszéj pracy, przez nas przyjęty, wydaje nam się tém stosowniejszym, że ci z czytelników, którzy życzyliby poznać przedmiot przynajmniéj powierzchownie, znajdą tu bez wątpienia wszelkie dane przedstawione w sposób o ile możności jak najłatwiejszy i bez wielu trudów obznajomią się z kwestyą, która sama w sobie przedstawia dużo trudności.

Przy budowie mostów metalicznych złożonych z łuków kołowych, najpierwszém zadaniem inży-

(*) Wyraz wzięty z dzieła *Przewodnik praktyczny* p. Bronisława Marczewskiego, str. 574.
(**) Wyraz ten został już użyty w dziele: *Przewodnik praktyczny*, str. 484.

niera jest ustawienie przyczółków i filarów w ten sposób, ażeby one pod wpływem jakichkolwiek sił zewnętrznych na nie działających, nie doznawały najmniejszego wzruszenia, to jest : żeby podpory te były zupełnie nieruchome (immuables). Zachowanie tego warunku jest najgłówniejszém i najpierwszém, od niego bowiem zależy doskonałość całéj budowli. — Wymiary nadane : jużto przyczółkom, jużto filarom, stosownie czy dany do zbudowania most jest o jednéj lub kilku arkadach, winny być tak obliczane, ażeby ich wytrzymałość pod wpływem wszystkich na nie działających sił zewnętrznych, przedstawiała zupełne bezpieczeństwo.

Końce łuków metalicznych składających sklepienie mostu, spoczywają na przyczółkach lub filarach za pośrednictwem *osady* (sabot) z żelaza lanego, wmurowanej silnie w sam przyczółek, a dla jednostajnego rozkładu ciśnień, wprowadza się zazwyczaj pomiędzy koniec łuku i osadę, na któréj on spoczywa, pewną liczbę *klinów żelaznych* (cales).

Oprócz powyżéj podanego sposobu do ustawiania łuków na ich podporach, używa się jeszcze innych, jak np. w Niemczech ustawiają końce łuku na osadzie, któréj część dolna ma słabą wypukłość ; czasami także ustawiają łuk na rodzaju walca o osi pozioméj, którego części : dolna i górna są płaszczyznami równoległemi do końców łuku.

Po oznaczeniu wymiarów dla przyczółków i filarów w sposób należyty, to jest : że pod wpływem sił zewnętrznych, działających na łuk wzięty pod uwagę, cięciwa jego nie zmieni nigdy swéj pierwotnéj długości, zajmiemy się, dla takiego łuku, oznaczeniem odkształceń wewnętrznych jego części.

Każdy z łuków składających most, zostaje pod wpływem dwóch ciężarów : jednego stałego, przedstawiającego wagę saméj budowli i drugiego przypadkowego, który może być jużto rozłożonym na moście w sposób jednostajny, już téż przyjmować na pomoście różne położenia. Pierwszy z tych ciężarów zwać będziemy ciężarem stałym jednostajnie rozłożonym, drugi zaś ciężarem przypadkowym ruchomym.

Wpływy wywarte w danym łuku, przez każdy z powyżéj wymienionych ciężarów są różne, lecz każdy z nich może mieć miejsce w każdym z punktów jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku. Słusznèm więc będzie, podać chociaż treściwy rozbiór każdego z wpływów i wskazać w jaki sposób kombinują się one jedne z drugimi.

Łuki metaliczne wchodzące w skład mostów, po których przebiegają maszyny kolei żelaznych, należą do téj kategoryi, w któréj odkształcania są najsilniejsze, albowiem w tym przypadku stosunek ciężaru przypadkowego do ciężaru stałego jest nadzwyczaj wielki. Dodać tu jednakże możemy, opierając się na doświadczeniu, że gdyby nawet ciężar stały był większy od ciężaru przypadkowego, zawsze odkształcenia w łukach byłyby dostrzegalne, lecz w tym ostatnim przypadku, odkształcenie maximum ma bez wyjątku miejsce w środkowych częściach łuku (aux reins), to jest : w częściach zawartych pomiędzy wierzchołkiem a jego początkami.

Gdybyśmy porównywali z sobą dwa łuki zbudowane w tychże samych warunkach, to jest : mające jednę cięciwę i jednakową strzałkę i zostające pod wpływem tychże samych ciężarów przypadkowych, lecz jeden z żelaza lanego a drugi z blachy, z łatwością dostrzeglibyśmy, iż odkształcenia łuku blaszanego pod wpływem ciężaru przypadkowego, są daleko mniejsze od tych, które pod wpływem tegoż samego ciężaru przypadkowego przybiera łuk z żelaza lanego. Rzecz się ma zupełnie przeciwnie, gdy téż łuki wystawimy na działanie ciepła ; pod wpływem tego elementu odkształcenia obydwóch łuków będą prawie téż same, lecz zwiększenie wytrzymałości w łuku z żelaza lanego będzie bez porównania mniejsze od zwiększenia wytrzymałości w łuku blaszanym, a różnica ta może się tylko wytłomaczyć za pomocą spółczynników sprężystości, które dla tych ciał są różne.

Treściwe wiadomości wstępne, które dotąd podaliśmy, są już wystarczające do zajęcia się ostatecznego wzorami służącymi do obliczania łuków.

Biorąc pod uwagę jakikolwiek łuk metaliczny, zostający pod wpływem różnorodnych ciężarów, spostrzegamy natychmiast iż ciężary te przybierać mogą na nim rozmaite położenia a mianowicie: mogą one być przyczepione w pewnych oderwanych punktach łuku; mogą one być połączone w jeden ciężar przyczepiony do jednego jakiegokolwiek punktu danego łuku; mogą one być jednostajnie rozłożone na całéj długości łuku. To ostatnie przypuszczenie rozdzielić należy na dwie części, stosownie do sposobu zapatrywania się na rzecz, i tak: ciężar jednostajnie rozłożony na jednostkę długości można uważać: 1° jako jednostajnie rozłożony na jednostkę długości włókna obojętnego (fibre neutre), 2° jako jednostajnie rozłożony na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego (corde de la fibre neutre). Wzory używane do obliczania parcia, ciśnienia lub ciągnienia w każdym z powyżéj podanych przypadków rozkładu ciężarów działających na dany łuk, są odmienne.

Rozszerzalność i ustawienie końców łuku wpływają także, jak się o tém przekonamy poniżéj, na odkształcenie; wymagają więc one także, do ocenienia ich wpływu, osobnych wzorów.

Uważmy jakikolwiek łuk metaliczny kołowy, którego włókno obojętne ma kształt przedstawiony na figurze 1.

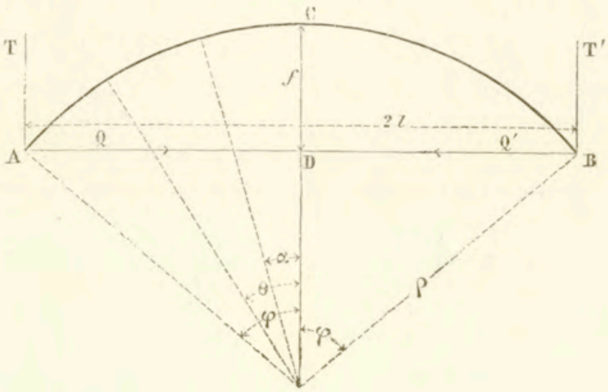

Fig. 1.

Nazwijmy:

φ Kąt zawarty pomiędzy promieniem przechodzącym przez koniec łuku i prostopadłą poprowadzoną przez jego wierzchołek; równy połowie kąta przy środku;

α Kąt zawarty pomiędzy promieniem przechodzącym przez jakikolwiek punkt leżący na łuku i prostopadłą poprowadzoną przez jego wierzchołek;

θ Kąt zawarty pomiędzy promieniem przechodzącym przez punkt przyczepienia ciężaru i prostopadłą poprowadzoną przez wierzchołek łuku,

$2l$ Cięciwę włókna obojętnego łuku;

f Strzałkę włókna obojętnego łuku;

ρ Promień włókna obojętnego łuku

h Wysokość przecięcia poprzecznego łuku przyjętego za stałe;

u i u' Największe odległości punktów przecięcia poprzecznego od włókna obojętnego;

ω Powierzchnię przecięcia poprzecznego;

I Moment bezwładności przecięcia poprzecznego łuku:

$r^2 = \frac{I}{\omega}$ Kwadrat z promienia wirowania;

T i T' Oddziaływania podpór w kierunku pionowym;

Q i Q' Parcia w punktach oparcia.

Znakowanie powyżéj podane zachowaném będzie w całym ciągu niniejszéj pracy. W téj chwili podamy tylko wzory ostateczne, które posłużą do obliczania parcia w każdym punkcie łuku, pod wpływem ciężarów rozłożonych w sposób odpowiedni każdemu poniżéj podanemu przypadkowi.

1° *Parcie wywarte pod wpływem jednego ciężaru przyczepionego w jednym z punktów łuku* (*fig.* 1).

Jeżeli siła P działająca na dany łuk, jest przyczepioną w punkcie np. H, oddziaływania podpór w punktach A i B mają wartości następujące:

(1) $$T = \frac{1}{2} P \left(1 + \frac{\rho}{l} \operatorname{wst} \theta\right).$$

(2) $$T' = \frac{1}{2} P \left(1 - \frac{\rho}{l} \operatorname{wst} \theta\right).$$

Parcie Q wyrazi się wzorem:

(3) $$Q = P \frac{A - \frac{1}{2} \frac{r^2}{l^2} \operatorname{wst}^2 \varphi (\operatorname{wst}^2 \varphi - \operatorname{wst}^2 \theta)}{B + \frac{r^2}{l^2} \operatorname{wst}^2 \varphi (\varphi + \operatorname{wst} \varphi \operatorname{dos} \theta)}.$$

W równaniu (3) spółczynniki A i B mają wartość

$$A = \frac{1}{2} (\operatorname{wst}^2 \varphi - \operatorname{wst}^2 \theta) + \operatorname{dos} \varphi (\operatorname{dos} \theta + \theta \operatorname{wst} \theta - \operatorname{dos} \varphi - \varphi \operatorname{wst} \varphi)$$

$$B = \varphi + 2\varphi \operatorname{dos}^2 \varphi - 3 \operatorname{wst} \varphi \operatorname{dos} \varphi.$$

2° *Parcie wywarte pod wpływem siły pozioméj przyczepionéj w jednym z punktów łuku* (*fig.* 1).

Jeżeli siła P działająca na dany łuk jest poziomą, równania dające wartość parcia, są następującego kształtu:

(4) $$\left\{ \begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} P \frac{2A' + B + \frac{r^2}{l^2} \operatorname{wst}^2 \varphi (\varphi + \theta + \operatorname{wst} \varphi \operatorname{dos} \varphi + \operatorname{wst} \theta \operatorname{dos} \theta)}{B + \frac{r^2}{l^2} \operatorname{wst}^2 \varphi (\varphi + \operatorname{wst} \varphi \operatorname{dos} \varphi)}, \\ Q' &= \frac{1}{2} P \frac{A' - B + \frac{r^2}{l^2} \operatorname{wst}^2 \varphi (\theta - \varphi + \operatorname{wst} \theta \operatorname{dos} \theta - \operatorname{wst} \varphi \operatorname{dos} \varphi)}{B + \frac{r^2}{l^2} \operatorname{wst}^2 \varphi (\varphi + \operatorname{wst} \varphi \operatorname{dos} \varphi)}. \end{aligned} \right.$$

Pierwsze z tych równań przedstawia parcie działające w kierunku siły P, jeżeli ta ostatnia przewyższa wartość pionowego oddziaływania, wywartego w punkcie podpory A; drugie zaś przedstawia parcie działające w kierunku odciętych dodatnych.

Oddziaływania całkowite w przypadku o którym mowa, mają wartości równe summie wartości znalezionych dla parcia i dla oddziaływania pionowego odpowiedniego punktowi podpory o którym mowa.

3° *Parcie wywarte pod wpływem saméj rozszerzalności.*

Jeżeli dany do obliczenia łuk kołowy, zostaje pod wpływem saméj tylko rozszerzalności, to oznaczając przez δ spółczynnik rozszerzalności, wartość dla parcia otrzymanego w tym przypadku wyrazi się przez równanie :

$$(5) \qquad Q = \frac{2e\delta \operatorname{wst}\varphi \frac{r^2}{l^2}}{B + \frac{r^2}{l^2} \operatorname{wst}^2\varphi(\varphi + \operatorname{wst}\varphi \operatorname{dos}\varphi)},$$

w którém e oznacza iloczyn, którego jednym czynnikiem jest przecięcie elementu nieskończenie małego, a drugim spółczynnik sprężystości podłużnéj.

4° *Parcie wywarte pod wpływem jednéj siły i rozszerzalności.*

Jeżeli dany łuk kołowy wystawionym jest na działanie jakiejkolwiek siły P i na działanie ciepła, wówczas parcie całkowite w nim wywarte, równa się summie algiebraicznéj parć wywartych przez każdę z sił działających oddzielnie. Równanie, które w tym przypadku daje wartość parcia, ma kształt następujący :

$$(6) \qquad Q = \frac{PA - \frac{r^2}{l^2} \operatorname{wst}^2\varphi \left[\frac{1}{2} P(\operatorname{wst}^2\varphi - \operatorname{wst}^2\theta) + 2e\delta\right]}{B + \frac{r^2}{l^2} \operatorname{wst}^2\varphi(\varphi + \operatorname{wst}\varphi \operatorname{dos}\varphi)}.$$

5° *Parcie wywarte w łuku pod wpływem ciężaru jednostajnie rozłożonego na jednostkę długości włókna obojętnego.*

Jeżeli dany łuk o włóknie obojętném kołowém, wystawiony jest na działanie ciężaru jednostojnie rozłożonego w ilości p kilogramów na jednostkę długości włókna obojętnego ; wartość parcia wywartego w tym przypadku jest daną przez równanie następujące (*) :

$$(7) \qquad Q = p\rho\varphi \frac{l}{2f} \left(\frac{1 - \frac{3}{7} \frac{f^2}{l^2}}{1 + \frac{15}{8} \frac{r^2}{f^2}} \right).$$

6° *Parcie wywarte w łuku pod wpływem ciężaru jadnostajnie rozłożonego na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego.*

Wzór, który w tym przypadku daje wartość parcia jest :

$$(8) \qquad Q = \frac{1}{2} p \frac{l^2}{f} \left[\frac{1 - \frac{1}{7} \frac{f^2}{l^2}}{1 + \frac{15}{8} \frac{r^2}{f^2}} \right].$$

(*) BRESSE, *Résistance des Matériaux.*

7° *Parcie wywarte w łuku pod wpływem rozszerzalności i ustalenia końców łuku.*

Wzór (5), który powyżéj podaliśmy, uledz może pewnym zmianom, nie naruszając bynajmniéj jego ścisłości. Przedstawiony w kształcie podanym poniżéj, odpowiada on niemal ściśle działaniu rozszerzalności w połączeniu z wpływem, jaki wywiera na dany łuk ustalenie jego końców. Wzór ten jest następujący :

$$(9) \qquad Q = \frac{\delta e r^2}{r^2 + \frac{8}{15} f^2}.$$

Tablice służące do obliczania łuków kołowych, o których będzie mowa w dalszym ciągu niniejszéj pracy, pozwalają z łatwością pominąć równanie (9). Zamieszczone ono zostało tutaj jedynie z tego względu, że przy obliczaniu łuków, częstokroć znać należy wyrażenie analityczne parcia, a w ten sposób jest ono natychmiast daném.

8° *Parcie wywarte w łuku pod wpływem jakichkolwiek ciężarów rozłożonych w sposób dowolny.*

Wzór, który w tym przypadku daje wartość parcia wywartego w danym łuku, ma kształt następujący :

$$(10) \qquad Q = P\frac{A}{B}\left(\frac{1 - \lambda\frac{r^2}{l^2}}{1 + \lambda'\frac{r^2}{l^2}}\right).$$

W tém równaniu głoski mają toż samo znaczenie co we wzorach poprzedzających, a

$$\lambda = \frac{1}{2}\,\frac{\mathrm{wst}^2\varphi(\mathrm{wst}^2\varphi - \mathrm{wst}^2\theta)}{A},$$

$$\lambda' = \frac{\mathrm{wst}^2\varphi(\varphi + \mathrm{wst}\,\varphi\,\mathrm{dos}\,\varphi)}{B}.$$

Tutaj się kończą wzory służące do obliczania parcia w jakichkolwiek przypadkach, dających się natrafić w praktycznem użyciu (*). Pozostają nam tylko do zrobienia niektóre uwagi, nastręczające się przy dokładném rozpatrzeniu powyżéj podanych wzorów.

Roztrząsając wzory (7) i (8), spostrzegamy że różnią się one tylko pomiędzy sobą spółczynnikiem zawartym w nawiasie, który może się zmieniać w granicach odpowiadających 0,997 i 0,750, stosownie do stosunku dwa razy wziętego kąta φ do pół okręgu koła, to jest, gdy stosunek $\frac{2\varphi}{\pi}$ zmienia się od 0,12 do 1,00. To co w téj chwili powiadamy możemy jeszcze określić w sposób następujący. Jeżeli połowa kąta przy środku jest mniejsza lub równa kątowi prostemu, prawie równie jest dokładne, z nadzwyczaj małą różnicą, uważanie ciężaru działającego na dany łuk, za jednostajnie rozłożony na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego, lub za jednostajnie rozłożony na jednostkę długości samego włókna obojętnego. Ostatni sposób zapatrywania się na rzecz, winien być stosowanym tylko w przypadkach, dla których dokładność matematyczna jest wymagalną; w każdym zaś przypadku, dla którego ciężar przypadkowy jest nadzwyczaj wielki w porównaniu z ciężarem stałym, należy używać sposobu zapatrywania się pierwszego.

(*) Wszelkie objaśnienia znajdzie czytelnik w dziele p. Bresse, *Résistence des Matériaux*.

Łuk koła uważany za łuk Paraboli. — Powiedzieliśmy powyżéj, dlaczego Inżynierowie przyjmują zazwyczaj *łuk koła za łuk paraboli*; tutaj więc postaramy się tylko wskazać, o ile wartość parcia otrzymanego w ten sposób różni się od jego wartości rzeczywistéj.

Uważmy jakikolwiek łuk koła, którego zniżenie ku środkowi jest zawarte pomiędzy $\frac{1}{8}$ i $\frac{1}{12}$ zazwyczaj używane w praktyce; uważając łuk taki za łuk paraboliczny, wzór który posłuży do obliczenia parcia będzie :

(11) $$Q = \frac{1}{2f} p l^2,$$

w którym l przedstawia połowę cięciwy włókna obojętnego łuku o przecięciu symetryczném;

p « ciężar jednostajnie rozłożony na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego;

f « strzałkę włókna obojętnego;

Q « parcie łuku.

Dla otrzymania różnicy pomiędzy wartościami parcia, odpowiadającemi każdemu z tych dwóch przypadków, wystarczającém będzie porównać z sobą wzory (11) i (8).

Widzimy, że dwa powyższe wzory różnią się od siebie spółczynnikiem zawartym w nawiasie, który zawsze jest mniejszy od jedności, a zatém parcie otrzymane za pomocą wzoru (11) będzie zawsze większe od parcia, które ma miejsce w rzeczywistości i które się otrzymuje za pomocą wzoru (8) już przybliżonego.

Granice, w których jest zawarty błąd o którym mówimy, używając do oznaczenia parcia wzoru (11), z łatwością dadzą się oznaczyć, zwracając uwagę że spółczynnik poprawki zmienia się z kątem przy środku, który nazwaliśmy powyżéj 2φ, i stosownie do wielkości stosunku $\frac{r^2}{l^2}$.

Pierwsza z tych ilości, t. j. kąt $\frac{2\varphi}{\pi}$ może przybierać wszelkie wartości od 0,12 do 1,00; druga zaś zmienia się od 0 do 0,0025, a zatém w pewnym danym przypadku spółczynnik poprawki przyjąć może jednę z ostatecznych waatości 0,999 lub 0,653 i wówczas różnica pomiędzy parciem otrzymaném za pomocą równania (11) i jego rzeczywistą wartością będzie równa 0,346, czyli prawie o 1/3 więcéj niż należy. Cyfry tu podane zdają nam się być dostatecznie przemawiające, żeby zbyteczném było dłuższe w téj kwestyi rozpisywanie się.

Oznaczenie spółczynnika głównéj części parcia. — Wzory, które powyżéj podaliśmy, są zupełnie wystarczające do znalezienia wartości na *parcie* wywarte w danym łuku, pod wpływem już to ciężaru jednostajnie rozłożonego, już téż ciężarów jakichkolwiek dowolnie rozłożonych na całéj jego długości. Dla uniknienia zmudnych często rachunków przy rozwiązywaniu powyżéj podanych wzorów, pan Bresse, Inżynier naczelny dróg i mostów, ułożył tablice dające odrazu wartość spółczynnika głównéj części parcia i spółczynnika poprawki, o tym ostatnim nadmienimy słów kilka w dalszym ciągu niniejszéj pracy.

Wzmianka, którą tu robimy o spółczynniku głównéj części parcia i o tablicach ułożonych przez p. Bresse'a, do znalezienia jego natychmiastowéj wartości, jest wywołaną ostatecznemi pracami bardzo ważnemi w tym przedmiocie, podanemi przez p. Albaret. P. Albaret, zasadzając się na tablicach, o których w téj chwili mówimy, zdołał wyprowadzić sposób, za pomocą którego można odtąd oznaczyć dla danego przecięcia poprzecznego łuku położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego, który jak wiemy, szczególniéj dla mostów służących pod koléj żelazną, jest tak wielki w porównaniu z ciężarem stale działającym, że najmniejsza zmiana jego położenia na danym łuku, wywiera w tym ostatnim niesłychanie wielkie i zupełnie różne działania. Rozbiór szczegółowy wpływów i oznaczenie punktu najniekorzystniejszego położenia ciężaru przypadkowego, a zatém oznaczenia wartości maximum maximorum ciśnienia lub ciągnienia wywartego w danym łuku, utworzy osobny rozdział umieszczony w dalszym ciągu niniejszéj pracy.

Obecnie zajmiemy się tylko treściwym opisem tablicy służącéj do oznaczenia spółczynnika głównéj części *parcia* i podamy krótki przykład dla łatwiejszego obznajmienia czytelników ze sposobem w jaki postępować należy.

Wzory (3) i (4), podane powyżéj, wskazują odrazu że spółczynnik głównéj części parcia zależy jedynie od kątów φ i θ, których określenie podaném zostało w początku, w paragrafie zawierającym wzory służące do obliczania parcia. Tablica pierwsza ułożona przez p. Bresse'a daje odrazu wartość spółczynnika szukanego, jeżeli znane są : stosunek kąta przy środku do dwóch kątów prostych, t. j. $\frac{2\varphi}{\pi}$ i odległość punktu przyczepienia ciężaru na danym łuku, od pionowéj przechodzącéj przez wierzchołek łuku, t. j. kąt θ. W saméj rzeczy; niech będzie łuk kołowy, dla którego

$$\frac{2\varphi}{\pi}=0,22\,; \quad \text{i} \quad \frac{\theta}{\varphi}=0,15.$$

Jeżeli spółczynnik szukany nazwiemy przez C, jego wartość, którą znajdziemy w tablicy pierwszéj, na wspólném przecięciu dwóch kolumn pozioméj i pionowéj, odpowiadających każdéj z ilości powyżéj podanych będzie :

$$C=1,457.$$

W skutek tego, główna część parcia, używając tego znakowania, wyrazi się przez :

$$Q=PC=P\times 1,457.$$

Wartość więc całkowitego parcia wywartego w danym łuku, pod wpływem ciężaru P, wyrazi się przez następujący wzór :

$$Q=PC\times\gamma,$$

w którym

γ oznacza spółczynnik poprawki.

W powyższym przykładzie, argumenta służące za klucz do tablicy pierwszéj, odpowiadają dokładnie argumentom tam podanym; gdyby jednak $\frac{2\varphi}{\pi}$ i $\frac{\theta}{\varphi}$ nie odpowiadały dokładnie argumentom tablicy w takim razie prosta interpolacya doprowadzi natychmiast do otrzymania szukanego wypadku. I tak, przypuśćmy na chwilę, że argumenta nasze mają wartości następujące :

$$\frac{2\varphi}{\pi}=0,3284 \quad \text{i} \quad \frac{\theta}{\varphi}=0,1436,$$

w tablicy pierwszéj (*) znajdziemy :

$$\text{dla } \frac{2\varphi}{\pi}=0{,}32 \quad \text{i} \quad \frac{\theta}{\varphi}=0{,}10. \text{ Wartość dla } C=1{,}481,$$

$$\frac{2\varphi}{\pi}=0{,}33 \quad \text{i} \quad \frac{\theta}{\varphi}=0{,}10. \quad « \quad C=1{,}433,$$

$$\frac{2\varphi}{\pi}=0{,}32 \quad \text{i} \quad \frac{\theta}{\varphi}=0{,}15. \quad « \quad C=1{,}457,$$

$$\frac{2\varphi}{\pi}=0{,}33 \quad \text{i} \quad \frac{\theta}{\varphi}=0{,}15 \quad « \quad C=1{,}410;$$

zkąd potrójna interpolacya daje odrazu rzeczywistą wartość spółczynnika szukanego, czyli że otrzymamy :

$$1^{\circ} \quad \frac{2\varphi}{\pi}=0{,}3284 \quad \text{i} \quad \frac{\theta}{\varphi}=0{,}10 \ldots\ldots C=1{,}44068,$$

$$2^{\circ} \quad \frac{2\varphi}{\pi}=0{,}3284 \quad \text{i} \quad \frac{\theta}{\varphi}=0{,}15 \ldots\ldots C=1{,}41752,$$

$$3^{\circ} \quad \frac{2\varphi}{\pi}=0{,}3284 \quad \text{i} \quad \frac{\theta}{\varphi}=0{,}1436 \ldots\ldots C=1{,}42048.$$

Znalazłszy wartość spółczynnika główněj części parcia w sposób tutaj podany, otrzymamy główną część parcia, mnożąc ciężar uważany przez powyższą ilość.

Wszystko cośmy dotąd powiedzieli odnosi się wyłącznie do przypadku, w którym dany łuk zostaje pod wpływem jednego tylko ciężaru; przypuśćmy obecnie, że liczba ciężarów działających na dany łuk wzrasta i że zamiast jednego mamy ich kilka rozłożonych dowolnie na całym łuku; rozumowanie któregośmy użyli posłuży i nadal, t. j. : dla każdego z ciężarów znajdziemy jak wyżéj spółczynnik główněj części parcia, a zatém i główną część parcia wywartego w danym łuku, a dodając do siebie wypadki w ten sposób otrzymane, summa ostateczna będzie główną częścią całkowitego parcia wywartego w danym łuku pod wpływem wszystkich nań działających sił.

Jeżeli ciężar działający na dany do zbudowania łuk metaliczny jest jednostajnie rozłożony, rozumowanie, któregośmy użyli powyżéj dla jednego ciężaru przyczepionego w pewnym danym punkcie łuku, stosuje się w zupełności i do tego przypadku, albowiem ciężar jednostajnie rozłożony, uważany być może jako zbiór nieskończenie wielkiéj liczby ciężarów równych, których punkta przyczepienia są w odległości nieskończenie małéj jedne od drugich.

Tablica druga (**) obejmuje wartości spółczynnika główněj części parcia, kiedy ciężar działający na dany łuk jest jednostojnie rozłożony. Spółczynnik ten winien być pomnożony :

1° Przez spółczynnik rozszerzalności, równy

$$\left.\begin{array}{l}\text{dla żelaza kutego } \delta=0{,}00122 \\ \text{dla żelaza lanego } \delta'=0{,}00111\end{array}\right\} \text{ przy temperaturze zawartéj w granicach od } 0^{\circ} \text{ do } 100^{\circ} \text{ Celsiusza.}$$

2° Przez ilość e, którą nazwaliśmy powyżéj spółczynnikiem sprężystości podłużněj, która równa jest

(*) Bresse, *Résistance des Matériaux*.

(**) Bresse, *Résistance des Matériaux*.

dla żelaza kutego.

$$e = \omega \times 20 \times 10^9,$$

dla żelaza lanego

$$e = \omega \times 12 \times 10^9.$$

3° Przez stosunek $\frac{r^2}{l^2}$, który się zmienia dla każdego łuku, jeżeli chcemy otrzymać wartość parcia wywartego w danym łuku pod wpływem temperatury.

Spółczynnik wynikający z ustalenia końców łuku (calage) jest zazwyczaj bardzo mały, jeżeli mu damy wartość 0,0001 długości całego uważanego łuku, otrzymamy na spółczynnik całkowity zależny od temperatury i ustalenia końców łuku, przy zmianie całkowitéj równéj 50° Celsiusza.

$$\delta = 0,00045.$$

Tutaj zakończymy sposób analityczny służący do oznaczenia spółczynnika głównéj części parcia i przejdziemy do bardzo ciekawego sposobu oznaczenia tegoż za pomocą rysunku.

Sposób graficzny oznaczenia wartości spółczynnika głównéj części parcia. — Tablica pierwsza, o któréj mówilismy powyżéj, przedstawia możność wykreślenia krzywej odpowiadającéj wartości spółczynnika głównéj części parcia wywartego w danym do zbudowania łuku, kiedy takowy zostaje pod wpływem jakiejkolwiek liczby ciężarów rozłożonych na całéj jego długości. Dla łatwiejszego przedstawienia kwestyi, wystawmy sobie że na dany łuk działają ciężary jakiekolwiek, rozłożone w równych od siebie odległościach, liczonych poziomo; przyjmijmy cięciwę łuku za oś x, a na prostopadłych do osi x, wyprowadzonych z punktów odpowiednich punktom przyczepienia sił, odetnijmy na pewną dowolną skalę długości równoważne długościom zawartym w tablicy pierwszéj; punkta tak otrzymane łącząc pomiędzy sobą, otrzymamy krzywę przedstawioną na fig. 2, którą nazywać będziemy *krzywą spółczynników głównéj części parcia*. Każda rzędna téj krzywéj, odpowiadająca ciężarowi wziętemu pod uwagę, przedstawi właśnie wartość spółczynnika szukanego.

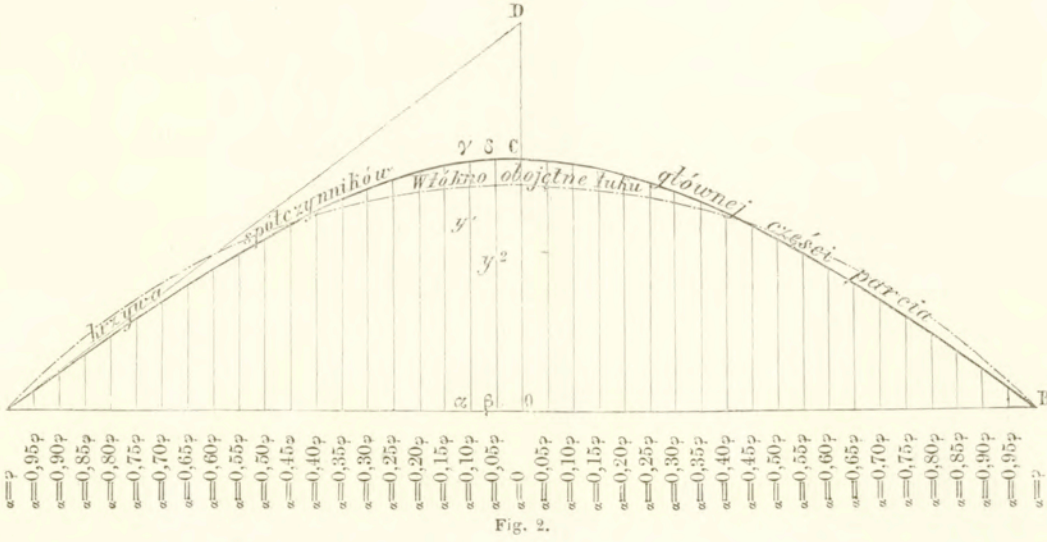

Fig. 2.

Zwrócić należy także uwagę na zmianę spółczynnika głównéj części parcia, kiedy stosunek $\frac{\theta}{\varphi}$ się zmieni. Zmiana ta z łatwością spostrzedz się daje w tablicy pierwszéj. Spółczynnik głównéj części parcia zmienia się w stosunku odwrotnym stosunkowi $\frac{\theta}{\varphi}$ dla łuków tegoż samego otworu, t. j. takich, dla których kąt przy środku ma też samą rozwartość.

Jeżeli kąt przy środku zwiększa się, spółczynnik o którym mowa ciągle się zmiejsza i staje się najmniejszym wtenczas, kiedy wartość kąta przy środku jest równa dwóm kątom prostym, t. j. kiedy mamy :

$$2\varphi = \pi,$$

czyli kiedy dany łuk jest półokręgiem koła, a ciężar nań działający jest przyczepionym w samym kluczu.

