

Macwell  
ATYRY  
RUCH

557





# MATERIA I RUCH.

~~GABINET MATEMATYCZNY  
Towarzystwa Naukowego Warszawskiego~~

opis: 44749

WYDZIAŁ HISTORII I ETNOLOGII

UNIWERSYTET W WARSZAWIE

Instytut Historii

# MATERYA I RUCH

PRZEZ

**J. CLERK'A MAXWELL'A**

przekład

**S. Dicksteina.**



**WARSZAWA.**

**GEBETHNER I WOLFF.**

—  
1879.

ДОЗВОЛЕНО ЦЕНЗУРОЮ.

Варшава. 28 Июля 1879 года.



6874

---

Warszawa. — Druk S. Orgelbranda Synów, Bednarska Nr. 20.



# TREŚĆ.

	Str.
Słówko od tłómacza . . . . .	1—2
Przedmowa autora . . . . .	3—

## ROZDZIAŁ I.

Wstęp. . . . .	5—20
----------------	------

1. Istota fizyki. 2. Określenie układu materyjalnego. 3. Określenie pojęć: „wewnątrz i zewnątrz.“ 4. Określenie konfiguracyi. 5. Diagramy. 6. Cząstka materyjalna. 7. Położenie względne dwóch cząstek materyjalnych. 8. Wodzące. 9. Układ trzech cząstek. 10. Dodawanie wodzących. 11. Odejmowanie wodzących. 12. Początek wodzących. 13. Względne położenie dwóch układów. 14. Trzy dane dla porównania dwóch układów. 15. O pojęciu przestrzeni. 16. Błąd Descartes'a. 17. O pojęciu czasu. 18. Przestrzeń bezwzględna. 19. Postawienie ogólnego twierdzenia zasadniczego w fizyce.

## ROZDZIAŁ II.

Ruch. . . . .	20—33
---------------	-------

20. Określenie przemieszczenia. 21. Diagram przemieszczenia. 22. Przemieszczenie względne. 23. Przemieszczenie jednostajne. 24. Ruch. 25. Ciągłość ruchu. 26. O prędkości stałej. 27. Miara prędkości zmiennej. 28. Diagram prędkości. 29. Własności diagramu prędkości. 30. Znaczenie wyrażenia: „w spoczynku.“ 31. Zmiana prędkości. 32. Przyspieszenie. 33. Stopień przyspieszenia. 34. Diagram przyspieszeń. 35. Przyspieszenie jako pojęcie względne.

## ROZDZIAŁ III.

Siła. . . . .	33—52
---------------	-------

36. Kinematyka i kinetyka. 37. Wzajemne działanie dwóch ciał — parcie. 38. Siła zewnętrzna. 39. Różne poglądy na to samo zjawisko. 40. Prawa ruchu Newtona. 41. Pierwsze prawo ruchu. 42. Równowaga sił. 43. Określenie

równych czasów. 44. Drugie prawo ruchu. 45. Określenie Str.  
 równych mass i równych sił. 46. Miara masy. 47. Licze-  
 bna miara siły. 48. Jednoczesne działanie sił na ciało. 49.  
 Pobudzenie. 50. Związek między siłą i masą. 51. Moment.  
 52. Wyrażenie drugiego prawa ruchu przy pomocy pojęć po-  
 budzenia i momentu. 53. Dodawanie sił. 54. Trzecie prawo  
 ruchu. 55. Działanie i oddziaływanie są dwoma objawami  
 parcia. 56. Przyciąganie i odpychanie. 57. Trzecie prawo  
 ruchu stosuje się do działania z odległości. 58. Dowód New-  
 tona nie jest dowodem doświadczalnym.

## ROZDZIAŁ IV.

### O własnościach środka masy układu materalnego. . . . 52—62

59. Określenie masso-wodzącej. 60. Środek masy  
 dwóch cząstek. 61. Środek masy układu. 62. Wyrażenie  
 momentu za pomocą stopnia zmiany masso-wodzącej. 63. Sku-  
 tek, jaki siły zewnętrzne wywierają na ruch środka masy.  
 64. Ruch środka masy układu nie ulega wpływowi działań  
 wzajemnych między częściami układu. 65. Pierwsze i drugie  
 prawo ruchu. 66. Metoda badania układów cząsteczkowych.  
 67. Przez wprowadzenie pojęcia masy przechodzimy od wo-  
 dzących przemieszczeń prędkości przyspieszeń całkowitych  
 i stopni przyspieszeń do masso-wodzących, masso-przemiesz-  
 czeń, momentów, pobudzeń i sił poruszających. 68. Określenie  
 masso-powierzchni. 69. Moment kątowy. 70. Moment siły  
 względem punktu. 71. Zachowanie momentu kątowego.

## ROZDZIAŁ V.

### Praca i dzielność. . . 62—88

72. Określenia. 73. Zasada zachowania dzielności.  
 74. Ogólne wyrażenie zasady zachowania dzielności. 75. Mia-  
 ra pracy. 76. Dzielność potencjalna. 77. Dzielność kine-  
 tyczna. 78. Siły pochyłe. 79. Dzielność kinetyczna dwóch  
 cząstek odniesiona do środka ich masy. 80. Dzielność kine-  
 tyczna układu materalnego odniesiona do środka jego mas-  
 sy. 81. Dzielność kinetyczna zamienna. 82. Dzielność po-  
 tencjalna. 83. Sprężystość. 84. Działanie z odległości.  
 85. Teorya dzielności potencjalnej jest bardziej złożoną od  
 teoryi dzielności kinetycznej. 86. Zastosowanie metody dziel-  
 ności do obliczania sił. 87. Wyszczególnienie kierunku siły.  
 88. Zastosowanie do układu będącego w ruchu. 89. Zastoso-  
 wanie metody dzielności do badania ciał rzeczywistych. 90.  
 Zmienne, od których zależy dzielność. 91. Wyrażenie dziel-  
 ności przy pomocy zmiennych. 92. Teorya ciepła. 93. Ciepło

jest formą dzielności. 94. Dzielność mierzona jako ciepło. Str.  
 95. Zadanie umiejętności. 96. Dzieje nauki o dzielności.  
 97. Rozmaite formy dzielności.

## ROZDZIAŁ VI.

**Streszczenie.** . . . . . 89—102

98. Rzut oka na dynamikę abstrakcyjną. 99. Kinematyka. 100. Siła. 101. Parcie. 102. Względność wiadomości dynamicznych. 103. Względność siły. 104. Obrót. 105. Oznaczenie przez Newtona bezwzględnej prędkości obrotu. 106. Wahadło Foucault'a. 107. Materya i dzielność. 108. Oznaka istnienia substancji materyalnej. 109. Dzielność nie daje się utożsamiać. 110. Bezwzględna wartość dzielności nie jest znaną. 111. Dzielność utajona. 112. Zupełne badanie dzielności zawiera w sobie całą fizykę.

## ROZDZIAŁ VII.

**Wahadło i ciężkość.** . . . 102—116

113. Ruch jednostajny po kole. 114. Siła odśrodkowa. 115. Okres. 116. Wahania harmoniczne proste. 117. Siła działająca na ciało wahające się. 118. Wahania (drgania) równoczesowe. 119. Dzielność potencjalna ciała wahającego się. 120. Wahadło proste. 121. Wahadło sztywne. 122. Odwrócenie wahadła. 123. Przykład wahadła Kater'a. 124. Oznaczenie natężenia siły ciężkości. 125. Metoda obserwacji. 126. Ocenienie błędu.

## ROZDZIAŁ VIII.

**Ciążenie.** . . . . . 116—136

127. Metoda Newtona. 128. Prawa Keplera. 129. Prędkość kątowna. 130. Ruch około środka ciężkości. 131. Orbita. 132. Hodograf. 133. Drugie prawo Keplera. 134. Siła działająca na planetę. 135. Wyjaśnienie trzeciego prawa Keplera. 136. Prawo ciężenia. 137. Poprawniejsza forma trzeciego prawa Keplera. 138. Dzielność potencjalna pochodząca od siły ciężenia. 139. Dzielność kinetyczna układu. 140. Dzielność potencjalna układu. 141. Księżyc jest ciałem ciężkim. 142. Doświadczenie Cavendish'a. 143. Waga skręceń. 144. Metoda doświadczenia. 145. Ciężenie powszechne. 146. Przyczyna ciężenia. 147. Zastosowanie metody badania Newtona. 148. Metody fizyki cząsteczkowej. 149. Ważność własności ogólnych i elementarnych.

## SPROSTOWANIA.

Str.	5	wiersz	15	od dołu	<i>zamiast</i>	<i>powinno być</i>
"	11	"	13	"	porządkn	porządku
"	39	"	12	od góry	gdy	Gdy
"	47	"	6	"	bliskości	blizkości
"	50	"	13	"	opbudzenia	pobudzenia
"	55	"	6	"	odległości	z odległości
"	63	"	1	"	o.a. A	oa. A
"	65	"	13	od dołu	(układ	układ
"	66	"	7	"	pedniesienie	podniesienie
"	72	"	7	od góry	wydatkować	i wydatkować
"	83	"	8	od dołu	T	T <sub>B</sub>
"	90	"	14	od góry	. Ponieważ	, ponieważ
"	96	"	3	"	wartość	wartości
"	100	"	11	"	wskazówek	skazówek
"	111	"	15	"	Materya	Materyą
					długość	długości

W paragrafie 120 nie pomieszczono fig. 12 służącej do jego objaśnienia. Figurę tę podajemy obecnie.

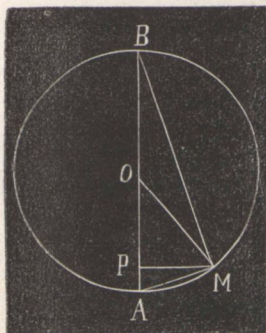


Fig. 12.

## SŁÓWKO OD TŁÓMACZA.

---

Nie tylko zajmujący się fizyką, ale każdy wykształcony człowiek, chcący zrozumieć dzisiejsze teorie fizyczne, powinien przedewszystkiém poznać zasady mechaniki, stanowiącej podstawę wszystkich nauk fizycznych. Do téj pory nie było, o ile mi wiadomo, w literaturze europejskiej istotnie elementarnej książki, któraby w sposób jasny i ścisły, pozwalała czytelnikom obeznanym tylko z początkami matematyki, poznać zasady nowszej dynamiki. Niniejsza praca znakomitego na polu nauk fizycznych badacza zarządza téj ważnej potrzebie. Autor w sposób prawdziwie mistrzowski wykłada zupełnie elementarnie najważniejsze zasady mechaniki, i z niezmierną łatwością, nieznacznie prawie, wprowadza czytelnika do dalszych dziedzin nauki. Na małej stosunkowo przestrzeni udziela Clerk Maxwell tyle gruntownej i pociągającej wiedzy, popiéra twierdzenia swoje tyloma pięknymi uwagami i zastosowaniami, że czytelnik ujęty powabem wykładu, z zadowoleniem wnika wraz z autorem głębiej w treść nauki. Zdaniem Taita i specjalista fizyk z czytania téj pracy istotny odnosi pożytek.

Oddanie zalet tak niepospolitego wykładu było połączoném z trudnościami, zwłaszcza że i spolszczenie niektórych wyrazów oznaczających nowe pojęcia było niełatwém. (\*) Wiem, że trudności te niezawsze udało mi się szczęśliwie pokonać, że przekład nie dorówna oryginałowi. Sądzę jednak, że pomimo to, może on nie być zupełnie bezpożytecznym z powodu braku dziełek podobnego rodzaju w naszej literaturze. Ten to wzgląd głównie ośmielił mnie do podjęcia przekładu znakomitój książeczki, należącej do szeregu podręczników elementarnój nauki wydawanych przez „Society for Promoting Christian Knowledge“ w Londynie.

---

(\*) Do takich wyrazów należą między innymi: stress, mass-vector, mass-area.

## PRZEDMOWA.

---

Fizyka aż do końca ośmnastego stulecia była zajęta wyjaśnieniem zjawisk przyrody, jako skutków sił działających między ciałami; dziś, wstąpiwszy na wyższy stopień rozwoju, uważa dzielność (energy) układu mechanicznego za zupełnie oznaczoną przez jego konfigurację i ruch, przytem uogólnia pojęcia konfiguracyi, ruchu i siły, do możliwych granic, o ile na to pozwalają fizykalne określenia tych pojęć.

Dokładne zapoznanie się z temi pojęciami zasadniczemi, rozpatrzenie ich z najrozmaitszych punktów widzenia, związanie biegu myśli ze ścisłością metody dynamicznej—powinno być dążeniem każdego, zajmującego się nauką fizyki

Poniższe przedstawienie głównych wiadomości o materyi i ruchu należy przeto uważać jako wstęp do nauki fizyki w ogólności.

---

PRZEDMOWA.

Praca ta do końca ośmiennastoletniego studiów była najwię-  
szym osiągnięciem naukowym, jako skutków jej działalności  
i innych czynności: dziś, wstąpiwszy na wyższy stopień roz-  
winięcia (energii) układu mechanicznego za-  
pewnia ona pewną formę jego kontynuacji i trwa, przysto-  
wając do jego kontynuacji i trwa, do możliwych  
niem, o ile nie to pozwalała być katalizatorami tych  
działań. Zrozumienie się z temi pojęciami zasadni-  
cymi i rozpatrzenie ich z ujemnymi punktów widze-  
nia, zjawiska będącymi w rzeczywistości metody dynamicz-  
nej, powstano być dziełem naukowym, zajmującego się na-  
uczaniem i nauką.  
Londzie, przedstawienie głównych wiadomości o ma-  
teorii i innych naukach, przede wszystkim jako wstęp do nauki fi-  
ziki w ogólności.



## ROZDZIAŁ PIERWSZY.

### WSTĘP.

#### 1. *Istota fizyki.*

Fizyka jest częścią wiedzy, która się odnosi do porządku w przyrodzie, albo innemi słowy, do prawidłowego następstwa zjawisk.

Nazwisko *fizyki* stosują jednak z większym lub mniejszym ograniczeniem do tych dziedzin wiedzy, w której uważane zjawiska są natury nadzwyczaj prostej i abstrakcyjnej, z wyłączeniem wszystkich zjawisk, bardziej złożonych, np. takich, jakie odbywają się w istotach żyjących.

Najprostszym ze wszystkich jest przypadek, w którym zjawisko może być opisanem, jako zmiana wzajemnego położenia ciał oznaczonych. Tak np. ruch księżyca daje się opisać przez podanie różnych jego położzeń względem ziemi w następstwie, w jakim one istotnie idą po sobie.

W innych przypadkach możemy wprowadzić wiedzieć, że nastąpiła jakaś zmiana położenia, ale nie jesteśmy w stanie wykazać, na czem ta zmiana polega. Przy za-

marzaniu np. wody wiemy, że cząsteczki (molekuły) czyli najmniejsze części materji inaczej muszą być rozmieszczone w lodzie, aniżeli w wodzie. Wiemy także, że rozmieszczeniu ich w lodzie towarzyszy pewnego rodzaju symetria, gdyż lód pojawia się w postaci prawidłowych kryształów, ale nie mamy dotąd dokładnej znajomości istotnego rozmieszczenia cząsteczek w lodzie. Gdy jednak w pewnym uważanym przypadku jesteśmy w stanie wykazać, jakie zmiany położenia miały miejsce, wtedy w zakresie dziedziny tych zmian mamy zupełną znajomość tego, co nastąpiło; lubo jest rzeczą możliwą, że nic nie wiemy o warunkach, przy których uważane zjawisko nieodzownie zawsze nastąpić musi.

Odpowiednio do tego, pierwsza część fizyki zajmuje się wzajemném położeniem i ruchem ciał.

## 2. *Określenie układu materialnego.*

W każdym naukowém postępowaniu rozpoczynamy od odgraniczenia pewnej dziedziny albo przedmiotu dla naszych badań. Na tę dziedzinę musimy zwrócić naszą uwagę, pozostawiając bez uwagi wszystkie pozostałe części wszechświata, dopóki nie ukończymy przedsięwziętego badania. W fizyce przeto pierwszy krok, jaki zrobić winniśmy, jest wyraźne określenie układu materialnego, stanowiącego przedmiot naszego badania. Ten układ materialny może być dowolnie złożonym (skomplikowanym). Może się składać z jednego pojedynczego punktu materialnego, albo z jednego ciała, mającego wielkość skończoną, albo z pewnej liczby takich ciał; może wreszcie być rozszerzonym tak dalece, że obejmie w sobie wszechświat cały.

### 3. Określenia pojęć „wewnątrz“ i „zewnątrz.“

Wszystkie związki albo działania między dwiema częściami takiego układu, nazywają się związkami albo działaniami *wewnętrznymi*.

Wszystkie związki albo działania między całym układem, lub jego częścią, a ciałami do układu tego nie należącymi nazywają się *zewnętrznymi*. Te ostatnie badamy tylko o tyle, o ile wpływają na nasz układ, nie zajmując się wcale badaniem ich wpływu na ciała zewnętrzne. Związków i działań między ciałami znajdującymi się wewnątrz układu, nie rozpatrujemy wcale. Nie możemy ich wprowadzać do naszego badania, chyba, że układ nasz tak rozszerzamy, że obejmuje w sobie i te inne ciała.

### 4. Określenie konfiguracji.

Jeżeli uważamy układ materialny pod względem wzajemnego położenia jego części, to zbiór wszystkich względnych położzeń nazywa się *konfiguracją* układu.

Znajomość konfiguracji układu w danej chwili zawiera w sobie znajomość chwilowego położenia każdego punktu względem każdego innego punktu tegoż układu.

### 5. Diagramy.

Konfiguracja układów materialnych daje się przedstawić za pomocą modeli, planów lub diagramów. O modelu lub diagramie przypuszcza się tylko, że ma tę samą formę, co układ materialny, przy czém nie jest rzeczą konieczną, aby miał jeszcze coś z nim wspólnego,

Plan albo karta przedstawia na papierze, a więc w dwóch wymiarach to, co w rzeczywistości może mieć trzy wymiary, co zatem całkowicie może być przedstawionem tylko przez model. Używać będziemy wyrażenia *diagram* dla oznaczenia figury geometrycznej, płaskiej lub nie, przy pomocy której rozpatrujemy własności układu materalnego. Gdy więc mówić będziemy o konfiguracji układu, to trzeba będzie przy tém utworzyć sobie wyobrażenie diagramu, który całkowicie odtwarza tę konfigurację, a zresztą nie posiada żadnej z własności układu materalnego. Oprócz diagramów konfiguracji są jeszcze diagramy prędkości, działania dynamicznego i t. p., przy pomocy których przedstawiają się wzajemne prędkości części układu lub jego siły wewnętrzne.

### 6. *Cząstka materalna.*

Ciało, które jest tak małym, że *dla celów naszego badania* można w niem nie zważać na odległości pojedynczych jego części, nazywa się cząstką materalną (partykułą).

Tak np. przy pewnych badaniach astronomicznych, planety i słońce nawet, uważać można za cząstki materalne, kiedy różnica w działaniu oddzielnych części tych ciał może być pominięta. Gdy jednak badamy obroty tych ciał około własnych ich osi, nie możemy już ich wtedy uważać za cząstki materalne. Atom nawet musi być uważanym za zbiór wielu cząstek materalnych, gdy przypuszczamy o nim, że może obracać się około swojej osi.

Diagramem cząstki materalnej jest oczywiście punkt matematyczny, który, jako taki, nie ma konfiguracji.

### 7. Położenie względne dwóch cząstek materialnych.

Diagram dwóch cząstek materialnych składa się z dwóch punktów matematycznych np. z punktu A i z punktu B.

Położenie cząstki B względem cząstki A jest daném przez kierunek i długość prostej AB przeprowadzonej od A do B. Wychodząc z A i poruszając się w kierunku wskazanym przez prostą AB wzdłuż odcinka, którego długość jest równą tej prostej, dojdziemy do B. Ten kierunek i ten odcinek daje się również dobrze wyrazić inną prostą *ab* równą i równoległą do prostej AB. Położenie A względem B jest daném przez kierunek i długość prostej BA przeprowadzonej od B do A, albo przez prostą *ba* równą i równoległą do prostej BA. Jest rzeczą jasną, że  $BA = -AB$ .

Jeżeli nazwiemy prostą za pomocą głosek umieszczonych w jej końcach, to porządek głosek wskazuje, z którego końca zaczęliśmy tę prostą prowadzić.

### 8. Wodząca.

Wyrażenie AB w znaczeniu geometrycznym jest tylko nazwiskiem prostej. Tu jednak oznacza ono *działanie*, przy pomocy którego prosta została poprowadzona; mianowicie oznacza przeprowadzanie punktu opisującego w kierunku oznaczonym wzdłuż oznaczonego odcinka.

W znaczeniu działania, AB nazywa się wodzącą (vector), a samo działanie jest zupełnie oznaczonym przez kierunek i odcinek. Punkt wyjścia, który nazywamy początkiem wodzącej, może być dowolnie wybranym.

Dla oznaczenia prostej, musimy znać jej punkt początkowy, kierunek i długość; przeciwnie wodzące różniące się od siebie tylko początkiem, a więc równoległe (i skierowane w jedną stronę), i mające równą długość, mogą być uważane za równe.

Każda wielkość, jak np. prędkość lub siła, mająca oznaczony kierunek i oznaczoną wartość, może być uważaną za wodzącą i przedstawianą w diagramie przez prostą równoległą do wodzącej, o długości przedstawiającej długość tej ostatniej wedle przyjętej skali.

### 9. Układ trzech cząstek.

Rozpatrzmy najprzód układ złożony z trzech cząstek.

Konfiguracja jego przedstawia się za pomocą diagramu składającego się z trzech punktów A, B, C.

Położenie B względem A przedstawia wodząca AB, a położenie C względem A—wodząca AC.

Jest rzeczą jasną, że przy pomocy tych danych (obu wodzących), gdy A jest wiadomym, znajdziemy B i C, tak, że przez to kon-

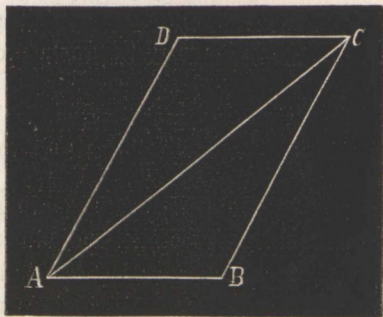


Fig. 1.

figuracja trzech punktów jest *zupełnie* oznaczoną. Położenie C względem A wskazuje wodząca AC i wartość AC na zasadzie poprzedzającej uwagi, powinna się otrzymać z wartości wodzących AB i BC.

Rezultatem działania AC jest to, że punkt opisujący zostaje przeprowadzonym od A do C. Ale rezultat ten się nie zmienia, jeżeli punkt opisujący przechodzi najprzód z A do B, a potem z B do C, co stanowi sumę działań AB i BC.

### 10. Dodawanie wodzących.

Ztąd wynika następujące prawidło dodawania wodzących. Z pewnego punktu, jako z początku, prowadzimy pierwszą wodzącą, następnie drugą z punktu, w którym kończy się pierwsza, potem trzecią z punktu, w którym kończy się druga i tak dalej następujące wodzące w ten sposób, aby każda następna tam się rozpoczynała, gdzie poprzednia się kończy. Prosta, łącząca początek tego szeregu z jego końcem, przedstawia wodzącą, która jest sumą danych wodzących.

*Porządek dodawania jest dowolnym*, gdy zamiast  $AB+BC$  napiszemy  $BC+AB$ , to wskazane działanie może być uskutecznione przez to, że prowadzimy AD równoległą i równą BC; wtedy prosta DC, według znanego twierdzenia Euklidesa, będzie równą i równoległą do AB, tak, że przy pomocy dwóch działań (AB i BC) dochodzimy do punktu C niezależnie od następstwa, w jakim działania te uskuteczniamy. Twierdzenie to ma miejsce dla dowolnej liczby wodzących, przy dodawaniu ich przeto można porządek zmieniać dowolnie.

### 11. Odejmowanie wodzących.

Aby wyrazić położenie punktu C względem punktu B przez położenia B i C względem A, zauważmy, że od

B do C możemy przejść albo po prostej BC, albo też idąc od B do A, a następnie od A do C. Przeto:

$$BC = BA + AC$$

$= AC + BA$ , gdyż porządek dodawania jest dowolnym, i następnie

$$= AC - AB, \text{ gdyż } AB = -BA.$$

A zatem wodzącą BC, wyrażającą położenie punktu C względem punktu B znajdujemy, skoro wodzącą punktu B odejmiemy od wodzącej punktu C, przyczem obie wodzące należy prowadzić do B i C z jakiegokolwiek wspólnego początku A.

### 12. Początek wodzących.

Położenia dowolnej liczby cząstek, należących do układu materalnego, dają się oznaczyć za pomocą wodzących, poprowadzonych do każdej cząstki z jakiegokolwiek punktu. Punkt ten nazywa się początkiem wodzących albo wprost początkiem.

Ten układ wodzących wyraża konfigurację całego układu materalnego; możemy bowiem poznać położenie jakiegokolwiek punktu B względem innego punktu A, przy pomocy wodzących OA i OB zadość czyniących równaniu  $AB = OB - OA$ . Za początek możemy wziąć każdy punkt dowolny i nie ma z góry żadnego oznaczonego powodu, dla któregoobyśmy jeden z nich przełożyli nad inny. Konfiguracja układu, t. j. położenie wzajemne jego części pozostaje bez zmiany przy każdej zmianie początku. Ale wiele badań daje się uprościć przez odpowiedni jego wybór.

### 13. Względne położenie dwóch układów.

Gdy znanymi są konfiguracje dwóch różnych układów materalnych, z których każdy ma swój własny po-



czątek, i gdy chcemy oba układy złożyć w jeden większy o tym samym początku, co pierwszy z dwóch danych układów, to musi być dane położenie początku drugiego układu względem początku pierwszego układu i musi być rzeczą możliwą prowadzenie w drugim układzie prostych równoległych do prostych w drugim układzie.

Wtedy wedle ustępu 9 położenie punktu  $P$  drugiego układu względem pierwszego początku  $O$  jest dane jako summa wodzącej  $O'P$  tego punktu względem drugiego początku  $O'$  i wodzącej  $OO'$  drugiego początku względem pierwszego  $O$ .

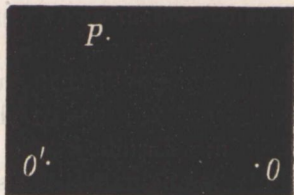


Fig. 2.

#### 14. *Trzy dane dla porównania dwóch układów.*

Przykład tworzenia wielkiego układu z dwóch lub większej liczby małych mamy wtedy, gdy dwa sąsiednie państwa, z których każde wymierzyło i przeniosło na kartę swoje terytoryum, zechcą połączyć pomiary swoje w ten sposób, aby oba kraje utworzyły jeden układ. Do tego celu koniecznemi są trzy rzeczy:

1. Porównanie początku pomiarów wybranego przez jedno państwo, z początkiem pomiarów wybranym przez drugie.
2. Porównanie kierunków głównych, do których odnoszą się pomiary w obu krajach.
3. Porównanie jednostek długości używanych w obu państwach.

*Co do 1-go.* W krajach cywilizowanych szerokość liczy się zawsze od równika, długość zaś od dowolnie przyjętego punktu, np. od Greenwich lub od Paryża. Przeto, dla przystosowania np. karty Anglii do karty Francyi, trzeba znać różnicę długości geograficznej między obserwatoriami w Greenwich i w Paryżu.

*Co do 2-go.* Jeżeli pomiar odbywa się bez narzędzi astronomicznych, wtedy kierunki główne, do których mają być odniesione wszystkie inne, oznacza się za pomocą igielki magnesowej kompasu. Tak było, jeżeli się nie mylę, przy pierwszych pomiarach niektórych wysp Indyj Zachodnich. Rezultaty tych pomiarów dały wprawdzie dokładną konfigurację miejscowości wyspy, ale nie mogły być przystosowanemi do ogólnej karty ziemi, dopóki nie oznaczono, jak wielkie było podówczas zboczenie igielki magnesowej od prawdziwej północy.

*Co do 3-go.* Dla możności porównania pomiarów Francyi z pomiarami Anglii należy porównać jednostkę długości używaną we Francyi, t. j. metr, z jednostką długości używaną w Anglii, t. j. z yardem.

Yard został określony aktem parlamentu z d. 30 lipca 1855 w ten sposób: „że linia prosta albo odległość między środkami linii poprzecznych na dwóch złotych gwoździkach na sztabie brązowej znajdującej się w skarbcu, przy 62° Fahrenheita, ma być rzeczywistym yardem i gdy zaginie, ma być odtworzony podług kopij.“

Metr zawdzięcza swoją powagę prawu wydanemu w r. 1795 przez republikę francuską. Określa się on jako odległość między dwoma końcami sztaby platynowej, którą przygotował Borda, gdy ta ma temperaturę topniejącego lodu. Kapitan Clarke znalazł za pomocą wymiarów, że metr równa się 39,37043 cal. angielsk.

15. *O pojęciu przestrzeni.*

Mówiliśmy dotąd o wielu rzeczach mających związek z konfiguracją układu materyalnego. Pozostają jeszcze niektóre punkta należące do metafizyki przedmiotu, a posiadające ważne dla fizyki znaczenie.

Opisaną została metoda służąca do kombinacji kilku konfiguracyj w jeden układ, który je zawiera wszystkie. W ten sposób do małej dziedziny, którą możemy wybadać, wyciągnawszy nasze kończyny, przyłączamy przedmioty odleglejsze, do których dosiegamy, idąc lub jadąc. Do tych przydajemy znowu te, o których dowiadujemy się ze sprawozdań innych osób i te też niedostępne dziedziny, których położenie możemy oznaczyć jedynie przy pomocy rachunku; aż nakoniec poznajemy, że każde miejsce przez wzgląd na każde inne, ma oznaczone położenie, niezależnie od tego, czy z jednego miejsca możemy dojść do drugiego, czy też nie.

W ten sposób z pomiarów na powierzchni ziemi robionych wyprowadzamy, jakie jest położenie jęj środka względem przedmiotów znanych i obliczamy liczbę mil sześciennych zawartych w objętości ziemi, zupełnie niezależnie od hipotezy o tém, co się mieści w jęj środku, albo w jakim inném miejscu pod cienką warstwą jęj skorupy, stanowiącęj jedyny przedmiot podległy naszemu bezpośredniemu badaniu.

16. *Błąd Descartes'a.*

Według tego jest rzeczą jasną, że odległość między dwiema rzeczami nie zależy od rzeczy znajdującęj się po-

między niemi. Descartes zdaje się przypuszczać taką zależność (Princip. Phil. II, 18), gdy mówi, że gdyby to, co się znajduje we wnętrzu pustego naczynia zostało wyjętém, a w miejsce jego nic nie weszło, to wtedy ściany naczynia, między którymi nicby już nie było, musiałyby się zetknąć.

