

Awram Lewi

ULTRADŹWIĘKOWE BADANIA NIENISZCZĄCE
WŁASNOŚCI MECHANICZNYCH
CIENKICH ELEMENTÓW KONSTRUKCYJNYCH



INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

WARSZAWA 2010

ISBN 978-83-89687-57-9

ISSN 0208-5658

Redaktor Naczelny:

prof. dr hab. inż. Zbigniew Kotulski

Recenzent:

prof. dr hab. inż. Ryszard Pęcherski

Praca wpłynęła do Redakcji 9 listopada 2009 r.

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład: 100 egz. Ark. druk.: 12

Oddano do druku w kwietniu 2010 roku

Druk i oprawa: Drukarnia Braci Grodzickich, Piaseczno, ul. Geodetów 47a

Streszczenie

Praca poświęcona jest opracowaniu nowych metod ultradźwiękowych badań nieniszczących własności mechanicznych materiałów konstrukcyjnych. Wskazano możliwości ich zastosowania do badań elementów cienkościennych z metali i stopów technicznych.

Główną uwagę zwrócono na identyfikację parametrów wytrzymałościowych na podstawie wyników pomiarów prędkości fal ultradźwiękowych i oszacowanej liczby Poissona. Z równań modelowych udało się ustalić stosunek dwóch wytrzymałości – na rozciąganie i na ściskanie i interpolować wykresy odkształcania.

Zbadano wpływ temperatury i prędkości obciążenia i wytłumaczono anomalię Wertheima oraz paradoksu Nadaia. Zbadano także kruchość stali w wysokich temperaturach celem wyznaczenia temperatury maksymalnej plastyczności.

Opracowano metody dla oszacowania temperatury przejścia stali w stan kruchy wskutek ochłodzenia. Ultradźwiękowe badania refraktometryczne udoskonalono opracowaniem dwóch nowych metod badań immersyjnych w oparciu o fale pseudopłytkowe i pseudopowierzchniowe.

Wyprowadzono zbieżne algorytmy dla obliczeń numerycznych, przy pomocy, których udało się zidentyfikować z wysoką dokładnością wartości prędkości fal podłużnych i poprzecznych w cienkich elementach konstrukcyjnych.

Na zakończenie przeprowadzono analizę zjawisk niestateczności odkształcania plastycznego oraz nadplastyczności na podstawie teorii kwantowego rozkładu stałych sprężystości.

Abstract

The monograph is dedicated to developing new methods for ultrasonic nondestructive testing of the mechanical properties of the materials. Their potential use in the study of thin elements of technical metals and alloys has been described.

The main attention is focused on identifying compressive and tensile strength parameters of the measured velocities of longitudinal and transverse ultrasonic waves and Poisson's ratio. Equations of the model can determine the ratio of ultimate tensile and compressive stresses and interpolate stress-strain curve.

The effects of temperature and speed of deformation upon elastic constants have been studied and Wertheim's anomaly and Nadai's paradox have been explained. The effects associated with high temperature and brittle of steel in order to determine its maximum temperature plasticity have been researched, too .

A method for calculating the Transition Temperature of brittle behaviour on cooling has been discovered.

Ultrasonic critical-angle refractometry has been improved by developing two new methods based on leaky Raileigh or Lamb waves. Equations of numerical algorithms converges to identify the longitudinal and transverse ultrasonic waves with high accuracy.have been derived.

In conclusion, the phenomena connected with plastical instability of deformation and superplasticity of metals in terms of the theory of multiple elasticities have been analyzed.

Spis treści

1. Cel i zakres pracy.....	7
2. Wprowadzenie.....	9
2.1. Mikrostruktura metali technicznych i ich stopów.....	9
2.2. Mechanizmy umocnienia i plastyczność polikryształów.....	10
2.3. Własności mechaniczne i ich wyznaczenie.....	11
3. Analiza makroskopowych związków nielokalnych naprężenie-odkształcenie.....	19
3.1. Interpolacja wykresu rozciągania i wyznaczenie współczynnika umocnienia.....	19
3.2. Modele konstytutywne dla mikrostruktur polikrystalicznych – przypadek jednowymiarowy.....	21
3.3. Wyznaczanie parametrów modelu na podstawie wyników badań ultradźwiękowych.....	30
4. Wyznaczanie własności mechanicznych z modelu i weryfikacja wzorów obliczeniowych.....	35
4.1. Wyznaczanie trwałego wydłużenia ε_f i przewężenia Ψ po próbie rozciągania.....	35
4.2. Wyznaczanie wskaźników umocnienia \bar{m} – dla odkształceń naturalnych (rzeczywistych) i m – dla odkształceń umownych.....	36
4.3. Interpolacja wykresu rozciągania i oszacowanie wytrzymałości teoretycznej.....	38
4.4. Wyznaczanie parametrów wytrzymałościowych σ_{us} , σ_B i σ_f na podstawie modelu i weryfikacja wyników.....	45
5. Badania wspólnego wpływu temperatury na własności mechaniczne na podstawie modelu konstytutywnego.....	49
5.1. Wpływ temperatury na stałe sprężystości – stan zagadnienia.....	50
5.2. Szacowanie zależności liczby Poissona ν od temperatury z wyjaśnieniem paradoksu Nadaia.....	51
5.3. Wytłumaczenie anomalii Wertheima i ekstrapolacja spadków termicznych plastyczności – nowa teoria fenomenologiczna.....	56
5.3.1. Weryfikacja doświadczalna anomalii $\sigma_{us}(T)$ i badania kruchości stali w podwyższonych temperaturach.....	56
5.3.2. Wyznaczanie przejścia w stan kruchy w obniżonej temperaturze na podstawie wyników badań ultradźwiękowych	61

6.	Badania wspólnego wpływu temperatury i prędkości obciążenia na własności mechaniczne.....	75
6.1.	Efekty prędkości i oszacowanie zmian temperatury przejścia w stan kruchy.....	75
6.2.	Badania udarności celem wyznaczenia temperatury maksymalnej plastyczności.....	82
7.	Wpływ tekstury cienkich elementów konstrukcyjnych na ich własności mechaniczne.....	87
8.	Badania ultradźwiękowe metodami refraktometrycznymi.....	93
8.1.	Podstawy teoretyczne refraktometrii ultradźwiękowej.....	93
8.2.	Generacja fal pseudopowierzchniowych.....	98
8.3.	Generacja fal pseudopłytkowych.....	103
9.	Ultradźwiękowe badania strukturalne metodami refraktometrii immersyjnej.....	113
9.1.	Technika badań refraktometrycznych UCR – zarys ogólny.....	117
9.2.	Wyznaczanie prędkości fazowych wyciekających i klasycznych fal płytkowych i powierzchniowych w materiałach konstrukcyjnych.....	125
9.2.1.	Wyznaczanie prędkości $c_{s_0}^*$ i c_{s_0}	126
9.2.2.	Wyznaczanie prędkości $c_{a_0}^*$ i c_{a_0}	132
9.2.3.	Wyznaczanie prędkości $c_{a_1}^*$ i c_{a_1}	135
9.2.4.	Wyznaczanie prędkości c_R^* i c_R	138
9.3.	Wyznaczanie stałych sprężystości metodami refraktometrii immersyjnej.....	139
9.3.1.	Metoda identyfikacyjna stosująca fale pseudopłytkowe różnych rzędów (metoda I).....	139
9.3.2.	Metoda identyfikacyjna stosująca fale pseudopłytkowe i pseudopowierzchniowe (bifalowa metoda II).....	146
9.4.	Szacowanie własności mechanicznych z wyników doświadczalnych.....	152
10.	Analiza zjawisk niestateczności odkształcania plastycznego oraz nadplastyczności na podstawie teorii kwantowego rozkładu stałych sprężystości.....	157
11.	Podsumowanie.....	175
12.	Bibliografia.....	179

Rozdział 1

CEL I ZAKRES PRACY

O użyciu jakiegoś materiału do wykonania zamierzonej konstrukcji decydują jego własności mechaniczne. Poznanie tych własności i przewidywanie na ich podstawie zachowania gotowego elementu jest konieczne do tego, aby zamierzona konstrukcja mogła spełniać swój cel. Poznanie własności materiału jest konieczne nie tylko dla konstruktora, ale i dla technologa, gdyż własności mechaniczne będą decydować o najlepszych metodach obróbki materiału dla wykonania zamierzonego elementu.

Ze względu na to, że warunki pracy elementów konstrukcyjnych są bardzo różnorodne, poznanie samych własności materiału nie jest wystarczające. Konieczna jest znajomość praw rządzących zmianami tych własności pod wpływem zmian poszczególnych parametrów fizycznych – np. sposób obciążenia, temperatura itp. Na razie większość materiałów konstrukcyjnych – to metale techniczne i ich stopy.

Własności mechaniczne metali i stopów można podzielić na dwie grupy. Pierwsza obejmuje własności wytrzymałościowe, a druga – własności technologiczne. Własności wytrzymałościowe obejmują wszystkie te cechy, do których wyznaczenia, jako jeden z parametrów koniecznych, występuje siła. Własności technologiczne określają przydatność materiału do odpowiedniej obróbki, np. kucie, skrawanie itd.

W tym przypadku nie zajmujemy się wyznaczeniem wielkości siłowych, a tylko decydujemy, czy dany proces technologiczny, w ustalonych warunkach, da się przeprowadzić.

Badania materiałów konstrukcyjnych prowadzi się w dwóch kierunkach.

Pierwszy z nich ma sprawdzić, czy dany materiał ma zadane własności w ustalonych warunkach. Nowoczesne badania nieniszczące pozwalają przeprowadzić odbiór techniczny materiałów w 100 procentach.

Drugi kierunek obejmuje badania, których celem jest poznanie mechanizmu i praw rządzących wytrzymałością materiałów. Badania ultradźwiękowe pozwalają z wielką dokładnością wyznaczyć stałe sprężystości i są do tego najbardziej przydatne. Niestety, większość badań w tym kierunku nie ma szerszego zastosowania w praktyce, ponieważ ocena własności mechanicznych na podstawie pomiaru parametrów przeważnie oparta jest na zależnościach empirycznych lub półempirycznych.

Ultradźwiękowe badania nieniszczące komplikują się bardzo, gdy grubość elementu jest mniejsza niż 3 mm (tzw. „cienkie” elementy konstrukcyjne [1]).

Celem tej pracy jest przedstawienie wyników badań własnych autora, dotyczących oszacowania efektywnych własności mechanicznych metali technicznych i ich stopów oraz opracowanie metodyki badań nieniszczących dla ich wyznaczania w cienkich elementach konstrukcyjnych na podstawie refraktometrii

ultradźwiękowej. Merytorycznie rozprawa jest jednorodna tematycznie - wszystkie rozdziały związane są z modelowaniem procesów umacniania ośrodków polikrystalicznych.

Zakres pracy obejmuje także badania wpływu temperatury, prędkości obciążenia oraz dwuwymiarowej anizotropii. Otrzymane wyniki teoretyczne są wyjaśnione i zilustrowane przykładami numerycznymi.

Opracowano zespół oryginalnych metod pomiarowych opartych na ultradźwiękowej refraktometrii immersyjnej, wykorzystując zjawiska, występujące przy kątach krytycznych wewnętrznego odbicia fal pseudopowierzchniowych i pseudopłytych (*leaky Rayleigh or leaky Lamb waves*). Przeprowadzono analizę błędów i czułości pomiarowej przy wyznaczeniu modułów sprężystości elementów cienkościennych. Ze względu na szeroki zakres analizowanych zagadnień, literatura stanowiąca podstawę przeprowadzonych badań jest omówiona w odpowiednich rozdziałach.

Treść rozprawy jest podsumowaniem oryginalnych wyników badań autora, przy czym część prac doświadczalnych przeprowadzono w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN w Warszawie. Wyniki teoretyczne opublikowano w Bułgarii, gdzie po utworzeniu Laboratorium Badań Ultradźwiękowych Uniwersytetu w Ruse (1998 r.) stało się możliwe ukończenie tej rozprawy.

Rozdział 2

WPROWADZENIE

2.1. Mikrostruktura metali technicznych i ich stopów

Metale w stanie stałym występują w formie krystalicznej. Budowa krystaliczna polega na tym, że atomy zajmują względem siebie określone położenia tak, że wzajemne odległości i porządek ich ułożenia są ściśle określone. Całe zespoły atomów ułożone w ten sposób tworzą kryształ.

Kryształ, jako całość, zbudowany jest wyłącznie z elementarnych sieci przestrzennych. Kryształy zachowują zewnętrzną regularną formę tylko przy sprzyjających okolicznościach ich wzrostu. Metale techniczne i ich stopy mają strukturę polikrystaliczną lub kompozytową.

Polikryształ składa się również z regularnych sieci elementarnych, lecz kryształy otrzymują przy krzepnięciu metalu formę zewnętrzną powstałą przypadkowo, najczęściej wskutek zetknięcia się z sąsiednimi kryształami. Ta przypadkowa (nieregularna) forma zewnętrzna nazywa się w metaloznawstwie ziarnami lub kryształitami.

Gdy przełamiemy pręt metalowy, struktura polikrystaliczna przejawia się poprzez nierówności powierzchni przełomu. Martenzyt – typowy materiał z pamięcią kształtu – ma strukturę kompozytową, warstwową, w której naprzemiennie występują dwie różne odmiany martenzytu. Polikryształ w gruncie rzeczy jest mieszaniną (agregatem) losowo względem siebie usytuowanych monokryształów – ziaren. Chociaż każde z tych ziaren jest fizycznie niejednorodne i posiada anizotropię, to polikryształ, jako całość, po uśrednieniu jego własności, może być traktowany, jako fizycznie jednorodny i izotropowy. Dzięki temu można przyjąć, że ciało odkształcane jest wyodrębnioną częścią jednorodnego izotropowego ośrodka ciągłego wypełnionego równomiernie masą, tzw. kontinuum materialnym.

W przypadku kompozytów sprężystych metoda uśredniania, prowadząca do definicji stałych efektywnych, korzysta z tzw. REO (Reprezentatywnego Elementu Objętości). Element ten (po angielsku RVE – *Representative Volume Element*) jest próbką wyciętą myślowo z niejednorodnego ośrodka o rozmiarze znacznie większym niż rozmiar niejednorodności, ale znacznie mniejszym niż rozmiar całego ośrodka.

Uśrednianie objętościowe gradientów pól odkształceń w REO oraz pól strumieni (na przykład naprężeń) prowadzi do definicji stałego tensora, zwanego tensorem efektywnym lub homogenizowanym, który wyznacza związek konstytutywny (naprężenie – odkształcenie).