Na zasadzie powyższego rozumowania, widoczną jest rzeczą, że znając otwór danego do zbudowania łuku i ciężar nań działający, zawsze można nakreślić krzywę spółczynników głównéj części parcia, biorąc za odległości poziome, długości wyprostowanych części łuku, odpowiadające stosunkom $\frac{\theta}{\varphi}$, a za rzędne liczby odpowiednie tablicy pierwszéj.

Fig. 2, którą tutaj podajemy, przedstawia krzywę spółczynników głównéj części parcia, dla łuku, którego kąt przy środku jest równy

$$2\varphi = 90°, \qquad \text{czyli} \quad \varphi = 45°,$$

zatém

$$\frac{2\varphi}{\pi} = 0{,}50;$$

i zostającego pod wpływem jakiegokolwiek ciężaru P, którego położenie zmieniamy dowolnie na całéj długości łuku.

Wiemy już z powyższego, że główna część parcia wywartego w danym łuku, pod wpływem ciężaru nań działającego, równa jest iloczynowi z siły przez spółczynnik głównéj części parcia. Gdyby zatém liczba sił działających na łuk była jakakolwiek np. P, P′, P″, . . . etc., to oznaczając przez C, C′, C″, . . . etc., odpowiadające im spółczynniki głównéj części parcia ; otrzymalibyśmy wartość głównéj części parcia przez równanie następujące :

$$Q_1 = PC + P'C' + P''C'' + \ldots\ldots + P^nC^n,$$

a parcie całkowite byłoby równe wówczas

$$Q = (PC + P'C' + \ldots\ldots P^nC^n)\gamma.$$

Przypuśćmy na chwilę że liczba sił działających na dany łuk zwiększa się do nieskończoności a odległości wzajemne tychże zmniejszają się odpowiednio, taki układ sił bez wątpienia przyjąć możemy za ciężar jednostajnie rozłożony na całym, lub tylko na pewnéj długości łuku, a wyrażenie które da nam wartość parcia w tym przypadku przyjmie kształt następujący.

$$Q = mpS,$$

gdzie m przedstawia długość obciążoną łuku,

p « ciężar jednostajnie rozłożony na jednostkę długości ;

S przedstawia powierzchnię zawartą między krzywą spółczynników głównéj części parcia, dwoma rzędnemi odpowiadającemi końcom cząsteczki obciążonéj łuku i odciętą zawartą pomiędzy temi rzędnemi. Widzimy więc, że obliczenie parcia sprowadza się obecnie do znalezienia powierzchni wskazanéj.

Otóż powierzchnia ta da się obliczyć w dwojaki sposób: jużto używając wzoru Sympsona, już téż dzieląc daną powierzchnię na dwie części, z których pierwsza jest trapezem, a druga powierzchnią zawartą pomiędzy łukiem naszéj krzywéj i jéj cięciwą, którą to powierzchnię z całą dokładnością przyjąć można za odcinek paraboliczny, albowiem długość krzywéj dla każdego elementu jest zawsze bardzo małą.

Wzór służący do obliczenia takiéj powierzchni podajemy tylko tytułem przypomnienia. Nazywając S′ szukaną powierzchnię, otrzymamy:

$$S' = \frac{2}{3} h \times b,$$

gdzie h wyraża wysokość odcinka parabolicznego równą $\frac{1}{2}$ różnicy dwóch rzędnych wystawionych w końcach łuku, a

b « odległość poziomą między rzędnemi.

Znając obecnie szukane powierzchnie, dostateczném będzie wziąść ich summę i pomnożyć ją przez ciężar dany p, a iloczyn otrzymany przedstawi szukaną główną część parcia.

Oznaczenie parcia za pomocą kwadratur. — Znając obecnie sposób graficzny oznaczenia spółczynnika głównéj części parcia, postaramy się w dalszym ciągu, posiłkując się metodą podaną, oznaczyć parcie całkowite, które otrzymamy jak następuje.

Niech będzie łuk o włóknie obojętném kołowém, na który działa jeden tylko ciężar P, przyczepiony w jednym jakimkolwiek punkcie łuku; ciężar ten wywrze w danym łuku pewne parcie Q proporcyonalne do jego wielkości, które możemy oznaczyć przez:

(36) $$Q = PC\gamma.$$

Spółczynnik C, który jak wiemy jest spółczynnikiem głównéj części parcia, zmienia się tylko odpowiednio do położenia danego ciężaru na łuku i odpowiednio do wymiarów włókna obojętnego, t. j. wraz ze zmianą strzałki lub cięciwy tego włókna obojętnego; jest on zupełnie niezależny od kształtu przecięcia poprzecznego łuku.

Spółczynnik poprawki γ zależy jedynie od stosunku $\frac{2\varphi}{\pi}$ i $\frac{r^2}{l^2}$, które musimy określić. Pierwszy z tych stosunków odnosi się do włókna obojętnego łuku, a drugi do przecięcia poprzecznego, które może być stałém lub zmienném, w tym ostatnim przypadku stosunek $\frac{r^2}{l^2}$ odnosi się do średniéj wartości tego przecięcia.

Wskazaliśmy już powyżéj w jaki sposób otrzymać możemy wartości tych spółczynników.

Uważmy obecnie łuk o włóknie obojętném kołowém, poddany działaniu ciężaru jednostajnie rozłożonego (fig. 3) na jednostkę długości poziomą i zawartego w granicach oznaczonych na figurze.

Niech będą x_0 i x_1 odcięte odpowiadające ostatecznym punktom uważanego ciężaru; p' jego wielkość na każdéj jednostce długości.

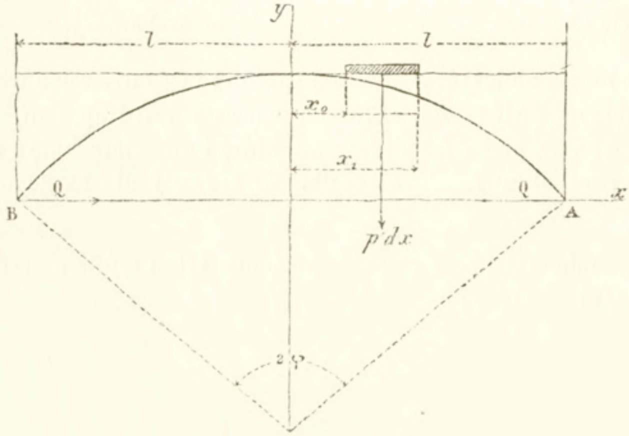

Fig. 3.

Niech będą jak poprzednio :

C Spółczynnik głównéj części parcia wywartego przez dany ciężar,

γ Spółczynnik poprawki.

Nazwijmy nadto rzędne przedstawiające wartości spółczynnika głównéj części parcia przez z. Parcie wywarte w danym łuku pod wpływem ciężaru p' na jednostkę długości łuku dx czyli przez ciężar $p'dx$ przyczepiony w punkcie łuku, którego odciętą zawartą w granicach x_0 i x_1 jest x, wyrazi się przez

$$p'\gamma z dx,$$

biorąc summę wszystkich podobnych ilości w granicach x_0 i x_1, otrzymamy wartość całkowitego parcia w kształcie następującym :

$$Q = C\gamma p'(x_1 - x_0) = p'\gamma \int_{x_0}^{x_1} z dx,$$

zkąd znajdziemy dla C wartość następującą,

$$C = \frac{1}{x_1 - x_0} \int_{x_0}^{x_1} z dx. \tag{37}$$

Całka $\int_{x_0}^{x_1} z dx$ znajdująca się we wzorze (37), przedstawia właśnie powierzchnię zawartą pomiędzy osią odciętych, łukiem krzywéj spółczynników głównéj części parcia i dwoma rzędnemi téj krzywéj, przechodzącemi przez końce części obciążonéj łuku, t. j. odpowiadającemi odciętym x_0 i x_1. Obliczenie więc téj powierzchni nie przedstawi żadnéj trudności, używając sposobu podanego powyżéj.

Oznaczenie parcia sposobem tu podanym dla ciężaru jednostajnie rozłożonego na poziomą jednostkę długości, odbędzie się w tenże sam sposób, kiedy ciężar uważanym będzie za jednostajnie rozłożony na jednostkę długości włókna obojętnego łuku; cała różnica którą przyjdzie wprowadzić będzie ta, że długości x, odciętych krzywéj spółczynników głównéj części parcia, będą równe wyprostowanym częściom włókna obojętnego łuku, a nie rzutom jego na oś odciętych.

Zobaczymy w trzeciéj części niniejszéj pracy, w jaki sposób krzywa spółczynników głównéj części parcia może być zastosowaną do znalezienia położenia najniekorzystniejszego ciężaru przypadkowego, odpowiednio do przecięcia poprzecznego łuku którém się zajmujemy.

Spółczynnik poprawki γ. — Oznaczenie, w sposób powyżéj podany, głównéj części parcia nie jest jeszcze całkowicie dostateczném dla oznaczenia rzeczywistego parcia, albowiem wartość tak otrzymana jest zawsze za wielką. Dokładne jéj oznaczenie, jak to pokazują wzory które podaliśmy powyżéj, wymaga nadto przekształcenia powstającego z pomnożenia powyższéj wartości przez spółczynnik poprawki, który nazywamy γ, a który zawsze jest mniejszym od jedności.

Oznaczenie wartości spółczynnika poprawki jest zanadto złożone, żebyśmy mieli zamiar przedstawiać go czytelnikom naszym w zupełném rozwinięciu, szczególniéj zwracając uwagę na cel, do którego zdążamy: t. j. przedstawienie jak najprzystępniejsze Inżynierom kwestyi, wielce saméj przez się zawiłéj, i usunięcie wszelkich trudności, a przynajmniéj złagodzenie takowych o tyle, o ile na to pozwalają środki z dziedziny czystéj analizy, którymi rozporządzać po dziś dzień jesteśmy w stanie.

Wzór (10) podany powyżéj i służący do oznaczenia parcia, łuku zostającego pod wpływem ciężarów jakichkolwiek i dowolnie rozłożonych na całéj jego długości, daje nam wartość spółczynnika poprawki γ w ten sposób oznaczoną,

$$\gamma = \frac{1 - \lambda \dfrac{r^2}{l^2}}{1 + \lambda' \dfrac{r^2}{l^2}}, \tag{12}$$

która, jak widzimy, składa się z dwóch części, jednéj zawartéj w liczniku, a drugiéj w mianowniku. Początkowo każda z tych części była obliczaną za pomocą szeregów, t. j. rozwijając λ i λ' na szeregi następujące:

$$\lambda = \frac{5}{2}\left(\frac{\mathrm{wst}\varphi}{\varphi}\right)^2\left(1 - \frac{2}{105}\varphi^2 + \frac{1}{441}\varphi^4 - \dots\dots\right) = \frac{10}{\pi^2}\left(1 - \frac{2}{105}\varphi^2 + \frac{1}{441}\varphi^4 - \dots\dots\right)\left[\frac{\mathrm{wst}\varphi}{\left(\frac{2\varphi}{\pi}\right)}\right]^2;$$

i

$$\lambda' = \frac{15}{2\varphi^2}\left[1 - \frac{10}{21}\varphi^2 + \frac{17}{147}\varphi^4 - \frac{8254}{509350}\varphi^6 + \frac{305447}{231756525}\varphi^8 - \dots\dots\right];$$

pokazało się, że wartości w ten sposób otrzymane różnią się o ilości nieskończenie małe od tych, które otrzymać możemy za pomocą wzoru przybliżonego, który dla λ jest następujący:

$$\lambda = \left[\frac{\mathrm{wst}\varphi}{\frac{2\varphi}{\pi}}\right]^2,$$

a dla λ':

$$\lambda' = \frac{\mathrm{wst}^2\varphi(\varphi + \mathrm{wst}\varphi\,\mathrm{dos}\,\varphi)}{\varphi + 2\varphi\,\mathrm{dos}^2\varphi - 3\,\mathrm{wst}\varphi\,\mathrm{dos}\varphi}.$$

Za pomocą więc tych dwóch ostatnich wzorów obliczono tablicę trzecią, w której kolumny druga i trzecia dają wartości każdéj z części składowych spółczynnika poprawki oddzielnie, odpowiadające wszystkim połówkom kątów przy środku, uważanych łuków.

Znając te wartości i uważając, że spółczynnik poprawki zmienia się odpowiednio do wartości stosunku $\frac{r^2}{l^2}$ i odpowiednio do φ, z całą łatwością utworzoną została tablica czwarta, dająca razem wartość szukanego spółczynnika poprawki.

Tutaj zakończymy pierwszą część naszéj pracy, odnoszącą się wyłącznie do oznaczenia *parcia*, i przejdziemy do drugiéj, w któréj zajmiemy się wyłącznie oznaczeniem *ciśnień i ciągnień*, które w danym łuku, pod wpływem ciężarów jakichkolwiek i dowolnie rozłożonych, wywartemi być mogą.

CZĘŚĆ II

OZNACZENIE CIŚNIEŃ I CIĄGNIEŃ.

Wstęp. — Wzory podane w pierwszéj części niniejszéj pracy i służące do oznaczenia *parcia* w danym łuku metalicznym są zupełnie dostateczne; stosownie użyte, mogą posłużyć do znalezienia jego wartości liczebnéj. Znajomość szukanego parcia usuwa w zupełności *niewiadome*, które w naszym zadaniu napotykamy, albowiem w ten sposób wszystkie siły zewnętrzne działające na dany do obliczenia łuk, są nam w zupełności znane.

Oddziaływanie pionowe podpór otrzymuje się bardzo łatwo, posługując się twierdzeniami należącemi do *statyki elementarnéj*, w téj chwili więc zostaje nam tylko zająć się znalezieniem wartości *ciśnień* i *ciągnień*, wywieranych w danym łuku pod wpływem sił nań działających i oznaczeniem punktu największego ciśnienia lub ciągnienia, jużto na jego stronie wypukłéj, już też na jego stronie wklęsłéj.

Ciśnienia i ciągnienia wywierane w łukach metalicznych, zależą nie tylko od wielkości sił działających, lecz także i od sposobu w jaki takowe na danym łuku są rozłożone; dokładne więc ich oznaczenie wymaga zupełnéj znajomości tak wielkości sił działających jako téż i ich położenia.

Siły działające na jakikolwiek łuk metaliczny wypływają z dwóch zupełnie od siebie odrębnych źródeł; jedne powstają z samego *ciężaru stałego*, mogą one być zatém z całą słusznością uważane jako jednostajnie rozłożone na jednostkę długości na całym pomoście; drugie są wypływem *ciężarów przypadkowych*, które mogą być: jużto jednostajnie rozłożone, jużto przyczepione w jednym punkcie, jużto jednostajnie rozłożone i zajmować pewną oznaczoną tylko cząstkę danego pomostu.

Zwrócić tu jeszcze należy uwagę na to, że ciężar *jednostajnie rozłożony* może być uważanym za jednostajnie rozłożony na długości samego włókna obojętnego łuku, lub też za jednostajnie rozłożony na długości cięciwy włókna obojętnego łuku. Każdy z tych sposobów zapatrywania się na rzecz, wymaga osobnych wzorów do oznaczenia wartości ciągnień lub ciśnień i stosownie do nich daje wypadki różne.

Przedstawienie wzorów, za pomocą których możemy oznaczyć wartości ciśnień i ciągnień w danym łuku pod wpływem sił, których rozkład w praktycznym zastosowaniu natrafić się daje; oraz znalezienie punktu największego ciśnienia lub ciągnienia, jest właśnie głównym przedmiotem téj drugiéj części niniejszéj pracy.

§ 1. WZORY SŁUŻĄCE DO OZNACZENIA WARTOŚCI CIŚNIEŃ LUB CIĄGNIEŃ NA POWIERZCHNI JAKIEGOKOLWIEK PRZECIĘCIA POPRZECZNEGO ŁUKU.

Znalezienie wartości *ciśnień* lub *ciągnień* w jakimkolwiek łuku metalicznym, przedstawia zazwyczaj wiele trudności, bywają nawet przypadki, że ich za pomocą analizy zupełnie oznaczyć nie podobna. Główne warunki, którym zadość czynić winien dany do zbudowania łuk, są następujące:

Dla łuków, których zniżenie przy środku zawarte jest w granicach od 1/8 do 1/12 otworu, t. j. takich, które w praktycznych zastosowaniach zwykle są używane, wymagalne i niezbędne warunki są:

1° Włókno obojętne powinno, tak przed odkształceniem jak i po niém, przedstawiać jednę krzywę płaską, w płaszczyźnie któréj wszystkie siły zewnętrzne, działające na łuk, winny bezustannie zostawać.

2° Warunki podane w pierwszéj części niniejszéj pracy « Oznaczenie analityczne parcia », powinny również być w zupełności dopełnione.

Dla ułatwienia poszukiwań i uproszczenia wzorów, przypuścimy raz na zawsze, że ciała, których używamy, są doskonale jednorodne.

W danym łuku metalicznym, którego przecięcie poprzeczne jest symetryczne względem osi zgięcia, największe ciśnienia lub ciągnienia mają zawsze miejsce dla włókien leżących na powierzchniach skrajnych, tak wypukłéj, jako też i wklęsłéj przecięcia poprzecznego, to jest na powierzchniach najwięcéj oddalonych od osi zgięcia.

Dla łuków należących do klasy, którą my się zajmujemy, to jest tych, których obniżenie ku środkowi jest zawarte pomiędzy 1/8 a 1/12, ciągnienia są zawsze mniejsze od ciśnień wywieranych w tychże samych punktach i pod wpływem tychże samych ciężarów; z uwagi jednakże, że spółczynnik wytrzymałości przyjęty zazwyczaj dla tych obydwóch wyrażeń jest jeden i ten sam, zrobimy tylko wzmiankę, że ciągnienia największe w jakimkolwiek łuku i pod wpływem jakichkolwiek ciężarów, mają zawsze miejsce w częściach łuku zawartych pomiędzy punktem oparcia i środkiem części bocznéj, dla włókien leżących na wklęsłéj jego stronie (intrados).

Rozszerzalność i ustalenie końców łuku wywierają także ciśnienia, z których największe mają miejsce w części odpowiadającéj wierzchołkowi łuku.

Wzory, których używać należy do obliczania wartości ciśnień lub ciągnień sprawionych przez każdą z przyczyn powyżéj podanych, używając zawsze do ich wyrażenia znakowania podanego w samym początku niniejszéj pracy, są następujące:

Uważmy jakikolwiek łuk o włóknie obojętném kołowém AMC (fig. 4). Założmy, że przecięcie poprzeczne łuku jest symetryczne względem osi zgięcia i że uważając go względnie do pionowéj przechodzącéj przez wierzchołek łuku, obie strony są sobie równe, badając więc odkształcenia wywarte w jednéj z nich i odnosząc tak znalezione do drugiéj, znajdziemy wszystko, co przytrafić się może w całym łuku.

Szukajmy np. odkształceń, mających miejsce w części leżącéj po prawéj stronie pionowéj przechodzącéj przez wierzchołek łuku. Niech będzie jakikolwiek punkt M leżący na włóknie obojętném i α, kąt jaki tworzy promień przechodzący przez punkt M z pionową poprowadzoną przez wierzchołek łuku.

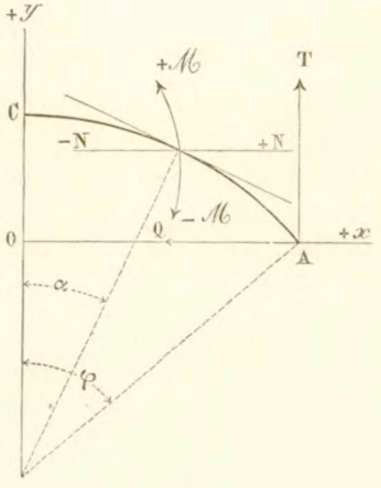

Fig. 4.

Odnieśmy łuk AMC do spółrzędnych prostokątnych *ox, oy*, przechodzących przez końce danego łuku i nazwijmy :

N summę rzutów, na normalnę do przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę, wszystkich sił działających na łuk i zawartych pomiędzy tém przecięciem i końcem łuku najbliżéj niego leżącym.

$\mathfrak{M}$ Moment wszystkich powyższych sił względem osi zgięcia.

Siła N, jak to z łatwością spostrzegamy, jest składową normalną, do przecięcia wziętego pod uwagę, wszystkich sił zewnętrznych działających na łuk, albowiem, jakeśmy założyli w samym początku tego rozdziału, wszystkie te siły znajdują się i działają w płaszczyznie włókna obojętnego ; drugą składową, równoległą do uważanego przecięcia, nie będziemy się zupełnie zajmować, albowiem działanie jéj i wynikający ztąd wpływ, zwany *siłą poprzeczną* (effort tranchant), jest prawie nic nieznaczący w porównaniu z ciśnieniem lub ciągnieniem, utworzoném w tymże samym punkcie przez działanie składowéj normalnéj.

Przez punkt M, przecięcia wziętego pod uwagę, poprowadźmy styczną do krzywéj włókna obojętego i rzućmy na nią wszystkie siły działające na łuk i zawarte pomiędzy naszém przecięciem a końcem łuku najbliżéj go leżącym; przyjmijmy raz na zawsze : że wszystkie składowe siły N, działające w kierunku odciętych dodatnych są dodatne, i przedstawiają *ciągnienia*, wszystkie zaś składowe, téjże siły N, działające w kierunku odciętych odjemnych są odjemne i przedstawiają *ciśnienia*.

W skutek powyższych założeń wszystkie ciśnienia będą na przyszłość poprzedzone znakiem (—) mniéj, a wszystkie ciągnienia znakiem (+) więcéj.

Co się tyczy momentu $\mathfrak{M}$, to przyjmiemy, że będzie on dodatnym tylko wtenczas, gdy działanie jego spowoduje obrót części dodatnéj osi odciętych ku części dodatnéj osi rzędnych, w razie przeciwnym będzie on odjemnym ; dodać tylko musimy, że za część dodatną osi odciętych przyjmujemy tę, która leży po prawéj stronie linii pionu przechodzącéj przez wierzchołek łuku, a za część dodatną osi rzędnych tę, która leży ponad cięciwą łuku.

Powyższe założenia będąc raz na zawsze przyjęte, możemy przejść obecnie do oznaczenia odkształceń, jakie pod wpływem danych sił tworzą się w przecięciu poprzeczném łuku o którém mowa. Siła N i moment $\mathfrak{M}$ wywiązują w danym łuku następujące wpływy :

1° Ciśnienie lub ciągnienie powstające z działania siły N i równe na każdą jednostkę powierzchni ilorazowi $\frac{N}{\omega}$;

2° Ciśnienie lub ciągnienie powstające z działania momentu $\mathfrak{M}$ i mające w każdym punkcie łuku wartość $\pm\frac{\mathfrak{M}u}{I}$, jeżeli przecięcie poprzeczne łuku jest symetryczném względem osi zgięcia ; w przeciwnym razie, nazywając u i u' odległości włókien najwięcéj oddalonych od osi zgięcia i leżących tak na wypukłéj stronie łuku, jako téż i na jego stronie wklęsłéj, otrzymamy dla ciśnień lub ciągnień wyrażenia następujące :

Na stronie wypukłéj łuku (extrados) $\pm\frac{\mathfrak{M}u'}{I}$,

Na stronie wklęsłéj łuku (intrados) $\pm\frac{\mathfrak{M}u}{I}$.

Oś zgięcia, czyli włókno obojętne, dzieli dany łuk na dwie części zupełnie odrębne : jednę górną, drugą dolną; zatém moment $\mathfrak{M}$, wywiera od razu podwójny wpływ, i tak wywiązując się, jeżeli moment $\mathfrak{M}$ jest dodatny, wpływ wywarty na stronie wypukłéj będzie ciśnieniem, lecz za to na stronie wklęsłéj otrzymamy ciągnienie ; gdyby moment $\mathfrak{M}$ był odjemnym, wpływ wywarty w obydwóch częściach łuku byłby wprost przeciwny poprzedzającemu.

Przypuśćmy teraz, że siła N i moment $\mathfrak{M}$ działają jednocześnie, jak to ma zawsze miejsce w każdém przecięciu poprzeczném, otrzymamy co następuje :

Ciśnienie na stronie wypukłéj (l'extrados) dla N odjemnego a $\mathfrak{M}$ dodatnego.

« « wklęsłéj (l'intrados) dla N odjemnego a $\mathfrak{M}$ odjemnego.

« « wypukłéj (l'extrados) dla N dodatnego i $\mathfrak{M}$ dodatnego, jeżeli iloraz $\frac{N}{\omega}$ jest mniejszy od $\frac{\mathfrak{M}u'}{I}$, czyli jeżeli mamy : $\frac{N}{\omega} < \frac{\mathfrak{M}u'}{I}$;

« « wklęsłéj (l'intrados) dla N dodatnego a $\mathfrak{M}$ odjemnego; jeżeli iloraz $\frac{N}{\omega} < \frac{\mathfrak{M}u}{I}$ i jeżeli przecięcie poprzeczne łuku nie jest symetryczném względem osi zgięcia.

Przedstawienie wpływów wywartych w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku przez siłę N i moment $\mathfrak{M}$ działające jednocześnie, wydaje nam się dostateczném do dokładnego zrozumienia kwestyi ; możemy więc w téj chwili przejść do podania wzorów, służących do obliczania ciśnień lub ciągnień.

1° *Wzór ogólny do oznaczenia wartości ciśnień lub ciągnień w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku, pod wpływem jakichkolwiek ciężarów dowolnie rozłożonych na całéj jego długości.*

Wpływ wywarty w danym do obliczenia łuku przez działanie jednoczesne siły N i momentu $\mathfrak{M}$, jak to zawsze ma miejsce, jest jużto ciśnieniem, jużto ciągnieniem, stosownie do warunków podanych w poprzednim paragrafie, działania w ten sposób jednocześnie wywarte, dadzą się wyrazić analitycznie przez jeden wzór ogólny następującego kształtu :

$$q = \pm \frac{N}{\omega} \pm \frac{\mathfrak{M}u}{I}, \tag{13}$$

w którym q oznacza całkowitą wartość ciśnienia lub ciągnienia szukanego, inne zaś głoski zachowują znaczenia nadane im powyżéj.

Zobaczmy obecnie, w jaki sposób wzór ten winien być przekształconym, żeby od razu mógł być użytym do obliczania ciśnienia lub ciągnienia wywartego w pewnym szczególnym przypadku, na który natrafiamy w praktyczném zastosowaniu.

Sposób postępowania, który przyjęliśmy w pierwszéj części niniejszéj pracy, mówiąc o sposobie oznaczenia parcia, i nadal zachowamy, zaczynając od oznaczenia ciśnienia lub ciągnienia w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném danego łuku zostającego pod wpływem jednego tylko ciężaru, przyczepionego w jednym punkcie włókna obojętnego.

2° *Ciśnienia lub ciągnienia wywarte w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku pod wpływem jednego ciężaru.*

Niech będzie łuk jakikolwiek o włóknie obojętném kołowém CMA, poddany działaniu ciężaru P, przyczepionego w punkcie np. D (fig. 5).

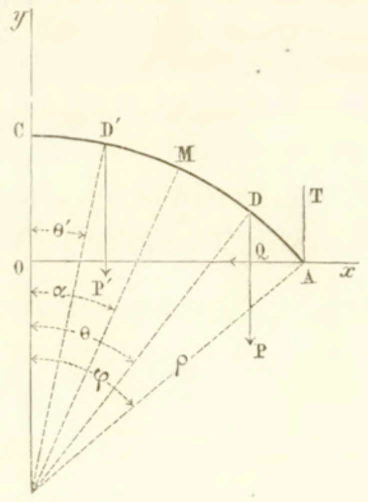

Fig. 5.

Nazwijmy :

θ kąt, jaki tworzy promień przechodzący przez punkt D z pionową przechodzącą przez wierzchołek łuku.

Przypuśćmy najprzód, że ciężar P leży po prawéj stronie przecięcia poprzecznego łuku, dla którego szukamy wartości ciśnienia lub ciągnienia wywartego przez ciężar wzięty pod uwagę. Niech będzie

α kąt jaki tworzy przecięcie poprzeczne, którém się zajmujemy, z pionową w wierzchołku łuku poprowadzoną.

Wartości dla siły N i dla momentu $\mathfrak{M}$ względnie do uważanego przecięcia poprzecznego będą następujące :

$$(14)\quad \left\{\begin{aligned} N &= -P\left[\frac{\text{wst}\,\varphi + \text{wst}\,\theta}{2\,\text{wst}\,\varphi}\,\text{wst}\,\alpha - \text{wst}\,\alpha + C\,\text{dos}\,\alpha\right] \\ \mathfrak{M} &= P\rho\left[\frac{\text{wst}\,\rho + \text{wst}\,\theta}{2\,\text{wst}\,\varphi}(\text{wst}\,\varphi - \text{wst}\,\alpha) - (\text{wst}\,\theta - \text{wst}\,\alpha) - C(\text{dos}\,\alpha - \text{dos}\,\varphi)\right], \end{aligned}\right.$$

w powyższych wzorach C oznacza spółczynnik głównéj części parcia.

Gdyby ciężar P znajdował się po lewéj stronie uważanego przecięcia poprzecznego, wartości odpowiadające dla N i dla $\mathfrak{M}$ przyjęłyby kształt następujący :

$$(15)\quad \left\{\begin{aligned} N &= -P\left[\frac{\text{wst}\,\varphi + \text{wst}\,\theta'}{2\,\text{wst}\,\varphi}\,\text{wst}\,\alpha + C\,\text{dos}\,\alpha\right] \\ \mathfrak{M} &= P\rho\left[\frac{\text{wst}\,\varphi + \text{wst}\,\theta'}{2\,\text{wst}\,\varphi}(\text{wst}\,\varphi - \text{wst}\,\alpha) - C(\text{dos}\,\alpha - \text{dos}\,\varphi)\right], \end{aligned}\right.$$

we wzorach (15) θ' oznacza nowy kąt utworzony z pionową przechodzącą przez wierzchołek łuku, przez promień przechodzący przez punkt D′ przyczepienia ciężaru P′.

W podobny sposób moglibyśmy oznaczyć wartości, dla N i $\mathfrak{M}$, odpowiadające wszystkim przecięciom poprzecznym łuku zostającego pod wpływem li tylko jednego ciężaru, nie zważając bynajmniéj na ciężar jednostajnie rozłożony wynikający z wagi samego łuku, a znając tak otrzymane ilości i podstawiając we wzorze (13) ich wartości, otrzymalibyśmy wartości ciśnień lub ciągnień dla każdego uważanego przecięcia poprzecznego łuku.

3° *Ciśnienia lub ciągnienia wywarte w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku pod wpływem ciężaru jednostajnie rozłożonego na jednostkę długości włókna obojętnego łuku.*

Weźmy jakikolwiek łuk o włóknie obojętném kołowém, np. ACB (fig. 6). Niech będzie

p Ciężar jednostajnie rozłożony na jednostkę długości włókna obojętnego ;

α Kąt zawarty pomiędzy przecięciem poprzecznėm w punkcie C i pionową przechodzącą przez wierzchołek łuku ;

ρ Promień włókna obojętnego ;

φ Połowa kąta przy środku.

Oddziaływanie T w punkcie podpory A ma wartość następującą :

$$T = p\rho\varphi,$$

a wzór (7) podany powyżéj da wartość parcia Q.

Znając w ten sposób wszystkie siły zewnętrzne działające na dany łuk, wzór (13) podany powyżéj, pozwoli z całą łatwością oznaczyć wartość ciśnienia lub ciągnienia wywartego w jakiémkolwiek przecięciu poprzecznćm, podstawiając w nim za N i $\mathfrak{M}$ wartości ich odnoszące się do przecięcia poprzecznego łuku, którćm się zajmujemy.

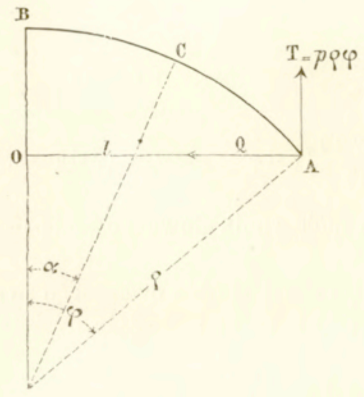

Fig. 6.

Dla przecięcia poprzecznego zrobionego w punkcie np. C, wartości ilości N i $\mathfrak{M}$ są dane przez następujące wzory :

$$(16) \quad \begin{cases} N = - Q \operatorname{dos} \alpha - p\rho\alpha \operatorname{wst} \alpha \\ \mathfrak{M} = - p\rho^2 [\operatorname{dos} \alpha - \operatorname{dos} \varphi - \varphi \operatorname{wst} \varphi + \alpha \operatorname{wst} \alpha] - Q\rho (\operatorname{dos} \alpha - \operatorname{dos} \varphi) \end{cases}$$

w których za kąty φ i α podstawić należy długości łuków zawarte, pomiędzy ich ramionami w kole, którego promień jest jednością, co się otrzymuje z łatwością za pomocą logarytmów.