To twierdzenie opiera się na dogmacie Descartes'a, według którego rozciągłość w kierunku długości, szerokości i głębokości stanowiąca przestrzeń, jest jedyną istotną własnością materji. „Natura materji, mówi on, albo ciało w ogólności, polega nie na twardości, ciężkości, zabarwieniu i t. p., a na tém, że rozciąga się ono w długość, szerokość i głębokość“ (Princip. II, 4). W ten sposób pomieszawszy własności materji z własnościami przestrzeni, dochodzi Descartes logicznie do wniosku, że gdyby wszystką materję wyjąć z naczynia, to i przestrzeń sama przestałaby w niem istnieć. Przyjmuje on, że wszelka przestrzeń musi być wypełniona materją.

Przytoczyłem tu pogląd Descartes'a, aby wykazać, jak ważnem jest głębsze wniknięcie w elementa dynamiki. W sposób zupełnie jasny wyklada Descartes własność główną materji w swém „Pierwszém prawie natury“ (Princip. II. 37); każda rzecz pojedyncza, o ile jest w sobie, trwa w swym stanie, czy to będzie stan spoczynku, czy ruchu. Przy wykładzie Newtonowskich praw ruchu zobaczymy, że wyrazami: „o ile jest w sobie“ wyrażona jest istotna własność główna materji i istotna miara jój ilości. Descartes nie doszedł jednak nigdy do zupełnego pojmowania własnych słów (*quantum in se est*) i wpadł w skutek tego w błąd, pomieszawszy materję i przestrzeń—według niego bowiem przestrzeń jest jedynie możliwą formą materji, a wszystkie istniejące rzeczy są po prostu stanami przestrzeni. Błąd ten powtarza się we wszystkich częściach wiel-

kiego dzieła Descartes'a i stanowi jedną z ostatnich podstaw systemu Spinozy. Nie mogę tu zająć się śledzeniem tego błędu w pracach, które pojawiły się już w czasach bardziej do nas zbliżonych, ale mógłbym polecić każdemu, kto studjuje jakiś systemat metafizyczny, aby starannie wypróbował tę część jego, która zajmuje się pojęciami fizykalnemi.

W interesie postępu uważamy za rzecz niezbędną oddzielić, wraz z Newtonem, pojęcia czasu i przestrzeni od pojęcia układu materialnego, którego różne stany przy pomocy tych dwóch pojęć zostają wprowadzone w związek wzajemny.

### 17. *O pojęciu czasu.*

Pojęcie czasu w jego pierwotnej formie jest prawdopodobnie tylko świadomością następstwa stanów naszej samowiedzy. Gdyby moja pamięć była doskonałą, wtedy mógłbym podać wszystkie zdarzenia wewnątrz zakresu mego doświadczenia leżące, w ich istotnym następstwie chronologicznym. Ale byłoby rzeczą trudną, jeżeli i nie niemożliwą, porównanie przedziału czasu między jedną parą zdarzeń z przedziałem czasu między inną parą, np. oznaczenie, czy czas, w ciągu którego mogę pracować bez zmęczenia, jest teraz większym lub mniejszym, niż dawniej przy początku moich studyów. Przez obcowanie z innymi ludźmi i przez nasze obycie się ze zjawiskami natury, odbywającemi się w sposób jednostajny lub rytmiczny, dochodzimy do pojęcia o możliwości liczenia czasu, w którym wszystkie zdarzenia, czy to odnoszące się do nas samych, czy do innych osób, znajdują swe miejsce. Gdy mamy dwa zdarzenia (np. zmianę świetlną w gwiazdzie znajdującej się w Koronie północnej, badaną przez Hugginsa przy pomocy spektroskopu dnia 16 maja 1866 r. i Materya i Ruch.

umysłowy proces postawienia hipotezy, skutkiem którego Adams lub Leverrier zaczęli badania uwieńczone odkryciem planety Neptuna przez Gallego d. 23 sierpnia 1846) — to mówimy o nich, że jedno nastąpiło wcześniej lub później od drugiego, lub że oba nastąpiły jednocześnie.

Czas bezwzględny, istotny i matematyczny, uważa Newton za płynący jednostajnie i nie podlegający wpływowi prędkości lub powolności ruchu rzeczy materialnych. Nazywamy go także trwaniem. Czas względny, pozorny i zwyczajny, jest trwaniem ocenianem z ruchu ciał, jak przy oznaczaniu dni, miesięcy, lat. Te miary czasu należy uważać za tymczasowe, albowiem postępy astronomii nauczyły nas mierzyć nierówności w długościach dni, miesięcy i lat i sprowadzać czas pozorny do miary jednostajniejszej, którą jest średni czas słoneczny.

### 18. *Przestrzeń bezwzględna.*

Przestrzeń bezwzględną należy uważać za nieruchomą i pozostającą zawsze niezmienną. Porządek części przestrzeni nie może być zmieniony, również jak następstwo części czasu. Przedstawić sobie, że części przestrzeni z miejsc swych się poruszają, jest to samo, co przedstawić sobie, że samo miejsce samo przez się ruch odbywa.

Ponieważ nic nie ma, czémby jedna część czasu różniła się od innéj, prócz różnych wydarzeń, które w nim zachodzą, tak podobnie nie ma nic, czémby jedna część przestrzeni różniła się od innéj, wyjąwszy jéj związku z miejscem zajmowanem przez ciała materialne. Czas zdarzenia możemy tylko opisać przez odniesienie go do innego zdarzenia, miejsce ciała tylko przez odniesienie go do innego ciała. Nasza cała wiadomość o czasie i przestrzeni jest więc rzeczywiście względną. Jeżeli ktoś przywykł zestawiać wyrazy, bez zadawania sobie trudu tworzenia my-

śli im odpowiadających, to łatwo mu utworzyć sobie antytezę między tą *względną* znajomością i tak nazwaną *bezwzględną*, i uważać naszą nieświadomość o bezwzględnym położeniu punktu za dowód ograniczoności naszego umysłu. Przeciwnie, kto starał się przedstawić sobie stan umysłu, posiadającego świadomość bezwzględnego położenia punktu, ten na zawsze zadawalniać się będzie względnym naszym poznaniem.

19. *Postawienie ogólnego twierdzenia zasadniczego fizyce.*

Istnieje często powtarzane twierdzenie, które brzmi: „Te same przyczyny wytwarzają zawsze te same skutki.“

Aby wyjaśnić to twierdzenie, musimy określić, co znaczą te same przyczyny i te same skutki; gdyż jest rzeczą jasną, że żadne zdarzenie nie przytrafia się więcej jak raz jeden, tak, że przyczyny i skutki nie mogą być równymi *pod każdym* względem. Istotnie w poprzednim twierdzeniu rozumiemy tylko, że skoro przyczyny różnią się jedynie od siebie warunkami bezwzględnej przestrzeni i bezwzględnego czasu, w którym zachodzą, to toż samo stosuje się i do skutków.

Następujące twierdzenie równoważne z poprzedzającym, zdaje się być jaśniejszem, wyraźniej związanem z pojęciami przestrzeni i czasu i łatwiej dającym się stosować do pojedynczych przypadków:

„Różnica między dwoma zdarzeniami nie zależy od czystej różnicy czasów lub miejsc, w których one zachodzą, lecz tylko od różnicy w istocie, konfiguracji, albo ruchu ciał uważanych.“

Ztąd wynika, że gdy zdarzenie miało miejsce w oznaczonym czasie i w oznaczonym miejscu, to zupełnie jednakowe zdarzenie może mieć miejsce w innym czasie i w innym miejscu.

Inne twierdzenie zasadnicze, którego nie należy łączyć z twierdzeniem wypowiedzianem na początku tego ustępu, brzmi: „Podobne przyczyny sprawiają podobne skutki.“

To twierdzenie jest prawdziwem tylko wtedy, gdy małe zmiany w stanie początkowym układu sprawiają małe zmiany w jego stanie końcowym. W wielkiej liczbie zjawisk fizycznych warunek ten spełnia się; istnieją jednak wypadki, w których mała zmiana początkowa wytwarza wielką zmianę w stanie końcowym układu, tak jak np. przesunięcie zwrotnicy sprawia, że pociąg kolei żelaznej zamiast pójść drogą właściwą, uderza o inny.

---

## ROZDZIAŁ DRUGI.

### 20. *Określenie przemieszczenia.*

Porównaliśmy już ze sobą położenia różnych punktów układu w jednej i tej samej chwili. Mamy teraz porównać położenie punktu w danej chwili z jego położeniem w pewnej chwili poprzedniej nazwanej epoką.

Wodząca, która wskazuje położenie końcowe punktu względem położenia w danej epoce, nazywa się przemieszczeniem punktu. Tak więc gdy  $A_1$  jest położeniem początkowem, a  $A_2$  położeniem końcowem cząstki  $A$ , to prosta  $A_1A_2$  jest przemieszczeniem téj cząstki, a każda wodząca  $oa$  wychodząca z początku  $o$  równa i równoległa do prostej  $A_1A_2$  wskazuje to przemieszczenie.



21. Diagram przemieszczenia.

Gdy inny punkt układu przechodzi z  $B_1$  do  $B_2$ , to wiodząca  $ob$  równa i równoległa do  $B_1B_2$ , wskazuje przemieszczenie cząstki  $B$ .

W ten sam sposób przy pomocy wiodzących wychodzących ze wspólnego początku  $O$  przedstawić się daje

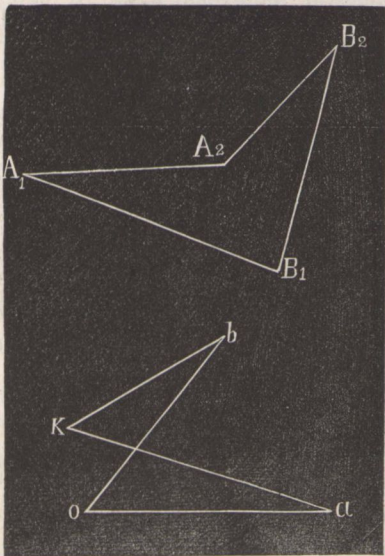


Fig. 3.

przemieszczenie dowolnej liczby punktów. Ten układ wiodzących nazywa się diagramem przemieszczenia. W diagramie tym nie koniecznie trzeba kręślić całkowicie wiodzące, wystarcza bowiem oznaczenie ich punktów końcowych  $a, b$ , i t. d. Diagram przemieszczenia może być preto uważany jako złożony z pewnej liczby punktów  $a, b$  i t. d.

odpowiadających punktom A, B i t. d. układu i z punktu  $o$ , dowolnie obranego i uważanego za początek wodzących.

## 22. Przemieszczenie względne.

Prosta  $ab$  w diagramie przemieszczenia przedstawia przemieszczenie punktu B względem punktu A.

Gdy bowiem w diagramie przemieszczenia (Fig. 3) poprowadzimy prostą  $ak$  równą prostej  $B_1A_1$  równoległą do niej i jednakowo skierowaną, i następnie punkta  $k$  i  $b$  połączymy prostą  $kb$ , to łatwo pokazać, że prosta  $kb$  jest równą i równoległą do prostej  $A_2B_2$ .

Wodząca  $kb$  jest bowiem summą wodzących  $ka$ ,  $oa$  i  $ob$ , wodząca  $A_2B_2$  summą wodzących  $A_2A_1$ ,  $A_1B_1$  i  $B_1B_2$ . Lecz  $ka = A_1B_1$ ,  $oa = A_2A_1$ ,  $ob = B_1B_2$ , a według ust. 10-go porządek dodawania jest dowolnym, jest przeto prosta  $kb$  równą co do wielkości i kierunku prostej  $A_2B_2$ . Otóż  $ka$  lub  $A_1B_1$  przedstawia położenie początkowe punktu B względem punktu A, prosta  $kb$  lub  $A_2B_2$  położenie końcowe punktu B względem punktu A, przeto prosta  $ab$  jest przemieszczeniem punktu B względem punktu A; co należało udowodnić.

W ustępie 20-tym nie mówiliśmy o tém, czy początek wodzących, do którego odniesioną została początkowa konfiguracja układu i początek wodzących, do którego odnosi się konfiguracja końcowa, są jednym i tym samym punktem, czy też w czasie przemieszczania się układu przemieszcza się i początek wodzących.

Otóż przypuśćmy, że w poprzedniem uważaniu początek wodzących jest bezwzględnie stałym i że przemieszczenia  $oa$ ,  $ob$  i t.d. są przemieszczeniami bezwzględnymi. Ażeby od tego przypadku przejść do takiego, w którym i początek doznaje przemieszczenia, wystarczy przyjąć punkt A, t. j. jeden z ruchomych punktów układu za początek. Ponieważ

przemieszczenie bezwzględne punktu A przedstawia prosta  $oa$ , to przemieszczenie punktu B względem punktu A przedstawiać będzie prosta  $ab$  i podobnie rzecz się ma ze wszystkimi innymi punktami układu.

Rozkład przeto punktów  $a, b$  i t. d. w diagramie przemieszczenia jest niezależnym od tego, czy przemieszczenia te odnosimy do punktu stałego, czy do ruchomego; jedyną różnicę stanowi to, że w diagramie przemieszczeń inny punkt przyjąć należy za początek wodzących, zachowując prawidło, że po przyjęciu pewnego punktu stałego lub ruchomego za początek w diagramie konfiguracji, należy odpowiedni punkt przyjąć za początek w diagramie przemieszczenia. Dla wyrażenia tego faktu, że nic nie wiemy o bezwzględnym przemieszczeniu jakiegokolwiek punktu układu, kreślimy diagram przemieszczeń jako układ samych punktów, nie oznaczając, który z nich jest początkiem.

Ten diagram przemieszczeń (bez początku) wyrażający wszystko, co wiedzieć możemy w ogóle o przemieszczeniu układu, składa się po prostu z pewnej liczby punktów  $a, b, c$  i t. d. odpowiadających punktom A, B, C i t. d. układu materialnego; przyczem jakakolwiek wodząca, np. wodząca  $ab$  przedstawia przemieszczenie punktu B względem punktu A.

### 23. *Przemieszczenie jednostajne.* \*)

Gdy przemieszczenie wszystkich punktów układu materialnego względem punktu zewnętrznego są równymi co do kierunku i wielkości, to diagram przemieszczenia spro-

---

\*) Jeżeli jednocześnie wartości pewnej wielkości dla różnych ciał lub miejsc są równymi sobie, mówimy wtedy, że ta wielkość jest *jednostajnie* (równomiernie) rozdzieloną w przestrzeni.

wadza się do dwóch punktów, z których jeden odpowiada punktowi zewnętrznemu, drugi zaś każdemu punktowi przemieszczającego się układu. W tym przypadku punkta układu nie przemieszczają się wcale względem siebie, lecz tylko względem punktu zewnętrznego.

Ten rodzaj przemieszczenia zachodzący wtedy, gdy ciało porusza się równoległe do samego siebie, nie zmieniając kształtu, nazwiemy przemieszczeniem jednostajnym.

#### 24. *Ruch.*

Zmiana w konfiguracji układu uważana jedynie ze względu na jej dwa stany przed zmianą i po zmianie, bez względu zaś na czas, w ciągu którego została dokonana, jest przemieszczeniem układu.

Gdy przy tém zwracamy naszą uwagę na sam proces zmiany, jako odbywający się w pewnym czasie i w sposób ciągły, to zmianę konfiguracji przypisujemy wtedy ruchowi układu.

#### 25. *Ciągłość ruchu.*

Gdy cząstka materyjalna przemieszcza się tak, że przechodzi z jednego położenia do drugiego, to może to

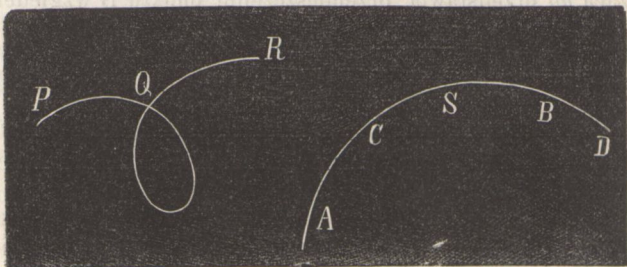


Fig. 4.

stać się tylko w ten sposób, że przebiega ona pewną drogę od pierwszego z nich do drugiego.

W każdej chwili ruchu cząstka znajdować się będzie w innym punkcie swój drogi, tak, że w ciągu ruchu przejść musi przez każdy z góry oznaczony punkt téj drogi przynajmniej raz jeden. \*). Tak właśnie rozumieć należy wyrażenie: „cząstka opisuje drogę ciągłą.“ Ruch cząstki materialnej odbywający się w sposób ciągły w czasie i przestrzeni jest przykładem i typem każdej formy ciągłości.

### 26. O prędkości stałej.\*\*\*)

Gdy ruch cząstki jest téj natury, że jój przemieszczenia w czasach równych, jakkolwiek zresztą krótkich, są równymi i jednakowo skierowanymi, to mówimy, że cząstka porusza się z prędkością stałą.

Oczywiście w przypadku tym droga ciała (cząstki) będzie linią prostą, a długość pewnej przebieżonej części drogi będzie proporcjonalną do czasu, w ciągu którego opisana została.

Stopień albo miara ruchu nazywa się prędkością cząstki, a jój wielkość wyrażamy, mówiąc, że cząstka przebiega pewną oznaczoną przestrzeń (odległość) w ciągu pewnego oznaczonego czasu, np. dziesięć mil w ciągu godziny, albo jeden metr w ciągu sekundy. Zwykle dla oznaczenia prędkości wyrażamy przestrzeń przebieżoną w ciągu odpowiednio wybranej jednostki czasu, np. w ciągu sekundy.

---

\*) Jeżeli droga przecina sama siebie i ma formę wężła PQR (fig. 4), to cząstka przechodzi przez punkt przecięcia Q dwa razy; cząstka poruszająca się po linii ABCD może przez ten sam punkt S przejść trzy lub więcej razy, gdy odbywa swój ruch po téj linii w jedną i drugą stronę.

\*\*) Gdy następujące kolejno po sobie wartości pewnej wielkości odpowiadające kolejno idącym po sobie cząstkom czasu, są równymi sobie, to wielkość tę nazywamy stałą.

Jeżeli cząstka przebiega metr w ciągu jednej sekundy i prędkość jęj jest stałą, to przebieży ona tysięczną lub milionową część metra w ciągu tysięcznej lub milionowej części sekundy. Gdy więc potrafimy dostrzedz albo obliczyć przemieszczenie cząstki w ciągu pewnego, jakkolwiek zresztą krótkiego, przedziału czasu, to ztąd już będziemy w stanie oznaczyć przestrzeń (odległość), jaką cząstka opisuje w dłuższym czasie z tą samą prędkością. Rezultat ten dający możność oznaczenia prędkości przy pomocy krótkiego przeciągu czasu, nie wymaga wcale, by ciało poruszało się wedle tęj samej miary przez dłuższy czas. Tak np. można wiedzieć, że ciało porusza się z prędkością dziesięciu mil na godzinę, lubo ruch jego wedle tęj miary trwa tylko setną część sekundy.

### 27. *Miara prędkości zmiennęj.*

Gdy prędkość cząstki nie jest stałą, to wartość jęj w danęj chwili mierzy się przestrzenią (odległością), jaką opisuje w ciągu jednostki czasu ciało mające taką samą prędkość, jaką ma dana cząstka w uważanęj chwili.

Gdy np. mówimy, że po upływie sekundy od chwili, w któręj ciało spadać zaczęło, prędkość jego wynosi 980 centymetrów, rozumiemy przez to, że gdyby prędkość pewnęj cząstki była stałą i równą prędkości ciała w uważanęj chwili, to cząstka ta przebiegałaby 980 centymetrów w ciągu jednęj sekundy.

Dokładne zrozumienie, co jest prędkością albo miarą ruchu ciała, jest rzeczą niezmiernie ważną, albowiem pojęcia nasuwające się umysłowi przy rozważaniu ruchu, są to tęz same pojęcia, jakich użył Newton w swoim rachun-

ku pochodnych (fluksyj) \*), a które stanowią podstawę wielkiej budowli ściślej umiejętności wzniesionej w nowszych czasach.

### 28. Diagram prędkości.

Jeżeli w przypadku, gdy każde z ciał danego układu posiada prędkość stałą, porównamy konfigurację układu w początku jednostki czasu z konfiguracją w końcu téj jednostki, to przemieszczenia dokonane w ciągu jednostki czasu przez ciała poruszające się ze stałą prędkością wyrażają prędkości ciał podług metody podanej w ustępie 26-ym.

Jeżeli prędkości w ciągu jednostki czasu nie są w samej rzeczy stałemi, to należy wyobrazić sobie inny układ złożony z téj samej liczby ciał jak dany, w którym pojedyncze prędkości są równe odpowiadającym im prędkościom pierwszego układu i pozostają stałemi w ciągu jednostki czasu. Przemieszczenia tego układu przedstawiają prędkości danego układu w uważanej chwili.

Inna metoda utworzenia diagramu prędkości układu w danej chwili polega na tém, że przyjmuje się mały przedział czasu równy  $n$ -ej części jednostki czasu tak, aby środek tego przedziału przypadł w uważanej chwili. Otóż utworzywszy diagram przemieszczeń dla tego przedziału, powiększa się wszystkie jego wymiary  $n$  razy. Otrzymany w ten sposób diagram jest diagramem *średnich* prędkości

---

\*) Jeżeli wartość pewnej wielkości zależy od innej wielkości, to miara zmienności pierwszej z nich względem drugiej wyraża się podług metody Newtona, jako prędkość, skoro założymy że pierwsza wielkość przedstawia przemieszczenie cząstki, a drugą wyobrazimy sobie jako płynącą jednostajnie wraz z czasem.

układu w uważanym przedziale czasu. Jeżeli przypuścimy teraz, że liczba  $n$  rośnie nieograniczenie, to przedział ten nieograniczenie maleje, a średnie prędkości nieograniczenie zbliżać się będą do istotnych prędkości w uważanej chwili. Gdy nakoniec  $n$  jest nieskończenie wielkiem, to wtedy diagram przedstawia dokładnie prędkości w uważanej chwili.

29. *Własności diagramu prędkości.*

Diagram prędkości układu złożonego z pewnej liczby cząstek materialnych składa się z pewnej liczby punktów, z których każdy odpowiada pojedynczej cząstce.

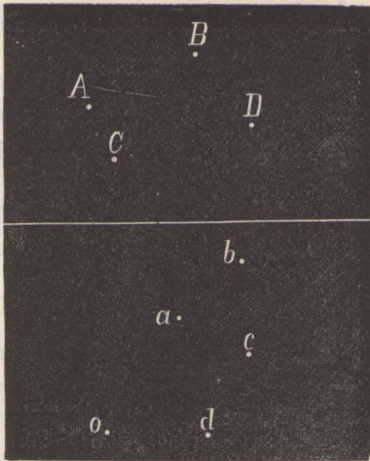


Fig. 5.

Prędkość cząstki B względem innej cząstki A przedstawia co do kierunku i wielkości prosta  $ab$  w diagramie prędkości poprowadzona z punktu  $a$  odpowiadającego cząstce A do punktu  $b$  odpowiadającego cząstce B.



W ten sposób za pomocą diagramu znaleźć można prędkość względną każdych dwóch cząstek. Diagram nie orzeka o bezwzględnej prędkości któregokolwiek punktu; wyraża on dokładnie to, co w ogóle wiedzieć możemy o ruchu i nie nadto.

Jeżeli zrobimy na chwilę przypuszczenie, że wodząca *oa* przedstawia bezwzględną prędkość cząstki A, wtedy bezwzględną prędkość dowolnej cząstki np. cząstki B, przedstawi wodząca *ob* poprowadzona z punktu *o*, jako z początku, do punktu *b* odpowiadającego cząstce B.

Jak jednak położenie ciała oznaczyć możemy jedynie odnośnie do położenia pewnego punktu, który nazwijmy punktem porównania, tak również prędkość ciała oznaczyć możemy jedynie w sposób względny w odniesieniu do prędkości punktu porównania. Wyrażenie „prędkość bezwzględna“ jest tak samo bezznaczenia, jak wyrażenie: „położenie bezwzględne.“ Dla tego lepiej nie wyróżniać wcale w diagramie prędkości żadnego punktu początkowego, a uważać diagram jako wyrażenie związków między wszystkimi prędkościami, nie nie orzekając o bezwzględnej wartości którejkolwiek z nich.

### 30. Znaczenie wyrażenia: „w spoczynku.“

Gdy powiadamy, że ciało jest w spoczynku, posługujemy się wtedy sposobem mówienia, który zdaje się coś orzekać o ciele uważanem w sobie, i możnaby sądzić, że prędkość innego ciała odniesiona do ciała pozostającego w spoczynku jest prawdziwą i jedyną bezwzględną prędkością. Lecz wyrażenie: „w spoczynku“ oznacza w życiu codziennem tyle, co brak prędkości względem tego, na czem ciało stoi, np. względem powierzchni ziemi, albo pokładu statku. Więcej nie się w tém wyrażeniu nie mieści.

Z tego względu wyróżnianie spoczynku i ruchu, jako dwóch różnych stanów ciała, jest postępowaniem nienaukowym; albowiem jest rzeczą niemożliwą mówić o ciele będącym w spoczynku lub ruchu, nie odnosząc go w sposób wyraźny lub ukryty do innego ciała.

### 31. Zmiana prędkości.

W ten sam sposób, w jaki porównywaliśmy ze sobą prędkości różnych ciał w tym samym czasie, możemy także porównywać prędkości względne jednego i tego samego ciała w różnych czasach w odniesieniu do innego ciała.

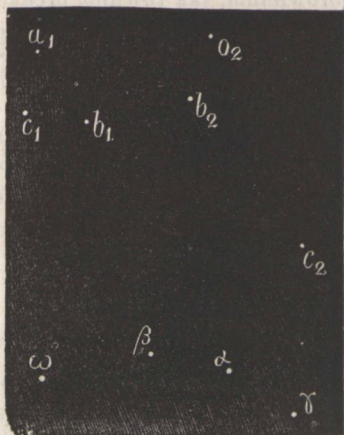


Fig. 6.

Jeżeli  $a_1, b_1, c_1$  jest diagramem prędkości układu ciał A, B, C w jego położeniu początkowym,  $a_2, b_2, c_2$  — diagramem prędkości tegoż układu w położeniu końcowym: jeżeli dalej przyjmujemy punkt  $\omega$  za początek i poprowadzimy proste:  $\omega a$  równą i równoległą do  $a_1 a_2$ ,  $\omega \beta$  równą i równo-

ległą do  $b_1$   $b_2$ ,  $\omega$  równoległą do  $c_1$   $c_2$  i t. d., to możemy punkta  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  i t. d. uważać za diagram, którego znaczenie jest takie, że którakolwiek prosta diagramu, np. prosta  $\alpha\beta$ , wyobraża co do kierunku i wielkości zmianę prędkości punktu B względem punktu A. Diagram ten nazwiemy diagramem całkowitych przyspieszeń.

### 32. *Przyspieszenie.*

Wyraz przyspieszenie stosuje się tu dla oznaczenia pewnej zmiany w prędkości, polegającej już to na zwiększaniu się lub zmniejszaniu jej wielkości, już to na zmianie kierunku. Nie odróżniamy przeto tu, jak w zwykłej mowie, przyspieszenia, opóźnienia i zboczenia w ruchu ciała, lecz mówimy o przyspieszeniu w kierunku ruchu, w kierunku wprost przeciwnym, lub w kierunku poprzecznym do kierunku ruchu.

Jak przemieszczenie układu określamy jako zmianę jego konfiguracji, w ten sam sposób i całkowite przyspieszenie układu określamy jako zmianę prędkości w układzie. Proces kreślenia diagramu całkowitych przyspieszeń przez porównanie początkowego i końcowego diagramu prędkości jest taki sam, jak przy kreśleniu diagramu przemieszczeń przez porównanie początkowego i końcowego diagramu konfiguracji.

### 33. *Stopień przyspieszenia.*

Do tej pory uważaliśmy całkowite przyspieszenie zachodzące w ciągu pewnego przedziału czasu. Gdy stopień przyspieszenia jest stałym, to miarą jego jest całkowite przyspieszenie w ciągu jednostki czasu pewnego punktu, którego przyspieszenie jest stałym i równym przyspieszeniu cząstki w uważanej chwili.

Z określenia tego wynika, że metoda wyprowadzania stopnia przyspieszenia z przyspieszenia całkowitego w ciągu danego czasu jest zupełnie podobną do metody, przy pomocy której wyprowadza się prędkość w chwili danej z przemieszczenia w ciągu danego czasu.

Diagram całkowitych przyspieszeń wykreślony dla przedziału czasu równego  $n$ -ej części jednostki czasu i następnie powiększony  $n$  razy, jest diagramem średniego stopnia przyspieszenia w ciągu tego przedziału, a zmniejszając przedział ten nieograniczenie, dochodzimy nakoniec do istotnej wartości stopnia przyspieszenia w chwili odpowiadającej środkowi tego przedziału. Ponieważ stopień przyspieszenia uważanym bywa w fizyce daleko częściej aniżeli całkowite przyspieszenie, przeto wyraz „przyspieszenie“ powszechnie stosują dla oznaczenia tego pojęcia, które wyżej określiliśmy jako stopień przyspieszenia.

Jeżeli przeto w następstwie nżywać będziemy wprost wyrazu „przyspieszenie,“ to należy przezeń rozumieć to, co dotąd nazywaliśmy stopniem przyspieszenia.

### 34. *Diagram przyspieszeń.*

Diagram przyspieszeń jest to układ punktów, z których każdy odpowiada jednemu z ciał układu materyjalnego, w ten sposób, że każda linia  $\alpha\beta$  w diagramie przedstawia stopień przyspieszenia punktu B względem punktu A.

Zauważmy w tém miejscu, że używać będziemy w diagramie konfiguracyi dużych liter A, B, C i t. d. dla oznaczenia względnego położenia ciał układu; w diagramie prędkości małych liter  $a, b, c$  i t. d. dla oznaczenia względnych prędkości tych ciał w diagramie przyspieszeń; wreszcie liter greckich  $\alpha, \beta, \gamma$  dla oznaczenia względnych przyspieszeń.

### 35. Przyspieszenie—jako pojęcie względne.

Przyspieszenie podobnie jak położenie i prędkość jest pojęciem względnym i nie daje się pojmować w znaczeniu bezwzględnym.

Gdyby każda cząstka świata materialnego dostępna naszemu spostrzeganiu, w chwili danej doznała zmiany prędkości w skutek tego, że do poprzedniej prędkości przybyła nowa prędkość jednaka pod względem kierunku i wielkości dla wszystkich cząstek; w takim razie wszystkie ruchy względne ciał wewnątrz układu zachodziłyby w sposób doskonale ciągły i ani astronomowie, ani fizycy nie byłiby w stanie wykryć za pomocą swych narzędzi, że zaszła w rzeczy samej jakaśkolwiek zmiana.

