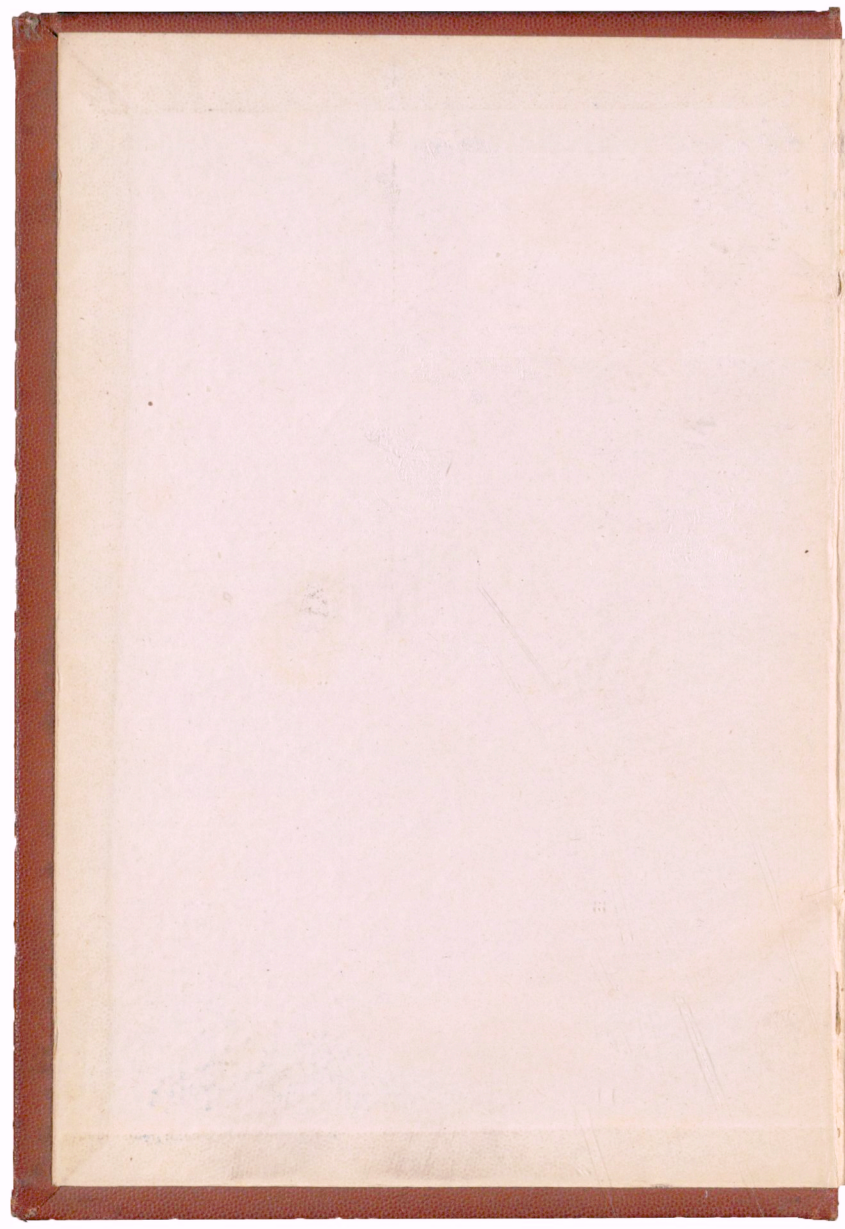


GASCÓ

LOGARITMOS



2743

2743

opis: 46974

TABLAS
LOGARÍTMICAS

CON CUATRO DECIMALES

Herrn C. Dickstein
freundlichst gewidmet
vom Verfasser



Vest

TABLAS DE LOGARITMOS

COLOGARITMOS Y ANTILOGARITMOS

DE LOS

NÚMEROS NATURALES Y TRIGONOMÉTRICOS

CON LOS LOGARITMOS DE GAUSS Y DE MENDOZA

DISPUESTAS DE UN MODO NUEVO

ACOMPAÑADAS DE INSTRUCCIONES PRÁCTICAS SOBRE LOS LOGARITMOS
Y SOBRE EL USO DE LAS TABLAS

POR EL

Doctor D. Luis Gonzaga Gasco

Catedrático de la Facultad de Ciencias

~~~~~  
Obra premiada en la Exposición Universal de Barcelona  
informada favorablemente por el Real Consejo de Instrucción Pública  
y declarada de mérito por R. O. de 3 Agosto 1892  
~~~~~

QUINTA EDICIÓN

~~GABINET MATEMATYCZNY
Towarzystwa Naukowego Warszawskiego~~

L. inw. 1785

VALENCIA

IMPRESA DE NICASIO RIUS MONFORT

1893

Es propiedad.



5785

G. M. I. 7.

ÍNDICE.

	Págs.
PRÓLOGO.	XI

PRIMERA PARTE.

Lección I. Nociones fundamentales.

1. Definición de los logaritmos. 2. Nomenclatura. 3. Notación. 4. Cálculo de características. 5. Ley de mantisas. 6. Cologaritmos. 7. Cálculo de cologaritmos. 8. Características cologarítmicas. 9. Mantisas cologarítmicas. 10. Antilogaritmos y anticologaritmos.	1
--	---

Lección II. Logaritmos vulgares.

11. Objeto de la tabla de logaritmos vulgares. 12. Disposición de la tabla. 13. Logaritmos de números de una cifra. 14. Logaritmos de números de dos cifras. 15. Logaritmos de números de tres cifras. 16. Logaritmos de números de cuatro cifras. 17. Logaritmos de números de más de cuatro cifras. 18. Aproximaciones. 19. Interpolaciones. 20. Uso inverso de la tabla I.	7
---	---

Lección III. Cologaritmos.

21. Objeto de la tabla de cologaritmos. 22. Disposición de la tabla. 23. Cologaritmos de números de una cifra. 24. Cologaritmos de números de dos cifras. 25. Cologaritmos de números de tres cifras. 26. Cologaritmos de números de cuatro cifras. 27. Cologaritmos de números de más de cuatro cifras. 28. Aproximaciones. 29. Interpolaciones. 30. Uso inverso de la tabla II.	21
---	----

*

Lección IV. Antilogaritmos.

31. Objeto de la tabla de antilogaritmos.	32. Disposición de la tabla.	33. Antilogaritmos de mantisas de una cifra.	34. Antilogaritmos de mantisas de dos cifras.	35. Antilogaritmos de mantisas de tres cifras.	36. Antilogaritmos de mantisas de cuatro cifras.	37. Antilogaritmos de mantisas de más de cuatro cifras.	38. Aproximaciones.	39. Interpolaciones.	40. Uso inverso de la tabla III.	33
---	------------------------------	--	---	--	--	---	---------------------	----------------------	----------------------------------	----

Lección V. Logaritmos de Gauss.

41. Definición de los logaritmos de Gauss.	42. Objeto de la tabla de logaritmos aditivos.	43. Disposición de la tabla.	44. Determinación de logaritmos aditivos.	45. Determinación de logaritmos de sumas.	46. Objeto de la tabla de logaritmos sustractivos.	47. Disposición de la tabla.	48. Determinación de logaritmos sustractivos.	49. Determinación de logaritmos de diferencias.	50. Observaciones.	45
--	--	------------------------------	---	---	--	------------------------------	---	---	--------------------	----

Lección VI. Operaciones con logaritmos.

51. Objeto de las operaciones con logaritmos.	52. Adición de dos logaritmos.	53. Adición de varios logaritmos.	54. Sustracción de logaritmos.	55. Cambio de sustracción en adición.	56. Adición y sustracción simultáneas.	57. Multiplicación de logaritmos por números.	58. Multiplicación de logaritmos.	59. División de logaritmos por números.	60. División de logaritmos.	53
---	--------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------	---------------------------------------	--	---	-----------------------------------	---	-----------------------------	----

Lección VII. Operaciones por logaritmos.

61. Objeto de las operaciones por logaritmos.	62. Ley general del cálculo logarítmico.	63. Multiplicación por logaritmos.	64. División por logaritmos.	65. División por cologaritmos.	66. Multiplicación y división por logaritmos.	67. Multiplicación y división por cologaritmos.	68. Elevación por logaritmos.	69. Extracción por logaritmos.	70. Simultaneidad de varias operaciones.	59
---	--	------------------------------------	------------------------------	--------------------------------	---	---	-------------------------------	--------------------------------	--	----

Lección VIII. Aplicaciones aritméticas.

71. Interés simple. 72. Suma de capital é intereses simples. 73. Interés compuesto. 74. Comparación de intereses. 75. Descuento comercial. 76. Descuento rebatido. 77. Descuento compuesto. 78. Acumulación de capitales. 79. Anualidades y amortizaciones. 80. Rentas vitalicias. 69

Lección IX. Aplicaciones algébricas.

81. Ecuación determinada de primer grado. 82. Ecuación indeterminada de primer grado. 83. Sistema de dos ecuaciones. 84. Sistema de tres ecuaciones. 85. Sistema de n ecuaciones. 86. Ecuación pura de segundo grado. 87. Ecuación completa de segundo grado. 88. Ecuación exponencial de primer grado. 89. Ecuaciones exponenciales de segundo grado. 90. Ecuación binomia. 75

Lección X. Aplicaciones geométricas.

91. Triángulos. 92. Cuadriláteros. 93. Polígonos. 94. Formas circulares. 95. Pirámides. 96. Prismas. 97. Poliedros. 98. Conos. 99. Cilindros. 100. Formas esféricas. . 81

SEGUNDA PARTE.

Lección I. Nociones fundamentales.

1. Números y logaritmos trigonométricos. 2. Nomenclatura. 3. Notación. 4. Seno. 5. Tangente. 6. Secante. 7. Coseno, cotangente, cosecante. 8. Números trigonométricos de ángulos complementarios. 9. Números trigonométricos de ángulos suplementarios. 10. Cologaritmos de números trigonométricos. 93

Lección II. Logaritmos trigonométricos.

11. Objeto de las tablas de logaritmos trigonométricos.
 12. Disposición de las tablas. 13. Logaritmos trigonométricos de grados. 14. Logaritmos trigonométricos de grados y dieces de minuto. 15. Logaritmos trigonométricos de grados y minutos. 16. Logaritmos trigonométricos de grados, minutos y segundos. 17. Logaritmos trigonométricos de ángulos obtusos. 18. Aproximaciones. 19. Interpolaciones. 20. Logaritmos trigonométricos de ángulos especiales. . . 99

Lección III. Cologaritmos trigonométricos.

21. Objeto de las tablas de cologaritmos trigonométricos.
 22. Disposición de las tablas. 23. Cologaritmos trigonométricos de grados. 24. Cologaritmos trigonométricos de grados y dieces de minuto. 25. Cologaritmos trigonométricos de grados y minutos. 26. Cologaritmos trigonométricos de grados, minutos y segundos. 27. Cologaritmos trigonométricos de ángulos obtusos. 28. Aproximaciones. 29. Interpolaciones. 30. Cologaritmos trigonométricos de ángulos especiales. 111

Lección IV. Antilogaritmos trigonométricos.

31. Antilogaritmos y anticologaritmos trigonométricos.
 32. Uso inverso de las tablas logaritmo-trigonométricas.
 33. Grados de antilogaritmos trigonométricos. 34. Grados y dieces de minuto de antilogaritmos trigonométricos. 35. Grados y minutos de antilogaritmos trigonométricos. 36. Grados, minutos y segundos de antilogaritmos trigonométricos. 37. Antilogaritmos senos y cosecantes. 38. Aproximaciones. 39. Interpolaciones. 40. Antilogaritmos trigonométricos especiales. 123

Lección V. Logaritmos de Mendoza.

41. Definición de los logaritmos de Mendoza. 42. Objeto de la tabla de logaritmos versos y coversos. 43. Disposición de la tabla. 44. Determinación de logaritmos versos y cover-

45. Determinación de antilogaritmos versos y coversos. 46. Objeto de la tabla de logaritmos subcoversos y subversos. 47. Disposición de la tabla. 48. Determinación de logaritmos subcoversos y subversos. 49. Determinación de antilogaritmos subcoversos y subversos. 50. Observaciones. 137

Lección VI. Resolución de triángulos rectilíneos.

51. Resolución dados los dos catetos. 52. Resolución dados la hipotenusa y un cateto. 53. Resolución dados la hipotenusa y un ángulo agudo. 54. Resolución dados un cateto y su ángulo opuesto. 55. Resolución dados un cateto y el ángulo agudo adyacente. 56. Resolución dados los tres lados. 57. Resolución dados dos lados y el ángulo comprendido. 58. Resolución dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. 59. Resolución dados un lado y los ángulos adyacentes. 60. Resolución dados un lado y dos ángulos no adyacentes. 143

Lección VII. Resolución de triángulos esféricos.

61. Resolución dados los dos catetos. 62. Resolución dados la hipotenusa y un cateto. 63. Resolución dados la hipotenusa y un ángulo oblicuo. 64. Resolución dados un cateto y su ángulo opuesto. 65. Resolución dados un cateto y el ángulo oblicuo adyacente. 66. Resolución dados los dos ángulos oblicuos. 67. Resolución dados los tres lados. 68. Resolución dados dos lados y el ángulo comprendido. 69. Resolución dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. 70. Resolución dados los tres ángulos; dos ángulos y el lado adyacente; dos ángulos y el lado opuesto á uno de ellos. 149

Lección VIII. Aplicaciones aritméticas.

71. Sumas. 72. Diferencias. 73. Números consecutivos. 74. Productos de sumas por diferencias. 75. Cocientes de sumas por diferencias. 76. Potencias de sumas. 77. Potencias de diferencias. 78. Raíces de sumas. 79. Raíces de diferencias. 80. Binomios trigonométricos. 157

Lección IX. Aplicaciones algébricas.

81. Ecuación general de segundo grado. 82. Caso de ser negativo el coeficiente de x . 83. Caso de ser negativo el término independiente. 84. Caso de ser negativos el coeficiente de x y el término independiente. 85. Caso de ser imaginarias las raíces. 86. Ecuación preparada de segundo grado. 87. Ecuaciones binomias. 88. Ecuaciones trinomias. 89. Ecuaciones trigonométricas. 90. Sistemas trigonométricos. 163

Lección X. Aplicaciones geométricas.

91. Triángulos. 92. Cuadriláteros. 93. Polígonos. 94. Formas circulares. 95. Pirámides. 96. Prismas. 97. Poliedros. 98. Conos. 99. Cilindros. 100. Formas esféricas. . . . 171

TABLAS.

- I. TABLA DE LOGARITMOS VULGARES.
 II. TABLA DE COLOGARITMOS.
 III. TABLA DE ANTILOGARITMOS.
 IV. TABLA DE LOGARITMOS ADITIVOS.
 V. TABLA DE LOGARITMOS SUSTRACTIVOS.
 VI. TABLA DE LOGARITMOS SENOS Y COSENOS.
 VII. TABLA DE LOGARITMOS TANGENTES Y COTANGENTES.
 VIII. TABLA DE LOGARITMOS SECANTES Y COSECANTES.
 IX. TABLA DE LOGARITMOS VERSOS Y COVERSOS.
 X. TABLA DE LOGARITMOS SUBCOVERSOS Y SUBVERSOS.

Tabla de interpolación.

Para hacer más cómodo el manejo de esta tabla, va impresa en cartulina independiente de las demás.

PRÓLOGO

DE LA

PRIMERA EDICIÓN.

Siendo los logaritmos un instrumento simplificador de los cálculos, los distintos fines y las diferentes exigencias de éstos han originado la publicación de diversas tablas logarítmicas, sin que pueda decirse sin embargo que nada nuevo queda ya por hacer en la materia: circunstancia que nos ha inducido á formar la presente colección, que difiere bastante de las hasta ahora publicadas.

El objeto que con nuestras tablas nos proponemos llenar es á la vez didáctico y de aplicación práctica.

Responden al objeto didáctico tanto sus condiciones de tamaño y sencillez, que tienden á hacer grato su uso á los alumnos de nuestros Institutos y Escuelas, como la distinción gráficamente marcada entre las aproximaciones por exceso y por de-

fecto, la cual permite que se varíen los métodos de interpolar, constituyendo una preparación excelente para el manejo de las grandes tablas.

Responde al objeto práctico el haber limitado las aproximaciones al medio diezmilésimo, lo cual proporciona una gran economía de tiempo en todos aquellos casos en los que, como sucede en la agrimensura (*), es inútil empeñarse en llevar más lejos la aproximación.

Indicada ya la tendencia general de nuestro trabajo manifestaremos los caracteres peculiares que presenta.

Dos dificultades ocurren al principiante en el manejo de las tablas: la necesidad de hojearlas para buscar cada logaritmo, y la de interpolar en el caso de no encontrarse éste en la tabla. Ambas hemos procurado evitar condensando en dos solas páginas opuestas la *Tabla de logaritmos vulgares*, y dando á las partes proporcionales de las diferencias una disposición especial que creemos nueva. De resultas en el reducido espacio que queda dicho se encuentran á doble entrada las mantisas logarít-

(*) *Bremiker* dice respecto á este asunto: «Prescindiendo de que todo profesor celoso recomendará en las escuelas el uso de tablas logarítmicas con cuatro decimales, mencionaré una sola clase de cálculos, los referentes á la agrimensura, en la que son completamente suficientes dichas tablas. Fúndase esta afirmación en que las mediciones lineales raras veces entrañan un error menor de $\frac{1}{3}$ pCt de su longitud, mientras que los logaritmos con cuatro decimales tienen un error veinte veces menor. Además los pequeños teodolitos usados en las operaciones topográficas (para no hablar de otros instrumentos angulares) no llegan á la exactitud de los logaritmos con cuatro decimales.»

micas de los 1000 primeros números, y sin más que una sencilla adición, y por un método que pudiéramos llamar de triple entrada, se determinan las mantisas de los números comprendidos entre 1000 y 10000. Al efecto hemos tenido que someternos al enojoso trabajo de calcular directamente todas las partes proporcionales de década en década, por no existir, que sepamos, otras publicadas con anterioridad.

Todos reconocen la importancia de los complementos en el cálculo logarítmico, pero la principal ventaja que en él reportan consiste en cambiar la sustracción en adición; y como para calcular cada complemento se necesita practicar una sustracción, aunque sencilla, hemos creído oportuno construir la *Tabla de cologaritmos*, uniformándola con la de logaritmos y disponiéndola de modo tal que ni aun para las interpolaciones exige sustracción alguna.

Sabido es que la determinación de un número, dado su logaritmo, implica un procedimiento mucho más laborioso que el problema opuesto de determinar el logaritmo correspondiente á un número dado. Algo se facilita esta investigación por la disposición especial que hemos dado á nuestra tabla de logaritmos, pero á pesar de ello nos ha parecido muy conveniente disponer la *Tabla de antilogaritmos* (cuya relación con la tabla de logaritmos puede decirse es idéntica á la que media p. e. entre un diccionario español-latino y otro latino-español), uniformándola con las tablas anteriores de logaritmos y de cologaritmos.

Los logaritmos llamados de GAUSS, por haber sido este ilustre geómetra alemán el primero que los calculó, aunque su invención suele atribuirse á Leonelli, merecen á nuestro juicio mucho más aprecio que el que generalmente se les dispensa. Menguada utilidad prestarían si se limitase su uso á la determinación aislada de logaritmos de sumas y de diferencias, pero es grandísima su importancia siempre que tenemos que calcular expresiones en las cuales intervienen las dos operaciones primeras con las cuatro superiores. Y como ésto es lo que generalmente acontece, así en el cálculo de determinantes como en la resolución de ecuaciones, cálculos trigonométricos, etc., compréndese la trascendencia de esta clase de logaritmos con los cuales se evitan las llamadas preparaciones para el cálculo.

Estas consideraciones nos han hecho incluir en nuestras tablas de las logaritmos de adición y de sustracción, y con objeto de facilitar y generalizar su uso presentamos separadamente la *Tabla de logaritmos aditivos* y la de *logaritmos sustractivos*. No es ésta ciertamente la única disposición que hubiésemos podido dar á los logaritmos de Gauss, pero la hemos juzgado preferible á las demás por su acuerdo con las tablas precedentes, y porque con ella se evita el uso inverso de los mismos, si bien para uniformar ambas tablas hemos tenido que calcular directamente gran parte de la de logaritmos sustractivos.

Para los casos especiales en que se prefiera la mayor exactitud del resultado á la rapidez del pro-

cedimiento calculatorio, hemos ordenado la *Tabla de interpolación*, que va independiente de las demás á fin de poder utilizarse con todas ellas.

La segunda parte, referente á los números trigonométricos, está de perfecto acuerdo con la primera, dedicada á los números naturales, habiéndose, como en ella, limitado las aproximaciones al medio diezmilésimo, y distinguido gráficamente las excedentes de las deficientes.

Para conseguir la mayor uniformidad en toda la colección, hemos condensado en dos solas páginas opuestas la *Tabla de logaritmos senos y cosenos*, disponiéndola á doble entrada por intervalos de á diez minutos, extendiéndola desde 0 á 90 grados, en vez de limitarla á los 45 como generalmente se hace, y agregándole una tablita auxiliar mediante la cual se obtienen por simple adición las aproximaciones al minuto. Esta nueva disposición, que creemos exclusivamente nuestra, tiene entre otras la ventaja de facilitar y uniformar las interpolaciones con ahorro de tiempo y de trabajo.

Idéntica disposición hemos dado también á la *Tabla de logaritmos tangentes y cotangentes*, conservando en ella, como en la de senos y cosenos, las verdaderas características. Así desaparece la irregularidad que presentan muchas tablas en las que los logaritmos tangentes de valores angulares menores que 45 grados tienen características aumentadas y los de valores angulares mayores las tienen verdaderas, mientras se verifica lo contrario con las cotangentes.

La reconocida importancia de los complementos

aritméticos nos ha inducido á disponer asimismo la *Tabla de logaritmos secantes y cosecantes*, cuyos logaritmos, respectivos complementos de los correspondientes á los cosenos y senos, con los de las tangentes y cotangentes, que son recíprocamente complementarios, evitan toda sustracción en los cálculos logarítmico-trigonométricos. Además esta Tabla de logaritmos secantes, empleada simultáneamente con la de logaritmos senos, puede reemplazar á la de logaritmos tangentes, lo que permite diversificar los métodos de comprobación.

Los logaritmos llamados de MENDOZA, por haber sido este ilustre astrónomo y marino español el que los inventó y el que calculó las primeras tablas, empleadas hoy únicamente por los navegantes, envuelven una importancia tal que hemos creído deber nuestro sacarlos del injusto olvido en que yacen, procurando generalizar su uso. Cierto es que la utilidad mayor de estos logaritmos resalta en la resolución de importantes problemas de Astronomía y Navegación, que mediante ellos se simplifican notablemente; pero tampoco puede negarse que, sin rebasar los límites de la Trigonometría, facilitan en gran manera la determinación de un ángulo de triángulo en función de los tres lados, la de un lado esférico en función de los tres ángulos, y la solución de otras varias cuestiones de carácter elemental.

Estas consideraciones nos han hecho incluir en nuestra colección la *Tabla de logaritmos versos y coversos*, y la de *logaritmos subversos y subcoversos*, presentándolas separadamente y uniformándolas con las anteriores. Hemos terido que calcular directa-

mente varios de estos logaritmos para fijar la clase de aproximación que les corresponde, y conservamos las denominaciones dadas por Mendoza, pues ni encontramos razón alguna que justifique bastante los nombres con que han sido sustituidas en Inglaterra, ni reporta su adopción ventaja alguna.

La disposición especial y nueva que hemos dado á nuestras tablas trigonométricas nos ha impuesto el árido trabajo de calcular todas las partes proporcionales de las diferencias que constituyen las respectivas tablas auxiliares.

La verificación de cuantos cálculos hemos tenido que practicar para la formación del original de cada tabla, lo mismo que la asidua corrección de las pruebas, han merecido nuestro cuidado especial, comprendiendo que del esmero empleado en nuestro trabajo habían de depender la precisión y exactitud á que en tan importante materia aspiramos.

En el texto hemos prescindido de toda referencia teórica, limitándolo á las definiciones absolutamente necesarias y á las reglas prácticas suficientes para el uso de las diversas tablas.

Las lecciones destinadas á las operaciones con logaritmos y á las operaciones por logaritmos tienen únicamente carácter práctico, y las lecciones destinadas á la resolución de triángulos rectilíneos y á la resolución de triángulos esféricos son meros formularios, encaminados á facilitar al principiante el uso de los diversos números trigonométricos. Lo propio sucede con las aplicaciones aritméticas, algebricas y geométricas.

En la parte material hemos tenido presentes, entre otras, las siguientes leyes tipográficas sancionadas por autoridades (*) competentes en el asunto:

1) *La claridad ó fácil lectura de una tabla numérica no depende tanto del tamaño de las cifras que en ella se emplean como de la acertada distribución de los blancos é interlíneas.*

2) *En igualdad de otras condiciones las cifras modernas ó de alturas iguales fatigan la vista menos que las antiguas ó de alturas desiguales.*

3) *Si en una tabla numérica hay que distinguir algunas cifras de las demás, el signo de distinción conviene sea tal que lo encuentre fácilmente quien lo busque, pero que no distraiga la atención de quien no lo necesite.*

Últimamente hemos expresado íntegras las mantisas, porque la economía de espacio, que se obtiene separando la primera cifra, está contrarrestada por la menor claridad que resulta y por el aumento de signos que exige.

(*) Como Colby, Gernerth y otros.

ADVERTENCIAS

DE LAS

SUCESIVAS EDICIONES.

En la segunda impresión hemos conservado sin alteración alguna el plan propuesto en la primera, tanto respecto á la distribución del texto como á la disposición de las tablas. De acuerdo empero con el juicio de varios colegas, excelentes amigos nuestros que nos han favorecido con sus consejos, hemos introducido algunas modificaciones encaminadas á acentuar el carácter práctico del conjunto, y que se reducen á detalles de expresión y aumento del número de ejemplos.

Muy sinceramente agradecemos las observaciones con que nos han honrado los compañeros aludidos, y damos también las gracias á todos cuantos se han interesado por nuestro ensayo, sintiendo sólo que motivos especiales nos priven de la satisfacción que experimentaríamos haciendo mención individual de sus nombres.

La única modificación importante introducida en la segunda impresión de la parte trigonométrica consiste en haber variado la disposición tabular de los *Logaritmos de Mendoza*, con objeto de unificar su

manejo é identificarlo con el de las otras tablas logarítmico-trigonométricas, alcanzando á la vez mayor facilidad en las determinaciones relativas á valores angulares obtusos.

En la tercera impresión hemos variado la disposición tabular de las partes proporcionales correspondientes á los *Logaritmos de Gauss*, con objeto de identificar su manejo con el de la Tabla de cologaritmos y evitar las sustracciones que exigía la disposición anterior.

En la cuarta impresión hemos introducido algunas ampliaciones referentes á los *Antilogaritmos* y á los *Logaritmos aditivos y sustractivos*, disminuyendo además los intervalos en la tablita comparativa de vida probable según nuestra fórmula y según el Instituto Geográfico y Estadístico.

En la quinta impresión hemos aumentado los ejemplos de *Antilogaritmos trigonométricos especiales*, y en la lección relativa á las *Aplicaciones algébricas* hemos añadido un método sencillísimo para transformar la ecuación cuadrática ordinaria en ecuación lineal trigonométrica.

LOGARITMOS.

PRIMERA PARTE.

NÚMEROS NATURALES.

LECCIÓN I.

NOCIONES FUNDAMENTALES.

1. Definición de los logaritmos. Los logaritmos son números auxiliares que sirven para la abreviación de los cálculos.

Mediante los logaritmos las operaciones de multiplicación, división, elevación y extracción se reducen respectivamente á las de adición, sustracción, multiplicación y división, á la manera que la operación de sustracción se cambia en la de adición por el uso de los complementos.

2. Nomenclatura. En todo logaritmo se consideran dos partes, entera la una y fraccionaria decimal la otra. Denomínase *característica* la parte

entera de un logaritmo, y se llama *mantisa* la parte fraccionaria decimal.

Algunas veces se encuentra usada la palabra *índice* como sinónima de característica, y con frecuencia á la mantisa se la llama simplemente *parte decimal*.

3. Notación. Designaremos el logaritmo de un número anteponiendo á éste la abreviatura *lg*. Así, *lg* 147 indicará el logaritmo del número 147.

La característica de un logaritmo se separa de su mantisa por cualquiera de los llamados signos decimales. Así, siendo 2 la característica logarítmica de un número y 1673 su mantisa, el logaritmo se expresará

2.1673 2.1673 2'1673 2,1673 2¹⁶⁷³ etc.

La primera notación es preferible á las demás por ser una de las más sencillas y la menos expuesta á confundirse con otras indicaciones.

4. Cálculo de características. La característica de un logaritmo depende sólo del orden á que pertenecen las unidades superiores del número correspondiente, y se calcula fijando la distancia de dichas unidades superiores al orden primero. Por tanto *la característica logarítmica de un número tendrá tantas unidades con signo $\{\pm\}$ como lugares $\left\{ \begin{array}{l} \text{décuplos} \\ \text{subdécuplos} \end{array} \right\}$ diste del primer orden la primera cifra significativa del número.*

En las características con + se omite el signo, y en las con — se coloca éste sobre ellas.

EJEMPLOS.

La característica logarítmica del número 7518 es 3, porque el 7, primera cifra significativa del

número, dista *tres* lugares del primer orden y esta distancia se cuenta en órdenes *décuplos*.

La característica logarítmica del número 0·00028 es $\bar{4}$, porque el 2, primera cifra significativa del número, dista *cuatro* lugares del primer orden y esta distancia se cuenta en órdenes *subdécuplos*.

De la regla establecida para calcular características logarítmicas se deduce, que los logaritmos de números cuyas unidades superiores son del mismo orden, tienen características iguales. Así, los números 9725, 6023, 5040, 1000, tienen por característica común 3.

5. Ley de mantisas. La mantisa de un logaritmo depende sólo del total de unidades que hay en el número correspondiente, y por tanto *las mantisas logarítmicas de números que únicamente difieren en el orden á que sus unidades pertenecen, son iguales; ó en otros términos: los logaritmos de números décuplos y subdécuplos entre sí difieren solamente en las características.*

EJEMPLO.

Los logaritmos correspondientes á los números
 273 2·73 0·000273 27300
 tienen por mantisa común 4362.

La determinación de cada mantisa logarítmica exige cálculos tan prolijos, que sería ilusoria la utilidad de los logaritmos, á no haberse construido *tablas* en que se consignan las mantisas logarítmicas correspondientes á los números consecutivos comprendidos entre ciertos límites.

6. Cologaritmos. Llámase cologaritmo de un número el complemento á cero del logaritmo de este número.

La operación de división, que se cambia en sustracción em-

pleando los logaritmos, se reduce á la adición mediante los cologaritmos.

7. Cálculo de cologaritmos. Los cologaritmos se calculan, como los demás complementos decimales, restando de 9 todas las cifras del logaritmo respectivo, excepto la última significativa que se resta de 10, debiéndose además disminuir la característica del resultado en la unidad complementaria, que es la del orden inmediato superior al de dicha característica. Así, siendo un logaritmo 2.4718 su complemento decimal será. 7.5282 y restando la unidad complementaria queda $\bar{3}.5282$ que es el cologaritmo.

Indicaremos el cologaritmo de un número anteponiendo á éste la abreviatura *clg*. Así, *clg* 721 designará el cologaritmo del número 721.

En todo cologaritmo se distinguen, como en el logaritmo del cual procede, la característica ó parte entera y la mantisa ó parte fraccionaria decimal.

8. Características cologarítmicas. Se facilita el cálculo indicado en el número anterior, observando que restar de 9 la característica y del resultado restar 10 equivale á cambiar el signo á dicha característica y agregarle -1 . Y, como cambiar el signo y agregar -1 á una característica logarítmica es lo mismo que invertir la denominación decimal de la primera cifra significativa del número á que el logaritmo corresponde, y rebajarla un orden, podemos establecer que la característica de un cologaritmo expresa la distancia de las unidades superiores del número al primer orden decimal, tomando esta distancia con contrario signo al que le

correspondería si se tratase de la característica de un logaritmo. En consecuencia *la característica cologarítmica de un número tendrá tantas unidades con signo $\left\{ \mp \right\}$ como órdenes $\left\{ \begin{array}{l} \text{décuplos} \\ \text{subdécuplos} \end{array} \right\}$ diste de los décimos la cifra de orden superior del número.*

Si un número consta de una sola unidad de cualquier orden, su característica cologarítmica se fija por la regla dada para las características logarítmicas, pero cuidando de cambiarle el signo.

EJEMPLOS.

La característica cologarítmica del número 7518 es $\bar{4}$, porque el 7, primera cifra significativa del número, dista *cuatro* lugares de los décimos, contándose esta distancia en órdenes *décuplos*.

La característica cologarítmica del número 0.00028 es 3, porque el 2, primera cifra significativa del número, dista *tres* lugares de los décimos, contándose esta distancia en órdenes *subdépulos*.

La característica cologarítmica del número 1000 es $\bar{3}$, porque el número consta de una sola unidad *décupla* que dista *tres* lugares del primer orden.

La característica cologarítmica del número 0.0001 es 4, porque el número consta de una sola unidad *subdépula* que dista *cuatro* lugares del primer orden.

De las reglas establecidas para calcular características cologarítmicas resulta, que los cologarítmicos de números que constan de más de una unidad, y cuyas primeras cifras significativas son del mismo orden, tienen características iguales. Así, los números 9725, 6023, 5040, 1001, tienen por característica cologarítmica común $\bar{4}$.

9. Mantisas cologarítmicas. De la manera como las mantisas cologarítmicas derivan de sus correspondientes mantisas logarítmicas (7) se desprende, que siendo éstas iguales también lo serán aquéllas, y que la ley establecida (5) para las segundas es igualmente aplicable á las primeras: por tanto *las mantisas cologarítmicas de números que difieren sólo en el orden á que sus unidades pertenecen, son iguales.*

Aunque el cálculo de mantisas cologarítmicas se efectúa con facilidad, es muy conveniente evitar las sustracciones que dicho cálculo exige, sirviéndose de *tabla* en la cual se consignent las mantisas cologarítmicas correspondientes á las números consecutivos comprendidos entre ciertos límites.

10. Antilogaritmos y anticologaritmos. Llámase antilogaritmo de un número otro número cuyo logaritmo es igual al número propuesto; y análoga relación existe entre anticologaritmos y cologaritmos. El $\left. \begin{array}{l} \text{antilogaritmo} \\ \text{anticologaritmo} \end{array} \right\}$ es pues el número de quien otro dado es $\left. \begin{array}{l} \text{logaritmo} \\ \text{cologaritmo} \end{array} \right\}$.

Indicaremos el antilogaritmo y el anticologaritmo de un número anteponiendo á éste las abreviaturas *antlg.* y *antclg.* Así, antlg 2.4673 designará el antilogaritmo del número 2.4673; y antclg 2.4673 significará el anticologaritmo del mismo número.

Los antilogaritmos y anticologaritmos pueden determinarse utilizando las tablas logarítmicas ordinarias, pero es sumamente ventajoso el uso de *tabla* especial antilogarítmica, tanto por la economía de tiempo y trabajo que proporciona, como por la mayor exactitud que con ella se obtiene.

LECCIÓN II.

LOGARITMOS VULGARES.

11. Objeto de la tabla de logaritmos vulgares. La tabla de logaritmos vulgares sirve para resolver los dos problemas siguientes:

1.º *Dado un número determinar su logaritmo correspondiente.*

2.º *Dado un logaritmo hallar el número al cual corresponde.*

Cuando con la tabla de logaritmos se resuelve el $\left\{ \begin{array}{l} \text{primer} \\ \text{segundo} \end{array} \right\}$ problema, se dice que se hace $\left\{ \begin{array}{l} \text{uso directo} \\ \text{uso inverso} \end{array} \right\}$ de la tabla.

12. Disposición de la tabla. Las dos páginas de la tabla I, que llevan el epígrafe *logaritmos vulgares*, son continuación una de otra, y constituyen una tabla única. En ella hay que distinguir:

- La fila y columna que parten de N (número),
- La parte central ó principal de la tabla,
- La tablita auxiliar.

La primera fila, que parte de N, está formada por los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que representan unidades de primer orden y sirven á la vez como indicadores de columnas. La primera columna, que también parte de N, está constituída por los números 00, 10, 11, 12, 98, 99, 100, que representan unida-

des de segundo orden, siendo al propio tiempo indicadores de filas.

La parte central consta de números de cuatro cifras que expresan las mantisas logarítmicas.

La tablita auxiliar, situada á la derecha de la principal, lleva filas de á nueve números, de una ó dos cifras cada uno, y que corresponden á los indicadores superiores 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

13. Logaritmos de números de una cifra.

Las mantisas logarítmicas correspondientes á los nueve números fundamentales se encuentran en la primera fila interior de la tabla, inmediatamente debajo de sus respectivos números; anteponiéndoles pues la característica 0 se tendrán los logaritmos completos. Así,

$$\lg 1=0.0000 \quad \lg 2=0.3010 \quad \lg 5=0.6990 \quad \lg 7=0.8451$$

Las mismas mantisas sirven para obtener los logaritmos de números que, constando de varias cifras, sólo tengan una significativa. Así,

$$\lg 2000=3.3010 \quad \lg 0.5=\bar{1}.6990 \quad \lg 0.00007=\bar{5}.8451$$

14. Logaritmos de números de dos cifras.

Las mantisas logarítmicas correspondientes á los números de dos cifras se encuentran en la primera columna interior de la tabla, inmediatamente á la derecha de los mismos números. Basta pues anteponerles la característica 1 para tener los logaritmos completos. Así,

$$\lg 10=1.0000 \quad \lg 11=1.0414 \quad \lg 37=1.5682 \quad \lg 94=1.9731$$

Las mismas mantisas sirven para obtener los logaritmos de números décuplos y subdécuplos de otros de dos cifras. Así,

$$\lg 11000=4.0414 \quad \lg 3.7=0.5682 \quad \lg 0.0094=\bar{3}.9731$$

15. Logaritmos de números de tres cifras.

La mantisa logarítmica correspondiente á un número de tres cifras se encuentra en el concurso de la fila indicada por las dos primeras cifras del número con la columna cuyo indicador es la tercera cifra; debiendo anteponérsele la característica 2 para tener el logaritmo completo. Así, para determinar el logaritmo del número 327, se entra en la fila 32, correspondiente á las dos primeras cifras del número propuesto, y en su concurso con la columna 7, que corresponde á la tercera cifra, encontramos la mantisa 5145. Por tanto,

$$\lg 327 = 2.5145$$

Igualmente se tendrá

$$\lg 100 = 2.0000 \quad \lg 111 = 2.0453 \quad \lg 973 = 2.9881$$

Las mismas mantisas corresponden á los logaritmos de números de tres cifras significativas, referidas á unidades décuplas ó subdécuplas. Así,

$$\lg 11100 = 4.0453 \quad \lg 32.7 = 1.5145 \quad \lg 0.00973 = \bar{3}.9881$$

La necesidad de atender á dos indicadores, uno de fila y otro de columna, hace que este método de fijar mantisas se llame *de doble entrada*.

La fila y columna que determinan cada mantisa logarítmica, pueden denominarse *fila de entrada* y *columna de detención*.

16. Logaritmos de números de cuatro cifras.

La mantisa logarítmica correspondiente á un número de cuatro cifras se obtiene, fijando la mantisa correspondiente á las tres primeras cifras, y agregando el número que en la tablita auxiliar se encuentra en la misma fila de las dos cifras primeras y en la columna cuyo indicador es la cuarta cifra. Anteponiendo la característica 3 se tiene el logaritmo completo. Así, para determinar el logaritmo del

número 6723, se entra en la fila 67, y en su concurso con la columna 2 se encuentra la mantisa 8274; agregándole el 5, que en la tablita auxiliar se halla en la misma fila 67 debajo de la cuarta cifra 8, tendremos 8279; y por tanto, $\lg 6728 = 3.8279$.

Análogamente obtendremos

$$\lg 1516 = \left\{ \begin{array}{l} 3.1790 \\ 17 \end{array} \right\} = 3.1807 \quad \lg 7048 = \left\{ \begin{array}{l} 3.8476 \\ 5 \end{array} \right\} = 3.8481$$

$$\lg 2419 = \left\{ \begin{array}{l} 3.3820 \\ 16 \end{array} \right\} = 3.3836$$

De la misma manera se determinan las mantisas logarítmicas de números décuplos y subdécuplos de otros de cuatro cifras. Así,

$$\lg 1516000 = 6.1807 \quad \lg 7.048 = 0.8481 \quad \lg 0.002419 = \bar{3}.3836$$

La construcción de mantisas no tabuladas mediante otras tabulares se llama *interpolación*.

La interpolación es $\left\{ \begin{array}{l} \text{progresiva} \\ \text{regresiva} \end{array} \right\}$ cuando las mantisas no tabuladas se obtienen $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentando} \\ \text{disminuyendo} \end{array} \right\}$ las mantisas tabulares.

17. Logaritmos de números de más de cuatro cifras. La mantisa logarítmica correspondiente á un número que tenga cinco ó más cifras se obtiene, fijando (16) la mantisa correspondiente á las cuatro primeras cifras, y agregando los números que en la tablita auxiliar se encuentran en la fila de las dos cifras primeras y en las columnas cuyos indicadores son las cifras últimas del número; teniendo en cuenta que cada uno de estos sumandos ha de referirse á unidades del orden inferior inmediato al del sumando anterior, y que el resultado debe limitarse á cuatro cifras. La característica se determina por la regla general (4). Así tendremos

$$\lg 23578 = \left\{ \begin{array}{l} 4.4548. \\ 11. \\ 12 \end{array} \right\} = 4.4560$$

$$\lg 231.89 = \left\{ \begin{array}{c} 2.3636. \\ 15. \\ 17 \end{array} \right\} = 2.3653$$

$$\lg 0.0755887 = \left\{ \begin{array}{c} \bar{2}.8779. \\ 5. \\ 5. \\ 4 \end{array} \right\} = \bar{2}.8785$$

Nótese que las mantisas logarítmicas de números constituidos por cinco ó más cifras difieren poco de las correspondientes á los números formados por las cuatro cifras primeras, pudiendo en la mayoría de los casos emplearse unas por otras.

Las mantisas logarítmicas de números que tengan cuatro ó más cifras se obtienen con ventaja (19) utilizando la *tabla de interpolación*.

18. Aproximaciones. Las mantisas logarítmicas de la tabla son números aproximados al *medio diezmilésimo*, es decir que el error cometido usando cualquiera de ellas es siempre menor que 0.00005, ya por defecto ya por exceso, distinguiéndose éstas en nuestra tabla por su cifra final que va impresa con carácter algo más grueso. Sin embargo puede llevarse la aproximación al *cuarto de diezmilésimo*, es decir hacer que el error sea menor que 0.000025, para lo cual basta modificar las mantisas tabulares con el valor medio entre los posibles para el error, y como éste puede variar entre 0 y $\left\{ \begin{array}{c} \pm 0.00005 \\ 0.00005 \end{array} \right\}$ si la mantisa es de valor $\left\{ \begin{array}{c} \text{deficiente} \\ \text{excedente} \end{array} \right\}$, el valor medio del error será $\left\{ \begin{array}{c} \pm 0.000025 \\ 0.000025 \end{array} \right\}$. Estableceremos, pues, que *para obtener las mantisas logarítmicas con doble aproximación que la ordinaria hay que $\left\{ \begin{array}{c} \text{aumentar} \\ \text{disminuir} \end{array} \right\}$ 25 millonésimos á toda mantisa tabular que esté aproximada por $\left\{ \begin{array}{c} \text{defecto} \\ \text{exceso} \end{array} \right\}$; es decir, cuya últi-*

ma cifra va impresa con $\left\{ \begin{array}{l} \text{igual} \\ \text{diferente} \end{array} \right\}$ carácter que las demás.

EJEMPLOS.

$$\lg 17 = 1.2304 \text{ con error por defecto } < 0.00005$$

$$\lg 18 = 1.2553 \text{ con error por exceso } < 0.00005$$

y modificando

$$\left. \begin{array}{l} \lg 17 = 1.2304 + 0.000025 = 1.230425 \\ \lg 18 = 1.2553 - 0.000025 = 1.255275 \end{array} \right\} \text{error } < 0.000025$$

$$\lg 718 = 2.8561$$

$$\lg 718 = 2.856125$$

$$\lg 991 = 2.9961$$

$$\lg 991 = 2.996075$$

$$\lg 871 = 2.9400$$

$$\lg 871 = 2.940025$$

$$\lg 537 = 2.7300$$

$$\lg 537 = 2.729975$$

Si se quiere reducir la modificación á una sola cifra, hay que

$\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentar } 3 \\ \text{disminuir } 2 \end{array} \right\}$ cienmilésimos á las mantisas siempre que estén aproximadas por $\left\{ \begin{array}{l} \text{defecto} \\ \text{exceso} \end{array} \right\}$.

EJEMPLOS.

$$\lg 17 = 1.2304 \quad \lg 17 = 1.2304 + 0.00003 = 1.23043$$

$$\lg 18 = 1.2553 \quad \lg 18 = 1.2553 - 0.00002 = 1.25528$$

$$\lg 718 = 2.8561$$

$$\lg 718 = 2.85613$$

$$\lg 991 = 2.9961$$

$$\lg 991 = 2.99608$$

$$\lg 871 = 2.9400$$

$$\lg 871 = 2.94003$$

$$\lg 537 = 2.7300$$

$$\lg 537 = 2.72998$$

Los logaritmos de los números 1, 10, 100, son exactos, y por tanto no admiten modificación alguna en su mantisa.

Conviene en algunos casos cortar en los milésimos las mantisas tabulares, y para ello hay que recordar que, según la regla usual de limitaciones, *al suprimir cifras finales de un número,*

debe $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentarse en 1} \\ \text{quedar invariable} \end{array} \right\}$ la última cifra conservada, si las cifras suprimidas representan $\left\{ \begin{array}{l} \text{más} \\ \text{menos} \end{array} \right\}$ que media unidad del orden á que aquélla corresponde.

En las tablas ordinarias ofrece dificultades la aplicación de esta regla cuando la parte que se suprime es 5, 50, 500, pues no es posible saber en estos casos si debe modificarse ó no la cifra anterior al 5, el cual puede representar más ó menos que media unidad, según esté aproximado por defecto ó por exceso. Nuestras tablas no dejan lugar á duda y *siempre que al limitar una mantisa la cifra suprimida sea* $\left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ natural ó mayor que } 5 \\ 5 \text{ modificado ó menor que } 5 \end{array} \right\}$ debe $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentarse en 1} \\ \text{no modificarse} \end{array} \right\}$ la última cifra conservada.

EJEMPLOS.

lg 13 = 1.1139	lg 13 = 1.114
lg 14 = 1.1461	lg 14 = 1.146
lg 321 = 2.5065	lg 321 = 2.507
lg 825 = 2.9163	lg 825 = 2.916
lg 8.31 = 0.9196	lg 8.31 = 0.920
lg 9.34 = 0.9703	lg 9.34 = 0.970

19. Interpolaciones. En los artículos precedentes (16 y 17) se ha expuesto la manera de interpolar, ó sea construir mantisas logarítmicas no tabuladas, utilizando al efecto la tablita auxiliar adjunta á la de logaritmos; pero, haciendo uso de la llamada *tabla de interpolación* (*) y teniendo en cuenta las modificaciones de que las mantisas son susceptibles (18), pueden seguirse otros *métodos de interpolar*, de los cuales explicaremos los tres principales.

1.º Determinada la mantisa correspondiente á

(*) Para hacer más cómodo el manejo de la tabla de interpolación, va impresa en cartulina é independiente de las demás tablas.

las tres primeras cifras del número, se resta esta mantisa de la siguiente (que es la que corresponde al número inmediato superior al formado por dichas tres cifras), y los productos de la diferencia obtenida por cada una de las restantes cifras del número (cuyos productos se encuentran en la tabla de interpolación), se agregan á la mantisa primera, cuidando de referir cada uno de ellos á décimos de la última cifra del sumando anterior.

Así, para determinar por este método el logaritmo de 32548, se fija la mantisa de 325, que es 5119, la de 326, que es 5132, y la diferencia entre ambas, que es 13; las restantes cifras del número 4 y 8, se buscan en la columna **I. L.** de la tabla de interpolación, y en el concurso de las filas indicadas por ellas con la columna 13 se encuentran los números 5·2 y 10·4, que, referidos á décimos sucesivos, se agregan á la mantisa primera 5119, limitando la suma á sólo cuatro cifras. Por tanto será

$$\lg 32548 = \left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot 5119 \\ \quad 5 \mid 2 \\ \quad 1 \mid 04 \end{array} \right\} = 4 \cdot 5125$$

2.º Aumentando una cifra á la mantisa correspondiente á las tres primeras cifras del número, según las prescripciones establecidas (18), y usando la tabla de interpolación como en el método primero, se $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumenta} \\ \text{disminuye} \end{array} \right\}$ el resultado en la mitad del número formado por las cifras restantes, si sólo la $\left\{ \begin{array}{l} \text{primera} \\ \text{segunda} \end{array} \right\}$ de las mantisas tabulares está aproximada por exceso, y se obtendrá la mantisa buscada con una decimal más que en la tabla, ó sea con cinco cifras.

Así, para fijar por este método el logaritmo de 32548, se busca la mantisa de 325, que es 5119, la de 326, que es 5132, y la diferencia entre ellas que es 13. La mantisa primera 5119, por estar aproximada por exceso, se transforma en 51188; á esta mantisa modificada se le suman los productos de la diferencia 13 por las cifras 4 y 8, y se aumenta la mitad, 24, del número 48 que forman estas cifras, por estar aproximada por exceso sólo la primera mantisa. Por tanto será

$$\lg 32548 = \left\{ \begin{array}{r|l} 4.51188 & \\ \hline 52 & \\ 10 & 4 \\ 2 & 4 \end{array} \right\} = 4.51253$$

En el caso particular de ser exacta la primera ó menor de las dos mantisas tabulares, hay que $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentar} \\ \text{disminuir} \end{array} \right\}$ el resultado en la cuarta parte del número formado por las cifras finales del propuesto, si la mantisa aproximada lo está por $\left\{ \begin{array}{l} \text{defecto} \\ \text{exceso} \end{array} \right\}$; debiendo ser contraria la modificación, si la mantisa exacta fuere la mayor.

Cuando ambas mantisas tienen aproximación de igual clase no hay que verificar modificación alguna (*).

3.º Aumentando dos cifras (18) á la mantisa correspondiente á las tres primeras cifras del número, y procediendo en todo lo demás como en el método segundo, quedará construída la mantisa con dos decimales más que en la tabla, ó sea con seis cifras. Así, aplicado el método al logaritmo del número 32548, tendremos

$$\lg 32548 = \left\{ \begin{array}{r|l} 4.511875 & \\ \hline 52 & \\ 104 & \\ 24 & \end{array} \right\} = 4.512523$$

(*) Los seis casos que pueden ocurrir, haciendo uso de nuestras tablas, se encuentran ejemplificados en las páginas 16, 17 y 18.

EJEMPLOS.

PRIMER CASO. Las dos mantisas tabulares aproximadas por defecto.

Primer método.

$$\lg 755887 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.8779 & 8 \\ 4 & 48 \\ & 42 \end{array} \right\} = 5.8784$$

Segundo método.

$$\lg 755887 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.87793 & 8 \\ 48 & 4 \\ & 42 \end{array} \right\} = 5.87846$$

Tercer método.

$$\lg 755887 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.877925 & 8 \\ 48 & 4 \\ 48 & 42 \\ & 2 \end{array} \right\} = 5.878457$$

SEGUNDO CASO. Las dos mantisas aproximadas por exceso.

Primer método.

$$\lg 903748 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.9557 & 5 \\ 3 & 20 \\ & 40 \end{array} \right\} = 5.9561$$

Segundo método.

$$\lg 903748 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.95568 & 5 \\ 35 & 0 \\ 2 & 40 \end{array} \right\} = 5.95605$$

Tercer método.

$$\lg 903748 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.955675 & 5 \\ 35 & 0 \\ 20 & 4 \\ & 0 \end{array} \right\} = 5.956049$$

TERCER CASO. La primera mantisa aproximada por defecto y la segunda por exceso.

Primer método.

$$\lg 554657 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.7435 & \\ 4 & 8 \\ & 40 \\ & 56 \end{array} \right\} = 5.7440$$

Segundo método.

$$\lg 554657 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.74353 & \\ & 48 \\ & 4 \ 0 \\ & 56 \\ -3 & 28 \end{array} \right\} = 5.74402$$

Tercer método.

$$\lg 554657 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.743525 & \\ & 48 \\ & 40 \\ & 5 \ 6 \\ -32 & 8 \end{array} \right\} = 5.744018$$

CUARTO CASO. La primera mantisa aproximada por exceso y la segunda por defecto.

Primer método.

$$\lg 714652 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.8537 & \\ & 3 \ 6 \\ & 30 \\ & 12 \end{array} \right\} = 5.8541$$

Segundo método.

$$\lg 714652 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.85368 & \\ & 36 \\ & 3 \ 0 \\ & 12 \\ & 3 \ 26 \end{array} \right\} = 5.85410$$

Tercer método.

$$\lg 714652 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.853675 & \\ & 36 \\ & 30 \\ & 4 \ 2 \\ & 32 \ 6 \end{array} \right\} = 5.854099$$

QUINTO CASO. La primera mantisa exacta y la segunda aproximada por defecto.