4° *Ciśnienia lub ciagnienia wywarte w jakiémkolwiek przecięciu poprzecznćm łuku pod wpływem ciężaru jednostajnie rozłożonego na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego.*

Jeżeli siły działające na wzięty pod uwagę łuk metaliczny, którego włókno obojętne jest cząstką łuku koła, są jednostajnie rozłożone na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego, wartości dla ilości N i $\mathfrak{M}$ wyrażą się następującymi wzorami :

$$(17) \quad \begin{cases} N = - Q \operatorname{dos} \alpha - p\rho \operatorname{wst}^2 \alpha, \\ \mathfrak{M} = \frac{1}{2} p\rho^2 (\operatorname{wst}^2 \varphi - \operatorname{wst}^2 \alpha) - Q (\operatorname{dos} \alpha - \operatorname{dos} \varphi), \end{cases}$$

które z łatwością otrzymać możemy, biorąc pod uwagą np. łuk ACB (fig. 6) o włóknie obojętném kołowém i nazywając przez :

a Połowę długości cięciwy włókna obojętnego ;

p Ciężar jednostajnie rozłożony na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego ;

φ Połowę kąta przy środku ;

ρ Promień włókna obojętnego.

Wartości podane powyżéj (17) dla N i $\mathfrak{M}$, odnoszą się do przecięcia poprzecznego, leżącego pod kątem α, względem pionowéj przechodzącéj przez wierzchołek łuku. W równaniach (17) Q przedstawia parcie, którego wartość należy otrzymać za pomocą wzoru (8) podanego powyżéj.

Jeżeli obecnie w równaniach (17) za ilości podstawimy wartości liczebne, odnoszące się do przecięcia poprzecznego o którém mowa, otrzymamy wartości dla N i $\mathfrak{M}$, które wstawione w równaniu ogólném, dadzą ostateczną wartość szukanego ciśnienia lub ciągnienia.

5° *Ciśnienia lub ciągnienia wywarte w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku pod wpływem rozszerzalności i ustalenia końców łuku, nie mających związku z działającymi na ten łuk ciężarami.*

Zmiany temperatury i ustalenie końców łuku wywierają w danym łuku *ciśnienia* lub *ciągnienia*, które dadzą się oznaczyć w sposób następujący: Niech będzie łuk wzięty pod uwagę, którego włókno obojętne jest kołowe, przypuśćmy że łuk ten jest wystawiony jedynie na działanie temperatury; parcie, które w tym przypadku ma miejsce, zostało oznaczone powyżéj i wzór (9) daje jego wartość analityczną.

Znając wartość parcia Q, otrzymamy z łatwością ciśnienie utworzone w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném, podstawiając we wzorze ogólnym (13) za N i $\mathfrak{M}$ ich wartości, które dla przecięcia tworzącego kąt np. α, z linią pionu przechodzącą przez wierzchołek łuku są następujące:

$$(18)\qquad \begin{cases} N = -Q \cos\alpha, \\ \mathfrak{M} = -Qy. \end{cases}$$

W powyższych wzorach y oznacza rzędnę środka sprężystości uważanego przecięcia poprzecznego, liczoną od cięciwy włókna obojętnego łuku.

6° *Ciśnienia lub ciągnienia wywarte w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku, pod wpływem ciężarów rozłożonych w sposób dowolny na całéj jego długości.*

Jeżeli łuk jakikolwiek o włóknie obojętném kołowém, zostaje pod wpływem ciężarów dowolnie rozłożonych na całéj jego długości; wzór (10) podany powyżéj wyznacza wartość *parcia*; ciśnienia zaś lub ciągnienia, w tym przypadku, dla każdego przecięcia poprzecznego łuku, otrzymać się dadzą łącząc z sobą w należyty sposób wzory (14), (15), (16), (17) i (18) podane powyżéj.

Uwagi dotyczące powyżéj podanych wzorów. — Przeglądając uważnie powyżéj podane wzory (14), (15), (16), (17) i (18), dostrzegamy że wartość dla N jest zawsze odjemną, co według założenia przyjętego na początku drugiéj części niniejszéj pracy, przedstawia niezmiennie ciśnienie dla jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku, pod wpływem jakichkolwiek i dowolnie rozłożonych ciężarów na całéj długości łuku.

Para sił $\mathfrak{M}$ jest jużto dodatna, jużto odjemna, co znaczy że moment ten $\mathfrak{M}$ wywiera w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku: jużto ciśnienie, jużto ciągnienie; wnosić więc należy, że wrażenie wywarte w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném będzie zawsze ciśnieniem, jeśli moment $\mathfrak{M}$ dla tego przecięcia jest dodatnym, czyli jeżeli wywiera w niém ciśnienie, i w takim razie dla otrzymania wartości na q wyrażonéj wzorem (13), należy wziąć, bez względu na znak, summę dwóch ilości $\frac{N}{\omega}$ i $\frac{\mathfrak{M}u}{I}$.

Gdyby dla danego przecięcia poprzecznego łuku moment $\mathfrak{M}$ przedstawiał ciągnienie, miałoby ono miejsce w rzeczywistości tylko wtenczas, kiedy

$$\frac{\mathfrak{M}u}{I} > \frac{N}{\omega}$$

i wówczas wartość ostateczna dla q, wyrażona wzorem (13) otrzymałaby się, biorąc różnicę dwóch ilości $\frac{\mathfrak{M}u}{I}$ i $\frac{N}{\omega}$.

Uważne odczytanie § 1 téj drugiéj części, wydaje nam się dostateczném dla dokładnego obznajmienia czytelnika ze sposobem obliczania ciśnień lub ciągnień, wywartych w jakiéjkolwiek części łuku i pod wpływem jakichkolwiek ciężarów. Dla całkowitego jednakże rozwiązania kwestyi dotyczącéj łuków metalicznych, nie jest dostateczném znać sposoby obliczania ciśnień lub ciągnień w jakichkolwiek przecięciach poprzecznych łuku, trzeba nadto znaleźć sposób oznaczenia od razu ciśnienia największego, jakie pod wpływem danych ciężarów wywartém być może w danym łuku i oznaczenia z całą dokładnością położenia przecięcia poprzecznego, w którém to największe ciśnienie ma miejsce.

Przedmiotem właśnie następującego paragrafu, będzie wskazanie pewnych reguł do znalezienia położenia największego ciśnienia, na które dany do obliczenia łuk metaliczny wystawionym być może.

§ 2. OZNACZENIE CIŚNIENIA LUB CIĄGNIENIA MAXIMUM, JAKIE W DANYM ŁUKU, POD WPŁYWEM CIĘŻARÓW WYWARTÉM BYĆ MOŻE.

Wiemy z powyżéj podanego rozumowania, że ciśnienia wywierane w danym łuku przez ciężary jakiekolwiek, których rozkład na jego długości jest dokładnie oznaczony, zmieniają swe wartości odpowiednio do położenia przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę.

Uważmy najprzód łuk o włóknie obojętném kołowém ACB (fig. 7); przypuśćmy że ciężar nań działający jest jednostajnie rozłożony na całéj długości cięciwy włókna obojętnego.

Równania odpowiadające rozkładowi ciężaru, o którym w téj chwili mówimy i dające wartość dla N i $\mathfrak{M}$, zostały podane powyżéj (17). Jeżeli w tych równaniach za parcie Q podstawimy jego wartość w funkcyi ciężaru p i podzielimy przez powierzchnię przecięcia poprzecznego ω, które uważamy w téj chwili za jednostajne na całéj długości łuku, otrzymamy nie zważając na znak:

$$\frac{N}{\omega} = \frac{p\rho}{\omega}\left\{2n \operatorname{wst}\varphi \operatorname{dos}\alpha + \operatorname{wst}^2\alpha\right\}. \tag{19}$$

W równaniu tém:

n oznacza stosunek parcia do całkowitego ciężaru, t. j.

$$n = \frac{Q}{2pl},$$

wiemy nadto, że ilość N przedstawia niezmiennie parcie dla każdego przecięcia poprzecznego łuku.

Moment sił $\mathfrak{M}$, w naszym przypadku, ma wartość ogólną następującą:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{2}p\rho^2(\operatorname{dos}\alpha - \operatorname{dos}\varphi)(\operatorname{dos}\alpha + \operatorname{dos}\varphi - 4n\operatorname{wst}\varphi), \tag{20}$$

którą otrzymamy z łatwością z (17), uważając że: $Q = n \times 2pl$; $\rho\rho$ wst $\varphi = pl$ i podstawiając za wst$^2\,\varphi$ — wst$^2\,\alpha$ jemu równe dos$^2\,\alpha$ — dos$^2\,\varphi$.

Zobaczmy obecnie, jaki wpływ wywierają powyższe równania (19) i (20).

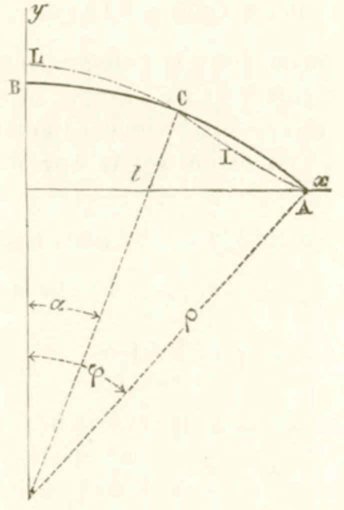

Fig. 7.

Równanie (19) przedstawia dla całego łuku ciśnienie, jak to powiedziel śmy powyżéj, nie będziemy więc się niém nadal zupełnie zajmować.

Równanie (20) jest właśnie to, które nam wskaże punkt największego ciśnienia, jakie w danym łuku pod wpływem wskazanych ciężarów wywartém być może. W saméj rzeczy, w równaniu (20) widzimy, że jeżeli kąt:

$$\alpha = \varphi,$$

wartość momentu $\mathfrak{M}$ jest równa zeru, czyli że w punktach podpory moment $\mathfrak{M}$ jest zawsze zerem, można było od razu napisać ten wypadek, albowiem wiemy z założenia, że środek sprężystości przypada w środku powierzchni podpory.

Równanie (20) staje się po raz drugi zerem dla pewnéj oznaczonéj wartości kąta α, mniejszéj od φ, np.

$$\alpha = \alpha_1,$$

którą znajdziemy za pomocą wzoru:

(21) $$\text{dos}\,\alpha_1 = 4n\,\text{wst}\,\varphi - \text{dos}\,\varphi;$$

będzie ona rzeczywistą tylko wtenczas, kiedy wartość dla n będzie większą od połowy dotycznéj kąta φ, t. j. jeżeli będziemy mieli:

$$n > \frac{1}{2}\,\text{doty}\,\varphi,$$

punkt w ten sposób otrzymany jest C (fig. 7). Krzywa środków ciśnień czyli miejsce geometryczne punktów przyczepienia wypadkowych sił zewnętrznych, ma kształt przedstawiony na fig. 7, t. j przechodzi ona pod włóknem obojętném, na całéj przestrzeni zawartéj pomiędzy punktami A i C, i ponad niém, od punktu C do wierzchołka łuku.

Równanie (20) wskazuje nadto, że znak momentu $\mathfrak{M}$ zmienia się odpowiednio do znaku czynnika

$$\operatorname{dos} \alpha + \operatorname{dos} \varphi - 4n \operatorname{wst} \varphi,$$

który jest zerem dla $\alpha = \alpha_1$, odjemnym dla α zawartego pomiędzy α_1 i φ, i dodatnym dla wszelkich wartości α zawartych pomiędzy zerem i α_1; co znaczy, że moment $\mathfrak{M}$ przedstawi ciśnienie na wklęsłéj stronie łuku, dla części jego zawartéj pomiędzy punktami A i C, a ciągnienie na wypukłéj jego stronie w téjże saméj części; wywrze on wpływ wprost przeciwny w części łuku zawartéj pomiędzy wierzchołkiem i punktem C.

Z powyższego rozumowania wyprowadzić możemy następujący wniosek:

Jeżeli n jest większe od połowy dotycznéj kąta φ, t. j. jeżeli mamy:

$$n > \frac{1}{2} \operatorname{doty} \varphi,$$

największe ciśnienia na wklęsłéj stronie łuku (intrados), będą miały miejsce w części jego zawartéj pomiędzy punktami A i C, a największe ciśnienia na wypukłéj stronie łuku (extrados), będą miały miejsce w części jego zawartéj pomiędzy wierzchołkiem i punktem C.

Jeżeli n jest równe lub mniejsze od połowy dotycznéj kąta φ, t. j. jeżeli mamy

$$n \overset{=}{<} \frac{1}{2} \operatorname{doty} \varphi,$$

krzywa ciśnień leży na całéj długości łuku, nad włóknem obojętném, a ciśnienie maximum ma miejsce na jego stronie wypukłéj (extrados).

Znajomość *à priori* warunków, w jakich się znajduje dany do obliczenia łuk, w praktyczném zastosowaniu zdaje nam się być wielce użyteczną, dlatego też podajemy tu wypadki z obliczań robionych w celu oznaczenia granic dla $\frac{2\varphi}{\pi}$, lub dla stosunku strzałki względem całkowitego utworu, t. j. $\frac{f}{2l}$, dla których nierówność

$$n > \frac{1}{2} \operatorname{doty} \varphi \tag{22}$$

ma zawsze miejsce. Wypadki te są następujące: nierówność (22) będzie sprawdzoną zawsze dla wszelkich wartości na $\frac{2\varphi}{\pi}$ lub na $\frac{f}{2l}$ większych od następujących.

1° Dla łuków, których stosunek $\frac{r^2}{l^2} = 0{,}0001$, granica $\frac{2\varphi}{\pi} = 0{,}150$ lub $\frac{f}{2l} = 0{,}0591$.

2° « « $\frac{r^2}{l^2} = 0{,}0002$, « $\frac{2\varphi}{\pi} = 0{,}1825$ « $\frac{f}{2l} = 0{,}072$.

3° « « $\frac{r^2}{l^2} = 0{,}0003$, « $\frac{2\varphi}{\pi} = 0{,}200$ « $\frac{f}{2l} = 0{,}079$.

4° « « $\frac{r^2}{l^2} = 0{,}0004$, « $\frac{2\varphi}{\pi} = 0{,}215$ « $\frac{f}{2l} = 0{,}085$.

5° Dla łuków, których stosunek $\frac{r^2}{l^2} = 0,0005$, granica $\frac{2\varphi}{\pi} = 0,225$ lub $\frac{f}{2l} = 0,089$.

6° « « $\frac{r^2}{l^2} = 0,0010$, « $\frac{2\varphi}{\pi} = 0,268$ « $\frac{f}{2l} = 0,108$.

7° « « $\frac{r^2}{l^2} = 0,0015$, « $\frac{2\varphi}{\pi} = 0,295$ « $\frac{f}{2l} = 0,1176$.

Stosunek $\frac{r^2}{l^2} = 0,0015$ jest największy, na jaki w praktyce natrafić możemy; nierówność (22) będzie miała miejsce zawsze dla wszystkich łuków, dla których $\frac{f}{2l}$ będzie większe od $\frac{1}{8}$.

Jeżeli obecnie, na zasadzie powyższego rozumowania, wykreślimy krzywę ciśnień, znajdziemy(fig. 7): że w części łuku, zawartéj pomiędzy wierzchołkiem i punktem C, jest ona wypukłą ku wypukłéj stronie łuku, w części zaś zawartéj pomiędzy punktem C i końcami łuku, wypukłość téj krzywéj zwrócona jest ku osi odciętych; każda z części składających krzywę ciśnień jest parabolą, któréj równaniem jest: dla części zawartéj pomiędzy

(23)

$$\alpha = 0 \text{ i } \alpha = \alpha_1$$

$$q = \frac{p\rho}{\omega}\left[\left(-1 + \frac{\rho h}{4r^2}\right)\operatorname{dos}^2\alpha - \left(-1 + \frac{\rho h}{2r^2}\right) 2n \operatorname{wst}\varphi \operatorname{dos}\alpha + 1 + \frac{\rho h}{4r^2}\operatorname{dos}\varphi\,(4n \operatorname{wst}\varphi - \operatorname{dos}\varphi)\right],$$

a dla części zawartéj pomiędzy

$$\alpha = \alpha_1 \text{ i } \alpha = \varphi,$$

$$q' = \frac{p\rho}{\omega}\left[-\left(1 + \frac{\rho h}{4r^2}\right)\operatorname{dos}^2\alpha + \left(1 + \frac{\rho h}{2r^2}\right) 2n \operatorname{wst}\varphi \operatorname{dos}\alpha + 1 - \frac{\rho h}{4r^2}\operatorname{dos}\varphi\,(4n \operatorname{wst}\varphi - \operatorname{dos}\varphi)\right];$$

w tych równaniach, h ma znaczenie nadane mu w samym początku niniejszéj pracy.

Jeżeli w powyższych wzorach za $\frac{h}{2}$ podstawimy jemu równe u', oznaczające największą odległość od włókna obojętnego ku stronie wypukłéj łuku (extrados), włókien jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego, części jego zawartéj pomiędzy wierzchołkiem a punktem C, i ku stronie wklęsłéj łuku (intrados), dla wszelkich przecięć poprzecznych, części jego zawartéj pomiędzy punktem C a końcem łuku, i oznaczając nadto przez b ilość $\frac{2\rho u'}{r^2}$, t. j. zakładając że

$$\frac{2\rho u'}{r^2} = b \text{ i } \operatorname{dos}\alpha = x,$$

ciśnienie maximum w jakiémkolwiek przecięciu poprzecznem, odpowiadającém kątowi α, wyrazi się przez równanie następujące:

(24)

Dla części łuku BC

$$q = \frac{p\rho}{\omega}\left[\left(\frac{b}{4} - 1\right)x^2 - \left(\frac{b}{2} - 1\right) 2n \operatorname{wst}\varphi . x + 1 + \frac{b}{4}\operatorname{dos}\varphi\,(4n \operatorname{wst}\varphi - \operatorname{dos}\varphi)\right],$$

Dla części łuku CA

$$q' = \frac{p\rho}{\omega}\left[-\left(\frac{b}{4} + 1\right)x^2 + \left(\frac{b}{2} + 1\right) 2n \operatorname{wst}\varphi . x + 1 - \frac{b}{4}\operatorname{dos}\varphi\,(4n \operatorname{wst}\varphi - \operatorname{dos}\varphi)\right].$$

Za pomocą wzorów (24) możemy z łatwością oznaczyć ciśnienia maximum w danym do obliczenia łuku, jakiekolwiek byłoby jego przecięcie poprzeczne, stałe lub zmienne, albowiem po znalezieniu wartości spółczynnika n, równania (24) zachowują swój kształt dla wszelkich przecięć, byleby wartości b i ω były też same co dla pierwotnego przecięcia uważanego.

Roztrząsanie wzorów (24) i tablica dająca wartość spółczynnika maximum dla łuków o przecięciu stałém i symetryczném względem osi zgięcia, posłużą nam do wyprowadzenia następujących wniosków.

Dla wszystkich łuków o przecięciu stałém i symetryczném względem osi zgięcia, dla których stosunek wysokości przecięcia poprzecznego do połowy otworu $\frac{h}{l}$ zostaje zawartym w granicach $\frac{3}{100}$ i $\frac{1}{10}$ obejmujących wszystkie łuki, na jakie w praktyczném zastosowaniu natrafić możemy ; punkt przecięcia poprzecznego, w którym ciśnienie maximum ma miejsce, leży zawsze w wierzchołku i na stronie wypukłéj (extrados) łuku, dla wszystkich łuków, dla których stosunek $\frac{f}{2l}$ jest mniejszy od $\frac{1}{8}$; praca zaś odpowiadająca oznacza się za pomocą równania,

$$q = \frac{pl}{\omega}\left[2n + \frac{lh}{4r^2}\left(1 - 4n \operatorname{sty} \frac{\varphi}{2}\right)\right]. \tag{25}$$

Dla wszystkich łuków, dla których stosunek $\frac{f}{2l}$ jest zawarty w granicach $\frac{1}{8}$ i $\frac{1}{5}$; punkt, w którym ma miejsce ciśnienie maximum, leży jużto w wierzchołku łuku i na stronie jego wypukłéj (extrados), jużto w części bocznéj łuku (reins) i na stronie wklęsłéj (intrados).—W tym ostatnim przypadku położenie przecięcia poprzecznego, odpowiadającego maximum pracy, wyznacza się za pomocą równania następującego :

$$\operatorname{dos} \alpha_1 = n \operatorname{wst} \varphi \frac{1 + \frac{1}{2}\frac{\rho h}{r^2}}{1 + \frac{1}{4}\frac{\rho h}{r^2}}; \text{ lub przybliżonego } \operatorname{dos} \alpha_1 = 2n \operatorname{wst} \varphi, \tag{26}$$

a praca maximum, ma wartość podaną przez równanie,

$$q_1 = \frac{pl}{\omega}\left[\frac{1}{\operatorname{wst} \varphi} + \frac{lh}{r^2}\left(n - \frac{1}{2} \operatorname{doty} \varphi\right)^2\right]. \tag{27}$$

Dla wszystkich łuków, dla których stosunek $\frac{f}{2l}$ jest większy od $\frac{1}{5}$; punkt największego ciśnienia znajdzie się zawsze na stronie wklęsłéj (intrados) łuku, w części jego zawartéj pomiędzy wierzchołkiem i końcem łuku (aux reins). Wartość największego ciśnienia oznaczy się w tym przypadku za pomocą wzoru (27).

Wszystko cośmy dotąd powiedzieli, może być zastosowaném tylko do łuków, dla których nierówność (22) ma miejsce.

Jeżeli warunek (22) nie jest sprawdzonym, ciśnienie maximum ma zawsze miejsce w punkcie podpory A (fig. 7) i oznacza się za pomocą wzoru następującego:

$$q_2 = \frac{pl}{\omega}\left[2n \operatorname{dos} \varphi + \operatorname{wst} \varphi\right]. \tag{28}$$

Wzory (25), (27) i (28) dają możność oznaczenia największego ciśnienia, jakie w danym łuku, pod wpływem ciężaru jednostajnie rozłożonego, wywartém być może; idzie więc tylko w téj chwili o znalezienie ciśnienia maximum maximorum.

Ciśnienie maximum maximorum otrzymać możemy, porównywając ze sobą powyżéj podane wzory, w sposób następujący:

Jeżeli n, stosunek parcia do całkowitego ciężaru, jest większy od granicy oznaczonéj nierówności (22), maximum maximorum będzie równe większéj z dwóch wartości otrzymanych, rozwiązując wzory (25) i (27), z których pierwszy odpowiada punktowi leżącemu w wierzchołku i na stronie jego wypukłéj, a drugi punktowi leżącemu w części środkowéj łuku (reins) i na stronie wklęsłéj (intrados).

Jeżeli n jest mniejszy od granicy oznaczonéj nierównością (22), ciśnienie maximum maximorum, będzie równe większéj z dwóch wartości otrzymanych, rozwiązując wzory (25) i (28), z których pierwszy odpowiada punktowi leżącemu w wierzchołku łuku i na stronie jego wypukłéj, jak to powiedzieliśmy powyżéj, a drugi punktowi leżącemu na stosudze początku (joint des naissances).

Jednêm słowem, ażeby znaleźć ciśnienie maximum maximorum, należy rozwiązać raz, dwa równania (25) i (27), drugi raz, równania (25) i (28) i z wartości tak otrzymanych wziąć bez względu na znak, większą.

Oznaczenie największego ciągnienia, sprowadza się więc obecnie do prostego porównania wzorów powyżéj podanych, znalezienie wartości największych ciągnień, ma tylko wtenczas pewną wartość, kiedy ich wielkość staje się równą największym ciśnieniom. Wzory służące do oznaczenia ciśnień służą także do oznaczenia ciągnień; powiemy więc tylko tutaj, że jeżeli dany do obliczenia łuk zniżony ku środkowi, ma przecięcie poprzeczne stałe i symetryczne na całéj jego długości, dla takiego łuku bez wyjątku, ciągnienia są zawsze mniejsze od ciśnień. Zjawisko zupełnie podobne ma miejsce także dla łuków, których przecięcie poprzeczne będąc stałém na całéj długości, nie jest symetryczném; wszakże, w tym ostatnim przypadku zdarzyć się może, że natężenia maximum w niektórych punktach, szczególniéj wklęsłéj strony łuku, mają wartości przewyższające ciśnienia maximum, a zatém ich znajomość dokładna staje się użyteczną.

Jeżeli spółczynnik n jest równy lub mniejszy od połowy dotycznéj kąta φ, największe ciągnienie a zatém najmniejsze ciśnienie ma miejsce w kluczu i na wklęsłéj stronie łuku; wartość jego obliczyć się daje za pomocą wzoru następującego:

$$q = \frac{pl}{\omega}\left[2n + \frac{lu'}{2r^2}\left(1 + 4n \operatorname{sty} \frac{\varphi}{2}\right)\right], \tag{29}$$

wartość tak otrzymana przedstawi ciągnienie tylko wtenczas, kiedy ona będzie odjemną.

Jeżeli spółczynnik n jest większy od połowy dotycznéj kąta φ, największe ciągnienie i najmniejsze ciśnienie ma miejsce: jużto w kluczu na wypukłéj stronie łuku, już też w części łuku zawartéj pomiędzy wierzchołkiem i punktem podpory na wypukłéj jego stronie, w tymże samym punkcie, w którym ma miejsce największe ciśnienie; wartość jego daje się obliczyć za pomocą wzoru

$$q_1 = \frac{pl}{\omega}\left[\frac{1}{\operatorname{wst} \varphi} - \frac{2lu'}{r^2}\left(n - \frac{1}{2} \operatorname{doty} \varphi\right)^2\right], \tag{30}$$

który oznaczy ciągnienie wtenczas tylko, kiedy ilość otrzymana będzie odjemną. Ciągnienie maximum maximorum otrzymane z dwóch powyższych wzorów, jeżeli dwie tak otrzymane wartości są odjemne, znajduje się biorąc większą.

Dodamy tu jeszcze jako wskazówkę, że dla wszystkich łuków zniżonych ku środkowi o przecięciu symetryczném, dla których stosunek $\frac{f}{2l}$ jest mniejszy od $\frac{1}{8}$; największe ciągnienie ma zawsze miejsce w kluczu, na wklęsłéj stronie łuku, a wartość jego stosunkowo jest bardzo mała; dla wszystkich zaś łuków dla których stosunek $\frac{f}{2l}$ jest większy od $\frac{1}{5}$; ciągnienie maximum ma zawsze miejsce pomiędzy wierzchołkiem i punktem podpory, na wypukłéj jego stronie; wartość jego jest tém większą i tém bardziéj prawdopodobną, im dany do obliczenia łuk zbliża się więcéj do pół okręgu koła.

Ponieważ oznaczenie wartości największych ciągnień jest tylko wtenczas zajmującém, kiedy te ciągnienia przewyższają największe ciśnienia, lub kiedy im są równe, postaramy się więc tutaj podać granice różnic odległości punktów leżących na stronie wypukłéj i na stronie wklęsłéj łuku, od włókna obojętnego; poniżéj których, ciągnienia największe będą zawsze mniejsze od największych ciśnień.

Dla wszystkich łuków zniżonych w wierzchołku, których przecięcie poprzeczne jest stałe, lecz wzmocnione na wypukłéj stronie, największe ciągnienie staje się równe największemu ciśnieniu, jeżeli warunek następujący ma miejsce

$$(31) \qquad \frac{u'-u}{l} = \frac{8n\frac{r^2}{l^2}}{1-4n\,\mathrm{sty}\,\frac{\varphi}{l}}.$$

Widzimy więc że wszelkie największe ciśnienia będą większe od największych ciągnień, jeżeli będziemy mieli:

Dla łuków których stosunek $\frac{f}{2l}$ będzie większy od $\frac{1}{21}$, $\quad \frac{u'-u}{l} < 0{,}0066$;

id. $\quad \frac{f}{2l} \quad$ id. $\quad \frac{1}{12}$, $\quad \frac{u'-u}{l} < 0{,}0115$;

id. $\quad \frac{f}{2l} \quad$ id. $\quad \frac{1}{10}$, $\quad \frac{u'-u}{l} < 0{,}0139$;

id. $\quad \frac{f}{2l} \quad$ id. $\quad \frac{1}{8}$, $\quad \frac{u'-u}{l} < 0{,}0146$.

Dla wszystkich łuków zbliżających się do pół okręgu koła i wzmocnionych na wklęsłéj stronie, największe ciśnienia stają się równe największym ciągnieniom jeżeli mamy:

$$(32) \qquad \frac{u-u'}{l} = \frac{\frac{r^2}{l^2}}{\mathrm{wst}\,\varphi\left(n-\frac{1}{2}\,\mathrm{doty}\,\varphi\right)^2},$$

a zatém, ciśnienia będą zawsze większe od ciągnień dla łuków, których stosunek,

$\frac{f}{2l}$ jest mniejszy od $\frac{1}{5}$ a $\quad \frac{u-u'}{l} < 0{,}0196$;

$\frac{f}{2l} \quad$ id. $\quad \frac{1}{4}$ « $\quad \frac{u-u'}{l} < 0{,}0109$;

$\frac{f}{2l} \quad$ id. $\quad \frac{1}{3}$ « $\quad \frac{u-u'}{l} < 0{,}0053$;

$\frac{f}{2l}$ jest mniejszy lub równy $\frac{1}{2}$ « $\quad \frac{u-u'}{l} < 0{,}0022$.

Granice powyżéj oznaczone są już wystarczające do poznania *à priori* konieczności obliczania ciągnień, wskazują one nadto, że obliczanie ciągnień może być tylko potrzebném zajmując się łukami, które zbliżają się do pół okręgu koła.

Tutaj kończy się kwestya dotycząca oznaczania ciśnień lub ciągnień maximum maximorum, wywieranych w praktyce w łukach zniżonych ku środkowi i zostających pod wpływem ciężaru jednostajnie rozłożonego na jednostkę długości. Przejdziemy więc obecnie do oznaczenia ciśnień lub ciągnień maximum maximorum, pod wpływem rozszerzalności i osadzenia końców łuku.

Niech będzie łuk metaliczny o włóknie obojętném kołowém, wystawiony na działanie temperatury pomijając wszelkie inne siły zewnętrzne i jego ciężar. Wzory służące do obliczania ciśnienia w każdém przecięciu poprzeczném, zostały podane w poprzedzającym paragrafie, wzory (18).

Siła N jest wszędzie odjemna, przedstawia więc ona zawsze ciśnienie dla każdego przecięcia poprzecznego łuku, moment $\mathfrak{M}$, którego znak zmienia się tylko odpowiednio do y, jest także odjemny, a zatém przedstawia on ciśnienie dla wszystkich punktów łuku leżących na wklęsłéj jego stronie, widoczném więc jest iż wszelkie punkta strony wklęsłéj łuku będą bezwarunkowo ciśnione.

Wartość momentu $\mathfrak{M}$ zwiększa się wraz z wartością ilości y, a ta ostatnia jest największą w wierzchołku łuku, t. j. w punkcie, w którym y jest równe strzałce włókna obojętnego, ciśnienie zatém maximum maximorum będzie miało miejsce w wierzchołku łuku i na wklęsłéj jego stronie, a wartość jego analityczna będzie wyrażoną następującém równaniem :

$$(33) \qquad q = \frac{Q}{\omega}\left(1 + \frac{hf}{2r^2}\right).$$

Jeżeli w tém równaniu za Q podstawimy jego wartość (9), otrzymamy :

$$(34) \qquad q = \frac{\delta e}{\omega}\left[\frac{1 + \frac{hf}{2r^2}}{1 + \frac{8}{15}\frac{f^2}{r^2}}\right].$$

Wartości ilości δ i e zawartych w tym wzorze, zostały podane w pierwszéj części niniejszéj pracy.

1° *Ciśnienia maximum maximorum utworzone działaniem sił jednostajnie rozłożonych na całéj długości włókna obojętnego łuku.*

Detaliczny rozbiór tego przypadku rozkładu ciśnień, znajdziemy w dalszym ciągu niniejszéj pracy mówiąc o działaniu ciężarów przypadkowych. Zobaczymy tam, że z małemi tylko zmianami, wszystko cośmy powiedzieli powyżéj dla ciężaru jednostajnie rozłożonego na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego, stosuje się także do przypadku o którym mowa.

