

- 4.41 — optymalizacja konstrukcji w stanie granicznym  
4.42 — konstrukcje plastyczne

**Witold Bodaszewski**

**ROZWIĄZANIA  
STATYSTYCZNIE DOPUSZCZALNYCH  
PŁASKICH I GRANICZNYCH SIATEK  
LINII NIECIĄGŁOŚCI NAPRĘŻEŃ**

**43/1983**

P. 269



**WARSZAWA 1983**

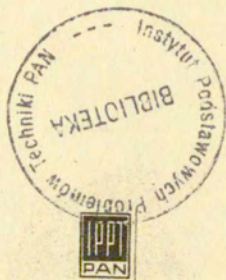
<http://rcin.org.pl>

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 30 czerwca 1982 r.

Ostateczna wersja dnia 7 listopada 1983 r.

Praca wykonana w ramach problemu węzłowego 05.12  
koordynowanego przez IPPT PAN

56994



N a p r a w a c h   r ę k o p i s u

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 140 egz. Ark.wyd. 3,1. Ark.druk. 4,75

Oddano do drukarni w listopadzie 1983 r.

Nr zamówienia 792/83

---

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,  
ul.Śniadeckich 8



Witold Bodaszewski  
Instytut Mechaniki Stosowanej  
Politechniki Świętokrzyskiej

## ROZWIĄZANIA STATYCZNIE DOPUSZCZALNYCH PŁASKICH I GRANICZNYCH SIATEK LINII NIECIĄGŁOŚCI NAPRĘŻEN

### 1. Wprowadzenie

W pracy przedstawiono zbiór około 80 rozwiązań płaskich siatek utworzonych przez linie nieciągłości naprężeń i spełniających warunki statycznej dopuszczalności, przy założeniu kryterium uplastycznienia Treski. Są to rozwiązania o niewielkiej na ogół liczbie linii nieciągłości, z których składać można bardziej złożone układy siatkowe i za ich pomocą wyznaczać dolne oceny nośności granicznej, lub szacować bezpieczne kontury różnorodnych elementów konstrukcyjnych.

Potrzeba dysponowania takim zbiorem wiąże się z ogólnym podejściem do rozwiązywania statycznie dopuszczalnych i granicznych układów siatkowych. Poszukuje się mianowicie współrzędnych węzłowych siatki<sup>1/</sup> oraz składowych stanu naprężenia  $\sigma_{ij}^{\alpha}$  w poszczególnych jej oczkach  $\alpha$  żądając, aby spełnione były następujące warunki:

- a/ obciążeniowe ( $p_i = \sigma_{ji} n_j$ ) i geometryczne<sup>2/</sup> warunki brzegowe na części brzegu  $S_p$  /rys.1a/ oraz warunki geometryczne na części  $S_u$
- b/ warunki równowagi na międzywęzłowych odcinkach  $\alpha$  każdej pary  $\alpha$  i  $\beta$  oczek sąsiednich w postaci:

1/ Lub innych parametrów określających jej geometrie

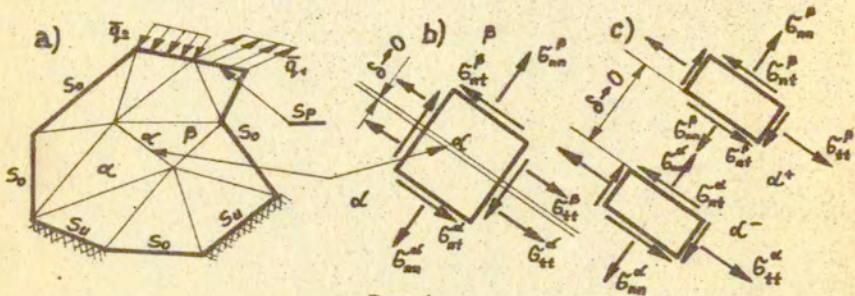
2/ Węzły brzegowe siatki leżą na zadanych odcinkach brzegów  $S_p$  i  $S_u$

$$\bar{p}^\alpha = - \bar{p}^\beta \quad / \text{rys.1.b}/$$

lub, po rozpisaniu:

$$\sigma_{nn}^\alpha = \sigma_{nn}^\beta, \quad \sigma_{nt}^\alpha = \sigma_{nt}^\beta, \quad \sigma_{tt}^\alpha \neq \sigma_{tt}^\beta \quad 1/$$

c/ założony warunek uplastycznienia  $F(\sigma_{ij}, \sigma_{pl})^\alpha = 0$   
w każdym oczku  $\alpha$ .



Rys.1.

Warunki a/, b/, c/ tworzą nieliniowy układ równań, w którym z góry zadane są tylko warunki a/ na  $S_u$  i  $S_p$ . Nieokreślona pozostaje natomiast liczba równań b/ i c/, a więc i wymiar układu. Sformułowanie tych równań wymaga poczynienia dodatkowych założeń o wewnętrznej geometrii siatki: o liczbie węzłów i systemie ich wzajemnych połączeń. Inaczej mówiąc należy założyć pole konfiguracji linii, w ramach której poszukuje się rozwiązania siatki.

Jest to najtrudniejszy etap zadania. Okazuje się bowiem, że rozwiązanie układu b/ i c/, przy zadanych warunkach a/, istnieje tylko dla szczególnych pól konfiguracji, które udaje się efektywnie znajdować jedynie dla prostych przypadków warunków brzegowych i prostych siatek.

Jednym z najbardziej praktycznych sposobów ominięcia tej trudności podczas rozwiązywania dużych układów siatkowych jest postępowanie półodwrotne – przez zwracanie znanych już rozwiązań siatek prostszych. Graniczna konfiguracja linii nieciągłość

1/ Jeśli  $\sigma_{tt}^\alpha = \sigma_{tt}^\beta$  to pole naprężeń jest ciągłym na  $\mathcal{L}$ .



ci naprężeń powstaje wówczas przez odpowiednie złożenie konfiguracji linii siatek składowych, spełniających warunki b/ i c/ i zwartych z zachowaniem warunków równowagi.

W zamian za tożsamościowe spełnienie warunków b/ i c/ oraz łatwe wyznaczenie granicznej konfiguracji linii, rodzi się jednak problem odpowiedniego doboru siatek składowych tak, aby w wyniku ich złożenia otrzymać siatkę, która spełnia warunki brzegowe a/ na  $S_u$  i  $S_p$ . Jego sprawne rozwiązywanie jest kwestią pomysłowości w kojarzeniu siatek prostszych. Dalej pokażemy, że przy rysunkowym sposobie prezentacji prostych siatek, ich uporządkowaniu w pewien ciąg rozwiązań oraz zestawieniu w formie systematycznego katalogu, dobór siatek składowych nie będzie przedstawiał większych trudności.

## 2. Główne kierunki zastosowań

Zakres zastosowań podanych rozwiązań siatek wiąże się przede wszystkim z charakterem opisywanego przez nie pola naprężeń oraz z założonym warunkiem uplastycznienia. Jak już powiedziano, są to płaskie układy linii nieciągłości, wyznaczone dla płaskich pól naprężeń i spełniające warunek graniczny Treski. Stosować je zatem można do określania dolnych ocen nośności granicznej lub wyznaczania bezpiecznych konturów takich elementów konstrukcji, które:

1. Są wykonane z materiału podlegającego warunkowi Treski

2. Pracują:

a/ w płaskim stanie naprężenia /rozwiązanie złożonej siatki płaskiej otrzymuje się wówczas przez płaskie zwieranie podanych siatek prostych/

b/ w przestrzennym stanie naprężenia, ale na brzegach  $S_p$  posiadają pola lokalnie płaskie /siatka przestrzenna może być wtedy złożona ze skończonej liczby fragmentów siatek płaskich/.

Zauważmy, że podane ograniczenia nie są zbyt wielkie. W ich ramach mieści się większość zadań dla stalowych konstrukcji inżynierskich, takich między innymi jak: konstrukcje blachownicowe, elementy o proporcjach charakterystycznych dla brył cien-

-kościennych, różnego rodzaju konstrukcje wsporcze, niektóre typy połączeń itd. Poza wymienioną klasę pozostają natomiast typowe konstrukcje powłokowe o zakrzywionych powierzchniach środkowych.

Najbardziej naturalnym i równocześnie głównym kierunkiem zastosowań podanych siatek są te zagadnienia, w trakcie rozwiązywania których owe siatki powstały. Są to zadania kształtowania<sup>1/</sup> powłok węzłów konstrukcyjnych zbudowanych z elementów o płaskich ściankach. Kontury tych konstrukcji wyznaczano na podstawie konturów powłoki siatkowej, która powstawała przez odpowiednie zwieranie podanych w "Zbiorze" siatek płaskich. Przykłady takich zadań posłużą więc dalej do zilustrowania sposobu korzystania z niniejszego zbioru.

### 3. Organizacja zbioru

Zamieszczone rozwiązania podzielono na trzy następujące grupy:

- A. Elementarne układy linii nieciągłości naprężeń /ozn. dużymi literami<sup>2/</sup>/.
- B. Siatki elementarne /ozn. małymi literami<sup>2/</sup>/
- C. Siatki w płaskich elementach powłok /ozn. cyfrowe<sup>2/</sup>/.

Siatki A są najprostszymi układami linii nieciągłości naprężeń, z których zwarte zostały wszystkie układy pozostałe.

Siatki B są już bardziej złożone, w praktyce występują jako często powtarzające się fragmenty większych siatek i składają się z kilku układów elementarnych. Stanowią zatem pośredni etap agregacji, wyróżniony w celu dysponowania gotowymi rozwiązaniami całych fragmentów siatek.

Siatki C mają już konkretne przeznaczenie i spełniają typowe warunki brzegowe jakie spotyka się w płaskich elementach powłok, o których wspomniano w punkcie 2. Tym niemniej można je również wykorzystywać do rozwiązywania dużych układów siatek płaskich lub przestrzennych, określających pola dopuszczalne w innych konstrukcjach.

1/ Zadania te przedstawiono w [3].

2/ Stosowane będą także symbole dwuczłonowe np: 4b, 9a, F1, a1.  
Są to warianty siatek oznaczonych pierwszą literą lub cyfrą.



Z uwagi na katalogową formę prezentacji rozwiązań, przedstawimy tylko ich wyniki, bez omawiania szczegółów przekształceń lub czynionych założeń. Podajemy tylko: rysunki siatek, ich parametry zewnętrzne /ozn.  $PZ=X'$ /, wyróżniamy spośród nich parametry niezależne / ozn.  $NPZ = X; X \in X'$ /, podajemy zakres statycznej dopuszczalności /ozn.  $D$ /, a następnie zestawiamy komplet kolejnych wzorów, które pozwolą obliczyć parametry pozostałe, niezbędne do wykreślenia siatki. Wzory będą doprowadzone do bardzo prostej postaci, geometria siatek będzie opisywana za pomocą odcinków i kątów tak, że korzystanie ze zbioru i zwieranie siatek staje się dostępne nawet dla inżynierów praktyków, wyposażonych w podręczny minikalkulator.

W przypadkach bardziej złożonych obliczeń przedstawimy gotowe tablice parametrów siatek, przyjmując oznaczenie tych tablic symbolem owej siatki.

Na rysunkach przyjęto literą "N" oznaczać te obszary, w których wyteżenie jest mniejsze od granicznego, natomiast obszary nie obciążone będziemy zakreślować. W tych miejscach konstrukcji można wykonać otwory odciążające, które nie spowodują zmniejszenia założonej nośności granicznej.

W zbiorze występują braki niektórych kolejnych oznaczeń cyfrowych i literowych. Wynika to ze skrócenia obszerniejszej, nie opublikowanej, wersji katalogu<sup>1/</sup>, z którego usunięto siatki nie mające bardziej powszechnych zastosowań. Pozostawiono jednak kilka siatek, które rozwiązano dla konkretnych proporcji wymiarowych. Oznaczono je cyframi, poczynając od liczby 100.

#### 4. Przykłady wykorzystania zbioru .

##### 4.1. Przykłady zwierania siatek płaskich.

W celu pokazania ogromnych możliwości kombinowania siatek elementarnych rozważmy różne warianty płaskiego zwierania jednego tylko układu elementarnego, a mianowicie układu typu H /str. 21 /. Układ ten zawiera trzy obszary jednorodnego stanu naprężenia. W trójkącie  $ABA'$  panuje czyste ścinanie naprężeniami  $\tau$ , zaś na prawo od linii nieciągłości  $AB$  /oraz  $A'B$ / występują pasy, odpowiednio ściskane lub rozciągane naprężeniami  $p$ .  
 1/ Jego części zawarto w pracach: [3a], [22], [20].

Oś symetrii siatki jest równocześnie osią antysymetrii opisywanego przez nią pola naprężeń.

Warunki brzegowe na konturach układu H są następujące:

- na odcinku c działają stałe naprężenia styczne  $T = \tau c g$  /  $g$  - grubość elementu/
- na odcinkach d działają stałe naprężenia normalne  $p$  o wypadkowej  $P = p d g$
- brzegi BD i AG są swobodne.

Parametrami zewnętrznymi układu H będą więc:  $PZ: (\tau, c, d, p) \in X$ ; ponieważ za ich pomocą można dokonywać operacji zwierania tego układu z innymi.

Nie wszystkie jednak spośród wymienionych parametrów można zadawać niezależnie. Z uwagi na zależności podane obok rysunku układu H, niezależnymi mogą być wybrane tylko dwa parametry.

W naszym zbiorze przyjęto  $MPZ: (\beta, c) \in X$ , z których - zależnie od zadanych wartości  $\beta$  - obliczymy:  $\tau, p, d, \epsilon, \delta$ , ze wzorów a/ bądź b/.

Układ H staje się granicznym dla  $\beta = 15^\circ$  i  $\beta = 75^\circ$ ;  $\tau = k$ ,  $p = 2k$ .

Dokonyjmy obecnie "płaskiego" zwierania czterech układów typu H w bardziej złożoną siatkę, na przykład w siatkę osnaczoną cyfrą 19. Złączenie układów elementarnych H nastąpiło tutaj na odcinkach oznaczonych liniami przerywanymi, na których postawiono dwa następujące warunki zwierania:

- warunek równości naprężeń  $p$  po obu stronach tych linii /warunek statyczny/
- warunek równości odcinków  $d$  / w. geometryczny/.

Otrzymana w ten sposób siatka 19. spełnia typowe warunki brzegowe spotykane często w elementach prostokątnych, posiadających sfazowane naroża, wywiercone wewnętrznie otwory oraz obciążonych z zewnątrz stałymi wydatkami stycznymi. Łatwo sprawdzić, że podane obok niej wzory i przedziały dopuszczalności zostały wyprowadzone z zależności dla składowych układów H.

Łącznie odmienne warunki brzegowe możemy otrzymać zestawiając cztery układy typu H w sposób pokazany w siatce 20. Zwierania dokonano tu wzdłuż odcinków CE i FG, tworząc w wyniku pole naprężeń posiadające dwie osie antysymetrii.

Warunki zwierania na FG są oczywiste. Tutaj nie tworzy się na-



-wet linia nieciągłości, ponieważ powyżej i poniżej FG panuje czyste ścinanie naprężeniami  $\tau_1$ .

Na CE należy postawić warunek:  $p_y = s_y$  /statyczny/, skąd:

$$p \cos^2 \beta = s \cos^2 \alpha,$$

oraz warunek równości wymiarów  $d$  obydwu układów H /powyżej i poniżej CE/ tak, aby otrzymać wspólną krawędź CE /warunek geometryczny/. Ponadto, aby linia nieciągłości CE była dopuszczalną, należy do niej przyłożyć z zewnątrz naprężenia styczne:

$$t = \frac{1}{2} (p \sin 2\beta + s \sin 2\alpha)$$

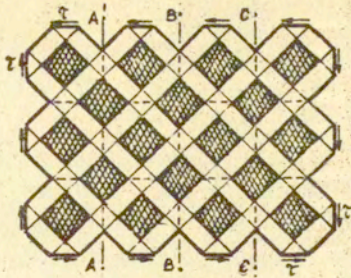
Równoważą one oddziaływanie  $\tau$  powstające na CE. Wyznaczyć je można dokonując transformacji składowych  $p$  i  $s$ , przy obrocie układu współrzędnych odpowiednio o kąty  $\beta$  i  $\alpha$ .

Zauważmy, że obie otrzymane powyżej siatki spełniają zupełnie różne warunki brzegowe i bynajmniej nie wyczerpują możliwości tworzenia dalszych dopuszczalnych kombinacji układów typu H. Warianty kombinacji tego układu spotkamy również w innych siatkach zbioru, w zestawieniu z innymi siatkami i układami elementarnymi. Ma on zastosowanie na przykład w siatkach:  $r, s, 5, 10, 11, 12, 13$  itd.

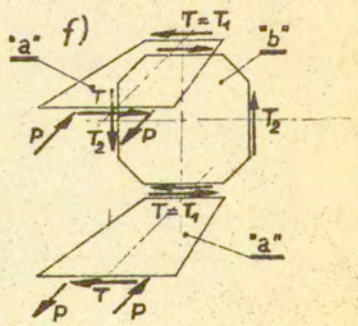
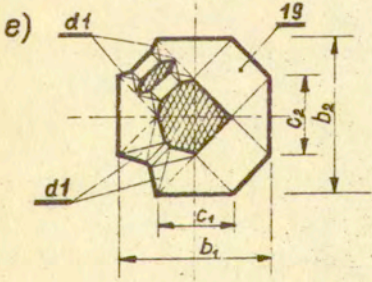
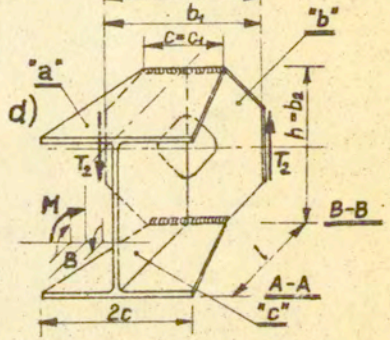
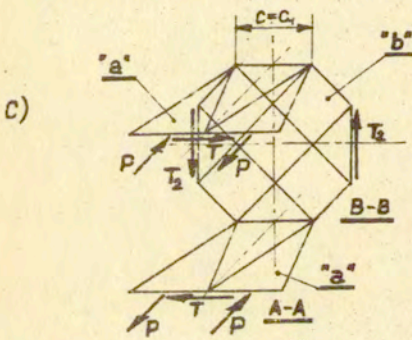
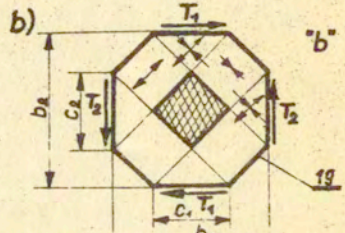
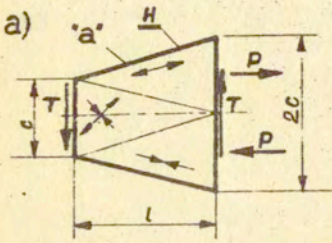
Postępując podobnie i zwierając w różnorodnych kombinacjach pozostałe układy elementarne /podane w p. A/, można otrzymywać wszystkie siatki zamieszczone w p. B i C, a także formułować dla nich wzory obliczeniowe. Te również będą pewnymi kombinacjami wzorów podanych dla układów elementarnych w p. A.