Primer método.

$$\lg 100057 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.0000 & 0 \\ 2 & 28 \end{array} \right\} = 5.0002$$

Segundo método.

$$\lg 100057 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.00000 & 8 \\ 20 & 4 \\ 2 & 1 \end{array} \right\} = 5.00024$$

Tercer método.

$$\lg 100057 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5.000000 & 4 \\ 20 & 14 \\ 28 & \end{array} \right\} = 5.000242$$

SEXTO CASO. La primera mantisa aproximada por exceso y la segunda exacta.

Primer método.

$$\lg 99975 = \left\{ \begin{array}{c|c} 4.9996 & 8 \\ 2 & 20 \end{array} \right\} = 4.9999$$

Segundo método.

$$\lg 99975 = \left\{ \begin{array}{c|c} 4.99951 & 9 \\ 28 & 0 \\ 2 & 1 \end{array} \right\} = 4.99989$$

Tercer método.

$$\lg 99975 = \left\{ \begin{array}{c|c} 4.999575 & 19 \\ 28 & \end{array} \right\} = 4.999894$$

20. Uso inverso de la tabla I. Para determinar el número á que corresponde un logaritmo dado, utilizando la tabla I, se busca en la parte interior de ésta la mantisa del logaritmo propuesto, y, si se encuentra en ella, las cifras indicadoras de la fila y columna que concurren en dicha mantisa forman el número buscado, el cual ha de referirse al orden que indique la característica. Así, para hallar el número á que corresponde el logaritmo 3.8357 , buscaremos la mantisa 8357 en la parte interior de la tabla, y como se encuentra en la fila 68, columna 5, siendo 3 la característica, el número buscado será 6850.

Si la mantisa propuesta no aparece en la tabla, se fija el número que corresponde á la mantisa tabular *inferior* inmediata; la diferencia entre esta mantisa y la propuesta se busca en la tablita auxiliar en la misma fila de las dos cifras primeras, y el indicador de la columna en que se halle esta diferencia, ó el número más próximo á ella, será la cuarta cifra del número buscado. Sea, por ejemplo, 3.3832 el logaritmo cuyo número se pide. La mantisa 3832 no existe en la tabla, siendo la más próxima inferior 3820 , que corresponde al número 241. La diferencia entre la mantisa tabular 3820 y la propuesta 3832 , que es 12, se encuentra en la tablita auxiliar, columna 7; el número buscado será pues 2417.

Aunque la tabla de antilogaritmos hace innecesario el uso inverso de la tabla I, mostraremos con un ejemplo el empleo que en dicho uso inverso puede hacerse de la tabla de interpolación. Sea el logaritmo dado 1.4560 . La mantisa tabular inferior inmediata á

la propuesta es 4548, que corresponde al número 285; la diferencia entre la mantisa tabular 4548 y la propuesta 4560 es 12; la diferencia entre la mantisa tabular 4548 y la siguiente 4564 es 16; en la tabla de interpolación, columna 16, el número más próximo á la diferencia 12 es 11·2, al que corresponde el valor 7 en la columna **I. L.**; el décuplo de la diferencia entre 12·0 y 11·2 es 8, que determina la cifra 5; será pues $1\cdot4560 = \lg 28\cdot575$.

El cálculo se dispone como sigue:

$$\begin{array}{r}
 1\cdot4560 \\
 4548 \dots\dots\dots 285 \quad \text{dif. } 16 \\
 \hline
 120 \\
 112 \dots\dots\dots 7 \\
 \hline
 8 \dots\dots\dots 5 \\
 \\
 1\cdot4560 = \lg 28\cdot575
 \end{array}$$

LECCIÓN III.

COLOGARITMOS.

21. Objeto de la tabla de cologaritmos. La tabla de cologaritmos sirve para resolver los dos problemas siguientes:

1.º *Dado un número determinar su cologaritmo correspondiente,*

2.º *Dado un cologaritmo hallar el número al cual corresponde.*

La resolución del $\left\{ \begin{array}{l} \text{primer} \\ \text{segundo} \end{array} \right\}$ problema exige uso $\left\{ \begin{array}{l} \text{directo} \\ \text{inverso} \end{array} \right\}$ de la tabla de cologaritmos.

22. Disposición de la tabla. Las dos páginas de la tabla II, que llevan el epígrafe *cologaritmos*, son continuación una de otra, y constituyen una tabla única. Su disposición es idéntica á la de la tabla de logaritmos vulgares, con la sola diferencia de que los números de cuatro cifras, que ocupan la parte principal, aquí expresan mantisas cologarítmicas.

23. Cologaritmos de números de una cifra. Las mantisas cologarítmicas correspondientes á los nueve números fundamentales se encuentran en la primera fila interior de la tabla, inmediatamente

debajo de sus respectivos números; anteponiendo pues para el 1 la característica 0, y $\bar{1}$ para los demás, se tendrán los cologaritos completos. Así obtendremos

$$\text{clg } 1 = 0.0000$$

$$\text{clg } 4 = \bar{1}.3979$$

$$\text{clg } 7 = \bar{1}.1549$$

$$\text{clg } 9 = \bar{1}.0458$$

Las mismas mantisas sirven para obtener los cologaritos de números que, constanding de varias cifras, sólo tengan una significativa. Así,

$$\text{clg } 4000 = \bar{4}.3979 \quad \text{clg } 0.7 = 0.1549 \quad \text{clg } 0.0009 = 3.0458$$

24. Cologaritos de números de dos cifras.

Las mantisas cologarítmicas correspondientes á los números de dos cifras se encuentran en la primera columna interior de la tabla, inmediatamente á la derecha de los mismos números. Basta, pues, anteponer para el 10 la característica $\bar{1}$, y $\bar{2}$ para todos los demás, y se tendrán los cologaritos completos. Así,

$$\text{clg } 10 = \bar{1}.0000$$

$$\text{clg } 12 = \bar{2}.9208$$

$$\text{clg } 58 = \bar{2}.2366$$

$$\text{clg } 94 = \bar{2}.0269$$

Las mismas mantisas sirven para obtener los cologaritos de números décuplos y subdépulos de otros de dos cifras. Así,

$$\text{clg } 12000 = \bar{5}.9208 \quad \text{clg } 5.8 = \bar{1}.2366 \quad \text{clg } 0.0094 = 2.0269$$

25. Cologaritos de números de tres cifras.

La mantisa cologarítmica correspondiente á un número de tres cifras se encuentra en el concurso de la

fila indicada por las dos primeras cifras del número con la columna cuyo indicador es la tercera cifra; anteponiendo la característica 2 para el 100, y $\bar{3}$ para todos los demás, se tendrán los cologaritmos completos. Así,

$$\text{clg } 100 = \bar{2}.0000$$

$$\text{clg } 428 = \bar{3}.3686$$

$$\text{clg } 509 = \bar{3}.2933$$

$$\text{clg } 984 = \bar{3}.0070$$

Las mismas mantisas corresponden á los cologaritmos de números de tres cifras significativas, referidas á unidades décuplas ó subdécuplas. Así,

$$\text{clg } 4.28 = \bar{1}.3686 \quad \text{clg } 50900 = \bar{5}.2933 \quad \text{clg } 0.00984 = 2.0070$$

26. Cologaritmos de números de cuatro cifras. La mantisa cologarítmica de un número de cuatro cifras se obtiene, fijando la mantisa correspondiente á las tres primeras cifras aumentadas en 1, y agregando el número que en la tablita auxiliar se encuentra en la misma fila de las dos cifras primeras y en la columna cuyo indicador es la cuarta cifra. Anteponiendo la característica $\bar{3}$ ó $\bar{4}$, según que el número tenga una ó más unidades, se tiene el cologaritmo completo. Así, para determinar el cologaritmo de 3847, se busca la mantisa cologarítmica correspondiente á 385 (384+1), entrando en la fila 38; en su concurso con la columna 5, se encuentra la mantisa 4145, y agregándole el 3, que en la tablita auxiliar se halla en la fila 38 debajo de la cuarta cifra 7, tendremos 4148. Por tanto

$$\text{clg } 3847 = \bar{4}.4148$$

Análogamente obtendremos

$$\text{clg } 2314 = \left\{ \begin{array}{c} \bar{4} \cdot 6345 \\ 11 \end{array} \right\} = \bar{4} \cdot 6356 \quad \text{clg } 3061 = \left\{ \begin{array}{c} \bar{4} \cdot 5129 \\ 13 \end{array} \right\} = \bar{4} \cdot 5142$$

$$\text{clg } 8926 = \left\{ \begin{array}{c} \bar{4} \cdot 0491 \\ 2 \end{array} \right\} = \bar{4} \cdot 0493$$

De la misma manera se determinan las mantisas cologarítmicas de números décuplos y subdécuplos de otros de cuatro cifras. Así,

$$\text{clg } 2314000 = \bar{7} \cdot 6356 \quad \text{clg } 3061 = \bar{2} \cdot 5142 \quad \text{clg } 0 \cdot 008926 = 2 \cdot 0493$$

27. Cologarítmicos de números de más de cuatro cifras. La mantisa cologarítmica correspondiente á un número que tenga cinco ó más cifras se obtienen, fijando (26) la mantisa correspondiente á las cuatro primeras cifras aumentadas en 1, y agregando los números que en la tablita auxiliar se encuentran en la fila de las dos cifras primeras y en las columnas cuyos indicadores son las cifras últimas del número, aumentadas en 1 todas menos la última; teniendo en cuenta que cada uno de estos sumandos ha de referirse al orden inferior inmediato al del sumando anterior, y que el resultado debe limitarse á cuatro cifras. La característica se determina por la regla general (8). Así tendremos

$$\text{clg } 36421 = \left\{ \begin{array}{c} \bar{5} \cdot 4377 \\ 8 \\ 11 \end{array} \right\} = \bar{5} \cdot 4386$$

$$\text{clg } 147 \cdot 236 = \left\{ \begin{array}{c} \bar{3} \cdot 8297 \\ 21 \\ 18 \\ 12 \end{array} \right\} = \bar{3} \cdot 8320$$

$$\text{clg } 0 \cdot 0021832 = \left\{ \begin{array}{c} 2 \cdot 6596 \\ 12 \\ 16 \end{array} \right\} = 2 \cdot 6610$$

Nótese que las mantisas cologarítmicas de números constituidos por cinco ó más cifras difieren poco de las correspondientes á los números formados por las cuatro cifras primeras, pudiendo en la mayoría de los casos emplearse unas por otras.

Las mantisas cologarítmicas de números que tengan cuatro ó más cifras se obtienen con ventaja (29) utilizando la tabla de interpolación.

28. Aproximaciones. Las observaciones hechas (18) respecto á los grados de aproximación de las mantisas logarítmicas son igualmente aplicables á las cologarítmicas, y por tanto *para obtener las mantisas cologarítmicas con doble aproximación que la ordinaria basta* $\left. \begin{array}{l} \text{aumentar} \\ \text{disminuir} \end{array} \right\} 25 \text{ millonésimos á cada mantisa que esté aproximada por } \left. \begin{array}{l} \text{defecto} \\ \text{exceso} \end{array} \right\}$; es decir, *cuya última cifra va impresa con* $\left. \begin{array}{l} \text{el mismo} \\ \text{diferente} \end{array} \right\} \text{ carácter que las demás.}$

EJEMPLOS.

clg 8 = $\bar{1}.0969$	y modificando	clg 8 = $\bar{1}.096925$
clg 9 = $\bar{1}.0458$		clg 9 = $\bar{1}.045775$
clg 71 = $\bar{2}.1487$		clg 71 = $\bar{2}.148725$
clg 73 = $\bar{2}.1367$		clg 73 = $\bar{2}.136675$
clg 0.207 = 0.6840		clg 0.207 = 0.684025
clg 0.227 = 0.6440		clg 0.227 = 0.643975

Si se quiere reducir la modificación á una sola cifra, hay que $\left. \begin{array}{l} \text{aumentar } 2 \\ \text{disminuir } 3 \end{array} \right\} \text{ cienmilésimos á las mantisas siempre que estén aproximadas por } \left. \begin{array}{l} \text{defecto} \\ \text{exceso} \end{array} \right\}.$

EJEMPLOS.

$$\text{clg } 8 = \bar{1} \cdot 0969$$

$$\text{clg } 9 = \bar{1} \cdot 0458$$

$$\text{clg } 71 = \bar{2} \cdot 1487$$

$$\text{clg } 73 = \bar{2} \cdot 1367$$

$$\text{clg } 0 \cdot 207 = 0 \cdot 6840$$

$$\text{clg } 0 \cdot 227 = 0 \cdot 6440$$

$$\text{clg } 8 = \bar{1} \cdot 09692$$

$$\text{clg } 9 = \bar{1} \cdot 04577$$

$$\text{clg } 71 = \bar{2} \cdot 14872$$

$$\text{clg } 73 = \bar{2} \cdot 13667$$

$$\text{clg } 0 \cdot 207 = 0 \cdot 68402$$

$$\text{clg } 0 \cdot 227 = 0 \cdot 64397$$

Los cologaritmos de los números 1, 10, 100, . . . son exactos, y por tanto no admiten modificación alguna en su mantisa.

Si se quiere cortar en los milésimos las mantisas cologarítmicas tabulares, debe $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentarse en 1} \\ \text{no modificarse} \end{array} \right\}$ la última cifra conservada, siempre que sea $\left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ natural ó mayor que 5} \\ 5 \text{ modificado ó menor que 5} \end{array} \right\}$ la cifra suprimida.

EJEMPLOS.

$$\text{clg } 18 = \bar{2} \cdot 7447$$

$$\text{clg } 19 = \bar{2} \cdot 7212$$

$$\text{clg } 218 = \bar{3} \cdot 6615$$

$$\text{clg } 313 = \bar{3} \cdot 5045$$

$$\text{clg } 0 \cdot 021 = 1 \cdot 6778$$

$$\text{clg } 0 \cdot 023 = 1 \cdot 6383$$

$$\text{clg } 18 = \bar{2} \cdot 745$$

$$\text{clg } 19 = \bar{2} \cdot 721$$

$$\text{clg } 218 = \bar{3} \cdot 662$$

$$\text{clg } 313 = \bar{3} \cdot 504$$

$$\text{clg } 0 \cdot 021 = 1 \cdot 678$$

$$\text{clg } 0 \cdot 023 = 1 \cdot 638$$

29. Interpolaciones. Haciendo uso de la tabla de interpolación y teniendo en cuenta las modificaciones de que las mantisas son susceptibles (28), pueden seguirse para los cologaritmos varios métodos de interpolar, de los cuales indicaremos los tres principales.

1.º Determinada la mantisa cologarítmica correspondiente á las tres primeras cifras del número aumentadas en 1, se resta esta mantisa de la ante-

rior (que es la que corresponde al número formado por dichas tres cifras), y los productos de la diferencia obtenida por los complementos á 9 de cada una de las cifras restantes, excepto la última que se complementa á 10 (cuyos productos se encuentran en la tabla de interpolación sin necesidad de complementar), se agregan á la mantisa primera, refiriendo cada uno de ellos á décimos de la última cifra del sumando anterior.

Así, para determinar por este método el cologarítmico de 21514, se fija la mantisa de 216 (215 + 1), que es 6655, la de 215, que es 6676, y la diferencia entre ambas, que es 21; las restantes cifras del número, 1 y 4, aumentada la primera en 1, se buscan en la columna **I. C.** de la tabla de interpolación, y en el concurso de las filas indicadas por ellas con la columna 21, se encuentran los números 16·8 y 12·6 que, referidos á décimos sucesivos, se agregan á la mantisa primera 6655, limitando la suma á sólo cuatro cifras. Por tanto será

$$\text{clg } 21514 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{5} \cdot 6655 \\ \quad 16 \quad 8 \\ \quad \quad 1 \quad 26 \end{array} \right\} = \bar{5} \cdot 6673$$

2.º Agregando una cifra, según las prescripciones establecidas (28), á la mantisa cologarítmica correspondiente á las tres primeras cifras del número aumentadas en 1, y usando la tabla de interpolación como en el método primero, se $\left. \begin{array}{l} \text{aumenta} \\ \text{disminuye} \end{array} \right\}$ el resultado en la mitad del complemento decimal del número formado por las cifras restantes, si sólo la $\left. \begin{array}{l} \text{menor} \\ \text{mayor} \end{array} \right\}$ de las mantisas tabulares está aproximada

por exceso, y se obtendrá la mantisa buscada con una decimal más que en la tabla, ó sea con cinco cifras.

Así, para fijar por este método el cologaritmo de 21514, se busca la mantisa de 216, que es 6655, la de 215, que es 6676, y la diferencia entre ellas, que es 21. La mantisa primera 6655, por estar aproximada por defecto, se transforma en 66552; á esta mantisa modificada se le suman los números 168 y 126. obtenidos como se ha dicho en el método primero, y se resta de la suma la mitad del complemento decimal del número 14, que forman las cifras finales del propuesto, por estar aproximada por exceso sólo la mantisa mayor. Por tanto será

$$\text{clg } 21514 = \left\{ \begin{array}{r|l} \bar{5} \cdot 66552 & \\ 168 & \\ \hline 126 & 6 \\ - 4 & 3 \end{array} \right\} = \bar{5} \cdot 66728$$

Si es exacta una de las dos mantisas tabulares, la modificación se reduce á la cuarta parte del complemento decimal de las cifras últimas del número.

Cuando ambas mantisas tienen aproximación de igual clase no hay que verificar modificación alguna.

3.º Agregando dos cifras (28) á la mantisa cologarítmica correspondiente á las tres primeras cifras del número aumentadas en 1, y procediendo en todo lo demás como en el método segundo, quedará construída la mantisa con dos decimales más que en la tabla, ó sea con seis cifras.

Así, aplicado el método al cologaritmo del número 21514, tendremos

$$\text{clg } 21514 = \left\{ \begin{array}{r|l} \bar{5} \cdot 665525 & \\ 168 & \\ \hline 126 & \\ - 43 & \end{array} \right\} = \bar{5} \cdot 667288$$

EJEMPLOS.

PRIMER CASO. Ambas mantisas aproximadas por defecto.

Primer método.

$$\text{clg } 903748 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6}\cdot 0438 & \\ 1 & \begin{array}{c} 0 \\ 25 \\ 10 \end{array} \end{array} \right\} = \bar{6}\cdot 0439$$

Segundo método.

$$\text{clg } 903748 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6}\cdot 04382 & \\ 10 & \begin{array}{c} 5 \\ 10 \end{array} \\ 2 & \end{array} \right\} = \bar{6}\cdot 04395$$

Tercer método.

$$\text{clg } 903748 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6}\cdot 043825 & \\ 10 & \begin{array}{c} 25 \\ 40 \end{array} \\ 25 & \\ 4 & 0 \end{array} \right\} = \bar{6}\cdot 043951$$

SEGUNDO CASO. Ambas mantisas aproximadas por exceso.

Primer método.

$$\text{clg } 755887 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6}\cdot 1215 & \\ 0 & \begin{array}{c} 6 \\ 06 \\ 18 \end{array} \end{array} \right\} = \bar{6}\cdot 1216$$

Segundo método.

$$\text{clg } 755887 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6}\cdot 12147 & \\ 06 & \begin{array}{c} 6 \\ 18 \end{array} \\ 0 & \end{array} \right\} = \bar{6}\cdot 12154$$

Tercer método.

$$\text{clg } 755887 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6}\cdot 121475 & \\ 06 & \begin{array}{c} 6 \\ 18 \end{array} \\ 06 & \\ 1 & 8 \end{array} \right\} = \bar{6}\cdot 121543$$

TERCER CASO. La mantisa menor aproximada por defecto y la mayor por exceso.

Primer método.

$$\text{clg } 554657 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6} \cdot 2557 & 4 \\ 2 & 32 \\ & 24 \end{array} \right\} = \bar{6} \cdot 2560$$

Segundo método.

$$\text{clg } 554657 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6} \cdot 25572 & 2 \\ 24 & 3 \\ & 24 \\ -1 & 72 \end{array} \right\} = \bar{6} \cdot 25598$$

Tercer método.

$$\text{clg } 554657 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6} \cdot 255725 & 4 \\ 24 & 32 \\ & 2 \\ & 4 \\ -17 & 2 \end{array} \right\} = \bar{6} \cdot 255982$$

CUARTO CASO. La mantisa menor aproximada por exceso y la mayor por defecto.

Primer método.

$$\text{clg } 714652 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6} \cdot 1457 & 8 \\ 1 & 24 \\ & 48 \end{array} \right\} = \bar{6} \cdot 1459$$

Segundo método.

$$\text{clg } 714652 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6} \cdot 14567 & 4 \\ 18 & 2 \\ & 48 \\ & 1 \\ & 74 \end{array} \right\} = \bar{6} \cdot 14590$$

Tercer método.

$$\text{clg } 714652 = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{6} \cdot 145675 & 8 \\ 18 & 24 \\ & 4 \\ & 8 \\ & 17 \\ & 4 \end{array} \right\} = \bar{6} \cdot 145901$$

QUINTO CASO. La mantisa menor exacta y la mayor aproximada por defecto.

Primer método.

$$\text{clg } 99975 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{5} \cdot 0000 \\ 0 \quad | \quad 8 \\ \quad \quad | \quad 20 \end{array} \right\} = \bar{5} \cdot 0001$$

Segundo método.

$$\text{clg } 99975 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{5} \cdot 00000 \\ \quad \quad 08 \\ \quad \quad 2 \quad | \\ \quad \quad \quad | \quad 6 \end{array} \right\} = \bar{5} \cdot 00011$$

Tercer método.

$$\text{clg } 99975 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{5} \cdot 000000 \\ \quad \quad 08 \\ \quad \quad 20 \\ \quad \quad \quad 6 \end{array} \right\} = \bar{5} \cdot 000106$$

SEXTO CASO. La mantisa menor aproximada por exceso y la mayor exacta.

Primer método.

$$\text{clg } 100057 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{6} \cdot 9996 \\ 1 \quad 6 \\ \quad \quad | \quad 12 \end{array} \right\} = \bar{6} \cdot 9998$$

Segundo método.

$$\text{clg } 100057 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{6} \cdot 99957 \\ \quad \quad 16 \\ \quad \quad 1 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad | \quad 1 \end{array} \right\} = \bar{6} \cdot 99975$$

Tercer método.

$$\text{clg } 100057 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{6} \cdot 999575 \\ \quad \quad 16 \\ \quad \quad 12 \\ \quad \quad \quad 11 \end{array} \right\} = \bar{6} \cdot 999758$$

30. Uso inverso de la tabla II. Para determinar el número á que corresponde un cologaritmo dado, se busca en la parte interior de la tabla II la mantisa del cologaritmo propuesto, y, si se encuentra en ella, las cifras indicadoras de la fila y columna que concurren en dicha mantisa forman el número buscado, el cual ha de referirse al orden que indique la característica. Así, para hallar el número á que corresponde el cologaritmo 1·5017, buscaremos la mantisa 5017 en la parte interior de la tabla, y como se encuentra en la fila 31, columna 5, siendo 1 la característica, el número buscado será 0·0315

Si la mantisa propuesta no aparece en la tabla, se fija el número que corresponde á la mantisa tabular *superior* inmediata; la diferencia entre la mantisa propuesta y la tabular inferior inmediata se busca en la tablita auxiliar en la misma fila de las dos cifras primeras, y el indicador de la columna en que se halle la diferencia, ó el número más próximo á ella, será la cuarta cifra del número buscado. Sea, por ejemplo, $\bar{2}$ ·1225 el cologaritmo cuyo número se pide. La mantisa 1225 no existe en la tabla, siendo la más próxima superior 1226, que corresponde al número 754. La diferencia entre la mantisa propuesta 1225 y la tabular inferior inmediata 1221, que es 4, se encuentra en la tablita auxiliar, columna 3; el número buscado será pues 75·43.

Ocurre tan raras veces tener que hacer uso inverso de la tabla de cologaritmos, que creemos innecesario detallar el empleo que en tales casos puede hacerse de la tabla de interpolación.

LECCIÓN IV.

ANTILOGARITMOS.

31. Objeto de la tabla de antilogaritmos.

La tabla de antilogaritmos sirve para resolver los dos problemas siguientes:

1.º *Dado un logaritmo hallar el número al cual corresponde,*

2.º *Dado un número determinar su logaritmo correspondiente.*

Al resolver el $\left\{ \begin{array}{l} \text{primer} \\ \text{segundo} \end{array} \right\}$ problema se hace uso $\left\{ \begin{array}{l} \text{directo} \\ \text{inverso} \end{array} \right\}$ de la tabla de antilogaritmos. Esta tabla es pues recíproca de la de logaritmos vulgares, y el empleo simultáneo de ambas evita el uso inverso de ellas, permitiendo además métodos fáciles de comprobación.

32. Disposición de la tabla. Las dos páginas de la tabla III, que llevan el epígrafe *antilogaritmos*, son continuación una de otra, y constituyen una tabla única. Su disposición es idéntica á la de las tablas de logaritmos y cologaritmos, debiendo tenerse en cuenta que

Los números 00, 01, 02, 98, 99, que constituyen la primera columna, partiendo de L, representan unidades de segundo orden decimal.

Los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, que también

parten de L y forman la primera fila, designan unidades de tercer orden decimal.

Los números de cuatro cifras, que ocupan la parte principal, expresan antilogaritmos.

33. Antilogaritmos de mantisas de una cifra.

Los números correspondientes á mantisas logarítmicas que consten sólo de décimos, se encuentran en la primera columna interior de la tabla, inmediatamente á la derecha de su cifra decimal seguida de un cero, y hay que referirlos al orden que indiquen sus características. Así,

$$\text{antlg } 2\cdot0 = 100$$

$$\text{antlg } 0\cdot2 = 1\cdot585$$

$$\text{antlg } \bar{3}\cdot5 = 0\cdot003162$$

$$\text{antlg } 5\cdot7 = 501200$$

34. Antilogaritmos de mantisas de dos cifras.

Los números correspondientes á mantisas logarítmicas que consten de décimos y centésimos, ó sólo de centésimos, se encuentran en la primera columna interior de la tabla, inmediatamente á la derecha de su indicador decimal, debiendo referirlos al orden que exija cada característica. Así,

$$\text{antlg } 0\cdot11 = 1\cdot288$$

$$\text{antlg } 3\cdot86 = 7244$$

$$\text{antlg } 5\cdot73 = 537000$$

$$\text{antlg } \bar{2}\cdot07 = 0\cdot01175$$

35. Antilogaritmos de mantisas de tres cifras. El número correspondiente á una mantisa

logarítmica que conste de décimos, centésimos y milésimos, se encuentra en el concurso de la fila indicada por las dos primeras cifras de la mantisa con la columna cuyo indicador es la tercera cifra, debiendo atenderse á la característica para fijar el signo decimal. Así,

$$\text{antlg } 0.111 = 1.291$$

$$\text{antlg } 3.258 = 1811$$

$$\text{antlg } 5.973 = 939700$$

Si la mantisa consta sólo de milésimos, su antilogaritmo se encuentra en la primera fila interior de la tabla. Así,

$$\text{antlg } 0.002 = 1.005 \quad \text{antlg } \bar{1}.005 = 0.1012 \quad \text{antlg } 5.007 = 101600$$

36. Antilogaritmos de mantisas de cuatro cifras. El número correspondiente á una mantisa logarítmica que conste de décimos, centésimos, milésimos y diezmilésimos, se obtiene fijando el antilogaritmo correspondiente á las tres primeras cifras de la mantisa, y agregando el número que en la tablita auxiliar se encuentra en la misma fila de las dos cifras primeras y en la columna cuyo indicador es la cuarta cifra. Separando los órdenes decimales que precise la característica se tendrá el número buscado. Así,

$$\text{antlg } 2.5713 = \left\{ \begin{array}{l} 372.4 \\ 3 \end{array} \right\} = 372.7$$

$$\text{antlg } 3.7049 = \left\{ \begin{array}{l} 5058 \\ 41 \end{array} \right\} = 5069$$

$$\text{antlg } 5.2419 = \left\{ \begin{array}{l} 174200 \\ 4 \end{array} \right\} = 174600$$

$$\text{antlg } \bar{3}.1516 = \left\{ \begin{array}{l} 0.001416 \\ 2 \end{array} \right\} = 0.001418$$

37. Antilogaritmos de mantisas de más de cuatro cifras. El número correspondiente á una mantisa logarítmica que tenga cinco ó más cifras, se obtiene fijando (36) el número correspondiente á las cuatro primeras cifras, y agregando los números que en la tablita auxiliar se encuentran en la fila de las dos cifras primeras y en las columnas cuyos indicadores son las cifras últimas de la mantisa; teniendo en cuenta que cada uno de estos sumandos ha de referirse á unidades del orden inferior inmediato al del sumando anterior, y que el resultado debe limitarse á cuatro cifras. La característica determinará el orden á que estas cifras pertenezcan. Así tendremos

$$\text{antlg } 3.75649 = \left\{ \begin{array}{c} 5702 \\ 5 \\ 12 \end{array} \right\} = 5708$$

$$\text{antlg } \bar{2}.43728 = \left\{ \begin{array}{c} 0.002735 \\ 1 \\ 5 \end{array} \right\} = 0.02737$$

$$\text{antlg } 5.954876 = \left\{ \begin{array}{c} 899500 \\ 17 \\ 13 \\ 12 \end{array} \right\} = 901400$$

Los números correspondientes á mantisas logarítmicas que tengan cuatro ó más cifras se obtienen con ventaja (39) utilizando la tabla de interpolación.

38. Aproximaciones. Las observaciones hechas (18 y 28) respecto á los grados de aproximación de las mantisas logarítmicas y cologarítmicas son igualmente aplicables á los antilogaritmos; siendo empero en éstos variable, según la característica, la unidad á la cual el error debe referirse. Por tanto, *para hallar los números correspondientes á logaritmos dados, con doble aproximación que la obteni-*

da inmediatamente por la tabla, basta $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentar} \\ \text{disminuir} \end{array} \right\}$ 25 céntimos del último orden al que el antilogaritmo debe referirse, si está éste aproximado por $\left\{ \begin{array}{l} \text{defecto} \\ \text{exceso} \end{array} \right\}$; es decir, si la última cifra va impresa con $\left\{ \begin{array}{l} \text{el mismo} \\ \text{diferente} \end{array} \right\}$ carácter que las demás.

EJEMPLOS.

$$\text{antlg } 0.3 = 1.995 \text{ con error por defecto } < 0.0005$$

$$\text{antlg } 0.7 = 5.012 \text{ con error por exceso } < 0.0005$$

y modificando

$$\left. \begin{array}{l} \text{antlg } 0.3 = 1.995 + 0.00025 = 1.99525 \\ \text{antlg } 0.7 = 5.012 - 0.00025 = 5.01175 \end{array} \right\} \text{ con error } < 0.00025$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{antlg } 1.46 = 28.84 \quad \text{antlg } 1.46 = 28.8425 \\ \text{antlg } 1.65 = 44.67 \quad \text{antlg } 1.65 = 44.6675 \end{array} \right\} \text{ error } < 0.0025$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{antlg } 3.543 = 3491 \quad \text{antlg } 3.543 = 3491.25 \\ \text{antlg } 3.908 = 8091 \quad \text{antlg } 3.908 = 8090.75 \end{array} \right\} \text{ error } < 0.25$$

Si se quiere reducir la modificación á una sola cifra, se $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentan } \frac{2}{3} \\ \text{disminuyen } \frac{2}{3} \end{array} \right\}$ décimos del último orden á los antilogaritmos que estén aproximados por $\left\{ \begin{array}{l} \text{defecto} \\ \text{exceso} \end{array} \right\}$.

EJEMPLOS.

$$\text{antlg } 0.3 = 1.995 \quad \text{antlg } 0.3 = 1.9952$$

$$\text{antlg } 0.7 = 5.012 \quad \text{antlg } 0.7 = 5.0117$$

$$\text{antlg } 1.46 = 28.84 \quad \text{antlg } 1.46 = 28.842$$

$$\text{antlg } 1.65 = 44.67 \quad \text{antlg } 1.65 = 44.667$$

$$\text{antlg } 3.543 = 3491 \quad \text{antlg } 3.543 = 3491.2$$

$$\text{antlg } 3.908 = 8091 \quad \text{antlg } 3.908 = 8090.7$$

39. Interpolaciones. Utilizando la tabla de interpolación y recordando las modificaciones de

que los antilogaritmos son susceptibles (38), pueden seguirse varios métodos de interpolar, de los cuales expondremos los tres principales.

1.º Determinado el antilogaritmo correspondiente á las tres primeras cifras de la mantisa propuesta, se resta este antilogaritmo del siguiente (que es el que corresponde á la mantisa inmediata superior á la formada por dichas tres cifras), y los productos de la diferencia obtenida por cada una de las restantes cifras de la mantisa (cuyos productos se encuentran en la tabla de interpolación), se agregan al antilogaritmo primero, refiriendo cada uno de ellos á décimos de la última cifra del sumando anterior.

Así, para determinar por este método el antilogaritmo de 0.90456, se fija el que corresponde á 0.904, que es 8.017, el de 905, que es 8.035, y la diferencia entre ambos, que es 18; las restantes cifras de la mantisa, 5 y 6, se buscan en la columna I. L. de la tabla de interpolación, y en el concurso de las filas indicadas por ellas con la columna 18 se encuentran los números 9.0 y 1.08, que, referidos á décimos sucesivos, se agregan al antilogaritmo primero, 8.017, limitando la suma á sólo cuatro cifras. Por tanto será

$$\text{antlg } 0.90456 = \left\{ \begin{array}{l|l} 8.017 & \\ \hline 9 & 0 \\ 1 & 08 \end{array} \right\} = 8.027$$

2.º Agregando una cifra al antilogaritmo correspondiente á las tres primeras cifras de la mantisa, según las prescripciones establecidas (38), y usando la tabla de interpolación como en el método prime-

ro, se $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumenta} \\ \text{disminuye} \end{array} \right\}$ el resultado en la mitad del número formado por las cifras restantes, si sólo el $\left\{ \begin{array}{l} \text{primero} \\ \text{segundo} \end{array} \right\}$ de los antilogaritmos tabulares está aproximado por exceso, y se obtendrá el antilogaritmo buscado con cinco cifras.

Así, para fijar por este método el antilogaritmo de 0.90456, se busca el antilogaritmo de 0.904, que es 8.017, el de 905, que es 8.035, y la diferencia entre ellos, que es 18. El primer antilogaritmo 8.017, por estar aproximado por exceso, se transforma en 8.0167; á este antilogaritmo modificado se le suman los productos de la diferencia 18 por las cifras 5 y 6, y se aumenta la mitad del número 56, que forman dichas cifras, por estar aproximado por exceso sólo el primer antilogaritmo. Por tanto será

$$\text{antlg } 0.90456 = \left\{ \begin{array}{l} 8.0167 \\ 90 \\ 108 \\ 28 \end{array} \right\} = 8.0271$$

Si fuere exacto uno de los antilogaritmos tabulares, la modificación se reduce á la cuarta parte de las cifras finales de la mantisa propuesta.

Cuando ambos antilogaritmos tienen aproximación de igual clase no hay que verificar modificación alguna.

3.º Aumentando dos cifras al antilogaritmo correspondiente á las tres primeras cifras de la mantisa, y procediendo en todo lo demás como en el método segundo, quedará construído el antilogaritmo con seis cifras.

Así, aplicado el método al antilogaritmo de 0.90456, tendremos

$$\text{antlg } 0.90456 = \left\{ \begin{array}{l} 8.01675 \\ 90 \\ 108 \\ 28 \end{array} \right\} = 8.02711$$

EJEMPLOS.

PRIMER CASO. Los dos antilogaritmos tabulares aproximados por defecto.

Primer método.

$$\text{antlg } 3.726543 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5321 & 0 \\ 6 & 48 \\ & 36 \end{array} \right\} = 5328$$

Segundo método.

$$\text{antlg } 3.726543 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5321.2 & 8 \\ 6.0 & 48 \\ & 36 \end{array} \right\} = 5327.7$$

Tercer método.

$$\text{antlg } 3.726543 = \left\{ \begin{array}{c|c} 5321.25 & 6 \\ 6.0 & 48 \\ & 36 \end{array} \right\} = 5327.77$$

SEGUNDO CASO. Los dos antilogaritmos aproximados por exceso.

Primer método.

$$\text{antlg } 0.425367 = \left\{ \begin{array}{c|c} 2.661 & 8 \\ 1 & 36 \\ & 42 \end{array} \right\} = 2.663$$

Segundo método.

$$\text{antlg } 0.425367 = \left\{ \begin{array}{c|c} 2.6607 & 6 \\ 18 & 36 \\ 3 & 42 \end{array} \right\} = 2.6629$$

Tercer método.

$$\text{antlg } 0.425367 = \left\{ \begin{array}{c|c} 2.66075 & 4 \\ 18 & 36 \\ 3 & 42 \end{array} \right\} = 2.66295$$

TERCER CASO. El primer antilogaritmo aproximado por defecto y el segundo por exceso.

Primer método.

$$\text{antlg } \bar{1}.594376 = \left\{ \begin{array}{c|c} 0.3926 & 0 \\ 3 & 70 \\ & 60 \end{array} \right\} = 0.3930$$

Segundo método.

$$\text{antlg } \bar{1}.594376 = \left\{ \begin{array}{c|c} 0.39262 & 0 \\ 30 & 60 \\ 7 & 88 \\ -1 & \end{array} \right\} = 0.39298$$

Tercer método.

$$\text{antlg } \bar{1}.594376 = \left\{ \begin{array}{c|c} 0.392625 & 0 \\ 30 & 60 \\ 70 & 8 \\ 6 & \\ -18.8 & \end{array} \right\} = 0.392982$$

CUARTO CASO. El primer antilogaritmo aproximado por exceso y el segundo por defecto.

Primer método.

$$\text{antlg } \bar{3}.863542 = \left\{ \begin{array}{c|c} 0.007293 & 0 \\ 8 & 64 \\ & 32 \end{array} \right\} = 0.007304$$

Segundo método.

$$\text{antlg } \bar{3}.863542 = \left\{ \begin{array}{c|c} 0.0072947 & 0 \\ 80 & 4 \\ 6 & 32 \\ 2 & 71 \end{array} \right\} = 0.0073036$$

Tercer método.

$$\text{antlg } \bar{3}.863542 = \left\{ \begin{array}{c|c} 0.00729475 & 0 \\ 80 & 2 \\ 64 & 3 \\ 3 & 2 \\ 27 & 1 \end{array} \right\} = 0.00730369$$

QUINTO CASO. El primer antilogaritmo exacto y el segundo aproximado por defecto.

Primer método.

$$\text{antlg } 2.00069 = \left\{ \begin{array}{c|c} 100.0 & \\ 1 & 2 \\ \hline & 18 \end{array} \right\} = 100.1$$

Segundo método.

$$\text{antlg } 2.00069 = \left\{ \begin{array}{c|c} 100.00 & \\ 12 & \\ 1 & 8 \\ \hline & 17 \end{array} \right\} = 100.16$$

Tercer método.

$$\text{antlg } 2.00069 = \left\{ \begin{array}{c} 100.000 \\ 12 \\ 18 \\ 17 \end{array} \right\} = 100.155$$

SEXTO CASO. El primer antilogaritmo aproximado por defecto y el segundo exacto.

Primer método.

$$\text{antlg } 1.99987 = \left\{ \begin{array}{c|c} 99.77 & \\ 18 & 4 \\ \hline 1 & 61 \end{array} \right\} = 99.97$$

Segundo método.

$$\text{antlg } 1.99987 = \left\{ \begin{array}{c|c} 99.772 & \\ 184 & \\ 16 & 1 \\ \hline -2 & 2 \end{array} \right\} = 99.970$$

Tercer método.

$$\text{antlg } 1.99987 = \left\{ \begin{array}{c} 99.7725 \\ 184 \\ 161 \\ -22 \end{array} \right\} = 99.9704$$

40. Uso inverso de la tabla III. Para determinar el logaritmo correspondiente á un número dado, utilizando la tabla III, se busca en la parte interior de ésta el número propuesto, y, si se encuentra en ella, las cifras indicadoras de la fila y columna que concurren en dicho número, forman la mantisa del logaritmo buscado, á la cual hay que anteponer la característica que le corresponda (4). Así, para hallar el logaritmo correspondiente al número 6109, buscaremos este número en la parte interior de la tabla, y como se encuentra en la fila 78, columna 6, correspondiéndole la característica 3, el logaritmo buscado será 3.786 ó bien 3.7860.

Si el número propuesto no aparece en la tabla, se fija el logaritmo que corresponde al número tabular *inferior* inmediato; la diferencia entre este número y el propuesto se busca en la tablita auxiliar en la misma fila de las dos cifras primeras, y el indicador de la columna en que se halle la diferencia, ó el número más próximo á ella, será la cuarta cifra de la mantisa buscada. Sea, por ejemplo, 5327 el número cuyo logaritmo se pide. El número 5327 no existe en la tabla, siendo el más próximo inferior 5321, al que corresponde el logaritmo 3.726. La diferencia entre el número tabular 5321 y el propuesto 5327, que es 6, se encuentra en la tablita auxiliar, columna 5; el logaritmo buscado será pues 3.7265.

En el uso inverso de la tabla III puede también utilizarse la tabla de interpolación. Sea, por ejemplo, el número dado 7420. El número tabular inferior inmediato es 7413, que corresponde á la mantisa 870; la diferencia entre el número tabular 7413 y el pro-

puesto 7420 es 7; la diferencia entre el número tabular 7413 y el siguiente 7430 es 17; en la tabla de interpolación, columna 17, el número más próximo á la diferencia 7 es 6·8, al que corresponde el valor 4 en la columna **I. L.**; el décuplo de la diferencia entre 7 0 y 6·8 es 2, que determina la cifra 1; será pues

$$\lg 7420 = 3\cdot87041 \quad \text{ó bien} \quad \lg 7420 = 3\cdot8704$$

El cálculo se dispone como sigue:

7420		
7413	870	dif. 17
70		
68	4	
2	1	

$$\lg 7420 = 3\cdot87041$$

LECCIÓN V.

LOGARITMOS DE GAUSS.

41. Definición de los logaritmos de Gauss.

Los logaritmos de GAUSS son números auxiliares mediante los cuales se obtienen logaritmos de sumas y de diferencias de números, conocidos sólo por sus logaritmos.

Desde luego se comprende que los logaritmos de sumas y de diferencias podrían obtenerse por las tablas ordinarias de logaritmos, buscando en ellas los números correspondientes á los logaritmos dados, sumando ó restando los números obtenidos, y determinando el logaritmo de la suma ó de la diferencia; pero las tablas especiales de logaritmos de Gauss conducen al mismo resultado con mayor facilidad y rapidez.

Los logaritmos que se emplean para hallar logaritmos de sumas se denominan *logaritmos de adición* ó *logaritmos aditivos*; y los que se usan para encontrar logaritmos de diferencias se llaman *logaritmos de sustracción* ó *logaritmos sustractivos*.

42. Objeto de la tabla de logaritmos aditivos. La tabla de logaritmos aditivos sirve para resolver los dos problemas siguientes:

1.º *Dado un logaritmo determinar su logaritmo aditivo correspondiente,*

2.º *Dados dos logaritmos hallar el logaritmo de la suma de los números correspondientes á aquéllos.*

En la resolución del $\left\{ \begin{array}{l} \text{primer} \\ \text{segundo} \end{array} \right\}$ problema se hace uso $\left\{ \begin{array}{l} \text{inmediato} \\ \text{mediato} \end{array} \right\}$ de la tabla de logaritmos aditivos.

43. Disposición de la tabla. Las dos páginas de la tabla IV, que llevan el epígrafe *logaritmos aditivos*, son continuación una de otra, y constituyen una tabla única. Su disposición es análoga á la de la tabla de antilogaritmos, de la cual difiere en que

Los números que constituyen la primera columna, partiendo de D, proceden por centésimos desde 0.00 hasta 0.70; por décimos desde 0.7 hasta 2.9; y terminan por 3, número que expresa unidades de primer orden.

Los números 0, 1, 2, 3, 9, que también parten de D, formando la primera fila, representan milésimos en la primera parte de la tabla, ó sea hasta la fila 0.70; designan centésimos en la segunda parte de la tabla, ó sea hasta la fila 2.9, y significan décimos en la fila última.

Los números de cuatro cifras que ocupan la parte principal son mantisas, á todas las cuales debe anteponerse la característica 0.

44. Determinación de logaritmos aditivos. Para obtener el logaritmo aditivo correspondiente á un logaritmo dado, se procede de un modo idéntico al empleado en la determinación de cologaritmos.

EJEMPLOS.

$$\lg \text{ ad } 0.007 = 0.2975$$

$$\lg \text{ ad } 0.379 = 0.1516$$

$$\lg \text{ ad } 0.704 = 0.0783$$

$$\lg \text{ ad } 0.1732 = \left\{ \begin{matrix} 0.2227 \\ 3 \end{matrix} \right\} = 0.2230$$

$$\lg \text{ ad } 0.4367 = \left\{ \begin{matrix} 0.1353 \\ 1 \end{matrix} \right\} = 0.1354$$

$$\lg \text{ ad } 0.75 = 0.0711$$

$$\lg \text{ ad } 1.68 = 0.0090$$

$$\lg \text{ ad } 2.35 = 0.0019$$

$$\lg \text{ ad } 0.7521 = \left\{ \begin{matrix} 0.0696 \\ 11 \\ 14 \end{matrix} \right\} = 0.0708$$

$$\lg \text{ ad } 1.5784 = \left\{ \begin{matrix} 0.0113 \\ 0 \\ 2 \end{matrix} \right\} = 0.0113$$

$$\lg \text{ ad } 3.0 = 0.0004$$

$$\lg \text{ ad } 3.4 = 0.0002$$

$$\lg \text{ ad } 3.9 = 0.0001$$

$$\lg \text{ ad } 3.1464 = 0.0003$$

$$\lg \text{ ad } 3.8574 = 0.0001$$

45. Determinación de logaritmos de sumas.

Para obtener el logaritmo de la suma de dos números conocidos sólo por sus logaritmos, se resta del mayor el menor de los logaritmos dados; se determina el logaritmo aditivo correspondiente á la diferencia; se suma este logaritmo aditivo con el mayor de los logaritmos propuestos, y el resultado de la adición será el logaritmo de la suma. Así, dados los logaritmos 0.8722 y 0.4871, para determinar el logaritmo de la suma de sus números correspondientes, se resta el logaritmo 0.4871 del logaritmo 0.8722, se fija el logaritmo aditivo de la diferencia 0.3851, que es 0.1499, y agregando este aditivo 0.1499



al mayor de los logaritmos propuestos 0·8722, resulta 1·0221; que es el logaritmo buscado.

Expresando por a y b los dos números cuyos logaritmos son conocidos, la regla anterior puede formularse como sigue

$$\lg(a + b) = \lg a + \lg \text{ad } D$$

siendo $D = \lg a - \lg b$

y significando siempre a el mayor de los dos logaritmos dados.

EJEMPLOS.

1.º Siendo $\lg a = 2\cdot0415$ y $\lg b = 1\cdot7631$
será $\lg a - \lg b = 0\cdot2784$

$$\lg \text{ad } 0\cdot2784 = \left\{ \begin{matrix} 0\cdot1836 \\ 2 \end{matrix} \right\} = 0\cdot1838$$

$$\lg(a + b) = 2\cdot0415 + 0\cdot1838 = 2\cdot2253$$

2.º Siendo $\lg a = 1\cdot9868$ y $\lg b = 1\cdot1139$
será $\lg a - \lg b = 0\cdot8729$

$$\lg \text{ad } 0\cdot8729 = \left\{ \begin{matrix} 0\cdot0538 \\ 9 \\ 1 \end{matrix} \right\} = 0\cdot0547$$

$$\lg(a + b) = 1\cdot9868 + 0\cdot0547 = 2\cdot0415$$

3.º Siendo $\lg a = 3\cdot4719$ y $\lg b = 1\cdot3674$
será $\lg a - \lg b = 2\cdot1045$

$$\lg \text{ad } 2\cdot1045 = 0\cdot0034$$

$$\lg(a + b) = 3\cdot4719 + 0\cdot0034 = 3\cdot4753$$

Con la tabla de antilogaritmos se puede comprobar fácilmente la exactitud de los anteriores resultados.

46. Objeto de la tabla de logaritmos sustractivos. La tabla de logaritmos sustractivos sirve para resolver los dos problemas siguientes:

1.º *Dado un logaritmo determinar su logaritmo sustractivo correspondiente,*

2.º *Dados dos logaritmos hallar el logaritmo de la diferencia de los números correspondientes á aquéllos.*

En la resolución del $\left\{ \begin{array}{l} \text{primer} \\ \text{segundo} \end{array} \right\}$ problema se hace uso $\left\{ \begin{array}{l} \text{inmediato} \\ \text{mediato} \end{array} \right\}$ de la tabla de logaritmos sustractivos.

47. Disposición de la tabla. La tabla VI, constituida por las dos páginas que llevan el epígrafe *logaritmos sustractivos*, es idéntica en su disposición á la de logaritmos aditivos, pero á cada una de las mantisas que ocupan la parte principal debe anteponérsele la característica que se encuentra al principio de su fila, ó la más próxima de las anteriores. Á las mantisas que van precedidas de una estrella les corresponde la característica que se encuentra al principio de la fila siguiente.

48. Determinación de logaritmos sustractivos. Para obtener el logaritmo sustractivo correspondiente á un logaritmo dado, se procede de un modo idéntico al empleado en la determinación de logaritmos aditivos.

EJEMPLOS.

$$\lg \text{ sust } 0.003 = 2.1622$$

$$\lg \text{ sust } 0.008 = 1.7387$$

$$\lg \text{ sust } 0.041 = 1.0453$$

$$\lg \text{ sust } 0.1234 = \left\{ \begin{array}{c} 0.6049 \\ 18 \end{array} \right\} = 0.6067$$

$$\lg \text{ sust } 0.6589 = \left\{ \begin{array}{c} 0.1075 \\ 0 \end{array} \right\} = 0.1075$$

$$\lg \text{ sust } 0.84 = 0.0678$$

$$\lg \text{ sust } 1.57 = 0.0118$$

$$\lg \text{ sust } 2.73 = 0.0008$$

$$\lg \text{ sust } 0.8493 = \left\{ \begin{array}{c} 0.0661 \\ 0 \\ 12 \end{array} \right\} = 0.0662$$

$$\lg \text{ sust } 1.6247 = \left\{ \begin{array}{c} 0.0103 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right\} = 0.0104$$

$$\lg \text{ sust } 3.1 = 0.0003$$

$$\lg \text{ sust } 3.5 = 0.0001$$

$$\lg \text{ sust } 3.8 = 0.0001$$

$$\lg \text{ sust } 3.1512 = 0.0003$$

$$\lg \text{ sust } 3.9804 = 0.0001$$

49. Determinación de logaritmos de diferencias. Para obtener el logaritmo de la diferencia de dos números conocidos sólo por sus logaritmos, se resta del mayor el menor de los logaritmos dados; se determina el logaritmo sustractivo correspondiente á la diferencia; se resta este logaritmo sustractivo del mayor de los logaritmos propuestos, y el resultado de la sustracción será el logaritmo de la diferencia. Así, dados los logaritmos 1.2345 y 0.9876, para hallar el logaritmo de la diferencia de sus números correspondientes, se resta del logaritmo 1.2345 el logaritmo 0.9876; se fija el logaritmo sustractivo de la diferencia 0.2469, que es 0.3629, y restando este sustractivo 0.3629 del mayor de los

logaritmos propuestos 1.2345, resulta 0.8716, que es el logaritmo buscado.

Expresando por a y b los dos números cuyos logaritmos son conocidos, la regla anterior puede formularse como sigue

$$\lg(a - b) = \lg a - \lg \text{sust } D$$

siendo $D = \lg a - \lg b$

y significando siempre a el mayor de los dos logaritmos dados.

EJEMPLOS.

1.º Siendo $\lg a = 2.0415$ y $\lg b = 1.7631$
será $\lg a - \lg b = 0.2784$

$$\lg \text{sust } 0.2784 = \left\{ \begin{array}{l} 0.3242 \\ 7 \end{array} \right\} = 0.3249$$

$$\lg(a - b) = 2.0415 - 0.3249 = 1.7164$$

2.º Siendo $\lg a = 1.9868$ y $\lg b = 1.1367$
será $\lg a - \lg b = 0.8501$

$$\lg \text{sust } 0.8501 = \left\{ \begin{array}{l} 0.0645 \\ 15 \\ 15 \end{array} \right\} = 0.0662$$

$$\lg(a - b) = 1.9868 - 0.0662 = 0.9206$$

3.º Siendo $\lg a = 3.4719$ y $\lg b = 1.3674$
será $\lg a - \lg b = 2.1045$

$$\lg \text{sust } 2.1045 = 0.0035$$

$$\lg(a - b) = 3.4719 - 0.0035 = 3.4684$$

La exactitud de los precedentes resultados puede comprobarse fácilmente utilizando la tabla de antilogaritmos.

50. Observaciones. Los logaritmos aditivos y sustractivos admiten diversos grados de aproximación en sus mantisas, á las cuales se aplican sin dificultad las reglas establecidas (18, 28 y 38) para los logaritmos vulgares, los cologaritmos y los antilogaritmos.

Los métodos de interpolación detallados (19, 29 y 39) para los logaritmos, cologaritmos y antilogaritmos son igualmente aplicables á la consecución de logaritmos aditivos y sustractivos no tabulados, pero en la mayor parte de los casos es suficiente la aproximación que se obtiene por el método ordinario.

LECCIÓN VI.

OPERACIONES CON LOGARITMOS.

51. Objeto de las operaciones con logaritmos. Toda operación con logaritmos tiene por objeto hallar un logaritmo mediante otros logaritmos.

Al operar con logaritmos los principales casos que ocurren son: construir logaritmos que sean sumas, diferencias, múltiplos, submúltiplos, productos ó cocientes de otros logaritmos dados.