2° *Ciśnienia maximum maximorum wywarte działaniem ciężarów dowolnie rozłożonych na całéj długości łuku.*

Dla łuków zniżonych ku środkowi, należących do kategoryi, którą się w téj chwili zajmujemy, t. j. do téj, dla któréj $\frac{f}{2l}$ zmienia się w granicach $\frac{1}{8}$ i $\frac{1}{12}$; najstosowniéj będzie dla oznaczenia ciśnienia maximum maximorum, użyć wzorów, które podaliśmy powyżéj od (13) do (18) włącznie, i wykreślić krzywe ciśnień, wywartych w danym łuku pod wpływem odpowiadających rozkładów sił, a rzędne tych krzywych, których wartości będą największe, wskażą nam ciśnienia maximum maximorum. Odcięte przecięć, w których ciśnienia maximum maximorum mają miejsce, są dane przez dostawy kątów odpowiadających tym przecięciom poprzecznym. Sposób oznaczenia ciśnienia maximum maximorum który tu podajemy, może być zastosowanym z całą łatwością dla wszelkich rozkładów sił i jakakolwiek byłaby ich liczba. Jeżeli ciężar działający na dany łuk jest tylko jeden, zastosowanie wzorów (14), (15) będzie dostateczne do oznaczenia krzywych ciśnień, a tém samém i do znalezienia ciśnień maximum maximorum. W tym pzzedmiocie cokolwiek obszerniejsze objaśnienie podaném będzie przy rozbiorze wpływu, jaki wywierają ciężary przypadkowe działające na dany łuk.

3° *Obliczania ciśnień maximum maximorum za pomocą tablic.*

Obliczanie ciśnień maximum maximorum, może być bardzo uproszczoném przez użycie tablic na ten cel przygotowanych, które dają ich wartości w przybliżeniu. Błąd popełniony postępując w ten sposób jest równy 4%, jednakże dla skrócenia pracy, szczególniéj w przypadku, gdzie dokładność matematyczna nie jest koniecznie wymagalną, tablice o których mowa mogą oddać wielką usługę. Tablica V odnosi się jedynie do ciężarów jednostajnie rołożonych na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego łuku, jest ona obliczoną stosując powyżéj podane wzory (25), (27) i (28), które przedstawić możemy w następującym kształcie :

(35) $$q=\frac{pl}{\omega}\beta.$$

Ilość β zawarta we wzorze (35), przybiera wartości następujące :

Dla wzoru (25) $$\beta=2n+\frac{lh}{4r^2}\left(1-4n\operatorname{sty}\frac{\varphi}{2}\right)$$

« (27) $$\beta=\frac{1}{\operatorname{wst}\varphi}+\frac{lh}{r^2}\left(n-\frac{1}{2}\operatorname{doty}\varphi\right)^2,$$

« (28) $$\beta=2n\operatorname{dos}\varphi+\operatorname{wst}\varphi.$$

w których n zachowuje niezmiennie swą wartość podaną powyżéj, t. j.

$$n=\frac{Q}{2pl}.$$

Argumenta służące za klucz do tablicy V są : $\frac{r^2}{l^2}$, $\frac{h}{l}$ i $\frac{2\varphi}{\pi}$. Jeżeli wartość jednego jakiegokolwiek z nich jest daną, dwa drugie będą miały wartości zależne i tak, jeżeli wartość argumentu $\frac{r^2}{l^2}$ jest wyznaczoną, argument $\frac{h}{l}$ może przyjąć tylko wartości zawarte w granicach :

$$2\sqrt{\frac{r^2}{l^2}}<\frac{h}{l}<4\sqrt{\frac{r^2}{l^2}},$$

które odpowiadają następującym :

Dla $\frac{r^2}{l^2}=0,0001$ minimum $\frac{h}{l}=0,030$ maximum $\frac{h}{l}=0,055$,

» 0,0002 » 0,030 » 0,070,

» 0,0003 » 0,030 » 0,080,

Dla $\frac{r^2}{l^2}=$ 0,0004	minimum $\frac{h}{l}=$ 0,035	maximum $\frac{h}{l}=$ 0,090,
« 0,0005	« 0,040	« 0,100,
« 0,0006	« 0,045	« 0,100,
« 0,0008	« 0,050	« 0,100,
« 0,0010	« 0,060	« 0,100,
« 0,0012	« 0,065	« 0,100,
« 0,0015	« 0,070	« 0,100.

Kréski, które napotykamy w tablicy V^{ej} oznaczają granice, w których każdy z wzorów (25), (27) i (28) był użytym ; wszelkie wartości wpisane ponad kréską, o któréj mowa, otrzymane zostały za pomocą wzoru(25); wszystkie zaś leżące poniżéj téj kreski wynikają z zastosowania wzoru(27); części puste téj tablicy wskazują że wzór (28) nie mógł być nigdzie użytym, czyli że ciśnienia maximum maximorum na stosudze początku (joint des naissances) mają miejsce dla łuków należących do działu, którym się ajmujemy, bardzo rzadko.

Na tém zakończymy rozdział drugi naszéj pracy, odnoszący się do oznaczenia wartości ciśnienia maximum maximorum dla łuków o włóknie obojętném kołowém i zniżonych ku środkowi; rozdział trzeci traktujący o ciężarach przypadkowych, dopełni niektóre niedostatki napotykane w niniejszym rozdziale i wskaże zarazem, w jaki sposób działają na dany do obliczenia łuk metaliczny, ciężary przypadkowe napotykane w praktyce.

CZĘŚĆ III

OZNACZENIE POŁOŻENIA NAJNIEKORZYSTNIEJSZEGO CIĘŻARÓW PRZYPADKOWYCH.

Wstęp. — Jakikolwiek most metaliczny, mający kształt łuku koła, składa się zazwyczaj z trzech głównych części :

1° Belki prostéj, tworzącéj jego część górną, dotykającéj łuku w okolicach klucza, a końcami swemi spoczywającéj na przyczółkach, jeżeli most jest jednoarkadowy, lub na filarach, jeżeli most ma kilka arkad. Belkę tę nazywają zazwyczaj podłużnikiem (longeron).

2° Części zwanéj bębnem (tympans), zawartéj w przestrzeni zamkniętéj pomiędzy punktem w którym podłużnik spotyka łuk i przyczułkami. Cała ta przestrzeń jest zazwyczaj pustą i w niéj to znajdują się pomieszczone tak zwane słupki pionowe (montants verticaux) i łączniki pochylone (liens obliques), służące do związania łuku z podłużnikiem. Częstokroć się zdarza że bęben wypełniony jest słupkami pionowymi, połączonymi pomiędzy sobą za pomocą maleńkich sklepień (łuków) także metalicznych, zadaniem których jest utworzenie zależności pomiędzy cząstkami składowemi mostu.

3° Samego łuku.

Znając z powyższego główne części składowe danego do obliczenia mostu metalicznego, przedstawmy w sposób treściwy obecnie, jaką one grają rolę w całéj budowli.

1° *Podłużnik* (*longeron*). — Wszystkie poprzecznice (entretoises) mostu są połączone z podłużnikiem, i wskutek tego przerzucają nań działania wszystkich ciężarów jakie na moście znajdować się mogą. Podłużnik więc, zapatrując się nań z punktu widzenia « wytrzymałości materyałów », winien mieć dostateczne wymiary, żeby pod wpływem ciężarów o których mowa nie uległ zgięciu lub złamaniu.

2° *Bęben* (*tympans*). — Słupki i łączniki pochyłe lub słupki i małe sklepienia, wypełniające tę część mostu, są w górnych ich częściach połączone z podłużnikiem, w dolnych zaś dotykają samego łuku; zadaniem ich jest przesłanie działań wywartych w podłużniku, pod wpływem ciężarów na most działających, na sam łuk. Winny one być obliczane w ten sposób, żeby pod wpływem największych ciężarów, jakie na danym moście przytrafić się mogą, nie nastąpiło, ani zgięcie, ani skręcenie, ani żadne inne uszkodzenie, mogące w następstwie spowodować zniszczenie całéj lub części tylko budowli. Dodamy tu nawiasem; chociaż ta kwestya wychodzi już za obręb naszéj pracy, iż wprawny Inżynier umieszcza zawsze części składowe mostu w ten sposób, że osie poprzecznic odpowiadają dokładnie osiom filarów zawartych w bębnie.

3° *Łuk* (*arc*). — Końce dolne słupków pionowych bębna i łączników pochyłych są zawsze przymocowane do samego łuku wprost lub za pomocą osobnych przyrządów; podłużnik (longeron) spoczywa podobnież na samym łuku, więc widoczném jest, że wszelkie działania wywarte w każdéj z tych części składowych, pod wpływem ciężarów działających na pokładzie, są natychmiast przesłane na sam łuk; ten więc ostatni winien zadosyć czynić wszelkim warunkom wymagalnym od dobréj konstrukcyi, t. j. że wymiary mu nadane winny być takie, ażeby w każdym punkcie jakiegokolwiek jego przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę, praca wywarta była mniejszą od spółczynnika pracy oznaczonego przez wyższą administracyę.

Szczegóły które tu podajemy, należące jużto do czystéj praktyki już téż z dziedziny czysto analitycznéj wypływające, są dostateczne dla jasnego pojęcia kwestyi, nimi to przedewszystkiém zająć się należy Inżynierowi, dla doskonałego wyznaczenia wymiarów części składowych danego do zbudowania mostu.

Przejdźmy obecnie do oznaczenia sposobu, w jaki, tak ciężar stały jednostajnie rozłożony (ciężar samego mostu), jak ciężary przypadkowe, działają na dany łuk metaliczny. Z powyżéj podanego składu mostu metalicznego widzimy natychmiast, że na całéj przestrzeni, gdzie podłużnik dotyka łuku, t. j. w okolicach klucza, ciężary działające na pokład mostu winny być uważane jako jednostajnie rozłożone na jednostkę długości włókna obojętnego łuku, szczególniéj kiedy ciężar przypadkowy jest jednostajnie rozłożony na powierzchni pomostu. W częściach mostu znajdujących się nad bębnem, tak ciężar stały jak ciężar przypadkowy mogą być uważane za jednostajnie rozłożone tylko wtenczas, kiedy słupki pionowe umieszczone w bębnie są dostatecznie do siebie zbliżone, t. j. kiedy odległości ich pomiędzy sobą nie przekraczają granicy, po za którą, przyjmując ciężary przez nie przesłane na łuk, za jednostajnie rozłożone na jednostkę długości włókna obojętnego łuku, ścisłość rachunków nie jest naruszoną. W granicach o których w téj chwili mówimy, uważać tylko możemy bezwzględnie za ciężar jednostajnie rozłożony ciężar samego łuku.

Dokładne oznaczenie wymiarów części składowych mostu, a w szczególności wymiarów samego łuku, zależy nadewszystko od doskonałéj znajomości rozkładu ciężarów działających na most, a w szczególności, od rozkładu ciężaru przypadkowego, który zajmuje jużto pewną tylko część całego pomostu, już téż pokrywa go w całości.

Wiemy już z części drugiéj niniejszéj pracy, że pod wpływem ciężaru przypadkowego jednostajnie rozłożonego na całéj długości pomostu, największe ciśnienia mają zawsze miejsce na stosudze początku, jeżeli są wywarte na wklęsłej stronie łuku; mają zaś one miejsce w okolicach powyżéj wspomnianéj stosugi, jeżeli są wywarte na wypukłéj stronie łuku. Porządaném więc byłoby poznać rozkład ciężarów przypadkowych na pomoście, tworzących przy tychże samych pozostałych warunkach, największe ciśnienia w pozostałych częściach łuku, t. j. w częściach łuku leżących w okolicach klucza i w częściach środkowych, zawartych pomiędzy kluczem i początkami łuku (reins). Część trzecia niniejszéj pracy zajmie się właśnie oznaczeniem dla każdego jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku, położenia najniekorzystniejszego ciężaru przypadkowego i wskazaniem ostatecznych jego granic na danym pomoście.

Oznaczenie największego ciśnienia wywartego na stronie wypukłéj jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku.

Niech będzie jakikolwiek łuk o włóknie obojętném kołowém; weźmy na jego długości jakiekolwiek przecięcie poprzeczne np. to, które tworzy z pionową przechodzącą przez wierzchołek łuku kąt α (fig. 8); największe możliwe ciśnienie na stronie wypukłéj tego przecięcia otrzymamy, rozkładając na łuku po obu stronach tego przecięcia poprzecznego, wszystkie ciężary, które w skutek ich położenia na łuku, wywierają ciśnienie na jego stronę wypukłą (l'extrados).

Jeżeli po prawéj stronie przecięcia poprzecznego łuku, zrobionego w punkcie np. M, przyczepimy jakikolwiek ciężar P w punkcie np. M', wzory (14) podane w drugiéj części niniejszéj pracy dadzą wartości dla siły N i dla momentu $\mathfrak{M}$.

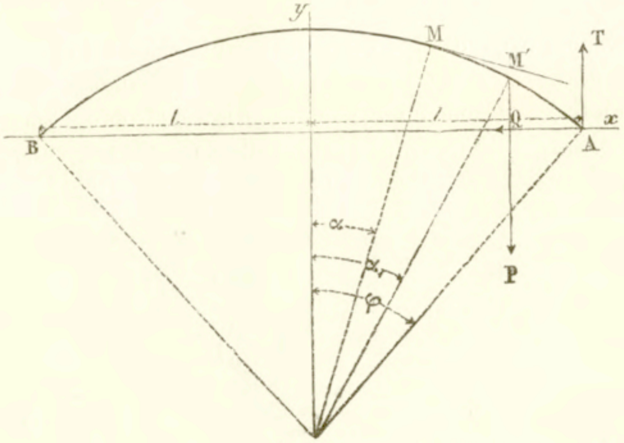

Fig. 8.

Znając powyższe wartości, z łatwością otrzymamy pracę wywartą na wypukłéj powierzchni łuku za pomocą wzoru (13).

$$q = \frac{N}{\omega} + \frac{\mathfrak{M}\,u'}{I},$$

w którym za N i $\mathfrak{M}$, podstawimy wartości podane w równaniach (14) i za I jego wartość

$$I = r^2\omega.$$

Wzór tak otrzymany przyjmie kształt następujący:

$$(38)\quad \frac{N}{\omega} + \frac{\mathfrak{M}\,u'}{I} = \frac{P}{\omega}\left[\frac{\operatorname{wst}\varphi - \operatorname{wst}\theta}{2\operatorname{wst}\varphi}\left(\frac{b}{2} - 1\right)\operatorname{wst}\alpha - C\gamma\left(\frac{b}{2} - 1\right)\operatorname{dos}\alpha + \frac{b}{2}\left(\frac{\operatorname{wst}\varphi - \operatorname{wst}\theta}{2} + C\gamma\operatorname{dos}\varphi\right)\right],$$

w którym $b = \frac{2\rho u'}{r^2}$.

Wartość oznaczona wzorem (38), przedstawi ciśnienie na stronie wypukłéj łuku, jeżeli ilość zawarta w nawiasie będzie dodatną, t. j. jeżeli będziemy mieli :

$$(39)\qquad \frac{1}{2}\left(\text{wst}\,\varphi-\text{wst}\,\theta\right)\left[\left(\frac{b}{2}-1\right)\frac{\text{wst}\,\alpha}{\text{wst}\,\varphi}+\frac{b}{2}\right]-\text{C}\gamma\left[\left(\frac{b}{2}-1\right)\text{dos}\,\alpha-\frac{b}{2}\text{dos}\,\varphi\right]\geqq 0.$$

Wzór (39) da odrazu wartość spółczynnika głównéj części parcia i otrzymamy :

$$\text{C}\leqq\frac{1}{2\gamma}\left(\text{wst}\,\varphi-\text{wst}\,\theta\right)\frac{\left(\frac{b}{2}-1\right)\frac{\text{wst}\,\alpha}{\text{wst}\,\varphi}+\frac{b}{2}}{\left(\frac{b}{2}-1\right)\text{dos}\,\alpha-\frac{b}{2}\text{dos}\,\varphi}$$

lub ostatecznie, zowiąc z rzędnę odpowiadającą odciętéj wst θ, linii prostéj, któréj równanie ma kształt następujący :

$$(40)\qquad z=\frac{1}{2\gamma}\left(\text{wst}\,\varphi-\text{wst}\,\theta\right)\frac{\left(1-\frac{2}{b}\right)\frac{\text{wst}\,\alpha}{\text{wst}\,\varphi}+1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{dos}\,\alpha-\text{dos}\,\varphi},$$

jeżeli warunek następujący będzie miał miejsce,

$$(41)\qquad \text{C}\geqq z.$$

Równanie (40) stosowaném być może tylko do oznaczenia ciśnień wywartych przez ciężary rozłożone na danym łuku, po prawéj stronie przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę. Zobaczmy obecnie w jaki sposób winny być rozłożone ciężary leżące po lewéj stronie przecięcia poprzecznego o którém mowa, ażeby działanie przez nie sprawione było ciśnieniem. W tym celu, sprawdźmy czy wzór (41), w którym za z należy podstawić wartość następującą, w przypadku o którym mówimy, ma miejsce, t. j. czy

$$(42)\qquad z=\frac{1}{2\gamma}\left(\text{wst}\,\varphi+\text{wst}\,\theta\right)\frac{1-\left(1-\frac{2}{b}\right)\frac{\text{wst}\,\alpha}{\text{wst}\,\varphi}}{\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{dos}\,\alpha-\text{dos}\,\varphi}$$

daje zawsze $\text{C}\leqq z$.

W równaniu (42) kąt θ powinien być liczonym odjemnie z lewéj strony pionowéj przechodzącéj przez wierzchołek łuku.

Możemy obecnie streścić wszystko cośmy dotąd powiedzieli w sposób następujący. Ciężar P przyczepiony w jakimkolwiek punkcie łuku, wywrze ciśnienie na stronie wypukłéj przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę wtedy tylko, kiedy rzędne linii prostych przedstawionych przez równania (40) i (42), będą większe od rzędnéj krzywéj spółczynników głównéj części parcia, dla jednéj i tejże saméj odciętéj wst θ, punktu przyczepieniu na łuku ciężaru P.

Zobaczmy obecnie jakim zmianom ulegają linie proste przedstawione przez równania (40) i (42) i oznaczmy punkta przecięcia ich z krzywą spółczynników głównéj części parcia, dla wszelkich wartości kąta α, zawartych w granicach od zera do φ (*).

(*) Podzielimy zadanie to na dwie części; w pierwszéj zajmiemy się prostemi przedstawionemi przez równanie (40), a w drugiéj prostemi wyrażonemi wzorem (42).

Dla oznaczenia sposobem analitycznym punktów przecięcia się prostéj, przedstawionéj równaniem (40), z krzywą spółczynników głównéj części parcia, zauważymy najprzód, że wszystkie te proste przecinają oś x w początku łuku A, dla którego wst $\theta =$ wst φ; znamy więc już jeden punkt, przez który wszystkie proste, o których mowa, muszą przechodzić; idzie więc tylko o znalezienie ich drugiego punktu, t. j. punktu w którym one przecinają krzywę spółczynników głównéj części parcia.

Dla znalezienia tego drugiego punktu szukanego, uważmy najprzód, że żeby przecięcie się, którego szukamy, mogło mieć miejsce, niezbędném jest, żeby rzędne prostych o których mowa wzięte w wierzchołku łuku, t. j. na osi rzędnych, były mniejsze od rzędnéj liczonéj na téjże osi, stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia, poprowadzonéj przez początek łuku A. Otóż wyrażenie ogólne rzędnych o których mowa jest następujące:

(43) $$z = \frac{1}{2\gamma}\,\frac{\left(1 - \frac{2}{b}\right)\text{wst}\,\alpha + \text{wst}\,\varphi}{\left(1 - \frac{2}{b}\right)\text{dos}\,\alpha - \text{dos}\,\varphi}.$$

Wyrażenie analityczne rzędnéj stycznéj do krzywéj spółczyników głównéj części parcia (fig. 9) jest:

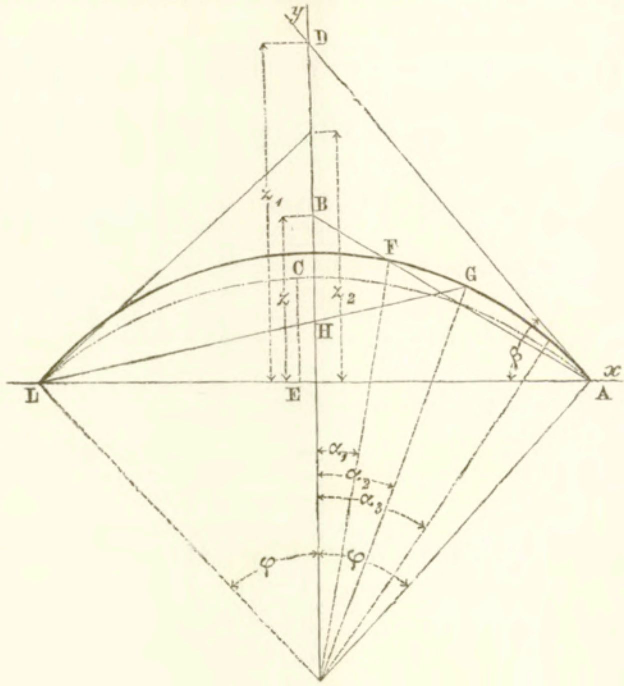

Fig. 9.

$$z_1 = \text{wst}\,\varphi\ \text{sty}\,\beta,$$

gdzie β oznacza kąt zawarty pomiędzy osią odciętych Ex i styczną AD, trzeba więc żeby:

$$z < z_1.$$

Oznaczmy natychmiast wartość analityczną sty β.

Równanie, krzywéj spółczynników głównéj części parcia, podane przez p. Bresse'a jest następujące:

$$C = \frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{2}(\text{wst}^2\varphi - \text{wst}^2\theta) + \text{dos}\,\varphi\,(\text{dos}\,\theta + \theta\,\text{wst}\,\theta - \text{dos}\,\varphi - \varphi\,\text{wst}\varphi)}{\varphi + 2\varphi\,\text{dos}^2\varphi - 3\,\text{wst}\,\varphi\,\text{dos}\,\varphi}.$$

Pochodna tego równania względem θ, da nam natychmiast wartość spółczynnika kątowego stycznéj odpowiadającéj kątowi θ, pomnąc że nasza krzywa została wykreśloną biorąc za odcięte wstawy kątów. Otrzymamy więc :

$$\text{sty}\,\beta = \frac{\text{wst}\,\varphi - \varphi\,\text{dos}\,\varphi}{\varphi + 2\varphi\,\text{dos}^2\varphi - 3\,\text{wst}\,\varphi\,\text{dos}\,\varphi}.$$

Podstawiając tak otrzymaną wartość w równaniu (14), widzimy, że granicą, po za którą proste przedstawione w równaniu (40), nie przetną daléj krzywéj spółczynników głównéj części parcia, będzie wyrażenie następujące :

$$z = z_1 = \frac{\text{wst}\,\varphi\,(\text{wst}\,\varphi - \varphi\,\text{dos}\,\varphi)}{\varphi + 2\varphi\,\text{dos}^2\varphi - 3\,\text{wst}\,\varphi\,\text{dos}\,\varphi}. \tag{45}$$

Podstawiając w równaniu (45) za z jego wartość podaną w równaniu (43), otrzymamy

$$z_1 = \frac{1}{2\gamma}\,\frac{\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{wst}\,\alpha + \text{wst}\,\varphi}{\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{dos}\,\alpha - \text{dos}\,\varphi},$$

podnosząc do kwadratu i znosząc mianownik otrzymamy :

$$4\gamma^2 z_1^2\left(1-\frac{2}{b}\right)^2(1-\text{wst}^2\alpha) + 4\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}^2\varphi - 8\gamma^2 z_1^2\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{dos}\,\alpha\,\text{dos}\,\varphi - \left(1-\frac{2}{b}\right)^2\text{wst}^2\alpha - \text{wst}^2\varphi$$
$$-2\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{wst}\,\alpha\,\text{wst}\,\varphi = 0,$$

wykonywając i zmieniając znaki równania, będzie :

$$\text{wst}^2\alpha\left(1-\frac{2}{b}\right)^2[1+4\gamma^2 z_1^2] - 4\gamma^2 z_1^2\left(1-\frac{2}{b}\right)^2 - 4\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}^2\varphi + \text{wst}^2\varphi + 2\left(1-\frac{2}{b}\right)[\text{wst}\,\alpha\,\text{wst}\,\varphi +$$
$$+ 4\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}\,\alpha\,\text{dos}\,\varphi] = 0.$$

dzieląc całe równanie przez $\left(1-\frac{2}{b}\right)^2$ otrzymamy :

$$\text{wst}^2\alpha\,(1+4\gamma^2 z_1^2) - 4\gamma^2 z_1^2 - \frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}[4\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}^2\varphi - \text{wst}^2\varphi]$$
$$+2\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}[\text{wst}\,\alpha\,\text{wst}\,\varphi + 4\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}\,\alpha\,\text{dos}\,\varphi] = 0,$$

dodając i odejmując $\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}4\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}^2\varphi$ i $\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}2\gamma z_1\,\text{wst}\,\varphi\,\text{dos}\,\varphi$ będzie:

$$\text{wst}^2\alpha\,(1+4\gamma^2 z_1^2) - 4\gamma^2 z_1^2 + \frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}[\text{wst}\,\varphi + 2\gamma z_1\,\text{dos}\,\varphi]^2 - \frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}8\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}^2\varphi$$
$$-2\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}\gamma z_1\,\text{wst}\,\varphi\,\text{dos}\,\varphi + 2\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}\left[\text{wst}\,\alpha\,\text{wst}\,\varphi + 4\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}\,\alpha\,\text{dos}\,\varphi\right] = 0,$$

podstawiając za wst α jemu równe x i za $\frac{1}{1-\frac{2}{b}}\left[\text{wst}\,\varphi + 2\gamma z_1 \,\text{dos}\,\varphi\right]$ jemu równe g, mamy

$$x^2(1+4\gamma^2 z_1^2) - (4\gamma^2 z_1^2 - g^2) + 2\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}\,\text{wst}\,\varphi\, x + 8\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}\,\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}\,\varphi\,\text{dos}\,\alpha - \frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}\,8\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}^3\varphi$$

$$-2\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}\,\gamma z_1\,\text{wst}\,\varphi\,\text{dos}\,\varphi = 0,$$

czyli,

$$x^2(1+4\gamma^2 z_1^2) - (4\gamma^2 z_1^2 - g^2) + 2\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}\,\text{wst}\varphi\, x + 2\,\frac{4\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}\,\varphi}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}\left[\text{dos}\,\alpha - \frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}\,\text{dos}\,\varphi\right]$$

$$-2\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}\,\gamma z_1\,\text{wst}\,\varphi\,\text{dos}\,\varphi = 0.$$

Jeżeli w ostatniém równaniu, za dosα podstawimy jego wartość otrzymaną z równania (43), t. j.

$$\text{dos}\,\alpha = \frac{1}{2\gamma z_1}\,x + \frac{1}{2\gamma z_1\left(1-\frac{2}{b}\right)}\,\text{wst}\,\varphi + \frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}\,\text{dos}\,\varphi.$$

będzie :

$$x^2(1+4\gamma^2 z_1^2) - (4\gamma^2 z_1^2 - g^2) + 2\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}\,\text{wst}\,\varphi\, x + 2\,\frac{4\gamma^2 z_1^2\,\text{dos}\,\varphi}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}\left[\frac{1}{2\gamma z_1}\,x + \frac{1}{2\gamma z_1\left(1-\frac{2}{b}\right)}\,\text{wst}\,\varphi\right]$$

$$-2\,\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)^2}\,\gamma z_1\,\text{wst}\,\varphi\,\text{dos}\,\varphi = 0,$$

zkąd ostatecznie, wykonywając i redukując otrzymamy :

$$(46)\qquad x^2(1+4\gamma^2 z_1^2) + 2gx - (4\gamma^2 z_1^2 - g^2) = 0.$$

Równanie stopnia drugiego, które w ten sposób otrzymaliśmy, posłuży nam do oznaczenia wartości kąta α_1 (fig. 9), który zazwyczaj jest bardzo małym.

Zauważyć tu należy że jeżeli kąt

$$\alpha = 0,$$

równanie (43) przyjmuje kształt następujący :

$$(46')\qquad z = \frac{1}{2\gamma}\cdot\frac{\text{wst}\,\varphi}{\left(1-\frac{2}{b}\right) - \text{dos}\,\varphi},$$

czyli że w kluczu, wartość rzędnéj, prostéj przedstawionéj równaniem (40), jest zawsze większa od rzędnéj krzywéj spółczynników głównéj części parcia EC. Tablice p. Bresse'a, o których mówiliśmy poprzednio, pozwalają sprawdzić to podanie natychmiast. Widzimy nadto, że kąt α zwiększając się do granicy α_1, z zwiększa się także bezustannie.

Z powyższego dowodzenia przychodzimy do następujących wniosków :

1° Dla wszystkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = 0 \quad \text{i} \quad \alpha = \alpha_1,$$

proste przecinają krzywę spółczynników główněj części parcia i mają z nią punkta wspólne takie jak np. punkt F, i rzędne ich są większe od rzędnych krzywěj, zacząwszy od punktu F i zbliżając się ku kluczowi* łuku. Dla otrzymania więc największego ciśnienia na wypukłěj stronie przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę i leżącego w oznaczonych granicach, przyjąć należy do rachunku wszystkie ciężary działające na łuk pomiędzy těm przecięciem i odpowiadającym punktem takim jak F.

2° Dla wszystkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach,

$$\alpha = \alpha_1 \quad \text{i} \quad \alpha = \varphi.$$

rzędne prostych (40) odpowiadających tym przecięciom są bezustannie większe od rzędnych krzywěj spółczynników główněj części parcia. Dla otrzymania więc ciśnienia maximum maximorum na wypukłěj stronie przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę, należy brać wszelkie ciężary działające na łuk pomiędzy těm przecięciem i początkiem łuku leżącym na prawo.

Dotąd dowiedzieliśmy się w jaki sposób działają ciężary rozłożone po těj saměj stronie łuku co i przecięcie, w którém zamierzamy oznaczyć ciśnienie maximum maximorum. Zobaczmy obecnie jaki, na téż przecięcie poprzeczne, wywierają wpływ ciężary rozłożone na przeciwněj stronie łuku, t. j. jeżeli przecięcie poprzeczne którém się zajmujemy, leży po prawěj stronie klucza, ciężary działające na łuk znajdują się po lewěj jego stronie.

Linie proste, które w tym przypadku oznaczą nam granice położenia ciężaru przypadkowego sprawiającego największe ciśnienie, mają wyrażenie analityczne przedstawione w równaniu (42). Jeżeli w tém równaniu założymy $\operatorname{wst} \theta = \operatorname{wst} \varphi$, otrzymamy punkt L leżący w lewym początku łuku i na osi x, wszystkie zatém proste wyrażone równaniem (42) przechodzą przez punkt L, a rzędne ich liczone na osi y przechodzącéj przez wierzchołek łuku, mają wartości podane wzorem ogólnym następującym :

$$z_2 = \frac{1}{2\gamma} \times \frac{\operatorname{wst} \varphi - \left(1 - \frac{2}{b}\right) \operatorname{wst} \alpha}{\left(1 - \frac{2}{b}\right) \operatorname{dos} \alpha - \operatorname{dos} \varphi}. \tag{47}$$

Jeżeli w tym wzorze zołożymy $\alpha = 0$, otrzymamy wzór podobny do wzoru (46), ktory przedstawia rzędne na osi y, prostych przedstawionych wzorem (40). Postępując daléj i przypuszczając że α się zwiększa, widzimy że rzędne wyrażone wzorem (47) coraz się zmniejszają i to zmniejszanie ma miejsce dopóty, dopóki kąt α nie stanie się równym kątowi α_2 (fig. 9), którego wartość otrzymamy za pomocą wzoru następującego :

$$-\left(1 - \frac{2}{b}\right) + \operatorname{dos} \varphi \operatorname{dos} \alpha_2 + \operatorname{wst} \varphi \operatorname{wst} \alpha_2 = 0,$$

lub też za pomocą równania stopnia drugiego otrzymanego z poprzedzającego, w którém $\operatorname{wst} \alpha_2$ zastąpioną została przez x. W saméj rzeczy :

podnosząc całe równanie do kwadratu i dodając i odejmując $\text{dos}^2\varphi\, x^2$, otrzymamy :

$$\left(1-\frac{2}{b}\right)^2+\text{dos}^2\varphi+x^2-2\,\text{dos}^2\varphi x^2-2\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{dos}\,\varphi\,\text{dos}\,\alpha-2\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{wst}\varphi\, x+2\text{dos}\varphi\,\text{dos}\alpha\,\text{wst}\varphi\, x=0.$$

Wyrzucając $2\,\text{wst}\,\varphi x$ za nawias będzie

$$\left(1-\frac{2}{b}\right)^2+\text{dos}^2\varphi+x^2-2\,\text{dos}^2\varphi x-2\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{dos}\varphi\,\text{dos}\,\alpha-2\,\text{wst}\,\varphi x\left[\left(1-\frac{2}{b}\right)-\text{dos}\,\varphi\,\text{dos}\,\alpha\right]=0\ ,$$

podstawiając za $\text{dos}\varphi\,\text{dos}\,\alpha$ jego wartość podaną w równaniu pierwotném, otrzymamy szukane równanie (48).

$$(48)\qquad x^2-2\left(1-\frac{2}{b}\right)\text{wst}\,\varphi x+\left(1-\frac{2}{b}\right)^2-\text{dos}^2\varphi=0.$$

Kąt α_2 w ten sposób otrzymany jest zazwyczaj większy od $0{,}50\,\varphi$. Jeżeli α daléj się powiększa, rzędna z_2 powiększa się także bezustannie, i staje się równą rzędnéj stycznéj ED, dla kąta α równego kątowi α_3, którego wartość przedstawia równanie następujące :

$$(49)\qquad x^2(1+4\gamma^2 z_1^{\,2})-2gx-(4\gamma^2 z_1^{\,2}-g^2)=0,$$

które różni się od równania (46) znakiem wyrazu stopnia pierwszego co do x.

