

# Wydział nauk matematycznych i przyrodniczych.

---

## Posiedzenie

z dnia 12 Marca 1914 r.

Rok VII. № 3.

Obecni:

Przewodniczący Wydziału p. J. Lewiński.

Sekretarz p. J. Tur.

Członkowie Towarzystwa pp.: J. Bieliński, S. Dickstein, H. Dziedzicki, Wł. Gorczyński, L. Kryński, J. Pawiński, A. Sokołowski, J. Sosnowski, St. J. Thugutt.

## Komunikaty.

---

1. Wacław Roszkowski:

### Zniekształcenie czułków u *Limnaea palustris* Müll.

Komunikat zgłoszony dn. 18 Lutego 1914 r.

Przedstawił J. Tur.

W niewielkiej pracy, zamieszczonej w „Zoologischer Anzeiger” (Tom 32. 1908) Bauer opisał kilka zniekształceń czułków u mięczaków słodkowodnych, z których dwa odnoszą się do błotniarki stawowej (*Limnaea stagnalis* L.), nadmieniając

przytem, że dotąd niezmiernie mało zwracano uwagi na kwestyę zniekształceń podobnych, spotykanych w warunkach naturalnych, u zwierząt żyjących na swobodzie <sup>1)</sup>. Jak się zdaje, zniekształcenia takie nie są jednak wcale rzadkie, w pewnych zaś przypadkach mogą osiągnąć olbrzymi procent. Spotkawszy pewną ich ilość, a nie mając zamiaru zająć się nimi bliżej, podaję ich opis w niniejszej krótkiej notatce.

Wszystkie osobniki błotniarki (*Limnaea palustris* Müll.) u których zniekształcenia, przedstawione na załączonych rysunkach, obserwowałem, pochodzą z niewielkiego zbiornika wody

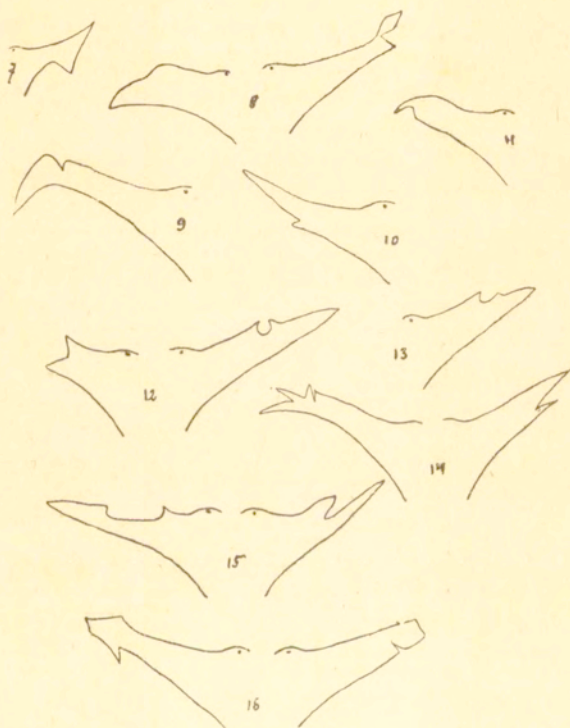


(1<sup>1</sup>/<sub>2</sub> m. szerokości, 2 m. długości), położonego po prawej stronie ujścia rzeczki Flonu pod Lozanną. Kałuża ta mieści się na skraju wilgotnej łączki, nad brzegiem Lemanu. Pierwszych sześć osob-

1) Tamże znajduje się wykaz odnośnej literatury.

ników (rys. 1—6) zebrałem 18 lutego 1913 r. 16 zaś pozostałych 22 marca 1913 r. Zdumiewająco wielkim jest odsetek egzemplarzy o czułkach uszkodzonych i zniekształconych. Za pierwszym razem było ich 6 na ogólną liczbę 12, czyli 50<sup>0</sup>/<sub>0</sub>; za drugim razem procent był jeszcze wyższy, gdyż 16 osobników na 25, czyli 64<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Rodzaj zniekształceń uwidoczniają załączone rysunki. Typem najprostszym jest brak pewnej części czułka (rys. 16, czułek prawy). Niektóre czułki wyglądają, jakby były z przodu lub z tyłu wygryzione (rys. 4, 6, 7, 15 prawy). Reszta zniekształ-

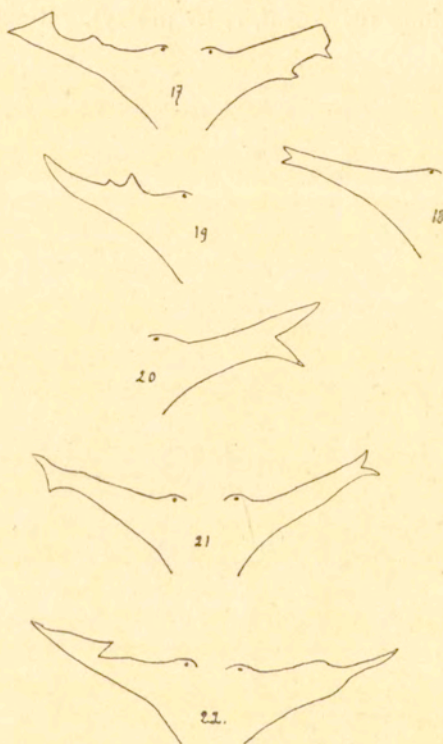


ceń przedstawia niewątpliwie regeneraty części utraconych. Chociaż bowiem na podstawie ujemnych wyników doświadczeń Carrière<sup>1)</sup> i Černý<sup>2)</sup> odmawiano błotniarkom zdol-

1) Carrière: Ueber Regeneration bei Landpulmonaten. Ta-  
geblätter der 52 Versamml. d. Naturf. 1879.

2) Černý: Versuche über Regeneration bei süßwasser—und  
Nachtschnecken. A. f. Entwm. XXIII, 1907.

ności regeneracyi czulków, Megušar<sup>1)</sup> dowiódł doświadczalnie, że twierdzenie to nie ma żadnych podstaw. Regeneracyi przypisuję powstanie cienkich, palczastych zakończeń czulków na rys. 1 (czulek prawy) i 22 (prawy), oraz podwójnych (rys. 14 prawy, 15 prawy, 20, 21 prawy), a nawet potrójnych (rys. 14 lewy) utworów palczastych; regeneracyi również zawdzięczają z pewnością swe powstanie płatowate rozszerzenia końców czu-



ków (rys. 3, 17 lewy) lub różne boczne wyrostki, powstające w miejscach ran bocznych (rys. 3, 12 prawy, 13, 15 lewy, 17 prawy, 19). Trudniejszą do zrozumienia jest geneza skrzywień czulków, jakie widzimy na rys. 2 i 5, w mniejszym zaś stopniu na rys. 8 (lewy), 9 i 11. We wszystkich prawie przypadkach barwa

1) Megušar: Regeneration der Tentakel und des Auges bei der Spitzenlammschnecke (*Limnaea*) A. f. Entwm. XXV. 1907.

regeneratu jest jaśniejsza od barwy pozostałej części czułka; w kilku tylko przypadkach różnicy dostrzec nie można było.

Z dużej ilości przypadków przezemie spotkanych wnosić można, że na swobodzie regeneracja nie jest tak trudną, jak w doświadczeniach w akwaryum—choć i to prawda, że obserwowałem ją u gatunku bodaj że najodporniejszego na wszelkie ujemne wpływy otoczenia. W akwaryach, w których *L. stagnalis* żyć nie może, *L. palustris* często żyje długo, nie zdradzając zupełnie, że warunki środowiska są nieodpowiednie. Prawdopodobnie wyniki doświadczeń byłyby inne, gdyby nie używano do nich gatunku pod względem warunków życiowych jednego z najwybredniejszych wśród błotniarek, jakim jest *L. stagnalis*.

Poważny odsetek osobników ze zniekształconymi czułkami obala dość jeszcze rozpowszechnione mniemanie, jakoby błotniarki były wolne od wrogów. W danym przypadku należy tylko rozstrzygnąć, jakie zwierzęta są sprawcami tak licznych uszkodzeń.

Fischer<sup>1)</sup> powiada, że żaby i traszki żywią się błotniarkami. Meğüşar<sup>2)</sup> twierdzi, że larwy chrząszczy wodnych *Hydrophilus piceus* i *aterrimus* często obgryzają czułki. F. C. Baker<sup>3)</sup> w swej monografii błotniarek amerykańskich zamieszcza na liście organizmów atakujących błotniarki ptaki, ssaki, ryby i pływaka (*Dytiscus*). Ptaki i ssaki można od razu wykluczyć z rozważań, gdyż jest rzeczą nieprawdopodobną, aby one mogły być przyczyną tego rodzaju uszkodzeń. Ryb w danej kałuży niema wcale i je więc możemy pominąć. Pływaki (*Dytiscus marginalis* L.) pożerają rzeczywiście błotniarki, jak sam mogłem się o tem przekonać, karmiąc je nimi w ciągu kilku tygodni, lecz czynią to niechętnie, i, o ile tylko mogą, wybierają sobie inny pokarm. Mało więc jest prawdopodobne, aby to one były przyczyną spustoszeń wśród naszych błotniarek. Nigdy nie spotkałem w danej kałuży larw chrząszcza *Hydrophilus*. Podług mego zdania uszkodzenia czułków u błotniarek nadlemańskich przypisać należy traszkom. Kto hodował traszki w akwaryum razem z błotniarkami, ten doskonale wie, jak często starają się one

1) Paul Fischer: Manuel de conchyliologie. Paryż 1887.

2) I. c.

3) Fr. C. Baker: The Lymnaeidae of North and Middle America Chicago 1911.

uczynić z błotniarek swą zdobycz, co im się zresztą udaje w pewnym tylko stopniu. Oczywiście atakują one zwykle części najbardziej odstające od ogólnej masy ciała, t. j. czułki mięczaka. W interesującym nas zbiorniku wody roi się na wiosnę od traszek (najpospolitszym gatunkiem jest *Triton palmatus*, częstym *Triton cristatus*, rzadszym *Triton alpestris*); w 1913 roku już 18 lutego, mimo wczesnej pory, widziałem egzemplarz *Triton palmatus*. Nikt więc inny, tylko one obgryzają czułki błotniarkom, wywołując tym sposobem powstanie najróżnorodniejszych zniekształceń.

Nie potrzebuje dodawać, że rysunki były robione z osobników żywych, przy największym rozkurezu czułka.

RÉSUMÉ.

W a c ł a w R o s z k o w s k i:

**Les déformations des tentacules chez la *Limnaea palustris* Müll.**

Communication annoncée le 28, II, 1914.

• Présentée par J. T u r.

Dans une note, publiée dans „Zoologischer Anzeiger” (T. 32. 1908) Bauer’ a décrit quelques déformations de tentacules chez les mollusques d’eau douce, parmi lesquelles deux se rapportaient aux Limnées (*L. stagnalis* L.), en mentionnant en même temps que jusqu’à présent on s’est occupé trop peu de la question des déformations qu’on rencontre dans les conditions naturelles, chez les animaux vivant en liberté. Il semble que les déformations semblables à celles décrites par Bauer, ne sont pourtant pas rares, et dans certaines conditions leur nombre peut devenir considérable. Dans le cours de mes recherches j’en ai rencontré un certain nombre et comme je ne puis m’en occuper plus à fond, je trouve utile de les publier maintenant dans cette petite note.

Tous les exemplaires de Limnées (*L. palustris* Müll.) chez lesquels j’ai observé les déformations présentées sur les figures ci-jointes (voir le texte polonais) ont été trouvées dans une petite flaque d’eau (1½ m de largeur, 2 m de lon-

gueur), près de l'embouchure du Flon à Lausanne. Les six premiers exemplaires (fig. 1—6) ont été recueillis le 18 février 1913, la reste (16 exempl. fig. 7—22) le 22 mars de même année. Le pourcentage d'exemplaires pourvus de ces déformations est extrêmement grand. Pour la première fois j'ai trouvé sur douze-six exemplaires à tentacules déformés (50 pour 100), la seconde fois 16 exemplaires sur 25 (64 pour 100).

On voit la forme des déformations sur les dessins ci-joints. Toutes ces déformations, présentant les produits de régénération de parties coupées des tentacules, dépendent évidemment de la forme de morsure. Dans certains cas la régénération n'est pas encore avancée, la déformation se borne à l'absence d'une certaine partie, p. ex. de l'extrémité du tentacule (fig. 16 à droite); dans les autres cas la régénération conduit aux formations bizarres filiformes ou lobées. Dans presque tous les cas la pigmentation des parties régénérées est moins forte que du tentacule lui-même, quoique il y en ait de cas où je n'ai pu constater aucune différence.

Il faut préciser quels animaux ont produit ces déformations chez nos Limnées.

Les animaux suivants ont été placés par F i s c h e r, M e g u s a r et B a k e r sur la liste des animaux qui attaquent les Limnées: les différents mammifères, les oiseaux, les grenouilles, les tritons, les poissons et parmi les insectes *Dytiscus marginalis*, *Hydrophilus piceus* et *aterrimus*. Nous pouvons éliminer les mammifères et les oiseaux, parcequ'il est invraisemblable qu'ils puissent produire des déformations pareilles. Les poissons, manquant dans ce marais, peuvent aussi être mis de côté. Les dytiques s'attaquent en effet aux Limnées, comme j'ai pu le constater dans un aquarium mais ils préfèrent une autre nourriture, et ne mangent les Limnées qu'en cas d'absence de toute autre proie; il y a peu de chances donc qu'ils produisent ces déformations. Si les hydrophiles attaquent les limnées je ne puis pas le dire — mais je n'ai jamais rencontré l'*Hydrophilus piceus* dans ce marais. Les avaries des Limnées j'attribue plutôt aux tritons. Quiconque a observé des tritons vivant avec des Limnées dans un aquarium a sans doute remarqué que les tritons essaient toujours de s'attaquer aux Limnées, spéciale-

ment aux parties du corps les plus saillantes c'est à dire aux tentacules qui seuls peuvent devenir leur proie. Dans le marais qui nous interesse il y a au printemps quantité de tritons (l'espèce le plus commune est le *Triton palmatus*, moins commun est le *Triton cristatus* et plus rare encore le *Triton alpestris*); en 1913 le 18 février, malgré la précocité de la saison, j'ai déjà vu un exemplaire de *Triton palmatus*. C'est donc sûrement les tritons qui mordent les tentacules des limnées et provoquent la régénération des parties coupées qui aboutit à ces déformations.

Je n'ai pas besoin d'ajouter que les dessins ont été faits d'après les exemplaires vivant, au moment de la plus grande extension des tentacules.

---

## 2. Franciszek Włodarski:

### Przyczynek do teoryi krzywych kołowych rzędu 3-go.

Komunikat zgłoszony dn. 24 Lutego 1914 r.

Przedstawił S. Dickstein.

Postawiwszy sobie za zadanie uogólnienie pewnego znacznego twierdzenia o krzywych ogniskowych<sup>1)</sup> na krzywe kołowe rzędu 3-ego wogóle, otrzymałem pewne, o ile mi się zdaje, dotąd niespostrzeżone własności tych krzywych, które też poniżej podaję.

Niechaj  $A$  i  $B$  oznaczają dwa dowolne punkty rzeczywiste lub urojone sprzężone<sup>2)</sup> krzywej kołowej rzędu 3-go. Koło  $K_1$ ,

---

1) Mianowicie tego, na mocy którego krzywą ogniskową możemy uważać za miejsce geometryczne punktów  $P$ , posiadających tę własność, że połączenia proste któregośkolwiek z tych punktów z dwiema parami  $A, B$  i  $A', B'$  punktów stałych tworzą dwie pary promieni odpowiednich inwolucyi hyperboliczno-równobocznej. H. S c h r ö t e r, Math. Ann. 5 (1872), str. 50.

2) Urojonymi sprzężonymi nazywamy takie punkty, których współrzędne są liczbami zespolonemi sprzężonemi, np. punkty  $(a+bi, c+di)$  i  $(a-bi, c-di)$ .



przechodzące przez A i B i posiadające średnicę  $\overline{AB}$ , przecina krzywą jeszcze w dwu punktach rzeczywistych albo urojonych sprzężonych C i D (nie licząc punktów kołowych płaszczyzny). Obierzmy C i D za punkty podstawowe pęku kół  $\Sigma$  i poszukajmy pęku promieni  $\Pi$ , rzutowego względem  $\Sigma$  i dającego z nim jako utwór krzywą daną. Promień  $\overline{AB}$  przechodzi przez środek odpowiadającego mu koła, a więc w pęku  $\Pi$  istnieje jeszcze jeden promień rzeczywisty m, przechodzący przez środek odpowiadającego mu koła  $K_2$ . Oznaczmy punkty przecięcia m z  $K_2$  przez  $A'$  i  $B'$  1). Te punkty leżą oczywiście na krzywej danej. Nazwijmy pary A, B i  $A'$ ,  $B'$  parami odpowiedniami punktów krzywej.

Jeżeli położenie punktu P, którego współrzędne w układzie dwuosiowym są x, y (przytem mogą też one być urojonymi), określać będziemy za pomocą wektora  $r = x i + y j$ , gdzie i i j są wektorami jednostkowymi w kierunku osi współrzędnych, to równanie krzywej będziemy mogli napisać w postaci

$$(1). (r-r'_1)(r-r'_2) \cdot \nabla (r-r_1)(r-r_2) - g (r-r_1)(r-r_2) = \nabla (r-r'_1)(r-r'_2) = 0,$$

czyli, w założeniu, że używamy układu prostokątnego,

$$(1'). [(x-x_1')(x-x'_2) + (y-y_1')(y-y_2')] [(x-x_1)(y_1-y_2) - (y-y_1)(x_1-x_2)] - g [(x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(y-y_2)] [(x-x_1') - (y_1'-y_2') - (y-y_1')(x_1'-x_2')] = 0,$$

gdzie wektory  $r_1, r_2, r'_1, r'_2$  określają położenie punktów A, B)  $A', B'$ , g zaś oznacza pewną stałą skalarną.

Założmy, że trzeci punkt przecięcia prostej  $\overline{AB}$  (albo  $\overline{A'B'}$ ) z krzywą leży w skończoności i nie nakrywa się z ogniskiem osobliwym krzywej. Jeżeli początek układu współrzędnych prostokątnych weźmiemy właśnie w tym punkcie, zaś osiom nadamy takie kierunki, aby były promieniami odpowiednimi inwolucyi hyperboliczno-równobocznej, w której  $\overline{AB}$  i  $\overline{A'B'}$  tworzą parę promieni odpowiednich, to będzie:

$$x_1 x'_1 - y_1 y'_1 = x_2 x'_2 - y_2 y'_2 = x_2 x'_1 - y_2 y'_1 = x_2 x'_2 - y_2 y'_2 = 0,$$

a więc współczynnik przy xy w równaniu (1') też będzie równy zeru. To ostatnie zachodzi tylko przy jednym jedynym położeniu względem siebie prostopadłych osi współrzędnych 2), zatem para

1) Punkty  $A'$  i  $B'$  są też rzeczywiste albo urojone sprzężone.

2) Mianowicie wtedy, gdy te osi są promieniami odpowiednimi inwolucyi hyperboliczno-równobocznej, w której promień, odpowiadający promieniowi o kierunku asymptotycznym rzeczywistym krzywej, przechodzi przez ognisko osobliwe krzywej.

$A', B'$ , odpowiadająca parze  $A, B$ , jest w rozpatrywanym przypadku jednoznacznie określona.

Jeżeli trzeci punkt przecięcia prostej  $\overline{AB}$  (albo  $\overline{A'B'}$ ) z krzywą leży w nieskończoności, to przy odpowiednim wyborze osi współrzędnych równania pęków  $\Pi$  i  $\Sigma$  możemy napisać w postaci  $x = \lambda$  i  $(x^2 + y^2 + a_1 x + b_1 y + c_1) + \lambda n (x^2 + y^2 + a_2 x + b_2 y + c_2) = 0$ ,

przyczem stałej  $n$  możemy nadać taką wartość, że te równania przy każdej wartości  $\lambda$  przedstawiać będą elementy odpowiednie. Po wykonaniu pewnych prostych rachunków przekonamy się, że w tym przypadku proste  $\overline{AB}$  i  $\overline{A'B'}$  przecinają dowolną względem nich nierównoległą prostą w dwu punktach, które są punktami odpowiednimi inwolucyi hyperboliczno-równobocznej, w której punkty przecięcia tej prostej z asymptotą rzeczywistą krzywej oraz z prostą, przechodzącą przez ognisko osobliwe w kierunku asymptotycznym rzeczywistym, też są punktami odpowiednimi.

Jeżeli trzeci punkt przecięcia prostej  $\overline{AB}$  (albo  $\overline{A'B'}$ ) z krzywą nakrywa się z ogniskiem osobliwym krzywej, to każdy promień pęku  $\Pi$  przechodzi przez środek odpowiadającego mu koła w pęku  $\Sigma$ .

**Twierdzenie 1.** Jeżeli trzeci punkt przecięcia  $O$  prostej  $\overline{AB}$ , łączącej dwa dowolne punkty  $A$  i  $B$  krzywej kołowej rzędu 3-ego, z krzywą leży w skończoności i nie nakrywa się z ogniskiem osobliwym krzywej, to punkty pary  $A', B'$ , odpowiadające parze  $A, B$ , leżą na prostej, której trzeci punkt przecięcia z krzywą jest też  $O$  i która odpowiada prostej  $\overline{AB}$  w inwolucyi hyperboliczno-równobocznej, w której prosta, łącząca punkt  $O$  z ogniskiem osobliwym, oraz prosta, przechodząca przez  $O$  w kierunku asymptotycznym rzeczywistym krzywej, są promieniami odpowiednimi. Jeżeli trzeci punkt przecięcia prostej  $\overline{AB}$  z krzywą leży w nieskończoności, to punkty  $A'$  i  $B'$  leżą na prostej, równoległej do prostej  $\overline{AB}$  i odpowiadającej jej w inwolucyi hyperboliczno-równobocznej, w której asymptota rzeczywista krzywej oraz prosta, przechodząca przez ognisko osobliwe w kierunku asymptotycznym rzeczywistym, są promieniami odpowiednimi. W razie krzywej ogniskowej każdej parze punktów krzywej, których prosta połączenia przecina krzywą po raz trzeci w ognisku osobliwym, odpowiada każda para punktów krzywej, których prosta połączenia posiada tę samą własność.

Z równania (1) wynika

$$\frac{(r-r'_1)(r-r'_2) \cdot \sqrt{(r-r_1)(r-r_2)}}{(r-r_1)(r-r_2) \cdot \sqrt{(r-r'_1)(r-r'_2)}} = g,$$

albo też: (2). 
$$\frac{\operatorname{tg}(\overline{PA}, \overline{PB})}{\operatorname{tg}(\overline{PA'}, \overline{PB'})} = g,$$

gdzie P jest punktem zmiennym.

**Twierdzenie 2.** Jeżeli A, B i A', B' są parami odpowiedniami punktów krzywej kołowej rzędu 3-ego, to możemy uważać tę krzywą za miejsce geometryczne punktów P, dla których stosunek  $\operatorname{tg}(\overline{PA}, \overline{PB}) : \operatorname{tg}(\overline{PA'}, \overline{PB'})$  posiada pewną określoną wartość stałą. Odwrotnie, jeżeli A, B, A', B' oznaczają 4 dowolne punkty płaszczyzny (przyczem A, B wzgl. A', B' oznaczają punkty rzeczywiste albo urojone sprzężone), to geometryczne miejsce punktów P, czyniących zadość warunkowi  $\operatorname{tg}(\overline{PA}, \overline{PB}) : \operatorname{tg}(\overline{PA'}, \overline{PB'}) = g$ , gdzie g oznacza liczbę stałą, jest krzywą kołową rzędu 3-ego, dla której A, B i A', B' są parami odpowiedniami.

Każdemu punktowi krzywej kołowej rzędu 3-ego odpowiada inwolucya (prostych) hyperboliczno-równoboczna ze środkiem w tym punkcie, której promienie odpowiednie przecinają krzywą w parach odpowiednich. Jeżeli początek układu współrzędnych weźmiemy w jakimś punkcie P krzywej, zaś za osi współrzędnych przyjmiemy dwa względem siebie prostopadłe promienie odpowiednie inwolucyi hyperboliczno-równobocznej, odpowiadającej punktowi P, to równania  $y = \lambda x$  i  $\lambda y = x$  przedstawiać będą przy każdej wartości  $\lambda$  promienie odpowiednie tej inwolucyi. A więc każdej wartości odpowiada pewna wartość  $|g|$ . Pomiędzy temi zmiennymi istnieje zależność

$$(3). \quad g^2 = \frac{(e+\lambda^2e)^2 - 4(1+\lambda^2)(a+\lambda b)(f+\lambda g)}{(e+\lambda^2c)^2 - 4(1+\lambda^2)(b+\lambda a)(g+\lambda f)} \quad 1)$$

Ograniczę się tutaj do podania jeszcze dwu twierdzeń, bez bliższego omawiania ich.

**Twierdzenie 3.** Krzywa kołowa rzędu 3-ego posiada 5 punktów (oprócz punktów kołowych płaszczyzny), których normalne przechodzą przez ognisko osobliwe krzywej. Każdy z tych punktów posiada tę własność, że proste, łączące go z punktami

1) Symbole a, b, c, e, f, g oznaczają tutaj współczynniki równania  $(ax+by)(x^2+y^2) + cx^2 + ey^2 + fx + gy = 0$  krzywej danej.

przecięcia, leżącemi w skończoności, prostych o kierunku asymptotycznym rzeczywistym krzywej z krzywą, tworzą involucję hyperboliczno-równoboczną, której promienie podwójne przecinają krzywą w parach odpowiednich <sup>1)</sup>. Jeżeli styczna przynajmniej w jednym z tych punktów posiada kierunek asymptotyczny rzeczywisty krzywej, to krzywa leży symetrycznie w stosunku do normalnej w tym punkcie, w przeciwnym razie krzywa wcale nie posiada osi symetrii. Jeżeli przez każdy punkt dwu par odpowiednich A, B i A', B' tego rodzaju, że proste  $\overline{AB}$  i  $\overline{A'B'}$  przecinają się w jednym z 5 wskazanych punktów, poprowadzimy proste w kierunku asymptotycznym rzeczywistym krzywej, to przetną one krzywą (oprócz w A, B, A', B' i w punkcie w nieskończoności) w dwu parach odpowiednich, którym odpowiada ta sama wartość  $g^2$ , co i parom poprzednim.

Rozważając przypadek, kiedy krzywa kołowa rzędu 3-ego rozpada się na prostą w nieskończoności i krzywą rzędu 2-ego, dochodzimy do twierdzenia:

Twierdzenie 4. Jeżeli  $P_1, P_2$  i  $P'_1, P'_2$  oznaczają punkty przecięcia dwu dowolnych prostych równoległych z hyperbolą równoboczną, to każdy punkt P tej hyperboli czyni zadość równaniu  $\text{tg}(\overline{PP_1}, \overline{PP_2}) : \text{tg}(\overline{PP'_1}, \overline{PP'_2}) = \overline{P_1P_2} : \overline{P'_1P'_2}$ .

#### ZUSAMMENFASSUNG.

Franciszek Włodarski:

#### Zur Theorie der zirkularen Kurven 3-er Ordnung.

Angemeldet am 24. II. 1914.

Vorgelegt von S. Dickstein.

Die im Folgenden angegebenen Eigenschaften der zirkularen Kurven 3-er Ordnung habe ich gefunden, indem ich mich das Problem gestellt habe, einen bekannten Satz über die Fokalkurven <sup>2)</sup> in irgend einer Weise auf alle zirkularen

<sup>1)</sup> Jeżeli krzywa jest jednobieżną, to punkt podwójny jej własność wskazaną posiada.

<sup>2)</sup> Nämlich den, nach welchem die Fokalkurve als der geometrische Ort eines Punktes P, dessen Verbindungsgeraden mit zwei Paaren A, B, und A', B' fester Punkte zwei Paare einer hyperbolischgleichseitigen Involution bilden, aufgefasst werden kann. Siehe dazu H. Schröter, Math. Ann. 5 (1872), Seite 50.

Kurven 3-er Ordnung zu verallgemeinern. Ich möchte hier meine Resultate kurz zusammenfassen.

Seien A und B zwei beliebige reelle oder konjugiert imaginäre Punkte <sup>1)</sup> einer zirkularen Kurve 3-er Ordnung. Der Kreis  $K_1$ , welcher durch A und B geht und einen Durchmesser  $\overline{AB}$  hat, schneidet die Kurve noch in zwei reellen oder konjugiert imaginären Punkten C und D (ausser den beiden zyklischen Punkten der Ebene). Nehmen wir C und D als Basispunkte eines Kreisbüschels  $\Sigma$  an und suchen den Strahlenbüschel  $\Pi$ , der zu diesem Kreisbüschel projektivisch ist und mit ihm unsere Kurve als Erzeugnis liefert. Der Strahl  $\overline{AB}$  geht durch das Zentrum des ihm entsprechenden Kreises  $K_1$  hindurch, folglich gibt es im Strahlenbüschel  $\Pi$  noch einen reellen Strahl m der durch das Zentrum des ihm entsprechenden Kreises  $K_2$  des Büschels  $\Sigma$  hindurchgeht. Bezeichnen wir die Schnittpunkte von m mit  $K_2$  mit  $A'$  und  $B'^2)$ . Diese Punkte gehören natürlich unserer Kurve an. Wir nennen nun A, B und  $A'$ ,  $B'$  zwei zugeordnete Punktepaare der Kurve.

Bestimmen wir die Lage eines Punktes P, dessen Koordinaten in Bezug auf ein zweiachsiges Koordinatensystem x, y sind (mögen sie auch imaginär sein), durch den Vektor  $\mathbf{r} \equiv x \mathbf{i} + y \mathbf{j}$ , wo  $\mathbf{i}$  und  $\mathbf{j}$  die Einheitsvektoren in den Richtungen der Koordinatenachsen sind, so können wir die Gleichung der Kurve in der Form

$$(1). (\mathbf{r}-\mathbf{r}'_1) (\mathbf{r}-\mathbf{r}'_2) \cdot \mathbf{V} (\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) (\mathbf{r}-\mathbf{r}_2) - g (\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) (\mathbf{r}-\mathbf{r}_2) \\ = \mathbf{V} (\mathbf{r}-\mathbf{r}'_1) (\mathbf{r}-\mathbf{r}'_2) = 0,$$

oder, vorausgesetzt, dass unser Koordinatensystem rechtwinklig ist,

$$(1'). [(x-x'_1) (x-x'_2) + (y-y'_1) (y-y'_2)] [(x-x_1) (y_1-y_2) \\ - (y-y_1) (x_1-x_2)] - g [(x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(y-y_2)] [(x-x'_1) \\ (y'_1-y'_2) - (y-y'_1) (x'_1-x'_2)] = 0,$$

schreiben, wo  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2$  die Punkte A, B,  $A'$ ,  $B'$  repräsentieren und g eine skalare Konstante ist.

<sup>1)</sup> Koniugiert imaginär nennen wir solche Punkte, deren Koordinaten konjugiert komplexe Zahlen sind, z. B. die Punkte  $(a+bi, c+di)$  und  $(a-bi, c-di)$ .

<sup>2)</sup> Diese Punkte sind natürlich auch reell oder konjugiert imaginär.

Nehmen wir zuerst an, dass der dritte Schnittpunkt der Geraden  $\overline{AB}$  (oder  $\overline{A'B'}$ ) mit der Kurve im Endlichen liegt und von dem singulären Brennpunkte der Kurve verschieden ist. Wenn wir nun diesen Punkt als Anfangspunkt des Koordinatensystems annehmen und die beiden Koordinatenachsen so wählen, dass sie ein Paar der hyperbolisch — gleichseitigen Involution bilden, in welcher  $\overline{AB}$  und  $\overline{A'B'}$  ein Paar sind, so wird es sein

$x_1 x'_1 - y_1 y'_1 = x_2 x'_2 - y_2 y'_2 = x_2 x'_1 - y_2 y'_1 = x_2 x'_2 - y_2 y'_2 = 0$ ,  
es wird dann also der Koeffizient von  $x y$  in der Gleichung (1') auch gleich Null. Dies kommt aber nur bei einer einzigen Lage der rechtwinkligen Koordinatenachsen vor <sup>1)</sup>, folglich ist hier das dem Paare  $A, B$  zugeordnete Paar  $A', B'$  eindeutig bestimmt.

Liegt der dritte Schnittpunkt der Geraden  $\overline{AB}$  (oder  $\overline{A'B'}$ ) mit der Kurve im Unendlichen, so können wir bei geeigneter Wahl der Koordinatenachsen die Gleichungen der Büschel  $\overline{\Pi}$  und  $\overline{\Sigma}$  in der Form

$x = \lambda$  und  $(x^2 + y^2 + a_1 x + b_1 y + c_1) + \lambda n (x^2 + y^2 + a_2 x + b_2 y + c_2) = 0$ ,  
schreiben, wobei die Konstante  $n$  so gewählt werden kann, dass diese Gleichungen für jeden Wert von  $\lambda$  zwei entsprechende Elemente repräsentieren. Nach einer einfachen Rechnung finden wir, dass in diesem Falle die Geraden  $\overline{AB}$  und  $\overline{A'B'}$  eine beliebige nicht ihnen parallele Gerade in zwei Punkten schneiden, welche ein Paar der hyperbolisch gleichseitigen Involution bilden, in der die Schnittpunkte dieser Geraden mit der reellen Asymptote der Kurve und mit der in der reellen asymptotischen Richtung durch den singulären Brennpunkt gezogenen Geraden ein Paar sind.

Fällt der dritte Schnittpunkt der Geraden  $\overline{AB}$  (oder  $\overline{A'B'}$ ) mit der Kurve mit dem singulären Brennpunkte zusammen, so geht jeder Strahl von  $\overline{\Pi}$  durch das Zentrum des ihm entsprechenden Kreises von  $\overline{\Sigma}$  hindurch.

---

1) Nämlich dann, wenn diese Koordinatenachsen ein Paar der hyperbolisch — gleichseitigen Involution bilden, in welcher der dem in der reellen asymptotischen Richtung verlaufenden Strahle entsprechende Strahl durch den singulären Brennpunkt der Kurve geht.

Satz 1. Liegt der dritte Schnittpunkt O der Verbindungsgeraden  $\overline{AB}$  zweier beliebigen Kurvenpunkte A und B mit der Kurve im Endlichen und ist von dem singulären Brennpunkte der Kurve verschieden, so liegen die Punkte A' und B' des dem Paare A, B zugeordneten Paares in einer Geraden, deren dritter Schnittpunkt mit der Kurve ebenfalls O ist und die mit der Geraden  $\overline{AB}$  ein Paar der hyperbolisch — gleichseitigen Involution bildet, in welcher die durch O und durch den singulären Brennpunkt und die durch O in der reellen asymptotischen Richtung gehenden Geraden ein Paar bilden. Liegt der dritte Schnittpunkt der Geraden  $\overline{AB}$  im Unendlichen, so liegen A' und B' in einer Geraden, die zu  $\overline{AB}$  parallel ist und mit ihr ein Paar der hyperbolisch—gleichseitigen Involution bildet, in welcher die reelle Asymptote der Kurve und die durch den singulären Brennpunkt in der reellen asymptotischen Richtung gehende Gerade ein Paar bilden. Im Falle einer Fokalkurve entspricht jedem Punktepaare der Kurve, dessen Verbindungsgerade die Kurve zum dritten Male in dem singulären Brennpunkte schneidet, jedes Punktepaar der Kurve, dessen Verbindungsgerade dieselbe Eigenschaft besitzt.