W dalszym ciągu będziemy zajmować się własnościami mechanicznymi metali technicznych i ich stopów, zakładając, że stanowią one kontinuum materialne.

2.2. Mechanizmy umocnienia i plastyczność polikryształów

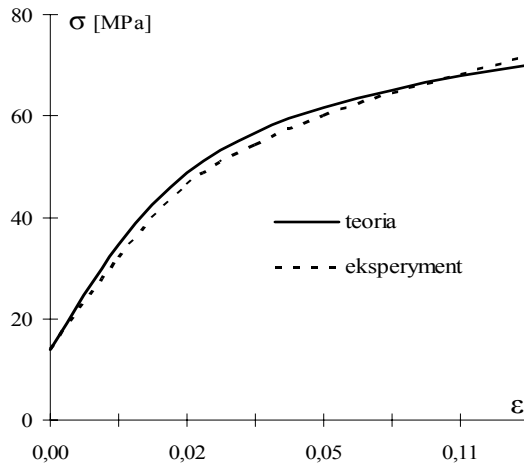
Metale czyste są bardzo miękkie i odznaczają się dużą ciągliwością. Metale konstrukcyjne mają większą wytrzymałość, ponieważ są agregatami wielu różnych monokryształów – ziaren, losowo względem siebie usytuowanych i zawierających w sobie pierwiastki stopowe. Różnice orientacji osi krystalograficznych są przyczyną ich odmiennego zachowania podczas obciążenia w kierunku normalnym. Granice ziaren pozostają bez zmian, lecz sąsiednie ziarna wpływają na proces odkształcenia i stawiają ograniczenia w zmianie odkształcania. Gdy krystalit ma mniejsze rozmiary, wpływ granic rozprzestrzenia się na całą objętość ziarna i odkształcenia występują równocześnie w kilku płaszczyznach poślizgu. W niektórych przypadkach płaszczyzny poślizgu przechodzą przez granice kilku ziaren. Na granicach ziaren struktura krystaliczna jest zaburzona i działa, jako bariera, utrudniając ruch dyslokacji. Ogólnie rzecz biorąc każde odkształcenie kryształu wiąże się z przemieszczeniem dyslokacji.

Ogilvie [2] udowodnił, że płaszczyzny poślizgu przechodzą granicę dwóch sąsiednich krystalitów, gdy te mają wspólną orientację w kierunkach $\langle 110 \rangle$, $\langle 112 \rangle$ lub $\langle 113 \rangle$. W temperaturach wyższych od $T_m / 2$ (T_m - punkt topnienia), poślizg odbywa się wzdłuż granic ziaren, obchodząc je.

Według [3], w tym przypadku agregat polikrystaliczny zachowuje się jak „jellies” (zastygły żel), w którym cienkie warstwy krystalitów, usytuowanych pod kątem względem osi jednokierunkowego odkształcenia, działają jako sieć w ośrodku dyspersyjnym.

Mechanizmy umocnienia mikrostrukturalnego (konsolidacje roztworowe, wydzieleniowe i dyspersyjne) pomijamy, bo nie wchodzą w zakres naszego opracowania.

Główną uwagę skupiamy na umocnieniu polikryształów wskutek odkształceń plastycznych. Wzmocnienie polikrystalicznych metali, na skutek odkształceń plastycznych polega na wzmocnieniu atomowym (podwyższenie oporu poślizgu przy translacji kryształów) oraz na wzmocnieniu naprężeniowym (przyrost energii sprężystej wygiętych warstewek poślizgowych). W agregatach polikrystalicznych poszczególne krystality zazębiają się i przenikają nawzajem. Na granicach ziaren występują wielkie zaburzenia uporządkowanej struktury molekularnej, gromadzą się obce fazy, nawet występują mikroszczeliny. Komplikuje i zakłóca to proces odkształcenia zarówno sprężystego, jak i plastycznego. Na podstawie molekularnego modelu monokryształu z defektami struktury (dyslokacje i wakanse), zakładając, że polikryształ ma określoną strukturę losową, można obliczyć odkształcenie ε jako miarę deformacji ciała poddanego siłom zewnętrznym (siły czynne i siły reakcji), uśredniając naprężenia σ we wszystkich możliwych płaszczyznach poślizgu (rys. 1). Zwykle jednak to podejście wiąże się z dużą niedokładnością [4].



Rys. 1. Teoretyczny i doświadczalny kształt krzywych obciążenia polikryształu.

Główny wynik teoretyczny polega na tym, że agregaty polikrystaliczne umacniają się nieliniowo [5] (prawo liniowego umocnienia jest cechą monokryształów), według wzoru (1):

$$(1) \sigma^2 = \chi \varepsilon ,$$

gdzie: χ - współczynnik umocnienia, zależny od temperatury.

W niektórych warunkach odkształcenia plastyczne nie umacniają agregatów polikrystalicznych, lecz przeciwnie, sprzyjają zjawiskom dekohezyjnym. W tym przypadku obserwuje się niestałość elementu konstrukcyjnego (przy niskich temperaturach, wskutek starzenia się metalu, itd.), co przy odpowiednim wzroście naprężenia normalnego kończy się złomem rozdzielczym (kruchym).

W drugim przypadku naprężenie styczne τ powoduje wzajemny poślizg warstw jonów, czyli odkształcenie poprzeczne, którego wzrost kończy się złomem poślizgowym (plastycznym).

Wielu autorów konkluduje [7], że jak dotychczas nie ma dokładnej teorii umocnienia plastycznego w ośrodkach polikrystalicznych, pomimo olbrzymiej ilości prac teoretycznych [8] i badań doświadczalnych [9].

Z reguły umocnienie polikryształów oblicza się [2] na podstawie wyników obciążenia odpowiednich monokryształów (rys. 1), według znanej metody Taylora.

2.3. Własności mechaniczne i ich wyznaczenie

Własnościami mechanicznymi nazywają te własności fizyczne ciała stałego, które określają jego odkształcenie pod wpływem obciążenia [101].

Własności mechaniczne materiałów polikrystalicznych mają charakter stochastyczny i z reguły nie poddają się dokładnej fizycznej interpretacji.

Praktyka badań wytrzymałościowych dotychczas polegała przeważnie na badaniach niszczących, przy korzystaniu z normalizowanych próbek dwóch typów: płaskich i okrągłych. Przy tym przestrzega się podobieństwa trzech rodzajów: geometrycznego (kształt i wymiary próbki), mechanicznego (sposób obciążenia) i fizycznego (temperatura, warunki fizyczne itd.).

Własności mechaniczne [6] można podzielić na podstawowe (zasadnicze) i wtórne (dodatkowe); przy czym wtórne zawsze są uzależnione od podstawowych.

Do własności podstawowych zalicza się: stałe sprężystości, granice sprężystości i plastyczności, wytrzymałość doraźną i rzeczywistą, granicę zerwania, wskaźnik umacniania, wydłużenie względne i przewężenie trwałe.

Do własności wtórnych zalicza się: udarność, twardość (różnych typów), próbe tłoczności i inne. W podręcznikach akademickich zwykle sugeruje się niemal wprost „zależności własności wtórnych od zasadniczych nie są dokładnie wyjaśnione” [6].

Podstawowe źródła informacji o własnościach mechanicznych materiału konstrukcyjnego stanowią jego wykresy rozciągania i ściskania.

Jeżeli REO ma kształt sześciangu o wysokości l_0 , a siła F działa jednakowo na wszystkie przekroje, równoległe do jego powierzchni, mówimy, że istnieje jednoosiowy stan naprężeń normalnych. Naprężenie jest miarą gęstości powierzchniowej sił wewnętrznych, występujących w ośrodku. W dowolnym przekroju elementu cienkościennego wektor naprężeń, w przypadku ogólnym, może być rozłożony na dwie składowe: σ - składowa normalna (prostopadła do powierzchni) i τ - składowa ścinająca (równoległa do powierzchni).

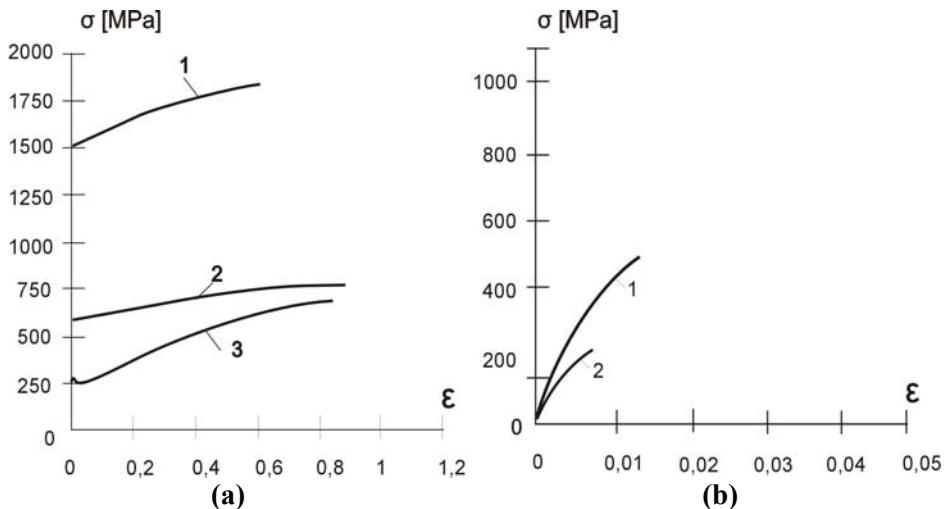
Wartość naprężenia normalnego σ jest określana przez siłę dzieloną przez pole powierzchni przekroju prostopadłego S_0 . Przyjęto konwencję, że naprężenia są dodatnie, gdy wywołują rozciąganie (rys. 2) [99], [100].

Początkowo akceptowano, jako prawdziwą miarę odkształcenia stopień wydłużenia $\lambda_l = l/l_0 = (l_0 \pm \Delta l)/l_0$, lecz później Cauchy wprowadził normalne względne wydłużenie równomierne $\varepsilon = \Delta l/l_0$. W 1909r. P.Ludwik (w swojej monografii „Elemente der technologischen Mechanik”), wychodząc z założenia, że przy stałej objętości wydłużenie równomierne jest tylko częścią składową całkowitego wydłużenia, wprowadza rzeczywiste wydłużenie naturalne $\bar{\varepsilon} = \ln(1 + \varepsilon)$.

Obie miary odkształcenia są równoważne przy odkształceniach infinitezimalnych: $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\bar{\varepsilon}/\varepsilon) = 1$.

Niektóre metale (np. miedź) są podatne i odkształcają się w większym stopniu, inne są sztywne (stal) i odkształcają się mniej; tę cechę materiałów opisują stałe

sprężystości: wzdłużnej E – moduł Younga; moduł ścinania G - tzw. moduł Kirchhoffa, a także moduł Helmholtza sprężystości objętościowej K_0 , który wyznacza związek ujemny pomiędzy dylatacją $\delta V = \Delta V / V_0$ a ciśnieniem $P = -K_0 \delta V$ (dodatnie ciśnienie powoduje zmniejszenie objętości ΔV).



Rys. 2. Krzywe naprężenie-odkształcenie dla: **a)** stali (1-stal stopowa, 2- węglowa, 3- niskowęglowa- rozciąganie), **b)** żeliwa szarego (1- ściskanie, 2- rozciąganie).

Stałe sprężystości E i G można wyznaczyć wychodząc z założenia, że przekrój S_0 , na który działa siła rozciągająca F , nie ulega zmianie.

Zmniejszenie przekroju można pominąć praktycznie, jako znikome tylko w obszarze odkształceń sprężystych.

Związek ujemny pomiędzy odkształceniem poprzecznym ϵ_y (w kierunku osi \bar{Y} prostopadłej do osi rozciągania \bar{X}) i odkształceniem wzdłużnym ϵ_x wyznacza drugą stałą sprężystości: $\nu = -\epsilon_y / \epsilon_x$ zwaną liczbą Poissona.

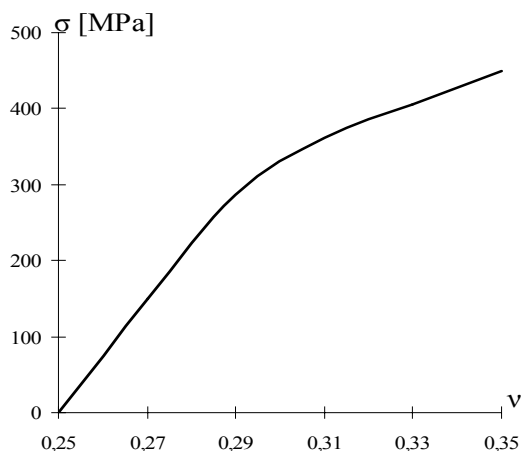
Współczynnik ν wykazuje zależność od wartości obciążenia i zmienia się w trakcie zwiększania σ (funkcję odwrotną przedstawiono na rys.3).

Dlatego ν jako stała sprężystości „*ma znaczenie wyłącznie teoretyczne*” (przynajmniej tak sugerują w [6]).

Przy odkształceniach objętościowych, (które z reguły są znikome, czyli infinitesimalne) działa prawo Hooke’a „*ut tensio sic vis*”, aż do osiągnięcia poziomu naprężenia σ_{ys}^* , który określa granicę sprężystości.

Według [10] „dokładne oszacowanie σ_{ys}^* jest praktycznie niemożliwe”.

Dlatego wielkość tę zwykle wyznacza się przy zadanych z góry wartościach odkształcenia: $\varepsilon_{ys}^* = 0,001$ (0,1%) lub 0,0005 (0,05%). Odkształcenia w obszarze sprężystym ($\varepsilon \leq \varepsilon_{ys}^*$) znikają bez opóźnienia w chwili odciążenia.



Rys. 3. Zmiany liczby Poissona ν przy wzroście naprężenia rozciągającego w próbkach stalowych.

W miarę wzrostu obciążenia ($\sigma \geq \sigma_{ys}^*$) powstają odkształcenia trwałe (plastyczne) ε_{pl} , które pozostają i po usunięciu obciążenia, powodując zmiany kształtu ciała. Wykres $\sigma(\varepsilon)$ znacznie zmienia się ze wzrostem prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}$ [s^{-1}], dlatego na razie zajmujemy się wyłącznie próbami statycznymi (czy quasi–statycznymi, tzn. o bardzo małej prędkości). Dla metali technicznych przy prędkości odkształcenia rzędu $10^{-4} \div 10^{-2} s^{-1}$ własności mechaniczne, wyznaczone w temperaturach $+10 \div 20$ °C nie ulegają zmianie, co udowodniły liczne prace doświadczalne [6] na maszynie wytrzymałościowej, zwanej zrywarką.