Kąt α_3 znaleziony w ten sposób bardzo mało się różni od kąta φ, i dla wszystkich przecięć poprzecznych łuku, zawartych w granicach pomiędzy α_3 i φ, rzędne wszystkich prostych (42) odpowiadających tym przecięciom, będą większe od rzędnych krzywéj spółczynników głównéj części parcia.

Powyższe dowodzenie pozwala nam wyprowadzić następujące wnioski :

1° Dla wszystkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach,

$$\alpha=0 \quad \text{i} \quad \alpha=\alpha_3,$$

największe ciśnienie otrzymamy biorąc po lewéj ich stronie wszystkie ciężary rozłożone na łuku pomiędzy przecięciem poprzeczném uważaném i punktem przecięcia prostéj (42) odpowiadającéj przecięciu poprzecznemu łuku, którém się zajmujemy, z krzywą spółczynników głównéj części parcia.

Widzimy na figurze 9, że punkta przecięcia prostych z krzywą spółczynników głównéj części parcia, znajdują się najprzód po lewéj stronie pionowéj przechodzącéj przez wierzchołek łuku i w miarę jak kąt α się powiększa, punkta o których mowa zbliżają się coraz bardziéj ku pionowéj, przechodzą na jéj prawą stronę i bezustannie się oddalają dopóty, dopóki nie dojdą do punktu G (fig. 9), który to punkt odpowiada przecięciu poprzecznemu łuku, którego kąt α jest równy kątowi α_2 oznaczonemu wzorem (48). Po dojściu do téj granicy, która odpowiada najmniejszości równania (47), punkta przecięcia prostych z krzywą spółczynników głównéj części parcia, powtórnie zbliżają się ku pionowéj i przechodzą na jéj stronę lewą, oddalając się bezustannie aż do chwili, w któréj rzędna prostéj uważanéj stanie się równą rzędnéj, stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia, poprowadzonéj przez początek łuku L. Ten ostatni wypadek ma miejsce dla przecięcia poprzecznego łuku, którego kąt α jest równy kątowi α_3.

2° Dla wszystkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha=\alpha_3 \quad \text{i} \quad \alpha=\varphi,$$

ciśnienie maximum maximorum otrzyma się, biorąc na lewo od każdego przecięcia wszystkie ciężary zawieszone na łuku aż do punktu podpory L.

Roztrząsając powyższe wypadki, dostrzegamy z łatwością że w danym łuku znajdują się dwa takie przecięcia, które nazwiemy *szczególnemi*, dla których ciśnienie maximum maximorum otrzymuje się biorąc raz wszystkie ciężary zawieszone na łuku po lewéj stronie pionowéj przechodzącéj przez wierzchołek, a drugi raz wszystkie ciążary zawieszone po prawéj stronie powyżéj wspomnianéj linii. Położenie, na danym łuku, każdego z tych przecięć poprzecznych szczególnych, otrzymamy za pomocą wzoru (49), w którym za z_1 podstawimy wartość rzędnéj krzywéj spółczynników głównéj części parcia w wierzchołku, a za y wartość jego zmienioną w sposób stosowny.

Zadanie dotyczące rozkładu na danym łuku ciężarów przypadkowych, które sprawiają ciśnienie maximum maximorum na wypukłéj stronie (l'extrados) przecięć poprzecznych wziętych pod uwagę. jest obecnie w zupełności rozwiązane; dla łatwiejszego jednak pojęcia wszystkich zmian, które mają miejsce, streścimy go jeszcze w sposób następujący :

Chcąc oznaczyć ciśnienie maximum maximorum na wypukłéj stronie jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku, kiedy ten ostatni zostaje pod wpływem jakichkolwiek ciężarów dowolnie rozłożonych na całéj długości, brać należy :

1° Dla przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = 0 \qquad \text{i} \qquad \alpha = \alpha_1,$$

wszystkie ciężary rozłożone na łuku, po prawéj stronie klucza, pomiędzy przecięciem poprzeczném i punktem przecięcia prostéj jemu odpowiadającéj, przedstawionéj równaniem (40), z krzywą spółczynników głównéj części parcia, i po lewéj stronie klucza, wszystkie ciężary rozłożone na łuku, pomiędzy przecięciem poprzecznėm i punktem przecięcia prostéj jemu odpowiadającéj, przedstawionéj równaniem (42), z krzywą spółczynników głównéj części parcia.

2° Dla przecięć poprzecznych łuku, zawartych w granicach

$$\alpha = \alpha_1 \qquad \text{i} \qquad \alpha = \alpha_3$$

wszystkie ciężary rozłożone na łuku, po prawéj stronie klucza, pomiędzy przecięciem poprzecznėm i prawym początkiem łuku; a po lewéj stronie klucza, wszystkie ciężary rozłożone na łuku, pomiędzy przecięciem poprzecznėm i punktem przecięcia prostéj jemu odpowiadającéj, przedstawionéj równaniem (42), z krzywą spółczynników głównéj części parcia.

3° Dla przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = \alpha_3 \qquad \text{i} \qquad \alpha = \varphi,$$

wszystkie ciężary rozłożone na całéj długości łuku.

Przejdźmy obecnie do szczególnego przypadku, t. j. kiedy ciężar przypadkowy, jest jednostajnie rozłożony na całéj długości łuku i zachowuje na każdą jednostkę długości wartość stałą.

Zobaczmy jak się rzeczy mają w tym szczególnym przypadku.

Jeżeli ciężar przypadkowy jest jednostajnie rozłożony, położenie jego najniekorzystniejsze dla przecięcia poprzecznego zrobionego w samym kluczu jest wtenczas, kiedy ciężar ten zajmuje z obu stron klucza pewną przestrzeń (fig. 10), którą na mocy powyższego dowodzenia oznaczyć z łatwością będziemy w stanie. Figura 10 wskazuje granice, których nie powinien on przekraczać, żeby ciśnienie wywarte w przecięciu o którém mowa i na jego stronie wypukłéj, było maximum maximorum; granice te są cc', wyznaczą się one za pomocą wzoru (46').

Dla przecięć poprzecznych zawartych w granicach

$$\alpha = 0 \quad \text{i} \quad \alpha = \alpha_1$$

koniec lewy ciężaru przypadkowego c' zbliża się tém bardziéj do wierzchołka łuku, a koniec jego prawy c tém się więcéj zbliża do początku łuku A, im więcéj rośnie kąt α, punkt c zlewa się ostatecznie z punktem A dla wartości kąta α równéj α_1.

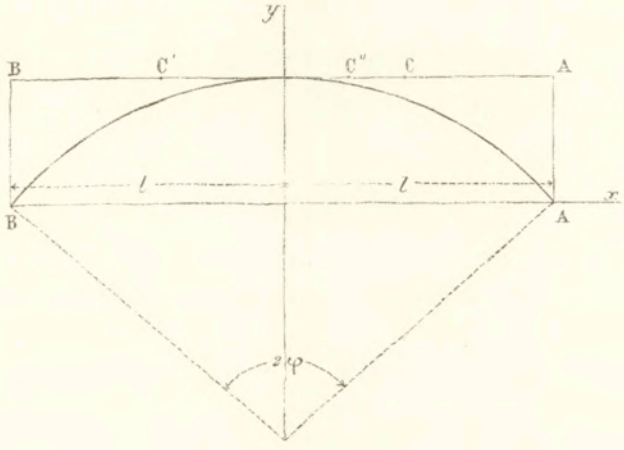

Fig. 10.

Dla wszystkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = \alpha_1 \quad \text{i} \quad \alpha = \varphi,$$

położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego ma miejsce wtenczas, gdy ten ciężar pokrywa pomost w ten sposób, że koniec jego prawy c zlewa się z początkiem łuku A, a lewy c' zbliża się najprzód do wierzchołka, zostając po jego lewéj stronie, następnie przechodzi na prawą stronę, gdzie się bezustannie oddala aż do granicy c'', któréj dosięga dla wartości kąta α, równéj α_2, poczém koniec jego c' oddala się od początku łuku A dopóty, dopóki nie dosięgnie początku łuku w punkcie B; to ostatnie położenie ma miejsce dla kąta α równego kątowi α_3.

Ciężar przypadkowy zajmujący całą długość pomostu jest najniekorzystniejszym dla wszelkich przecięć zawartych w granicach

$$\alpha = \alpha_3 \quad \text{i} \quad \alpha = \varphi.$$

Oznaczenie największego ciśnienia wywartego na stronie wklęsłéj jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku. — Największe z ciśnień wywarte na wklęsłéj stronie jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku, ma tylko miejsce wtenczas, jeżeli po obu stronach tego przecięcia będziemy uważali ciężary działające na łuk i rozłożone w ten sposób na jego długości, że przez samo ich położenie na łuku, wywierać one muszą ciśnienie na wklęsłą stronę uważanego przecięcia.

Dla oznaczenia granic, pomiędzy któremi ciężary działające na łuk, winny być rozłożone na całéj jego długości, żeby wpływ przez nie wywarty był ciśnieniem największém, na jakie uważane przecięcie poprzeczne wystawioném być może na wklęsłéj jego stronie, postępować będziemy w sposób podobny do powyżéj użytego, dla znalezienia największego z ciśnień wywartych w jakiémkolwiek przecięciu poprzecznem łuku i na wypukłéj jego stronie.

Uważmy więc jakikolwiek łuk o włóknie obojętném kołowém, na który działa ciężar P; weźmy na jego długości jakiekolwiek przecięcie poprzeczne naprzykład to, które tworzy z pionową przechodzącą przez wierzchołek łuku kąt α_1' (fig. 11).

Wiemy z powyższego, że praca na wklęsłéj stronie przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę ma wartość następującą :

$$q = \frac{N}{\omega} - \frac{\mathfrak{M} u}{I}.$$

W powyższém równaniu

u oznacza największą odległość włókien od włókna obojętnego, licząc odległości ku stronie wklęsłéj łuku.

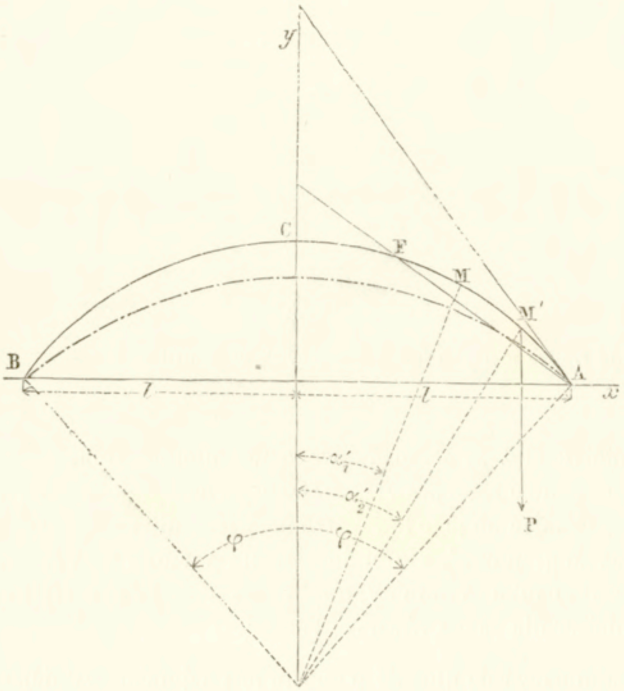

Fig. 11.

Przypuśćmy, że ciężar działający na dany łuk znajduje się po prawéj stronie uważanego przecięcia poprzecznego. Za pomocą wzorów podanych w drugiéj części niniejszéj pracy, znajdziemy wartości dla ilości N i $\mathfrak{M}$, zawartych w powyższym wzorze, a znając je i podstawiając za I jemu równe $r^2\omega$, nazywając nadto

$$b' = \frac{2\rho u}{r^2},$$

otrzymamy z łatwością wartość pracy szukanéj, która oznaczy się przez wzór podobny do wzoru (38), podstawiając w tym ostatnim — b' za b.

Warunek więc niezbędny, żeby działanie ciężaru P było ciśnieniem na wklęsłą stronę przecięcia poprzecznego, będzie następujący :

$$(50) \qquad -\frac{1}{2}\left(\operatorname{wst}\varphi - \operatorname{wst}\theta\right)\left[\left(\frac{b'}{2}+1\right)\frac{\operatorname{wst}\alpha}{\operatorname{wst}\varphi} + \frac{b'}{2}\right] + C\gamma\left[\left(\frac{b'}{2}+1\right)\operatorname{dos}\alpha - \frac{b'}{2}\operatorname{dos}\varphi\right] \overline{\overline{>}}\ 0.$$

zkąd otrzymamy wartość dla C

$$C \lesseqgtr \frac{1}{2\gamma}(\text{wst}\,\varphi - \text{wst}\,\theta)\frac{\left(\frac{b'}{2}+1\right)\frac{\text{wst}\,\alpha}{\text{wst}\,\varphi}+\frac{b'}{2}}{\left(\frac{b'}{2}+1\right)\text{dos}\,\alpha-\frac{b'}{2}\text{dos}\,\varphi.}, \tag{51}$$

lub ostatecznie, oznaczając przez z' rzędnę odpowiadającą odciętéj $\text{wst}\theta$, trzeba mieć

$$C \lesseqgtr z'$$

gdzie z' przedstawia rzędnę linii prostéj, któréj równanie ma kształt następujący :

$$z' = \frac{1}{2\gamma}(\text{wst}\,\varphi - \text{wst}\,\theta)\frac{\left(1+\frac{2}{b'}\right)\frac{\text{wst}\,\alpha}{\text{wst}\,\varphi}+1}{\left(1+\frac{2}{b'}\right)\text{dos}\,\alpha-\text{dos}\,\varphi}. \tag{52}$$

Oto są równania warunkowe dla ciśnień wywartych na wklęsłéj stronie jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku, kiedy ciężar wzięty pod uwagę leży po prawéj jego stronie.

W sposób zupełnie podobny otrzymać możemy równanie warunkowe dla ciśnień wywartych w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku, kiedy ciężar działający leży po lewéj jego stronie, otrzymamy więc:

$$C \lesseqgtr z',$$

w którym to wzorze

$$z' = \frac{1}{2\gamma}(\text{wst}\,\varphi + \text{wst}\,\theta)\frac{1-\left(1+\frac{2}{b'}\right)\frac{\text{wst}\,\alpha}{\text{wst}\,\varphi}}{\left(1+\frac{2}{b'}\right)\text{dos}\,\alpha-\text{dos}\,\varphi}. \tag{53}$$

Równanie (53) jest równaniem linii prostéj, biorącéj swój początek w lewym końcu łuku.

Z powyższych wzorów wyprowadzić możemy wniosek następujący :

Jakiekolwiek byłoby położenie na danym łuku ciężaru P, względnie do przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę, ciężar ten wywrze zawsze ciśnienie na wklęsłéj stronie tego przecięcia, jeżeli rzędne linij prostych (52) i (53), odpowiadające téjże saméj odciętéj $\text{wst}\,\theta$, będą mniejsze od rzędnych krzywéj spółczynników głównéj części parcia, odpowiadających téjże saméj odciętéj $\text{wst}\,\theta$.

Wniosek do którego doszliśmy w téj chwili jest wprost przeciwny temu, który dla ciśnień na wypukłéj stronie przecięć poprzecznych łuku został podany.

Zobaczmy teraz, jak to już robiliśmy dla ciśnień na stronie wypukłéj, w jaki sposób zmieniają się proste wyrażone przez równania (52) i (53), jeżeli kąt α przecięć poprzecznych przybiera rozmaite wartości pomiędzy zerem i φ.

Różnica zachodząca pomiędzy wzorami (40), (42) i (52), (53) jest tylko ta, że dla otrzymania tych ostatnich za czynnik $1-\frac{2}{b'}$, zawarty w pierwszych, podstawiliśmy $1+\frac{2}{b'}$; postępując więc z równaniami (52) i (53) w ten sam sposób jak z równaniami (40), (42), spostrzeżemy najprzód, że wszystkie proste przedstawione równaniem (52) mają punkt zbiegu wspólny w początku łuku A, następnie, że te proste zlewają się ze styczną do krzywéj spółczynników głównéj części parcia poprowadzoną przez początek łuku A, dla kąta

$$\alpha = \alpha'_1,$$

który wyznaczymy za pomocą równania stopnia drugiego

(54) $$x^2(1 + 4\gamma^2 z_1^2) + 2gx - (4\gamma^2 z_1^2 - g^2) = 0,$$

w którém za x postawimy jemu równe wstα_1';

« z_1 « wartość podaną we wzorze (45);

« g « $\dfrac{1}{1+\dfrac{2}{b'}}$ (wst $\varphi + 2\gamma z_1$ dos φ).

Roztrząsając równanie (53) spostrzegamy, że wszystkie te proste mają punkt zbiegu w punkcie L, na osi x, w lewym początku łuku, a rzędne ich brane na osi rzędnych zmniejszają się bezustannie w sposób podobny do rzędnych prostych przedstawionych w równaniu (42), licząc od $\alpha = 0$, lecz pierwiastki równania (48), odpowiadające najmniejszości, będąc rzeczywiste tylko dla przypadku dotyczącego wypukłéj strony łuku, rzędne prostych (53) zmniejszają się bezustannie i nikną zupełnie dla wartości kąta α równéj α'_2, którą oznaczymy z łatwością za pomocą równania

(55) $$\text{wst}\,\alpha'_2 = \frac{\text{wst}\,\varphi}{1+\dfrac{2}{b}};$$

od téj granicy aż do $\alpha = \varphi$ rzędne prostych (53), będąc bezustannie mniejsze od rzędnych odpowiadających krzywéj spółczynników głównéj części parcia, wszystkie ciężary zawarte pomiędzy przecięciem poprzecznem wziętém pod uwagę a końcem łuku więcéj oddalonym wywrą, na wklęsłéj stronie łuku, niezmiennie ciśnienie.

Wszystko cośmy dotąd powiedzieli odnośnie do wklęsłéj strony łuku, może się streścić w sposób następujący:

1° Dla wszelkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = 0 \quad \text{i} \quad \alpha = \alpha'_1,$$

proste wyrażone równaniem (52) przecinają krzywę spółczynników głównéj części parcia i mają z nią punkta wspólne takie jak punkt F, rzędne ich będą dopiero mniejsze od rzędnych krzywéj w granicach zawartych pomiędzy tymi punktami i końcami łuku. Dla otrzymania więc największego ciśnienia w przecięciach poprzecznych łuku zawartych w powyżéj oznaczonych granicach, przyjmować należy do rachunku wszelkie ciężary działające na łuk i zawarte pomiędzy punktem F odpowiadającym i końcem łuku najbliżéj go leżącym.

2° Dla wszelkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = \alpha'_1 \quad \text{i} \quad \alpha = \varphi.$$

rzędne prostych (52) będą bez wyjątku większe od rzędnych krzywéj spółczynników głównéj części parcia. Największe ciśnienie wywarte w przecięciach poprzecznych łuku zawartych w tych granicach otrzymują się używając do rachunku tylko ciężarów działających na łuk po lewéj stronie uważanego przecięcia poprzecznego.

3° Dla wszelkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = 0 \quad \text{i} \quad \alpha = \alpha'_2,$$

proste wyrażone równaniem (53) przecinają krzywę spółczynników głównéj części parcia, a rzędne ich będą mniejsze od rzędnych krzywéj dopiero od tego punktu do początku B. Największe ciśnienie w przecięciach poprzecznych łuku, o których mowa, otrzymać się da, biorąc ciężary zawieszone na łuku, w granicach zawartych pomiędzy tym punktem przecięcia a początkiem łuku B.

4° Dla wszystkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = \alpha'_2 \quad \text{i} \quad \alpha = \varphi,$$

rzędne prostych (53) będąc wszędzie mniejsze od rzędnych krzywéj spółczynników głównéj części parcia; największe ciśnienie w uważaném przecięciu poprzeczném otrzyma się, biorąc wszystkie ciężary zawieszone na łuku po lewéj stronie tego przecięcia aż do początku B.

Jeżeli ciężar przypadkowy jest jednostajnie rozłożony i ma wartość stałą na jednostkę długości, możemy dla strony wklęsłéj jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku wyprowadzić następujące wnioski :

Ciężar przypadkowy ma położenie najniekorzystniejsze, dla strony wklęsłéj przecięcia poprzecznego łuku znajdującego się w samym kluczu wtenczas, kiedy ten ciężar zajmuje na całéj długości pomostu powierzchnie AC i BC' (fig. 10), których długości oznaczymy z całą łatwością używając równań (52) i (53).

Najniekorzystniejsze położenie ciężaru przypadkowego dla wklęsłéj strony przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = 0 \quad \text{i} \quad \alpha = \alpha'_1$$

ma miejsce wtenczas, gdy ten ciężar przypadkowy zbliża się coraz bardziéj ku punktowi A po prawéj stronie uważanego przecięcia, i gdy punkt C', koniec ciężaru przypadkowego po lewéj stronie uważanego przecięcia poprzecznego, coraz więcéj oddala się od początku lewego B; punkt c koniec ciężaru przypadkowego po prawéj stronie uważanego przecięcia poprzecznego, zlewa się z punktem A, początkiem łuku, dla wartości kąta α równéj α'_1.

Dla wszelkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = \alpha'_1 \quad \text{i} \quad \alpha = \varphi,$$

położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego jednostajnie rozłożonego jest wtenczas, kiedy ten ciężar pokrywa na pomoście przestrzeń zawartą pomiędzy początkiem łuku B, a koniec jego C' zbliża się coraz więcéj ku przecięciu poprzecznemu wziętemu pod uwagę, którego dosięga dla kąta

$$\alpha = \alpha'_2;$$

od tego przecięcia poprzecznego aż do początku łuku, t. j : kiedy kąt

$$\alpha = \varphi;$$

położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego jest pomiędzy początkiem łuku B i jego początkiem A.

Dla tych dwóch kategoryj przecięć poprzecznych łuku usunąć należy wszelkie ciężary przypadkowe leżące po prawéj ich stronie, wtenczas tylko bowiem otrzymamy maximum maximorum ciśnienia na wklęsłéj stronie uważanego przecięcia poprzecznego.

Z powyższéj dyskusyi widzimy, że żeby ciśnienie na wklęsłéj stronie jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku było maximum maximorum, przecięcie uważane tylko do granicy $\alpha = \alpha'_2$, winno znajdować się na zewnątrz ciężaru przypadkowego działającego na łuk, jakkolwiek pan Albaret utrzymuje w swéj pracy pod tytułem : « *Mémoire sur les Calculs des arcs métalliques dans les cas des grandes surcharges* » (*Annales des Ponts-et-Chaussées*, 1862), że ciśnienie maximum maximorum, w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku, wziętém na całéj jego długości, nawet przy stosudze początku, ma miejsce tylko wtenczas, gdy ciężar jednostajnie rozłożony pokrywa długość pomostu zawartą pomiędzy przyczułkiem a przecięciem wziętém pod uwagę. Rzecz się ma zupełnie inaczéj. W saméj rzeczy : kąt α'_2, jak to widzimy ze wzoru (55), który nam wyznacza jego wartość, odpowiada przecięciu poprzecznemu łuku, dla którego rzędna prostéj odgraniczającéj, liczona na osi rzędnych jest równa zeru, a zatém widoczném jest, że sama prosta odgraniczająca zlewa się w zupełności z cięciwą włókna obojętnego łuku, t. j. że prosta, o któréj mowa, przecina krzywę spółczynników głównéj części parcia w saméj stosudze początku, czyli że ciężar jednostajnie rozłożony na pomoście winien, zacząwszy od punktu dla którego $\alpha = \alpha'_2$ i dla wszystkich innych aż do stosugi początku, pokrywać całą przestrzeń zawartą pomiędzy przyczółkami, figura 14 przedstawia nam to w sposób dotykalny.

WZORY SŁUŻĄCE DO OZNACZENIA PRACY WYWARTÉJ, JUŻTO NA STRONIE WYPUKŁÉJ, JUŻ TEŻ NA STRONIE WKLĘSŁEJ, JAKIEGOKOLWIEK PRZECIĘCIA POPRZECZNEGO ŁUKU POD WPŁYWEM CIĘŻARU PRZYPADKOWEGO.

Z dwóch powyższych ustępów wyprowadzić możemy następujące ostateczne wnioski :

1° Ciśnienie maximum maximorum na stronie wypukłéj jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku ma zawsze miejsce wtenczas, gdy to przecięcie przykrytém jest przez ciężar przypadkowy, to jest : kiedy ono zostaje bezpośrednio pod nim.

2° Ciśnienie maximum maximorum na stronie wklęsłéj jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku ma zawsze miejsce wtenczas, gdy to przecięcie znajduje się na zewnątrz ; na końcu ciężaru przypadkowego lub téż pod nim, jak to ma miejsce dla części leżącéj w okolicy stosugi początku.

Dla każdego z tych przypadków odmienne są wzory służące do oznaczenia pracy i tak : dla strony wypukłéj przecięcia poprzecznego łuku zawartego w granicach $\alpha = \varphi$ i $\alpha = \alpha_1$ wartość ogólna pracy wywartéj przez ciężar przypadkowy jednostajnie rozłożony otrzyma się szukając pracy wywartéj w tém przecięciu przez ciężar rozłożony na pewnéj długości ml naprzykład, licząc od początków łuku i podstawiając tak otrzymane wypadki we wzorze ogólnym, w którym za ilości zmienne m, $C\gamma$, i α, wstawimy ich wartości odpowiadające przecięciu poprzecznemu wziętemu pod uwagę. Dla przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = \alpha_1 \qquad \text{i} \qquad \alpha = 0,$$

wartość największego ciśnienia wywartego przez ciężar przypadkowy jednostajnie rozłożony otrzymamy, szukając najprzód ciśnienia maximum wywartego w tém przecięciu przez ciężar jednostajnie rozłożony pomiędzy początkiem łuku i punktem C′, i odejmując od tak otrzymanego wypadku ciśnienie maximum wywarte przez ciężar przypadkowy] zawarty pomiędzy początkiem łuku i punktem C, które otrzymamy obliczając dopełnienie CB dla kąta ($-\alpha$).

Ciśnienie zatém maximum wywarte w przecięciu poprzeczném odpowiadającém kątowi α, oznaczy się za pomocą wzoru następującego.

Niech będzie jak powyżéj $C\gamma$ całkowity spółczynnik parcia, t. j. ilość taka, przez którą mnożąc ciężar jednostajnie rozłożony otrzymujemy parcie, czyli

$$Q = C\gamma p'ml,$$

gdzie p' oznacza wartość ciężaru przypadkowego jednostajnie rozłożonego na jednostkę długości.

Oddziaływanie podpory w punkcie A (fig. 12) będzie miało wartość następującą:

$$T = p'lm\frac{4-m}{4}.$$

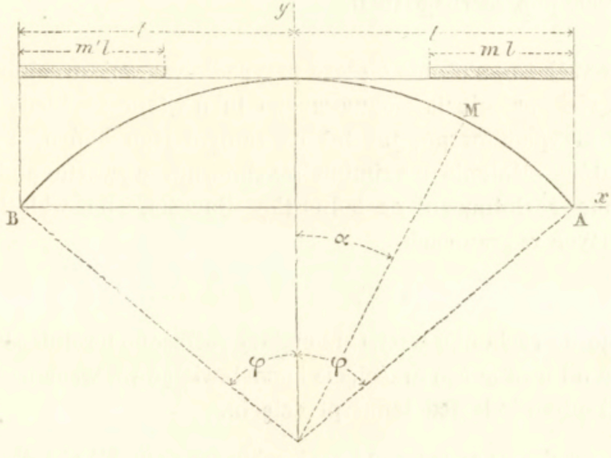

Fig. 12.

Znając obecnie wszystkie siły zewnętrzne działające na łuk, wzory służące do oznaczenia ciśnienia maximum maximorum w uważaném przecięciu poprzecznném będą:

$$N = p'l\left[\frac{\mathrm{wst}^2\alpha}{\mathrm{wst}\,\varphi} - \frac{4-m(4-m)}{4}\mathrm{wst}\,\alpha + mC\gamma\,\mathrm{dos}\,\alpha\right],$$

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{2}p'l\rho\left[-\frac{\mathrm{wst}^2\alpha}{\mathrm{wst}\,\varphi} + \frac{4-m(4-m)}{2}\mathrm{wst}\,\alpha - 2mC\gamma\,\mathrm{dos}\,\alpha + \frac{m(4-m)-2}{2}\mathrm{wst}\,\varphi + 2mC\gamma\,\mathrm{dos}\,\varphi\right],$$

które wstawione w równanie ogólne ciśnienia na wypukłéj stronie łuku

$$q = \frac{N}{\omega} + \frac{\mathfrak{M}u'}{I},$$

zakładając nadto jak powyżéj $\frac{2\rho u'}{r^2} = b$, dadzą nam wzór następujący:

$$(56)\quad \left\{\begin{aligned} q = \frac{p'l}{\omega}\beta_1(^*) = \frac{p'l}{\omega}\Big[&-\frac{1}{\mathrm{wst}\,\varphi}\left(\frac{b}{4}-1\right)\mathrm{wst}^2\alpha + \frac{4-m(4-m)}{4}\left(\frac{b}{2}-1\right)\mathrm{wst}\,\alpha \\ &- mC\gamma\left(\frac{b}{2}-1\right)\mathrm{dos}\,\alpha + \frac{b}{4}\left(\frac{m(4-m)-2}{2}\mathrm{wst}\,\varphi + 2mC\gamma\,\mathrm{dos}\,\varphi\right)\Big].\end{aligned}\right.$$

(*) β_1 oznacza spółczynnik ciśnienia maximum wywartego przez ciężar przypadkowy.

Posługując się tym wzorem, z łatwością otrzymamy wartość ciśnienia maximum, na wypukłéj stronie jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku, wywartego pod wpływem ciężaru przypadkowego jednostajnie rozłożonego w położeniu najniekorzystniejszém, względnie do uważanego przecięcia.

Wzór (56) może być użytym tak dla łuków o stałém przecięciu poprzecznym, jako téż i dla tych których przecięcia poprzeczne ciągle się zmieniają postępując od wierzchołka ku obu ich końcom, albowiem po oznaczeniu raz na zawsze wartości spółczynnika poprawki γ, w sposób podany przez nas powyżéj, dostatecznem będzie w powyższym wzorze zastąpić ilości m, ω, b, C i α przez ich wartości liczebne odpowiadające przecięciu poprzecznemu wziętemu pod uwagę.

Zobaczmy obecnie w jaki sposób oznaczymy ciśnienie maximum maximorum na stronie wklęsłéj jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku.

Powiedzieliśmy powyżéj że położenie ciężaru przypadkowego jest najniekorzystniejsze dla wklęsłéj strony jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku wtenczas, kiedy to przecięcie leży jużto zewnątrz tego ciężaru przypadkowego, już téż na samym jego końcu, a tylko przy stosudze początku pod nim, a zatém ciśnienie maximum maximorum wywarte pod wływem ciężaru przypadkowego jednostajnie rozłożonego na jednostkę długości, na wklęsłéj stronie przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach.

$$\alpha = \varphi \qquad \text{i} \qquad \alpha = \alpha'_1,$$

otrzyma się, przyjmując do rachunku wszystkie ciężary rozłożone na długości $m'l$, licząc od początku najbardziéj oddalonego od uważanego przecięcia i podstawiając we wzorze ogólnym za ilości zmienne m, ω, b', C i α wartości odpowiadające temu przecięciu.