52. Adición de dos logaritmos. Para obtener la suma de dos logaritmos hay que atender á sus mantisas y á sus características. Las primeras se suman siempre según la regla general de la adición, y las segundas se suman ó se restan según lleven signos iguales ó contrarios, imponiendo al resultado el signo de la mayor.

Si la suma de mantisas origina alguna unidad de primer orden hay que agregarla á la característica ó características positivas, y rebajarla si ambas fueren negativas.

EJEMPLOS.

$$2.4176 + 3.8719 = 6.2895$$

$$2.4176 + \bar{3}.8719 = 0.2895$$

$$\bar{2}.4176 + 3.8719 = 2.2895$$

$$\bar{2}.4176 + \bar{3}.8719 = \bar{4}.2895$$

53. Adición de varios logaritmos. Para obtener la suma de varios logaritmos se atiende también á sus mantisas y á sus características. Se suman las mantisas por la regla general de la adición; si resultan unidades de primer orden se suman con las características positivas, y de la característica resultante se resta la suma de las características negativas, imponiendo á la resta el signo de la mayor suma.

EJEMPLOS.

$$3\cdot2013 + 0\cdot5427 + 1\cdot1250 = 4\cdot8690$$

$$2\cdot8272 + \bar{1}\cdot3900 + \bar{3}\cdot2925 + 0\cdot7135 = 0\cdot2232$$

$$\bar{4}\cdot4516 + \bar{3}\cdot6012 + 1\cdot9272 + \bar{2}\cdot0523 + 3\cdot2711 = \bar{3}\cdot3034$$

Si todas las mantisas de los sumandos están aproximadas por defecto $\left\{ \begin{array}{l} \text{defecto} \\ \text{exceso} \end{array} \right\}$ la suma debe $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentarse} \\ \text{disminuirse} \end{array} \right\}$ en la cuarta parte del número de sumandos.

Si unas mantisas están aproximadas por defecto y otras lo están por exceso, la suma debe $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentarse} \\ \text{disminuirse} \end{array} \right\}$ en la cuarta parte de la diferencia existente entre el número de unas y el de otras, siempre que el de las primeras sea $\left\{ \begin{array}{l} \text{mayor} \\ \text{menor} \end{array} \right\}$ que el de las segundas.

54. Sustracción de logaritmos. Para obtener la resta de dos logaritmos hay que atender á sus mantisas y á sus características. Las primeras se restan según la regla general de la sustracción, y las segundas se restan ó se suman según lleven signos iguales ó contrarios.

Si la mantisa del sustraendo es mayor que la del minuendo se añade á ésta una unidad de primer orden, y se compensa tal aumento agregando otra unidad del mismo orden á la característica del sustraendo.

EJEMPLOS.

$$2.4176 - 3.8719 = \bar{2}.5457$$

$$2.4176 - \bar{3}.8719 = 4.5457$$

$$\bar{2}.4176 - 3.8719 = \bar{6}.5457$$

$$\bar{2}.4176 - \bar{3}.8719 = 0.5457$$

55. Cambio de sustracción en adición. La sustracción de logaritmos se cambia en adición sumando el minuendo con el complemento á cero del sustraendo.

El complemento á cero se calcula (7) añadiendo 1 á la característica, mudando después el signo, y restando de 9 todas las cifras de la mantisa, excepto la última significativa que se resta de 10.

EJEMPLOS.

$$2.4176 - 3.8719 = 2.4176 + \bar{4}.1281 = \bar{2}.5457$$

$$2.4176 - \bar{3}.8719 = 2.4176 + 2.1281 = 4.5457$$

$$\bar{2}.4176 - 3.8719 = \bar{2}.4176 + \bar{4}.1281 = \bar{6}.5457$$

$$\bar{2}.4176 - \bar{3}.8719 = \bar{2}.4176 + 2.1281 = 0.5457$$

56. Adición y sustracción simultáneas. Las operaciones de adición y sustracción de logaritmos se presentan con frecuencia simultáneamente, y la aplicación sucesiva de las reglas establecidas para cada una de ellas conduce á la consecución del resultado. Es sin embargo preferible obtener éste mediante una sola adición, y para conseguirlo se cambian los sustraendos en sumandos (55) tomando sus complementos á cero.

EJEMPLOS.

$$2.3507 - \bar{1}.7211 - 3.5214 = 2.3507 + 0.2789 + \bar{4}.4786 = \bar{1}.1082$$

$$\begin{aligned} & \bar{3}.1459 - 2.9377 + 4.7235 - \bar{1}.0572 = \\ & = \bar{3}.1459 + \bar{3}.0623 + 4.7235 + 0.9428 = \bar{1}.8745 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 5.2784 - 1.4810 - 3.7027 + 2.4655 - 3.6007 = \\ & = 5.2784 + \bar{2}.5190 + \bar{4}.2973 + 2.4655 + \bar{4}.3993 = \bar{2}.9595 \end{aligned}$$

57. Multiplicación de logaritmos por números. Para obtener el producto de un logaritmo por un número se sigue la regla general de la multiplicación, si el logaritmo tiene la característica positiva; pero si ésta fuere negativa, las unidades provenientes del producto de la mantisa por el número se restan del producto de la característica por el mismo número, imponiendo el signo menos á la diferencia resultante.

EJEMPLOS.

$$3.6142 \times 2 = 7.2284$$

$$\bar{2}.1479 \times 3 = \bar{6}.4437$$

$$\bar{2}.8715 \times 3 = \bar{4}.6145$$

La multiplicación de un logaritmo con característica negativa por un número puede efectuarse tomando el complemento á cero del logaritmo dado, multiplicando este complemento por el número, y complementando á cero el producto.

58. Multiplicación de logaritmos. Para obtener el producto de dos ó más logaritmos se sigue la regla general de la multiplicación, si todos los

factores tienen características positivas; pero si los hay con características negativas, se reemplazan los que las tengan por sus respectivos complementos á cero, y se efectúa la multiplicación por la regla ordinaria, debiendo tomarse el complemento á cero del producto siempre que sea impar el número de factores que tengan característica negativa.

EJEMPLOS.

$$2.8164 \times 3.1308 = 8.8176$$

$$\bar{3}.1486 \times 2.3579 = -(2.8514 \times 2.3579) = -6.7233 = \bar{7}.2767$$

$$\bar{2}.1473 \times \bar{3}.6528 = 1.8527 \times 2.3472 = 4.3487$$

El producto de un logaritmo de característica negativa por otro de característica positiva puede obtenerse multiplicando separadamente por el segundo factor la característica y la mantisa del primero, y restando los productos respectivos.

La multiplicación de dos logaritmos de características negativas puede efectuarse agregando al producto de las características el de las mantisas, y restando los productos de la característica de cada factor por la mantisa del otro.

59. División de logaritmos por números.

Para obtener el cociente de un logaritmo por un número se sigue la regla general de la división, si el logaritmo tiene la característica positiva; pero si ésta fuere negativa y no divisible exactamente por el número, se le agregan las unidades negativas necesarias para que el cociente sea exacto, compensando esta agregación con un número igual de unidades positivas que se añaden á la mantisa.

EJEMPLOS.

$$7.2284 : 2 = 3.6142$$

$$\overline{6}.4437 : 3 = \overline{2}.1479$$

$$\overline{4}.6145 : 3 = (\overline{6} + 2.6145) : 3 = \overline{2}.8715$$

La división de un logaritmo con característica negativa por un número puede efectuarse tomando el complemento á cero del logaritmo dado, dividiendo este complemento por el número, y complementando á cero el cociente.

60. División de logaritmos. Para obtener el cociente de dos logaritmos se sigue la regla general de la división, si ambos datos tienen características positivas; pero si uno de ellos ó los dos tienen características negativas, se reemplazan los que las tengan por sus respectivos complementos á cero, y se efectúa la división por la regla ordinaria, debiendo tomarse el complemento á cero del cociente si sólo uno de los datos tiene característica negativa.

EJEMPLOS.

$$8.8176 : 3.1308 = 2.8164$$

$$4.3487 : \overline{3}.6528 = - (4.3487 : 2.3472) = - 1.8527 = \overline{2}.1473$$

$$\overline{7}.2767 : \overline{3}.1486 = 6.7233 : 2.8514 = 2.3579$$

El cociente de un logaritmo con característica negativa por otro de característica positiva puede obtenerse dividiendo separadamente por el divisor la característica y la mantisa del dividendo, y restando los cocientes respectivos.

LECCIÓN VII.

OPERACIONES POR LOGARITMOS.

61. Objeto de las operaciones por logaritmos. El objeto de toda operación efectuada por logaritmos es obtener un número mediante los logaritmos de otros números.

Los principales casos que ocurren en el cálculo por logaritmos son: construir números que sean productos, cocientes, potencias ó raíces de otros, empleando al efecto los logaritmos de éstos.

62. Ley general del cálculo logarítmico. Para efectuar por logaritmos una operación aritmética, hay que reducir el orden á que la operación pertenezca al inferior inmediato dentro de su clase. Así, las operaciones de tercer orden, elevación y extracción, se reducen, operando por logaritmos, á las de segundo, multiplicación y división; é igualmente las operaciones de segundo orden, multiplicación y división, se reducen á las de primero, adición y sustracción.

Como las operaciones de adición y sustracción son irreducibles á orden inferior, no es posible aplicar á ellas la ley enunciada.

63. Multiplicación por logaritmos. Para obtener por logaritmos el producto de dos á más nú-

meros se suman los logaritmos de los factores, y el antilogaritmo de la suma será el producto buscado.

La práctica de esta operación exige tener presente lo establecido (53) respecto á la adición de logaritmos.

EJEMPLOS.

1) Encontrar por logaritmos el producto de los números 0·123, 0·456 y 0·789.

Disposición del cálculo:

$$\lg 0\cdot123 = \bar{1}\cdot0899$$

$$\lg 0\cdot456 = \bar{1}\cdot6590$$

$$\lg 0\cdot789 = \bar{1}\cdot8971$$

$$\begin{array}{r} \bar{2}\cdot6460 \\ \hline \text{antlg } \bar{2}\cdot6460 = 0\cdot04426 = 0\cdot0443 \end{array}$$

Resulta pues $0\cdot123 \times 0\cdot456 \times 0\cdot789 = 0\cdot0443$

2) Encontrar por logaritmos el producto de 3·4 por 27·5.

$$\lg 3\cdot4 = 0\cdot5315$$

$$\lg 27\cdot5 = 1\cdot4393$$

$$\begin{array}{r} 1\cdot9708 \\ \hline \text{antlg } 1\cdot9708 = \left\{ \begin{array}{l} 93\cdot33 \\ 17 \end{array} \right\} = 93\cdot50 \end{array}$$

Resulta pues $3\cdot4 \times 27\cdot5 = 93\cdot50$

3) Encontrar por logaritmos el producto de 7·143 por 0·3714.

$$\lg 7\cdot143 = 0\cdot8537$$

2

$$\lg 0\cdot3714 = \bar{1}\cdot5694$$

5

$$\begin{array}{r} 0\cdot4237 \\ \hline \text{antlg } 0\cdot4237 = \left\{ \begin{array}{l} 2\cdot649 \\ 4 \end{array} \right\} = 2\cdot653 \end{array}$$

Resulta pues $7\cdot143 \times 0\cdot3714 = 2\cdot653$

4) Encontrar por logaritmos el producto de 0.97531 por 0.8642.

$$\lg 0.97531 = \bar{1}.989025$$

12

4

$$\lg 0.8642 = \bar{1}.936525$$

10

$$\bar{1}.925774 \text{ antlg } \bar{1}.925774 = \left\{ \begin{array}{r} 0.841375 \\ 133 \\ 133 \\ 76 \end{array} \right\} = 0.842846$$

Resulta pues $0.97531 \times 0.8642 = 0.84285$

64. División por logaritmos. Para obtener por logaritmos el cociente de dos números se resta del logaritmo del dividendo el logaritmo del divisor, y el antilogaritmo de la diferencia será el cociente buscado.

La práctica de esta operación exige tener presente lo establecido (54) respecto á la sustracción de logaritmos.

EJEMPLOS.

1) Encontrar por logaritmos el cociente de 7170 por 295.

$$\lg 7170 = 3.8555$$

$$\lg 295 = 2.4698$$

$$\bar{1}.3857 \text{ antlg } \bar{1}.3857 = \left\{ \begin{array}{r} 24.27 \\ 4 \end{array} \right\} = 24.31$$

Resulta pues $7170 : 295 = 24.31$

2) Encontrar por logaritmos el cociente de 8.147 por 76.59.

$$\lg 8.147 = 0.9106$$

4

$$\lg 76.59 = 1.8837$$

5

$$\overline{1.0268} \quad \text{antlg } \overline{1.0268} = \left\{ \begin{array}{l} 0.1062 \\ 2 \end{array} \right\} = 0.1064$$

Resulta pues $8.147 : 76.59 = 0.1064$

3) Encontrar por logaritmos el cociente de 0.36527 por 0.68204.

$$\lg 0.36527 = \overline{1.562275}$$

24

84

$$\lg 0.68204 = \overline{1.833775}$$

24

2

$$\overline{1.728798} \quad \text{antlg } \overline{1.728798} = \left\{ \begin{array}{l} 0.534575 \\ 84 \\ 108 \\ 96 \end{array} \right\} = 0.535533$$

Resulta pues $0.36527 : 0.68204 = 0.53553$

65. División por cologaritmos. La sustracción exigida en la división por logaritmos se evita empleando el cologaritmo del divisor. Así, para obtener el cociente de dos números por logaritmos y cologaritmos, se suma el logaritmo del dividendo con el cologaritmo del divisor, y el antilogaritmo de la suma será el cociente buscado.

EJEMPLOS.

1) Encontrar por logaritmos y cologaritmos el cociente de 7170 por 295.

$$\lg 7170 = 3.8555$$

$$\text{clg } 295 = \overline{3}.5302$$

$$\hline 1.3857 \quad \text{antlg } 1.3857 = 24.31$$

Resulta pues $7170 : 295 = 24.31$

2) Encontrar por logaritmos y cologaritmos el cociente de 8.147 por 76.59.

$$\lg 8.147 = 0.9106$$

$$\text{clg } 76.59 = \overline{2}.1158$$

$$\hline \overline{1}.0269 \quad \text{antlg } \overline{1}.0269 = 0.1064$$

Resulta pues $8.147 : 76.59 = 0.1064$

3) Encontrar por logaritmos y cologaritmos el cociente de 0.36527 por 0.68204.

$$\lg 0.36527 = \overline{1}.562275$$

$$\text{clg } 0.68204 = 0.165575$$

$$\hline \overline{1}.728798 \quad \text{antlg } \overline{1}.728798 = 0.53553$$

Resulta pues $0.36527 : 0.68204 = 0.53553$

66. Multiplicación y división por logaritmos. Para obtener por logaritmos el cociente de productos indicados, ó sea el resultado de multiplicaciones y divisiones simultáneas, se suman los logaritmos de los factores que constituyen el dividendo, del resultado se resta la suma de los logaritmos

de los factores que forman el divisor, y el antilogaritmo de la diferencia será el cociente buscado.

EJEMPLO.

Encontrar por logaritmos el cociente del producto 375 por 48.3 por 1.96 por 0.47, dividido por el producto 76.5 por 82 por 10.05.

lg 375 = 2.5740	lg 76.5 = 1.8837
lg 48.3 = 1.6839	lg 82 = 1.9138
lg 1.96 = 0.2923	lg 10.05 = 1.0022
lg 0.47 = 1.6721	4.7997
4.2223	
4.7997	

$$\overline{1.4226} \quad \text{antlg } \overline{1.4226} = \left\{ \begin{array}{l} 0.2642 \\ 4 \end{array} \right\} = 0.2646$$

$$\text{Resulta pues } \frac{375 \times 48.3 \times 1.96 \times 0.47}{76.5 \times 82 \times 10.05} = 0.2646$$

67. Multiplicación y división por cologaritmos. La regla establecida en el número anterior puede simplificarse usando cologaritmos. Así, para obtener por logaritmos y cologaritmos el cociente de productos indicados, ó sea el resultado de multiplicaciones y divisiones simultáneas, se suman los logaritmos de los factores con los cologaritmos de los divisores, y el antilogaritmo de la suma será el cociente buscado.

La práctica de esta operación exige tener presente lo establecido (55) respecto al cambio de sustracción en adición.

EJEMPLO.

Encontrar por logaritmos y cologaritmos el co-

ciento del producto 375 por 48·3 por 1·96 por 0·47, dividido por el producto 76·5 por 82 por 10·05.

$$\lg 375 = 2\cdot5740$$

$$\lg 48\cdot3 = 1\cdot6839$$

$$\lg 1\cdot96 = 0\cdot2923$$

$$\lg 0\cdot47 = \bar{1}\cdot6721$$

$$\text{clg } 76\cdot5 = \bar{2}\cdot1163$$

$$\text{clg } 82 = \bar{2}\cdot0862$$

$$\text{clg } 10\cdot05 = \bar{2}\cdot9978$$

$$\hline \bar{1}\cdot4226 \quad \text{antlg } \bar{1}\cdot4226 = 0\cdot2646$$

Resulta pues

$$(375 \times 48\cdot3 \times 1\cdot96 \times 0\cdot47) : (76\cdot5 \times 82 \times 10\cdot05) = 0\cdot2646$$

68. Elevación por logaritmos. Para obtener por logaritmos la potencia de un número se multiplica por el exponente el logaritmo de la base, y el antilogaritmo del producto será la potencia buscada.

La práctica de esta operación exige tener presente lo establecido (57) respecto á la multiplicación de logaritmos por números.

EJEMPLOS.

1) Encontrar por logaritmos la séptima potencia de 0·975.

$$\lg 0\cdot975 = \bar{1}\cdot9890$$

7

$$\hline \bar{1}\cdot9230 \quad \text{antlg } \bar{1}\cdot9230 = 0\cdot8375$$

Resulta pues $0\cdot975^7 = 0\cdot838$

2) Encontrar por logaritmos la tercera potencia de 1·047.

$$\lg 1.047 = 0.0170$$

29

$$0.0199$$

3

$$0.0597 \quad \text{antlg } 0.0597 = \left\{ \begin{array}{l} 1.146 \\ 2 \end{array} \right\} = 1.148$$

Resulta pues $1.047^3 = 1.148$

3) Encontrar por logaritmos la quinta potencia de 0.41237.

$$\lg 0.41237 = \bar{1}.614875$$

33

77

$$\bar{1}.615282$$

5

$$\bar{2}.076410 \quad \text{antlg } \bar{2}.076410 = \left\{ \begin{array}{l} 0.0119125 \\ 123 \\ -205 \end{array} \right\} = 0.0119228$$

Resulta pues $0.41237^5 = 0.011923$

69. Extracción por logaritmos. Para obtener por logaritmos la raíz de un número se divide por el índice el logaritmo del radicando, y el antilogaritmo del cociente será la raíz buscada.

La práctica de esta operación exige tener presente lo establecido (59) respecto á la división de logaritmos por números.

EJEMPLOS.

1) Encontrar por logaritmos la raíz tercera de 579.

$$\lg 579 = 2.7627$$

: 3

$$0.9209 \quad \text{antlg } 0.9209 = \left\{ \begin{array}{l} 8.318 \\ 17 \end{array} \right\} = 8.335$$

Resulta pues $\sqrt[3]{579} = 8.335$

2) Encontrar por logaritmos la raíz quinta de 1.234.

$$\lg 1.234 = 0.0899$$

14

$$0.0913$$

: 5

$$0.0183 \quad \text{antlg } 0.0183 = \left\{ \begin{array}{l} 1.042 \\ 1 \end{array} \right\} = 1.043$$

Resulta pues $\sqrt[5]{1.234} = 1.043$

3) Encontrar por logaritmos la raíz séptima de 0.68274.

$$\lg 0.68274 = \bar{1}.833775$$

42

24

37

$$\bar{1}.834256$$

: 7

$$\bar{1}.976322 \quad \text{antlg } \bar{1}.976322 = \left\{ \begin{array}{l} 0.946225 \\ 66 \\ 44 \\ 44 \end{array} \right\} = 0.946933$$

Resulta pues $\sqrt[7]{0.68274} = 0.94693$

70. Simultaneidad de varias operaciones.

La aplicación sucesiva ó simultánea de las reglas establecidas en los números precedentes, permite calcular por logaritmos expresiones en que aparezcan indicadas varias ó todas las operaciones susceptibles de esta clase de cálculo.

EJEMPLO.

Encontrar por logaritmos el valor de la expresión siguiente:

$$\sqrt[7]{\frac{1.75 \times 27^3 \times \sqrt{0.92 : \frac{4}{5}}}{\sqrt[3]{1.17} \times (62.3^4 : 84) \times 4 \frac{1}{5}}}$$

$$\begin{aligned} \lg 1.75 &= 0.2430 \\ 3 \lg 27 &= 4.2941 \\ (\lg 0.92) : 2 &= \bar{1}.9819 \\ \text{clg } 4 &= \bar{1}.3979 \\ \lg 5 &= 0.6990 \\ (\text{clg } 1.17) : 3 &= \bar{1}.9773 \\ 4 \text{ clg } 62.3 &= \bar{8}.8220 \\ \lg 84 &= 1.9243 \\ \text{clg } 21 &= \bar{2}.6778 \\ \lg 5 &= 0.6990 \end{aligned}$$

$$\bar{2}.7162$$

6

$$\bar{8}.2972$$

: 7

$$\bar{2}.8996 \quad \text{antlg } \bar{2}.8996 = \left\{ \begin{array}{l} 0.07925 \\ 11 \end{array} \right\} = 0.07936$$

Será pues

$$\sqrt[7]{\frac{1.75 \times 27^3 \times \sqrt{0.92 : \frac{4}{5}}}{\sqrt[3]{1.17} \times (62.3^4 : 84) \times 4 \frac{1}{5}}} = 0.0794$$

LECCIÓN VIII.

APLICACIONES ARITMÉTICAS.

71. Interés simple. La relación entre un capital c prestado al interés ó tanto por ciento anual i , el número t de años que dura el préstamo, y el rédito r que hay que satisfacer al fin de cada año, es

$$100 r = cit$$

ó bien $\lg r + 2 = \lg c + \lg i + \lg t$

Si el préstamo se refiere á meses, la relación es

$$1200 r = cit$$

$$\lg r + 3.0792 = \lg c + \lg i + \lg t$$

Si se cuenta por días, será

en año común $36500 r = cit$

$$\lg r + 4.5623 = \lg c + \lg i + \lg t$$

y en año bisiesto $36600 r = cit$

$$\lg r + 4.5635 = \lg c + \lg i + \lg t$$

72. Suma de capital é intereses simples. La relación entre un capital c prestado al tanto por ciento anual i , el número t de años que dura el préstamo, y la suma s del capital prestado con los intereses simples devengados durante dicho tiempo, es

$$100 s = c(100 + it)$$

ó bien $\lg s + 2 = \lg c + \lg(100 + it)$

Si el préstamo se refiere á meses ó á días, la relación anterior se transforma respectivamente en

$$1200 s = c (1200 + it)$$

$$36500 s = c (36500 + it)$$

$$36600 s = c (36600 + it)$$

$$\lg s + 3.0792 = \lg c + \lg (1200 + it)$$

$$\lg s + 4.5623 = \lg c + \lg (36500 + it)$$

$$\lg s + 4.5635 = \lg c + \lg (36600 + it)$$

Si en vez del tanto por ciento i se atiende al tanto por uno u , la relación fundamental será

$$s = c (1 + ut)$$

$$\lg s = \lg c + \lg (1 + ut)$$

73. Interés compuesto. La relación entre un capital c prestado al tanto por uno u , el número t de unidades de tiempo que dura el préstamo, y la suma s del capital prestado con los intereses compuestos devengados durante dicho tiempo, es

$$s = c (1 + u)^t$$

$$\lg s = \lg c + t \lg (1 + u)$$

Refiriéndonos al tanto por ciento i , en vez del tanto por uno u , la relación será

$$s = c \left(\frac{100 + i}{100} \right)^t$$

$$\lg s = \lg c + t \lg \frac{100 + i}{100}$$

74. Comparación de intereses. Desarrollando por la fórmula de Newton la expresión

$$s = c (1 + u)^t$$

se obtiene

$$\begin{aligned}
s &= c \left[1 + \frac{t}{1} u + \frac{t(t-1)}{1 \times 2} u^2 + \frac{t(t-1)(t-2)}{1 \times 2 \times 3} u^3 + \right. \\
&\quad \left. + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{1 \times 2 \times 3 \times 4} u^4 + \dots \right] = \\
&= c(1 + ut) + c \left[\frac{t(t-1)}{1 \times 2} u^2 + \frac{t(t-1)(t-2)}{1 \times 2 \times 3} u^3 + \right. \\
&\quad \left. + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{1 \times 2 \times 3 \times 4} u^4 + \dots \right]
\end{aligned}$$

expresión en la cual el sumando que sigue al término $c(1 + ut)$ significa el exceso del interés compuesto sobre el interés simple.

75. Descuento comercial. Las relaciones entre el valor nominal n de una letra ó pagaré que se cobra t días antes del vencimiento, su valor actual a , y el descuento d que le corresponde á un tanto por ciento anual i , son

$$36500 d = nit$$

$$36600 d = nit$$

$$36500 a = n(36500 - it)$$

$$36600 a = n(36600 - it)$$

ó bien

$$\lg d + 4.5623 = \lg n + \lg i + \lg t$$

$$\lg d + 4.5635 = \lg n + \lg i + \lg t$$

$$\lg a + 4.5623 = \lg n + \lg(36500 - it)$$

$$\lg a + 4.5635 = \lg n + \lg(36600 - it)$$

Si el descuento y el tanto se refieren á la misma unidad de tiempo, las relaciones serán

$$100 d = nit$$

$$100 a = n(100 - it)$$

ó bien

$$\begin{aligned} \lg d + 2 &= \lg n + \lg i + \lg t \\ \lg a + 2 &= \lg n + \lg (100 - it) \end{aligned}$$

76. Descuento rebatido. Si se verifica un anticipo con la condición de que el valor actual que se recibe ha de ser tal que impuesto á interés simple durante el plazo del anticipo dé un interés igual al tanto de descuento, la relación segunda del número anterior se transformará en

$$\begin{aligned} a(36500 + it) &= 36500 n \\ \lg a + \lg (36500 + it) &= \lg n + 4.5623 \\ a(36600 + it) &= 36600 n \\ \lg a + \lg (36600 + it) &= \lg n + 4.5635 \end{aligned}$$

77. Descuento compuesto. Si quiere determinarse el descuento á interés compuesto, la relación será

$$\begin{aligned} a &= n \left(\frac{u}{1 + u} \right)^t = n \left(1 + \frac{1}{u} \right)^{-t} \\ \lg a &= \lg n + t \lg \frac{u}{u + 1} \end{aligned}$$

78. Acumulación de capitales. La relación entre un capital c que se impone cada año á interés compuesto, el número t de años que se verifican las imposiciones, el tanto por uno anual u , y la suma s de capitales é intereses compuestos, es

$$\begin{aligned} us &= c(1 + u) [(1 + u)^t - 1] \\ \lg u + \lg s &= \lg c + \lg (1 + u) + \lg [(1 + u)^t - 1] \end{aligned}$$

79. Anualidades y amortizaciones. La relación entre un capital c prestado al tanto por uno

anual u , el número t de años que ha de durar el préstamo, y la anualidad a que debe satisfacerse para que la deuda quede extinguida ó amortizada al cabo de dicho tiempo, es

$$a [(1 + u)^t - 1] = u c (1 + u)^t$$

$$\lg a + \lg [(1 + u)^t - 1] = \lg u + \lg c + t \lg (1 + u)$$

80. Rentas vitalicias. La relación entre un capital prestado c , el tanto por uno u , y la renta anual a que ha de satisfacerse para que la deuda quede extinguida al acabarse la vida del que entrega el capital, difiere sólo de la (79) correspondiente á las anualidades ordinarias en que el número t de años de aquéllas reemplázase en éstas por el número que expresa la vida probable del dueño del capital. Este número se encuentra en *tablas especiales* que se llaman *de vida probable*.

Para suplir la falta de tablas hemos derivado de los datos estadísticos publicados en España, una regla empírica mediante la cual se determina con bastante aproximación la vida probable correspondiente á las diferentes edades comprendidas entre 5 y 65 años. La regla que proponemos es la siguiente: *Restando del número 58 los 8 décimos de la edad de un individuo puede tomarse el resto como vida probable del mismo.*

La expresión formular de la regla es

$$v_p = 58 - 0.8 e \quad \text{ó bien} \quad v_p = 58 - \frac{4}{5} e$$

significando v_p la vida probable y e la edad.

Como prueba de la notable aproximación que con nuestra fórmula se obtiene, la aplicaremos á las principales edades comprendidas entre los indicados límites, y comparando los resultados con los que ha publicado el Instituto Geográfico y Estadístico, tendremos

Años de edad.	Vida probable según nuestra fórmula.	Vida probable según el Instituto Geográfico.		Diferencia de resultados.	
5	54 años.	52 años 9 meses.		1 año 3 meses.	
10	50 »	50	4 »	-0 »	4 »
15	46 »	46	2 »	-0 »	2 »
20	42 »	42	0 »	0 »	0 »
25	38 »	37	11 »	0 »	1 »
30	34 »	33	11 »	0 »	1 »
35	30 »	29	9 »	0 »	3 »
40	26 »	25	9 »	0 »	3 »
45	22 »	21	10 »	0 »	2 »
50	18 »	18	1 »	-0 »	1 »
55	14 »	14	7 »	-0 »	7 »
60	10 »	11	1 »	-1 »	1 »
65	6 »	8	0 »	-2 »	0 »

LECCIÓN IX.

APLICACIONES ALGÉBRICAS.

81. Ecuación determinada de primer grado.

La forma general á que se reduce toda ecuación de primer grado con una incógnita, es

$$a x = g$$

de la cual se obtiene

$$x = \frac{g}{a}$$

ó bien

$$x = \text{antlg} (\text{clg } a + \text{lg } g)$$

82. Ecuación indeterminada de primer grado.

La forma general á que se reduce toda ecuación de primer grado con dos incógnitas, es

$$a x \pm b y = g$$

de la cual se obtiene

$$x = \frac{g \mp b y}{a}$$

ó bien

$$x = \text{antlg} (\text{clg } a + \text{lg } g) \mp \text{antlg} (\text{clg } a + \text{lg } b + \text{lg } y)$$

Dando valores arbitrarios á y se obtendrán los correspondientes de x , facilitándose notablemente los cálculos con el empleo de nuestras tablas IV y V.

83. Sistema de dos ecuaciones. La forma general á que se reduce todo sistema completo de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, después de preparado, es

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = g_1 \\ a_2 x + b_2 y = g_2 \end{cases}$$

del cual se obtiene

$$x = \frac{\begin{vmatrix} g_1 & b_1 \\ g_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & g_1 \\ a_2 & g_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

ó bien

$$x = \frac{\text{antlg}(\lg g_1 + \lg b_2) - \text{antlg}(\lg g_2 + \lg b_1)}{\text{antlg}(\lg a_1 + \lg b_2) - \text{antlg}(\lg a_2 + \lg b_1)}$$

$$y = \frac{\text{antlg}(\lg a_1 + \lg g_2) - \text{antlg}(\lg a_2 + \lg g_1)}{\text{antlg}(\lg a_1 + \lg b_2) - \text{antlg}(\lg a_2 + \lg b_1)}$$

Usando las tablas IV y V se obtienen los valores de las incógnitas con mucha rapidez y facilidad.

84. Sistema de tres ecuaciones. La forma general á que se reduce todo sistema completo de tres ecuaciones de primer grado con tres incógnitas, es

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = g_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = g_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = g_3 \end{cases}$$

del cual se obtiene

$$x = \frac{|g_1 b_2 c_3|}{|a_1 b_2 c_3|} \quad y = \frac{|a_1 g_2 c_3|}{|a_1 b_2 c_3|} \quad z = \frac{|a_1 b_2 g_3|}{|a_1 b_2 c_3|}$$

Las determinantes que intervienen en los valores de las incógnitas se calculan por las reglas vul-

Generalmente es preferible proceder por eliminaciones sucesivas. Al efecto, dado un sistema, se dividen todos los términos de cada ecuación por el coeficiente que en ella tenga la incógnita que se trata de eliminar, se restan entre sí las ecuaciones resultantes, y queda eliminada dicha incógnita, obteniéndose un nuevo sistema con una incógnita menos y una ecuación menos que las que tenía el propuesto. Verificando repetidamente las indicadas transformaciones, se consigue la eliminación de cuantas incógnitas se quiera.

Las divisiones sucesivas se efectúan restando logaritmos vulgares, y empleando los logaritmos aditivos y sustractivos se evita pasar de logaritmos á números para las sustracciones ordinarias.

86. Ecuación pura de segundo grado. La forma general á que se reduce toda ecuación pura de segundo grado con una incógnita, es

$$a x^2 = g$$

de la cual se obtiene

$$x = \pm \sqrt{\frac{g}{a}}$$

ó bien

$$x = \pm \text{antlg } \frac{1}{2} (\text{clg } a + \text{lg } g)$$

87. Ecuación completa de segundo grado. La forma general á que se reduce toda ecuación mixta de segundo grado con una incógnita, es

$$a x^2 + b x = g$$

de la cual se obtiene

$$= -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} + \frac{g}{a}}$$

ó bien

$$x = -\text{antlg}(\lg b + \text{clg } 2 + \text{clg } a) \pm \\ \pm \text{antlg} \frac{1}{2} (\lg(b^2 + 4ag) + 2\text{clg } a + \text{clg } 4)$$

88. Ecuación exponencial de primer grado.

La forma general á que se reduce toda ecuación exponencial de primer grado con una incógnita, es

$$a^x = g$$

y de ella se obtiene

$$x = \lg g : \lg a$$

89. Ecuaciones exponenciales de segundo grado. La forma general á que se reduce toda ecuación exponencial pura de segundo grado con una incógnita, es

$$a^{x^2} = g$$

y de ella se obtiene

$$x = \pm \text{antlg} \frac{1}{2} \{ \lg(\lg g : \lg a) \}$$

La ecuación exponencial completa de segundo grado con una incógnita puede reducirse á la forma

$$a^{x^2} = b^x g$$

que se transforma en

$$x^2 \lg a - x \lg b = \lg g$$

y de ésta se obtiene

$$x = \frac{\lg b}{2 \lg a} \pm \sqrt{\frac{\lg^2 b}{4 \lg^2 a} + \frac{\lg g}{\lg a}}$$

GABINET MATEMATYCZNY
Instytut Naukowy Warszawskiego

90. **Ecuación binomia.** La forma general á que se reduce toda ecuación binomia, ó de dos términos, es

$$a x^m = g$$

de la cual se obtiene

$$x = \sqrt[m]{\frac{g}{a}}$$

ó bien

$$x = \text{antlg} \frac{1}{m} (\text{clg } a + \text{lg } g)$$

cuya expresión sirve para calcular uno de los m valores que á la incógnita corresponden.

LECCIÓN X.

APLICACIONES GEOMÉTRICAS.

91. Triángulos. El área de un triángulo, en función de su base b y su altura h , es

$$A = \frac{1}{2} b h \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg b + \lg h + \bar{1}.6990)$$

El área de un triángulo, en función de su semiperímetro s y del radio r de la circunferencia inscrita, es

$$A = s r \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg s + \lg r)$$

El área de un triángulo, en función de sus tres lados a , b , c , es

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{ó} \quad A = \text{antlg} \frac{1}{2} (\lg s + \lg (s-a) + \lg (s-b) + \lg (s-c))$$

El área de un triángulo, en función de sus tres lados a , b , c , y del radio R de la circunferencia circunscrita, es

$$A = \frac{a b c}{4 R}$$

$$\text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg a + \lg b + \lg c + \text{clg} R + \bar{1}.3979)$$

El área de un triángulo rectángulo, en función de sus catetos b , c , es

$$A = \frac{1}{2} b c \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg b + \lg c + \bar{1}.6990)$$

El área de un triángulo isósceles, en función de su base b y su lado l , es

$$A = (s - l) \sqrt{s(s - b)}$$

$$\text{ó} \quad A = \text{antlg} \left(\lg (s - l) + \frac{1}{2} [\lg (s - b) + \lg s] \right)$$

El área de un triángulo equilátero, en función de su lado l , es

$$A = \frac{1}{4} l^2 \sqrt{3} \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg l + \bar{1}.6365)$$

92. Cuadriláteros. El área de un cuadrilátero, en función de una diagonal D y las distancias á ella d , d' , de los vértices opuestos, es

$$A = \frac{1}{2} D (d + d')$$

$$\text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg D + \lg (d + d') + \bar{1}.6990)$$

El área del cuadrilátero inscriptible, en función de sus cuatro lados a , b , c , d , es

$$A = \sqrt{(s - a)(s - b)(s - c)(s - d)}$$

$$\text{ó} \quad A = \text{antlg} \frac{1}{2} \left\{ \lg (s - a) + \lg (s - b) + \lg (s - c) + \right. \\ \left. + \lg (s - d) \right\}$$

El área de un trapecio, en función de sus bases b , b' , y su altura h , es

$$A = \frac{1}{2} (b + b') h$$

$$\text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg (b + b') + \lg h + \bar{1}.6990)$$

y en función de sus cuatro lados a, b, c, d , es

$$A = \frac{a+c}{a-c} \sqrt{(s-a)(s-c)(s-c-b)(s-c-d)}$$

$$\text{ó} \quad A = \text{antlg} \left\{ \lg(a+c) + \text{clg}(a-c) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[\lg(s-a) + \lg(s-c) + \lg(s-c-b) + \right. \right. \\ \left. \left. + \lg(s-c-d) \right] \right\}$$

El área de un paralelogramo, en función de su base b y su altura h , es

$$A = b h \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(\lg b + \lg h)$$

El área de un rectángulo, en función de dos lados contiguos a, b , es

$$A = a b \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(\lg a + \lg b)$$

El área de un cuadrado, en función de su lado l , es

$$A = l^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(2 \lg l)$$

93. Polígonos. El área de un polígono regular, en función de su perímetro p y su apotema a , es

$$A = \frac{1}{2} p a \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(\lg p + \lg a + \bar{1}.6990)$$

Las áreas de los 10 primeros polígonos regulares, suponiendo el lado igual á 1, van expresas, con sus logaritmos, en la siguiente tabla:

POLÍGONOS REGULARES.

Nombre	Lados	Áreas	Lgs.	Nombre	Lados	Áreas	Lgs.
Triángulo . .	3	0.4330	$\bar{1}.6365$	Octógono . .	8	4.8284	0.6838
Cuadrado . .	4	1.0000	0.0000	Eneágono . .	9	6.1818	0.7911
Pentágono . .	5	1.7205	0.2356	Decágono . .	10	7.6942	0.8862
Exágono . .	6	2.5981	0.4147	Endecágono .	11	9.3656	0.9745
Eptágono . .	7	3.6339	0.5604	Dodecágono .	12	11.1962	1.0491

Las áreas de los 10 primeros polígonos regulares, suponiendo el lado diferente de 1, se obtienen multiplicando las precedentes áreas tabulares por el cuadrado del lado. Así, el área del eptágono regular de lado 1, será

$$A_7 = 3.6339 \, l^2 \quad \text{ó} \quad A_7 = \text{antlg} (2 \lg 1 + 0.5604)$$

94. Formas circulares. El área de un círculo, en función de su radio R , es

$$A = \pi R^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg R + 0.4971)$$

en función de su diámetro D , es

$$A = \frac{1}{4} \pi D^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg D + \bar{1}.8951)$$

y en función de la circunferencia C , es

$$A = \frac{C^2}{4\pi} \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg C + \bar{2}.9008)$$

El área de una corona circular, en función de sus radios R , r , es

$$A = \pi (R^2 - r^2)$$

ó $A = \text{antlg} (\lg (R + r) + \lg (R - r) + 0.4971)$

El área de un sector circular, en función de su radio R y del número g de grados de su arco, es

$$A = \frac{\pi R^2 g}{360} \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg R + \lg g + \bar{3}.9408)$$

La longitud de una circunferencia, en función de su radio R , es

$$L = 2\pi R \quad \text{ó} \quad L = \text{antlg} (\lg R + 0.7982)$$

y en función de su diámetro D , es

$$L = \pi D \quad \text{ó} \quad L = \text{antlg} (\lg D + 0.4971)$$

La longitud de un arco de circunferencia, en función de su radio R y graduación g , es

$$L = \frac{\pi R g}{180} \quad \text{ó} \quad L = \text{antlg} (\lg R + \lg g + \bar{2}.2419)$$

Las longitudes del radio **R** y diámetro **D** de una circunferencia, en función de la longitud **L** de ésta, son

$$R = \frac{L}{2\pi} \quad \text{ó} \quad R = \text{antlg} (\lg L + \bar{1} \cdot 2018)$$

$$D = \frac{L}{\pi} \quad \text{ó} \quad D = \text{antlg} (\lg L + \bar{1} \cdot 5029)$$

y en función del área **A** del círculo, son

$$R = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad \text{ó} \quad R = \text{antlg} \frac{1}{2} (\lg A + \bar{1} \cdot 5029)$$

$$D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \quad \text{ó} \quad D = \text{antlg} \frac{1}{2} (\lg A + 0 \cdot 1049)$$

95. Pirámides. El volumen de una pirámide, en función de su altura **H** y del área **B** de su base, es

$$V = \frac{1}{3} B H \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (\lg B + \lg H + \bar{1} \cdot 5229)$$

El volumen de una pirámide truncada de bases paralelas, en función de las áreas **B**, **b**, de estas bases y de la altura **H** del tronco, es

$$V = \frac{1}{3} \left\{ B + b + \sqrt{Bb} \right\} H$$

$$\text{ó} \quad V = \text{antlg} (\lg (B + b + \sqrt{Bb}) + \lg H + \bar{1} \cdot 5229)$$

El volumen de un tetraedro regular, en función de su arista **a**, es

$$V = \frac{1}{12} a^3 \sqrt{2} \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (3 \lg a + \bar{1} \cdot 0713)$$

El área lateral de una pirámide regular, en función del perímetro **p** de su base y de la altura **h** de su cara lateral, es

$$A = \frac{1}{2} p h \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg p + \lg h + \bar{1} \cdot 6990)$$

El área lateral de un tronco de pirámide regular de bases paralelas, en función de los perímetros p , p' , de las bases, y de la altura h de un trapecio lateral, es

$$A = \frac{1}{2} (p + p') h \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg (p + p') + \lg h + \bar{1}.6990)$$

El área lateral de un tetraedro regular, en función de su arista a , es

$$A = \frac{1}{4} a^2 \sqrt{3} \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg a + 0.4136)$$

y el área total es

$$A = a^2 \sqrt{3} \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg a + 0.2386)$$

96. Prismas. El volumen de un prisma, en función de su altura H y del área B de su base, es

$$V = B H \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (\lg B + \lg H)$$

El volumen de un prisma triangular truncado, en función del área B de su base y de las distancias á ella D , D' , D'' , de los tres vértices de truncadura, es

$$V = \frac{1}{3} B (D + D' + D'')$$

$$\text{ó} \quad V = \text{antlg} (\lg B + \lg (D + D' + D'') + \bar{1}.5229)$$

El volumen de un paralelepípedo recto-rectangular, en función de tres aristas contiguas a , b , c , es

$$V = a b c \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (\lg a + \lg b + \lg c)$$

El volumen de un cubo, en función de su arista a , es

$$V = a^3 \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (3 \lg a)$$

El área lateral de un prisma, en función de su arista lateral a y del perímetro p de la sección recta, es

$$A = p a \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg p + \lg a)$$

El área lateral de un cubo, en función de su arista a , es

$$A = 4 a^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg a + 0.6024)$$

y el área total es

$$A = 6 a^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg a + 0.7782)$$

97. Poliedros. El volumen de un poliedro regular, en función de su apotema a , del área c de una de sus caras, y del número n de éstas, es

$$V = \frac{1}{3} a n c$$

$$\text{ó} \quad V = \text{antlg} (\lg a + \lg n + \lg c + \bar{1}.5229)$$

El área de una superficie poliédrica regular, en función del área c de una cara, y del número n de ellas, es

$$A = n c \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg n + \lg c)$$

Las áreas y volúmenes de los 5 poliedros regulares, suponiendo la arista igual á 1, se expresan, con sus logaritmos, en la siguiente tabla:

POLIEDROS REGULARES.

Nombre	Caras	Arist.	Vért.	Áreas	Lgs.	Volúms.	Lgs.
Tetraedro.. . .	4	6	4	1.7321	0.2386	0.1179	$\bar{1}.0713$
Exaedro. . . .	6	12	8	6.0000	0.7782	1.0000	0.0000
Octaedro. . . .	8	12	6	3.4641	0.5396	0.4714	$\bar{1}.6734$
Dodecaedro.. .	12	30	20	20.6457	1.3148	7.6631	0.8844
Icosaedro.. . .	20	30	12	8.6603	0.9375	2.1817	0.3388

Las $\left. \begin{array}{l} \text{áreas} \\ \text{volúmenes} \end{array} \right\}$ de los 5 poliedros regulares, suponiendo la arista diferente de 1, se obtienen multiplicando los precedentes $\left. \begin{array}{l} \text{áreas} \\ \text{volúmenes} \end{array} \right\}$ tabulares por el $\left. \begin{array}{l} \text{cuadrado} \\ \text{cubo} \end{array} \right\}$ de la arista. Así el área y el volumen del dodecaedro de arista a , son

$$V_{12} = 20.6457 a^3 \quad \text{ó} \quad A_{12} = \text{antlg} (2 \lg a + 1.3148)$$

$$V_{12} = 7.6631 a^3 \quad \text{ó} \quad V_{12} = \text{antlg} (3 \lg a + 0.8844)$$

98. Conos. El volumen de un cono circular, en función de su altura H y del radio R de su base, es

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (\lg H + 2 \lg R + 0.0200)$$

El volumen de un cono circular truncado, en función de los radios R, r , de las bases y de la altura H del tronco, es

$$V = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + r^2 + R r)$$

$$\text{ó} \quad V = \text{antlg} (\lg H + \lg (R^2 + r^2 + R r) + 0.0200)$$

El volumen de un cono equilátero, en función del radio r de la superficie esférica inscrita, es

$$V = 3 \pi r^3 \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (3 \lg r + 0.9743)$$

y en función del radio R de la superficie esférica circunscrita, es

$$V = \frac{3}{8} \pi R^3 \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (3 \lg R + 0.0712)$$

El área de una superficie cónica de revolución, en función de su generatriz g y del radio R de su base, es

$$A = \pi R g \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg R + \lg g + 0.4971)$$

El área de una superficie cónica truncada de bases paralelas, en función de su generatriz g y de los radios R, r , de sus bases, es

$$A = \pi (R + r) g \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg (R + r) + \lg g + 0.4971)$$

Las áreas lateral y total de la superficie cónica equilátera, en función del radio r de la superficie esférica inscrita, son

$$A = 6 \pi r^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg r + 1.2753)$$

$$A = 9 \pi r^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg r + 1.4514)$$

y en función del radio R de la superficie esférica circunscrita, son

$$A = \frac{3}{2} \pi R^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg R + 0.6732)$$

$$A = \frac{9}{4} \pi R^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg R + 0.8493)$$

99. Cilindros. El volumen de un cilindro de base circular, en función de su altura H y del radio R de su base, es

$$V = \pi R^2 H \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg}(2 \lg R + \lg H + 0.4971)$$

El volumen de un cilindro recto-circular truncado, en función del radio R de su base y del eje E del tronco, es

$$V = \pi R^2 E \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg}(\lg E + 2 \lg R + 0.4971)$$

El volumen de un cilindro equilátero, en función del radio r de la superficie esférica inscrita, es

$$V = 2 \pi r^3 \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg}(3 \lg r + 0.7982)$$

y en función del radio R de la superficie esférica circunscrita, es

$$V = \frac{1}{2} \pi R^3 \sqrt{2} \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg}(3 \lg r + 0.3466)$$

El área de una superficie cilíndrica, en función de su generatriz g y del perímetro p de la sección recta, es

$$A = pg \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(\lg p + \lg g)$$

El área de una superficie cilíndrica de revolución, en función de su generatriz g y del radio R de su base, es

$$A = 2 \pi Rg \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(\lg R + \lg g + 0.7982)$$

Las áreas lateral y total de la superficie cilíndrica equilátera, en función del radio R de la superficie esférica inscrita, son

$$A = 4 \pi r^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(2 \lg r + 1.0992)$$

$$A = 6 \pi r^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(2 \lg r + 1.2753)$$

y en función del radio R de la superficie esférica circunscrita, son

$$A = 2 \pi R^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(2 \lg R + 0.7982)$$

$$A = 3 \pi R^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg}(2 \lg R + 0.9743)$$

100. Formas esféricas. El volumen de una esfera, en función de su radio R , es

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (3 \lg R + 0.6221)$$

en función de su diámetro D , es

$$V = \frac{1}{6} \pi D^3 \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (3 \lg D + 1.7190)$$

y en función del área A de la superficie esférica, es

$$V = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{A^3}{\pi}}$$

$$\text{ó} \quad V = \text{antlg} \frac{1}{2} (3 \lg A + 3.9465)$$

El volumen de un sector esférico, en función de su radio R y altura H , es

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H \quad \text{ó} \quad V = \text{antlg} (2 \lg R + \lg H + 0.3211)$$

El volumen de un segmento esférico, en función de su altura H y de los radios R, r , de sus bases, es

$$V = \frac{1}{2} \pi (R^2 + r^2) H + \frac{1}{6} \pi H^3$$

$$\text{ó} \quad V = \text{antlg} (\lg (R^2 + r^2) + \lg H + 0.1961) + \\ + \text{antlg} (3 \lg H + 1.7190)$$

El área de una superficie esférica, en función de su radio R , es

$$A = 4 \pi R^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg R + 1.0992)$$

y en función de su diámetro D , es

$$A = \pi D^2 \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg D + 0.4974)$$

El área de una zona esférica, en función de su altura H y del radio R de la esfera, es

$$A = 2 \pi R H \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg R + \lg H + 0.7982)$$

El área de un huso esférico, en función de su graduación g y del radio R de la esfera, es

$$A = \frac{\pi R^2 g}{90} \quad \text{ó} \quad A = \text{antlg} (\lg R + \lg g + \bar{2}.5429)$$

El área de un triángulo esférico, en función de sus tres ángulos A, B, C , y del radio R de la esfera, es

$$A = \frac{\pi R^2}{180} (A + B + C - 180)$$

$$\text{ó} \quad A = \text{antlg} (2 \lg R + \lg (A + B + C - 180) + \bar{2}.2419)$$

Las longitudes del radio R y del diámetro D de una esfera, en función de su área A , son

$$R = \sqrt{\frac{A}{4\pi}} \quad \text{ó} \quad R = \text{antlg} \frac{1}{2} (\lg A + \bar{2}.9008)$$

$$D = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad \text{ó} \quad D = \text{antlg} \frac{1}{2} (\lg A + \bar{1}.5029)$$

y en función del volumen, son

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \quad \text{ó} \quad R = \text{antlg} \frac{1}{3} (\lg V + \bar{1}.3779)$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} \quad \text{ó} \quad D = \text{antlg} \frac{1}{3} (\lg V + \bar{0}.2810)$$

LOGARITMOS.

SEGUNDA PARTE.

NÚMEROS TRIGONOMÉTRICOS.

LECCIÓN I.

NOCIONES FUNDAMENTALES.

1. Números y logaritmos trigonométricos.

Los *números trigonométricos* son relaciones entre rectas que sirven para determinar ángulos, y los logaritmos de dichas relaciones se llaman *logaritmos trigonométricos*.

Mediante los números trigonométricos los valores graduales de los ángulos se transforman en otros longitudinales apropiados á su comparación con las longitudes de rectas; y mediante los logaritmos trigonométricos se abrevian los cálculos en que intervienen números trigonométricos.

2. **Nomenclatura.** Á todo ángulo corresponden varios números trigonométricos, de los cuales

los principales se denominan *seno*, *tangente*, *secante*, *coseno*, *cotangente* y *cosecante*.

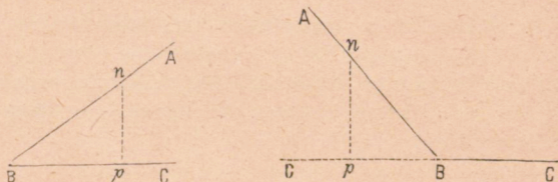
Estas denominaciones derivan de la significación geométrica que admiten los números trigonométricos de un ángulo, cuando se les refiere al arco correspondiente á dicho ángulo.

3. Notación. Designaremos los números trigonométricos de un ángulo anteponiendo á la letra ó letras con que éste se exprese las abreviaturas *sn*, *tg*, *sc*, *csn*, *ctg*, *csc*.

Los logaritmos correspondientes los denotaremos *lg sn*, *lg tg*, *lg sc*, *lg csn*, *lg ctg*, *lg csc*.

Usualmente se expresan los números trigonométricos con las abreviaturas *sen* ó *sin* (del latín *sinus*), *tang*, *sec*, *cos*, *cotang* y *cosec*, pero preferimos la notación arriba indicada por su mayor sencillez y uniformidad.

4. Seno. *Seno* de un ángulo es la relación entre la perpendicular trazada desde un punto cualquiera de uno de los lados del ángulo al otro lado (ó á su prolongación) y la distancia desde el punto elegido al vértice del ángulo.



Así, siendo ABC el ángulo, y *n* el punto elegido en uno de sus lados, trazada la perpendicular *np* al otro lado, será

$$sn B = \frac{np}{nB}$$

5. Tangente. *Tangente* de un ángulo es la relación entre la perpendicular trazada desde un punto cualquiera de uno de los lados del ángulo al otro lado y la proyección sobre éste de la distancia desde el punto elegido al vértice del ángulo.