Aus der Gleichung (1) folgt

$$\frac{(r-r'_1)(r-r'_2) \cdot \mathbf{V}(r-r_1)(r-r_2)}{(r-r_1)(r-r_2) \cdot \mathbf{V}(r-r'_1)(r-r'_2)} = g,$$

oder, wenn wir den durch den Vektor r bestimmten Punkt mit P bezeichnen,

$$(2). \quad \frac{\operatorname{tg}(\overline{PA}, \overline{PB})}{\operatorname{tg}(\overline{PA'}, \overline{PB'})} = g.$$

Satz 2. Sind A, B und A', B' zwei zugeordnete Punktenpaare einer zirkularen Kurve 3-er Ordnung, so können wir diese Kurve als den geometrischen Ort eines Punktes P betrachten, für welchen das Verhältniss  $\operatorname{tg}(\overline{PA}, \overline{PB}) : \operatorname{tg}(\overline{PA'}, \overline{PB'})$  einen bestimmten konstanten Wert besitzt. Umgekehrt sind A, B, A', B' vier beliebige Punkte der Ebene (wobei A, B resp. A', B' reell oder konjugiert imaginär sind), so ist der geometrische Ort eines Punktes P, für welchen die Relation  $\operatorname{tg}(\overline{PA}, \overline{PB}) : \operatorname{tg}(\overline{PA'}, \overline{PB'}) = g$ , wo g eine Konstante bedeutet, erfüllt ist, eine zirkuläre Kurve 3-er Ordnung, für welche A, B und A', B' zwei zugeordnete Punktenpaare bilden.

Jedem Punkte einer zirkularen Kurve dritter Ordnung ist also eine hyperbolisch — gleichseitige Strahleninvolution mit Zentrum in dem betreffenden Punkte zugeordnet, deren Strahlenpaare die Träger von zugeordneten Punktepaaren der Kurve sind. Nehmen wir einen beliebigen Punkt einer zirkularen Kurve 3-er Ordnung als Anfangspunkt des Koordinatensystems an und als Koordinatenachsen das Paar der diesem Punkte zugeordneten hyperbolisch—gleichseitigen Involution, dessen Strahlen zueinander senkrecht stehen, so repräsentieren die Gleichungen  $y = \lambda x$  und  $\lambda y = x$  für jeden Wert von  $\lambda$  zwei entsprechende Strahlen unserer Strahleninvolution. Jedem Werte von  $\lambda$  entspricht also ein Wert von  $|g|$ . Zwischen diesen beiden Veränderlichen besteht der Zusammenhang

$$(3). \quad g^2 = \frac{(c+\lambda^2e)^2-4(1+\lambda^2)(a+\lambda b)(f+\lambda g)}{(e+\lambda^2c)^2-4(1+\lambda^2)(b+\lambda a)(g+\lambda f)}$$

Ich möchte noch 2 Sätze formulieren.

Satz 3. Auf einer zirkularen Kurve 3-er Ordnung gibt es 5 Punkte (ausser den beiden zyklischen Punkten der Ebene), deren Normalen durch den singulären Brennpunkt der Kurve gehen. Jeder dieser Punkte besitzt die Eigenschaft, dass seine Verbindungsgeraden mit den im Endlichen liegenden Schnittpunkten der in reeller asymptotischer Richtung verlaufenden Geraden mit der Kurve eine hyperbolisch—gleichseitige Involution bilden, deren Doppelstrahlen zwei zugeordnete Punktepaare der Kurve tragen <sup>2)</sup>. Besitzt die Tangente in wenigstens einem dieser Punkte die reelle asymptotische Richtung der Kurve, so liegt die Kurve symmetrisch in Bezug auf die Normale in diesem Punkte, andernfalls besitzt die Kurve keine Symmetrieachse. Wenn wir durch jeden Punkt zweier zugeordneten Punktepaare  $A, B$  und  $A', B'$  von der Eigenschaft, dass die Geraden  $\overline{AB}$  und  $\overline{A'B'}$  sich in einem der 5 genannten Punkte schneiden, Geraden in reeller asymptotischer Richtung ziehen, so bilden die zwei-

<sup>1)</sup> Wo die Zahlen  $a, b, c, e, f, g$  die Koeffizienten der Gleichung  $(ax+by)(x^2+y^2)+cx^2+ey^2+fx+gy=0$  unserer Kurve sind.

<sup>2)</sup> Im Falle, wenn die Kurve unikursal ist, besitzt ihr Doppelpunkt diese Eigenschaft.



ten im Endlichen liegenden Schnittpunkte dieser Geraden mit der Kurwe auch zwei zugeordnete Punktpaare, denen derselbe Wert von  $g^2$  gehört wie den ursprünglichen Paarem.

Betrachtet man den Fall, wann die zirkularne Kurwe 3-er Ordnung in die unendlich ferne Gerade und einen Kegelschnitt zerfällt, so kommt man zu dem Satze:

Satz 4. Sind  $P_1, P_2$  und  $P'_1, P'_2$  die Schnittpunkte zweier beliebigen paralelnych Geraden mit einer gleichseitigen Hyperbol, so ist für jeden Punkt  $P$  dieser Hyperbol die Relation  $\text{tg}(\overline{PP_1}, \overline{PP_2}) : \text{tg}(\overline{PP'_1}, \overline{PP'_2}) = \overline{P_1P_2} : \overline{P'_1P'_2}$  erfüllt.

3. W. Siemaszko:

### Zapiski grzyboznawcze z gubernii wileńskiej.

Komunikat ogłoszony dn. 24 Lutego 1914 r.

Przedstawił B. Hryniewiecki.

Gubernia wileńska dotąd mało była badana pod względem mykologicznym. Z prac polskich znana mi jest tylko „Wiadomość o śluzowcach znalezionych w latach 1878-1883 przez Maryę Twardowską (Odbitka z Pamiętnika Fizyograficznego. Tom V, r. 1885) dotycząca powiatów: święciańskiego (gub. wileńska) i pińskiego (gub. mińska). W powiecie święciańskim autorka zebrała 35 gatunków śluzowców. Nareszcie p. Naumow przytacza w swej pracy p. t.: „Materiały dla mikologicznej flory Rosji” (Trudy biuro po prikladnoj botaniki, VI, r. 1913 № 3) 11 gatunków grzybów zebranych w listopadzie 1911 r. w najbliższych okolicach Wilna, w tej liczbie dwa nowe: *Phoma elsholziae* N. Naum. na *Elsholzia Patrini* i *Phoma gnaphalii* N. Naum. na *Gnaphalium silvaticum*<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> W starszej literaturze botanicznej spotykamy jednak kilka przyczynków, dotyczących flory mykologicznej Wileńskiej, a mianowicie:

1. X. B. S. Jundziłł. Opisanie roślin w prowincyi W. X. L naturalnie rosnących według układu Linneusza, Wilno 1791. 63 gatunki grzybów z okolic Wilna.

2. Józef Jundziłł. Opisanie roślin w Litwie, na Wołyniu, Podolu i Ukrainie dziko rosnących, jako i oswoionych. Wilno. 1830.

Praca niniejsza obejmuje śluzowce i grzyby, ogółem 144 gatunki, zebrane przeważnie w czerwcu i lipcu 1913 r. w okolicach Wilna, oraz w następujących stykających się ze sobą miejscowościach, należących pod względem administracyjnym do powiatów: wileńskiego (majątki Drewieniki i Anielin) i oszmiańskiego (majątki Jasionów, Mokrzyce, Lipciszki i Ponadstawie, wsie Widoki i Wisztoki, miasteczka Murowana Oszmianka i Cudzeniszki).

Pozatem z powiatu trockiego (majątek Bohatele) parę ciekawych gatunków przesłała mi p. A. T o ł ł o c z k o w a, za co niniejszem składam podziękowanie.

Nowych gatunków w moim zbiorze jest cztery:

*Phyllosticta geraniicola*,

*Phoma fructicola*,

*Phoma lithuanica*,

*Ovularia geranii*.

Jednemu gatunkowi po dokładniejszym zbadaniu nadałem nową nazwę: *Ascochyta trifolii*.

Do oznaczenia służyły mi przeważnie następujące dzieła:

Saccardo. Sylloge Fungorum 22 tomy. 1882—1913.

Rabenhorst. Die Pilze Deutschlands. 9 tomów  
1884—1910.

Salmon. A Monograph of the *Erysipheaceae*. 1900.

Sydow. Monographia *Uredinearum*.

Fischer. Die Uredineen der Schweiz. 1904.

Schelenberg. Die Brandpilze der Schweiz. 1911.

Lister. A Monograph of the *Mycetozoa*. 1911.

Spis ułożyłem według: Engler und Prantl, Die Natürliche Pflanzenfamilien.

Pracę wykonałem w Biurze Mykologicznem przy Ministerjum Rolnictwa. Dyrektorowi Biura p. Arturowi Jaczewskiemu składam niniejszem serdeczne podziękowanie za wskazówki przy oznaczaniu trudniejszych gatunków.

---

309 gatunków grzybów dla Litwy i Rusi bez uwzględnienia dokładnych stanowisk.

3. Gorski w pracy E. Eichwald'a „Naturhistorische Skizze von Lithauen, Volhynien und Podolien. Wilno. 1830” na str. 113 podaje nazwy 2-eh gatunków grzybów dla Litwy.

Uwaga B. Hryniewiekiego.

### *Myxogasteres.*

*Phyosarum cinereum* Pers. Na zezłorocznych liściach *Quercus pedunculata*. VII. Jasionów.

*Fuligo septica* Gmel. Na pniach, gałązkach i igłach *Picea excelsa*. VII. Jasionów.

### *Phycomycetes.*

#### *Chytridineae.*

*Synchytrium aureum* Schröt. Na *Lysimachia vulgaris*. VII. Jasionów.

#### *Peronosporineae.*

*Cystopus candidus* Lev. Na strąkach *Raphanus raphanistrum*. VII. Jasionów.

*Phytophthora infestans* D. B. Na *Solanum tuberosum*. VII. Anielin.

*Plasmopara nivea* Schröt. Na *Aegopodium podagraria*. VII. Jasionów.

*Peronospora parasitica* Tul. Na *Raphanus raphanistrum*. VII. Jasionów.

### *Ascomycetes.*

#### *Protodiscineae.*

*Exoascus pruni* Fuckl. Na *Prunus domestica* VII. Jasionów.

#### *Pezizineae.*

*Sclerotinia urnula* Rehm. Na *Vaccinium Vitis Idaea*. VII. Jasionów. Zebr. p. F. Szpakowski.

*Pseudopeziza trifolii* Fuck. Na *Trifolium pratense*. VII. Jasionów.

#### *Pyrenomycetineae.*

*Sphaerotheca humuli* Burr. Na *Alchemilla vulgaris*.

a) Stadyum konidyalne (*Oidium erysiphoides* Fr.) 12. VII. Jasionów.

b) Otocznie. 29. VII. Jasionów.

*Sph. mors uvae* B. et C. Na *Ribes nigrum*, na *Ribes grossularia*. VII. Jasionów.

*Erysiphe polygoni* D. C. Na *Sedum Telephium*. VII. Jasionów.

*Microsphaera alni* (Wallr.) Salm. Na *Rhamnus frangula*. VII. Jasionów.

*Uncinula salicis* D. C. Na *Populus tremula*. VII. Jasionów.

*Hypocrea pulvinata* F u c k l. Na *Polyporus pinicola* Fr. VII. Jasionów.

*Claviceps purpurea* Tul. Na życie i jęczmieniu. VII. Jasionów.

*Mycosphaerella carinthiaca* Jaap. Na *Trifolium pratense*. VII. Jasionów.

*Gnomoniella tubiformis* Saec. Na *Alnus incana*. VII. Jasionów.

*Valsa Auerswaldii* Nitschke. Na *Salix fragilis*.

a) Stadyum konidyalne *Cytospora personata* Fr. Zarodniki 10—12×2—2,5 μ.

b) Otocznice: worki 12—14 μ średnica; zarodniki 15—24×3,5 μ. XII. Wilno.

*Hypoxylon fuscum* Fr. Na *Alnus incana*. VII. Jasionów.

### Basidiomycetes.

#### Ustilagineae.

*Ustilago avenae* Jens. Na *Avena sativa*. VII. Jasionów. Zebrał p. Cz. Baranowski.

*U. hordei* Bref. Na jęczmieniu. VII. Jasionów. Zebr. p. Cz. Baranowski.

*Entyloma fuscum* Schröt. Na *Papaver somniferum*. VII. Wisztoki.

#### Uredinales.

*Coleosporium euphrasiae* Wint. Uredospory na *Euphrasia officinalis*. VII. Jasionów.

*Hyalopsora Kriegeriana* P. Magn. Uredospory na *Aspidium Filix mas.* VII. Jasionów.

Nowy gatunek żywiciela, dotąd znane było tylko *Aspidium spinulosum*. Grzybek nowy dla flory Rosyji.

*Melampsora larici-populina* Kleb. Uredospory na *Populus balsamifera*. VII. Mokrzyce.

*Melampsora ribesii-auritae* Kleb. Uredospory na *Salix capraea* i *S. aurita*. VII. Jasionów.

*Pucciniastrum circaeae* Schröt. Na *Circaea alpina* Uredospory. VII. Jasionów.

*P. vaccinorum* Dietel. Uredospory na *Vaccinum Myrtyllus*. VII. Jasionów.

*Gymnosporangium juniperinum* Wint. Aecidia na *Sorbus aucuparia*. VII. Mokrzyce. Jasionów. Wisztoki.

*G. tremelloides*. R. Hart. Aecidia i spermogonia na jabłoni. VII. Drewieniki. Jasionów.

*Puccinia coronifera* Kleb. Teleutospory na *Avena sativa*. VII. Jasionów.

*P. graminis* Pers. a) Aecidia na *Berberis vulgaris*. VII. Drewieniki. b) Uredospory na jęczmieniu. VII. Drewieniki. c) Uredospory na *Triticum caninum*. VII. Jasionów.

*P. phragmitis* Kuern. Teleutospory na *Phragmites communis*. VII. Jasionów.

*P. pimpinellae* Link. Teleutospory na *Chaerophyllum* sp. VII. Drewieniki.

*P. ribis* D. C. Teleutospory na *Ribes rubrum*. VII. Anielin.

*P. taraxaci* Płowr. Uredospory na *Taraxacum officinale*. VII. Jasionów.

*Phragmidium subcorticium*. Wint. Teleutospory na *Rosa* sp. VII. Drewieniki.

*Uredo pirolae* Wint. Na *Pirola secunda*. VII. Jasionów.

#### *Tremellineae.*

*Tremella mesenterica* Retz. VII. Jasionów.

#### *Dacryomycetinae.*

*Calocera viscosa* Fr. VII. Jasionów. Zebrała p. K. Aleksandrowiczówna.

#### *Hymenomycetinae.*

*Corticium laeve* Fr. Na *Salix fragilis*. XII. Wilno.

*Stereum hirsutum* Pers. VII. Jasionów.

*Clavaria botrytis* Pers. VII. Anielin.

*C. fumosa* Pers. VII. Jasionów.

*Polyporus hirsutus* Fr. VII. Jasionów.

*P. ignarius* Fr. Na jabłoniach. VII. Jasionów.

*P. pinicola* Fr. Na pniach *Picea excelsa*. VII. Jasionów.

*P. versicolor* Fr. VII. Jasionów.

*Trametes odorata* Fr. Na *Picea excelsa*. VII. Jasionów.

*Daedalea quercina* Pers. VII. Mokrzyce. Zebrała p. H.

Dowrnarowiczówna.

*Lycoperdineae.*

*Geaster pectinatus* Pers. VII. Jasionów. Zebrał p. Okółow.

*Fungi imperfecti.*

*Sphaeropsidales.*

*Phyllosticta argillacea* Bres. Na *Rubus Idaeus*. VII. Jasionów.

*Ph. armoraciae* Sacc. Na *Cochlearia Armoracia*. VII. Anielin. Piknidy 80—100  $\mu$ . Zarodniki 2, 5—3, 5  $\times$  6  $\mu$ .

*P. consors* Sacc. *Morus alba*. VII. Lipciszki. Rozwija się na plamach utworzonych przez grzybek *Cylindrosporium mori* Berlese. Piknidy 90—145  $\mu$ . Zarodniki 4,5—6  $\times$  2—2,8  $\mu$ . Znana tylko z Meksyku.

*P. corylaria* Sacc. Na *Corylus Avellana*. VII. Jasionów.

*P. decidua* Ell. et Kell. Na *Mentha piperata*. VIII. Bohatele. Zebrała p. A. Tolloczkowa.

*P. fraxini* Ell. et M. Na *Fraxinus excelsior*. VII. Jasionów.

*P. geraniicola* sp. nov. V. Siemaszko. Pycnidiis epiphyllis, lenticularibus, obscure brunneis, 70—100  $\mu$  diam., ostiolo 15  $\mu$  d. pertusis, contextu celluloso, sporulis rectis, utrinque rotundatis, hyalinis, 5—6  $\times$  2,5—3  $\mu$ . Hab. in maculis *Ovulariae geranii*, ad folia *Geranii palustris*. Lithauniae, distr. Oszmiana.

Na liściach *Geranium palustre*, na plamach utworzonych przez grzybek *Ovularia geranii* sp. nov. VII. Jasionów.

*P. grossulariae* Sacc. Na *Ribes rubrum*. VII. Anielin.

*P. prunicola* Sacc. Na *Prunus domestica*. VII. Jasionów.

*P. quercus* Sacc. Na *Quercus pedunculata*. VII. Jasionów. Piknidy 165  $\mu$ . Zarodniki 5—6  $\times$  2,5  $\mu$ .

*P. quinquefoliae* Allesch. Na *Ampelopsis quinquefolia*. VII. Wilno.

Piknidy 120—175  $\mu$ . Zarodniki 5—6  $\times$  3—3,5  $\mu$ .

*P. sambucicola* Kalchb. Na *Sambucus nigra*. IX. Bohatele. Zebrała p. A. Tolloczkowa.

*P. tricoloris* Sacc. Na *Viola tricolor*. VIII. Bohatele. Zebr. p. A. Tolloczkowa.

Piknidy 45—100  $\mu$ . Zarodniki  $6 \times 3 \mu$ . Grzybek ten został zanotowany w Rosyi poraz pierwszy w gub. stawropolskiej.

*P. urticae* S a c c. Na *Urtica dioica*. VI. Wilno.

*P. vulgaris* D e s m. var. *philadelphii* S a c c. Na *Philadelphus coronarius*. VII. Jasionów.

*Phoma fructicola* sp. nov. V. S i e m a s z k o.

Pycnidiis minutis sparsis, 70—90  $\mu$  diam., lenticularibus, obscure brunneis vel nigris, sporulis oblongo ellipticis,  $5 \times 3$ — $3.5 \mu$ , hyalinis.

Hab. in fructibus *Pruni domesticae* ab *Exoasco pruni* mummificatis. Lithuaniae, distr. Oszmiana.

Grzybek ten rozwija się jako saprofit na śliwkach całkowicie zniekształconych przez *Exoascus pruni* F u e k l. VII. Jasionów.

*Phoma lithuanica* sp. nov. V. S i e m a s z k o.

Maculis c.a.  $10 \times 8$  m.m. diam., albicantibus, oblonge orbiculatis, depressis, pycnidiis atratis, globosis, immersis, 70—80  $\mu$  diam., sporulis rectis, oblonge ellipticis  $4$ — $6 \times 3$ — $3.3 \mu$ , hyalinis. Hab. parasitica in fructibus *Piri communis*, Lithuaniae distr. Oszmiana.

*A. Phoma pomorum* T h ü m. differt hospite et sporulis minoribus; ob vitam parasiticam a *Phoma fructicola* V. S i e m. distinguenda.

Grzybek ten występuje jako prawdziwy pasorzyt na gruszkach i tem się wyróżnia od grzybka poprzedniego. Dodać muszę, że posiada też cechy wspólne z grzybkiem *Phoma pomorum* T h ü m, pasożytującym na jabłkach za wyjątkiem rozmiarów zarodników (średnica zarodników *Phoma pomorum* 5—7  $\mu$ ). Znalazłem go w Jasionowie, VII.

*Phoma ribesia* S a c c. Na *Ribes grossularia*. VII. Jasionów. Zarodniki  $10$ — $15 \times 3.5$ — $4 \mu$ .

*Cytospora translucens* C e s. et N o t. Na *Salix fragilis*. XII. Wilno.

*Coniothyrium ribis* B r u n. Na *Ribes Grossularia*. VII. Jasionów.

*Ascochyta chaerophylli* B r e s. Na liściach i łodygach *Chaerophyllum* sp. VII. Drewieniki.

*A. podagrariae* B r e s. Na *Aegopodium podagrariae*. VII. Jasionów.

*A. ribis* Bondarzew. Na *Ribes rubrum* wspólnie z *Phyllosticta grossulariae* Sacc i *Gloeosporium ribis* M. et D. VII. Anielin.

Znana tylko z Borżomu na Kaukazie.

*A. rusticana* Bub. et Kab. Na *Cochlearia Armoracia* wspólnie z *Phyllosticta armoraciae* Sacc., *Septoria armoraciae* Sacc., *Ramularia armoraciae* Fuckl. i *Cercospora nasturtii* Passer. VII. Anielin.

Piknidy 150—200 $\mu$ . Zarodniki 10—15 $\times$ 3—4 $\mu$ .

*A. syringae* Bres. Na *Syringa vulgaris*. VII. Anielin. Zarodniki 10—14 $\times$ 3,5—4 $\mu$ .

*Ascochyta trifolii* nov. nom. V. Siemaszko.

Syn.: *Phleospora trifolii* Cav. var. *recedens* C. Mass.

Maculis oblongis, majoribus, brunneis, pycnidiis globosolenticularibus sparsis, poro ca. 25  $\mu$  diam. pertusis pallide brunneis, tenui membranaceis 130—180  $\mu$  diam., sporulis crassiusculis subfusiformi cylindraceis, rectis vel curvulis, uniseptatis, adsepta raro constrictis, utrinque rotundatis, 15—24 $\times$ 5— $\mu$ , hyalinis. Hab. in foliis vivis *Trifolii pratensis*. Lithuaniae, distr. Oszmiana.

Grzybek ten, podług mego zdania, niesłusznie dotąd nosił nazwę *Phleospora trifolii*. Do rodzaju *Phleospora* należą gatunki pozbawione prawdziwych ciał owocowych w postaci piknid. Posiadają one natomiast według diagnozy Saccarda (Sylloge Fungorum, t. III str. 577): „Perithecia imperfecte evoluta,... e contextu matricis mutato plerumque formata.

W t. XVI str. 975 Sylloge Fungorum Saccarda wprost oświadcza: „*Phleospora* species genuinae perithecio carent et ad Melanconiaceas sunt transferendae“.

Do zbadanego przeze mnie grzybka nie można zastosować żadnej z dwu powyższych diagnoz Saccarda, ponieważ owocuje w prawdziwych jasno-brunatnego koloru piknidach, utworzonych nie z tkanek żywiciela, lecz z grzybni. Należy więc grzybek do grupy *Sphaeropsideae*. Zarodniki jednokomórkowe, przeważnie zaś dwukomórkowe, bezbarwne, umożliwiają zaliczenie tego grzybka do rodzaju *Ascochyta*.

Porównałem swoje okazy z okazami zielnika Krieger'a. Fungi saxonici. № 1750 p. n. *Phleospora trifolii* Cav. var. *recedens* Mass, i stwierdziłem tożsamość grzybków: piknidy w ostatnim przypadku też jasno-brunatne, zarodniki 15—24 $\times$ 5—6 $\mu$  na moich okazach 18—24 $\times$ 5—6 $\mu$ .



Proponuję więc zamiast nazwy *Phleospora trifolii* C a v var. *recedens* M a s s na *Ascochyta trifolii* m i h i.

Grzybek ten jest nowym dla flory mykologicznej Rosyi, znalazłem go w Jasionowie, VII.

*Stagonospora hygrophila* S a c c. Na *Oxalis Acetosella* VII. Jasionów.

*Hendersonia aesculicola* B e r l. Na *Aesculus Hippocastanum*. VII. Anielin. Zarodniki 15—16×5,5—6,5  $\mu$ .

*Septoria aegopodina* S a c c. Na *Aegopodium Podagraria*. VII. Jasionów.

*S. anemones* D e s m. Na *Anemone Ranunculoides*. VII. Jasionów. Zarodniki 30×2  $\mu$ .

*S. armoraciae* S a c c. Na *Cochlearia Armoracia*. VII. Anielin.

*S. callae* (L a s c h.) S a c c. Na *Calla palustris*. VII. Jasionów.

*S. cannabis* (L a s c h.) S a c c. Na *Cannabis sativa*. VI. Wilno.

*S. convolvuli* D e s m. Na *Convolvulus arvensis*. VII. Anielin.

*S. menyanthes* D e s m. Na *Menyanthes trifoliata*. VII. Jasionów.

Piknidy 50—60  $\mu$ . Zarodniki 18—20×1,5  $\mu$ .

*S. oleandrina* S a c c. Na *Nerium Oleander*. VII. Jasionów.

*S. piricola* D e s m. Na *Pirus communis*. VII. Jasionów. Drewieniki. Murowana Oszmianka.

*S. podagrariae* L a s c h. Na *Aegopodium podagraria*. VII. Jasionów. Murowana Oszmianka. Drewieniki. Anielin.

*S. polygonorum* D e s m. Na *Polygonum bistorta*. VII. Cudzeniszki. Na *Polygonum mite*. VII. Jasionów.

*S. scabiosicola* D e s m. *Succisa praemorsa*. VII. Jasionów.

*S. urticae*. R o b. e t D e s m. Na *Urtica dioica*. VI. Wilno.

*S. veronicae* D e s m. Na *Veronica* sp. VII. Jasionów. Piknidy 90—140  $\mu$ . Zarodniki 30—60×1,5  $\mu$ .

*Leptothyrium alneum* S a c c. Na *Alnus incana*. VII. Anielin.

*Melasmia acerina* L e v. Na *Acer platanoides*. VII. Jasionów.

*M. salicina* L e v. Na *Salix nigricans*. VII. Lipiejszki. Zebr. p. F. S z p a k o w s k i.

*Melanconiales.*

*Gloeosporium betulae* M o n t. Na żywych liściach *Betula verrucosa*. VII. Jasionów. Zarodniki 7—14×2,5—3 μ.

*G. populi—albae* D e s m. Na *Populus alba* wspólnie z *Fusicladium radiosum* L i n d r. VIII. Wilno.

*G. ribis* M. et D. Na *Ribes rubrum*. VII. Anielin.

*G. tiliae* O u d. var. *maculicolum* A l l e s c h. Na *Tilia cordata*. VII. Jasionów. Anielin.

*G. tremulae* P a s s. Na *Populus tremula*. VII. Jasionów.

*G. umbrinellum* B e r k. et B r. Na *Quercus pedunculata*. VII. Jasionów. Zarodniki 10—15×5—6 μ.

*Colletotrichum violae-tricoloris* R. S. S m i t h. Na *Viola tricolor*. VIII. Bohatele. Zebr. p. A. T o ł ł o c z k o w a.

Zarodniki 14×15×4 μ. Znane z Ameryki północnej.

*Marsonia potentillae* subsp. *fragariae* S a c c. Na liściach i pędach truskawki. VII. Jasionów.

Zarodniki dwukomórkowe, rozmiary: długość 15—24 μ

średnica  $\left. \begin{array}{l} 6-7 \text{ } \mu \text{ dla wierzchniej} \\ 5-6 \text{ } \mu \text{ dla dolnej} \end{array} \right\} \text{ komórek}$

*Ramularia aromatica* (S a c c.) v. H ö h n d. Na żywych liściach *Acorus calamus*. VII. Cudzeniszki.

*C. brassicae* F a u t r. et R o u m. *Brassica oleracea* VII. Wisztoki. Zarodniki 50—130×4—4,5 μ.

*C. microspilum* S a c c. et W i n t. Na *Quercus pedunculata*. VII. Widoki. Zarodniki 3—4 komórkowe, rozmiary 25—35×4 μ.

*C. mori* B e r l. Na *Morus alba* wspólnie z *Phyllosticta consors* S a c c. VII. Ponadstawie.

*C. padi* K a r s t. Na *Prunus Padus*. VII. Anielin.

*Cylindrosporium platanoidis* (A l l e s c h.) D i e d. Na *Acer platanoides*. VII. Jasionów. Mokrzyce.

Grzybek ten nosił dawniej nazwę *Phleospora aceris* S a c c., najnowsze badania niemieckiego mykologa D i e d i c k e'g o dowiodły przynależność tego gatunku do rodzaju *Cylindrosporium* (patrz *Annales Mycologici*, № 5, 1912 r. pracę p. t. *Die Gattung Septoria*).

*Hyphomycetes.*

*Monilia cinerea* B o n. *Prunus domestica*. VII. Jasionów.

*M. fructigena* P e r s. Na *Pirus malus*. VII. Jasionów.

*Oidium alphitoides* Griffon et Moub. (*Oidium dubium* Jacz.). Na *Quercus pedunculata*. VII. Widoki. Jasionów.

*Fusidium pteridis* Kachlb. Na *Pteridium aquilinum* VII. Jasionów.

*Ovularia geranii* Sp. nov. V. Siemaszko.

Maculis sordide albis viride marginatis, angulatis,  $4 \times 5 - 6$  m. m. diam., saepe confluentibus, amphigenis, vix diaphanis. Hyphis conidiophoris e basi incrassato minuto albido seu dilute brunneo ortis, filiformibus, dense fasciculatis, tortuosis vel rectis, sursum remote denticulatis,  $40 - 90 \times 4 - 6 \mu$ , hyalinis, conidiis ovoideis,  $9 - 12 \times 15 - 22 \mu$ , hyalinis, guttulatis. Hab. in foliis *Geranii palustris* socia *Phyllosticta geraniicola*. Lithuaniae distr. Oszmiana.

Grzybek ten pasorzytuje na liściach *Geranium palustre*, znalazłem go w Jasionowie, VII.

*Ovularia haplospora* Spegga z. Na *Alchemilla vulgaris*. VII. Jasionów.

*O. obliqua* Oud. Na *Rumex obtusifolius*. VII. Jasionów

*Ramularia armoraciae* Fuck. Na *Cochlearia Armoracia* VII. Anielin.

*R. decipiens* Ell. et Ev. Na *Rumex crispus* wspólnie z *Ovularia obliqua*. Oud. VII. Jasionów.

*R. lysimachiae* Thüm. Na *Lysimachia vulgaris* wspólnie z *Synchytrium aureum* Schröt. VII. Jasionów.

*R. pratensis* Sacc. Na *Rumex acetosa*. VII. Anielin

*R. taraxaci* Karst. Na *Taraxacum officinale*. VII. Wilno.

*R. Tulasnei* Sacc. Na liściach truskawki. VII. Jasionów.

*Cercospora Magnusi* Allesch. Na *Geranium palustre*. VII. Jasionów.

*Fusicladium pirinum* Fuck. Na *Pirus communis*. VII. Widoki.

*F. radiosum* Lindr. Na *Populus alba*. VII. VIII. Wilno.

*F. saliciperda* Lindr. Na *Salix* sp. VII. Jasionów.

*Polythrincium trifolii* Kze. Na *Trifolium* sp. VII. Cudze-niszki.

*Cladosporium fulvum* Cooke wspólnie z *Phytophthora infestans* na *Solanum tuberosum*. VII. Drewieniki.

Trzonki konidyalne dochodzą do  $300 \times 6 \mu$ .

*C. grumosum* Link. Na *Pteridium aquilinum*. VII. Jasionów.

*C. herbarum* Link. Na liściach agrestu i zgasiewki orlicy (*Pteridium aquilinum*). VII. Jasionów.

*Macrosporium commune* Rabenh. Na liściach *Philadelphus coronarius*, *Pisum sativum*, *Geranium palustre*, *Ribes grossularia*, *Prunus domestica*. VII. Jasionów. DREWNIENIKI.

*M. herculeum* Ell. et Mort. Na *Cochlearia Armoracia*. VII. Anielin.

*Cercospora concors* Saec. Na *Solanum tuberosum*. VII. Jasionów.

*C. heterosperma* Bres. Na *Solanum tuberosum*. VII. DREWNIENIKI.

*C. microsora* Saec. Na *Tilia cordata*. VII. Jasionów.

*C. nasturtii* Pass. Na *Cochlearia Armoracia*. VII. Anielin. Nowy gatunek pasożyta na chrzanie, dotąd z rodzaju *Cercospora* znana była *Cercospora armoraciae* Saec.

*Sporocybe byssoides* (Pers.) Fries. Na *Ribes Grossularia*. VII. Jasionów.

*Fusarium aurantiacum* Saec. Na *Viola tricolor* wspólnie z *Colletotrichum violae tricoloris* Sm. VIII. Bohatele.

*F. putaninum* Saec. Na owocach *Prunus domestica* wspólnie z *Exoascus pruni* Fuck. VII. Jasionów.

*F. roseum* Link. Na *Chaerophyllum* sp. wspólnie z *Puccinia pimpinellae* Link. VII. DREWNIENIKI.

*Epicoccum neglectum* Desm. Na *Geranium palustre* wspólnie z *Ovularia geranii* sp. nov. VII. Jasionów.

Petersburg.

Biuro mykologiczne przy Ministerstwie Rolnictwa.

9 Lutego 1914 r.

#### 4. Władysław Gorczyński:

##### O zniżkach promieniowania w r. 1912 i 1903.

(Z Pracowni Meteorologicznej przy Towarzystwie Naukowym Warszawskiem).

Komunikat zgłoszony dn. 1 Marca 1914 r.

##### WSTĘP.

Gdy lata upalne i suche lub chłodne i dżdżyste, zimy łagodne lub surowe bezpośrednio następują się uwadze ogólnej, to wszelkie zniżki lub wogóle zmiany anormalne w wartościach na-

teżenia promieniowania słonecznego, mierzonego na powierzchni ziemi, nie odrazu rzucają się w oczy i dopiero naukowej wymagają konstatacyi. Pomimo to jednak badanie tych zniżek lub wogóle zmian, zachodzących w wartościach dochodzącego do powierzchni ziemi promieniowania, jest rzeczą tem większej wagi, że przecież energia słoneczna jest w ostatniej instancyi *spiritus movens* zmian wszelkich i że od niej przedewszystkiem zacząć należy, gdy zbliżyć się chcemy do zbadania wahań w tak skomplikowanych stosunkach temperatury i opadów.

Wychodząc z tej myśli pragniemy w artykule niniejszym przedstawić przebieg dwóch silnych zniżek, które wyłoniły się w pomiarach warszawskich od r. 1900 i które niezależnie i jednocześnie obserwowane były i w szeregach wartości pyrliometrycznych dla innych miejscowości. O depresyi z r. 1903 autor referował<sup>1)</sup> na podstawie tylko pomiarów warszawskich; depresja ostatnia z r. 1912 przedstawiona jest w niniejszym artykule w związku z danymi, ogłoszonymi dotąd dla Europy i Ameryki. Wiadomość przedwstępna, ogłoszona w „*Comptes Rendus*”<sup>2)</sup> w zeszycie z dnia 7 lipca 1913 r., dotyczyła tylko Warszawy i stacyi podolskiej w Olczedajowie Dolnym.

#### I. Zniżka promieniowania według pomiarów dokonanych w Warszawie.

W początku 1914 r. autor ogłosił pracę<sup>3)</sup> p. t. „Wartości

---

<sup>1)</sup> Gorczyński Ladislas. 1. Sur la diminution de l'intensité du rayonnement solaire en 1902 et 1903 (*Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, Paris 1903).

2. Quelques renseignements sur la dépression du rayonnement solaire à Varsovie en 1903 (*Bulletin Météorologique de l'Hérault*, Montpellier 1906).