Ciśnienie maximum maximorum wywarte pod wływem powyżéj określonego ciężaru na wklęsłéj stronie przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach

$$\alpha = \alpha'_1 \qquad \text{i} \qquad \alpha = 0,$$

otrzyma się przyjmując do rachunku wszystkie ciężary zawarte pomiędzy początkiem łuku B i końcem ciężaru C′ (fig. 10) odpowiadającym przecięciu uważanemu i dodając do tak otrzymanego ciśnienia to, które otrzymamy dla tegoż przecięcia poprzecznego, działając z ciężarem przypadkowym zawartym pomiędzy początkiem łuku A i końcem ciężaru C. To ostatnie ciśnienie otrzyma się z łatwością za pomocą poniżéj podanego wzoru, w którym za α podstawimy $(-\alpha)$.

Wyprowadźmy więc teraz wzór o którym mowa : Niech będzie jak powyżéj Cγ spółczynnik całkowity parcia, p' ciężar jednostajnie rozłożony na jednostkę długości. Parcie wywarte pod wpływem ciężaru przypadkowego działającego na długości $m'l$ przyjmie kształt następujący :

$$Q = C\gamma p'm'l.$$

Oddziaływanie podpory w punkcie A (fig. 12) przez ciężar leżący po lewéj stronie łuku ma wartość następującą :

$$T = p'm'l\frac{m'}{4},$$

a zatém wszystkie siły zewnętrzne są znane i w sposób podobny do powyżéj podanego, oznaczyć możemy ciśnienie maximum maximorum w uważaném przecięciu poprzecznem.

Mamy :

$$\mathrm{N}=p'm'l\left[\frac{m'}{4}\,\mathrm{wst}\,\alpha+\mathrm{C}\gamma\,\mathrm{dos}\,\alpha\right],$$

$$\mathfrak{M}=p'm'l\rho\left[\frac{m'}{4}(\mathrm{wst}\,\varphi-\mathrm{wst}\,\alpha)-\mathrm{C}\gamma(\mathrm{dos}\,\alpha-\mathrm{dos}\,\varphi)\right].$$

podstawiając te wartości we wzorze ogólnym, dającym ciśnienie na wklęsłéj stronie łuku i zakładając jak powyżéj $\frac{2\rho u}{r^2}=b'$, otrzymamy:

$$(57)\quad q=\frac{\mathrm{N}}{\omega}-\frac{\mathfrak{M}u}{\mathrm{I}}=\frac{p'l}{\omega}\beta'_1(*)=\frac{p'l}{\omega}m'\left[\frac{m'}{4}\left(\frac{b'}{2}+1\right)\mathrm{wst}\,\alpha+\mathrm{C}\gamma\left(\frac{b'}{2}+1\right)\mathrm{dos}\,\alpha-\frac{b'}{2}\left(\frac{m'}{4}\,\mathrm{wst}\,\varphi+\mathrm{C}\gamma\,\mathrm{dos}\,\varphi\right)\right].$$

To cośmy powiedzieli powyżéj o wzorze (56) stosuje się w zupełności do wzoru (57), z tą tylko różnicą, że pierwszy z nich odnosi się do wypukłéj strony łuku, a drugi do jego strony wklęsłéj.

Tu kończy się część trzecia niniejszéj pracy, albowiem zadanie które życzyliśmy rozwiązać, to jest : wskazanie sposobu w jaki działają ciężary przypadkowe na dany do obliczenia łuk metaliczny, zdaje nam się być w zupełności wyczerpane.

W saméj rzeczy, w początku trzeciéj części wskazaliśmy : 1° w jaki sposób zapatrujemy się na kwestyę, to jest że zdaniem naszém, przy tego rodzaju konstrukcyach, łuk winien być uważanym jako część składowa mostu, na któréj wszystko polega, a zatém jako część, która wzięta oddzielnie winna zadosyć uczynić oznaczonym warunkom wytrzymałości sztuki, która sama przez się i bez żadnéj ubocznéj pomocy winna wytrzymać działanie wszelkich sił zewnętrznych i działanie siły wynikającéj z jéj własnego ciężaru. Zrobić tu jednakże winienem wzmiankę o pracy p. Darcel, Inżyniera dróg i mostów francuzkiego, który most złożony z łuków uważa za wiązarek.

Ten nowy sposób zapatrywania się na kwestyę zdaje się mieć przyszłość, lecz jako wychodzący zupełnie za obręb naszéj pracy, nic więcéj o nim mówić tu nie będziemy.

Zanim zamkniemy ten ustęp i przejdziemy do czwartéj części obejmującéj zastosowania, powiedzieć musimy jeszcze słów kilka o przypadku, w którym ciężary stały i przypadkowy działają jednocześnie.

Wiemy z powyżéj podanych roztrząsań, że ciśnienia lub ciągnienia wywarte w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku, pod wpływem obu powyżéj wymienionych ciężarów są równe summie algiebraicznéj ciśnień lub ciągnień wywartych w tychże przecięciach poprzecznych łuku, pod wpływem każdego z tych ciężarów działającego oddzielnie ; dostateczném więc będzie dla otrzymania całkowitego największego ciśnienia lub ciągnienia w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném, szukać tegóż pod wpływem ciężaru przypadkowego, i do tak otrzymanego dodać ilość stałą dla każdego przecięcia poprzecznego, którą otrzymamy przez działanie ciężaru stałego.

Niech będzie łuk metaliczny kołowy, na który działają jednocześnie ciężar stały i ciężar przypadkowy, nazwijmy :

p. Wielkość ciężaru stałego jednostajnie rozłożonego na jednostkę długości, który pokrywa całą długość pomostu;

(*) β'_1 oznacza spółczynnik ciśnienia maximum na stronie wklęsłéj łuku pod wpływem ciężaru przypadkowego.

p Wielkość ciężaru przypadkowego jednostajnie rozłożonego na jednostkę długości, który pokrywa tylko pewną dowolną cząstkę pomostu;

β Spółczynnik pracy wywartéj pod wpływem ciężaru stałego na wypukłéj stronie łuku;

β_1 Spółczynnik pracy wywartéj pod wpływem ciężaru przypadkowego na stronie wypukłéj łuku;

β' Spółczynnik pracy, wywartéj pod wpływem ciężaru stałego, na stronie wklęsłéj łuku;

β'_1 Spółczynnik pracy, wywartéj pod wpływem ciężaru przypadkowego, na stronie wklęsłéj łuku;

k Stosunek ciężaru stałego do ciężaru przypadkowego, to jest : $k = \frac{p}{p'}$.

q Maximum pracy na stronie wypukłéj łuku pod wpływem ciężarów : stałego i przypadkowego, działających jednocześnie.

Wzór który nam da wartość pracy maximum będzie następujący :

$$q = \frac{pl}{\omega}\beta + \frac{p'l}{\omega}\beta_1,$$

lub zastępując $\frac{p}{p'} = k$;

$$q = \frac{p'l}{\omega}\left[\beta_1 + k\beta\right]. \tag{58}$$

We wzorze (58) wartość spółczynnika $k\beta$ jest stałą dla pewnego oznaczonego przecięcia poprzecznego łuku, a zatém jeżeli wielkość ciężaru przypadkowego się zmienia, różnica wartości jakie przybiera w tym przypadku ilość zawarta w nawiasie, będzie taż sama, jaką ilość ta przybraćby mogła; gdyby ciężar stały w zupełności nie istniał. Widzimy z powyższego rozumowania, że dla oznaczenia całkowitego spółczynnika pracy maximum, wywartéj w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku, dostateczném będzie znaleźć jego wartość pod wpływem ciężaru przypadkowego działającego oddzielnie, i do tak znalezionéj ilości dodać ilość stałą wynikającą z działania ciężaru stałego.

Znalazłszy sposobem analitycznym wartości spółczynnika pracy maximum na stronie wypukłéj łuku, pod wływem samego ciężaru przypadkowego, wykreślić możemy krzywę tych spółczynników, a dodając algiebraicznie do każdéj z jéj rzędnych ilość stałą $k\beta$, otrzymaną przez działanie ciężaru stałego, otrzymamy krzywę ostatecznych wartości spółczynników szukanych, któréj rzędne oznaczając przez β_2, otrzymamy równanie ostateczne pracy maximum, następującego kształtu :

$$q = \frac{p'l}{\omega}\beta_2. \tag{59}$$

W sposób podobny do powyżéj podanego możemy oznaczyć spółczynniki pracy maximum dla strony wklęsłéj wszelkich przecięć poprzecznych łuku, w skutek czego potrafimy wykreślić krzywę przedstawiającą je, a porównywając z sobą tak otrzymane krzywe, z całą łatwością przekonamy się, że największe ciśnienia wywarte pod wpływem ciężarów stałego i przypadkowego działających jednocześnie, mają zewsze miejsce na stronie wypukłéj łuku dla wszelkich przecięć poprzecznych zawartych pomiędzy kluczem a częścią boczną łuku, a na stronie wklęsłéj zaczynając od tego ostatniego punktu i dążąc ku początkowi łuku.

Tutaj się kończy część czysto teoretyczna naszéj pracy, przykład ogólny, który daléj podajemy, pozwoli nam wyprowadzić kilka wniosków mających tę zaletę, że przy tyle mozolnéj pracy, odrazu wskażą one Inżynierom najgłówniejsze punkta, na które zwrócić należy przedewszystkiém uwagę, przy obliczaniu łuków metalicznych.

CZĘŚĆ IV

ZASTOSOWANIA.

W trzech poprzedzających częściach podaliśmy całą teoryę służącą do obliczania łuków metalicznych w jakichkolwiek warunkach znajdowałyby się one. Poznaliśmy, część pierwsza, sposób oznaczenia *parcia;* część druga sposób oznaczenia *ciśnień* lub *ciągnień*, i znalezliśmy wyrażenia analitycze ich maximum, pod wpływem ciężarów jednostajnie rozłożonych na jednostkę długości cięciwy włókna obojętnego łuku; w części trzeciéj wskazaliśmy sposób w jaki ciężary przypadkowe działają na dany do zbudowania łuk, podaliśmy wzory służące do obliczenia ciśnień maximum w jakiémkolwiek przecięciu poprzeczném łuku, jużto na jego stronie wypukłéj, już téż na jego stronie wklęsłéj; w téj czwartéj części wskażemy sposób zastosowania powyżéj podanych teoryi do przypadku ogólnego, i wyprowadzimy nowe wnioski, które mają wielką wagę w zastosowaniach czysto praktycznych, a nadto pozwalają *à priori* Inżynierowi rozpoznać warunki w jakich się znajduje, i wskazują mu drogę jaką postępować winien dla jak najkrótszego i najłatwiejszego znalezienia szukanego wypadku.

Niech będzie jakikolwiek łuk o włóknie obojętném kołowém, którego obniżenie ku środkowi ma wartość zawartą w granicach 1/8 i 1/12, to jest łuk należący do kategoryi, którą w całym ciągu niniejszéj pracy się zajmujemy i najczęściéj używany w praktyce; przypuśćmy, że stosunek f, strzałki do całkowitego otworu, dla naszego łuku, zbliża się jak najbardziéj do 1/10. Przypuśćmy nadto, że przecięcie poprzeczne naszego łuku jest stałe na całéj jego długości, i symetryczne względem osi zgięcia.

Teorya podana w niniejszéj pracy pozwoli z całą łatwością znaleźć wymiary wszystkich części składowych takiego łuku. Zastosowanie wprost wzorów powyżéj podanych doprowadzi do szukanego wypadku, jak o tém z łatwością przekonać się możemy czytając przykład podany poniżéj.

Stosunek strzałki do całkowitego otworu, który przyjęliśmy w naszém zastosowaniu jest zupełnie równy 1/10; wybór ten zrobiliśmy dlatego, że przy budowie mostów złożonych z łuków metalicznych, zawsze prawie stosunek przez nas przyjęty otrzymanym być może, a wówczas wypadki tu podane prawie bezzmiennie użytymi być mogą, czyli że obliczenie podobnego łuku dokonaném być może w nierównie krótszym czasie, a zatém i koszta na jakie podobne studyum wystawia zawsze, o wiele zredukować się dadzą.

Przykład. — Niech będzie dany do obliczenia łuk metaliczny o włóknie obojętném kołowém. Nazwijmy :

f strzałkę włókna obojętnego,

$2l$ cięciwę włókna obojętnego,

φ kąt równy połowie kąta przy środku,

ρ promień włókna obojętnego łuku.

Załóżmy że obniżenie ku środkowi naszego łuku jest równe $\frac{1}{10}$.

Wszystkie wzory, które tutaj podamy, posłużą nam do obliczenia innych łuków tegoż samego zniżenia ku środkowi, podstawiając w nich za głoski liczby odpowiednie przypadkowi którym się zajmujemy.

Mamy więc na zasadzie powyższych danych,

$$\frac{f}{2l}=\frac{1}{10} \text{ czyli } f=\frac{1}{5}\,l.$$

Promień ρ wyrazi się wzorem następującym :

$$\rho=\frac{l^2+f^2}{2f}=2{,}60\,l.$$

Kąt φ ma wartość następującą :

$$\text{wst}\,\varphi=\frac{l}{\rho}=0{,}38461\,;\ \log \text{wst}\,\varphi=\bar{1}{,}5850206,$$

zatém,

$$\varphi=22^\circ\,37'\,10''=22^\circ{,}619,$$

a stosunek,

$$\frac{2\varphi}{\pi}=0{,}2513.$$

Znając powyżéj podane wartości, dla promienia, strzałki i kąta przy środku, w funkcyi cięciwy włókna obojętnego łuku, z łatwością możemy otrzymać wartości dla ilości, które w ciągu naszéj pracy oznaczyliśmy przez b i b', a które są sobie równe z założenia, przyjmujemy bowiem że przecięcie poprzeczne naszego łuku jest symetryczném względem osi zgięcia i stałém w całéj jego długości.

Wiemy już z powyższego, że

$$b=b'=\frac{\rho h}{r^2}=\frac{1}{\text{wst}\,\varphi}\cdot\frac{h}{l}\cdot\frac{1}{\frac{r^2}{l^2}},$$

a zakładając że stosunek wysokości przecięcia poprzecznego łuku do połowy otworu jest równy 0,0526, t. j., że

$$\frac{h}{l}=0{,}0526,$$

i nadto że stosunek $\frac{r^2}{l^2}$ odpowiadający powyższemu warunkowi jest zawarty w granicach pomiędzy 0,0002 i 0,0008, czyli że jest on równy wielkości pośredniéj, t. j.

$$\frac{r^2}{l^2}=0{,}0005,$$

otrzymamy,

$$b=b'=273{,}52;\ \text{a jego logarytm } \log b=2{,}4369891.$$

Tablica, o któréj mówiliśmy w pierwszéj części niniejszéj pracy, pozwoli nam oznaczyć natychmiast wartość stałą spółczynnika poprawki, w saméj rzeczy dla

$$\frac{2\varphi}{\pi}=0{,}25 \quad \text{mamy} \quad \gamma=0{,}977,$$

$$\frac{2\varphi}{\pi}=0{,}26 \quad \text{«} \quad \gamma=0{,}978,$$

$$\frac{2\varphi}{\pi}=0{,}2514 \quad \text{«} \quad \gamma=0{,}97714 \text{ a } \log\gamma=\bar{1}{,}9899568.$$

Znając powyższe wartości, zajmijmy się wykreśleniem krzywéj spółczynników głównéj części parcia.

W tablicy pierwszéj wytrzymałości materyałów Bresse'a znajdziemy wartości rzędnych krzywéj szukanéj, odpowiadające każdemu ze stosunków $\frac{2\varphi}{\pi}=0{,}25$ i $\frac{2\varphi}{\pi}=0{,}26$, a z tych wartości otrzymamy z łatwością za pomocą interpolacyi wartości ostateczne rzędnych naszéj krzywéj; wypadki tak otrzymane podajemy w następującéj tablicy.

$\alpha=0$ .... $C=1{,}936$;

$\alpha=0{,}05\varphi$ ..... $C=1{,}930$;

$\alpha=0{,}10\varphi$ ..... $C=1{,}912$;

$\alpha=0{,}15\varphi$ ..... $C=1{,}882$;

$\alpha=0{,}20\varphi$ ..... $C=1{,}842$;

$\alpha=0{,}25\varphi$ ..... $C=1{,}788$;

$\alpha=0{,}30\varphi$ ..... $C=1{,}723$;

$\alpha=0{,}35\varphi$ ..... $C=1{,}648$;

$\alpha=0{,}40\varphi$ ..... $C=1{,}563$;

$\alpha=0{,}45\varphi$, ... $C=1{,}468$;

$\alpha=0{,}50\varphi$, ... $G=1{,}364$;

$\alpha=0{,}55\varphi$, ... $C=1{,}251$;

$\alpha=0{,}60\varphi$, ... $C=1{,}131$;

$\alpha=0{,}65\varphi$, ... $C=1{,}004$;

$\alpha=0{,}70\varphi$, ... $C=0{,}871$;

$\alpha=0{,}75\varphi$, ... $C=0{,}732$;

$\alpha=0{,}80\varphi$, ... $C=0.590$;

$\alpha=0{,}85\varphi$, ... $C=0{,}445$;

$\alpha=0{,}90\varphi$, ... $C=0{,}297$;

$\alpha=0{,}95\varphi$, ... $C=0{,}148$;

$\alpha=\varphi$, ... $C=0{,}000$.

Znając w ten sposób wartości rzędnych odpowiadających różnym punktom krzywéj szukanéj i dzieląc łuk ACB którym się zajmujemy (fig. 13) na dwadzieścia części równych licząc od klucza; odrzucając punkta podziału na cięciwę łuku a z tych ostatnich prowadząc prostopadłe, na których odetniemy na pewną skalę, wielkości podane w powyższéj tablicy, otrzymamy rysunkiem wielkości rzędnych krzywéj spółczynników główńéj części parcia, a łącząc ostatecznie pomiędzy sobą wierzchołki tych rzędnych jedną krzywą, otrzymamy kształt saméj krzywéj szukanéj.

Położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego dla stron wypukłéj jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku.

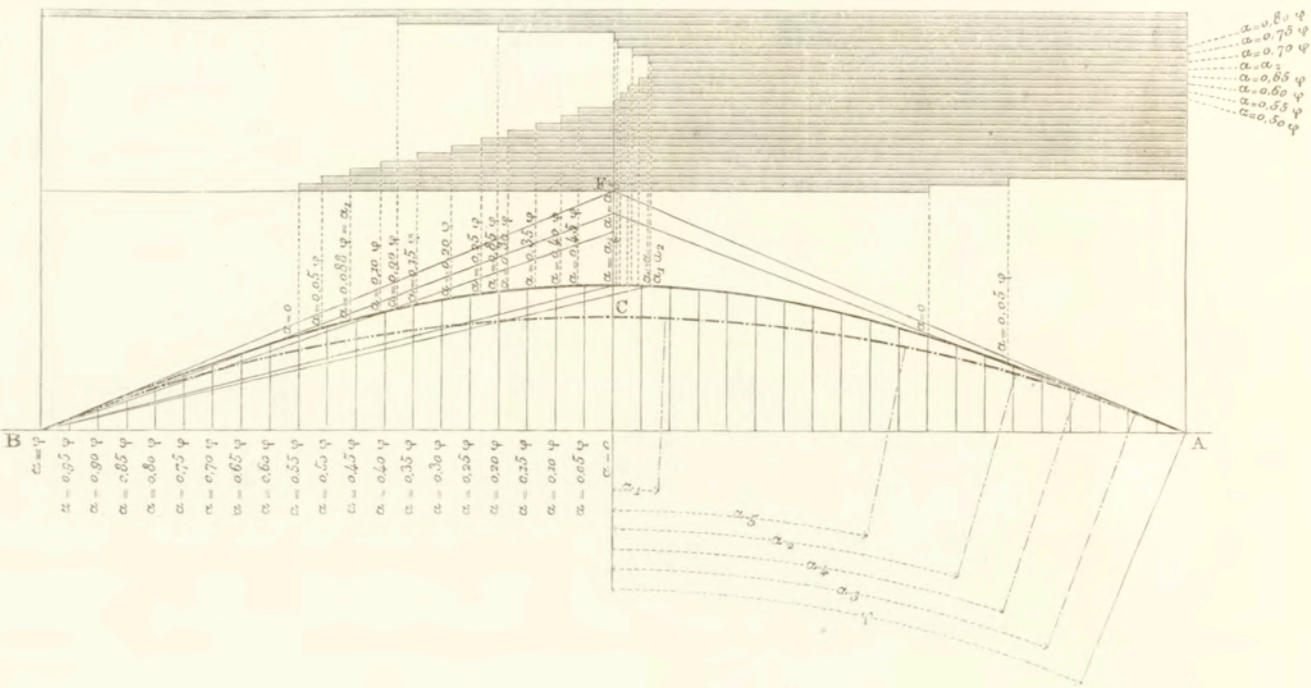

Fig. 13.

Pierwsza część naszego zadania jest już w zupełności rozwiązaną, albowiem parcie łuku jest zupełnie wyznaczone, zajmiemy się więc w téj chwili drugą jego częścią, t. j. oznaczeniem położenia najniekorzystniejszego ciężaru przypadkowego dla jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku.

Wiemy, część trzecia niniejszéj pracy, że położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego, stosownie do strony łuku, którą się zajmujemy, zmienia się, to jest : położenia najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego dla strony wypukłéj łuku, nie są bynajmniéj najniekorzystniejszemi dla strony jego wklęsłéj i odwrotnie; podzielimy więc tę drugą część zadania na dwie inne i w pierwszéj z nich zajmiemy się oznaczeniem położenia najniekorzystniejszego ciężaru przypadkowego dla strony wypukłéj łuku, a w drugiéj oznaczeniem tegoż położenia najniekorzystniejszego ciężaru przypadkowego dla strony jego wklęsłéj.

2° *Położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego dla punktów leżących na wypukłéj stronie łuku.*

Niech przecięcie poprzeczne łuku, dla którego strony wypukłéj chcemy oznaczyć położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego, będzie to, które się znajduje w samym kluczu. Wiemy z części trzeciéj niniejszéj pracy, że dla tego przecięcia, rzędna na osi rzędnych prostéj odgraniczącéj ma wyrażenie następujące :

$$z = \frac{1}{2\gamma} \times \frac{\text{wst}\ \varphi}{1 - \frac{2}{b} - \text{dos}\ \varphi}.$$

Jeżeli w tém równaniu za głoski podstawimy ich wartości znalezione powyżéj, otrzymamy :

$$z = 2,827.$$

Wartość ta jest najmniejszą, albowiem jeżeli kąt α powiększa się, rzędne na osi y, prostych odpowiadających i po prawéj stronie klucza leżących, zwiększają się bezustannie i stają się równe rzędnéj stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia, dla wartości kąta α oznaczonéj za pomocą równania (46).

W saméj rzeczy : jeżeli kąt α zwiększając się od zera dochodzi do wartości równéj $\alpha = 0,05\varphi$. Rzędna prostéj po prawéj stronie klucza leżącéj, oblicza się za pomocą wzoru (43) i ma wartość następującą :

$$z = 2,979,$$

a punkt przecięcia téj prostéj z krzywą spółczynników głównéj części parcia, ma miejsce po prawéj stronie klucza, w odległości równéj

$$x = 0,695 l.$$

Możemy więc oznaczyć natychmiast długość, którą nazwaliśmy m po prawéj stronie klucza i dla przecięcia poprzecznego leżącego w kluczu, biorąc wprost z rysunku długość zawartą pomiędzy tém przecięciem i punktem przecięcia się prostéj o któréj mowa z krzywą spółczynników głównéj części parcia. Wszelkie ciężary rozłożone w jakikolwiek sposób na całéj tak oznaczonéj długości i tylko na niéj, sprawią najniekorzystniejszy wpływ w punkcie łuku, leżącym na stronie wypukłéj uważanego przecięcia poprzecznego.

Oznaczyliśmy dotąd położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego leżącego po prawéj stronie klucza, dla wypukłéj strony przecięcia poprzecznego zrobionego w kluczu; oznaczmy obecnie wartość kąta α_1, dla którego proste po prawéj stronie klucza leżące, dają po tejże stronie położenia najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego. Dla rozwiązania tego zadania wiemy że kąt α oznaczy się za pomocą równania (46) w którém x zastępuje wst α_1.

Zatém równanie,

$$x^2 (1 + 4\gamma^2 z_1^2) + 2gx - (4\gamma^2 z_1^2 - g^2) = 0,$$

w którém za x, γ, z_1 i g, podstawimy wartości liczebne naszego zadania; da nam odrazu szukaną wartość dla kąta α.

Wiemy że z_1 jest to rzędna na osi y, stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia; wartość jéj jest więc :

$$z_1 = \text{wst}\,\varphi\ \text{sty}\,\beta = \frac{\text{wst}\,\varphi\,(\text{wst}\,\varphi - \varphi\,\text{dos}\,\varphi)}{\varphi + 2\varphi\,\text{dos}^2\varphi - 3\,\text{wst}\,\varphi\,\text{dos}\,\varphi},$$

podstawiając w tém równaniu za sty β jemu równe

$$\text{sty}\,\beta = \frac{C}{\text{wst}\,\varphi - \text{wst}\,0,95\varphi},$$

która to wartość nie naruszając prawie ścisłości wypadku, wielce ułatwia rachunki, otrzymamy :

$$z_1 = \text{wst}\,\varphi\,\frac{C}{\text{wst}\,\varphi - \text{wst}\,0,95\varphi}.$$

Podstawiając wartości liczebne podane powyżéj będzie :

$$z_1 = 0,38461 \frac{0,148}{0,38461 - 0,36668} = 3,109.$$

Wiemy że g z założenia równa się :

$$g = \frac{1}{1 - \frac{2}{b}} (\text{wst}\,\varphi + 2\gamma z_1 \text{dos}\,\varphi) = 6,037.$$

Podstawiając te wartości we wzorze ogólnym, otrzymamy równanie stopnia drugiego następującego kształtu.

$$37,912x^2 + 12,074x - 0,468 = 0,$$

a ztąd :

$$\log x = \bar{2},5431986 = \log \text{wst}\,\alpha_1$$

zatém,

$$\alpha_1 = 2°\,0'\,5'',2 \text{ czyli } \alpha_1 = 0,088\varphi.$$

Zacząwszy od tak znalezionéj wartości kąta α i przypuszczając że ona się daléj powiększa, rzędne prostych odpowiadających tym nowym przecięciom poprzecznym będą bezustannie większe od rzędnych stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia, a zatém nie przedstawią one żadnego użytku.

Zobaczmy obecnie jak się rzeczy mają po lewéj stronie klucza.

Jeżeli uważane przecięcie poprzeczne łuku leży w samym kluczu; rzędna prostéj odpowiadającéj i leżącéj po lewéj stronie klucza, jest równa rzędnéj prostéj leżącéj po prawéj jego stronie, t. j.

$$z_2 = z = 2,827.$$

Widzimy więc, że długość odpowiadająca położeniu najniekorzystniejszemu ciężaru przypadkowego po lewéj stronie klucza, jest równa znalezionéj powyżéj, po prawéj stronie klucza, dla tegoż przecięcia poprzecznego, czyli że ciężar przypadkowy w położeniu najniekorzystniejszém, odpowiednio do przecięcia poprzecznego łuku zrobionego w kluczu; winien być symetrycznie rozłożonym po obu stronach klucza i na długościach równych sobie.

Jeżeli kąt α powiększa się; rzędne brane na osi rzędnych, prostych leżących po lewéj stronie klucza i odpowiadających uważanym przecięciom poprzecznym łuku, zmniejszają się, jak się o tém z łatwością przekonać możemy rzuciwszy okiem na wzór (47), lecz zmniejszanie to rzędnych linii prostych o których mowa, ma tylko miejsce do pewnéj granicy do któréj dochodzi kąt α; po za tą wartością kąta α, rzędne prostych zaczynają rosnąć i dochodzą, dla innéj oznaczonéj wartości kąta α, do wielkości równéj rzędnéj stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia; oznaczenie 1° minimum wielkości rzędnych prostych i wartości odpowiedniéj kąta α, 2° wartości kąta α dla któréj rzędne prostych stają się równe rzędnéj stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia, jest zadaniem którém się w téj chwili zająć zamierzamy.

Równanie za pomocą którego oznaczymy wielkość kąta α, dla któréj rzędna prostych po lewéj stronie klucza leżących jest minimum, podaném zostało w trzeciéj części niniejszéj pracy (48), jest ono następujące :

$$x^2 - 2\left(1 - \frac{2}{b}\right) \text{wst}\,\varphi\, x + \left(1 - \frac{2}{b}\right)^2 - \text{dos}^2\,\varphi = 0.$$

Podstawiając w tém równaniu wartości liczebne należące do naszego zadania, otrzymamy równanie następujące :

$$x^2 - 0{,}7636\,x + 0{,}13336 = 0,$$

z którego wyciągniemy wartość na x ; pamiętając że x oznacza tu wartość szczególną wstawy kąta α, np. wst α_2, będzie :

$$x = 0{,}2704;\ \log x = \overline{1},4320067 = \log \text{wst}\,\alpha_2,$$

a zatém,

$$\alpha_2 = 15^\circ 41' 17'' \quad \text{czyli} \quad \alpha_2 = 0{,}693\varphi.$$

Oto jest wartość kąta α, dla któréj równanie rzędnéj, prostych po lewéj stronie klucza leżących, jest minimum.

Wzór (47) podany powyżéj pozwoli nam obecnie znaleźć długość minimum, rzędnéj szukanéj.

W saméj rzeczy, mamy :

$$z_2 = \frac{1}{2\gamma} \times \frac{\text{wst}\,\varphi - \left(1 - \frac{2}{b}\right)\text{wst}\,\alpha_2}{\left(1 - \frac{2}{b}\right)\text{dos}\,\alpha_2 - \text{dos}\,\varphi}$$

Podstawiając w tém równaniu za głoski ich wartości liczebne, otrzymamy :

$$z_2 = 0{,}5117 \times \frac{0{,}11619}{0{,}03264} = 1{,}821 \text{ minimum.}$$

Wartość rzędnéj prostéj leżącéj po lewéj stronie klucza, staje się równą rzędnéj stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia BF (fig. 13), dla wartości kąta α, równéj α_3 i oznaczonéj przez równanie (49),

$$x^2(1 + 4\gamma^2 z_1^2) - 2gx - (4\gamma^2 z_1^2 - g^2) = 0,$$

czyli

$$37{,}912x^2 - 12{,}074x - 0{,}468 = 0,$$

zkąd

$$\log x = \log \text{wst}\,\alpha_3 = \overline{1},5482788,$$

a zatém

$$\alpha_3 = 20^\circ 41' 45'',7, \quad \text{czyli} \quad \alpha_3 = 0{,}915\varphi.$$

Z powyższego poszukiwania widzimy, że rzędne prostych leżących po lewéj stronie klucza, liczone zawsze na osi rzędnych, są raz mniejsze od rzędnéj krzywéj spółczynników głównéj części parcia w wierzchołku, drugi raz większe, jest więc jedno szczególne położenie tych prostych, w którém rzędna jest równa rzędnéj krzywéj spółczynników głównéj części parcia. Zobaczmy jakim przecięciom poprzecznym łuku odpowiada to szczególne położenie.

Wzór za pomocą którego otrzymamy wartość, którą należy nadać kątowi α, w przypadku którym się zajmujemy, jest następujący :

$$x^2(1+4\gamma^2 z_2^{\,2})-2gx-(4\gamma^2 z_2^{\,2}-g^2)=0.$$

Podstawiając w powyższym wzorze za z_2 jemu równe, dla uważanego przypadku, z_1 i za g odpowiednio zmienioną wartość; otrzymamy dwie wartości dla x, które wyznaczą nam wielkość szukaną kąta α. Zakładając więc że

$$z_2=z_1=1{,}936 \text{ (tablica podana powyżej)},$$

otrzymamy dla g wartość następującą :

$$g=\frac{1}{\left(1-\frac{2}{b}\right)}(\text{wst}\,\varphi+2\gamma z_2\,\text{dos}\,\varphi)=3{,}906.$$

Podstawiając tak znalezione wartości dla z_2 i g w powyższym wzorze, otrzymamy równanie następujące :

$$15{,}315\,x^2-7{,}811\,x+0{,}939=0,$$

zkąd dla α otrzymamy dwie wartości rzeczywiste następujące :

$$x=0{,}316;\ \log x=\bar{1}{,}4996871=\log\text{wst}\,\alpha_4,$$

$$x=0{,}194;\ \log x=\bar{1}{,}2878077=\log\text{wst}\,\alpha_5,$$

czyli że kąt α będzie raz równy α_4, t. j.

$$\alpha=\alpha_4=18^\circ\,25'\,16'',$$

$$\text{a drugi raz } \alpha=\alpha_5=11^\circ\,11'\,10'',7;$$

$$\text{czyli że raz } \alpha=\alpha_4=0{,}814\,\varphi;\ \text{a drugi raz } \alpha=\alpha_5=0{,}495\,\varphi.$$

Wszystko cośmy dotąd otrzymali zajmując się prostemi leżącemi po lewéj stronie klucza, może się wysłowić w sposób następujący :

Jeżeli kąt α, zwiększa się od zera do wielkości równéj α_2; położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego będzie zawsze zawarte, pomiędzy przecięciem poprzeczném wziętém pod uwagę i punktem przecięcia prostéj, po lewéj stronie klucza leżącéj, z krzywą spółczynników głównéj części parcia. Punkt o którym mowa znajduje się najprzód po lewéj stronie klucza, dosięga go w miarę zwiększania się kąta α, przechodzi następnie na prawą jego stronę i dochodzi ostatecznie do punktu K, w chwili kiedy kąt α jest równym kątowi α_2.