Así, para el ángulo ABC, será

$$tg B = \frac{np}{pB}$$

6. Secante. *Secante* de un ángulo es la relación entre la distancia de un punto cualquiera de uno de los lados del ángulo al vértice, y la proyección de dicha distancia sobre el otro lado.

Así, para el ángulo ABC, será

$$sc B = \frac{nB}{pB}$$

7. Coseno, cotangente, cosecante. *Coseno* de un ángulo es la relación recíproca de la secante del mismo ángulo. *Cotangente* es la relación recíproca de la tangente. *Cosecante* es la relación recíproca del seno.

Así, para el ángulo ABC, será

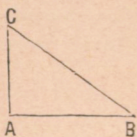
$$csn B = \frac{pB}{nB}, \quad ctg B = \frac{pB}{np}, \quad csc B = \frac{nB}{np}$$

Llamaremos *conúmeros trigonométricos* al coseno, á la cotangente y á la cosecante.

Para la fácil recordación de las relaciones trigonométricas véanse nuestros DIAGRAMAS DE TRIGONOMETRÍA.

8. Números trigonométricos de ángulos complementarios.

Referidas las definiciones de los números trigonométricos á cada ángulo agudo del triángulo rectángulo ABC, y designando, según se acostumbra, por a, b, c , los lados BC, AC, AB, respectivamente opuestos á los ángulos A, B, C, tendremos para el ángulo B



$$\text{sn } B = \frac{CA}{CB} = \frac{b}{a} \qquad \text{csn } B = \frac{AB}{CB} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tg } B = \frac{CA}{AB} = \frac{b}{c} \qquad \text{ctg } B = \frac{AB}{CA} = \frac{c}{b}$$

$$\text{sc } B = \frac{CB}{AB} = \frac{a}{c} \qquad \text{csc } B = \frac{CB}{CA} = \frac{a}{b}$$

y para el ángulo C

$$\text{sn } C = \frac{BA}{BC} = \frac{c}{a} \qquad \text{csn } C = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}$$

$$\text{tg } C = \frac{BA}{AC} = \frac{c}{b} \qquad \text{ctg } C = \frac{AC}{BA} = \frac{b}{c}$$

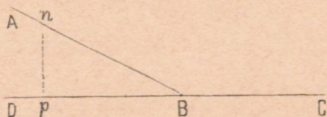
$$\text{sc } C = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b} \qquad \text{csc } C = \frac{BC}{BA} = \frac{a}{c}$$

Comparando los números trigonométricos de uno y otro ángulo, y teniendo en cuenta que los ángulos B y C son complementarios, podemos establecer

que los números trigonométricos $\left\{ \begin{array}{l} \text{seno, tangente, secante} \\ \text{coseno, cotangente, cosecante} \end{array} \right\}$ de un ángulo agudo son iguales á los números trigonométricos $\left\{ \begin{array}{l} \text{coseno, cotangente, cosecante} \\ \text{seno, tangente, secante} \end{array} \right\}$ del ángulo complementario; ó, abreviadamente, en ángulos complementarios los números trigonométricos del uno son cónumeros del otro, y los números de éste cónumeros de aquél.

Por esta propiedad suele definirse $\left\{ \begin{array}{l} \text{el coseno} \\ \text{la cotangente} \\ \text{la cosecante} \end{array} \right\}$ de un ángulo como $\left\{ \begin{array}{l} \text{seno} \\ \text{tangente} \\ \text{secante} \end{array} \right\}$ del complemento de dicho ángulo.

9. Números trigonométricos de ángulos suplementarios. Observando que los números trigonométricos del ángulo obtuso ABC son los mismos



que los del ángulo agudo ABD, que es suplemento del primero, podemos establecer que *los números trigonométricos de dos ángulos suplementarios tienen valores iguales.*

Los números trigonométricos tangente, cotangente, secante y coseno, dependientes de la recta Bp, cuya dirección respecto á los ángulos agudo y obtuso es opuesta, por contarse en el uno sobre el lado y en el otro sobre la prolongación, llevan también opuestos signos. El seno y la cosecante, que son independientes de la longitud Bp, tienen en ambas clases de ángulos signos iguales.

10. **Cologaritmos de números trigonométricos.** De las relaciones establecidas

$$\begin{array}{lll} \operatorname{sn} B = \frac{np}{nB} & \operatorname{tg} B = \frac{np}{pB} & \operatorname{sc} B = \frac{nB}{pB} \\ \operatorname{csn} B = \frac{pB}{nB} & \operatorname{ctg} B = \frac{pB}{np} & \operatorname{csc} B = \frac{nB}{np} \end{array}$$

se deduce

$$\begin{array}{ll} \lg \operatorname{sn} B = \operatorname{clg} \operatorname{csc} B & \lg \operatorname{csn} B = \operatorname{clg} \operatorname{sc} B \\ \lg \operatorname{tg} B = \operatorname{clg} \operatorname{ctg} B & \lg \operatorname{ctg} B = \operatorname{clg} \operatorname{tg} B \\ \lg \operatorname{sc} B = \operatorname{clg} \operatorname{csn} B & \lg \operatorname{csc} B = \operatorname{clg} \operatorname{sn} B \end{array}$$

y en consecuencia

$$\begin{array}{ll} \operatorname{clg} \operatorname{sn} B = \lg \operatorname{csc} B & \operatorname{clg} \operatorname{csn} B = \lg \operatorname{sc} B \\ \operatorname{clg} \operatorname{tg} B = \lg \operatorname{ctg} B & \operatorname{clg} \operatorname{ctg} B = \lg \operatorname{tg} B \\ \operatorname{clg} \operatorname{sc} B = \lg \operatorname{csn} B & \operatorname{clg} \operatorname{csc} B = \lg \operatorname{sn} B \end{array}$$

Por tanto podemos establecer que *los cologaritmos trigonométricos* $\left\{ \begin{array}{l} \text{seno, tangente, secante} \\ \text{coseno, cotangente, cosecante} \end{array} \right\}$ *de un ángulo equivalen á los logaritmos* $\left\{ \begin{array}{l} \text{cosecante, cotangente, coseno} \\ \text{secante, tangente, seno} \end{array} \right\}$ *del mismo ángulo; ó, abreviadamente, en todo ángulo los cologaritmos de sus números trigonométricos equivalen á logaritmos de conúmeros, y los cologaritmos de conúmeros á logaritmos de números.*

Estas equivalencias son de uso frequentísimo y sirven para dar forma entera á expresiones trigonométricas fraccionarias.

LECCIÓN II.

LOGARITMOS TRIGONOMÉTRICOS.

11. Objeto de las tablas de logaritmos trigonométricos. Las tablas de logaritmos trigonométricos sirven para resolver los dos problemas siguientes:

1.º *Dado un valor gradual determinar el logaritmo correspondiente á cada uno de sus números trigonométricos,*

2.º *Dado el logaritmo de un número trigonométrico hallar el valor gradual al cual corresponde.*

En la resolución del $\left\{ \begin{array}{l} \text{primer} \\ \text{segundo} \end{array} \right\}$ problema se hace uso $\left\{ \begin{array}{l} \text{directo} \\ \text{inverso} \end{array} \right\}$ de las tablas logaritmico-trigonométricas.

12. Disposición de las tablas. Cada una de las tablas logaritmico-trigonométricas VI, VII y VIII consta de dos páginas opuestas, que son continuación una de otra, constituyendo una tabla única. En ella hay que distinguir:

- a) La columna y fila que parten de G,
- b) La parte central ó principal de cada tabla,
- c) La tablita auxiliar.

La primera columna, que parte de G, está formada por los números 0, 1, 2, 3, . . . , 87, 88, 89, que representan grados y sirven á la vez como indicadores de filas. La primera fila, que también parte de G,

está constituida por los números 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, que representan minutos, siendo al propio tiempo indicadores de columnas.

La parte central consta de números de cuatro cifras que expresan mantisas logarítmico-trigonométricas, á cada una de las cuales debe anteponerse la característica que se encuentra al principio de su fila, ó la más próxima de las anteriores. Á las mantisas que van precedidas de una estrella les corresponde la característica que se encuentra al principio de la fila siguiente.

La tablita auxiliar, situada á la derecha de la principal, lleva filas de á nueve números, de una, dos ó tres cifras cada uno, y que corresponden á los indicadores *superiores* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

13. Logaritmos trigonométricos de grados. Los logaritmos trigonométricos correspondientes á valores angulares expresados en grados, se encuentran en la primera columna interior de cada tabla, inmediatamente *á la derecha* de los respectivos números de grados. Así,

$$\lg \operatorname{sn} 3^{\circ} = \bar{2}.7188 \quad \lg \operatorname{tg} 44^{\circ} = \bar{1}.9848 \quad \lg \operatorname{sc} 75^{\circ} = 0.5870$$

14. Logaritmos trigonométricos de grados y dieces de minuto. Los logaritmos trigonométricos correspondientes á valores angulares expresados en grados y dieces de minuto, se encuentran en el concurso de la fila indicada *á la izquierda* por el número de grados con la columna cuyo indicador *superior* es el número de dieces de minuto. Así, para determinar el logaritmo seno de $32^{\circ} 40'$, se entra en la fila 32° de la tabla de logaritmos senos, y en su

concurso con la columna 40' encontramos la mantisa 7322, á la cual hay que anteponer la característica $\bar{1}$, que es la más próxima anterior. Por tanto

$$\lg \operatorname{sn} 32^{\circ} 40' = \bar{1}.7322$$

Igualmente se tendrá

$$\lg \operatorname{sn} 70^{\circ} 20' = \bar{1}.9739 \qquad \lg \operatorname{tg} 23^{\circ} 40' = \bar{1}.7378$$

$$\lg \operatorname{sc} 89^{\circ} 30' = 2.0592$$

Si el valor gradual consta sólo de dieces de minuto, su logaritmo trigonométrico se encuentra en la primera fila interior de la tabla, inmediatamente *debajo* de su respectivo número. Así,

$$\lg \operatorname{sn} 10' = \bar{3}.4637 \qquad \lg \operatorname{tg} 50' = \bar{2}.1627 \qquad \lg \operatorname{sc} 30' = 0.0000$$

15. Logaritmos trigonométricos de grados y minutos. Los logaritmos trigonométricos correspondientes á valores angulares cuya expresión tenga grados, dieces de minuto y unidades de minuto, se obtienen agregando á la mantisa correspondiente á los grados y dieces de minuto el número que en la tablita auxiliar se encuentra en la misma fila del número de grados y en la columna cuyo indicador *superior* son las unidades de minuto. Así, para determinar el logaritmo tangente de $25^{\circ} 37'$, se entra en la fila 25° , y en su concurso con la columna 30' se encuentra el logaritmo $\bar{1}.6785$; agregándole el 23, que en la tablita auxiliar se halla en la misma fila 25° debajo de las unidades de minuto 7, tendremos $\bar{1}.6808$; y por tanto, $\lg \operatorname{tg} 25^{\circ} 37' = \bar{1}.6808$.

Análogamente obtendremos:

$$\lg \operatorname{sn} 9^{\circ} 11' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}.2022 \\ 8 \end{array} \right\} = \bar{1}.2030$$

$$\lg \operatorname{tg} 40^{\circ} 57' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}.9366 \\ 18 \end{array} \right\} = \bar{1}.9384$$

$$\lg \operatorname{sc} 84^{\circ} 35' = \left\{ \begin{array}{l} 1.0184 \\ 66 \end{array} \right\} = 1.0250$$

Si el valor gradual carece de dieces de minuto, ó consta sólo de grados y unidades de minuto, el logaritmo trigonométrico se obtiene agregando el número correspondiente de la tablita auxiliar á la mantisa que en la primera columna está inmediata al número de grados. Así,

$$\begin{aligned} \lg \operatorname{sn} 35^{\circ} 9' &= \left\{ \begin{array}{l} \bar{1} \cdot 7586 \\ 16 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 7602 & \lg \operatorname{tg} 40^{\circ} 2' &= \left\{ \begin{array}{l} \bar{1} \cdot 9238 \\ 5 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 9243 \\ \lg \operatorname{sc} 56^{\circ} 4' &= \left\{ \begin{array}{l} 0 \cdot 2524 \\ 8 \end{array} \right\} = 0 \cdot 2532 \end{aligned}$$

16. Logaritmos trigonométricos de grados, minutos y segundos. Los logaritmos trigonométricos correspondientes á valores angulares que tengan grados, minutos y segundos, se obtienen transformando el número de segundos en décimos y centésimos de minuto, y agregando á la mantisa correspondiente á los grados y minutos los números que en la tablita auxiliar se encuentran en la fila indicada por el número de grados y en las columnas cuyos indicadores son los decimales de minuto; teniendo en cuenta que cada uno de estos sumandos ha de referirse á unidades del orden inferior inmediato al del sumando anterior, y que el resultado debe limitarse á cuatro cifras.

Así tendremos:

$$\begin{aligned} \lg \operatorname{sn} 7^{\circ} 24' 57'' &= \lg \operatorname{sn} 7^{\circ} 24 \cdot 95' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1} \cdot 1060 \\ 39 \\ 87 \\ 48 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 1108 \\ \lg \operatorname{tg} 39^{\circ} 17' 48'' &= \lg \operatorname{tg} 39^{\circ} 17 \cdot 8' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1} \cdot 9110 \\ 18 \\ 21 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 9130 \\ \lg \operatorname{sc} 84^{\circ} 38' 4'' &= \lg \operatorname{sc} 84^{\circ} 38 \cdot 07' = \left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot 0184 \\ 106 \\ 092 \end{array} \right\} = 1 \cdot 0291 \end{aligned}$$

Para reducir un número de segundos á fracción decimal de minuto basta dividir por 6 el número propuesto.

17. Logaritmos trigonométricos de ángulos obtusos. Los logaritmos trigonométricos de valores angulares obtusos, ó mayores de 90° , se obtienen restando de 180° los valores dados, buscando los logaritmos trigonométricos de las restas, y recordando que la tangente y la secante de todo ángulo obtuso tienen signo menos. Así, refiriéndonos á valores absolutos, tendremos

$$\begin{aligned} \lg \operatorname{sn} 125^\circ 17' &= \lg \operatorname{sn} (180^\circ - 125^\circ 17') = \\ &= \lg \operatorname{sn} 54^\circ 43' = \bar{1}.9119 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg \operatorname{tg} 99^\circ 39' &= \lg \operatorname{tg} (180^\circ - 99^\circ 39') = \\ &= \lg \operatorname{tg} 80^\circ 21' = 0.7695 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg \operatorname{sc} 170^\circ 50' &= \lg \operatorname{sc} (180^\circ - 170^\circ 50') = \\ &= \lg \operatorname{sc} 9^\circ 10' = 0.0056 \end{aligned}$$

Más cómodo que el procedimiento anterior es el de restar 90° del valor angular dado y cambiar la denominación trigonométrica por su complementaria. Así,

$$\lg \operatorname{sn} 125^\circ 17' = \lg \operatorname{csn} (125^\circ 17' - 90^\circ) = \lg \operatorname{csn} 35^\circ 17'$$

$$\lg \operatorname{tg} 99^\circ 39' = \lg \operatorname{ctg} (99^\circ 39' - 90^\circ) = \lg \operatorname{ctg} 9^\circ 39'$$

$$\lg \operatorname{sc} 170^\circ 50' = \lg \operatorname{csc} (170^\circ 50' - 90^\circ) = \lg \operatorname{csc} 80^\circ 50'$$

La determinación de logaritmos cosenos, cotangentes y cosecantes se expondrá en la lección siguiente.

18. Aproximaciones. Las observaciones hechas (18, 28 y 38, primera parte) respecto á los grados de aproximación de los logaritmos vulgares, cologaritmos y antilogaritmos, son igualmente aplicables á los logaritmos trigonométricos, y por tanto *para obtener las mantisas logaritmo-trigonométricas con doble aproximación que la ordinaria, basta*

aumentar	25 millonésimos á cada mantisa que esté aproximada por	defecto	exceso	}; es decir, cuya última cifra va impresa con	igual	diferente	carácter que las demás.
disminuir							

EJEMPLOS.

lg sn $17^{\circ} 30' = \bar{1}.4781$	y modificando	lg sn $17^{\circ} 30' = \bar{1}.478125$
lg sn $68^{\circ} 10' = \bar{1}.9677$		lg sn $68^{\circ} 10' = \bar{1}.967675$
lg tg $47^{\circ} 30' = 0.0379$		lg tg $47^{\circ} 30' = 0.037925$
lg tg $2^{\circ} 20' = \bar{2}.6101$		lg tg $2^{\circ} 20' = \bar{2}.610075$
lg sc $29^{\circ} 40' = 0.0610$		lg sc $29^{\circ} 40' = 0.061025$
lg sc $70^{\circ} 20' = 0.4730$		lg sc $70^{\circ} 20' = 0.472975$

Si se quiere reducir la modificación á una sola cifra, hay que
 { aumentar 3 }
 { disminuir 2 } cienmilésimos á las mantisas siempre que estén aproximadas por { defecto }
 { exceso }.

EJEMPLOS.

lg sn $17^{\circ} 30' = \bar{1}.4781$	y modificando	lg sn $17^{\circ} 30' = \bar{1}.47813$
lg sn $68^{\circ} 10' = \bar{1}.9677$		lg sn $68^{\circ} 10' = \bar{1}.96768$
lg tg $47^{\circ} 30' = 0.0379$		lg tg $47^{\circ} 30' = 0.03793$
lg tg $2^{\circ} 20' = \bar{2}.6101$		lg tg $2^{\circ} 20' = \bar{2}.61008$
lg sc $29^{\circ} 40' = 0.0610$		lg sc $29^{\circ} 40' = 0.06103$
lg sc $70^{\circ} 20' = 0.4730$		lg sc $70^{\circ} 20' = 0.47298$

Si se quiere cortar en los milésimos las mantisas logaritmométricas tabulares, debe { aumentarse en 1 }
 { no modificarse } la última cifra conservada siempre que sea { 5 natural ó mayor que 5 }
 { 5 modificado ó menor que 5 } la cifra suprimida.

EJEMPLOS.

lg sn $31^{\circ} 40' = \bar{1}.7139$	lg sn $31^{\circ} 40' = \bar{1}.714$
lg sn $78^{\circ} 40' = \bar{1}.9914$	lg sn $78^{\circ} 40' = \bar{1}.991$
lg tg $72^{\circ} 10' = 0.4925$	lg tg $72^{\circ} 10' = 0.493$
lg tg $71^{\circ} 30' = 0.4753$	lg tg $71^{\circ} 30' = 0.475$
lg sc $17^{\circ} 30' = 0.0206$	lg sc $17^{\circ} 30' = 0.021$
lg sc $75^{\circ} 50' = 0.6113$	lg sc $75^{\circ} 50' = 0.611$

19. Interpolaciones. Para obtener los logaritmos trigonométricos no tabulados pueden seguirse varios métodos de interpolación, análogos á los expuestos para los logaritmos vulgares.

1.º Determinado el logaritmo trigonométrico correspondiente á los grados y dieces de minuto, se resta este logaritmo del siguiente, y los productos de la diferencia obtenida por las unidades de minuto y por los décimos y centésimos á que los segundos equivalgan, se agregan á la mantisa primera, cuidando de referir cada uno de ellos á décimos de la última cifra del sumando anterior.

Así, para determinar por este método el logaritmo seno de $41^{\circ} 19' 47''$ ó sea $41^{\circ} 19.78'$, se fija el logaritmo seno de $41^{\circ} 10'$, que es $\bar{1}.8184$, el de $41^{\circ} 20'$, que es $\bar{1}.8198$, y la diferencia de ellos que es 14; las restantes cifras 9, 7 y 8 se buscan en la columna I. L. de la tabla de interpolación, y en el concurso de las filas indicadas por ellas con la columna 14 se encuentran los números 12.6, 9.8 y 11.2, que, referidos á décimos sucesivos, se agregan á la mantisa primera 8184, limitando la suma á sólo cuatro cifras. Por tanto será

$$\lg \operatorname{sn} 41^{\circ} 19' 47'' = \lg \operatorname{sn} 41^{\circ} 19.78' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}.8184 \\ 12 \end{array} \left| \begin{array}{l} 6 \\ 98 \\ 112 \end{array} \right. \right\} = \bar{1}.8193$$

2.º Aumentando una cifra á la mantisa trigonométrica correspondiente á los grados y dieces de minuto, según las prescripciones establecidas (18), y usando la tabla de interpolación como en el método primero, se $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumenta} \\ \text{disminuye} \end{array} \right\}$ el resultado en la mitad de las unidades décimos y centésimos de minuto, si

sólo la $\left. \begin{array}{l} \text{primera} \\ \text{segunda} \end{array} \right\}$ de las mantisas tabulares está aproximada por exceso, y se obtendrá la mantisa logarítmica buscada con una decimal más que en la tabla, ó sea con cinco cifras.

Así, para fijar por este método el logaritmo seno de $41^\circ 19' 47''$ ó sea $41^\circ 19.78'$, se busca el logaritmo seno de $41^\circ 10'$, que es $\bar{1}.8184$, el de $41^\circ 20'$, que es $\bar{1}.9198$, y la diferencia de ellos que es 14. La mantisa 8184, por estar aproximada por exceso, se transforma en 81838; y á esta mantisa modificada se le suman los productos de la diferencia 14 por las cifras 9, 7, 8, agregando 489, mitad del número 978, formado por estas cifras, ya que está aproximada por exceso sólo la primera mantisa 8184, y no la segunda 8198. Por tanto será

$$\lg \operatorname{sn} 41^\circ 19' 47'' = \lg \operatorname{sn} 41^\circ 19.78' = \left\{ \begin{array}{r|l} \bar{1}.81838 & \\ \hline & 126 \\ & 9 \quad 8 \\ & 4 \quad 12 \\ & 4 \quad 89 \end{array} \right\} = \bar{1}.81980$$

3.º Aumentando dos cifras á la mantisa trigonométrica correspondiente á los grados y dieces de minuto, y procediendo en todo lo demás como en el método segundo, quedará construido el logaritmo trigonométrico con dos decimales más que en la tabla, ó sea con seis cifras.

Así, aplicado el método al logaritmo seno de $41^\circ 19' 47''$ tendremos

$$\lg \operatorname{sn} 41^\circ 19' 47'' = \lg \operatorname{sn} 41^\circ 19.78' = \left\{ \begin{array}{r|l} \bar{1}.818375 & \\ \hline & 126 \\ & 98 \\ & 11 \quad 2 \\ & 48 \quad 9 \end{array} \right\} = \bar{1}.819793$$

EJEMPLOS.

PRIMER CASO. Las dos mantisas tabulares aproximadas por defecto.

Primer método.

$$\lg \operatorname{sn} 27^{\circ} 38' 49'' = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{1} \cdot 6644 & 2 \\ 19 & 92 \\ \cdot 81' & 24 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 6665$$

Segundo método.

$$\lg \operatorname{sn} 27^{\circ} 38' 49'' = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{1} \cdot 66443 & 2 \\ 192 & 92 \\ \cdot 81' & 24 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 66654$$

Tercer método.

$$\lg \operatorname{sn} 27^{\circ} 38' 49'' = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{1} \cdot 664425 & 2 \\ 192 & 92 \\ \cdot 81' & 24 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 666539$$

SEGUNDO CASO. Las dos mantisas aproximadas por exceso.

Primer método.

$$\lg \operatorname{tg} 80^{\circ} 26' 10'' = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 \cdot 7687 & 2 \\ 46 & 77 \\ \cdot 17' & 539 \end{array} \right\} = 0 \cdot 7735$$

Segundo método.

$$\lg \operatorname{tg} 80^{\circ} 26' 10'' = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 \cdot 76868 & 2 \\ 462 & 77 \\ \cdot 17' & 539 \end{array} \right\} = 0 \cdot 77343$$

Tercer método.

$$\lg \operatorname{tg} 80^{\circ} 26' 10'' = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 \cdot 768675 & 2 \\ 462 & 77 \\ \cdot 17' & 53 \cdot 9 \end{array} \right\} = 0 \cdot 773426$$

TERCER CASO. La primera mantisa aproximada por defecto y la segunda por exceso.

Primer método.

$$\lg \operatorname{sc} 59^{\circ} 37' 15'' = \left\{ \begin{array}{l|l} 0.2945 & 4 \\ 15 & 44 \\ \cdot 25' & 110 \end{array} \right\} = 0.2961$$

Segundo método.

$$\lg \operatorname{sc} 59^{\circ} 37' 15'' = \left\{ \begin{array}{l|l} 0.29453 & 4 \\ 154 & 4 \\ \cdot 25' & 1 \ 10 \\ & -3 \ 62 \end{array} \right\} = 0.29609$$

Tercer método.

$$\lg \operatorname{sc} 59^{\circ} 37' 15'' = \left\{ \begin{array}{l|l} 0.294525 & 4 \\ 154 & 4 \\ \cdot 25' & 11 \ 0 \\ & -36 \ 2 \end{array} \right\} = 0.296084$$

CUARTO CASO. La primera mantisa aproximada por exceso y la segunda por defecto.

Primer método.

$$\lg \operatorname{tg} 57^{\circ} 17' 44.8'' = \left\{ \begin{array}{l|l} 0.1903 & 9 \\ 18 & 89 \\ \cdot 74' & 108 \end{array} \right\} = 0.1924$$

Segundo método.

$$\lg \operatorname{tg} 57^{\circ} 17' 44.8'' = \left\{ \begin{array}{l|l} 0.19028 & 9 \\ 189 & 9 \\ \cdot 74' & 1 \ 08 \\ & 3 \ 87 \end{array} \right\} = 0.19241$$

Tercer método.

$$\lg \operatorname{tg} 57^{\circ} 17' 44.8'' = \left\{ \begin{array}{l|l} 0.190275 & 8 \\ 189 & 8 \\ \cdot 74' & 10 \ 8 \\ & 38 \ 7 \end{array} \right\} = 0.192403$$

20. Logaritmos trigonométricos de ángulos especiales. Los logaritmos senos y tangentes correspondientes á valores angulares menores de cinco grados, que carecen de tablita auxiliar, se obtienen agregando al logaritmo trigonométrico correspondiente á los grados y dieces de minuto del valor angular propuesto, el logaritmo vulgar del valor angular total reducido á minutos, y el cologaritmo del mismo limitado á dieces de minuto.

Los logaritmos tangentes y secantes de valores angulares comprendidos entre 85 y 90 grados, que también carecen de tablita auxiliar, se fijan agregando al logaritmo trigonométrico correspondiente á los grados y dieces de minuto del valor angular propuesto, el logaritmo vulgar de su complemento reducido á minutos, y el cologaritmo del valor complementario del ángulo total reducido también á minutos.

EJEMPLOS.

1) Determinar el logaritmo seno de $1^{\circ} 7'$.

Tendremos

$$\begin{array}{r}
 \lg \text{ sn } 1^{\circ} 0' = \bar{2}.2419 \\
 \lg \quad 67 \quad = 1.8261 \\
 \text{clg } 60 \quad = \bar{2}.2218 \\
 \hline
 \bar{2}.2898
 \end{array}$$

Resulta por consiguiente

$$\lg \text{ sn } 1^{\circ} 7' = \bar{2}.2898$$

2) Determinar el logaritmo tangente de $3^{\circ} 52'$.
Tendremos

$$\begin{array}{r} \lg \operatorname{tg} 3^{\circ} 50' = \bar{2} \cdot 8261 \\ \lg 232 = 2 \cdot 3655 \\ \operatorname{clg} 230 = \bar{3} \cdot 6383 \\ \hline \bar{2} \cdot 8299 \end{array}$$

Resulta pues $\lg \operatorname{tg} 3^{\circ} 52' = \bar{2} \cdot 8299$

3) Determinar el logaritmo tangente de $88^{\circ} 57'$.
Tendremos

ángulo complementario $1^{\circ} 3'$

$$\begin{array}{r} \lg \operatorname{tg} 88^{\circ} 50' = 1 \cdot 6911 \\ \lg 70 = 1 \cdot 8451 \\ \operatorname{clg} 63 = \bar{2} \cdot 2007 \\ \hline 1 \cdot 7369 \end{array}$$

Resulta pues $\lg \operatorname{tg} 88^{\circ} 57' = 1 \cdot 7369$

4) Determinar el logaritmo secante de $89^{\circ} 46'$.
Tendremos

ángulo complementario $0^{\circ} 14'$

$$\begin{array}{r} \lg \operatorname{sc} 89^{\circ} 40' = 2 \cdot 2352 \\ \lg 20 = 1 \cdot 3010 \\ \operatorname{clg} 14 = \bar{2} \cdot 8539 \\ \hline 2 \cdot 3901 \end{array}$$

Resulta pues $\lg \operatorname{sc} 89^{\circ} 46' = 2 \cdot 3901$

LECCIÓN III.

COLOGARITMOS TRIGONOMÉTRICOS.

21. Objeto de las tablas de cologaritmos trigonométricos. Las tablas de cologaritmos trigonométricos sirven para resolver los dos problemas siguientes:

1.º *Dado un valor gradual determinar el cologaritmo correspondiente á cada uno de sus números trigonométricos,*

2.º *Dado el cologaritmo de un número trigonométrico hallar el valor gradual al cual corresponde.*

En la resolución del $\left\{ \begin{array}{l} \text{primer} \\ \text{segundo} \end{array} \right\}$ problema se hace uso $\left\{ \begin{array}{l} \text{directo} \\ \text{inverso} \end{array} \right\}$ de las tablas cologarítmico-trigonométricas.

22. Disposición de las tablas. Las mismas tablas logarítmico-trigonométricas VI, VII y VIII, son á la vez cologarítmicas, y, consideradas bajo este aspecto, en cada una de ellas hay que distinguir:

- La columna y fila que parten de C,
- La parte central ó principal de cada tabla,
- La tablita auxiliar.

La primera columna ascendente, que parte de C, está formada por los números 0, 1, 2, 3, 87, 88, 89, que proceden *de abajo arriba* y representan grados, siendo al propio tiempo indicadores de filas. La primera fila inferior, que también parte de C, está

constituída por los números 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, que proceden *de derecha á izquierda* y representan minutos, sirviendo á la vez como indicadores de columnas.

La parte central consta de números de cuatro cifras que expresan mantisas cologarítmicas-trigonométricas, á las cuales se aplican las características de la manera establecida (12) para los logaritmos trigonométricos.

La tablita auxiliar, situada á la derecha de la principal, lleva filas de nueve números que corresponden á los indicadores *inferiores* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

En el uso de las tablas trigonométricas como cologarítmicas ténganse muy presentes las relaciones (10)

$$\text{clg sn } a = \text{lg csc } a \quad \text{clg tg } a = \text{lg ctg } a \quad \text{clg sc } a = \text{lg csn } a$$

23. Cologaritmos trigonométricos de grados.

Los cologaritmos trigonométricos correspondientes á valores angulares expresados en grados, se encuentran en la primera columna interior de la tabla inmediatamente *á la izquierda* de los respectivos números. Así

$$\text{clg sn } 7^\circ = \text{lg csc } 7^\circ = 0.9141$$

$$\text{clg tg } 13^\circ = \text{lg ctg } 13^\circ = 0.6366$$

$$\text{clg sc } 84^\circ = \text{lg csn } 84^\circ = \bar{1}.0192$$

24. Cologaritmos trigonométricos de grados y dieces de minuto. Los cologaritmos trigonométricos correspondientes á valores angulares expresados en grados y dieces de minuto, se encuentran en el concurso de la fila indicada *á la derecha* por el número de grados con la columna cuyo indi-

cador *inferior* es el número de dieces de minuto. Así, para determinar el cologaritmo seno de $35^{\circ} 20'$, ó sea el logaritmo cosecante de $35^{\circ} 20'$, se entra en la fila 35° de la tabla de logaritmos cosecantes, y en su concurso con la columna $20'$ encontramos la mantisa 2396, á la cual hay que anteponer la característica 0. Por tanto

$$\text{clg sn } 35^{\circ} 10' = \text{lg csc } 35^{\circ} 10' = 0.2396$$

Igualmente se tendrá

$$\text{clg tg } 42^{\circ} 30' = \text{lg ctg } 42^{\circ} 30' = 0.0379$$

$$\text{clg sc } 54^{\circ} 40' = \text{lg csn } 54^{\circ} 40' = \bar{1}.7622$$

Si el valor gradual consta sólo de dieces de minuto, su cologaritmo trigonométrico se encuentra en la primera fila interior de la tabla, inmediatamente *encima* de su respectivo número. Así,

$$\text{clg sn } 20' = \text{lg csc } 20' = 2.2352 \quad \text{clg tg } 40' = \text{lg ctg } 40' = 1.9342$$

$$\text{clg sc } 10' = \text{lg csn } 10' = 0.0000$$

25. Cologaritmos trigonométricos de grados y minutos. Los cologaritmos trigonométricos correspondientes á valores angulares cuya expresión tenga grados, dieces de minuto y unidades de minuto, se obtienen agregando á la mantisa correspondiente á los grados y dieces de minuto, aumentados en 10 minutos, el número que en la tablita auxiliar se encuentra en la misma fila del número de grados y en la columna cuyo indicador *inferior* son las unidades de minuto. Así, para determinar el cologaritmo tangente de $55^{\circ} 17'$, ó sea el logaritmo cotangente $55^{\circ} 17'$, se entra en la fila 55° , y en su concurso con la columna $20'$ se encuentra el logaritmo $\bar{1}.8398$; agregándole el 8, que en la tablita au-

xiliar se halla en la misma fila 55 encima de las unidades de minuto 7, tendremos $\bar{1} \cdot 8406$; y por tanto

$$\text{clg tg } 55^{\circ} 17' = \text{lg ctg } 55^{\circ} 17' = \bar{1} \cdot 8406$$

Análogamente obtendremos

$$\text{clg sn } 23^{\circ} 26' = \text{lg csc } 23^{\circ} 26' = \left\{ \begin{matrix} 0 \cdot 3993 \\ 12 \end{matrix} \right\} = 0 \cdot 4005$$

$$\text{clg sc } 74^{\circ} 57' = \text{lg csn } 74^{\circ} 57' = \left\{ \begin{matrix} \bar{1} \cdot 4130 \\ 14 \end{matrix} \right\} = \bar{1} \cdot 4144$$

Si el valor gradual carece de dieces de minuto, ó consta sólo de grados y unidades de minuto, el cologaritmo trigonométrico se obtiene agregando el número correspondiente de la tablita auxiliar á la mantisa que en la *segunda* columna interior está frente al número de grados. Así,

$$\text{clg sn } 30^{\circ} 1' = \text{lg csc } 30^{\circ} 1' = \left\{ \begin{matrix} 0 \cdot 2988 \\ 49 \end{matrix} \right\} = 0 \cdot 3007$$

$$\text{clg tg } 64^{\circ} 5' = \text{lg ctg } 64^{\circ} 5' = \left\{ \begin{matrix} \bar{1} \cdot 6850 \\ 16 \end{matrix} \right\} = \bar{1} \cdot 6866$$

$$\text{clg sc } 77^{\circ} 8' = \text{lg csn } 77^{\circ} 8' = \left\{ \begin{matrix} \bar{1} \cdot 3466 \\ 41 \end{matrix} \right\} = \bar{1} \cdot 3477$$

26. Cologaritmos trigonométricos de grados, minutos y segundos. Los cologaritmos trigonométricos correspondientes á valores angulares que tengan grados, minutos y segundos, se obtienen transformando el número de segundos en décimos y centésimos de minuto, y agregando á la mantisa correspondiente á los grados y dieces de minuto, aumentados en 10 minutos, los números que en la tablita auxiliar se encuentran en la fila indicada por el número de grados y en las columnas cuyos indicadores *inferiores* son las unidades y decimales de minuto, aumentadas en 1 todas menos la última; teniendo en cuenta que cada uno de estos sumandos ha de referirse al orden inferior inmediato al del su-

mando anterior, y que el resultado debe limitarse á cuatro cifras. Así tendremos

$$\text{clg sn } 40^{\circ} 15' 6'' = \text{lg csc } 40^{\circ} 15' 1'' = \left. \begin{array}{c} 0.1889 \\ 6 \\ 13 \end{array} \right\} = 0.1896$$

$$\text{clg tg } 33^{\circ} 7' 15'' = \text{lg ctg } 33^{\circ} 7' 25'' = \left. \begin{array}{c} 0.1847 \\ 5 \\ 19 \\ 14 \end{array} \right\} = 0.1854$$

$$\text{clg sc } 78^{\circ} 39' 53'' = \text{lg csn } 78^{\circ} 39' 88'' = \left. \begin{array}{c} \bar{1}.2934 \\ 06 \\ 12 \end{array} \right\} = \bar{1}.2935$$

27. Cologaritos trigonométricos de ángulos obtusos. Los cologaritos trigonométricos de valores angulares obtusos, ó mayores de 90° , se obtienen restando de 180° los valores dados, buscando los cologaritos trigonométricos de las restas, y recordando que el coseno y la cotangente de todo ángulo obtuso llevan signo menos. Así, refiriéndonos á valores absolutos, tendremos

$$\begin{aligned} \text{clg sn } 115^{\circ} 16' &= \text{clg sn } (180^{\circ} - 115^{\circ} 16') = \\ &= \text{clg sn } 64^{\circ} 44' = \text{lg csc } 64^{\circ} 44' = 0.0437 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{clg tg } 97^{\circ} 33' &= \text{clg tg } (180^{\circ} - 97^{\circ} 33') = \\ &= \text{clg tg } 82^{\circ} 27' = \text{lg ctg } 82^{\circ} 27' = \bar{1}.1223 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{clg sc } 171^{\circ} 28' &= \text{clg sc } (180^{\circ} - 171^{\circ} 28') = \\ &= \text{clg sc } 8^{\circ} 32' = \text{lg csn } 8^{\circ} 32' = \bar{1}.9952 \end{aligned}$$

Más cómodo que el procedimiento anterior es el de cambiar los cologaritos en logaritmos, restar 90° del valor angular dado y cambiar la denominación trigonométrica por su complementaria. Así

$$\text{clg sn } 115^{\circ} 16' = \text{lg sc } (115^{\circ} 16' - 90^{\circ}) = \text{lg sc } 25^{\circ} 16' = 0.0437$$

$$\text{clg tg } 97^{\circ} 33' = \text{lg tg } (97^{\circ} 33' - 90^{\circ}) = \text{lg tg } 7^{\circ} 33' = \bar{1}.1223$$

$$\text{clg sc } 171^{\circ} 28' = \text{lg sn } (171^{\circ} 28' - 90^{\circ}) = \text{lg sn } 85^{\circ} 28' = \bar{1}.9952$$

28. Aproximaciones. Lo establecido (18) respecto al modo de obtener las mantisas logaritmo-trigonométricas con doble aproximación que la ordinaria, es igualmente aplicable á las mantisas cologarítmico-trigonométricas.

EJEMPLOS.

$$\begin{array}{ll} \lg \operatorname{csn} 27^{\circ}30' = \bar{1}.9479 & \text{y modificando } \lg \operatorname{csn} 27^{\circ}30' = \bar{1}.947925 \\ \lg \operatorname{csn} 69^{\circ}20' = \bar{1}.5477 & \lg \operatorname{csn} 69^{\circ}20' = \bar{1}.547675 \end{array}$$

Si se quiere reducir la modificación á una sola cifra, hay que $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentar } \frac{2}{5} \\ \text{disminuir } \frac{2}{5} \end{array} \right\}$ cienmilésimos á las mantisas siempre que estén aproximadas por $\left\{ \begin{array}{l} \text{defecto} \\ \text{exceso} \end{array} \right\}$.

EJEMPLOS.

$$\begin{array}{ll} \lg \operatorname{csc} 49^{\circ}20' = 0.1200 & \text{y modificando } \lg \operatorname{csc} 49^{\circ}20' = 0.12002 \\ \lg \operatorname{csc} 17^{\circ}40' = 0.5300 & \lg \operatorname{csc} 17^{\circ}40' = 0.52997 \end{array}$$

Si se quiere cortar en los milésimos las mantisas logaritmo-trigonométricas tabulares, debe $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentarse en } 1 \\ \text{no modificarse} \end{array} \right\}$ la última cifra conservada siempre que sea $\left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ natural ó mayor que } 5 \\ 5 \text{ modificado ó menor que } 5 \end{array} \right\}$ la cifra suprimida.

EJEMPLOS.

$$\begin{array}{ll} \lg \operatorname{ctg} 17^{\circ}50' = 0.4925 & \lg \operatorname{ctg} 17^{\circ}50' = 0.493 \\ \lg \operatorname{ctg} 33^{\circ}40' = 0.1763 & \lg \operatorname{ctg} 33^{\circ}40' = 0.176 \end{array}$$

29. Interpolaciones. Los cologarismos trigonométricos admiten varios métodos de interpolación análogos á los expuestos para los cologarismos vulgares.

1.º Determinado el cologarismo trigonométrico

correspondiente al valor angular propuesto, limitado á grados y dieces de minuto y aumentado en 10 minutos, se le resta del anterior (que es el que corresponde á los grados y dieces de minuto), y los productos de la diferencia obtenida por los complementos á 9 de las cifras que expresan unidades, décimos y centésimos de minuto, excepto la última que se complementa á 10 (cuyos productos se encuentran en la tabla de interpolación sin necesidad de complementar), se agregan á la mantisa primera, refiriendo cada uno de ellos á décimos de la última cifra del sumando anterior.

Así, para determinar por este método el cologaritmo secante de $69^{\circ} 27' 30''$, ó sea el logaritmo coseno de $69^{\circ} 27' 5''$, se fija el logaritmo coseno de $69^{\circ} 30'$, que es $\bar{1}.5443$; el de $69^{\circ} 20'$, que es $\bar{1}.5477$, y la diferencia entre ellos, que es 34; las restantes cifras del número, 7 y 5, aumentada la primera en 1, se buscan en la columna **I. C.** de la tabla de interpolación, y en el concurso de las filas indicadas por ellas con la columna 34 se encuentran los números 6.8 y 17.0, que, referidos á décimos sucesivos, se agregan á la mantisa primera 5443, limitando la suma á sólo cuatro cifras. Por tanto será

$$\lg \operatorname{csn} 69^{\circ} 27' 30'' = \left. \begin{array}{l} \bar{1}.5443 \\ \phantom{\bar{1}.}6 \\ \phantom{\bar{1}.}1 \end{array} \right\} = \bar{1}.5452$$

2.º Aumentando una cifra á la mantisa cologaritmico-trigonométrica correspondiente á los grados y dieces de minuto aumentados en 10 minutos, según las prescripciones establecidas (28), y usando la tabla de interpolación como en el método prime-

ro, se $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumenta} \\ \text{disminuye} \end{array} \right\}$ el resultado en la mitad del complemento decimal de las unidades, décimos y centésimos de minuto, si sólo la $\left\{ \begin{array}{l} \text{mayor} \\ \text{menor} \end{array} \right\}$ de las mantisas tabulares está aproximada por exceso, y se tendrá la mantisa cologarítmica buscada con una decimal más que en la tabla, ó sea con cinco cifras.

Así, para fijar por este método el cologaritmo secante ó logaritmo coseno de $69^\circ 27' 5''$, se busca el logaritmo coseno de $69^\circ 30'$, que es $\bar{1} \cdot 5443$; el de $69^\circ 20'$, que es $\bar{1} \cdot 5477$, y la diferencia entre ellos, que es 34; la mantisa 5443, por estar aproximada por defecto, se transforma en 54432; á esta mantisa modificada se le suman los números 68 y 170, obtenidos como se ha visto en el método primero, y á la suma se le disminuye la mitad del complemento decimal de 75, por estar aproximada por exceso sola la mayor mantisa 5477, y no la menor 5443. Por tanto será

$$\lg \operatorname{csn} 69^\circ 27' 30'' = \left\{ \begin{array}{r|l} \bar{1} \cdot 54432 & \\ \quad 68 & \\ \quad 170 & 0 \\ \quad -1 & 2 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 54516$$

3.º Agregando dos cifras á la mantisa cologarítmica correspondiente á los grados y dieces de minuto aumentados en 10 minutos, y procediendo en todo lo demás como en el método segundo, quedará construída la mantisa cologarítmica buscada con dos decimales más que en la tabla, ó sea con seis cifras.

Así, aplicado el método al cologaritmo secante ó logaritmo coseno de $69^\circ 27' 30''$, tendremos

$$\lg \operatorname{csn} 69^\circ 27' 30'' = \left\{ \begin{array}{r|l} \bar{1} \cdot 544325 & \\ \quad 68 & \\ \quad 170 & \\ \quad -12 & \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 545163$$

EJEMPLOS.

PRIMER CASO. Las dos mantisas tabulares aproximadas por defecto.

Primer método.

$$\lg \operatorname{ctg} 80^{\circ} 26' 10'' = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{1} \cdot 2236 & \\ 23 & 1 \\ \hline 6 & 16 \\ 231 & \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 2265$$

Segundo método.

$$\lg \operatorname{ctg} 80^{\circ} 26' 10'' = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{1} \cdot 22362 & \\ 231 & \\ \hline 61 & 6 \\ 2 & 31 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 22657$$

Tercer método.

$$\lg \operatorname{ctg} 80^{\circ} 26' 10'' = \left\{ \begin{array}{c|c} \bar{1} \cdot 223625 & \\ 231 & \\ \hline 616 & \\ 23 & 1 \end{array} \right\} = \bar{1} \cdot 226574$$

SEGUNDO CASO. Ambas mantisas aproximadas por exceso.

Primer método.

$$\lg \operatorname{csc} 27^{\circ} 38' 49'' = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 \cdot 3332 & \\ 2 & 4 \\ \hline & 24 \\ & 216 \end{array} \right\} = 0 \cdot 3335$$

Segundo método.

$$\lg \operatorname{csc} 27^{\circ} 38' 49'' = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 \cdot 33317 & \\ 24 & \\ \hline 2 & 4 \\ 2 & 16 \end{array} \right\} = 0 \cdot 33346$$

Tercer método.

$$\lg \operatorname{csc} 27^{\circ} 38' 49'' = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 \cdot 333175 & \\ 24 & \\ \hline 24 & \\ 21 & 6 \end{array} \right\} = 0 \cdot 333461$$

TERCER CASO. La mantisa menor aproximada por defecto y la mayor por exceso.

Primer método.

$$\lg \operatorname{csn} 59^{\circ} 37' 15'' = \left\{ \begin{array}{l|l} \bar{1}\cdot7033 & 4 \\ \cdot25' & 1 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 54 \\ 110 \end{array} \right\} = \bar{1}\cdot7039$$

Segundo método.

$$\lg \operatorname{csn} 59^{\circ} 37' 15'' = \left\{ \begin{array}{l|l} \bar{1}\cdot70332 & 4 \\ \cdot25' & 1 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 15 \\ -1 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 10 \\ 37 \end{array} \right\} = \bar{1}\cdot70391$$

Tercer método.

$$\lg \operatorname{csn} 59^{\circ} 37' 15'' = \left\{ \begin{array}{l|l} \bar{1}\cdot703325 & 4 \\ \cdot25' & 1 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 154 \\ -13 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 0 \\ 7 \end{array} \right\} = \bar{1}\cdot703916$$

CUARTO CASO. La mantisa menor aproximada por exceso y la mayor por defecto.

Primer método.

$$\lg \operatorname{ctg} 57^{\circ} 17' 44\cdot8'' = \left\{ \begin{array}{l|l} \bar{1}\cdot8070 & 5 \\ \cdot74' & 1 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 54 \\ 162 \end{array} \right\} = \bar{1}\cdot8076$$

Segundo método.

$$\lg \operatorname{ctg} 57^{\circ} 17' 44\cdot8'' = \left\{ \begin{array}{l|l} \bar{1}\cdot80697 & 5 \\ \cdot74' & 1 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 54 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 62 \\ 13 \end{array} \right\} = \bar{1}\cdot80759$$

Tercer método.

$$\lg \operatorname{ctg} 57^{\circ} 17' 44\cdot8'' = \left\{ \begin{array}{l|l} \bar{1}\cdot806975 & 5 \\ \cdot74' & 1 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 54 \\ 16 \\ 11 \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right\} = \bar{1}\cdot807596$$

30. Cologaritmos trigonométricos de ángulos especiales. Los cologaritmos senos y tangentes ó sea los logaritmos cosecantes y cotangentes correspondientes á valores angulares menores de cinco grados, que carecen de tablita auxiliar, se obtienen agregando al logaritmo trigonométrico correspondiente á los grados y dieces de minuto del valor angular propuesto aumentado en 10 minutos, el logaritmo vulgar de este valor aumentado, reducido á minutos, y el cologaritmo del valor angular primitivo reducido también á minutos.

Los cologaritmos tangentes y secantes ó sea los logaritmos cotangentes y cosenos de valores angulares comprendidos entre 85 y 90 grados, que también carecen de tablita auxiliar, se determinan agregando al logaritmo trigonométrico correspondiente á los grados y dieces de minuto del valor angular propuesto aumentado en 10 minutos, el logaritmo vulgar de su complemento reducido á minutos, y el cologaritmo de este mismo número limitado á dieces de minuto.

EJEMPLOS.

1) Determinar el cologaritmo seno ó sea el logaritmo cosecante de $2^{\circ} 35'$.

Tendremos

$$\begin{array}{rcl} \lg \operatorname{csc} 2^{\circ} 40' & = & 1.3323 \\ \lg 160 & = & 2.2041 \\ \operatorname{clg} 155 & = & 3.8097 \end{array}$$

$$1.3461$$

Será pues $\operatorname{clg} \operatorname{sn} 2^{\circ} 35' = \lg \operatorname{csc} 2^{\circ} 35' = 1.3461$

2) Determinar el cologaritmo tangente ó sea el logaritmo cotangente de $4^{\circ} 57'$.

Tendremos

$$\begin{array}{r}
 \lg \operatorname{ctg} 4^{\circ} 60' = 1.0580 \\
 \lg \quad 300 \quad = 2.4771 \\
 \operatorname{clg} \quad 297 \quad = \bar{3}.5272 \\
 \hline
 1.0623
 \end{array}$$

Será pues $\operatorname{clg} \operatorname{tg} 4^{\circ} 57' = \lg \operatorname{ctg} 4^{\circ} 57' = 1.0623$

3) Determinar el cologaritmo tangente ó sea el logaritmo cotangente de $89^{\circ} 6'$.

Tendremos

$$\begin{array}{r}
 \text{ángulo complementario } 0^{\circ} 54' \\
 \lg \operatorname{ctg} 89^{\circ} 10' = \bar{2}.1627 \\
 \lg \quad 54 \quad = 1.7324 \\
 \operatorname{clg} \quad 50 \quad = \bar{2}.3010 \\
 \hline
 \bar{2}.1961
 \end{array}$$

Será pues $\operatorname{clg} \operatorname{tg} 89^{\circ} 6' = \lg \operatorname{ctg} 89^{\circ} 6' = \bar{2}.1961$

4) Determinar el cologaritmo secante ó sea el logaritmo coseno de $87^{\circ} 38'$.

Tendremos

$$\begin{array}{r}
 \text{ángulo complementario } 2^{\circ} 22' \\
 \lg \operatorname{csn} 87^{\circ} 40' = \bar{2}.6097 \\
 \lg \quad 142 \quad = 2.1523 \\
 \operatorname{clg} \quad 140 \quad = \bar{3}.8539 \\
 \hline
 \bar{2}.6159
 \end{array}$$

Será pues $\operatorname{clg} \operatorname{sc} 87^{\circ} 38' = \lg \operatorname{csn} 87^{\circ} 38' = \bar{2}.6159$

LECCIÓN IV.

ANTILOGARITMOS TRIGONOMÉTRICOS.

31. Antilogaritmos y anticologaritmos trigonométricos. La determinación de antilogaritmos y anticologaritmos trigonométricos se reduce á la de anticologaritmos de números y de conúmeros trigonométricos, toda vez que la relación de equivalencia establecida (10) entre cologaritmos y logaritmos trigonométricos es igualmente cierta para los anticologaritmos de números y antilogaritmos de conúmeros.

La expresión formular de las equivalencias entre antilogaritmos y anticologaritmos trigonométricos es

$$\begin{aligned} \text{antelg sn } a &= \text{antlg csc } a & \text{antelg tg } a &= \text{antlg ctg } a \\ \text{antelg sc } a &= \text{antlg esn } a \end{aligned}$$

32. Uso inverso de las tablas logaritmo-trigonométricas. Para hallar el valor gradual á que corresponde un logaritmo ó cologaritmo trigonométrico dado, ó sea para fijar el antilogaritmo de un número ó conúmero trigonométrico, se hace uso inverso (11, 21) de las tablas VI, VII y VIII.