3. On the depression in the value of the total intensity of the solar radiation in 1903, according to measurements made at the Central Station of the Polish Meteorological Service at Warsaw. (*Monthly Weather Review*, April 1907, Washington)

<sup>2)</sup> Gorczyński Ladislas. Sur l'affaiblissement de l'intensité du rayonnement solaire, observé en Pologne en 1912 et 1903. (*Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, Paris, 7 juillet 1913).

<sup>3)</sup> Materiały zebrane w r. 1911 na stacyach Sieci Meteorologicznej Warszawskiej z dodatkiem p. t. „Wartości pyrliometryczne i sumy ciepła dla Warszawy w okresie 1901—1913”. (Wydawnictwa Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Komisji Meteorologicznej Tom II, str. 74+(38), Warszawa 1913).

pyrheliometryczne i sumy ciepła dla Warszawy według pomiarów w okresie 1901—1913<sup>7</sup>, w której opracowane są, z dodaniem tabel szczegółowych, pomiary insolacyjne warszawskie. Powołując się na tę pracę, przedstawimy w dalszym ciągu tylko te dane pyrheliometryczne, które potrzebne są dla zobrazowania przebiegu zniżek promieniowania w Polsce.

Przechodząc do danych liczbowych, zwrócimy się przede wszystkim do wartości najwyższych  $Max Q$  natężenia promieniowania słonecznego  $Q$ . Wobec faktu, że promieniowanie ulega w atmosferze wpływom dążącym zawsze do jego osłabienia, wartości najwyższe, otrzymywane w okresie dziennym i rocznym, są zarazem najbardziej charakterystyczne dla oceny danego okresu pod względem promieniowania. W Tabl. I wypisane są odchylenia maximów miesięcznych i rocznych, zredukowanych uprzednio do odpowiednich wartości dróg atmosferycznych ( $m$ ) i wilgotności względnych ( $f$ ) oraz od odległości średniej ziemi od słońca.

Z Tabl. I str. 155 wynika, że w rozważanych latach kilkunastu natężenie promieniowania słonecznego ulegało dwukrotnie silnej zniżce; pierwsza zniżka, bardziej długa, trwała od listopada 1902 r. do lutego 1904 r. t. j. przez 16 miesięcy. Druga zniżka świeżej daty trwała miesięcy siedem, a mianowicie od lipca 1912 r. do stycznia 1913 r. włącznie.

Jest rzeczą bardzo charakterystyczną, że owe szczególnie zniżone wartości natężenia promieniowania słonecznego występują nie sporadycznie, lecz w całych szeregach kolejno po sobie następujących miesięcy.

Zniżka z r. 191<sup>2</sup>/<sub>3</sub> trwała krócej, lecz odznaczała się większym natężeniem, niż bardziej długotrwała zniżka z r. 190<sup>2</sup>/<sub>4</sub>. Można tu jednak dodać, że i wszystkie miesiące półrocza pierwszego 1913 r. wykazują również nieco zniżone wartości  $Max Q$ .

Podobne rezultaty otrzymujemy, biorąc do zestawień nie wartości najwyższe, ale średnie miesięczne  $Q$ . Nie zestawiając szczegółowych danych, porównamy tylko odchylenia przeciętnych rocznych dla obu przypadków.

TABLICA I.

Odchylenia wartości miesięcznych Max. Q od wartości średnich: 1901—1913 dla Warszawy.  
Ecart des valeurs max. mensuelles de l'intensité Q du rayonnement solaire à Varsovie par rapport aux moyennes: 1901—1913.

Miesiące.—Mois	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I—XII
<i>m</i> (atm.)	3.5	2.5	2.0	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5
<i>f</i> (mm)	3	3	4	5	6	8	9	8	7	6	4	3	7
Średnie. Moyennes.	0.87	1.03	1.11	1.21	1.19	1.19	1.19	1.16	1.22	1.13	0.98	0.80	1.18
Odchylenia w setnych Q gr. cal./cm <sup>2</sup> , min. Ecart en centièmes de Q	0.0 -1 0 -20 -18 +1 +7 +8 +13	0.0 +13 -20 -13 +3 +6 +15 +1	0.0 +4 -17 +3 +3 +8 +2 +5	0.0 +7 -21 +3 +5 +1 +5 +4	0.0 +6 -11 -25 +7 +9 +5 +1 +4 +6	0.0 +4 -3 -9 +5 +3 +2 +1 +8 +0	0.0 +3 -8 +5 +2 +2 +3 +1 +2 +11	0.0 +10 -16 +1 +4 +3 +5 +6 +3 +2 +6	0.0 +3 +10 -14 +0 +8 +1 +1 +9 +0	0.0 +5 -2 -8 +1 +2 +10 +2 +2 +4	0.0 +4 -13 -6 -7 +21 +11 +1	0.0 +12 -13 -7 +1 +13 -2 +12 -1 -13	0.0 +5 -15 -4 +4 +5 +2 +0 +2 +1 +8 -7
1901													
1902													
1903													
1904													
1905													
1906													
1907													
1908													
1909													
1910													
1911													
1912													
1913													

TAB. II.

Odchylenia wartości przeciętnych rocznych natężenia promieniowania słonecznego w Warszawie.

Ecart des valeurs annuelles de l'intensité du rayonnement solaire à Varsovie.

	Max Q	Sred. Q (Moyennes Q)		Max Q	Sred. Q (Moyennes Q)
	%	%		%	%
1901	+ 4	+ 5	1907	+ 2	+ 6
1902	— 1	— 4	1908	0	+ 2
1903	—13	—13	1909	+ 2	— 2
1904	— 3	— 5	1910	+ 1	0
1005	+ 3	+ 3	1911	+ 7	+ 7
1906	+ 4	+ 5	1912	— 6	— 5

Jest rzeczą bardzo ciekawą i ważną dla zajmującej nas kwestyi, że istnienie obu powyższych zniżek radjacyjnych stwierdzają niezależnie od siebie dane pyrhelometryczne oraz obserwacje heliograficzne.

W tym celu podane zostały w tab. III (str. 157) odchylenia od średnich (1903—1912) dla czasu trwania usłonecznienia (wprzeciętnych dziennych) w Warszawie. Dane te obliczone są według wskazań heliografu szklanego systemu C a m p b e l l ' a.

Rozejrzenie się w Tab. III wykazuje odrazu, że rok 1903 oraz rok 1912 należały do anormalnych pod względem usłonecznienia. W szeregu odchyleń Tab. III tylko dwa okresy w r. 1903/4 oraz w r. 1912 wykazują wyraźne zniżki w przebiegu przeciętnych dziennych dla godzin słonecznych. W innych latach zdarzają się wprawdzie miesiące o niżonym czasie trwania usłonecznienia, lecz po wartościach niżonych występują wartości wyższe bez większej ciągłości odchyleń. Widzimy więc, że nawet z samych tylko obserwacji heliograficznych ustalić można istnienie tych dwóch zniżek promieniowania, o których była mowa powyżej.

Dodamy, że i rok 1913 wykazuje dość znaczną zniżkę heliograficzną w w półroczu letnim, która stanowi niejako przedłużenie zniżki z r. 1912.

Z kombinacji wartości pyrhelometrycznych  $Q$  z danymi heliograficznymi  $K$ , obliczyć można sumy insolacyjne miesięczne i roczne; przedstawiają się one jako sumy podwójne postaci:



T A B L I C A III.

Odchylenia od średnich (1903—1912) dla czasu trwania usłonecznienia (w przeciętnych dziennych) w Warszawie.  
Ecart de la durée d'insolation en moyennes diurnes à Varsovie par rapport aux moyennes 1903—1912.

Miesiące.—Mois	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I—XII
Średnie Moyennes.	1,5	1,9	3,6	5,1	7,7	8,0	7,7	6,9	5,4	3,8	1,4	0,8	4,5
1903	-0,4	+0,5	-0,6	-2,3	-2,0	-3,0	-2,7	-1,7	+1,1	-0,4	-0,9	-0,5	-1,1
1904	-0,3	-0,8	+1,1	-0,8	-0,2	+1,1	+2,8	+1,7	+0,9	-0,6	+0,1	+0,2	+0,4
1905	+1,1	+0,2	-2,3	-1,0	+0,8	+0,9	+0,3	+0,7	-1,2	-1,7	-0,5	+0,1	-0,2
1906	+0,3	+0,2	-0,1	+3,1	+1,3	-0,9	+1,2	+0,6	+0,4	+0,7	+1,0	+0,2	+0,7
1907	+0,3	+0,8	+1,3	-0,2	+1,4	-1,6	-0,8	-1,1	+1,5	+2,8	+0,6	-0,2	+0,4
1908	-0,8	-0,3	+0,7	-1,1	-1,0	+1,5	+0,5	-1,0	-1,3	+0,1	+0,3	+0,4	-0,1
1909	+0,2	-0,4	0,0	+0,1	-0,1	+0,4	-0,5	+1,1	+0,9	+0,8	-0,8	-0,1	+0,1
1910	-0,3	+0,2	+1,3	+1,3	+0,6	+0,8	-1,8	+0,1	-0,2	-0,2	-0,3	-0,1	+0,1
1911	-0,5	+0,6	-0,4	-0,5	+1,1	+1,2	+1,4	+1,3	+0,3	+0,3	+0,9	-0,4	+0,4
1912	+0,4	-0,6	-0,9	+1,2	-1,6	-0,4	-0,7	-2,1	-2,8	-1,9	-0,8	0,0	-0,8
1913	-0,1	+1,4	+0,2	-0,3	-1,0	-1,0	-1,8	-2,0	-0,7	.	.	.	.

$60 \Sigma \Sigma K Q$  względnie  $60 \Sigma \Sigma K_i Q_i \text{ Sin} \theta_i$ ,  
w zależności od tego, czy rozpatrywać będziemy  $1 \text{ cm}^2$  powierzchni wystawionej prostopadle na działanie promieni słonecznych czy też  $1 \text{ cm}^2$  poziomej powierzchni ziemi. Pierwsze sumowanie odpowiada kolejnym godzinom danego dnia od wschodu do zachodu słońca, a drugie sumowanie dotyczy dni kolejnych rozważanego miesiąca.

W Tab. IV (str. 159) przedstawiony jest rezultat nadzwyczajnie zmuśnych obliczeń sum insolacyjnych w Warszawie. Z danych tych widać odrazu, że przebieg sum insolacyjnych wykazuje też same dwie niżki, które wynikają z zestawień pyrhelometrycznych i heliograficznych.

Obliczenia odchyżeń (w procentach) przedstawione zostały graficznie na Fig. 1 (str. 174). Krzywa I przedstawia odchylenia procentowe dla najwyższych wartości miesięcznych natężenia promieniowania słonecznego, krzywa II i III przedstawiają dane dla sum insolacyjnych (składowej pionowej) i dla czasu trwania usłonecznienia w Warszawie.

## II. Wyniki pomiarów dokonanych w Obserwatorium Meteorologicznem w Pawłowsku (koło Petersburga)

Pomiary aktynometryczne rozpoczęte były w Pawłowsku w sierpniu 1892 r., bezpośrednio po skonstruowaniu przez prof. Chwolsona<sup>1)</sup> pyrhelometru różnicowego oraz aktynometru do pomiarów względnych.

Od sierpnia 1892 r. do marca 1906 r. pomiary prowadzone były zapomocą aktynometru Chwolsona, którego egzemplarz nie ulegał zmianie; współczynnik tego przyrządu wynosił średnio 1.003 dla całej skali wskazań według sprawdzeń jednoczesnych z pyrhelometrem różnicowym Ångströma — Chwolsona.

Można tu zauważyć, że przyjęcie jednego stałego współczynnika jest w sprzeczności z wynikami badań w tym kierunku, dokonanych w Warszawie<sup>2)</sup>.

1) Por. pracę Chwolsona: „Über den gegenwärtigen Zustand der Aktinometrie“ w Repertorium für Meteorologie (Académie des Sciences de St Pétersbourg, T. III, N. 1, 1892).

2) Por. pracę Wł. Gorczyńskiego p. t. „Sur la marche annuelle de l'intensité du rayonnement solaire à Varsowie“ (1906).

T A B L I C A IV.

Odczylenia sum insolacyjnych w kaloryach kilogramowych dla Warszawy.

Ecart des sommes d'insolation en kg. cal. par rapport aux moyennes: 1903—1912.

Miesiące: Mois	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I—XII
1903	+0,7	+0,1	-1,7	-4,6	-5,0	-5,3	-5,8	-3,6	+0,7	-1,3	-1,3	-0,7	-29,2
1904	-0,9	-1,4	+1,9	-1,9	-0,3	+0,3	+3,5	+2,0	+1,4	-1,5	+0,1	+0,2	+3,4
1905	+1,1	0,0	-4,1	-2,7	+1,5	0,0	+1,6	+1,4	-1,7	-3,3	-0,7	+0,2	-6,7
1906	+0,6	+0,5	+0,5	+5,6	+2,7	-1,7	+3,0	+1,6	+1,5	+2,0	+2,4	+0,7	+18,4
1907	+0,7	+1,4	+2,9	+0,4	+3,6	-2,4	-1,0	-1,5	+3,4	+5,9	+0,9	+0,2	+14,0
1908	-1,0	-0,4	+1,1	-2,3	-2,6	+3,2	+1,8	-1,0	-1,7	+1,0	+0,4	+0,7	0,7
1909	+0,4	-0,7	-0,4	+0,1	+0,2	+1,2	-0,8	+2,1	+0,9	+0,6	-1,2	0,0	+2,4
1910	-0,8	+0,2	+2,0	+2,0	+0,1	+1,8	-4,0	+0,1	-0,4	+0,2	-0,5	0,0	+0,7
1911	-0,6	+0,9	0,0	-0,4	+2,2	+3,3	+4,6	+3,3	+1,8	+0,1	+1,0	-0,4	+16,4
1912	+0,8	-0,6	-1,1	+3,7	-2,4	-0,5	-2,9	-4,8	-5,6	-3,8	-1,4	-0,1	-18,7
Średnie	2,1	2,7	6,2	9,0	14,1	14,4	13,9	12,1	9,2	6,4	2,0	0,9	93,0
Moyennes													
1903	-0,1	0,0	-0,8	-2,6	-2,9	-3,1	-3,5	-1,8	+0,4	-0,5	-0,4	-0,1	-15,3
1904	-0,2	-0,5	+0,9	-1,4	-0,4	-0,2	+2,2	+1,2	+0,7	-0,5	+0,1	0,0	+1,9
1905	+0,3	0,0	-1,9	-0,5	+1,0	+0,2	+1,3	+0,6	-0,8	-1,3	-0,3	0,0	1,4
1906	+0,1	+0,2	-0,3	+2,6	+1,7	-1,0	+1,7	+0,9	+0,7	+0,7	+0,6	+0,2	+8,1
1907	+0,2	+0,4	+1,2	+0,3	+2,3	-2,3	-0,6	-0,9	+1,5	+2,1	-0,2	0,0	+5,1
1908	-0,2	-0,1	+0,6	-1,2	-1,5	+2,0	+0,9	-0,5	+0,7	-0,3	+0,1	+0,1	0,2
1909	+0,1	-0,2	-0,1	+0,1	-0,1	-0,7	-0,6	+1,1	-0,5	-0,2	-0,4	0,0	+1,3
1910	-0,2	+0,2	+0,9	+1,1	+0,3	+1,1	-2,7	0,0	-0,3	+0,1	-0,2	0,0	+0,3
1911	-0,1	+0,3	+0,1	-0,3	+1,1	+1,2	+2,6	+2,0	+1,0	0,0	+0,4	-0,1	+9,2
1912	+0,2	-0,2	-0,4	+2,1	-1,5	-0,1	-1,6	-2,5	-2,7	-1,5	-0,4	0,0	-8,6
Średnie	0,5	0,9	2,9	5,2	9,0	9,4	9,1	7,2	4,7	2,6	0,6	0,2	52,3
Moyennes													

a) na 1 cm<sup>2</sup> powierzchni prostopadłej względem promieni słonecznych.

a) sur 1 cm<sup>2</sup> de la surface exposée normalement.

b) na 1 cm<sup>2</sup> poziomej powierzchni ziemi.

b) sur 1 cm<sup>2</sup> de la surface horizontale.

Od r. 1903, sporadycznie, a od r. 1906 stale używano do pomiarów w Pawłowsku pyrhelimetrów Ångströma. Według artykułu S. Sawinowa<sup>1)</sup> wszystkie pyrhelometry kompensacyjne (№№ 79, 89, 98, 114, 115, 126, 149, 154), używane w Pawłowsku, dawały wartości zgodne, z odchyleniami dodatnimi lub ujemnymi od 1 do 2%.

S. Sawinow podaje następnie, że porównania, dokonane w r. 1911 z aktynometrem *Smithsonian Institution*, przysłanym z Waszyngtonu, dały wartość 1.06 dla stosunku (Sm. Inst.: № 79), co znaczy, że pyrhelometr kompensacyjny № 79 Ångströma daje wartości mniejsze, niż aktynometr typu waszyngtońskiego. Stosunek tegoż rzędu otrzymany został w Waszyngtonie także przy porównaniach z pyrhelimetrem kompensacyjnym № 104<sup>2)</sup> oraz w Pociągu<sup>3)</sup>, gdzie porównywano inny egzemplarz aktynometru, typu *Smithsonian Institution* z pyrhelimetrami typu Ångströma.

Pierwsze opracowanie pomiarów w Pawłowsku dał Józef Szukiewicz<sup>4)</sup> dla okresu 1892—1893. Pomiary natężenia promieniowania słonecznego drukowane są dla Pawłowska w *Annalach Obserwatorium Fizycznego w Petersburgu*, począwszy od jesieni 1893 r.

Dla okresów następnych niema dotąd szczegółowych opracowań dla Pawłowska; z cytowanego powyżej artykułu Sawinowa wyjmujemy tylko najwyższe wartości miesięczne natężenia promieniowania słonecznego w Pawłowsku (Tab. V str. 161)). Niestety wartości te są mało porównywalne między sobą, jako otrzymane dla różnych wysokości i stanowisk słońca oraz w róż-

---

1) S. Sawinow Les maxima de l'intensité de la radiation solaire d'après les observations à Pavlovsk depuis 1892; affaiblissement de la radiation solaire en 1912 (*Bulletin de l'Académie I. des Sciences de St. Pétersbourg*, N. 12, pp. 707—720, 1913).

2) H. Kimball. Solar Radiation etc. *Bulletin of the Mount. Weather Observatory*. Vol. III, Pars 2, pp. 83—84.

3) W. Marten. Vergleichsmessungen mit Pyrhelimetern. *Ergebnisse der Meteorologischen Beobachtungen in Potsdam im J. 1911*.

4) J. Szukiewicz. Actinometrische Beobachtungen etc. *Repertorium für Meteorologie* T. XVII, 5; Petersburg 1894. Por. także Sawinowa „Obzor rabot po aktinometrii za diesiatiletje”, ogłoszony w czasopiśmie „*Meteorologiceskij Wiestnik*” z r. 1909.

## T A B L I C A V.

Najwyższe wartości miesięczne w cal. gr. na cm<sup>2</sup> natężenia promieniowania słonecznego w Pawlowsku (wartości nieredukowane i niesprowadzone do odległości średniej ziemi od słońca).  
Valeurs maxima (non réduites) mensuelles en gr. cal./cm<sup>2</sup> de l'intensité du rayonnement solaire à Pavlovsk (sans la réduction à la distance moyenne de la terre au soleil).

Miesiąc — Mois.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1892			1,39	(1,43)	1,41	1,40	1,34	1,35	1,40	1,20	1,06	
1893	0,93	(1,08)	1,32	(1,33)	1,37	(1,30)	(1,30)	(1,25)	1,37	1,26	1,01	
1894	0,93	(1,12)	1,36	(1,37)	1,32	(1,30)	(1,17)	1,33	1,32	1,22	1,12	0,86
1895		1,19	1,36	1,34	1,40	1,25	1,30	1,26	1,26	(1,03)	(0,93)	0,91
1896	1,09	1,26	1,38	1,34	1,42	(1,34)	1,27	1,18	1,34	(1,05)	0,88	0,95
1897		1,20	1,27	(1,42)	(1,32)	(1,33)		1,27			0,90	0,76
1898	1,13	1,11	(1,38)	1,45	(1,35)	(1,30)		1,27		1,30	1,00	
1899	1,07	(1,30)	1,38	1,40	1,35	(1,30)	(1,32)	(1,19)		(1,21)	1,03	
1900	(1,01)	1,21	1,35	1,32	1,34	1,32	1,23	1,25	(1,27)	(1,12)	(0,88)	0,76
1901	0,80	(1,18)	1,35	1,39	1,44	1,25	1,29	(1,30)	1,23	(1,10)	0,95	
1902		(1,22)	(1,33)	1,42	1,37	1,29	1,26	(1,25)	(1,21)	(1,17)	0,93	
1903	0,64	(1,00)	1,16	(1,18)	1,24	(1,16)	1,21	1,17	1,19	(1,04)	0,95	0,60
1904	0,78	0,94	1,34	1,33	1,24	1,24	(1,24)	1,20	1,24	1,19		0,69
1905	0,88	1,10	1,32	1,29	1,37	1,23		1,34	(1,29)	1,13		(0,78)
1906	1,07	(1,02)	1,36	1,36	1,30	1,30	1,30	1,26	1,35	1,30	1,13	
1907	1,02	1,17	1,38	1,34	1,28	1,26	1,16	1,15	1,20	1,14	0,84	
1908	(0,73)	(0,92)	1,24	1,32	1,34	1,37	1,34	1,25	1,23	1,22	1,10	
1909	(0,92)	1,09	1,24	(1,27)	1,38	1,37	1,35	(1,29)	1,33	1,27	1,02	
1910	(0,92)	1,15	1,34	1,38	1,31	1,34	1,30	1,35	1,38	1,27	1,06	
1911	0,94	1,23	1,35	1,40	1,33	1,37	1,34	1,30	(1,14)	1,26		(0,88)
1912	1,05	1,23	1,30	1,35	1,39	1,33	1,02	1,00	0,70	0,80	(0,52)	
1913	0,76	1,01	1,21	1,16								

UWAGA. Braki liczb w tabelce wskazują, że w danym miesiącu pomiarów natężenia nie było wcale lub też, że liczba ich była niedostateczna. W nawiasach zaś postawione są wartości Max Q. wyprowadzone ze zbyt nielicznego szeregu danych lub też oparte na pomiarach zbyt odległych od poludnia. Pozostałe wartości tabelki wyprowadzone są z szeregów dostatecznie licznych i stosują się do okresu między godz. 11-tą rano i 1-szą po południu. Wreszcie grubszym drukiem oznaczone są maxima maximów dla kolumn pionowych, odpowiadających poszczególnym miesiącom.

nych warunkach atmosferycznych zwłaszcza co do wilgotności powietrza.

Przedstawiając graficznie (por. Fig. 2, str.175) dane Tab. V, widzimy odrazu, że natężenie promieniowania słonecznego jest szczególnie niższe w r. 1903 (właściwie do lutego 1904 r. włącznie) oraz w okresie 1912/13 (od lipca 1912 r. oraz w znacznej części połowy pierwszej 1913 r.). Pewną niżkę wykazuje również połowa druga 1907 r. oraz pierwsze trzy miesiące 1908 r.; niżka ta jednak ma charakter lokalny lub też wypływać może poczęści z przyczyn natury instrumentalnej. Aby ocenić ilościowo wielkość niżek, S. Sawinow (l. c.) obliczył średnie Max  $Q$  według Tab. V i podał odchylenia miesięcznych Max  $Q$  dla wybranych okresów rocznych.

Wartości średnie Max  $Q$  w Pawłowsku (bez redukcji na wysokość słońca, wilgotność oraz odległość średnią).

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1892-1912	0.94	1.14	1.33	1.36	1.35	1.31	1.26	1.25	1.24	1.17	0.96	0.77
1901-1953	0.89	1.10	1.30	1.32	1.34	1.29	1.26	1.24	1.25	1.16	0.95	0.68

Łącząc parę miesięcy i obliczając odchylenia średnie w % otrzymał S. Sawinow dla okresu od lipca do grudnia: w r. 1903 -8%, a w r. 1912 -35%; dla okresu od stycznia do kwietnia wypada w r. 1903 -18%, a w r. 1913 -13%.

Należy tu zauważyć, że w pomiarach w Pawłowsku, prowadzonych od r. 1892, okres dziesięcioletni do r. 1901 jest wolny od wybitniejszych i dłużej trwających niżek, gdyż w ostatnich latach od r. 1902 niżki wystąpiły dwukrotnie.

Ostatnia niżka rozpoczęła się w Pawłowsku w czerwcu 1912 r. i odznaczała się szczególnie wielkim natężeniem. Nawet w ciągu dni pogodnych, gdy nie było koło słońca widzialnych chmur lub smug, promieniowanie było osłabione, a błękit nieba już na oko wydawał się mniej czysty niż zazwyczaj. Sytuacja ta nie ulegała zmianie nawet po deszczach, skąd wynika wniosek, że przyczyna niżki polega nie na zanieczyszczeniu warstw dolnych powietrza (dymami, wilgotnością i t. p.), lecz w istotnym zmniejszeniu się przezroczystości atmosfery.

### III. Wybuchy wulkaniczne w związku z niżkami promieniowania.

Przechodząc do przyczyn możliwych, warunkujących niżki promieniowania, przypomnijmy sobie przedewszystkiem, że

zniżka z r. 1903 była już stawiana w zależności z wybuchem wulkanu Mont Pelée na Martynice. Podobne zniżki w promieniowaniu słonecznym (stwierdzone jednak raczej w zjawiskach lub w występowaniu mgieł, zmroku słońca) znane są poprzednio z r. 1883—1885 po wybuchu Krakatoa<sup>1)</sup> oraz z r. 1783, który od 16 czerwca do 21 lipca odznaczał się wtedy niezwykle trwałymi i silnymi mgłami, będącymi w związku z wybuchami wulkanicznymi w Islandyi.

Zniżka promieniowania ostatniej daty była zauważona i sygnalizowana niemal bezpośrednio po jej powstaniu. Świadczą o tem zeszyty z połowy drugiej r. 1912 i z r. 1913 w czasopismach specjalnych, jak n. Bulletin of the Mount Weather Observatory, Meteorologische Zeitschrift etc.

W zeszycie czerwcowym z r. 1912 „Meteorologische Zeitschrift” pojawiła się notatka M. Wolfa, przedrukowana z „Astronomische Nachrichten” (str. 4587). W notatce tej zaznacza M. Wolf pojawienie się w dn. 20, 21 i 22 i w dniach następnych czerwca 1912 r. niezwyklej zmroków, które kwalifikuje odrazu jako wulkanicznego pochodzenia.

Prof. J. Maurer z Zurychu zwraca uwagę (w zeszycie lipcowym „Meteorologische Zeitschrift” z r. 1912) na to, że przyczyny zmętnienia atmosfery szukać należy przede wszystkim w warstwach górnych i wskazuje odrazu na wpływ prawdopodobny silnych wybuchów wulkanicznych na Aleutach i w Alasce a także i na wyspach filipińskich. O pojawieniu się tych wybuchów donosiły depesze w pismach codziennych, a pierwszą wzmiankę natury oficjalno-naukowej znajdujemy w wydawanych przez Weather Bureau w Waszyngtonie mapach morskich p. t. „Meteorological Chart of the North Pacific Ocean”. Mianowicie na stronie odwrotnej mapy, wydanej naprzód na 1 lutego 1913 r., podana jest wiadomość, że uważany dotąd za wygasły wulkan Katmai położony na półwyspie Alasce naprzeciwko wyspy Kodiak (por. Fig. 3, str. 178) dał silne wybuchy w czasie od 6 do 8 czerwca 1912 roku. Wybuchy te, którym towarzyszyły olbrzymie ilości popiołu, powtarzały się następnie parokrotnie

---

1) 1. J. Maurer. Aus älteren und neueren Messungen der Sonnenstrahlung auf hochalpinen Stationen. „Meteorologische Zeitschrift“ N. 12, 1912, p. 561—569.

2. Report of the Krakatoa Committee of the Royal Society.

w ciągu lata 1912 r. ze szczególnem natężeniem w sierpniu tegoż roku.

Na stacji radiotelegraficznej w Kodiak, odległej w przybliżeniu o 130 km. od wulkanu Katmai, spadła od 6 do 8 czerwca 1912 r. warstwa popiołu na 45 cm. grubą; jednocześnie wystąpiły tam wskutek wybuchu tak silne wyładowania elektryczne, że jednocześnie i komunikacja telegrafem bez drutu uległa przerwie aż do wybrzeży dolno-kalifornijskich. Wykonana w Waszyngtonie analiza mikroskopowa i chemiczna popiołu, spadłego w Kodiak, wykazała nadzwyczajną subtelnosc cząsteczek tego popiołu, co jest niewątpliwie w związku z długim unoszeniem się ich w atmosferze.

Z obserwacyj balonowych wynika, że ów ośrodek absorbujący, powstały na skutek przeniknięcia pyłu wulkanicznego do warstw górnych atmosfery, znajdujemy nie niżej, jak na wysokości 10 kilometrów nad powierzchnią ziemi. A. W i g a n d <sup>1)</sup> zauważył (przy wzlocie z Halli 29. IX. 1912), że nawet na wysokości 9 km. niebo miało odcień białawy zamiast ciemno-błękitnego stale obserwowanego podczas wysokich wzlotów.

W interesującej nas kwestyi co do początku zniżki promieniowania z r. 1912 zacytować należy przedewszystkiem artykuły H. K i m b a l l'a <sup>2)</sup>. Konstatuje on niezmiernie ciekawy dla rozważanej przez nas kwestyi fakt, że w dn. 10 czerwca 1912 r. wystąpiła nagle zniżka wartości natężenia promieniowania słonecznego według pomiarów w Obserwatorium Mount Weather położonem niedaleko Waszyngtonu na wysokości 526 m. nad poziomem morza. Według K i m b a l l'a zarówno natężenie promieniowania słonecznego, jak i polaryzacja wykazują od tej daty wartości zniżone.

Jest rzeczą zupełnie prawdopodobną, że rozpoczęte w dniu 6 czerwca 1912 r. wybuchy wulkanu Katmai na Alasce są

---

<sup>1)</sup> Por. W i g a n d A. „Meteorologische Zeitschrift” N. 11 z r. 1912

<sup>2)</sup> 1. H. H. K i m b a l l. The dense haze of June 10-11, 1912. „Bulletin of the Mount Weather Observatory” (vol. 5, p. 3, December 1912).

2. H. H. K i m b a l l. The effect of the atmospheric turbidity of 1912 on solar radiation intensities and Skylight Polarization. „Bulletin of the Mount Weather Observatory” (Vol. V, Part 5, 295-312, 1913).

3. H. H. K i m b a l l. A change in skylight polarization. „Bulletin of the Mount Weather Observatory” (Vol. 6, Part 2, pp. 38-39, 1913)



w związku z zaobserwowaną w dn. 10 czerwca w Mount Weather zniżką promieniowania.

Poniżej<sup>1)</sup> podajemy literaturę amerykańską, dotyczącą wybuchów w Alasce wogóle i w szczególności wybuchu wulkanu Katmai, którego spólrzędne geograficzne wynoszą w przybliżeniu  $\varphi=58^{\circ}$  N. i  $\lambda=155^{\circ}$  W. Gr.

G. Hellmann<sup>2)</sup> oblicza, że szybkość przenoszenia się pyłu wulkanicznego wyniesie 23m/sec (lub w przybliżeniu 64 km/godz.), przyjmując że warstwy popiołu w ciągu 4 dni przebyły przestrzeń z Katmai do Mount Weather biegnąc w kierunku najkrótszym. Ostatnie założenie odbiega niewątpliwie od rzeczywistości; na ogół jednak wloty balonów sondów uczą, że nad kontynentem północno-amerykańskim panują na znacznych wysokościach bardzo silne prądy powietrzne skierowane wogóle od *WNW* do *ESE*. Przypomnimy tu także, że popiół wulkaniczny z Katmai dosięgnął prawdopodobnie wysokości wyższych od 10 km. (przykład z r. 1883 z wybuchem Krakatoa

---

1) I. Herbert H. Kimball, The effect upon atmospheric transparency of the Eruption of Katmai Volcano. Monthly Weather Review, pp. 153—159, January 1913.

NB. Artykuł ten zawiera szczegółowe dane bibliograficzne oraz wyciągi z notatek obserwatorów; do artykułu dodana jest także mapa Alaski z wskazaniem pozycji wulkanu Katmai.

2. Volcanoes in Alaska. Nat. Geog. Mag., August 1912, v. 23 pp. 824—832.

3. Dailey J. M. Report of the Eruption of Katmai Volcano Bull. Amer. Geog. Soc., September 1912, v. 44, pp. 641—644.

4. Mc. Adie A. G. Recent Pacific Volcanic Eruptions and Atmospheric Phenomena. Meteorological Chart of the North Pacific Ocean, February 1913.

5. Mc. A. G. Taal, Asama-Yama and Katmai. Bull. Seismol. Soc. Amer., v. 2, pp. 233—242.

6. Clark George Archibald. The Katmai Eruption. Bul. Seismol. Soc. Amer., v. 2 pp. 226—229.

7. Martin George. The recent Eruption of Katmai Volcano in Alaska. Nat. Geog. Mag., February 1913, v. 24, pp. 131—181.

2) G. Hellmann. Die Ursache der ungewöhnlichen Trübung der Atmosphäre im Sommer 1912. („Meteorologische Zeitschrift“, Januar 1913).

Por. także Shaw W. N. Peculiar appearance of the sky during the summer 1912. Quat. Journ. of the R. Met. Soc., Oct. 1912 v. 38, p. 312.

daje wysokość powyżej 30 km.). Również i w drugim miejscu Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej a mianowicie w Madison (Wisconsin)<sup>5)</sup> otrzymano w dn. 27 czerwca 1912 r. silnie zniżoną wartość natężenia promieniowania, gdy pomiar poprzedni, dokonany 7 czerwca tegoż roku, dał wartości bliskie do normalnych.

Bardzo ważną dla naszej kwestyi notatkę znajdujemy także w korespondencji z Grenlandyi A. de Quervain<sup>6)</sup>, kierownika Szwajcarskiej Ekspedycyi Biegunowej. Ten ostatni pisze, że, gdy w czasie od 7 do 15 czerwca 1912 r. bywało niebo błękitne na zachodnich wybrzeżach Grenlandyi (koło 69° szerokości geograficznej północnej), to w dn. 21 czerwca, po minięciu okresu dżdżystego, niebo wyróżniało się szczególnym odcieniem białawym, znacznie i stale różnym od poprzedniego.

Przechodząc do pytania, w jakim czasie wystąpiła zniżka promieniowania w różnych miejscowościach Europy, możemy odrazu powiedzieć, że trzecia dekada czerwcowa 1912 r. daje powszechnie zniżone wartości natężenia promieniowania słonecznego oraz zmniejszony okres wypalania kartek heliograficznych. Co do opracowania danych heliograficznych w tym względzie, prof. J. Maurer ogłosił, w swym charakterze przewodniczącego Komisyi Radiacyjnej przy Międzynarodowym Komitecie Meteorologicznym, szczegółową ankietę do różnych Instytutów Meteorologicznych na całej kuli ziemskiej.

Według komunikatów w „Meteorologische Zeitschrift” z r. 1912 i 1913 znajdujemy dla Obserwatorium Meteorologicznego w Potsdamie datę 27 czerwca 1912 r. według Dr. Martena; Dr. Wolf przyjmuje dla Heidelberga datę 22/23 czerwca, a istnieje także raport ze Szpicberga („Ostrogórza“) podający 21/22 czerwca 1912 r. jako termin inwazyi pyłu wulkanicznego w strony biegunowe (pod 81 stopniem szerokości północnej). Z drugiej jednak strony kierownik obserwatorium w Atenach p. Eginitis znajduje, na zasadzie danych heliograficznych, istnienie zniżki już od 7 kwietnia 1912 r. z wzmo-

---

<sup>1)</sup> Por. Bulletin of the Mount Weather Observatory p. 181. 1912.