Gdy badania prowadzono przy stałej prędkości odkształcenia (tzw. „sztywne” obciążenie) na wykresie stali niskowęglowej można zauważyć wyraźny „ząb ciągliwości” (rys. 4b), który wyznacza granicę plastyczności σ_{ys} . Właściwie σ_{ys} odpowiada poziomowi naprężenia w obszarze równomiernego odkształcenia (za „zębem”), gdzie krzywa wskazuje ciągły przyrost wydłużenia przy niezmiennej (czasem oscylującej w wąskim przedziale) wartości naprężenia.

Odształcenie równomierne w tym przypadku łączy się z powstawaniem tzw. pasm Lüdersa (rozdzielone liniami Lüdersa-Hartmanna).

Obciążenie „sztywne” nie odpowiada warunkom eksploatacyjnym; najczęściej zmieniają się nie odształcenia, lecz naprężenia obciążające element konstrukcyjny.

Przy tzw. obciążeniu „miękkim” maszyna wytrzymałościowa utrzymuje stałą prędkość obciążenia; w tym przypadku zjawisko „zab ciagliwości” w ogóle nie istnieje (rys. 2a, krzywa 1).

Przy obciążeniu stopowej stali konstrukcyjnej, stali węglowej „hartowanej”, zeliwa, stopów metali kolorowych itd. zjawisko „zab ciagliwości” zanika nawet przy „sztywnym” obciążeniu. Dlatego powszechnie stosowano w praktyce umowną granicę plastyczności $\sigma_{ys}^{0.2}$, która wyznacza naprężenie powodujące (po zdjęciu)

trwale odształcenie próbki rzędu $\varepsilon_{pl} = 0,002$ (0,2%).

Na rys. 2 wyraźnie widać, że po przekroczeniu granicy plastyczności stan równowagi między obciążeniem a wydłużeniem zostaje przywrócony; opór materiału nadal wzrasta, lecz wzrost obciążenia jest znacznie słabszy; powstają odształcenia trwałe ε_{pl} (plastyczne), które zmieniają kształt elementu. Ich względny udział wzrasta znacznie (w stosunku do odształceń sprężystych ε_{ys}).

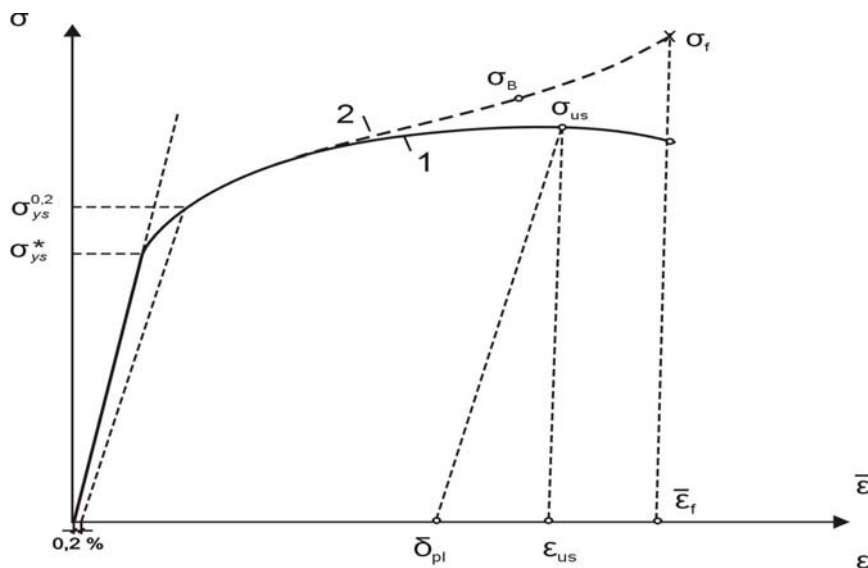
Na wykresie umownym $\sigma(\varepsilon)$ (ε - umowne odształcenie równomierne według Cauchy) można zauważyć, że krzywa rozciągania ma wyraźne maksimum σ_{us} , które wyznacza wytrzymałość doraźną na rozciąganie dla $\varepsilon = \varepsilon_{us}$ (rys. 4a).

Wytrzymałość na ściskanie materiałów kruchych jest większa niż na rozciąganie i dlatego wyznaczenie jej jest ważne. Co prawda próby ściskania komplikują bardzo siły tarcia w płaszczyźnie styku uchwytu maszyny i próbki oraz problem stateczności próbki. Wszystkie te problemy znikają przy badaniach nieniszczących, którymi będziemy się dalej zajmować. Tu trzeba zaznaczyć, że maksimum obciążenia nie jest związane ze zmianami cech fizycznych materiałów konstrukcyjnych, a zależy jedynie od wybranego sposobu obciążenia. Na wykresie rzeczywistym $\sigma(\bar{\varepsilon})$ ($\bar{\varepsilon}$ - odształcenie naturalne Ludwika) ów maksimum nie istnieje. Można z niego przeprowadzić oszacowanie wytrzymałości rzeczywistej σ_B , która odpowiada F_{max} . Wyznacza to moment powstania szyjki w próbce okrągłej (walcowej): $\bar{\varepsilon} = \bar{m}$ (\bar{m} - wskaźnik umocnienia), kiedy następuje początek fizycznego zniszczenia materiału.

Naprężenie $\sigma_B = (d\sigma / d\bar{\varepsilon})_{\bar{\varepsilon}=\bar{m}}$ według Nadaia „określa granicę stateczności procesu odształcania” i koniec równomiernego zmniejszenia przekroju próbki [10]. Wartość \bar{m} wyznacza początek niestłości plastycznej kształtu, który wyraża się w wytworzeniu znacznego przewężenia (tzw. szyjki).

Materiały konstrukcyjne dzielą się tradycyjnie na sprężysto-plastyczne i sprężysto-kruche w zależności od tego, czy przed złomem odkształcają się plastycznie.

Materiały sprężysto-plastyczne wydłużają się tworząc stożek podwójny w obrębie szyjki, natomiast sprężysto-kruche pękają tworząc przelom rozdzielczy przy bardzo małym ($< 5\%$) zwężeniu przekroju.



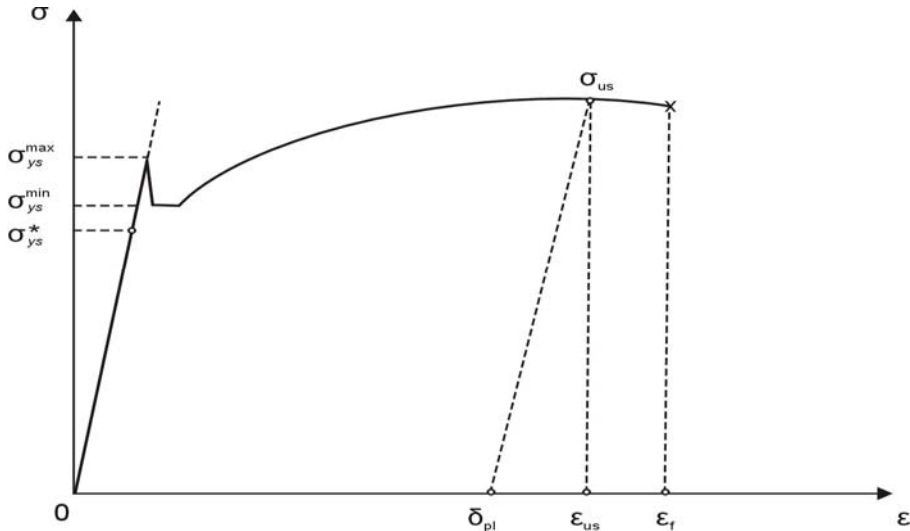
Rys. 4a. Wykres rozciągania metali konstrukcyjnych na maszynie wytrzymałościowej: 1-inżynierska (umowna) krzywa $\sigma(\varepsilon)$; 2-wykres rzeczywisty $\sigma(\bar{\varepsilon})$ dla odkształceń naturalnych Ludwika.

W tym przypadku, przy małym zwężeniu przekroju $\sigma_{us}(\varepsilon_{us})$ - maksimum krzywej rozciągania odpowiada granicy zerwania, czyli $\sigma_{us} = \sigma_f$. W materiałach sprężysto-plastycznych, kiedy $\varepsilon \geq \varepsilon_{us}$, opór odkształcenia nadal wzrasta, lecz wzrost obciążenia jest znacznie słabszy.

W chwili, kiedy $\varepsilon = \varepsilon_f$ następuje zerwanie (ε_f - trwałe wydłużenie umowne po próbie rozciągania; δ_{pl} - wydłużenie plastyczne przed początkiem tworzenia „szyjki”). Na wykresie rzeczywistym (rys. 4a, linia przerywana-2) występuje to, kiedy $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_f$ ($\bar{\varepsilon}_f$ - trwałe wydłużenie naturalne po próbie rozciągania).

Trwałe przewężenie ψ wyznacza względne zwężenie przekroju poprzecznego po próbie rozciągania. Ten parametr uzależniony jest od $\bar{\varepsilon}_f$ według wzoru (2):

$$(2) \quad \psi = 1 - e^{-\bar{\varepsilon}_f}.$$



Rys. 4b. Umowny wykres rozciągania stali niskowęglowej („miękkiej”) na maszynie wytrzymałościowej ze „sztywną” charakterystyką (na krzywej $\sigma(\epsilon)$ widać tzw. „ząb ciągliwości” wyznaczający granicę plastyczności).

Kończąc ten rozdział warto przypomnieć myśl wybitnego znawcy omawianego zagadnienia, E.Orowana [11], który rozpatrując różne problemy wytrzymałości stwierdził:

„Próbe rozciągania łatwo zrealizować, nie mniej jednak nie daje ona informacji wystarczającej, ponieważ sam proces umocnienia pozostaje niewyjaśniony. Wyniki prób są uzależnione od całego szeregu bardzo złożonych procesów fizycznych...”

Odkształcenie metali – to proces bardziej skomplikowany niż ruchy zegarka kieszonkowego i nadzieja na poznanie jego mechanizmu na podstawie kilku pomiarów w trakcie badań wytrzymałościowych jest równie optymistyczna, jak próba zbadania funkcjonowania zegarka przez pomiar jego wytrzymałości na ściskanie”.

Rozdział 3

Analiza makroskopowych związków nielokalnych naprężenie-odkształcenie

Na wstępie warto przypomnieć myśl W. Churchilla:

„Im dokładniej poznamy przeszłość, tym dalej możemy obejrzeć przyszłość.”

3.1. Interpolacja wykresu rozciągania i wyznaczanie współczynnika umocnienia

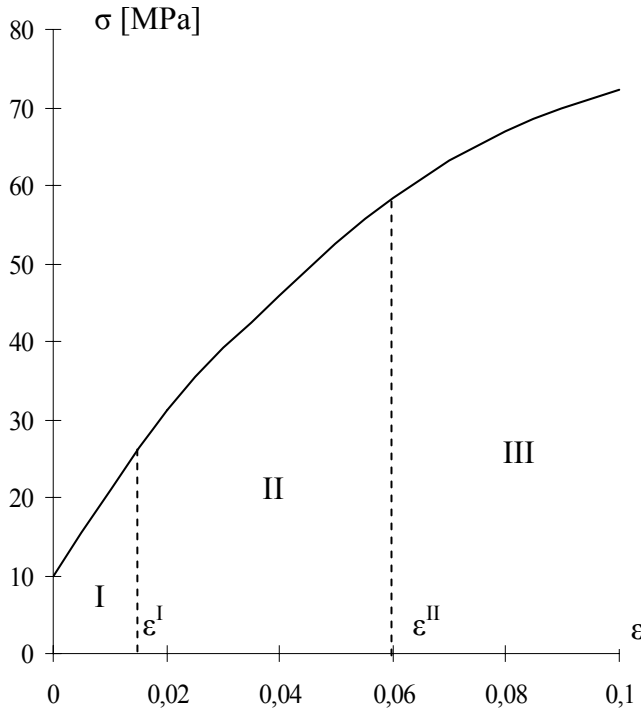
Interpolacja nieliniowego wykresu rozciągania w celach projektowania wytrzymałościowego opiera się na znanym wzorze Bacha-Schüle [10]: $\sigma / \sigma_0 = (\varepsilon / \varepsilon_0)^m$, gdzie m - bezwymiarowy wskaźnik umocnienia. Zwykle $\sigma_0 = \sigma_{ys}^{0.2}$, a $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ys}^{0.2} = 0,002$. Później Ludwik, korzystając z doświadczeń fizyki metali, wprowadził, jako wzór interpolacyjny zależność: $\sigma = \sigma_{ys}^* + A_0^* \varepsilon^m$, gdzie A_0^* - stała reologiczna materiału. W wyniku badań doświadczalnych [7] ustalono, że dla α - Fe, Mo, Ta: $m = 0,5$; natomiast dla Al: $m = 0,5 \div 0,8$ (w zależności od wielkości ziaren).

Dla polikryształów RSC struktury (RSC - sieć regularna, ścienne centrowana; na przykład Al) Jaoul zaproponował [12] podzielić obszar odkształceń plastycznych na 3 części: **I** - pierwsza strefa nieliniowa (paraboliczna), **II** - strefa liniowa, **III** - druga strefa nieliniowa (paraboliczna) (rys. 5).

W tym przypadku wzór interpolacyjny (3) ma 8 stałych reologicznych: $\sigma'_0, \sigma''_0, \sigma'''_0, A'_0, A''_0, A'''_0, m'$ i m'' .

$$(3) \quad \sigma = \begin{cases} \sigma'_0 + A'_0 \varepsilon^{m'} & \text{dla } \varepsilon < \varepsilon' \quad (\text{strefa I}) \\ \sigma''_0 + A''_0 \varepsilon & \text{dla } \varepsilon' \leq \varepsilon < \varepsilon'' \quad (\text{strefa II}) \\ \sigma'''_0 + A'''_0 \varepsilon^{m''} & \text{dla } \varepsilon \geq \varepsilon'' \quad (\text{strefa III}) \end{cases}$$

Wyznaczanie tak wielu stałych reologicznych na podstawie wyników badań nieniszczących jest bardzo utrudnione i to znacznie zmniejsza wartość (3) w praktyce doświadczeń wytrzymałościowych.



Rys. 5. Wykres rozciągania czystego (99,99%) polikrystalicznego Al.