Jeżeli kąt α postępuje daléj ciągle się zwiększając, punkt przecięcia się prostéj, leżącéj po lewéj stronie klucza, odpowiadającéj uważanemu przecięciu poprzecznemu, z krzywą spółczynników głównéj części parcia, zaczyna się oddalać od punktu K zbliżając się ku kluczowi, lecz zostając jeszcze po prawéj jego stronie, dosięga go i przechodzi następnie na jego stronę lewą, na któréj postępując coraz daléj dosięga w końcu położenia ostatecznego, w którém to położeniu rzędna prostéj staje się równą rzędnéj stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia, a wówczas kąt α jest równym kątowi α_3. Dla wszystkich przecięć poprzecznych zawartych pomiędzy kluczem i wartością kąta α równą kątowi α_3, położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego po lewéj ich stronie, będzie zawarte w granicach oznaczonych: na lewo punktem przecięcia prostéj odpowiadającéj przecięciu poprzecznemu uważanemu, z krzywą spółczynników głównéj części parcia; a na prawo samém położeniem przecięcia poprzecznego o którém mowa. Biorąc więc na skalę z figury, długości o których mowa, otrzymamy natychmiast wartości szukane.

Dla przeciąć poprzecznych o których mowa, t. j. tych, które są zawarte w granicach,

$$\alpha = \alpha_1 \quad \text{i} \quad \alpha = \alpha_3;$$

położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego po prawéj ich stronie będzie wówczas, kiedy ten ciężar przypadkowy pokryje całą długość pomostu aż do przyczółka.

Dla przecięć poprzecznych łuku zawarych w granicach,

$$\alpha = 0 \quad \text{i} \quad \alpha = \alpha_1;$$

położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego po lewéj ich stronie będzie wtenczas, gdy ten ciężar przypadkowy zajmuje przestrzeń zawartą pomiędzy przecięciem poprzeczném uważaném i punktem przecięcia prostéj, leżącéj po lewéj stronie klucza i odpowiadającéj mu, z krzywą spółczynników głównéj części parcia; po prawéj zaś ich stronie wówczas, kiedy ciężar przypadkowy zajmuje całą przestrzeń pomiędzy przecięciem poprzeczném o którém mowa i punktem przecięcia prostéj odpowiadającéj, leżącéj po prawéj stronie klucza, z krzywą spółczynników głównéj części parcia.

Dla przecięcia poprzecznego łuku, zrobionego w punkcie dla którego kąt $\alpha = \alpha_1$, położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego po prawéj stronie jest wówczas, kiedy ten ostatni zajmuje całą przestrzeń pomiędzy przyczółkiem i przecięciem poprzeczném wziętém pod uwagę; a po lewéj jego stronie wówczas, kiedy ten ciężar przypadkowy zajmuje przestrzeń zawartą pomiędzy przecięciem poprzeczném wziętém pod uwagę i punktem przecięcia prostéj odpowiadającéj, po lewéj stronie klucza leżącéj, z krzywą spółczynników głównéj części parcia. Dla naszego przypadku, rzędna téj ostatniéj prostéj, liczona na osi rzędnych, ma wartość następującą:

$$z_2 = 2{,}596,$$

a odległość od osi rzędnych, punktu jéj przecięcia z krzywą spółczynników głównéj części parcia równa się:

$$x = 0{,}463 l.$$

Zajmijmy się obecnie dwoma szczególnemi przecięciami poprzecznemi łuku, dla których rzędna prostych odpowiadających im, liczona na osi rzędnych, jest równa rzędnéj krzywéj spółczynników głównéj części parcia. Dla każdego z tych przecięć poprzecznych oznaczonych powyżéj, położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego będzie miało miejsce wtenczas, kiedy ten ciężar zajmie całą połowę łuku, od klucza do przyczółka leżącego po prawéj stronie, to jest kiedy ciężar przypadkowy pokryje całą połowę mostu z téjże saméj strony co przecięcie poprzeczne wzięte pod uwagę.

Znając w téj chwili z całą dokładnością położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego dla jakichkolwiek przecięć poprzecznych łuku, pozostaje nam dodać tylko, że w blizkości *stosugi* (joint)(*) *początku łuku*, t. j. w graaicach kąta α, zawartych pomiędzy α_3 i φ; położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego jest wówczas, kiedy on pokrywa cały pomost, od jednego przyczółka do drugiego i nadto umieścić tablicę wartości rzędnych, prostych leżących po lewéj stronie klucza, liczo-

(*) *Przewodnik praktyczny* Marczewskiego.

nych na osi rzędnych, i odpowiadających wszystkim punktom podziału łuku. Tablica ta wskaże nam na pierwszy rzut oka jakim zmianom ulegają te proste w miarę zmiany położenia przecięcia poprzecznego łuku.

Zastosowanie wzoru (47) prowadzi do następujących wypadków :

Dla $\alpha = 0, \ldots\ldots z_2 = 2{,}980;$

$\alpha = 0{,}05\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}789;$

$\alpha_1 = \alpha = 0{,}088\varphi, \ldots z_2 = 2{,}596;$

$\alpha = 0{,}10\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}659;$

$\alpha = 0{,}15\varphi, \ldots z_2 = 2{,}541;$

$\alpha = 0{,}20\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}441;$

$\alpha = 0{,}25\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}343;$

$\alpha = 0{,}30\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}261;$

$\alpha = 0{,}35\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}180;$

$\alpha = 0{,}40\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}115;$

$\alpha = 0{,}45\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}049;$

$\alpha_5 = \alpha = 0{,}495\varphi, \ldots z_2 = 1{,}936;$ rzędna krzywej spółczynników głównéj części parcia w kluczu.

$\alpha = 0{,}50\varphi, \ldots\ldots z_2 = 1{,}931;$

$\alpha = 0{,}55\varphi, \ldots\ldots z_2 = 1{,}887;$

$\alpha = 0{,}60\varphi, \ldots\ldots z_2 = 1{,}851;$

$\alpha = 0{,}65\varphi, \ldots\ldots z_2 = 1{,}829;$

$\alpha_2 = \alpha = 0{,}693\varphi, \ldots z_2 = 1{,}821;$ wartość minimum.

$\alpha = 0{,}70\varphi, \ldots\ldots z_2 = 1{,}822;$

$\alpha = 0{,}75\varphi, \ldots\ldots z_2 = 1{,}862;$

$\alpha = 0{,}80\varphi, \ldots\ldots z_2 = 1{,}902;$

$\alpha_4 = \alpha = 0{,}814\varphi, \ldots\ldots z_2 = 1{,}936;$ rzędna krzywej spółczynników głównéj części parcia w kluczu.

$\alpha = 0{,}85\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}270;$

$\alpha = 0{,}90\varphi, \ldots\ldots z_2 = 2{,}638;$

$\alpha_3 = \alpha = 0{,}915\varphi, \ldots z_2 = 3{,}109;$ rzędna, równa rzędnéj stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia.

Tablica, którą powyżéj podajemy, stawia nas w możności wykreślenia wszystkich prostych, o których mówimy, i znalezienia zarazem punktów przecięcia ich z krzywą spółczynników głównéj części parcia.

Dla naszego przypadku znaleźliśmy wypadki następujące : Ciężar przypadkowy jest najniekorzystniéj rozłożony dla przecięcia poprzecznego łuku zrobionego w kluczu, kiedy on zajmuje po obu jego stronach długości równe. Jeżeli nazwiemy przez m i m' długości po prawéj i po lewéj stronie klucza, odpowiadające położeniu najniekorzystniejszemu ciężaru przypadkowego, względnie do uważanego przecięcia poprzecznego łuku, otrzymamy :

Dla przecięcia w kluczu $\alpha = 0, \ldots\ldots m = m' = 0{,}55$ (*);

$\alpha = 0{,}05\varphi, \ldots\ldots m = 0{,}695;\ m' = 0{,}509;$

$\alpha_1 = \alpha = 0{,}088\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}463;$

$\alpha = 0{,}10\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}410;$

$\alpha = 0{,}15\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}344;$

$\alpha = 0{,}20\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}284;$

$\alpha = 0{,}25\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}238;$

$\alpha = 0{,}30\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}185;$

$\alpha = 0{,}35\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}138;$

$\alpha = 0{,}40\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}092;$

$\alpha = 0{,}45\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}063;$

$\alpha_5 = \alpha = 0{,}495\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}00;$

$\alpha = 0{,}50\varphi, \ldots\ldots m = 0{,}987;$

$\alpha = 0{,}55\varphi, \ldots\ldots m = 0{,}976;$

$\alpha = 0{,}60\varphi, \ldots\ldots m = 0{,}960;$

$\alpha = 0{,}65\varphi, \ldots\ldots m = 0{,}949;$

$\alpha_2 = \alpha = 0{,}693\varphi, \ldots\ldots m = 0{,}933;$

$\alpha = 0{,}70\varphi, \ldots\ldots m = 0{,}943;$

$\alpha = 0{,}75\varphi, \ldots\ldots m = 0{,}973;$

$\alpha = 0{,}80\varphi, \ldots\ldots m = 0{,}996;$

$\alpha_4 = \alpha = 0{,}814\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}00;$

$\alpha = 0{,}85\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}205;$

$\alpha = 0{,}90\varphi, \ldots\ldots m = 1{,}377;$

$\alpha_3 = \alpha = 0{,}915\varphi, \ldots\ldots m = 2{,}00.$

3° *Położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego dla punktów leżących na wklęsłéj stronie łuku.*

Niech przecięcie poprzeczne łuku, dla którego strony wklęsłéj chcemy oznaczyć położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego, będzie to, które się znajduje w samym kluczu. Wiemy z części trzeciéj niniejszéj pracy, że dla tego przecięcia rzędna liczona na osi rzędnych, prostéj odgraniczającéj ma wyrażenie następujące :

$$z' = \frac{1}{2\gamma} \times \frac{\text{wst}\,\varphi}{1 + \frac{2}{b} - \text{dos}\,\varphi}.$$

Jeżeli w tém równaniu za głoski podstawimy ich wartości odpowiednie naszemu zadaniu, a podane powyżéj, otrzymamy dla z' wartość następującą :

$$z' = 2{,}336.$$

(*) Dwie pierwsze wartości dla m i m' są liczone zacząwszy od klucza, wszystkie zaś pozostałe są liczone od prawego przyczółka.

Jeżeli kąt α zwiększa się, rzędne prostych odpowiadających uważanym przecięciom poprzecznym, zwiększają się także i dla pewnéj oznaczonéj wartości kąta α równéj α_1', rzędna prostéj odpowiadającéj temu przecięciu jest równą rzędnéj stycznéj do krzywéj spółczynników głównéj części parcia. Równanie (54) podane w trzeciéj części niniejszéj pracy posłuży nam do oznaczenia szukanéj wartości, otrzymamy więc :

$$x^2(1 + 4\gamma^2 z_1^2) + 2gx - (4\gamma^2 z_1^2 - g^2) = 0.$$

Podstawiając w tém równaniu za głoski ich wartości liczebne i pamiętając że :

$$x = \text{wst}\,\alpha'_1\,;\, z_1 = 3{,}109 \text{ i } g = \frac{1}{1 + \frac{2}{b}}(\text{wst}\,\varphi + 2\gamma z_1 \text{ dos}\,\varphi)\,,$$

otrzymamy :

$$g = 5{,}949,$$

a równanie powyższe zamieni się na następujące :

$$37{,}916\,x^2 + 11{,}898x - 1{,}518 = 0,$$

zkąd :

$$\log x = \overline{2}{,}9884235 = \text{wst}\,\alpha'_1\,,$$

a zatém :

$$\alpha_1' = 5°\,35'\,15'',\,8\,; \text{ czyli } \alpha_1' = 0{,}247\varphi = 5^0,587.$$

Linie proste odpowiadające wszystkim przecięciom poprzecznym, których kąt α jest większy od kąta α'_1, oznaczonego powyżéj, nie przecinają już krzywéj spółczynników głównéj części parcia ; zbytecznie więc byłoby oznaczać je dla wszystkich dalszych przecięć. Rzędne prostych odgraniczających, liczone na osi rzędnych, i leżące po prawéj stronie klucza, dla wszelkich przecięć poprzecznych łuku zawartych w granicach :

$$\alpha = 0 \text{ i } \alpha = \alpha_1'$$

mają wartości następujące :

Dla kąta $\alpha = 0{,}05\varphi$, ... $z_1' = 2{,}463$;

$\alpha = 0{,}10\varphi$, ... $z_1' = 2{,}602$;

$\alpha = 0{,}15\varphi$, ... $z_1' = 2{,}756$;

$\alpha = 0{,}20\varphi$, ... $z_1' = 2{,}928$.

Wartości te otrzymane zostały za pomocą wzoru :

$$z_1' = \frac{1}{2\gamma} \times \frac{\left(1 + \frac{2}{b}\right)\text{wst}\,\alpha + \text{wst}\,\varphi}{\left(1 + \frac{2}{b}\right)\text{dos}\,\alpha - \text{dos}\,\varphi}.$$

Położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego po prawéj stronie klucza, dla wszelkich przecięć poprzecznych łuku podanych powyżéj, może się streścić w sposób następujący :

Ciężar przypadkowy ma położenie najniekorzystniejsze, odpowiednio do przecięcia poprzecznego, po prawéj stronie klucza wtedy, kiedy on zajmuje na łuku przestrzeń zawartą pomiędzy punktem przecięcia prostéj odpowiadającéj uważanemu przecięciu z krzywą spółczynników głównéj części parcia i przyczółkiem leżącym po prawéj stronie klucza.

Zobaczmy obecnie co się dzieje po lewéj stronie klucza. Jeżeli przecięcie poprzeczne wzięte pod uwagę leży w samym kluczu, rzędna prostéj odgraniczającéj i odpowiadającéj temu przecięciu poprzecznemu, po lewéj stronie klucza leżącéj, jest równa rzędnéj prostéj leżącéj po prawéj jego stronie, t. j. :

$$z_2' = z_1' = 2,336.$$

Widzimy więc, że długość odpowiadająca położeniu najniekorzystniejszemu ciężaru przypadkowego, po lewéj stronie klucza, jest równa znalezionéj powyżéj po prawéj jego stronie, dla tegoż samego przecięcia poprzecznego; czyli że ciężar przypadkowy w położeniu najniekorzystniejszém, dla przecięcia poprzecznego zrobionego w kluczu winien pokrywać, zacząwszy od przyczółków, długości równe. Spostrzegamy to na figurze 14.

Położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego dla strony wklęsłéj jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku.

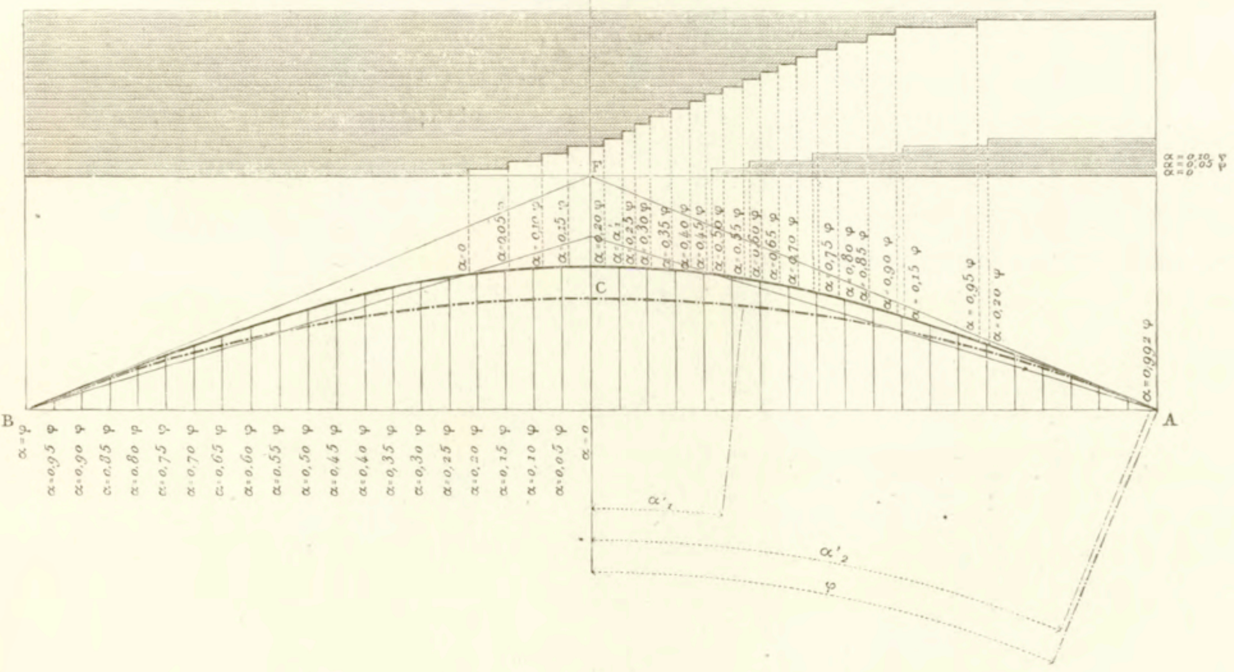

Fig. 14.

Jeżeli kąt α powiększa się, równanie dające wartość rzędnych odpowiadających, t. j.

$$z_2' = \frac{1}{2\gamma} \times \frac{\text{wst } \varphi - \left(1 + \frac{2}{b}\right) \text{wst } \alpha}{\left(1 + \frac{2}{b}\right) \text{dos } \alpha - \text{dos } \varphi}.$$

zmniejsza się w odpowiedni sposób i staje się równém zeru, dla pewnéj wartości kąta α, oznaczonéj za pomocą równania :

$$\text{wst}\,\alpha_2' = \frac{\text{wst}\,\varphi}{1+\frac{2}{b}}.$$

Podstawiając w tém równaniu za głoski ich wartości liczebne, odnoszące się do naszego przypadku, otrzymamy :

$$\log.\ \text{wst}\,\alpha_2' = \bar{1},58185745,$$

a zatém

$$\alpha_2' = 22^\circ\,26'\,47'',03, \quad \text{czyli} \quad \alpha_2' = 22^\circ,446 = 0,992\varphi.$$

Znamy więc w téj chwili granice, w których położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego zmienia się, pokrywając ciągle to inne długości pomostu zaczynając zawsze od przyczółków, stosownie do przecięcia poprzecznego wziętego pod uwagę.

Tablica podana tutaj wskaże nam wartości rzędnych prostych odgraniczających i odpowiadających uważanym przecięciom poprzecznym łuku, a figura 14 przedstawi długości odpowiadające położeniom najniekorzystniejszym ciężaru przypadkowego.

Dla kąta $\alpha = 0$, ... $z_2' = 2,336$;
$\alpha = 0,05\varphi$, . . . $z_2' = 2,221$;
$\alpha = 0,10\varphi$, . . . $z_2' = 2,115$;
$\alpha = 0,15\varphi$, . . . $z_2' = 2,017$;
$\alpha = 0,20\varphi$, . . . $z_2' = 1,926$;
$\alpha_1' = \alpha = 0,247\varphi$, . . . $z_2' = 1,845$;
$\alpha = 0,25\varphi$, . . . $z_2' = 1,841$;
$\alpha = 0,30\varphi$, . . . $z_2' = 1,761$;
$\alpha = 0,35\varphi$, . . . $z_2' = 1,684$;
$\alpha = 0,40\varphi$, . . . $z_2' = 1,614$;
$\alpha = 0,45\varphi$, . . . $z_2' = 1,544$;
$\alpha = 0,50\varphi$, . . . $z_2' = 1,480$;
$\alpha = 0,55\varphi$, . . . $z_2' = 1,413$;
$\alpha = 0,60\varphi$, . . . $z_2' = 1,352$;
$\alpha = 0,65\varphi$, . . . $z_2' = 1,287$;
$\alpha = 0,70\varphi$, . . . $z_2' = 1,221$;
$\alpha = 0,75\varphi$, . . . $z_2' = 1,144$;
$\alpha = 0,80\varphi$, . . . $z_2' = 1,067$;
$\alpha = 0,85\varphi$, . . . $z_2' = 0,943$;
$\alpha = 0,90\varphi$, . . . $z_2' = 0,821$;
$\alpha = 0,95\varphi$, . . . $z_2' = 0,562$;
$\alpha_2' = \alpha = 0,992\varphi$, . . . $z_2' = 0$.

Powyższa tablica pozwala nam nakreślić wszystkie proste odgraniczające i znaleźć punkta ich przecięcia z krzywą spółczynników głównej części parcia. Dla zupełnego więc rozwiązania naszego zadania pozostaje nam tylko przedstawić tablicę długości ciężaru przypadkowego w położeniu najniekorzystniejszém, odpowiednio do każdego z przecięć poprzecznych łuku podanych powyżéj.

Nazwijmy jak poprzednio m i m' długości liczone; raz od strony prawéj, drugi raz od strony lewéj, otrzymamy:

Dla przecięcia poprzecznego zrobionego w kluczu

$\alpha = 0$,	$m = \ldots$	$m' = 0{,}789\,l$;
$\alpha = 0{,}05\varphi$,	$m = 0{,}723$,	$m' = 0{,}842$;
$\alpha = 0{,}10\varphi$,	$m = 0{,}612$,	$m' = 0{,}914$;
$\alpha = 0{,}15\varphi$,	$m = 0{,}467$,	$m' = 0{,}967$;
$\alpha = 0{,}20\varphi$,	$m = 0{,}302$,	$m' = 1{,}023$;
$\alpha_1' = \alpha = 0{,}247\varphi$,	$m = 0$,	$m' = 1{,}062$;
$\alpha = 0{,}25\varphi$,		$m' = 1{,}079$;
$\alpha = 0{,}30\varphi$,		$m' = 1{,}105$;
$\alpha = 0{,}35\varphi$,		$m' = 1{,}138$;
$\alpha = 0{,}40\varphi$,		$m' = 1{,}171$;
$\alpha = 0{,}45\varphi$,		$m' = 1{,}204$;
$\alpha = 0{,}50\varphi$,		$m' = 1{,}234$;
$\alpha = 0{,}55\varphi$,		$m' = 1{,}269$;
$\alpha = 0{,}60\varphi$,		$m' = 1{,}296$;
$\alpha = 0{,}65\varphi$,		$m' = 1{,}329$;
$\alpha = 0{,}70\varphi$,		$m' = 1{,}369$;
$\alpha = 0{,}75\varphi$,		$m = 1{,}401$;
$\alpha = 0{,}80\varphi$,		$m' = 1{,}434$;
$\alpha = 0{,}85\varphi$,		$m' = 1{,}493$;
$\alpha = 0{,}90\varphi$,		$m' = 1{,}542$;
$\alpha = 0{,}95\varphi$,		$m' = 1{,}684$;
$\alpha_2' = \alpha = 0{,}992\varphi$,		$m' = 2{,}000$.

Z powyższéj tablicy i rzuciwszy okiem na figurę 14 widzimy, że położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego dla jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku, w punkcie leżącym na wklęsłéj jego stronie, ma miejsce tylko wtenczas, kiedy ten ciężar przypadkowy zajmuje na pomoście powierzchnie leżące na zewnątrz przecięcia poprzecznego uważanego, jużto pokrywając pewne powierzchnie po obu stronach łuku, zaczynając od przyczółków, jak to ma miejsce dla przecięć zawartych pomiędzy kluczem i kątem α równym $0{,}247\varphi$, już też na długości łuku zawartéj pomiędzy przyczółkiem najwięcéj oddalonym i punktem przecięcia prostéj, odpowiadającéj uważanemu przecięciu poprzecznemu, z krzywą spółczynników głównéj części parcia; ten drugi przypadek ma miejsce dla przecięć poprzecznych zawartych pomiędzy $\alpha = 0{,}247\varphi$ i $\alpha = 0{,}992\varphi$; od tego ostatniego punktu aż do końca łuku, t. j. dla kąta $\alpha = \varphi$, położenie najniekorzystniejsze ma miejsce wtenczas, kiedy ten ciężar pokrywa cały pomost.

4° Oznaczenie wartości spółczynnika główněj części parcia dla ciężarów przypadkowych w położeniu najniekorzystniejszém.

Widzieliśmy (część pierwsza niniejszéj pracy), w jaki sposób postępować należy dla oznaczenia wartości spółczynnika główněj części parcia, kiedy ciężar przypadkowy jest jednostajnie rozłożony na całéj długości pomostu. Zobaczmy obecnie, jakim zmianom ulegnie sposób powyżéj podany, jeżeli zajmować się będziemy ciężarem przypadkowym rozłożonym na pewnéj tylko długości.

Jeżeli ciężar przypadkowy pokrywa tylko pewną oznaczoną długość pomostu np. długość równą ml; wartość spółczynnika główněj części parcia oznaczy się, biorąc powierzchnię zawartą pomiędzy krzywą spółczynników główněj części parcia, osią x, i dwiema rzędnemi poprowadzonemi przez ostateczne punkta ciężaru przypadkowego i dzieląc tak otrzymaną powierzchnię przez wspomnianą długość ml.

Podaliśmy już powyżéj sposób obliczania powierzchni, o któréj w téj chwili mowa, nie mamy więc bynajmniéj zamiaru powtarzać go tutaj po raz drugi, przypomnimy tylko, że metoda kwadratur Sympsona lub sposób polegający na rozdzielaniu szukanéj powierzchni na trapezy i odcinki paraboe, będzie zawsze wystarczający do dokładnego jéj oznaczenia.

Model rachunkow, który tu podajemy, został otrzymany biorąc za odcięte wstawy kątów φ odpowiadających; w każdym więc szczególnym przypadku powierzchnia otrzymana winna być podzieloną przez iloczyn m wstφ.

Jeżeli ciężar przypadkowy pokrywa całą długość pomostu, spółczynnik główněj części parcia dla łuku którym się zajmujemy, otrzyma się w sposób następujący :

Powierzchnia zawarta pomiędzy $\alpha = 0$ i $\alpha = 0{,}10\varphi$, składa się :

$$1^\circ \text{ Trapez } \left(\frac{1{,}936 + 1{,}912}{2}\right) 0{,}039468 \; \ldots\ldots \; = 0{,}075937;$$

$$2^\circ \text{ Odcinek paraboliczny } \frac{2}{3}\left(1{,}930 - 1{,}924\right) 0{,}039468 \; \ldots \; = 0{,}000158;$$

W podobny sposób otrzymamy powierzchnie następujące :

od $\alpha = 0{,}10\varphi$ do $\alpha = 0{,}20\varphi$	$= 0{,}074096$
$\alpha = 0{,}20\varphi$ do $\alpha = 0{,}30\varphi$	$= 0{,}070171$
$\alpha = 0{,}30\varphi$ do $\alpha = 0{,}40\varphi$	$= 0{,}064371$
$\alpha = 0{,}40\varphi$ do $\alpha = 0{,}50\varphi$	$= 0{,}056973$
$\alpha = 0{,}50\varphi$ do $\alpha = 0{,}60\varphi$	$= 0{,}048180$
$\alpha = 0{,}60\varphi$ do $\alpha = 0{,}70\varphi$	$= 0{,}038294$
$\alpha = 0{,}70\varphi$ do $\alpha = 0{,}80\varphi$	$= 0{,}027622$
$\alpha = 0{,}80\varphi$ do $\alpha = 0{,}90\varphi$	$= 0{,}016564$
$\alpha = 0{,}90\varphi$ do $\alpha = \varphi$	$= 0{,}005436$

Całkowita powierzchnia zawarta pomiędzy $\alpha = 0$ i $\alpha = \varphi$ będzie równa $0{,}477802$

a zatém spółczynnik głównéj części parcia wywartego pod wpływem ciężaru przypadkowego jednostajnie rozłożonego na całéj długości pomostu, będzie miał wartość następującą :

$$C = \frac{0{,}477802}{\text{wst}\,\varphi} = 1{,}243.$$

Porównywając wartość tak otrzymaną, dla spółczynnika głównéj części parcia, z jego wartością podaną w tablicy drugiéj dzieła p. Bresse'a, spostrzegamy, że ich różnica jest prawie żadną, będziemy więc mogli zastosować nadal sposób tutaj podany we wszystkich przypadkach, jakie w praktyce natrafić się dadzą, a które z trudnością tylko mogłyby być inaczéj rozwiązane, a wypadki tak otrzymane pod względem ścisłości nie pozostawią nic do życzenia

W saméj rzeczy wartość spółczynnika głównéj części parcia otrzymana powyżéj jest :

$$C = 1{,}243.$$

tablica P. Bresse'a daje dla tegoż spółczynnika wartość :

$$C = 1{,}2435.$$

Dotąd oznaczyliśmy wartość spółczynnika głównéj części parcia w przypadku, gdy ciężar przypadkowy jest rozłożony na całéj długości pomostu, zobaczmy obecnie, w jaki sposób postępować należy, chcąc znaleźć wartość spółczynnika głównéj części parcia w przypadku odpowiadającym jakiemukolwiek dowolnemu rozkładowi na pomoście ciężaru przypadkowego.

Jeżeli ciężar przypadkowy pokrywa pewną część pomostu, jak to ma zazwyczaj miejsce wtenczas, kiedy położenie jego jest najniekorzystniejsze względnie do pewnego oznaczonego przecięcia poprzecznego łuku, wówczas znając już z powyższego całkowitą powierzchnię zawartą pomiędzy krzywą i osią odciętych, dostateczném będzie szukać powierzchni zawartéj pomiędzy końcem ciężaru przypadkowego w położeniu najniekorzystniejszém i podziałem łuku najbliżéj go leżącym, i do tak otrzymanego wypadku dodać powierzchnie cząstkowe znalezione powyżéj, a dzieląc tak otrzymaną summę przez $m\,\text{wst}\,\varphi$, otrzymamy w ostatecznym rezultacie szukaną wartość spółczynnika głównéj części parcia, odpowiadającą położeniu najniekorzystniejszemu ciężaru przypadkowego.

Postępując w porządku dotąd przyjętym dla znalezienia położeń najniekorzystniejszych ciężaru przypadkowego, zacznijmy od oznaczenia wartości spółczynnika głównéj części parcia, dla przecięcia poprzecznego łuku zrobionego w kluczu, pod wpływem ciężaru przypadkowego w położeniu najniekorzystniejszém.

Wiemy z powyższego, że położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego dla wypukłéj strony przecięcia poprzecznego zrobionego w kluczu jest wtenczas, gdy ciężar ten zajmuje na pomoście długość równą $m = 1{,}550\,l$, a $m' = 0{,}450\,l$, otóż stosując powyżéj podaną metodę, otrzymamy :

Powierzchnia	od 0 do φ	$= 0{,}477802$
«	od 0 do $0{,}50\varphi$	$= 0{,}341706$
«	od $0{,}50\varphi$ do końca ciężaru przypadkowego $0{,}0197 \times 1{,}315$.	$= 0{,}025905$
	Razem	$= 0{,}845713$

a zatém spółczynnik głównéj części parcia będzie miał wartość następującą :

$$C = \frac{0,845713}{1,550 \text{ wsl } \varphi} = 1,419.$$

Znając wartość spółczynnika głównéj części parcia, znajdziemy wartość całkowitego spółczynnika, mnożąc tak otrzymaną wartość przez spółczynnik poprawki γ, który dla naszego przypadku równa się 0,97714.

Wartość zatém całkowitego spółczynnika równa się

$$C\gamma = 1,419 \times 0,97714 = 1,387.$$

Postępując daléj w sposób podany powyżéj otrzymamy wartości spółczynników głównéj części parcia, a następnie całkowitego spółczynnika parcia, dla każdego przecięcia poprzecznego pod wpływem ciężaru przypadkowego, działającego w położeniu najniekorzystniejszém.

W ten sposób utworzoną została tablica, którą podajemy poniżéj. Wartości spółczynników i powierzchni tam podane, odnoszą się do strony wypukłéj przecięć poprzecznych łuku.