33. Grados de antilogaritmos trigonométricos. Para expresar en grados el valor angular que corresponde á un logaritmo dado de un

número
conúmero

 trigonométrico, se busca dicho logaritmo en la tabla

correspondiente á su denominación, en la primera columna de la $\left. \begin{array}{l} \text{izquierda} \\ \text{derecha} \end{array} \right\}$, y el número de grados que se encuentre inmediato á la mantisa dada, ó á la más próxima $\left. \begin{array}{l} \text{menor} \\ \text{mayor} \end{array} \right\}$ si aquélla no aparece en la columna mencionada, será el número de grados buscado. Así tendremos

$$\begin{array}{ll} \text{antlg sn } \bar{1}\cdot0192 = 6^{\circ} & \text{antlg csn } \bar{1}\cdot9876 = 13^{\circ} \\ \text{antlg tg } 0\cdot2571 = 61^{\circ} & \text{antlg ctg } \bar{1}\cdot5842 = 69^{\circ} \\ \text{antlg sc } 0\cdot0716 = 32^{\circ} & \text{antlg csc } 1\cdot0594 = 5^{\circ} \end{array}$$

34. Grados y dieces de minuto de antilogaritmos trigonométricos. Para expresar en grados y dieces de minuto el valor angular que corresponde á un logaritmo dado de $\left. \begin{array}{l} \text{número} \\ \text{conúmero} \end{array} \right\}$ trigonométrico, se busca dicho logaritmo en la parte interior de la tabla respectiva, y las cifras indicadoras de la fila y columna que concurren en su mantisa, ó en la más próxima $\left. \begin{array}{l} \text{menor} \\ \text{mayor} \end{array} \right\}$ si aquélla no aparece en la tabla, fijan el número de grados y de dieces de minuto buscado. Así será

$$\begin{array}{ll} \text{antlg sn } \bar{1}\cdot9846 = 74^{\circ} 50' & \text{antlg csn } \bar{1}\cdot9880 = 13^{\circ} 20' \\ \text{antlg tg } 0\cdot1111 = 52^{\circ} 10' & \text{antlg ctg } \bar{1}\cdot7526 = 60^{\circ} 30' \\ \text{antlg sc } 0\cdot1274 = 41^{\circ} 40' & \text{antlg csc } 1\cdot0314 = 5^{\circ} 20' \end{array}$$

35. Grados y minutos de antilogaritmos trigonométricos. El número de grados y minutos que corresponde á un logaritmo dado de $\left. \begin{array}{l} \text{número} \\ \text{conúmero} \end{array} \right\}$ trigonométrico, se obtiene fijando el número de grados y dieces de minuto correspondiente al logaritmo propuesto, y agregando el indicador $\left. \begin{array}{l} \text{inferior} \\ \text{superior} \end{array} \right\}$ que en la tablita auxiliar, y en la misma fila en que se encuentra el número de grados, determina la dife-

rencia entre la mantisa propuesta y la tabular inferior inmediata. Así, para determinar el antilogaritmo seno $\bar{1}\cdot6129$, se fija el logaritmo $\bar{1}\cdot6121$, que es el más próximo menor de la tabla y que corresponde á $24^{\circ} 10'$; la diferencia entre la mantisa propuesta 6129 y la tabular 6121, que es 8, se busca en la tablita auxiliar en la misma fila 24, y el indicador correspondiente 3 expresa las unidades de minuto. Tendremos pues

$$\text{antlg sn } \bar{1}\cdot6129 = \text{antlg sn } \left\{ \bar{1}\cdot6121 \right\}_8 = 24^{\circ} 13'$$

y análogamente

$$\text{antlg tg } 0\cdot1353 = \text{antlg tg } \left\{ 0\cdot1334 \right\}_{19} = 53^{\circ} 47'$$

$$\text{antlg sc } 0\cdot7650 = \text{antlg sc } \left\{ 0\cdot7603 \right\}_{47} = 80^{\circ} 6'$$

$$\text{antlg csn } \bar{1}\cdot3883 = \text{antlg csn } \left\{ \bar{1}\cdot3837 \right\}_{46} = 75^{\circ} 51'$$

$$\text{antlg ctg } \bar{1}\cdot6789 = \text{antlg ctg } \left\{ \bar{1}\cdot6785 \right\}_4 = 64^{\circ} 29'$$

$$\text{antlg csc } 0\cdot4875 = \text{antlg csc } \left\{ 0\cdot4874 \right\}_1 = 19^{\circ} 0'$$

36. Grados, minutos y segundos de antilogaritmos trigonométricos. El número de grados, minutos y segundos que corresponde á un logaritmo dado de $\left. \begin{array}{l} \text{número} \\ \text{conúmero} \end{array} \right\}$ trigonométrico, se obtiene fijando el número de grados y minutos correspondiente al logaritmo propuesto, y agregando los indicadores $\left. \begin{array}{l} \text{superiores} \\ \text{inferiores} \end{array} \right\}$ que en la tablita auxiliar, y en la misma fila en que se encuentra el número de grados, determinan los décuplos de las diferencias sucesivamente derivadas de las mantisas. Hay que tener en cuenta que, si se trata de conúmeros, los indicadores deben disminuirse en 1, excepto el último; que en todos casos cada uno de ellos expresa

décimos de las unidades á que se refiere el anterior, que las recimales de minuto pueden reducirse á segundos, y que conviene limitar la aproximación á dieces de segundo.

Así, para determinar el antilogaritmo seno $\bar{1}\cdot5678$, se fija la mantisa 5673, que es la más próxima menor de la tabla y que corresponde á $21^{\circ}40'$; la diferencia entre la mantisa propuesta 5678 y la tabular 5673, que es 5, se busca en la tablita auxiliar en la misma fila 21, y el valor más próximo menor 3 corresponde al indicador 1, que expresa unidades de minuto. El décuplo 20 de la diferencia 5--3 determina en la tablita el valor 19, que es el más aproximado, y al que corresponde el indicador 6, que expresa décimos de minuto; y el décuplo 10 de la nueva diferencia 20--19 determina el indicador 3, que expresa centésimos de minuto. Será pues

$$\text{antlg sn } \bar{1}\cdot5678 = 21^{\circ}41\cdot63' = 21^{\circ}41'40''$$

Análogamente, y marcando la conveniente descomposición de las mantisas, tendremos

$$\text{antlg tg } \bar{1}\cdot9773 = \text{antlg tg } \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}\cdot9772 \\ 0 \\ 10 \end{array} \right\} = 43^{\circ}30'20''$$

$$\text{antlg sc } 0\cdot2468 = \text{antlg sc } \left\{ \begin{array}{l} 0\cdot2450 \\ 17 \\ 09 \\ 10 \end{array} \right\} = 55^{\circ}29'30''$$

$$\text{antlg csn } \bar{1}\cdot2345 = \text{antlg csn } \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}\cdot2324 \\ 15 \\ 53 \\ 70 \end{array} \right\} = 80^{\circ}7'10''$$

$$\text{antlg ctg } 0\cdot7688 = \text{antlg ctg } \left\{ \begin{array}{l} 0\cdot7687 \\ 08 \\ 20 \end{array} \right\} = 9^{\circ}39'50''$$

$$\text{antlg csc } 0\cdot5535 = \text{antlg csc } \left\{ \begin{array}{l} 0\cdot5509 \\ 26 \end{array} \right\} = 16^{\circ}14'0''$$

37. Antilogaritmos senos y cosecantes. Como el seno y la cosecante de dos ángulos suplementarios tienen igual valor y el mismo signo, dedúcese que á un antilogaritmo seno ó cosecante corresponderán dos valores graduales, de los cuales el uno se obtendrá directamente de las tablas, y el otro restando de 180° el valor primero. Así tendremos

$$\text{antlg sn } \bar{1}.7542 = 34^\circ 36'$$

$$\text{antlg sn } \bar{1}.7542 = 180^\circ - 34^\circ 36' = 145^\circ 24'$$

$$\text{antlg csc } 0.9039 = 7^\circ 10'$$

$$\text{antlg csc } 0.9039 = 180^\circ - 7^\circ 10' = 172^\circ 50'$$

El coseno, la tangente, la cotangente y la secante de dos ángulos suplementarios, aunque tienen idéntico valor numérico, difieren en el signo.

38. Aproximaciones. Dado un logaritmo trigonométrico para hallar el valor gradual que le corresponde, puede acontecer que la mantisa tenga una clase de aproximación conocida, ó bien que se ignore cuál sea su clase de aproximación; siendo aplicables al primer caso, mas no al segundo, las observaciones hechas (18 y 28) respecto á los grados de aproximación de que las mantisas son susceptibles.

39. Interpolaciones. En la determinación de antilogaritmos trigonométricos no tabulados pueden emplearse varios métodos de interpolación, derivados de los expuestos para la obtención de logaritmos y cologaritmos trigonométricos; de ellos los principales son los tres siguientes:

1.º Determinados los grados y dieces de minuto

correspondientes al logaritmo propuesto, se resta de éste el logaritmo tabular inferior inmediato; la diferencia obtenida se divide por la diferencia entre los dos logaritmos tabulares que comprenden al propuesto, y las cifras del cociente (cuyas cifras se encuentran en la tabla de interpolación sin necesidad de dividir) expresan las unidades y decimales de minuto del valor angular buscado, debiendo limitarse el resultado á dieces de segundo.

Así, para determinar por este método el antilogaritmo tangente $\bar{1} \cdot 8814$, se fija el logaritmo $\bar{1} \cdot 8797$, que es el más próximo menor de la tabla de tangentes, y que corresponde á $37^\circ 10'$; la diferencia entre la mantisa propuesta 8814 y la tabular 8797 es 17; la diferencia entre la mantisa tabular 8797 y la siguiente 8824 es 27; en la tabla de interpolación columna 27 el número más próximo á la diferencia 17 es $16 \cdot 2$, al que corresponde el valor 6 en la columna I. L.; y el décuplo de la diferencia entre 17 y $16 \cdot 2$ es 8, que determina en la tabla el número 8·1 al que corresponde la cifra 3. Por tanto será

$$\text{antlg tg } \bar{1} \cdot 8814 = 37^\circ 16 \cdot 3'$$

$$\text{ó bien } \text{antlg tg } \bar{1} \cdot 8814 = 37^\circ 16' 20''$$

2.º Agregando una cifra al logaritmo tabular inmediato inferior al propuesto, y usando la tabla de interpolación como en el método primero, se

}	aumenta	}
	disminuye	

 cada diferencia-dividendo en la mitad de la cifra anteriormente obtenida, si sólo la

}	primera	}
	segunda	

 de las mantisas tabulares está aproximada *por defecto*, y podrá llevarse la aproximación del resultado hasta las unidades de segundo.

Así, para fijar por este método el antilogaritmo tangente $\bar{1}\cdot8814$, se determina el logaritmo tabular inferior inmediato $\bar{1}\cdot8797$, que corresponde á $37^\circ 10'$; la mantisa 8797, por estar aproximada por defecto, se transforma en 87973; la diferencia entre la mantisa propuesta 8814 y la tabular modificada 87973 es 16·7; la diferencia entre las mantisas tabulares 8797 y 8824 es 27; en la tabla de interpolación columna 27 el número más próximo á la diferencia 16·7 es 16·2, al que corresponde el valor 6 en la columna **I. L.**; al décuplo de la diferencia entre 16·7 y 16·2, que es 5, se le aumenta la mitad 3 de la cifra anteriormente obtenida 6, y la suma 8 determina en la tabla el valor 5·4, al que corresponde la cifra 2; al décuplo de la diferencia entre 8 y 5·4, que es 2·6, se le agrega la mitad 1 de la cifra 2 anteriormente obtenida, y la suma 27 determina en la tabla el valor 24·3, al que corresponde la cifra 9 con un resto 27 que, por ser igual al divisor, indica que se debe aumentar en una unidad el cociente obtenido. Por tanto será

$$\text{antlg tg } \bar{1}\cdot8814 = 37^\circ 16\cdot30'$$

$$\text{ó bien } \text{antlg tg } \bar{1}\cdot8814 = 37^\circ 16' 18''$$

3.º Aumentando dos cifras al primer logaritmo tabular, y procediendo en todo lo demás como en el método anterior, se puede llevar también la aproximación del resultado á las unidades de segundo.

Así, aplicado el método al antilogaritmo tangente $\bar{1}\cdot8814$, tendremos

$$\text{antlg tg } \bar{1}\cdot8814 = 37^\circ 16\cdot32'$$

$$\text{ó bien } \text{antlg tg } \bar{1}\cdot8814 = 37^\circ 16' 19''$$

EJEMPLOS.

PRIMER CASO. Las dos mantisas tabulares aproximadas por defecto.

$$\text{antlg sn } \bar{1}.668844 = \begin{cases} 27^{\circ} 48' 30'' & \text{por el 1.}^{\circ} \text{ método} \\ 27^{\circ} 48' 23'' & \text{por el 2.}^{\circ} \text{ método} \\ 27^{\circ} 48' 25'' & \text{por el 3.}^{\circ} \text{ método} \end{cases}$$

Los cálculos se disponen como sigue:

Primer método.	Segundo método.	Tercer método.
$\bar{1}.668844$	$\bar{1}.668844$	1.668844
$\bar{1}.6668 \dots 27^{\circ} 40'$	$\bar{1}.66683 \dots 27^{\circ} 40'$	$1.666825 \dots 27^{\circ} 40'$
<hr/>	<hr/>	<hr/>
20.44	20.14	20.19
19 2 8'	19 2 8'	19 2 8'
<hr/>	<hr/>	<hr/>
12.4	9.4	9.9
12 0 5	7 2 3	9 6 4
<hr/>	<hr/>	<hr/>
dif. 24	22	3
	21.6 9	2.4 1
	<hr/>	<hr/>
	·39' = 23"	·41' = 25"
·5' = 30"		

SEGUNDO CASO. Las dos mantisas tabulares aproximadas por exceso.

$$\text{antlg tg } 0.1223 = \begin{cases} 52^{\circ} 57' 40'' & \text{por el 1.}^{\circ} \text{ método} \\ 52^{\circ} 57' 46'' & \text{por el 2.}^{\circ} \text{ método} \\ 52^{\circ} 57' 47'' & \text{por el 3.}^{\circ} \text{ método} \end{cases}$$

Primer método.	Segundo método.	Tercer método.
0.1223	0.1223	0.1223
$0.1203 \dots 52^{\circ} 50'$	$0.12028 \dots 52^{\circ} 50'$	$0.120275 \dots 52^{\circ} 50'$
<hr/>	<hr/>	<hr/>
20	20.2	20.25
182 7'	18 2 7'	18 2 7'
<hr/>	<hr/>	<hr/>
18	20	20.5
156 6	182 7	18 2 7
<hr/>	<hr/>	<hr/>
dif. 26	18	23
	156 6	208 8
	<hr/>	<hr/>
	·76' = 46"	·78' = 47"
6' = 40"		

TERCER CASO. La mantisa menor aproximada por defecto y la mayor por exceso.

$$\text{antlg sc } 0.233182 = \begin{array}{l} 54^{\circ} 13' 40'' \\ 54^{\circ} 13' 44'' \\ 54^{\circ} 13' 45'' \end{array} \begin{array}{l} \text{por el 1.}^{\circ} \text{ método} \\ \text{por el 2.}^{\circ} \text{ método} \\ \text{por el 3.}^{\circ} \text{ método} \end{array}$$

	Primer método.	Segundo método.	Tercer método.
	0.233182	0.233182	0.233182
	0.2325 . . . 54° 10'	0.23253 . . . 54° 10'	0.232525 . . . 54° 10'
	<u>6.82</u>	<u>6.52</u>	<u>6.57</u>
	5 4 3'	5 4 3'	5 4 3'
	<u>14.2</u>	<u>1 12</u>	<u>1 17</u>
	12 6 7	+ 15	+ 15
		<u>12.7</u>	<u>13.2</u>
		12 6 7	12 6 7
dif. 18		<u>1</u>	<u>6</u>
		+ 35	+ 35
		<u>4.5</u>	<u>9.5</u>
		5 4 3	9 0 5
	·7' = 40"	·73' = 44"	·75' = 45"

CUARTO CASO. La mantisa menor aproximada por exceso y la mayor por defecto.

$$\text{antlg sn } \bar{1}.16325 = \begin{array}{l} 8^{\circ} 22' 20'' \\ 8^{\circ} 22' 25'' \\ 8^{\circ} 22' 26'' \end{array} \begin{array}{l} \text{por el 1.}^{\circ} \text{ método} \\ \text{por el 2.}^{\circ} \text{ método} \\ \text{por el 3.}^{\circ} \text{ método} \end{array}$$

	Primer método.	Segundo método.	Tercer método.
	$\bar{1}.16325$	$\bar{1}.16325$	$\bar{1}.16325$
	$\bar{1}.1612 8^{\circ} 20'$	$\bar{1}.16118 8^{\circ} 20'$	$\bar{1}.161175 8^{\circ} 20'$
	<u>20.5</u>	<u>20.7</u>	<u>20.75</u>
	17 0 2'	17 0 2'	17 0 2'
	<u>35</u>	<u>37</u>	<u>37.5</u>
	34 0 4	- 1	- 1
		<u>36</u>	<u>36.5</u>
		34 0 4	34 0 4
dif. 85		<u>20</u>	<u>25</u>
		- 2	- 2
		<u>18</u>	<u>23</u>
		17 0 2	255
	·4' = 20"	·42' = 25"	·43' = 26"

En la determinación de antilogaritmos de números trigonométricos las sucesivas diferencias fijan las cifras respectivas en la columna I. C., y se modifica cada diferencia-dividendo en la mitad del complemento decimal de la cifra anteriormente obtenida, aplicando esta modificación de igual manera y en los mismos casos que si se tratase de antilogaritmos de números trigonométricos.

EJEMPLOS.

Prescindiendo de los casos 1.º y 2.º, que en nada difieren de sus análogos, ponemos á continuación ejemplos de los casos 3.º y 4.º

TERCER CASO. La mantisa menor aproximada por defecto y la mayor por exceso.

$$\text{antlg csn } \bar{1} \cdot 6767 = \begin{array}{l} 61^\circ 38' 20'' \\ 61^\circ 38' 25'' \\ 61^\circ 38' 23'' \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{por el 1.º método} \\ \text{por el 2.º método} \\ \text{por el 3.º método} \end{array}$$

Primer método.	Segundo método.	Tercer método.
$\bar{1} \cdot 6767$	$\bar{1} \cdot 6767$	$\bar{1} \cdot 6767$
$\bar{1} \cdot 6763 \dots 61^\circ 30'$	$\bar{1} \cdot 67633 \dots 61^\circ 30'$	$\bar{1} \cdot 676325 \dots 61^\circ 30'$
<hr/>	<hr/>	<hr/>
4	3·7	3·75
24 8'	24 8' c 2	24 8' c 2
<hr/>	<hr/>	<hr/>
16	13	1·35
144 3	+ 1	+ 1
	<hr/>	<hr/>
	14	14·5
	120 4 c 6	144 3 c 7
	<hr/>	<hr/>
dif. 24	20	1
	+ 3	+ 35
	<hr/>	<hr/>
	23	45
	219 1	24 8
	<hr/>	<hr/>
·3' = 20"	·41' = 25"	·38' = 23"

CUARTO CASO. La mantisa menor aproximada por exceso y la mayor por defecto.

$$\text{antlg ctg } \bar{1}.13579 = \begin{cases} 82^{\circ} 12' 50'' & \text{por el 1.}^{\circ} \text{ método} \\ 82^{\circ} 12' 55'' & \text{por el 2.}^{\circ} \text{ método} \\ 82^{\circ} 12' 55'' & \text{por el 3.}^{\circ} \text{ método} \end{cases}$$

Primer método.	Segundo método.	Tercer método.
$\bar{1}.13579$	$\bar{1}.13579$	$\bar{1}.13579$
$\bar{1}.1291 \dots 82^{\circ} 10'$	$\bar{1}.12908 \dots 82^{\circ} 10'$	$\bar{1}.129075 \dots 82^{\circ} 10'$
<hr/>	<hr/>	<hr/>
669	671	6715
658 2'	658 2' c 8	658 2' c 8
<hr/>	<hr/>	<hr/>
11	13	135
94 8	-4	-4
	<hr/>	<hr/>
	9	95
	0 9 c 1	00 9 c 1
	<hr/>	<hr/>
dif. 94	90	95
	-05	-05
	<hr/>	<hr/>
	895	945
	846 1	846 1
	<hr/>	<hr/>
.8' = 50"	.91' = 55"	.91' = 55"

40. Antilogaritmos trigonométricos especiales. Los valores angulares correspondientes á los logaritmos senos y tangentes, cosecantes y cotangentes que carecen de tablita auxiliar, por ser menores de cinco grados, se obtienen agregando á la diferencia entre el logaritmo propuesto y el tabular inmediato (superior ó inferior según se trate de números ó de conúmeros) el logaritmo vulgar de los minutos equivalentes al valor tabular encontrado, y el antilogaritmo de la suma expresará en minutos el valor angular buscado.

Los valores angulares correspondientes á los logaritmos tangentes y secantes, cotangentes y cosenos que, por estar comprendidos entre 85 y

90 grados, carecen también de tablita auxiliar, se fijan determinando el valor angular menor de cinco grados que resulta de considerar los $\left. \begin{array}{l} \text{números} \\ \text{con números} \end{array} \right\}$ como $\left. \begin{array}{l} \text{con números} \\ \text{números} \end{array} \right\}$, y complementando á 90 grados el valor angular obtenido.

EJEMPLOS.

1) Determinar el antilogaritmo sn de $\bar{3}.9952$.

Tendremos

$$\begin{array}{r} \lg \text{ propuesto} = \bar{3}.9952 \\ \lg \text{ tab. inferior} = \bar{3}.9408 \dots 30' \\ \hline \phantom{\lg \text{ tab. inferior}} 544 \\ \lg 30 = 1.4771 \\ \hline \phantom{\lg \text{ tab. inferior}} 1.5315 \text{ antlg} = 34 \end{array}$$

Resulta por consiguiente

$$\text{antlg sn } \bar{3}.9952 = 34'$$

2) Determinar el antilogaritmo csc de 1.6493.

Tendremos

$$\begin{array}{r} \lg \text{ propuesto} = 1.6498 \\ \lg \text{ tab. superior} = 1.6912 \dots 1^{\circ} 10' \\ \hline \phantom{\lg \text{ tab. superior}} 414 \\ \lg 70 = 1.8451 \\ \hline \phantom{\lg \text{ tab. superior}} 1.8865 \text{ antlg} = 77 \end{array}$$

Resulta pues

$$\text{antlg csc } 1.6498 = 77' = 1^{\circ} 17'$$

3) Determinar el antilogaritmo tg de 2·8165.
Tendremos

$$\begin{array}{r} \text{lg propuesto} = \bar{2}\cdot8165 \\ \text{lg tab. inferior} = \bar{2}\cdot8067 \quad \dots 3^{\circ} 40' \\ \hline 98 \\ \text{lg } 220 = 2\cdot3424 \\ \hline 2\cdot3522 \text{ antlg} = 225 \end{array}$$

Resulta pues

$$\text{antlg tg } \bar{2}\cdot8165 = 225' = 3^{\circ} 45'$$

4) Determinar el antilogaritmo tg de 1·1777.
Tendremos

$$\begin{array}{r} \text{lg propuesto} = 1\cdot1777 \\ \text{lg tab. superior} = 1\cdot1933 \quad \dots 3^{\circ} 40' \\ \hline 156 \\ \text{lg } 220 = 2\cdot3424 \\ \hline 2\cdot3580 \text{ antlg} = 228 \end{array}$$

Resulta pues

$$\text{antlg tg } 1\cdot1777 = 90^{\circ} - 228' = 90^{\circ} - 3^{\circ} 48' = 86^{\circ} 12'$$

5) Determinar el antilogaritmo sc de 2·2575.
Tendremos

$$\begin{array}{r} \text{lg propuesto} = 2\cdot2575 \\ \text{lg tab. superior} = 2\cdot5363 \quad \dots \dots 10' \\ \hline 2788 \\ \text{lg } 10 = 1\cdot0000 \\ \hline 1\cdot2788 \text{ antlg} = 19 \end{array}$$

Resulta pues

$$\text{antlg sc } 2\cdot2575 = 90^{\circ} - 19' = 89^{\circ} 41'$$

6) Determinar el antilogaritmo csn de $\bar{2}\cdot9057$.

Tendremos

$$\begin{array}{r}
 \text{lg propuesto} = \bar{2}\cdot9057 \\
 \text{lg tab. inferior} = \bar{2}\cdot8946 \dots 4^{\circ} 30' \\
 \hline
 \phantom{\text{lg tab. inferior}} 411 \\
 \text{lg } 270 = 2\cdot4314 \\
 \hline
 \phantom{\text{lg propuesto}} 2\cdot4425 \text{ antlg} = 277
 \end{array}$$

Resulta pues

$$\text{antlg csn } \bar{2}\cdot9057 = 90^{\circ} - 277' = 90^{\circ} - 4^{\circ} 37' = 85^{\circ} 23'$$

LECCIÓN V.

LOGARITMOS DE MENDOZA.

41. Definición de los logaritmos de Mendoza.

Los logaritmos de Mendoza son números auxiliares mediante los cuales se obtienen logaritmos de cuadrados de senos y cosenos de medios ángulos, conocidos sólo los valores graduales de los ángulos enteros.

Desde luego se comprende que los logaritmos de cuadrados de senos y cosenos de medios ángulos pudieran obtenerse por las tablas ordinarias de logaritmos trigonométricos, determinando la mitad de los ángulos dados, buscando los logaritmos senos ó cosenos de las mitades obtenidas, y duplicando estos logaritmos; pero las tablas especiales de logaritmos de Mendoza conducen al mismo resultado con mayor exactitud, facilidad y rapidez.

Los logaritmos de senos cuadrados de medios ángulos se denominan según Mendoza *logaritmos versos* y *logaritmos coversos*; y los logaritmos de cosenos cuadrados de medios ángulos se llaman *logaritmos subversos* y *logaritmos subcoversos*.

42. Objeto de la tabla de logaritmos versos y coversos.

La tabla de logaritmos versos y coversos sirve para resolver los dos problemas siguientes:

1.º *Dado un valor gradual determinar el logaritmo verso ó coverso correspondiente,*

2.º *Dado un logaritmo verso ó coverso hallar el valor gradual al cual corresponde.*

43. Disposición de la tabla. La disposición de la tabla IX, de logaritmos versos y coversos, es idéntica á la de las tablas VI, VII y VIII. Como en aquéllas, cada logaritmo tabular corresponde á la vez á dos indicadores de distinta denominación, cuyos valores graduales son complementarios.

44. Determinación de logaritmos versos y coversos. Para obtener el logaritmo verso correspondiente á un ángulo dado, se procede de un modo idéntico al empleado en la determinación de logaritmos senos, tangentes ó secantes; y los logaritmos coversos se hallan del mismo modo que los logaritmos cosenos, cotangentes ó cosecantes.

EJEMPLOS.

$$\lg \text{vr } 9^\circ = \bar{3}.7893$$

$$\lg \text{cvr } 51^\circ = \bar{1}.0470$$

$$\lg \text{vr } 26^\circ 30' = \bar{2}.7204$$

$$\lg \text{cvr } 23^\circ 40' = \bar{1}.4152$$

$$\lg \text{vr } 42^\circ 53' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}.1249 \\ 40 \end{array} \right\} = \bar{1}.1259$$

$$\lg \text{cvr } 17^\circ 25' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}.5436 \\ 9 \end{array} \right\} = \bar{1}.5445$$

$$\lg \text{vr } 54^\circ 26' 45'' = \lg \text{vr } 54^\circ 26.75' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}.3190 \\ 15 \\ 17 \\ 12 \end{array} \right\} = \bar{1}.3207$$

$$\lg \text{cvr } 61^\circ 36' 30'' = \lg \text{cvr } 61^\circ 36.5' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{2}.7774 \\ 15 \\ 25 \end{array} \right\} = \bar{2}.7792$$

45. Determinación de antilogaritmos versos y coversos. Para obtener el valor gradual que corresponde á un logaritmo verso se procede del mismo modo que en la determinación de antilogaritmos senos, tangentes ó secantes; y el valor angular correspondiente á un logaritmo coverso se fija de igual manera que el de los antilogaritmos cosenos, cotangentes ó cosecantes.

EJEMPLOS.

$$\text{antlg vr } \bar{2}.7972 = 29^\circ$$

$$\text{antlg cvr } \bar{1}.0030 = 53^\circ$$

$$\text{antlg vr } \bar{1}.0611 = 39^\circ 40'$$

$$\text{antlg cvr } \bar{1}.6662 = 4^\circ 10'$$

$$\text{antlg vr } \bar{2}.9050 = \text{antlg vr } \left. \begin{array}{l} \bar{2}.9024 \\ 26 \end{array} \right\} = 32^\circ 56'$$

$$\text{antlg cvr } \bar{1}.6139 = \text{antlg cvr } \left. \begin{array}{l} \bar{1}.6131 \\ 8 \end{array} \right\} = 10^\circ 15'$$

$$\text{antlg vr } \bar{2}.7791 = \text{antlg vr } \left. \begin{array}{l} \bar{2}.7774 \\ 15 \\ 2 \end{array} \right\} = 28^\circ 23' 20''$$

$$\text{antlg cvr } \bar{1}.1234 = \text{antlg cvr } \left. \begin{array}{l} \bar{1}.1217 \\ 16 \\ 1 \end{array} \right\} = 47^\circ 14' 40''$$

Con la tabla de logaritmos senos se puede comprobar fácilmente la exactitud de los anteriores resultados.

46. Objeto de la tabla de logaritmos subcoversos y subversos. La tabla de logaritmos subcoversos y subversos sirve para resolver los dos problemas siguientes:

1.º *Dado un valor gradual determinar el logaritmo subcoverso ó subverso correspondiente,*

2.º *Dado un logaritmo subcoverso ó subverso hallar el valor gradual al cual corresponde.*

47. Disposición de la tabla. La tabla X, de logaritmos subcovertos y subversos, es idéntica en su disposición á la de logaritmos versos y covertos, correspondiendo también cada logaritmo tabular á dos indicadores de distinta denominación, cuyos valores graduales son complementarios.

48. Determinación de logaritmos subcovertos y subversos. Para obtener el logaritmo subcoverto correspondiente á un ángulo dado, se procede de un modo idéntico al empleado en la determinación de logaritmos senos, tangentes, secantes ó versos; y los logaritmos subversos se hallan del mismo modo que los logaritmos cosenos, cotangentes, cosecantes ó covertos.

EJEMPLOS.

$$\lg \text{scv } 22^\circ = \bar{1}.8371$$

$$\lg \text{svr } 19^\circ = \bar{1}.9880$$

$$\lg \text{scv } 72^\circ 10' = \bar{1}.9894$$

$$\lg \text{svr } 36^\circ 50' = \bar{1}.9543$$

$$\lg \text{scv } 49^\circ 7' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}.9432 \\ 3 \end{array} \right\} = \bar{1}.9455$$

$$\lg \text{svr } 53^\circ 39' = \left\{ \begin{array}{l} \bar{1}.9010 \\ 1 \end{array} \right\} = \bar{1}.9011$$

$$\lg \operatorname{scv} 9^{\circ} 42' 54'' = \lg \operatorname{scv} 9^{\circ} 42' 9'' = \left. \begin{array}{l} \bar{1}.7664 \\ 2 \\ 10 \end{array} \right\} = \bar{1}.7667$$

$$\lg \operatorname{svr} 84^{\circ} 51' 12'' = \lg \operatorname{svr} 84^{\circ} 51' 2'' = \left. \begin{array}{l} \bar{1}.7353 \\ 9 \\ 09 \end{array} \right\} = \bar{1}.7363$$

49. Determinación de antilogaritmos subconvertos y subversos. Para obtener el valor gradual que corresponde á un logaritmo subconvertoso, se procede del mismo modo que en la determinación de antilogaritmos senos, tangentes, secantes ó versos; y el valor angular correspondiente á un logaritmo subverso se fija de igual manera que el de los antilogaritmos cosenos, cotangentes, cosecantes ó convertos.

EJEMPLOS.

$$\operatorname{antlg} \operatorname{scv} \bar{1}.9792 = 65^{\circ}$$

$$\operatorname{antlg} \operatorname{svr} \bar{1}.8159 = 72^{\circ}$$

$$\operatorname{antlg} \operatorname{scv} \bar{1}.8113 = 17^{\circ} 10'$$

$$\operatorname{antlg} \operatorname{svr} \bar{1}.9797 = 24^{\circ} 40'$$

$$\operatorname{antlg} \operatorname{scv} \bar{1}.7477 = \operatorname{antlg} \operatorname{scv} \left. \begin{array}{l} \bar{1}.7467 \\ 10 \end{array} \right\} = 6^{\circ} 49'$$

$$\operatorname{antlg} \operatorname{svr} \bar{1}.9161 = \operatorname{antlg} \operatorname{svr} \left. \begin{array}{l} \bar{1}.9157 \\ 4 \end{array} \right\} = 49^{\circ} 33'$$

$$\operatorname{antlg} \operatorname{scv} \bar{1}.8463 = \left. \begin{array}{l} \bar{1}.8455 \\ 7 \\ 10 \end{array} \right\} = 23^{\circ} 48' 50''$$

$$\operatorname{antlg} \operatorname{svr} \bar{1}.7039 = \left. \begin{array}{l} \bar{1}.7027 \\ 11 \\ 10 \end{array} \right\} = 89^{\circ} 20' 10''$$

La exactitud de los precedentes resultados puede comprobarse fácilmente utilizando la tabla de logaritmos cosenos.

50. Observaciones. Los logaritmos versos y coversos, subcoversos y subversos admiten diversos grados de aproximación en sus mantisas, á las cuales se aplican sin dificultad las reglas establecidas (18, 28 y 38) para los logaritmos, cologaritmos y antilogaritmos trigonométricos usuales.

Los métodos de interpolación detallados (19, 29 y 39) para los logaritmos, cologaritmos y antilogaritmos usuales, son igualmente aplicables á la consecución de los logaritmos y antilogaritmos de Mendoza no tabulados.

Los logaritmos de Mendoza correspondientes á valores angulares obtusos, ó mayores de 90° , se obtienen teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$\lg \text{ vr } (90^\circ + a) = \lg \text{ scv } a$$

$$\lg \text{ scv } (90^\circ + a) = \lg \text{ svr } a$$

$$\lg \text{ svr } (90^\circ + a) = \lg \text{ cv } a$$

$$\lg \text{ cv } (90^\circ + a) = \lg \text{ vr } a$$

fácilmente aplicables á los cologaritmos y antilogaritmos.

LECCIÓN VI.

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTILÍNEOS.

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

51. Resolución dados los dos catetos. Conocidos los catetos b , c , de un triángulo rectilíneo rectángulo, se calculan los ángulos agudos B , C , y la hipotenusa a por las fórmulas

$$\operatorname{tg} B = \frac{b}{c} \quad \text{ó} \quad B = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} (\lg b + \operatorname{clg} c)$$

$$\operatorname{tg} C = \frac{c}{b} \quad \text{ó} \quad C = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} (\lg c + \operatorname{clg} b)$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} \quad \text{ó} \quad a = \operatorname{antlg} \frac{1}{2} (2 \lg b + \lg a + (2 \lg b - 2 \lg c))$$

52. Resolución dados la hipotenusa y un cateto. Conocida la hipotenusa a de un triángulo rectilíneo rectángulo, y un cateto b , se calculan los ángulos agudos B , C , y el otro cateto c por las fórmulas

$$\operatorname{sn} B = \frac{b}{a} \quad \text{ó} \quad B = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} (\lg b + \operatorname{clg} a)$$

$$\operatorname{sc} C = \frac{a}{b} \quad \text{ó} \quad C = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} (\lg a + \operatorname{clg} b)$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} \frac{1}{2} (\lg (a + b) + \lg (a - b))$$

53. Resolución dados la hipotenusa y un ángulo agudo. Conocida la hipotenusa a de un triángulo rectilíneo rectángulo, y un ángulo agudo B , se calculan el otro ángulo agudo C , y los catetos b , c , por las fórmulas

$$C = 90^\circ - B$$

$$b = a \operatorname{sn} B \quad \text{ó} \quad b = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg \operatorname{sn} B)$$

$$c = a \operatorname{csn} B \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg \operatorname{csn} B)$$

54. Resolución dados un cateto y su ángulo opuesto. Conocidos un cateto b de un triángulo rectilíneo rectángulo, y el ángulo agudo B opuesto á él, se calculan el otro ángulo agudo C , la hipotenusa a , y el cateto c por las fórmulas

$$C = 90^\circ - B$$

$$a = \frac{b}{\operatorname{sn} B} \quad \text{ó} \quad a = \operatorname{antlg} (\lg b + \lg \operatorname{csc} B)$$

$$c = \frac{b}{\operatorname{tg} B} \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} (\lg b + \lg \operatorname{ctg} B)$$

55. Resolución dados un cateto y el ángulo agudo adyacente. Conocidos un cateto b de un triángulo rectilíneo rectángulo, y el ángulo agudo C adyacente al mismo, se calculan el otro ángulo agudo B , la hipotenusa a , y el cateto c por las fórmulas

$$B = 90^\circ - C$$

$$a = b \operatorname{sc} C \quad \text{ó} \quad a = \operatorname{antlg} (\lg b + \lg \operatorname{sc} C)$$

$$c = b \operatorname{tg} C \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} (\lg b + \lg \operatorname{tg} C)$$

TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS.

56. **Resolución dados los tres lados.** Un ángulo cualquiera A de un triángulo rectilíneo, en función de los tres lados a, b, c , y de la semisuma s de ellos, se calcula por una de las fórmulas

$$\operatorname{sn} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

$$\text{ó } A = 2 \operatorname{antlg} \operatorname{sn} \frac{1}{2} (\operatorname{lg}(s-b) + \operatorname{lg}(s-c) + \operatorname{clg} b + \operatorname{clg} c)$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$

$$\text{ó } A = 2 \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\operatorname{clg} s + \operatorname{clg}(s-a) + \operatorname{lg}(s-b) + \operatorname{lg}(s-c))$$

$$\operatorname{sc} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{bc}{s(s-a)}}$$

$$\text{ó } A = 2 \operatorname{antlg} \operatorname{sc} \frac{1}{2} (\operatorname{clg} s + \operatorname{clg}(s-a) + \operatorname{lg} b + \operatorname{lg} c)$$

Preferibles á éstas son las siguientes fórmulas de Mendoza

$$\operatorname{vr} A = \frac{(s-b)(s-c)}{bc}$$

$$\text{ó } A = \operatorname{antlg} \operatorname{vr} (\operatorname{lg}(s-b) + \operatorname{lg}(s-c) + \operatorname{clg} b + \operatorname{clg} c)$$

$$\operatorname{svr} A = \frac{s(s-a)}{bc}$$

$$\text{ó } A = \operatorname{antlg} \operatorname{svr} (\operatorname{lg} s + \operatorname{lg}(s-a) + \operatorname{clg} b + \operatorname{clg} c)$$

Los otros ángulos B y C se calculan por fórmulas análogas.

57. Resolución dados dos lados y el ángulo comprendido. Conocidos dos lados a , b , de un triángulo rectilíneo, y el ángulo comprendido C , se calculan los otros dos ángulos A , B , mediante las fórmulas

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A+B}{2} = 90^\circ - \frac{C}{2} \\ \operatorname{tg} \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{ó} \left\{ \begin{array}{l} \frac{A+B}{2} = 90^\circ - \frac{C}{2} \\ \frac{A-B}{2} = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \left(\lg(a-b) + \operatorname{clg}(a+b) + \lg \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \right) \end{array} \right.$$

$$\text{y será} \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2} \\ B = \frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2} \end{array} \right.$$

El tercer lado c se obtiene por la fórmula

$$c = (a+b) \operatorname{sc} \frac{A-B}{2} \operatorname{sn} \frac{C}{2}$$

$$\text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} \left(\lg(a+b) + \lg \operatorname{sc} \frac{A-B}{2} + \lg \operatorname{sn} \frac{C}{2} \right)$$

Empleando logaritmos de Mendoza tendremos para c la fórmula

$$c = \sqrt{4ab \operatorname{vr} C \operatorname{csc}^2 w}$$

$$\text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} \left\{ \frac{1}{2} (\lg a + \lg b + \lg \operatorname{vr} C + 0.6021) + \lg \operatorname{csc} w \right\}$$

siendo

$$w = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \left\{ \frac{1}{2} (\lg a + \lg b + \lg \operatorname{vr} C + 0.6021) + \operatorname{clg}(a-b) \right\}$$

El lado c puede determinarse en función de uno de los ángulos calculados, A por ejemplo, y será

$$c = a \operatorname{csc} A \operatorname{sn} C$$

58. Resolución dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. Conocidos dos lados a, b , de un triángulo rectilíneo, y el ángulo A opuesto á uno de ellos, se calcula el ángulo B , opuesto al otro lado, por la fórmula

$$\operatorname{sn} B = \frac{b}{a} \operatorname{sn} A$$

$$\text{ó } B = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} (\lg b + \operatorname{clg} a + \lg \operatorname{sn} A)$$

El tercer ángulo C se deduce de la fórmula

$$\operatorname{sn} (A + C) = \frac{b}{a} \operatorname{sn} A$$

y el tercer lado c se obtiene por la fórmula

$$c = a \frac{\operatorname{sn} C}{\operatorname{sn} A} \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg \operatorname{csc} A + \lg \operatorname{sn} C)$$

59. Resolución dados un lado y los ángulos adyacentes. Conocido un lado a de un triángulo rectilíneo, y los ángulos B, C , adyacentes á él, se calculan los otros dos lados b, c , por las formulas

$$b = \frac{a \operatorname{sn} B}{\operatorname{sn} (B + C)}$$

$$\text{ó } b = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg \operatorname{csc} (B + C) + \lg \operatorname{sn} B)$$

$$c = \frac{a \operatorname{sn} C}{\operatorname{sn} (B + C)}$$

$$\text{ó } c = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg \operatorname{csc} (B + C) + \lg \operatorname{sn} C)$$

y el tercer ángulo es

$$A = 180^\circ - (B + C)$$

Los lados b , c , pueden calcularse mediante las fórmulas

$$b + c = a \frac{\operatorname{sc} \frac{B + C}{2}}{\operatorname{sc} \frac{B - C}{2}}$$

$$b - c = a \frac{\operatorname{sn} \frac{B - C}{2}}{\operatorname{sn} \frac{B + C}{2}}$$

60. Resolución dados un lado y dos ángulos no adyacentes. Conocido un lado a de un triángulo rectilíneo, el ángulo A opuesto á él, y otro ángulo B adyacente al mismo, se calcula el lado b por la fórmula

$$b = a \frac{\operatorname{sn} B}{\operatorname{sn} A}$$

$$\text{ó } b = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg \operatorname{csc} A + \lg \operatorname{sn} B)$$

El tercer lado c se obtiene por la fórmula

$$c = a \frac{\operatorname{sn} (A + B)}{\operatorname{sn} A}$$

$$\text{ó } c = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg \operatorname{csc} A + \lg \operatorname{sn} (A + B))$$

y el tercer ángulo es

$$C = 180^\circ - (A + B)$$

NOTA. Para la resolución mecánica de los triángulos rectilíneos véanse nuestros **DIAGRAMAS DE TRIGONOMETRÍA**.

LECCIÓN VII.

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS ESFÉRICOS.

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.

61. Resolución dados los dos catetos. Conocidos los catetos b , c , de un triángulo esférico rectángulo, se calculan los ángulos oblicuos B , C , y la hipotenusa a por las fórmulas

$$\operatorname{tg} B = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{sn} c} \quad \text{ó} \quad B = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} (\operatorname{lg} \operatorname{tg} b + \operatorname{lg} \operatorname{csc} c)$$

$$\operatorname{tg} C = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{sn} b} \quad \text{ó} \quad C = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} (\operatorname{lg} \operatorname{tg} c + \operatorname{lg} \operatorname{csc} b)$$

$$\operatorname{sc} a = \operatorname{sc} b \operatorname{sc} c \quad \text{ó} \quad a = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} (\operatorname{lg} \operatorname{sc} b + \operatorname{lg} \operatorname{sc} c)$$

62. Resolución dados la hipotenusa y un cateto. Conocida la hipotenusa a de un triángulo esférico rectángulo, y un cateto b , se calculan los ángulos oblicuos B , C , y el otro cateto c por las fórmulas

$$\operatorname{sn} B = \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a} \quad \text{ó} \quad B = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} (\operatorname{lg} \operatorname{sn} b + \operatorname{lg} \operatorname{csc} a)$$

$$\operatorname{sc} C = \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} b} \quad \text{ó} \quad C = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} (\operatorname{lg} \operatorname{tg} a + \operatorname{lg} \operatorname{ctg} b)$$

$$\operatorname{sc} c = \frac{\operatorname{sc} a}{\operatorname{sc} b} \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} (\operatorname{lg} \operatorname{sc} a + \operatorname{lg} \operatorname{csn} b)$$

63. Resolución dados la hipotenusa y un ángulo oblicuo. Conocida la hipotenusa a de un triángulo esférico rectángulo, y un ángulo oblicuo B , se calculan el otro ángulo oblicuo C , y los catetos b , c , por las fórmulas

$$\operatorname{tg} C = \frac{\operatorname{sc} a}{\operatorname{tg} B} \quad \text{ó} \quad C = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} (\operatorname{lg} \operatorname{sc} a + \operatorname{lg} \operatorname{ctg} B)$$

$$\operatorname{sn} b = \operatorname{sn} a \operatorname{sn} B \quad \text{ó} \quad b = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} (\operatorname{lg} \operatorname{sn} a + \operatorname{lg} \operatorname{sn} B)$$

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \operatorname{csn} B \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} (\operatorname{lg} \operatorname{tg} a + \operatorname{lg} \operatorname{csn} B)$$

64. Resolución dados un cateto y su ángulo opuesto. Conocidos un cateto b de un triángulo esférico rectángulo, y el ángulo oblicuo B opuesto á él, se calculan el otro ángulo oblicuo C , la hipotenusa a , y el cateto c por las fórmulas

$$\operatorname{sn} C = \frac{\operatorname{sc} b}{\operatorname{sc} B} \quad \text{ó} \quad C = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} (\operatorname{lg} \operatorname{sc} b + \operatorname{lg} \operatorname{csn} B)$$

$$\operatorname{sn} a = \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} B} \quad \text{ó} \quad a = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} (\operatorname{lg} \operatorname{sn} b + \operatorname{lg} \operatorname{csc} B)$$

$$\operatorname{sn} c = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} B} \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} (\operatorname{lg} \operatorname{tg} b + \operatorname{lg} \operatorname{ctg} B)$$

65. Resolución dados un cateto y el ángulo oblicuo adyacente. Conocido un cateto b de un triángulo esférico rectángulo, y el ángulo oblicuo C adyacente al mismo, se calculan el otro ángulo

oblicuo B , la hipotenusa a , y el cateto c por las fórmulas

$$\operatorname{sc} B = \frac{\operatorname{sc} b}{\operatorname{sn} C} \quad \text{ó} \quad B = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} (\lg \operatorname{sc} b + \lg \operatorname{csc} C)$$

$$\operatorname{tg} a = \operatorname{tg} b \operatorname{sc} C \quad \text{ó} \quad a = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} (\lg \operatorname{tg} b + \lg \operatorname{sc} C)$$

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{sn} b \operatorname{tg} C \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} (\lg \operatorname{sn} b + \lg \operatorname{tg} C)$$

66. Resolución dados los dos ángulos oblicuos. Conocidos los dos ángulos oblicuos B , C , de un triángulo esférico rectángulo, se calculan la hipotenusa a , y los catetos b , c , por las fórmulas

$$\operatorname{sc} a = \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C \quad \text{ó} \quad a = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} (\lg \operatorname{tg} B + \lg \operatorname{tg} C)$$

$$\operatorname{sc} b = \frac{\operatorname{sc} B}{\operatorname{csc} C} \quad \text{ó} \quad b = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} (\lg \operatorname{sc} B + \lg \operatorname{sn} C)$$

$$\operatorname{sc} c = \frac{\operatorname{sc} C}{\operatorname{csc} B} \quad \text{ó} \quad c = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} (\lg \operatorname{sc} C + \lg \operatorname{sn} B)$$

TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS.

67. Resolución dados los tres lados. Un ángulo cualquiera A de un triángulo esférico, en función de los tres lados a , b , c , y de la semisuma s de ellos, se calcula por una de las fórmulas

$$\operatorname{sn} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sn} (s - b) \operatorname{sn} (s - c)}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn} c}}$$

$$\text{ó} \quad A = 2 \operatorname{antlg} \operatorname{sn} \frac{1}{2} (\lg \operatorname{sn} (s - b) + \lg \operatorname{sn} (s - c) + \lg \operatorname{csc} b + \lg \operatorname{csc} c)$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sn}(s-b) \operatorname{sn}(s-c)}{\operatorname{sn} s \operatorname{sn}(s-a)}}$$

$$\begin{aligned} \text{ó } A = 2 \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \frac{1}{2} & (\operatorname{lg} \operatorname{csc} s + \operatorname{lg} \operatorname{csc}(s-a) + \\ & + \operatorname{lg} \operatorname{sn}(s-b) + \operatorname{lg} \operatorname{sn}(s-c)) \end{aligned}$$

$$\operatorname{sc} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sn} b \operatorname{sn} c}{\operatorname{sn} s \operatorname{sn}(s-a)}}$$

$$\begin{aligned} \text{ó } A = 2 \operatorname{antlg} \operatorname{sc} \frac{1}{2} & (\operatorname{lg} \operatorname{csc} s + \operatorname{lg} \operatorname{csc}(s-a) + \\ & + \operatorname{lg} \operatorname{sn} b + \operatorname{lg} \operatorname{sn} c) \end{aligned}$$

Preferibles á éstas son las siguientes fórmulas de Mendoza

$$\operatorname{vr} A = \frac{\operatorname{sn}(s-b) \operatorname{sn}(s-c)}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn} c}$$

$$\begin{aligned} \text{ó } A = \operatorname{antlg} \operatorname{vr} & (\operatorname{lg} \operatorname{sn}(s-b) + \operatorname{lg} \operatorname{sn}(s-c) + \\ & + \operatorname{lg} \operatorname{csc} b + \operatorname{lg} \operatorname{csc} c) \end{aligned}$$

$$\operatorname{svr} A = \frac{\operatorname{sn} s \operatorname{sn}(s-a)}{\operatorname{sn} b \operatorname{sn} c}$$

$$\begin{aligned} \text{ó } A = \operatorname{antlg} \operatorname{svr} & (\operatorname{lg} \operatorname{sn} s + \operatorname{lg} \operatorname{sn}(s-a) + \\ & + \operatorname{lg} \operatorname{csc} b + \operatorname{lg} \operatorname{csc} c) \end{aligned}$$

Los otros ángulos B y C se calculan por fórmulas análogas.

68. Resolución dados dos lados y el ángulo comprendido. Conocidos dos lados a , b , de un triángulo esférico, y el ángulo comprendido C , se

calculan los otros dos ángulos A , B , mediante las fórmulas

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} \frac{A+B}{2} = \frac{\operatorname{sc} \frac{a+b}{2}}{a-b} \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \\ \operatorname{tg} \frac{A-B}{2} = \frac{\operatorname{sn} \frac{a-b}{2}}{a+b} \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A+B}{2} = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \left(\lg \operatorname{sc} \frac{a+b}{2} + \lg \operatorname{csc} \frac{a-b}{2} + \lg \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \right) \\ \frac{A-B}{2} = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \left(\lg \operatorname{sn} \frac{a-b}{2} + \lg \operatorname{csc} \frac{a+b}{2} + \lg \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \right) \end{array} \right.$$

y será

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2} \\ B = \frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2} \end{array} \right.$$

El tercer lado c se determina por la fórmula

$$\operatorname{sn} \frac{c}{2} = \operatorname{sn} \frac{a+b}{2} \operatorname{sc} \frac{A-B}{2} \operatorname{sn} \frac{C}{2}$$

$$\text{ó } c = 2 \operatorname{antlg} \operatorname{sn} \left(\lg \operatorname{sn} \frac{a+b}{2} + \lg \operatorname{sc} \frac{A-B}{2} + \lg \operatorname{sn} \frac{C}{2} \right)$$

El lado c puede determinarse en función de uno de los ángulos calculados, A por ejemplo, y será

$$\operatorname{sn} c = \operatorname{sn} a \operatorname{csc} A \operatorname{sn} C$$

69. Resolución dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. Conocidos dos lados a, b ,

de un triángulo esférico, y el ángulo A opuesto á uno de ellos, se calcula el ángulo B , opuesto al otro lado, por la fórmula

$$\operatorname{sn} B = \frac{\operatorname{sn} b}{\operatorname{sn} a} \operatorname{sn} A$$

$$\text{ó } B = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} (\operatorname{lg} \operatorname{sn} b + \operatorname{lg} \operatorname{csc} a + \operatorname{lg} \operatorname{sn} A)$$

El tercer ángulo C se obtiene por la fórmula

$$\operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{\operatorname{sc} \frac{a+b}{2}}{\operatorname{sc} \frac{a-b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{A+B}{2}$$

$$\text{ó } C = 2 \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \left(\operatorname{lg} \operatorname{sc} \frac{a+b}{2} + \operatorname{lg} \operatorname{csc} \frac{a-b}{2} + \operatorname{lg} \operatorname{ctg} \frac{A+B}{2} \right)$$

y el tercer lado c se determina por la fórmula

$$\operatorname{tg} \frac{c}{2} = \frac{\operatorname{sc} \frac{A-B}{2}}{\operatorname{sc} \frac{A+B}{2}} \operatorname{tg} \frac{a+b}{2}$$

70. Resolución dados los tres ángulos; dos ángulos y el lado adyacente; dos ángulos y el lado opuesto á uno de ellos. Conocidos en un triángulo esférico los tres ángulos A, B, C , ó dos ángulos A, B , y el lado adyacente c , ó dos ángulos A, B , y el lado a opuesto á uno de ellos, pueden obtenerse los elementos desconocidos mediante las fórmulas empleadas en los tres números anteriores, haciendo uso del triángulo suplementario del pro-

puesto. Mas también puede verificarse la resolución directa, para la cual sirven las fórmulas siguientes:

a) *Resolución dados los tres ángulos A, B, C.*

$$\operatorname{sn} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{csn} S \operatorname{csn} (S - A)}{\operatorname{sn} B \operatorname{sn} C}}$$

$$\text{ó } \operatorname{sn} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sn} E \operatorname{sn} (A - E)}{\operatorname{sn} B \operatorname{sn} C}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{csn} S \operatorname{csn} (S - A)}{\operatorname{csn} (S - B) \operatorname{csn} (S - C)}}$$

$$\text{ó } \operatorname{tg} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sn} E \operatorname{sn} (A - E)}{\operatorname{sn} (B - E) \operatorname{sn} (C - E)}}$$

$$\operatorname{sc} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sn} B \operatorname{sn} C}{\operatorname{csn} (S - B) \operatorname{csn} (S - C)}}$$

$$\text{ó } \operatorname{sc} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{sn} B \operatorname{sn} C}{\operatorname{sn} (B - E) \operatorname{sn} (C - E)}}$$

y empleando logaritmos de Mendoza

$$\operatorname{vr} a = - \frac{\operatorname{csn} S \operatorname{csn} (S - A)}{\operatorname{sn} B \operatorname{sn} C} \quad \text{ó } \operatorname{vr} a = \frac{\operatorname{sn} E \operatorname{sn} (A - E)}{\operatorname{sn} B \operatorname{sn} C}$$

$$\operatorname{svr} a = \frac{\operatorname{csn} (S - B) \operatorname{csn} (S - C)}{\operatorname{sn} B \operatorname{sn} C} \quad \text{ó } \operatorname{svr} a = \frac{\operatorname{sn} (B - E) \operatorname{sn} (C - E)}{\operatorname{sn} B \operatorname{sn} C}$$

$$\text{siendo } S = \frac{A + B + C}{2} \quad E = \frac{A + B + C - 180^\circ}{2}$$

b) *Resolución dados dos ángulos y el lado adyacente.*

$$\operatorname{tg} \frac{a+b}{2} = \frac{\operatorname{sc} \frac{A+B}{2}}{\operatorname{sc} \frac{A-B}{2}} \operatorname{tg} \frac{c}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{a-b}{2} = \frac{\operatorname{sn} \frac{A-B}{2}}{\operatorname{sn} \frac{A+B}{2}} \operatorname{tg} \frac{c}{2}$$

$$\operatorname{sn} \frac{C}{2} = \operatorname{cscn} \frac{A+B}{2} \operatorname{sc} \frac{a-b}{2} \operatorname{cscn} \frac{c}{2}$$

c) *Resolución dados dos ángulos y el lado opuesto á uno de ellos.*

$$\operatorname{sn} b = \frac{\operatorname{sn} B}{\operatorname{sn} A} \operatorname{sn} a$$

$$\operatorname{tg} \frac{c}{2} = \frac{\operatorname{sc} \frac{A-B}{2}}{\operatorname{sc} \frac{A+B}{2}} \operatorname{tg} \frac{a+b}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{\operatorname{sc} \frac{a+b}{2}}{\operatorname{sc} \frac{a-b}{2}} \operatorname{ctg} \frac{A+B}{2}$$

NOTA. Para la resolución mecánica de los triángulos esféricos véanse nuestros **DIAGRAMAS DE TRIGONOMETRÍA.**

LECCIÓN VIII.