Skoro zaś zmiana ruchu odbywa się w różny sposób w różnych ciałach układu, wtedy zachodzą zjawiska dostępne naszemu dostrzeganiu.

## ROZDZIAŁ TRZECI.

### S I Ł A.

### 36. Kinematyka i kinetyka.

Uważaliśmy dotychczas ruch układu z czysto geometrycznego punktu widzenia. Pokazaliśmy, w jaki sposób bada się i opisuje ruch dowolnego układu, przy czém nie zwracaliśmy uwagi na warunki, wynikające ze wzajemnego działania na siebie ciał układu.

Teoria ruchu w ten sposób traktowana nazywa się *kinematyką*. Gdy zwracamy uwagę na wzajemne działanie ciał,

nauka o ruchu nazywa się *kinetyką*; gdy zaś uwzględniamy specjalnie siłę jako przyczynę ruchu—*dynamiką*.

37. *Wzajemne działanie dwóch ciał.—Parcie.*

Wzajemne działanie dwóch części materji otrzymuje oddzielne nazwy stosownie do punktu widzenia, z jakiego się bada, a ten punkt widzenia zależy od rozciągłości układu materialnego, stanowiącego przedmiot naszej uwagi.

Gdy rozważamy całkowite zjawisko wzajemnego działania dwóch części materji na siebie, to nazywamy je *parciem* (stress). Stosownie do sposobu swego działania parcie to nazywa się przyciąganiem, odpychaniem, napięciem, ciśnieniem, ucinaniem (shearing stress), skręcaniem i t. d.

38. *Siła zewnętrzna.*

Jeżeli podobnie jak w ustępie drugim zwracamy uwagę naszą na jedną tylko z dwóch działających na siebie części materji, to rzecz ma się tak, jak gdyby istniało tylko działanie jednostronne, to mianowicie, któremu ulega uważana przez nas część materji, a zjawisko rozpatrywane z tego punktu widzenia, nazywamy siłą zewnętrzną ze względu na jego skutek (effect), a działaniem innéj części materji—ze względu na jego przyczynę. Parcie uważane z odwrotnego punktu widzenia, nazywa się oddziaływaniem (reaction) na inną część materji.

39. *Różne poglądy na to samo zjawisko.*

W stosunkach kupieckich jedna i ta sama umowa między dwiema stronami, nazywa się kupnem ze względu na jedną stronę, sprzedażą ze względu na drugą, zamianą ze względu na obie.

Prowadzący rachunki, sprawdzając zapisy téj umowy, znajduje, że obie strony zapisały ją na przeciwległych

stronicach swych ksiąg kupieckich i przy porównaniu ksiąg musi w każdym przypadku uprzytomnić sobie, do której z dwóch stron każda z tych ksiąg należy.

Z podobnych względów przy badaniach dynamicznych musimy zawsze pamiętać, którym się z dwóch ciał zajmujemy, aby uwzględnić siły odnośnie do tego ciała, i nie zapisać którejkolwiek z nich na odwrotnej stronie rachunku.

#### 40. Prawa ruchu Newtona.

Siła zewnętrzna uważana ze względu na jej skutek, t. j. ze względu na zmianę ruchu ciał jest zupełnie dokładnie określona i opisana w trzech prawach ruchu Newtona.

Pierwsze prawo wyraża, przy jakich warunkach siła zewnętrzna nie istnieje.

Drugie pokazuje, jak mierzyć siłę zewnętrzną, jeżeli ona istnieje.

Trzecie porównywa dwa objawy wzajemnego działania między dwoma ciałami, stosownie do tego, czy jedno lub drugie ciało uważa się za ulegające działaniu.

#### 41. Pierwsze prawo ruchu.

I<sup>o</sup> prawo: *Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku albo ruchu jednostajnego i prostoliniowego dopóty, dopóki siły zewnętrzne nie spowodują zmiany tego stanu.*

Doświadczalne stwierdzenie prawdziwości tego prawa polega na tém, że ile razy spotykamy zmianę w stanie ruchu ciała, tyle razy sprowadzić ją możemy do działania między tém ciałem i inném, a więc do siły zewnętrznej. Istnienie tego działania wskazuje skutek, jaki ono wywołuje w inném ciele, gdy ruch tego ostatniego może być dostrzeżonym. Tak np. prędkość biegnącej kuli działowej zmniejsza się; pochodzi to od działania między ciałem rzuconém i otaczającym powietrzem, w skutek którego kula

ulega sile działającej w kierunku przeciwnym własnemu ruchowi, przy czém powietrze pchnięte naprzód siłą równą wielkości, samo wprawioném zostaje w ruch i tworzy to, co nazywa się wiatrem kuli działowej.

Przekonanie nasze o prawdziwości tego prawa nabierze większej mocy, gdy rozważymy, co wyniknie z jego negacyi. Niechaj będzie ciało poruszające się, które w pewnej chwili pozostawiamy samemu sobie i uwalniamy od działania wszelkiej siły. Co się wtedy stanie? Według prawa Newtona, ciało trwać będzie w ruchu jednostajnym i prostolinijnym, to znaczy, że prędkość jego pozostanie stałą pod względem wielkości i kierunku. Przypuśćmy tedy, że prędkość ta nie pozostaje stałą przy wymienionych warunkach, lecz ulega zmianie. Zmiana prędkości musi mieć, jak to wiemy z ustępu 31-go, oznaczony kierunek i oznaczoną wielkość, a według twierdzenia zasadniczego podanego w ustępie 19-ym musi być niezależną od czasu i miejsca, w którym doświadczenie zachodzi. Kierunek przeto zmiany ruchu powinien dać się oznaczyć przez kierunek samego ruchu lub przez jakikolwiek kierunek stały w ciele.

Przypuśćmy najprzód, że prawo określające zmianę prędkości jest takie, że wielkość jęj maleje wedle pewnej miary, i że miara ta jest tak małą, że przez żadne doświadczenia, nawet w ciągu setek lat wykryć się nie daje.

Prędkość, o której mówi to prawo hypotetyczne, może być tylko prędkością odniesioną do pewnego punktu znajdującego się w bezwzględny spoczynku. Gdyby bowiem prędkość ta była prędkością względną, to zależałaby co do kierunku i wielkości od prędkości punktu porównania.

Istotnie, gdy ciało odniesione do pewnego punktu daje się poruszać ku północy z prędkością malejącą, to



dość je odnieść wprost do innego punktu poruszającego się w tymże kierunku z prędkością jednostajną większą od prędkości ciała, by zdawać się mogło, że ciało porusza się ku południowi z ciągle wzrastającą prędkością.

Z tego względu i owo prawo hypotetyczne nie ma żadnego określonego znaczenia, chyba że przypuścimy możliwość określenia bezwzględnego ruchu i bezwzględnej prędkości.

Gdy nawet przypuścimy tę możliwość i prawdziwość prawa hypotetycznego, to i wtedy nie będzie ono przeciwieństwem prawa Newtona, a oznaką istnienia jakiegoś środka opornego w przestrzeni.

Rozważmy jeszcze inny przypadek. Przypuścimy prawo takie, że ciało poruszać się przestaje, skoro na nie nie działa już siła. Przypuszczenie podobne nie tylko sprzeciwia się wprost doświadczeniu, ale prowadzi nadto do określenia bezwzględnego spoczynku, jako stanu przyjmowanego przez ciało wtedy, gdy ono staje się wolnym od wpływu sił zewnętrznych.

Tym sposobem pokazuje się, że negacya prawa Newtona pozostaje w sprzeczności z zasadami jedyne systematu trwałej nauki o przestrzeni i czasie, jaką umysł ludzki utworzyć zdołał.

#### 42. *Równowaga sił.*

Gdy ciało porusza się z prędkością stałą po linii prostej, to siły zewnętrzne działające na nie, jeżeli tylko istnieją, znoszą się: są w równowadze.

Gdy np. wagon pociągu na kolei żelaznej porusza się ze stałą prędkością po linii prostej, to siły zewnętrzne nań działające, jako to: ciągnięcie wagonu przed nim idącego, parcie wagonu za nim będącego, tarcie o szyny, opór powietrza działający wstecz, ciężar wagonu działający ku

dołowi i ciśnienie szyn działające ku górze—wszystkie zno-  
sić się muszą.

Ciała będące w spoczynku w odniesieniu do powierzchni ziemi, są w rzeczy samej w ruchu, i ruch ich nie jest ani stałym, ani prostoliniowym. Ciężar pozorny ciała ocenia się siłą skierowaną ku górze, jaka jest potrzebną, by je utrzymać w spoczynku względnym do ziemi. Ciężar pozorny jest przeto znacznie mniejszym od przyciągania wywieranego przez ziemię i czyni z osią ziemską kąt mniejszy niż to przyciąganie, tak, że skombinowany skutek siły unoszącej ciało i siły przyciągającej ziemi, jest siłą prostopadłą do osi ziemskiej, wystarczającą właśnie do utrzymania ciała na drodze kołowej, którą ono musi opisywać, aby pozostać w spoczynku względem ziemi.

#### 43. *Określenie równych czasów.*

Pierwsze prawo ruchu, wskazując okoliczności, przy których prędkość poruszającego się ciała pozostaje stałą; daje nam zarazem metodę dla określenia równych przedziałów czasu. Załóżmy, że układ materalny składa się z dwóch ciał nie działających na siebie i nie podległych działaniu ciał znajdujących się zewnątrz układu. Gdy jedno z tych dwóch ciał jest w ruchu przez wzgląd na drugie, to jego prędkość względna wedle pierwszego prawa ruchu będzie stałą i prostoliniową.

Przedziały przeto czasu są równymi, gdy przemieszczenia względne w ciągu tych przedziałów są równymi.

Na pierwszy rzut oka wydaje się, że zdanie to nie wyraża nic więcej prócz określenia pojęcia równych przedziałów czasu, które dotąd nie było jeszcze podane.

Jeżeli przyjmiemy jeszcze jeden układ, złożony podobnie jak pierwszy z dwóch ciał, na które nie działa żad-

ne ciało, to i ten drugi układ da nam niezależną metodę dla porównania przedziałów czasu.

Twierdzenie przeto, że równe przedziały są to takie przedziały, w ciągu których zachodzą równe przemieszczenia podobnego układu, jest równoznaczném z twierdzeniem, że porównanie przedziałów daje zawsze rezultat jeden i ten sam, niezależnie od tego, czy do miary czasu użyjemy jednego, czy drugiego układu.

Widzimy przeto, że istnieje teoretyczna możliwość porównania równych przedziałów czasu jakkolwiek odległych; prawie zbyteczną jest rzeczą dodawać, że metoda ta praktycznie przeprowadzić się nie daje w bliskości ziemi, albo innéj jakiegó wielkiei i ciężkiei massy.

#### 44. *Drugie prawo ruchu.*

II-gie prawo: *Zmiana ruchu jest proporcjonalną do siły z zewnątrz działającei i następuje w kierunku działania téj ostatniei.*

Przez ruch rozumie tu Newton to, co w nowszym języku naukowym nazywa się *momentem*, w którym uwzględnia się ilość i prędkość poruszającei się materyi.

Siłą działającą z zewnątrz (*impressed force*) jest u Newtona to, co teraz nazywa się *pobudzeniem* (*impulse*), w którym uwzględnia się i czas, w ciągu którego siła działa, i jéj nateżenie.

#### 45. *Określenie równych mass i równych sił.*

Dla wyjaśnienia drugiego prawa potrzeba przede-wszystkiém określić równe ilości materyi i równe siły.

W tym celu musimy przypuścić, że posiadamy możność otrzymywania w różnych przypadkach jednego i tego samego nateżenia siły działającei między dwoma ciałami. Przypuszczenie to jest uzasadnioném, jeżeli przyjmiemy

stateczność (permanency) własności ciał. Wiemy, że pasek kauczukowy rozciągnięty w kierunku swój długości wywiera pewne napięcie, wzrastające wraz z wydłużeniem. W skutek téj własności nazywamy pasek ten sprężystym. Gdy w innym razie wyciągniemy pasek na tę samą długość, to jeżeli własności jego pozostają stałemi, wywrze on to samo napięcie. Na jednym końcu paska utwierdzmy ciało  $M$ , na które niechaj nie działa żadna siła prócz prężności pręta. Drugi koniec trzymajmy w ręce i ciągnijmy go w kierunku stałym z pewną siłą dostateczną do wyciągnięcia paska na pewną długość. Siła działająca na ciało będzie miała wtedy pewne nateżenie  $F$ . Ciało nabędzie pewnej prędkości i po upływie jednostki czasu prędkość ta przybierze wartość oznaczoną  $V$ .

Gdy do tego samego paska przytwierdzimy inne ciało  $N$  i wyciągniemy go jak w przypadku poprzednim, tak, aby wydłużenie było to samo, to i siła działająca na ciało będzie tą samą; jeżeli i prędkość, jaką nabywa ciało  $N$  w jednostce czasu będzie równą  $V$ , to mówimy, że ciała  $M$  i  $N$  składają się z równych ilości materyi, albo wyrażając się językiem nowoczesnym, mają równe masy. W ten sposób przy pomocy paska sprężystego moglibyśmy otrzymać masy pewnej liczby ciał, tak, aby każda z nich była równą jednostce masy, np. funtowi handlowemu, który jest jednostką masy przyjętą w Wielkiej Brytanii.

#### 46. Miara masy.

Naukowa wartość téj metody dynamicznej, służącej do porównania ilości materyi, występuje jasno, gdy ją porównamy z innymi zwykle używanymi metodami.

Gdy mamy do czynienia wyłącznie z ciałami jednéj natury, to nie trudno widzieć, w jaki sposób należy wtedy mierzyć ilość materyi. Jeżeli równe ilości substancyi wy-

wołują jednakie skutki jakiegokolwiek zresztą natury, to skutki te można stosować jako miary ilości substancyi.

Ilość pewnej oznaczonej części, np. kwasu siarczanego jednostajnego składu, możemy ocenić przy pomocy kilku naukowych metod. Możemy ją zważyć, albo oznaczyć objętość jej przez wlanie do naczynia z podziałką, albo oznaczyć jaką ilość normalnego roztworu potasowego ilość ta kwasu zobojętnia.

Możemy użyć tych samych metod do oznaczenia ilości kwasu azotnego, gdy mamy do czynienia wyłącznie z kwasem azotnym. Lecz gdyby szło o porównanie pewnej ilości kwasu siarczanego z pewną ilością kwasu azotnego, to każda z powyższych metod dałaby wypadki różne.

Metoda ważenia zależy od przyciągania między kwasem a ziemią, metoda mierzenia od objętości, jaką kwas zajmuje, metoda chemiczna jest zależną od powinowactwa między kwasem a potasem.

Przeciwnie w abstrakcyjnej dynamice materya rozpatruje się z jedyne go punktu widzenia, a mianowicie jako to, co zmienia swój ruch pod wpływem działania siły. Dwa ciała przeto mają równe masy wtedy, kiedy siły równe działające na te ciała w ciągu czasów równych udzielają im równych prędkości. Jest to jedynie dozwolone w dynamice określenie równych mass, które stosować można do wszystkich ciał materyalnych niezależnie od ich składu.

Spostrzeżono, że ciała mające równe masy, sprowadzone do jednakowego położenia względem ziemi, zostają w jednakowy sposób przez nią przyciągane, niezależnie od materyi, z której są złożone. Nie jest to wszakże twierdzeniem dynamiki abstrakcyjnej, opartej na pewnikach (aksiomatach), ale faktem odkrytym przez obserwacye i

sprawdzonym przez staranne doświadczenia Newtona \*) nad czasem wahania kul drewnianych wydrążonych, zawieszanych na nitkach równej długości i wypełnianych złotem, srebrem, ołowiem, szkłem, piaskiem, solą kuchenną, drzewem, wodą, pszenicą.

Fakt, że ciężary (wagi) równych mass mających jednakie położenie geograficzne są sobie równymi, jest tak ustalonym, że w handlu i w nauce massy porównywają się jedynie z pomocą ich ciężarów, wyjąwszy specjalne badania, mające na celu oznaczenie bezwzględne ciężaru jednostki massy na rozmaitych punktach ziemi. Metoda stosowana w tych badaniach jest w istocie taka sama, jak i metoda Newtona, mierzenia wahadła sekundowego.

Jednostka massy przyjęta w Anglii, ustaloną została aktem parlamentarnym z d. 30 lipca 1855; jest nią kawałek platyny ze stemplem „P. S. 1844. 1 lb“ zachowany w skarbcu i nazwany „Imperial Standard Pound Avoirdupois.“ Jedna siedmiotysięczna część tego funta jest *granem*. We Francyi jednostką massy jest „*Kilogramme des Archives*“ przygotowany z platyny przez Bordę. Professor Miller znalazł, że kilogram=15432,34874 grana.

#### 47. *Liczebna miara siły.*

Jednostką siły nazywamy tę siłę, która działając na jednostkę massy w ciągu jednostki czasu, wytwarza jednostkę prędkości.

W ten sposób oznaczyć można ciężar grama, to jest siłę, pod wpływem której gram spada, gdy mu swobodnie padać dozwolimy. Gdy to doświadczenie odbywa się w An-

---

\*) „Principia.“ III. Prop. 6.

glii, to prędkość grama w końcu pierwszej sekundy wynosić będzie 981 centymetrów na sekundę. Ciężar przeto grama wyraża liczbę 981, jeżeli centymetr, gram i sekundę przyjmiemy za jednostki zasadnicze.

W wielu razach dogodnie bywa porównywać siłę z ciężarem ciała i mówić o sile wynoszącej tyle a tyle funtów, lub tyle a tyle gramów. Nazywamy tę miarę *grawitacyjną* (ciężkościową). Lecz nie należy zapominać, że lubo funt czy gram pozostają zawsze temi samemi, to jednak ciężar funta lub grama pod wyższemi stopniami szerokości jest większym niż w bliskości równika; ocenianie przeto siły w ciężarach nie ma wartości naukowej, chyba że dodajemy, w jakim punkcie ziemi mierzenie dokonaniem zostało.

Jeżeli za jednostki długości, masy i czasu, przyjmiemy stopę, funt i sekundę, to jednostką siły będzie taka siła, która w ciągu sekundy udziela jednemu funtowi prędkości jednej stopy na sekundę. Ta jednostka siły używana w Anglii nazywa się: „poundal.“

W systemacie metrycznym odpowiedniami jednostkami są centymetr, gram i sekunda; jednostka siły udziela gramowi w ciągu jednej sekundy prędkość jednego centymetra i nazywa się „dyne.“

Ponieważ stopa angielska = 30,4797 centymetra, a funt angielski 453.59 grama, przeto „poundal“ = 13825,35 „dynom.“

#### 48. *Jednoczesne działanie sił na ciało.*

Niechaj jednostka siły działa w ciągu jednostki czasu na jednostkę masy. Prędkość masy ulegnie w skutek tego zmianie, a całkowite przyspieszenie równe jedności, będzie miało kierunek siły działającej.

Wielkość i kierunek całkowitego przyspieszenia są niezależnymi od tego, czy ciało było poprzednio w spoczynku, czy w ruchu. Albowiem wyrażenie „w spoczynku“ nie ma naukowego znaczenia, a wyrażenie „w ruchu“ ma znaczenie zupełnie nieokreślone, gdy przez nie rozumiemy ruch względny; jeżeli zaś ma stosować się do ruchu bezwzględnego, to może być odniesioném tylko do pewnego stałego środka wypełniającego przestrzeń. Dążenie do odkrycia takiego środka i do określenia prędkości odniesionój do niego przy pomocy spostrzeżeń nad ruchem ciał jest zupełnie naukowém. Ale gdyby nawet to wszystko mogło się udać, to i wtedy nie odkrylibyśmy błędów w prawach ruchu, lecz tylko nowy fakt w nauce.

Z tego względu skutek danój siły działającej na ciało, nie zależy od ruchu, jaki ciało już posiada.

Podobnież na skutek danój siły nie wywiera wcale wpływu jednoczesne działanie innych sił na ciało. Skutek bowiem tych innych sił polega tylko na wytworzeniu ruchu ciała, a ruch ten nie wpływa na przyspieszenie, wytworzone działaniem pierwszej siły.

Dochodzimy przeto do następującego wyrażenia prawa: *Gdy pewna liczba sił działa na ciało, to przyspieszenie, jakie wytwarza w niem każda pojedyncza siła, jest takie samo, co do wielkości i kierunku, jak i wtedy, kiedy inne siły wcale na ciało nie działają.*

Gdy na ciało działa siła stałego kierunku i wielkości, to całkowite przyspieszenie nabyte przez ciało jest proporcjonalném do czasu, w ciągu którego siła ta działa.

Jeżeli bowiem siła w ciągu danego przedziału czasu wytwarza pewne oznaczone całkowite przyspieszenie, to w ciągu następującego równego przedziału czasu wytworzy takie samo całkowite przyspieszenie; skutek bowiem siły nie zależy od prędkości, którą już ciało posiada, gdy na nie siła



działa. W każdym przeto przedziale czasu téj saméj długości, będzie miała miejsce jednakowa zmiana prędkości, a całkowita zmiana prędkości od początku działania siły będzie proporcjonalną do całego czasu tego działania.

Całkowite przyspieszenie w danym czasie jest proporcjonalnym do siły.

Gdy bowiem kilka sił równych działa na ciało w tym samym kierunku, to każda z nich wywołuje swój skutek niezależnie od innych, a więc całkowite przyspieszenie jest proporcjonalnym do liczby sił równych.

#### 49. *Pobudzenie.*

Całkowity skutek siły działającej na ciało przy udzielaniu mu prędkości jest przeto proporcjonalnym do siły i do czasu, w ciągu którego siła działa nieprzerwanie.

Iloczyn z czasu działania siły przez jéj natężenie, gdy ono jest stałym, lub przez jéj średnie natężenie, gdy ono jest zmiennym, nazywa się *pobudzeniem* (impulsem) siły.

W pewnych przypadkach siła działa w ciągu tak krótkiego czasu, że trudno jest ocenić jéj natężenie albo czas działania. Ale stosunkowo łatwo wymierzyć skutek siły, a mianowicie zmianę ruchu ciała podległego jéj działaniu, a zmiana ta zależy, jak widzieliśmy, od pobudzenia.

Wyrazu „pobudzenie“ używano pierwotnie do oznaczenia skutku siły działającej w ciągu krótkiego czasu, np. uderzenia gwoźdźcia młotkiem. Lecz różnica między tym a każdym innym przypadkiem działania siły nie jest istotną. Będziemy przeto używali tego wyrazu, tak jak został wyżej określony, nie ograniczając się na przypadkach, w których działanie jest chwilowym.

### 50. *Związek między siłą i masą.*

Gdy siła działa na jednostkę masy w ciągu danego przedziału czasu, to pobudzenie, jak widzieliśmy, mierzy się wytworzoną prędkością.

Gdy równe siły jednego kierunku działają każda na jednostkę masy, to wszystkie masy te poruszać się będą w jednakowy sposób i można je połączyć ze sobą w jedno pojedyncze ciało, przy czém zjawisko nie ulegnie żadnej zmianie. Prędkość tego ciała jest więc równą tój prędkości, jakiej jednostka masy nabywa pod działaniem jednostki siły.

Siła przeto potrzebna do wytworzenia pewnej danej zmiany prędkości ciała jest proporcjonalną do liczby jednostek masy składających to ciało.

### 51. *Moment.*

Liczebna miara momentu ciała jest iloczynem z liczby jednostek masy je składających przez liczbę jednostek składających prędkość, z jaką ciało się porusza.

Moment jednostki masy poruszającój się z prędkością równą jednostce, służy za miarę momentów: jest momentem równym jedności.

Kierunek momentu jest ten sam co i prędkości, a ponieważ prędkość może być ocenianą tylko względnie do jakiegoś punktu porównania, przeto i wartość momentu zależy w każdym pojedynczym przypadku od wyboru punktu porównania. Tak np. moment księżycy jest innym odnośnie do ziemi, a innym odnośnie do słońca przyjętych za punkt porównania.

52. *Wyrażenie drugiego prawa ruchu przy pomocy pojęć pobudzenia i momentu.*

Zmiana momentu ciała jest równą liczebnie pobudzeniu, które ją wytworzyło, a kierunek téj zmiany jest taki sam, jak kierunek opbudzenia.

53. *Dodawanie sił.*

Gdy pewna liczba sił działa jednocześnie na ciało, to każda siła wytwarza przyspieszenie proporcjonalne do swéj wielkości (ustęp 46-ty). Gdy przeto w diagramie przyspieszeń (ust. 34-ty) wychodząc z początku, wykreślimy prostą przedstawiającą co do wielkości i kierunku przyspieszenie wytworzone przez jedną siłę, z końca téj prostej poprowadzimy drugą, wyrażającą przyspieszenie wytworzone przez drugą siłę, i tak dalej dla każdej siły kreslić będziemy proste, w dowolnym zresztą porządku, to prosta łącząca początek z punktem końcowym ostatniey prostej przedstawia nam przyspieszenie wynikłe z połączonego wszystkich sił działania. Ponieważ proste przedstawiające przyspieszenia w tym diagramie są proporcjonalnemi do sił, od których przyspieszenia pochodzą, możemy przeto proste te uważać za przedstawicielki samych sił. Diagram uważany w ten sposób jest diagramem sił. Prosta łącząca początek z punktem końcowym szeregu przedstawia siłę wypadkową.

Ważnym jest przypadek, w którym prosta przedstawiająca ostatnią siłę kończy się w początku, tak, że w diagramie otrzymujemy figurę zamkniętą. W tym razie nie ma ani siły wypadkowej, ani przyspieszenia. Skutki sił znoszą się wzajemnie, a przypadek ten jest przypadkiem równowagi. Roztrząsanie przypadków równowagi jest zadaniem statyki.



Ponieważ siły takiego układu wzajemnie znoszą się zupełnie i cały układ sił równoważny jest sile równej zeru, to oczywiście, siły i wtedy będą w równowadze, gdy w podobny sposób działają na inny jakikolwiek układ materialny o dowolnej massie. Oto powód, dla którego nie uwzględniamy wcale massy w badaniach statycznych.

#### 54. *Trzecie prawo ruchu.*

3-cie prawo. Oddziaływanie jest zawsze równem i wprost przeciwnem działaniu; to znaczy: działania wzajemne dwóch ciał są zawsze równe i przeciwnego kierunku.

Gdy na oba ciała, między którymi zachodzi działanie wzajemne, nie działa żadna inna siła, wtedy zmiany momentów wytworzone tém działaniem są równymi i przeciwnego kierunku.

Zmiany zaś prędkości obu ciał są także kierunku przeciwnego, ale nie są już równymi, wyjąwszy przypadek równych mass. We wszystkich innych przypadkach zmiany prędkości są w stosunku odwrotnym do mass.

#### 55. *Działanie i oddziaływanie są dwoma objawami parcia.*

Użyliśmy już wyżej wyrazu „parcie“ dla wyrażenia wzajemnego działania dwóch części materji. Wyraz ten został wzięty z mowy powszedniej, a prof. Rankine, któremu zawdzięczamy wiele pożytecznych naukowych wyrażeń, nadał mu zupełnie określone naukowe znaczenie.

Skoro już utworzyliśmy sobie wyobrażenie parcia, np. napięcia sznura albo ciśnienia między dwoma ciałami i poznaliśmy jego dwa objawy, względnie do dwóch części materji, między którymi ma ono miejsce, to spostrzeżemy, że trzecie prawo ruchu jest jednoznaczem z twierdzeniem

następującem: każda siła musi być téj saméj natury, co uważane parcie; że parcie ma tylko miejsce między dwiema częściami materyi i że skutki sił wywołane w tych częściach (ocenione momentami wytworzonymi w danym czasie) są równymi i wprost przeciwnymi.

Parcie mierzy się liczebnie siłą wywartą na jedną z dwóch części materyalnych. Nazywa się ono w szczególności *napięciem*, gdy siła działająca na jedną część jest skierowaną ku drugiej części, przeciwnie *ciśnieniem*, gdy siła działająca na jedną część jest skierowaną w kierunku odwrotnym.

Gdy siła jest pochyłą do powierzchni łączącej dwie części materyalne, to nie daje się oznaczyć żadnym wyrazem zwykłej mowy, lecz musi być określoną za pomocą pojęć matematycznych.

Gdy napięcie między dwoma ciałami utrzymujemy za pomocą pręta, to parcie, właściwie mówiąc, ma miejsce między dwiema częściami pręta utworzonymi za pomocą pomyślanego poprzecznego cięcia, przechodzącego pomiędzy obu ciałami. Skoro jednak pominiemy ciężar pręta, to każda z jego części będzie w równowadze pod wpływem napięć na końcach, tak, że napięcia w dwóch jakichkolwiek przecięciach poprzecznych muszą być równymi. Z tego względu mówimy często o napięciu pręta, jako o całości, bez wyszczególnienia któregośkolwiek przecięcia, i mówimy także o napięciu między dwoma ciałami, nie biorąc pod uwagę natury pręta wywierającego to napięcie.

### 56. *Przyciąganie i odpychanie.*

Istnieją przypadki, w których dwa ciała oddzielone pewną odległością zdają się działać wzajemnie na siebie, lubo nie jesteśmy w stanie wykryć ciała pomiędzy nimi leżącego, jak np. pręta w poprzedzającym przypadku, za  
Materya i Ruch.

pomocą którego działanie to zostaje wywartém. Tak np. widzimy, że dwa magnesy lub dwa ciała naelektryzowane działają na siebie ze znacznych odległości; a obserwacya pokazuje, że ruchy ciał niebieskich są pobudzane przez coś takiego, co zależy od ich wzajemnego położenia.

To wzajemne działanie między dwoma odległemi ciałami nazywa się *przyciąganiem*, gdy usiłuje zbliżyć ciała do siebie, a *odpychaniem*, gdy usiłuje je oddalić.

We wszystkich jednak przypadkach działanie i oddziaływanie między ciałami są równemi sobie i wprost przeciwnemi.

*57. Trzecie prawo ruchu stosuje się do działania z odległości.*

Fakt, że magnes przyciąga żelazo, był już spostrzeżony przez starożytnych, którzy jednak zupełnie nie zwrócili uwagi na siłę, z jaką magnes zostaje przyciągany przez żelazo. Newton pomieścił magnes w jedném naczyniu a kawałek żelaza w drugiem i oba naczynia umieścił w wodzie tak, aby pływając, dotykały się; doświadczenie wykazało, że żadne z naczyń nie było w stanie posunąć drugiego w wodzie, skąd wynika, że przyciąganie magnesu przez żelazo było równém działaniu magnesu na żelazo, i że oba działania równały się wzajemnemu ciśnieniu naczyń na siebie. Sprawdziwszy doświadczalnie prawo działania i oddziaływania, Newton stara się uwidocznic wnioski wynikające z zaprzeczenia tego prawa. Gdyby działanie przyciągające pewnej części ziemi, jakiejś góry naprzykład, na resztę ziemi, było większém lub mniejszém, niż działanie reszty ziemi na tę górę, to pozostałaby siła działająca na układ złożony z ziemi i góry, jako na całość, i ta siła spowodowałaby ruch układu w przestrzeni odbywający się z ciągle wzrastającą szybkością.