<sup>2)</sup> Dr. A. de Quervain — Zürich. Merkwürdiger Himmelsanblick im Inneren Grönlands im Sommer 1912. „Meteorologische Zeitschrift“ Dezember 1912.

żonem wystąpieniem w dniu 17 czerwca tegoż roku. Zdaje się jednak, że daty p. E g i n i t i s a wypadły tak odmiennie, wskutek przyczyn raczej lokalnej lub iustrumentalnej natury.

Dla Pawłowska niepodobna podać dokładnej daty wystąpienia niżki wskutek nieprzychylniej pogody i małej liczby pomiarów pyreliometrycznych w połowie drugiej czerwca 1912 r.; można tu tylko powiedzieć napewno, że z trzech dekad czerwcowych 1912 r. dopiero dekada ostatnia daje wartości niższe znacznie od przeciętnych.

Z poniższego zestawienia wynika, że niżka radiacyjna wystąpiła w lipcu i sierpniu 1912 r. z dosyć jednakowem natężeniem w różnych miejscowościach.

TABLICA VI.

	lipiec			sierpień		
	1911	1912	Zniżka w%	1911	1912	Zniżka w%
Warszawa . . .	1.33	1.03	23	1.23	0.99	20
Olczedajów . . .	1.33	1.01	24	1.28	1.06	17
Pawłowsk . . .	1.34	1.02	24	1.30	1.00	23
Potsdam . . .	1.37	1.13	18	1.33	0.87	27
Paryż <sup>1)</sup> . . .	1.25	0.96	23	1.22	0.95	22
Washington . . .	1.37	1.05	23	1.33	1.02	23

Na zakończenie niniejszego artykułu podajemy (Fig. 4 na str. 179) przebieg wartości rocznych natężenia promieniowania słonecznego dla czterech miejscowości: Montpellier, Washington—Mount Weather, Pawłowsk i Warszawa. Wartości roczne podane są w odchyleniach procentowych dla ostatnich lat trzydziestu. Na krzywych z Montpellier uwydatnia się bardzo wybitny wpływ wybuchu Krakatoa, a w ostatniem dziesięcioleciu wybuchów Mont Pelé i wulkanu Katmai.

<sup>1)</sup> I. A. Angot. Annales du Bureau Central Météorologique de France (1907, Mémoires). Observations Actinométriques.

2. Bulletin Mensuel de l'Observatoire du Parc St. Maur.

Władysław Gorczyński:

**Sur les dépressions en 1912 et 1903 dans les valeurs  
de l'intensité du rayonnement solaire.**

Communication annoncée le 1. III. 1914.

Dans le présent article sont discutées les deux grandes dépressions du rayonnement solaire qui sont survenues depuis le commencement du XX-e siècle. Les notes préliminaires concernant ces dépressions ont été publiées par l'auteur dans les „Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris” (1 février 1904, 7 juillet 1913). Dans une récente publication <sup>1)</sup> sont présentées les tables numériques contenant les valeurs de l'intensité du rayonnement solaire, de la durée et des sommes d'insolation à Varsovie pendant la période: 1901—1913. Nous profitons de cette publication pour établir la marche des dépressions en question sans être obligé de présenter toutes les tables numériques.

I. Les dépressions à Varsovie.

Dans la Tab. I (voir p. 155 du texte polonais) sont présentés les écarts des valeurs max. mensuelles de l'intensité  $Q$  du rayonnement solaire à Varsovie par rapport aux moyennes: 1901 — 1913. Ces écarts sont calculés en gr. cal/cm<sup>2</sup>, min.

De même les Tab. III et Tab. IV (p. 157 et p. 159 du texte polonais) résument les écarts de la durée d'insolation (en heures) et des sommes d'insolation (en Kg. cal.).

Dans la petite Tab. II (p. 156 du texte polonais) sont calculées les écarts des valeurs annuelles de l'intensité du rayonnement solaire à Varsovie.

Toutes les tables numériques en question montrent que certaines années présentent des dépressions particulières.

---

<sup>1)</sup> L a d i s l a s G o r c z y ń s k i: Valeurs pyréliométriques et les sommes d'insolation à Varsovie pendant la période: 1901—1913. (4<sup>o</sup>, p. 38. Varsovie, 1914).

Ainsi p. ex., en comparant les valeurs annuelles de Max.  $Q$  on obtient pour les écarts annuels des Max.  $Q$  par rapport à la moyenne 1,18:

Année	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908
Écarts des Max. $Q$ en %	+4	-1	-13	-3	+3	+4	+2	0
	1909	1910	1911	1912				
	+2	+1	+7	-6				

On est tout de suite frappé par les dépressions anormales en 1903 et en 1912. L'année 1907 présente par contre la valeur annuelle de Max.  $Q$  relativement très élevée.

En examinant de plus près la Tab. I (p. 155) on voit que les mois correspondant à une intensité particulièrement faible sont groupés dans une manière tout à fait frappante et continue de novembre 1902 à février 1904 (avec une légère augmentation relative en juin 1903) et de juillet 1912 à janvier 1913.

Pendant ces deux périodes les maxima mensuels de l'intensité  $Q$  du rayonnement solaire à Varsovie étaient continuellement et sans aucune interruption diminués par rapport aux moyennes: 1901—1913. Cette diminution dépassait généralement 10 %.

Il est important de noter que, si pendant les autres années de la période 1901—1913 on rencontre quelquefois les valeurs mensuelles de Max.  $Q$  abaissées par rapport aux moyennes, ces mois ont un caractère plutôt isolé et sporadique. Ce n'est que pendant les deux périodes 1902/4 et 1912/3 que la dépression se présente dans une façon continue et très caractéristique.

Les écarts de la Tab. I sont, pendant les mois de dépression, imprimés en caractère gras, ce qui facilite l'aperçu général. Les valeurs maxima de l'intensité  $Q$  du rayonnement solaire ont été uniformément réduites à l'épaisseur atmosphérique  $m$  et à la tension de la vapeur d'eau  $f$ , indiquées dans les-en-têtes de chaque mois. Toutes les valeurs ont été, en outre, ramenées à la distance moyenne de la terre.

Les Tables I, III et IV étant calculées en valeurs absolues, nous avons formé la Tab. VII (p. 170 - 172) qui donne les écarts en % pour les trois éléments discutés plus haut: max. mens. de l'intensité (valeurs réduites), sommes d'insolation (composante verticale) et la durée de l'insolation à Varsovie,

T A B L I C A VII.

a) Odchylenia procentowe wartości miesięcznych najwyższych natężenia promieniowania słonecznego  $Q$  w stosunku do średnich: 1901—1913.

a) Ecartis (en %) des valeurs maxima mensuelles de l'intensité  $Q$  du rayonnement solaire par rapport aux moyennes: 1901—1913

Miesiące—Mois	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I-XII
$m$ (atm.)	3.5	2.5	2.0	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5
$f$ (mm)	3	3	4	5	6	8	9	8	7	6	4	3	7
Sred. Max. $Q$ 1901—1913	0.87	1.03	1.11	1.21	1.19	1.19	1.19	1.16	1.22	1.13	0.98	0.80	1.18
Moy. Max. $Q$	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0
1901	-1	+13	-4	+6	+5	+3	+3	+9	+2	+4	+4	+15	+4
1902	0	+8	+6	+2	-9	+5	+7	+5	+8	+2	-13	-16	+1
1903	-23	-19	-15	-17	-21	+3	+7	-14	-11	+7	+7	+1	-13
1904	-21	-13	+3	+2	+8	+3	+4	+1	0	+2	+6	+9	-13
1905	+1	+3	+3	+2	+6	+5	+5	+3	+7	+2	-7	+1	+3
1906	+8	+6	+3	+4	+4	+4	+2	+3	+1	+0	+21	+16	+3
1907	+1	+4	+0	+4	+4	+4	+3	+4	+1	+1	+11	+3	+4
1908	+9	-15	+7	+4	+3	+2	+3	+4	+7	+4	.	+4	+2
1909	0	+1	+5	+3	+5	+1	.	+3	0	+2	.	+15	0
1910	+5	+2	+5	+1	+8	0	.	+2	+1	+4	.	+1	+1
1911	+6	+6	+13	+5	+1	+7	+9	+5	+7	+11	+11	+1	+1
1912	+37	+17	+1	+10	+4	+3	-16	-14	+1	-27	-25	-16	+1
1913	-14	+1	-5	+2	+1	+3	+3	+1	+4	.	.	.	+6

T A B L I C A VII (ciąg dalszy).

Tab. VII (Suite).

b) Odchylenia procentowe czasu trwania ustalonecznienia w Warszawie w stosunku do wartości średnich: 1903—1912.

b) Durée d'insolation à Varsovie en moyennes diurnes (d'après l'héliographe de Campbell); écarts par rapport aux moyennes: 1903—1912.

Miesiące—Mois	I	II	II	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I-XII
Śred. dzienna 1903—1912 Moy. diurnes en heure	1.5	1.9	3.6	5.1	7.7	8.0	7.7	6.9	5.4	3.8	1.4	0.8	4.5
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
1903	-27	+26	-17	-45	-26	-38	-35	-25	+20	-11	-64	-63	-25
1904	-20	-42	+31	-16	-3	+14	+36	+25	+17	-16	+7	+25	+9
1905	+73	+11	-64	-20	+10	+11	+4	+10	-22	-45	-36	+13	-4
1906	+20	+11	-3	+61	+17	-11	+16	+9	+7	+18	+71	+25	+16
1907	+20	+42	+36	-4	+18	-20	-10	-16	+28	+74	+43	-25	+9
1908	-53	-16	+19	-22	-13	+19	+7	-14	-24	+11	+21	+50	-2
1909	+13	-21	0	+2	-1	+5	-7	+16	+17	+21	-57	-13	+2
1910	-20	+11	+36	+25	+8	+10	-23	+2	-4	-5	-21	-13	+2
1911	-33	+32	-11	-10	+14	+15	+18	+19	+6	+8	+64	-50	+9
1912	+27	-32	-25	+24	-21	-5	-9	-30	-52	-50	-57	0	-18
1913	-7	+74	+6	-6	-13	-13	-23	-29	-13	.	.	.	.

T A B L I C A VII (dokotizenie).

Tab. VII (fin.).

c) Odehlyenia procentowe dla sum insulacyjnych na 1 cm<sup>2</sup> powierzchni pionowej w stosunku do wartosci srednich: 1903—1912.

c) Sommes d'insolation à 1 cm<sup>2</sup> de la surface normale, écarts par rapport aux moyennes: 1903—1912.

Miesiace — Mois	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I-XII
Śred. w cal. kg. 1903—1912	21	27	6.2	9.0	14.1	14.4	13.9	12.1	9.2	6.4	2.0	0.9	93.0
Moy. en cal. kg.	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
1903	-33	+4	-27	-51	-35	-37	-42	-30	+8	-20	-65	-78	-31
1904	-43	-52	+31	-21	-2	+2	+25	+17	+15	-23	+5	+22	+4
1905	+53	0	-66	-30	+11	0	+12	+12	-19	-52	-35	+22	-7
1906	+29	+19	-8	+62	+19	-12	+22	+13	+16	+31	+120	+78	+20
1907	+33	+52	+47	+4	+26	-17	-7	-12	+37	+92	+45	-22	+15
1908	-48	-15	+18	-26	-18	+22	+13	-8	-19	+16	+20	+78	-1
1909	+19	-26	-6	+1	+1	+8	-6	+17	+10	+9	-60	0	+3
1910	-38	+7	+32	+22	+1	+13	-29	+1	-4	+3	-25	0	+1
1911	-29	+32	0	-4	+16	+23	+33	+27	+20	+2	+80	-44	+18
1912	-38	-22	-18	+41	-17	-3	-21	-40	-61	-59	-70	-11	-20



**Fig. 1.**

I. — Odchylenia procentowe dla najwyższych wartości miesięcznych natężenia promieniowania słonecznego w Warszawie (zredukowanych na wysokość słońca, wilgotność powietrza i odległość średnią ziemi.

II. — Odchylenia procentowe sum insolacyjnych (składowej pionowej) w Warszawie.

III. — Odchylenia procentowe dla czasu trwania usłonecznienia w Warszawie.

---

**Fig. 1.**

Marche de l'intensité du rayonnement solaire, des sommes et de la durée de l'insolation à Varsovie.

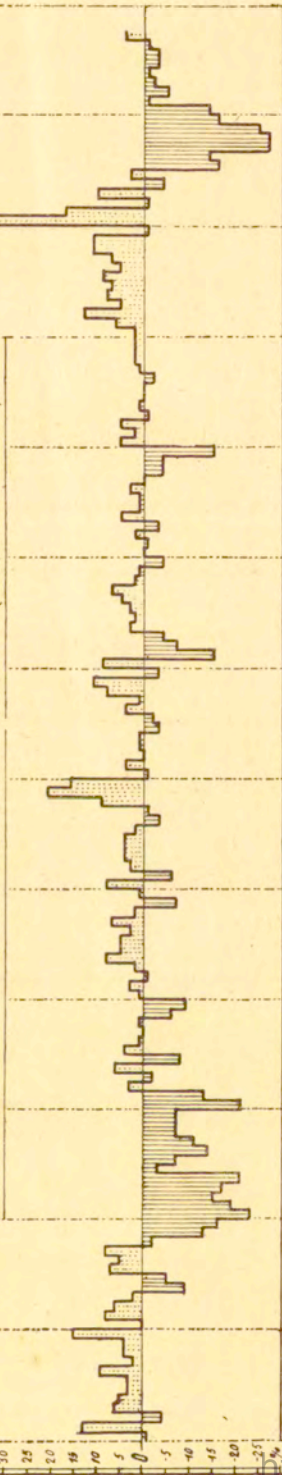
I. — Max. mens. de l'intensité (valeurs réduites). Ecarts en %.

II. — Sommes d'insolation (composant vertical). Ecarts en %.

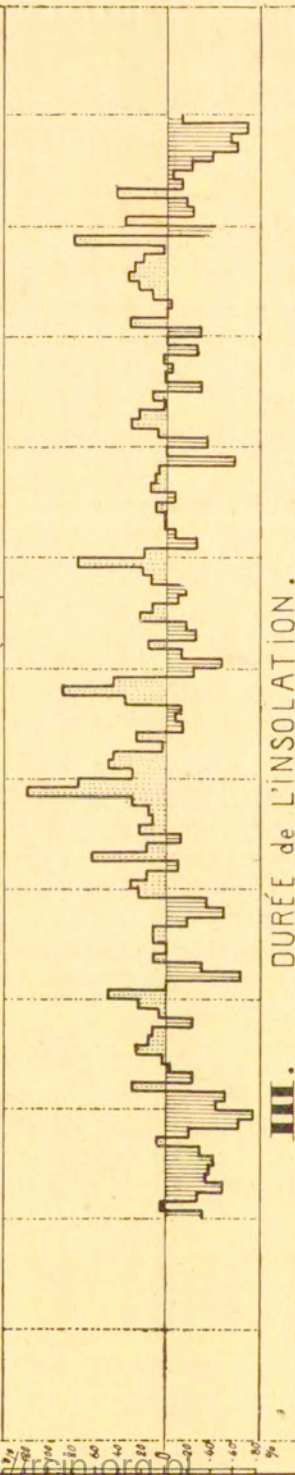
III. Durée d'insolation. Ecarts en %.

1901 1902 1903 1904 1905 1906 1907 1908 1909 1910 1911 1912 1913

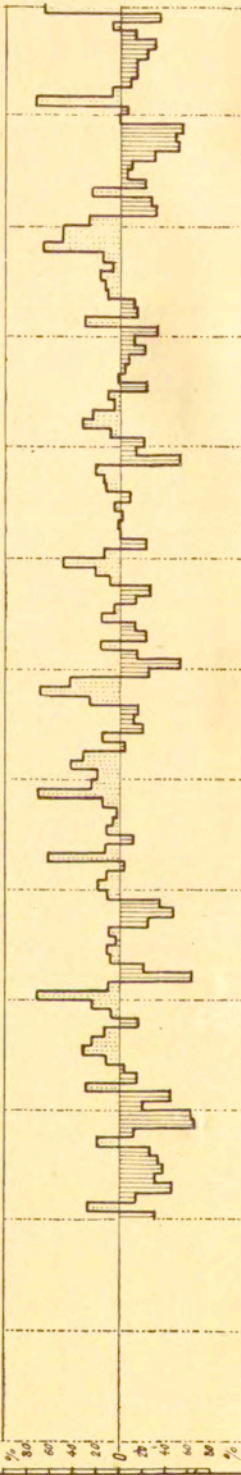
**I.** MAX. MENS. de L'INTENSITÉ (valeurs réduites).



**II.** SOMMES D'INSOLATION (composant vertical).



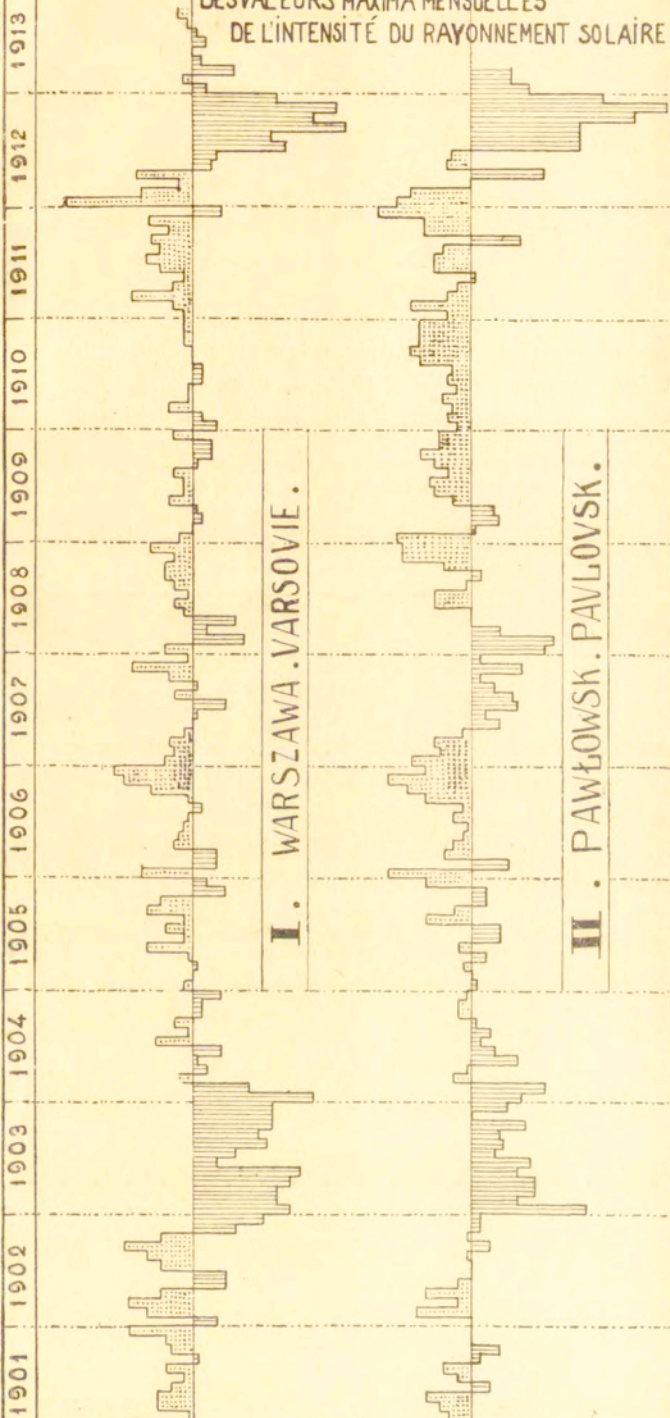
**III.** DURÉE de L'INSOLATION.



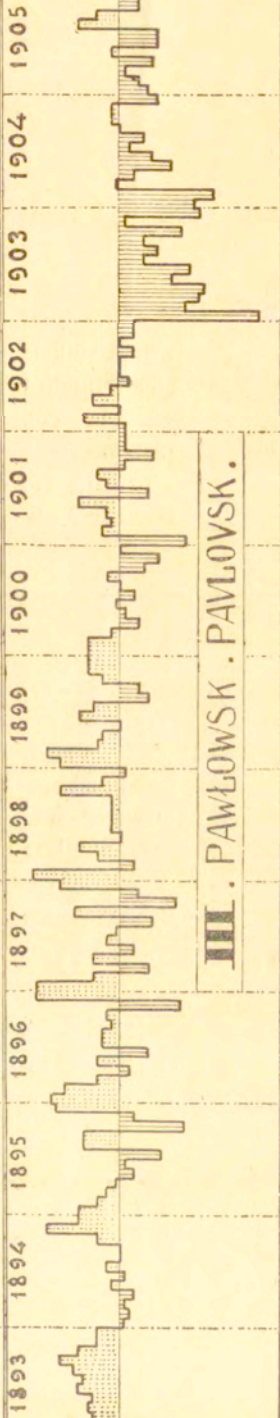
ÉCARTS (en gr. cal./cm<sup>2</sup>, min) PAR RAPPORT AUX MOYENNES 1901-1913

ÉCARTS par rapport aux moyennes 1893-1913

DES VALEURS MAXIMA MENSUELLES  
DE L'INTENSITÉ DU RAYONNEMENT SOLAIRE



**II. PAWŁOWSK. PAWŁOWSK.**



**III. PAWŁOWSK. PAWŁOWSK.**



**Fig. 2.**

I. Maxima miesięczne (nieredukowane) natężenia promieniowania słonecznego w Warszawie. Odchylenia (w gr. cal/cm<sup>2</sup>, min) od średnich: 1901—1913.

II. Toż samo dla Pawłowska. Odchylenia od średnich: 1901—1913.

III. Toż samo dla Pawłowska, lecz z odchyleniami od średnich: 1893—1913.

---

**Fig. 2.**

I. Max. mens. (valeurs non réduites) de l'intensité du rayonnement solaire à Varsovie. Écarts (en gr. cal/cm<sup>2</sup>, min) par rapport aux moyennes: 1901—1913.

II. Les mêmes écarts pour Pavlovsk: 1901—1913.

III. Écarts pour Pavlovsk, calculées par rapport aux moyennes: 1893—1913.

Pour faciliter l'examen de la Tab. VII, les écarts en question sont reproduits graphiquement. Fig. 1 (p. 174) rend particulièrement évidentes les deux dépressions dont nous avons parlé plus haut.

## CHAPITRE II. Les dépressions observées à Pavlovsk.

Dans ce chapitre sont discutées les mesures de l'intensité du rayonnement solaire, effectuées à Pavlovsk; l'auteur a utilisé particulièrement le mémoire de Mr. Savinof, publié dans le „Bulletin de l'Académie des Sciences de St.-Pétersbourg" (N. 12, 1913).

Dans la Tab. V (p. 161 du texte polonais) sont reproduites les valeurs maxima (non réduites) mensuelles de l'intensité du rayonnement solaire à Pavlovsk, lesquelles n'ont pas été ramenées à la distance moyenne de la terre au soleil.

Pour faciliter l'emploi de la Tab. V et aussi la comparaison de Pavlovsk avec Varsovie, on a représenté graphiquement la marche des max. mens. de l'intensité dans ces deux endroits (Fig. 2 p. 175).

Il importe de remarquer que la Fig. 2 représente la marche des écarts (en. gr. cal.) pour les valeurs non réduites de l'intensité du rayonnement solaire, tandis que dans la Fig. 1 on a donné la marche (en %) des valeurs réduites. Nous n'avons pas pu faire autrement, les valeurs réduites de l'intensité à Pavlovsk ne figurant pas dans le mémoire de Mr Savinof.

On voit, dans la Fig. 2, que deux dépressions de 1903 et 1912 se sont produites aussi bien à Pavlovsk qu'à Varsovie. Il est aussi à noter que, d'après Pavlovsk, la période 1893—1902 est libre des dépressions.

## CHAPITRE III

Les éruptions volcaniques en rapport avec les dépressions de l'intensité du rayonnement solaire.

Dans ce chapitre sont tout d'abord discutées les éruptions volcaniques de Krakatoa, et du Mont Pelé et ensuite la récente éruption du volcan Katmai (Alasca). Toute la litté-



Fig. 3. Wulkan Katmai na Alasce (wzburzenie 6—8 czerwca 1912 r.).  
 Fig. 3. Volcan Katmai à Alasca (éruption du 6—8 juin 1912).

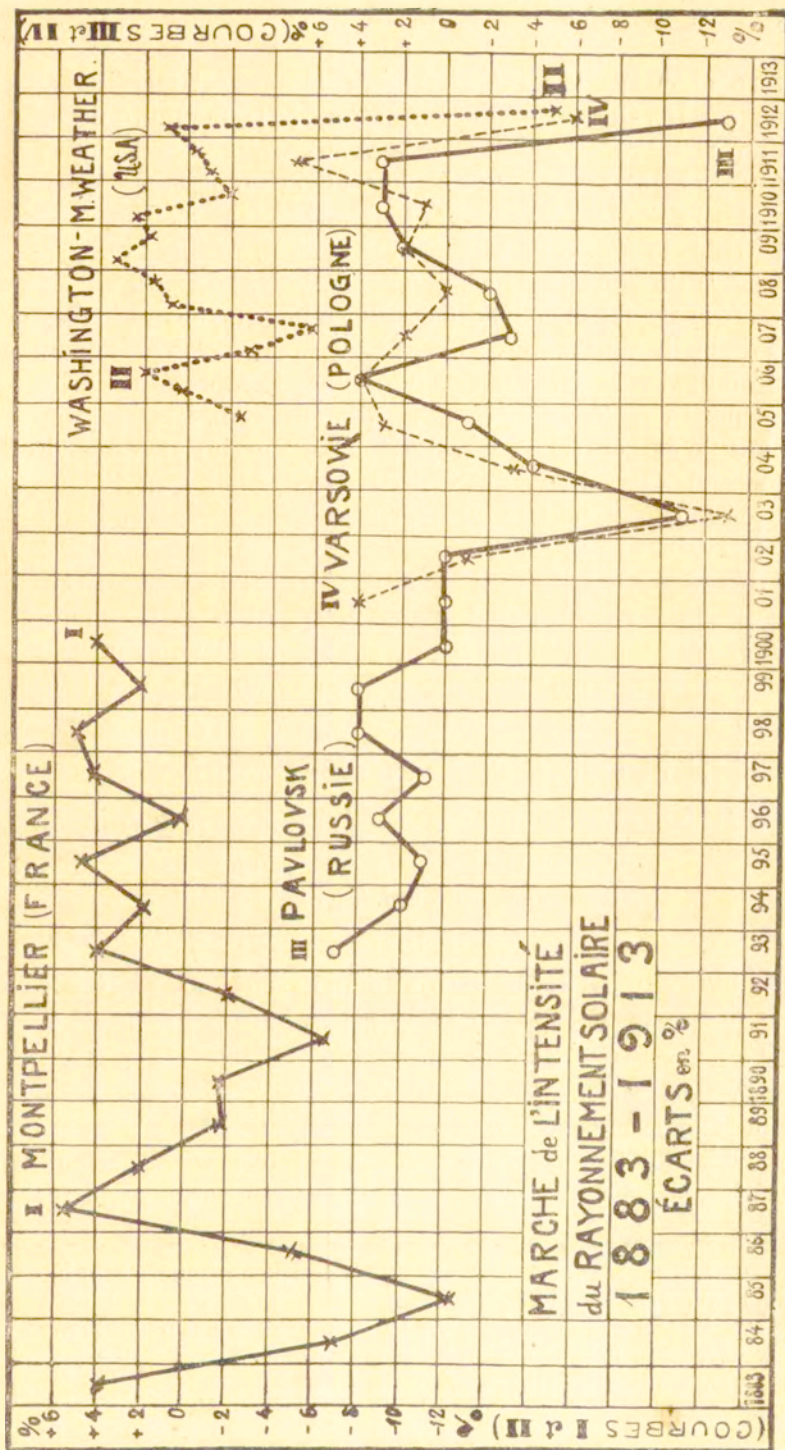


Fig 4. Przebieg wartości rocznych natężenia promieniowania słonecznego w odchyleniach procentowych. Okres 1883—1913.

rature concernant cette dernière éruption est mentionnée (voir pp. 163 - 165) principalement d'après le mémoire de Mr Herbert Kimball, publié dans „Monthly Weather Review“ (Janvier 1913) sous le titre: „The effect upon atmospheric transparency of the Eruption of Katmai Volcano“.

Dans la Fig. 3 (p. 178) est indiquée le position géographique <sup>1)</sup> du volcan en question.

A la fin du chapitre III est discutée brièvement la marche annuelle de l'intensité du rayonnement solaire pendant la période 1883—1913. Cette marche se rapporte aux séries des mesures effectuées à Montpellier (France), Washington-Mount Weather (U. S. A.), Pavlovsk (Russie) et Varsovie (Pologne). On voit, dans la série de Montpellier, tout d'abord dépression de Krakatoa et une autre en 1891; la période 1893—1902 était libre de dépressions. La dépression de 1912 est très marquée en Amérique et en Europe; d'après les renseignements recueillis par le prof. Maurer, cette dépression semble être devenue imperceptible au delà du Caucase.

---

#### 5. Franciszek Staff:

#### O zniekształceniach przewodu pokarmowego u ryb.

Komunikat zgłoszony dn. 20 Lutego 1914 r.

Przedstawił J. Tur.

#### I

#### O d b y t y w t ó r n e (*anus praeternaturalis*) u k a r p i a.

W roku 1910 opracowałem u karpia szczególne objawy zniekształcenia przewodu pokarmowego, którym towarzyszyło powstawanie wtórnych odbytów (*anus praeternaturalis*). Studya te <sup>2)</sup> przeznaczone dla III-go tomu roczników królewskiej bawarskiej biologicznej stacji doświadczalnej w Monachium (Berichte aus der kgl. bayr. biologischen Versuchsstation für

---

<sup>1)</sup> Les coordonnées géographiques du volcan Katmai sont approximativement:  $\varphi=50^{\circ}\text{N.}$ ,  $\lambda=155^{\circ}\text{W.}$  Green.

<sup>2)</sup> Fr. Staff: „Ueber Missbildungen des Darmes und Bildung eines widernatürlichen Afters (*anus praeternaturalis*) bei Karpfen. Mit 4 Tafeln und 5 Textbildern.“



Fischerei in München) są dotąd nie opublikowane, a i roczniki wychodzić przestały. Ponieważ zupełnie niezależnie od opracowanego tam materiału znalazłem obecnie u tego samego gatunku zniekształcenie jamy brzusznej, które stoi w pewnym związku z tamtymi, pragnę przeto, zanim studia poprzednie w całości opublikuje, w tem doniesieniu oba przypadki łącznie omówić.

W opracowanych poprzednio zniekształceniach przewodu pokarmowego u karpia, chodziło o znaczne topograficzne przemieszczenia poszczególnych odcinków jelita, które przy równoczesnem wpukleniu się ściany brzusznej z nią się zrastają. W miejscu zrośnięcia następuje zanik muskulatury skóry, oraz odpowiedniego miejsca jelita, a przez powstałą tą drogą otwór wytwarza się nowa nienaturalna komunikacja światła jelita ze światem zewnętrznym; ten wtórny odbył (*anus praealternaturalis*) przejmuje funkcję odbytu właściwego, skutkiem czego większe lub mniejsze odcinki przewodu pokarmowego wyłączone zostają od właściwych im funkcji: od komunikacji z przelykiem.

Materyał na którym proces powstawania odbytów wtórnych badałem, był mi uprzejmie dostarczony przez profesora H o f e r' a w Monachium; składał się z różnej wielkości karpia, pochodzących z tego samego roku i z tej samej wody, co każe się domyślać wspólnej wszystkim tym przypadkom przyczyny. Jest to tem bardziej prawdopodobne, że zniekształceniu uległa większa ilość karpia, pozostających równocześnie w tych samych warunkach.

Już zewnętrznie zauważyć się dają znaczne zmiany w budowie, polegające nietylko na istnieniu w ścianie brzucha dużych otworów, prowadzących do światła jelit, ale przede wszystkim uderza lokalny zanik muskulatury brzucha i powstała skutkiem tego bruzda, oraz wpuklenie brzucha. U egzemplarza u którego do wytworzenia otworu nie doszło, zaznacza się lokalne wgłębienie brzucha bardzo wybitnie. (Rys. II). Początkowo (w stadium początkowem) przedstawia się wypuklenie brzucha jako szeroka i płytka bruzda, biegnąca wpoprzek brzucha. Stopniowo dno bruzdy w pewnym miejscu wgłębia się znacznie, a na dnie tego wgłębienia, które znajduje się 1—2 cmt. poniżej normalnej powierzchni brzucha, dokonywa się otwarcie komunikacji z jelitem. Po wytworzeniu się nowego odbytu zanik muskulatury i wgłębienie brzucha oraz resorbeyca ścian jelita nie ustają, ale postępują, (co szczególnie widoczne jest na egzemplarzu:

rysunek IV i V). Brzegi otworów otoczone są wyraźnie nabrzmiałą krawędzią o charakterze błony śluzowej. Wielkość otworów dochodzi u egzemplarza mającego 35 cm. ogólnej długości— 3 cm. w średnicy. Okolice ciała, w której otwory powstają, jest różna. Powstawać mogą odbyty wtórne, jak to widzimy na schematycznym zestawieniu, zarówno tuż przed odbytem naturalnym (rys. III) albo na przestrzeni między odbytem a pletwami brzuszniemi (rys. IV), a nawet w okolicy piersiowej, tuż za pletwami piersiowemi (rys. V). W ostatnim przypadku zniekształcenie nastąpiło w miejscu skrzyżowania największej liczby pętli jelita, tak, że doszło do otwarcia aż dwu nowych odbytów, z których droga włąb prowadzi aż w czterech kierunkach. W każdym z obranych do opisu przypadków, jak zobaczymy z opisu topograficznego przemieszczenia jelita, inny odcinek przewodu pokarmowego uczestniczy w zniekształceniu. W dwóch przypadkach, w których (rys. III i IV) otwory powstały mniej więcej w tej samej okolicy ściany brzusznej, zupełnie inne odcinki podległy przemieszczeniu i całemu procesowi. Jedynie wspólnem co do miejsca jest dla wszystkich przypadków powstawanie odbytów wtórnych na dolnej krawędzi brzucha.