Zwierać można oczywiście nie tylko układy elementarne. Na rys. 2. pokazano przykład zwierania dwunastu siatek typu 19 w jeszcze bardziej złożony układ siatkowy. Spełnia on typowe warunki brzegowe, jakie spotyka się na krawędziach prostokątnych tarcz, obciążonych odcinkowo stałymi naprężeniami stycznymi  $\tau$ . Mamy tu aż 48 układów elementarnych typu H.

Operacja zwierania jest zawsze dopuszczalną jeśli tylko spełnione są warunki statyczne i geometryczne na wspólnych krawędziach każdej pary siatek sąsiednich. Zachodzić na nich musi równość wzajemnych oddziaływań. Możliwe jest zatem również zwieranie siatek płaskich w przestrzenne układy siatkowe.



Rys. 2.



Rys. 3.



#### 4.2. Przykłady zwierania siatek przestrzennych

Zauważmy, że warunki zwierania w siatce z rys.2. zostaną zachowane nawet wtedy, gdy "załamiemy" /pod dowolnym kątem/ płaszczyzny siatek składowych wzdłuż linii A - A, B - B i C - C. Dopuszczalność takiego składania nie będzie naruszona nawet mimo to, że odcinki, na których siatki 19 zostały zwarte, początkowo nie były liniami nieciągłości naprężeń, natomiast po "zagięciu" takimi się stały. Wspólne krawędzie przestrzennie zwartych siatek można zatem traktować jak zwyczajne linie nieciągłości naprężeń.

Rozważmy teraz pewien wariant przestrzennego zwierania siatki 19 z układem elementarnym typu H, który przedstawiono na rys.3. W celu uporządkowania i skrócenia opisu przyjmiemy oznaczać te siatki odpowiednio literami "b" i "a". Niech to oznaczenie odnosi się również do elementów płaskich, których kontury owe siatki wyznaczają.

Założmy następnie, że zwieranie siatek "a" i "b" zachodzi wzdłuż odcinków:  $c_1$  /ozn.wg 19/ oraz  $c$  /ozn.wg H/, a zatem geometryczny warunek zwierania będzie miał postać:

$$(c_1)_b = (c)_a$$

Warunek statyczny natomiast, z uwagi na możliwą różną grubość elementów, zapiszemy:

$$(\tau \cdot g)_a = (\tau_1 g)_b$$

Oznacza on równość wzajemnych oddziaływań /wydatków/ na wspólnej krawędzi<sup>1/</sup>.

Dla siatki "a" założono: NPZ ( $c=16$  mm,  $\beta=15^\circ$ )  $\epsilon$  X /ozn.wg H/ i z podanych dla układu H wzorów obliczono:  $\tau=k$ ,  $p=2k$ ,  $d=15,47$  mm.

Założmy dalej, że grubości ścianek elementów "a" i "b" są równe /tzn.  $(g)_a = (g)_b$ . Ze statycznego warunku zwierania oraz wyników otrzymanych dla siatki "a" otrzymujemy zatem:  $(\tau)_a = (\tau_1)_b = k$ . Dla takiej wartości  $\tau_1$  należy z kolei założyć, że kąt  $\beta$  zawiera się w przedziale:  $15^\circ \leq \beta \leq 75^\circ$ . Zachodzi to, przy  $\sqrt{1}$  lokalne pola przestrzenne nie są analizowane.

odpowiednim stosunku  $b_1/b_2$ . Przyjmując na przykład  $b_1=b_2=30$  mm, ze wzorów dla siatki 19 otrzymujemy  $\beta=45^\circ$ , mieszczący się w przedziale D oraz:  $\tau_1=\tau_2=k$ ,  $c_2=c_1=16$  mm.

Siatki o obliczonych w ten sposób parametrach przedstawiono w skali na rys. 3a i b, natomiast na rys. 3c pokazana została złożona z nich siatka przestrzenna. Jej kontur, zgodnie z twierdzeniem o dolnym oszacowaniu nośności granicznej, utożsamiać teraz można z poszukiwanym konturem pewnej konstrukcji powłokowej. Wystarczy w tym celu przyporządkować siatce grubości blach i odpowiednio je połączyć, aby otrzymane w siatce pole naprężeń mogło być zrealizowane. W rozwiązaniu konstrukcyjnym pokazanym na rys. 3d wprowadzono dodatkowo - pomiędzy "a" i "b" - pewien element "c". Element ten wprawdzie nie pracuje, jednak konstrukcja staje się wówczas powłoką węzła, jaki tworzy się w pobliżu zamocowania dwuteowej belki, i która może służyć do "odbioru" z belki momentu skręcającego o wartości nie mniejszej od :

$$M_{sg} = k \cdot b_1 \cdot c_2 \cdot g.$$

Z warunków brzegowych na konturach siatek składowych wynika ponadto potrzeba połączenia pól "a" z blachą węzłową "b". Zostało to rozwiązane za pomocą spoin położonych na odcinkach c. Połączenie blachy "b" ze środkiem "c" nie jest potrzebne, ponieważ - jak założono - środek nie wnosi żadnego udziału nośnego.

Wróćmy jeszcze do siatki "b". Spełnia ona warunek graniczny tylko w obszarach czystego ścinania. W pasach natomiast panują naprężenia  $p=k$ , mniejsze od granicznych  $2k$ . Powstaje zatem pytanie: czy wyrównanie wyteżenia pasów do granicznego można uzyskać tylko przez konstrukcję całkowicie nowej siatki, czy też jest to również możliwe przez lokalne "ulepszenia" już rozwiązanej? Otóż w ogólnym przypadku obie drogi są możliwe. Tutaj zastosujemy wariant drugi i w tym celu posłużymy się siatkami elementarnymi typu d1. Na rys. 3e /siatka "b1"/, w drugiej i trzeciej ćwiartce, pokazano dwa sposoby wbudowania tych układów. Za ich pomocą następuje tu "zebranie" naprężeń  $p=k$  w dwukrotnie węższe pasy, w których panują naprężenia normalne o wartości  $2k$ .

Rysunek f to tak zwana statyka powłoki. Naniesiono tu wszystkie składowe elementy płaskie, ich wzajemne integralne oddziaływania oraz pokazano zastosowany system połączeń elementów. Zau-



ważny, że rysunek ten zawiera wszystkie informacje niezbędne w doborze oraz zwieraniu siatek płaskich, a ponadto jest bardziej czytelny od rys. 3c.<sup>1/</sup>

W praktycznym postępowaniu inżynierskim rozwiązywanie takich właśnie statyk jest pierwszym etapem kształtowania. Polega ono na wyborze odpowiedniego systemu elementów płaskich tak, aby zbudowana z nich powłoka mogła przenosić zadane obciążenie w stanie błonowym i równocześnie spełniała geometryczne warunki brzegowe, które zabezpieczają możliwość jej wpisania w ustrój, z którego została "wyjęta". Błonowa praca powłoki, a więc i płaski stan naprężenia w płaskich elementach składowych, powodują tożsamościowe spełnienie warunku stałego wyteżenia na grubości ścianek, co - łącznie z żądaniem stałego granicznego wyteżenia w powierzchni siatek płaskich - prowadzi do oszacowania konturów konstrukcji o stałym granicznym wyteżeniu w całej objętości<sup>2/</sup>. Globalne rozwiązanie zadania obejmuje w związku z powyższym następujące etapy: wybór schematu statycznego powłoki, dobór na jego podstawie siatek składowych /z katalogu/, zwieranie siatek i rozpięcie powstałej w ten sposób siatki przestrzennej na powłoce zadanej schematem statycznym. Etap ostatni to rozwiązanie konstrukcyjne powłoki.

Na rys. 4 pokazano grupę przykładów innych statyk, również rozwiązanych dla węzłów tworzących się w pobliżu zamocowań belek. Czytelnik zechce samodzielnie sprawdzić, że naniesione tu/na odnośnikach/symbole siatek są dobrane prawidłowo, to znaczy: czy zadane schematem warunki brzegowe odpowiadają warunkom spełnianym przez siatki.

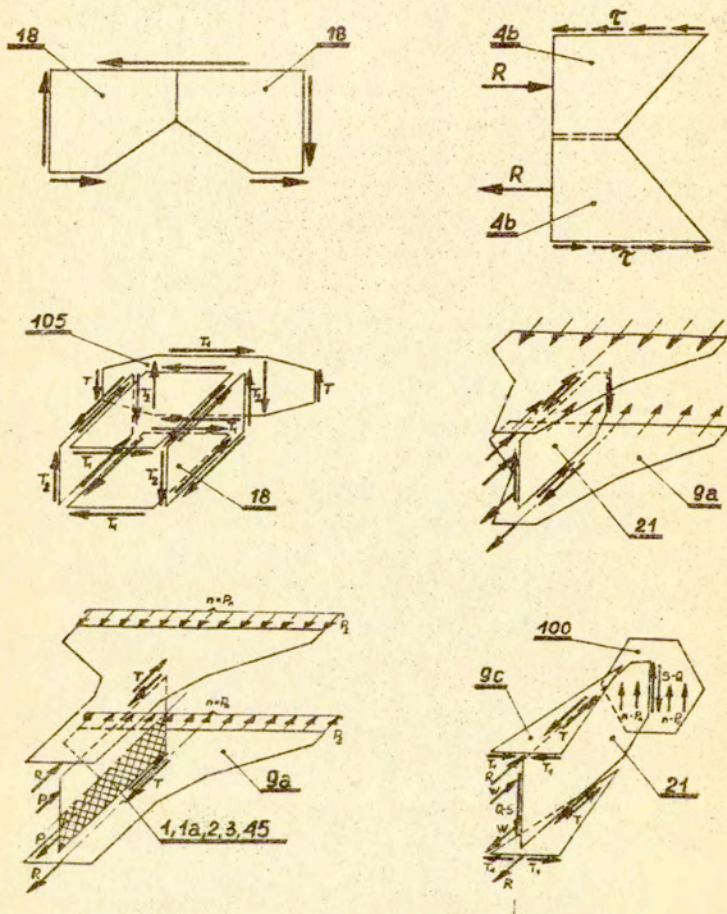
#### 4.3. Podsumowanie - sposób korzystania z katalogu

Dobór siatek spełniających zadane z góry warunki brzegowe rozpoczynamy od odszukania odpowiednich rozwiązań spośród siatek zestawionych w punkcie C. W przypadku braku takiej siatki należy dodatkowo ją rozwiązać poprzez płaskie zwieranie siatek

1/ Sposób rozwiązywania statyk omówiono w pracy [3a].  
2/ Lokalne stany przestrzenne pomijamy.

elementarnych B lub układów elementarnych A.

W wielu praktycznych przypadkach rozwiązanie siatki można także otrzymać przez niewielkie modyfikacje siatek C, zawierając różne siatki C, a nawet dokonując zwierania fragmentów wybranych z siatek C, fragmentów B itd.



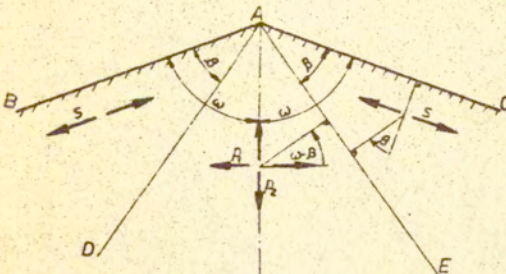
rys. 4.



5. ZBIÓR ROZWIĄZAŃ

A. ELEMENTARNE UKŁADY LINII NIECIĄGŁOŚCI NAPRĘŻEN

A \*



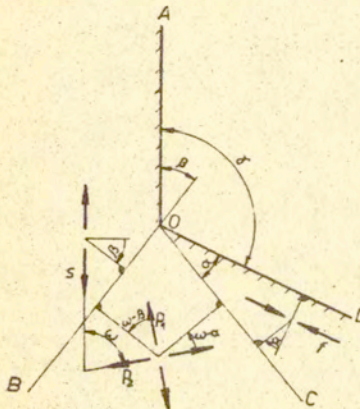
$(\omega, s=2k) \in X$

$\beta = \frac{\omega}{2}$

$p_1 = 2k (1 - \cos \omega)$

$p_2 = -2k \cos \omega$

B \*



$(\delta, f=-2k, s=2k) \in X$

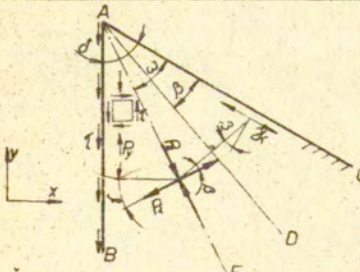
$\begin{cases} \beta - \alpha = \frac{\delta}{2} - \frac{\pi}{4} \\ \cos 2\alpha + \cos 2\beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \beta, \alpha$

$\omega = 2\beta$

$p_1 = 2k (1 - \cos 2\beta)$

$p_2 = -2k \cos 2\beta$

C



$(\tau) \in X$

$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$

$\cos \omega = \cos^2 \delta \Rightarrow \omega$

$p_1 = k (1 - \cos 2\delta)$

$p_2 = -k (1 + \cos 2\delta)$

$\delta = \frac{\omega}{2}$

\* Zaczepnięto z pracy [1].

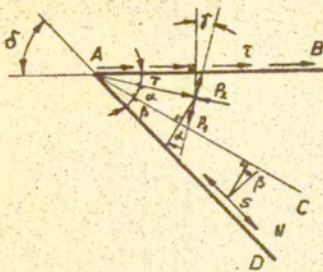
Tablica C

$\gamma$	$\tau/k$	$\omega$	$\delta$	$p_1/k$	$p_2/k$
-90°	0,0000	90°00'	00°00'	1,0000	0,0000
-85	-0,1736	89 34	4 34	0,9924	
-80	-0,3420	88 17	8 17	0,9698	
-75	-0,5000	86 10	11 10	0,9330	
-70	-0,6428	83 17	13 17	0,8830	
-65	-0,7660	79 43	14 43	0,8264	
-60	-0,8660	75 31	15 31	0,7500	
-55	-0,9397	70 48	15 48	0,6710	
-50	-0,9848	65 36	15 36	0,5868	
-45	-1,0000	60 00	15 00	0,5000	
-40	-0,9848	54 04	14 04	0,4132	
-35	-0,9397	47 51	12 51	0,3289	
-30	-0,8660	41 24	11 24	0,2500	
-25	-0,7660	31 47	9 47	0,1786	
-20	-0,6428	28 00	8 00	0,1170	
-15	-0,5000	21 06	6 06	0,0670	
-10	-0,3420	14 07	4 07	0,0302	
-5	-0,1736	7 02	2 02	0,0076	
0	0,0000	0 00	0 00	0,0000	-1,0000
5	0,1736	7 02	12 02	0,0076	
10	0,3420	14 07	24 07	0,0302	
15	0,5000	21 06	36 06	0,0670	
20	0,6428	28 00	48 00	0,1170	
25	0,7660	34 47	59 47	0,1736	
30	0,8660	41 24	71 24	0,2500	
35	0,9397	47 51	82 51	0,3289	
40	0,9848	54 04	94 04	0,4132	
45	1,0000	60 00	105 00	0,5000	
50	0,9848	65 36	115 36	0,5868	
55	0,9397	70 48	125 48	0,6710	
60	0,8660	75 31	135 31	0,7500	
65	0,7660	79 43	144 43	0,8264	
70	0,6428	83 17	153 17	0,8830	
75	0,5000	86 10	161 10	0,9330	
80	0,3420	88 17	168 17	0,9698	
85	0,1736	89 34	174 34	0,9924	
90	0,0000	90 00	180 00	1,0000	0,0000

$$\frac{p_2}{2k} = \frac{p_1}{2k} -$$



C1



$$(\tau, s) \in X$$

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$p_1 = k (1 - \cos 2\delta)$$

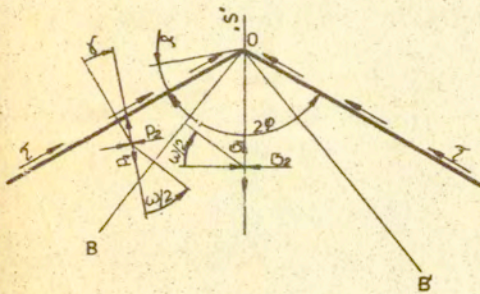
$$p_2 = -k (1 + \cos 2\delta)$$

$$\cos 2\alpha = \frac{\cos^2 2\delta + \frac{s}{k} \cos 2\delta + 1}{\frac{s}{k} + 2 \cdot \cos 2\delta} \Rightarrow \alpha$$

$$\cos 2\beta = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{s}{k}\right)^2 + \cos^2 2\delta + \frac{s}{k} \cos 2\delta - 1}{\frac{s}{k} \left(\frac{s}{2k} + \cos 2\delta\right)} \Rightarrow \beta$$

$$\delta = \alpha + \beta + \gamma.$$

D



$$(\tau, \varphi) \in X$$

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$\omega = \varphi + \delta$$

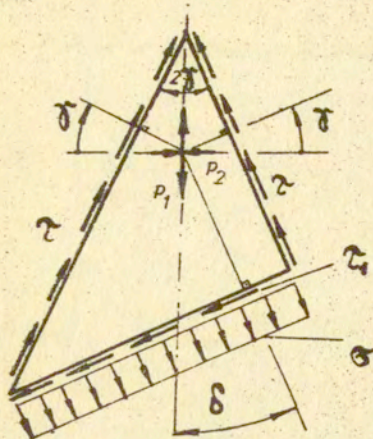
$$p_1 = k (1 - \cos 2\delta)$$

$$p_2 = -k (1 + \cos 2\delta)$$

$$\sigma_1 = 2k [\cos(\varphi + \delta) + \sin^2 \delta]$$

$$\sigma_2 = 2k [\cos(\varphi + \delta) - \cos^2 \delta]$$

F



$$(2\gamma) \in X$$

$$\tau = k \sin 2\gamma$$

$$p_1 = k(1 + \cos 2\gamma)$$

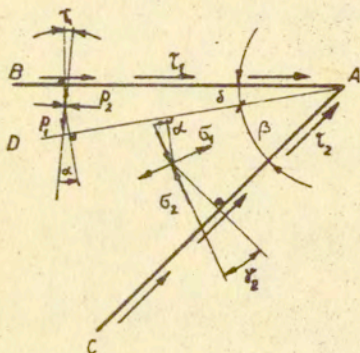
$$p_2 = -k(1 - \cos 2\gamma)$$

$$\tau_1 = k \sin 2\delta$$

$$\sigma = p_1 \cos^2 \delta + p_2 \sin^2 \delta$$

Kąt  $\delta$  dobierać można dowolnie w zakresie dopuszczalności układu.