58. *Dowód Newtona nie jest dowodem doświadczalnym.*

To zaś sprzeciwia się pierwszemu prawu ruchu, wedle którego żadne ciało nie zmienia swego stanu ruchu, chyba że nań działa *siła zewnętrzna*. Ale nie można powiedzieć, że to sprzeciwia się doświadczeniu, gdyż skutek nierówności przyciągania góry przez ziemię i ziemi przez górę byłby taki sam, jak skutek siły równej różnicy tych dwóch przyciągań i działającej w kierunku linii łączącej środek ziemi z górą.

Gdyby góra znajdowała się na równiku, to sprawiłaby obrót ziemi około osi, równoległej zresztą do osi, około której ziemia wiruje, ale nie przechodzącej ściśle przez środek masy ziemskiej.

Gdyby góra znajdowała się na jednym z biegunów to stała siła między nią a ziemią działałaby równolegle do osi ziemskiej i spowodowałaby powolne przesuwanie się orbity ziemskiej ku północnej lub południowej stronie płaszczyzny przechodzącej przez środek masy słonecznej.

Gdyby wreszcie góra znajdowała się w innym miejscu powierzchni ziemi, to skutek byłby częścią jednego, częścią drugiego rodzaju.

Żaden z tych skutków, w razie gdyby nie był zbyt znacznym, nie dałby się wykryć przez bezpośrednią obserwację astronomiczną. Metoda zaś pośrednia służąca do odkrywania małych sił przy pomocy powolnych zmian, jakie te siły wytwarzają w elementach dróg planetarnych, zakłada właśnie, że prawo ciężenia jest znanem w rzeczy samej. Udowodnienie zatem praw ruchu za pomocą prawa siły ciężenia byłoby odwróceniem naukowego porządku. Byłoby to mniej lub więcej to samo, jak gdyby kto chciał

— dodawanie liczb uzasadnić za pomocą rachunku różniczkowego.

Musimy przeto twierdzenie Newtona przyjąć bez powoływania się na doświadczenie lub obserwację, a uważać je raczej winniśmy za dedukcję trzeciego prawa zasadniczego z pierwszego.

---

## ROZDZIAŁ CZWARTY.

### O własnościach środka masy układu materalnego.

#### 59. Określenie *masso-wodzącej*,

Widzieliśmy, że wodząca oznacza działanie, za pomocą którego przeprowadzamy punkt opisujący z punktu początkowego do danego punktu.

Obecnie *masso-wodzącą* (mass-vector) określimy jako działanie, za pomocą którego pewną masę przeprowadzamy z danego początku do danego punktu. Kierunek *masso-wodzącej* jest ten sam, co wodzącej tej masy (the vector of the mass), a wielkość jej równa się iloczynowi z masy przez wodzącą masy.

Jeżeli więc  $OA$  jest wodzącą masy  $A$ , to  $OA.A$  jest *masso-wodzącą* \*).

#### 60. Środek masy dwóch cząstek.

Jeżeli  $A$  i  $B$  są dwiema massami, a punkt  $C$  znajdujący się na prostej  $AB$  ma położenie takie, że długości  $BC$

---

\*) Czytelnik zechce łaskawie pamiętać, że dla uniknięcia dwuznaczności, będziemy zawsze oddzielali pojedyncze czynniki kropkami, ak więc  $A.B$  jest iloczynem masy  $A$  przez samą  $B$ ,  $AB$  jest długością prostej  $AB$ ,  $AB.C$  iloczynem prostej  $AB$  przez masę  $C$  i t. p. (Przyp. tłumacza).



i CA są w stosunku mass A i B, to masso-wodząca massy A+B znajdującą się w punkcie C jest równą summie massowodzących mass A i B.

Gdyż:

$$OA.A + OB.B = (OC + CA).A + (OC + CB).B \\ = OC.(A + B) + CA.A + CB.B.$$

Lecz masso-wodzące CA.A + CB.B są na zasadzie założenia równymi i wprost przeciwnymi, znoszą się przeto, tak, że:

$$OA.A + OB.B = OC.(A + B)$$

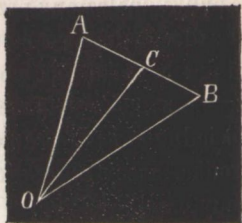


Fig. 7.

Oznacza to, iż punkt C posiada tę własność, że gdyby w nim były ześrodkowane massy A i B, to ich masso-wodząca, liczona od jakiegokolwiek początku O, byłaby taka sama, jak wtedy, gdy te massy znajdują się na swych istotnych miejscach. Punkt C nazywa się *środkiem massy* (centre of mass) cząstek A i B.

### 61. Środek massy układu.

Gdy układ składa się z większej liczby cząstek, to dla oznaczenia środka jego massy rozpoczynamy najprzód od dwóch jakichkolwiek cząstek, oznaczamy środek ich massy i zastępujemy je jedną cząstką, której massa równa się summie mass tych dwóch cząstek i znajduje się w tym środku. Następnie szukamy środka massy téj nowéj cząstki i trzeciej jakiegokolwiek cząstki układu i w tym środku massy umieszczamy summe mass wszystkich trzech dotąd uważanych cząstek układu. W podobny sposób postępujemy dalej, dopóki nie odzyskamy środka massy całego układu.

Masso-wodząca masy równej massie całego układu znajdującej się w środku téj masy odniesiona do pewnego początku równa się summie masso-wodzących wszystkich cząstek układu względem tego początku.

Z dowodzenia pomieszczonego w ustępie 60-ym wynika, że punkt znaleziony przez powyżej opisane wykreślenie czyni zadość dopiero co wyrażonemu warunkowi. Z tego warunku wynika już wprost, że tylko jeden punkt może mu czynić zadość. Wykreślenie przeto musi zawsze prowadzić do jednego i tego samego wypadku odnośnie do położenia środka masy niezależnie od porządku, w jakim kombinujemy cząstki układu.

Środek masy jest przeto oznaczonym punktem w diagramie konfiguracji układu. Jeżeli więc do pojedynczych punktów w diagramach przemieszczenia, prędkości, całkowitego przemieszczenia i stopnia przyspieszenia dołączymy masy odpowiadających im cząstek, to w każdym z tych diagramów znajdziemy punkt odpowiadający środkowi masy.

62. *Wyrażenie momentu za pomocą stopnia zmiany masso-wodzącej.*

Jeżeli punkta  $o$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  diagramu prędkości odpowiadają początkowi  $O$  i ciałom  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , a punkt  $p$  jest środkiem masy  $A$  umieszczonej w punkcie  $a$  i masy  $B$  umieszczonej w punkcie  $b$ , punkt zaś  $q$  środkiem masy  $A+B$  umieszczonej w punkcie  $p$  i masy  $C$  umieszczonej w punkcie  $c$ , to punkt  $q$  jest środkiem masy układu ciał  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , umieszczonych odpowiednio w punktach  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

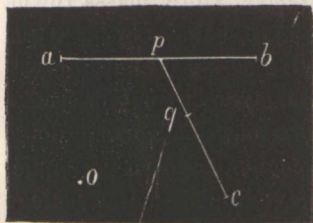


Fig. 8.

Prędkość punktu A względem punktu O wyraża wodząca  $oa$ , prędkości punktów B i C względem tegoż punktu O wyrażają wodzące  $ob$  i  $oc$ . Wodząca  $op$  wyraża prędkość środka masy punktów A, B i C względem punktu O.

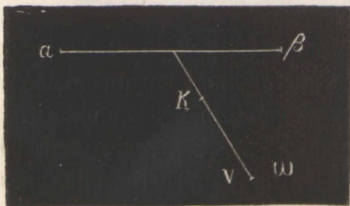
Momentem cząstki A względem początku O jest iloczyn z prędkości téj cząstki przez jęj masę, t. j.  $o.a$ . A, jest więc tém, co nazwaliśmy *masso-wodząca*, odniesioną do początku  $o$  masy A umieszczonej w  $a$ . Podobnie moment każdego innego ciała jest także odniesioną do punktu  $o$  *masso-wodząca* odpowiedniego punktu w diagramie prędkości; moment masy ześrodkowanej w środku masy układu jest *masso-wodząca* odniesioną do punktu  $o$  całkowitej masy układu, umieszczonej w punkcie  $q$ .

Ponieważ tym sposobem *masso-wodząca* w diagramie prędkości jest tém, co poprzednio nazwaliśmy momentem, przeto własność dowiedziona w ustępie 61-ym przy pomocy pojęcia momentu daje się wyrazić w sposób następujący:

Moment masy równej massie całego układu i poruszającej się z prędkością środka masy układu jest co do wielkości równym, a co do kierunku równoległym do summy momentów wszystkich cząstek układu.

63. *Skutek, jaki siły zewnętrzne wywierają na ruch środka masy.*

W diagramie całkowitego przyspieszenia, wodzące  $\omega\alpha$ ,  $\omega\beta$  i t. d. wychodzące z początku  $\omega$  przedstawiają zmiany



prędkości ciał A, B i t. d. w ciągu oznaczonego przedziału czasu. Odpowiednie *masso-wodzące*  $\omega\alpha.A$ ,  $\omega\beta.B$  i t. d. wyobrazają odpowiednie zmiany momentu lub na

Fig. 9.

zasadzie drugiego prawa ruchu—pobudzenia sił, które działają na ciała w ciągu tego przedziału czasu.

Jeżeli  $x$  jest środkiem masy układu, to  $\omega x$  jest zachodzącą w ciągu tego czasu zmianą prędkości tej masy zesrodkowanej w środku, a iloczyn  $\omega x \cdot (A+B+C)$  jest momentem masy. Według ustępu 61-go jest przeto zmiana momentu masy układu zesrodkowanej w jej środku równą summie zmian momentów pojedynczych ciał układu.

Na zasadzie drugiego prawa ruchu możemy rezultat ten wypowiedzieć w formie następującej:

Skutek, jaki siły działające na różne ciała układu, wywierają na ruch środka masy jest taki, jak gdyby wszystkie siły działały na jedną masę, równą massie całego układu i zesrodkowaną w środku masy.

*64. Ruch środka masy układu nie ulega wpływowi działań wzajemnych między częściami układu.*

Gdy bowiem między dwiema częściami układu, np. między A i B zachodzi działanie, to działanie części A na część B jest na zasadzie trzeciego prawa ruchu równem i przeciwnem oddziaływaniu części B na część A. Moment przeto wytworzony działaniem części A na część B w ciągu pewnego czasu, jest równym i wprost przeciwnym momentowi wytworzonemu w ciągu tegoż czasu w skutek oddziaływania części B na część A, a ruch środka masy części A i B nie ulega wcale wpływowi wzajemnego działania tych części.

Możemy przeto rezultat wyrażony w poprzedzającym ustępie zastosować do tego przypadku i wypowiedzieć co następuje: Ponieważ siły wynikające ze wzajemnego działania części A i B są równymi i wprost przeciwnymi; ponieważ dalej, skutek tych sił wywarty na ruch środka masy całego układu jest taki sam, jak gdyby siły działały

na cząstkę, której *massa* równa się *massie* całego układu; ponieważ nakoniec skutek dwóch sił równych i wprost przeciwnych jest zerem: przeto i ruch środka *massy* całego układu od wzajemnego działania części układu żadnej nie ulega zmianie.

### 65. *Pierwsze i drugie prawo ruchu.*

Jest to twierdzenie bardzo ważne. Daje ono możliwość dokładniejszego wyrażenia pierwszego i drugiego prawa ruchu przy pomocy określenia prędkości ciała, jako prędkości środka jego *massy*. Ciało może być w ruchu obrotowym, może składać się z części podlegających zmianom konfiguracyi, tak, że ruchy rozmaitych części mogą być różnemi—we wszystkich przypadkach możemy prawa ruchu wyrazić w formie następującej:

*1-sze prawo.* Środek *massy* układu trwa w swym stanie spoczynku albo ruchu jednostajnego i prostoliniowego dopóty, dopóki siły działające na układ z zewnątrz nie spowodują zmiany tego stanu.

*2-gie prawo.* Zmiana momentu układu w ciągu pewnego przedziału czasu mierzy się summą pobudzeń sił zewnętrznych w ciągu tego czasu.

### 66. *Metoda badania układów cząsteczkowych.*

Gdy układ składa się z części, które są tak małemi, że nie możemy ich widzieć, a których ruchy są tak szybkimi i zmiennymi, że nie potrafilibyśmy ich opisać nawet wtedy, gdyby dały się dostrzedz—możemy i wtedy badać ruch środka *massy* takiego układu, ponieważ siły wewnętrzne powodujące zmiany ruchu części ciała są bez wpływu na ruch środka *massy*.

67. Przez wprowadzenie pojęcia masy przechodzimy od wodzących, przemieszczeń, prędkości, całkowitych przyspieszeń, do masso-wodzących, masso-przemieszczeń, momentów, pobudzeń i sił poruszających.

W diagramie stopni przyspieszeń (fig. 9, ustęp 63) wodzące  $\omega\alpha$ ,  $\omega\beta$  i t. d. wychodzące z początku  $\omega$  przedstawiają przyspieszenia ciał A, B i t. d. w danej chwili odniesione do stopnia przyspieszenia początku  $\omega$ .

Odpowiednio masso-wodzące  $\omega\alpha.A$ ,  $\omega\beta.B$  i t. d. przedstawiają siły działające na ciała A, B i t. d.

Mówimy niekiedy o kilku siłach działających na jedno ciało, wtedy gdy siła działająca na ciało pochodzi od kilku różnych przyczyn, tak, że naturalnie uważamy części jednej siły, jako wpływające oddzielnie z tych różnych przyczyn.

Gdy jednak uważamy siłę nie ze względu na jej przyczyny, lecz ze względu na jej skutek — t. j. zmianę ruchu ciała, wtedy nie mówimy już o siłach, lecz o jednej sile działającej na ciało; mierzymy ją stopniem zmiany momentu ciała i przedstawiamy za pomocą masso-wodzącej w diagramie stopni przyspieszenia.

W ten sposób dochodzimy do szeregu różnorodnych masso-wodzących, odpowiadającego szeregowi wodzących już poprzednio roztrząsanemu.

Mamy naprzód układ masso-wodzących ze wspólnym początkiem, służący do oznaczenia rozmieszczenia masy w układzie materyalnym, zupełnie tak samo, jak odpowiedni układ wodzących przedstawia konfigurację geometryczną układu.

Przez porównanie rozmieszczenia masy w dwóch różnych epokach otrzymujemy układ masso-wodzących przemieszczenia.

Stopień masso-przemieszczenia jest momentem, tak jak stopień zmiany przemieszczenia— prędkością. Zmiana momentu jest pobudzeniem, podobnie jak zmiana prędkości—całkowitem przyspieszeniem.

Stopień zmiany momentu jest siłą poruszającą, podobnie jak stopień zmiany prędkości jest stopniem przyspieszenia.

### 68. Określenie masso-powierzchni.

Gdy cząstka materyalna porusza się od jednego punktu do drugiego, to podwójna powierzchnia, jaką opisuje wodząca téj cząstki pomnożona przez masę téj cząstki, nazywa się masso-powierzchnią przemieszczenia cząstki względem początku, z którego poprowadzono wodzącą.

Jeżeli opisana powierzchnia jest płaszczyzną, to kierunek masso-powierzchni (którą należy sobie przedstawić jako prostą. przyp. tłom.) jest normalnym (prostopadłym) do téj płaszczyzny. Dodatny kierunek téj normalnej, mający być kierunkiem masso-powierzchni, oznacza się z tego warunku, że dla spostrzegacza stojącego na płaszczyźnie ruch cząstki na niej powinien odbywać się w tę samą stronę, w jaką odbywa się ruch skazówek w zegarze.

Jeżeli powierzchnia opisana przez wodzącą nie jest płaszczyzną, to drogę punktu należy podzielić na tak małe części, aby każdą z nich bez wielkiego błędu można było poczytać za linię prostą, po czém należy odpowiadające im masso-powierzchnie dodać wedle prawidła na dodawanie wodzących.

### 69. Moment kątowy.

Stopień zmiany masso-powierzchni jest podwójnym iloczynem z masy cząstki przez trójkąt (powierzchnię trój-

kąta), którego wierzchołek znajduje się w początku, a podstawa jest prędkością cząstki mierzoną wzdłuż prostej przechodzącej przez cząstkę w kierunku ruchu. Kierunek téj masso-powierzchni wskazuje normalna wedle wyżej podanego prawidła.

Stopień zmiany masso-powierzchni cząstki nazywa się *momentem kątowym* téj cząstki, odniesionym do początku, a summa momentów kątowych wszystkich cząstek nazywa się momentem kątowym układu względem początku.

Moment kątowy układu materialnego odniesiony do pewnego punktu jest więc wielkością oznaczonego kierunku i oznaczonej wartości.

Określenie momentu kątowego cząstki względem punktu może być jeszcze dane w inny, nieco odmienny sposób, a mianowicie jako iloczyn z momentu téj cząstki względem tego punktu przez prostopadłą do kierunku ruchu cząstki w uważanej chwili wyprowadzoną z początku.

#### 70. *Moment siły względem punktu.*

Stopień wzrostu momentu kątowego cząstki jest iloczynem ze stopnia przyspieszenia jój prędkości przez prostopadłą do kierunku przyspieszenia wyprowadzoną z początku. Jest to, innemi słowy, iloczyn z siły poruszającej działającej na cząstkę przez prostopadłą do kierunku siły wyprowadzoną z początku.

Iloczyn z siły przez prostą, prostopadłą do jój kierunku i wychodzącą z początku nazywa się momentem siły względem początku. Osią momentu wskazującą jego kierunek jest wodząca prostopadła do płaszczyzny przechodzącej przez kierunek siły i początek; kierunek dodatny téj osi (kierunek momentu) oznacza się w ten sposób, że spostrzegacz stojący na płaszczyźnie widzi ruch cząstki



pod wpływem siły odbywający się w tę samą stronę, w jaką odbywa się ruch skazówek w zegarze.

Stopień zmiany momentu kąowego cząstki względem początku, mierzy się momentem siły działającej na cząstkę, odniesionym do początku.

Stopień zmiany momentu kąowego układu materialnego względem początku mierzy się podobnie summą momentów sił działających na cząstki układu.

### 71. *Zachowanie momentu kąowego.*

Uważmy najprzód dwie jakiegokolwiek cząstki układu. Siły pochodzące od wzajemnego działania tych cząstek są równymi, działają w kierunku téj samej prostej, ale w przeciwnie strony. Momenty przeto tych dwóch sił względem jakiegokolwiek punktu przyjętego za początek mają równą wielkość, téż samą oś i przeciwny kierunek. Summa tych momentów jest więc zerem. Podobnie wzajemne działanie między każdymi innymi dwiema cząstkami składa się z dwóch sił, dla których summa momentów jest zerem.

Wzajemne przeto działanie zachodzące między ciałami jednego układu materialnego nie ma wcale wpływu na summę geometryczną momentów. Siły, jakie uwzględniać należy przy tworzeniu summy geometrycznej momentów są jedynie siłami zewnętrznymi, t. j. zachodzą między całym układem lub jego częściami a ciałami do układu nie należącymi.

Wynika ztąd, że stopień zmiany momentu kąowego układu mierzy się summą geometryczną momentów sił działających na układ z zewnątrz.

Jeżeli kierunki wszystkich sił zewnętrznych przechodzą przez początek, to ich momenty są zerami, a moment kąowy układu jest stałym.

Kiedy planeta opisuje swą drogę około słońca, wtedy kierunek wzajemnego działania planety i słońca przechodzi stale przez środek masy układu obu ciał. Z tego względu moment kątowy każdego z tych ciał odniesiony do wspólnego środka masy jest stałym, dopóki uwzględniamy tylko te dwa ciała. Pod wpływem innych planet moment ten zmieniać się może. Jeżeli jednak w układzie naszym zawrzemy wszystkie planety, to summa geometryczna ich momentów kątowych odniesiona do środka masy układu będzie bezwzględnie stałą i zupełnie niezależną od działań wzajemnych między ciałami, w założeniu, że żadna ze sił pochodzących od ciał znajdujących się zewnątrz, nie działa w sposób różny na rozmaite części układu.

---

## ROZDZIAŁ PIĄTY.

### Praca i dzielność.

#### 72. *Określenia.*

Praca (work) jest to czynność, wytwarzająca zmianę konfiguracji układu wbrew sile opierającej się zmianie.

Dzielność (energia, energy) jest to zdolność wykonywania pracy.

Układ, który doznawszy szeregu zmian powraca następnie w pewien sposób do stanu początkowego, tak, że całkowita praca wykonana przez czynniki zewnętrzne nań działające równa się całkowitej pracy, jaką on sam wykonał, przewyciężywszy siły zewnętrzne—

(układ taki nazywamy układem zachowawczym conservative system).

### 73. Zasada zachowania dzielności.

Postępy fizyki doprowadziły do odkrycia i zbadania rozmaitych form dzielności i do postawienia twierdzenia, że wszystkie układy materjalne uważać można za układy zachowawcze, w założeniu, że uwzględniamy wszystkie różne formy dzielności, jakie w tych układach zachodzą.

Nauka ta, uważana za dedukcyę z dostrzeżeń i doświadczeń, nie wyraża, rozumié się, nic więcej nad to, że do téj pory nie odkryto żadnego przykładu układu nie zachowawczego.

Uważana zaś za teorię lub podstawę naukowych teoryj, nauka ta nabierać będzie coraz większego prawdopodobieństwa, w miarę zwiększania się liczby dedukcyj, jakie z nięj wyprowadzamy, a które za każdym razem stwierdza doświadczenie.

W istocie rzeczy, nauka o zachowaniu dzielności jest ogólną zasadą, zgodną z faktami nie tylko fizyki, ale i wszystkich innych umiejętności.

Raz ujęta służyć ona będzie jako węzeł łączący wszystkie znane prawa o działaniach fizycznych, przy pomocy którego fizyk będzie w stanie odkrywać prawidłowe związki między temi działaniami w nowych gałęziach umiejętności.

Z tych względów nauka ta nazywa się powszechnie zasadą zachowania dzielności.

### 74. Ogólne wyrażenie zasady zachowania dzielności.

Całkowita dzielność każdego układu materjalnego jest wielkością, która się nie zwiększa ani zmniejsza wskutek działań zachodzą-

cych między częściami układu, ale może zmieniać się w każdą z form, w które dzielność przechodzi.

Jeżeli w skutek działania czynnika zewnętrznego konfiguracja układu ulega zmianie, podczas gdy siły układu opierają się tej zmianie,—mówimy wtedy, że czynnik zewnętrzny wykonał pracę na układzie. W tym przypadku dzielność układu zwiększa się o ilość pracy wykonanej na nim przez czynnik zewnętrzny.

Jeżeli przeciwnie siły układu wytwarzają zmianę konfiguracji, której to zmianie opiera się czynnik zewnętrzny, mówimy wtedy, że układ wykonywa pracę na tym czynniku i dzielność układu zmniejsza się o ilość wykonanej pracy.

Praca przeto jest przenoszeniem dzielności z jednego układu do drugiego; układ wydatkujący dzielność wykonywa pracę na układzie, który tę dzielność przyjmuje, i ilość dzielności wydatkowanej przez pierwszy układ jest zawsze ściśle równą ilości dzielności przyjętej przez drugi.

Jeżeli złączymy oba układy w jeden większy, to oczywiście dzielność całego układu nie zostanie ani zwiększoną, ani zmniejszoną, przez wzajemne działanie układów częściowych.

### 75. *Miara pracy.*

Praca wykonana na układzie materialnym przez czynnik zewnętrzny daje się przedstawić jako zmiana konfiguracji układu, zachodząca pod wpływem siły zewnętrznej, usiłującej taką zmianę sprowadzić.

Jeżeli np. ktoś podnosi z ziemi funt na wysokość jednej stopy, w kierunku przeciwnym sile ciężkości, to wykonywa pewną oznaczoną ilość pracy. Ta ilość pracy nazywa się w języku technicznym *stopo-funtem* (funto-stopą).

W tym razie człowiek podnoszący ciężar jest czynnikiem zewnętrznym, układ materyalny składa się z ziemi i funta, zmianą konfiguracji jest zwiększenie odległości między substancją ziemi i substancją funta, a siłą, — siła skierowana ku górze, którą stosuje człowiek przy podnoszeniu funta, równa i wprost przeciwna ciężarowi funta. Podniesienie funta jeszcze na stopę wyżej wymagałoby znowu takiej samej ilości pracy, rozumie się, w założeniu, że ciężkość jest siłą jednostajną. W istocie rzeczy, ciężkość nie jest jednostajną, lecz zmniejsza się w miarę oddalania się ciał od środka ziemi, tak, że stopofunt nie jest wielkością dokładnie określoną, chyba, że dodamy zarazem wielkość natężenia ciężkości w uważaném miejscu. Dla wyjaśnienia pojęcia pracy przyjmijmy jednak, że dla wyniesienia nie przechodzącego kilku stóp ciężkość pozostaje stałą; w tém przypuszczeniu praca wykonana przy podniesieniu funta będzie stopo-funtem dla każdej pojedynczej stopy, na którą funt kolejno podnosimy.

Podniesienie np. dwudziestu funtów wody na dziesięć stóp wymagać będzie wykonania pracy równej 200 stopo-funtom. W samej rzeczy podniesienie jednego funta na dziesięć stóp wymaga wykonania pracy równej 10 stopofuntom, a podniesienie dwudziestu funtów, pracy dwadzieścia razy większej, a więc dwustu stopofuntów.

Wielkość przeto wykonanej pracy jest proporcjonalną do iloczynu liczb wyrażających użytą siłę i przesunięcie w kierunku siły.

W stopofuncie siłą jest ciężar funta, a ta wielkość w rozmaitych miejscach jest różną. Ciężar funta w mierze bezwzględnej jest liczebnie równym natężeniu siły ciężkości, której wielkość oznaczamy zwykle przez  $g$ , a której wartość w *poundalach* zmienia się od 32,227 (na biegunach) do 32,117 (na równiku) i zmniejsza się nieograni-

czenie wraz z zwiększaniem się odległości od ziemi. Wyrażona w *dynach* wartość ta zawiera się między 978,1 i 983,1. Aby więc ilość pracy wyrazić miarą jednostajną, stosującą się do wszystkich miejsc na ziemi, musimy liczbę stopofuntów pomnożyć przez liczbę wyrażającą natężenie siły ciężkości w uważaném miejscu. Tym sposobem praca wyrazi się w *stopo-poundalach* i tak ją w dalszym ciągu stale wyrażać będziemy, chyba że wyraźnie podamy inny układ miary. Stopo-funty należą do układu *miary ciężkościowej*, który jest układem niezupełnym, jeżeli nie jest znaném natężenie siły ciężkości w uważaném miejscu.

W układzie metrycznym jednostką pracy jest tak nazwany *erg*, t. praca, którą wykonywa „*dyna*“ gdy skutecznia przemieszczenie na długość jednego centymetra w jej własnym kierunku. Wyrachować można, że 421393,8 takich jednostek (ergów) idzie na jeden stopo-poundal.

### 76. *Dzielność potencjalna.*

Praca, jaką wykonywa człowiek podnoszący ciało ciężkie, skutecznia się przez przewyciężenie przyciągania między ziemią i tém ciałem. Przy tém zwiększa się dzielność układu materyalnego składającego się z ziemi i ciała ciężkiego. Jeżeli ciało ciężkie jest np. ciężarem zegarowym, to przez nakręcenie zegara dzielność jego zwiększa się tak, że pomimo tarcia kół i oporu stawianego przez powietrze ruchowi wahadła, zegar może iść cały tydzień wydatkować dzielność w innéj formie przez wprawianie powietrza w drganie, skutkiem którego słyszymy chód zegara.

Jeżeli kto nakręca zegarek kieszonkowy, to wykonywa pracę, gdyż zmienia formę głównej sprężyny przez zwijanie téjże. Zwiększa się wtedy dzielność sprężyny, która rozkręcając się, utrzymuje zegarek w ruchu.

W obu przypadkach dzielność udzielona układowi zależy od zmiany konfiguracji.

77. *Dzielność kinetyczna.*

W innej bardzo ważnej klasie zjawisk praca wykonywana się skutkiem zmiany prędkości ciała poddanego działaniu. Rozważmy przypadek prosty ruchu ciała poruszającego się bez obrotu pod wpływem siły. Niechaj masa ciała będzie  $M$  funtów i niechaj na nie w kierunku ruchu działa w ciągu  $T$  sekund siła równa  $F$  poundalom. Prędkość ciała w początku uważanego przedziału czasu niechaj będzie  $V$ , a w końcu —  $V'$  stóp na sekundę; i niechaj długość odcinka przebieżonego przez ciało w ciągu uważanego czasu będzie  $S$  stóp. Moment początkowy ciała będzie  $M.V$ , moment końcowy  $M.V'$ , przyrost momentu będzie równy  $M.(V' - V)$ . Na zasadzie drugiego prawa ruchu, przyrost ten równa się pobudzeniu siły  $F$  działającej w ciągu czasu  $T$ , t. j. równa się  $F.T$ ; mamy przeto:

$$F.T = M.(V' - V) \quad 1)$$

Ponieważ prędkość rośnie jednostajnie wraz z czasem, przeto prędkość średnia jest średnią arytmetyczną prędkości początkowej i końcowej, to jest równa się  $\frac{1}{2}.(V' + V)$

Możemy prędkość średnią oznaczyć jeszcze w inny sposób, mianowicie, dzieląc drogę  $S$  przez czas  $T$ , jest przeto:

$$\frac{S}{T} = \frac{1}{2} \cdot (V' + V) \quad 2)$$

Mnożąc przez siebie odpowiednie strony równań (1) i (2), otrzymujemy:

$$F.S = \frac{1}{2} \cdot M.V'^2 - \frac{1}{2} \cdot M.V^2 \quad 3)$$

Tu  $F.S$  wyraża pracę wykonaną przez siłę  $F$  działającą na ciało, które pod jej wpływem przebiegło drogę  $S$  w kierunku siły, i praca ta, jak pokazuje równanie (3), równa się nadmiarowi ilości  $\frac{1}{2}.M.V'^2$  nad  $\frac{1}{2}.M.V^2$ . Jeżeli nazwiemy iloczyn  $\frac{1}{2}.M.V^2$ , t. j. połowę iloczynu z masy przez kwadrat prędkości — dzielnością kinetyczną ciała w początku uważanego czasu, to  $\frac{1}{2}.M.V'^2$  będzie dzielnością kinetyczną w końcu czasu, w ciągu którego ciało pod wpływem siły  $F$  przebiegło drogę  $S$ . Dzielność jest tu wyrażona w stopo-poundalach.