Materyał nasz przedstawia jeszcze i w innym względzie wielką różnorodność. Zależnie od tego, która część jelita wchodzi w kombinację nowego odbytu, znaczne są u poszczególnych egzemplarzy różnice w długości, a tem samem i powierzchni, pełniącej nadal funkcję trawienia, wydzielania i absorpcyi. Minimalny w tym względzie uszczerbek poniósł organizm karpia, wskutek zmian, przedstawionych na rys. III. Zniekształceniu uległ sam koniec jelita odbytowego, a nowy odbyt eliminuje od komunikacyi z przelykiem mały, zaledwie 3 ctm odcinek, przy długości jelita 85 cm. Poważną część wyłącza od trawienia odbyt, powstały na zakręcie t. zw. „żołądka“, jak przedstawiono na rys. IV. Dopuszczona do funkcyi trawienia jest tu mała część, którą (wskutek objęcia roli odżywiania całego organizmu), znajdujemy potwornie rozszerzoną. Bez wpływu na rozmiary odżywiania się, a skutkiem tego na szybkość wzrostu, pomniejszenie powierzchni trawiącej bezsprzecznie być nie mogło. Czy wszakże mimo istniejących u badanych przez nas karpia dużych różnic w wielkości i ciężarze różniły się one od siebie i wiekiem, tego stwierdzić przy pomocy dostępnych i znanych dziś metod, nie można było. Oznaczenie wieku ryby, dające się u karpia

przeprowadzić na podstawie struktury łusek i otolitów (4, 5) wykazało, że nasze egzemplarze wszystkie prócz jednego karpia (rys. IV) były to karpie 3 — 4 letnie o długości ciała 35—40 cm. Waga ich przenosiła 1000 gramów. Najmniejszy i najbardziej upośledzony (rys. IV) nie dochodził wagi 500 gramów i był długi na 25 cm. U tego egzemplarza, u którego wiek mógłby przedstawiać dla nas największy interes, struktura łusek była zagniatana i nie pozwalała na ustalenie wieku. W przypadkach naszych zniekształceń przewodu pokarmowego, którym bezsprzecznie towarzyszyć musiały poważne zaburzenia w procesie odżywiania, tracą łuski z natury rzeczy wartość swą jako podstawa do dyagnozy ryby. Zresztą bowiem wogóle struktura koncentrycznych warstw narostowych w łusce, następstwo i liczba gęstych i rzadkich warstw, może być podstawą do mierzenia wieku ryb i odzwierciedlać w sobie ilość przeżytych zim i okresów letnich tylko o tyle, o ile w życiu ryby nie zachodziły wśród lata znaczniejsze przerwy w odżywianiu się, gdyż tylko wtedy liczba zmian w grubości warstw odpowiada ściśle liczbie okresów obfitego odżywiania i wzrostu w lecie, oraz okresem głodzenia zimowego i stagnacji we wroście.

Zanim przedstawię szczegółowo teratologiczne zmiany poszczególnych obiektów, pragnę pokrótce wskazać fizyologiczny charakter przewodu pokarmowego u karpia. Przewód pokarmowy ma u karpia na całej swej długości jednolity charakter jelita środkowego. Właściwego żołądka wydzielającego kwas solny i pepsynę brak karpiovi zupełnie. Przełyk przechodzi bezpośrednio w jelito środkowe, a na całej przestrzeni przewodu brak odcinka z gruczołami żołądkowymi i o podłużnie pofalowanej błonie śluzowej, jak to ma miejsce u ryb drapieżnych w żołądku. Na granicy przełyku i jelita wchodzi do przewodu kanalik pneumatyczny (*ductus pneumaticus*) pęcherza pławnego, nadtó kanalik żółciowy (*ductus choledochus*), którego ujście u ryb, drapieżnych posiadających żołądek właściwy, znajduje się za żołądkiem. Również i z budowy histologicznej wynika ten charakter jelita karpia, gdyż na całej długości nie znajdujemy gruczołów cewkowatych; jest ono gruczołów zupełnie pozbawione. Mimo ten fizyologiczny stan rzeczy, utrzymał się w anatomii termin „żołądek“ na oznaczenie u karpiovatych pierwszego odcinka jelita od przełyku, aż do pierwszego zakrętu. W stanie czczości jelita ta jedynie część jest nieco grubsza, ma kształt wyciąg-

niętego lejka, podczas gdy inne odcinki przedstawiają kształt jednostajnie walcowaty.

Normalny przebieg jelita i jego topografię przedstawiłem na schematycznym rys. I, gdzie poza jelitem i pęcherzem pławnym usunięte zostały wszystkie inne organy wewnętrzne. Jama brzuszna wypełniona jest szczelnie, a całą przestrzeń wolną między pętlami jelit wypełniają organy wewnętrzne: wątroba, śledziona, pęcherz żółciowy, wreszcie gruczoły rozrodcze. Najwięcej miejsca zajmuje duża u karpia trzustko-wątroba, towarzysząca na całej długości przewodowi pokarmowemu.

Patologiczne odchylenia od normalnej topografii jelita przedstawione są na rysunkach schematycznych II—V. Mimo całą różnorodność naszego materiału, daje się on ułożyć w szereg rozmaitych stadyów postępującego zniekształcenia.

Najwcześniejsze stadyum, zaledwie zapowiedź i przygotowanie do utworzenia odbytu wtórnego stanowi egzemplarz przedstawiony na rys. II. Wgłębienie muskulatury nastąpiło w okolicy między pletwami brzuszными a odbytem i przedstawia się jeszcze jako równomierna, płytka a szeroka bruzda poprzeczna, wychodząca coraz płycej na boki ciała. Po usunięciu płatów wątroby znajdujemy wewnątrz dokonane już przemieszczenie odcinka jelita w miejscu pierwszego zakrętu. Prostolinijnie wzdłuż i środkiem jamy ciała, przebiegający od przelyku pierwszy odcinek jelita, zwany „żołądkiem“ dobiegłszy do samego końca jamy brzusznej zagina się u normalnych karpia (rys. I) ku górze, przebiegając ponad żołądkiem ku przodowi. W naszym przypadku zakręt ten pierwszy dokonywa się nie w górę lecz ku dołowi (rys. II), tak, iż odcinek ten zbliżył się znacznie do wpukłonej jamy brzusznej i nie tylko wpuklenia tego dotyka, ale widoczne jest już zrośnięcie otrzewnej jego z listkiem ściennym *peritoneum*. Przewód pokarmowy znaleziono na całej długości pusty i drożny, tak, że mechaniczne działanie spożytego pokarmu musi być wykluczone. W miejscu zetknięcia jelita ze ścianą brzucha, muskulatura brzucha jest anormalnie cienka. Zmiany w muskulaturze brzucha wskazują, że przy tworzeniu się odbytów wtórnych zanik muskulatury w ścianie brzusznej wyprzedza zmiany w ścianie jelita, oraz że topograficzne przemieszczenie pętli uważać należy za następstwo zmian w wewnętrznym ciśnieniu wzajemnym organów, wywołanych przewężeniem jamy brzusznej. W miejscu zetknięcia z jelitem znajduje się od ze-

wewnętrznej strony w ścianie brzusznej dołek wielkości ziarna pszenicy. Ściany dołka tego są strome, a z dna tego zagłębienia wystaje wypełniający je wyrostek zrosnięty z dnem. Po bliższym histologicznym zbadaniu okazało się, że brodawka ta jest gęstym spłotem zupełnie bezładnie ułożonych włókien mięśniowych, wśród których znajdowałem liczne komórki o kształtach amoeboidalnych.

W tem samym miejscu brzucha znajdujemy u drugiego egzemplarza dokonane już przerwanie ściany brzusznej oraz ściany jelita (rys. III). Z nie mniejszem wpukleniem ściany brzucha wszedł w tym przypadku w kontakt zupełnie inny odcinek jelita, bardziej odległy od ściany brzucha, niż przemieszczone w poprzednim przypadku przejście „żołądka“ do jelita środkowego. Jelito końcowe, które normalnie biegnie bardzo wysoko w jamie brzusznej i zazwyczaj przysłonięte jest gruczołami płciowymi, a łagodnym swym łukiem obejmuje tworzące się w tylnej części jamy brzusznej liczne inne pętla jelita, w danym przypadku wyrugowane ze swego położenia zrosło się ze ścianą brzuszną i wytworzyło komunikację drożną światła jelita na zewnątrz, jako odbył wtórny w odległości trzech centymetrów przed odbytem naturalnym. Przez powstanie nowego odbytu wyłączony został od funkcyi mały odcinek jelita końcowego, długości 3 cm. Prócz powyższego przemieszczenia jelita końcowego, znajdujemy również, że pierwszy zakręt jelita jak w poprzednim przypadku odwinięty został ku dołowi. Sprawia to wrażenie, jakby jelito końcowe w swej wędrówce ku dołowi pociągnęło za sobą i odwinięło ten zakręt. Przez powstanie nowego odbytu na jelicie w odległości 3 cm. od odbytu naturalnego zostały przewód pokarmowy i powierzchnia trawiąca pomniejszone o bardzo nieznaczną bo blisko  $\frac{1}{26}$  część, w procesie więc odżywiania nie zaszły skutkiem tego poważniejsze zaburzenia.

Największy pod tym względem uszczerbek poniósł organizm w przypadku III (rys. IV), który jest spełnieniem zaznaczonej u karpia pierwszej tendencji (rys. II). Zaczęte tam zrastanie się jelita ze ścianą brzucha jest u tego egzemplarza dokonane w tem samym miejscu i z tym samym odcinkiem jelita. Zanik muskulatury dochodzi tu granic najwyższych, a powstałe skutkiem tego zagłębienie ściany brzucha wynosi do 3 cm., wysokość ciała zmniejszona jest przeto o  $\frac{1}{4}$  część. Ściany zagłębienia są strome, na konturze robi ryba wrażenie, jak gdyby ca-

ła część jej brzucha między pletwami ogonowymi a brzuszniemi była wycięta. (Tablica, fot. 1) Na dnie zagłębienia znajdują się dwa otwory, oraz przesunięty odbyt naturalny. Jeden z otworów nowych — pierwszy stanowi *anus praeternaturalis* funkcyonujący, gdyż on jedynie ma komunikację z przełykiem. Drugi *anus praeternaturalis* prowadzi do pozostałej wyemilnowanej części jelita, kończącej się normalnym odbytem, łączy świat zewnętrzny ze światem zewnętrznym, w trawieniu więc udziału brać nie może. Organizm odżywił się i trawił jedynie przy pomocy odcinka, zwanego „żołądkiem“, który stanowił 1% część normalnej długości przewodu pokarmowego. Cały przewód pokarmowy znalazłem pusty. Mimo to „żołądek“ był znacznie poszerzony i był trzykrotnie grubszy niż normalnie. Uderzające przy dysekcyi rozszerzenie tej części jelita, ma do pewnego stopnia charakter kompensacyjnej hipertrofii, powiększenia powierzchni trawiącej, wydzielającej i absorbującej i uważane być może za analogon znanej podobnej hipertrofii jednej nerki po usunięciu drugiej. Tendencya zwiększania powierzchni trawiącej u zniekształconych karpki objawia się wszakże tylko przez rozszerzenie światła jelita, a nie przez odbudowę i przedłużenie części trawiącej. Przeciwnie, wskutek postępowania procesu widzimy w przypadku następnym (rys. V) zanik całej jednej pętli jelita nie funkcyonującego. Proces teratologiczny nie kończy się z chwilą wytworzenia się komunikacyi nienaturalnej, ale przenosi się dalej na jelita i objawia się w resorbeyi jelit. Przykładem tego jest dalszy obiekt: karp zniekształcony do nieprawdopodobnych granic (rys. V).

O ile w przypadkach dotychczasowych zanik muskulatury, wpuklenie ściany brzucha i nowy odbyt powstawały w tylnej części jamy brzusznej, o tyle w tym przypadku znajdujemy wszystkie te objawy na środku brzucha, za pletwami piersiowemi. Ponieważ w okolicy tej ma miejsce skrzyżowanie największej liczby pętli jelita, wobec tego większa ilość pętli uczestniczy tu w zniekształceniu i powstaje więcej odbytów. Wgłębienie brzucha jest tu bardzo znaczne, szerokie i głębokie. Muskulatury w dnie zagłębienia brak zupełnie, a ściana zredukowana w swej grubości składa się tylko z tkanki łącznej. Na dnie zagłębienia znajdują się cztery odbyty: dwa większe z prawej, dwa mniejsze z lewej strony. Wliczając i odbyt naturalny istnieje pięć komunikacyi na zewnątrz. Do jednego z większych otworów ucho-

dzi funkcyonująca część jelita, prócz którego istnieją nadto dwa odcinki wyeliminowane. Całość funkcyonująca jest zaledwie o połowę dłuższa, niż w przypadku II (rys. III). Jelito początkowe, t. zw. żołądek, podobnie poszerzone, jak w przypadku tamtym. W miejsce nowego funkcyonującego odbytu uderza nas brak całej, dużej części jelita, która z prawej strony ryby pod przewężeniem pęcherza pławnego u normalnej ryby, tworzy silnie zagiętą pętlę. Widzimy tu zatem, że przy tym sposobie powstawania zniekształceń, jaki z opisu poprzedniego przypuszczać musimy, część ta, po utworzeniu się odbytu wtórnego, została zrezorbowana tą samą drogą, jaką nastąpił i zanik muskulatury brzucha.

Charakterystyczny wynik dało histologiczne badanie odcinków jelita wyemilnowanych. Wbrew przypuszczeniu naszemu, że w tej niedopuszczonej do czynności trawienia części nastąpi zanik — znaleziono budowę błony śluzowej i innych warstw ściany jelita w stanie zupełnie normalnym.

---

Osobliwe objawy zniekształceń powyżej opisanych, są zupełnie odosobnione i równych im przypadków w literaturze nie znajdujemy. Na pierwszy rzut oka nasuwa się przypuszczenie, że mamy do czynienia z przypadkami fistuły przepuklinowej, lub wtórnym odbytem o charakterze fistuły, powstałym wskutek inkarcercacji jelita. Są to bowiem jedyne znane dotąd patologiczne przypadki otwartego połączenia światła jelita ze światem zewnętrznym. Hernia i fistuła znane są i opisane zostały dotąd u zwierząt lądowych. (2). Otwarte ujście jelita na zewnątrz znane jest u tych zwierząt w przypadku nekrozy części jelita, znajdującej się w worku przepuklinowym, gdy wskutek zaciśnięcia zawartego w jelicie kału, szuka on sobie drogi na zewnątrz (fistula hernialis).

Perforacya jelita, oraz utworzenie odbytu wtórnego może nastąpić również i w tym przypadku, gdy jakieś obce ciało dostało się do jelita i mechaniczny nacisk wywiera. W obu tych razach działanie pochodzi od wewnątrz. Ale nie mniej działać mogą czynniki od zewnątrz. Wskutek wrzodu może ściana brzuszna zakłęsnąć i w rezultacie sprowadzić fistułę oraz *anum praeternaturalem*.

Odnosnie do ryb nie tylko w tym kierunku, ale nawet o regeneracyi czy tylko zabliznianiu się znaczniejszych uszkodzeń

przewodu pokarmowego nie znajdujemy w literaturze żadnych danych, szczególnie o ile chodzi o indywidua starsze. Uszkodzenia jelit zdarzają się wprawdzie i w naturze u ryb dość często, wszakże zazwyczaj powodują ich śmierć. Hofer (3) opisuje przypadki przedarcia ściany jelita, zdarzające się przy żywieniu ryb mielonami główami ryb. Przypadki takie są śmiertelne, a według Hofer'a ryby giną natychmiast po przełknięciu pokarmu. Znaczne uszkodzenia błony śluzowej jelita powodują u ryb również pasożyty. I tak np. *Echinorhynchus*, który czasem masowo nawiedza ryby, powoduje bardzo poważne uszkodzenia ściany jelita. Przewiercając ścianę jelita za pomocą swego ryjka aż do jamy ciała, jest przyczyną śmiertelnego *peritonitis*. (3).

Pomyślną regenerację usuniętej wraz z ogonem części jelita odbytowego u embryonów pstrąga opisał ubocznie przy sposobności swych studyów nad regeneracją pletw Nusbaum i Sidorjak. (7 i 2-a).

U embryonów pstrąga odcinał Nusbaum ogon i część jelita odbytowego oraz moczowód. W przypadku takim „zarówno przecięte jelito, jak i moczowód, odrastały w prostym kierunku ku tyłowi, gdzie łączyły się z odpowiednimi ektodermalnymi wpukleniami”.

U starszych ryb regeneracji ani zablźnienia uszkodzeń nie opisano. Nasze przypadki również w tym względzie nie są przykładem uszkodzenia mechanicznego, gdyż, jak wszelkie dane wskazują, mają charakter powolnego procesu.

Dwa przypadki analogiczne z naszymi opisuje w notatce swej 1913 r. Fiebiger. (1). Jeden z nich jest tylko w rezultacie podobny do naszych, drugi identyczny.

W przypadku pierwszym wytworzył się u karpia wtórny odbyt w tem samym miejscu jak w naszym na rys. III. W przypadku tym wpuklenia ani zaniku masy muskulatury nie stwierdzono. Przyczyną była perforacja ściany jelita i brzucha, wywołana przez pęknięty metalowy haczyk od wędki. Przedarte jelito i ściana brzuszna zrosły się, a komunikacja na zewnątrz utrzymała się. Drugi przypadek nowej komunikacji opisuje Fiebiger w tej samej notatce i określa go również jako *anus praeternaturalis*. Wszystkie objawy w tym przypadku zgadzają się najdokładniej z opisanymi przez nas zniekształceniami. „Między odbytem a pletwami brzuszными” — znajduje Fiebiger — „zagłębienie, na którego dnie w odległości 2 cm. od odbytu znajduje się otwór



otoczony wypukłymi brzegami z błony śluzowej. Otwór ten prowadzi do jelita, którego trzy odcinki zrosły się z wgłębieniem ściany brzucha. Jelito podzielone jest wskutek tego na cztery odcinki, z których najmniejszy pełni funkcję trawiącą; dwa inne drożne i na końcach otwarte są od funkcji wyeliminowane; czwarty odcinek jest ślepo na obu końcach zamknięty". Widzimy z powyższego, że przypadek opisany przez Fiebigera z pewnemi zmianami lokalnemi, zgadza się w istocie ze zniekształceniami u naszych karpí, szczególnie jest kombinacją zniekształcenia z rys. IV i V.

Opierając się wszakże na stanie jednego egzemplarza tłumaczy Fiebigera genezę zniekształcenia inaczej, aniżeli nam to jest możliwe na podstawie naszego materiału. Zdaniem Fiebigera zniekształcenie „spowodować mogło jednorazowe, ciężkie uszkodzenie zewnętrzne ciała, np. odkaszenie części brzucha przez szczupaka". Przemawiać za tem mają „zmiany na pletwach, wypuklenie brzucha i równoczesny udział większej liczby pętli".

Z badania naszych karpí wynika niezaprzeczenie, że zatamowania drożności przewodu pokarmowego nie było, ani mechanicznego nacisku ciała obcego z wewnątrz. Wewnętrzne przyczyny odpadają. Również inkarceraacya jelita wskutek przepukliny jest wykluczona, gdyż cechą i warunkiem przepukliny jest występowanie jelit z obrębu jamy ciała, co tu nie istniało. Fakty nasze przemawiają raczej za tem, że pierwotniejszym objawem, niż zmiany w układzie jelit jest zanik muskulatury i wgłębienie ściany brzucha. Świadczy o tem dobitnie stan egzemplarza z rys. II, na który raz jeszcze z naciskiem wskazujemy. Wszystkie inne objawy, jak przemieszczenie jelit, powstanie wtórnego odbytu, są tylko objawami wtórnymi, są płodnem w skutki następstwem wywołanych przez atrofię mięśni zmian w ciśnieniu wewnętrznem.

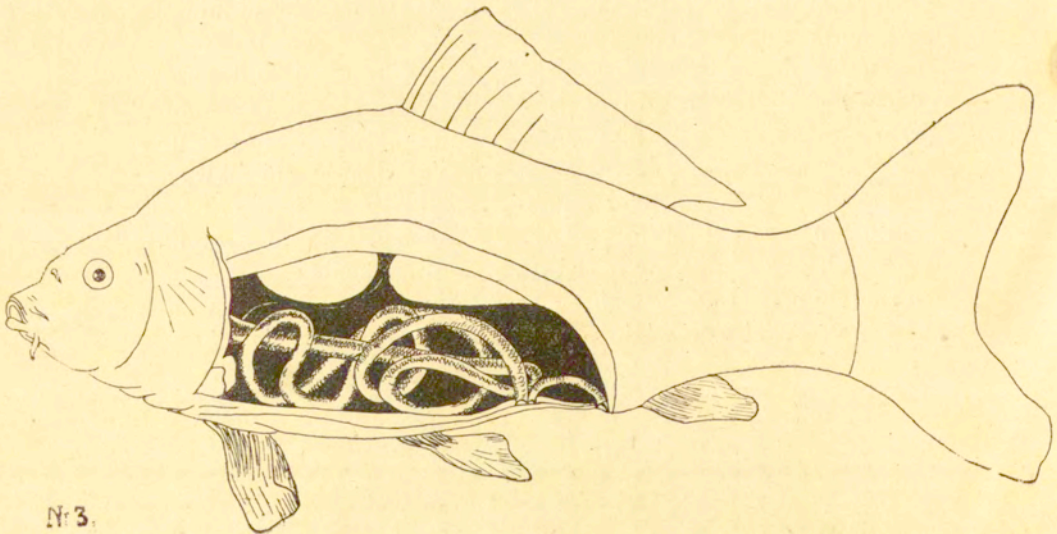
Uwaga nasza cała zwraca się ku pytaniu: co mogło być powodem tak wielkiej atrofii mięśni? Dno zagłębień jest najkompletniej tkanki mięśniowej pozbawione i redukuje się jedynie do tkanki łącznej. Wgłębiającą się ścianę brzuszną, w której warstwa mięśni uległa znacznej redukcji, poddałem badaniu histologicznemu w oczekiwaniu pewnych wyjaśnień. Na podłużnych skrawkach przez kilka myomerów z tej okolicy znalazłem w miejscu zagłębionem ubóstwo włókien mięśniowych, a nadmiar tkanki łącznej. Niektóre włókna (w egz. z rys. II) zawierały olbrzy-



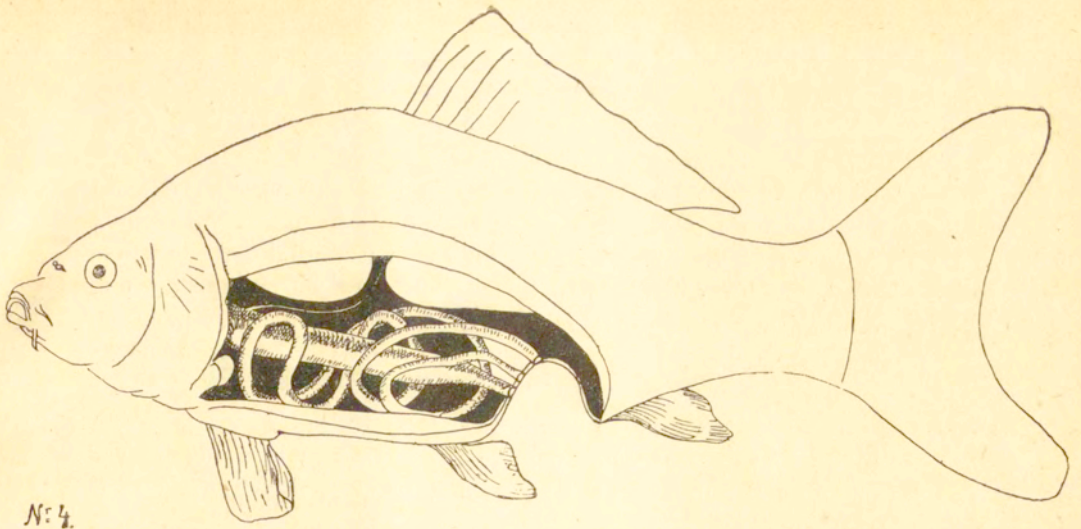
Nr 1.



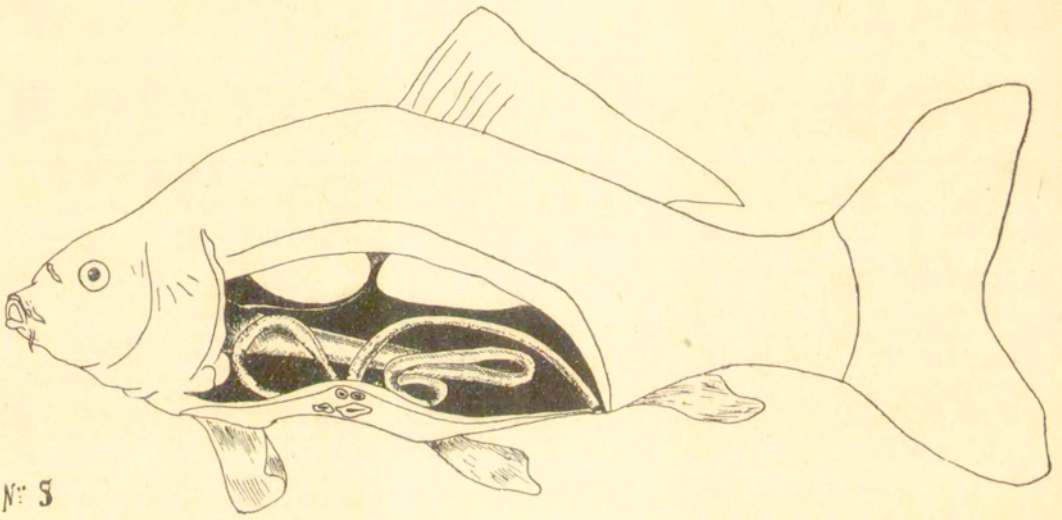
Nr 2.



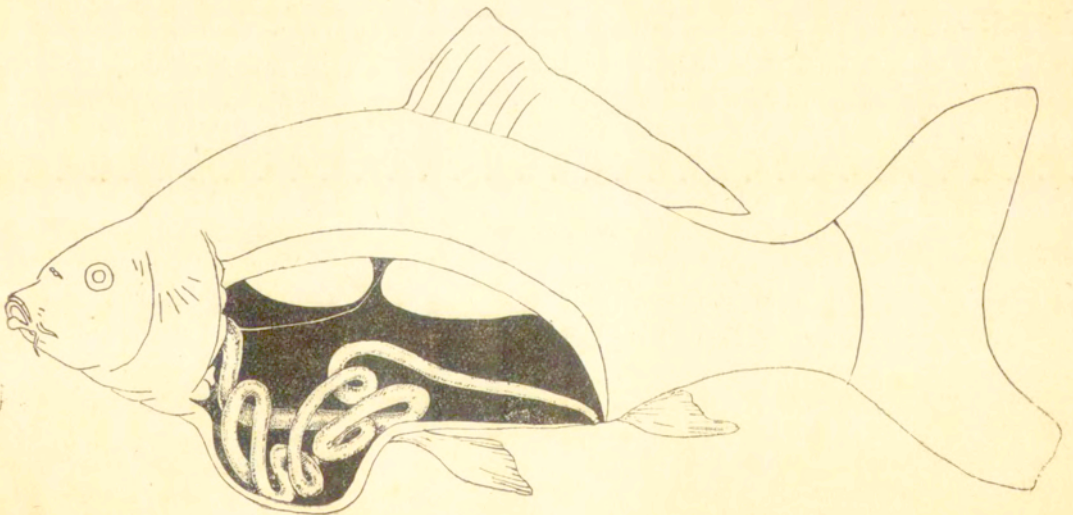
Nr 3.



N: 4.



N: 5



N: 5.

mie nagromadzenie ciałek owalnych, które przy zastosowaniu odpowiedniej metody barwienia określiłem jako spory zarodnikowców (*Myxosporidia*). Gatunku ich nie udało mi się oznaczyć. Niestety spory te znalazłem jedynie u egzemplarza w stadium przygotowania (rys. II). U innych egzemplarzy pomimo starannych poszukiwań na spory się nie natknąłem. Najpierwotniejsza przyczyna zaniku została zatem nadal ukryta, jakkolwiek naogół do oświetlania tych zniekształceń, które zapewne nie są zbyt rzadkie i mieć mogą, jak widzimy, cechy epidemiczne, nasza analiza przyczylnia się bezsprzecznie.

## II.

### Patologiczne rozszerzenie jamy brzuszej u karpia.

W związku z opisaniami w poprzedniej części zniekształceniami, których zasadniczym rysem jest przewężenie i zmniejszenie jamy brzusznej, pragnę opisać przypadek, w którym ma miejsce proces wprost przeciwny—rozszerzenie jamy brzusznej, pociągające za sobą poważne topograficzne przemieszczenie jelita i wątroby.

Karp sześciomiesięczny, długości 20 cm., posiada tuż za pletwami piersiowymi na stronie brzusznej znaczną półkulistą wypukłość ściany brzusznej. (Tabl. fot. nr. 2). Gładka ta i okrągła wypukłość ma w średnicy 35 mm.; w najwyższym miejscu wypukłość wynosi 13 mm. wysokości. Przy ogólnej długości jamy brzusznej 74 mm. więcej niż połowa dolnej ściany brzusznej bierze udział w wypukleniu.

Wypukłość ta jest twarda, pod naciskiem nie poddaje się. Przy ostrożnej punkcji z jamy brzusznej żadnych wycieków nie otrzymano. Zewnętrzna ściana wypukłości żadnych uderzających zmian nie wykazuje. Znać jedynie silne napięcie skóry, która, równie jak warstwa muskulatury pod nią się znajdująca, znacznie jest cieńsza niż normalnie. Przy dysekcji z usunięciem lewej ściany ciała znaleziono w organach wewnętrznych zmiany, polegające na bardzo nieznacznym powiększeniu wątroby, oraz na poważniejszym przemieszczeniu topograficznym całego jelita. (Tabl. rys. nr. 3). Jamę wypukliny wyściela równomiernie *peritoneum* tak, iż wypukłość skwalifikować musimy ja-

ko rozszerzenie jamy ciała. Jelita znajdujące się na wypuklinie nie wystąpiły poza obręb morfologicznej jamy ciała. Zniekształcenie nie ma wobec tego charakteru przepukliny, której warunkiem i cechą jest wydstawanie się jelit po za ścianę peritonealną. Wskutek odsunięcia się ściany brzusznej dostały się w wypuklinę i wypełniają ją najbliższe pętle przewodu pokarmowego i sąsiadujące z miejscem wypuklonem płaty wątroby. Przemieszczenie jelit odbyło się bez wywołania inkarceracji, czy spętania jelit, nie spowodowało też w następstwie znaczniejszych zaburzeń w funkcjonowaniu jelita, które na całej swej długości znalazłem drożnym i normalnie ukształtowanym. Jelito było w chwili badania puste zupełnie.

Zmiany w topograficznym układzie jelit przedstawiłem na rysunku nr. VI, który jest schematyzacją stanu oddanego w Tabl. nr. 3. Pierwszy odcinek jelita środkowego biegnący normalnie w prostej linii środkiem jamy brzusznej (t. zw. żołądek) został zwrócony przez powstające rozszerzenie jamy ciała z kierunku równoległego do długości ciała ryby w położenie do tegoż prostopadłe. Wychodząc z przetyku skierowuje się ono gwałtownie ku wypukłej ścianie brzusznej. Pierwszy zakręt jelita zostaje wskutek tego obniżenia się wyciągnięty z końca jamy brzusznej, to też znajdujemy go na tylnej granicy wypukliny. Wskutek ustępowania jamy ciała w okolicy płetw piersiowych dostaje się na dno wypukliny,—znajdująca się normalnie z lewej strony, osiowo przez jamę ciała przebiegającego „żołądka”—pętla jelita zagięta podkowiasto. Najgwałtowniejszego zakrętu doznaje przejście jelita środkowego w jelito odbytowe. Mimo to, jak wspomniałem, do zatamowania drożności jelita nie doszło. Karp badany zachowywał się w akwaryum normalnie, nie okazując żadnych zaburzeń w poruszaniu się, mimo znacznego przesunięcia punktu ciężkości ku przodowi. Odchylenia od normalnej objętości przedniej części pęcherza pławnego nie zauważono.

Zachodzi pytanie, co mogło być powodem tak znacznego wydęcia jamy ciała? czy napór wnętrzości, czy lokalne poddanie się i zwióczenie ściany brzusznej. Niestety, do wyciągnięcia wniosku o genezie i przyczynie materiału jest za skąpy. Stwierdzić mogę jedynie na podstawie moich spostrzeżeń negatywnie, że do wywarcia naporu ze strony jelita wogóle przyczyny działania od środka nie znaleziono; jelito bowiem było

drożne i puste. Położenie wypukliny nasunąć by mogło przypuszczenie, że jest ono patologicznem zachowaniem normalnej u embryonów wypukliny ściany brzusznej w okresie pęcherzyka żółtkowego.

Że zniekształcenie nie jest zachowaniem kształtu brzucha z embryonalnego okresu pęcherzyka żółtkowego, o tem zdaje się świadczyć najwymowniej znaleziony przebieg jelita, który w swym nienormalnym układzie logicznie odpowiada zmianom, jakim musiał uleże normalny i gotowy układ jelit wobec dowolnych ruchów ściany brzucha.

---

W literaturze patologicznej i teratologicznej opisane są przypadki znajdowania się jelit po za obrębem normalnego położenia. Znaną u zwierząt lądowych przepuklinę (hernię), której objawem jest wychodzenie jelit z jamy ciała, wspomniałem w części pierwszej. Z opisanych u ryb przypadków wydęcia brzucha i przepukliny, żaden nie ma charakteru stanu znalezionej u karpia naszego. Wydostawanie się wnętrzości po za obręb jamy brzusznej opisał jako przypadek przepukliny (hernia) M u d g e. (6). Opisuje on u dojrzałego żeńskiego osobnika żarłacza psiego *Scyllium canicula* hernię części żołądka i pewne zmiany w świetle przelyku.

Jako przepuklinę wnętrzości u bokopływów (*Pleuronectidae*) opisuje T h i l o „występowanie z jamy brzusznej jelita, oraz organów płciowych, które leżą wówczas między mięśniami tułowiom w formalnym worku przepuklinowym”. Zarówno opis skąpy i niejasny, tem mniej jeszcze ilustracya tej notatki przekonywują, że stan ten jest czemś nienormalnem, tembardziej, że sam T h i l o zaznacza, „że w okresie tarła” — (a zatem dojrzałości płciowej) „uszkodzenia są bardzo znacznie rozszerzone, po tarle zaś silnie się ścieśniają”.

F i e b i g e r (1) opisuje wydęcie brzucha przez nagromadzenie kału u karpia, długiego na 22 cm., u którego objętość największa wydęcia znajdującego się między pletwami piersiowymi a brzuszными wynosi 17,5 cm. obwodu.

W przeciwieństwie do naszego przypadku wydęcie to nie jest równomierne, lecz posiada podłużne wypukłości oddzielo-

ne od siebie płytkami bruzdami. Ściana brzucha cienka, skóry brak na brzuchu w wielu miejscach. Przewód pokarmowy znalaziono wydęty, w części środkowej grubości palca. Ściana jelita nadzwyczaj cienka, odbytowe jelito zwężone do normalnej grubości. Jelito przepełnione czarną mazią, złożoną z kału, ciałek krwi, resztek skorupiaków.

Fiebig er uważa, że przyczyną zatamowania być mogła przeszkoda mechaniczna, (ciało obce, zwężenie, puchlina), ustanie ruchu robaczkowego, spowodowane poprzedniem zapaleniem.

Wszystkie te przypadki są różne od naszego, który w charakterze swym osobliwym i niezwykłym jest jedynym w swoim rodzaju.

Ruda Maleniecka, w Styczniu 1914.

---

#### LITERATURA.

1. J. Fiebig er: Mitteilungen aus dem Institut für Fischkrankheiten an der Wiener Tierärztlichen Hochschule. Oesterr. Fisch. Ztg. Jahrg. X. 1913.

2. E. Graser: Die Unterleibbrüche. Wiesbaden 1909.

3. B. Hofer: Handbuch der Fischkrankheiten. Stuttgart 1906.

4. C. Hoffbauer: Die Altersbestimmung der Karpfen an seiner Schuppe. Allgem. Fischerei Ztg. 23 n. 25 Bd.

5. C. Hoffbauer: Weitere Beiträge zur Alters und Wachstumsbestimmung der Fische spez. des Karpfens. Zeitschrift für Fischerei. 1905. 12 Jahrg.

6. Mudge: An abnormal dogfish (*Scyllium canicula*). Zool. Anzeiger, Bd. 30.

7. Nusbaum i Sidoriak: Beiträge zur Kenntniss der Regenerationsvorgänge nach Kunstlichen Verletzungen bei älteren Bachforellenembryonen (*Salmo fario L.*). Archiv. f. Etwicklungsmech. X. 1900.