Dla $\alpha_1 = \alpha = 0,088\varphi$	Powierzchnia	$S = 0,798428$,	$C = 1,416$,	$C\gamma = 1,383$;
$\alpha = 0,10\varphi$	«	$S = 0,768747$,	$C = 1,418$,	$C\gamma = 1,385$;
$\alpha = 0,20\varphi$	«	$S = 0,679713$,	$C = 1,376$,	$C\gamma = 1,344$;
$\alpha = 0,30\varphi$	«	$S = 0,609247$,	$C = 1,337$,	$C\gamma = 1,306$;
$\alpha = 0,40\varphi$	«	$S = 0,553897$,	$C = 1,319$,	$C\gamma = 1,289$;
$\alpha_5 = \alpha = 0,495\varphi$	«	$S = 0,478802$,	$C = 1,243$,	$C\gamma = 1,214$;
$\alpha = 0,50\varphi$	«	$S = 0,467910$,	$C = 1,233$,	$C\gamma = 1,204$;
$\alpha = 0,60\varphi$	«	$S = 0,447364$,	$C = 1,212$,	$C\gamma = 1,184$;
$\alpha = 0,70\varphi$	«	$S = 0,434427$,	$C = 1,198$,	$C\gamma = 1,170$;
$\alpha = 0,80\varphi$	«	$S = 0,474758$,	$C = 1,239$,	$C\gamma = 1,211$;
$\alpha_4 = \alpha = 0,814\varphi$	«	$S = 0,477802$,	$C = 1,243$,	$C\gamma = 1,214$;
$\alpha = 0,90\varphi$	«	$S = 0,747730$,	$C = 1,412$,	$C\gamma = 1,380$;
$\alpha_3 = \alpha = 0,915\varphi$	«	$S = 0,955604$,	$C = 1,243$,	$C\gamma = 1,214$;
$\alpha = \varphi$.	«	$S = 0,955604$,	$C = 1,243$,	$C\gamma = 1,214$;

W sposób podobny do powyżéj podanego, możemy obliczyć następującą tablicę, odnoszącą się do strony wklęsłéj przecięć poprzecznych łuku, kiedy ciężar przypadkowy odpowiadający każdemu z nich zajmuje na pomoście położenie najniekorzystniejsze.

Otrzymamy więc :

Dla przecięcia poprzecznego leżącego w kluczu, dla którego

$$m = m' = 0,789\, l,$$

$$S = 0,319892, \quad C = 1,054, \quad C\gamma = 1,030.$$

Dla przecięcia poprzecznego pod kątem $\alpha = 0{,}10\varphi$, dla którego

$$m = 0{,}612,$$

$$S = 0{,}200792, \quad C = 0{,}854, \quad C\gamma = 0{,}834.$$

$$m' = 0{,}914.$$

$$S = 0{,}412360, \quad C = 1{,}173, \quad C\gamma = 1{,}146.$$

Dla przecięcia poprzecznego tworzącego z kluczem kąt $\alpha = 0{,}20\varphi$, dla którego

$$m = 0{,}302,$$

$$S = 0{,}050388, \quad C = 0{,}434, \quad C\gamma — 0{,}424.$$

$$m' = 1{,}023.$$

$$S = 0{,}479552, \quad C = 1{,}219, \quad C\gamma = 1{,}191.$$

Dla przecięcia poprzecznego tworzącego z kluczem kąt

$$\alpha_1' = \alpha = 0{,}247\varphi$$

$$m = 0 \quad \text{i} \quad m' = 0{,}062,$$

$$S = 0{,}482520, \quad C = 1{,}237, \quad C\gamma = 1{,}209.$$

Dla przecięcia	$\alpha = 0{,}30\varphi$	$S = 0{,}557602$,	$C = 1{,}312$,	$C\gamma = 1{,}282$;
«	$\alpha = 0{,}40\varphi$	$S = 0{,}606505$,	$C = 1{,}347$,	$C\gamma = 1{,}316$;
«	$\alpha = 0{,}50\varphi$	$S = 0{,}651851$,	$C = 1{,}374$,	$C\gamma = 1{,}342$;
«	$\alpha = 0{,}60\varphi$	$S = 0{,}695357$,	$C = 1{,}395$,	$C\gamma = 1{,}363$;
«	$\alpha = 0{,}70\varphi$	$S = 0{,}742580$,	$C = 1{,}410$,	$C\gamma = 1{,}378$;
«	$\alpha = 0{,}80\varphi$	$S = 0{,}781906$,	$C = 1{,}418$,	$C\gamma = 1{,}385$;
«	$\alpha = 0{,}90\varphi$	$S = 0{,}839753$,	$C = 1{,}416$,	$C\gamma = 1{,}383$;
«	$\alpha_2' = \alpha = 0{,}992\varphi$	$S = 0{,}955604$,	$C = 1{,}243$,	$C\gamma = 1{,}214$;

Znając obecnie wartości ilości podanych powyżéj; pierwsza część naszego zadania, dotycząca oznaczenia parcia, jest w zupełności rozwiązana. Pozostaje więc zająć się teraz częścią drugą, t. j. znalezieniem wartości ciśnień i ciągnień wywartych w jakichkolwiek punktach łuku.

5° *Oznaczenie wartości spółczynników wytrzymałości maximum pod wpływem ciężarów przypadkowego lub stałego, jednostajnie rozłożonych na całéj długości pomostu.*

Wzory podane w drugiéj części niniejszéj pracy (23), (24), w których za wstφ, dosφ, b i n podstawimy wartości liczebne odnoszące się do naszego przypadku; posłużą nam do znalezienia wartości spółczynników, o których w tym rozdziale mówić zamierzamy.

Podstawiając we wzorze (24) za wst φ, dos φ, b i n ich wrrtości liczebne, otrzymamy dla strony wypukłéj łuku wzór następujący :

$$\beta = 175{,}190\, x^2 - 337{,}499\, x + 164{,}943.$$

postępując w ten sposób z równaniem dającém wartość dla q', otrzymamy dla strony wklęsłéj łuku wzór następujący :

$$\beta' = -180{,}390\, x^2 + 345{,}071\, x - 162{,}343.$$

Stosując powyżéj podane wzory do przecięć poprzecznych łuku, odpowiadających rozmaitym wartościom kąta α, i pamiętając zawsze że $x = \mathrm{dos}\,\alpha$; ułożyć możemy tablicę, która dla strony wypukłéj łuku będzie zawierała następujące wartości :

Dla $\alpha = 0$ . . . . . . $\beta = 2{,}635$;
$\alpha = 0{,}10\varphi$ . . . . . $\beta = 2{,}626$;
$\alpha = 0{,}20\varphi$ . . . . . $\beta = 2{,}588$;
$\alpha = 0{,}30\varphi$ . . . . . $\beta = 2{,}552$;
$\alpha = 0{,}40\varphi$ . . . . . $\beta = 2{,}500$;
$\alpha = 0{,}50\varphi$ . . . . . $\beta = 2{,}450$;
$\alpha = 0{,}60\varphi$ . . . . . $\beta = 2{,}441$;
$\alpha = 0{,}70\varphi$ . . . . . $\beta = 2{,}398$ minimum ;
$\alpha = 0{,}80\varphi$ . . . . . $\beta = 2{,}425$;
$\alpha = 0{,}90\varphi$ . . . . . $\beta = 2{,}513$;
$\alpha = \varphi$ . . . . . . $\beta = 2{,}680$;

a dla strony wklęsłéj wartości podane poniżéj

Dla $\alpha = 0$ . . . . . . $\beta' = 2{,}337$;
$\alpha = 0{,}10\varphi$ . . . . . $\beta' = 2{,}348$;
$\alpha = 0{,}20\varphi$ . . . . . $\beta' = 2{,}385$;
$\alpha = 0{,}30\varphi$ . . . . . $\beta' = 2{,}439$;
$\alpha = 0\ 40\varphi$ . . . . . $\beta' = 3{,}503$;
$\alpha = 0{,}50\varphi$ . . . . . $\beta' = 2{,}575$;
$\alpha = 0{,}60\varphi$ . . . . . $\beta' = 2{,}636$;
$\alpha = 0{,}70\varphi$ . . . . . $\beta' = 2{,}674$ } maximum ;
$\alpha = 0{,}80\varphi$ . . . . . $\beta' = 2{,}674$ }
$\alpha = 0{,}90\varphi$ . . . . . $\beta' = 2{,}616$;
$\alpha = \varphi$ . . . . . . $\beta' = 2{,}586$.

Za pomocą powyżéj podanych tablic możemy wykreślić krzywe spółczynników wytrzymałości, odrzucając na oś odciętych punkta leżące na łuku i odpowiadające kątom α, prowadząc przez tak otrzymane punkta rzędne i odcinając na nich, licząc od osi odciętych, na pewną oznaczoną skalę, wartości zawarte w powyższych tablicach. Łącząc tak otrzymane punkta pomiędzy sobą, otrzymamy krzywę, która będzie właśnie krzywą spółczynników wytrzymałości maximum, jużto dla strony wypukłéj łuku, już téż dla strony jego wklęsłéj.

Figura 15 przedstawia krzywe, o których mowa; krzywa ACD jest krzywą spółczynników wytrzymałości dla strony wypukłéj łuku, a krzywa ABE krzywą spółczynników wytrzymałości dla strony jego wklęsłéj.

Znając obecnie wartości spółczynników wytrzymałości maximum danego do obliczenia łuku, kiedy ciężary nań działające są jednostajnie rozłożone i pokrywają całą długość pomostu, zajmiemy się ich oznaczeniem w warunkach cokolwiek odmiennych, t. j. kiedy ciężar przypadkowy działający na dany łuk zajmuje na pomoście położenie najniekorzystniejsze dla pewnych oznaczonych przecięć poprzecznych łuku.

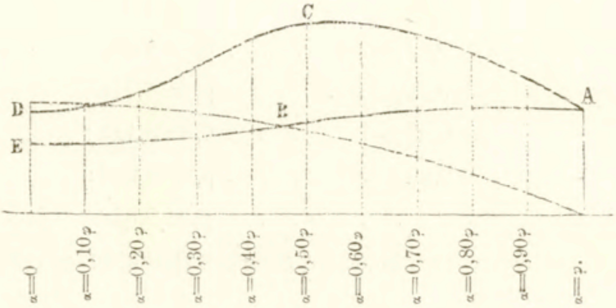

Fig. 15.

6° *Oznaczenie wartości spółczynników wytrzymałości maximum pad wpływem ciężaru przypadkowego w położeniu najniekorzystniejszém.*

Wzory (56) i (57) podane w trzeciéj części niniejszéj pracy posłużą nam do znalezienia szukanych wartości. Jeżeli w powyższych wzorach za wst φ, dos φ, b, m, $C\gamma$ i α podstawimy wartości odpowiednie naszemu przypadkowi, otrzymamy :

Dla strony wypukłéj łuku i dla przecięcia poprzecznego zrobionego w kluczu; pamiętając że dla tego przecięcia poprzecznego położenie najniekorzystniejsze ciężaru przypadkowego jest wtenczas, kiedy $m=(1,55-0,45)\ l$, otrzymamy najprzód dla $m=1,55\ l$

$$\beta_a = 295,035 - 291,864 = 3,171.$$

Następnie spółczynnik wytrzymałości maximum pod wpływem ciężaru przypadkowego jednostajnie rozłożonego na pomoście i na długości równéj $m=0,45\ l$, która jest dopełnieniem długości całkowitéj m; zważywszy że spółczynnik wytrzymałości maximum dla ciężaru przypadkowego pokrywającego całą długość pomostu znaleziony powyżéj jest :

$$\beta_b = 2,635 - 3,171 = -0,536.$$

Spółczynnik wytrzymałości maximum, którego wartości w téj chwili szukamy, będąc równym różnicy powyżéj otrzymanych spółczynników β_a i β_b, otrzymamy :

$$\beta_1 = \beta_a - \beta_b = 3,171 - 0,536 = 3,707.$$

Spółczynnik wytrzymałości maximum odpowiadający przecięciu poprzecznemu tworzącemu kąt $\alpha=0,10\varphi$ z prostopadłą pzzechodzącą przez wierzchołek łuku, otrzymamy podstawiając za $m=1,410$ i $C\gamma=1,385$; czyli :

$$\beta_1 = 3,535.$$

W podobny sposób otrzymamy wartości spółczynników, wytrzymałości maximum, odpowiadających innym przecięciom poprzecznym łuku i będzie :

Dla $\alpha = 0{,}10\varphi$ . . . . . . $\beta_1 = 3{,}535$;

$\alpha = 0{,}20\varphi$ . . . . . $\beta_1 = 4{,}653$;

$\alpha = 0{,}30\varphi$ . . . . . $\beta_1 = 4{,}521$;

$\alpha = 0{,}40\varphi$ . . . . . $\beta_1 = 4{,}073$;

$\alpha = 0{,}50\varphi$ . . . . . $\beta_1 = 4{,}733$;

$\alpha = 0{,}60\varphi$ . . . . . $\beta_1 = 4{,}552$;

$\alpha = 0{,}70\varphi$ . . . . . $\beta_1 = 4{,}118$;

$\alpha = 0{,}80\varphi$ . . . . . $\beta_1 = 3{,}424$;

$\alpha = 0{,}90\varphi$ . . . . . $\beta_1 = 2{,}645$;

$\alpha = \varphi$ . . . . . . $\beta_1 = 2{,}626$.

Wszystko cośmy dotąd powiedzieli, zajmując się stroną wypukłą łuku, zastosować się daje do jego

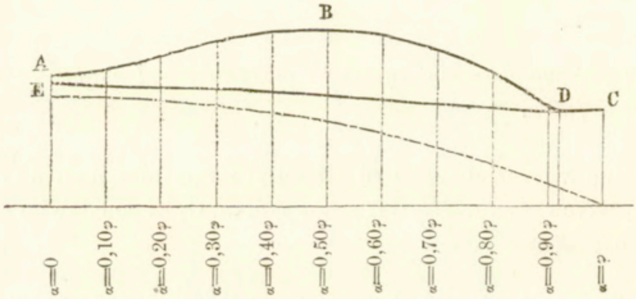

Fig. 16.

strony wklęsłéj. Jeżeli więc zastosujemy wzory podane powyżéj i odnoszące się do strony wklęsłéj łuku, otrzymamy :

Dla $\alpha = 0$ . . . . . . $\beta_1' = 1{,}836$;

$\alpha = 0{,}10\varphi$ . . . . . $\beta_1' = 2{,}393$;

$\alpha = 0{,}20\varphi$ . . . . . $\beta_1' = 2{,}627$;

$\alpha = 0{,}30\varphi$ . . . . . $\beta_1' = 3{,}442$;

$\alpha = 0{,}40\varphi$ . . . , . $\beta_1' = 3{,}911$;

$\alpha = 0{,}50\,\varphi$ . . . . . $\beta_1' = 4{,}371$;

$\alpha = 0{,}60\,\varphi$ . . . . . $\beta_1' = 4{,}462$;

$\alpha = 0{,}70\,\varphi$ . . . . . $\beta_1' = 4{,}365$;

$\alpha = 0{,}80\,\varphi$ . . . . . $\beta_1' = 3{,}654$;

$\alpha = 0{,}90\,\varphi$ . . . . . $\beta_1' = 2{,}743$;

$\alpha = \varphi$ . . . . $\beta_1' = 1{,}802$.

Wartości dla β_1 i β_1' znalezione powyżéj pasłużyć nam mogą do wykreślenia krzywych przedstawionych na figurze 16. Krzywe ABC i CDE pokazują od razu :

1° iż położenie ciężaru przypadkowego, kiedy ten ostatni pokrywa całą długość pomostu jest najniekorzystniejszém, jak to już zauważyliśmy w trzeciéj części niniejszéj pracy, dla punktów leżących na wypukłéj stronie przecięć poprzecznych zawartych w granicach $\alpha = 0{,}915\varphi$ i $\alpha = \varphi$, to jest w częściach łuku najbliżéj leżących stosugi początku, i dla punktów leżących na wklęsłéj stronie przecięć poprzecznych zawartych w granicach $\alpha = 0,992\varphi$ i $\alpha = \varphi$.

2° Iż oznaczenie położenia najniekorzystniejszego ciężaru przypadkowego winno być dokonaném z całą sumiennością dla każdego punktu leżącego tak na stronie wypukłéj, jako téż i wklęsłéj łuku, gdyż spółczynniki wytrzymałości maximum otrzymane w ten sposób są daleko większe od tych, które otrzymać możemy uważając ciężar przypadkowy za jednostajnie rozłożony na całéj długości pomostu.

Oznaczyliśmy powyżéj spółczynniki wytrzymałości maximum pod wpływem jużto samego ciężaru stałego działającego oddzielnie, już téż pod wpływem samego ciężaru przypadkowego w położeniu najniekorzystniejszém; zobaczmy obecnie jak się zmienią wartości otrzymane powyżéj, gdy ciężar stały i ciężar przypadkowy będą działały jednocześnie.

7° *Ciśnienie maximum wywarte pod wpływem ciężaru stałego i ciężaru przypadkowego w położeniu najniekorzystniejszém kiedy one działają jednocześnie.*

Ciśnienie maximum na wypukłéj stronie jakiegokolwiek przecięcia poprzecznego łuku otrzymać możemy za pomocą wzoru ogólnego podanego w trzeciéj części (58), jeżeli w tym wzorze za głoski podstawimy ich wartości odpowiadające naszemu zadaniu; będzie więc

Dla $\alpha = 0$ . . . . $\zeta = \beta_1 + k\beta = 3{,}708 + 2{,}635k$;

$\alpha = 0{,}10\,\varphi$ . . . . . . $\zeta =$ « $= 3{,}535 + 2{,}626k$;

$\alpha = 0{,}20\,\varphi$ . . . . . . $\zeta =$ « $= 4{,}653 + 2{,}588k$;

$\alpha = 0{,}30\varphi$ . . . . . . $\zeta =$ « $= 4{,}521 + 2{,}552k$;

$\alpha = 0{,}40\varphi$ . . . . . . $\zeta =$ « $= 4{,}073 + 2{,}500k$;

$\alpha = 0{,}50\,\varphi$ . . . . . . $\zeta =$ « $= 4{,}733 + 2{,}450k$;

$\alpha = 0{,}60\,\varphi$ . . . . . . $\zeta =$ « $= 4{,}552 + 2{,}411k$;

$\alpha = 0{,}70\,\varphi$ . . . . . . $\zeta =$ « $= 4{,}118 + 2{,}398k$;

$\alpha = 0{,}80\,\varphi$ . . . . . $\zeta =$ « $= 3{,}424 + 2{,}425k$;

$\alpha = 0{,}90\,\varphi$ . . . . . $\zeta =$ « $= 2{,}645 + 6{,}513k$;

$\alpha = \varphi$ . . . . $\zeta =$ « $= 2{,}626 + 2{,}680k$;

W sposób zupełnie podobny otrzymamy wartości spółczynników wytrzymałości maximum, pod wpływem uważanych ciężarów, dla strony wklęsłéj przecięć poprzecznych łuku. W saméj rzeczy, podstawmy we wzorze ogólnym podanym powyżéj (Część trzecia 59), za głoski ich wartości; otrzymamy:

Dla $\alpha = 0$ . . . . $\zeta' = \beta_1' + k\beta' = 1{,}836 + 2{,}237k$;

$\alpha = 0{,}10\varphi$ . . . . . $\zeta' =$ « $= 2{,}393 + 2{,}348k$;

$\alpha = 0{,}20\varphi$ . . . . . $\zeta' =$ « $= 2{,}627 + 2{,}385k$;

$\alpha = 0{,}30\varphi$ . . . . . $\zeta' =$ « $= 3{,}442 + 2{,}439k$;

$\alpha = 0{,}40\varphi$ . . . . . $\zeta' =$ « $= 3{,}911 + 2{,}503k$;

$\alpha = 0{,}50\varphi$ . . . . . $\zeta' =$ « $= 4{,}371 + 2{,}575k$;

$\alpha = 0{,}60\varphi$ . . . . . $\zeta' =$ « $= 4{,}462 + 2{,}636k$;

$\alpha = 0{,}70\varphi$ . . . . . $\zeta' =$ « $= 4{,}365 + 2{,}674k$;

$\alpha = 0{,}80\varphi$ . . . . . $\zeta' =$ « $= 3{,}654 + 2{,}674k$;

$\alpha = 0{,}90\varphi$ . . . . . $\zeta' =$ « $= 2{,}743 + 2{,}616k$;

$\alpha = \varphi$ . . . . . . $\zeta' =$ « $= 1{,}802 + 2{,}586k$.

Jeżeli za pomocą tak otrzymanych wartości dla ζ, ζ' wykreślimy krzywe, których rzędne odpowiadać będą ζ, ζ', otrzymamy (fig. 17) krzywe, które przeniesione jedna na drugą przedstawią kształt

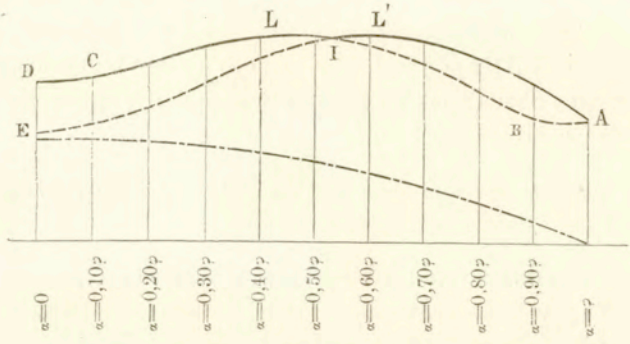

Fig. 17.

ABILCD, AL'IE. Zważywszy, że dla zupełnego wystudjowania kwestyi potrzebne nam są tylko części powyższych krzywych dające maximum wytrzymałości, przedstawiliśmy na fig. 17 elementa odpowiadające maximum linią ciągłą, pozostałe zaś części krzywéj linią przerywaną.

Jeżeli obecnie uważać będziemy tylko części ciągłe powyższych krzywych znajdziemy krzywę ALIL'CD, którą nazwiemy krzywą ostatecznych wartości spółczynników wytrzymałości, a ciśnienie maximum w jakimkolwiek punkcie łuku, otrzyma się za pomocą wzoru ogólnego :

$$q = \frac{p'l}{\omega}\zeta,$$

w którym za ζ podstawimy wartość rzędnéj krzywéj, którą się w téj chwili zajmujemy.

Widząc obecnie, w jaki sposób postępować należy, dla otrzymania krzywéj ostatecznych wartości spółczynników wytrzymałości ; zachęcamy czytelników do nakreślenia kilkú tego rodzaju krzywych; zmieniając wartość ilości k, t. j. stosunku ciężaru stałego do ciężaru przypadkowego. Porównywając z sobą otrzymane wartości dla ilości ζ i ζ' i studiując z uwagą krzywe przedstawione na figurze 17, wyprowadzić możemy następujące wnioski :

1° Ciśnienie maximum maximorum, wywarte na stronie wypukłéj łuku ma, zawsze miejsce pomiędzy wierzchołkiem i punktem I ; ciśnienie maximum maximorum, wywarte na jego stronie wklęsłéj, ma zawsze miejsce pomiędzy punktem I i początkiem łuku.

2° Stosunek ciężaru stałego do ciężaru przypadkowego $\frac{p}{p'}$, który oznaczyliśmy przez k, wpływa także na oznaczenie punktu, w którym ciśnienie maximum maximorum ma miejsce. Punkt łuku leżący jużto na stronie wypukłéj, już téż na stronie wklęsłéj, w którym ciśnienie maximum maximorum jest wywartém, zmienia się odpowiednio do wartości ilości k i tak :

Jeżeli k jest mniejsze od 0,35, punkt największego ciśnienia leży bezzmiennie na stronie wklęsłéj przecięcia poprzecznego łuku tworzącego z kluczem kąt bardzo blizki kątowi

$$\alpha = 0{,}60\varphi.$$

Jeżeli k jest większe od 0,35, lecz zostaje zawsze zawartém pomiędzy 0,35 i 2,47 ; punkt, w którym ciśnienie maximum maximorum ma zawsze miejsce, odpowiada przecięciu poprzecznemu, tworzącemu kąt równy kątowi

$$\alpha = 0{,}40\varphi,$$

i leży na stronie wypukłéj łuku.

Stosunek ciężaru stałego do ciężaru przypadkowego zmieniając się bezustannie i przechodząc granice dotąd podane, punkt w którym ciśnienie maximum maximorum ma miejsce, znajdzie się zawsze na stronie wypukłéj łuku i odpowie przecięciom poprzecznym tworzącym następujące kąty :

Dla k zawartego pomiędzy	2,47	i	5,11	$\alpha = 0{,}50\varphi$.
k	id.	5,11	i	8,58	$\alpha = 0{,}20\varphi$.
k	id.	8 58	i	11,93	$\alpha = 0{,}10\varphi$.

k większego od 11,93 ciśnienie maximum maximorum będzie zawsze miało miejsce w kluczu i na stronie wypukłéj łuku.

Widzimy więc, że budowa łuków o przecięciu poprzecznem stałém, lecz niesymetrycznem względnie do włókna obojętnego, jest najkorzystniejszą. W saméj rzeczy, jeżeli stosunek $\frac{p}{p'} = k$ jest mniejszy od 0,35, należy wzmocnić, od strony wklęsłéj, część łuku zawartą pomiędzy stosugą początku i punktem I (fig. 17); jeżeli stosunek $\frac{p}{p'} = k$ jest większy od 0,35, strona wypukła łuku zawarta pomiędzy wierzchołkiem i punktem I, winna być wówczas wzmocnioną za pomocą pasów dodatkowych; użycie przecięcia poprzecznego zupełnie symetrycznego względem osi zgięcia na całéj długości łuku będzie racyonalném tylko wtenczas, kiedy stosunek $\frac{p}{p'} = k$ będzie dokładnie wyrównywał 0,35.

Najstosowniejsze użycie metalu będzie wtenczas kiedy prace maximum maximorum w dwóch punktach najsłabszych będą sobie równe ; cel do którego dążyć należy zawsze, przy budowie łuków metalicznych niesymetrycznych.

Z figury 17 widzimy, iż wychodząc od stosugi początku i dążąc ku wierzchołkowi, ciśnienia maximum wywarte najprzód na stronie wklęsłéj dosięgają po téjże stronie wartości maximum maximorum w punkcie L', następnie zmniejszają się coraz więcéj zbliżając się ku punktowi I, od którego zacząwszy, przechodzą na stronę wypukłą łuku i postępują daléj ku wierzchołkowi, dosięgają po téjże stronie wartości maximum maximorum w punkcie L i następnie zmniejszają się bezustannie aż do samego klucza.

Uwaga ta wskazuje nam natychmiast w jaki sposób winniśmy postępować przy wyborze przecięcia poprzecznego danego do zbudowania łuku ; powinno ono być wystarczające pod względem wytrzymałości i symetryczne dla części łuku otaczających punkt I. Tak znalezione, winno być przyjęte za stałe dla całego łuku i wzmocnione pasami dodatkowymi, od strony wklęsłéj, w części zawartéj pomiędzy stosugą początku i punktem I na długości oznaczonéj zadaniem; i od strony wypukłéj, w części zawartéj pomiędzy wierzchołkiem łuku i punktem I, także odpowiednio do potrzeby.

Oto są dane, które przy obliczaniu łuków, o wiele ułatwić mogą tyle zmudne poszukiwania. Obecnie zajmiemy się w krótkości oznaczeniem ciągnień maximum i wskażemy kiedy niemi zajmować się należy.

8° *Ciągnienia maximum.* — Powiedzieliśmy już powyżéj, część trzecia, że ciągnienia maximum są zawsze mniejsze od ciśnień maximum wywartych w tychże samych punktach łuku, zdaje nam się jednakże użytyczném rozpoznanie bliżéj warunków, w których znajomość ciągnień maximum może być użyteczną i w jakich właściwie częściach łuku mogą one mieć miejsce.

Jeżeli ciężary stały i przypadkowy są jednostajnie rozłożone na jednostkę długości, ciągnienia maximum mogą mieć wpływ przeważny tylko wtenczas, kiedy stosunek $\frac{p}{p'}$ jest mniejszy od 1,226 i wówczas mają one miejsce zawsze na stronie wklęsłéj łuku i w części jego zawartéj pomiędzy $\alpha = 0{,}20\varphi$, i $\alpha = 0{,}70\varphi$.

Oto są dane dotyczące ciągnień maximum, stosują się one obsolutnie tylko do łuków, których zniżenie ku środkowi jest równe 1/10; w każdym zaś szczególnym przypadku posłużyć one mogą za wskazówkę, czego szukać należy dla sprawdzenia wytrzymałości danego do zbudowania łuku metalicznego.

9° *Oznaczenie wpływu jaki wywiera na dany łuk ciężar przypadkowy w położeniu najniekorzystniejszém.*

Dowiedliśmy powyżéj, i pokazali na przykładzie że jeżeli ciężar stały i ciężar przypadkowy działają jednocześnie i są rozłożone jednostajnie na całéj długości pomostu, ciśnienie maximum ma miejsce na wypukłéj stronie łuku i w punkcie leżącym na przecięciu poprzeczném zrobioném w kluczu, wypadek ten ma zawsze miejsce dla łuków należących do kategoryi, którą się zajmujemy w całym ciągu niniejszéj pracy, to jest dla łuków, których zniżenie ku środkowi wyrównywa prawie 1/10. Rzecz się ma cokolwiek inaczéj jeżeli ciężar przypadkowy zajmuje położenie najniekorzystniejsze, to jest pokrywa pewną tylko długość pomostu, w tym przypadku zwiększenie wytrzymałości maximum będąc proporcyonalne do powierzchni przecięcia poprzecznego przyjętego za stałe na całéj długości łuku, wpływ ciężaru przypadkowego czuć się daje tém bardziéj, im stosunek $\frac{p}{p'}$ jest mniejszy, jest on tém większy im stosunek $\frac{p}{p'}$ jest mniejszy od jedności; równa się prawie 10% kiedy natężenie ciężaru stałego jest dwa razy większe od natężenia ciężaru przypadkowego i dopiero w chwili kiedy stosunek $\frac{p}{p'}$ jest równy 4, wpływ ciężaru przypadkowego w położeniu najniekorzystniejszém staje się mało znaczącym.

Prawdy tu podane mogą być sprawdzone w sposób następujący : Przypuśćmy że ciężary stały i przypadkowy są jednostajnie rozłożone na całéj długości pomostu. Powierzchnia, przecięcia poprzecznego, przyjęta za stałą, otrzyma, się za pomocą równania następującego :

$$\omega' = \frac{p'l}{q}(1+k)\beta = \frac{p'l}{q}(1+k)2{,}635.$$

Jeżeli ciężar przypadkowy, dla tego samego przecięcia poprzecznego, będzie w położeniu najniekorzystniejszém, powierzchnia szukana otrzyma się za pomocą wzoru

$$\omega = \frac{p'l}{q}\zeta.$$

w którym za ζ podstawić należy wartość ostateczną spółczynnika pracy, który to spółczynnik zmienia się stosownie do stosunku $\frac{p}{p'}$ ciężaru stałego do ciężaru przypadkowego.

Ocenienie w jaki sposób powierzchnia szukana powiększa się, jeżeli ciężar przypadkowy zajmuje położenie najniekorzystniejsze, polega na odjęciu od siebie powyżéj podanych równań i wówczas otrzymamy wzór :

$$\omega' - \omega = \frac{p'l}{q}(1 + k)\beta - \frac{p'l}{q}\zeta = \frac{p'l}{q}[(1 + k)\beta - \zeta],$$

w którym za k podstawiając wartości odpowiednie przypadkowi szczególnemu którym się zajmujemy, dojdziemy z łatwością do wypadków podanych powyżéj.

Widzimy więc, że przy obliczaniu mostów złożonych z łuków metalicznych jest rzeczą niezbędną uważać ciężar przypadkowy w położeniu najniekorzystniejszém, albowiem dotąd ciężary przypadkowe ogólnie przyjęte są takie, że ich stosunek do ciężaru stałego nie przewyższa nigdy 3,50, t. j. że mamy zawsze :

$$\frac{p}{p'} = \text{najwyżéj } 3{,}50,$$

a pokazaliśmy, że w tych warunkach, ciężar przypadkowy wywiera zawsze nadzwyczaj silny wpływ na wytrzymałość łuku.

Na tém zakończymy tę treściwą pracę, któréj zupełne rozwinięcie przekroczyłoby granice w których zamknąć się jesteśmy zmuszeni. Spodziewamy się jednakże, że uważnie odczytana i przerobiona, pozwoli ona czytelnikom nie tylko zdać sobie w zupełności sprawę z wpływów wywieranych w każdym punkcie łuku przez ciężary przypadkowe, zmieniające swe położenie na łuku w jakikolwiek dowolny sposób, lecz nadto ułatwi mu tyle zmudne i trudne rachunki, których zawsze należy używać, zajmując się obliczaniem łuków metalicznych.