W. Prager [13] spróbował interpolować wykres rozciągania stali konstrukcyjnej dla odkształceń nieskończenie małych wzorem następującym:

$$(4) \quad \sigma = \sigma_{ys} th(E\epsilon / \sigma_{ys}),$$

a E.Hartig w [14], badając współczynnik umocnienia $d\sigma/d\epsilon$ udowodnił jego liniową zależność od σ dla stali i metali kolorowych, kiedy $\sigma(0) = 0$:

$$(5) \quad d\sigma/d\epsilon = E_0 - b_H \sigma,$$

gdzie: $E_0 = E(1-\nu)/[(1+\nu)(1-2\nu)]$ - moduł przestrzenny sprężystości podłużnej (współczynnik umocnienia dla $\epsilon \rightarrow 0$); b_H - stała materiałowa.

Właśnie badania Hartiga udowodniły, że w punkcie $\epsilon = 0$ krzywa $\sigma(\epsilon)$ nie załamuje się i prawo Hooke'a działa przy zmianie kierunku sił, kiedy rozciąganie zmienia się w ściskanie.

Niestety, wzór (5) ważny jest tylko dla odkształceń sprężystych (objętościowych).

Niemieckie normy techniczne [10] żądają ścisłego rozdzielenia odkształcenia sprężystego ε_{el} od odkształcenia plastycznego (kształtu) ε_{pl} , przy czym $\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl}$.

Wartość współczynnika umocnienia $d\sigma/d\varepsilon = 0,7E$ wyznacza ten punkt bazowy $\sigma_0(\varepsilon_0)$, wobec którego oblicza się odkształcenie względne próbki: $\varepsilon/\varepsilon_0 = \sigma/\sigma_0 + (3/7)(\sigma/\sigma_0)^m$ (wzór ten znany jest, jako prawo Ramsberg-Osgooda).

Jeszcze Mehmke [15] stwierdził, że mając dokładne wartości 3 stałych reologicznych nie sposób interpolować pełny wykres rozciągania, a Kohlrausch [16] zwrócił uwagę na fakt, że współczynnik sprężystości podłużnej według wzoru Bacha-Schüle może być tylko 0 lub ∞ dla $\varepsilon \rightarrow 0$, we wszystkich przypadkach oprócz $m = 1$.

Reasumując stan problemu, prof. Reiner [3] konkluduje:

„Pomimo olbrzymiej ilości badań doświadczalnych, w gruncie rzeczy problem interpolacji wykresu rozciągania i współczynnika umocnienia pozostaje nierozwiązany. W większości przypadków otrzymuje się różne zależności półempiryczne, które są ważne w zadanym obszarze odkształceń tylko dla danego gatunku materiałów konstrukcyjnych.”

3.2. Modele konstytutywne dla mikrostruktur polikrystalicznych - przypadek jednowymiarowy

W nowoczesnych metodach wariacyjnych dla analizy własności mechanicznych w ośrodkach kompozytowych stosuje się tzw. metody homogenizacji [17].

Metody wariacyjne pozwalają opisać jakieś zjawisko fizyczne za pomocą uzyskania ekstremum odpowiedniego funkcjonału, a dokładniej, przez poszukiwania tzw. punktów krytycznych, czyli stacjonarnych.

Homogenizacja REO podaje sposoby przejścia z charakterystycznym rozmiarem niejednorodności (małym parametrem) do zera. W przypadku ośrodków złożonych oznacza to „rozmywanie” niejednorodności, czyli budowanie tzw. modeli makroskopowych.

Matematyczna teoria homogenizacji, zamiast rozpatrywać jeden niejednorodny ośrodek z ustaloną skalą niejednorodności, „zanurza” zagadnienie w pewien ciąg zagadnień samopodobnych o coraz mniejszych skalach niejednorodności opisanych przez mały parametr $\tilde{\varepsilon}_c$ - zmienną bezwymiarową, stosunek mikrodługości (np. długości boku sześcianu kryształu).

Przeprowadza się analizę asymptotyczną, gdy $\tilde{\varepsilon}_c \rightarrow 0$ i otrzymuje się tensor konstytutywny dla zagadnienia granicznego, który nazywa się tensorem efektywnym lub homogenizowanym.

Po procedurze rozdzielania zagadnienia mikroskopowego od makroskopowego uzyskujemy makroskopową relację naprężenie - odkształcenie w postaci (6) po uśrednieniu [18]:

$$(6) \quad \bar{\sigma}(\overset{\circ}{x}) = C_{w.n.l.}^{eff} * \bar{e}(\overset{\circ}{x}),$$

gdzie: $C_{w.n.l.}^{eff}$ - efektywny (czwartego rzędu) „słabo-nielokalny” (*w.n.l.* = *weakly non local*) operator tensorowy (tzw. operator koncentracji odkształceń);

$\bar{\sigma}(\overset{\circ}{x})$, $\bar{e}(\overset{\circ}{x})$ - tensory naprężeń i odkształceń względem zmiennej makroskopowej $\overset{\circ}{x}$, uśrednione po komórce.

Warto zwrócić uwagę, że zastosowanie tej nowoczesnej metody wymaga wstępnego rozpoznania składowych tensorów sztywności i podatności (czwartego rzędu), warunków brzegowych, a także równomiernego (lub o znanej okresowości) rozkładu niejednorodności (mikroszczelin, wtrąceń itd.). Zwykle metale konstrukcyjne należą do kompozytów losowych (tzw. „*random media*”), co wymaga nieliniowej homogenizacji stochastycznej [18]. Niewątpliwym osiągnięciem w tym kierunku jest rekonstrukcja geometrii polikryształu na zasadzie maksimum entropii informacyjnej [19]. Niemniej pozostaje sporo trudności z definicją obszaru losowego, losowej funkcji charakterystycznej, różnych warunków brzegowych itd., co znacznie komplikuje praktyczne zastosowanie tej teorii.

Dlatego musimy szukać innego rozwiązania, które opisywałoby zachowanie rzeczywistego materiału konstrukcyjnego na podstawie trzech postulatów fundamentalnych: obiektywności, determinizmu i działania lokalnego.

Konstruowanie ogólnych związków konstytutywnych jest zagadnieniem wyjątkowo złożonym. Metoda klasyczna polega na znalezieniu możliwie zwartej formy zapisu zależności zaobserwowanych w eksperymentach prowadzonych w skali makro, co odpowiada makroskopowemu oglądowi zjawisk fizycznych. Wtedy mówi się o podejściu fenomenologicznym. Ujęcie wszystkich aspektów zaobserwowanego zjawiska jest niewykonalne, a dlatego związki konstytutywne opisują zachowanie się teoretycznych modeli materiałów. Stopień idealizacji czy uproszczenia modelu różni się w zależności od potrzeb; generalnie nie istnieje żaden model, który może charakteryzować zachowanie dowolnego materiału.

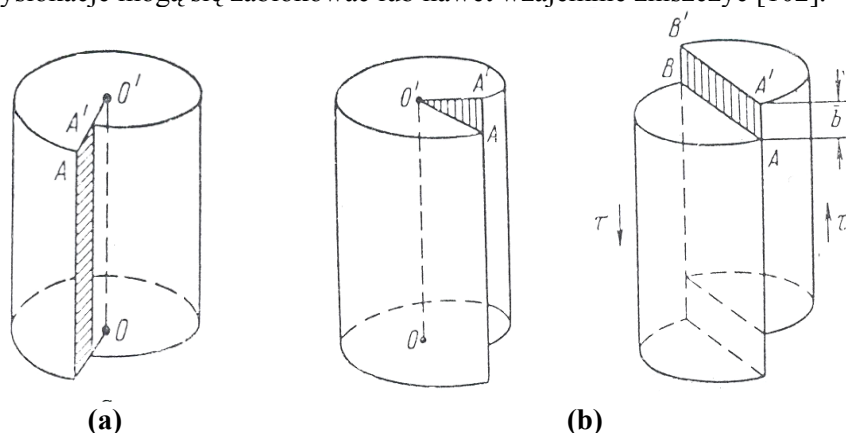
Wychodząc z tych założeń, uwagę główną skupiono na metalach konstrukcyjnych oraz ich stopach z widoczną strukturą polikryształu.

Odształcenie plastyczne tych materiałów (tzn. ich uplastycznienie [130]) w znacznym stopniu jest uzależnione od występujących defektów liniowych.

Dlatego model konstytutywny, zbudowany w oparciu o klasyczną teorię dyslokacji [102], będzie niewątpliwie bardziej przydatny do praktyki badań wytrzymałościowych.

Dyslokacje i wakanse, czyli defekty sieci krystalicznej, które łatwo się przemieszczają, są „nośnikami” ładunku elektrycznego. Na rys. 6 przedstawiono dyslokację krawędziową (rys. 6a) i śrubową (rys. 6b) wewnątrz cylindra sprężystego. Modele te (rys. 6) znane są jako dyslokacje typu **Volterra** [5].

Naprężenie styczne τ wywołuje siłę działającą na dyslokację, przemieszczając ją przez kryształ. Dyslokacje ślizgają się stopniowo; przemieszczanie atomów nie odbywa się jednocześnie, a sama dyslokacja nie jest zamknięta w ograniczonej objętości – musi albo wychodzić na powierzchnię, albo tworzyć pętlę dyslokacyjną. Dyslokacje obejmują pewien obszar poślizgu, np. tworząc barierę Lomer-Cottrella. Dwie dyslokacje mogą się zablokować lub nawet wzajemnie zniszczyć [102].



Rys. 6. Schematy przemieszczeń przez kryształ : **a)** dyslokacji krawędziowej; **b)** dyslokacji śrubowej (w prawo po poślizgu) , b - wektor Burgersa.

Żeby nastąpiło odkształcenie plastyczne, siła działająca na dyslokację musi pokonać opór ruchu dyslokacyjnego, który spowodowany jest tarcie wewnętrzne oraz umocnieniem ośrodka polikrystalicznego, wynikającym z obecności pierwiastków stopowych oraz różnych małych wtrąconych cząstek. Naprężenie τ musi dyslokację przesuwając pomiędzy tymi przeszkodami.

Mechanizmy umacniania agregatów komplikują się przez wzajemne oddziaływanie krystalitów (ziaren), umocnienie wydzieleniowe dyspersyjne (np. w wyniku obróbek cieplnych), umocnienie roztworowe (zwłaszcza dla stopów metali kolorowych) itd.

Można stwierdzić, że w ośrodku polikrystalicznym, pod wpływem quasi-statycznego jednowymiarowego obciążenia następuje zwiększenie ilości dyslokacji (rozmnożenie np. wskutek działania źródeł Frank - Reada), a stopniowy ruch dyslokacji wywołuje odkształcenie.

Gdy w REO na granicy ziarna znajdzie się pewna ilość dyslokacji, tworzy się mikropeknięcie. Osiąga się wtedy punkt krytyczny, który wyznacza początek mikroplastyczności: $(d\sigma/d\varepsilon)_{\varepsilon=\varepsilon_{ys}^*} = K_0$.

Ponieważ dyslokacja przyciąga defekty punktowe sieci (wakanse, atomy międzywęzłowe), które tworzą „atmosferę” Cottrella, dalszy jej ruch się utrudnia. Tym tłumaczy się zjawisko typu „zabć ciągłości” [2]. Dalszy wzrost obciążenia powoduje mocne „zanieczyszczenie” ośrodka, co hamuje proces rozmnożenia dyslokacji. Równocześnie nasila się ich ruch wskutek wyrwania z „atmosfery” Cottrella i zwiększa się propagacja mikropeknięć. Na granicach ziaren mikropeknięcia powodują ślizganie krystalitów, skąd wynika ruch granicy ziaren przy stosunkowo małym wzroście naprężenia (odkształcanie plastyczne).

Reasumując, można sformułować zasady konstytutywne modelu w sposób następujący:

1. Zakładamy, że w temperaturze pokojowej, w zadanym ośrodku polikrystalicznym (REO) o wymiarach ograniczonych, istnieje w stanie „zamrożonym” pewna ilość defektów punktowych oraz liniowych – dyslokacji.

2. W wyniku wzrastającego quasi-statycznego obciążenia normalnego, ilość defektów liniowych w substrukturze szybko wzrasta, a prędkość ich ruchu stopniowo się zwiększa, co wywołuje odkształcanie objętościowe.

3. W okolicach punktu krytycznego ($\sigma = \sigma_{ys}^*$), kiedy współczynnik umocnienia zmniejsza się do poziomu modułu Helmholtza K_0 , następuje stan mikroplastyczności; wskutek działania mikropeknięć wzrasta „zanieczyszczenie” ośrodka, a prędkość ruchu dyslokacji się zmniejsza.

4. Po przejściu punktu krytycznego prędkość ruchu dyslokacji znacznie się zwiększa (zwłaszcza po oderwaniu ich od „atmosfery” Cottrella), lecz wzrost ich ilości (populacji) jest zahamowany; temu sprzyja i podwyższona temperatura przy zmianach kształtu.

W mechanice klasycznej ciało stałe zwykle rozpatruje się jako system konserwatywny, czyli taki, w którym nie występują nieodzwonne zmiany strukturalne pod wpływem obciążenia zewnętrznego.

Niemniej próba obciążenia w zakresie pełnym przejawia cechy procesu dyssypacyjnego, ponieważ w tym przypadku obciążenie powoduje nieodwracalne zmiany strukturalne (warto tu przypomnieć efekt Bauschinger’a, efekty tarcia wewnętrznego itd.).

Różnica pomiędzy systemami konserwatywnymi i dyssypacyjnymi najbardziej jaskrawe przejawia się w trakcie ich przedstawienia w postaci modelu matematycznego na poziomie makrostrukturalnym.

Wtedy, w każdym momencie stan systemu kształtuje się za pomocą jednej lub kilku zmiennych, które są inwariantne względem odwrócenia czasu, tzn. zdarzenia będą występować i wymieniać się nieodzwonne.

Jeżeli REO rozpatrywać jako zamknięty, samoorganizujący się system nieliniowy, w którym „rozmnąża” się pewna ilość dyslokacji pod wpływem obciążenia, to stan tego systemu dyssypacyjnego będzie uzależniony nie tyle od stanu w chwili poprzedniej, ile od wpływu wszystkich stanów ubiegłych [38].

Model matematyczny takiego systemu dyssypacyjnego w przypadku ogólnym można przedstawić równaniem całkowo-różniczkowym (7):

$$(7) \quad \varphi'(t) = F \left\{ t, \varphi, \int_{t-\tau}^t K[t, s, \varphi(s)] ds \right\},$$

gdzie: $\varphi(t)$ - rozwiązanie poszukiwane,

t - czas bieżący,

τ - odcinek czasowy, decydujący dla skutków późniejszego oddziaływania.