F



$$(\mu = \delta + \beta, \alpha) \in X$$

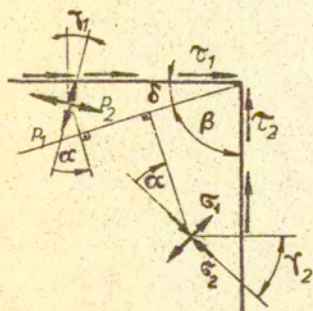
$$\begin{cases} \cos(\delta_1 + \delta_2) = \frac{1}{\cos \mu + \sin \mu \cdot \operatorname{tg} 2\alpha} & \Rightarrow \delta_1, \delta_2 \\ \delta_2 - \delta_1 = \mu - 2\alpha \end{cases}$$

$$\delta = \alpha - \delta_1, \quad \beta = \alpha + \delta_2$$

$$\sigma_1 = k(1 + \cos 2\delta_2), \quad \sigma_2 = -k(1 - \cos 2\delta_2)$$

$$p_1 = k(1 - \cos 2\delta_1), \quad p_2 = -k(1 + \cos 2\delta_1)$$




 $(\alpha) \in X$ 

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} 2\alpha = \cos(\delta_1 + \delta_2) \\ \delta_2 - \delta_1 = 90^\circ - 2\alpha \end{cases} \Rightarrow \delta_1, \delta_2$$

$$\delta = \frac{\pi}{4} - \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}, \quad \beta = \frac{\pi}{2} - \delta$$

$$\sigma_1 = k(1 + \cos 2\delta_2)$$

$$\sigma_2 = -k(1 - \cos 2\delta_2)$$

$$p_1 = k(1 - \cos 2\delta_1)$$

$$p_2 = -k(1 + \cos 2\delta_1)$$

Tablica F1

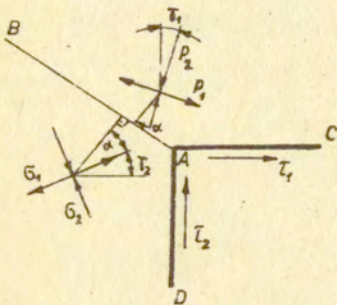
$\alpha$	$\delta_2$	$\delta_1$	$\tau_2/k$	$\tau_1/k$	$\beta$
22°30'	22°30'	- 22°30'	0,7071	- 0,7071	45°00'
25°00'	36°31'	- 3°29'	0,9565	- 0,1217	63°31'
27°30'	40°17'	5°17'	0,9865	0,1833	67°47'
30°00'	42°22'	12°22'	0,9958	0,4184	72°22'
32°30'	43°36'	18°36'	0,9988	0,6046	76°06'
35°00'	44°20'	24°20'	0,9997	0,7509	79°20'
37°30'	44°44'	29°44'	1,0000	0,8607	82°34'
40°00'	44°55'	34°55'	1,0000	0,9387	84°55'
42°30'	44°59'	39°59'	1,0000	0,9847	87°29'
45°00'	45°00'	45°00'	1,0000	1,0000	90°00'

W powyższej tabelicy stwierdzamy bardzo interesujący przedział zmienności kąta  $\alpha$  w zakresie 22°30' - 25°00'. Jest on o tyle ciekawy, że zwroty naprężeń stycznych  $\tau_1$  w tym zakresie są zgodne. Dlatego w tabelicy F1a wykonano dodatkowe obliczenia, zageszczając wspomniany przedział.

Tablica F1a

$\alpha$	$\gamma_2$	$\gamma_1$	$\tau_2/k$	$\tau_1/k$	$\delta$
22°30'	22°30'	-22°30'	0,7071	-0,7071	
23°00'	29°32'	-14°28'	0,8578	-0,4838	37°28'
23°30'	32°05'	-10°55'	0,9001	-0,3719	34°25'
24°00'	33°54'	-8°06'	0,9258	-0,2790	32°06'
24°30'	35°18'	-5°42'	0,9432	-0,1976	30°11'
25°00'	36°31'	-3°29'	0,9565	-0,1217	

F2



$(\alpha) \in I$

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(\delta_1 + \delta_2) = \cos(\delta_1 - \delta_2) \\ \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ - 2\alpha \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\delta_1 \perp \delta_2$$

$$P_1 = k (1 + \cos 2\gamma_1)$$

$$P_2 = -k (1 - \cos 2\gamma_1)$$

$$G_1 = k (1 - \cos 2\delta_2)$$

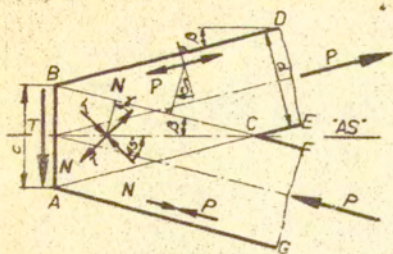
$$G_2 = -k (1 + \cos 2\delta_2)$$

Tablica F2

$\alpha$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\tau_1/k$	$\tau_2/k$
22°30'	22°30'	22°30'	0,7071	0,7071
25°00'	36°29'	3°31'	0,9562	0,1225
27°30'	40°17'	-5°17'	0,9865	-0,1833
30°00'	42°22'	-12°22'	0,9958	-0,4184
32°30'	43°36'	-18°36'	0,9989	-0,6046
35°00'	44°20'	-24°20'	0,9997	-0,7509
37°30'	44°44'	-29°44'	0,9999	-0,8607
40°00'	44°56'	-34°55'	1,0000	-0,9396
42°30'	44°59'	-40°00'	1,0000	-0,9848
45°00'	45°00'	-45°00'	1,0000	-1,0000



H



$$(\beta, c) \in X$$

$$d = c \cdot \cos \beta$$

$$\gamma = 45^\circ - \beta$$

$$\delta = 90^\circ - 2\gamma$$

a/  $15^\circ \leq \beta \leq 75^\circ$

$$\tau = k$$

$$p = \frac{k}{\sin 2\beta} \leq 2k$$

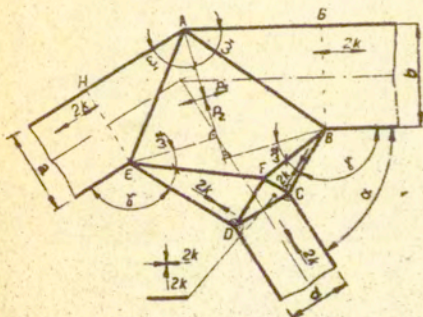
b/  $0 < \beta \leq 15^\circ$  i  $75^\circ \leq \beta < 90^\circ$

$$p = 2k$$

$$\tau = 2k \sin 2\beta \leq k$$

B. SIATKI ELEMENTARNE

a1



$$(\omega_1, a, \alpha) \in X$$

$$p_1 = 2k (1 - \cos \omega_1)$$

$$p_2 = 2k \cos \omega_1$$

$$\cos \omega_2 = 1 - \cos \omega_1 \Rightarrow \omega_2$$

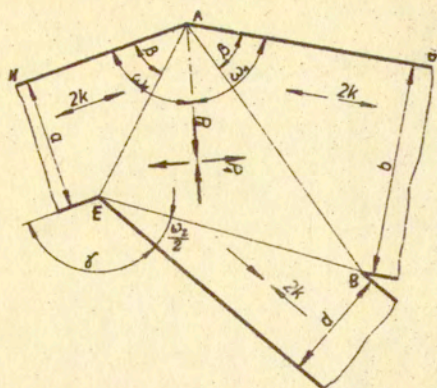
$$\gamma = \frac{\pi}{2} + \omega_1 - \omega_2$$

$$2\omega_1 \rightarrow \delta \leq \alpha \leq \gamma$$

$$d = a \cdot \frac{\sin 2\omega_1}{\sin \alpha}$$

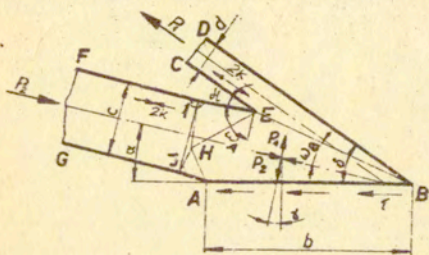
$$b = a \cdot \frac{\sin(2\omega_1 - \alpha)}{\sin \alpha}$$

a2 x



Przypadek graniczny siatki a1; rozwiązanie zaczerpnięto z [2]. Tamże podano tablice parametrów.

c



$$(b, \tau, \alpha) \in X$$

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$\cos \omega_B = \cos^2 \delta \Rightarrow \omega_B$$

$$\delta = \delta + \omega_E ; \omega_E = \omega_A$$

$$\cos \omega_A = 1 - \cos \omega_B \Rightarrow \omega_A$$

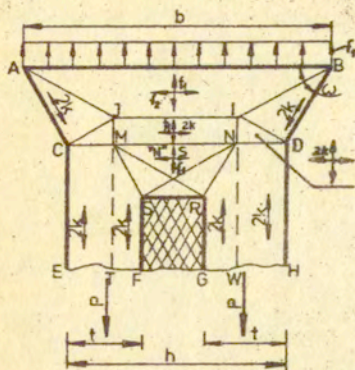
$$p_1 = 2k (1 - \cos \omega_B) ; p_2 = -2k \cos \omega_B$$

$$d = \frac{b}{2} \frac{\sin 2\delta \sin \alpha}{\sin(\delta - \alpha)} ; c = d \frac{\sin \delta}{\sin \alpha}$$

$$D: \omega_A + \delta - \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} + \delta - \omega_A$$





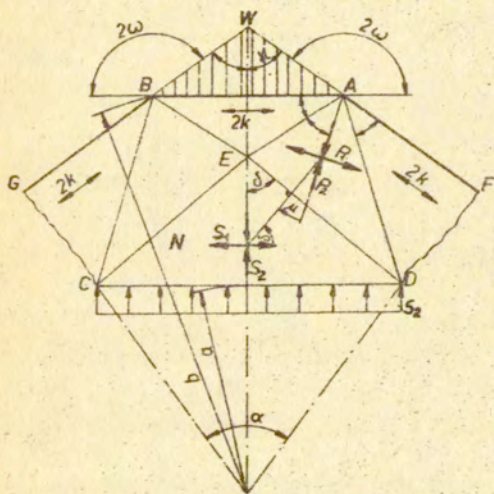


$$(f_1, b, h < b) \in X$$

$$t = \frac{f_1}{k} \cdot \frac{b}{4}$$

$$\cos \omega = 1 - \frac{f_1}{2k} \Rightarrow \omega$$

$(FG) = h - 2t$  ;  $f_2 = f_1 - 2k$   
 W obszarze TMNW mamy siatkę elementarną typu f, określoną dla  $\gamma = 90^\circ$ . Jej parametry wyznaczamy z tablicy f.



$$(s_2, \mu) \in X$$

$$\omega = \frac{\pi}{4} + \frac{\mu}{2}$$

$$p_1 = 2k(1 - \cos \omega)$$

$$p_2 = -2k \cos \omega$$

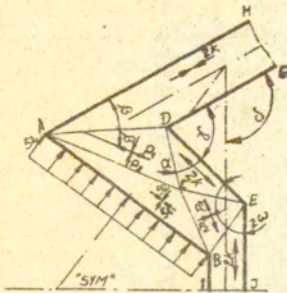
$$\begin{cases} \alpha = 90^\circ - \mu \\ (p_1 + p_2) + (p_1 - p_2) \cos 2\alpha = \\ = (s_1 + s_2) + (s_1 - s_2) \cos 2\delta \\ (p_1 - p_2) \sin 2\alpha = \\ = (s_1 - s_2) \sin 2\delta \\ \mu + \delta = \omega \end{cases}$$

Rozwiązując powyższy układ równań otrzymujemy:  $\mu, \delta, s_1$ .

$$D: \frac{\pi}{8} + \frac{\mu}{4} \leq \delta \leq \frac{5\pi}{8} + \frac{\mu}{4}$$



g



$$(\omega) \in X$$

$$\alpha = \frac{\omega}{2}$$

$$\cos 2\beta = 1 - \cos 2\alpha \Rightarrow \beta$$

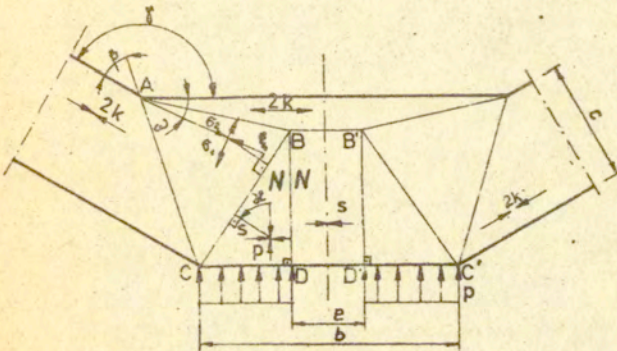
$$\gamma = 2\beta + \frac{\pi}{2} - \omega$$

$$\delta = \pi - 2\omega + \gamma$$

$$p_1 = 2k(1 - \cos \omega) ; p_2 = -2k \cos \alpha$$

Założono, że CB i , odpowiednio, CA są prostopadłe do kierunków  $p_2$ , skąd:  $s_1 = s_2 = p_2$ . Możliwe jest dalsze uogólnienie na przypadek, gdy ta prostopadłość nie zachodzi. Zachowywane są tylko równości kątów pomiędzy CA /i CB/ a kierunkami  $p_2$ .

f



$$(p \leq 2k, \omega) \in X$$

lub:

$$(p \leq 2k, \gamma) \in X$$

$$\cos 2\beta = 1 - \cos \omega \Rightarrow \beta ; \gamma = 2\beta + \frac{\pi}{2} - \omega$$

$$G_1 = 2k(1 - \cos \omega) ; G_2 = -2k \cos \omega$$

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{1 - 2 \cos \omega + \cos 2\omega + \left| \frac{p}{k} \right|}{\sin 2\omega} \Rightarrow \mu$$

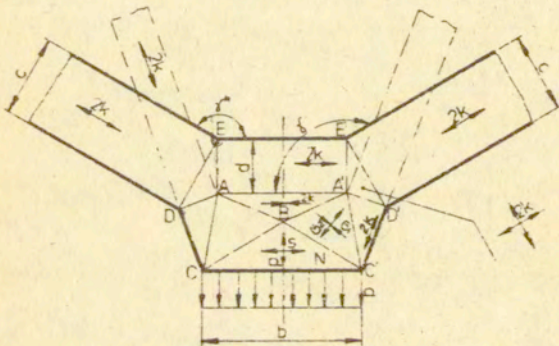
$$\xi = \frac{\pi}{2} - \omega - \mu ; |s| = |p| + 2k \frac{\sin^2 \xi}{\sin 2\mu}$$

$$e \geq 0$$

Tablica f /fragment/

$\omega$	$p/k$	$\kappa$	$\xi$	$\beta$	$\gamma$	$s/k$
$60^{\circ}00'$	-0,8	$19,107^{\circ}$	$10,393^{\circ}$	$30^{\circ}$	$90^{\circ}$	-2,000
"	-0,9	24,791	5,209	"	"	-1,375
"	-1,0	30,000	0,000	"	"	-1,000
"	-1,1	34,715	-4,715	"	"	-0,750
"	-1,2	38,948	-8,948	"	"	-0,571
"	-1,3	42,731	-12,731	"	"	-0,438
"	-1,4	46,102	-16,102	"	"	-0,333
"	-1,5	49,107	-19,107	"	"	-0,250
"	-1,6	51,787	-21,787	"	"	-0,182
"	-1,7	54,182	-24,182	"	"	-0,125
"	-1,8	56,330	-26,330	"	"	-0,077
"	-1,9	58,260	-28,260	"	"	-0,036
"	-2,0	60,000	-30,000	"	"	0,000

f1



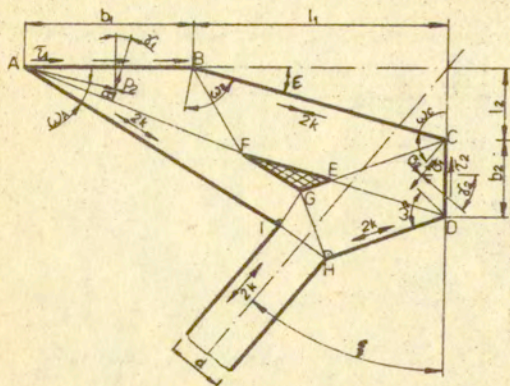
$$(p \leq 2k, \omega, \delta^{\text{max}}) \in X$$

Poprzez zastosowanie obszarów dwukierunkowego równomiernego rozciągania ADE i A'D'E' otrzymano możliwość ciągłej zmiany kąta rozwarcia pasów w przedziale  $\delta \leq \delta^{\text{max}} \leq \delta'$  dla siatki f. Siatka f występuje w obszarze ADCC'D'A'.





h3

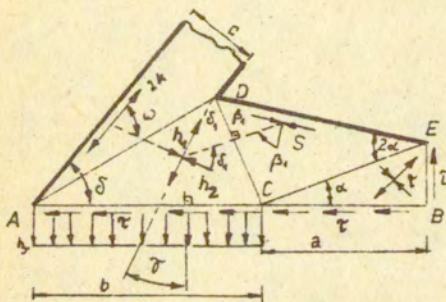


$(\tau_1, b_1, l_1, \tau_2, b_2, l_2) \in X$

Punkty A, B, C, D są wierzchołkami układów elementarnych C. Siatkę h3 można dalej modyfikować wprowadzając na przykład na BF, CE, AF, DE siatki elementarne typu d / por. h1/. W ten sposób

otrzymujemy możliwość ciągłej zmiany kąta  $\xi$  bez zmiany parametrów pozostałych.

r



$(\tau, \delta, a+b) \in X$

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$\omega = \delta + \delta$$

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{(2\cos\omega - 1)^2 - 1 + \sin^2 2\delta}{\sin 2\delta \cos 2\delta} \Rightarrow \eta$$

$$\cos(\eta - 2\alpha) = \frac{2\cos\omega - 1}{\cos 2\delta} \cos \eta \Rightarrow \alpha$$

$$2B = 180^\circ + 2\delta - 2\alpha$$

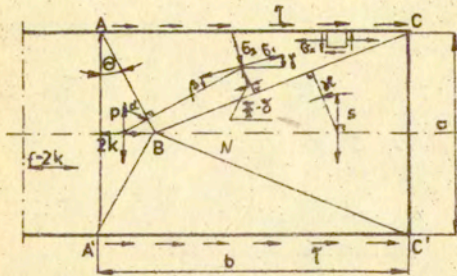
$$s = \frac{(1 - 2\cos\omega)^2 - 1}{\cos 2B + 2\cos\omega - 1} \cdot k \quad ; \quad \tau = |s| \sin 2\alpha$$





C. SIATKI W PŁASKICH ELEMENTACH POWŁOK

1



PZ:  $(a, b, f, \tau) \in X'$

NPZ:  $(a, b) \in X$

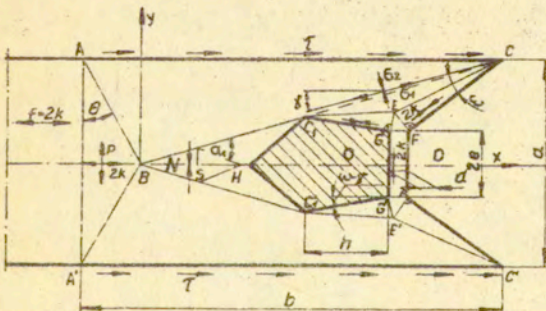
SYM. D: z tabl. 1

$$\xi = \frac{a}{b}$$

Tablica 1

$0 < \xi \leq 0,9717$	$0,9717 \leq \xi \leq 2,0580$	$2,0580 \leq \xi < \infty$
$f=2k, s \leq 2k, p \leq 2k$ $\tau = k\xi;  \sigma_1 - \sigma_2  = 2k$ $\xi = \sin 2\gamma \Rightarrow \gamma$ $\beta = \theta - \gamma; \operatorname{tg} \theta = 2 \operatorname{tg} \gamma$ $\operatorname{tg} \kappa = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2\gamma$ $\delta = \frac{\pi}{2} + \gamma - \kappa$	$0,9413 \leq \frac{f}{k} \leq 2$ $p \leq 2k; s = 2k$ $ \sigma_1 - \sigma_2  = 2k$ $\tau = 0,9717 k$ $\kappa = 51^\circ 50'; \gamma = 38^\circ 10'$ $f = \frac{1,9434}{\xi} k$ $p = \frac{2k}{\frac{4,116}{\xi} - 1}$	$0 < \frac{f}{k} \leq 0,9413$ $p = 2k; s = 2k$ $ \sigma_1 - \sigma_2  \leq 2k$ $\tau = \frac{1}{\xi} 2k$ $f = \left(\frac{2}{\xi}\right)^2 \cdot k$
		Punkt B leży w połowie odcinka b.