Równanie nasze wyraża przeto co następuje: Praca, którą wykonała siła  $F$ , zmieniawszy ruch ciała, mierzy się przyrostem dzielności kinetycznej nabytym przez ciało w ciągu czasu działania.

Udowodniliśmy twierdzenie w przypadku, gdy przedział czasu jest tak małym, że można uważać siłę za stałą w ciągu tego czasu, gdy zatem i prędkość średnią można przyrównać do średniej arytmetycznej prędkości początkowej i końcowej. Przypuszczenie to, zupełnie dokładne i dla dowolnie długich przedziałów czasu w przypadku siły stałej, zbliża się w każdym innym przypadku do prawdy témbardziej, im mniejszemi są uważane przedziały czasu. Dzielimy więc cały czas trwania działania na małe przedziały i udowodniamy w sposób powyższy, że praca wykonana w ciągu każdego z nich jest równą przyrostowi dzielności kinetycznej ciała; gdy następnie dodamy kolejno następujące po sobie części pracy i części przyrostu dzielności, to dojdziemy do wniosku, że całkowita praca wykonana przez siłę równa się całkowitemu przyrostowi dzielności.

Jeżeli siła działa na ciało w kierunku przeciwnym ruchowi tegoż, to dzielność kinetyczna ciała zamiast powiększać się, będzie się zmniejszała, a siła, zamiast wyko-



nywania pracy, będzie działała jak opór, który ciało podczas swego ruchu przewycięża. Ciało przeto poruszające się, dopóki jest w ruchu, wykonywa pracę w skutek przewyciężania oporu, a praca przezeń wykonana równa się zmniejszeniu jego dzielności kinetycznej. Gdy ciało ostatecznie przechodzi do stanu spoczynku, wyczerpuje się jego dzielność kinetyczna. Wtedy całkowita praca wykonana przez ciało jest tak wielką, jak początkowa jego dzielność kinetyczna. Teraz pojmujemy, że wyrażenie: „dzielność kinetyczna,“ którego używaliśmy dotąd tylko jako nazwy dla iloczynu  $\frac{1}{2}M.V^2$  dobrze przedstawia istotę rzeczy. Dzielność bowiem ciała określiliśmy, jako jego zdolność wykonywania pracy. Miarą dzielności jest praca, jaką ciało wykonać może. Dzielność *kinetyczna* jest to dzielność, jaką ciało posiada skutkiem *ruchu* i wykazaliśmy teraz, że wartość jęj wyraża się przez  $\frac{1}{2}M.V^2$  lub  $\frac{1}{2}M.V \times V$ , t. j. przez połowę iloczynu z jego momentu przez prędkość.

### 78. *Siły pochyle.*

Jeżeli siła działa na ciało prostopadle do kierunku jego ruchu, to nie wykonywa żadnej pracy, a zmieniając kierunek ruchu, nie zmienia prędkości. Dzielność kinetyczna, jako zależna od kwadratu prędkości, pozostaje tedy bez zmiany.

Gdy kierunek siły nie przypada ani w kierunku ruchu ciała, ani prostopadle do tegoż kierunku, to wtedy rozkładamy siłę na dwie składowe: jedną prostopadłą do kierunku ruchu, drugą przypadającą w kierunku ruchu (lub w kierunku wprost przeciwnym).

Pierwszą składową, która nie wykonywa pracy i nie zmienia dzielności kinetycznej ciała, możemy pomijać we wszystkich obliczeniach dzielności.

Drugą składową rozpatrzyliśmy już poprzednio. Składowa ta, przypadając w kierunku ruchu, zwiększa dziel-

ność kinetyczną o ilość pracy wykonanej na ciele; przypadając zaś w kierunku wprost przeciwnym ruchowi, zmniejsza dzielność kinetyczną o ilość pracy wykonanej przez ciało wbrew sile.

We wszystkich przeto przypadkach przyrost dzielności kinetycznej równa się pracy, jaką czynniki zewnętrzne wykonywają na ciele, a ubytek téjże dzielności równa się ilości pracy, jaką wykonywa ciało, przewyciężając opór zewnętrzny.

79. *Dzielność kinetyczna dwóch cząstek odniesiona do środka ich masy.*

Dzielność kinetyczna układu materalnego składa się z dzielności kinetycznej pojedynczej masy równej masie całego układu i poruszającej się z prędkością środka masy i z dzielności kinetycznej pochodzącej od ruchu części układu względem tego środka.

Rozpocznijmy od przypadku, w którym układ składa się tylko z dwóch cząstek. Ich masy niechaj będą A i B, ich prędkości w diagramie

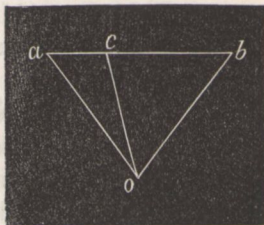


Fig. 10.

prędkości niechaj przedstawiają proste  $oa$  i  $ob$ . Jeżeli  $c$  jest środkiem masy dwóch cząstek, z których jedna ma masę równą A i znajduje się w punkcie  $a$ , druga zaś ma masę równą B i znajduje się w punkcie  $b$ , to  $oc$  przedstawia prędkość środka masy dwóch danych cząstek.

Dzielność kinetyczna naszego układu jest sumą dzielności kinetycznych obu cząstek; oznaczając ją przez T, mamy przeto:

$$T = \frac{1}{2} \cdot A \cdot (oa)^2 + \frac{1}{2} \cdot B \cdot (ob)^2$$

Wyrażając  $(oa)^2$  i  $(ob)^2$  przy pomocy wielkości  $oc$ ,  $ca$ ,  $cb$  i kąta  $oca = \delta$ , mieć będziemy:

$$T = \frac{1}{2} \cdot A \cdot (oc)^2 + \frac{1}{2} \cdot A \cdot (ca)^2 - A \cdot oc \cdot ca \cdot \cos \delta \\ + \frac{1}{2} \cdot B \cdot (oc)^2 + \frac{1}{2} \cdot B \cdot (cb)^2 - B \cdot oc \cdot cb \cdot \cos \delta$$

Z przyczyny, że punkt  $c$  jest środkiem masy  $A$  pomieszczonej w punkcie  $a$  i masy  $B$  pomieszczonej w punkcie  $b$  jest:

$$A \cdot ca + B \cdot cb = 0,$$

będzie przeto ostatecznie:

$$T = \frac{1}{2} \cdot (A+B) \cdot (oc)^2 + \frac{1}{2} A \cdot (ca)^2 + \frac{1}{2} B \cdot (cb)^2.$$

Czyli: dzielność kinetyczna układu złożonego z dwóch cząstek  $A$  i  $B$  składa się z dzielności kinetycznej masy  $A+B$  poruszającej się z prędkością środka masy danych cząstek i z dzielności kinetycznej ruchu tychże cząstek względem tego środka.

80. *Dzielność kinetyczna układu materialnego odniesiona do środka jego masy.*

Ponieważ przyjęliśmy, że ruch cząstki jest ruchem środka jej masy, rozpoczęliśmy przeto od przypadku dwóch cząstek i udowodniliśmy prawdziwość naszego twierdzenia dla układu składającego się z dwóch cząstek. Gdy zaś twierdzenie to jest prawdziwem dla dwóch takich układów, to musi być prawdziwem dla układu, jaki z nich złożyc można. Niechaj  $oa$  i  $ob$  będą prędkościami środków mass takich dwóch układów  $A$  i  $B$ , to  $oc$  przedstawiać będzie prędkość środka masy skombinowanego układu  $A+B$ . Gdy więc  $T_A$  jest dzielnością kinetyczną ruchu układu  $A$  względem środka jego masy i  $T_B$  ma podobne znaczenie dla układu  $B$ , to z dowiedzionego powyżej dla układów  $A$  i  $B$  twierdzenia wynika, że dzielność kinetyczna układu  $A$  jest:

$$\frac{1}{2} \cdot A \cdot (oa)^2 + T_A$$

a układu B:

$$\frac{1}{2} \cdot B \cdot (ob)^2 + T_B$$

Dzielność kinetyczna całego układu A + B jest przeto:

$$\frac{1}{2} A \cdot (oa)^2 + \frac{1}{2} B \cdot (ob)^2 + T_A + T_B$$

lub:

$$\frac{1}{2} \cdot (A+B) \cdot (oc)^2 + \frac{1}{2} \cdot A \cdot (ca)^2 + T_A + \frac{1}{2} B \cdot (cb)^2 + T$$

Pierwszy wyraz jest dzielnością kinetyczną masy równej massie całego układu i poruszającej się z prędkością środka masy całego układu.

Drugi i trzeci wyraz razem wzięte przedstawiają dzielność kinetyczną układu A wynikającą z ruchu względnego odnośnie do środka masy całego układu, a czwarty i piąty wyraz mają podobne znaczenie dla układu B.

Skoro więc powyższe twierdzenie jest prawdziwem dla każdego z układów A i B uważanych oddzielnie, to jest także prawdziwem dla układu złożonego z A i B. Prawdziwość twierdzenia dla przypadku dwóch cząstek została już udowodnioną; wynika ztąd prawdziwość jego dla układu złożonego z trzech, czterech i w ogóle z dowolnej liczby cząstek, a więc dla każdego układu materalnego.

Dzielność kinetyczna układu względem środka jego masy jest mniejszą od dzielności kinetycznej układu odniesionej do każdego innego punktu.

Albowiem dzielność kinetyczna odniesiona do każdego innego punktu przewyższa dzielność kinetyczną odniesioną do środka masy o ilość równą dzielności kinetycznej masy równej massie układu i poruszającej się z prędkością względną środka masy odnośnie do wybranego punktu; a ponieważ dzielność kinetyczna z natury swój jest ilością dodatną, przeto i ta przewyżka musi być dodatną.

81. *Dzielność kinetyczna zamienna.*

Widzieliśmy w ustępie 74-ym, że wzajemne działanie części układu materalnego nie może zmienić środka jego masy. Część przeto dzielności kinetycznej układu, pochodząca od ruchu środka masy, nie może zmienić się przez żadne działanie wewnętrzne w układzie. Jest zatem rzeczą niemożliwą przekształcić tę część dzielności w pracę przy pomocy działania wzajemnego części układu. Tak długo jak układ jest pozostawionym samemu sobie, dzielność ta przekształconą być nie może. Może ona być zamienioną w pracę tylko z pomocą działania między danym układem i innym jakimkolwiek układem materalnym.

Gdy przeto uważamy pewien układ materalny bez związku z jakim innym układem, to dzielność kinetyczną zamienną układu tego stanowi jedynie dzielność pochodząca od względnych ruchów części układu odnośnie do środka masy.

Przyjmijmy, że działanie między częściami układu jest takie, że po pewnym czasie konfiguracja układu staje się niezmienną i nazwijmy ten process *ustalaniem* się (solidification) układu. Dowiedliśmy, że moment kątowy całego układu nie ulega zmianie od wzajemnego działania części układu. Gdy więc moment początkowy układu jest zerem, to układ ten, skoro forma jego stanie się niezmienną, nie będzie obracał się około środka masy, lecz jeżeli tylko pozostanie w ruchu, poruszać się będzie równolegle do samego siebie, a części jego pozostaną w spoczynku odnośnie do środka masy. W tym więc przypadku cała zamienna dzielność przekształca się w pracę w skutek wzajemnego działania części w czasie ustalania się układu.

Jeżeli początkowa wartość momentu kąowego układu nie jest zerem, to i po ustaleniu się wartość ta pozostanie taką samą. Układ będzie zatem obracał się około środka masy i będzie miał jeszcze dzielność pochodzącą od ruchu względem środka masy. Ta pozostała dzielność nie dała się zamienić w pracę.

Gdy jednak części układu mogą oddalać się od siebie w kierunkach prostopadłych do osi momentu kąowego, a układ, skoro to rozszerzenie nastąpiło, ustala się, to pozostająca dzielność kinetyczna obrotu około środka masy staje się coraz i coraz mniejszą, w miarę jak rozszerzenie układu stopniowo się zwiększa. Przez dostateczne rozszerzenie układu można tedy pozostałą dzielność uczynić dowolnie małą i tym sposobem całą dzielność wynikającą z ruchu względem środka masy zamienić na pracę wewnątrz układu.

### 82. *Dzielność potencjalna.*

Dzielność potencjalna (potential energy) układu materalnego jest to zdolność układu do wykonywania pracy zależna od innych okoliczności, aniżeli ruch układu. Innemi słowy, dzielność potencjalna jest to dzielność, która nie jest kinetyczną.

W układzie materalnym teoretycznym, jaki zbudowaliśmy w naszej wyobraźni z pojęć zasadniczych materyi i ruchu, nie ma innych warunków określających układ, prócz konfiguracyi i ruchu rozmaitych mass, należących do układu. Jedyne przeto okolicznościami, od których wyłącznie zależy dzielność, są ruch i konfiguracya; ponieważ zaś dzielność kinetyczna zależy od ruchu, więc dzielność potencjalna zależyć musi od konfiguracyi.

Wiemy, że w wielu rzeczywistych układach materalnych część dzielności zależy od konfiguracyi. Tak np.

sprężyna zegarowa ma więcéj dzielności, gdy jest zwinięta, niż gdy jest częściowo odwinięta; dwie sztaby magnesowe mają więcéj dzielności, gdy leżą obok siebie zwrócone w tę samą stronę jednoimiennemi biegunami, niż wtedy, gdy ich różnoimienne bieguny znajdują się przy sobie.

### 83. *Sprężystość.*

W przypadku sprężyny zegarowéj możemy wysledzić związek zachodzący między zwijaniem sprężyny a siłą, którą ona wywiéra, dzieląc w myśli sprężynę na bardzo wielką liczbę bardzo małych części czyli elementów. Podczas zwijania sprężyny kształt każdéj z tych małych części zostaje zmienionym, a taką zmianę kształtu ciała stałego nazywamy odkształceniem (strain).

W ciałach stałych odkształceniu towarzyszy zawsze objaw siły wewnętrznej albo parcia (prężności); takie ciała, w których ta prężność zależy wprost od odkształcenia nazywamy sprężystemi, a własność ciał wywierania prężności skutkiem odkształcenia — sprężystością.

Z nawijania więc sprężyny wynika wprost odkształcenie jéj elementów, a siła zewnętrzna, jaką wtedy ujawnia sprężyna, jest wypadkową paré zachodzących między elementami.

Zamiast bezpośredniego związku między zwijaniem sprężyny i siłą, jaką ona wywiéra, podstawiamy związek między odkształceniami i parciem elementów sprężyny: w miejsce pojedynczego przemieszczenia i pojedynczéj siły, między którymi zachodzi związek bardzo zawikłanej natury, podstawiamy wielość odkształceń i odpowiednią wielość paré. Tym sposobem każde odkształcenie z odpowiedniém parciem łączymy związkiem daleko prostszym.

Lecz pomimo to, i teraz jak i przedtém, istota związku zachodzącego między konfiguracją i siłą pozostaje za-

gadkową. Wszystko, co możemy o tém powiedzieć, jest tylko prostém skonstatowaniem faktu. Jeżeli zaś wszystkie zjawiska tego rodzaju podciągamy pod nazwę zjawisk sprężystości, to klasyfikacya ta może być wprawdzie bardzo pożyteczną, lecz nie należy zapominać, że sam wyraz „sprężystość“ wcale nie wyjaśnia związku zachodzącego między konfiguracyą i dzielnością.

#### 84. Działanie z odległości.

W przypadku dwóch magnesów żadna substancya widzialna nie łączy ciał, między ktoremi zachodzi działanie. Czy między magnesami znajduje się powietrze lub woda, czy ciała te znajdują się w naczyniu, w którym za pomocą pompy zrobiono próżnię — we wszystkich przypadkach działanie wzajemne nie ulega zmianie. Można nawet między magnesami pomieścić płytę szklaną, metalową lub drewnianą, a zawsze znajdziemy, że wzajemne działanie zależy tylko od względnego położenia magnesów i nie zmienia się wcale w sposób wyraźny pod wpływem innych substancyj, z wyjątkiem metali magnetycznych. Według zwykle używanego wyrażenia, działanie między magnesami jest *działaniem z odległości*.

Usiłowano wprawdzie, i to z pewnym powodzeniem \*) działania te rozłożyć na oddzielne parcia rozmieszczone sposobem ciągłym w środku niewidzialnym, aby ustanowić analogię między działaniem magnesów a działaniem sprężyny lub sznura przy przenoszeniu siły, lecz pomimo to fakt powszechny, że odkształceniom lub zmianom konfiguracyi towarzyszą parcia lub siły wewnętrzne, skutkiem

---

\*) Clerk Maxwell: „Treatise on Electricity and Magnetism.“ Vol. II, Art. 641.



których w układzie nagromadza się dzielność — fakt ten jest faktem ostatecznym, nie dającym się do tej pory wywnioskować z innéj bardziej zasadniczéj prawdy.

85. *Teorya dzielności potencyalnej jest bardziej złożoną od teoryi dzielności kinetycznej.*

Dzielność układu materyalnego może przeto zależyć od jego konfiguracyi. Sposób téj zależności jest daleko bardziej złożonym niż sposób zależności dzielności kinetycznej od ruchu układu. Dzielność bowiem kinetyczna daje się obliczyć za pomocą metody niezmiennéj z ruchu części układu. Mnożymy masę każdéj części przez połowę kwadratu jéj prędkości i dodajemy wszystkie te iloczyny. Dzielność zaś potencyalna wynikająca z wzajemnego działania części układu, może zależyć od względnego położenia tych części w różny sposób w różnych przypadkach. Gdy np. dwie kule bilardowe zbliżają się do siebie, to między niemi nie zachodzi żadne wyraźne działanie dopóty, dopóki nie zbliżą się do tego stopnia, że pewne ich części widocznie dotykać się będą. Jeżeli następnie środki kul jeszcze bardziej zbliżają się do siebie, to stykające się ich części ustępują jedna drugiej; wymaga to wydatkowania pewnéj ilości pracy.

W tym przypadku dzielność potencyalna jest stałą dla wszystkich odległości większych od odległości podczas pierwszego zetknięcia i zwiększa się bardzo szybko, gdy ta odległość się zmniejsza.

Siła, z jaką działają na siebie magnesy, zmienia się znowu w całkiem inny sposób wraz z odległością. I w rzeczywistości istota związku między konfiguracją i dzielnością potencyalną układu nie daje się wcale oznaczyć bez pomocy doświadczenia.

86. *Zastosowanie metody dzielności do obliczania sił.*

Zupełna znajomość sposobu zmieniania się dzielności układu materalnego w skutek zmiany konfiguracyi i ruchu układu, jest matematycznie równoznaczną ze znajomością wszystkich własności dynamicznych układu. Z jedynéj formuły matematycznój wyrażającéj dzielność jako funkcję ilości zmiennych, rozwinęli L a g r a n g e, H a m i l t o n i inni znakomici matematycy metody matematyczne, służące do wyrażania wszystkich sił i działań (parć) w poruszającym się układzie; lecz byłoby rzeczą trudną opisać te metody za pomocą pojęć elementarnych, na których ograniczamy się w téj książce. Treściwe przedstawienie metod tych znaleźć można w mojem dziele: *Treatise on Electricity* \*), gdzie mówię także o i ich zastosowaniu do zjawisk elektro-magnetycznych. \*\*)

W przypadku układu będącego w spoczynku łatwo widziéć, w jaki sposób oznaczyć się dają siły układu, gdy wiadomo, w jaki sposób dzielność zależy od jego konfiguracyi.

Przypuśćmy, że czynnik zewnętrzny sprawia w układzie przemieszczenie z jednéj konfiguracyi do drugiéj. Jeżeli dzielność układu w drugiéj konfiguracyi jest większą niż w pierwszej, to przyrost dzielności może pochodzić tylko od czynnika zewnętrznego. Czynniki ten musiał wykonać pracę równą przyrostowi dzielności, musiał przeto wyrzucić siłę w kierunku przemieszczenia i wartość średnia téj siły pomnożona przez przemieszczenie, musi być

---

\*) Część IV-ta, rozdział 5-ty, ustęp 553-ci.

\*\*\*) Ustępy bezpośrednio następujące.

równą wykonanej pracy. Wartość średnią siły znajdziemy przeto, dzieląc przyrost dzielności przez przemieszczenie.

Jeżeli przemieszczenie jest znaczném, to zmiana siły podczas przemieszczania się układu może być tak wielką, że jój wartość średnia z trudnością oznaczyć się daje; lecz, ponieważ siła zależy od przemieszczenia, jeżeli przeto wyobrazimy sobie, że przemieszczenie coraz bardziej maleje, to i odpowiadająca mu zmiana siły będzie coraz mniejszą, tak, że nakoniec będzie można siłę uważać za stałą w czasie przemieszczania się układu.

Jeżeli więc podług metody podobnej do metod opisanych w ustępach 27-ym, 28-ym i 33-cim obliczymy stopień zwiększania się dzielności zależny od zmiany przemieszczenia, to stopień ten będzie liczebnie równym sile wywartej przez czynnik zewnętrzny w kierunku przemieszczenia.

Jeżeli w czasie zwiększania się przemieszczenia, dzielność układu, zamiast wzrastać, maleje, to układ musi wykonywać pracę na czynniku zewnętrznym, a wtedy siła wywarta przez czynnik zewnętrzny musi mieć kierunek przeciwny kierunkowi przemieszczenia.

### 87. *Wyszczególnienie kierunku siły.*

W badaniach dynamicznych mówimy najczęściej o siłach wywieranych przez czynnik zewnętrzny na układ materialny. Przeciwnie, siły, o których mówi się w badaniach nad elektrycznością, są zwykle siłami wywieranymi przez układ naelektryzowany na czynnik zewnętrzny wstrzymujący ruch układu. Gdy więc mowa o sile, koniecznie trzeba zawsze pamiętać o tém, czy siła ma być uważana z jednego, czy z drugiego punktu widzenia.

Możemy w ogóle uniknąć téj dwuznaczności, uważając zjawisko dane jako całość i określając je, jako parcie

między dwoma punktami lub dwoma ciałami, które jest już to prężnością lub ciśnieniem, już to przyciąganiem lub odpychaniem, stosownie do kierunku. Porównaj ustęp 55-ty.

88. *Zastosowanie do układu będącego w ruchu.*

Z poprzedzającego wynika, że znając dzielność potencjalną układu przy każdej możliwej konfiguracji, możemy wywnioskować, jakie siły zewnętrzne są koniecznymi, aby układ utrzymać stale w każdej z nich. Jeżeli układ jest w spoczynku, i te konieczne siły zewnętrzne istotnie działają, to układ będzie i pozostanie w równowadze. Jeżeli układ porusza się, to siła działająca na każdą cząstkę składa się z siły pochodzącej od połączeń w układzie (równiej i wprost przeciwniej obliczonej w powyżej opisany sposób siły zewnętrznej) i z siły zewnętrznej, istotnie na cząstkę wywartej. Zupełna znajomość sposobu zależności dzielności potencjalnej od konfiguracji, dałaby nam możność przepowiadania wszystkich ruchów układu powstających pod wpływem danych sił zewnętrznych w przypuszczeniu, rozumie się, że potrafilibyśmy pokonać wszystkie matematyczne trudności rachunku.

89. *Zastosowanie metody dzielności do badania ciał rzeczywistych.*

Przechodząc od dynamiki abstrakcyjnej do fizyki — od układów materialnych posiadających tylko te własności, któreśmy im nadali przez określenie, do ciał rzeczywistych, których własności zbadać chcemy — napotykamy wiele zjawisk, nie dających się wyjaśnić jako proste zmiany konfiguracji i ruchu.

Rozumié się, że jeżeli wyjdziemy z założenia, że ciała rzeczywiste są układami złożonemi z substancji, odpowiadającej pod każdym względem postawionym przez nas

określeniom, to w takim razie możemy pójść i dalej i twierdzić, że wszystkie zjawiska są tylko zmianami konfiguracyi i ruchu, lubo nie jesteśmy w stanie wskazać rodzaju konfiguracyi i ruchu, przez który pojedyncze zjawiska wyjaśnić się dają. Lecz w umiejętności ścisłej wyjaśnienia podobne należy oceniać nie ze względu na zamiar, a ze względu na skutek. Konfiguracya i ruch układu są to rzeczy, które dają się zupełnie dokładnie opisać; jeżeli zatem wyjaśnienie zjawiska za pomocą konfiguracyi i ruchu układu materialnego ma uchodzić za prawdziwe wzbogacenie naszego naukowego poznania, to konfiguracye, ruchy i siły muszą być dokładnie wyszczególnionemi, i musi być dowiedzioném, że nie tylko pozostają w zgodzie ze znanymi faktami, ale że i wystarczają do wyjaśnienia badanego zjawiska.

#### *90. Zmienne, od których zależy dzielność.*

I wtedy nawet, gdy zjawiska badane nie dadzą się wyjaśnić dynamicznie, możemy jednak stosować do nich z wielką korzyścią zasadę zachowania siły, jako kierowniczkę w naszych poszukiwaniach.

By zastosować tę zasadę, przyjmijmy naprzód za rzecz stale wiadomą, że ilość dzielności w układzie materialnym zależy od stanu układu, tak, że pewnemu oznaczonemu stanowi odpowiada oznaczona wartość dzielności.

Pierwszą rzeczą jest wtedy określenie rozmaitych stanów układu. Mając do czynienia z ciałami rzeczywistemi, musimy stan ich określić nie tylko ze względu na konfiguracyę i ruch ich części widzialnych, lecz jeżeli mamy słuszne powody do przypuszczenia, że i konfiguracya i ruch cząstek niewidzialnych wpływa na zjawisko widzialne, musimy w takim razie znaleźć jeszcze metodę dla obliczenia dzielności pochodzącej z tego źródła.

Tak np. ciśnienie, temperatura, potencjał elektryczny i skład chemiczny są wielkościami zmiennymi, których wartości służą do wyszczególnienia stanu ciała, i w ogólności dzielność ciała zależy od wartości tych i innych ilości zmiennych.

### 91. *Wyrażenie dzielności przy pomocy zmiennych.*

Następny krok w naszym badaniu polega na oznaczeniu, ile pracy działanie zewnętrzne wykonało na daném cieple, które z jednego dokładnie wyszczególnionego stanu przeprowadzoném zostało do innego.

Do tego celu wystarcza znajomość pracy, jaka jest konieczną, aby ciało z pewnego szczególnego stanu, który nazwijmy *stanem początkowym*, mogło być przeprowadzoném do innego jakiegokolwiek dokładnie oznaczonego stanu. Dzielność ciała w tym ostatnim stanie równa się dzielności, jaką ono posiadało w stanie początkowym, zwiększonój o pracę konieczną do przeprowadzenia go ze stanu początkowego do uważanego. Fakt, że praca ta jest zawsze jedną i tą samą zupełnie niezależnie od tego, przez jakie stany pośrednie układ przechodził, jest podstawą całej teorii dzielności.

Ponieważ wszystkie zjawiska zależą od zmian dzielności ciała, a nie od jój całkowitej wartości, znajomość przeto dzielności w stanie początkowym układu, gdyby nawet była możebną, byłaby zbyteczną.

### 92. *Teorya ciepła.*

Najważniejszém zastosowaniem zasady zachowania dzielności jest zastosowanie jój do badania istoty ciepła.

Dawniej przyjmowano, że różnica między stanem ciała, gdy ono jest ciepłém, a stanem, gdy ono jest zimném, polega na obecności pewnej substancyi, nazwanój ciepłi-

kową (kaloryczną), która w ciele cieplejszym miała się znajdować w większej ilości. Lecz doświadczenia Rumforda nad ciepłem wytwarzanym przez tarcie i Davy'go nad topnieniem lodu przez tarcie pokazały, że gdy skutecznia się praca przy przewyciężaniu tarcia, to ilość wytworzonego ciepła jest proporcjonalną do wykonanej pracy.

Doświadczenia Hirna pokazały również, że gdy ciepło wykonywa pracę w maszynie parowej, to znika część ciepła proporcjonalna do wykonanej pracy.

Joule bardzo starannie wymierzył pracę zużywaną podczas tarcia i ciepło, które się wówczas wytwarza. Znalazł on, że ilość ciepła potrzebna na podniesienie temperatury funta wody z  $39^{\circ}$  F. do  $40^{\circ}$  F. jest równoważną 772 stopofuntom pracy w Manchester albo 24858 stopopoundalom.

Ztąd wypada, że ilość ciepła potrzebna do podniesienia o jeden stopień gramma wody przy  $3^{\circ}$  C. wynosi 42000000 ergów.

### 93. *Ciepło jest formą działalności.*

Ponieważ ciepło może być wytworzonem, nie może być więc substancją; ponieważ zaś, ile razy działalność mechaniczna zostaje zużyta przez tarcie, tyle razy objawia się ciepło, i odwrotnie: ile razy maszyna zyskuje na działalności mechanicznej, tyle razy ciepło znika. Ponieważ dalej w jednym i drugim przypadku ilość działalności zużytej lub zyskanej jest proporcjonalną do ilości zyskanego lub zużytego ciepła, to wnioskujemy ztąd, że ciepło jest formą działalności.

Prócz tego mamy zasadę do utrzymywania, że małe cząstki ciała ciepłego znajdują się w stanie niezmiernie szybkiej agitacji, t. j. że każda cząstka porusza się bez przerwy bardzo prędko, lecz zmienia kierunek ruchu tak

często, że doznaje tylko bardzo małej albo prawie żadnej zmiany miejsca.

Jeżeli ta okoliczność istotnie zachodzi, w takim razie część i to znaczna część dzielności ciała ciepłego musi mieć formę dzielności kinetycznej.

Oznaczenie tej formy dzielności ciała ciepłego jest dla naszych celów rzeczą zbyteczną. Największe znaczenie ma ten fakt, że dzielność może być mierzona w formie ciepła; a ponieważ każda forma dzielności może być zamieniona w ciepło, zyskujemy więc tym sposobem jedną z najbardziej odpowiednich metod do mierzenia dzielności.

#### 94. *Dzielność mierzona jako ciepło.*

Gdy pewne substancje zostają wprowadzonymi w zetknięcie ze sobą, to powstają wtedy działania chemiczne: substancje kombinują się w odmienny sposób i w tym nowym ugrupowaniu posiadają odmienne własności chemiczne. Podczas tego procesu może być wykonana praca skutkiem rozszerzenia się związku, jak to ma miejsce np. przy spalaniu prochu: może powstać strumień elektryczny, jak w stosie Volty, może wreszcie powstać ciepło, jak przy większej liczbie działań chemicznych.