Jądro równania całkowo-różniczkowego $K[t, s, \varphi(s)]$ wyznacza wartość oddziaływania systemu w momencie s i określa wpływ tego oddziaływania na stan systemu w momencie $t > s$.

Według pierwszego twierdzenia teorii podobieństwa zakładamy, że istnieje podobieństwo kryterialne pomiędzy kinetyką ruchu dyslokacji w ośrodku dyssypacyjnym (wywołany działaniem sił zewnętrznych), a dynamiką wzrostu populacji (prędkość reprodukcji) w systemie populacyjnym Volterra [20] (w przypadku reprodukcji w ośrodku ograniczonym, który jest analogiem REO). Wtedy:

$$(8) \quad \varphi'(X) = \left[A - B\varphi(X) - \int_0^X \varphi(s)k(X-s)ds \right] \varphi(X),$$

gdzie: A, B – stałe reologiczne;

X - zmienna niezależna, która występuje, jako analog miary odkształcenia w systemie zamkniętym (7), w którym, pod wpływem jednowymiarowego quasi-statycznego obciążenia, wzrasta populacja dyslokacji w warunkach postępującego „zanieczyszczenia” kontinuum (agregat polikrystaliczny).

Funkcja pod całką w (8) zależy od dwóch argumentów: X i s (przez ich różnicę) i wyraża spadek współczynnika umocnienia w obszarze odkształceń plastycznych (zmian kształtu).

Zakładając, że w momencie, gdy rozpoczyna się odkształcenie w REO istnieje pewna stała liczba dyslokacji, możemy przyjąć: $k(X) = C = \text{const}$;

stąd mamy: $\int_0^X \varphi(s)ds = Y(X)$ i $\varphi(X) = Y'(X)$.

W wyniku tej transformacji otrzymujemy dla ograniczonego ośrodka populacyjnego z „zanieczyszczeniem” nieliniowe równanie różniczkowe (9):

$$(9) \quad Y''(X) = Y'(X) \left[A - BY'(X) - CY(X) \right].$$

Przyjmując, jako współczynnik skali $m_x^* = C/B$ możemy wprowadzić nowy argument: $x = m_x^* X$. Mnożąc obie części (9) przez $(B/C)^2$ w przypadku $C > 0, A > 0, B > 0$ otrzymujemy dla $Y(0) = 0, Y'(0) = Q^*$:

$$(10) \quad Y''(x) = BY'(x) \left[Q^* - Y(x) - Y'(x) \right],$$

gdzie: $Q^* = A/C$ - nowa stała reologiczna (analog E_0 według zasady liniowego podobieństwa kryterialnego).

Równanie różniczkowe (10) opisuje proces jednowymiarowego odkształcania REO (homogenizowanego kontinuum), który posiada „miękką” charakterystykę umocnienia (rys. 2); natomiast dla metali i stopów ze „sztywną” charakterystyką (rys. 7) niektóre stałe reologiczne zmieniają swe znaki.

Jeżeli $C < 0, A > 0, B > 0$, dla nich, przy tych samych warunkach brzegowych, otrzymujemy (11):

$$(11) \quad Y''(x) = BY'(x) \left[Q^* + Y(x) - Y'(x) \right].$$

Równania różniczkowe (10) i (11) dopuszczają obniżanie rzędu równania.

Jeżeli postulujemy $p(Y) = Y'$ i $Y'' = p(dp/dy)$, to wtedy mamy:

$$(12) \quad dp/dY = B(Q^* \pm Y - p) \quad \text{dla: } p(0) = Q^*.$$

Postulując drugi współczynnik skali: $m_y^* = |B|$, wprowadzamy nową zmienną, jako miarę obciążenia: $y = m_y^* Y$.

Równanie różniczkowe (12) ma rozwiązanie klasyczne według znanej metody Lagrangea.

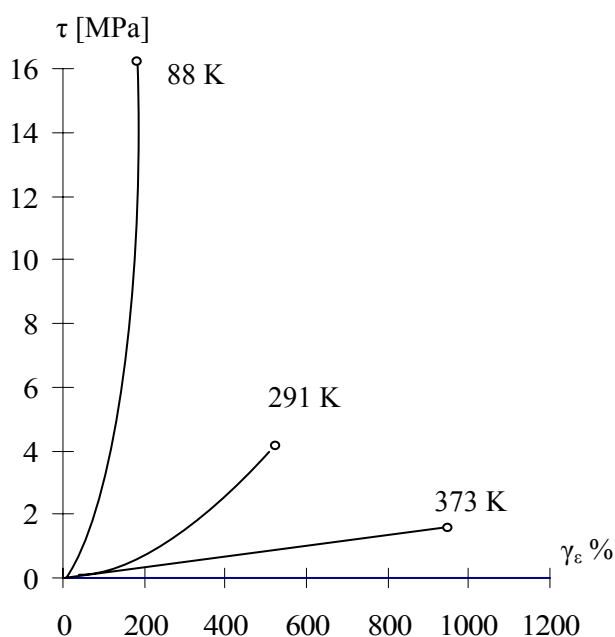
Dla agregatów z „miękką” charakterystyką umocnienia wyniki przedstawione są poniżej w (13a) – dla rozciągania i w (13b) – dla ściskania:

$$(13) \quad \begin{cases} y' = Q - y + 1 - e^{-y} & (a) \\ y' = Q + y + 1 - e^y & (b) \end{cases}$$

gdzie: $y = m_y \sigma$, $x = m_x \varepsilon + C_0$;

m_x, m_y - mnożniki podobieństwa (stałe modelu, które estymuje się);

$Q = m_y E_0 / m_x$; $C_0 = \text{const.}$



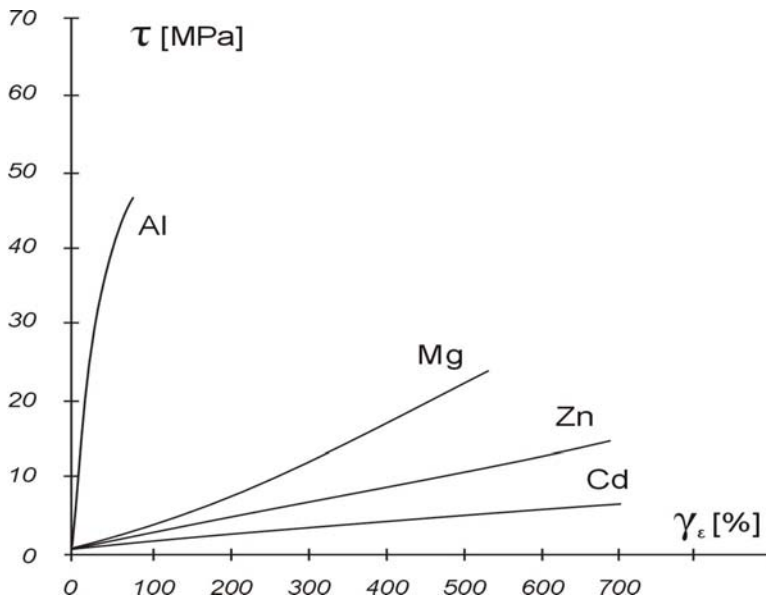
Rys.7. Wykresy odkształcania postaciowego krysztalów Cd w różnych temperaturach [125].

O ile y jako zmienna zależy od obciążenia, o tyle argument x zależy od miary odkształcenia ε (według Cauchy) i pewnej stałej C_0 , która definiuje warunki początkowe równania (13): $y(C_0) = 0$.

Równania różniczkowe (14a) - dla rozciągania i (14b) - dla ściskania opisują odkształcenia przy obciążeniu agregatów ze „sztywną” charakterystyką umocnienia (dla $y(C_0) = 0$); są to przeważnie metale i stopy posiadające strukturę HZ (heksagonalną zwartą): Cd, Zn, Mg (rys. 8).

$$(14) \quad \begin{cases} y' = Q + y + e^{-y} - 1 & (a) \\ y' = Q - y + e^y - 1 & (b) \end{cases}$$

Równania (13) i (14)* też nie posiadają rozwiązania analitycznego (w kwadraturach), chociaż zmienne można rozdzielić.



Rys. 8. Wykresy „naprężenie-odkształcenie ścinające” dla monokryształów Al z „miękką” charakterystyką umocnienia oraz monokryształów Zn, Cd, Mg ze „sztywną” charakterystyką.

W zasadzie niewiadome pozostają trzy parametry: m_x , m_y i C_0 (o ile E_0 można wyznaczyć doświadczalnie w toku badań ultradźwiękowych).

*Niestabilność zachowania tego systemu (raczej struktury z pewnymi cechami samoorganizacji) dla $Q \geq 0$ przy obciążeniu (patrz równania 14a), wynika z metody pośredniej Lapunowa (zwana także „pierwszą metodą Lapunowa”); co znakomicie potwierdza się doświadczalnie.

Funkcja $y(x)$ ma tylko jedno ekstremum (maksimum) w punkcie $[x_m, y_m]$ i jest monotoniczna w obszarze $y \in [0, y_m]$, co stwarza pewne możliwości analityczne dla wyznaczenia owych parametrów niewiadomych.

Ciekawe jest porównanie wyników modelu (13) z wynikami doświadczalnymi Hartiga (5). Jak wiadomo, zbadał on zależność nieliniową $\sigma(\varepsilon)$ dla $\varepsilon \rightarrow 0$, co odpowiada przypadkowi $y \rightarrow 0$ w (13).

Łatwo stwierdzić, że oba równania są zgodne, o ile można przyjąć $e^{-y} \approx 1$ dla $y \rightarrow 0$ (z dokładnością uzależnioną od wartości współczynników stałych).

Można zwiększyć dokładność w obszarze odkształceń objętościowych, jeżeli rozwinąć e^{-y} w szereg *Laurenta*, biorąc pod uwagę tylko trzy składowe wielomianu: $e^{-y} \approx 1 - y + y^2/2$.

Dla $y(0) = 0$ z (13) w przypadku rozciągania otrzymujemy równanie: $y' = Q(1 - y^2/2Q)$, które ma rozwiązanie w postaci (15):

$$(15) \quad y = y^* \operatorname{th}(Qx / y^*),$$

gdzie: $y^* = \sqrt{2Q}$.

Jeżeli porównać (15) z (4), łatwo zauważyć kryterialne podobieństwo. Wzór Pragera (4) potwierdza się badaniami doświadczalnymi, zwłaszcza przy rozciąganiu stali niskowęglowej. Warto dokładniej przeanalizować w tych warunkach umocnienie „homogenizowanego” kontinuum ze „sztywną” charakterystyką odkształceniową (rys. 7).

W opracowaniu źródłowym Bella [21] cały problem sprowadzony jest do stwierdzenia: „*W chwili następującej Zn i Cd studiuje się, jako przykłady ciał niestałych, w których wartości modułów sprężystości są wyjątkowo czułe na małe zmiany technologiczne w poprzednich obróbkach termicznych i mechanicznych, a także (zależą) od metody badań wytrzymałościowych.*”

Zobaczmy, co wynika z modelu: substytucją $e^y \approx 1 + y + y^2/2$ w (14) otrzymujemy równanie $y' = Q(1 + y^2/2Q)$, skąd dla $y(0) = 0$ mamy wzór:

$$(16) \quad y = y^* \operatorname{tg}(Qx / y^*).$$

Łatwo można zauważyć zgodność (16) z wynikami doświadczalnymi (rys. 7).

Niestałość mechaniczna tego kontinuum może wynikać wprost ze „sztywności” maszyny wytrzymałościowej; zniszczenie następuje po osiągnięciu granicy krytycznej dla wzdłużnego odkształcenia: $\varepsilon_f = \pi / (m_x \sqrt{2Q})$.

Przy odkształceniach znikomych ($\varepsilon \rightarrow 0$), według modelu w tym środowisku także działa prawo Hooke’a: $\lim_{x \rightarrow 0} (y/Qx) = 1$.

3.3. Wyznaczanie parametrów modelu na podstawie wyników badań ultradźwiękowych

W wyniku badań ultradźwiękowych dla kontinuum materialnego (ciała stałego) wyznacza się z dużą dokładnością prędkość propagacji c_i i tłumienie α_i fal podłużnych: $\{c_L, \alpha_L\}$, poprzecznych $\{c_T, \alpha_T\}$ lub powierzchniowych: $\{c_R, \alpha_R\}$. Tłumienie fal ultradźwiękowych zależy od mikrostruktury (wielkości ziaren, liczby falowej itd.), natomiast prędkości występują jako parametry makrostrukturalne. Jednorodny (albo homogenizowany) ośrodek izotropowy posiada dwie niezależne stałe sprężystości. Można je wyznaczyć, jako parę modułów sprężystości: E , E_0 , K_0 , G_0 i ν_0 .

Z wyników badań ultradźwiękowych najłatwiej szacują się: $E_0 = \rho c_L^2$ i $G_0 = \rho c_T^2$ (ρ – gęstość ośrodka propagacji fal, G_0 – moduł ścinania przy małych odkształceniach postaciowych*).

Liczba Poissona ν zmienia się znacznie ze wzrostem obciążenia (rys. 3), więc $\nu_0 = 0,5(c_L^2/c_T^2 - 2)/(c_L^2/c_T^2 - 1)$ szacuje jej wartość dla odkształceń małych (*infinitesimal deformation*), która zależy tylko od prędkości fal ultradźwiękowych.

Moduł sprężystości objętościowej K_0 natomiast jest względnie najmniej podatny na wpływ obciążenia (zwłaszcza w obszarze odkształceń sprężystych).

Zmiany względne K_0 według wzoru Bridgmana (patrz [23], [61]), przy obciążeniach jednowymiarowych są $\delta_K^{\%} = 0.432\%$ (dla $\sigma = 300$ MPa, $\alpha - \text{Fe}$).

Grüneisen [24], badając wpływ anizotropii na stałe sprężystości stwierdził, że

* Wertheim [22] pierwszy udowodnił doświadczalnie zmiany $G(\tau)$ (nieliniowość modułu ścinania) ze wzrostem naprężenia stycznego τ , co zostało potwierdzone z dużą dokładnością w latach siedemdziesiątych wieku ubiegłego.

błąd $\pm 1\%$ przy oszacowaniu E_0 i G_0 prowadzi do około $\pm 10\%$ niedokładności oszacowania V_0 .

Dlatego tylko nowoczesne ultradźwiękowe metody nieniszczące mogą zapewnić wysoką dokładność oszacowania liczby Poissona $\delta_v^{\%} \leq 0.2\%$.