8. O. Thilo. Die Eingeweidebrüche der Schollen. Mediz. Naturwiss. Archiv. Urban n. Schwarzenberg 1909.

---

## Objaśnienie rycin.

Objaśnienia rysunków schematycznych I—VI znajdują się w tekście.

Nr. I. Normalny przebieg jelita u karpia.

Nr. II—V. Różne typy i stadya odbytu wtórnego (*anus praeternaturalis*).

Nr. VI. Rozszerzenie chorobliwe jamy brzusznej i zmiany topograficzne tem wywołane.

W rysunkach powyższych topografia jelita przedstawiona jest po usunięciu lewej ściany ciała oraz organów wewnętrznych z wyjątkiem pęcherza pławnego.

Tablica rys. 1. Fotografia karpia z odbytem wtórnym, odpowiadająca rys. schem. IV.

„ rys. 2. Fotografia karpia z rozszerzoną chorobliwie jamą brzuszną.

„ rys. 3. Przebieg jelita u powyższego karpia po odcięciu lewej ściany ciała oraz usunięciu wątroby.

## ZUSAMMENFASSUNG

Franciszek Staff:

### Ueber Missbildungen des Darmes bei Fischen.

Angemeldet am 20. II. 1914.

Vorgelegt von J. Tur.

Der Verfasser beschreibt neue Formen von Missbildungen des Darmes bei Karpfen, die er in einer Zusammenfassung mit den bereits früher von ihm ausgeführten, noch nicht publizierten Untersuchungen über Missbildungen des Darmtrunktes und die Entstehung widernatürlicher After (*anus praeternaturalis*) wiedergibt.

#### I. Über die Entstehung der widernatürlichen After (*anus praeternaturalis*) bei Karpfen.

Der eine Teil des pathologischen Materials, welches der Verfasser der Liebesswürdigkeit des Herrn Prof. Bruno Hofer in München verdankt, stamte aus einer und derselben Zeit und aus ein und demselben Gewässer, wo die zu beschreibenden pathologischen Veränderungen an grösserer Anzahl von Karpfen beobachtet wurden.



Die Missbildungen des Darmes beruhen hier auf einer bedeutenden topographischen Verlagerung einzelner Darmschlingen, die bei gleichzeitigen Einsenkung der Bauchwand mit derselben in Berührung treten und verwachsen. An der eingesenkten Bauchwand und an der Berührungsstelle der Bauchwand mit dem Darne wurde ein bedeutender Schwund der Bauchmuskulatur, der Haut und der korrespondierenden Stelle der Darmwand beobachtet; durch die, in der Weise und Folge entstandene Öffnung kommt eine neue widernatürliche Kommunikation des Darmlumens mit der Aussenwelt zustande. Der widernatürliche After (*anus praeternaturalis*) übernimmt die Funktion des normalen Afters, wodurch längere oder kürzere Darmabschnitte ausgeschaltet und der ihnen normal zukommenden Funktion entzogen werden.

Äusserlich machen sich die Missbildungen nicht nur durch die grossen neuen Öffnungen in der Bauchwand bemerkbar, sondern und vor allem lassen sie sich durch den lokalen Schwund der Bauchmuskulatur und die dadurch entstandene tiefe, quer den Bauch durchziehende Furche leicht erkennen. Bei einem Exemplar, bei welchem es zum Durchbruch des Darmlumens nach aussen noch nicht gekommen ist, äussert sich die erst im Werden begriffene Missbildung nur durch eine derartige Baucheinsenkung. (Fig. II). In diesen sehr frühen Stadium der Missbildung tritt die Einsenkung als eine breite, flache Querfurche auf. Allmählig wird sie tiefer und tiefer, bis schliesslich am Grunde derselben eine Kommunikation mit der darunter gelegenen Darmschlinge durchbricht. Der ganze Process hört mit dem Durchbruch nicht auf; der Schwund der Muskulatur, das Einsenken der Bauchwand und die Resorption der Darmwand schreitet weiter fort. Die neuen After sind durch gewulstete, schleimhautartige Ränder umgrenzt. Die Grösse der Öffnungen erreicht beim 35 cm. langen Karpfen ein Durchmesser von 3.5 cm. Recht verschieden ist die Gegend, in welcher die widernatürlichen After entstehen. In unseren Fällen kommt es zur Bildung der widernatürlichen After sowohl knapp von den normalen After (Fig. II), als auch in der Gegend zwischen dem After und den Bauchflossen (Fig. III), in einem Fall (Fig. V) befinden sich die neuen After bis in die Brustgegend hinter den Brustflossen gerückt. Grosse Verschie-

denheit besteht auch bezüglich des Darmabschnittes, der sich an der Missbildung beteiligt; in allen beschriebenen Fällen kommt ein anderer Darmteil in Betracht. Allen Fällen ist nur das Auftreten des widernatürlichen Afters an der unteren Bauchkante gemeinsam.

In der Fig. I wurde schematisch der normale Verlauf des Darmes dargestellt. Pathologische Veränderungen sind aus den Figg. II—V ersichtlich. Trotz grosser Verschiedenartigkeit der Fälle und der Zustände lässt sich das Material, als eine fortschreitende Reihe von verschiedenen Stadien der Missbildung auffassen.

Als das früheste Stadium, eine Vorbereitung zur Bildung des widernatürlichen Afters kann das erste Exemplar (Fig. II) angesehen werden. Die Einsenkung der Bauchwand findet hier zwischen dem normalen After und den Bauchflossen statt und hat die Gestalt einer gleichmässigen, flachen und breiten, flach auf die Körperseiten auslaufenden Quersfurche. Im Verlauf der Darmröhre hat eine Verschiebung an der ersten Umbiegungstelle stattgefunden. Der normal durch die Mitte und Länge der Leibeshöhle gradlinig vom Schlund bis an das äusserste Ende der Leibeshöhle verlaufende erste Darmabschnitt biegt in normalen Fällen über dem After nach oben und schlägt seinem weiteren Weg nach vorne. Anstatt nach oben biegt er im besprochenen Falle (Fig. II) nach unten. Der Darm nähert sich dadurch anormaler Weise bedeutend der eingestülpten Darmwand, berührt sie und tritt sogar, durch die Verwachsung des visceralen Blattes des Peritoneums mit dem somatischen Blatt, mit der Bauchwand in nähere Beziehung. Da der Darmkanal in seiner ganzen Länge leer und passierbar gefunden wurde, kann ein mechanischer Druck des Darminhaltes nicht als Ursache der stattfindenden Verschiebung und Missbildung angesehen werden. Die Veränderungen in der Bauchwand deuten darauf hin, dass der Schwund der Bauchmuskulatur allen übrigen Erscheinungen und der topographischen Verlagerung der Darmschlingen vorangeht. Die topographische Verlagerung des Darmes scheint nur eine Folge der durch die Bauchverschnürung hervorgerufenen Veränderung der inneren Druckverhältnisse zu sein. Am Grunde der Bauch-einsenkung, an der Verwachsungsstelle des Darmes mit der

Bauchwand wurde ein weizenkorngrosses Grübchen mit steil abfallenden Wänden gefunden, welches von einem darin steckendem Zapfen erfüllt war. Der letztere war am Grunde mit der Grube verwachsen und machte den Eindruck einer eingesenkten Warze. Bei histologischer Untersuchung wurde die Warze als ein wirres Geflecht von ungeordnet verlaufenden Muskelfasern mit dicht dazwischen angesammelten amoeboidförmigen Zellen, erkannt.

An derselben Stelle der Bauchwand befindet sich bei anderen Karpfen (Fig. III) der Durchbruch der Bauch—und der Darmwand bereits vollzogen. Mit einer Baucheinsenkung ist hier jedoch ein ganz anderer Darmabschnitt verwachsen nämlich der Enddarm. Normal ist er weit von der unteren Bauchkante entfernt und verläuft in normalen Fällen hoch in der Leibeshöhle unter der Schwimmblase, durch die Geschlechtsdrüsen bedeckt. Hier ist er aus der hohen Lage bis an die Bauchwand heruntergewandert, wo er mit derselben 3 cm. von den After verwächst. An der Verwachungsstelle wurde die gemeinsame Wand resorbiert und durch die neuentstandene Öffnung kommt es zu einer offenen kanalartigen Kommunikation des Darmlumens nach Aussen. Der neuentstandene After übernimmt die Funktion des normalen, wodurch ein Darmteil, welcher die beiden Öffnungen, den neuen und den normalen After verbindet, funktionslos wird. Der ganze Darm ist um einen nur kleinen Teil verfürrt worden, was für die allgemeine Verdauungstätigkeit und Ernährung mit minimalen Schaden verbunden seindürfte

Den grössten Schaden erlitt der Organismus durch die Ausschaltung eines sehr beträchtlichen Darmteiles im nächsten Fall, welcher eine Verwirklichung der beim zu erst beschriebenen Karpfen angedeuteten Tendenz darstellt. Die dort angefangene Verwachsung des Darmes mit der Bauchwand ist bei diesem Karpfen vorgeschritten und an derselben Stelle des Bauches und mit demselben Darmteile vollzogen. Der Schwund der Muskulatur erreicht hier den höchsten Grad; durch die Baucheinsenkung ist die Körperhöhe dieser Gegend um  $\frac{1}{4}$  Teil verkleinert. (Taf. Fot. 1). Am Grunde der Vertiefung befinden sich zwei neue Öffnungen und die verlagerte normale Afteröffnung. Der funktionierende Darm beträgt  $\frac{1}{6}$  der normalen Darmlänge. Der ganze Darm wurde

leer gefunden. Der funktionierende Teil ist ungefähr drei mal breiter als normal. Die Erweiterung des Darmlumens, betrachtet der Verfasser als eine kompensatorische Hypertrophie, als eine Vergrößerung der secernierenden und absorbierenden Fläche. Die Flächenvergrößerung des funktionierenden Darmteiles, findet nur statt im Wege der Erweiterung des Darmlumens. Eine Regeneration des Darmlänge könnte nicht konstatiert werden. Im Gegenteil, der nächste Fall lässt auf ein ständiges Fortschreiten der Resorption der bereits missgebildeten Darmes schliessen.

Die Afterbildung tritt im nächsten Fall (Fig. V) in der Brustgegend auf. Die Einsenkung der Bauchwand findet hier an einer Stelle statt, wo mehrere Darmschlingen sich durchkreuzen. Infolge dessen beteiligten sich an der Missbildung mehrere Darmschlingen und es kommt zur Bildung mehrerer Afteröffnungen. Die Bauchmuskulatur ist am Grunde der Einsenkung resorbiert, die Bauchwand besteht vorwiegend aus Bindegewebigen Elementen. Es sind hier vier neue After vorhanden. Der verhältnissmässig kurze funktionierende Darmteil hat eine hypertrophische Erweiterung erfahren. An dem missgebildeten Darm fehlt eine ganze Darmschlinge, die wahrscheinlich resorbiert wurde.

Die oben beschriebenen merkwürdigen Missbildungen stehen ganz vereinzelt in der pathologischen Literatur. Die erste Besichtigung der Objekte legt die Vermutung nahe es liege hier ein Fall einer hernialen Darmfistel oder einer infolge Incarceration eingetretenen fistelartigen Neuafterbildung (*anus praeternaturalis*) vor. Das ist nämlich der einzige bekannte Fall einer dauernden, pathologischen offenen, kanalartigen Verbindung des Darmes mit der Aussenwelt. Hernia und die Darmfistel sind bis jetzt bei den landbewohnenden Tieren vorgefunden und bearbeitet worden. Eine offene Mündung des Darmes nach aussen vor dem After ist der Pathologie bekannt bei einer Nekrose der im Bruchsacke befindlichen Darmteile, wenn der bei Prolaps eingezwichte Kotinhalt des Darmes durch die Bauchwand sich seinen Ausweg sucht (*Fistula hernialis*). Es können auch die in die Darmhöhle eingeratenem Fremdkörper, durch Erschwerung eine Perforation, einen *anus praeternaturalis* hervorrufen. In diesen beiden Fällen liegt die Ursache in-

nen. Nicht weniger aber auch den umgekehrten Weg kann die Bildung einer Kotfistel einschlagen. Es kann durch ein Geschwür oder Eiterung der Bauch zur Einsenkung gelangen und zu demselben Resultat führen — zu einer Darmfistel.

Was die Fische speziell anbetrifft, finden wir nicht nur in dieser Richtung aber sogar über Regeneration oder nur Vernarbung bedeutender Verletzungen des Darmkanals keine Angaben, vor allem soviel es sich um ältere Individuen handelt. Beschädigungen des Darmes kommen zwar in der Natur beiden Fischen ziemlich oft, führen jedoch meistens den Tod herbei. H o f e r beschreibt Darmwandzerreissungen die beiden Fischen auftreten bei Verfüttern von gemahlten Seefischköpfen, welche grosse Massen von spitzen Knochensplintern enthalten. „Die Fische vertragen derartige Darmzerreissungen“ — nach H o f e r — „sehr schlecht und sterben oft unmittelbar nach dem Hinabwürgen des Futters“. Grosse Schädigungen der Darmschleimhaut verursachen beiden Fischen auch die Parasiten. Es können z. B. einige Echinorhynchusarten sehr ernste Verletzungen der Darmwand herbeiführen, indem Sie direkt die Darmwand nach der Leibeshöhle zu durchbohren und dadurch Entzündungen des Bauchfells hervorrufen.

Eine Regeneration des Enddarmes bei Forrellenembryonen beschreiben N u s b a u m und S i d o r i a k gelegentlich ihrer Studien über die Regeneration der Flossen. „Sowohl der durchschnittene Darm, wie auch der Harngang wachsen in der geraden Richtung nach hinten, wo sie sich mit einer kleinen ektodermalen Einstülpung des Ektoderms der Wundfläche verbinden“. Über ältere Fische fehlen irgendwelche derartige Angaben völlig. Die vom Verfasser geschilderten Fällen liefern auch in dieser Hinsicht kein Beispiel einer mechanischen Verletzung und Heilung. Alle Tatsachen scheinen darauf hinzuweisen, das hier ein langsamer, allmählicher Rückbildungsprozess stattfindet. Zwei Fälle, welches, den vom Verfasser beschriebenen Missbildungen ähnlich sind, gibt F i e b i g e r für die Karpfen an.

Bei einem Karpfen entsteht ein widernatürlicher After, an derselben Stelle, wie er in der Fig. III. dargestellt ist. Weder Einsenkung der Bauchwand, noch Schwund der Muskulatur und Verschnürung der Bauchhöhle waren dort zu

sehen. Die Perforation der Darmwand und der Bauchwand war durch einen eisernen Angelhaken verursacht, welchen der Fisch verschlungen hat. Der zerrissene Darm und die verletzte Bauchwand verwuchsen an der Wundstelle, woraus eine dauernde Kommunikation nach Aussen entstanden ist.

Beim anderen Karpfen beschreibt Fiebig er eine Missbildung, die als identisch mit unseren Fällen anerkannt werden kann. Die Einsenkung der Bauchwand, der Muskulatur, topographische Verlagerungen der Darmschlingen, Verwachsen derselben mit der Bauchwand, und der Durchbruch des Darmlumens nach Aussen sind für diesen Fall ebenso charakteristisch, wie es für unsere Fälle beschrieben wurde. Die von Fiebig er beschriebene und als *anus praeternaturalis* kfalifizierte Missbildung ist eine Kombination der in der Fig. IV u. V dargestellten Verhältnisse. Nach den Tatsachen schliessend, die ein einziges Exemplar liefern konnte erklärt Fiebig er anders das Zustandekommen und die Ursachen der Missbildung, als der Verfasser der vorliegenden Mitteilung, dem es auf Grund seines reichlicheren Materials möglich war, mehr Einsicht in die Frage zu gewinnen.

Die Bauchwand und das Darmrohr wurden, nach Fiebig er, — durch eine Verletzung von aussen her eröffnet, wobei sich die Verlötung und sonst der Abschluss der Bauchhöhle erst später eingestellt haben sollten. Die Veränderung an den Brustflossen, die Einbuchtung an der Bauchkante ferner die Affizierung mehrerer Darmschlingen lässt Fiebig er für eine einmalige schwere Verletzung von aussen her sprechen, möglicherweise durch einen Biss eines Raubfisches (Hecht?).

Für alle vom Verfasser geschilderte Missbildungen kann festgestellt werden, dass weder eine Aufstaung im Darmkanal, noch mechanische Wirkung eines Fremdkörpers in der Darmhöhle die Veränderungen hervorgerufen haben. Eine Inkarceration des Darmes mit hernialen Charakter ist auch ausgeschlossen. Die merkwürdige Einsenkung der Bauchwand spricht jedenfalls gegen ein primäres Vorrücken der Gedärme aus der Leibeshöhle, wie es für eine Hernia erforderlich wäre. Die fortschreitende Reihenfolge der Zustände bei einem Material, welche aus gleichen Verhält-

nissen stammt, spricht entschieden gegen eine einmalige schwere Verletzung von aussen, wie es für sein Exemplar F i e b i g e r annimmt.

Die geschilderten Zustände und Tatsachen deuten darauf hin, dass ursprünglicher als die Veränderungen im Verlauf des Darmes, der Schwund der Muskulatur und die Einsenkung der Bauchwand, angesehen werden muss. Darum wird hier nachdrücklich auf der Zustand beim Karpfen aus der Fig. II hingewiesen. Alle übrigen Erscheinungen, wie die topographische Verlagerung des Darmes, die Entstehung der widernatürlichen After, sind nur als Folgeerscheinungen, als folgenreiche Nachwirkungen, der durch den Muskelschwund hervorgerufenen Veränderungen der inneren Druckverhältnisse in der Leibeshöhle zu betrachten.

Was die primäre Ursache des Muskelschwundes anbelangt sieht sich der Verfasser nicht berechtigt, dieselbe in der Tätigkeit der zwar von ihm zahlreich aber nur bei einem Exemplar (Fig. II) in der atrophischen Muskelpartie gefundenen Herden von Sporen einer nicht näher bestimmten Myxosporidienart, zuerblicken

## II. Pathologische Erweiterung der Bauchhöhle beim Karpfen.

Das charakteristische Moment der vorher beschriebenen Missbildungen beruht in der merkwürdigen Verschmirung und Eineugung der Bauchhöhle. Einen Gegensatz dazu bildet die weiter zu beschreibende andere Form der Missbildung. Bei einem einjährigen Karpfen beschreibt der Verfasser eine halbkugelförmige Ausstülpung der Bauchhöhle. Die Ausstülpung ist hart, und giebt beim Druck nicht nach. Bei einer vorsichtigen Punktion tritt keine Flüssigkeit aus der Leibeshöhle hervor. An der Aussenwand der Ausstülpung wurden keine auffälligen Veränderungen bemerkt, ausser einer bedeutenden Spannung der Haut, welche gleich, wie die darunter liegende Muskulatur bei der Sektion sehr dünn vorgefunden wurde.

In der Beschaffenheit erweisen die inneren Organe keine besondere Veränderungen. Auffallend ist nur die Volumvergrösserung der Leber und eine sehr grosse topographische Verlagerung des Darmes. Die innere Fläche

der Ausstülpung ist wie normal, mit Peritoneum ausgekleidet, infolge dessen kann die vorliegende Missbildung nicht als eine Hernia aufgefasst werden. Infolge des Vorrückens der Bauchwand gelangen in die Ausstülpung und fühlen dieselbe völlig aus die benachbarten Leberlappen und Darmschlingen. Die sehr grosse Darmverlagerung ist ohne jedwede Inkarceration noch Einklemmungszustande gekommen ist. Zur Zeit der Untersuchung war der Darm leer. Die topographischen Verschiebungen sind dargestellt in der Fig. VI, welche als eine Schematisation des in der Zeich. 3. Taf. abgebildeten Naturzustandes aufzufassen ist.

Für die Annahme einer mechanischen Wirkung ein Fremdkörpers von Innen liegt kein Grund, da der Darm leer und passierbar gefunden wurde. Die Ausstülpung befindet sich an der Stelle, an welche sich im embryonalen Zustande eine normale Auftreibung der Bauchwand als Dottersack befindet.

Dass die Vorliegende Ausstülpung nicht den Charakter einer von der embryonale Dottersackperiode gebliebenen Vorwölbung hat, dagegen spricht am deutlichsten der gefundene Verlauf des Darmes, welcher in seiner anormalen Lage logisch und genau jenen Lage veränderungen entspricht welche ein fertiger und normal geordneter Darm bei allmählich fortschreitender Erweiterung der Bauchwand unterliegen müsste.

In der Literatur wurden drei Fälle eines pathologischen Vorrückens der Eingeweide bei Fischen beschrieben.

M ü d g e beschreibt eine typische Hernia bei *Scyllium canicula*. Das Vorrücken der Gedärme findet ausserhalb der Grenzen Leibeshöhle.

Einige Fälle des Vorfindens des Eingewäre zwischen den Rumpfmuskeln in einem förmlichen Bruchsack bei Schollen, will Thilo, als Eingeweidebrüche vom hernialen Charakter gedeutet haben.

Eine beträchtliche Auftreibung der Bauchwand infolge einer Kotaufstaung beschreibt Fiebig er. Mit keinen dieser Fälle kann die hier beschriebene und geschilderte Erweiterung der Bauchhöhle identifiziert werden und ist in ihrer Eigenart, noch nicht beobachtet und beschrieben worden.



4. Hilary Lachs.

## Adsorbcyja w obecności dwu adsorbentów. Cz. II.

(Z Pracowni Fizyologicznej Tow. Nauk. Warsz.).

Komunikat zgłoszony dn. 12 Marca 1914 r.

Przedstawił J. Sosnowski.

### I.

Z rozważań poczynionych w części pierwszej<sup>1)</sup> wynikało między innymi, że wzajemny wpływ dwu adsorbentów winien się ujawniać przede wszystkim przy t. zw. adsorbeyi elektrycznej. W istocie, spostrzeżenia dokonane nad adsorbeyą fioletu kryształowego przez mieszaniny węgla z gliną wzgl. węgla z kaoliną lub trójsiarczkiem arsenu, dowiodły słuszności wniosku powyższego. Glinka, która w wodzie jest dodatnio ładowana i sama nie adsorbuje fioletu kryształowego, zmniejsza zdolność adsorbeyjną węgla, który sam bardzo silnie adsorbuje ten barwik. Mieszaniny węgla z adsorbentami ujemnie ładowanymi, — jak kaolina, trójsiarczek arsenu, nie wywierają wpływu na adsorbeyę fioletu kryształowego przez węgiel. Słowem — wzajemny wpływ dwu adsorbentów występuje przy adsorbeyi pomienionego barwika tylko wtedy, gdy adsorbenty są różnoimiennie ładowane.

Ciekawą była dla nas sprawa, czy, wzgl. do jakiego stopnia to zjawisko wzajemnego wpływu dwu różnoimiennie ładowanych adsorbentów ma miejsce przy adsorbeyi innych barwików. Wyniki dokonanych przezemnie w tym kierunku obserwacji na błękitie metylenowym, neufuksynie i auraminie<sup>1)</sup> pragnę podać w komunikacie niniejszym.

### II.

Stężenie pomienionych barwików oznaczałem kolorymetrycznie; błękit metylenowy oznaczałem także za pomocą metody miareczkowej Pelet'a i Siegrist'a. Ze względu na to,

---

<sup>1)</sup> Sprawozdania z posiedz. Tow. Nauk. Warsz., Wydział Mat.-Przyr.; rok VI, zes. 7, 1913.

że w pierwszej linii zależało mi jedynie na jakościowym stwierdzeniu, czy przy adsorbeyi badanych barwików wielkość równowagi adsorbeyjnej jest zależna od rodzaju rozmieszczenia adsorbentów, metoda kolorymetryczna była dla tego celu dostatecznie dokładna. Posiłkowałem się kolorymetrem Lummer'a - Brodhun'a, za którego pomocą można, jak wiadomo <sup>1)</sup>, wykonywać pomiary o wiele dokładniejsze, niż z innymi kolorymetrami; dokładając starania, nie trudno na tej drodze osiągnąć naogół ścisłość 2—3%; oczywista zależy to od barwy roztworu. Adsorbenty były zwykle przez 3—4 dni w zetknięciu z roztworami; poczem te ostatnie dopóty były centryfugowane, dopóki dolna warstwa cieczy, znajdującej się w próbówce, po wstrząśnięciu nie przestała wykazywać mętnienie. W ten sposób otrzymany przezroczyste ciecze—kalorymetrowałem.

### III.

Dla sprawy bezpośrednio nas interesującej, było rzeczą pierwszorzędną wagi rozstrzygnięcie pytania, czy kolejność w jakiej są dodawane adsorbenty do roztworów barwików ma wpływ na wielkość równowagi. Właśnie ze względu na to, że mamy tu do czynienia z barwikami, możliwość tego wpływu nie była zgóry wykluczona.

Przypuścmy, że różnoimienne ładunki dwu adsorbentów mogą w pewnych warunkach częściowo wzgl. całkowicie zubożać się, i dalej, że adsorbeya barwika jest zależna od wielkości ładunku adsorbentu. Jeżeli barwik, znajdując się na powierzchni jednego adsorbentu, ulega jakimkolwiek przemianom, należy naogół oczekiwać, że dodanie adsorbentu o przeciwnym ładunku nie odwróci tych przemian. Co innego jednak będzie, gdy przedtem nastąpi zubożenie ładunków, a później dopiero adsorbeya. Jasną jest rzeczą, że w tych dwu przypadkach ostateczne stężenia, odpowiadające równowadze adsorbeyjnej, będą różne.

Stwierdziliśmy, że w przypadkach adsorbeyi używanych przez nas barwików, mianowicie błękitu metylenowego, fioletu

---

1) Ostwald - Lutter. Hand-und Hilfsbuch zur Ausföhrung physiko-chemischer Messungen. Wyd. 3. str. 360. (1910).

kryształowego, neufuksyny i auraminy, stężenie odpowiadające równowadze adsorbeyjnej jest niezależne od kolejności w jakiej dodawane bywały adsorbenty do roztworów. Dla fioletu kryształowego nprz. otrzymaliśmy następujące liczby.

### Fiolet kryształowy.

Do 100 ccm. roztworu o koncentracji barwika 0,781 gr. w litrze:

- 1) dodano jednocześnie 0,1794 gr. węgla i 3,872 gr. glinki;  $C_{KG} = 0,243$  gr. w l.
- 2) dodano n a s a m p r z ó d 0,1794 gr. węgla, a następnie po 5 dniach 3,872 gr. glinki;  $C_{KG} = 0,237$  gr. w l.

O tem, że niekiedy wpływ kolejności dodawanych adsorbentów może być bardzo duży, świadczą nprz. następujące doświadczenia, wykonane z czerwieni kongo.

### Czerwień kongo.

Do 100 ccm. roztworu o koncentracji barwika 0,8 gr. w litrze:

- 1) dodano jednocześnie 0,1238 gr. węgla i 0,572 gr. glinki;  $C_{KG} = 0,1907$  gr. w l.
- 2) dodano n a s a m p r z ó d 0,1238 gr. węgla, a następnie po 3 dniach 0,572 gr. glinki;  $C_{KG} = 0,3242$  gr. w l.

Roztwór czerwieni kongo w wodzie jest koloidem, gdy tymczasem inne używane przez nas barwiki dają roztwory o cząsteczkowym stopniu dyspersyi; jedynie fiolet kryształowy w wodzie jest w bardzo małej mierze koloidem. Wiadomo, że przedewszystkiem koloidy na pograniczu dwu faz ulegają łatwo przemianom nieodwracalnym: temu właśnie należy przypisać różne zachowanie się barwików w wyżej wymienionych przypadkach.

IV.

Neufuksyna nie zostaje adsorbowana przez glinę. Węgiel natomiast adsorbuje ten barwik w tym samym stopniu, co i inne barwiki zasadowe. Gdy te dwa różnoimiennie ładowane adsorbenty, węgiel i glina, są odosobnione w roztworze neufuksyny, ustala się inna równowaga niż wtedy, gdy znajdują się bezpośrednio obok siebie.

Neufuksyna.

Doświadczenia następujące były wykonane ze 100 ccm. roztworu:

a) Neufuksyna: 0,954 gr. w l.

Węgiel: 0,1744 gr.	Glinka: 3,872 gr.	Węgiel: 0,1744 gr.	
		i	
		Glinka: 3,872 gr.	
		razem	odosobnione
$C_K$	$C_G$	$C_{KG}$	$C_{KG}$
0,6152 gr. w l.	0,954 gr. w l.	0,477 gr. w l.	0,605 gr. w l.

b) Neufuksyna: 1,618 gr. w l.

Węgiel: 0,1744 gr.	Glinka: 3,872 gr.	Węgiel: 0,1744 gr.	
		i	
		Glinka: 3,872 gr.	
		razem	odosobnione
$C_K$	$C_G$	$C_{KG}$	$C_{KG}$
1,191 gr. w l.	1,618 gr. w l.	0,987 gr. w l.	1,191 gr. w l.

Gdy liczby powyższe porównamy z liczbami otrzymanymi przy adsorbeyi fioletu kryształowego, uderza nas jedno: dodana glina zmniejsza zdolność adsorbeyjną węgla w stosunku do fioletu kryształowego, ale ją powiększa w stosunku do neufuksyny. Stężenie odpowiadające równowadze jest mniejsze dla węgla w obecności gliny, niż w przypadku samego węgla. Należy z tego wnioskować, że obecność gliny sprzyja adsorbeyi neufuksyny.

Z liczb następujących wypływa dalej,

Neufuksyna: 1,294 gr. w l.

Węgiel: 0,1744 gr.

Węgiel: 0,1744 gr.

i

i

Glinka: 3,872 gr.

Glinka:  $3 \times 3,872$  gr. 1)

razem

razem

$C_{KG_1}$

$C_{KG_3}$

0,5393 gr. w l.

0,3852 gr. w l.

że układ węgiel + glinka, gdy oba adsorbenty są bezpośrednio obok siebie, adsorbuje tym więcej neufuksyny im więcej jest glinki.

## V.

W rozważanej sprawie auramina zachowuje się analogicznie do neufuksyny. Pomimo, że glinka nawet w najmniejszej mierze nie adsorbuje auraminy, jednakże jak widzimy

### Auramina.

Doświadczenie następujące było wykonane ze 100 ccm. roztworu o koncentracji barwika 1,656 gr. w l.

Węgiel: 0,1744 gr. Glinka: 3,872 gr. Węgiel: 0,1744 gr.

i

Glinka: 3,872 gr.

razem

odosobnione

$C_K$

$C_G$

$C_{KG}$

$C_{KG}$

0,5321 gr. w l.

1,656 gr. w l.

0,3548 gr. w l.

0,5023 gr. w l.

z powyższych liczb, węgiel w bezpośrednim zetknięciu z glinką adsorbuje więcej auraminy, niż w przypadku gdy te dwa adsorbenty są izolowane w roztworze tego barwika.

## VI.

W stosunku do mieszanin adsorbentów błękit metyle n o w y zachowuje się w części tak samo, jak kwasy, zasady i aceton. Również i ten barwik nie jest adsorbowany przez glinę,—w każdym razie nie mogłem tego stwierdzić ani metodą kolorymetryczną, ani też miareczkową.

1) Po dodaniu nawet takich dużych ilości samej glinki nie uważaliśmy, by stężenie roztworu neufuksyny zmniejszyło się.

Błękit metylenowy.

Doświadczenia następujące były wykonane z 50 ccm. roztworu o koncentracji barwika 2,786 gr. w l.

Węgiel: 0,1738 gr.	Glinka: 3,872 gr.	Węgiel: 0,1738 gr.	
		i	
		Glinka: 3,872 gr.	
		razem	odosobnione
$C_K$	$C_G$	$C_{KG}$	$C_{KG}$
0,7306 gr. w l.	2,781 gr. w l.	0,730 gr. w l.	0,731 gr. w l.
Węgiel: 0,1738 gr.	Glinka: 3,872 gr.	Węgiel: 0,1738 gr.	
		i	
		Glinka: 3,872 gr.	
		razem	odosobnione
$C_K$	$C_G$	$C_{KG}$	$C_{KG}$
0,7306 gr. w l.	2,788 gr. w l.	0,7306 gr. w l.	0,7306 gr. w l.

Jak widzimy z liczb podanych — adsorbeyą błękitu metylenowego przez węgiel zupełnie nie zmienia się nawet przez dodanie większych ilości dodatnio ładowanej glinki. W przypadku, gdy adsorbenty były razem obok siebie, adsorbeyaj bay taka sama, jak wtedy, gdy znajdowały się w cieczy odosobnione.

Narówni z węglem kaolina należy do szeregu ciał, które w wodzie posiadają ładunek ujemny i bardzo silnie adsorbują błękit metylenowy. W obecności glinki zostaje zdolność adsorb-

Błękit metylenowy.

Doświadczenie następujące było wykonane z 50 ccm. roztworu o koncentracji barwika 1 gr. w l.

Kaolina: 0,2738 gr.	Glinka: 1,872 gr.	Kaolina: 0,2738 gr.	
		i	
		Glinka: 1,872 gr.	
		razem	odosobnione
$C_{Ka}$	$C_G$	$C_{KaG}$	$C_{KaG}$
0,0524 gr. w l.	1 gr. w l.	0,0548 gr. w l.	0,0523 gr. w l.

cyjna kaoliny wprawdzie mało — zaledwie o 4% — ale w każdym razie wyraźnie z m n i e j s z o n a. Kaolina i glinka, gdy izolowane, adsorbują tyle, ile sama kaolina.—

Pod kierunkiem Pelet'a zbadał Siegrist adsorbcyę błękitu metylenowego przez węgiel kostny przy różnych stężeniach jonów wodorowych. W związku z doświadczeniami Perrin'a z dziedziny elektroendosmozy stało się bardzo prawdopodobnem, że natura pomienionej adsorbeyi jest wybitnie elektryczna. Wykonałem w związku z tym kilka doświadczeń z węglem z krwi (*Blutkohle*, Merck'a), a następujące liczby

Błękit metylenowy

2,514 gr. w l.

Doświadczenia następujące były wykonane z 50 ccm. roztworu + 1 ccm. wody wzgl. Na OH:

Węgiel : 0,0738 gr.	Glinka : 3,872 gr.	Węgiel: 0,0738 gr.
+ 1 ccm. wody	+ 1 ccm. wody	i Glinka : 3,872 gr.
$C_K = 1,529$ gr. w l.	$C_G = 2,514$ gr. w l.	+ 1 ccm. wody
		$C_{KS} = 1,511$ gr. w l.

Węgiel : 0,0738 gr.	Glinka : 3,872 gr.	Węgiel: 0,0738 gr.
+ 1 ccm. $\frac{1}{3}$ n. Na OH	+ 1 ccm. $\frac{1}{3}$ n. Na OH	i Glinka : 3,872 gr.
$C_K = 1,223$ gr. w l.	$C_S = 1,546$ gr. w l.	+ 1 ccm. $\frac{1}{3}$ n. Na OH
		$C_{KS} = 1,294$ gr. w l.

dowodzą wszak, jaki ogromny wpływ na tę adsorbcyę wywierają już małe stężenia jonów wodorotlenowych. Wodzian sodu o koncentracji  $\frac{1}{153}$  n. ( $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{51}$ ) powiększa w wymienionych wyżej warunkach adsorbcyę błękitu metylenowego o 20%. Glinka, która w obojętnym roztworze zupełnie nie adsorbuje błękitu metylenowego, czyni to w obecności  $\frac{1}{153}$  n. NaOH tak silnie, że stężenie odpowiadające równowadze zmniejsza się wtedy prawie o 40%. Nadto wynika z liczb niżej podanych,

Błękit metylenowy

2,701 gr. w l.