Dzielność wydatkowana w postaci pracy mechanicznej daje się mierzyć wprost, albo zamienić w ciepło za pośrednictwem tarcia. Dzielność zużyta dla wytworzenia strumienia elektrycznego daje się mierzyć jako ciepło, jeżeli pozwolimy strumieniowi przebiegać po drucie takiej formy, aby ciepło w drucie tym wytworzone łatwo wymierzyć się dało. Należy przy tym staranną zwrócić uwagę na to, aby dzielność rozchodząca się w przestrzeni pod postacią dźwięku lub ciepła promienistego była uwzględniona w rachunku.



Dzielność pozostająca w związku wraz z tą, która się rozeszła, musi być równą dzielności początkowej.

Andrews, Favre, Silbermann i inni wymierzili ilość ciepła powstającą wtedy, gdy pewna ilość tlenu lub chloru łączy się z równoważną ilością innąj substancyi. Z tych mierzeń daje się obliczyć przewyżka dzielności ciał badanych w ich wolnym stanie początkowym nad dzielnością, jaką te ciała posiadają po połączeniu.

### 95. Zadanie umiejętności.

Pomimo wielkiej liczby wybornych prac tego rodzaju, dziedzina dotychczas zbadana jest niezmiernie szczupłą w stosunku do nieograniczonej różnaitości i złożoności ciał napotykaných w przyrodzie.

Specyjalnym zadaniem, będącym w obecnym stanie umiejętności przedmiotem prac fizyków, jest oznaczenie ilości dzielności, jaką układ zyskuje lub traci, przechodząc ze stanu początkowego do innego jakiegokolwiek stanu.

### 96. Dzieje nauki o dzielności.

Pierwszym, który spostrzegł ważność wielkości, nazwanej przez nas dzielnością kinetyczną, i który jój nadał oddzielną nazwę, był Leibnitz. Iloczyn z masy przez kwadrat prędkości nazwał Leibnitz *siłą żywą* (*vis viva*). Siła żywa jest zatem podwojoną dzielnością kinetyczną.

Newton w swoich „Wnioskach z praw ruchu,“ mówiąc o związku między miarą pracy wykonanej przez czynnik zewnętrzny a miarą pracy wydatkowanej przez maszynę lub inny układ materyalny, stawia następujące twierdzenie wykazujące rozległe zastosowanie trzeciego prawa ruchu:

„Jeżeli działanie czynnika zewnętrznego mierzy się iloczynem z jego siły przez prędkość, i oddziaływanie opo-

ru mierzy się również iloczynem z prędkości każdej części układu przez siłę oporową powstającą z tarcia, spójności, ciężaru i przyspieszenia, to działanie i oddziaływanie są zawsze równymi, zupełnie niezależnie od istoty i natury ruchu układu.“ Thomson i Tait pierwsi zauważyli, że twierdzenie to mieści w sobie całą naukę o dzielności.

Wyrazy: działanie i oddziaływanie, w wysłownieniu trzeciego prawa ruchu oznaczają siły, t. j. przedstawiają jedno i toż samo parcie z dwóch przeciwległych punktów widzenia.

W dopiero zaś podanym ustępie wyrazom tym nadaje się nowe, zupełnie inne znaczenie przez to, że działanie i oddziaływanie mierzy się iloczynem z siły przez prędkość jej punktu przyczepienia. Wedle tego określenia działanie czynnika zewnętrznego jest równoznacznem z miarą wykonanej przezeń pracy. Toż samo rozumieć należy, gdy mówimy o sile maszyny parowej lub innego motoru. Wyraża się ona ogólnie liczbą idealnych koni potrzebną do wykonania pracy w tym samym czasie co maszyna i nazywa się siłą maszyny wyrażoną w koniach.

Jeżeli chcemy pojedynczém słowem wyrazić stopień pracy wykonanej przez czynnik zewnętrzny, to nazywamy go siłą tego czynnika, rozumiejąc w tym razie przez siłę pracę wykonaną w ciągu jednostki czasu.

Wprowadzenie wyrazu „dzielność“ w znaczeniu ściśłém i naukowém dla wyrażenia ilości pracy, którą może wykonać układ materyalny, jest zasługą Younga. \*)

### 97. *Rozmaite formy dzielności.*

Dzielność, jaką posiada ciało w skutek swego ruchu, nazywa się *dzielnością kinetyczną*.

\*) „Lectures on Natural Philosophy.“ Lecture VIII.

Układ może posiadać także dzielność wskutek swojej konfiguracyi, gdy siły jego są tego rodzaju, że wykonywa on pracę przeciwko oporowi zewnętrznemu, przechodząc jednocześnie do innej konfiguracyi. Ta dzielność nazywa się *potencjalną*. Jeżeli np. podnosimy kamień do pewnej wysokości po nad powierzchnię ziemi, to układ złożony z dwóch ciał: kamienia i ziemi, posiada dzielność potencjalną i jest zdolnym wykonać pewną ilość pracy podczas spadania kamienia. Ta dzielność potencjalna pochodzi ztąd, że kamień i ziemia przyciągają się wzajemnie, w skutek czego ten, kto podniósł kamień i oddalił go od ziemi, musiał zużyć pewną ilość pracy; gdy zaś kamień został podniesionym, to przyciąganie między nim a ziemią jest w stanie wykonać pracę podczas spadania kamienia. Ten rodzaj dzielności pochodzi zatem od pracy, jaką wykonałyby siły układu, gdyby jego części ustąpiły działaniu tych sił. *Helmholtz* w swojej słynnej rozprawie: „O zachowaniu siły“ (Berlin, 1847) nazwał tę dzielność „summą napięć“, *Thomson* nazywa ją dzielnością statyczną (*statical energy*). Nazywają ją także dzielnością położenia (*energy of position*). *Rankine* nazwał ją dzielnością potencjalną (możliwą). Jest to nazwa bardzo szczęśliwie dobrana, albowiem nie tylko wyraża ten rodzaj dzielności, jakiej układ istotnie jeszcze nie posiada, ale którą nabyć jest w stanie, lecz prócz tego pozostaje w związku z tém, co (z innych powodów) nazywa się funkcją potencjalną.

Rozmaite formy dzielności, jakie spotykamy w układach materyalnych, dają się zaliczyć do jednej z dwóch klas: dzielności kinetycznej pochodzącej z ruchu i dzielności potencjalnej pochodzącej z konfiguracyi.

Tak np. ciało ciepłe oddające ciepło swe ciału zimniejszemu, może wykonywać pracę, pobudzając to ostat-

nie do rozszerzania się przeciwko ciśnieniu. Układ materialny, w którym ma miejsce niejednostajne rozmieszczenie temperatury, posiada zatem zdolność do wykonywania pracy czyli dzielność. Dzielność tę uważamy obecnie jako dzielność kinetyczną pochodzącą z ruchu najmniejszych części ciała ciepłego.

Proch posiada dzielność, gdyż zapalony jest zdolnym do wprowadzenia w ruch kuli działowej. Dzielność prochu jest dzielnością chemiczną i pochodzi od władzy, jaką posiadają jego części składowe do nowego ugrupowania się w czasie wybuchu i do zajęcia bez porównania większej przestrzeni. W obecnym stanie nauki chemicy przedstawiają działanie chemiczne jako zmianę w uporządkowaniu cząstek, powstającą pod wpływem sił dążących do wytworzenia tej zmiany. Z tego punktu widzenia dzielność chemiczna jest dzielnością potencjalną.

Powietrze ściśnięte w kolbie wiatrówki jest w stanie wyrzucić kulę. Dawniej sądzono, że dzielność ściśniętego powietrza pochodzi od wzajemnego odpychania jego cząstek. Przyjmując to wyjaśnienie za prawdziwe, należy dzielność tę uważać za potencjalną. W nowszych jednak czasach powstała teoria, według której cząstki powietrza znajdują się w stanie ruchu; a ciśnienie powietrza jest wpływem uderzeń tych cząstek o ściany naczynia. Według tej teorii dzielność ściśniętego powietrza jest dzielnością kinetyczną.

Istnieją przeto liczne formy dzielności układu materialnego, i w wielu przypadkach może być rzeczą wątpliwą, czy dzielność jest kinetyczną, czy potencjalną. Istota jednak dzielności jest zawsze jedną i tą samą, zupełnie niezależnie od formy, w jakiej ją spotykamy. Ilość jej daje się zawsze wyrazić jako dzielność ciała mającego oznaczoną masę i poruszającego się z oznaczoną prędkością.

## ROZDZIAŁ SZOSTY.

### STRESZCZENIE.

#### 98. *Rzut oka na dynamikę abstrakcyjną.*

Dotąd zajmowaliśmy się tą częścią zasad nauki o ruchu materji, która daje się przedstawić w sposób dostatecznie elementarny, zgodnie z zadaniem téj książki.

Musimy jeszcze rozwinąć pogląd na związek pojedynczych części téj nauki i na stosunek całości do innych części fizyki. To obecnie łatwiej da się osiągnąć, aniżeli w samym początku naszego wykładu.

#### 99. *Kinematyka.*

Zaczęliśmy od kinematyki, t. j. nauki o czystym ruchu. Pojęcia, jakie stosowaliśmy w téj części, były to pojęcia przestrzeni i czasu. Jedyne atrybut materji, jaki się nam przedstawił, jest ciągłość jój w przestrzeni i czasie, — innymi słowy fakt, że każda cząstka przestrzeni znajduje się w każdej chwili w pewnym *jedyném* miejscu i że zmiana miejsca odbywa się w ciągu pewnego przedziału czasu w skutek ruchu na drodze ciągłej.

Siła, która wpływa na ruch ciała, i masa, od której zależy ilość siły konieczna do wytworzenia ruchu, nie uwzględniają się wcale w czystej nauce o ruchu.

#### 100. *Siła.*

W następnym rozdziale uważaliśmy siłę jako to, co zmienia ruch masy. Jeżeli uważamy tylko jedno pojedyncze ciało, to badanie nasze pozwala nam przy pomocy obserwacyi ruchu tegoż, oznaczyć kierunek i wielkość siły

wypadkowej działającej na ciało; badanie to jest przykładem i typem wszystkich badań przedsięwziętych dla odkrycia i mierzenia sił fizycznych.

Należy to jednak uważać za proste zastosowanie określenia siły, a nie za nową prawdę fizyczną.

Podając określenia sił równych jako takich, które wytwarzają równe stopnie przyspieszenia w równych masach, i określenia równych mass jako takich, które doznają jednakowych przyspieszeń pod wpływem równych sił, znaleźliśmy: że te określenia równości prowadzą do następującej prawdy fizycznej: porównanie ilości materji przy pomocy sił koniecznych dla udzielenia im danego przyspieszenia jest metodą prowadzącą zawsze do zgodnych wypadków zupełnie niezależnie od bezwzględnych wartości sił i przyspieszeń.

### 101. *Parcie.*

Następny krok, jaki uczyniliśmy w nauce o sile, był ten, że z uważania siły działającej na ciało doszliśmy do poznania, że siła jest tylko jedną stroną wzajemnego działania między dwoma ciałami, które Newton nazwał działaniem i oddziaływaniem, a które my obecnie nazywamy parciem.

### 102. *Względność wiadomości dynamicznych.*

Cały nasz postęp do tego miejsca może być uważany jako stopniowe rozwinięcie nauki o względności wszystkich zjawisk fizycznych. Położenie musimy oczywiście uważać jako coś względnego, nie możemy bowiem położenia ciała opisać w inny sposób, jak wyrażając je przez stosunki. Używanie w zwykłej mowie wyrazów „*ruch*“ i „*spoczynek*“ nie wyłącza wprawdzie tak zupełnie znajomości ich miary bezwzględnej, ale przyczyna tego tkwi w tém, że

przy używaniu podobném przypuszcza się, że ziemia jest nieruchomą.

Im jaśniejszemi stają się pojęcia nasze o przestrzeni i o czasie, tém wyraźniej widzimy, że wszystko to, do czego stosuje się nasza doktryna dynamiczna, jest związaném w jeden systemat.

Początkowo mogliśmy mniemać, że jako istoty obdarzone samowiedzą, posiadamy bezwzględną znajomość dwóch koniecznych elementów naszego poznania, to jest miejsca, w którym się znajdujemy i kierunku, w którym się poruszamy; lecz mniemanie to, które niewątpliwie było mniemaniem wielu mędrców starożytnych, stopniowo ustępowało z umysłu badaczyw.

W przestrzeni nie ma słupów granicznych; jedna część przestrzeni jest zupełnie taką samą, jak inna, tak, że nie możemy wiedzieć, gdzie jesteśmy. Znajdujemy się jakoby na spokojném morzu, wolném od wiatrów i fal, nie mając gwiazd nad sobą, bez kompasu i sondy, i nie możemy powiedzieć, w jakim poruszamy się kierunku. Nie posiadamy logu, którybyśmy wyrzucić mogli, aby przy pomocy niego wykonać obliczenie; możemy wprawdzie oznaczyć stopień naszego ruchu względem przedmiotów sąsiednich, lecz nie wiemy wcale, w jaki sposób przedmioty te poruszają się w przestrzeni.

### 103. *Względność siły.*

Nie możemy nawet powiedzieć, jaka siła działa na nas; możemy podać tylko różnicę zachodzącą między siłą działającą na jedną rzecz a siłą działającą na inną.

Wyraźny przykład tego mamy w codzienném doświadczeniu.

Ziemia wykonywa w ciągu roku jeden obrót około słońca znajdującego się w odległości 91520000 mil (an-

gielskich) czyli  $1,473 \cdot 10^{13}$  centymetrów. Ztąd wynika, że na ziemię działa w kierunku do słońca siła, nadająca ziemi przyspieszenie w tymże kierunku wynoszące 0,019 stopy na sekundę, co stanowi prawie  $\frac{1}{1680}$  natężenia siły ciężkości na powierzchni ziemi.

Siła działająca na ciało, równa  $\frac{1}{1680}$  jego ciężaru, daje się łatwo mierzyć za pomocą znanych metod, szczególnie wtedy, gdy kierunek jęj w różnych godzinach dnia ma różne pochylenia do linii pionowej.

Gdyby przyciąganie słońca działało tylko na zbitą część ziemi, a nie działało wcale na ciała ruchome, z którymi robimy doświadczenia, to wtedy ciało zawieszona na nitce i poruszające się wraz z ziemią, mogłoby okazać różnicę zachodzącą między działaniem słońca na ciało i działaniem na ziemię jako na całość.

Gdyby np. słońce przyciągało tylko ziemię, a nie przyciągało ciała zawieszona, to w takim razie zawsze w czasie wschodu słońca punkt zawieszenia połączony stale z ziemią byłby przyciągany ku słońcu, gdy tymczasem na samo ciało zawieszona działałoby tylko przyciąganie ziemi, i w skutek tego nitka odchyłałaby się od słońca, mianowicie dolny jęj koniec na długość równą  $\frac{1}{1680}$  swęj całkowitéj długości. W czasie zachodu słońca nitka odchyliłaby się na taką samą długość od zachodzącego słońca. W ciągu zaś dnia nitka zajmowałaby coraz inne położenie, a różnica kierunku pionu w czasie wschodu i zachodu słońca łatwo dałaby się spostrzedz.

Lecz w rzeczywistości jest inaczej. Przyciąganie działa jednakowo na wszystkie rodzaje materji znajdującęj się w jednakowej odległości od ciała przyciągającego. W czasie wschodu i zachodu słońca środek ziemi i ciało zawieszona znajdują się prawie w tęj samęj odległości od słońca, a zboczenie pionu pochodzące od działania słońca wcale



sposprzedz się nie daje. Przyciąganie słońca, działając jednostajnie na wszystkie ciała ziemskie, nie wywiera żadnego wpływu na ich ruchy względne. Jedynie różnice w natężeniu i kierunku przyciągania działającego na rozmaite części ziemi, mogłyby objawiać swój skutek; lecz dla ciał umiarkowanie odległych różnice te są bardzo niewyraźnymi i występują dopiero wyraźnie dla ciał bardzo wielkich, jak np. dla oceanu w postaci przyływów.

#### 104. Obrót.

We wszystkich, co mówiliśmy dotąd o ruchu ciał, przyjmowaliśmy milcząco, że przy porównaniu dwóch konfiguracji układu możemy w konfiguracji końcowej poprowadzić prostą równoległą do prostej znajdującej się w konfiguracji początkowej, czyli innymi słowy przyjmowaliśmy, że są w przestrzeni pewne kierunki nieruchome, do których odnosimy inne kierunki podczas ruchu układu.

W astronomii za nieruchomą może być uważaną prosta poprowadzona od ziemi do gwiazdy; ruch bowiem względny ziemi i gwiazdy jest w ogólności tak drobnym w porównaniu z odległością między nimi, że zmiana kierunku prostej łączącej te dwa ciała jest nadzwyczaj małą nawet w ciągu stulecia. Ale oczywistą jest rzeczą, że wszystkie te kierunki, do których chcemy odnosić inne, muszą być danymi przez konfigurację układu materialnego w przestrzeni, i że gdyby układ ten jako całość przesunął się, to i te początkowe kierunki nie dałyby się już odzyskać.

Lubo oznaczenie prędkości bezwzględnej ciała w przestrzeni jest niemożliwym, można jednak oznaczyć, czy kierunek pewnej linii w układzie materialnym jest stałym lub zmiennym.

Tak np. można za pomocą dostrzeżeń na ziemi, nie odniesionych wcale do ciał niebieskich, oznaczyć, czy ziemia obraca się około osi, lub nie.

Dla geometrycznej konfiguracji ziemi i ciał niebieskich jest oczywiście jedno i to samo, czy ziemia obraca się około osi wewnątrz sklepienia nieba, czy też niebo obraca się około ziemi. Odległości między ciałami ziemskimi i kosmicznymi składającymi wszechświat, kąty, jakie tworzą linie łączące te ciała, t. j. wszystko to, co daje się oznaczyć bez pomocy zasad dynamicznych, nie ulegają żadnej zmianie w skutek obrotu układu jako całości, jak to również ma miejsce przy ruchu wirowym ciała sztywnego połączonym z istotnym ruchem jego części. Z geometrycznego punktu widzenia np. systemat Kopernika, podług którego ziemia wiruje, nie ma, wyjąwszy prostotę, żadnej wyższości nad innym jakimkolwiek systematem, podług którego ziemia znajduje się w spoczynku, a pozorne ruchy ciał niebieskich są ich ruchami istotnymi.

Idąc krok dalej i uwzględniając nawet zasady dynamiczne dla obrotu ziemi około osi, możemy kształt spłaszczony ziemi i równowagę oceanu i innych ciał wyjaśnić, nie tylko przyjmując obrót ziemi około osi, ale też przypuszczając, że ziemia przyjęła swój kształt spłaszczony skutkiem siły działającej wszędzie w kierunku od osi, z natężeniem rosnącym wraz z odległością od téj ostatniej. Taka siła, działając w sposób jednakowy na wszystkie rodzaje materji, wyjaśnia nie tylko spłaszczenie ziemi ale i warunki równowagi wszystkich ciał będących w spoczynku na ziemi.

Dopiero w dalszym ciągu przy rozważaniu zjawisk w ciałach poruszających się względem ziemi jesteśmy już istotnie zmuszeni do przyjęcia obrotu ziemi około osi.

105. *Oznaczenie przez Newtona bezwzględnej prędkości obrotu.*

Newton pierwszy wykazał, że bezwzględny ruch obrotowy ziemi musi się dać udowodnić za pomocą doświadczeń nad obrotem układu materalnego. Jeżeli przy pomocy sznura zawiesimy na belce wiadro napełnione wodą, następnie skrećimy sznur tak, aby wiadro wprawioném zostało w ruch obrotowy około osi pionowej, to woda zacznie obracać się z tą samą prędkością, co wiadro, tak że całkowity układ złożony z wody i wiadra obracać się będzie około osi tak jak ciało sztywne.

Woda w wirującym naczyniu podnosi się do góry u ścian naczynia, a w środku zostaje wciśniętą do wnętrza, z kąd wynika, że dla zmuszenia wody do poruszania się po kole koniecznym jest wywarcie ciśnienia skierowanego ku osi. Wklęsłość powierzchni wody zależy od bezwzględnego ruchu obrotowego wody, a nie od jój obrotu względnego. Że nie zależy n. p. od obrotu względnego odnośnie do wiadra, widać stąd, że gdy na samym początku doświadczenia obraca się samo wiadro, a woda znajduje się w spoczynku, gdy więc woda i naczynie są w ruchu względnym do siebie, to powierzchnia wody jest płaską i wtedy wiruje nie woda, lecz wiadro. Gdy zaś woda i wiadro wirują razem, ciała te są wtedy w ruchu względnym do siebie, a powierzchnia wody staje się wklęsłą, ponieważ woda wiruje.

Jeżeli zatrzymamy wiadro w ruchu, to powierzchnia wody pozostaje wklęsłą tak długo, jak woda wiruje, co pokazuje, że woda jest jeszcze w ruchu, lubo wiadro jest w spoczynku.

Doświadczenie to wypada zawsze jednakowo bez względu na to, czy obrót ma miejsce w kierunku ruchu wskazówek w zegarze, czy w kierunku odwrotnym, jeżeli tylko prędkość obrotu pozostaje tą samą.

Przypuśćmy teraz, że doświadczenie to robimy na biegunie północnym. Za pomocą odpowiedniego mechanizmu zegarowego wprawmy wiadro w ruch obrotowy w kierunku wskazówek w zegarze lub w odwrotnym kierunku w ten sposób, aby prędkość tego ruchu była dokładnie stałą.

Jeżeli wiadro wykonywa jeden obrót w ciągu dwudziestu czterech godzin (gwiazdowych) w kierunku ruchu wskazówek zegara zwróconego ku nam cyferblatem, to ono będzie wirowało względem ziemi, ale nie będzie wirowało względem gwiazd.

Jeżeli wstrzymamy ruch mechanizmu zegarowego, to wiadro będzie wirowało względem gwiazd, ale nie będzie wirowało względem ziemi.

Jeżeli nakoniec wiadro wykonywa jeden obrót w ciągu dwudziestu czterech godzin (gwiazdowych) w kierunku odwrotnym, to względem ziemi będzie ono wirowało z tą samą prędkością co i w pierwszym przypadku, ale będzie także wykonywało obrót względem gwiazd, mianowicie; prędkość względna obrotu jego w stosunku do gwiazd wyniesie jeden obrót na dwanaście godzin.

Jeżeli więc ziemia jest sama w spoczynku, a gwiazdy wirują około niej, to kształt powierzchni wody w naczyniu powinien być takim samym w pierwszym i ostatnim przypadku; jeżeli zaś ziemia wiruje, to woda powinna wirować w ostatnim przypadku, a nie powinna w pierwszym, co poznamy po tém, że woda w ostatnim przypadku powinna stać wyżej u ścian naczynia niż w pierwszym.

W rzeczywistości powierzchnia wody w żadnym z uważanych przypadków nie będzie wklęsła: gdyż skutkiem działania siły ciężkości skierowanej do środka ziemi, powierzchnia wody, podobnie jak powierzchnia morza jest wypukłą, a prędkość obrotu w naszym doświadczeniu nie jest dostatecznie wielką, aby powierzchnia mogła stać się wklęsłą. Wystarcza ona tylko do tego, aby powierzchnię uczynić w pierwszym przypadku nieco mniej, w drugim nieco więcej wypukłą od powierzchni morza. Lecz różnica kształtu powierzchni w jednym i drugim przypadku jest tak nieznaczna, że w obec naszych metod pomiarowych ten sposób okazania obrotu ziemi należy uważać za przedsięwzięcie zupełnie daremne.

#### 106. *Wahadło Foucault'a.*

Najbardziej zadawalniającą metodą urządzenia doświadczenia w celu podanym jest metoda Foucault'a.

W punkcie stałym zamieszczamy na drucie kulę ciężką w ten sposób, że w każdej płaszczyźnie pionowej przechodzącej przez punkt zawieszenia może ona wahać się na podobieństwo wahadła.

Przy wprawianiu wahadła w ruch należy szczególną zachować ostrożność, aby w najniższym punkcie wahania drut przechodził ściśle przez to położenie, które zajmuje wahadło w stanie spoczynku. Jeżeli wahadło przechodzi po za tém położeniem po jednej stronie, to przy wahnieniu wsteczném przejdzie po za niem po drugiej stronie i obracać się będzie około pionowej, czego starannie unikać należy, jeżeli chcemy wyłączyć wszystkie ruchy obrotowe w jedną lub drugą stronę.

Uważmy moment kątowy wahadła około linii pionowej przechodzącej przez punkt przytwierdzenia.

W chwili gdy wahadło przechodzi przez pionową, moment kątowy względem téj pionowój jest zerem.

Siła ciężkości działa zawsze równolegle do téj pionowój, tak że nie może wytworzyć momentu kąowego około téj ostatniej jako osi. Napięcie drutu działa zawsze ku punktowi przytwierdzenia, tak że nie może wytworzyć momentu kąowego około pionowój.

Tym sposobem wahadło nie może wcale nabyć momentu kąowego względem pionowój przechodzącej przez punkt zawieszenia.

Gdy przeto wyprowadzimy wahadło z położenia pionowego, to płaszczyzna pionowa przechodząca przez środek kuli i punkt zawieszenia nie może wirować; w przeciwnym bowiem razie wahadło posiadałoby moment kąowy względem pionowój.

Przypuśćmy teraz, że doświadczenie to wykonywamy na biegunie północnym. Płaszczyzna wahań wahadła zostanie bezwzględnie stałą w swem położeniu, tak, że gdy ziemia wiruje, obrót jój da się udowodnić.

Dość bowiem nakręślić na ziemi linię równoległą do płaszczyzny wahań wahadła i po pewnym czasie porównać położenie téj linii z położeniem płaszczyzny wachania.

Ponieważ takie wahadło w odpowiedni sposób zawieszono, może wahać się przez pewną liczbę godzin, łatwo więc stwierdzić, czy położenie płaszczyzny wachania jest stałym względem ziemi, co powinnyby zachodzić, gdyby ziemia była w spoczynku, czy też jest stałym względem gwiazd, co być powinno, jeżeli one nie obracają się około ziemi.

Dla prostoty przypuściliśmy, że doświadczenie zostało urządzone na biegunie północnym. Lecz niekoniecznie trzeba udać się na biegun, aby stwierdzić obrót ziemi. Jedynym miejscem, w którym doświadczenie nie daje żadnej wskazówki, jest równik.

W każdym inném miejscu wahadło wskazuje prędkość obrotu ziemi względem linii pionowej tego miejsca. Jeżeli płaszczyzna wahań wahadła przechodzi w pewnej chwili przez gwiazdę wschodzącą lub zachodzącą, znajdującą się w bliskości poziomu, to płaszczyzna ta stale przechodzić będzie przez gwiazdę tak długo, jak długo ona widzialną jest nad poziomem, co znaczy, że część pozioma ruchu pozornego gwiazdy stojącej nad poziomem miejsca jest równą prędkości pozorniej obrotu płaszczyzny wahania wahadła.

Dostrzeżenia pokazały, że obrót pozorny płaszczyzny wahania na południowej półkuli odbywa się w kierunku przeciwnym, a porównanie prędkości pozornych obrotu wahadła w rozmaitych miejscach doprowadziło do oznaczenia czasu, jakiego w istocie potrzebuje ziemia do wykonania całkowitego obrotu. Rezultat ten osiągnięto bez pomocy dostrzeżeń astronomicznych. Średnia wartość tego czasu wyprowadzona z tych doświadczeń przez Galbraitha i Houghtona i podana w ich podręczniku astronomii wynosi 23 godziny 53 minuty 37 sekund. Prawdziwa wartość czasu obrotu ziemi 23 godziny 56 minut i 4 sekundy średniego czasu słonecznego.

### 107. *Materya i dzielność.*

Wszystko, co wiemy o materyi, odnosi się do szeregu zjawisk, w których dzielność z jednej części materyi przenosi się na inną dopóty, dopóki w pewnej części tego szeregu nie podziała na nasze ciało i nie staniemy się świadomymi pewnego wrażenia.

Proces umysłowy związany z temi wrażeniami umożliwia nam poznanie warunków tego wrażenia i wysledzenia go aż do przedmiotów, nie będących częściami nas samych; w każdym zaś przypadku prowadzi do uznania stałego fak-

tu istnienia działania wzajemnego pomiędzy ciałami. Usiłowaliśmy w téj pracy opisać to wzajemne działanie. Rozpatrywane z rozmaitych punktów widzenia nazywa się ono siłą, działaniem i oddziaływaniem, parciem; to zaś z niego, co bezpośrednio występuje w zjawisku, jest zmianą ruchu ciał, pomiędzy którymi ono zachodzi.

Process, przy pomocy którego parcie wytwarza zmianę ruchu, nazywa się pracą; praca, jak to już pokazaliśmy, może być uważaną jako przenoszenie dzielności z jednego ciała lub układu do innego.

Materya przeto jest dla nas to, co przyjmuje dzielność od innéj materyi i co znowu ze swéj strony innéj materyi téż dzielność udzielić może.

Podobnie dzielnością dla nas jest to, co we wszystkich zjawiskach przyrody przechodzi ciągle z jednéj części materyi na inną.

#### 108. *Oznaka istnienia substancyi materyalnej.*

Dzielność może istnieć jedynie w połączeniu z materyą. Ponieważ w przestrzeni pomiędzy słońcem i ziemią promienie światła i ciepła, wychodzące ze słońca zanim dosięgną ziemi, posiadają dzielność, której ilość daje się mierzyć na mile sześciennie, przeto dzielność ta musi należeć do materyi, istniejącej w przestrzeniach między planetarnych; ponieważ dalej dowiadujemy się o istnieniu najodleglejszych gwiazd jedynie przy pomocy światła, które do nas przenika, wnosimy więc ztąd, że materya roznosząca światło jest rozpostartą w całym widzialnym wszechświecie.

#### 109. *Dzielność nie daje się utożsamiać.*

Nie możemy utożsamiać pewnej oznaczonej części dzielności i śledzić za nią we wszystkich jéj przemianach.



Bytu indywidualnego, takiego, jaki przypisujemy pojedynczym częściom materji, dzielność ta nie ma.

Tranzakcye wszechświata materialnego odbywają się, że tak powiemy, według systemu kredytowego. Każda tranzakcya polega na przenoszeniu takiej a takiej ilości kredytu t. j. dzielności, od jednego ciała do drugiego. Ten akt przeniesienia albo zapłaty nazywa się pracą. Dzielność przeniesiona podczas tego aktu nie zachowuje żadnych cech wyłącznych, po których możnaby ją znowu poznać lub utożsamić wtedy, gdy z jednéj formy przechodzi w inną.

*110. Bezwzględna wartość dzielności ciała jest nieznaną.*

Dzielność układu materialnego może być oznaczoną jedynie w sposób względny.

Dzielność ruchu części układu względem środka jego masy może być wprowadzie oznaczoną dokładnie, lecz całkowita dzielność układu składa się z téj dzielności i jeszcze z dzielności masy równéj masy całego układu i poruszającej się z prędkością środka masy układu. Ta ostatnia prędkość może być oznaczoną jedynie w odniesieniu do ciała będącego ciałem zewnętrzném dla układu, wartość jej przeto wypaść może rozmaicie, stosownie do ciała obranego za początek.