Konkludując można stwierdzić, że wyznaczanie parametrów modelu przy „miękkim” sposobie obciążenia, (co odpowiada warunkom eksploatacyjnym) opiera się na nieliniowej zależności $\nu(\sigma)$ (rys. 3); punkt krytyczny (początek mikroplastyczności) $\sigma = \sigma_{ys}^*$ wyznacza się, jako wierzchołek geometryczny krzywej „naprężenie-odkształcenie”. Jak wiadomo, w ciele stałym, przy dynamicznych (udarowych) obciążeniach prędkość fal plastycznych [25] wynosi $c_p = \sqrt{K_0 / \rho}$, co wiąże się ze współczynnikiem umocnienia w wyżej wymienionym punkcie krytycznym $(d\sigma / d\varepsilon)_{\varepsilon=\varepsilon_{ys}^*} = K_0$.

Ponieważ odkształcenia objętościowe ($\varepsilon \leq \varepsilon_{ys}^*$) są relatywnie małe ($\varepsilon_{el} \ll \varepsilon_{pl}$), a $\sigma'(\varepsilon) \in [E_0, K_0] \gg 1$, promień krzywizny $R(\varepsilon)$ może być oszacowany w tym obszarze zgodnie z zasadami geometrii analitycznej (w przybliżeniu, według klasycznej teorii wytrzymałości) wartością $1/|\sigma''(\varepsilon)|$.

Wspomniany wierzchołek wiąże się z początkiem mikroplastyczności, tzn. z punktem krytycznym, który może być wyznaczony z warunku $\sigma'''(\varepsilon) = 0$, ponieważ odpowiada punktowi ekstremalnemu dla $R(\varepsilon)$.

Na podstawie pierwszego twierdzenia teorii podobieństwa [26], wskutek podobieństwa kryterialnego między pochodnymi $\sigma'''(\varepsilon)$ i $y'''(x)$ można zgodnie z (10) uzyskać równanie (17):

$$(17) \quad y''' = y''(Q - y - 2y') - (y')^2$$

Ekstremum krzywizny (wierzchołek krzywej) otrzymuje się, kiedy $y'''(x) = 0$; więc sprowadza się do zależności: $y_0' = (q - y_0')(q - 2y_0')$, gdzie: $q = Q - y_0$, $y_0' = (dy/dx)_{x=x_0}$; z tym, że sam punkt krytyczny ma współrzędne $[x_0, y_0]$. Stosując trywialne przekształcenia algebraiczne otrzymujemy:

$$(18) \quad Q - y_0 = \frac{3}{2} y_0' - \frac{1}{2} \sqrt{y_0'(y_0' + 4)}.$$

Wskutek podobieństwa $E_0/K_0 = Q/y_0'$ wynika:

$$(19) \quad Q/y_0' = F(\nu_0) = 3(1 - \nu_0)/(1 + \nu_0).$$

Przy odciążeniu według (13): $e^{-y_0} = (Q - y_0) + 1 - y_0'$, więc uwzględniając wzór (18), otrzymujemy równania (20):

$$(20) \quad \begin{cases} y_0 = -\ln \left[1 + y_0' \left(1/2 + \sqrt{1/4 + 1/y_0'} \right) \right] \\ y_0 = -y_0' \left(3/2 + \sqrt{1/4 + 1/y_0'} \right) + y_0' F(\nu_0). \end{cases}$$

Rozwiązania (20) szukamy w postaci numerycznej dla niewiadomej y_0' przy znanej liczbie Poissona ν_0 (jej wartość była ustalona doświadczalnie na podstawie badań ultradźwiękowych):

$$(21) \quad y_0'(n+1) = \frac{\ln \left\{ 1 + y_0'(n) \left[0,5 + \sqrt{0,25 + 1/y_0'(n)} \right] \right\}}{\left[1,5 + \sqrt{0,25 + 1/y_0'(n)} - F(\nu_0) \right]},$$

gdzie funkcja $F(\nu_0)$ odpowiada wzorowi (19).

Po obliczeniu wartości y_0' , parametr reologiczny modelu $Q = F(\nu_0)y_0'$ można oszacować dokładnie. Krok następny przewiduje wyznaczenie m_x i stałej C_0 , która określa warunki początkowe w (13) i (14).

Ponieważ stwierdza się dosyć często, że „nie istnieje jedność w ustaleniu miary odkształceń” ([6], [21]), stała C_0 musi być oszacowana dla obu miar powszechnie stosowanych: \mathcal{E} (umownej, według Cauchy) i $\bar{\mathcal{E}}$ (naturalnej, czyli rzeczywistej - według Ludwika).

Na podstawie zasady podobieństwa liniowego niewiadomych, przyjmujemy $x = m_x \mathcal{E} + C_0$.

Bernoulli używał, jako miarę stopnia odkształcania $\lambda_l = (l_0 \pm \Delta l)/l_0$.

W tym przypadku $C_0 = m_x$, ponieważ wtedy: $x = m_x(\varepsilon + 1) = m_x \lambda_l$.

Więc dla miary ε mamy: $C_0 = 0$, a dla $\bar{\varepsilon}$ odpowiednio: $C_0 = m_x$.

Jak już wykazaliśmy, funkcja $y(x)$ w odcinku $y \in [0, y_m]$ jest monotoniczna (pierwsza pochodna nie zmienia swego znaku i nie ma punktów nieciągłości). Współrzędne punktu ekstremalnego $[x_m, y_m]$ można oszacować w dwóch krokach; na początku uzyskujemy z (13) równania dla wartości maksymalnej: $y_m^r + e^{-y_m^r} = Q + 1$ (dla rozciągania, kiedy $y_m = y_m^r$) i $e^{y_m^s} - y_m^s = Q + 1$ (dla ściskania, kiedy $y_m = y_m^s$).

Po tym, korzystając z monotoniczności funkcji $y(x)$ można obliczyć x_m z (22) dla każdego typu obciążenia: (22a) - dla rozciągania, (22b) - dla ściskania.

$$(22) \quad x_m = \begin{cases} \frac{y_m}{(1/y_m) \int_0^{y_m} (Q+1-y-e^{-y}) dy} = \frac{y_m}{Q+1-y_m/2+(e^{-y_m}-1)/y_m} & (a) \\ \frac{y_m}{(1/y_m) \int_0^{y_m} (Q+1+y-e^y) dy} = \frac{y_m}{Q+1+y_m/2-(e^{y_m}-1)/y_m} & (b) \end{cases}$$

Ponieważ przy rozciąganiu: $e^{-y_m} - 1 = Q - y_m$ (patrz (23a)), a przy ściskaniu: $e^{y_m} - 1 = Q + y_m$ (patrz (23b)), więc z (22) można otrzymać (23) :

$$(23) \quad x_m = \begin{cases} \frac{y_m/Q}{1+1/y_m - (y_m/Q)/2} & (a) \\ \frac{y_m}{1-1/y_m + (y_m/Q)/2} & (b) \end{cases}$$

Przy odkształceniach znikomych z (13) wnioskujemy, że zachowanie się ciał z „miękką” charakterystyką umocnienia odpowiada zachowaniu ciała idealnie sprężystego Hooke’a: $\varepsilon = \sigma / E_0$.

Przypuśćmy, że pod wpływem działania czynników zewnętrznych (np. nagłe przechłodzenie) przestrzenny moduł sprężystości E_0 wzrasta nieograniczenie tak, że $\lim_{E_0 \rightarrow \infty} \varepsilon = 0$.

W tym przypadku ($\Delta l_x \rightarrow 0$), ciało Hookea przekształca się w ciało absolutnie sztywne (ciało Euklidesa). W modelu przypadek ten odpowiada $Q \rightarrow \infty$, więc z warunku odzyskania punktu ekstremalnego przy rozciąganiu otrzymujemy: $\lim_{Q \rightarrow \infty} (y_m / Q) = \lim_{Q \rightarrow \infty} [1 + (1 - e^{-y_m}) / Q] = 1$.

Wniosek jest taki, że przy rozciąganiu wytrzymałość maksymalnie możliwa dla ośrodka z „miękką” charakterystyką odkształcania, odpowiada wartości E_0 .

Ponieważ $\lim_{Q \rightarrow \infty} (y_m / Q) = 1$, dla x_m^E ciała Euklidesa z (23) (w przypadku rozciągania) otrzymujemy $x_m^E = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} m_x (1 + \Delta l / l_0) = 2$. Tak, więc w przypadku stosowania miary Bernoulli $m_x = C_0 = 2$, a to znaczy, że dla odkształceń rzeczywistych Ludwika mamy: $x = 2\bar{\varepsilon} + 2$. Stosując miarę Cauchy odpowiedni wzór ma postać: $x = 2\varepsilon$ (w tym przypadku $C_0 = 0$).

Reasumując treść rozdziału 3 można stwierdzić, że model konstytutywny jest skonstruowany rzetelnie z punktu widzenia teorii podobieństwa i opiera się na fundamentalnych zasadach teorii równań tworzących Truesdella i Nolla.

Dla każdej wartości liczby Poissona ν_0 , która uzyskana jest w wyniku badań doświadczalnych (poprzez stosunek prędkości fal ultradźwiękowych C_L / C_T) można obliczyć numerycznie y_0' z (21), dla odpowiedniego znaczenia $F(\nu_0)$ (według (19)).

Parametr reologiczny modelu: $Q = y_0' F(\nu_0)$.

Współczynnik modelowy odkształceń jest stały: $m_x = 2$, a kiedy stosują się odkształcenia umowne (według Cauchy) stała $C_0 = 0$.

Modelowy mnożnik podobieństwa naprężeń uzależniony jest od $E_0 = \rho C_L^2$ i oblicza się według wzoru: $m_y = m_x Q / E_0 = 2Q / E_0$.

Rozdział 4

Wyznaczanie własności mechanicznych z modelu i weryfikacja wzorów obliczeniowych

4.1. Wyznaczanie trwałego wydłużenia ε_f i przewężenia Ψ po próbie rozciągania

Trwałe wydłużenie naturalne (rzeczywiste) po zniszczeniu próbki w trakcie badań wytrzymałościowych $\bar{\varepsilon}_f$ przy jednoosiowych obciążeniach odpowiada granicy zerwania σ_f i z uwzględnieniem konkluzji z poprzedniego rozdziału szacuje się według wzoru: $\bar{\varepsilon}_f = \ln(x_m / 2)$.

Z uwzględnieniem równań (23) otrzymujemy (24a) - dla rozciągania, (24b) - dla ściskania:

$$(24) \quad \bar{\varepsilon}_f = \begin{cases} \ln\left(\frac{y_m/Q}{2 + 2/y_m - y_m/Q}\right) & (a) \\ \ln\left(\frac{y_m/Q}{2 - 2/y_m + y_m/Q}\right) & (b) \end{cases}$$

Trwałe wydłużenie proporcjonalne (według Cauchy): $\varepsilon_f = e^{\bar{\varepsilon}_f} - 1$. Trwałe przewężenie względne przekroju poprzecznego po próbie rozciągania zależy od $\bar{\varepsilon}_f$ według wzoru:

$$(25) \quad \Psi = 1 - e^{-\bar{\varepsilon}_f}.$$

Przykład 1.

Stal St18GS ma gęstość $\rho_{St} = 7,8 \text{ g/cm}^3$ i po badaniach ultradźwiękowych oszacowano prędkości $C_L = 5,94 \text{ mm}/\mu\text{s}$ - dla fal podłużnych oraz $C_T = 3,22 \text{ mm}/\mu\text{s}$ - dla fal poprzecznych. Oszacować wartości własności mechanicznych ε_f i Ψ .

Wartość $\nu_0 = 0.5(c_L^2 / c_T^2 - 2) / (c_L^2 / c_T^2 - 1) = 0,291926$, więc z (19) otrzymujemy: $F(\nu_0) = 1,644$.

Rozwiązując równania numeryczne (21) z dokładnością $\pm 10^{-4}$ wyznaczamy: $Q = 1,3869$. W przypadku rozciągania z (13) odnajdujemy: $y_m^r = 2,285257$ (dla ściskania mamy odpowiednio $y_m^s = 1,30666$). Substytucją w (24) odnajdujemy dla rozciągania $\bar{\varepsilon}_f = 0,29446$ (dla ściskania $\bar{\varepsilon}_f = -0,40427$).

W przypadku jednowymiarowego obciążenia rozciąganiem dla próbek badanych mamy odpowiednio:

$$\varepsilon_f = e^{\bar{\varepsilon}_f} - 1 = 0,3424 \quad \text{i} \quad \Psi = 1 - e^{-\bar{\varepsilon}_f} = 0,2551.$$

Zespół próbek $N = 10$ tej stali badano na maszynie wytrzymałościowej (zrywarce) z napędem hydraulicznym i otrzymano średnią wartość wydłużenia trwałego: $\langle \varepsilon_f \rangle = 35,2\%$.

Błąd oszacowania modelem wynosi $\delta_{\varepsilon_f} = -2,73\%$.

4.2. Wyznaczanie wskaźników umocnienia \bar{m} - dla odkształceń naturalnych (rzeczywistych) i m - dla odkształceń umownych

Wskaźnik umocnienia rzeczywistego \bar{m} wyznacza poziom naprężenia jednowymiarowego σ_B , od którego rozpoczynają się zmiany kształtu próbki w warunkach niestałości mechanicznej i znacznych odkształceń plastycznych (początek tworzenia „szyjki” na wykresie rzeczywistym). Przy wzroście obciążenia, kiedy naprężenie $\sigma \geq \sigma_{ys}^*$ przekracza fizyczną granicę sprężystości, zależność naprężenie – odkształcenie interpolował Bernoulli wzorem parabolicznym: $\sigma = A_0 \varepsilon^m$ (dwieście lat później tę zależność powszechnie wprowadzili Bach i Schüle).

Wskaźnik umocnienia Bernoulliego m różni się od wskaźnika rzeczywistego \bar{m} , który wyznacza się z równania: $(d\sigma / d\varepsilon)_{\bar{\varepsilon}=\bar{m}} = \sigma(\bar{m})$.

Metale konstrukcyjne z reguły mają niewielkie odkształcenia plastyczne, dlatego, na podstawie konstytuowanego modelu, dla ośrodków ze „szywną” charakterystyką umocnienia (13) można uzyskać wartość y_B według równania numerycznego:

$$(26) \quad y_B(n+1) = \left[Q + 1 - e^{-y_B(n)} \right] / 2 .$$

Łatwo stwierdzić, z (26), że dla ciała Euklidesa $\lim_{Q \rightarrow \infty} (y_B / Q) = 1/2$, skąd wynika, że maksimum wytrzymałości teoretycznej $\sigma_{us}^{teor} = Q / (2m_x) = E_0 / 4$.