Doświadczenia następujące były wykonane z 50 ccm. roztworu + 1 ccm. wody wzgl. NaOH:

Węgiel : 0,1738 gr.	Glinka : 3,872 gr.	Węgiel: 0,1738 gr.
+ 1 ccm. wody	+ 1 ccm. wody	i Glinka : 3,872 gr.
$C = 0,7303$ gr. w l.	$C_G = 2,717$ gr. w l.	+ 1 ccm. wody
		$C_{KS} = 0,730$ gr. w l.

Węgiel : 0,1738 gr.	Glinka : 3,872 gr.	Węgiel:0,1738 gr.
+1 ccm. $\frac{1}{1}$ n.N a OH	+1 ccm. $\frac{1}{1}$ n.N a OH	i Glinka : 3,872 gr.
$C_K=0,2717$ gr. w l.	$C_G=0,4077$ gr.	+1 ccm. $\frac{1}{1}$ n.N a OH
		$C_{KS}=0,0679$ gr. w l.

że adsorbeyca błękitu metylenowego przez węgiel i glinę wzrasta bardzo silnie wraz z koncentracją jonów wodorotlenowych, a więc wraz ze wzmożeniem się ujemnego ładunku węgla wzgl. glinki.

Natomiast w roztworach k w a ś n y c h adsorbeyca błękitu metylenowego przez węgiel

### Błękit metylenowy

2,514 gr. w l.

Doświadczenia następujące były wykonane z 50 ccm. roztworu + 1 ccm.<sup>2</sup> wody wzgl.  $H_2SO_4$ .

Węgiel : 0,1738 gr.	Glinka : 3,872 gr.	Węgiel:0,1738 gr.
+ 1 ccm. wody	+ 1 ccm. wody	i Glinka : 3,872 gr.
$C_K=0,7814$ gr. w l.	$C_G=2,514$ gr. w l.	+ 1 ccm. wody
		$C_{KS}=0,799$ gr. w l.

Węgiel : 0,1738 gr.	Glinka : 3,872 gr.	Węgiel:0,1738 gr.
+1 ccm. $\frac{1}{1}$ n. $H_2SO_4$	+1 ccm. $\frac{1}{1}$ n. $H_2SO_4$	i Glinka : 3,872 gr.
$C_K=0,781$ gr. w l.	$C_G=2,582$ gr. w l.	+ 1 ccm. $\frac{1}{1}$ n. $H_2SO_4$
		$C_{KS}=0,815$ gr. w l.

jest taka sama jak w roztworach obojętnych, a więc praktycznie równa się zeru. Adsorbeyca pomienionego barwika przez węgiel n i e zmienia się przez dodanie  $H_2SO_4$ .

Analogiczne wyniki otrzymali P e l e t i S i e g r i s t, badając adsorbeyę przez węgiel kostny. L a c h s i M i c h a e l i s zauważyli natomiast, że adsorbeyca jonów soli neutralnych jest zależna nie tylko od jonów wodorotlenowych, lecz w dużym stopniu również od jonów wodorowych.

Z liczb wyżej podanych wypływa również, że przy adsorbeyci błękitu metylenowego przez mieszaniny adsorbentów w obecności  $H^+$  wzgl.  $OH^-$  występują te same prawidłowości, które ujawniały się przy adsorbeyci kwasów, zasad i acetonu, mianowicie, stosowalność zasady koegzystencyi dla roztworów nieco stężonych i odstępstwo od tej zasady dla roztworów rozcieńczonych.



## VII.

1. Jak już zaznaczyliśmy w komunikacie pierwszym, — w przypadku, gdy adsorbent daje się sprowadzić głównie do mechanicznych sił napięcia powierzchniowego, wzajemny wpływ dwu adsorbentów w kierunku adsorbeyi naogół nie występuje.

Jednakże nawet przy mechanicznej adsorbeyi mogą niekiedy wystąpić różnice w wielkości koncentracji odpowiadającej równowadze — różnice, mające swą przyczynę w rodzaju rozmieszczenia w układzie obydwu adsorbentów. Dzieje się to wtedy zapewne, gdy wzajemna adhezyja cząstek różnych adsorbentów odbywa się prędzej, niż dyfuzja ciała adsorbowanego w kierunku powierzchni: ciało stałe — ciecz.

Ale chciałbym zwrócić uwagę na jeszcze jedną możliwość. R. M a r c stwierdził, że adsorbenty krystaliczne o małym stopniu dyspersyi doskonale adsorbują koloidy wzgl. ciała znajdujące się w stanie bezkształtnym, i że po takiej adsorbeyi kryształy nabierają własności w wielu względach podobnych do koloidów. Dalej F r e u n d l i c h i S c h u c h t zrobili bardzo ciekawe spostrzeżenie, że wraz z przejściem ciała ze stanu bezkształtnego w stan krystaliczny zmienia się jego zdolność adsorbeyjna. Otóż wyobraźmy sobie, że dwa czynne adsorbenty, jeden krystaliczny, a drugi bezkształtny, są umieszczone w roztworze pewnego ciała. Gdy oba te adsorbenty znajdują się b e z p o ś r e d n i o o b o k s i e b i e, kryształoid zaadsorbuje koloid, nabierze wogóle własności tego ostatniego, a więc zmieni się jego zdolność adsorbeyjna w stosunku do ciała rozpuszczonego. Z tego wynika, że należy oczekiwać, że w takim przypadku nawet przy adsorbeyi mechanicznej inna ustali się równowaga wtedy, gdy oba adsorbenty są bezpośrednio obok siebie, i inna, gdy adsorbenty będą odosobnione.

2. Gdy adsorbenty posiadają jednakowy ładunek, wtedy przy adsorbeyi e l e k t r y c z n e j nie ujawni się zapewne taka różnica w wielkości stężenia odpowiadającej równowadze, która jest uwarunkowana rodzajem rozmieszczenia adsorbentów w roztworze. Węgiel, wełna i glinka w kwasach i zasadach są tego przykładem.

Wielorakość przypadków adsorbeyi elektrycznej występuje przedewszystkiem przy adsorbeyi barwików. Glinka nie ad-

sorbuje żadnego barwika zasadowego, węgiel natomiast każdy z nich. Gdy węgiel znajduje się bezpośrednio obok glinki, konglomerat ten adsorbuje m n i e j fioletu kryształowego, niż gdy te adsorbenty są od siebie izolowane. Analogicznie zachowuje się kaolina i glinka w roztworach błękitu metylenowego.

Tymczasem węgiel + glinka w bezpośrednim z sobą sąsiedztwie adsorbują w i ę c e j neufuksyny wzgl. auraminy niż wówczas gdy te adsorbenty są od siebie izolowane. Uderzającym jest fakt, że w adsorbeyi błękitu metylenowego, sposób rozmieszczenia węgla i glinki z a d n e g o wpływu nie wywiera na tę adsorbeyę.

W rozważaniach teoretycznych założyliśmy, że zetknięcie się dwu adsorbentów może spowodować jedynie procesy fizyczne, procesy wywołane przez siły powierzchniowe dwu adsorbentów. A wtedy we wszystkich tylko co pomienionych przypadkach wyniki powinnyby być jednakowe. Jednakże jest inaczej. Jak sobie więc objaśnić tę różnorodność?

Jak już wyżej zaznaczyłem, adsorbeyca barwików zasadowych jest najprawdopodobniej związana z ujemnym ładunkiem ciała adsorbującego. Gdyby niezależnie od natury barwika przy zetknięciu się cząstek węgla i glinki ładunek pierwszego adsorbentu stał się bardziej dodatni, zaś drugiego bardziej ujemny, należałoby oczekiwać, że wszystkie zasadowe barwiki w stosunku do tego samego konglomeratu adsorbentów winny zachować się jednakowo, mianowicie tak, jak fiolet kryształowy. Na przykładach przekonaliśmy się, że jednak jest inaczej. Dowodzi to, że prócz zjawisk fizycznych towarzyszą każdej adsorbeyi jako ogniwa istotne również procesy chemiczne,—przede wszystkim tyczyć się to barwików <sup>1)</sup>. Stosunek jednych zjawisk do drugich jest zależny od natury ciała adsorbowanego.

Zmieniając stężenie jonów  $H^+$  wzgl.  $OH^-$  w roztworze  $NaCl$  lub  $KCl$  możemy uczynić ładunek znajdującego się w nim węgla bardziej dodatnim wzgl. ujemnym i tem samym zmienić wielkość adsorbeyi jonów owych soli neutralnych <sup>2)</sup>. Gdy tymczasem w roztworze błękitu metylenowego można wprawdzie

---

<sup>1)</sup> Patrz: Monografia O. H a u s e r ' a: „o roztworach koloidalnych“, która niebawem ukaże się jako tom w B r e d i g ' a: Handbuch der angewandten physikalischen Chemie. Lipsk. Nakład Barth'a.

<sup>2)</sup> L a c h s i M i c h a e l i s, Kolloid Zeitschr. 9, 275 (1911).

przez powiększenie stężenia jonów  $\text{OH}'$  powiększyć ładunek ujemny węgla, lecz nie można przez wzmożenie jonów  $\text{H}'$  powiększyć jego ładunku dodatniego; w tym przypadku może być zmieniona adsorbeyca tylko w jednym kierunku <sup>1)</sup>). Widzimy więc, że to samo ciało, mianowicie węgiel, zachowuje się jako adsorbent elektrochemicznie niejednakowo w zależności od natury roztworu, w którym się znajduje.

Przypadek, bezpośrednio nas interesujący — konglomerat adsorbentów z węgla i glinki w roztworach zasadowych barwików — jest bezsprzecznie jeszcze o wiele bardziej złożony, i na karb tego właśnie należy położyć różnorodność przez nas zauważoną.

3. Zarówno dla mechanicznej, jak i dla elektrycznej adsorbeyci w obecności dwu adsorbentów będzie miał znaczenie jeszcze jeden czynnik, mianowicie stopień dyspersyj adsorbentów. Wraz ze wzrostem stopnia dyspersyi wzrasta powierzchnia, a z tą ostatnią wzmaga się intensywność sił, występujących na pograniczu dwu faz. Należy więc, jak sądzę, oczekiwać, że w adsorbeyci zjawisko spowodowane bezpośrednim zetknięciem się dwu adsorbentów ujawni się szczególnie silnie, gdy adsorbenty będą w stanie koloidalnym.

Spodziewam się, że w niezbyt długim czasie będę mógł w tej sprawie przedstawić wyniki znajdujących się już w biegu doświadczeń.

---

ZUSAMMENFASSUNG.

Hilary Lachs:

**Gleichzeitige Adsorption durch zwei Adsorbentien II.**

Angemeldet den. 12. 3. 1914.

Vorgelegt von J. Sosnowski.

In Anschluss an die in der ersten Mitteilung angegebenen Versuche wurde weiter die Adsorption in Gegenwart izweier nebeneinander sich befindenden bezw. von einander solierten Adsorbentien studiert. Bekanntlich adsorbier

---

<sup>1)</sup> Pelet i Siegrist. Bull. Soc. Vaud. d. Scienc. Natur. 45. 73. (1909)

Thonerde keinen der basischen Farbstoffe, dagegen Kohle — alle. Wir haben schon vorher konstatiert, dass wenn Kohle neben Thonerde sich findet, dann adsorbiert dieses Konglomerat weniger Krystallviolett als, wenn diese Adsorbentien getrennt sind. Analog verhält sich nach der jetzigen Untersuchung Kaolin und Thonerde in Lösungen von Methylenblau. Dagegen adsorbiert Kohle+Thonerde, sich nebeneinander findend, mehr Neufuchsin bzw. Auramin, als im Falle, wenn diese Adsorbentien isoliert von einander sind. Auffallend ist, dass die Art der Lokalisierung von Kohle und Thonerde keinen Einfluss auf die Adsorption von Methylenblau ausübt.

Würde der Vorgang der Adsorption ausschliesslich aus physikalischen Prozessen bestehen, dann müsste, den gemachten Voraussetzungen gemäs, jeder basische Farbstoff, dem Konglomerate der Adsorbentien gegenüber sich in gleicher Weise verhalten, nämlich so wie Krystallviolett. Unter den herrschenden Bedingungen kommen aber wahrscheinlich noch elektrochemische Prozesse in Spiel. Das Verhältniss der physikalischen zu den chemischen Prozessen bestimmt die Grösse der Adsorption und ihre Abhängigkeit davon, ob die beiden Adsorbentien getrennt oder zusammen in Lösung sind.

Warschau, Warsch. Gesellsch. d. Wissenschaften.

März. 1914.

---

## 7. Tadeusz Łazowski:

### Przyczynek do analizy pojęcia ciągłości funkcji.

Komunikat zgłoszony d. 8 stycznia 1914 r.

Przedstawił W. Sierpiński.

I. Pragnąc postawić rozważanie ciągłości funkcji dowolnej liczby zmiennych na gruncie możliwie ogólnym, mamy do czynienia <sup>1)</sup> z mnogościami następującymi:

---

<sup>1)</sup> W szkicu tym nie dotykam zupełnie pojęć: mocy i równoważności zbiorów. Uwzględniam tylko albo zupełną tożsamość dwu zbiorów, którą oznaczam przez  $\equiv$ , albo stosunek części do całości

- 1) mnogość  $E_1$  punktów, w których funkcyja jest określona;
- 2) mnogość  $E_2$  punktów, w których badamy ciągłość;
- 3) mnogości  $E_M$ , podporządkowane punktom  $M$  zbioru  $E_2$ , względem których funkcyja jest odpowiednio ciągła w każdym z tych punktów.

Ciągłość „względem dowolnej mnogości  $E_M$ ” stanowi uogólnienie pojęć: ciągłość względem  $x$ , względem zespołu zmiennych  $x$  i  $y$ , względem zespołu  $n$  zmiennych i t. p.

Wszystkie wymienione mnogości <sup>1)</sup>, których wspólne podłoże stanowi przestrzeń  $n$ -wymiarowa, dana przez wszystkie możliwe układy  $n$  liczb rzeczywistych ( $n \geq 1$ ), mogą być w ogół-

---

(i odwrotnie), oznaczany przez  $\subset$  i  $\supset E \times E$ , oznacza mnogość, złożoną ze wszystkich punktów, należących jednocześnie do dwu zbiorów:  $E$  i  $E_1$ ; za symbol mnogości, której każdy punkt należy albo do  $E$  albo do  $E_1$  i która zawiera oba te zbiory, służy mi:  $E + E_1$ . Jeżeli mam do czynienia nie z dwoma, lecz z dowolną liczbą zbiorów, to piszę krócej:  $\mathfrak{D}(EM)$  w znaczeniu zbioru wszystkich punktów, należących jednocześnie do wszystkich  $E_M$ , i  $\mathfrak{M}(EM)$  w znaczeniu ogółu punktów, należących do któregośkolwiek ze zbiorów  $E_M$ . (Znakowanie użyte np. w rozprawie „Sur les continus irréductibles entre deux points. D-ra Z. Janiszewskiego).

<sup>1)</sup> Potrzeba odróżnienia zbioru  $E_1$  od zbioru  $E_2$  następuje przede wszystkim w tym prostym wypadku, kiedy chodzi o ciągłość funkcyi jednej czy wielu zmiennych w jednym punkcie  $M$ . Wtedy  $E_2 \equiv M$ , co do  $E_1$  zaś potrzeba zwykle założyć (o ile formułujemy wyrażenie warunki zagadnienia), iż zbiór ten składa się albo ze wszystkich punktów odpowiedniej przestrzeni analitycznej, albo też z punktów jakiegoś określonego otoczenia punktu  $M$ . Możemy również, przy badaniu np. ciągłości funkcyi wewnątrz i na obwodzie pewnego koła, zadać sobie pytanie, czy funkcyja dąży w sposób ciągły do wartości brzegowych jedynie przy posuwaniu się punktu po drogach, należących do owego obszaru  $E_2$ , czy też i przy posuwaniu się po drogach, nie należących doń, t. j. od strony „zewnątrznej” obwodu. Wtedy oczywiście musimy założyć:  $E_1 \supset E_2$ .

Określiwszy tak lub inaczej zbiory  $E_1$  i  $E_2$ , możemy zbliżyć się, pozostając wciąż w zakresie zbioru  $E_1$ , do jakiegoś punktu zbioru  $E_2$ , rozmaitymi sposobami, badając w każdym wypadku z osobna charakter—ciągły czy nieciągły—zmian funkcyi; odróżnieniate ujmujemy ściśle, wprowadzając zbiory  $E_M$ , którym w części drugiej niniejszej pracy nadaję postać szczególną, zgodną z pojęciami zgoła już utartymi.

ności niezależne od siebie; jeden tylko związek

$$E_1 \supseteq E_2$$

jest zawsze potrzebną podstawą rozważań.

Określenie najogólniejsze ciągłości w punkcie  $M_0$  sformulujemy w sposób następujący:

Funkcja  $n$  zmiennych  $x, y, \dots, v$ , określona w punktach danej mnogości  $E_1$ , jest w punkcie  $M_0 (x_0, y_0, \dots, v_0)$ , mnogości  $E_2 \subseteq E_1$  ciągła względem pewnego zbioru  $E_{M_0}$ , jeżeli do każdej, dowolnie małej liczby dodatniej  $\epsilon$  można dobrać taką liczbę dodatnią  $\delta$ , iż nie istnieje żaden punkt  $M$  zbioru  $E_1 \times E_{M_0}$  (t. j. punkt, należący do części wspólnej zbiorów  $E_1$  i  $E_{M_0}$ ), oddalony od punktu  $M_0$  o mniej niż  $\delta$ , któryby spełniał warunek:

$$|f(M) - f(M_0)| \geq \epsilon.$$

Jeżeli punkt  $M_0$  nie jest miejscem skupienia zbioru  $E_1 \times E_{M_0}$  to wewnątrz kuli  $n$ -wymiarowej o dość małym promieniu, otaczającej ten punkt, nie znajdziemy ani jednego punktu owego zbioru, albo też tylko jeden — sam punkt  $M_0$ . Postać negatywna, którą nadałszy sprawdzianowi ciągłości, pozwala zastosować go również do takich punktów, w których tedy musimy uważać funkcję za wsz e za ciągłą.

Biorąc dla każdego  $\epsilon$  największą z odpowiednich wartości  $\delta$ , otrzymujemy „moduł ciągłości  $\zeta_{M_0, \epsilon}$  względem mnogości  $E_{M_0}$  w punkcie  $M_0$  dla danego  $\epsilon$ ”<sup>1)</sup>. W przypadku szczególnym, wspomnianym poprzednio, moduł ciągłości dla każdego  $\epsilon$  musi być nie mniejszy od krańca dolnego odległości punktu  $M_0$  od punktów (względnie: innych punktów) mnogości  $E_1 \times E_{M_0}$ , w tym wypadku  $\neq 0$ .

Jeżeli wszystkie zbiory  $E_M$ , odpowiadające różnym punktom  $M$  mnogości  $E_2$ , są identyczne:

$$E_{M_1} \equiv E_{M_2} \equiv \dots \equiv E,$$

to mamy do czynienia z ciągłością względem zbioru  $E$  w punktach zbioru  $E_2$  funkcji, określonej w punktach zbioru  $E_1$ . W ogólnym wypadku, jeżeli funkcja w różnych punktach zbioru  $E_2$  jest ciągła względem odpowiednich, nie identycznych z sobą, zbiorów  $E_M$ , możemy ją nazwać ciągłą w  $E_2$  „względem zbioru

1) Łatwo okazać, że liczby  $\delta$  albo posiadają kraniec wyższy („borne supérieure“) skończony, należący również do zbioru tych liczb, albo go nie mają — a w takim razie powiemy, że moduł ciągłości =  $+\infty$ .

zbiorów  $E_M^n$ , który oznaczymy przez  $E(E_M)$ ; możemy również badać jej ciągłość względem mnogości, złożonej ze wszystkich punktów wszystkich zbiorów  $E_M$ ,  $E \equiv \mathfrak{M}(E_M)$  (odsył. 1). We wszystkich wymienionych wypadkach, o ile dla każdego  $\varepsilon$  moduły ciągłości, odpowiadające wszystkim punktem zbioru  $E_2$ , posiadają kraniec dolny  $\zeta$ , nie równy 0, funkcję, określoną w punktach zbioru  $E_1$ , nazwiemy jednostajnie ciągłą w  $E_2$  względem zbioru  $E$ , zbioru zbiorów  $E(E_M)$  i t. d.

Rzecz oczywista, iż (o ile  $E_1$  i  $E_2$  pozostają bez zmiany): Ciągłość w dowolnym punkcie  $M$  względem zbioru  $E_M$  pociąga za sobą ciągłość w tym samym punkcie względem wszelkiego zbioru  $E_M'$ , stanowiącego część  $E_M$ , t. j. spełniającego warunek

$$E_M' \stackrel{c}{\equiv} E_M;$$

moduł ciągłości względem  $E_M'$  jest  $\geq$  modułowi ciągłości względem  $E_M$ .

Stąd wynika, że ciągłość, względnie ciągłość jednostajna w  $E_2$  względem  $E_M$  pociąga za sobą (przy tem samym  $E_1$ ) ciągłość, względnie ciągłość jednostajną, w  $E_2$  względem  $E_M'$  że ciągłość, względnie ciągłość jednostajna, w  $E_1$  względem  $\mathfrak{M}(E_M)$  powoduje ciągłość, względnie ciągłość jednostajną, w  $E_2$  względem  $E(E_M)$  i t. p.

Ciągłość funkcji w jakimś punkcie oraz w pewnych warunkach ciągłość jednostajna w obszarze  $E_2$  dadzą się również określić w sposób niemetryczny zapomocą twierdzeń następujących:

**Twierdzenie 1).** Warunek niezbędny i wystarczający ciągłości funkcji, określonej w obszarze  $E_1$ , w pewnym punkcie  $M$  tego obszaru, względem dowolnej mnogości  $E_M$  polega na tem, że ka ż d e m u zbiorowi uporządkowanemu typu  $\omega$  punktów  $M_i$  mnogości  $(E_M \times E_1) + M$ , którego jedynym punktem skupienia jest punkt  $M$ , czyli krócej: ka ż d e m u c i ą g o w i z b i e ż n e m u punktów zbioru  $(E_M \times E_1) + M$ , dążącemu do punktu  $M$ , odpowiada ciąg zbieżny wartości funkcji  $f(M_i)$ .

Należy zauważyć, że obok innych rozważamy również takie zbiory uporządkowane punktów i ciąg liczbowe, w któ-

1) Terminowi „ciąg zbieżny punktów“ przestrzeni o dowolnej liczbie wymiarów nadajemy wciąż znaczenie, podane w sformułowaniu twierdzenia 1-go.

rych ten sam element powtarza się nieskończoną liczbę razy, np. na miejscach parzystych. Inaczej, sprawdzian porządkowy nie byłby w pewnych warunkach [gdy  $\lim M_i = M$  daje  $\lim f(M_i) = a$ ,  $a \neq f(M)$ ] sprzeczny z nieciągłością w punkcie  $M$ . Ta sama uwaga stosuje się do twierdzenia następnego, które stanowi uogólnienie twierdzenia, podanego w zeszytce 8 z r. 1913 pisma „Wektor” przez prof. Sierpińskiego (w art. „Niemetryczna definicya ciągłości jednostajnej funkcji”). Na tem miejscu uzasadnimy tylko owo twierdzenie 2-e, idąc w drugiej części dowodu za myślą zasadniczą prof. Sierpińskiego.

**T w i e r d z e n i e 2.** Jeżeli  $E \supseteq E_2$  i  $E_2$  jest zbiorem ograniczonym, warunek niezbędny i wystarczający ciągłości jednostajnej w obszarze  $E_2$  względem  $E$  funkcji, określonej w dowolnym zbiorze  $E_1 \supseteq E_2$ , polega na tem, iż każdemu ciągłowi zbieżnemu punktów <sup>4)</sup> mnogości  $E_1 \times E$ , zmierzającemu do jakiegoś punktu zbioru  $E_2$  lub miejsca skupienia tego zbioru, odpowiada ciąg zbieżny wartości funkcji. (Zauważmy, iż mamy tu:  $E_1 \times E \supseteq E_2$ , co odgrywa rolę w dowodzie).

W celu uzasadnienia charakteru niezbędnego wyluszczonego warunku zastanowimy się, pomijając inne wypadki, w których jest nader łatwe, nad tym, w którym punkt  $K$ , stanowiący jedyne miejsce skupienia zbioru uporządkowanego o typie  $\omega$  w  $E_1 \times E$ , nie należy do  $E_2$  lecz stanowi tylko miejsce skupienia zbioru  $E_2$ . Niech ów zbiór składa się z punktów;

$$M_1, M_2, M_3, \dots, M_n, \dots$$

Istnieje niewątpliwie jakiś ciąg zbieżny punktów zbioru  $E_2$  dążący również do  $K$ :

$$M'_1, M'_2, M'_3, \dots, M'_n, \dots$$

Obie te mnogości razem utworzą znów ciąg zbieżny, dążący do  $K$ , o ile uporządkujemy punkty  $M_n$  i  $M'_n$  w ten np. sposób, aby punkty  $M_n$  posiadały miejsca nieparzyste,  $M'_n$  — parzyste. Oznaczmy wyraz ogólny tego ciągu przez  $N_i$ .

Mamy tedy:  $M_n \equiv N_{2n-1}$ ,  $M'_n \equiv N_{2n}$ . Jeżeli funkcya jest ciągła jednostajnie w  $E_2$  względem  $E$  i jeżeli moduł ciągł. jedn. w  $E_2$ , odpowiadający  $\frac{\varepsilon}{2}$ , równa się  $\varsigma$ , to warunek  $\frac{M'_n}{M} < \varsigma$ , zastosowany do dowolnego punktu  $M$ , należącego do  $E_1 \times E$ , pociąga za sobą

$$|F(M'_n) - F(M)| < \frac{\varepsilon}{2}.$$



Otóż wobec zbieżności ciągu  $N_i$  można znaleźć taki wskaźnik  $n_0$ , że  $n > n_0$  daje:  $N_{2n} N_{2n+p} < \epsilon$  ( $p = 1, 2, 3, \dots$ ) a ponieważ mamy wtedy, stosownie do poprzedniej uwagi:

$$|F(N_{2n}) - F(N_{2n+p})| < \frac{\epsilon}{2},$$

$$|F(N_{2n}) - F(N_{2n+2k-1})| < \frac{\epsilon}{2}, \quad [k = 1, 2, 3, \dots]$$

przeto

$$|F(N_{n+2}) - F(N_{n+2k-1})| < \epsilon$$

czyli

$$|F(M_{n+2}) - F(M_{n+2k})| < \epsilon,$$

o ile tylko  $n > n_0$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$

Ponieważ  $\epsilon$  było dowolne, przeto zbieżność ciągu wartości  $F(M_n)$  jest okazana.

Naodwrot: Przypuśćmy, że sprawdzian porządkowy jest spełniony, lecz ciągłość nie jest jednostajna (czy też zupełnie nie da się stwierdzić). Istnieje tedy taka liczba  $\epsilon = \alpha$ , dla której nie istnieje moduł ciągłości jednostajnej, nie równy zeru; można tedy znaleźć zawsze parę punktów  $M'_n$  i  $M_n$ , z których jeden,  $M'_n$  należy do  $E_2$ , a drugi,  $M_n$ , do  $E \times E_1$ , oddalonych od siebie o mniej niż  $\frac{1}{n}$ , a takich, iż

$$|F(M'_n) - F(M_n)| \geq \alpha. \quad \text{Z mnogości ograniczonej, utworzonej z punktów } M'_n, \text{ można zawsze wyjąć i uporządkować podług typu } \omega \text{ ciąg zbieżny}$$

$$M'_{n_1}, M'_{n_2}, \dots, M'_{n_k}, \dots$$

Dołączając do tej mnogości punkty

$$M_{n_1}, M_{n_2}, \dots, M_{n_k}, \dots$$

i nadając im, jak wyżej, przy porządkowaniu mnogości miejsca nieparzyste, otrzymujemy znów ciąg zbieżny, złożony z punktów  $E_1 \times E$  (ponieważ w danym razie  $E_1 \times E \cong E_2$ ) i dążący do punktu lub miejsca skupienia zbioru  $E_2$ ; ciągowi temu, wobec nierówności:

$$|F(M'_{n_k}) - F(M_{n_k})| \geq \alpha$$

nie odpowiada ciąg zbieżny wartości funkcji. Przeto warunek niemetryczny jest dostateczny.

c. b. d. o.

Jeżeli założymy, odrzucając warunek  $E \cong E_2$ , iż  $E$  ma być zbiorem zupełnie dowolnym, to możemy udowodnić:

**Twierdzenie 3.** — Warunek wystarczający, ale nie konieczny, ciągłości jednostajnej względem  $E$  w obrębie ograniczonym  $E_2$  funkcji, określonej w  $E_1$ , polega na tem, iż każdemu ciągowi zbieżnemu punktów, należących do  $(E_1 \times E) + E_2$ , dążącemu do jakiegoś punktu  $E_2$  lub miejsca skupienia  $E_2$ , odpowiada ciąg zbieżny wartości funkcji.

Z twierdzeń: 1-go i 2-go wynika znane twierdzenie, uzasadniane zwykle dla  $E_1 \equiv E_2$ ,  $E \equiv E_1$  (rzecz jasna, iż wobec występowania w określeniu ciągłości i dowodach nie samego zbioru  $E$ , lecz raczej zbioru  $E_1 \times E$ , oba warunki:  $E \equiv E_1$  i  $E \supset E_1$  są dla twierdzenia równoważne):

**Twierdzenie 4.** — Jeżeli  $E \equiv E_2$ , a zbiór  $E_2$  jest ograniczony i zamknięty, to funkcja, określona w obszarze  $E_1$  (zawsze  $\equiv E_2$ ) i ciągła w obszarze  $E_2$  względem  $E$  jest w tym obszarze  $E_2$  jednostajnie ciągła.

Niech zbiór  $E_2$  składa się z punktów prostej o odciętych:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots ; 0 ;$$

zbiór  $E$  niech składają wszystkie punkty o odciętych  $< O$  oraz  $> \frac{1}{2^k}$ , gdzie  $k$  — liczba określona, dodatnia i całkowita  $> 1$ ; załóżmy jeszcze:  $E_1 = E + E_2$ , oraz:

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{1}{x} && \text{dla wartości } x > O \\ F(x) &= x && \text{dla } x \leq O \end{aligned}$$

Funkcja, określona w ten sposób w obszarze  $E_1$ , jest w każdym punkcie obszaru  $E_2$  ciągła względem  $E$ ; ciągłość jednak, mimo charakteru zamkniętego  $E_2$ , nie jest jednostajna. Można istotnie dla każdego  $\varepsilon$  ( $< 1$ ) i każdego punktu obszaru  $E_2$  określić moduł ciągłości skończony i nie równy  $O$ ; dla punktu o odciętej  $O$ , moduł ciągłości równa się mniejszej z dwu liczb:  $\varepsilon$  i  $\frac{1}{2^k}$ ; w punkcie  $M_n$  o odciętej  $\frac{1}{2^n}$  równa się  $\frac{1}{2^n}$ , o ile  $n > k$ . Oczywiście tedy kraniec dolny wartości modułów ciągłości, odpowiadających różnym punktom  $E_2$ , równa się zeru; ciągłość nie jest jednostajna. Źródło tego faktu tkwi w niezachowaniu w danym wypadku warunku  $E \equiv E_2$ . Przykłady tego rodzaju oraz analiza bezpośrednia możliwych dowodów przekonywują, iż twierdzenie 4-te nie da się rozciągnąć na wypadki, w których  $E$  jest zupełnie dowolne, nie związane tym warunkiem.

Zauważmy jeszcze, iż kiedy  $(E_1 \cong E_2)$   $E_1 \times E \equiv E_2$ , możemy określić ciągłość jednostajną bez wprowadzania modułów ciągłości, ich krańców dolnych i t. d. Istotnie, w tym razie moduł ciągłości jednostajnej  $\zeta$  dla pewnego  $\varepsilon$  oznacza największą z liczb  $\delta$ , spełniających ten warunek, iż  $M_1 M_2 < \delta$  ( $M_1$  i  $M_2$  — skądinąd dowolne punkty zbioru  $E_2 \equiv E_1 \times E$ ) pociąga za sobą niemożliwość związku:  $|F(M_1) - F(M_2)| \geq \varepsilon$ ; naodwrot, istnienie takiej liczby  $\delta$  powoduje ciągłość jednostajną podług poprzedniego określenia, z modulem  $\zeta \geq \delta$ .

II. Przejdźmy teraz do przypadku, w którym różnym punktom zbioru  $E_2$  odpowiadają różne zbiory  $E_M$ . Założymy w szczególności, że zbiór  $E_M$  jest utworzony ze wszystkich punktów, posiadających  $(n-1)$  współrzędnych, równych odpowiednio współrzędnym punktu  $M$  a  $n$ -tą współrzędną dowolną — lub inaczej ze wszystkich punktów  $n$  prostych analitycznych, przechodzących przez punkt  $M$  i równoległych odpowiednio do  $n$  osi współrzędnych ( $n$  — liczba wymiarów badanej przestrzeni). Ciągłość w punkcie  $M$  względem takiego zbioru  $E_M$  pociąga za sobą ciągłość względem każdej ze zmiennych:  $x, y, \dots, u, v$  z osobna, i naodwrot, ciągłość względem wszystkich zmiennych  $x, y, \dots, u, v$ , każdej rozważanej z osobna powoduje ciągłość względem  $E_M$ .

Weźmy funkcję ciągłą jednostajnie w pewnym obszarze  $E_2$  względem  $E$  ( $E_M$ ), t. j. względem każdej ze zmiennych:  $x, y, \dots, u, v$  z osobna. Sformułujmy przytem warunek następujący:

Warunek (A). Obrawszy sobie z góry dowolną liczbę  $\varepsilon > 0$ , możemy do każdego punktu  $M$  zbioru  $E_2$  dobrać taką liczbę  $\sigma > 0$  (zależną od  $M$  i od  $\varepsilon$ ) i taką liczbę całkowitą dodatnią  $k$ , zależną jedynie od  $M$ , że punkt ten da się połączyć z każdym punktem  $L$  zbioru  $\mathfrak{M}(E_M) \times E_1$  spełniającym warunek  $ML < \sigma$ , zapomocą linii łamanej o  $k$  bokach równoległych do osi współrzędnych, z których każdy ma długość mniejszą od modułu ciągłości jednostajnej dla  $\varepsilon$  względem  $E$  ( $E_M$ ) w zbiorze  $E_2$ , i o  $(k-1)$  wierzchołkach pośrednich  $M_1, M_2, \dots, M_{k-1}$ , należących do  $E_2$ .

Twierdzenie 5. Jeżeli  $\mathfrak{M}(E_M) \cong E_1$  (a tem bardziej jeżeli  $E_1 \equiv E_2$ ) i jeżeli jest spełniony warunek (A), fun-

koya, ciągła jednostajnie w  $E_2$  względem  $E$  ( $E_M$ ), t. j. względem każdej ze zmiennych z osobna, jest w tym samym obszarze ciągła względem zespołu wszystkich zmiennych  $(x, y, \dots, u, v)$ .

W istocie obierzmy dowolne  $\varepsilon$ ; liczba  $k$ , odpowiadająca jakiemuś punktowi  $M$ , nie zależy, jak się umówiliśmy, od  $\varepsilon$ . Znajdźmy liczbę  $\sigma$ , odpowiadającą punktowi  $M$  i  $\frac{\varepsilon}{k}$ ; otrzymamy dla każdego punktu  $L$  zbioru  $\mathfrak{M}(E_M) \times E_1$ , spełniającego warunek  $ML < \sigma$

$$M_{i-1} M_i < \varsigma$$

gdzie  $\varsigma$  oznacza moduł ciągłości jednostajnej  $E_2$  względem  $E$  ( $E_M$ ), odpowiadający liczbie  $\frac{\varepsilon}{k}$ , t. j. najmniejszy z modułów ciągłości względem zmiennych:  $x, y, \dots, u, v$ , każdej z osobna;  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ ;  $M_0 \equiv M$ ,  $M_k \equiv L$ , każdy z punktów  $M_i$  należy do  $E_{M_{i-1}}$  ( $M_i \subset E_{M_{i-1}}$ ).