Wartość dzielności kinetycznéj układu materialnego zawiera więc część, którój wielkość wyznaczyć się jedynie daje przez dowolny wybór początku. Jedynym punktem w wyborze którego nie mogłaby zachodzić żadna dowolność, byłby środek masy wszechświata materialnego, lecz o położeniu i ruchu tego punktu nic nie wiemy.

*111. Dzielność utajona.*

Lecz jeszcze z innego względu dzielność układu materialnego jest wielkością nieoznaczoną. Nie możemy

nigdy układu przeprowadzić do takiego stanu, w którym nie posiada wcale dzielności; i dzielność ta, jaka układowi nigdy odebrana być nie może, musi pozostać niepostrzeżoną przez nas. Możemy bowiem spostrzedz dzielność tylko wtedy, gdy ona do układu wstępuje, albo zeń występuje.

Musimy przeto dzielność układu materalnego uważać jako wielkość, której przyrost lub zmniejszanie się możemy oznaczać wtedy, gdy układ z jednego określonego stanu przechodzi do innego. Bezwzględna wartość dzielności w stanie początkowym układu jest nam nieznaną; znajomość jój zresztą nie miałaby dla nas żadnej wartości, albowiem wszystkie zjawiska zależą tylko od zmian dzielności, a nie od jój wielkości bezwzględnej.

*112. Zupelne badanie dzielności zawiera w sobie całą fizykę.*

Badanie rozmaitych form dzielności: dzielności ciężkościowej, elektromagnetycznej, cząsteczkowej, cieplnej i t. p. wraz z warunkami przechodzenia ich z jednéj formy w drugą i ciągłym jój znikaniu przy wykonywaniu pracy, stanowi całą fizykę, o ile ta rozwija się w formie dynamicznej pod rozmaitemi nazwami, jako to: astronomia, nauka o elektryczności i o magnetyzmie, optyka, teoria stanów skupienia, termodynamika i chemia.

---

R O Z D Z I A Ł   S I Ó D M Y.

**WAHADŁO I CIĘŻKOŚĆ.**

*113. Ruch jednostajny po kole.*

Niechaj  $M$  będzie ciało poruszające się po kole z prędkością  $V$ .

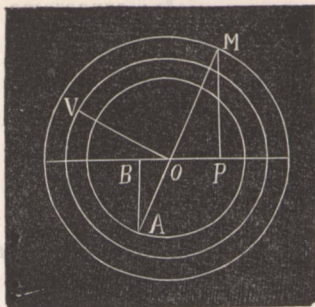


Fig. 11.

przebieżonego w jednostce czasu przez ciało, to będzie  $OV = V$ .

Przyjmijmy punkt  $O$  za początek diagramu prędkości, to punkt  $V$  oznaczać będzie prędkość ciała w  $M$ .

Ponieważ punkt  $M$  porusza się po kole, to i punkt  $V$  opisze okrąg koła, a prędkość punktu  $V$  tak się będzie miała do prędkości punktu  $M$ , jak  $OV$  do  $OM$ .

Jeżeli więc poprowadzimy prostą  $OA$  będącą przedłużeniem prostej  $MO$ , a więc równoległą do kierunku ruchu punktu  $V$ , i uczynimy długość  $OA$  równą trzeciej proporcjonalnej do dwóch linii  $OM$  i  $OV$ , punkt zaś  $O$  przyjmijmy za początek diagramu stopnia przyspieszenia, to punkt  $A$  przedstawiać będzie prędkość punktu  $V$ , albo co na jedno wychodzi, stopień przyspieszenia punktu  $M$ .

A zatem, gdy ciało porusza się z prędkością jednostajną po kole, to przyspieszenie jego jest skierowanym do środka koła i jest trzecią proporcjonalną do promienia koła i prędkości ciała.

Siła działająca na ciało  $M$  jest równą iloczynowi

z tego przyspieszenia przez masę ciała; oznaczając ją przez  $F$ , mieć będziemy:

$$F = \frac{M \cdot V^2}{r}$$

#### 114. Siła odśrodkowa.

Siła  $F$  jest to siła, jaka musi działać na ciało, by ono pozostawało na okręgu koła o promieniu  $r$  i poruszało się z prędkością  $V$ .

Siła ta jest skierowaną do środka koła.

Jeżeli przykładamy tę siłę do ciała zawieszzonego na nitce, to nitka znajdować się będzie w stanie napięcia. Osobie trzymającej za drugi koniec nitki zdawać się będzie, że napięcie to jest skierowanem ku ciału  $M$ , w ten sposób, jakoby ciało  $M$  miało dążność do oddalenia się od środka koła, po którym się porusza.

Z tego względu siłę tę nazywają często siłą *odśrodkową*.

Siłę, która istotnie działa na ciało, nazywamy siłą *dośrodkową*, ponieważ jest skierowaną do środka koła. W niektórych pismach popularnych siły odśrodkową i dośrodkową opisują jako siły wprost przeciwne i będące w równowadze; w istocie zaś rzeczy są one tylko rozmaitemi postaciami, pod jakimi przedstawia się jedno i to samo parcie.

#### 115. Okres.

Czas, w ciągu którego ciało przebiega cały okrąg koła, nazywamy okresem albo peryodem. Jeżeli  $\pi$  jest stosunkiem okręgu koła do średnicy, równym jak wiadomo 3,14159..., to długość okręgu koła o promieniu  $r$  jest równą  $2 \cdot \pi \cdot r$ ; jeżeli więc czas potrzebny na przebieżenie téj dłu-

gości z prędkością jednostajną  $V$  oznaczmy przez  $S$ , to będzie

$$2\pi r = V \cdot T$$

Ztąd wynika, że

$$F = 4\pi^2 M \cdot \frac{r}{T^2}$$

Prędkość ruchu kołowego wyrażamy często liczbą obrotów w ciągu jednostki czasu. Niechaj ta liczba będzie  $n$ , wtedy będzie:

$$n \cdot T = 1$$

$$F = 4\pi^2 M \cdot r \cdot n^2$$

### 116. *Wahania harmoniczne proste.*

Jeżeli w tym czasie, w którym punkt  $M$  opisuje koło z prędkością jednostajną, inny punkt  $P$  porusza się po stałej średnicy koła w ten sposób, że znajduje się zawsze w spodku prostopadłej wyprowadzonej z punktu  $M$  do tej średnicy, to mówimy wtedy, że punkt  $P$  odbywa wahania (drgania) harmoniczne proste.

Promień  $r$  koła nazywamy *szerokością* (amplitudą) *wahania*.

Okres punktu  $M$  nazywa się *okresem wahan*a.

Kąt, jaki kierunek prosty  $OM$  tworzy z kierunkiem dodatnim stałej średnicy, nazywamy *fazą wahan*a.

### 117. *O sile działającej na ciało wahające się.*

Jedyna różnica zachodząca między ruchem ciała  $M$  i ciała  $P$  jest ta, że punkt  $M$  posiada ruch pionowy w połączeniu z ruchem poziomym, gdy tymczasem ciało  $P$  posiada ten ostatni ruch poziomy. Prędkości i przyspieszenia obu ciał różnią się przeto jedynie tą pionową częścią odpowiednich prędkości i przyspieszenia punktu  $M$ .

Przyspieszenie punktu P jest więc składową poziomą przyspieszenia punktu M, a ponieważ przyspieszenie punktu M przedstawia prosta OA znajdująca się na przedłużeniu prostej MO, to przyspieszenie punktu P przedstawiać będzie prosta OB, jeżeli B jest spodkiem prostopadłej wyprowadzonej z punktu A do średnicy poziomej. Z podobieństwa trójkątów OMP i OAB wynika

$$OM : OA = OP : OB.$$

Lecz  $OM=r$ ,  $OA=-4\pi^2\frac{r}{T^2}$  przeto:

$$OB=-\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot OP=-4\pi^2n^2\cdot OP$$

A zatem: przyspieszenie wahań harmonicznyc prostych, jest zawsze skierowaném do środka wahań i równa się odległości od tego punktu pomnożonej przez  $4\pi^2n^2$ . Jeżeli P jest masą ciała wahającego się, to siła działająca na ciało w chwili, gdy ono znajduje się w odległości x od punktu O jest równą:  $4\pi^2n^2P\cdot x$ .

Wynika ztąd, że na ciało odbywające wahania harmoniczne proste po linii prostej działa siła zmieniająca się w ten sam sposób, w jaki zmienia się odległość ciała wahającego się od środka wahań; wielkość téj siły zależy tylko od téj odległości, od masy ciała, od kwadratu z liczby wahań wykonywanych w ciągu jednostki czasu, ale jest niezależną od szerokości wahań.

### 118. Wahania (drgania) równoczesowe.

Ztąd wynika, że gdy na ciało poruszające się po linii prostej działa siła skierowana stale do stałego punktu téj prostej zmieniająca się w ten sam sposób, w jaki zmienia się odległość od stałego punktu, to ciało wykonywać będzie wahania harmoniczne proste, których okres jest zupełnie niezależnym od szerokości wahań.

Jeżeli dla pewnego szczególnego rodzaju przemieszczenia ciała n. p. dla obrotu około osi, siła dążąca do przywrócenia ciała do danego położenia, zmienia się w ten sam sposób, w jaki zmienia się przemieszczenie, to ciało wykonywać będzie wahania harmoniczne proste, których okres jest niezależnym od szerokości.

Wahania tego rodzaju, wykonywane zawsze w jednym czasie, niezależnie od szerokości nazywamy wahaniami równoczesowemi (izochronicznemi).

*119. Dzielnosc potencjalna ciała wahającego się.*

Prędkość ciała w chwili przejścia przez punkt równowagi jest równą prędkości ciała poruszającego się po kole t. j.  $V=2.\pi.r.n$ , gdzie  $r$  jest szerokością wahań, a  $n$  liczbą podwójnych wahań w ciągu sekundy.

Dzielnosc kinetyczna ciała wahającego się w punkcie równowagi będzie przeto równą

$$\frac{1}{2}M.V^2=2.\pi.^2M.r.^2n^2,$$

gdzie  $M$  oznacza masę ciała.

W największym odsunięciu, dla którego  $x=r$ , prędkość a więc i dzielnosc kinetyczna ciała jest zerem. Zmniejszaniu się dzielnosci kinetycznej musi odpowiadać równy przyrost dzielnosci potencjalnej. Jeżeli więc dzielnosc potencjalną liczyć będziemy od téj konfiguracji, w której ciało znajduje się w punkcie równowagi, to dzielnosc potencjalna ciała w chwili gdy ono znajduje się w odległości  $r$  od tego punktu musi być równą  $2 \pi.^2M.n.^2r^2$ .

Taką jest dzielnosc potencjalna ciała wahającego się równoczasowo i wykonywującego  $n$  wahań podwójnych w ciągu sekundy, wtedy, gdy ono znajduje się w spoczynku w odległości  $r$  od punktu równowagi. Ponieważ dzielnosc potencjalna nie zależy od ruchu, tylko od poło-

żenia, to możemy przyjąć jęj wartořć równą  $2\pi \cdot^2 M \cdot n \cdot^2 x^2$ , gdzie  $x$  oznacza odległość od punktu równowagi.

120. *Wahadło proste.*

Wahadło proste składa się z małego ciała ciężkiego nazwanego soczewką wahadłową, zawieszonoego w stałym punkcie na cienkiej nitce o długości niezmiennęj. Soczewkę bierze się zwykle tak małą, aby jęj ruch mógł być uważanym jako ruch cząstki materyalnej, a nitkę tak cieką, aby można pominąć jęj masę i ciężar. Soczewkę wprawia się w ruch tak, aby wahała się w płaszczyźnie pionowej i odchyłała się na mały kąt od położenia pionowego. Droga jęj jest łukiem kołowym, którego środek znajduje się w punkcie zawieszenia, a promieniem łuku jest długość nitki, którą oznaczmy przez  $l$ .

Niechaj  $O$  będzie punktem zawieszenia,  $OA$  długością wahadła w położeniu pionowym. Soczewka, przeszedłszy do punktu  $M$ , znajduje się wyżej niż w punkcie  $A$  o wielkość

$$AP = \frac{(AM)^2}{AB}$$

gdzie  $AM$  jest cięciwą łuku  $AM$ ,  $AB$  zaś równa się  $2l$ .

Jeżeli  $M$  jest masą soczewki,  $g$  zaś natężeniem siły ciężkości, to  $M \cdot g$  jest ciężarem soczewki; praca wykonana w czasie jęj ruchu od  $A$  do  $M$  wbrew sile ciężkości jest równą  $M \cdot g \cdot AP$ . Jestto więc dzielnosć potencjalna soczewki w punkcie  $M$ , jeżeli założymy, że dzielnosć soczewki w punkcie  $A$  jest równą zeru.

To wyrażenie dzielnosći możemy jeszcze napisać w sposób następujący:

$$\frac{M \cdot g}{2 \cdot l} (AM)^2$$



Dzielność potencjalna soczewki w czasie przemieszczenia na pewien łuk rośnie proporcjonalnie do kwadratu z cięciwy tego łuku.

Jeżeli by dzielność ta rosła proporcjonalnie do kwadratu z samego łuku opisywanego przez soczewkę, to wahania byłyby dokładnie równoczesowemi. Lecz ponieważ dzielność rośnie wolniej niż kwadrat z łuku, to okres wahań będzie dłuższym dla większej szerokości.

W przypadku wahań bardzo małych, możemy pominąć różnicę między łukiem i cięciwą; oznaczając więc długość łuku przez  $x$ , mieć będziemy dla dzielności potencjalnej wzór następujący:

$$\frac{M \cdot g}{2 \cdot l} \cdot x^2$$

Pokazaliśmy wyżej, że dla wahań harmonicznycch dzielność potencjalna jest równą:

$$2 \cdot \pi^2 \cdot M \cdot n^2 \cdot x^2$$

Porównywając te dwa wyrażenia, otrzymujemy po łatwem przekształceniu:

$$g = 4 \cdot \pi \cdot n \cdot l$$

gdzie  $g$  jest natężeniem siły ciężkości,  $\pi$  stosunkiem okręgu koła do średnicy,  $n$  liczbą wahań wahadła w jednostce czasu i  $l$  długością wahadła.

### 121. *Wahadło sztywne.*

Gdybyśmy mogli zbudować wahadło o tak małej soczewce i o tak cienkiej nitce, aby w przypadku, gdy idzie o cele praktyczne, mogło ono uchodzić za wahadło proste, to byłoby łatwo za pomocą téj metody oznaczyć liczbę  $g$ . Lecz soczewki wszystkich wahadeł rzeczywistych mają znaczną wielkość, a dla utrzymania niezmiennéj długości wahadła musimy soczewkę łączyć z punktem zawieszenia za pomocą mocnego pręta którego masy pomi-

nać nie można. Zawsze jednak można wskazać długość wahadła prostego, którego wahania odbywałyby się w zupełnie taki sam sposób, w jaki odbywają się wahania danego wahadła urządzonego w sposób dowolny.

Całkowity rozbiór tego przedmiotu doprowadziłby nas do rachunków przekraczających zakres téj pracy. Możemy jednakże bez rachunku dojść do najważniejszego rezultatu w sposób następujący:

Ruch ciała sztywnego jest zupełnie oznaczonym, gdy znamy ruch środka jego masy i ruch ciała około tego środka.

Siła konieczna do wytworzenia danéj zmiany w ruchu środka masy zależy tylko od masy ciała (ustęp 63).

Moment konieczny do wytworzenia danéj zmiany w prędkości kątowéj około środka masy zależy od rozmieszczenia masy i wzrasta wraz z odległością rozmaitych części ciała od środka masy.

Z dwóch cząstek sztywnie połączonych ze sobą utwórzmy układ w ten sposób, aby summa obu mass równała się massie wahadła materalnego, aby środek ich masy przypadał w samym środku masy wahadła i aby ich odległości od środka były takimi, że potrzeba pary sił o tym samym momencie dla wytworzenia czy to danego ruchu obrotowego około środka masy nowego układu, czy to ruchu wahadła około tegoż środka. Wtedy to ten nowy układ będzie dynamicznie równoważnym danemu układowi w tém, co się tyczy ruchów w oznaczonej płaszczyźnie. Innemi słowy, jeżeli oba układy wprawimy w ruch w sposób jednakowy, to i siły potrzebne do wytworzenia tego ruchu będą w obu przypadkach jednakowemi. Ponieważ masy obu cząstek mogą być w dowolnym stosunku, by-

leby tylko ich summa równała się massie wahadła, ponieważ dalej linia je łącząca może mieć kierunek dowolny,

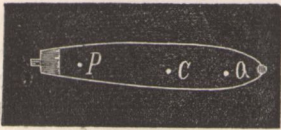


Fig. 13.

byleby przechodziła tylko przez środek massy wahadła, to możemy cząstki tak wybrać aby jedna z nich odpowiadała danemu punktowi wahadła n. p. punktowi zawieszenia P. Massa téj cząstki, jak również położenie drugieję cząstki w Q, są wtedy zupełnie oznaczonemi. Położenie drugiego punktu Q nazywamy wtedy środkiem wahań.

Jeżeli przeto w układzie dwóch cząstek jedna z nich P pozostaje stale przytwierdzoną, druga zaś Q może wahać się pod wpływem siły ciężkości, to mamy wahadło proste. Albowiem cząstka P działa jak punkt zawieszenia, a cząstka Q znajduje się zawsze w niezmiennéj odległości od niéj, tak, że połączenie obu cząstek jest zupełnie takiém samém, jak gdyby one były połączone nitką o długość równéj  $l=PQ$ .

Wahadło dowolnéj formy waha się więc zupełnie tak samo, jak wahadło proste, którego długość jest równą odległości między punktem zawieszenia i środkiem wahań.

### 122. Odwrócenie wahadła.

Przyjmijmy, że układ dwóch cząstek zostaje odwróconym, t. j. że cząstka Q staje się punktem zawieszenia, a cząstka P może się wahać. Otrzymujemy wtedy wahadło proste o téj saméj długości co poprzednio. Wahania jego będą się odbywały w tym samym czasie. Dynamicznie zaś, jest ono równoznaczném z wahadłem zawieszoném w środku wahań.

Gdy więc odwrócimy wahadło i zawiesimy je w środku wahań, to wahania będą miały ten sam okres, co po-

przednio, i odległość między punktem zawieszenia i środkiem wahań równać się będzie długości wahadła prostego o tym samym okresie.

W ten sposób kapitan Kater oznaczył długość wahadła prostego sekundowego. Zbudował on wahadło, które mogło wahać się na dwóch ostrzach znajdujących się na niém na przeciwległych stronach środka masy i w *nierównych* odległościach od tego środka. Przez odpowiednie ich przesuwanie doszedł Kater do tego, że czas wahania był ten sam bez względu na to, czy jedno, czy drugie ostrze było punktem zawieszenia. Długość odpowiedniego wahadła prostego oznaczył, wymierzwszy odległość między obu ostrzami.

### 123. Przykład wahadła Katera.

Zasada wahadła Katera daje się wyjaśnić za pomocą bardzo prostego i uderzającego doświadczenia. Przez

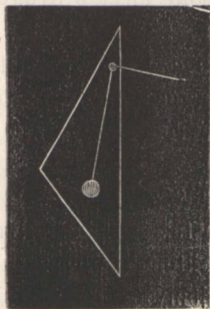


Fig. 14.

deszczułkę dowolnego kształtu (Fig. 14), przetknijmy w bliskości brzegu kawałek drutu i zawieśmy ją w płaszczyźnie pionowej, trzymając drut za oba końce palcem wielkim i wskazującym. Następnie na drucie okręmy w ten sposób nitkę z zawieszoną na niej małą kulką, aby kulka wisiała tuż przy deszczułce.

Nadajmy teraz ręce w której trzymamy drut, ruch poziomy w płaszczyźnie deszczułki, i zauważmy, czy deszczułka porusza się względem kuli naprzód lub wstecz. Następnie zmieniamy długość nitki tak długo, aż kula i deszczułka nie zaczną się poruszać razem. Zauważmy wtedy punkt

deszczułki odpowiadający środkowi kuli i przytwierdźmy nitkę do drutu. Trzymając drut za oba końce i poruszając nim w sposób dowolny w płaszczyźnie deszczułki, spostrzeżemy, że kula nie opuści już miejsca oznaczonego na deszczułce, jakkolwiek prędkim byłby ten ruch i nieprawidłowym.

Z tego względu ten punkt nazywa się *środkiem wahań*, ponieważ właśnie wtedy, gdy deszczułka waha się około drutu, wahania te odbywają się tak, jak gdyby ona składała się z tylko jednej cząstki znajdującej się w tym punkcie.

Punkt ten nazywa się także *środkiem uderzenia* dla tego, że gdy deszczułka jest w spoczynku, a drutowi nadajemy nagle ruch poziomy, to deszczułka zaczyna wirować około tego punktu jak około środka.

#### 124. Oznaczenie natężenia siły ciężkości.

Najprostszą metodą oznaczenia ilości  $g$  jest niewątpliwie metoda polegająca na oznaczeniu prędkości nabytej w ciągu sekundy czasu przez ciało swobodnie spadające. Lecz jest rzeczą trudną robienie dostrzeżeń nad ruchem ciał, gdy ich prędkość wynosi 981 centymetrów na sekundę: przytém doświadczenia należało by robić w naczyniu pozbawioném powietrza, gdyż opór stawiany przez powietrze tak szybkiemu biegowi jest bardzo wielkim w porównaniu z ciężarem ciała spadającego.

Doświadczenie z wahadłem jest o wiele więcej zadawalajacém. Jeżeli łuk wahań uczynimy bardzo małym, to ruch soczewki będzie tak powolnym, że opór powietrza mieć będzie tylko bardzo słaby wpływ na czas trwania wahań. W dokładnych doświadczeniach wahadło waha się w naczyniu szczelnie zamkniętem, z którego wyciągnięto powietrze.

Zresztą wahadło wprowadzone w ruch może kołysać się setki i tysiące razy, zanim rozmaite opory, na które jest wystawioném, zmniejszą szerokość wahań do tego stopnia, że te ostatnie dostrzedz się już nie dadzą.

Dostrzeżenie, jakie istotnie wykonać należy, polega nie na uchwyceniu początku i końca wahnięcia, a na oznaczeniu czasu trwania szeregu setek wahnięć, z kąd oznaczyć już można czas trwania pojedynczego wahnięcia.

Spostrzegacz uwalnia się od trudu oznaczenia przez bezpośrednie liczenie całkowitej liczby wahnięć, używając poniżej opisanéj metody, przez którą mierzenie w mowie będące staje się jedném z najdokładniejszych w fizyce praktycznej.

### *125. Metoda obserwacji.*

Po za wahadłem do doświadczenia użytém stawia się zegar wahadłowy w ten sposób, że gdy oba wahadła mają położenie pionowe, to patrząc przez lunetę ustawioną w pewnej odległości od zegaru spostrzeżemy, że soczewka albo inna część wahadła doświadczalnego zakrywa białą plamę zrobioną na wahadle zegarowém.

Od czasu do czasu obserwują się przejścia gwiazd przez południk i na téj zasadzie oblicza się chód zegaru w czasie średnim słonecznym.

Następnie wprowadza się w ruch wahadło doświadczalne i oba wahadła obserwują się przez lunetę. Założmy, że czas trwania pojedynczego wahnięcia wahadła doświadczalnego nie jest ściśle równym czasowi jednego wahnięcia wahadła zegarowego, lecz nieco większym.

Spostrzegacz widzi wtedy, że wahadło zegarowe wyprzedza coraz bardziej wahadło doświadczalne, aż nakoniec to ostatnie zakrywa białą plamę w chwili przejścia przez położenie pionowe. Obserwuje się chwila tego za-

krycia i zapisuje jako chwila pierwszego spotkania dodatniego.

Wahadło zegarowe w dalszym ciągu wyprzedza wahadło doświadczalne i po upływie pewnego czasu oba wahadła w tej samej chwili przechodzą przez położenie pionowe, poruszając się w kierunkach przeciwnych. Ta chwila jest chwilą pierwszego spotkania odjemnego. Po upływie takiego samego przeciągu czasu ma miejsce drugie spotkanie dodatnie i t. d.

W metodzie tej sam zegar liczy liczbę  $N$  wahnień swego wahadła pomiędzy następującymi po sobie spotkaniami. W ciągu tego czasu wahadło doświadczalne wykonało o jedno wahnienie mniej, niż wahadło zegarowe. Czas trwania jednego wahnienia wahadła doświadczalnego będzie przeto równym  $\frac{N}{N-1}$  sekundom czasu zegarowego.

Jeżeli spotkanie nie ma miejsca dokładnie, lecz wahadło zegarowe przy jedném przejściu przez położenie pionowe przechodzi nieco wcześniej, a przy następném nieco później niż wahadło zegarowe, to spostrzegacz przy pewnej wprawie łatwo będzie mógł ocenić, w jakim czasie między obu przejściami oba wahadła miały jednakową fazę.

W ten sposób można epokę spotkań ocenić ze ścisłością dochodzącą do ułamkowych części sekundy.

### 126. Ocenienie błędu.

Wahadło doświadczalne kołysze się znaczną liczbę godzin, tak, że w całkowitym czasie, w ciągu którego robimy doświadczenie, zawiera się dziesięć tysięcy lub więcej wahnień.

Obliczając czas trwania jednego wahnienia, możemy zrobić błąd wynoszący nawet całą sekundę w skutek myl-

nego zapisywania czasu spotkań, lecz ten błąd może być ostatecznie niezmiernie małym, jeżeli doświadczenie w dalszym ciągu prowadzić będziemy.

Jeżeli bowiem zaobserwujemy pierwsze i  $n$ -e spotkanie i znajdziemy, że one są oddzielonemi od siebie przedziałem czasu równym  $N$  sekundom zegaru, to wahadło doświadczone opóźniło się względem zegaru o  $n$  wachnięć i zrobiło  $N-n$  wachnięć w ciągu  $N$  sekund. Trwanie przeto jednego wachnięcia wynosi  $T = \frac{N}{N-n}$  sekund zegarowych.

Przyjmijmy jednak, że zapisujemy błędnie chwilę spotkania, biorąc  $N+1$  zamiast  $N$ . Otrzymana wartość czasu  $T$  będzie tedy:

$$T' = \frac{N+1}{N+1-n}$$

a błąd uczyniony wynosi

$$T' - T = \frac{N+1}{N+1-n} - \frac{N}{N-n} = \frac{n}{(N+1-n)(N-n)}$$

Jeżeli  $N$  równa się 10000,  $n = 100$ , to omyłka na jedną sekundę zrobiona przy zapisywaniu czasu spotkań pociąga za sobą błąd w obliczonej wartości  $T$  wynoszący zaledwie jedną milionową jęj wartości.

## ROZDZIAŁ ÓSMY.

### CIĄŻENIE POWSZECHNE.

#### 127. Metoda Newtona.

Najbardziej pouczającym przykładem metody rozumowania dynamicznego jest zastosowanie jęj przez *Newtona*



na do oznaczenia prawa siły, z jaką ciała niebieskie działają wzajemnie na siebie.

Przebieg rozumowania dynamicznego polega na tém, że z szeregu kolejnych konfiguracyj ciał niebieskich dostrzeganego przez astronomów wyprowadzamy prędkości i przyspieszenia tych ciał, i na téj drodze wyznaczamy kierunek i względną wielkość siły na nie działającej.

Już *Kepler* przygotował tę drogę dla poszukiwań *Newtona*, gdyż przez staranne badanie dostrzeżeń *Tychona Brahe* wyprowadził trzy prawa ruchu nazwane prawami Keplera.

### 128. Prawa Keplera.

Prawa Keplera są czysto kinematycznymi. Opisują one zupełnie ruch planet, nie mówiąc nic o siłach wytwarzających te ruchy.

Znaczenie dynamiczne tych praw odkrył *Newton*.

Dwa pierwsze prawa odnoszą się do ruchu pojedynczej planety.

*Pierwsze prawo.* Powierzchnie opisywane przez wodzącą poprowadzoną od słońca do planety są proporcjonalnymi do czasów, w ciągu których zostały opisanymi. Jeżeli  $h$  oznacza podwójną powierzchnię opisaną w jednostce czasu, to podwójna powierzchnia opisaną w czasie  $t$  jest  $h.t$ , a jeżeli  $P$  jest masą planety, to  $P.h.t$  jest według określenia podanego w ustępie 78-ym — masso-powierzchnią. Wynika ztąd, że moment kątowy planety względem słońca będący miarą zmiany masso-powierzchni równa się  $P.h$ , to jest ilości stałej.

Zgodnie przeto z ustępem 70-ym siła działająca na planetę, jeżeli w ogóle istnieje, nie może mieć żadnego momentu względem słońca; w przeciwnym bowiem razie jój moment kątowy byłby się zwiększał lub zmniejszał

z szybkością, miarą której była by wartość tego momentu.

Jakięjkolwiek przeto natury była by siła działająca na planetę, kierunek jęj musi koniecznie przechodzić przez słońce.

### 129. Prędkość kątowna.

*Okręślenie.* Prędkością kątowną wodzącej nazywamy prędkość, z jaką rośnie kąt zawarty między nią a stałą wodzącą znajdującą się na płaszczyźnie ruchu.

Jeżeli  $\omega$  jest prędkością kątowną wodzącej,  $r$  jęj długością, to prędkość przyrostu wielkości opisywanęj powierzchni wynosi  $\frac{1}{2}\omega.r^2$ . Jest więc:

$$h = \omega.r^2,$$

a ponieważ  $h$  jest ilością stałą, to  $\omega$  t. j. prędkość kątowna ruchu planety względem słońca zmienia się w stosunku odwrotnym do kwadratu z odległości od słońca.

To jest zawsze prawdą niezależnie od prawa siły, w założeniu tylko że siła działająca na planetę przechodzi zawsze przez słońce.

### 130. Ruch około środka masy.

Ponieważ parcie między planetą i słońcem działa na oba ciała, to żadne z nich nie może pozostać w spoczynku.

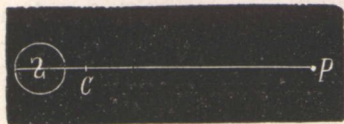


Fig. 15.

Jedynym punktem, którego ruch nie ulega zmianie w skutek parcia, jest środek masy obu ciał.

Jeżeli  $r$  jest odległością  $SP$  (Fig. 15), a  $C$  środkiem masy, to:

$$SC = \frac{P \cdot r}{S+P} \text{ i } CP = \frac{S \cdot r}{S+P}$$

Moment kątowy planety P względem punktu C jest;

$$P \cdot \omega \cdot \frac{S^2 \cdot r^2}{(S+P)^2} = \frac{P \cdot S^2}{(S+P)^2 \cdot h}$$

### 131. Orbita.

Mówiąc o ruchu układu materalnego, zrobiliśmy już użytek z diagramów konfiguracji i prędkości. Diagramy te przedstawiają jednak tylko stan układu w danej chwili za pomocą punktów odpowiadających ciałom układu.