Badania wytrzymałościowe monokryształów $\alpha - \text{Fe}$ dają wyniki bardzo zbliżone: $\sigma_{us}^{\max} \approx E / (3 \div 4)$.

Wyznaczanie wartości y_B z (26) daje możliwość obliczenia odpowiedniej jej wartości x_B w przypadku rozciągania przez analogię z (22).

$$(27) \quad x_B = \frac{y_B / Q}{1 + 1/Q - y_B / (2Q) + (e^{-y_B} - 1) / (y_B Q)} .$$

Na podstawie zasady podobieństwa dla odkształceń inżynierskich (proporcjonalnych) uzyskujemy:

$$(28) \quad x_B / x_m = (e^{\bar{m}} - 1) / (e^{\bar{\varepsilon}_f} - 1) .$$

Poszukiwany wskaźnik odkształceń naturalnych \bar{m} wyznacza się z (24) i (27) w postaci:

$$(29) \quad \bar{m} = \ln \left[1 + 0,5x_B(1 - e^{-\bar{\varepsilon}_f}) \right] .$$

Wróćmy do wskaźnika Bernoulliego m , który odpowiada równaniu $d\sigma / d\varepsilon = (m / \varepsilon)\sigma$. Jeżeli pomnożymy obie części tego równania przez $(1 + \varepsilon)$, mając na uwadze, że $\bar{\varepsilon} = \ln(1 + \varepsilon)$, łatwo otrzymujemy: $m = (1 - e^{-\bar{\varepsilon}}) [(d\sigma / d\bar{\varepsilon}) / \sigma]$.

Gdy spełniony jest warunek: $d\sigma / d\bar{\varepsilon} = \sigma$, mamy $\bar{\varepsilon} = \bar{m}$, skąd dla wskaźnika Bernoulliego otrzymujemy zależność:

$$(30) \quad m = 1 - e^{-\bar{m}} .$$

Dla ciała Euklidesa $Q \rightarrow \infty$ (ciało absolutnie sztywne), wtedy z (27) wynika: $x_B^E = 2/3$; nieco wcześniej obliczyliśmy $x_m^E = 2$. Wartość wskaźnika umocnienia rzeczywistego w tym przypadku będzie: $\bar{m} = \ln(1 + \varepsilon_f / 3)$.

Dla ciał kruchych wartości ε_f są małe, więc działa wzór przybliżony: $m/\varepsilon_f \approx 1/3$. Spróbujemy oszacować błąd modelu w odniesieniu do wzoru interpolacyjnego Bacha-Schüle: $(\sigma/\sigma_0) = (\varepsilon/\varepsilon_0)^m$. Zgodnie z (26) dla ciała absolutnie sztywnego: $y_B/y_m = y_B/Q = 1/2$, więc według wzoru Bacha-Schüle: $m = \ln(y_B/y_m)/\ln(x_B/x_m) = \ln 2 / \ln 3^*$.

Na podstawie (30) znajdujemy poszukiwaną wartość $\bar{m} = 0,99677$; wiadomo, że w tym przypadku wartość teoretyczna wynosi: $\bar{m}_0 = 1$.

Błąd modelu przy ocenie \bar{m} jest rzędu $\delta_{\bar{m}}^{\%} = -0,323\%$.

Przykład 2.

Obliczyć wskaźniki odkształceń m i \bar{m} dla stali St18GS, korzystając z oszacowanych w przykładzie 1 wartości parametrów:

$$Q = 1,3869; y_m = 2,285257; \bar{\varepsilon}_f = 0,29446.$$

Według wzoru (26) obliczamy numerycznie z dokładnością $\pm 10^{-4}$: $y_B = 1,0115$, a wtedy odpowiednia wartość $x_B = 0,80802$ (z wzoru (27)).

Z równania (29) w przypadku rozciągania dla ustalonych wartości x_B i ε_f otrzymujemy: $\bar{m} = 0,09806$. Zatem wyznaczamy z (30): $m = 0,0934$.

4.3. Interpolacja wykresu rozciągania i oszacowanie wytrzymałości teoretycznej

Odształcenia plastyczne ε_{pl} pod wpływem jednowymiarowego obciążenia ośrodka sprężysto-plastycznego wywołują znaczne zmiany kształtu, kiedy $\sigma > \sigma_B$. Te zmiany wyrażają się w uformowaniu szyjki (zweżenie przekroju poprzecznego) w warunkach niestabilności mechanicznej.

Dla materiałów kruchych wytrzymałość σ_B równa się granicy zerwania σ_f , dla materiałów sprężysto-plastycznych jednak $\sigma_f > \sigma_B$ i zerwanie następuje w warunkach złomu plastycznego.

* Oszacowana wartość $m = \ln 2 / \ln 3$ równa się wymiarowi d_c zbioru Kantora [59], który przejawia własności dziwnego atraktora nieokresowego, czyli fraktala; wiąże się to znakomicie z teorią chaosu deterministycznego w stosunku do ruchu dyslokacji.

W tym przypadku odkształcenie plastyczne minimalizuje energię potencjalną próbki J , która jak wiadomo jest proporcjonalna do całki liniowej z kwadratu krzywizny funkcji naprężenie-odkształcanie.

O ile krzywizna odpowiada (w przybliżeniu) drugiej pochodnej $\sigma''(\varepsilon)$, zmiany

kształtu będą odpowiadać warunkowi: $J[\sigma(\varepsilon)] = \int_0^{\varepsilon_f} [\sigma''(\varepsilon)]^2 d\varepsilon \rightarrow \min$.

Oszacowanie zmian kształtu sprowadza się do wyznaczania ekstremali funkcjonału $F(y, y') = (y')^2(Q - y - y')^2$ (zgodnie z (11)).

Więc mamy $J[y(x)] = \int_0^{x_m} F(y, y') dx \rightarrow \min$, czyli klasyczne zadanie

wariacyjne według wprowadzonego modelu dla umocnienia agregatów polikrystalicznych z „miękką” charakterystyką sprężystą.

W przypadku jednowymiarowego rozciągania (13): $Q - y - y' = e^{-y} - 1$ i

zadanie można przedstawić w postaci: $J[x(y)] = \int_0^{y_m} y'(e^{-y} - 1)^2 dy$.

Jeżeli zamienić $y(x)$ funkcją odwrotną $x(y)$, to, ponieważ pochodna tej funkcji $y' = dy/dx$ nie zmienia znaku w odcinku $x \in [0, x_m]$ i nie posiada punktów nieciągłości, można postulować: $\tilde{y}' = 1/y' = dx/dy$.

W tym przypadku zadanie wariacyjne da się przeformułować w postaci (31), tak, że argumentem będzie y :

$$(31) \quad J[x(y)] = \int_0^{y_m} [(e^{-y} - 1)^2 / \tilde{y}'] dy.$$

Poszukujemy krzywej Lagrangea, przechodzącej przez punkty $D_1(0, 0)$ i $D_2(y_m, x_m)$. Rozwiązanie w postaci ogólnej przedstawia się w ten sposób: $F_{\tilde{y}'}(y, \tilde{y}') = \tilde{C}_1$, z tym, że \tilde{C}_1 - stała dowolna.

$$\text{Odpowiednio mamy: } [(e^{-y} - 1) / \tilde{y}']^2 = \tilde{C}_1 \text{ lub } \tilde{y}' \sqrt{\tilde{C}_1} = e^{-y} - 1.$$

Ponieważ założyliśmy: $\tilde{y}' = dx/dy$, więc równanie ekstremali ma postać:

$$(32) \quad \int (e^{-y} - 1) dy = \sqrt{\tilde{C}_1} \int dx + \tilde{C}_0 ,$$

gdzie: \tilde{C}_0 - stała dowolna.

Z warunku przechodzenia ekstremali funkcjonalu przez punkt D_1 znajdujemy: $\tilde{C}_0 = -1$, a wskutek przechodzenia przez punkt D_2 - otrzymujemy równanie: $x_m \sqrt{\tilde{C}_1} - 1 = -e^{-y_m} - y_m$.

Ponieważ przy rozciąganiu $x_m \sqrt{\tilde{C}_1} = 1 - e^{-y_m} - y_m = -Q$, od razu znajdujemy: $\sqrt{\tilde{C}_1} = -Q/x_m$. Wzór dla ekstremali przedstawia się następująco:

$$-(Q/x_m)x - 1 = -e^{-y} - y ; \text{ stąd w przypadku rozciągania otrzymujemy:} \\ Q(x/x_m) = y + e^{-y} - 1 = Q - y'$$

Minimalizacja energii potencjalnej próbki przy zmianach kształtu wskutek odkształceń plastycznych sprowadza się do zależności:

$$(33) \quad y'/Q = 1 - (x/x_m), \quad \text{dla } y(0) = 0 .$$

Zgodnie z równaniem (15), dla modelu, przy odkształceniach plastycznych otrzymujemy:

$$(34) \quad y'/Q = 1 - (y/y^*)^2 ,$$

gdzie: y^* - wytrzymałość doraźna dla odkształceń plastycznych w modelu.

Dla "miękkiej" stali niskowęglowej i stopów metali kolorowych, wzór Pragera (15) i odpowiedni jemu wzór modelowy (34) wykazują korelację z wynikami doświadczalnymi.

Można stwierdzić, że wyniki teoretyczne z modelu (33) przedstawione w postaci: $y^2 = \chi^* x$ doskonale zgadzają się z wynikami teorii dyslokacyjnej przedstawionymi w (1) (χ^* - współczynnik umocnienia dla modelu).

Więc udowodniliśmy z modelu, że przy dużych plastycznych odkształceniach, istnieje zależność kwadratowa pomiędzy naprężeniem i odkształceniem, jak to wynikało i z teorii dyslokacyjnej.

Wiele badań metali czystych struktury RPC (sieć regularna, przestrzenie centrowana): α - Fe, Mo, Nb, W i inne [7] w pełni to potwierdza doświadczalnie.

Dla ośrodków sprężysto-kruchych wzór (15) nie spełnia się jednak, ponieważ dla nich prawo Hooke'a działa aż do złomu i występuje zależność liniowa:

$y/y_m = x/x_m$. Substytucją w (33) uzyskujemy dla tego przypadku równanie różniczkowe: $y' = Q(1 - y/y_m)$, które ma rozwiązanie dla $y(0) = 0$ w postaci:

$$(35) \quad y = y_m(1 - e^{-Qx/y_m}).$$

Dla odkształceń proporcjonalnych Cauchy (35) doprowadza do wzoru:

$$(36) \quad \sigma = \sigma_{us}^* (1 - e^{-E_0 \varepsilon / \sigma_{us}^*}),$$

gdzie: $\sigma_{us}^* \approx \sigma_{ys}^{0.2} (500 \varepsilon_f)^m$.

Z (36) widać, że nawet dla materiałów kruchych zależność naprężenie – odkształcenie jest nieliniowa.

Przykład 3.

Dla stali St18GS mamy: $E_0 = \rho c_L^2 = 275,212 \text{ GPa}$

($\rho_{St} = 7,8 \text{ g/cm}^3$, $c_L = 5,94 \text{ mm/}\mu\text{s}$); wytrzymałość doraźną $\sigma_{us} = 540 \text{ MPa}$ (w przypadku rozciągania jednoosiowego).

Oszacować $\sigma_{ys}^{0.2}$ - umowną granicę sprężystości dla $\varepsilon_{ys}^{0.2} = 0,002$.

Bezpośrednio z (36) po obliczeniu wynika, że $[\sigma_{ys}^{0.2}]^{teor} = 345 \text{ MPa}$.

Badania wytrzymałościowe wykazały $\sigma_{ys}^{0.2} = 350 \text{ MPa}$, co zgadza się z wartościami podanymi w specyfikacji technicznej dla tej stali.

Błąd oszacowania wynosi $-1,39\%$, co można uznać za wynik doskonały.

Wzór interpolacyjny (36) można by uznać za bardzo dobry, gdyby nie wymagał wyznaczania wytrzymałości doraźnej σ_{us} metodami badań mechanicznych (niszczących próbkę).

Aby tego uniknąć trzeba zmodyfikować (36), co jest niemożliwe bez oszacowania parametrów wyznaczających granicę sprężystości σ_{ys}^* i odkształcenie ε_{ys}^* , które jej odpowiada. Większość poradników technicznych (np. [10]) wprost wskazuje, że nie istnieją metody dla dokładnego oszacowania wartości naprężenia σ_{ys}^* (naprężenia, po zdjęciu, którego nie pozostają w próbce odkształcania trwałe).

Żeby w jakiś sposób temu zaradzić przyjmuje się, że σ_{ys}^* odpowiada odkształceniom trwałym rzędu 0,1 % lub 0,05 %, co samo przez się świadczy o niedokładności obliczenia.

Oszacowanie naprężenia σ_{ys}^* jest bardzo ważne, ponieważ ono wyznacza maksymalnie dopuszczalny poziom naprężeń eksploatacyjnych, przy których nie ma zmian kształtu elementu konstrukcyjnego. Analogiem modelowym σ_{ys}^* jest parametr y_0 z (18), który wyznacza $y_0' = y'(y_0)$ na podstawie równań (13). Tu trzeba zaznaczyć, że wartość współczynnika umocnienia y_0' określa początek mikroplastyczności, ponieważ odpowiada zależności $y_0' / Q = K_0 / E_0$.

Dla ośrodków polikrystalicznych z „miękką” charakterystyką odkształcania (13) łatwo otrzymać równania numeryczne dla obliczenia y_0 ((37a) - dla rozciągania i (37b) - dla ściskania):

$$(37) \quad y_0(n+1) = \begin{cases} 1 + \xi^* Q - e^{-y_0(n)} & (a) \\ \ln[1 + \xi^* Q + y_0(n)] & (b) \end{cases}$$

gdzie: $\xi^* = 1 - K_0 / E_0 = (4/3)(0,5 - \nu_0) / (1 - \nu_0)$.

Jeżeli wzór Bacha-Schüle w postaci ogólnej wprowadzić do równania (34), to z uwzględnieniem $\sigma(0) = 0$ dla krzywych rozciągania otrzymujemy:

$$(38) \quad (d\sigma / d\varepsilon) / E_0 = 1 - (\varepsilon / \varepsilon_{us})^{2m}.$$

Po całkowaniu wzór interpolacyjny dla $\sigma(\varepsilon)$ ma postać (39); dla materiałów sztywnych $m = 0,5$ i zależność (39) jest identyczna z tzw. „parabolą madrycką”:

$$(39) \quad \sigma = E_0 \varepsilon \left[1 - (\varepsilon / \varepsilon_f)^{2m} \right],$$

gdzie: $\varepsilon_f = \varepsilon_{us} \sqrt[2m]{1 + 2m}$ - trwałe wydłużenie względne po próbie rozciągania.