APLICACIONES ARITMÉTICAS.

71. Sumas. Para obtener mediante las tablas trigonométricas el logaritmo de una suma, cuyos sumandos sólo sean conocidos por sus logaritmos, puede emplearse la fórmula

$$\lg(a + b) = \lg a + 2 \lg \csc w$$

siendo $w = \text{antlg} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\lg a - \lg b)$

Así, suponiendo $\lg a = 2.8768$

$\lg b = 1.8062$

será $\lg a - \lg b = 1.0706$ $\frac{1}{2} (\lg a - \lg b) = 0.5353$

$\text{antlg} \operatorname{tg} 0.5353 = 73^\circ 45'$ $\lg \csc 73^\circ 45' = 0.0177$

y $\lg(a + b) = 2.8768 + 0.0354 = 2.9192$

72. Diferencias. Para obtener por las tablas trigonométricas el logaritmo de una diferencia, cuyos términos sólo sean conocidos por sus logaritmos, puede emplearse la fórmula

$$\lg(a - b) = \lg a + 2 \lg \operatorname{sn} w$$

siendo $w = \text{antlg} \operatorname{sc} \frac{1}{2} (\lg a - \lg b)$

Así, suponiendo $\lg a = 2.8768$

$$\lg b = 1.8062$$

será $\lg a - \lg b = 1.0706$ $\frac{1}{2} (\lg a - \lg b) = 0.5353$

$$\text{antlg sc } 0.5353 = 73^\circ 3' \quad \lg \text{sn } 73^\circ 3' = \bar{1}.9807$$

y $\lg(a - b) = 2.8768 + \bar{1}.9614 = 2.8382$

73. Números consecutivos. Conocido el logaritmo de un número pueden determinarse los logaritmos que corresponden á sus números consecutivos por las fórmulas

$$\lg(a+1) = 2 \lg \text{sc } w \quad \text{siendo} \quad w = \text{antlg tg } \frac{1}{2} \lg a$$

$$\lg(a-1) = 2 \lg \text{tg } w \quad \text{siendo} \quad w = \text{antlg sc } \frac{1}{2} \lg a$$

y si $a < 1$ el consecutivo inferior se obtiene por la fórmula

$$\lg(1-a) = 2 \lg \text{sn } w \quad \text{siendo} \quad w = \text{antlg csn } \frac{1}{2} \lg a$$

EJEMPLOS.

1) Siendo $\lg a = 1.2304$

será $\frac{1}{2} \lg a = 0.6152$ $\text{antlg tg } 0.6152 = 76^\circ 22'$

$$\lg \text{sc } 76^\circ 22' = 0.6277$$

y $\lg(a+1) = 1.2553$

2) Siendo $\lg a = 1.2304$

será $\frac{1}{2} \lg a = 0.6152$ $\text{antlg sc } 0.6152 = 75^\circ 58'$

$$\lg \text{tg } 75^\circ 58' = 0.6024$$

y $\lg(a-1) = 1.2041$

3) Siendo $\lg a = \bar{1}.2304$
 será $\frac{1}{2} \lg a = \bar{1}.6152$ $\text{antlg csn } \bar{1}.6152 = 65^\circ 39'$
 $\lg \text{sn } 65^\circ 39' = \bar{1}.9595$
 y $\lg(1 - a) = \bar{1}.9190$

74. Productos de sumas por diferencias.

Conocidos dos logaritmos puede obtenerse el logaritmo del producto de la suma de los números correspondientes por la diferencia de los mismos mediante la fórmula

$$\lg \{(a+b)(a-b)\} = \lg(a^2 - b^2) = 2(\lg a + \lg \text{sn } w)$$

siendo $w = \text{antlg sc}(\lg a - \lg b)$

Así, suponiendo $\lg a = 2.8768$
 $\lg b = 1.8062$

será $\lg a - \lg b = 1.0706$ $\text{antlg sc } 1.0706 = 85^\circ 8'$
 $\lg \text{sn } 85^\circ 8' = \bar{1}.9984$

y $\lg \{(a+b)(a-b)\} = 5.7536 + \bar{1}.9968 = 5.7504$

75. Cocientes de sumas por diferencias. Conocidos dos logaritmos puede obtenerse el logaritmo del cociente de la suma de los números correspondientes por la diferencia de los mismos, y el de la diferencia por la suma, mediante las fórmulas

$$\lg \frac{a+b}{a-b} = 2 \lg \text{ctg } \frac{w}{2} \quad \text{siendo } w = \text{antlg sc}(\lg a - \lg b)$$

$$\lg \frac{a-b}{a+b} = 2 \lg \text{tg } \frac{w}{2} \quad \text{siendo } w = \text{antlg sc}(\lg a - \lg b)$$

GABINET MATEMATYCZNY
 Towarzystwa Naukowego Warszawskiego

Así, suponiendo $\lg a = 2.8768$
 $\lg b = 1.8062$

será $\lg a - \lg b = 1.0706$ $\text{antlg sc } 1.0706 = 85^\circ 8'$

$\lg \text{ctg } 42^\circ 34' = 0.0370$ $\lg \text{tg } 42^\circ 34' = \bar{1}.9631$

y $\lg \frac{a+b}{a-b} = 0.0740$ $\lg \frac{a-b}{a+b} = \bar{1}.9261$

76. Potencias de sumas. El logaritmo de la potencia de la suma de dos números, conocidos sólo por sus logaritmos, puede obtenerse mediante la fórmula

$$\lg (a + b)^m = m \lg a + 2 m \lg \text{csc } w$$

siendo $w = \text{antlg tg } \frac{1}{2} (\lg a - \lg b)$

Así, suponiendo $\lg a = 2.8768$
 $\lg b = 1.8062$

será $\lg a - \lg b = 1.0706$ $\frac{1}{2} (\lg a - \lg b) = 0.5353$

$\text{antlg tg } 0.5353 = 73^\circ 45'$ $\lg \text{csc } 73^\circ 45' = 0.0177$

y $\lg (a + b)^3 = 8.6304 + 0.1062 = 8.7366$

77. Potencias de diferencias. El logaritmo de la potencia de la diferencia de dos números, conocidos sólo por sus logaritmos, puede obtenerse mediante la fórmula

$$\lg (a - b)^m = m \lg a + 2 m \lg \text{sn } w$$

siendo $w = \text{antlg sc } \frac{1}{2} (\lg a - \lg b)$

Así, suponiendo $\lg a = 2.8768$
 $\lg b = 1.8062$

será $\lg a - \lg b = 1.0706$ $\frac{1}{2} (\lg a - \lg b) = 0.5353$

$\text{antlg sc } 0.5353 = 73^\circ 3'$ $\lg \text{sn } 73^\circ 3' = \bar{1}.9807$

y $\lg (a - b)^2 = 5.7536 + \bar{1}.9228 = 5.6764$

78. Raíces de sumas. El logaritmo de la raíz de la suma de dos números, conocidos sólo por sus logaritmos, puede obtenerse mediante la fórmula

$$\lg \sqrt[m]{a+b} = \frac{1}{m} \lg a + \frac{2}{m} \lg \text{csc } w$$

siendo $w = \text{antlg tg } \frac{1}{2} (\lg a - \lg b)$

Así, suponiendo $\lg a = 2.8768$
 $\lg b = 1.8062$

será $\lg a - \lg b = 1.0706$ $\frac{1}{2} (\lg a - \lg b) = 0.5353$

$\text{antlg tg } 0.5353 = 73^\circ 45'$ $\lg \text{csc } 73^\circ 45' = 0.0177$

y $\lg \sqrt[4]{a+b} = 0.7192 + 0.0088 = 0.7280$

79. Raíces de diferencias. El logaritmo de la raíz de la diferencia de dos números, dados por sus logaritmos, puede obtenerse por la fórmula

$$\lg \sqrt[m]{a-b} = \frac{1}{m} \lg a + \frac{2}{m} \lg \text{sn } w$$

siendo $w = \text{antlg sc } \frac{1}{2} (\lg a - \lg b)$

Así, suponiendo $\lg a = 2.8768$
 $\lg b = 1.8062$

será $\lg a - \lg b = 0.0706$ $\frac{1}{2} (\lg a - \lg b) = 0.5353$

$\text{antlg sc } 0.5353 = 73^\circ 3'$ $\lg \text{sn } 73^\circ 3' = \bar{1}.9807$

y $\lg \sqrt[5]{a-b} = 0.5753 + \bar{1}.9923 = 0.5676$

80. **Binomios trigonométricos.** Las expresiones trigonométricas binomias, que en uno de sus términos tienen el seno de un ángulo y en el otro término el coseno del mismo ángulo, pueden transformarse en monomios mediante la fórmula

$$p \operatorname{sn} A \pm q \operatorname{csn} A = p \operatorname{sc} w \operatorname{sn} (A \pm w)$$

siendo $w = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} (\operatorname{lg} q - \operatorname{lg} p)$

LECCIÓN IX.

APLICACIONES ALGÉBRICAS.

81. Ecuación general de segundo grado. La forma á que se reduce toda ecuación completa de segundo grado con una incógnita, suponiendo positivos todos sus términos, es

$$a x^2 + b x = g$$

de la cual se obtiene

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} + \frac{g}{a}}$$

y la expresión trigonométrica de las dos raíces es

$$x_1 = \operatorname{tg} \frac{w}{2} \sqrt{\frac{g}{a}} \quad x_2 = -\operatorname{ctg} \frac{w}{2} \sqrt{\frac{g}{a}}$$

siendo $w = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\operatorname{lg} a + \operatorname{lg} g + 2 \operatorname{clg} b + 0.6021)$

82. Caso de ser negativo el coeficiente de x . Suponiendo con menos el coeficiente de x , la ecuación completa de segundo grado tendrá la forma

$$a x^2 - b x = g$$

de la cual se obtiene

$$x = \frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} + \frac{g}{a}}$$

y la expresión trigonométrica de las dos raíces es

$$x_1 = -\operatorname{tg} \frac{w}{2} \sqrt{\frac{g}{a}} \quad x_2 = \operatorname{ctg} \frac{w}{2} \sqrt{\frac{g}{a}}$$

siendo $w = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\lg a + \lg g + 2 \operatorname{clg} b + 0.6021)$

83. Caso de ser negativo el término independiente. Suponiendo con menos el término independiente, la ecuación completa de segundo grado tendrá la forma

$$a x^2 + b x = -g$$

de la cual se obtiene

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{g}{a}}$$

y si se verifica la condición

$$b^2 > 4ag$$

las dos raíces serán reales, y su expresión trigonométrica es

$$x_1 = -\operatorname{tg} \frac{w}{2} \sqrt{\frac{g}{a}} \quad x_2 = -\operatorname{ctg} \frac{w}{2} \sqrt{\frac{g}{a}}$$

siendo $w = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} \frac{1}{2} (\lg a + \lg g + 2 \operatorname{clg} b + 0.6021)$

84. Caso de ser negativos el coeficiente de x y el término independiente. Suponiendo con menos tanto el coeficiente de x como el término independiente, la ecuación completa de segundo grado tendrá la forma

$$a x^2 - b x = -g$$

de la cual se obtiene

$$x = \frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{g}{a}}$$

y si se verifica la condición

$$b^2 > 4ag$$

las dos raíces serán reales, y su expresión trigonométrica es

$$x_1 = \operatorname{tg} \frac{w}{2} \sqrt{\frac{g}{a}} \quad x_2 = \operatorname{ctg} \frac{w}{2} \sqrt{\frac{g}{a}}$$

siendo $w = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} \frac{1}{2} (\operatorname{lg} a + \operatorname{lg} g + 2 \operatorname{clg} b + 0.6021)$

85. Caso de ser imaginarias las raíces. Suponiendo que en las ecuaciones (83 y 84)

$$ax^3 + bx = -g$$

$$ax^2 - bx = -g$$

se verifica la condición

$$b^2 < 4ag$$

las raíces respectivas serán imaginarias, y su expresión trigonométrica es

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \left(-\operatorname{csn} w + \operatorname{sn} w \sqrt{-1} \right) \sqrt{\frac{g}{a}} \\ x_2 = \left(-\operatorname{csn} w - \operatorname{sn} w \sqrt{-1} \right) \sqrt{\frac{g}{a}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \left(\operatorname{csn} w + \operatorname{sn} w \sqrt{-1} \right) \sqrt{\frac{g}{a}} \\ x_2 = \left(\operatorname{csn} w - \operatorname{sn} w \sqrt{-1} \right) \sqrt{\frac{g}{a}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \left(\operatorname{csn} w + \operatorname{sn} w \sqrt{-1} \right) \sqrt{\frac{g}{a}} \\ x_2 = \left(\operatorname{csn} w - \operatorname{sn} w \sqrt{-1} \right) \sqrt{\frac{g}{a}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \left(\operatorname{csn} w + \operatorname{sn} w \sqrt{-1} \right) \sqrt{\frac{g}{a}} \\ x_2 = \left(\operatorname{csn} w - \operatorname{sn} w \sqrt{-1} \right) \sqrt{\frac{g}{a}} \end{array} \right.$$

siendo $w = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} \frac{1}{2} (\operatorname{lg} a + \operatorname{lg} g + 2 \operatorname{clg} b + 0.6021)$

86. Ecuación preparada de segundo grado.

La forma general que comprende toda ecuación preparada de segundo grado, es

$$x^2 \pm s x = \pm t$$

y los casos principales en ella comprendidos, con la expresión trigonométrica de sus raíces, son

$$1) \quad x^2 \pm s x = t$$

$$x_1 = \pm \operatorname{tg} \frac{W}{2} \sqrt{t} \quad x_2 = \mp \operatorname{ctg} \frac{W}{2} \sqrt{t}$$

siendo $W = \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\lg t + 2 \operatorname{clg} s + 0.6021)$

$$2) \quad x^2 \pm s x = -t$$

suponiendo $s^2 > 4t$

$$x_1 = \mp \operatorname{tg} \frac{W}{2} \sqrt{t} \quad x_2 = \mp \operatorname{ctg} \frac{W}{2} \sqrt{t}$$

siendo $W = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} \frac{1}{2} (\lg t + 2 \operatorname{clg} s + 0.6021)$

$$3) \quad x^2 \pm s x = -t$$

suponiendo $s^2 < 4t$

$$x_1 = \mp \frac{s}{2} + \operatorname{sn} W \sqrt{t} \sqrt{-1}$$

$$x_2 = \mp \frac{s}{2} - \operatorname{sn} W \sqrt{t} \sqrt{-1}$$

siendo $W = \operatorname{antlg} \operatorname{sc} \frac{1}{2} (\lg t + 2 \operatorname{clg} s + 0.6021)$

87. **Ecuaciones binomias.** Las m raíces de la ecuación binomia fundamental

$$x^m = 1$$

están comprendidas en la expresión

$$x = \operatorname{csn} \frac{2k\pi}{m} \pm \operatorname{sn} \frac{2k\pi}{m} \sqrt{-1}$$

Á la binomia

$$y^m = g$$

corresponde

$$y = \sqrt[m]{g} \left(\operatorname{csn} \frac{2k\pi}{m} \pm \operatorname{sn} \frac{2k\pi}{m} \sqrt{-1} \right)$$

y á la

$$y^m = -g$$

$$y = \sqrt[m]{g} \left(\operatorname{csn} \frac{(2k+1)\pi}{m} \pm \operatorname{sn} \frac{(2k+1)\pi}{m} \sqrt{-1} \right)$$

88. **Ecuaciones trinomias.** Las $2m$ raíces de la ecuación trinomia general

$$x^{2m} + s x^m + t = 0$$

están comprendidas en la expresión

$$x = \sqrt[m]{M} \left(\operatorname{csn} \frac{2k\pi + a}{m} \pm \operatorname{sn} \frac{2k\pi + a}{m} \sqrt{-1} \right)$$

$$\text{siendo } -\frac{s}{2} + \sqrt{\frac{s^2}{4} - t} = p \pm q \sqrt{-1}$$

$$\sqrt{p^2 + q^2} = M$$

$$\frac{q}{p} = \operatorname{tg} a$$

Á la bicuadrada

$$x^4 + s x^2 + t = 0$$

corresponde

$$x = \sqrt[4]{M} \left(\operatorname{csn} \frac{2k\pi + a}{4} \pm \operatorname{sn} \frac{2k\pi + a}{4} \sqrt{-1} \right)$$

89. Ecuaciones trigonométricas. Ocurren con frecuencia ecuaciones cuyas incógnitas son números trigonométricos de un mismo ángulo, mereciendo preferente atención aquéllas en que entran á la vez un número y su cónumerado correspondiente, á cuya forma de ecuación trigonométrica puede reducirse fácilmente toda ecuación de segundo grado de forma ordinaria.

EJEMPLOS.

$$1) \quad a \operatorname{sn} x + b \operatorname{csn} x = c$$

de esta ecuación se deduce

$$\operatorname{sn}(x + w) = \frac{c}{a} \operatorname{csn} w \quad \text{siendo} \quad \operatorname{tg} w = \frac{b}{a}$$

$$2) \quad a \operatorname{tg} x + b \operatorname{ctg} x = c$$

de esta ecuación se deduce

$$\operatorname{sn}(2x + w) = \frac{a + b}{c} \operatorname{csn} w \quad \text{siendo} \quad \operatorname{tg} w = \frac{a - b}{c}$$

$$3) \quad a x^2 + b x = g$$

suponiendo $x = \operatorname{tg} z$, dividiendo por este valor y transponiendo, se obtiene

$$a \operatorname{tg} z - g \operatorname{ctg} z = -b$$

ecuación de la misma forma que la 2) y que se resuelve como ella.

90. Sistemas trigonométricos. Como ejemplo de los variados sistemas trigonométricos que pueden presentarse, consignamos los que sirven para resolver el problema general de *calcular dos ángulos conocida su suma y una relación numérica entre los senos de los mismos.*

$$1) \quad \begin{cases} x + y = s \\ \operatorname{sn} x + \operatorname{sn} y = S \end{cases}$$

Resultados:

$$\operatorname{csn} \frac{x-y}{2} = \frac{S}{2 \operatorname{sn} \frac{s}{2}}; \frac{x-y}{2} = a; \begin{cases} x = \frac{s}{2} + a \\ y = \frac{s}{2} - a \end{cases}$$

$$2) \quad \begin{cases} x + y = s \\ \operatorname{sn} x - \operatorname{sn} y = d \end{cases}$$

Resultados:

$$\operatorname{sn} \frac{x-y}{2} = \frac{d}{2 \operatorname{csn} \frac{s}{2}}; \frac{x-y}{2} = \ell; \begin{cases} x = \frac{s}{2} + \ell \\ y = \frac{s}{2} - \ell \end{cases}$$

$$3) \quad \begin{cases} x + y = s \\ \operatorname{sn} x \operatorname{sn} y = p \end{cases}$$

Resultados:

$$\operatorname{csn} (x-y) = 2p + \operatorname{csn} s; x-y = \gamma; \begin{cases} x = \frac{s}{2} + \frac{\gamma}{2} \\ y = \frac{s}{2} - \frac{\gamma}{2} \end{cases}$$

$$4) \quad \begin{cases} x + y = s \\ \operatorname{sn} x : \operatorname{sn} y = q \end{cases}$$

Resultados:

$$\operatorname{tg} \frac{x-y}{2} = \frac{q-1}{q+1} \operatorname{tg} \frac{s}{2}; \frac{x-y}{2} = \delta; \begin{cases} x = \frac{s}{2} + \delta \\ y = \frac{s}{2} - \delta \end{cases}$$

Problemas análogos pueden proponerse reemplazando en el general anterior la suma de los dos ángulos por su diferencia, ó bien las relaciones numéricas entre los senos de los mismos por las correspondientes entre los cosenos, tangentes, cotangentes, secantes y cosecantes.

LECCIÓN X.

APLICACIONES GEOMÉTRICAS.

91. Triángulos. El área de un triángulo, en función de dos lados a , b , y el ángulo C que comprenden, es

$$A = \frac{1}{2} a b \operatorname{sn} C$$

ó $A = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg b + \lg \operatorname{sn} C + \bar{1}.6990)$

en función de dos lados a , b , y el ángulo A opuesto á uno de ellos, es

$$A = \frac{1}{2} a b \operatorname{sn} (A + w)$$

ó $A = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg b + \lg \operatorname{sn} (A + w) + \bar{1}.6990)$

siendo $w = \operatorname{antlg} \operatorname{sn} (\operatorname{clg} a + \lg b + \lg \operatorname{sn} A)$ en función de un lado a y los ángulos adyacentes B , C , es

$$A = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{sn} B \operatorname{sn} C \operatorname{csc} (B + C)$$

ó $A = \operatorname{antlg} (2 \lg a + \lg \operatorname{sn} B + \lg \operatorname{sn} C + \lg \operatorname{csc} (B + C) + \bar{1}.6990)$

en función de un lado a y dos ángulos A , B , no adyacentes á él, es

$$A = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{sn} B \operatorname{sn} (B + A) \operatorname{csc} A$$

$$\text{ó } \mathbf{A} = \text{antlg} (2 \lg a + \lg \operatorname{sn} \mathbf{B} + \lg \operatorname{sn} (\mathbf{B} + \mathbf{A}) + \\ + \lg \operatorname{csc} \mathbf{A} + \bar{1} \cdot 6990)$$

en función del semiperímetro s y los tres ángulos \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , es

$$\mathbf{A} = s^2 \operatorname{tg} \frac{\mathbf{A}}{2} \operatorname{tg} \frac{\mathbf{B}}{2} \operatorname{tg} \frac{\mathbf{C}}{2}$$

$$\text{ó } \mathbf{A} = \text{antlg} \left(2 \lg s + \lg \operatorname{tg} \frac{\mathbf{A}}{2} + \lg \operatorname{tg} \frac{\mathbf{B}}{2} + \lg \operatorname{tg} \frac{\mathbf{C}}{2} \right)$$

en función de los tres ángulos \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , y el radio r de la circunferencia inscrita, es

$$\mathbf{A} = r^2 \operatorname{ctg} \frac{\mathbf{A}}{2} \operatorname{ctg} \frac{\mathbf{B}}{2} \operatorname{ctg} \frac{\mathbf{C}}{2}$$

$$\text{ó } \mathbf{A} = \text{antlg} \left(2 \lg r + \lg \operatorname{ctg} \frac{\mathbf{A}}{2} + \lg \operatorname{ctg} \frac{\mathbf{B}}{2} + \lg \operatorname{ctg} \frac{\mathbf{C}}{2} \right)$$

y en función de los tres ángulos \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , y el radio \mathbf{R} de la circunferencia circunscrita, es

$$\mathbf{A} = 2 \mathbf{R}^2 \operatorname{sn} \mathbf{A} \operatorname{sn} \mathbf{B} \operatorname{sn} \mathbf{C}$$

$$\text{ó } \mathbf{A} = \text{antlg} (2 \lg \mathbf{R} + \lg \operatorname{sn} \mathbf{A} + \lg \operatorname{sn} \mathbf{B} + \\ + \lg \operatorname{sn} \mathbf{C} + 0 \cdot 1030)$$

El área de un triángulo rectángulo, en función de un cateto \mathbf{b} y su ángulo opuesto \mathbf{B} , es

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{b}^2 \operatorname{ctg} \mathbf{B} \quad \text{ó} \quad \mathbf{A} = \text{antlg} (2 \lg \mathbf{b} + \lg \operatorname{ctg} \mathbf{B} + \bar{1} \cdot 6990)$$

en función de un cateto \mathbf{b} y el ángulo agudo adyacente \mathbf{C} , es

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{b}^2 \operatorname{tg} \mathbf{C} \quad \text{ó} \quad \mathbf{A} = \text{antlg} (2 \lg \mathbf{b} + \lg \operatorname{tg} \mathbf{C} + \bar{1} \cdot 6990)$$

y en función de la hipotenusa \mathbf{a} y un ángulo agudo \mathbf{B} , es

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4} \mathbf{a}^2 \operatorname{sn} 2 \mathbf{B} \quad \text{ó} \quad \mathbf{A} = \text{antlg} (2 \lg \mathbf{a} + \lg \operatorname{sn} 2 \mathbf{B} + \bar{1} \cdot 3979)$$

El área de un triángulo isósceles, en función de su base b y el ángulo A que forma con el lado, es

$$A = \frac{1}{4} b^2 \operatorname{tg} A \quad \text{ó} \quad A = \operatorname{antlg} (2 \lg b + \lg \operatorname{tg} A + \bar{1} \cdot 3979)$$

en función de su base b y el ángulo B opuesto á ella, es

$$A = \frac{1}{4} b^2 \operatorname{ctg} \frac{B}{2} \quad \text{ó} \quad A = \operatorname{antlg} (2 \lg b + \lg \operatorname{ctg} \frac{B}{2} + \bar{1} \cdot 3979)$$

en función de su lado l y el ángulo A que forma con la base, es

$$A = \frac{1}{2} l^2 \operatorname{sn} 2A \quad \text{ó} \quad A = \operatorname{antlg} (2 \lg l + \lg \operatorname{sn} 2A + \bar{1} \cdot 6990)$$

y en función de su lado l y el ángulo B opuesto á la base, es

$$A = \frac{1}{2} l^2 \operatorname{sn} B \quad \text{ó} \quad A = \operatorname{antlg} (2 \lg l + \lg \operatorname{sn} B + \bar{1} \cdot 6990)$$

92. Cuadriláteros. El área de un cuadrilátero, en función de sus cuatro lados a, b, c, d , y dos ángulos opuestos B, D , es

$$A = \frac{1}{2} (a b \operatorname{sn} B + c d \operatorname{sn} D)$$

en función de tres lados a, b, c , y los ángulos comprendidos B, C , es

$$A = \frac{1}{2} (a b \operatorname{sn} B - a c \operatorname{sn} (B + C) + b c \operatorname{sn} C)$$

en función de dos lados opuestos a, c , y los cuatro ángulos A, B, C, D , es

$$A = \frac{1}{2} (a^2 \operatorname{sn} A \operatorname{sn} B - c^2 \operatorname{sn} C \operatorname{sn} D) \operatorname{csc} (A + B)$$

en función de dos lados contiguos a, b , y tres ángulos A, D, C , es

$$A = \frac{1}{2} (a^2 \operatorname{sn} A \operatorname{sn} (A + D) + 2 a b \operatorname{sn} C \operatorname{sn} A + b^2 \operatorname{sn} C \operatorname{sn} (C + D)) \operatorname{csc} D$$

y en función de sus diagonales D, D' , y el ángulo α que forman, es

$$A = \frac{1}{2} D D' \operatorname{sn} \alpha$$

$$\text{ó } A = \operatorname{antlg} (\lg D + \lg D' + \lg \operatorname{sn} \alpha + \bar{1} \cdot 6990)$$

El área de un cuadrilátero inscriptible, en función de sus cuatro lados a, b, c, d , y uno de sus ángulos A , es

$$A = \frac{1}{2} (a d + b c) \operatorname{sn} A$$

y en función de dos lados opuestos a, c , y dos ángulos contiguos B, C , es

$$A = \frac{1}{2} (c + a) (c - a) \operatorname{sn} B \operatorname{sn} C \operatorname{csc} (B - C)$$

$$\text{ó } A = \operatorname{antlg} (\lg (c + a) + \lg (c - a) + \lg \operatorname{sn} B + \lg \operatorname{sn} C + \lg \operatorname{csc} (B - C) + \bar{1} \cdot 6990)$$

El área de un cuadrilátero circunscriptible, en función de sus cuatro lados a, b, c, d , y dos ángulos opuestos B, D , es

$$A = \operatorname{sn} \frac{B + D}{2} \sqrt{a b c d}$$

$$\text{ó } A = \operatorname{antlg} \left(\lg \operatorname{sn} \frac{B + D}{2} + \frac{1}{2} (\lg a + \lg b + \lg c + \lg d) \right)$$

y en función de dos lados contiguos a, b , y dos ángulos opuestos B, D , es

$$A = a b \operatorname{sn} \frac{B}{2} \operatorname{sn} \frac{B + D}{2} \operatorname{csc} \frac{D}{2}$$

$$\text{ó } A = \operatorname{antlg} \left(\lg a + \lg b + \lg \operatorname{sn} \frac{B}{2} + \lg \operatorname{sn} \frac{B + D}{2} + \lg \operatorname{csc} \frac{D}{2} \right)$$

El área de un trapecio, en función de sus bases b, b' , uno de sus lados l y el ángulo A que forma con las bases, es

$$A = \frac{1}{2} l (b + b') \operatorname{sn} A$$

$$\text{ó } A = \operatorname{antlg} (\lg l + \lg (b + b') + \lg \operatorname{sn} A + \bar{1} \cdot 6990)$$

El área de un paralelogramo, en función de dos lados contiguos a , b , y su ángulo B , es

$$A = a b \operatorname{sn} B \quad \text{ó} \quad A = \operatorname{antlg} (\lg a + \lg b + \lg \operatorname{sn} B)$$

El área de un rombo, en función de su lado a y su ángulo A , es

$$A = a^2 \operatorname{sn} A \quad \text{ó} \quad A = \operatorname{antlg} (2 \lg a + \lg \operatorname{sn} A)$$

93. Polígonos. El área de un polígono regular, en función de su lado l , su perímetro p y su ángulo A , es

$$A = \frac{1}{4} p l \operatorname{tg} \frac{A}{2}$$

ó $A = \operatorname{antlg} (\lg p + \lg l + \lg \operatorname{tg} \frac{A}{2} + \bar{1}.3979)$

en función de su lado l , su ángulo A y el número n de lados, es

$$A = \frac{1}{4} n l^2 \operatorname{tg} \frac{A}{2}$$

ó $A = \operatorname{antlg} (\lg n + 2 \lg l + \lg \operatorname{tg} \frac{A}{2} + \bar{1}.3979)$

y en función de su lado l y número n de lados, es

$$A = \frac{1}{4} n l^2 \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \quad \text{ó} \quad A = n \left(\frac{l}{2}\right)^2 \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}$$

ó $A = \operatorname{antlg} (\lg n + 2 \lg l + \lg \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} + \bar{1}.3979)$

En función de la apotema a , es

$$A = n a^2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \quad \text{ó} \quad A = \operatorname{antlg} \left(\lg n + 2 \lg a + \lg \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \right)$$

y en función del radio R , es

$$A = \frac{1}{2} n R^2 \operatorname{sn} \frac{360^\circ}{n}$$

ó $A = \operatorname{antlg} (\lg n + 2 \lg R + \lg \operatorname{sn} \frac{360^\circ}{n} + \bar{1}.6990)$

94. Formas circulares. El área de un segmento circular, en función de su radio R y del número g de grados de su arco, es

$$A = \frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\pi g^\circ}{180^\circ} - \operatorname{sn} g^\circ \right)$$

Si el arco está expresado en minutos, el área es

$$A = \frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\pi g'}{10800} - \operatorname{sn} g' \right)$$

y si en segundos

$$A = \frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\pi g''}{648000} - \operatorname{sn} g'' \right)$$

95. Pirámides. El volumen de una pirámide triangular, en función de las tres aristas a , b , c , concurrentes en un vértice, de los tres ángulos A , B , C , que estas aristas forman entre sí, y de la semisuma S de ellos, es

$$V = \frac{1}{2} a b c \sqrt{\operatorname{sn} S \operatorname{sn} (S-A) \operatorname{sn} (S-B) \operatorname{sn} (S-C)}$$

$$\begin{aligned} \text{ó } V = \operatorname{antlg} \left\{ \operatorname{lg} a + \operatorname{lg} b + \operatorname{lg} c + 1.5229 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\operatorname{lg} \operatorname{sn} S + \operatorname{lg} \operatorname{sn} (S-A) + \operatorname{lg} \operatorname{sn} (S-B) + \right. \\ \left. + \operatorname{lg} \operatorname{sn} (S-C)) \right\} \end{aligned}$$

96. Prismas. El volumen de un paralelepípedo, en función de las tres aristas a , b , c , de los ángulos A , B , C , que éstas forman entre sí, y de la semisuma S de ellos, es

$$V = 2 a b c \sqrt{\operatorname{sn} S \operatorname{sn} (S-A) \operatorname{sn} (S-B) \operatorname{sn} (S-C)}$$

$$\begin{aligned} \text{ó } V = \operatorname{antlg} \left\{ \operatorname{lg} a + \operatorname{lg} b + \operatorname{lg} c + 0.3010 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\operatorname{lg} \operatorname{sn} S + \operatorname{lg} \operatorname{sn} (S-A) + \operatorname{lg} \operatorname{sn} (S-B) + \right. \\ \left. + \operatorname{lg} \operatorname{sn} (S-C)) \right\} \end{aligned}$$

97. Poliedros. El área de una superficie poliédrica regular, en función de la arista a , del número de caras n y del número de lados n' de cada cara, es

$$A = \frac{1}{4} n n' a^2 \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}$$

$$\text{ó } A = \operatorname{antlg} \left(\lg n + \lg n' + 2 \lg a + \lg \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} + \bar{1} \cdot 3979 \right)$$

El valor del ángulo diedro D de un poliedro regular, en función del número n de lados de su cara y del número m de ángulos planos que concurren en cada vértice poliedro, es

$$\operatorname{sn} \frac{D}{2} = \frac{\operatorname{csn} \frac{\pi}{m}}{\operatorname{sn} \frac{\pi}{n}} \quad \text{ó} \quad \operatorname{sn} \frac{D}{2} = \frac{\operatorname{csn} \frac{180^\circ}{m}}{\operatorname{sn} \frac{180^\circ}{n}}$$

$$\text{ó } D = 2 \operatorname{antlg} \operatorname{sn} \left(\lg \operatorname{csn} \frac{180^\circ}{m} + \lg \operatorname{csc} \frac{180^\circ}{n} \right)$$

98. Conos. El volumen de un cono de revolución, en función de su generatriz g y del ángulo α en la cúspide, es

$$V = \frac{1}{3} \pi g^3 \operatorname{sn}^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{csn} \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{ó } V = \operatorname{antlg} \left(3 \lg g + 2 \lg \operatorname{sn} \frac{\alpha}{2} + \lg \operatorname{csn} \frac{\alpha}{2} + 0 \cdot 0200 \right)$$

en función de la altura h y del ángulo en la cúspide, es

$$V = \frac{1}{3} \pi h^3 \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{ó } V = \operatorname{antlg} \left(3 \lg h + 2 \lg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + 0 \cdot 0200 \right)$$

y en función del radio R de la base y del ángulo en la cúspide, es

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{ó } V = \operatorname{antlg} (3 \lg R + \lg \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + 0.0200)$$

El volumen de un cono circular, en función de su eje E , del radio R de su base y del ángulo α que aquél forma con ésta, es

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 E \operatorname{sn} \alpha$$

$$\text{ó } V = \operatorname{antlg} (2 \lg R + \lg E + \lg \operatorname{sn} \alpha + 0.0200)$$

99. Cilindros. El volumen de un cilindro de base circular, en función de su generatriz g , del radio R de su base y del ángulo α que aquélla forma con ésta, es

$$V = \pi R^2 g \operatorname{sn} \alpha$$

$$\text{ó } V = \operatorname{antlg} (2 \lg R + \lg g + \lg \operatorname{sn} \alpha + 0.4971)$$

100. Formas esféricas. El área de un triángulo esférico, en función de sus tres lados a , b , c , y de la semisuma s de ellos, se calcula mediante una de las fórmulas

$$\operatorname{sn} \frac{A}{4} = \sqrt{\frac{\operatorname{sn} \frac{s}{2} \operatorname{sn} \frac{s-a}{2} \operatorname{sn} \frac{s-b}{2} \operatorname{sn} \frac{s-c}{2}}{\operatorname{csn} \frac{a}{2} \operatorname{csn} \frac{b}{2} \operatorname{csn} \frac{c}{2}}}$$

$$\begin{aligned} \text{ó } A = 4 \operatorname{antlg} \operatorname{sn} \frac{1}{2} & \left(\lg \operatorname{sn} \frac{s}{2} + \lg \operatorname{sn} \frac{s-a}{2} + \right. \\ & + \lg \operatorname{sn} \frac{s-b}{2} + \lg \operatorname{sn} \frac{s-c}{2} + \lg \operatorname{sc} \frac{a}{2} + \\ & \left. + \lg \operatorname{sc} \frac{b}{2} + \lg \operatorname{sc} \frac{c}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{4} = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{s}{2} \operatorname{tg} \frac{s-a}{2} \operatorname{tg} \frac{s-b}{2} \operatorname{tg} \frac{s-c}{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{ó } A = 4 \operatorname{antlg} \operatorname{tg} \frac{1}{2} & \left(\operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{s}{2} + \operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{s-a}{2} + \right. \\ & \left. + \operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{s-b}{2} + \operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{s-c}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\operatorname{sc} \frac{A}{4} = \sqrt{\frac{\operatorname{sc} \frac{s}{2} \operatorname{sc} \frac{s-a}{2} \operatorname{sc} \frac{s-b}{2} \operatorname{sc} \frac{s-c}{2}}{\operatorname{sc} \frac{a}{2} \operatorname{sc} \frac{b}{2} \operatorname{sc} \frac{c}{2}}}$$