Często jednak jest rzeczą właściwą przedstawienie całego szeregu konfiguracji lub prędkości układu w jednym pojedynczym diagramie.

Jeżeli przyjmiemy, że punkta diagramu poruszają się w ten sposób, iż ciągle wskazują stan poruszającego się układu, to każdy punkt diagramu opisywać będzie linię prostą lub krzywą.

W diagramie konfiguracji linia ta nazywa się w ogóle *drogą* ciała. W przypadku ciał niebieskich nazywamy ją *orbitą*.

### 132. Hodograf.

W diagramie prędkości nazywamy każdą linię opisaną przez punkt poruszający się *hodografem* ciała odpowiadającego temu punktowi,

*Sir W. R. Hamilton* wprowadził metodę hodografu do badania ruchu ciała. Hodograf daje się określić jako droga opisana przez koniec wodzącej, przedstawiającej stale co do kierunku i wielkości prędkość poruszającego się ciała.

Przy stosowaniu metody hodografu do planety, którego orbita jest płaską, odpowiednią jest rzeczą przyjąć, że hodograf obrócił się na kąt prosty około swego początku tak, aby wodząca hodografu była nie równoległą, lecz prostopadłą do prędkości którą przedstawia.

### 133. Drugie prawo Keplera.

*Drugie prawo.* Orbita planety w odniesieniu do słońca jest elipsą, w jednym z ognisk której znajduje się słońce.

Niechaj APQB (Fig. 16) będzie orbitą eliptyczną, niechaj w S będzie słońce w jednym z ognisk, H zaś drugim ogniskiem. Przedłużmy prostą SP do U tak, aby

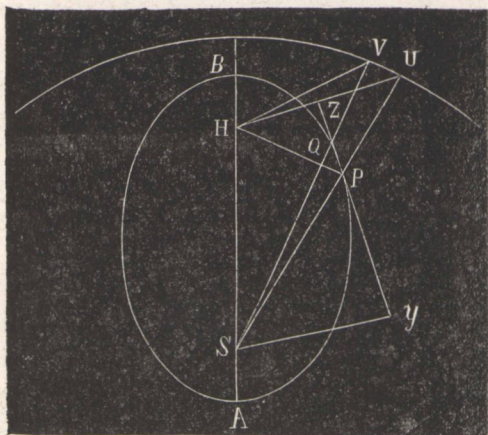


Fig. 16.

długość SU równała się osi wielkiej AB i połączmy punkt H z punktem U, wtedy linia HU będzie proporcjonalną i prostopadłą do prędkości w punkcie P. Podzielmy prostą

HU w punkcie Z na dwie równe części i poprowadźmy prostą ZP; będzie ona styczną do elipsy w punkcie P. Z punktu S poprowadźmy do téj stycznej prostopadłą SY.

Jeżeli  $v$  jest prędkością w punkcie P, a  $h$  podwójną powierzchnią opisaną w jednostce czasu, to  $h=v.SY$

Jeżeli oznaczymy małą oś elipsy przez  $b$ , to będzie:

$$SY \cdot HZ = b^2$$

Lecz  $HU=2.HZ$ , przeto:

$$v = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{b^2} \cdot HU$$

Prosta HU jest przeto zawsze proporcjonalną do prędkości i prostopadłą do jój kierunku. Prosta SU jest zawsze równą AB. Okrąg więc koła, którego środek znajduje się w S, a promień równa się prostéj AB, jest hodografem planety, H jest początkiem hodografu.

Odpowiadające sobie punkta orbity i hodografu leżą zawsze na jednéj prostéj przechodzącéj przez punkt S.

Punktowi P odpowiada punkt U, punktowi zaś Q punkt V.

Prędkość udzielona ciału w czasie jego przejścia od P do Q wyraża się geometryczną różnicą wodzących HU i HV t. j. linią UV i jest prostopadłą do tego łuku kołowego, a więc, jak już dowiedliśmy, skierowaną ku punktowi S.

Jeżeli PQ jest łukiem opisanym w ciągu jednostki czasu, to UV przedstawia przyspieszenie, a ponieważ UV znajduje się na kole, którego środkiem jest punkt S, to UV będzie miarą prędkości kątowej planety względem punktu S. Przyspieszenie przeto jest proporcjonalném do prędkości kątowej, która według ustępu 129-go jest odwrotnie proporcjonalną do kwadratu z odległości SP. Przyspiesze-

nie planety jest przeto skierowaném ku słońcu i odwrotnie proporcjonalnóm do kwadratu z odległości od słońca.

Oto prawo, według którego zmienia się przyciąganie słońca i planety wtedy, gdy planeta porusza się po swojej orbicie i zmienia swoją odległość od słońca.

### 134. Siła działająca na planetę.

Wykazaliśmy już, że orbita planety odniesiona do środka masy słońca i planety jest w takim związku z orbitą planety odniesioną do słońca, że odległości planety od słońca na pierwszej z nich mają się do odległości na drugiej jak  $S$  do  $S+P$ . Jeżeli  $2a$  i  $2b$  są osiami orbity planety odniesioną do słońca, to powierzchnia planety jest  $\pi \cdot a \cdot b$ , a jeżeli  $T$  przedstawia czas, jakiego potrzebuje planeta dla przebieżenia raz jeden całej orbity, to wartość wielkości  $h$  jest;

$$2 \pi \cdot \frac{a \cdot b}{T}$$

Prędkość względem słońca będzie przeto:

$$\pi \cdot \frac{a}{T \cdot b} \cdot HU$$

prędkość zaś względem środka masy:

$$\frac{S}{S+P} \cdot \frac{\pi \cdot a}{T \cdot b} \cdot HU$$

Przyspieszenie planety względem środka masy jest:

$$\frac{S}{S+P} \cdot \frac{\pi \cdot a}{T \cdot b} \cdot UV,$$

a pobudzenie działające na planetę, której masa  $P$ , jest:

$$\frac{S \cdot P}{S+P} \cdot \frac{\pi \cdot a}{T \cdot b} UV.$$

Jeżeli czas, w ciągu którego planeta przebiega łuk  $PQ$ , oznaczmy przez  $t$ , to podwójna powierzchnia  $SPQ$  będzie:

$$h.t = \omega.r^2.t$$

$$i \quad UV = 2.a.\omega.t = 2.a.\frac{h}{r^2}.t = 4.\pi.\frac{a^2.b}{T.r^2}.t$$

Siła działająca na planetę będzie przeto:

$$F = 4.\pi.^2 \frac{S.P}{S+P} \cdot \frac{a^3}{T^2.r^2}$$

Oto jest wartość parcia albo przyciągania między planetą i słońcem wyrażona przy pomocy mass P i S obu ciał, ich średniej odległości a, ich istotnej odległości r i czasu obiegu T.

### 135. Wyjaśnienie trzeciego prawa Keplera.

W celu porównania przyciągań między słońcem i rozmaitemi planetami, *Newton* zastosował trzecie prawo *Keplera*.

*Trzecie prawo.* Kwadraty z czasów obiegu rozmaitych planet są proporcjonalnymi do sześciątów z ich średnich odległości od słońca.

Innymi słowy wielkość  $\frac{a^3}{T^2}$  jest stałą, wartość jęj oznacz-

my przez  $\frac{C}{4.\pi^2}$

Będzie przeto:

$$F = C. \frac{S.P}{S+P} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Massa mniejszych planet jest tak nieznaczną w porównaniu ze słońcem, że można przyjąć dla nich stosunek

$\frac{S}{S+P}$  równym jedności, tak że:

$$F = C.P. \frac{1}{r^2}$$

t. j. przyciąganie działające na planetę jest proporcjonal-

ném do massy planety i odwrotnie proporcjonalném do kwadratu z jój odległości od słońca.

### 136. Prawo ciężenia.

Najważniejszym faktem odnoszącym się do przyciągania wynikającego z ciężenia jest ten, że ono działa jednakowo na równe masy jakichkolwiek substancji. Fakt ten został stwierdzonym z pomocą doświadczeń z wahadłem dla wszystkich rodzajów materji istniejących na powierzchni ziemi. *Newton* rozszerzył to prawo do materji, z jakiej składają się różne planety.

Jeszcze przed *Newtonem* przyjmowano, że słońce jako całość przyciąga planetę jako całość i przeczuwano nawet prawo przyciągania w stosunku odwrotnym do kwadratu z odległości, ale dopiero w rękach *Newtona* teoria ciężenia przyjęła swą formę ostateczną.

*Każda część materji przyciąga każdą inną część materji i parcie pomiędzy niemi jest proporcjonalném do iloczynu ich mass, podzielonemu przez kwadrat z odległości.*

Jeżeli bowiem przyciąganie między gramem substancji na słońcu i gramem substancji na planecie w odległości  $r$  jest równém  $\frac{C}{r^2}$  gdzie  $C$  jest ilością stałą, to zakładając, że słońce zawiera  $S$  gramów, a planeta  $P$  gramów substancji, otrzymamy, że całkowite przyciąganie między słońcem i gramem na planecie, będzie  $\frac{C.S}{r^2}$  a całkowite przyciąganie między słońcem i planetą będzie  $C \cdot \frac{S.P.}{r^2}$ .

Porównanie wyrażenia tego „prawa powszechnego ciężenia“ *Newtona* ze znalezioném poprzednio wyrażeniem siły  $F$  doprowadza do równości:



$$C. \frac{S.P}{r^2} = 4. \pi^2. \frac{S.P}{S+P} \cdot \frac{a^3}{T^2. r^2}.$$

albo:  $4. \pi^2. a^3. = C. (S+P). T^2.$

137. *Poprawniejsza forma trzeciego prawa Keplera.*

Należy przeto poprawić trzecie prawo *Keplera*, które brzmieć będzie jak następuje:

Sześciiany ze średnich odległości planet od słońca mają się do siebie jak kwadraty z czasów ich obiegu pomnożone przez summę masy słońca i planety.

Dla wielkich planet jak dla *Jowisza*, *Saturna* i t. p. wartość  $S+P$  jest bez porównania większą niż dla ziemi i dla mniejszych planet. Wynika ztąd, że czasy obiegu większych planet muszą być nieco krótszemi, aniżeli to wypada z trzeciego prawa *Keplera*, co istotnie ma miejsce.

W następującej tabliczce znajdują się średnie odległości  $a$  planet od słońca wyrażone za pomocą średniej odległości ziemi i za pomocą czasów obiegu  $T$  wyrażonych w latach gwiazdowych.

Planeta	$a$	$T$	$a^3$	$T^2$	$a^3 - T^2$
Merkury	0,387098	0,24084	0,0580046	0,0580049	— 0,0000003
Wenus	0,72333	0,61518	0,378451	0,378453	— 0,000002
Ziemia	1,0000	1,00000	1,00000	1,00000	
Mars	1,52369	1,88082	3,53746	3,53747	— 0,00001
Jowisz	5,20278	11,8618	140,832	140,701	+ 0,131
Saturn	9,53879	29,4560	867,914	867,658	+ 0,256
Uranus	19,1824	84,0123	7058,44	7058,07	+ 0,37
Neptun	30,037	164,616	27100,0	27098,4	+ 1,6

Z tablicy téj widać, że wprawdzie trzecie prawo Keplera jest dokładném ze znaczném przybliżeniem, gdyż  $a^3$  jest prawie równém  $T^2$ , lecz dla planet, których masa jest mniejszą od masy ziemi, mianowicie dla Merkurego, Wenery i Marsa  $a^3$  jest mniejszém od  $T^2$ , gdy tymczasem dla Jowisza, Saturna, Urana i Neptuna, których masa jest większą od masy ziemi,  $a^3$  jest większem od  $T^2$ .

138. *Dzielność potencjalna pochodząca od siły ciężenia.*

Dzielność potencjalna ciężenia zachodzącego między ciałami daje się obliczyć, jeżeli znamy wyrażenie ich przyciągania za pomocą odległości. Ta metoda rachunkowa, w której dodajemy skutki wielkości zmieniającej się w sposób ciągły, należy do rachunku całkowego; a lubo w tym przypadku rachunek dałby się jeszcze przeprowadzić przy pomocy metod elementarnych, wolimy jednak wyprowadzić dzielność potencjalną wprost z pierwszego i drugiego prawa Keplera.

Prawa te określają zupełnie ruch słońca i planety, możemy więc za pomocą nich obliczyć dzielność kinetyczną układu odpowiadającą jakiegokolwiek części orbity eliptycznej. Ponieważ słońce i planeta tworzą układ zachowawczy, to summa dzielności kinetycznej i potencjalnej jest stałą; a gdy znamy dzielność kinetyczną, to możemy ztąd otrzymać tę część dzielności potencjalnej, która zależy od wzajemnej obu ciał odległości.

139. *Dzielność kinetyczna układu.*

Dla oznaczenia dzielności kinetycznej zauważmy, że prędkość planety względem słońca jest podług ustępu 133:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{b^2} \cdot HU.$$

Prędkość i planety i słońca względem środka masy są odpowiednio:

$$\frac{S}{S+P} \cdot v \text{ i } \frac{P}{S+P} \cdot v.$$

Dzielności kinetyczne planety i słońca są przeto:

$$\frac{1}{2} P \cdot \frac{S^2}{(S+P^2)} \cdot v^2 \text{ i } \frac{1}{2} S \cdot \frac{P^2}{(S+P^2)} \cdot v^2$$

a całkowita dzielność kinetyczna jest:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{S \cdot P}{S+P} \cdot v^2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{S \cdot P}{S+P} \cdot \frac{h^2}{b^4} (\text{HU})^2$$

Aby wyrazić  $v^2$  przez  $SP$  lub  $r$ , zauważmy, że według twierdzenia o powierzchniach:

$$v \cdot SY = h = \frac{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b}{T} \quad (1)$$

a według znanej własności elipsy:

$$HZ \cdot SY = b^2 \quad (2)$$

Z podobieństwa trójkątów  $HZP$  i  $SYP$  wynika, że:

$$\frac{SY}{HZ} = \frac{SP}{HP} = \frac{r}{2a-r} \quad (3)$$

Mnożąc równania (2) i (3) odpowiednimi stronami, otrzymujemy:

$$(SY)^2 = \frac{b^2 \cdot r}{2a-r}$$

Jeżeli, podniosłszy do kwadratu obie strony równania (1), podstawimy w niem dopiero co otrzymaną wartość dla  $(SY)^2$ , to mieć będziemy:

$$v^2 = \frac{4 \pi^2 a^2 b^2}{T^2} \cdot \frac{1}{(SY)^2} = \frac{4 \pi^2 a^2}{T^2} \left( \frac{2a}{r} - 1 \right)$$

i dzielność kinetyczna układu będzie:

$$\frac{4 \pi^2 a^3}{T^2} \cdot \frac{S \cdot P}{S+P} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{2a} \right),$$

co na zasadzie równania znajdującego się na końcu ustępu 136 równa się:

$$C \cdot S \cdot P \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{2a} \right)$$

gdzie  $C$  jest stałą ciężenia.

To jest wartość dzielności kinetycznej dwóch ciał S i P poruszających się po elipsie, której osią wielką jest 2a.

140. *Dzielność potencjalna układu.*

Summa dzielności kinetycznej i potencjalnej układu jest ilością stałą; wartość bezwzględna téj ilości jest podobną ustępu 110-go nieznaną, ale znajomość jój nie jest potrzebną.

Jeżeli więc przyjmiemy, że dzielność potencjalna jest wielkością formy

$$K - C.S.P. \frac{1}{r}$$

to drugi wyraz tego wyrażenia będzie jedynym wyrazem zależnym od odległości r, a więc i jedynym wyrazem, którym powinniśmy się zająć. Drugi wyraz K przedstawia pracę, jaką wykonywa ciężenie, gdy ciała znajdujące się pierwotnie w nieskończonej odległości zdążają ku sobie na odległość tak małą, na jaką pozwalają ich wymiary.

141. *Księżyc jest ciałem ciężkim.*

Newton oznaczywszy w ten sposób prawo siły działającej między pojedynczemi planetami i słońcem, przystąpił do wykazania, że dostrzegany przez nas ciężar ciała na powierzchni ziemi i siła utrzymująca księżyc na jego drodze około ziemi ulegają jednemu i temu samemu prawu odwrotnych kwadratów z odległości.

Ciężkość działa w każdej dostępnej dla nas miejscowości, na szczytach najwyższych gór i na najwyższych punktach, do jakich dosiegamy balonami. Natężenie jój zmniejsza się w miarę oddalania się od powierzchni ziemi, jak to wykazują doświadczenia z wahadłem; a lubo wysokość, do której możemy się podnieść, jest tak nieznaczna w porównaniu z promieniem ziemi, iż przez dostrzeżenia

tego rodzaju nie można wykazać, że ciężkość działa w stosunku odwrotnym do kwadratów z odległości, to jednak dostrzegane zmniejszanie się ciężkości zgadza się z prawem wyprowadzonym przez Newtona z ruchu planet.

Zakładając, że natężenie ciężkości zmienia się w stosunku odwrotnym do kwadratu z odległości od środka ziemi, Newton obliczył wartość ciężkości dla średniej odległości księżyca ze znaney wartości téj siły na powierzchni ziemi.

Pierwsze rachunki jego były obciążone błędem z tego względu, że podstawą ich było fałszywe oznaczenie wymiarów ziemi. Lecz zastosowawszy potem dokładniejszą wartość dla tych wymiarów, Newton znalazł, że natężenie ciężkości ziemskiej, obliczone dla odległości równej odległości księżyca od ziemi, jest tak wielkiem jak siła, jaka jest konieczną dla utrzymania księżyca na jego orbicie.

W ten sposób Newton utożsamiał siłę działającą między ziemią i księżycem z siłą, skutkiem której ciała znajdujące się w bliskości powierzchni ziemi spadają na ziemię.

#### 142. *Doświadczenie Cavendish'a.*

Po dowiedzeniu, że siła, skutkiem której przyciągają się ciała niebieskie, jest téj saméj natury, co siła, skutkiem której ziemia przyciąga ciała, z którymi możemy robić doświadczenia, pozostało jeszcze wykazać, że i te ciała przyciągają się wzajemnie.

Trudność ostatniego zadania leży w tém, że masa ciał, z którymi mamy do czynienia, jest tak małą w porównaniu z masą ziemi, że gdy zbliżymy, o ile można najbardziej, dwa takie ciała, to przyciąganie pomiędzy nimi będzie tylko nadzwyczaj małym ułamkiem ich ciężaru.

Nie możemy wprawdzie usunąć przyciągania wywieranego przez ziemię, ale doświadczenie należy urządzić w ten sposób, aby przyciąganie to jak najmniej wpływało na skutek przyciągania wzajemnego ciał danych.

W tym celu *John Michell* zbudował przyrząd, który otrzymał nazwę wagi skręceń. *Michell* umarł, nie wykonawszy doświadczenia, ale przyrząd jego dostał się w ręce *Cavendish'a*, który go ulepszył i z jego pomocą wymierzył przyciąganie między wielkimi kulami ołowianemi i małemi kulami zawieszonemi na ramionach wagi. Podobny przyrząd do mierzenia małych sił elektrycznych i magnetycznych zbudował później niezależnie *Coulomb*. Jest to jeszcze do téj pory najlepszy z przyrządów, jakich nauka używa do mierzenia małych sił wszelkiego rodzaju.

### 143. Waga skręceń.

Waga skręceń składa się ze sztaby poziomej zawieszonój za pomocą drutu na stałej podstawie. Jeżeli sztaba (drąg wagi) obraca się pod wpływem siły zewnętrznej w płaszczyźnie pionowój, to skręca drut, który będąc sprężystym, stawia opór zmianie kształtu i usiłuje się rozkręcić. Ta siła skręcenia jest proporcjonalną do kąta, na jaki drut został skręconym, tak, że gdy na jeden koniec sztaby działa prostopadle siła w kierunku poziomym, to z kąta, na jaki ona obraca sztabę, możemy oznaczyć wielkość siły.

Siła jest proporcjonalną do kąta skręcenia, do czwartej potęgi ze średnicy drutu, a odwrotnie proporcjonalną do długości sztaby i długości drutu.

Stosując przeto bardzo cienkie i długie druty i bardzo długą sztabę, będziemy w stanie mierzyć bardzo małe siły.

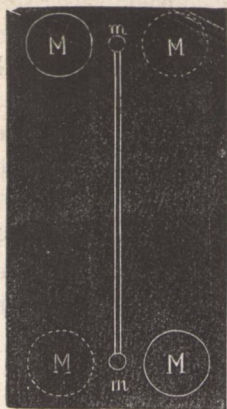


Fig. 17.

W doświadczeniu Cavendish'a (fig. 17) dwie kule równej masy  $m$  są przytwierdzone w końcach drąga wagi skręceń. Dla prostoty założymy, że masa pręta może być pominięta w porównaniu z masą kul. Dwie równe większe kule  $M$  mają się znajdować w  $M$  i  $M$  lub w  $M'$  i  $M'$ . W pierwszym położeniu przez przyciąganie mniejszych kul  $m$  i  $m$  usiłują one obrócić sztabę w kierunku strzałek, w drugim zaś położeniu — w kierunku przeciwnym. Waga skręceń wraz z przytwierdzonemi do niej kulami jest zamknięta w skrzyni, celem uniknięcia zbieżności, jakie mogą wywołać prądy powietrzne. Położenia sztaby oznacza się przez obserwację obrazu skali podziałowej w zwierciadle pionowem przytwierdzonem w środku sztaby. Cała waga umieszcza się w zupełnie oddzielonej przestrzeni, a dostrzegacz nie wchodząc do niej, obserwuje obraz skali przez lunetę.

#### 144. Metoda doświadczenia.

Najprzód oznacza się czas  $T$  podwójnego wahnięcia i położenie równowagi srodków kul  $m$ .

Następnie sprowadzamy większe kule do położen  $M M$  w ten sposób, aby ich środki znajdowały się w odległości  $a$  od położen równowagi  $o$  (Fig. 18) srodków kul  $m$ .

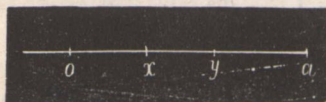


Fig. 18.

Nie oczekując chwili zaprzestania wahań drąga, obserwujemy punkta podziału skali odpowiadające punktom

końcowym pojedynczego wahnięcia; niechaj będą one odległemi o długości  $x$  i  $y$  od położenia równowagi. W tych punktach sztaba jest na chwilę w spoczynku, cała jej dzielnosc jest wtedy potencjalna, a poniewaz całkowita dzielnosc jest stała, więc dzielnosc odpowiadająca położeniu  $x$  musi równać się dzielnosci potencjalnej w położeniu  $y$ .

Jeżeli więc  $T$  jest czasem trwania jednego wahnięcia podwójnego około punktu równowagi  $o$ , to dzielnosc potencjalna pochodząca od skręcenia w położeniu  $x$  jest według ustępu 119-go:

$$\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot m}{T^2} \cdot x^2,$$

a dzielnosc potencjalna pochodząca z ciężenia między  $m$  i  $M$  podług ustępu 140:

$$K - C \cdot \frac{m \cdot M}{a - x}$$

Dzielnosc potencjalna całego układu w położeniu  $x$  jest przeto:

$$K - C \cdot \frac{m \cdot M}{a - x} + \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot m}{T^2} \cdot x^2$$

a w położeniu  $y$ :

$$K - C \cdot \frac{m \cdot M}{a - y} + \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot m}{T^2} \cdot y^2$$

Poniewaz dzielnosc potencjalna w obu położeniach jest jednaką, więc:

$$C \cdot m \cdot M \left( \frac{1}{a - y} - \frac{1}{a - x} \right) = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot m}{T^2} (y^2 - x^2)$$

a ztąd:

$$C = \frac{2 \cdot \pi^2}{M \cdot T^2} (x + y) (a - x) (a - y)$$

Przy pomocy tego równania wyrażamy stałą ciężenia  $C$  przez wielkości otrzymane z doświadczenia, mianowicie



cie: przez masę  $M$  wielkich kul w grammach, przez czas  $T$  trwania podwójnego wahnięcia w sekundach i przez odległości  $x$ ,  $y$  i  $a$  w centymetrach.

Z doświadczeń *Baily*'go wypada  $C=6,5 \cdot 10^{-8}$ . Jeżeli jednostkę masy wybierzemy tak, aby ta w odległości równej jednostce długości wytworzyła jedność przyspieszenia, przyczem za jednostki zasadnicze weźmiemy centymetr i sekundę, to jednostka masy powinna być równą  $1,537 \cdot 10^7$  grammom albo 15,37 tonnom. Ta jednostka masy redukuje stałą ciężenia  $C$  do jedności; tę jej wartość wprowadzamy do wszystkich rachunków astronomicznych.

#### 145. Ciężenie powszechne.

Widzieliśmy, że przyciąganie w skutek ciężenia zachodzi w całym szeregu zjawisk przyrody. Znaleźliśmy, téż że prawo zmiany siły wraz ze zmianą odległości słońca od planety zachodzi i wtedy, gdy porównujemy przyciągania między różnymi planetami i słońcem, i między księżycem i ziemią z przyciąganiem między ziemią i ciałami ciężkimi znajdującymi się na jej powierzchni. Dalej znaleźliśmy, że ciężenie dwóch równych mass w równych odległościach jest niezależnym od natury materji, z jakiej składają się te massy. O tém przekonywamy się za pomocą doświadczeń z wahałkami z rozmaitych substancyj, jako téż przez porównanie przyciągania słońca i różnych planet, których skład prawdopodobnie jest różnym. Doświadczenia *Baily*'go nad wagą skręceń z kulami z rozmaitych substancyj stwierdzają to prawo.

Ponieważ w tak wielkiej liczbie przypadków tak przestrzennie od siebie odległych znajdujemy, że ciężenie zależy tylko od masy ciał, a nie od ich natury chemicznej lub fizycznej, dochodzimy przeto do wniosku, że ono ma miejsce dla wszystkich substancyj.

Tak np. żaden fizyk nie wątpi, że dwie cząstki powietrza atmosferycznego przyciągają się wzajemnie, lubo mało jest widoków, że kiedykolwiek odkrytymi będą metody, za pomocą których można będzie to przyciąganie już nie mierzyć, ale tylko uczynić widoczném. Lecz wiemy, że między każdą cząstką powietrza a ziemią ma miejsce przyciąganie. Doświadczenie zaś Cavendish'a uczy, że ciała podległe ciężeniu, jeżeli mają dostateczne masy, ciążą ku sobie; ztąd wyprowadzamy wniosek, że dwie cząstki powietrza ciążą ku sobie. Czy zaś środek, w którym rozchodzą się światło i elektryczność jest materją ciężką, jest to jeszcze rzecz niepewna w najwyższym stopniu, lubo wątpić nie należy, że środek ten jest materjalnym i posiada masę.

#### 146. *Przyczyna ciężenia.*

Newton w swoich „Zasadach“ z podległych dostrzeżeniu ruchów ciał niebieskich wyprowadza wniosek, że ciała niebieskie przyciągają się wzajemnie według oznaczonego prawa.

Zasadę tę rozwija on przy pomocy ścisłego dynamicznego rozumowania i wykazuje, że nie tylko wszystkie widoczne zjawiska ale i pozorne nieprawidłowości w ruchach tych ciał są dającemi się obliczyć wynikami téj zasady.

W swoich „Zasadach“ ogranicza się Newton na dowiedzeniu i rozwinięciu tego wielkiego postępu nauki o wzajemném działaniu ciał na siebie, nie mówiąc nic o sposobach, przy pomocy których ciała mogą stać się wzajemnie ciężącemi ku sobie. Wiemy jednak, że umysł jego nie zaspokoił się tym rezultatem. Newton przypuszczał, że i samo ciężenie powinno być jeszcze dać się wyjaśnić. Sam nawet usiłował dać objaśnienie oparte na działaniu środka eterycznego wypełniającego przestrzeń. Ale z owém mądrém umiarkowaniem cechującym wszystkie jego badania wyróżnił on starannie spe-

kulacye od prawd stwierdzonych dostrzeganiem i dowodami i wyłączył ze swoich „Zasad“ powyższe objaśnienie przyczyny ciężenia, ogłosiwszy tylko myśli swoje w tym względzie w „Pytaniach“ pomieszczonych na końcu swojej „Optyki“.

Nieliczne usiłowania, jakie po Newtonie robiono dla rozstrzygnięcia tego trudnego pytania, nie doprowadziły do żadnego pewniejszego rezultatu.

#### 147. *Zastosowanie metody badania Newtona.*

Metoda badania sił działających między ciałami, postawiona przez Newtona i zastosowana przezeń do ciał niebieskich, była później ze skutkiem stosowaną przez *Cavendish'a*, *Coulomb'a* i *Poissona* do ciał naelektryzowanych i namagnetyzowanych.

Badanie tego rodzaju, w którym rozważa się działanie wzajemne bardzo małych cząstek ciał, jest bardzo utrudnionem z tego względu, że ciała badane i ich odległości są tak małemi, że nie możemy ich ani dostrzedz, ani mierzyć, ani widziéć ich ruchów tak, jak widzimy ruchy planet lub ciał elektrycznych i magnetycznych.

#### 148. *Metody fizyki cząsteczkowej.*

Z tego powodu badania umiejętności o cząsteczkach zawdzięczają swój postęp przeważnie metodzie hipotez i porównaniu wniosków z tych hipotez z dostrzeganemi faktami.

Skutek téj metody zależy od ogólności hipotezy, od której rozpoczynamy. Jeżeli nasza hipoteza jest najogólniejszą, t. j. gdy według niej zjawiska badane zależą od konfiguracyi i ruchu układu materyalnego, i gdy nam się udaje z hipotezy téj wyprowadzić wnioski dające się spo-

żytkować, to możemy ją spokojnie stosować do zjawisk, jakimi się zajmujemy.

Jeżeli jednak stawiamy hipotezę, według której konfiguracja, ruch lub działanie układu materyalnego są jakiegoś szczególniej oznaczonej natury, to gdy nawet wnioski z téj hipotezy zgadzają się z doświadczeniami, nie możemy jeszcze zaprzeczać możliwości fałszu hipotezy, chyba że potrafimy dowieść, że żadna inna hipoteza uważanych zjawisk wyjaśnić nie jest w stanie.

*149. Ważność zjawisk ogólnych i elementarnych.*

Z tego względu w badaniach fizykalnych jest rzeczą największej wagi poznanie dokładne najogólniejszych własności układu materyalnego i dla tego w téj książce zajęłem się temi ogólnemi własnościami, nie wkraczając wcale w bardziej zajmującą i bogatą w przemiany dziedzinę szczególnych własności oddzielnych form materji.

K O N I E C.

~~GABINET MATEMATYCZNY  
Towarzystwa Naukowego Warszawskiego~~