1a



PZ:  $(a, b, f=2k, \tau)$

$\in X'$

NPZ:  $(a, b) \in X$

D:  $0 < \xi = \frac{a}{b} \leq 0,9717$

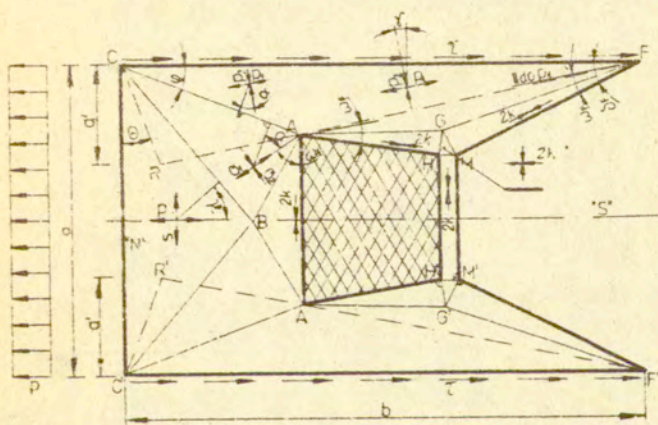
Siatka jest ulepszoną wariantem siatki 1. Modyfikacja polega tu



na wprowadzeniu czterech siatek elementarnych typu d2 w obszar CEC'. Za ich pomocą naprężenia  $s < 2k$  z siatki 1 przekazują się teraz wąskimi pasami o szerokości  $d$ . Oznaczono:  $e_0 = \frac{2e}{a}$ ,  $d_0 = \frac{2d}{a}$ . Wartości parametrów siatki 1a obliczono biorąc dodatkowo warunek najmniejszego pola powierzchni  $F(\xi) = F_{\min}$ , zajętego przez niezercwe obszary siatki i zestawiono w tabl. 1a.

Tablica 1a

$\xi$	$\delta$	$e$	$p/k$	$s/k$	$\omega$	$e_0$	$d_0$
0,2	5,726 <sup>0</sup>	11,422 <sup>0</sup>	0,990	-0,020	8,151 <sup>0</sup>	0,454	0,045
0,3	8,729	17,070	0,977	-0,047	12,320	0,450	0,068
0,4	11,739	22,657	0,958	-0,087	16,613	0,458	0,092
0,5	15,000	28,187	0,933	-0,144	21,091	0,461	0,115
0,6	18,435	33,690	0,900	-0,225	25,842	0,464	0,139
0,7	22,214	39,240	0,857	-0,343	31,011	0,469	0,164
0,8	26,565	45,000	0,800	-0,533	36,870	0,476	0,190
0,9	32,079	51,420	0,718	-0,929	44,115	0,487	0,219
0,97	37,965	57,349	0,622	-1,935	51,570	0,500	0,242



PZ:  $(\tau, b, a, p) \in X'$

NPZ:  $(\tau, b, a) \in X$

D: ustalamy indywidualnie z tablicy f.

$$\tau = k \sin^2 \delta \Rightarrow \delta$$

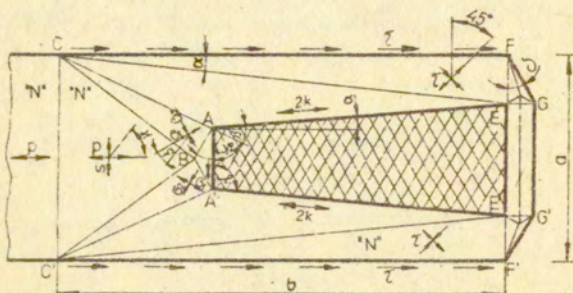
$$\cos(\omega_A - \frac{\gamma}{2}) = \frac{\cos^2 \delta}{2 \cos \frac{\gamma}{2}} \Rightarrow \omega_A$$

$$\alpha = \frac{1}{2} (\omega_A + \delta) ; \Phi = \alpha - \delta ; \operatorname{tg} \theta = 2 \operatorname{tg} \delta \Rightarrow \theta ; a' = b \frac{\tau}{k} ;$$

$$\cos \omega_F = \cos^2 \delta \Rightarrow \omega_F ; \delta_F = \omega_F + \delta ; p = 2\tau \cdot \frac{b}{a}$$

Dla obliczonych  $\omega_A$  i  $p$ , dobieramy z tablicy  $f, \mu_1$  s oraz sprawdzamy dopuszczalność stanu naprężenia w trójkącie CBC'. Linie przerywane podane na rysunku służą do ustalenia położenia punktu A /por. siatkę 1/.

3



$$PZ: (a, b, \tau, p) \in X'$$

$$NPZ: (a, b, \tau \text{ lub } p) \in X$$

D: ustalamy za pomocą tablicy f

Przedstawiona siatka została złożona z następujących układów:

H / w obszarze CAEP / , f / w ACA'C' / , 23 lub 25 / w FEG /

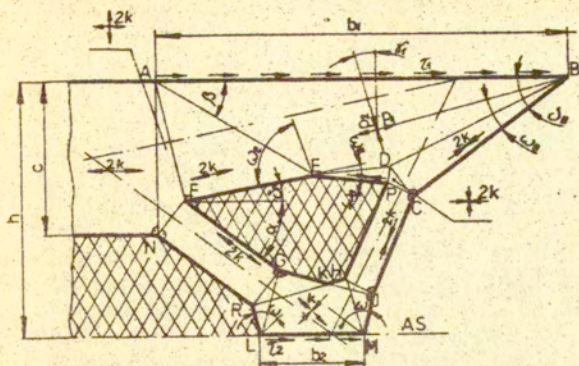
Obliczenia:

$$p \cdot a = 2 \cdot \tau \cdot b \Rightarrow p \text{ lub } \tau$$

$$\tau = 2k \sin^2 \alpha \Rightarrow \alpha ; \delta = \frac{\pi}{2} + \alpha , (EF) = b \operatorname{tg} \alpha$$

Dla obliczonych  $p$  i  $\delta$  dobieramy z tablicy f parametry:  $s, \mu_1, \xi, \zeta_1, \zeta_2, \omega, \beta$ . Fragmenty na prawo od FF' obliczamy według wzorów podanych dla 23 lub 25, zależnie od wartości  $\tau$ .





PZ:  $(h, c, b_1, \tau_1, b_2, \tau_2 = k) \in X'$

1. przypadek danych NPZ:  $(c, h, \tau_1) \in X$

$$\tau_2 = k \Rightarrow \omega = 60^\circ ; \sin 2\delta_1 = \frac{\tau_1}{k} \Rightarrow \delta_1 ;$$

$$\cos \omega_B = \cos^2 \delta_1 \Rightarrow \omega_B ; \delta_B = \omega_B + \delta_1 ; \cos \omega_E = \sin^2 \delta_1 \Rightarrow \omega_E$$

$$\delta_F = \delta_1 + \omega_E - \frac{\pi}{2} ; b_2 = \frac{c^2}{h} \cdot \frac{k}{\tau_2} ; b_1 = \frac{k}{\tau_1} (2c - \frac{c^2}{h})$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - (\frac{\omega_E}{2} + \delta_1) .$$

2. przypadek danych NPZ:  $(h, \tau_1, b_1) \in X$

Obliczenia kątów jak w przypadku 1.

$$c^2 - 2ch + \frac{\tau_1}{k} b_1 h = 0 \Rightarrow c$$

$$b_2 = \frac{1}{h} c^2$$

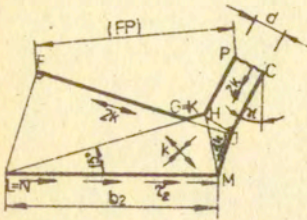
3. przypadek graniczny

NPZ:  $(c=h, \tau_1) \in X$

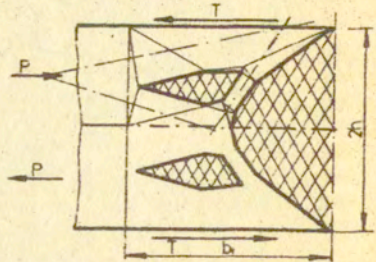
$b_1 = \frac{k}{\tau_1} c ; b_2 = c ; \alpha = 15^\circ$ , obliczenia pozostałych kątów jak w siatce 4.

Dodatkowo obliczamy:

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{\cos \delta_P - \frac{\sin(165^\circ - \delta_P)}{0,5176}}{\sin \delta_P} \Rightarrow \mu$$



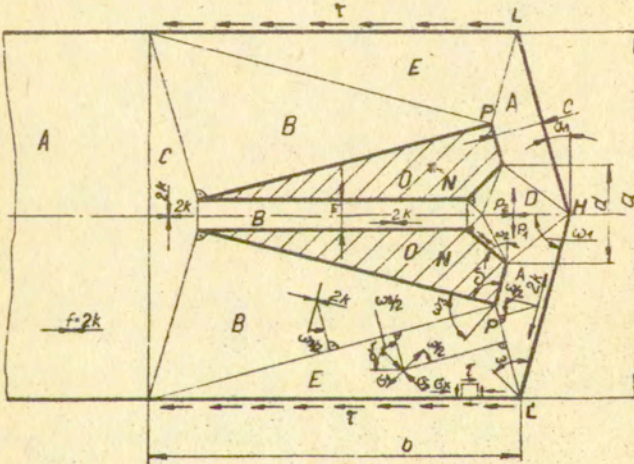
Fragment FGPCJMN  
siatki 4 -przypadek graniczny



Siatka 4b dla przypadku granicznego  $c=h$ .

$$d = 0,2588 \cdot c \cdot \frac{\sin \delta_P}{\sin(165^\circ - \delta_P) \cos \mu}$$

5



PZ:  $(a, b, f=2k, \tau) \in X'$

NPZ:  $(a, b) \in X$



D:  $0,9717 \leq \xi \leq 1$

$\xi = \frac{a}{b}$

$\delta = \frac{1}{2} \arcsin \xi$

$\cos \omega = \cos^2 \delta \Rightarrow \omega$

$\alpha_1 = \omega + \delta - \frac{\pi}{2} ; \omega_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$

$\cos \omega_2 = 1 - \cos \omega_1 \Rightarrow \omega_2$

$\cos \omega_3 = 1 - \cos \omega \Rightarrow \omega_3$

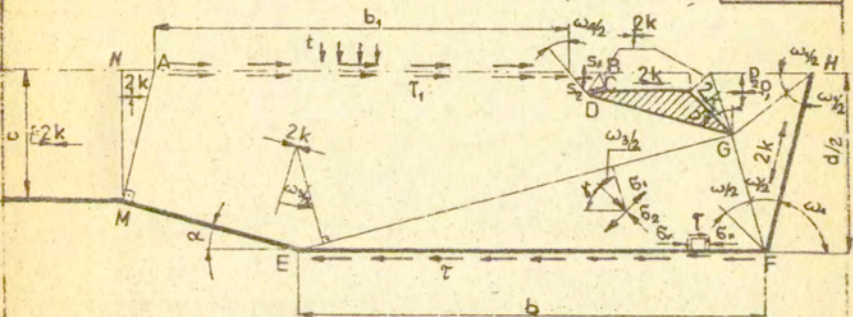
$\delta = \omega - \omega_3 + \frac{\pi}{2}$

$P_1 = 2k (1 - \cos \omega_1) ; P_2 = -2k \cos \omega_1$

Tablica 5

$\xi$	$\omega$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\alpha_1$	$\delta$
0,972	51,867°	89,928°	2,869°	67,511°	0,072	38,205
0,979	52,992	87,890	15,598	66,542	2,110	39,119
0,986	54,312	85,487	22,880	65,376	4,513	40,201
0,993	56,009	82,382	29,838	63,836	7,618	41,608
1,000	60,000	75,000	42,138	60,000	15,000	45,000

5a



PZ:  $(c, b_1, T_1, T, b, d_1) \in X'$  1/

NPZ:  $(T_1, b_1, c) \in X$

D:  $k \leq T_1 \leq 1,04 k \Rightarrow 15^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ 40'$  ,  $0,9717 \leq \xi \leq 1$

1/  $T_1$  jest całkowitym /podwójnym/ naprężeniem stycznym, jakie przykłada się z zewnątrz na odcinku  $b_1$

$$|t| = k (1 - \cos 2\alpha)$$

$$\begin{cases} \cos \omega_3 = \sin^2 \delta \\ \omega_3 + \delta - \frac{\pi}{2} = \alpha \end{cases} \Rightarrow \omega_3, \delta$$

$$\omega_1 = \pi - (\omega + \delta)$$

$$\omega_4 = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\tau = k \sin 2\delta$$

$$p_1 = -2k \cos \omega_1$$

$$p_2 = 2k (1 - \cos \omega_1)$$

$$s_1 = 2k \cos \omega_4$$

$$s_2 = s_1 - 2k$$

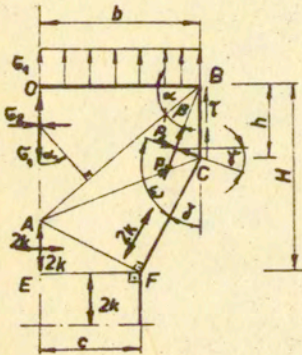
$$\sigma_1 = k (1 - \cos 2\delta)$$

$$\sigma_2 = -k (1 + \cos 2\delta)$$

$$b = \frac{2k \cdot c + \frac{1}{2} \tau_1 \cdot b_1}{\tau}$$

$$d_{\min} = 2b \cdot \frac{\cos(\delta + \frac{\omega_3}{2})}{\cos \frac{1}{2}(\omega_3 - \omega)} \cdot \cos \frac{\omega}{2} \sin \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega)$$

6



PZ:  $(c, h, b, \tau, \sigma_1, H) \in X'$

NPZ:  $(\tau, c) \in X$

D: nie badano

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$\cos \omega = \sin^2 \delta \Rightarrow \omega$$

$$\alpha = \beta = \frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2}$$

$$\sigma_1 = k (1 - 2 \sin^2 \delta + \cos 2\delta)$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - 2k$$

$$\delta = \frac{\pi}{2} - (\omega - \delta)$$

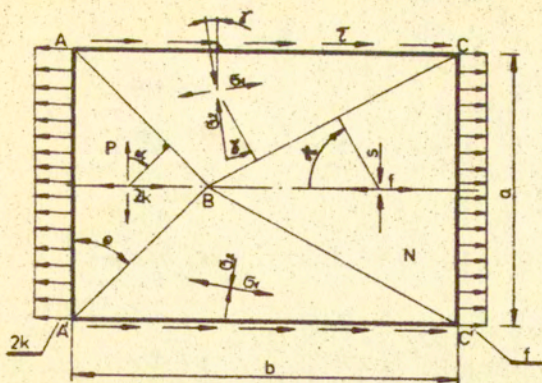
$$p_1 = k (1 + \cos 2\delta) ;$$

$$p_2 = -k (1 - \cos 2\delta)$$

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin(\frac{\omega}{2} + \delta)}{\sin \frac{\omega}{2} \cos \delta}$$

$$; \quad \frac{h}{c} = \frac{2}{\sin 2\delta} (1 - \frac{\sigma_1 b}{2kc})$$





$$PZ: (a, b, f, \tau, 2k) \in X'$$

$$1/ NPZ: (a, b, \tau) \in X$$

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$f = 2k - 2\tau \cdot \frac{b}{a}$$

$$1/ NPZ: (a, b, f) \in X$$

$$\tau = \frac{a}{b} \left( k - \frac{f}{2} \right)$$

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$\operatorname{tg} \theta = 2 \operatorname{tg} \delta \Rightarrow \theta$$

$$G_1 = k \cdot (1 + \cos 2\delta) \quad ; \quad G_2 = -k \cdot (1 - \cos 2\delta)$$

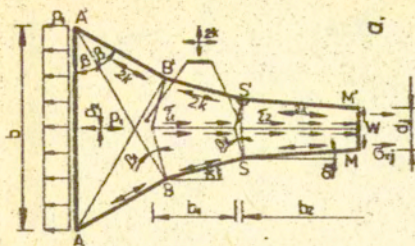
$$p = 2k \left( 1 - \frac{\sin 2(\theta - \delta)}{\sin 2\theta} \right) \quad ; \quad s = p \frac{a \cdot \operatorname{tg} \theta}{2b - a \operatorname{tg} \theta}$$

$$D: f - s \leq 2k \quad ; \quad \tau \leq 0,9717 k$$





9a



PZ:  $(b, p_1, \tau_1, b_i, G_{xj}, d_j) \in X'$

NPZ:  $(p_1, \tau_1, b_i) \in X$

$$\tau_1 = 2k \sin 2\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 \quad ; \quad p_1 = 2k(1 - \cos \omega) \Rightarrow \omega$$

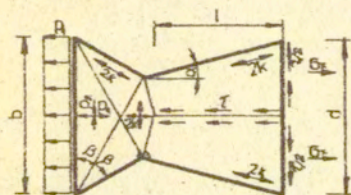
$$\beta = \frac{\omega}{2} \quad ; \quad \alpha_{i+1} \leq \alpha_i \quad ; \quad G_{xj} = k(1 + \cos 2\alpha_j) \quad /j = \max(i)/$$

$$G_{xj} d_j - \sum_1^j \tau_i b_i = 2k (BB') = p_1 b$$

$$D: \beta_1 = \frac{\pi}{2} - (2\beta + \alpha) \geq 0$$

Uwaga:  $\tau_i$  oraz  $\tau$  są całkowitymi oddziaływaniami na krawędzi centralnej.