$$\begin{aligned} \text{ó } A = 4 \operatorname{antlg} \operatorname{sc} \frac{1}{2} & \left(\operatorname{lg} \operatorname{sc} \frac{s}{2} + \operatorname{lg} \operatorname{sc} \frac{s-a}{2} + \right. \\ & + \operatorname{lg} \operatorname{sc} \frac{s-b}{2} + \operatorname{lg} \operatorname{sc} \frac{s-c}{2} + \operatorname{lg} \operatorname{csn} \frac{a}{2} + \operatorname{lg} \operatorname{csn} \frac{b}{2} + \\ & \left. + \operatorname{lg} \operatorname{csn} \frac{c}{2} \right) \end{aligned}$$

~~~~~



I

TABLA

DE

LOGARITMOS

VULGARES.

# LOGARITMOS VULGARES.

| N.  | 1.   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9      | 1        | 2        | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------|----------|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 0 | ---  | 0000 | 3010 | 4771 | 6021 | 6990 | 7782 | 8451 | 9034 | 9542 | ---    | ---      | ---      | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 10  | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 0170 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 | 4 8 12 | 17 21 25 | 29 33 37 |     |     |     |     |     |     |     |
| 11  | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 | 4 8 11 | 15 19 23 | 26 30 34 |     |     |     |     |     |     |     |
| 12  | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 | 3 7 10 | 14 17 21 | 24 28 31 |     |     |     |     |     |     |     |
| 13  | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 | 3 6 10 | 13 16 19 | 23 26 29 |     |     |     |     |     |     |     |
| 14  | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 | 3 6 9  | 12 15 18 | 21 24 27 |     |     |     |     |     |     |     |
| 15  | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 | 3 6 8  | 11 14 17 | 20 22 25 |     |     |     |     |     |     |     |
| 16  | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 | 3 5 8  | 11 13 16 | 18 21 24 |     |     |     |     |     |     |     |
| 17  | 2304 | 2330 | 2355 | 2380 | 2405 | 2430 | 2455 | 2480 | 2504 | 2529 | 2 5 7  | 10 12 15 | 17 20 22 |     |     |     |     |     |     |     |
| 18  | 2553 | 2577 | 2601 | 2625 | 2648 | 2672 | 2695 | 2718 | 2742 | 2765 | 2 5 7  | 9 12 14  | 16 19 21 |     |     |     |     |     |     |     |
| 19  | 2788 | 2810 | 2833 | 2856 | 2878 | 2900 | 2923 | 2945 | 2967 | 2989 | 2 4 7  | 9 11 13  | 16 18 20 |     |     |     |     |     |     |     |
| 20  | 3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3139 | 3160 | 3181 | 3201 | 2 4 6  | 8 11 13  | 15 17 19 |     |     |     |     |     |     |     |
| 21  | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3365 | 3385 | 3404 | 2 4 6  | 8 10 12  | 14 16 18 |     |     |     |     |     |     |     |
| 22  | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 | 2 4 6  | 8 10 12  | 14 15 17 |     |     |     |     |     |     |     |
| 23  | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 | 2 4 6  | 7 9 11   | 13 15 17 |     |     |     |     |     |     |     |
| 24  | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 | 2 4 5  | 7 9 11   | 12 14 16 |     |     |     |     |     |     |     |
| 25  | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 | 2 3 5  | 7 9 10   | 12 14 15 |     |     |     |     |     |     |     |
| 26  | 4150 | 4166 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 | 2 3 5  | 7 8 10   | 11 13 15 |     |     |     |     |     |     |     |
| 27  | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 | 2 3 5  | 6 8 9    | 11 13 14 |     |     |     |     |     |     |     |
| 28  | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 | 2 3 5  | 6 8 9    | 11 12 14 |     |     |     |     |     |     |     |
| 29  | 4624 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 | 1 3 4  | 6 7 9    | 10 12 13 |     |     |     |     |     |     |     |
| 30  | 4771 | 4786 | 4800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4886 | 4900 | 1 3 4  | 6 7 9    | 10 11 13 |     |     |     |     |     |     |     |
| 31  | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4969 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 | 1 3 4  | 6 7 8    | 10 11 12 |     |     |     |     |     |     |     |
| 32  | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 | 1 3 4  | 5 7 8    | 9 11 12  |     |     |     |     |     |     |     |
| 33  | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 | 1 3 4  | 5 6 8    | 9 10 12  |     |     |     |     |     |     |     |
| 34  | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 | 1 3 4  | 5 6 8    | 9 10 11  |     |     |     |     |     |     |     |
| 35  | 5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 | 1 2 4  | 5 6 7    | 9 10 11  |     |     |     |     |     |     |     |
| 36  | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 | 1 2 4  | 5 6 7    | 8 10 11  |     |     |     |     |     |     |     |
| 37  | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5786 | 1 2 3  | 5 6 7    | 8 9 10   |     |     |     |     |     |     |     |
| 38  | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 | 1 2 3  | 5 6 7    | 8 9 10   |     |     |     |     |     |     |     |
| 39  | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 | 1 2 3  | 4 5 7    | 8 9 10   |     |     |     |     |     |     |     |
| 40  | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 | 1 2 3  | 4 5 6    | 8 9 10   |     |     |     |     |     |     |     |
| 41  | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |     |     |     |     |     |     |     |
| 42  | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |     |     |     |     |     |     |     |
| 43  | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |     |     |     |     |     |     |     |
| 44  | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |     |     |     |     |     |     |     |
| 45  | 6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 8 9    |     |     |     |     |     |     |     |
| 46  | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 | 1 2 3  | 4 5 6    | 7 7 8    |     |     |     |     |     |     |     |
| 47  | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 | 1 2 3  | 4 5 5    | 6 7 8    |     |     |     |     |     |     |     |
| 48  | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 6893 | 1 2 3  | 4 4 5    | 6 7 8    |     |     |     |     |     |     |     |
| 49  | 6902 | 6911 | 6920 | 6928 | 6937 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 6981 | 1 2 3  | 4 4 5    | 6 7 8    |     |     |     |     |     |     |     |
| 50  | 6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 | 1 2 3  | 3 4 5    | 6 7 8    |     |     |     |     |     |     |     |
| 51  | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7133 | 7143 | 7152 | 1 2 3  | 3 4 5    | 6 7 8    |     |     |     |     |     |     |     |
| 52  | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7218 | 7226 | 7235 | 1 2 2  | 3 4 5    | 6 7 7    |     |     |     |     |     |     |     |
| 53  | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 | 1 2 2  | 3 4 5    | 6 6 7    |     |     |     |     |     |     |     |
| 54  | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 | 1 2 2  | 3 4 5    | 6 6 7    |     |     |     |     |     |     |     |

# LOGARITMOS VULGARES.

| N.  | L.   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 55  | 7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7451 | 7459 | 7466 | 7474 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |   |
| 56  | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7528 | 7536 | 7543 | 7551 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |   |
| 57  | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7604 | 7612 | 7619 | 7627 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |   |
| 58  | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7679 | 7686 | 7694 | 7701 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |   |
| 59  | 7709 | 7716 | 7723 | 7731 | 7738 | 7745 | 7752 | 7760 | 7767 | 7774 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |   |
| 60  | 7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7825 | 7832 | 7839 | 7846 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |   |
| 61  | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7896 | 7903 | 7910 | 7917 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |   |
| 62  | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7966 | 7973 | 7980 | 7987 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 |   |
| 63  | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8021 | 8028 | 8035 | 8041 | 8048 | 8055 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |   |
| 64  | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8102 | 8109 | 8116 | 8122 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |   |
| 65  | 8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8169 | 8176 | 8182 | 8189 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |   |
| 66  | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8222 | 8228 | 8235 | 8241 | 8248 | 8254 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |   |
| 67  | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8299 | 8306 | 8312 | 8319 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |   |
| 68  | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8363 | 8370 | 8376 | 8382 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |   |
| 69  | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8426 | 8432 | 8439 | 8445 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |   |
| 70  | 8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8488 | 8494 | 8500 | 8506 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |   |
| 71  | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 8537 | 8543 | 8549 | 8555 | 8561 | 8567 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |   |
| 72  | 8573 | 8579 | 8585 | 8591 | 8597 | 8603 | 8609 | 8615 | 8621 | 8627 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |   |
| 73  | 8633 | 8639 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8669 | 8675 | 8681 | 8686 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |   |
| 74  | 8692 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8727 | 8733 | 8739 | 8745 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |   |
| 75  | 8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 8774 | 8779 | 8785 | 8791 | 8797 | 8802 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |   |
| 76  | 8808 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8842 | 8848 | 8854 | 8859 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |   |
| 77  | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8899 | 8904 | 8910 | 8915 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 78  | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8954 | 8960 | 8965 | 8971 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 79  | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9009 | 9015 | 9020 | 9025 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 80  | 9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9063 | 9069 | 9074 | 9079 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 81  | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9117 | 9122 | 9128 | 9133 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 82  | 9138 | 9143 | 9149 | 9154 | 9159 | 9165 | 9170 | 9175 | 9180 | 9186 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 83  | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9222 | 9227 | 9232 | 9238 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 84  | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9274 | 9279 | 9284 | 9289 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 85  | 9294 | 9299 | 9304 | 9309 | 9315 | 9320 | 9325 | 9330 | 9335 | 9340 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 86  | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9375 | 9380 | 9385 | 9390 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |   |
| 87  | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9425 | 9430 | 9435 | 9440 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 88  | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9469 | 9474 | 9479 | 9484 | 9489 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 89  | 9494 | 9499 | 9504 | 9509 | 9513 | 9518 | 9523 | 9528 | 9533 | 9538 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 90  | 9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9571 | 9576 | 9581 | 9586 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 91  | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9619 | 9624 | 9628 | 9633 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 92  | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9666 | 9671 | 9675 | 9680 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 93  | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9713 | 9717 | 9722 | 9727 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 94  | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9759 | 9763 | 9768 | 9773 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 95  | 9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9805 | 9809 | 9814 | 9818 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 96  | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9850 | 9854 | 9859 | 9863 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 97  | 9868 | 9872 | 9877 | 9881 | 9886 | 9890 | 9894 | 9899 | 9903 | 9908 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 98  | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9939 | 9943 | 9948 | 9952 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |   |
| 99  | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9974 | 9978 | 9983 | 9987 | 9991 | 9996 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |   |
| 100 | 0000 | 0004 | 0009 | 0013 | 0017 | 0022 | 0026 | 0030 | 0035 | 0039 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |   |

## RELACIONES LOGARÍTMICAS.

---

$$\lg (m \times n) = \lg m + \lg n$$

$$\lg (m : n) = \lg m - \lg n$$

$$\lg m^n = (\lg m) \times n$$

$$\lg \sqrt[n]{m} = (\lg m) : n$$

$$\lg (m : n) = \lg (\lg m : \lg n)$$





II

TABLA

DE

COLOGARITMOS.

# COLOGARITMOS.

| N. | C.   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9        | 1        | 2      | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|----------|--------|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | —    | —    | 0000 | 6990 | 5229 | 3979 | 3010 | 2218 | 1549 | 0969 | 0458     | —        | —      | — | — | — | — | — | — | — |
| 10 | 0000 | 9957 | 9914 | 9872 | 9830 | 9788 | 9747 | 9706 | 9666 | 9626 | 37 33 29 | 25 21 17 | 12 8 4 |   |   |   |   |   |   |   |
| 11 | 9586 | 9547 | 9508 | 9469 | 9431 | 9393 | 9355 | 9318 | 9281 | 9245 | 34 30 26 | 23 19 15 | 11 8 4 |   |   |   |   |   |   |   |
| 12 | 9208 | 9172 | 9136 | 9101 | 9066 | 9031 | 8996 | 8962 | 8928 | 8894 | 31 28 24 | 21 17 14 | 10 7 3 |   |   |   |   |   |   |   |
| 13 | 8861 | 8827 | 8794 | 8761 | 8729 | 8697 | 8665 | 8633 | 8601 | 8570 | 29 26 23 | 19 16 13 | 10 6 3 |   |   |   |   |   |   |   |
| 14 | 8539 | 8508 | 8477 | 8447 | 8416 | 8386 | 8356 | 8327 | 8297 | 8268 | 27 24 21 | 18 15 12 | 9 6 3  |   |   |   |   |   |   |   |
| 15 | 8239 | 8210 | 8182 | 8153 | 8125 | 8097 | 8069 | 8041 | 8013 | 7985 | 25 22 20 | 17 14 11 | 8 6 3  |   |   |   |   |   |   |   |
| 16 | 7959 | 7932 | 7905 | 7878 | 7852 | 7825 | 7799 | 7773 | 7747 | 7721 | 24 21 18 | 16 13 11 | 8 5 3  |   |   |   |   |   |   |   |
| 17 | 7696 | 7670 | 7645 | 7620 | 7595 | 7570 | 7545 | 7520 | 7496 | 7471 | 22 20 17 | 15 12 10 | 7 5 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 18 | 7447 | 7423 | 7399 | 7375 | 7352 | 7328 | 7305 | 7282 | 7258 | 7235 | 21 19 16 | 14 12 9  | 7 5 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 19 | 7212 | 7190 | 7167 | 7144 | 7122 | 7100 | 7077 | 7055 | 7033 | 7011 | 20 18 16 | 13 11 9  | 7 4 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 20 | 6990 | 6968 | 6946 | 6925 | 6904 | 6882 | 6861 | 6840 | 6819 | 6799 | 19 17 15 | 13 11 8  | 6 4 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 21 | 6778 | 6757 | 6737 | 6716 | 6696 | 6676 | 6655 | 6635 | 6615 | 6596 | 18 16 14 | 12 10 8  | 6 4 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 22 | 6576 | 6556 | 6536 | 6517 | 6498 | 6478 | 6459 | 6440 | 6421 | 6402 | 17 15 14 | 12 10 8  | 6 4 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 23 | 6383 | 6364 | 6345 | 6326 | 6308 | 6289 | 6271 | 6253 | 6234 | 6216 | 17 15 13 | 11 9 7   | 6 4 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 24 | 6198 | 6180 | 6162 | 6144 | 6126 | 6108 | 6091 | 6073 | 6055 | 6038 | 16 14 12 | 11 9 7   | 5 4 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 25 | 6021 | 6003 | 5986 | 5969 | 5952 | 5935 | 5918 | 5901 | 5884 | 5867 | 15 14 12 | 10 9 7   | 5 3 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 26 | 5850 | 5834 | 5817 | 5800 | 5784 | 5768 | 5751 | 5735 | 5719 | 5702 | 15 13 11 | 10 8 7   | 5 3 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 27 | 5686 | 5670 | 5654 | 5638 | 5622 | 5607 | 5591 | 5575 | 5560 | 5544 | 14 13 11 | 9 8 6    | 5 3 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 28 | 5528 | 5513 | 5498 | 5482 | 5467 | 5452 | 5436 | 5421 | 5406 | 5391 | 14 12 11 | 9 8 6    | 5 3 2  |   |   |   |   |   |   |   |
| 29 | 5376 | 5361 | 5346 | 5331 | 5317 | 5302 | 5287 | 5272 | 5258 | 5243 | 13 12 10 | 9 7 6    | 4 3 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 30 | 5229 | 5214 | 5200 | 5186 | 5171 | 5157 | 5143 | 5129 | 5114 | 5100 | 13 11 10 | 9 7 6    | 4 3 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 31 | 5086 | 5072 | 5058 | 5045 | 5031 | 5017 | 5003 | 4989 | 4976 | 4962 | 12 11 10 | 8 7 6    | 4 3 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 32 | 4949 | 4935 | 4921 | 4908 | 4895 | 4881 | 4868 | 4855 | 4841 | 4828 | 12 11 9  | 8 7 5    | 4 3 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 33 | 4815 | 4802 | 4789 | 4776 | 4763 | 4750 | 4737 | 4724 | 4711 | 4698 | 12 10 9  | 8 6 5    | 4 3 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 34 | 4685 | 4672 | 4660 | 4647 | 4634 | 4622 | 4609 | 4597 | 4584 | 4572 | 11 10 9  | 8 6 5    | 4 3 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 35 | 4559 | 4547 | 4535 | 4522 | 4510 | 4498 | 4486 | 4473 | 4461 | 4449 | 11 10 9  | 7 6 5    | 4 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 36 | 4437 | 4425 | 4413 | 4401 | 4389 | 4377 | 4365 | 4353 | 4342 | 4330 | 11 10 8  | 7 6 5    | 4 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 37 | 4318 | 4306 | 4295 | 4283 | 4271 | 4260 | 4248 | 4237 | 4225 | 4214 | 10 9 8   | 7 6 5    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 38 | 4202 | 4191 | 4179 | 4168 | 4157 | 4145 | 4134 | 4123 | 4112 | 4101 | 10 9 8   | 7 6 5    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 39 | 4089 | 4078 | 4067 | 4056 | 4045 | 4034 | 4023 | 4012 | 4001 | 3990 | 10 9 8   | 7 5 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 40 | 3979 | 3969 | 3958 | 3947 | 3936 | 3925 | 3915 | 3904 | 3893 | 3883 | 10 9 8   | 6 5 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 41 | 3872 | 3862 | 3851 | 3840 | 3830 | 3820 | 3809 | 3799 | 3788 | 3778 | 9 8 7    | 6 5 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 42 | 3768 | 3757 | 3747 | 3737 | 3726 | 3716 | 3706 | 3696 | 3686 | 3675 | 9 8 7    | 6 5 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 43 | 3665 | 3655 | 3645 | 3635 | 3625 | 3615 | 3605 | 3595 | 3585 | 3575 | 9 8 7    | 6 5 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 44 | 3565 | 3556 | 3546 | 3536 | 3526 | 3516 | 3507 | 3497 | 3487 | 3478 | 9 8 7    | 6 5 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 45 | 3468 | 3458 | 3449 | 3439 | 3429 | 3420 | 3410 | 3401 | 3391 | 3382 | 9 8 7    | 6 5 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 46 | 3372 | 3363 | 3354 | 3344 | 3335 | 3325 | 3316 | 3307 | 3298 | 3288 | 8 7 7    | 6 5 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 47 | 3279 | 3270 | 3261 | 3251 | 3242 | 3233 | 3224 | 3215 | 3206 | 3197 | 8 7 6    | 5 5 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 48 | 3188 | 3179 | 3170 | 3161 | 3152 | 3143 | 3134 | 3125 | 3116 | 3107 | 8 7 6    | 5 4 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 49 | 3098 | 3089 | 3080 | 3072 | 3063 | 3054 | 3045 | 3036 | 3028 | 3019 | 8 7 6    | 5 4 4    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 50 | 3010 | 3002 | 2993 | 2984 | 2976 | 2967 | 2958 | 2950 | 2941 | 2933 | 8 7 6    | 5 4 3    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 51 | 2924 | 2916 | 2907 | 2899 | 2890 | 2882 | 2874 | 2865 | 2857 | 2848 | 8 7 6    | 5 4 3    | 3 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 52 | 2840 | 2832 | 2823 | 2815 | 2807 | 2798 | 2790 | 2782 | 2774 | 2765 | 7 7 6    | 5 4 3    | 2 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 53 | 2757 | 2749 | 2741 | 2733 | 2725 | 2716 | 2708 | 2700 | 2692 | 2684 | 7 6 6    | 5 4 3    | 2 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |
| 54 | 2676 | 2668 | 2660 | 2652 | 2644 | 2636 | 2628 | 2620 | 2612 | 2604 | 7 6 6    | 5 4 3    | 2 2 1  |   |   |   |   |   |   |   |

# COLOGARITMOS.

| N.  | C.   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 55  | 2596 | 2588 | 2584 | 2573 | 2565 | 2557 | 2549 | 2541 | 2534 | 2526 | 7 | 6 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 56  | 2518 | 2510 | 2503 | 2495 | 2487 | 2480 | 2472 | 2464 | 2457 | 2449 | 7 | 6 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 57  | 2441 | 2434 | 2426 | 2418 | 2411 | 2403 | 2396 | 2388 | 2381 | 2373 | 7 | 6 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 58  | 2366 | 2358 | 2351 | 2343 | 2336 | 2328 | 2321 | 2314 | 2306 | 2299 | 7 | 6 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 59  | 2291 | 2284 | 2277 | 2269 | 2262 | 2255 | 2248 | 2240 | 2233 | 2226 | 7 | 6 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 60  | 2218 | 2211 | 2204 | 2197 | 2190 | 2182 | 2175 | 2168 | 2161 | 2154 | 6 | 6 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 61  | 2147 | 2140 | 2132 | 2125 | 2118 | 2111 | 2104 | 2097 | 2090 | 2083 | 6 | 6 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 62  | 2076 | 2069 | 2062 | 2055 | 2048 | 2041 | 2034 | 2027 | 2020 | 2013 | 6 | 6 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 63  | 2007 | 2000 | 1993 | 1986 | 1979 | 1972 | 1965 | 1959 | 1952 | 1945 | 6 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 64  | 1938 | 1931 | 1925 | 1918 | 1911 | 1904 | 1898 | 1891 | 1884 | 1878 | 6 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 65  | 1871 | 1864 | 1858 | 1851 | 1844 | 1838 | 1831 | 1824 | 1818 | 1811 | 6 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 66  | 1805 | 1798 | 1791 | 1785 | 1778 | 1772 | 1765 | 1759 | 1752 | 1746 | 6 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 67  | 1739 | 1733 | 1726 | 1720 | 1713 | 1707 | 1701 | 1694 | 1688 | 1681 | 6 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 68  | 1675 | 1669 | 1662 | 1656 | 1649 | 1643 | 1637 | 1630 | 1624 | 1618 | 6 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 69  | 1612 | 1605 | 1599 | 1593 | 1586 | 1580 | 1574 | 1568 | 1561 | 1555 | 6 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 70  | 1549 | 1543 | 1537 | 1530 | 1524 | 1518 | 1512 | 1506 | 1500 | 1494 | 6 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 71  | 1487 | 1481 | 1475 | 1469 | 1463 | 1457 | 1451 | 1445 | 1439 | 1433 | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 72  | 1427 | 1421 | 1415 | 1409 | 1403 | 1397 | 1391 | 1385 | 1379 | 1373 | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 73  | 1367 | 1361 | 1355 | 1349 | 1343 | 1337 | 1331 | 1325 | 1319 | 1314 | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 74  | 1308 | 1302 | 1296 | 1290 | 1284 | 1278 | 1273 | 1267 | 1261 | 1255 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 75  | 1249 | 1244 | 1238 | 1232 | 1226 | 1221 | 1215 | 1209 | 1203 | 1198 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 76  | 1192 | 1186 | 1180 | 1175 | 1169 | 1163 | 1158 | 1152 | 1146 | 1141 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 77  | 1135 | 1129 | 1124 | 1118 | 1113 | 1107 | 1101 | 1096 | 1090 | 1085 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 78  | 1079 | 1073 | 1068 | 1062 | 1057 | 1051 | 1046 | 1040 | 1035 | 1029 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 79  | 1024 | 1018 | 1013 | 1007 | 1002 | 0996 | 0991 | 0985 | 0980 | 0975 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 80  | 0969 | 0964 | 0958 | 0953 | 0947 | 0942 | 0937 | 0931 | 0926 | 0921 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 81  | 0915 | 0910 | 0904 | 0899 | 0894 | 0888 | 0883 | 0878 | 0872 | 0867 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 82  | 0862 | 0857 | 0851 | 0846 | 0841 | 0835 | 0830 | 0825 | 0820 | 0814 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 83  | 0809 | 0804 | 0799 | 0794 | 0788 | 0783 | 0778 | 0773 | 0768 | 0762 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 84  | 0757 | 0752 | 0747 | 0742 | 0737 | 0731 | 0726 | 0721 | 0716 | 0711 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 85  | 0706 | 0701 | 0696 | 0691 | 0685 | 0680 | 0675 | 0670 | 0665 | 0660 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 86  | 0655 | 0650 | 0645 | 0640 | 0635 | 0630 | 0625 | 0620 | 0615 | 0610 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 87  | 0605 | 0600 | 0595 | 0590 | 0585 | 0580 | 0575 | 0570 | 0565 | 0560 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 88  | 0555 | 0550 | 0545 | 0540 | 0535 | 0531 | 0526 | 0521 | 0516 | 0511 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 89  | 0506 | 0501 | 0496 | 0491 | 0487 | 0482 | 0477 | 0472 | 0467 | 0462 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 90  | 0458 | 0453 | 0448 | 0443 | 0438 | 0434 | 0429 | 0424 | 0419 | 0414 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 91  | 0410 | 0405 | 0400 | 0395 | 0391 | 0386 | 0381 | 0376 | 0372 | 0367 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 92  | 0362 | 0357 | 0353 | 0348 | 0343 | 0339 | 0334 | 0329 | 0325 | 0320 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 93  | 0315 | 0311 | 0306 | 0301 | 0297 | 0292 | 0287 | 0283 | 0278 | 0273 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 94  | 0269 | 0264 | 0259 | 0255 | 0250 | 0246 | 0241 | 0237 | 0232 | 0227 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 95  | 0223 | 0218 | 0214 | 0209 | 0205 | 0200 | 0195 | 0191 | 0186 | 0182 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 96  | 0177 | 0173 | 0168 | 0164 | 0159 | 0155 | 0150 | 0146 | 0141 | 0137 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 97  | 0132 | 0128 | 0123 | 0119 | 0114 | 0110 | 0106 | 0101 | 0097 | 0092 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 98  | 0088 | 0083 | 0079 | 0074 | 0070 | 0066 | 0061 | 0057 | 0052 | 0048 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 99  | 0044 | 0039 | 0035 | 0031 | 0026 | 0022 | 0017 | 0013 | 0009 | 0004 | 4 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 100 | 0000 | 9996 | 9991 | 9987 | 9983 | 9978 | 9974 | 9970 | 9965 | 9961 | 4 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 |

## RELACIONES COLOGARÍTMICAS.

---

$$\text{clg} (m \times n) = \text{clg} m + \text{clg} n$$

$$\text{lg} (m : n) = \text{lg} m + \text{clg} n$$

$$\text{clg} (m : n) = \text{clg} m + \text{lg} n$$

$$\text{clg} m^n = (\text{clg} m) \times n$$

$$\text{clg} \sqrt[n]{m} = (\text{clg} m) : n$$

$$\text{clg} (m : n) = \text{clg} (\text{lg} m : \text{lg} n)$$

III

TABLA

DE

ANTILOGARITMOS.

# ANTILOGARITMOS

| L. | N.0  | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | 1000 | 1002 | 1005 | 1007 | 1009 | 1012 | 1014 | 1016 | 1019 | 1021 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 01 | 1023 | 1026 | 1028 | 1030 | 1033 | 1035 | 1038 | 1040 | 1042 | 1043 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 02 | 1047 | 1050 | 1052 | 1054 | 1057 | 1059 | 1062 | 1064 | 1067 | 1069 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 03 | 1072 | 1074 | 1076 | 1079 | 1081 | 1084 | 1086 | 1089 | 1091 | 1094 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 04 | 1096 | 1099 | 1102 | 1104 | 1107 | 1109 | 1112 | 1114 | 1117 | 1119 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 05 | 1122 | 1125 | 1127 | 1130 | 1132 | 1135 | 1138 | 1140 | 1143 | 1146 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 06 | 1148 | 1151 | 1153 | 1156 | 1159 | 1161 | 1164 | 1167 | 1169 | 1172 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 07 | 1175 | 1178 | 1180 | 1183 | 1186 | 1189 | 1191 | 1194 | 1197 | 1199 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 08 | 1202 | 1205 | 1208 | 1211 | 1213 | 1216 | 1219 | 1222 | 1225 | 1227 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 09 | 1230 | 1233 | 1236 | 1239 | 1242 | 1245 | 1247 | 1250 | 1253 | 1256 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 10 | 1259 | 1262 | 1265 | 1268 | 1271 | 1274 | 1276 | 1279 | 1282 | 1285 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 11 | 1288 | 1291 | 1294 | 1297 | 1300 | 1303 | 1306 | 1309 | 1312 | 1315 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 12 | 1318 | 1321 | 1324 | 1327 | 1330 | 1334 | 1337 | 1340 | 1343 | 1346 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 13 | 1349 | 1352 | 1355 | 1358 | 1361 | 1365 | 1368 | 1371 | 1374 | 1377 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 14 | 1380 | 1384 | 1387 | 1390 | 1393 | 1396 | 1400 | 1403 | 1406 | 1409 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 15 | 1413 | 1416 | 1419 | 1422 | 1426 | 1429 | 1432 | 1435 | 1439 | 1442 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 16 | 1445 | 1449 | 1452 | 1455 | 1459 | 1462 | 1466 | 1469 | 1472 | 1476 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 17 | 1479 | 1483 | 1486 | 1489 | 1493 | 1496 | 1500 | 1503 | 1507 | 1510 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 18 | 1514 | 1517 | 1521 | 1524 | 1528 | 1531 | 1535 | 1538 | 1542 | 1545 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 19 | 1549 | 1552 | 1556 | 1560 | 1563 | 1567 | 1570 | 1574 | 1578 | 1581 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 20 | 1585 | 1589 | 1592 | 1596 | 1600 | 1603 | 1607 | 1611 | 1614 | 1618 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 21 | 1622 | 1626 | 1629 | 1633 | 1637 | 1641 | 1644 | 1648 | 1652 | 1656 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 22 | 1660 | 1663 | 1667 | 1671 | 1675 | 1679 | 1683 | 1687 | 1690 | 1694 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 23 | 1698 | 1702 | 1706 | 1710 | 1714 | 1718 | 1722 | 1726 | 1730 | 1734 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 24 | 1738 | 1742 | 1746 | 1750 | 1754 | 1758 | 1762 | 1766 | 1770 | 1774 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 25 | 1778 | 1782 | 1786 | 1791 | 1795 | 1799 | 1803 | 1807 | 1811 | 1816 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 26 | 1820 | 1824 | 1828 | 1832 | 1837 | 1841 | 1845 | 1849 | 1854 | 1858 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| 27 | 1862 | 1866 | 1871 | 1875 | 1879 | 1884 | 1888 | 1892 | 1897 | 1901 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| 28 | 1905 | 1910 | 1914 | 1919 | 1923 | 1928 | 1932 | 1936 | 1941 | 1945 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 29 | 1950 | 1954 | 1959 | 1963 | 1968 | 1972 | 1977 | 1982 | 1986 | 1991 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 30 | 1995 | 2000 | 2004 | 2009 | 2014 | 2018 | 2023 | 2028 | 2032 | 2037 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 31 | 2042 | 2046 | 2051 | 2056 | 2061 | 2065 | 2070 | 2075 | 2080 | 2084 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 32 | 2089 | 2094 | 2099 | 2104 | 2109 | 2113 | 2118 | 2123 | 2128 | 2133 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 33 | 2138 | 2143 | 2148 | 2153 | 2158 | 2163 | 2168 | 2173 | 2178 | 2183 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 34 | 2188 | 2193 | 2198 | 2203 | 2208 | 2213 | 2218 | 2223 | 2228 | 2234 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 35 | 2239 | 2244 | 2249 | 2254 | 2259 | 2265 | 2270 | 2275 | 2280 | 2286 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 36 | 2291 | 2296 | 2301 | 2307 | 2312 | 2317 | 2323 | 2328 | 2333 | 2339 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 37 | 2344 | 2350 | 2355 | 2360 | 2366 | 2371 | 2377 | 2382 | 2388 | 2393 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 38 | 2399 | 2404 | 2410 | 2415 | 2421 | 2427 | 2432 | 2438 | 2443 | 2449 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 39 | 2455 | 2460 | 2466 | 2472 | 2477 | 2483 | 2489 | 2495 | 2500 | 2506 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 40 | 2512 | 2518 | 2523 | 2529 | 2535 | 2541 | 2547 | 2553 | 2559 | 2564 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 41 | 2570 | 2576 | 2582 | 2588 | 2594 | 2600 | 2606 | 2612 | 2618 | 2624 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 42 | 2630 | 2636 | 2642 | 2649 | 2655 | 2661 | 2667 | 2673 | 2679 | 2685 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 43 | 2692 | 2698 | 2704 | 2710 | 2716 | 2723 | 2729 | 2735 | 2742 | 2748 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 44 | 2754 | 2761 | 2767 | 2773 | 2780 | 2786 | 2793 | 2799 | 2805 | 2812 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 45 | 2818 | 2825 | 2831 | 2838 | 2844 | 2851 | 2858 | 2864 | 2871 | 2877 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 46 | 2884 | 2891 | 2897 | 2904 | 2911 | 2917 | 2924 | 2931 | 2938 | 2944 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 47 | 2951 | 2958 | 2965 | 2972 | 2979 | 2985 | 2992 | 2999 | 3006 | 3013 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 48 | 3020 | 3027 | 3034 | 3041 | 3048 | 3053 | 3062 | 3069 | 3076 | 3083 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 49 | 3090 | 3097 | 3105 | 3112 | 3119 | 3126 | 3133 | 3141 | 3148 | 3155 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |

# ANTILOGARITMOS.

| L. | N.0  | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| 50 | 3162 | 3170 | 3177 | 3184 | 3192 | 3199 | 3206 | 3214 | 3221 | 3228 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 51 | 3236 | 3243 | 3251 | 3258 | 3266 | 3273 | 3281 | 3289 | 3296 | 3304 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4  | 5  | 5  | 6  | 7  |
| 52 | 3311 | 3319 | 3327 | 3334 | 3342 | 3350 | 3357 | 3365 | 3373 | 3381 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4  | 5  | 5  | 6  | 7  |
| 53 | 3388 | 3396 | 3404 | 3412 | 3420 | 3428 | 3436 | 3443 | 3451 | 3459 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 6  | 7  |
| 54 | 3467 | 3475 | 3483 | 3491 | 3499 | 3508 | 3516 | 3524 | 3532 | 3540 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 6  | 7  |
| 55 | 3548 | 3556 | 3563 | 3573 | 3581 | 3589 | 3597 | 3606 | 3614 | 3622 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 7  |
| 56 | 3631 | 3639 | 3648 | 3656 | 3664 | 3673 | 3681 | 3690 | 3698 | 3707 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |
| 57 | 3715 | 3724 | 3733 | 3741 | 3750 | 3758 | 3767 | 3776 | 3784 | 3793 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |
| 58 | 3802 | 3811 | 3819 | 3828 | 3837 | 3846 | 3855 | 3864 | 3873 | 3882 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |
| 59 | 3890 | 3899 | 3908 | 3917 | 3926 | 3936 | 3945 | 3954 | 3963 | 3972 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 5  | 6  | 7  | 8  |
| 60 | 3981 | 3990 | 3999 | 4009 | 4018 | 4027 | 4036 | 4046 | 4055 | 4064 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 6  | 7  | 8  |
| 61 | 4074 | 4083 | 4093 | 4102 | 4111 | 4121 | 4130 | 4140 | 4150 | 4159 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 62 | 4169 | 4178 | 4188 | 4198 | 4207 | 4217 | 4227 | 4236 | 4246 | 4256 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 63 | 4266 | 4276 | 4285 | 4295 | 4305 | 4315 | 4325 | 4335 | 4345 | 4355 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 64 | 4365 | 4375 | 4385 | 4395 | 4406 | 4416 | 4426 | 4436 | 4446 | 4457 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 65 | 4467 | 4477 | 4487 | 4498 | 4508 | 4519 | 4529 | 4539 | 4550 | 4560 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 66 | 4571 | 4581 | 4592 | 4603 | 4613 | 4624 | 4634 | 4645 | 4656 | 4667 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 9  | 10 |
| 67 | 4677 | 4688 | 4699 | 4710 | 4721 | 4732 | 4742 | 4753 | 4764 | 4775 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 68 | 4786 | 4797 | 4808 | 4819 | 4831 | 4842 | 4853 | 4864 | 4875 | 4887 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 69 | 4898 | 4909 | 4920 | 4932 | 4943 | 4955 | 4966 | 4977 | 4989 | 5000 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 70 | 5012 | 5023 | 5035 | 5047 | 5058 | 5070 | 5082 | 5093 | 5105 | 5117 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 11 |
| 71 | 5129 | 5140 | 5152 | 5164 | 5176 | 5188 | 5200 | 5212 | 5224 | 5236 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 10 | 11 |
| 72 | 5248 | 5260 | 5272 | 5284 | 5297 | 5309 | 5321 | 5333 | 5346 | 5358 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6  | 7  | 9  | 10 | 11 |
| 73 | 5370 | 5383 | 5395 | 5408 | 5420 | 5433 | 5445 | 5458 | 5470 | 5483 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6  | 8  | 9  | 10 | 11 |
| 74 | 5495 | 5508 | 5521 | 5534 | 5546 | 5559 | 5572 | 5585 | 5598 | 5610 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6  | 8  | 9  | 10 | 12 |
| 75 | 5623 | 5636 | 5649 | 5662 | 5675 | 5689 | 5702 | 5715 | 5728 | 5741 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7  | 8  | 9  | 10 | 12 |
| 76 | 5754 | 5768 | 5781 | 5794 | 5808 | 5821 | 5834 | 5848 | 5861 | 5875 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7  | 8  | 9  | 11 | 12 |
| 77 | 5888 | 5902 | 5916 | 5929 | 5943 | 5957 | 5970 | 5984 | 5998 | 6012 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7  | 8  | 10 | 11 | 12 |
| 78 | 6026 | 6039 | 6053 | 6067 | 6081 | 6095 | 6109 | 6124 | 6138 | 6152 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7  | 8  | 10 | 11 | 13 |
| 79 | 6166 | 6180 | 6194 | 6209 | 6223 | 6237 | 6252 | 6266 | 6281 | 6295 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7  | 9  | 10 | 11 | 13 |
| 80 | 6310 | 6324 | 6339 | 6353 | 6368 | 6383 | 6397 | 6412 | 6427 | 6442 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7  | 9  | 10 | 12 | 13 |
| 81 | 6457 | 6471 | 6486 | 6501 | 6516 | 6531 | 6546 | 6561 | 6577 | 6592 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8  | 9  | 11 | 12 | 14 |
| 82 | 6607 | 6622 | 6637 | 6653 | 6668 | 6683 | 6699 | 6714 | 6730 | 6745 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8  | 9  | 11 | 12 | 14 |
| 83 | 6761 | 6776 | 6792 | 6808 | 6823 | 6839 | 6855 | 6871 | 6887 | 6902 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8  | 9  | 11 | 13 | 14 |
| 84 | 6918 | 6934 | 6950 | 6966 | 6982 | 6998 | 7015 | 7031 | 7047 | 7063 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8  | 10 | 11 | 13 | 15 |
| 85 | 7079 | 7096 | 7112 | 7129 | 7145 | 7161 | 7178 | 7194 | 7211 | 7228 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8  | 10 | 12 | 13 | 15 |
| 86 | 7244 | 7261 | 7278 | 7295 | 7311 | 7328 | 7345 | 7362 | 7379 | 7396 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8  | 10 | 12 | 13 | 15 |
| 87 | 7413 | 7430 | 7447 | 7464 | 7482 | 7499 | 7516 | 7534 | 7551 | 7568 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9  | 10 | 12 | 14 | 16 |
| 88 | 7586 | 7603 | 7621 | 7638 | 7656 | 7674 | 7691 | 7709 | 7727 | 7745 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9  | 11 | 12 | 14 | 16 |
| 89 | 7762 | 7780 | 7798 | 7816 | 7834 | 7852 | 7870 | 7889 | 7907 | 7925 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9  | 11 | 13 | 14 | 16 |
| 90 | 7943 | 7962 | 7980 | 7998 | 8017 | 8035 | 8054 | 8072 | 8091 | 8110 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9  | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 91 | 8128 | 8147 | 8166 | 8185 | 8204 | 8222 | 8241 | 8260 | 8279 | 8299 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9  | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 92 | 8318 | 8337 | 8356 | 8375 | 8395 | 8414 | 8433 | 8453 | 8472 | 8492 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 |
| 93 | 8511 | 8531 | 8551 | 8570 | 8590 | 8610 | 8630 | 8650 | 8670 | 8690 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 94 | 8710 | 8730 | 8750 | 8770 | 8790 | 8810 | 8831 | 8851 | 8872 | 8892 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 95 | 8913 | 8933 | 8954 | 8974 | 8995 | 9016 | 9036 | 9057 | 9078 | 9099 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 15 | 17 | 19 |
| 96 | 9120 | 9141 | 9162 | 9183 | 9204 | 9226 | 9247 | 9268 | 9290 | 9311 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 97 | 9333 | 9354 | 9376 | 9397 | 9419 | 9441 | 9462 | 9484 | 9506 | 9528 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 20 |
| 98 | 9550 | 9572 | 9594 | 9616 | 9638 | 9661 | 9683 | 9705 | 9727 | 9750 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 20 |
| 99 | 9772 | 9795 | 9817 | 9840 | 9863 | 9886 | 9908 | 9931 | 9954 | 9977 | 2 | 5 | 7 | 9 | 11 | 14 | 16 | 18 | 20 |

RELACIONES ANTILOGARÍTMICAS.

---

$$m n = \text{antlg} (\lg m + \lg n)$$

$$m : n = \text{antlg} (\lg m - \lg n)$$

$$m^n = \text{antlg} (n \lg m)$$

$$\sqrt[n]{m} = \text{antlg} \frac{\lg m}{n}$$

$$m : n = \lg m : \lg n$$

~~~~~

GABINET MATEMATYCZNY
Towarzystwa Naukowego Warszawskiego

IV

TABLA

DE

LOGARITMOS

ADITIVOS.

LOGARITMOS ADITIVOS.

D.	A.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0-00	0-3010	3005	3000	2995	2990	2985	2980	2975	2970	2966	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
01	2961	2956	2951	2946	2941	2936	2931	2926	2921	2916	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
02	2911	2907	2902	2897	2892	2887	2882	2877	2873	2868	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
03	2863	2858	2853	2848	2844	2839	2834	2829	2824	2820	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
04	2815	2810	2805	2801	2796	2791	2786	2782	2777	2772	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
05	2767	2763	2758	2753	2749	2744	2739	2735	2730	2725	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
06	2721	2716	2711	2707	2702	2697	2693	2688	2684	2679	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
07	2674	2670	2665	2661	2656	2651	2647	2642	2638	2633	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
08	2629	2624	2620	2615	2611	2606	2602	2597	2593	2588	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
09	2584	2579	2575	2570	2566	2561	2557	2552	2548	2543	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
0-10	2539	2535	2530	2526	2521	2517	2513	2508	2504	2499	4	4	3	3	2	2	1	1	0	
11	2495	2491	2486	2482	2478	2473	2469	2465	2460	2456	4	3	3	3	2	2	1	1	0	
12	2452	2447	2443	2439	2434	2430	2426	2422	2417	2413	4	3	3	3	2	2	1	1	0	
13	2409	2405	2400	2396	2392	2388	2383	2379	2375	2371	4	3	3	3	2	2	1	1	0	
14	2366	2362	2358	2354	2350	2346	2341	2337	2333	2329	4	3	3	3	2	2	1	1	0	
15	2325	2321	2316	2312	2308	2304	2300	2296	2292	2288	4	3	3	2	2	2	1	1	0	
16	2284	2279	2275	2271	2267	2263	2259	2255	2251	2247	4	3	3	2	2	2	1	1	0	
17	2243	2239	2235	2231	2227	2223	2219	2215	2211	2207	4	3	3	2	2	2	1	1	0	
18	2203	2199	2195	2191	2187	2183	2179	2175	2171	2167	4	3	3	2	2	2	1	1	0	
19	2163	2159	2156	2152	2148	2144	2140	2136	2132	2128	4	3	3	2	2	2	1	1	0	
0-20	2124	2121	2117	2113	2109	2105	2101	2097	2094	2090	3	3	3	2	2	2	1	1	0	
21	2086	2082	2078	2075	2071	2067	2063	2059	2056	2052	3	3	3	2	2	2	1	1	0	
22	2048	2044	2041	2037	2033	2029	2026	2022	2018	2015	3	3	3	2	2	1	1	1	0	
23	2011	2007	2003	2000	1996	1992	1989	1985	1981	1978	3	3	3	2	2	1	1	1	0	
24	1974	1970	1967	1963	1959	1956	1952	1949	1945	1941	3	3	3	2	2	1	1	1	0	
25	1938	1934	1931	1927	1923	1920	1916	1913	1909	1906	3	3	3	2	2	1	1	1	0	
26	1902	1898	1895	1891	1888	1884	1881	1877	1874	1870	3	3	2	2	2	1	1	1	0	
27	1867	1863	1860	1856	1853	1849	1846	1842	1839	1836	3	3	2	2	2	1	1	1	0	
28	1832	1829	1825	1822	1818	1815	1812	1808	1805	1801	3	3	2	2	2	1	1	1	0	
29	1798	1795	1791	1788	1784	1781	1778	1774	1771	1768	3	3	2	2	2	1	1	1	0	
0-30	1764	1761	1758	1754	1751	1748	1744	1741	1738	1735	3	3	2	2	2	1	1	1	0	
31	1731	1728	1725	1721	1718	1715	1712	1708	1705	1702	3	3	2	2	2	1	1	1	0	
32	1699	1695	1692	1689	1686	1682	1679	1676	1673	1670	3	3	2	2	2	1	1	1	0	
33	1666	1663	1660	1657	1654	1651	1647	1644	1641	1638	3	3	2	2	2	1	1	1	0	
34	1635	1632	1629	1625	1622	1619	1616	1613	1610	1607	3	2	2	2	2	1	1	1	0	
35	1604	1601	1598	1594	1591	1588	1585	1582	1579	1576	3	2	2	2	2	1	1	1	0	
36	1573	1570	1567	1564	1561	1558	1555	1552	1549	1546	3	2	2	2	2	1	1	1	0	
37	1543	1540	1537	1534	1531	1528	1525	1522	1519	1516	3	2	2	2	1	1	1	1	0	
38	1513	1510	1507	1504	1502	1499	1496	1493	1490	1487	3	2	2	2	1	1	1	1	0	
39	1484	1481	1478	1475	1473	1470	1467	1464	1461	1458	3	2	2	2	1	1	1	1	0	
0-40	1455	1453	1450	1447	1444	1441	1438	1436	1433	1430	3	2	2	2	1	1	1	1	0	
41	1427	1424	1422	1419	1416	1413	1410	1408	1405	1402	3	2	2	2	1	1	1	1	0	
42	1399	1397	1394	1391	1388	1386	1383	1380	1377	1375	2	2	2	2	1	1	1	1	0	
43	1372	1369	1367	1364	1361	1359	1356	1353	1351	1348	2	2	2	2	1	1	1	1	0	
44	1345	1343	1340	1337	1335	1332	1329	1327	1324	1321	2	2	2	2	1	1	1	1	0	
45	1319	1316	1314	1311	1308	1306	1303	1301	1298	1295	2	2	2	2	1	1	1	1	0	
46	1293	1290	1288	1285	1283	1280	1277	1275	1272	1270	2	2	2	2	1	1	1	1	0	
47	1267	1265	1262	1260	1257	1255	1252	1250	1247	1245	2	2	2	2	1	1	1	1	0	
48	1242	1240	1237	1235	1232	1230	1227	1225	1222	1220	2	2	2	2	1	1	1	1	0	
49	1218	1215	1213	1210	1208	1205	1203	1201	1198	1196	2	2	2	2	1	1	1	1	0	

LOGARITMOS ADITIVOS.

D.	A.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.50	0.1193	1191	1189	1186	1184	1181	1179	1177	1174	1172	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0
51	1169	1167	1165	1162	1160	1158	1155	1153	1151	1148	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0
52	1146	1144	1141	1139	1137	1135	1132	1130	1128	1125	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0
53	1123	1121	1119	1116	1114	1112	1110	1107	1105	1103	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0
54	1101	1098	1096	1094	1092	1089	1087	1085	1083	1081	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0
55	1078	1076	1074	1072	1070	1067	1065	1063	1061	1059	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0
56	1057	1054	1052	1050	1048	1046	1044	1042	1039	1037	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
57	1035	1033	1031	1029	1027	1023	1022	1020	1018	1016	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
58	1014	1012	1010	1008	1006	1004	1002	1000	0998	0996	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
59	0993	0991	0989	0987	0985	0983	0981	0979	0977	0975	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
0.60	0973	0971	0969	0967	0965	0963	0961	0959	0957	0955	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
61	0953	0951	0949	0947	0945	0944	0942	0940	0938	0936	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
62	0934	0932	0930	0928	0926	0924	0922	0920	0918	0917	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
63	0915	0913	0911	0909	0907	0905	0903	0901	0900	0898	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0
64	0896	0894	0892	0890	0888	0887	0885	0883	0881	0879	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0
65	0877	0876	0874	0872	0870	0868	0866	0865	0863	0861	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0
66	0859	0857	0856	0854	0852	0850	0849	0847	0845	0843	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0
67	0841	0840	0838	0836	0834	0833	0831	0829	0827	0826	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0
68	0824	0822	0821	0819	0817	0815	0814	0812	0810	0809	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0
69	0807	0805	0804	0802	0800	0798	0797	0795	0793	0792	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0.70	0790	0788	0787	0785	0783	0782	0780	0779	0777	0775	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0.7	0790	0774	0757	0742	0726	0714	0696	0681	0667	0653	14	12	11	9	8	6	5	3	2	
0.8	0639	0625	0612	0599	0586	0574	0562	0550	0538	0526	11	10	9	7	6	5	4	2	1	
0.9	0515	0504	0493	0482	0472	0462	0452	0442	0432	0423	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
1.0	0414	0405	0396	0387	0379	0371	0363	0355	0347	0339	7	7	6	5	4	3	2	2	1	
1	0332	0325	0318	0311	0304	0297	0291	0284	0278	0272	6	5	5	4	3	3	2	1	1	
2	0266	0260	0254	0248	0243	0238	0232	0227	0222	0217	5	4	4	3	3	2	2	1	1	
3	0212	0208	0203	0199	0194	0190	0186	0181	0177	0173	4	3	3	3	2	2	1	1	0	
4	0170	0166	0162	0158	0155	0151	0148	0145	0141	0138	3	3	2	2	2	1	1	1	0	
5	0135	0132	0129	0126	0123	0121	0118	0115	0113	0110	2	2	2	2	1	1	1	1	0	
6	0108	0105	0103	0101	0098	0096	0094	0092	0090	0088	2	2	2	1	1	1	1	0	0	
7	0086	0084	0082	0080	0078	0077	0075	0073	0071	0070	2	1	1	1	1	1	1	0	0	
8	0068	0067	0065	0064	0062	0061	0060	0058	0057	0056	1	1	1	1	1	1	0	0	0	
9	0054	0053	0052	0051	0050	0048	0047	0046	0045	0044	1	1	1	1	1	0	0	0	0	
2.0	0043	0042	0041	0040	0039	0039	0038	0037	0036	0035	1	1	1	1	0	0	0	0	0	
1	0034	0034	0033	0032	0031	0031	0030	0029	0029	0028	1	1	0	0	0	0	0	0	0	
2	0027	0027	0026	0025	0025	0024	0024	0023	0023	0022	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
3	0022	0021	0021	0020	0020	0019	0019	0018	0018	0018	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	0017	0017	0016	0016	0016	0015	0015	0015	0014	0014	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	0014	0013	0013	0013	0013	0012	0012	0012	0011	0011	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	0011	0011	0010	0010	0010	0010	0009	0009	0009	0009	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7	0009	0008	0008	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	0007	0007	0007	0006	0006	0006	0006	0006	0006	0006	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
3.	0004	0003	0003	0002	0002	0001	0001	0001	0001	0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

RELACIONES LOGARÍTMICAS

DE

ADICIÓN.

$$\lg m - \lg n = D$$

$$\lg (m + n) = \lg m + \lg \text{ad } D$$



V

TABLA

DE

LOGARITMOS

SUSTRACTIVOS.

LOGARITMOS SUSTRACTIVOS.

D.	S.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	00	—	2	6383	3378	1622	0377	9443	8626	7962	7387	6880	-	-	-	-	-	-	-	-
0	01	1	6428	6019	5646	5303	4986	4692	4416	4158	3915	3685	-	-	-	-	-	-	-	-
0	02		3467	3260	3063	2875	2695	2523	2357	2199	2046	1898	-	-	-	-	-	-	-	-
0	03		1756	1618	1485	1357	1232	1114	0994	0880	0769	0664	-	-	-	-	-	-	-	-
0	04		0556	0453	0354	0256	0161	0069	9978	9890	9805	9719	-	-	-	-	-	-	-	-
0	05	0	9636	9555	9475	9397	9321	9246	9173	9104	9030	8961	67	60	52	453730	2215	7		
0	06		8893	8826	8760	8696	8632	8570	8508	8448	8388	8330	56	50	44	373125	1912	6		
0	07		8272	8215	8160	8105	8050	7997	7944	7892	7841	7791	48	43	37	322721	1611	5		
0	08		7741	7692	7643	7595	7548	7502	7456	7410	7366	7321	42	37	32	282319	14	9		
0	09		7278	7234	7192	7150	7108	7067	7026	6986	6946	6907	37	33	29	252116	12	8		
0	10		6868	6830	6792	6754	6717	6680	6644	6608	6572	6537	33	29	26	221815	11	7		
0	11		6502	6468	6434	6400	6366	6333	6300	6268	6236	6204	30	26	23	201713	10	7		
0	12		6172	6141	6110	6079	6049	6019	5989	5959	5930	5904	27	24	21	181542	9	6		
0	13		5872	5844	5815	5787	5760	5732	5705	5678	5651	5624	25	22	19	161441	8	5		
0	14		5598	5572	5546	5520	5494	5469	5444	5419	5394	5370	23	20	18	151310	8	5		
0	15		5345	5321	5297	5273	5250	5227	5203	5180	5157	5133	21	19	16	1412	9	7		
0	16		5112	5090	5068	5046	5024	5002	4980	4959	4938	4917	19	17	15	1311	9	6		
0	17		4896	4875	4854	4834	4813	4793	4773	4753	4733	4714	18	16	14	1210	8	6		
0	18		4694	4675	4655	4636	4617	4598	4580	4561	4542	4524	17	15	13	11	9	8		
0	19		4506	4488	4470	4452	4434	4416	4398	4381	4364	4346	16	14	12	11	9	7		
0	20		4329	4312	4295	4278	4262	4245	4229	4212	4196	4180	15	13	12	10	8	7		
0	21		4163	4147	4131	4116	4100	4084	4069	4053	4038	4022	14	12	11	9	8	6		
0	22		4007	3992	3977	3962	3947	3933	3918	3903	3889	3874	13	12	10	9	7	6		
0	23		3860	3846	3831	3817	3803	3789	3775	3762	3748	3734	13	11	10	8	7	6		
0	24		3721	3707	3694	3680	3667	3654	3641	3627	3614	3602	12	11	9	8	7	5		
0	25		3589	3576	3563	3550	3538	3525	3513	3500	3488	3476	11	10	9	8	6	5		
0	26		3463	3451	3439	3427	3415	3403	3391	3380	3368	3356	11	10	8	7	6	5		
0	27		3344	3333	3321	3310	3299	3287	3276	3265	3253	3242	10	9	8	7	6	5		
0	28		3231	3220	3209	3198	3188	3177	3166	3155	3143	3134	10	9	8	6	5	4		
0	29		3123	3113	3103	3092	3082	3071	3061	3051	3041	3031	9	8	7	6	5	4		
0	30		3021	3011	3001	2991	2981	2971	2961	2951	2942	2932	9	8	7	6	5	4		
0	31		2922	2913	2903	2894	2884	2875	2866	2856	2847	2838	8	8	7	6	5	4		
0	32		2829	2819	2810	2801	2792	2783	2774	2765	2756	2748	8	7	6	5	4	3		
0	33		2739	2730	2721	2713	2704	2695	2687	2678	2670	2661	8	7	6	5	4	3		
0	34		2653	2644	2636	2628	2619	2611	2603	2595	2586	2578	7	7	6	5	4	3		
0	35		2570	2562	2554	2546	2538	2530	2522	2515	2507	2499	7	6	6	5	4	3		
0	36		2491	2483	2476	2468	2460	2453	2445	2438	2430	2423	7	6	5	5	4	3		
0	37		2415	2408	2400	2393	2386	2378	2371	2364	2357	2350	7	6	5	4	4	3		
0	38		2342	2335	2328	2321	2314	2307	2300	2293	2286	2279	6	6	5	4	4	3		
0	39		2272	2265	2259	2252	2245	2238	2231	2225	2218	2211	6	5	5	4	3	3		
0	40		2205	2198	2192	2185	2179	2172	2166	2159	2153	2146	6	5	5	4	3	3		
0	41		2140	2134	2127	2121	2115	2108	2102	2096	2090	2084	6	5	4	4	3	3		
0	42		2077	2071	2065	2059	2053	2047	2041	2035	2029	2023	5	5	4	4	3	2		
0	43		2017	2011	2005	2000	1994	1988	1982	1976	1971	1965	5	5	4	3	3	2		
0	44		1959	1953	1948	1942	1937	1931	1925	1920	1914	1909	5	4	4	3	3	2		
0	45		1903	1898	1892	1887	1881	1876	1870	1865	1860	1854	5	4	4	3	3	2		
0	46		1849	1844	1839	1833	1828	1823	1818	1812	1807	1802	5	4	4	3	3	2		
0	47		1797	1792	1787	1782	1777	1772	1767	1762	1757	1752	5	4	4	3	3	2		
0	48		1747	1742	1737	1732	1727	1722	1717	1712	1708	1703	4	4	3	3	2	2		
0	49		1698	1693	1688	1684	1679	1674	1670	1665	1660	1656	4	4	3	3	2	2		

LOGARITMOS SUSTRACTIVOS.

D.	S.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0-50	0	1654	1646	1642	1637	1633	1628	1623	1619	1614	1610	4	4	3	3	2	2	1	1	0
51		1605	1601	1596	1592	1588	1583	1579	1574	1570	1566	4	4	3	3	2	2	1	1	0
52		1561	1557	1553	1549	1544	1540	1536	1531	1527	1523	4	3	3	3	2	2	1	1	0
53		1519	1515	1511	1506	1502	1498	1494	1490	1486	1482	4	3	3	2	2	2	1	1	0
54		1478	1474	1470	1466	1462	1458	1454	1450	1446	1442	4	3	3	2	2	2	1	1	0
55		1438	1434	1430	1426	1422	1418	1414	1411	1407	1403	3	3	3	2	2	2	1	1	0
56		1399	1395	1392	1388	1384	1380	1377	1373	1369	1365	3	3	3	2	2	1	1	1	0
57		1362	1358	1354	1351	1347	1343	1340	1336	1333	1329	3	3	3	2	2	1	1	1	0
58		1325	1322	1318	1315	1311	1308	1304	1301	1297	1294	3	3	2	2	2	1	1	1	0
59		1290	1287	1283	1280	1277	1273	1270	1266	1263	1260	3	3	2	2	2	1	1	1	0
0-60		1256	1253	1250	1246	1243	1240	1236	1233	1230	1226	3	3	2	2	2	1	1	1	0
61		1223	1220	1217	1214	1210	1207	1204	1201	1198	1194	3	3	2	2	2	1	1	1	0
62		1191	1188	1185	1182	1179	1176	1172	1169	1166	1163	3	2	2	2	2	1	1	1	0
63		1160	1157	1154	1151	1148	1145	1142	1139	1136	1133	3	2	2	2	2	1	1	1	0
64		1130	1127	1124	1121	1118	1115	1112	1109	1106	1104	3	2	2	2	1	1	1	1	0
65		1101	1098	1095	1092	1089	1086	1084	1081	1078	1075	3	2	2	2	1	1	1	1	0
66		1072	1069	1067	1064	1061	1058	1056	1053	1050	1047	2	2	2	2	1	1	1	1	0
67		1045	1042	1039	1037	1034	1031	1028	1026	1023	1020	2	2	2	2	1	1	1	1	0
68		1018	1015	1013	1010	1007	1005	1002	1000	997	994	2	2	2	2	1	1	1	1	0
69		0992	0989	0987	0984	0982	0979	0977	0974	0972	0969	2	2	2	2	1	1	1	1	0
0-70		0967	0964	0962	0959	0957	0954	0952	0949	0947	0944	2	2	2	1	1	1	1	0	0
0-7		0967	0942	0918	0895	0872	0850	0829	0808	0788	0768	20	17	15	13	11	9	7	4	2
8		0749	0734	0713	0695	0678	0661	0645	0629	0614	0599	15	13	12	10	8	7	5	3	2
9		0584	0570	0556	0543	0530	0517	0504	0492	0480	0469	11	10	9	8	6	5	4	3	1
1-0		0458	0447	0436	0425	0415	0405	0396	0386	0377	0368	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1		0359	0351	0343	0335	0327	0319	0311	0304	0297	0290	7	6	5	5	4	3	2	2	1
2		0283	0276	0270	0264	0257	0251	0245	0240	0234	0229	5	5	4	4	3	2	2	1	1
3		0223	0218	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0185	0181	4	4	3	3	2	2	1	1	0
4		0176	0172	0168	0164	0161	0157	0153	0150	0146	0143	3	3	3	2	2	1	1	1	0
5		0140	0136	0133	0130	0127	0124	0121	0118	0116	0113	3	2	2	2	1	1	1	1	0
6		0110	0108	0105	0103	0101	0098	0096	0094	0092	0090	2	2	2	1	1	1	1	0	0
7		0088	0086	0084	0082	0080	0078	0076	0074	0073	0071	2	1	1	1	1	1	1	0	0
8		0069	0068	0066	0065	0063	0062	0060	0059	0058	0056	1	1	1	1	1	1	0	0	0
9		0055	0054	0053	0051	0050	0049	0048	0047	0046	0045	1	1	1	1	1	0	0	0	0
2-0		0044	0043	0042	0041	0040	0039	0038	0037	0036	0035	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1		0035	0034	0033	0032	0032	0031	0030	0029	0029	0028	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2		0027	0027	0026	0026	0025	0024	0024	0023	0023	0022	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3		0022	0021	0021	0020	0020	0019	0019	0019	0018	0018	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4		0017	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0015	0014	0014	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5		0014	0013	0013	0013	0013	0012	0012	0012	0011	0011	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6		0011	0011	0010	0010	0010	0010	0010	0009	0009	0009	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7		0009	0008	0008	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8		0007	0007	0007	0006	0006	0006	0006	0006	0006	0006	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9		0005	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004	0004	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3-		0004	0003	0003	0002	0002	0001	0001	0001	0001	0001	0	0	0	0	0	0	0	0	0

RELACIONES LOGARÍTMICAS

DE

SUSTRACCIÓN.

$$\lg m - \lg n = D$$

$$\lg (m - n) = \lg m - \lg \text{sust } D$$



VI

TABLA

DE

LOGARITMOS

SENOS Y COSENOS

LOGARITMOS SENOS.

G.	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	—	3-4637	7648	9408	0658	1627	2419	89°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1°	2-2419	3088	3668	4179	4637	5050	5428	88°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2°	5428	5776	6097	6397	6677	6940	7188	87°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3°	7188	7423	7645	7857	8059	8251	8436	86°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4°	8436	8613	8783	8946	9104	9256	9403	85°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5°	9403	9543	9682	9816	9945	0070	0192	84°	13	26	40	53	66	79	92	108	119
6°	1-0192	0311	0426	0539	0648	0755	0859	83°	11	22	33	45	56	67	78	89	100
7°	0859	0961	1060	1157	1252	1345	1436	82°	10	19	29	39	48	58	67	77	87
8°	1436	1525	1612	1697	1781	1863	1943	81°	8	17	25	34	42	51	59	68	76
9°	1943	2022	2100	2176	2251	2324	2397	80°	8	15	23	30	38	45	53	61	68
10°	2397	2468	2538	2606	2674	2740	2806	79°	7	14	20	27	34	41	48	55	61
11°	2806	2870	2934	2997	3058	3119	3179	78°	6	12	19	25	31	37	44	50	56
12°	3179	3238	3296	3353	3410	3466	3521	77°	6	11	17	23	29	34	40	46	51
13°	3521	3575	3629	3682	3734	3786	3837	76°	5	11	16	21	26	32	37	42	47
14°	3837	3887	3937	3986	4035	4083	4130	75°	5	10	15	20	24	29	34	39	44
15°	4130	4177	4223	4269	4314	4359	4403	74°	5	9	14	18	23	27	32	36	41
16°	4403	4447	4491	4533	4576	4618	4659	73°	4	9	13	17	21	26	30	34	38
17°	4659	4700	4741	4781	4821	4861	4900	72°	4	8	12	16	20	24	28	32	36
18°	4900	4939	4977	5015	5052	5090	5126	71°	4	8	11	15	19	23	26	30	34
19°	5126	5163	5199	5235	5270	5306	5341	70°	4	7	11	14	18	21	25	29	32
20°	5341	5375	5409	5443	5477	5510	5543	69°	3	7	10	14	17	20	24	27	30
21°	5543	5576	5609	5641	5673	5704	5736	68°	3	6	10	13	16	19	22	26	29
22°	5736	5767	5798	5828	5859	5889	5919	67°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
23°	5919	5948	5978	6007	6036	6065	6093	66°	3	6	9	12	15	17	20	23	26
24°	6093	6121	6149	6177	6205	6232	6259	65°	3	6	8	11	14	17	19	22	25
25°	6259	6286	6313	6340	6366	6392	6418	64°	3	5	8	11	13	16	19	21	24
26°	6418	6444	6470	6495	6521	6546	6570	63°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
27°	6570	6595	6620	6644	6668	6692	6716	62°	2	5	7	10	12	15	17	19	22
28°	6716	6740	6763	6787	6810	6833	6856	61°	2	5	7	9	12	14	16	19	21
29°	6856	6878	6901	6923	6946	6968	6990	60°	2	4	7	9	11	13	16	18	20
30°	6990	7012	7033	7055	7076	7097	7118	59°	2	4	6	9	11	13	15	17	19
31°	7118	7139	7160	7181	7201	7222	7242	58°	2	4	6	8	10	12	14	16	19
32°	7242	7262	7282	7302	7322	7342	7361	57°	2	4	6	8	10	12	14	16	18
33°	7361	7380	7400	7419	7438	7457	7476	56°	2	4	6	8	10	11	13	15	17
34°	7476	7494	7513	7531	7550	7568	7586	55°	2	4	6	7	9	11	13	15	17
35°	7586	7604	7622	7640	7657	7675	7692	54°	2	4	5	7	9	11	12	14	16
36°	7692	7710	7727	7744	7761	7778	7795	53°	2	3	5	7	9	10	12	14	15
37°	7795	7811	7828	7844	7861	7877	7893	52°	2	3	5	7	8	10	12	13	15
38°	7893	7910	7926	7941	7957	7973	7989	51°	2	3	5	6	8	10	11	13	14
39°	7989	8004	8020	8035	8050	8066	8081	50°	2	3	5	6	8	9	11	12	14
40°	8081	8096	8111	8125	8140	8155	8169	49°	1	3	4	6	7	9	10	12	13
41°	8169	8184	8198	8213	8227	8241	8255	48°	1	3	4	6	7	9	10	11	13
42°	8255	8269	8283	8297	8311	8324	8338	47°	1	3	4	6	7	8	10	11	12
43°	8338	8351	8365	8378	8391	8405	8418	46°	1	3	4	5	7	8	9	11	12
44°	8418	8431	8444	8457	8469	8482	8495	45°	1	3	4	5	6	8	9	10	12
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	C.	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'

LOGARITMOS COSENOS.

LOGARITMOS SENOS.