Przeto

$$|F(M_i) - F(M_{i-1})| < \frac{\varepsilon}{k}$$

a

$$\sum_{i=1}^{i=k} |F(M_i) - F(M_{i-1})| < \varepsilon,$$

i tem bardziej:  $|F(L) - F(M)| < \varepsilon$ .

Stąd wynika, że funkcja jest ciągła w punkcie  $M$  względem  $\mathfrak{M}(E_M)$  i że moduł ciągłości dla  $\varepsilon$  jest  $\geq \sigma$ . Otóż, oznaczając przez  $\mathfrak{P}$  o g ó ł punktów rozważanej przestrzeni, mamy:  $\mathfrak{M}(E_M) \times E_1 \equiv E_1 \equiv \mathfrak{P} \times E_1$ , przeto funkcja jest ciągła w punkcie  $M$  względem  $\mathfrak{P}$ , t. j. względem zespołu zmiennych  $(x, y, \dots, u, v)$ , a że punkt  $M$  był obrany dowolnie, twierdzenie zostaje uzasadnione.

Rzecz oczywista, że warunek (A) jest spełniony przez wszelki punkt we w n ę t r z n y zbioru  $E_2$ ; co do punktów brzegowych zbioru  $E_2$  należących do  $E_2$ , t. j. punktów zbioru  $E_2 \times \mathfrak{F}(E_2)$ , gdzie  $\mathfrak{F}(E_2)$  oznacza brzeg (inaczej: ograniczenie— „la frontière”) mnogości  $E_2$ , można uczynić zadość temu warunkowi w najrozmaitszy sposób. Można np. założyć: a) iż taki punkt  $M$  jest punktem skupienia co najmniej jednego zbioru, utworzonego z punktów we w n ę t r z n y ch mnogości  $E_2$  i po-

łożonych na jednej prostej, równoległej do którejś z osi współrzędnych i zawierającej  $M$ . (O ile  $E_2 \times \mathfrak{R}(E_2)$  składa się tylko z takich punktów, warunek  $\mathfrak{R}(E_M) \equiv E_1$  staje się zbyteczny). Punkt  $M$  zbioru  $\mathfrak{R}(E_2) \times E_2$  może również b) stanowić wierzchołek „sześciianu o  $n$  wymiarach“, którego wszystkie punkty należą do  $E_2$ , położonego w ten sposób, iż w pewnym określonym otoczeniu punktu  $M$  (wyznaczonym zapomocą jakiegoś krańca wyższego wartości bezwzględnej przyrostu współrzędnych punktu  $M$ ) niema innych punktów zbioru  $E_1$  prócz punktów owego „sześciianu“ i punktów, należących do zbioru  $\mathfrak{R}(E_M)$ , odpowiadającego ogłowi punktów sześciianu (a nie całej mnogości  $E_2$ ).

Jeżeli zbiór  $E_2$  jest zbiorem ograniczonym i zamkniętym, można stosować, ponieważ  $\mathfrak{R} \supset E_2$ , twierdzenie 4 i ciągłość względem zespołu wszystkich zmiennych, uzasadniona zapomocą twierdzenia 5-go jest jednostajna. Łatwo sprawdzić, iż stosuje się to w szczególności do wypadku, w którym  $E_1 \equiv E_2$ , a obszar  $E_2$  składa się z punktów, których każda współrzędna posiada dowolną wartość, należącą do pewnego określonego przedziału.

$$(x_0 \leq x \leq X, y_0 \leq y \leq Y, \dots$$

$$v_0 \leq v \leq V; x_0, y_0 \dots X, V, — \text{liczby stałe } ^1).$$

Gdy  $n = 2$  i  $E_1 \equiv E_2$ , warunkom twierdzenia 5-go będą czyniły w ogóle zadość obszary ograniczone, których obwód stanowią linie ciągłe zamknięte, nie posiadające innych punktów osobliwych, prócz takich punktów zwrotu oraz punktów kątowych, które spełniają warunki a) lub b) — a więc tembardziej obszary, ograniczone przez krzywe zamknięte bez punktów osobliwych, pola wielokątów o kątach, większych od prostego lub równych prostemu, dowolnie położonych względem osi współrzędnych i t. p.

---

<sup>1)</sup> Odmienna nieco treść analogicznego zresztą twierdzenia II podanego przezemnie w artykule „Uwagi o pojęciu ciągłości funkcji“ (Wektor 1913 str. 478) wynika z założeń co do zbioru  $E_1$ , który tam nie był identyczny z  $E_2$ , lecz  $\supset E_2$ . Podobna uwaga stosuje się do twierdzenia 7-go.

Weźmy w przestrzeni  $n$ -wymiarowej obszar  $E_2$ , czyniący zadość następującym wymaganiom:

Mając określoną część tego obszaru  $G_1$ , stanowiącą mnożość ograniczoną i zamkniętą, której wszystkie punkty posiadają tę samą współrzędną  $v = v_1$ , tworzymy inne części  $G_i$ , zmieniając tylko o pewną liczbę  $\Delta_i v$  współrzędną  $v_1$  każdego punktu  $G_1$ , a pozostawiając wszystkie inne współrzędne bez zmiany. Zakładamy jeszcze, iż każdy zbiór  $H_m$  odpowiadających sobie, t. j. różniących się tylko wartością współrzędnej  $v$  punktów wszystkich  $G_i$  stanowi również mnożość ograniczoną i zamkniętą. W ten sposób każda mnożość  $G_i$  jest jakby nowym położeniem innej mnożości  $G_j$  po odpowiednim „przesunięciu równoległym” w kierunku osi  $O_v$ .

$$E_2 \equiv \mathfrak{M}(G_i) \equiv \mathfrak{M}(H_m).$$

Zakładamy:  $E_1 \equiv E_2$ . Możemy wtedy udowodnić:

**T w i e r d z e n i e 6.** Funkcja, określona w zbiorze  $E_2$ , posiadającym wskazane własności, ciągła w  $E_2$  względem zespołu  $(n-1)$  zmiennych  $(x, y, \dots, u)$  i jednostajnie ciągła w  $E_2$  względem  $n$ -tej zmiennej  $v$ , jest również jednostajnie ciągła w tym obszarze względem zespołu  $n$  zmiennych  $(x, y, \dots, u, v)$  czyli względem przestrzeni  $n$ -wymiarowej, zawierającej  $E_2$ .

Ciągłość względem zespołu  $(x, y, \dots, u)$  w  $E_2$  powoduje taką samą ciągłość w każdej części  $G_i$ . Ponieważ zbiór  $E$ , względem którego badamy w tym wypadku ciągłość, jest przestrzenią  $(n-1)$  wymiarową, zawierającą  $G_i : E \supset G$ ,  $G_i$  zaś jest zbiorem ograniczonym i zamkniętym, przeto możemy zastosować twierdzenie 4-te i ciągłość w  $G_i$  względem zespołu  $(x, y, \dots, u)$  jest jednostajna; moduł dla jakiegoś  $\varepsilon$  nazwijmy  $\zeta_i$ . Można dowieść zapomocą znanego sposobu (podanego np. w dziele Schönfliessa „Die Entwicklung der Lehre von den Punkt-mannigfaltigkeiten”, str. 119), wymagającego tutaj tylko nieznacznego rozwinięcia, że liczby  $\zeta_i$  odpowiadające jakiejś wartości  $\varepsilon$  i różnym zbiorom  $G_i$  nie mogą posiadać krańca dolnego, równego zeru. Dowód ten dla krótkości pomijam. Oznaczmy tedy przez  $\zeta$  kraniec dolny ( $> 0$ ) liczb  $\zeta_i$ , odpowiadających  $\varepsilon$  ( $\varepsilon$ —liczba dowolna,  $> 0$ ) — nie jest to nic innego, jak moduł ciągłości jednostajnej w  $E_2$  względem zespołu  $n-1$  zmiennych  $(x, y, \dots, u)$ ; oznaczmy jeszcze przez  $\mu$  moduł ciągłości, jedno-

stajnej w  $E_2$  względem  $v$ , odpowiadający również liczbie  $\frac{\varepsilon}{2}$ .

Weźmy liczbę  $\sigma$ , mniejszą od  $\mu$  i od  $\zeta$ . Jeżeli teraz do dowolnego punktu  $M$  zbioru  $E_2$  dobierzemy dowolnie punkt  $L$  tegoż zbioru, oddalony od  $M$  o mniej niż  $\sigma$ , to można będzie zawsze znaleźć punkt  $P$  zbioru  $E_2$ , posiadający tę samą współrzędną  $v$ , co  $L$ , a takie same inne współrzędne ( $x, y, \dots u$ ) jak punkt  $M$ . Oczywiście:  $MP < \sigma$  i  $PL < \sigma$ , ponieważ, jak łatwo wykazać  $ML = +\sqrt{MP^2 + PL^2}$  a  $ML < \sigma$ . Stąd:

$$|F(M) - F(P)| < \frac{\varepsilon}{2}, \quad |F(P) - F(L)| < \frac{\varepsilon}{2}$$

i przeto  $|F(M) - F(L)| < \varepsilon$ ,

co wskazuje, wobec dowolnego wyboru punktów  $M$  i  $L$  (spełniających jedynie warunek  $ML < \sigma$ ), iż funkcyja rozważana jest w  $E_2$  jednostajnie ciągła względem  $\mathfrak{P}$ , t. j. względem zespołu wszystkich zmiennych ( $x, y, \dots u, v$ ) i że moduł ciągłości jednostajnej dla  $\varepsilon$  jest co najmniej równy  $\sigma$ .

Rzecz jasna, iż wskazane własności posiada w szczególności zbiór punktów o współrzędnych, zawartych pomiędzy stałemi granicami, o jakim już wyżej wspominaliśmy. Gdy  $n = 2$ , możemy sformułować tedy:

**Twierdzenie 7.** Funkcyja dwóch zmiennych  $x$  i  $y$ , określona w obszarze, określonym zapomocą warunków

$$\begin{aligned} x_0 &\leq x \leq X \\ y_0 &\leq y \leq Y \end{aligned}$$

( $x_0, X, y_0, Y$  — stałe określone,  $x_0 < X, y_0 < Y$ ) i ciągła w tym obszarze względem  $x$  oraz jednostajnie ciągła względem  $y$ , musi być w nim ciągłą jednostajnie względem zespołu ( $x, y$ ).

Widzimy tu, iż ciągłość jednostajna względem jednej zmiennej wymaga przy pewnem określeniu obszaru  $E_2$  niezbędnie ciągłości również jednostajnej względem drugiej (co wynika zarówno z przebiegu rozumowania, jak treści twierdzenia), o ile wogóle funkcyja ma być ciągłą względem tej drugiej zmiennej. Łatwe przykłady wskazują, iż ciągłość niejednostajna względem obu zmiennych nie pociąga za sobą koniecznie, nawet wobec najprostszych postaci zbioru  $E_2$ , ciągłości (jednostajnej czy niejednostajnej) względem zespołu obu zmiennych. Tak np. funkcyja określona przez warunki:

$$f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2} \text{ dla } x \neq 0 \text{ lub } y \neq 0 \text{ i } f(0, 0) = 0$$

nie jest w żadnym obszarze ograniczonym, dla którego początek układu jest punktem wewnętrznym, ciągła względem zespołu obu zmiennych, (miejszem nieciągłości jest właśnie początek układu), w każdym zaś takim obszarze jest ciągła, ale nie jednostajnie, względem każdej ze zmiennych  $x$  i  $y$  z osobna. Przykład ten został podany przez prof. Goursat'a.

#### DODATEK

#### Dowód bezpośredni tw. 7-go.

Oznaczmy moduł ciągłości jednostajny względem  $y$  dla  $\frac{\mu}{2}$  przez  $\mu$ , moduł ciągłości dla  $\frac{\varepsilon}{2}$  w dowolnym punkcie  $M(x, y)$  badanego obszaru względem  $x$  przez  $\varsigma$  ( $\varsigma$  zależy od  $M$ ). Weźmy liczbę  $\sigma$ , mniejszą od  $\mu$  i od  $\varsigma$ . Punkt  $N(x_1, y_1)$  badanego obszaru, oddalony od  $M$  mniej niż  $\sigma$ , daje wartość funkcji, różniącą się od  $f(M)$  o mniej niż  $\varepsilon$ . Istotnie:

$$|f(x_1, y) - f(x, y)| < \frac{\varepsilon}{2} \text{ ponieważ } |x - x_1| < \sigma < \varsigma$$

$$|f(x_1, y_1) - f(x_1, y)| < \frac{\varepsilon}{2} \text{ gdyż } |y_1 - y| < \sigma < \mu$$

$$\text{Stąd } |f(x_1, y_1) - f(x_1, y)| < \varepsilon$$

Funkcja jest ciągła względem zespołu  $(x, y)$  w dowolnym punkcie  $M$  — zastosowanie tw. 4 daje natychmiast, iż ciągłość jest jednostajna.

#### RÉSUMÉ.

Tadeusz Łazowski:

#### Contribution à l'analyse de la notion de continuité d'une fonction.

Communication annoncée le 8. I. 1914.

Présentée par W. Sierpiński.

Si l'on veut généraliser d'une large façon la notion de continuité d'une fonction et en même temps exprimer nettement ce qui est ou paraît être vague et indécis dans les défi-



nitions usuelles, on est conduit à considérer des ensembles <sup>1)</sup> suivants:

- 1) l'ensemble  $E_1$  des points où la fonction est définie;
- 2) l'ensemble  $E_2$  des points où nous examinons la continuité;
- 3) les ensembles  $E_M$  sous-ordonnés relativement aux points  $M$  des ensembles  $E_2$ , par rapport auxquels la fonction est continue dans chacun de ces points.

On posera toujours:

$$E_1 \supset \underset{\equiv}{=} E_2.$$

La définition générale de continuité aura la forme suivante.

La fonction de  $n$  variables  $x, y, \dots, t, u, v$ , définie dans les points d'un ensemble  $E_1$ , est continue dans un point  $M_0 (x_0, y_0, \dots, v_0)$  de  $E_2$  par rapport à l'ensemble correspondant  $E_{M_0}$ , si à tout nombre positif  $\varepsilon$  on peut faire correspondre un nombre positif  $\delta$  tel que chaque point  $M$  de l'ensemble  $E_1 \times E_{M_0}$  dont la distance du point  $M_0$  est plus petite que  $\delta$  ( $MM_0 < \delta$ ), vérifie la condition

$$|f(M) - f(M_0)| < \varepsilon.$$

Lorsque  $M_0$  n'est pas un point d'accumulation de  $E_1 \times E_{M_0}$ , la condition exposée peut être considérée comme toujours satisfaite (on pourrait lui donner, si l'on veut, la forme négative: à tout  $\varepsilon$  on peut faire correspondre un tel  $\delta$ , qu'il n'y a aucun point  $M$  de l'ensemble  $E_1 \times E_{M_0}$ , vérifiant la condition  $MM_0 < \delta$ , pour lequel on aurait:  $|f(M) - f(M_0)| \geq \varepsilon$ ) puisque dans un certain voisinage de  $M_0$  n'existe alors aucun point de  $E_1 \times E_{M_0}$  (sauf, peut-être,  $M_0$ ) — on peut donc nommer la fonction toujours continue dans un tel point.

1) J'emploie ici la notation suivante:  $\equiv$  signifie l'identité complète de deux ensembles;  $\supset$  et  $\subset$  la relation du contenant au contenu et réciproquement.  $E \times E_1$  signifie l'ensemble composé de tous les points communs aux ensembles  $E$  et  $E_1$ ;  $E_1 + E_2$  — l'ensemble composé de tous les points qui appartiennent soit à  $E_1$  soit à  $E_2$ ; si le nombre des ensembles „sommés“,  $E_M$ , est quelconque  $> 2$ , j'emploie, pour abrégier, le symbole  $\mathfrak{M}(E_M)$  [voir p. ex. la Thèse de Mr. J. Anniszewski: Sur les continus irréductibles entre deux points. Paris 1911].

La continuité par rapport aux ensembles  $E_M$  qui correspondent relativement à tous les points  $M$  de  $E_2$  peut être définie, pour abrégier, comme la continuité en  $E_2$  par rapport à l'ensemble des ensembles  $E_M$ , que nous allons désigner par  $E(E_M)$ . Si la fonction est continue en  $M$ , au sens donné ici, tous les nombres  $\delta$  qui correspondent aux  $\varepsilon, E_1, M$  et  $E_M$  déterminés atteignent un maximum  $\rho_{M,\varepsilon}$  (s'ils ne possèdent point la borne supérieure, on pourra poser  $\rho_{M,\varepsilon} = +\infty$  on le nommera le module de continuité de la fonction (définie en  $E_1$ ) en  $M$  par rapport à  $E_M$ , correspondant à  $\varepsilon$  donné. Si pour chaque  $\varepsilon$  les modules de continuité dans tous les points de  $E_2$  par rapport aux  $E_M$  correspondants ont une borne inférieure plus grande que zero, la continuité en  $E_2$  par rapport à  $E(E_M)$  est uniforme. Il est évident que de la continuité en  $M$  par rapport à un  $E_M$  on déduit nécessairement ( $E_1$  restant sans changement) la continuité par rapport à tout  $E_M'$  vérifiant la condition  $E_M' \underset{\equiv}{\subset} E_M$ .

Il peut arriver que tous les  $E_M$  sont identiques:

$$E_{M_1} \equiv E_{M_2} \equiv E_{M_3} \equiv \dots \equiv E_{M_k} \equiv \dots \equiv E_{M_\alpha} \equiv E.$$

Alors on parlera de continuité en  $E_2$  par rapport à  $E$ . Dans ce cas, si encore  $E \times E_1 \equiv E_2$ , la définition de la continuité uniforme en  $E_2$  se ramène à la définition usuelle.

On peut définir, d'après une note de M. le Prof. S i e r p i ń s k i <sup>1)</sup>, dont les résultats nous généralisons ici dans nos 4 premiers théorèmes, un critère non-métrique de la continuité d'une fonction. Au premier lieu on démontre

**Théorème 1.** Pour que la fonction, définie en  $E_1$ , soit continue dans un point  $M$  de  $E_1$  par rapport à  $E_M$  correspondant, il faut et suffit, qu'à toute suite <sup>2)</sup> des points

<sup>1)</sup> „Définition non métrique de la continuité uniforme” (en polonais, la revue „Wektor” 1913, Nr. 8). Mr. Sierpiński n'envisage que la fonction d'une seule variable; en outre nous pouvons formuler les autres suppositions, faites par lui, de manière suivante:  $E_1 \equiv E_2$ ,  $E$  est l'ensemble des points aux abscisses réelles (ou bien  $E \supset E_2$  ce qui est équivalent).

<sup>2)</sup> On appellera „une suite convergente des points” chaque ensemble à un seul point d'accumulation, ordonné suivant le type .

de  $(E_M \times E_1) + M$ , qui convergent vers le point  $M$ , corresponde une suite aussi convergente des valeurs de la fonction.

La nécessité de cette condition est presque évidente; quant à son caractère suffisant (qui d'ailleurs ne peut être montré, ainsi que dans les théorèmes suivants, que lorsqu'on considère parmi les suites convergentes possibles des points aussi telles suites, dans lesquelles un même point (ici  $M$ ) se répète un nombre infini des fois) la démonstration ne serait qu'une application particulière de la démonstration correspondante du théorème suivant. Nous n'indiquerons donc que la démonstration de ce 2-nd théorème où l'on pose: tous les  $E_M \equiv E$ .

**Théorème 2.** Si  $E \supseteq E_2$  et  $E_2$  est un ensemble borné, il faut et suffit, pour que la fonction soit continue en  $E_2$  par rapport à  $E$ , qu'à toute suite des points de l'ensemble  $E \times E_1$  qui converge vers un point ou un point d'accumulation de  $E_2$ , corresponde une suite aussi convergente des valeurs de la fonction. (Remarquons:  $E \times E_1 \supseteq E_2$ ).

Quant à la nécessité de la condition, quelques difficultés présente seulement le cas où la suite des points  $M_1, M_2 \dots M_n, \dots$  de  $E \times E_1$  converge vers un point d'accumulation  $K$  de  $E_2$ , n'appartenant pas à  $E_2$ . Or on peut alors trouver une suite  $M'_1, M'_2, \dots M'_n \dots$  des points de  $E_2$  qui converge aussi vers  $K$ ; le même se rapporte à la suite:  $M_1, M'_1, M_2, M'_2 \dots M_n, M'_n, \dots$  où l'on posera:  $M_n \equiv N_{2n-1}, M'_n \equiv N_{2n}$ .

Si la fonction est uniformément continue en  $E_2$  par rapport à  $E$ , et si le module de continuité uniforme pour  $\frac{\epsilon}{2}$  ( $\epsilon$  — arbitraire) est  $= \zeta$ , on a pour chaque point  $M$  de  $E \times E_1$  qui vérifie la condition  $MM_n < \zeta$  ( $n$ —quelconque):

$$|f(M) - f(M'_n)| < \frac{\epsilon}{2}$$

Puisque, vue la convergence de la suite des  $N_i$  on peut trouver un tel indice  $n_0$  que  $n > n_0$  donne:

$$N_{2n} N_{2n+p} < \varepsilon \quad (p = 1, 2, 3, \dots)$$

et puisque on a donc, vue l'indication précédente:

$$|F(N_{2n}) - F(N_{2n+1})| < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$|F(N_{2n}) - F(N_{2n+2k-1})| < \frac{\varepsilon}{2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

donc:

$$F(N_{2n+1}) - F(N_{2n+2k-1}) < \varepsilon$$

$$\text{on bien: } |F(M_{n+1}) - F(M_{n+k})| < \varepsilon$$

donc la suite des  $F(M_n)$  est convergente.

La démonstration du caractère suffisant serait presque la répétition de la démonstration de M. S i e r p i ń s k i, dont le théorème est le cas particulier de notre théorème 2. On suppose qu'il existe un  $\varepsilon = d$ , pour lequel n'existe point le module de continuité uniforme, (non égal à 0), et l'on démontre qu'alors on peut former une suite convergente

$$M_{n_1}, M'_{n_1}, M_{n_2}, M'_{n_2}, \dots, M_{n_k}, M'_{n_k}, \dots$$

composée des points  $M_{n_1}, \dots, M_{n_k}, \dots$  de  $E \times E_1$  et des points

$M'_{n_1}, M'_{n_2}, \dots, M'_{n_k}, \dots$  de  $E_2$ , tels que  $M_{n_k} M'_{n_k} < \frac{1}{n_n}$ , à laquelle correspondrait une suite des valeurs de  $F(M)$  telle qu'on aurait toujours  $|F(M'_{n_k}) - F(M_{n_k})| \geq d$ , donc une suite divergente etc... c. q. f. d.

Il est aisé de démontrer encore que si  $E$  est quelconque (et non nécessairement  $\supset E_2$ ), la condition analogue où l'on va seulement remplacer  $E \times E_1$  par  $(E \times E_1) + E_2$ , est suffisante mais non nécessaire. Ce sera notre théorème 3-me.

On déduit facilement des théorèmes 1 et 2 le théorème qu'on démontre ordinairement pour  $E_1 \equiv E_2$ :

**Théorème 4.** Si  $E \supset E_2$  et si l'ensemble  $E_2$  est borné et fermé, la fonction, définie en  $E_1 \supset E_2$  et continue en  $E_2$  par rapport à  $E$ , y est uniformément continue.

L'exemple suivant montre bien le rôle de la condition  $E \supset E_2$ .  $E_2$  soit formé des points d'une droite aux abscisses:

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots; 0$ ;  $E$  soit l'ensemble des points dont

les abscisses sont  $< 0$  et  $> \frac{1}{2^k}$  ( $k$ —un nombre entier,  $> 1$ ).

Posons encore:  $E_1 = E_2 + E$ ,  $f(x) = x$  pour  $x \leq 0$  et  $f(x) = \frac{1}{x}$  pour les valeurs de  $x > 0$ . On peut vérifier, en appliquant nos définitions, que la continuité en  $E_2$  par rapport à  $E$  n'est pas uniforme, quoique  $E_2$  est fermé.

Passons maintenant au cas où les ensembles  $E_M$  qui correspondent aux différents points de  $E_2$  ne sont pas identiques. On posera dans ce qui suit que l'ensemble  $E_M$  est formé de tous les points qui ont les mêmes ( $n-1$ ) coordonnées que le point  $M$  correspondant et une  $n$ -ème coordonnée quelconque—ou bien qui sont situés sur les droites analytiques passant par  $M$  et parallèles respectivement à tous les  $n$  axes de coordonnées (On pose que l'espace considéré à  $n$  dimensions). La continuité en  $M$  par rapport à un tel  $E_M$  est tout-à-fait équivalente à la continuité par rapport à toutes les variables:  $x, y, \dots, u, v$ , chacune prise séparément.

Soit une fonction uniformément continue dans un domaine  $E_2$  par rapport à  $E$  ( $E_M$ ) c'est-à-dire par rapport à toutes les variables:  $x, y, \dots, u, v$ , chacune prise séparément. Formulons en outre la condition suivante:

Condition (A). À tout point  $M$  de  $E_2$  et à tout nombre positif arbitraire  $\varepsilon$  on peut faire correspondre un tel nombre  $\sigma > 0$  (dépendant de  $M$  et de  $\varepsilon$ ) et un tel nombre entier positif  $k$  (ne dépendant que de  $M$ ), que chaque point  $L$  de  $\mathfrak{M}(E_M) \times E_1$ , dont la distance  $ML$  de  $M$  est plus petite que  $\sigma$ , peut être lié avec  $M$  par une ligne brisée à  $k$  côtés parallèles aux axes de coordonnées, dont chacun est plus petit que le module de continuité uniforme pour  $\varepsilon$  par rapport à  $E$  ( $E_M$ ) en  $E_2$ , et à  $(k-1)$  sommets intermédiaires  $M_1, M_2, \dots, M_{k-1}$ , dont chacun appartient à  $E_2$ .

Théorème 5. Si  $\mathfrak{M}(E_M) \supseteq E_1$  (a fortiori si  $E_1 = E_2$ ) et si la condition (A) est vérifiée, la fonction uniformément continue en  $E_2$  par rapport à  $E$  ( $E_M$ ), c'est-à-dire par rapport à chaque variable séparément, est continue dans le même

domaine par rapport à l'ensemble de toutes les variables  $(x, y, \dots u, v)^4$ .

En effet, prenons un  $\varepsilon$  arbitraire; soit  $k$  le nombre entier, mentionné plus haut, correspondant à un point examiné  $M$ . Trouvons le nombre  $\sigma$  qui correspond à  $M$  et  $\frac{\varepsilon}{k}$ ; on aura pour chaque point  $L$  de  $(\mathfrak{M} E_M) \times E_1$  tel que  $ML < \sigma$ :  $M_{i-1} M_i < \zeta$ ; (où  $\zeta$ —le module de continuité uniforme en  $E_2$  par rapport à  $E(E_M)$  pour  $\frac{\varepsilon}{k}$  c.-à-d. le plus petit des modules par rapport à:  $x, y, \dots v$ , chaque variable prise séparément;  $i=1, 2, 3, \dots k$ ;

$$M_0 \equiv M, \quad M_k \equiv L$$

et chaque  $M_i$  appartient à  $E_{M_{i-1}}$  ( $M_i \in E_{M_{i-1}}$ ).

Donc

$$|f(M) - f(M_{i-1})| < \frac{\varepsilon}{k}$$

$$\text{et } \sum_{i=1}^{i=k} |f(M_i) - f(M_{i-1})| < \varepsilon$$

ou bien a fortiori:  $|f(L) - f(M)| < \varepsilon$

Il en suit que la fonction est continue en  $M$  par rapport à  $\mathfrak{M}(E_M)$  et que le module de continuité pour  $\varepsilon$  est  $\geq \sigma$ . Or puisque  $\mathfrak{M}(E_M) \times E_1 \equiv E_1 \equiv \mathfrak{P} \times E_1$  ou  $\mathfrak{P}$  — l'ensemble de tous les points de l'espace considéré, la fonction est continue en  $M$  par rapport à  $\mathfrak{P}$ , c'est-à-dire par rapport à l'ensemble des variables  $(x, y, \dots u)$  et  $M$  étant arbitraire, la démonstration du théorème est achevée.

Il est évident que la condition (A) est vérifiée par tout point intérieur de  $E_2$ ; quant aux points de la frontière  $\mathfrak{F}(E_2)$  de  $E_2$ , appartenant à  $E_2$ , c'est-à-dire aux points de  $E_2 \times \mathfrak{F}(E_2)$  on peut satisfaire à cette condition de plusieurs façons. Par ex. on peut poser a) qu'un tel point  $M$  est le point d'accumulation d'un au moins ensemble des points inférieurs de  $E_2$ , situé sur la droite passant par  $M$  et parallèle à l'un des axes de coordonnées. (Si  $E_2 \times \mathfrak{F}(E_2)$  ne contient que tels points, la condition  $\mathfrak{M}(E) \supseteq E_1$  est superflue). Le point  $M$  de  $\mathfrak{F}(E_2) \times E_2$  peut aussi: b) être le sommet d'un „cube à  $n$  dimensions” dont tous les points sont les points de  $E_2$ , situé ainsi que dans un certain voisinage (caractérisé par

une borne supérieure donnée de la valeur absolue de l'accroissement des coordonnées de  $M$ ) il n'y a d'autres points de  $E_1$  que les points de ce cube et les points qui appartiennent à  $\mathfrak{M}_c$  ( $E_M$ ) ou le signe de sommation  $\mathfrak{M}$  est étendu sur tous les points du dit cube.

Si l'ensemble  $E_2$  est borné et fermé, on peut appliquer, vu que  $\mathfrak{F} \supset E_2$ , le théor. 4 et la continuité par rapport à l'ensemble de toutes variables, démontrée à l'aide du théor. 5 est uniforme. On voit aisément que cela s'applique par exemple, si  $E_1 \equiv E_2$ , à une région  $E_2$  composée par points dont chacune des coordonnées varie entre deux limites fixes ( $x_0 \leq x \leq X, y_0 \leq y \leq Y, \dots v_0 \leq v \leq V$ ). Si  $n = 2$  et  $E_1 \equiv E_2$ , le théorème 5 est applicable aux régions limitées par une courbe continue, fermée, sans d'autres points singuliers que les points angulaires et les points de rebroussement, qui satisfont, à la condition a) ou la condition b). En particulier, cela peut être une courbe fermée sans points singuliers, une ligne polygonale fermée aux angles  $\geq 90^\circ$ , située d'une manière quelconque par rapport aux système de coordonnées etc.

Remarquons qu'on peut appliquer le théorème aussi aux ensembles qu'on peut décomposer en nombre fini des ensembles, vérifiant la condition générale (A), pourvu que les points d'une partie qui sont les points d'accumulation d'une autre, appartiennent aussi à cette autre partie.

Construisons encore un ensemble  $E_2$  de manière suivante: Soit  $G_i$  un ensemble borné et fermé, dont les points ont une même coordonnée  $v_i$  — formons une infinité des ensembles, en laissant toutes les coordonnées de chaque point de  $G_i$  sans changement, accepté la coordonnée  $v_i$  à laquelle nous ajoutons un accroissement défini pour chaque dit ensemble. Soit  $H_m$  un ensemble des points correspondants (c'est-à-dire qui ne diffèrent que par une seule coordonnée  $v$ ), des ensembles  $G_i$  ainsi formés; posons que  $H_m$  est borné et fermé, comme tous les ensembles analogues, qu'on peut envisager comme le résultat de la „translation parallèle“ de l'un d'eux.

On posera:  $E_2 \equiv \mathfrak{M} ( G_i ) \equiv \mathfrak{M} ( H_m )$ .

**Théorème 6.** La fonction, définie dans un ensemble  $E_2$  qui possède les propriétés indiquées, continue dans ce domaine par rapport à l'ensemble de  $(n-1)$  variables  $(x, y, \dots u)$  et uniformément continue par rapport à  $n$ -ième variable  $v$ , est uniformément continue dans ce domaine par rapport à l'ensemble des variables  $(x, y, \dots u, v)$  [On a ici:  $E_1 \equiv E_2, \mathfrak{M} (E_M) \times E_1 \equiv \mathfrak{M} (E_M) \times E_2 \equiv E_2$ ].

Il suffit de donner ici un bref sommaire de la démonstration. La continuité par rapport à l'ensemble des var.  $(x, y, \dots u)$  en  $E_2$  entraîne la même continuité dans chaque partie  $G_i$ ; en outre, vu le théor. 4, la continuité en chaque  $G_i$  est uniforme. On démontre par un procédé connu (p. ex. Schö nflies „Die Entwicklung der Lehre von den Punktman nignfaltigkeiten“ page 119), que l'on ne doit ici que développer d'une manière insignifiante que les modules de convergence uniforme pour  $\frac{\varepsilon}{2}$  ( $\varepsilon$  — un nombre arbitraire  $> 0$ ) en tous les  $G_i$  ne pourraient avoir une borne inférieure  $= 0$ . Soit  $\zeta$  cette borne inférieure, c'est-à-dire le module pour  $\frac{\varepsilon}{2}$  de continuité (qu'on voit ainsi u n i f o r m e) en  $E_2$  par rapport à l'ensem ble de  $(n-1)$  variables  $(x, y, \dots u)$ ; soit aussi  $\mu$  le module pour  $\frac{\varepsilon}{2}$  de continuité uniforme en  $E_2$  par rapport à  $v$ . Soit un nombre  $\sigma$  qui est  $< \mu$  et  $< \zeta$ . Entre deux points de  $E_2$  ( $\equiv \mathfrak{M} \times E_1$ )  $M$  et  $L$  dont la distance est plus petite que  $\sigma$  on peut intercaler un point  $P$  de  $E_2$  ayant la même coordonnée  $v$  que  $L$  et toutes les autres coordonées  $x, y, \dots u$  égales respectivement aux coordonnées du point  $M$ . Puisque  $MP < \sigma < \mu$ , et  $PL < \sigma < \zeta$ , donc:  $|f(M) - f(P)| < \frac{\varepsilon}{2}$ , et par suite:  $|f(M) - f(L)| < \varepsilon$  ce qui montre vu le choix arbitraire des points  $M$  et  $L$  (pourvu que  $ML < \sigma$ ), que la fonction est uniformément continue en  $E_2$  par rapport à  $\mathfrak{M}$ , c'est-à-dire à l'ensemble des variable  $(x, y, \dots u, v)$  et que le module de continuité uniforme pour  $\varepsilon$  est  $\geq \sigma$ .

Si  $n = 2$ , on peut dire, en particulier:

**Théorème 7.** La fonction de 2 variables  $x, y$  définie dans un domaine, dont les points vérifient les conditions:  $x_0 \leq x \leq X; y_0 \leq y \leq Y; (x_0, y_0, X, Y$  — des constantes  $\leq$  déterminées,  $x_0 < X, y_0 < Y)$ , continue dans ce domaine par r



rapport à  $x$  et uniformément continue par rapport à  $y$ ,  $y$  est aussi uniformément continue par rapport à l'ensemble de variables  $(x, y)$ .

On voit que la continuité uniforme par rapport à une seule variable entraîne nécessairement, en certaines conditions, la continuité aussi uniforme (si du reste la continuité, quelle que soit, est supposée) par rapport à l'autre—tandis que les exemples faciles (v. E. Goursat „Cours d'analyse“ I p. 29) montrent que la continuité non-uniforme dans un domaine par rapport à toutes les deux variables, chacune prise séparément, n'entraîne pas nécessairement la continuité par rapport à leur ensemble dans tous les points de même domaine.

---