9b



PZ:  $(b, p_1, \tau, d) \in X'$

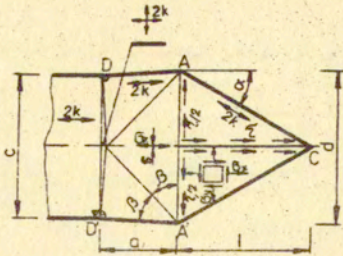
NPZ:  $(p_1, \tau, b) \in X$

$$\tau = 2k \sin 2\alpha \Rightarrow \alpha \quad ; \quad p_1 = 2k(1 - \cos \omega) \Rightarrow \omega \quad ; \quad \beta = \frac{\omega}{2}$$

$$G_x = k(1 + \cos 2\alpha) \quad ;$$

$$G_x d - \tau \cdot l = p_1 b$$

9c



PZ: (c, l, \tau, d) \in X'

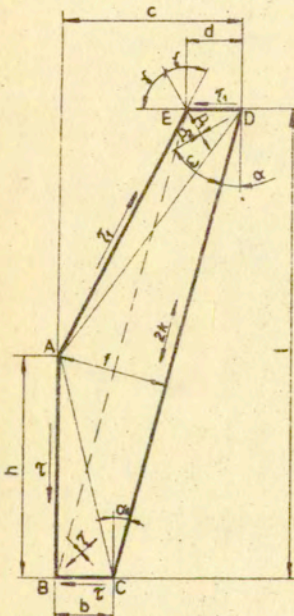
NPZ: (\tau, l) \in X

$$\tau = 2k \sin 2\alpha \Rightarrow \alpha$$

$$G_x = k(1 + \cos 2\alpha) ; s = G_x - 2k$$

$$G_x = 2k(1 - \cos 2\beta) \Rightarrow \beta ; 2k \cdot c = G_x d \Rightarrow c ; \omega = 2\beta ; a = \frac{c}{2} \operatorname{ctg} \frac{\omega}{2}$$

10



PZ: (b, h, \tau, d, \tau\_1, c, l) \in X'

NPZ: (\tau\_1, d) \in X

$$D: \alpha \leq 15^\circ, \tau \leq k$$

$$\tau_1 = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$\cos \omega = \sin 2\delta \Rightarrow \omega$$

$$\alpha = \alpha_1 = \delta - \omega$$

$$\tau = 2k \sin 2\alpha_1 ; f = 2d \cos \alpha_1 ; b = d$$

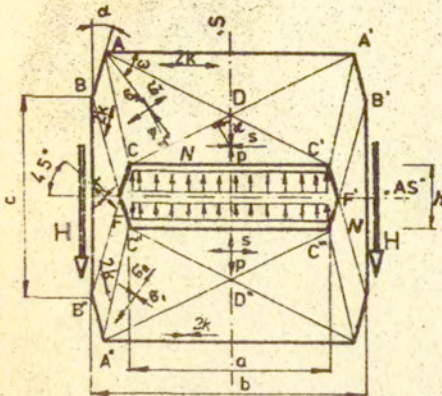
$$h = \frac{b}{\operatorname{tg} \alpha_1} ; l = \frac{f \cos(2\delta - 90^\circ)}{\sin(2\delta - 90^\circ - \alpha)} + h$$

$$c = \frac{f \sin(2\delta - 90^\circ)}{\sin(2\delta - 90^\circ - \alpha)} + d$$

$$p_1 = k(1 + \cos 2\delta)$$

$$p_2 = -k(1 - \cos 2\delta)$$





PZ:  $(\tau, c, p, a, b, h) \in X'$

NPZ:  $(\tau, c, h, b) \in X$

D:  $\tau \leq k$ ;  $|s| \leq 2k$   $|p| \leq 2k$

$$\tau = 2k \sin 2\alpha \Rightarrow \alpha$$

$$\omega = \frac{\tau}{4} + \frac{\alpha}{2}$$

Dla obliczonego  $\omega$ , z tablicy  $e^{\omega}$  otrzymujemy wartości  $p_{\min}$  i  $p_{\max}$ , przy których stan wyężenia w trójkącie CDC' nie przekracza warunku uplastycznienia  $p_{\min} \leq$

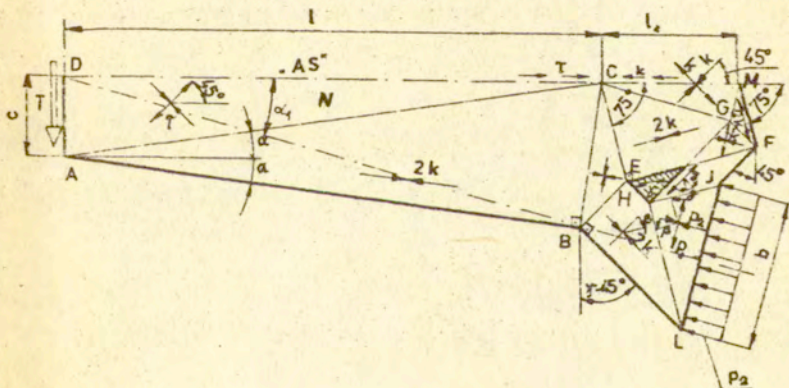
$\leq p \leq p_{\max}$ /. Dalej obliczamy:

$$\frac{c\tau}{p_{\min}} \geq a \geq \frac{c\tau}{p_{\max}}$$

i sprawdzamy nierówność:  $a \leq b - (h + c) \cdot \text{tg} \alpha$ .

Przy ostrej nierówności należy wprowadzić rozsuniecie siatki na osi symetrii /por.f/.

\* Tablica parametrów siatki  $e$  znajduje się w pracy [2].



PZ:  $(\tau, c, p_2, b, l, l_1) \in X'$

D: z tablicy 12

1/ NPZ:  $(\delta, l) \in X$

$$\alpha_1 = 2\delta - \frac{\pi}{4} \quad ; \quad \beta = \frac{1}{2} \arccos(1 - \cos 2\delta) \quad ; \quad \gamma = 2\beta - 2\delta + \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(\cos \delta + \sin \delta) \operatorname{ctg} \delta - 1}{\operatorname{ctg} \delta (\sin \delta - \cos \delta) + \operatorname{ctg} 15^\circ} \Rightarrow \alpha$$

$$c = l \operatorname{tg} \alpha$$

$$b = l \frac{2 \sin^2 \alpha}{\cos 2\delta \sin \alpha_1} \quad ; \quad (\text{BE}) = b \frac{\sin \beta \cos \delta}{\cos(\delta - \beta)}$$

$$(\text{CE}) = 0,7071 \quad (\text{BE}) \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin 15^\circ} \quad ; \quad l_1 = (\text{BE}) \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sin 15^\circ}$$

$$|p_2| = 2k \cos 2\delta \quad ; \quad \tau = 2k \sin 2\alpha.$$

2/ NPZ:  $(\alpha_1, l_1 + l) \in X$

$$\delta = \frac{\alpha_1}{2} + \frac{\pi}{8} \quad ; \quad \cos 2\beta = 1 - \cos 2\delta \Rightarrow \beta \quad ; \quad \gamma = 2\beta - 2\delta + \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{ctg} \delta (\cos \delta + \sin \delta) - 1}{\operatorname{ctg} \delta (\sin \delta - \cos \delta) + \operatorname{ctg} 15^\circ} \Rightarrow \alpha$$

$$c = \frac{l_1 + l}{4 \left( \cos^2 \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \operatorname{ctg} \alpha_1 + \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \alpha \right) \sin 2\alpha}$$

$$b = c \frac{\sin \alpha_1 \cos 2\delta}{\sin \alpha_1 \cos 2\delta}$$

$$l = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha} \quad ; \quad (\text{BC}) = 2c \cos \alpha \quad ; \quad (\text{BF}) = b \frac{\sin \beta \cos \delta}{\cos(\delta - \beta)}$$

$$(\text{CE}) = 2,732 \quad (\text{BE}) \operatorname{tg} \delta \quad ; \quad l_1 = 3,8640 \quad (\text{BE}) \operatorname{tg} \delta$$

$$|p_2| = 2k \cos 2\delta$$

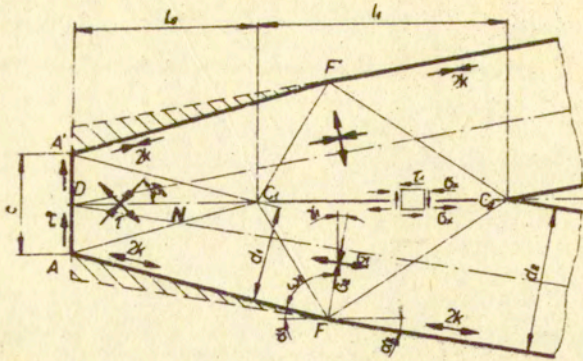
$$\tau = 2k \sin 2\alpha$$

Wyniki obliczeń parametrów przedstawiono w tablicy 12.



Tablica 12

$\delta$	$\beta$	$\delta'$	$\alpha$	$b/l$	$BE/l$	$CE/l$	$\tau/k$	$P_2/k$
44 <sup>0</sup>	7,591 <sup>0</sup>	17,182 <sup>0</sup>	5,531 <sup>0</sup>	0,781	0,092	0,243	0,384	-0,070
43	10,764	25,527	7,588	0,762	0,123	0,313	0,524	-0,140
42	13,216	32,431	8,935	0,733	0,142	0,350	0,514	-0,209
41	15,295	38,591	9,854	0,699	0,155	0,367	0,674	-0,278
40	17,137	44,274	10,463	0,662	0,162	0,372	0,714	-0,347
39	18,810	49,619	10,828	0,623	0,166	0,368	0,738	-0,416
38	20,353	54,705	10,993	0,584	0,168	0,358	0,749	-0,484
37	21,792	59,584	10,986	0,544	0,167	0,344	0,748	-0,551
36	23,146	64,292	10,833	0,504	0,164	0,326	0,738	-0,618
35	24,427	68,854	10,550	0,464	0,160	0,306	0,720	-0,684
34	25,645	73,289	10,153	0,425	0,154	0,284	0,694	-0,749
33	26,806	77,611	9,653	0,386	0,147	0,260	0,661	-0,813
32	27,916	81,832	9,060	0,348	0,138	0,236	0,622	-0,877
31	28,979	85,959	8,384	0,310	0,129	0,211	0,577	-0,939
30	30,000	90,000	7,631	0,273	0,118	0,186	0,526	-1,000
29	30,980	93,961	6,807	0,236	0,106	0,161	0,471	-1,060
28	31,922	97,845	5,916	0,199	0,093	0,135	0,410	-1,118
27	32,828	101,656	4,965	0,163	0,079	0,110	0,345	-1,176
26	33,699	105,397	3,955	0,127	0,064	0,085	0,275	-1,251
25	34,535	109,071	2,890	0,091	0,047	0,060	0,201	-1,286
24	35,339	112,679	1,772	0,055	0,029	0,036	0,124	-1,338
23	36,111	116,221	0,603	0,018	0,010	0,012	0,042	-1,389
22	36,850	119,700	-0,616	-0,018	-0,011	-0,012	-0,043	-1,439



$$PZ: (c, \tau, d_2, l_1, l_0, \alpha_2) \in X'$$

$$NPZ: (c, \tau) \in X$$

$$D: 0 < \alpha_1 \leq 15^\circ ; \tau \leq k$$

$$\tau = 2k \sin 2\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1$$

$$\begin{cases} \cos \omega_1 = \sin^2 \delta_1 & \Rightarrow \delta_1, \omega_1 \\ \omega_1 - \delta_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \end{cases}$$

$$\alpha_2 = 2\omega_1 + \alpha_1 - \pi > 0$$

$$d_1 = c \cos \alpha_1 ; \quad d_2 = c \cos \alpha_2 ; \quad l_0 = \frac{c}{2 \operatorname{tg} \alpha_1}$$

$$l_1 = 2d_1 \frac{\cos \frac{\omega_1}{2}}{\cos(\frac{\omega_1}{2} + \delta_1)}$$

$$G_1 = k(1 + \cos 2\delta_1) ; \quad G_2 = -k(1 - \cos 2\delta_1) ; \quad \tau_1 = k \sin 2\alpha_1$$

Tego typu segmentów można oczywiście zbudować więcej  $\pi/2$ , dołączając je szeregowo jeden za drugim. Wtedy przedstawiciele wzory warto zanotować w postaci rekurencyjnej:

$$\sin^4 \delta_n + 2 \cos \alpha_n \sin^3 \delta_n + \sin^2 \delta_n - \sin^2 \alpha_n = 0 \Rightarrow \delta_n$$

$$\omega_n - \delta_n = \frac{\pi}{2} - \alpha_n \Rightarrow \omega_n$$

$$\cos \omega_n = \sin^2 \delta_n$$



$$\alpha_{n+1} = 2\omega_n + \alpha_n - \pi > 0$$

$$d_n = c \cos \alpha_n$$

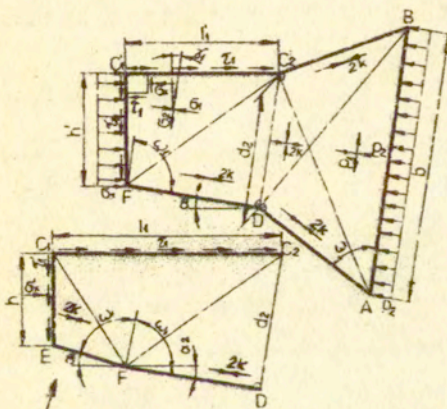
$$l_n = 2d_n \frac{\cos \frac{\omega_n}{2}}{\cos(\frac{\omega_n}{2} + \delta_n)}$$

Przykładowe obliczenia numeryczne dla  $\alpha_1 = 15^\circ$ ,  $N=1$  i  $c=1$  /cm/ przedstawiono w tabelicy 13.

Tabela 13.

$\delta$	l	$\alpha$	d	$\omega$
$12,376^\circ$	5,005	$15,000^\circ$	1,932	$87,376^\circ$
8,371	6,963	9,753	2,952	83,618
6,269	9,273	6,989	4,109	89,279
5,104	11,395	5,548	5,172	89,557
--	--	4,661	6,153	--

13a



Wariant rozwiązania siatki  
na lewo od linii  $DC_2$

NPZ:  $(h', \tau_1, p_2) \in X$

$$\tau_1 = k \sin 2\delta_1 \Rightarrow \delta_1$$

$$|G_{x1}| = 2k \cos 2\delta_1$$

$$\cos \omega_1 = \sin^2 \delta_1 \Rightarrow \omega_1$$

$$\alpha_2 = \omega_1 + \delta_1 - \frac{\pi}{2}$$

$$p_2 = 2k(1 - \cos \omega) \Rightarrow \omega$$

$$l_1' = h' \operatorname{tg}(\delta_1' + \frac{\omega_1}{2})$$

$$d_2 = \frac{\tau_1 \cdot h'}{2k \sin \alpha_2}$$

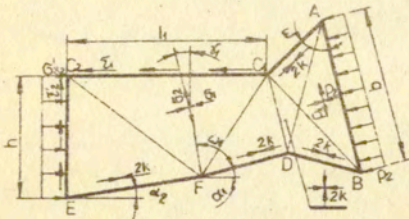
$$b = \frac{2k}{|p_2|} d_2$$

Dla wariantu rozwiązania obszaru na lewo od  $DC_2$  dodatkowo obliczamy:

$$\tau'_1 = k \sin 2\alpha_1 \quad ; \quad G'_{x1} = k (1 + \cos 2\alpha_1)$$

$$h = \frac{2k}{\tau'_1} d_2 \sin \alpha_2 \quad ; \quad l_1 = 2d_2 \frac{\cos \frac{\omega_1}{2}}{\cos(\frac{\omega_1}{2} - \delta_1)}$$

13b



$$\text{NPZ: } (h, \tau_1, p_2) \in X$$

$$\tau_1 = k \sin 2\delta_1 \Rightarrow \delta_1$$

$$\cos \omega_1 = \sin^2 \delta_1 \Rightarrow \omega_1$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \delta_1 - \omega_1$$

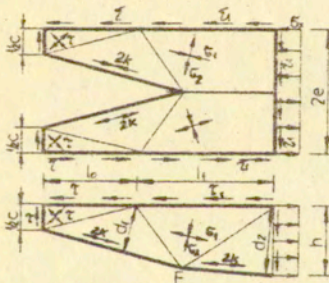
$$\alpha_2 = \delta_1 + \omega_1 - \frac{\pi}{2}$$

$$|G'_{x2}| = k (1 + \cos 2\alpha_2) \quad ; \quad \tau'_2 = k \sin 2\alpha_2 \quad ; \quad p_2 = 2k(1 - \cos \omega) \Rightarrow \omega$$

$$l_1 = 2h \cdot \frac{\cos \alpha_2 \cos \frac{\omega_1}{2}}{\cos(\delta_1 - \frac{\omega_1}{2})} \quad ; \quad (C_1 D) = \frac{l_1}{2} \cdot \frac{\cos(\frac{\omega_1}{2} + \delta_1)}{\cos \frac{\omega_1}{2}}$$

$$b = \frac{2k}{|p_2|} (C_1 D) \cdot$$

13c



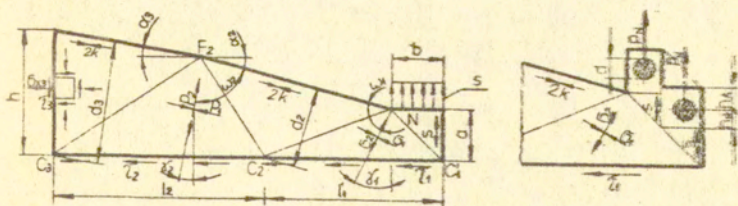
Oznaczenia parametrów oraz wzory jak w siatce pierwotnej 13.

Dodatkowo obliczamy:

$$e = \frac{\tau}{2\tau_1} \cdot c$$

$$h = \frac{d_2}{\cos \alpha_2}$$





Szczegóły siatki i sposób jej połączenia z siatkami 32.