G.	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
45°	1 8495	8507	8520	8532	8545	8557	8569	44°	1 2 4	5 6 7	9 10 11						
46°	8569	8582	8594	8606	8618	8629	8641	43°	1 2 4	5 6 7	8 10 11						
47°	8641	8653	8665	8676	8688	8699	8711	42°	1 2 3	5 6 7	8 9 10						
48°	8711	8722	8733	8745	8756	8767	8778	41°	1 2 3	4 6 7	8 9 10						
49°	8778	8789	8800	8810	8821	8832	8843	40°	1 2 3	4 5 6	8 9 10						
50°	8843	8853	8864	8874	8884	8895	8905	39°	1 2 3	4 5 6	7 8 9						
51°	8905	8915	8925	8935	8945	8955	8965	38°	1 2 3	4 5 6	7 8 9						
52°	8965	8975	8985	8995	9004	9014	9023	37°	1 2 3	4 5 6	7 8 9						
53°	9023	9033	9042	9052	9061	9070	9080	36°	1 2 3	4 5 6	7 7 8						
54°	9080	9089	9098	9107	9116	9125	9134	35°	1 2 3	4 5 5	6 7 8						
55°	9134	9142	9151	9160	9169	9177	9186	34°	1 2 3	3 4 5	6 7 8						
56°	9186	9194	9203	9211	9219	9228	9236	33°	1 2 3	3 4 5	6 7 8						
57°	9236	9244	9252	9260	9268	9276	9284	32°	1 2 2	3 4 5	6 6 7						
58°	9284	9292	9300	9308	9315	9323	9331	31°	1 2 2	3 4 5	5 6 7						
59°	9331	9338	9346	9353	9361	9368	9375	30°	1 1 2	3 4 4	5 6 7						
60°	9375	9383	9390	9397	9404	9411	9418	29°	1 1 2	3 4 4	5 6 6						
61°	9418	9425	9432	9439	9446	9453	9459	28°	1 1 2	3 3 4	5 5 6						
62°	9459	9466	9473	9479	9486	9492	9499	27°	1 1 2	3 3 4	5 5 6						
63°	9499	9505	9512	9518	9524	9530	9537	26°	1 1 2	3 3 4	4 5 6						
64°	9537	9543	9549	9555	9561	9567	9573	25°	1 1 2	2 3 4	4 5 5						
65°	9573	9579	9584	9590	9596	9602	9607	24°	1 1 2	2 3 3	4 5 5						
66°	9607	9613	9618	9624	9629	9635	9640	23°	1 1 2	2 3 3	4 4 5						
67°	9640	9646	9651	9656	9661	9667	9672	22°	1 1 2	2 3 3	4 4 5						
68°	9672	9677	9682	9687	9692	9697	9702	21°	0 1 1	2 2 3	3 4 4						
69°	9702	9706	9711	9716	9721	9725	9730	20°	0 1 1	2 2 3	3 4 4						
70°	9730	9734	9739	9743	9748	9752	9757	19°	0 1 1	2 2 3	3 4 4						
71°	9757	9761	9765	9770	9774	9778	9782	18°	0 1 1	2 2 3	3 3 4						
72°	9782	9786	9790	9794	9798	9802	9806	17°	0 1 1	2 2 2	3 3 4						
73°	9806	9810	9814	9817	9821	9825	9828	16°	0 1 1	1 2 2	3 3 3						
74°	9828	9832	9836	9839	9843	9846	9849	15°	0 1 1	1 2 2	2 3 3						
75°	9849	9853	9856	9859	9863	9866	9869	14°	0 1 1	1 2 2	2 3 3						
76°	9869	9872	9875	9878	9881	9884	9887	13°	0 1 1	1 2 2	2 2 3						
77°	9887	9890	9893	9896	9899	9901	9904	12°	0 1 1	1 1 2	2 2 3						
78°	9904	9907	9909	9912	9914	9917	9919	11°	0 1 1	1 1 2	2 2 2						
79°	9919	9922	9924	9927	9929	9931	9934	10°	0 0 1	1 1 1	2 2 2						
80°	9934	9936	9938	9940	9942	9944	9946	9°	0 0 1	1 1 1	1 2 2						
81°	9946	9948	9950	9952	9954	9956	9958	8°	0 0 1	1 1 1	1 2 2						
82°	9958	9959	9961	9963	9964	9966	9968	7°	0 0 0	1 1 1	1 1 1						
83°	9968	9969	9971	9972	9973	9975	9976	6°	0 0 0	1 1 1	1 1 1						
84°	9976	9977	9979	9980	9981	9982	9983	5°	0 0 0	0 1 1	1 1 1						
85°	9983	9985	9986	9987	9988	9989	9989	4°	0 0 0	0 0 1	1 1 1						
86°	9989	9990	9991	9992	9993	9993	9994	3°	0 0 0	0 0 0	1 1 1						
87°	9994	9995	9995	9996	9996	9997	9997	2°	0 0 0	0 0 0	0 0 0						
88°	9997	9998	9998	9999	9999	9999	9999	1°	0 0 0	0 0 0	0 0 0						
89°	9999	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0°	0 0 0	0 0 0	0 0 0						
0.																	
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	G.	9' 8' 7'	6' 5' 4'	3' 2' 1'						

LOGARITMOS COSENOS.

EQUIVALENCIAS GONIOMÉTRICAS

SENOS Y COSEENOS

$$\begin{aligned}\operatorname{sn} a &= \operatorname{csn} (90^\circ - a) \\ &= -\operatorname{csn} (90^\circ + a) \\ &= \operatorname{sn} (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\operatorname{csc} a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{csn} a &= \operatorname{sn} (90^\circ - a) \\ &= \operatorname{sn} (90^\circ + a) \\ &= -\operatorname{csn} (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\operatorname{sc} a}\end{aligned}$$

VII

TABLA

DE

LOGARITMOS

TANGENTES Y COTANGENTES.

LOGARITMOS TANGENTES.

G.	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	—	3 4637	7648	9409	0658	1627	2419	89°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1°	2 2419	3089	3669	4181	4638	5053	5431	88°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2°	5431	5779	6101	6401	6682	6945	7194	87°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3°	7194	7429	7652	7865	8067	8261	8446	86°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4°	8446	8624	8795	8960	9118	9272	9420	85°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5°	9420	9563	9701	9836	9966	0093	0216	84°	13	27	40	53	67	80	93	107	120
6°	1 0216	0336	0453	0567	0678	0786	0891	83°	11	23	34	45	56	68	79	90	102
7°	0891	0995	1096	1194	1291	1385	1478	82°	10	20	29	39	49	59	69	78	88
8°	1478	1569	1658	1745	1831	1915	1997	81°	9	17	26	35	43	52	61	69	78
9°	1997	2078	2158	2236	2313	2389	2463	80°	8	16	23	31	39	47	54	62	70
10°	2463	2536	2609	2680	2750	2819	2887	79°	7	14	21	28	35	42	49	56	64
11°	2887	2953	3020	3085	3149	3212	3275	78°	6	13	19	26	32	39	45	52	58
12°	3275	3336	3397	3458	3517	3576	3634	77°	6	12	18	24	30	36	42	48	54
13°	3634	3691	3748	3804	3859	3914	3968	76°	6	11	17	22	28	33	39	45	50
14°	3968	4021	4074	4127	4178	4230	4281	75°	5	10	16	21	26	31	37	42	47
15°	4281	4331	4381	4430	4479	4527	4575	74°	5	10	15	20	25	29	34	39	44
16°	4575	4622	4669	4716	4762	4808	4853	73°	5	9	14	19	23	28	32	37	42
17°	4853	4898	4943	4987	5031	5075	5118	72°	4	9	13	18	22	26	31	35	40
18°	5118	5161	5203	5245	5287	5329	5370	71°	4	8	13	17	21	25	29	34	38
19°	5370	5411	5451	5491	5531	5571	5611	70°	4	8	12	16	20	24	28	32	36
20°	5611	5650	5689	5727	5766	5804	5842	69°	4	8	12	15	19	23	27	31	35
21°	5842	5879	5917	5954	5991	6028	6064	68°	4	7	11	15	19	22	26	30	33
22°	6064	6100	6136	6172	6208	6243	6279	67°	4	7	11	14	18	21	25	29	32
23°	6279	6314	6348	6383	6417	6452	6486	66°	3	7	10	14	17	21	24	28	31
24°	6486	6520	6553	6587	6620	6654	6687	65°	3	7	10	13	17	20	23	27	30
25°	6687	6720	6752	6785	6817	6850	6882	64°	3	7	10	13	16	20	23	26	29
26°	6882	6914	6946	6977	7009	7040	7072	63°	3	6	9	13	16	19	22	25	28
27°	7072	7103	7134	7165	7196	7226	7257	62°	3	6	9	12	15	19	22	25	28
28°	7257	7287	7317	7348	7378	7408	7438	61°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
29°	7438	7467	7497	7526	7556	7585	7614	60°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
30°	7614	7644	7673	7701	7730	7759	7788	59°	3	6	9	12	14	17	20	23	26
31°	7788	7816	7845	7873	7902	7930	7958	58°	3	6	9	11	14	17	20	23	26
32°	7958	7986	8014	8042	8070	8097	8125	57°	3	6	8	11	14	17	20	22	25
33°	8125	8153	8180	8208	8235	8263	8290	56°	3	5	8	11	14	16	19	22	25
34°	8290	8317	8344	8371	8398	8425	8452	55°	3	5	8	11	14	16	19	22	24
35°	8452	8479	8506	8533	8559	8586	8613	54°	3	5	8	11	13	16	19	21	24
36°	8613	8639	8666	8692	8718	8745	8771	53°	3	5	8	11	13	16	18	21	24
37°	8771	8797	8824	8850	8876	8902	8928	52°	3	5	8	10	13	16	18	21	24
38°	8928	8954	8980	9006	9032	9058	9084	51°	3	5	8	10	13	16	18	21	23
39°	9084	9110	9135	9161	9187	9212	9238	50°	3	5	8	10	13	15	18	21	23
40°	9238	9264	9289	9315	9341	9366	9392	49°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
41°	9392	9417	9443	9468	9494	9519	9544	48°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
42°	9544	9570	9595	9621	9646	9671	9697	47°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
43°	9697	9722	9747	9772	9798	9823	9848	46°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
44°	9848	9874	9899	9924	9949	9975	0000	45°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
0.																	

LOGARITMOS COTANGENTES

LOGARITMOS TANGENTES.

G.	0' 10' 20' 30' 40' 50' 60'						1' 2' 3' 4' 5' 6' 7' 8' 9'										
	45°	0.0000	0025	0051	0076	0101	0126	0152	44°	3	5	8	10	13	15	18	20
46°	0152	0177	0202	0228	0253	0278	0303	43°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
47°	0303	0329	0354	0379	0405	0430	0456	42°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
48°	0456	0481	0506	0532	0557	0583	0608	41°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
49°	0608	0634	0659	0685	0711	0736	0762	40°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
50°	0762	0788	0813	0839	0865	0890	0916	39°	3	5	8	10	13	15	18	21	23
51°	0916	0942	0968	0994	1020	1046	1072	38°	3	5	8	10	13	16	18	21	23
52°	1072	1098	1124	1150	1176	1203	1229	37°	3	5	8	10	13	16	18	21	24
53°	1229	1255	1282	1308	1334	1361	1387	36°	3	5	8	11	13	16	18	21	24
54°	1387	1414	1441	1467	1494	1521	1548	35°	3	5	8	11	13	16	19	21	24
55°	1548	1575	1602	1629	1656	1683	1710	34°	3	5	8	11	14	16	19	22	24
56°	1710	1737	1765	1792	1820	1847	1875	33°	3	5	8	11	14	16	19	22	25
57°	1875	1903	1930	1958	1986	2014	2042	32°	3	6	8	11	14	17	20	22	25
58°	2042	2070	2098	2127	2155	2184	2212	31°	3	6	9	11	14	17	20	23	26
59°	2212	2241	2270	2299	2327	2356	2386	30°	3	6	9	12	14	17	20	23	26
60°	2386	2415	2444	2474	2503	2533	2562	29°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
61°	2562	2592	2622	2652	2683	2713	2743	28°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
62°	2743	2774	2804	2835	2866	2897	2928	27°	3	6	9	12	15	19	22	25	28
63°	2928	2960	2991	3023	3054	3086	3118	26°	3	6	9	13	16	19	22	25	28
64°	3118	3150	3183	3215	3248	3280	3313	25°	3	7	10	13	16	20	23	26	29
65°	3313	3346	3380	3413	3447	3480	3514	24°	3	7	10	13	17	20	23	27	30
66°	3514	3548	3583	3617	3652	3686	3721	23°	3	7	10	14	17	21	24	28	31
67°	3721	3757	3792	3828	3864	3900	3936	22°	4	7	11	14	18	21	25	29	32
68°	3936	3972	4009	4046	4083	4121	4158	21°	4	7	11	15	19	22	26	30	33
69°	4158	4196	4234	4273	4311	4350	4389	20°	4	8	12	15	19	23	27	31	35
70°	4389	4429	4469	4509	4549	4589	4630	19°	4	8	12	16	20	24	28	32	36
71°	4630	4671	4713	4755	4797	4839	4882	18°	4	8	13	17	21	25	29	34	38
72°	4882	4925	4969	5013	5057	5102	5147	17°	4	9	13	18	22	26	31	35	40
73°	5147	5192	5238	5284	5331	5378	5425	16°	5	9	14	19	23	28	32	37	42
74°	5425	5473	5521	5570	5619	5669	5719	15°	5	10	15	20	25	29	34	39	44
75°	5719	5770	5822	5873	5926	5979	6032	14°	5	10	16	21	26	31	37	42	47
76°	6032	6086	6141	6196	6252	6309	6366	13°	6	11	17	22	28	33	39	45	50
77°	6366	6424	6483	6542	6603	6664	6725	12°	6	12	18	24	30	36	42	48	54
78°	6725	6788	6851	6915	6980	7047	7113	11°	6	13	19	26	32	39	45	52	58
79°	7113	7181	7250	7320	7391	7464	7537	10°	7	14	21	28	35	42	49	56	64
80°	7537	7611	7687	7764	7842	7922	8003	9°	8	16	23	31	39	47	54	62	70
81°	8003	8085	8169	8255	8342	8431	8522	8°	9	17	26	35	43	52	61	69	78
82°	8522	8613	8709	8806	8904	9005	9109	7°	10	20	29	39	49	59	69	78	88
83°	9109	9214	9322	9433	9547	9664	9784	6°	11	23	34	45	56	68	79	90	102
84°	9784	9907	*0034	*0164	*0299	*0437	*0580	5°	13	27	40	53	67	80	93	107	120
85°	1.0580	0728	0882	1040	1205	1376	1554	4°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
86°	1554	1739	1933	2135	2348	2571	2806	3°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
87°	2806	3053	3318	3599	3899	4221	4569	2°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
88°	4569	4947	5362	5819	6331	6911	7581	1°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
89°	7581	8373	9342	*0591	*2352	*5363	---	0°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2.																	
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	C.	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'

LOGARITMOS COTANGENTES.

EQUIVALENCIAS GONIOMÉTRICAS.

TANGENTES Y COTANGENTES.

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} a &= \operatorname{ctg} (90^\circ - a) \\ &= -\operatorname{ctg} (90^\circ + a) \\ &= -\operatorname{tg} (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\operatorname{ctg} a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{ctg} a &= \operatorname{tg} (90^\circ - a) \\ &= -\operatorname{tg} (90^\circ + a) \\ &= -\operatorname{ctg} (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\operatorname{tg} a}\end{aligned}$$

GABINET MATEMATYCZNY
Towarzystwa Naukowego Warszawskiego

VIII

TABLA

DE

LOGARITMOS

SECANTES Y COSECANTES.

LOGARITMOS SECANTES.

G.	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	0-0000	0000	0000	0000	0000	0000	0001	89°	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1°	0001	0001	0001	0001	0002	0002	0003	88°	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2°	0003	0003	0004	0004	0005	0005	0006	87°	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3°	0006	0007	0007	0008	0009	0010	0011	86°	0	0	0	0	0	0	1	1	1
4°	0011	0011	0012	0013	0014	0015	0017	85°	0	0	0	0	0	1	1	1	1
5°	0017	0018	0019	0020	0021	0023	0024	84°	0	0	0	0	1	1	1	1	1
6°	0024	0025	0027	0028	0029	0034	0032	83°	0	0	0	1	1	1	1	1	1
7°	0032	0034	0036	0037	0039	0044	0042	82°	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8°	0042	0044	0046	0048	0050	0052	0054	81°	0	0	1	1	1	1	1	2	2
9°	0054	0056	0058	0060	0062	0064	0066	80°	0	0	1	1	1	1	1	2	2
10°	0066	0069	0071	0073	0076	0078	0081	79°	0	0	1	1	1	1	2	2	2
11°	0081	0083	0086	0088	0091	0093	0096	78°	0	1	1	1	1	2	2	2	2
12°	0096	0099	0101	0104	0107	0110	0113	77°	0	1	1	1	1	2	2	2	3
13°	0113	0116	0119	0122	0125	0128	0131	76°	0	1	1	1	2	2	2	2	3
14°	0131	0134	0137	0141	0144	0147	0151	75°	0	1	1	1	2	2	2	3	3
15°	0151	0154	0157	0161	0164	0168	0172	74°	0	1	1	1	2	2	2	3	3
16°	0172	0175	0179	0183	0186	0190	0194	73°	0	1	1	1	2	2	3	3	3
17°	0194	0198	0202	0206	0210	0214	0218	72°	0	1	1	2	2	2	3	3	4
18°	0218	0222	0226	0230	0233	0239	0243	71°	0	1	1	2	2	3	3	3	4
19°	0243	0248	0252	0257	0261	0266	0270	70°	0	1	1	2	2	3	3	4	4
20°	0270	0275	0279	0284	0289	0294	0298	69°	0	1	1	2	2	3	3	4	4
21°	0298	0303	0308	0313	0318	0323	0328	68°	0	1	1	2	2	3	3	4	4
22°	0328	0333	0339	0344	0349	0354	0360	67°	1	1	2	2	3	3	4	4	5
23°	0360	0365	0371	0376	0382	0387	0393	66°	1	1	2	2	3	3	4	4	5
24°	0393	0398	0404	0410	0416	0421	0427	65°	1	1	2	2	3	3	4	5	5
25°	0427	0433	0439	0445	0451	0457	0463	64°	1	1	2	2	3	4	4	5	5
26°	0463	0470	0476	0482	0488	0495	0501	63°	1	1	2	3	3	4	4	5	6
27°	0501	0508	0514	0521	0527	0534	0541	62°	1	1	2	3	3	4	5	5	6
28°	0541	0547	0554	0561	0568	0575	0582	61°	1	1	2	3	3	4	5	5	6
29°	0582	0589	0596	0603	0610	0617	0625	60°	1	1	2	3	4	4	5	6	6
30°	0625	0632	0639	0647	0654	0662	0669	59°	1	1	2	3	4	4	5	6	7
31°	0669	0677	0685	0692	0700	0708	0716	58°	1	2	2	3	4	5	5	6	7
32°	0716	0724	0732	0740	0748	0756	0764	57°	1	2	2	3	4	5	6	6	7
33°	0764	0772	0781	0789	0797	0806	0814	56°	1	2	3	3	4	5	6	7	8
34°	0814	0823	0831	0840	0849	0858	0866	55°	1	2	3	3	4	5	6	7	8
35°	0866	0875	0884	0893	0902	0911	0920	54°	1	2	3	4	5	5	6	7	8
36°	0920	0930	0939	0948	0958	0967	0977	53°	1	2	3	4	5	6	7	7	8
37°	0977	0986	0996	1005	1015	1025	1035	52°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
38°	1035	1045	1055	1065	1075	1085	1095	51°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
39°	1095	1105	1116	1126	1136	1147	1157	50°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40°	1157	1168	1179	1190	1200	1211	1222	49°	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41°	1222	1233	1244	1255	1267	1278	1289	48°	1	2	3	4	6	7	8	9	10
42°	1289	1301	1312	1324	1335	1347	1359	47°	1	2	3	5	6	7	8	9	10
43°	1359	1371	1382	1394	1406	1418	1431	46°	1	2	4	5	6	7	8	10	11
44°	1431	1443	1455	1468	1480	1493	1505	45°	1	2	4	5	6	7	9	10	11
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	C.	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'

LOGARITMOS COSECANTES.

LOGARITMOS SECANTES.

G.	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
45°	0-1505	1518	1531	1543	1556	1569	1582	44°	1	3	4	5	6	8	9	10	12
46°	1582	1595	1609	1622	1635	1649	1662	43°	1	3	4	5	7	8	9	11	12
47°	1662	1676	1689	1703	1717	1731	1745	42°	1	3	4	6	7	8	10	11	12
48°	1745	1759	1773	1787	1802	1816	1831	41°	1	3	4	6	7	9	10	11	13
49°	1831	1845	1860	1875	1889	1904	1919	40°	1	3	4	6	7	9	10	12	13
50°	1919	1934	1950	1965	1980	1996	2011	39°	2	3	5	6	8	9	11	12	14
51°	2011	2027	2043	2059	2074	2090	2107	38°	2	3	5	6	8	10	11	13	14
52°	2107	2123	2139	2156	2172	2189	2205	37°	2	3	5	7	8	10	12	13	15
53°	2205	2222	2239	2256	2273	2290	2308	36°	2	3	5	7	9	10	12	14	15
54°	2308	2325	2343	2360	2378	2396	2414	35°	2	4	5	7	9	11	12	14	16
55°	2414	2432	2450	2469	2487	2506	2524	34°	2	4	6	7	9	11	13	15	17
56°	2524	2543	2562	2581	2600	2620	2639	33°	2	4	6	8	10	11	13	15	17
57°	2639	2658	2678	2698	2718	2738	2758	32°	2	4	6	8	10	12	14	16	18
58°	2758	2778	2799	2819	2840	2861	2882	31°	2	4	6	8	10	12	14	16	19
59°	2882	2903	2924	2945	2967	2988	3010	30°	2	4	6	9	11	13	15	17	19
60°	3010	3032	3054	3077	3099	3122	3144	29°	2	4	7	9	11	13	16	18	20
61°	3144	3167	3190	3213	3237	3260	3284	28°	2	5	7	9	12	14	16	19	21
62°	3284	3308	3332	3356	3380	3405	3430	27°	2	5	7	10	12	15	17	19	22
63°	3430	3454	3479	3503	3530	3556	3582	26°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
64°	3582	3608	3634	3660	3687	3714	3741	25°	3	5	8	11	13	16	19	21	24
65°	3741	3768	3795	3823	3851	3879	3907	24°	3	6	8	11	14	17	19	22	25
66°	3907	3935	3964	3993	4022	4052	4081	23°	3	6	9	12	15	17	20	23	26
67°	4081	4111	4141	4172	4202	4233	4264	22°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
68°	4264	4296	4327	4359	4391	4424	4457	21°	3	6	10	13	16	19	22	26	29
69°	4457	4490	4523	4557	4591	4625	4659	20°	3	7	10	14	17	20	24	27	30
70°	4659	4694	4730	4765	4801	4837	4874	19°	4	7	11	14	18	21	25	29	32
71°	4874	4910	4948	4985	5023	5061	5100	18°	4	8	11	15	19	23	26	30	34
72°	5100	5139	5179	5219	5259	5300	5341	17°	4	8	12	16	20	24	28	32	36
73°	5341	5382	5424	5467	5509	5553	5597	16°	4	9	13	17	21	26	30	34	38
74°	5597	5641	5686	5731	5777	5823	5870	15°	5	9	14	18	23	27	32	36	41
75°	5870	5917	5965	6014	6063	6113	6163	14°	5	10	15	20	24	29	34	39	44
76°	6163	6214	6266	6318	6371	6425	6479	13°	5	11	16	21	26	32	37	42	47
77°	6479	6534	6590	6647	6704	6762	6821	12°	6	11	17	23	29	34	40	46	51
78°	6821	6881	6942	7003	7066	7130	7194	11°	6	12	19	25	31	37	44	50	56
79°	7194	7260	7326	7394	7462	7532	7603	10°	7	14	20	27	34	41	48	55	61
80°	7603	7676	7749	7824	7900	7978	8057	9°	8	15	23	30	38	45	53	61	68
81°	8057	8137	8219	8303	8388	8475	8564	8°	8	17	25	34	42	51	59	68	76
82°	8564	8655	8748	8843	8940	9039	9141	7°	10	19	29	39	48	58	67	77	87
83°	9141	9245	9352	9461	9574	9689	9808	6°	11	22	33	45	56	67	78	89	100
84'	9808	9930	0055	0184	0318	0455	0597	5°	13	26	40	53	66	79	92	106	119
85°	1-0597	0744	0896	1054	1217	1387	1564	4°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
86°	1564	1749	1941	2143	2355	2577	2812	3°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
87°	2812	3060	3323	3603	3903	4224	4572	2°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
88°	4572	4950	5363	5821	6332	6912	7581	1°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
89°	7581	8373	9342	0592	2352	5363	—	0°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	C.	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'

LOGARITMOS COSECANTES.

EQUIVALENCIAS GONIOMÉTRICAS.

SECANTES Y COSECANTES.

$$\begin{aligned} \operatorname{sc} a &= \operatorname{csc} (90^\circ - a) \\ &= \operatorname{csc} (90^\circ + a) \\ &= -\operatorname{sc} (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\operatorname{csn} a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{csc} a &= \operatorname{sc} (90^\circ - a) \\ &= -\operatorname{sc} (90^\circ + a) \\ &= \operatorname{csc} (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\operatorname{sn} a} \end{aligned}$$

IX

TABLA

DE

LOGARITMOS

VERSOS Y COVERSOS.

LOGARITMOS VERSOS.

G.	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	—	6-3254	9275	2796	5295	7233	8817	89°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1°	5-8817	0156	1316	2339	3254	4081	4837	88°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2°	4-4837	5532	6176	6775	7336	7862	8358	87°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3°	8358	8828	9273	9697	0101	0487	0856	86°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4°	3-0856	1211	1551	1879	2195	2499	2794	85°	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5°	2794	3078	3354	3621	3880	4132	4376	84°	26	53	79	106	132	159	185	212	238
6°	4376	4614	4845	5074	5290	5504	5714	83°	22	43	67	89	112	134	156	179	201
7°	5714	5918	6117	6312	6503	6689	6872	82°	19	39	58	77	97	116	135	155	174
8°	6872	7050	7226	7397	7566	7734	7893	81°	17	34	51	68	85	102	119	136	153
9°	7893	8052	8208	8361	8512	8660	8806	80°	15	30	46	61	76	91	107	122	137
10°	8806	8949	9090	9229	9365	9499	9631	79°	14	28	41	55	69	83	96	110	124
11°	9631	9762	9890	0016	0141	0264	0385	78°	13	25	38	50	63	75	88	100	113
12°	2-0385	0504	0622	0738	0852	0966	1077	77°	12	23	35	46	58	69	81	92	104
13°	1077	1187	1296	1404	1510	1614	1718	76°	11	21	32	43	53	64	75	85	96
14°	1718	1820	1921	2021	2120	2217	2314	75°	10	20	30	40	50	60	70	80	89
15°	2314	2409	2504	2597	2689	2781	2874	74°	9	19	28	37	46	56	65	74	84
16°	2874	2961	3049	3137	3223	3309	3394	73°	9	17	26	35	44	52	61	70	78
17°	3394	3478	3561	3644	3726	3807	3887	72°	8	16	25	33	41	49	57	66	74
18°	3887	3966	4045	4123	4200	4276	4352	71°	8	16	23	31	39	47	54	62	70
19°	4352	4427	4502	4576	4649	4721	4793	70°	7	15	22	29	37	44	51	59	66
20°	4793	4863	4935	5006	5075	5144	5213	69°	7	14	21	28	35	42	49	56	63
21°	5213	5281	5348	5415	5481	5547	5612	68°	7	13	20	27	33	40	47	53	60
22°	5612	5677	5741	5805	5868	5931	5993	67°	6	13	19	25	32	38	44	51	57
23°	5993	6055	6116	6177	6238	6298	6358	66°	6	12	18	24	30	36	43	49	55
24°	6358	6417	6476	6534	6592	6650	6707	65°	6	12	17	23	29	35	41	47	52
25°	6707	6764	6820	6876	6932	6987	7042	64°	6	11	17	22	28	34	39	45	50
26°	7042	7096	7150	7204	7258	7311	7364	63°	5	11	16	21	27	32	38	43	48
27°	7364	7416	7468	7520	7572	7623	7674	62°	5	10	15	21	26	31	36	41	46
28°	7674	7724	7774	7824	7874	7923	7972	61°	5	10	13	20	25	30	35	40	45
29°	7972	8021	8069	8117	8165	8213	8260	60°	5	10	14	19	24	29	34	38	43
30°	8260	8307	8354	8400	8446	8492	8538	59°	5	9	14	19	23	28	32	37	42
31°	8538	8583	8629	8673	8718	8763	8807	58°	4	9	13	18	22	27	31	36	40
32°	8807	8851	8894	8938	8981	9024	9067	57°	4	9	13	17	22	26	30	35	39
33°	9067	9109	9152	9194	9236	9277	9319	56°	4	8	13	17	21	25	29	34	38
34°	9319	9360	9401	9442	9482	9523	9563	55°	4	8	12	16	20	24	28	33	37
35°	9563	9603	9643	9682	9721	9761	9800	54°	4	8	12	16	20	24	28	32	36
36°	9800	9838	9877	9915	9954	9992	0030	53°	4	8	11	15	19	23	27	31	34
37°	1-0030	0067	0105	0142	0179	0216	0253	52°	4	7	11	15	19	22	26	30	33
38°	0253	0289	0326	0362	0398	0434	0470	51°	4	7	11	14	18	22	25	29	33
39°	0470	0505	0541	0576	0611	0646	0681	50°	4	7	11	14	18	21	25	28	32
40°	0681	0716	0750	0784	0819	0853	0887	49°	3	7	10	14	17	21	24	27	31
41°	0887	0920	0954	0987	1020	1054	1087	48°	3	7	10	13	17	20	23	27	30
42°	1087	1119	1152	1185	1217	1249	1282	47°	3	6	10	13	16	19	23	26	29
43°	1282	1314	1345	1377	1409	1440	1472	46°	3	6	10	13	16	19	22	25	29
44°	1472	1503	1534	1565	1596	1626	1657	45°	3	6	9	12	15	19	22	25	28
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	C.	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'

LOGARITMOS COVERSOS.

LOGARITMOS VERSOS.

G.	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
45°	1.1657	1687	1718	1748	1778	1808	1838	44°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
46°	1838	1867	1897	1926	1956	1985	2014	43°	3	6	9	12	15	18	21	24	26
47°	2014	2043	2072	2101	2129	2158	2186	42°	3	6	9	11	14	17	20	23	26
48°	2186	2215	2243	2271	2299	2327	2355	41°	3	6	8	11	14	17	20	22	25
49°	2355	2382	2410	2437	2465	2492	2519	40°	3	5	8	11	14	16	19	22	25
50°	2519	2546	2573	2600	2627	2653	2680	39°	3	5	8	11	14	16	19	22	25
51°	2680	2706	2732	2759	2785	2811	2837	38°	3	5	8	10	13	16	18	21	24
52°	2837	2863	2888	2914	2940	2965	2991	37°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
53°	2991	3016	3041	3066	3091	3116	3141	36°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
54°	3141	3166	3190	3215	3239	3264	3288	35°	2	5	7	10	12	15	17	20	22
55°	3288	3312	3336	3361	3384	3408	3432	34°	2	5	7	10	12	14	17	19	22
56°	3432	3456	3480	3503	3527	3550	3573	33°	2	5	7	9	12	14	16	19	21
57°	3573	3596	3620	3643	3666	3689	3711	32°	2	5	7	9	12	14	16	18	21
58°	3711	3734	3757	3779	3802	3824	3847	31°	2	5	7	9	11	14	16	18	20
59°	3847	3869	3891	3913	3935	3957	3979	30°	2	4	7	9	11	13	15	18	20
60°	3979	4001	4023	4045	4066	4088	4109	29°	2	4	6	9	11	13	15	17	19
61°	4109	4134	4152	4173	4195	4216	4237	28°	2	4	6	8	11	13	15	17	19
62°	4237	4258	4279	4300	4320	4341	4362	27°	2	4	6	8	10	12	15	17	19
63°	4362	4382	4403	4423	4444	4464	4484	26°	2	4	6	8	10	12	14	16	18
64°	4484	4504	4524	4545	4565	4584	4604	25°	2	4	6	8	10	12	14	16	18
65°	4604	4624	4644	4664	4683	4703	4722	24°	2	4	6	8	10	12	14	16	18
66°	4722	4742	4761	4780	4799	4819	4838	23°	2	4	6	8	10	12	13	15	17
67°	4838	4857	4876	4895	4914	4932	4951	22°	2	4	6	8	9	11	13	15	17
68°	4951	4970	4989	5007	5026	5044	5063	21°	2	4	6	7	9	11	13	15	17
69°	5063	5081	5099	5117	5136	5154	5172	20°	2	4	5	7	9	11	13	15	16
70°	5172	5190	5208	5226	5244	5261	5279	19°	2	4	5	7	9	11	13	14	16
71°	5279	5297	5314	5332	5349	5367	5384	18°	2	4	5	7	9	11	12	14	16
72°	5384	5402	5419	5436	5454	5471	5488	17°	2	3	5	7	9	10	12	14	16
73°	5488	5505	5522	5539	5556	5572	5589	16°	2	3	5	7	8	10	12	14	15
74°	5589	5606	5623	5639	5656	5672	5689	15°	2	3	5	7	8	10	12	13	15
75°	5689	5705	5722	5738	5754	5771	5787	14°	2	3	5	7	8	10	11	13	15
76°	5787	5803	5819	5835	5851	5867	5883	13°	2	3	5	6	8	10	11	13	14
77°	5883	5899	5915	5930	5946	5962	5977	12°	2	3	5	6	8	9	11	13	14
78°	5977	5993	6009	6024	6039	6055	6070	11°	2	3	5	6	8	9	11	12	14
79°	6070	6086	6101	6116	6131	6146	6161	10°	2	3	5	6	8	9	11	12	14
80°	6161	6176	6191	6206	6221	6236	6251	9°	1	3	4	6	7	9	10	12	13
81°	6251	6266	6280	6295	6310	6324	6339	8°	1	3	4	6	7	9	10	12	13
82°	6339	6353	6368	6382	6397	6411	6425	7°	1	3	4	6	7	9	10	12	13
83°	6425	6440	6454	6468	6482	6496	6510	6°	1	3	4	6	7	8	10	11	13
84°	6510	6524	6538	6552	6566	6580	6594	5°	1	3	4	6	7	8	10	11	13
85°	6594	6607	6621	6635	6648	6662	6676	4°	1	3	4	5	7	8	10	11	12
86°	6676	6689	6703	6716	6730	6743	6756	3°	1	3	4	5	7	8	9	11	12
87°	6756	6770	6783	6796	6809	6822	6835	2°	1	3	4	5	7	8	9	11	12
88°	6835	6848	6862	6875	6887	6900	6913	1°	1	3	4	5	6	8	9	10	12
89°	6913	6926	6939	6952	6964	6977	6990	0°	1	3	4	5	6	8	9	10	11

LOGARITMOS COVERSOS.

EQUIVALENCIAS GONIOMÉTRICAS.

VERSOS Y COVERSOS.

$$\begin{aligned} \text{vr } a &= \text{cvr } (90^\circ - a) \\ &= \text{cvr } (90^\circ + a) \\ &= \text{svr } (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\csc^2 \frac{a}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{cvr } a &= \text{vr } (90^\circ - a) \\ &= \text{svr } (90^\circ + a) \\ &= \text{cvr } (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\csc^2 (45^\circ - \frac{a}{2})} \end{aligned}$$

~~GABINET MATEMATYCZNY
Towarzystwa Naukowego Warszawskiego~~



X

TABLA

DE

LOGARITMOS

SUBCOVERSOS Y SUBVERSOS.

LOGARITMOS SUBCOVERSOS.

G.	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	1.6990	7002	7015	7027	7040	7052	7065	89°	1	3	4	5	6	8	9	10	11
1°	7065	7077	7090	7102	7114	7126	7139	88°	1	2	4	5	6	7	9	10	11
2°	7139	7151	7163	7175	7187	7199	7211	87°	1	2	4	5	6	7	8	10	11
3°	7211	7223	7235	7247	7259	7271	7283	86°	1	2	4	5	6	7	8	10	11
4°	7283	7294	7306	7318	7329	7341	7353	85°	1	2	4	5	6	7	8	9	11
5°	7353	7364	7376	7387	7399	7410	7421	84°	1	2	3	5	6	7	8	9	10
6°	7421	7433	7444	7455	7467	7478	7489	83°	1	2	3	5	6	7	8	9	10
7°	7489	7500	7511	7523	7534	7545	7556	82°	1	2	3	4	6	7	8	9	10
8°	7556	7567	7577	7588	7599	7610	7621	81°	1	2	3	4	5	7	8	9	10
9°	7621	7632	7642	7653	7664	7674	7685	80°	1	2	3	4	5	6	7	9	10
10°	7685	7696	7706	7717	7727	7738	7748	79°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11°	7748	7759	7769	7779	7790	7800	7810	78°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
12°	7810	7820	7830	7841	7851	7861	7871	77°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
13°	7871	7881	7891	7901	7911	7921	7931	76°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14°	7931	7940	7950	7960	7970	7980	7989	75°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15°	7989	7999	8009	8018	8028	8037	8047	74°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16°	8047	8056	8066	8075	8085	8094	8104	73°	1	2	3	4	5	6	7	8	8
17°	8104	8113	8122	8131	8141	8150	8159	72°	1	2	3	4	5	6	6	7	8
18°	8159	8168	8177	8187	8196	8205	8214	71°	1	2	3	4	5	5	6	7	8
19°	8214	8223	8232	8241	8250	8258	8267	70°	1	2	3	4	4	5	6	7	8
20°	8267	8276	8285	8294	8302	8311	8320	69°	1	2	3	4	4	5	6	7	8
21°	8320	8329	8337	8346	8354	8363	8371	68°	1	2	3	3	4	5	6	7	8
22°	8371	8380	8388	8397	8405	8414	8422	67°	1	2	3	3	4	5	6	7	8
23°	8422	8430	8439	8447	8455	8464	8472	66°	1	2	2	3	4	5	6	7	7
24°	8472	8480	8488	8496	8504	8513	8521	65°	1	2	2	3	4	5	6	7	7
25°	8521	8529	8537	8545	8553	8561	8568	64°	1	2	2	3	4	5	6	6	7
26°	8568	8576	8584	8592	8600	8608	8615	63°	1	2	2	3	4	5	5	6	7
27°	8615	8623	8631	8638	8646	8654	8661	62°	1	2	2	3	4	5	5	6	7
28°	8661	8669	8676	8684	8691	8699	8706	61°	1	2	2	3	4	5	5	6	7
29°	8706	8714	8721	8729	8736	8743	8751	60°	1	1	2	3	4	4	5	6	7
30°	8751	8758	8765	8772	8780	8787	8794	59°	1	1	2	3	4	4	5	6	6
31°	8794	8801	8808	8815	8822	8829	8836	58°	1	1	2	3	4	4	5	6	6
32°	8836	8843	8850	8857	8864	8871	8878	57°	1	1	2	3	3	4	5	6	6
33°	8878	8885	8892	8898	8905	8912	8919	56°	1	1	2	3	3	4	5	5	6
34°	8919	8925	8932	8939	8945	8952	8959	55°	1	1	2	3	3	4	5	5	6
35°	8959	8965	8972	8978	8985	8991	8998	54°	1	1	2	3	3	4	5	5	6
36°	8998	9004	9010	9017	9023	9030	9036	53°	1	1	2	3	3	4	4	5	6
37°	9036	9042	9048	9055	9061	9067	9073	52°	1	1	2	2	3	4	4	5	6
38°	9073	9079	9085	9092	9098	9104	9110	51°	1	1	2	2	3	4	4	5	5
39°	9110	9116	9122	9128	9134	9140	9146	50°	1	1	2	2	3	4	4	5	5
40°	9146	9151	9157	9163	9169	9175	9180	49°	1	1	2	2	3	3	4	5	5
41°	9180	9186	9192	9198	9203	9209	9215	48°	1	1	2	2	3	3	4	5	5
42°	9215	9220	9226	9231	9237	9242	9248	47°	1	1	2	2	3	3	4	4	5
43°	9248	9253	9259	9264	9270	9275	9281	46°	1	1	2	2	3	3	4	4	5
44°	9281	9286	9291	9297	9302	9307	9312	45°	1	1	2	2	3	3	4	4	5
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	C.	9'	8'	7'	6'	5'	4'	3'	2'	1'

LOGARITMOS SUBVERSOS.

LOGARITMOS SUBCOVERSOS.

G.	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
45°	1.9312	9318	9323	9328	9333	9338	9343	44°	1	1	2	2	3	3	4	4	5
46°	9343	9348	9353	9359	9364	9369	9374	43°	1	1	2	2	3	3	4	4	5
47°	9374	9379	9383	9388	9393	9398	9403	42°	0	1	1	2	2	3	3	4	4
48°	9403	9408	9413	9417	9422	9427	9432	41°	0	1	1	2	2	3	3	4	4
49°	9432	9436	9441	9446	9450	9455	9460	40°	0	1	1	2	2	3	3	4	4
50°	9460	9464	9469	9473	9478	9482	9487	39°	0	1	1	2	2	3	3	4	4
51°	9487	9491	9496	9500	9505	9509	9513	38°	0	1	1	2	2	3	3	4	4
52°	9513	9518	9522	9526	9531	9535	9539	37°	0	1	1	2	2	3	3	3	4
53°	9539	9543	9548	9552	9556	9560	9564	36°	0	1	1	2	2	3	3	3	4
54°	9564	9568	9572	9576	9580	9584	9588	35°	0	1	1	2	2	2	3	3	4
55°	9588	9592	9596	9600	9604	9608	9612	34°	0	1	1	2	2	2	3	3	4
56°	9612	9616	9620	9623	9627	9631	9635	33°	0	1	1	2	2	2	3	3	3
57°	9635	9638	9642	9646	9650	9653	9657	32°	0	1	1	1	2	2	3	3	3
58°	9657	9660	9664	9668	9671	9675	9678	31°	0	1	1	1	2	2	2	3	3
59°	9678	9682	9685	9689	9692	9695	9699	30°	0	1	1	1	2	2	2	3	3
60°	9699	9702	9706	9709	9712	9716	9719	29°	0	1	1	1	2	2	2	3	3
61°	9719	9722	9725	9729	9732	9735	9738	28°	0	1	1	1	2	2	2	3	3
62°	9738	9741	9744	9747	9751	9754	9757	27°	0	1	1	1	2	2	2	2	3
63°	9757	9760	9763	9766	9769	9772	9774	26°	0	1	1	1	1	2	2	2	3
64°	9774	9777	9780	9783	9786	9789	9792	25°	0	1	1	1	1	2	2	2	3
65°	9792	9794	9797	9800	9803	9805	9808	24°	0	1	1	1	1	2	2	2	2
66°	9808	9811	9813	9816	9819	9821	9824	23°	0	1	1	1	1	2	2	2	2
67°	9824	9826	9829	9831	9834	9836	9839	22°	0	1	1	1	1	2	2	2	2
68°	9839	9841	9844	9846	9849	9851	9853	21°	0	0	1	1	1	1	2	2	2
69°	9853	9856	9858	9860	9863	9865	9867	20°	0	0	1	1	1	1	2	2	2
70°	9867	9869	9871	9874	9876	9878	9880	19°	0	0	1	1	1	1	2	2	2
71°	9880	9882	9884	9886	9888	9890	9892	18°	0	0	1	1	1	1	1	2	2
72°	9892	9894	6896	9898	9900	9902	9904	17°	0	0	1	1	1	1	1	2	2
73°	9904	9906	9908	9910	9911	9913	9915	16°	0	0	1	1	1	1	1	1	2
74°	9915	9917	9919	9920	9922	9924	9925	15°	0	0	1	1	1	1	1	1	2
75°	9925	9927	9929	9930	9932	9933	9935	14°	0	0	0	1	1	1	1	1	1
76°	9935	9937	9938	9940	9941	9943	9944	13°	0	0	0	1	1	1	1	1	1
77°	9944	9945	9947	9948	9950	9951	9952	12°	0	0	0	1	1	1	1	1	1
78°	9952	9954	9955	9956	9957	9959	9960	11°	0	0	0	1	1	1	1	1	1
79°	9960	9961	9962	9963	9965	9966	9967	10°	0	0	0	1	1	1	1	1	1
80°	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9°	0	0	0	0	1	1	1	1	1
81°	9973	9974	9975	9976	9977	9978	9979	8°	0	0	0	0	1	1	1	1	1
82°	9979	9980	9981	9981	9982	9983	9984	7°	0	0	0	0	0	1	1	1	1
83°	9984	9985	9985	9986	9987	9987	9988	6°	0	0	0	0	0	1	1	1	1
84°	9988	9989	9989	9990	9991	9991	9992	5°	0	0	0	0	0	0	0	1	1
85°	9992	9992	9993	9993	9994	9994	9995	4°	0	0	0	0	0	0	0	0	0
86°	9995	9995	9996	9996	9996	9997	9997	3°	0	0	0	0	0	0	0	0	0
87°	9997	9997	9998	9998	9998	9998	9999	2°	0	0	0	0	0	0	0	0	0
88°	9999	9999	9999	9999	9999	0000	0000	1°	0	0	0	0	0	0	0	0	0
89°	0-0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0°	0	0	0	0	0	0	0	0	0

LOGARITMOS SUBVERSOS.

<http://rcin.org.pl>



EQUIVALENCIAS GONIOMÉTRICAS.

SUBCOVERSOS Y SUBVERSOS.

$$\begin{aligned} \operatorname{scv} a &= \operatorname{svr} (90^\circ - a) \\ &= \operatorname{vr} (90^\circ + a) \\ &= \operatorname{scv} (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\operatorname{sc}^2 \left(45^\circ - \frac{a}{2}\right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{svr} a &= \operatorname{scv} (90^\circ - a) \\ &= \operatorname{scv} (90^\circ + a) \\ &= \operatorname{vr} (180^\circ - a) \\ &= \frac{1}{\operatorname{sc}^2 \frac{a}{2}} \end{aligned}$$

TABLA DE INTERPOLACIÓN.

I. L.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	I. C.
1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	9
2	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	8
3	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.7	6.0	6.3	6.6	6.9	7.2	7.5	7
4	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6	4.0	4.4	4.8	5.2	5.6	6.0	6.4	6.8	7.2	7.6	8.0	8.4	8.8	9.2	9.6	10.0	6
5	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	5
6	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6	4.2	4.8	5.4	6.0	6.6	7.2	7.8	8.4	9.0	9.6	10.2	10.8	11.4	12.0	12.6	13.2	13.8	14.4	15.0	4
7	0.7	1.4	2.1	2.8	3.5	4.2	4.9	5.6	6.3	7.0	7.7	8.4	9.1	9.8	10.5	11.2	11.9	12.6	13.3	14.0	14.7	15.4	16.1	16.8	17.5	3
8	0.8	1.6	2.4	3.2	4.0	4.8	5.6	6.4	7.2	8.0	8.8	9.6	10.4	11.2	12.0	12.8	13.6	14.4	15.2	16.0	16.8	17.6	18.4	19.2	20.0	2
9	0.9	1.8	2.7	3.6	4.5	5.4	6.3	7.2	8.1	9.0	9.9	10.8	11.7	12.6	13.5	14.4	15.3	16.2	17.1	18.0	18.9	19.8	20.7	21.6	22.5	1

I. L.	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	I. C.
1	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	5.0	9
2	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	6.2	6.4	6.6	6.8	7.0	7.2	7.4	7.6	7.8	8.0	8.2	8.4	8.6	8.8	9.0	9.2	9.4	9.6	9.8	10.0	8
3	7.8	8.1	8.4	8.7	9.0	9.3	9.6	9.9	10.2	10.5	10.8	11.1	11.4	11.7	12.0	12.3	12.6	12.9	13.2	13.5	13.8	14.1	14.4	14.7	15.0	7
4	10.4	10.8	11.2	11.6	12.0	12.4	12.8	13.2	13.6	14.0	14.4	14.8	15.2	15.6	16.0	16.4	16.8	17.2	17.6	18.0	18.4	18.8	19.2	19.6	20.0	6
5	13.0	13.5	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	16.5	17.0	17.5	18.0	18.5	19.0	19.5	20.0	20.5	21.0	21.5	22.0	22.5	23.0	23.5	24.0	24.5	25.0	5
6	15.6	16.2	16.8	17.4	18.0	18.6	19.2	19.8	20.4	21.0	21.6	22.2	22.8	23.4	24.0	24.6	25.2	25.8	26.4	27.0	27.6	28.2	28.8	29.4	30.0	4
7	18.2	18.9	19.6	20.3	21.0	21.7	22.4	23.1	23.8	24.5	25.2	25.9	26.6	27.3	28.0	28.7	29.4	30.1	30.8	31.5	32.2	32.9	33.6	34.3	35.0	3
8	20.8	21.6	22.4	23.2	24.0	24.8	25.6	26.4	27.2	28.0	28.8	29.6	30.4	31.2	32.0	32.8	33.6	34.4	35.2	36.0	36.8	37.6	38.4	39.2	40.0	2
9	23.4	24.3	25.2	26.1	27.0	27.9	28.8	29.7	30.6	31.5	32.4	33.3	34.2	35.1	36.0	36.9	37.8	38.7	39.6	40.5	41.4	42.3	43.2	44.1	45.0	1

GABINET MATEMATYCZNY
Towarzystwa Naukowego Warszawskiego

I. L.	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	I. C.
1	5·1	5·2	5·3	5·4	5·5	5·6	5·7	5·8	5·9	6·0	6·1	6·2	6·3	6·4	6·5	6·6	6·7	6·8	6·9	7·0	7·1	7·2	7·3	7·4	7·5	9
2	10·2	10·4	10·6	10·8	11·0	11·2	11·4	11·6	11·8	12·0	12·2	12·4	12·6	12·8	13·0	13·2	13·4	13·6	13·8	14·0	14·2	14·4	14·6	14·8	15·0	8
3	15·3	15·6	15·9	16·2	16·5	16·8	17·1	17·4	17·7	18·0	18·3	18·6	18·9	19·2	19·5	19·8	20·1	20·4	20·7	21·0	21·3	21·6	21·9	22·2	22·5	7
4	20·4	20·8	21·2	21·6	22·0	22·4	22·8	23·2	23·6	24·0	24·4	24·8	25·2	25·6	26·0	26·4	26·8	27·2	27·6	28·0	28·4	28·8	29·2	29·6	30·0	6
5	25·5	26·0	26·5	27·0	27·5	28·0	28·5	29·0	29·5	30·0	30·5	31·0	31·5	32·0	32·5	33·0	33·5	34·0	34·5	35·0	35·5	36·0	36·5	37·0	37·5	5
6	30·6	31·2	31·8	32·4	33·0	33·6	34·2	34·8	35·4	36·0	36·6	37·2	37·8	38·4	39·0	39·6	40·2	40·8	41·4	42·0	42·6	43·2	43·8	44·4	45·0	4
7	35·7	36·4	37·1	37·8	38·5	39·2	39·9	40·6	41·3	42·0	42·7	43·4	44·1	44·8	45·5	46·2	46·9	47·6	48·3	49·0	49·7	50·4	51·1	51·8	52·5	3
8	40·8	41·6	42·4	43·2	44·0	44·8	45·6	46·4	47·2	48·0	48·8	49·6	50·4	51·2	52·0	52·8	53·6	54·4	55·2	56·0	56·8	57·6	58·4	59·2	60·0	2
9	45·9	46·8	47·7	48·6	49·5	50·4	51·3	52·2	53·1	54·0	54·9	55·8	56·7	57·6	58·5	59·4	60·3	61·2	62·1	63·0	63·9	64·8	65·7	66·6	67·5	1

I. L.	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	I. C.
1	7·6	7·7	7·8	7·9	8·0	8·1	8·2	8·3	8·4	8·5	8·6	8·7	8·8	8·9	9·0	9·1	9·2	9·3	9·4	9·5	9·6	9·7	9·8	9·9	10·0	9
2	15·2	15·4	15·6	15·8	16·0	16·2	16·4	16·6	16·8	17·0	17·2	17·4	17·6	17·8	18·0	18·2	18·4	18·6	18·8	19·0	19·2	19·4	19·6	19·8	20·0	8
3	22·8	23·1	23·4	23·7	24·0	24·3	24·6	24·9	25·2	25·5	25·8	26·1	26·4	26·7	27·0	27·3	27·6	27·9	28·2	28·5	28·8	29·1	29·4	29·7	30·0	7
4	30·4	30·8	31·2	31·6	32·0	32·4	32·8	33·2	33·6	34·0	34·4	34·8	35·2	35·6	36·0	36·4	36·8	37·2	37·6	38·0	38·4	38·8	39·2	39·6	40·0	6
5	38·0	38·5	39·0	39·5	40·0	40·5	41·0	41·5	42·0	42·5	43·0	43·5	44·0	44·5	45·0	45·5	46·0	46·5	47·0	47·5	48·0	48·5	49·0	49·5	50·0	5
6	45·6	46·2	46·8	47·4	48·0	48·6	49·2	49·8	50·4	51·0	51·6	52·2	52·8	53·4	54·0	54·6	55·2	55·8	56·4	57·0	57·6	58·2	58·8	59·4	60·0	4
7	53·2	53·9	54·6	55·3	56·0	56·7	57·4	58·1	58·8	59·5	60·2	60·9	61·6	62·3	63·0	63·7	64·4	65·1	65·8	66·5	67·2	67·9	68·6	69·3	70·0	3
8	60·8	61·6	62·4	63·2	64·0	64·8	65·6	66·4	67·2	68·0	68·8	69·6	70·4	71·2	72·0	72·8	73·6	74·4	75·2	76·0	76·8	77·6	78·4	79·2	80·0	2
9	68·4	69·3	70·2	71·1	72·0	72·9	73·8	74·7	75·6	76·5	77·4	78·3	79·2	80·1	81·0	81·9	82·8	83·7	84·6	85·5	86·4	87·3	88·2	89·1	90·0	1

GASCÓ. Tablas logaritmicas.