PZ:  $(s, b, l'_1, \tau_1, l_2, \tau_2, h, a) \in X'$

NPZ:  $(s, b) \in X$

$$\sin 2\delta_1 = \frac{2s}{k} \sqrt{1 + \left(\frac{2s}{k}\right)^2} \Rightarrow \delta_1$$

$$\tau_1 = k \sin^2 \delta_1 \quad ; \quad \cos \omega_1 = \sin^2 \delta_1 \Rightarrow \omega_1$$

$$\alpha_2 = \omega_1 + \delta_1 - \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} \cos \omega_2 = \sin^2 \delta_2 \\ \omega_2 - \delta_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \end{cases} \Rightarrow \delta_2, \omega_2$$

$$\alpha_3 = 2\omega_2 + \alpha_2 - \pi > 0 \quad ; \quad \alpha_{n+1} = 2\omega_n + \alpha_n - \pi > 0$$

$$\tau_2 = k \sin^2 \alpha_2$$

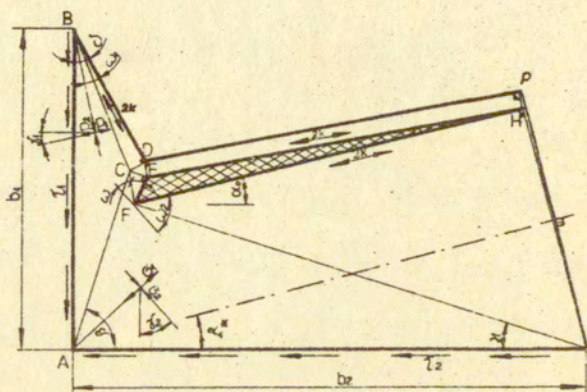
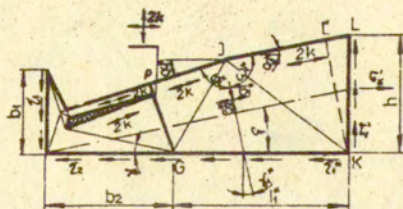
$$a = \frac{b}{2} \operatorname{tg} 2\delta_1$$

$$d_2 = \frac{s}{k} \frac{b}{2 \sin \alpha_2} \quad ; \quad d_3 = \frac{s}{k} \frac{b}{2 \sin \alpha_3} \quad ; \quad \dots \quad d_n = \frac{s}{k} \frac{b}{2 \sin \alpha_n}$$

$$h = \frac{d_3}{\cos \alpha_3}$$

$$l'_1 = a \operatorname{tg} \left( \delta_1 + \frac{\omega_1}{2} \right) + b$$

$$l_2 = \frac{2k}{\tau_2} (d_3 \cos \alpha_3 - d_2 \cos \alpha_2).$$



Szczegół siatki

PZ:  $(\tau_1, b_1, b_2, \tau_2, \tau_1^x, l_1^x, \alpha_1^x, \xi, \sigma_x', \tau_1', h) \in X'$

NPZ:  $(\alpha_1^x, \tau_1, b_1) \in X$

Z tablicy F1, dla zadanego  $\tau_1$ , dobieramy  $\tau_2, \delta_1, \delta_2, \beta$ , a następnie obliczamy:

$$\cos \omega_1 = \cos^2 \delta_1 \Rightarrow \omega_1$$

$$\cos \omega_2 = \sin^2 \delta_2 \Rightarrow \omega_2$$

$$p_1 = k (1 - \cos 2\delta_1) \quad ; \quad p_2 = -k (1 + \cos 2\delta_1)$$

$$G_1 = k (1 + \cos 2\delta_2) \quad ; \quad G_2 = -k (1 - \cos 2\delta_2)$$

$$\alpha_0 = \delta_2 + \omega_2 - \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \kappa = \frac{\pi}{2} - (\delta_2 + \frac{\omega_2}{2}) \quad ; \quad \xi = \alpha_1^x$$



$$b_2 = \frac{r_1 \cdot b_1}{r_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1^x}$$

Na prawo od PG siatka jest identyczna z siatką 13. Znajduje to odbicie w oznaczeniach, które są takie same jak w siatce pierwotnej, różniąc się tylko gwiazdką dodaną do symboli.

Obliczamy zatem:

$$(\alpha_1^x) \in X$$

$$\begin{cases} \cos \omega_1^x = \sin^2 \delta_1^x \\ \omega_1^x - \delta_1^x = \frac{\pi}{2} - \alpha_1^x \end{cases} \Rightarrow \delta_1^x, \omega_1^x .$$

$$r_1^x = k \sin 2 \delta_1^x$$

$$\alpha_2^x = 2 \omega_1^x + \alpha_1^x - \pi > 0 \quad ; \quad \xi = \alpha_2^x$$

$$(PG) = d_1^x = \frac{r_1 \cdot b_1}{2k \sin \alpha_1^x}$$

$$d_2^x = d_1^x \frac{\sin \alpha_1^x}{\sin \alpha_2^x} \quad ; \quad h = \frac{d_2^x}{\cos \alpha_2^x}$$

$$l_1^x = 2d_1^x \frac{\cos \frac{\omega_1^x}{2}}{\cos(\frac{\omega_1^x}{2} + \delta_1^x)}$$

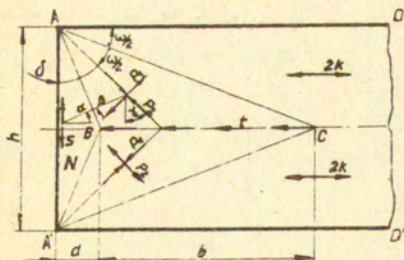
$$r_1^x = k \sin 2 \alpha_2^x$$

$$r_x^x = k (1 + \cos 2 \alpha_2^x)$$

Dla  $\alpha_1^x = 15^\circ$  można korzystać z tablicy 13. Można także, podobnie jak w siatce pierwotnej, konstruować kolejne segmenty  $n = 1, 2, \dots$  itd.

Podczas wykreślania siatki istotne jest określenie położenia punktu F. W tym celu wykreślamy kolejno:  $(AB) = b_1$ ,  $(AG) = b_2$ ,  $GF, AC, BC, CF$ . Punkt F leży na przecięciu linii GF i CF.

14



PZ:  $(h, d, b, t) \in X'$  1/

NPZ:  $(t, h) \in X$

D:  $\omega \leq 45^\circ$

$\tau = \frac{t}{2}$  ;  $\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$

$\delta = \gamma$  ;  $\omega = \frac{\pi}{2} - \delta$

$b = \frac{h}{\sin 2\omega}$

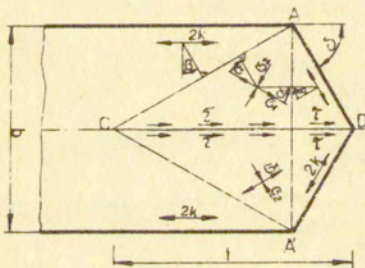
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \cos \omega - 1 - \cos 2\delta}{\sin 2\delta} \Rightarrow \alpha$

$\beta = \delta - \alpha$

$a = \frac{h}{2} \operatorname{tg} \alpha$

$\tau/t$  - całkowite naprężenie styczne przyłożone na odcinku b

15



PZ:  $(b, t, \tau, \delta) \in Y'$  2/

NPZ:  $(b, t) \in X$

D:  $0 < \frac{b}{t} = \frac{\tau}{k} \leq 0,8660$

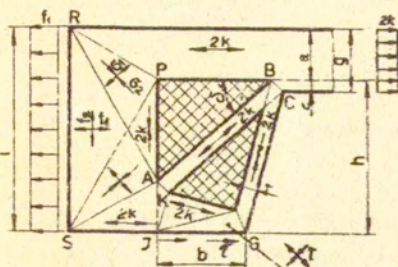
$\tau = k \sin 4\delta \Rightarrow \delta, 4\delta \geq 20^\circ$

$\alpha = \delta$  ;  $\beta = \frac{\pi}{2} - 2\delta$  ;

$\delta = 2\gamma$

$2/\tau$  jest połową obciążenia przyłożonego na odcinku t i jest na tym odcinku stałe.





PZ:  $(f_1, l, b, \tau, h, g) \in X'$

HPZ:  $(f_1, l, \tau = k) \in X$

D:  $f_1 \geq 0, 8 k / \text{por. tabl. 2}$

$$a = \frac{f_1 \cdot l}{4k}$$

$$h = l - a$$

$$c^2 - 2hc + a^2 = 0 \Rightarrow c$$

$$g = c + a$$

$$b = 2(a - c)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{a - c}{2(a \sin^2 15^\circ + c \cos^2 15^\circ)} \Rightarrow \delta$$

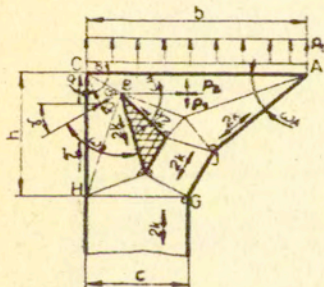
$$\omega_B = \frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2} ; \cos \omega_C = 1 - \cos \omega_B \Rightarrow \omega_C$$

Obszar na lewo od AP, to pole elementarne typu f.

Dalej obliczymy:

$$(JK) = \frac{b}{2} \cos 15^\circ ; r = \frac{b}{2} \sin 15^\circ$$

$$p_1 = 2k (1 - \cos \omega_B) ; p_2 = -2k \cos \omega_B$$



PZ:  $(p_1, b, \tau, h, c) \in X'$

HPZ:  $(p_1, b) \in X$

D: nie badano

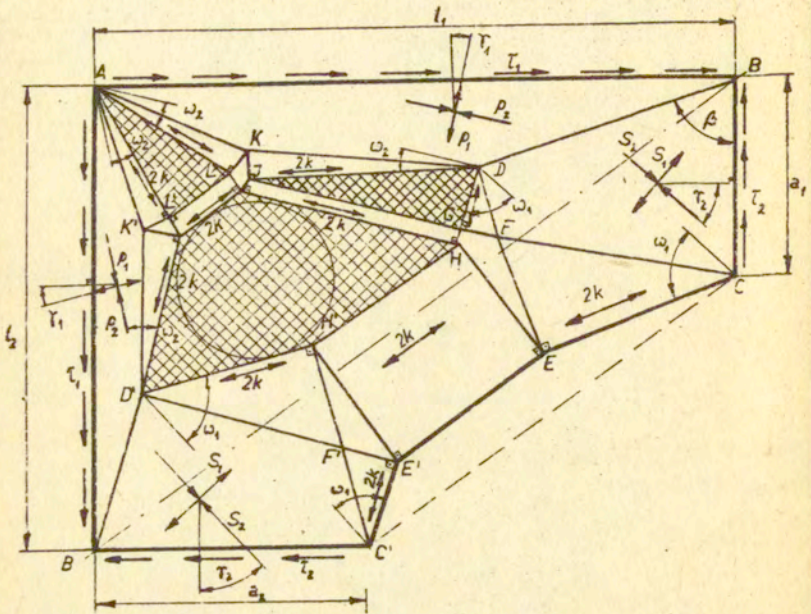
$$p_2 = p_1 - 2k$$

$$c = b \sqrt{\frac{p_1}{2k}}$$

$$\sin^2 \gamma + \sin^2 \delta + \frac{p_1}{2k} - 1 = 0 \Rightarrow \gamma$$

$$\tau = k \sin 2\gamma ; \alpha = \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - \delta)$$

$$\cos \omega_A = -\frac{p_2}{2k} ; \cos \omega_B = \sin^2 \gamma \Rightarrow \omega_B ; h = \frac{2kc - p_1 \cdot b}{c}$$



PZ:  $(l_1, l_2, a_1, a_2, \tau_1, \tau_2) \in X'$

NPZ:  $(l_1, l_2, \tau_1) \in X$

D: nie badano

Dla zadanego  $\tau_1$ , z tablicy F1 określamy:  $\tau_2, \gamma_1, \gamma_2, \beta$  i obliczamy:

$$a_1 = \frac{\tau_1}{\tau_2} \cdot l_2 \quad ; \quad a_2 = \frac{\tau_1}{\tau_2} \cdot l_1$$

$$p_1 = k (1 - \cos 2\gamma_1) \quad ; \quad p_2 = -k (1 + \cos 2\gamma_1)$$

$$s_1 = k (1 + \cos 2\gamma_2) \quad ; \quad s_2 = -k (1 - \cos 2\gamma_2)$$

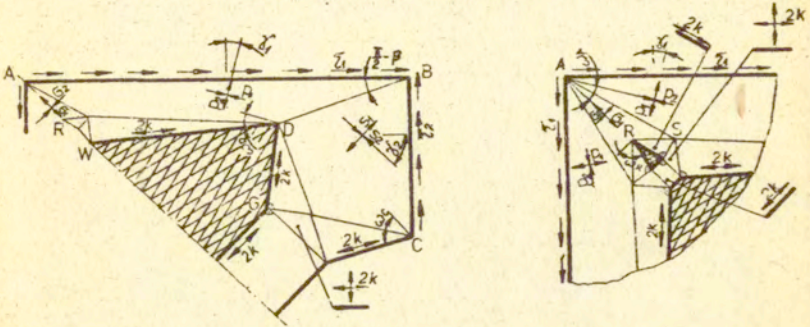
$$|s_2| = 2k \cos \omega_1 \Rightarrow \omega_1 \quad ; \quad p_2 = 2k \cos \omega_2 \Rightarrow \omega_2$$

Pozostałe parametry wyznaczamy wykreślnie. Początkowa kolejność wykreślania siatki jest następująca: AB, AB', B'C', BC, BB'.



Położenie punktu D jest dość dowolne. Ograniczeniem jest tu tylko zachowywanie założonego układu linii nieciągłości. Przy zgrubnych szacunkach kształtów wystarczy nanieść:  $l_1, l_2, a_1, a_2$  i poprowadzić linię  $CC'$ .

18a

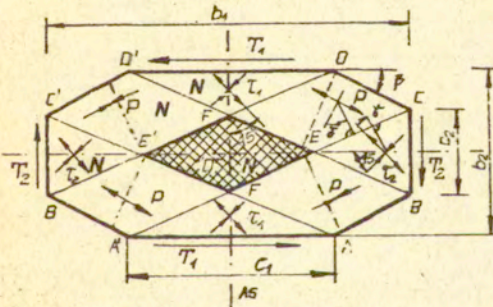


Siatka różni się od pierwotnej /18/ rozwiązaniem naroża A. Obliczamy tu dodatkowo:

$$\omega_A = \frac{\pi}{4} - \delta_1 \quad ; \quad G_1 = \frac{P_1 + P_2}{2} + 2k \cos \omega_A + k$$

$$G_2 = \frac{P_1 + P_2}{2} + 2k \cos \omega_A - k \quad ; \quad \cos \omega_R = \left| \frac{G_2}{2k} \right| \Rightarrow \omega_R$$

19



PZ:  $(b_1, c_1, \tau_1, b_2, c_2, \tau_2) \in X'$

NPZ:  $(b_1, b_2, c_1 \text{ lub } c_2) \in X$

D: w trakcie obliczeń.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b_2}{b_1} \Rightarrow \beta$$

a/ dla  $0 < \beta \leq 15^\circ$  lub  $75^\circ \leq \beta < 90^\circ$  :

$$p = 2k \quad ; \quad \tau_1 = \tau_2 = 2k \sin^2 \beta$$

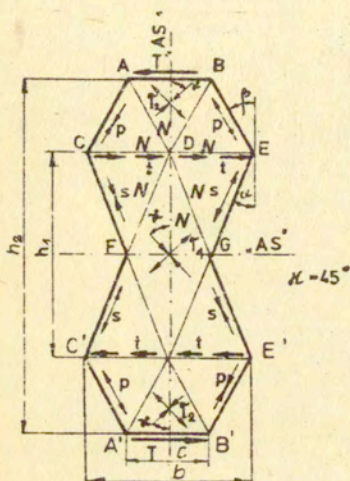
b/ dla  $15^\circ \leq \beta \leq 75^\circ$  :

$$\tau_1 = \tau_2 = k \quad ; \quad p = \frac{k}{\sin 2\beta}$$

Następnie, dla obu przedziałów, można obliczyć:

$$\frac{c_2}{c_1} = \operatorname{tg} \beta \Rightarrow c_2 \text{ lub } c_1 .$$

20



PZ:  $(b, h_1, h_2, \tau_1, \tau_2, c, t) \in X'$

NPZ:  $(b, h_1, h_2) \in X$

D: w trakcie obliczeń

$$\frac{b}{2h_2} = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \alpha$$

$$\frac{b}{2(h_2 - h_1)} = \operatorname{tg} \beta \Rightarrow \beta$$

a/ dla  $15^\circ \leq \beta \leq 75^\circ$  :

$$\tau_2 = k \quad ; \quad c = \frac{b}{2} ;$$

$$p = \frac{k}{\sin 2\beta}$$

$$s = p \frac{\cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha}$$

$$\tau_1 = s \sin 2\alpha \quad ; \quad t = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$$

b/  $0 < \beta \leq 15^\circ$  lub  $75^\circ \leq \beta < 90^\circ$  :

$$p = 2k \quad ; \quad \tau_2 = p \sin 2\beta$$

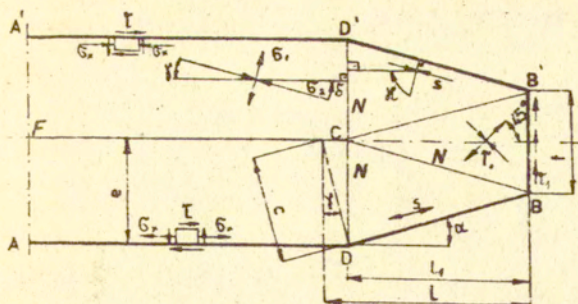
$$s = 2k \frac{\cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha}$$

$$\tau_1 = s \sin 2\alpha$$

$$t = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$$

$$c = \frac{b}{2}$$





PZ:  $(\tau_1, f, e, l_1, \tau, \sigma_x) \in X'$

NPZ:  $(e, \tau) \in X$

D: w trakcie obliczeń

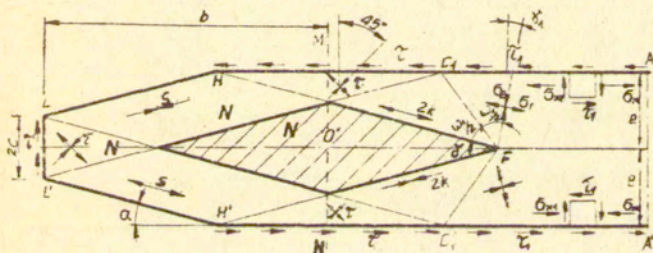
$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$G_1 = k(1 - \cos 2\delta) \quad ; \quad G_2 = -k(1 + \cos 2\delta) \quad ; \quad G_x = 2k \cos 2\delta$$

$$i_1 = \frac{2e - f}{2tg\alpha} \quad ; \quad tg\alpha = (1 - \sin 2\delta) \cdot tg 2\delta \Rightarrow \alpha \quad ; \quad \tau_1 = k$$

$$15^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$$

$$|s| = \frac{k}{\sin 2\alpha} \leq |G_2| \quad ; \quad f = 2e \sin 2\delta \quad ; \quad l = \frac{e}{\sin 2\delta}$$



PZ:  $(e, b, \tau, \tau_1, c) \in X'$

NPZ:  $(\tau = k, b, e) \in X$

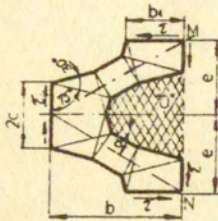
$$D: 0,2679 \leq \frac{b}{e} \leq 3,732$$

Zakładamy  $\delta = 30^\circ$

$$\begin{cases} \cos \omega = \cos^2 \delta_1 \Rightarrow \omega_1 = 87^\circ 22' ; \delta_1 = 12^\circ 22' \Rightarrow \tau_1 = k \sin 2\delta_1 = 0,4184 k \\ \delta_1 = \omega_1 - 75^\circ \end{cases}$$

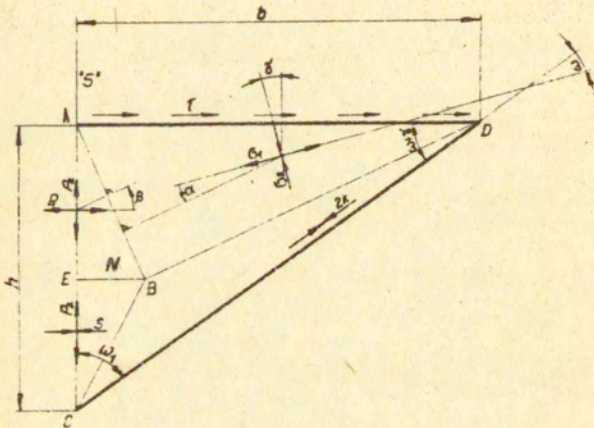
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{e}{p} \Rightarrow \alpha ; s = \frac{k}{\sin 2\alpha} ; o = e \frac{\tau_1}{k}$$

22a



Fragment siatki 22 na lewo od MN. Umożliwia on ciągłą zmianę długości odcinka b w przedziale ( $b_{\min}, b_{\max}$ )

23



PZ:  $(\tau, b, h) \in X'$

NFZ:  $(\tau, b) \in X$

D:  $\delta \geq 11^\circ 56'$

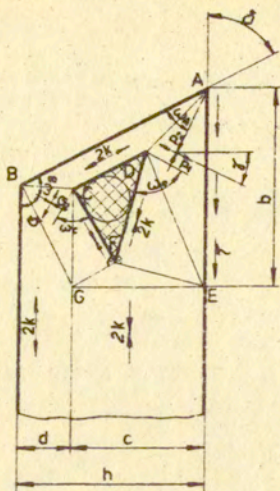
$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$G_1 = k(1 + \cos 2\delta) ; G_2 = -k(1 - \cos 2\delta) ; \cos \omega = \cos^2 \delta \Rightarrow \omega ;$$

$$\omega_1 = \frac{\tau}{2} - (\delta + \alpha) ; p_2 = 2k \cos \omega_1 ; s = -2k(1 - \cos \omega_1)$$







PZ:  $(\tau, b, h) \in X'$

NPZ:  $(\tau, b) \in X$

D: nie badano

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$\cos \omega_A = \cos^2 \delta \Rightarrow \omega_A$$

$$p_1 = k(1 - \cos 2\delta); p_2 = -k(1 + \cos 2\delta)$$

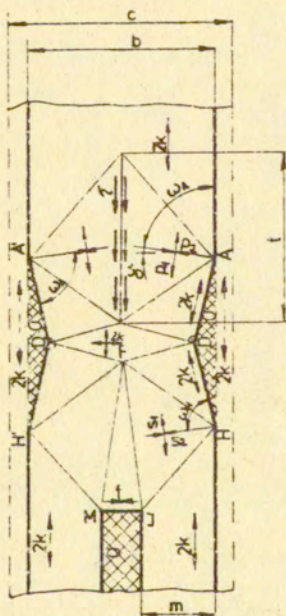
$$\delta = \omega_A + \gamma; \omega_B = \frac{\pi}{2} - \delta$$

$$\cos \omega_C = 1 - \cos \omega_B \Rightarrow \omega_C$$

$$\cos \omega_D = \sin^2 \delta \Rightarrow \omega_D$$

$$d = \frac{\tau}{k} \frac{b}{2,8284}; c = 2,4142 \cdot d$$

$$G_1 = 2k(1 - \cos \omega_B); G_2 = -2k \cos \omega_B.$$



PZ:  $(t, \tau, c, b, m) \in X'$

NPZ:  $(\tau, t) \in X$

1/

D: nie badano

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$\omega_A = \omega_H = \frac{\pi}{2} - \delta$$

$$b = c_{\min} = t \cdot \frac{\sin^3 \omega_A}{\cos^2 \omega_A}$$

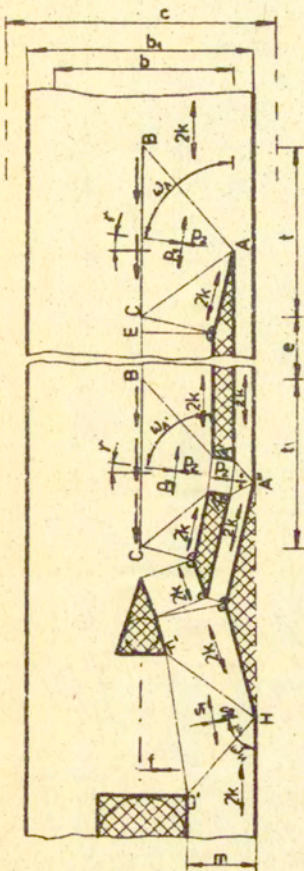
$$m = \frac{1}{2} (b - \frac{\tau}{k} t)$$

$$p_i = s_i$$

$f \leq 2k$  /wykreślić/

$\frac{1}{\sqrt{2}}$  - połowa obciążenia zewnętrznego na odcinku t.





PZ:  $(t, \tau, b_1, c, m) \in X'$

NPZ:  $(t, \tau) \in X$

1/

D: nie badano

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta$$

$$P_1 = s_1$$

$$\omega_A = \omega_H = \omega_{A'} = \omega_{A''} = \frac{\tau}{2} - \delta$$

$$b = t \cdot \frac{\sin \frac{3}{2} \omega_A}{\cos \frac{1}{2} \omega_A}$$

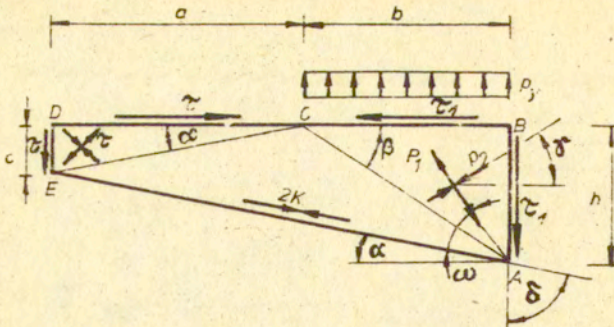
$$b_1 = \frac{\tau}{k} t + b = c_{\min}$$

$$m = \frac{b_1}{2} - \frac{\tau}{k} t$$

$$e \geq (EC)$$

$$f \leq 2k \quad / \text{wykreślnie} /$$

$\tau/k$  - połowa obciążenia zewnętrznego na odcinku  $t$ .



PZ:  $(c, T, T_1, h, a+b) \in X'$

NPZ:  $(T, c) \in X$

D:  $0 < \alpha \leq 15^\circ$

$$T = 2k \sin 2\alpha \Rightarrow \alpha$$

$$\begin{cases} \cos \omega = \cos^2 \delta \\ \alpha = \frac{\pi}{2} - (\omega + \delta) \end{cases} \Rightarrow \omega, \delta.$$

$$\delta = \omega + \delta; \quad \beta = \frac{\pi}{2} - (\delta + \frac{\omega}{2}); \quad p_y = 2k \cos 2\delta;$$

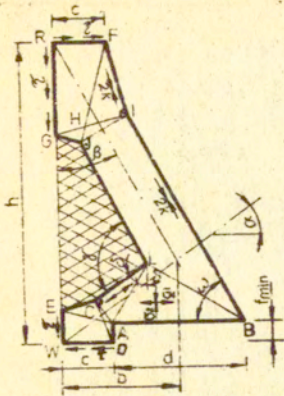
$$h = \frac{2c}{1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}}; \quad a = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad b = \frac{h}{\operatorname{tg} \beta}$$

Obliczone według tych wzorów parametry siatki podano w tabeli 28.

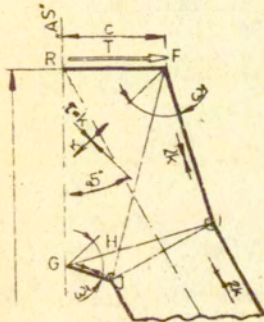
Tabela 28.

$r$	$\omega$	$\delta + \delta$	$\alpha$	$\beta$
$31^\circ 34'$	$43^\circ 28'$	$75^\circ 00'$	$15^\circ 00'$	$36^\circ 42'$
$32^\circ 00'$	$44^\circ 01'$	$76^\circ 01'$	$13^\circ 59'$	$36^\circ 00'$
$33^\circ 00'$	$45^\circ 18'$	$78^\circ 18'$	$11^\circ 42'$	$34^\circ 12'$
$34^\circ 00'$	$46^\circ 36'$	$80^\circ 36'$	$9^\circ 24'$	$32^\circ 42'$
$35^\circ 00'$	$47^\circ 51'$	$82^\circ 51'$	$7^\circ 09'$	$31^\circ 05'$
$36^\circ 00'$	$49^\circ 07'$	$85^\circ 07'$	$4^\circ 53'$	$29^\circ 27'$
$37^\circ 00'$	$50^\circ 23'$	$87^\circ 23'$	$2^\circ 37'$	$27^\circ 29'$
$38^\circ 00'$	$51^\circ 37'$	$89^\circ 37'$	$0^\circ 23'$	$26^\circ 12'$
$38^\circ 10'$	$51^\circ 50'$	$90^\circ 00'$	$0^\circ 00'$	$25^\circ 35'$

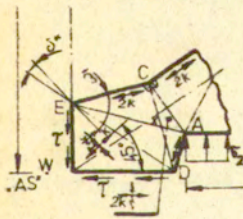




Siatka.



Fragment górny



Fragment dolny.

PZ:  $(\tau=k, c, d, b, h, f) \in X'$

NPZ:  $(\alpha, h, c) \in X$

D:  $15^\circ \leq \alpha \leq 47^\circ 50'$

$$\delta^x = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos \omega = 1 - \sin \alpha \Rightarrow \omega$$

$$\sigma_2 = -2k \sin \alpha$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \omega$$

$$\sigma_1 = 2k - |\sigma_2|$$

$$\gamma = \omega + \alpha$$

$$\delta = \frac{\omega}{2} - \frac{\gamma}{2} + 45^\circ$$

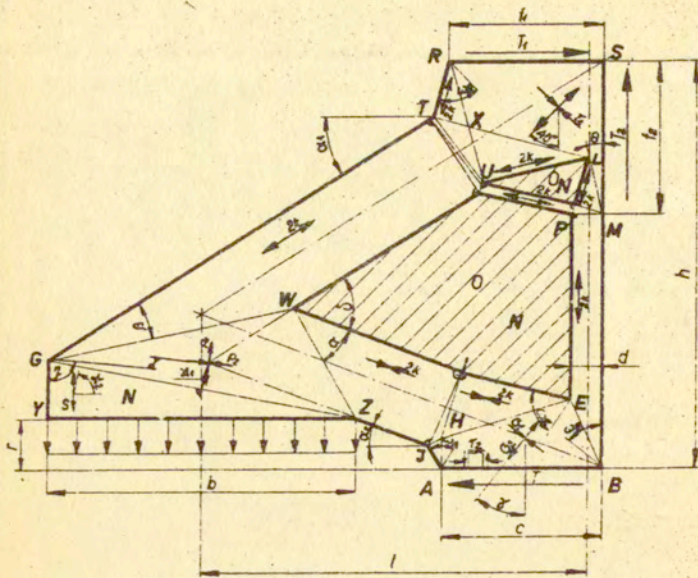
$$\frac{c}{d} = \frac{\sin 2\alpha \cos \omega}{\sin(\alpha + \omega)} \Rightarrow d$$

$$\frac{b}{h} = \frac{\cos \alpha \cos \omega}{\sin(\omega + \alpha)} \Rightarrow b$$

Wymiar  $f$  może być dobierany dowolnie / w ramach dopuszczalności siatki/, przy czym zachodzi zależność:

$$\frac{f_{\min}}{c} = \frac{\cos 15^\circ \sin(\alpha - 15^\circ)}{\cos \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{\min}$$



PZ:  $(\tau_1=k, f_1, f_2, c, \tau_2, h, s, b, r) \in X'$

NPZ:  $(f_1, f_2, h, d) \in X$

D: nie badano

$$\tau_1 = k \quad ; \quad \angle ABS = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \tau_2 = 0,9717 k \quad ; \quad \omega_B = 51^\circ 50' \quad ; \quad \delta = 38^\circ 10'$$

$$\omega_R = \omega_L = 60^\circ \quad ; \quad \theta = 15^\circ \quad ; \quad \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\tau_1 f_2 - 2k \cdot d}{\tau_1 f_1} \Rightarrow \alpha_1$$

dobieramy:  $15^\circ 43' \leq \alpha_2 \leq 60^\circ 37'$  i dalej obliczamy:

$$\delta = \alpha_1 - \alpha_2 \quad ; \quad \omega_A = \omega_B = 67^\circ 33'$$

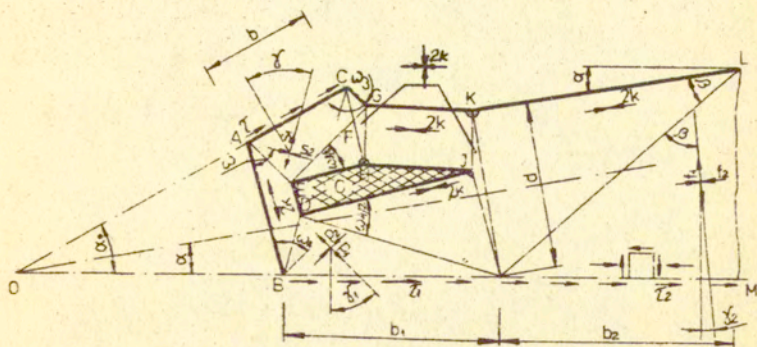
$$\begin{cases} \cos 2\beta + \cos 2\alpha = 1 \\ \beta - \alpha = \frac{\delta}{2} - \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \beta, \alpha.$$

$$\eta = \frac{\pi}{2} - 2\beta + \alpha_1 \quad ; \quad \operatorname{tg} \kappa_2 = \frac{2 \cos 2\beta - \cos 2\eta - 1}{\sin 2\eta} \Rightarrow \kappa_2$$

$$\kappa_1 = \eta - \kappa_2 \quad ;$$

$$s = 2k \frac{\sin 2\kappa_1}{\sin 2\kappa_2} \leq 2k \quad ; \quad c = \frac{\tau_1 f_1}{\tau_2} \quad ; \quad b = \frac{\tau_2 f_2}{s} \quad ; \quad l = \frac{\tau_1 f_1 h}{s b}.$$





PS:  $(b, \tau, \alpha, \alpha_0, b_1, b_2, (OB)) \in X'$

NP2:  $(b, \tau, \alpha_0, \alpha) \in X$

D: nie badano

$$\tau = k \sin 2\delta \Rightarrow \delta ; \cos \omega = \cos^2 \delta \Rightarrow \omega ; \omega + \delta = \delta_A ;$$

$$\delta_B = \pi - \omega - \delta + \alpha_0$$

$$\begin{cases} \cos \omega_1 = \sin^2 \delta_1 & \Rightarrow \delta_1, \omega_1 \text{ / lub z tablicy C/} \\ \delta_1 + \omega_1 = \delta_B \end{cases}$$

$$\cos \omega_3 = \sin^2 \delta \Rightarrow \omega_3 ; \cos \omega_4 = \sin^2 \delta_1 \Rightarrow \omega_4 ; \tau_1 = k \sin 2\delta_1$$

$$p_2 = -2k \cos \omega_1 ; p_1 = 2k(1 - \cos \omega_1) ; s_1 = 2k(1 - \cos \omega)$$

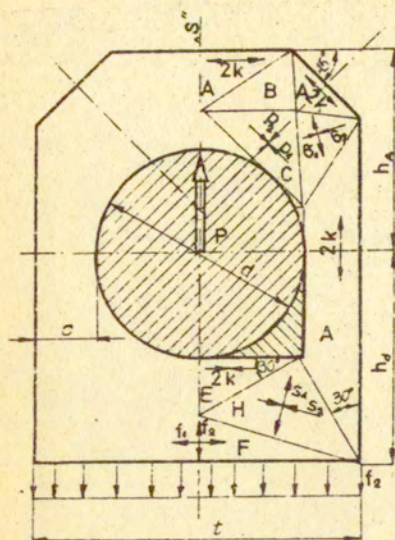
$$s_2 = -2k \cos \omega$$

$$\begin{cases} \cos 2\beta = \sin^2 \delta_2 & \Rightarrow \beta, \delta_2 \\ 2\beta - \delta_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha \end{cases}$$

$$f_1 = 2k \cos 2\beta ; f_2 = -2k(1 - \cos 2\beta)$$

$$d = b \frac{\tau}{2k} \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} ; b_1 = \frac{2k d \cos \alpha - \tau b \cos \alpha_0}{\tau_1} ; \tau_2 = k \sin 2\delta_2$$

Pozostałe parametry ustalamy wykreślnie.



$$PZ: (f_2, t, h_A, h_d, d, P) \in X'$$

$$NPZ: (f_2, d) \in X$$

$$D: 0,75 \leq \frac{f_2}{k} \leq 0,8636$$

$$0,30 \leq \frac{c}{d} \leq 0,38$$

$$f_2 = \frac{4 \frac{c}{d} k}{1 + 2 \frac{c}{d}} \Rightarrow f_2 \text{ lub } c$$

$$t = d + 2c$$

$$h_A = 0,7071 d + c$$

$$h_d = \frac{d}{2} + 1,732 c$$

Uwaga: podczas obliczeń szwu nitowego /właśc. sworzniowej/ c n nitach, obciążonego siłą P, zakładamy średnicę nita d

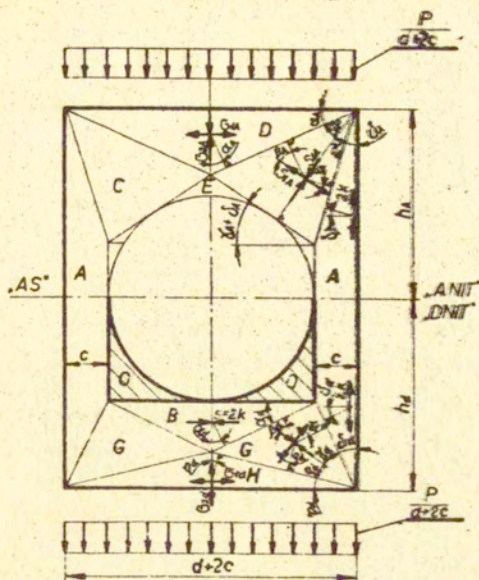
/zależnie od grubości blachy/, a następnie obliczamy:

$$P' = \frac{P}{s} ; n = \frac{P'}{(1,2 \div 1,52) \cdot d \cdot k} ; c = \frac{P'}{4 \cdot k \cdot n}$$

/n-liczba naturalna/. Dalsze obliczenia parametrów siatki według wyżej podanych wzorów.

\* Siatkę zaczerpnięto z [1].





Wzory obliczeniowe oraz analiza tej siatki są bardzo trudne. Dlatego podajemy tylko wynik przykładowych obliczeń numerycznych jaki otrzymać dla:

$$|G_{2A}| = |G_{2d}| = 0,5858 k$$

/por. naprężenia  $s_2$  w siatce 100/

Wybrano rozwiązanie, które daje:

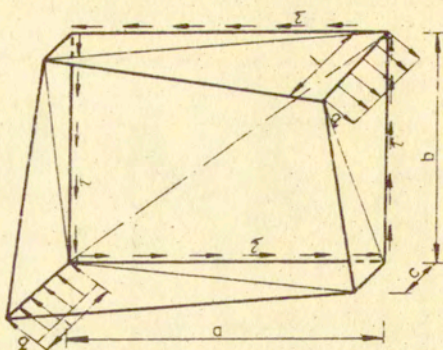
$$\min\left(\frac{h}{d}\right) \quad \text{oraz} \quad \min\left(\frac{h_d}{d}\right)$$

/d - średnica otworu/.

Dla zadanego obciążenia powyższe ilorazy są równe /z dokładnością trzech miejsc po przecinku/ i wynoszą 0,936.

Dodatkowo obliczamy:

$$c = 0,207 d$$

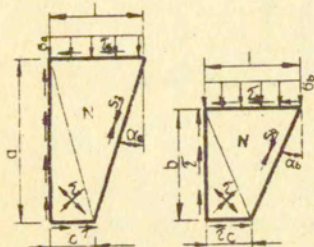


Siatka przestrzenna

$$PZ: (a, b, c, \tau, l, q) \in X'$$

$$NPZ: (a, b, l, \tau = k) \in X$$

$$D: 15^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ \quad 1/$$



Płaskie siatki składowe. Podziałka 1:2.

$$c = \frac{l}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_a = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha_a$$

$$\tau = k; s_a = \frac{k}{\sin 2\alpha_a}; \tau_a = \frac{\tau}{2} = \frac{k}{2}$$

$$G_a = s_a \cos^2 \alpha_a$$

$$\operatorname{tg} \alpha_b = \frac{c}{b} \Rightarrow \alpha_b; \tau = k; s_b = \frac{k}{\sin 2\alpha_b}; \tau_b = \frac{\tau}{2} = \frac{k}{2}; G_b = s_b \cos^2 \alpha_b$$

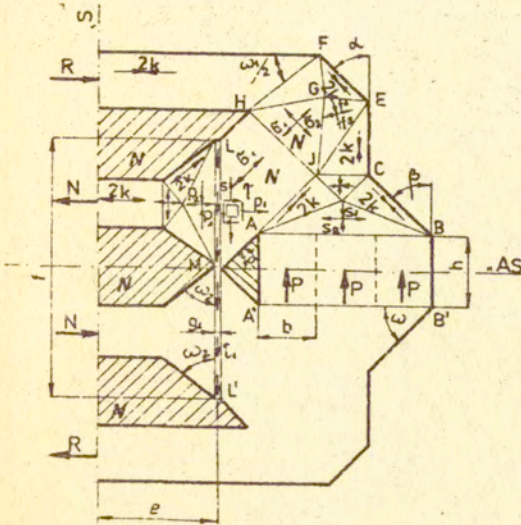
$$c = \sqrt{G_a^2 + G_b^2}$$

1/ Dla  $0 < \alpha < 75^\circ$  i  $75^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  uzyskanie równych na obwodzie naprężeń stycznych łączy się z założeniem dalszych obszarów nieuplastycznionych.



D. SIATKI O KONKRETYCH PROPORCJACH WYMIAROWYCH

100



$$(\tau, f, n, P_n) \in X$$

$$\beta = \alpha = \delta = 45^\circ$$

$$|s_2| = 0,5858 k$$

$$\gamma = 135^\circ$$

$$\omega_1 = 67^\circ 30'$$

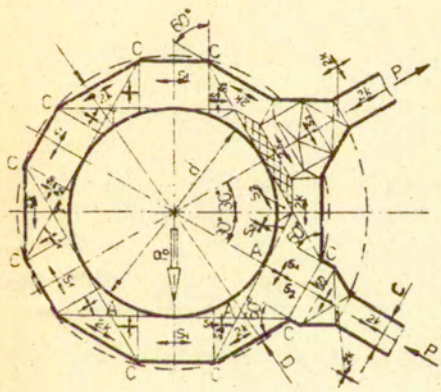
$$\omega_2 = 51^\circ 40'$$

$$G_1 = 1,52 k$$

$$\tau_1 = 0,76 k$$

$$e \geq 0 \text{ /dowolne/}$$

101

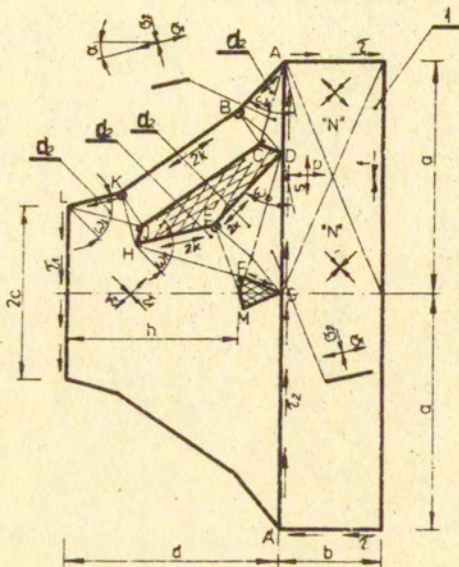


Siatkę zbudowano zakładając odbiór obciążenia  $P_0$  przez dwa symetryczne pasy o szerokości  $c$ . Obciążenie to obliczamy następująco:

$$P = 2k \cdot c \cdot g$$

/g-grubość elementu/

$$P_0 = 2 \cdot P \cdot \sin 30^\circ = P.$$



PZ:  $(a, b, \tau, \tau_1, \tau_2, d, c) \in X'$

Siatkę zbudowano zakładając:

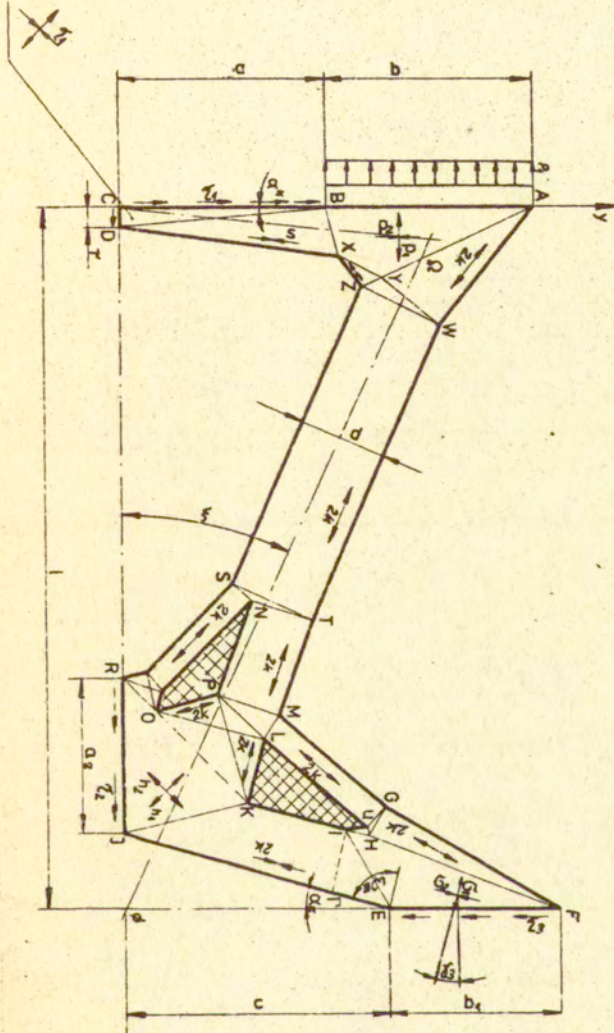
$$\begin{aligned}
 a &= 23,2627 \text{ mm} , b = 9,8621 \text{ mm} , d = 20,8621 \text{ mm} , \xi = \frac{a}{b} = 2,3520, \\
 \tau &= 0,8503 \text{ k} , p = 0,7231 \text{ k} , \tau_2 = 0,4031 \text{ k} , \tau_1 = \text{k} , \\
 \alpha &= 11^\circ 53' , G_x = p = 0,7231 \text{ k} , G_1 = 0,8079 \text{ k} , G_2 = 1,1921 \text{ k} , \\
 \omega_A &= 53^\circ 24' , \omega_D = \omega_G = \omega_A , h = 16,3208 \text{ mm} , c = 9,3781 \text{ mm} , \\
 \omega_L &= \omega_H = 60^\circ .
 \end{aligned}$$

Na odczytnikach podano oznaczenia siatek składowych.



PZ:  $(b_1, l_1, b_2, l_2, \tau_1, \tau_2, \tau_3, b, p_1, l) \in X'$

Siatkę złożono z siatek elementarnych  $h_3$  i  $s$ .



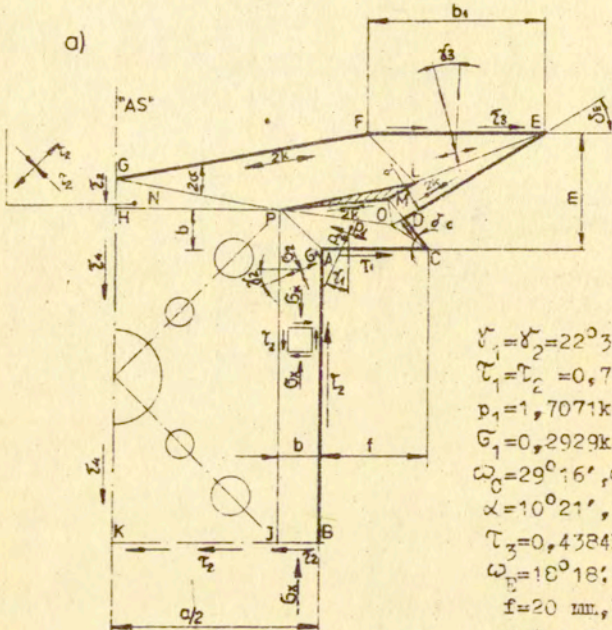
- $b_1 = 32,25 \text{ mm}$
- $\tau_3 = 0,4384 \text{ k}$
- $\gamma_3 = 13^\circ$
- $\omega_F = 18^\circ 18'$
- $\omega_E = 87^\circ 06'$
- $\alpha_E = 15^\circ$
- $\tau_2 = k$
- $l = 135,5 \text{ mm}$
- $p_1 = 0,7984 \text{ k}$
- $p_2 = -1,2016 \text{ k}$
- $a = b = 40 \text{ mm}$
- $\xi = 24^\circ 57'$
- $d = 16,76 \text{ mm}$
- $a_2 = 30,39 \text{ mm}$
- $\tau_1 = 0,3535 \text{ k}$
- $r = 4,376 \text{ mm}$
- $\alpha^x = 6^\circ 15'$
- $s = 1,5148 \text{ k}$
- $h_1 = h_2 = k$

PZ:  $(\tau_2, \tau_1, f, \tau_3, b_1, a, b, n) \in X'$

Siatkę złożono z następujących układów:

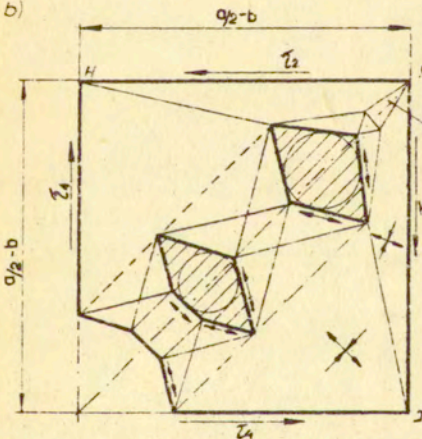
C/naroże E/, F2 /naroże A/, C /naroże C/, H /GHPLF/, 18a/HPJK/.

a)



$$\begin{aligned} \delta_1 &= \delta_2 = 22^\circ 30' \\ \tau_1 &= \tau_2 = 0,7071 \text{ k} \\ p_1 &= 1,7071 \text{ k}, p_2 = -0,2929 \text{ k} \\ G_1 &= 0,2929 \text{ k}, G_2 = -1,7071 \text{ k} \\ \omega_0 &= 29^\circ 16', \omega_2 = 51^\circ 46' \\ \alpha &= 10^\circ 21', \delta_3 = 13^\circ \\ \tau_3 &= 0,4384 \text{ k} \\ \omega_E &= 18^\circ 18', \delta_E = 31^\circ 18' \\ f &= 20 \text{ mm}, b = 7,562 \text{ mm} \\ d &= 5,146 \text{ mm} \end{aligned}$$

b)



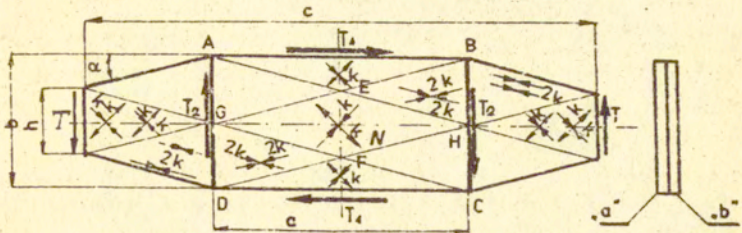
Parametry siatki  
18a zastosowanej  
w obszarze HPJK

/rys. b/

$$\begin{aligned} \tau_2 &= 0,7071 \text{ k} \\ \tau_4 &= 0,9986 \text{ k} \\ \delta_2 &= 22^\circ 30' \\ \delta_4 &= 44^\circ 09' \\ \alpha &= 34^\circ 15' \end{aligned}$$

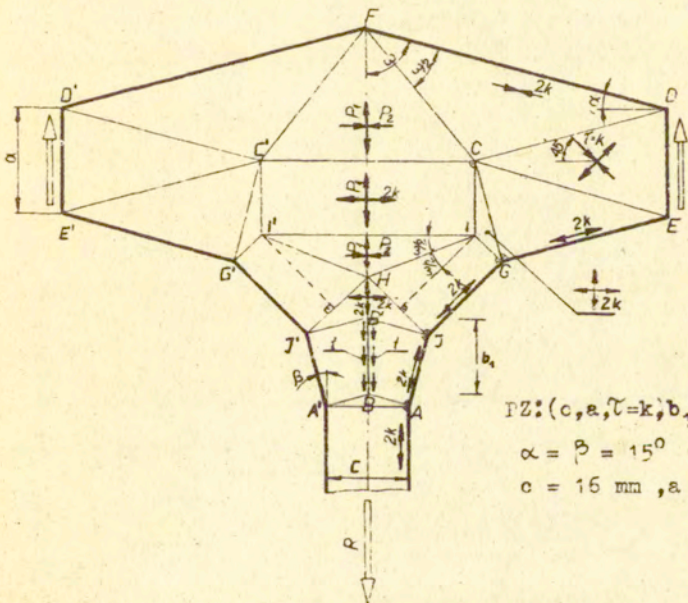


105



Siatka złożona z dwóch warstw siatkowych "a" i "b".  
 Złożono siatki 19 /dla  $\beta=15^\circ$ / i 20 / $\alpha=\beta=15^\circ$ /.  
 Podane rozwiązanie może służyć do ukształtowania płaskiego  
 elementu, który "roprowadza" stałe naprężenia styczne na ob-  
 wodzie przekroju prostokątnego.

106



$PZ: (c, a, \tau=k, b, t) \in X'$   
 $\alpha = \beta = 15^\circ$   
 $c = 16 \text{ mm}, a = 20 \text{ mm}.$

## L i t e r a t u r a

1. W. Szczepiński "Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej" PWN W - wa 1968 .
2. W. Szczepiński, J. Szlagowski "Graniczne, statycznie dopuszczalne, nieciągłe pola naprężeń dla szacowania nośności granicznej" Prace IPPT PAN 1976 .
3. Sprawozdania z prac wykonywanych w ramach tematu 03.2 problemu węzłowego 05.12 pt: "Wytrzymałościowe studium cienkościennych ustrojów nośnych samochodów ciężarowych i autobusów", temat pod kierunkiem H. Frąckiewicza.
  - a/ "Kształtowanie cienkościennych węzłów konstrukcyjnych za pomocą pól statycznie dopuszczalnych" - sprawozdanie z etapu III, tom 1, 1977 /W. Bodaszewski/
  - b/ "Kształtowanie belek poprzecznych ram samochodowych" - sprawozdanie z etapu IV, tom 1, 1978 /W. Bodaszewski/.
  - c/ "Kształtowanie ram pojazdów metodą nośności granicznej" - sprawozdanie z etapu V, tom 1, 1980 .



## Spis treści

	str.
1. Wprowadzenie	3
2. Główne kierunki zastosowań	5
3. Organizacja zbioru	6
4. Przykłady wykorzystania zbioru	7
4.1. Przykłady zwierania siatek płaskich	7
4.2. Przykłady zwierania siatek przestrzennych	11
4.3. Podsumowanie – sposób korzystania z katalogu	13
5. Zbiór rozwiązań	15
A. Elementarne układy linii nieciągłości naprężeń	15
B. Siatki elementarne	21
C. Siatki w płaskich elementach powłok	30
D. Siatki o konkretnych proporcjach wymiarowych	67
Literatura	72