Zatem można obliczyć $\sigma_{ys}^* = E_0 \varepsilon_{ys}^* \left[1 - (\varepsilon_{ys}^* / \varepsilon_f)^{2m} \right]$ po wyznaczeniu wartości ε_{ys}^* (dla rozciągania - z (40a), a dla ściskania - z (40b)):

$$(40) \quad \varepsilon_{ys}^* = \begin{cases} \frac{\sigma_{us}^*}{E_0} \operatorname{arcth} \left(\frac{y_0}{y_m^r} \right) & (a) \\ \frac{\sigma_{us}^*}{E_0} \left(\frac{y_m^s}{y_m^r} \right) \operatorname{arcth} \left(\frac{y_0}{y_m^s} \right) & (b) \end{cases}$$

Przykład 4.

Wyznaczyć wzór interpolacyjny (36) dla stali St18GS na podstawie wyników badań ultradźwiękowych: $c_L = 5,94 \text{ mm}/\mu\text{s}$, $c_T = 3,22 \text{ mm}/\mu\text{s}$.

W przykładzie 1 obliczyliśmy dla $\nu_0 = 0,291926$:

$Q = 1,3869$, $y_m = y_m^r = 2,28526$ i $\varepsilon_f = 0,3424$ (dla rozciągania), a w przykładzie 2 - odpowiednio: $m = 0,0934$.

Ponieważ $E_0 = \rho_{St} c_L^2 = 275212 \text{ MPa}$, można z (39) oszacować w przybliżeniu: $\sigma_{ys}^{0.2} \approx \frac{E_0}{500} [1 - (500\varepsilon_f)^{-2m}] = 339,8 \text{ MPa}$.

Wynika stąd, że: $\sigma_{us}^* = (500\varepsilon_f)^m \sigma_{ys}^{0.2} = 549,33 \text{ MPa}$.

Na podstawie obliczonych wartości z (36) otrzymujemy wzór interpolacyjny w przypadku rozciągania stali St18GS w postaci: $\sigma = 549,33(1 - e^{-501\varepsilon})$.

Dokładność interpolacji można sprawdzić obliczając ze wzoru interpolacyjnego $\sigma_{ys}^{0.2} = 347,64 \text{ MPa}$. Błąd oszacowania wynosi $-0,674\%$ względem wartości $\langle \sigma_{ys}^{0.2} \rangle = 350 \text{ MPa}$, wyznaczonej badaniami wytrzymałościowymi na zrywarce (obciążenia quasi-statyczne).

Zatem szacujemy parametr: $\xi^* = (4/3)(0,5 - \nu_0)/(1 - \nu_0) = 0,3918$ i z rozwiązania równania numerycznego (37a) znajdujemy: $y_0 = 1,2598$.

Na podstawie wzoru (40a) otrzymujemy: $\varepsilon_{ys}^* = 0,12379\%$ i obliczamy fizyczną granicę plastyczności w przypadku rozciągania σ_{ys}^* ze wzoru interpolacyjnego; uzyskujemy wynik: $\sigma_{ys}^*(\varepsilon_{ys}^*) = 253,88 \text{ MPa}$.

Można sprawdzić otrzymaną wartość obliczając stosunek:

$\sigma_{ys}^* / \varepsilon_{ys}^* = 205089,3 \text{ MPa}$ i porównując go z wartością izotermicznego modułu

Younga: $E^{IZ} = \Delta\sigma / \Delta\varepsilon = 205 \text{ GPa}$, która jest uzyskana dla $\varepsilon = 0,1 \%$ doświadczalnie.

Oszacowanie wytrzymałości teoretycznej homogenizowanego ośrodka losowego, gdzie występuje kontinuum polikrystaliczne, można przeprowadzić na podstawie metody Frenkela [5]. Zakładamy, że istnieje monokryształ idealny (bez żadnych defektów), który odkształca się w płaszczyźnie poślizgu pod wpływem siły zewnętrznej, wywołanej działającym naprężeniem σ . Kiedy ta siła przekroczy pewną wartość, która zależy od siły oporu ruchu dyslokacyjnego, kryształ odkształca się plastycznie. Większość kryształów cechuje pewna samoistna wewnętrzna wytrzymałość, która jest szczególnie duża w kryształach o wiązaniach kowalencyjnych (węgliki, tlenki, krzemiany itd.). Czyste metale z reguły są bardzo miękkie, ponieważ cechują się względnie małym oporem sieci. Jeżeli \tilde{a} wyznacza stałą sieciową (dla komórki elementarnej układu regularnego), a \tilde{b} - odległość w kierunku równoległym, która określa przesunięcie górnej półpłaszczyzny dyslokacji względem dolnej (tzn. wymiar wektora Burgersa), to można oszacować naprężenie krytyczne dla wywołania poślizgu [5]. Wartość maksymalna tego naprężenia ścinającego $[\tau_{us}]^{teor} = (\tilde{a}/\tilde{b}) \left(\frac{G_0}{2\pi} \right) \approx 0.5[\sigma_{us}]^{teor}$, przy czym $[\sigma_{us}]^{teor}$ - wartość maksymalna naprężenia rozciągającego (obciążenie jednowymiarowe).

Z braku innych możliwości zakłada się $\tilde{a} \approx \tilde{b}$, co wprowadza duży błąd w obliczeniach; stosuje się i różne wzory empiryczne np. $[\sigma_{us}]^{teor} \approx E_0/100$ - według [7], $[\tau_{us}]^{teor} \approx G_0/100$ - według [5] itd.

Na podstawie modelu można zaproponować rozwiązanie, przydatne dla ośrodków polikrystalicznych. Jak wynika z wzoru (39), przy rozciąganiu normalnego ośrodka homogenizowanego maksymalne naprężenie można obliczyć w przybliżeniu z wzoru: $[\sigma_{us}]^{teor} \approx E_0\varepsilon_{us}m/(0,5 + m)$.

Przykład 5.

Wyznaczyć wytrzymałość teoretyczną (tzn. maksymalnie możliwą) dla stali St18GS na podstawie uprzednio obliczonych parametrów:

$$G_0 = \rho_{St} c_T^2 = 80,873 \text{ GPa}, \quad E_0 = \rho_{St} c_L^2 = 275,212 \text{ GPa} \text{ oraz} \\ \varepsilon_f = 0,3424 \text{ (patrz przykład 1)} \text{ i } m = 0,0934 \text{ (patrz przykład 2)}.$$

Z wzoru (39) otrzymujemy: $\varepsilon_{us} = \varepsilon_f / \sqrt[2m]{1 + 2m} = 0,13688$, więc:

$$[\sigma_{us}]^{teor} = E_0\varepsilon_{us}m/(0,5 + m) = 5,923 \text{ GPa}.$$

Postulujemy, że istnieje idealny ośrodek monokrystaliczny, który ma $[\tau_{us}]^{teor} \approx 0,5[\sigma_{us}]^{teor} = 2,9615 \text{ GPa}$, wtedy można obliczyć:

$$\tilde{a}/\tilde{b} = \pi[\sigma_{us}]^{teor} / G_0 = 0,23.$$

Dla $\alpha\text{-Fe}$ z [7] mamy $\tilde{a} = 0,2483 \text{ nm}$, stąd wynika, że wektor Burgersa ma wymiar: $\tilde{b} = 1,079 \text{ nm}$.

Ciekawe, że według teorii Frenkela [5] maksymalne naprężenie ścinające w monokryształach odpowiada odkształceniu $\tilde{b}/4$; łatwo, bowiem można stwierdzić, że to następuje, kiedy odkształcenie osiąga krytyczne wartości: $1,087\tilde{a}$, co zgadza się z wynikami doświadczeń [27].

4.4. Wyznaczanie parametrów wytrzymałościowych σ_{us} , σ_B i σ_f na podstawie modelu i weryfikacja wyników

W odróżnieniu od parametrów $\varepsilon_{us}, \varepsilon_f$ oraz m , które są bezpośrednio uzależnione od ν (i w ten sposób zdeterminowane), wytrzymałość doraźna σ_{us} , wytrzymałość σ_B z wykresu rzeczywistego oraz granica zerwania σ_f w znacznym stopniu zachowują swój charakter stochastyczny. Wytrzymałość doraźna $\sigma_{us} \in [\sigma_{us}^{**}, \sigma_{us}^*]$, jako parametr stochastyczny jest podporządkowana rozkładowi losowemu Weibulla, a stąd wynika, że wartość $\sigma_{us} = \sqrt{\sigma_{us}^* \sigma_{us}^{**}}$, która odpowiada prawdopodobieństwu maksymalnemu - to średnia geometryczna $\sigma_{us}^* \approx \sigma_{us}^{\max}$ i $\sigma_{us}^{**} = \sigma_{us}^{0.2} (500\varepsilon_{us})^m \approx \sigma_{us}^{\min}$. Z kolei odkształcenie ε_{us} , które jej odpowiada, można oszacować z (41) na podstawie (39)

$$(41) \quad \varepsilon_{us} = \varepsilon_f / \sqrt[2m]{1 + 2m}.$$

Parametry m , ε_f i $\bar{\varepsilon}_f$ wyznacza się odpowiednio z (29), (30) i (24).

Na podstawie wyznaczonych wartości ε_{us} i σ_{us} , łatwo oblicza się σ_B z zasady niezmienności objętości próbki:

$$(42) \quad \sigma_B = \sigma_{us} (1 + \varepsilon_{us}).$$

W zależności od sposobu obciążenia odróżniamy wytrzymałości doraźne dla rozciągania σ_{us}^r i dla ściskania σ_{us}^s . Doświadczalne wyznaczanie wytrzymałości na ściskanie jest możliwe tylko dla materiałów kruchych (np. żeliwa, mosiądzu), ponieważ dla nich próba kończy się pojawieniem pęknięć; w materiałach ciągliwych natomiast badania σ_{us}^s są z reguły bardzo trudne lub wręcz niemożliwe.

Wyznaczanie stosunku $\xi = \sigma_{us}^s / \sigma_{us}^r$ jest bardzo pożądane ze względów technologicznych i sprowadza się do zależności (43):

$$(43) \quad \xi = \sigma_{us}^s / \sigma_{us}^r = y_m^r / y_m^s.$$

Wartości y_m^r i y_m^s można obliczyć z (13) dla $y' = 0$ w obu przypadkach obciążenia.

Szacowanie granicy zerwania σ_f komplikuje się przez losową charakterystykę ośrodka homogenizowanego i złożone procesy termo-fizyczne po formowaniu „szyjki” w próbce ($\sigma \geq \sigma_B$). Po przekroczeniu poziomu wydłużenia ε_{us} proces formowania „szyjki” staje się bardzo nierównomierny (następuje gwałtowne zwężenie przekroju poprzecznego w wąskim obszarze).

Oszacowanie parametru σ_f w przypadku rozciągania rekomenduje się prowadzić wychodząc z założeń koncepcji Joffego [8], co sprowadza do wzoru przybliżonego (44):

$$(44) \quad \sigma_f \approx 0,002 E_0 / \operatorname{arcth}(0,002 / \varepsilon_{us})^m.$$

Przykład 6.

Oszacować dla stali St18GS ($c_L = 5,94 \text{ mm}/\mu\text{s}$, $c_T = 3,22 \text{ mm}/\mu\text{s}$) własności wytrzymałościowe σ_{us} , ε_{us} , σ_B , σ_f , oraz stosunki $\sigma_{us}^r / \sigma_{us}^s$ i $\tau_{us} / \sigma_{us}^r$ na podstawie uprzednio otrzymanych parametrów modelowych: $Q = 1,3869$; $y_0 = 1,2598$ oraz $m = 0,0934$ i $\varepsilon_f = 0,342$.

Wartości $\sigma_{ys}^{0.2} = 347,64 \text{ MPa}$ i $\sigma_{us}^* = 549,33 \text{ MPa}$ wziąć można z przykładu 4.

Z równań (13) otrzymujemy: $y_m^r = 2,28526$ oraz $y_m^s = 1,30666$.

Wyznaczanie zadanych parametrów wytrzymałościowych rozpoczynamy od obliczenia $\varepsilon_{us} = \varepsilon_f / \sqrt[2m]{1 + 2m} \approx 0,1369$.

Dla rozciągania $\sigma_{us}^{**} = \sigma_{ys}^{0.2} (500\varepsilon_{us})^m = 515,88 \text{ MPa}$; stąd wynika, że wartość najbardziej prawdopodobna: $\sigma_{us}^r = \sqrt{\sigma_{us}^{**}\sigma_{us}^*} = 532,3 \text{ MPa}$.

Błąd wytrzymałości względem wartości ustalonej doświadczalnie wynosi $-1,42\%$.

Rzeczywista wytrzymałość materiału na jednoosiowe rozciąganie będzie: $\sigma_B = \sigma_{us}(1 + \varepsilon_{us}) = 605,2 \text{ MPa}$.

Stosunek $\sigma_{us}^r / \sigma_{us}^s = y_m^r / y_m^s = 1,749$. Stąd można oszacować inżynierską wytrzymałość czystego ściskania: $\sigma_{us}^s = (y_m^s / y_m^r)\sigma_{us}^r = 304,4 \text{ MPa}$.

Dla stali St18GS granica zerwania $\langle \sigma_f \rangle = 680 \text{ MPa}$, a z (44) otrzymujemy, po obliczeniu: $\sigma_f = 673 \text{ MPa}$; błąd oszacowania wynosi $-1,02\%$.

W przypadku statycznej próby skręcania prawo Hooke'a ma postać: $\tau = G_0\gamma_\varepsilon$, gdzie τ - naprężenie tnące, γ_ε - względne odkształcenie postaciowe. Zależność nieliniową $\tau(\gamma_\varepsilon) = \tau^* th(G_0\gamma_\varepsilon / \tau^*)$ można zamodelować za pomocą równania (15), z czego wynika relacja: $\tau^* / \sigma^* = \sqrt{G_0 / E_0} = c_T / c_L$.

Wytrzymałość doraźną można obliczyć, w przypadku skręcania, korzystając z praw podobieństwa. Na podstawie równania (35), według koncepcji Joffego: $\tau_{us} \approx \tau_f = \sigma_f \left[1 - \sqrt{(1 - c_T / c_L) / (1 + c_T / c_L)} \right] = 306,3 \text{ MPa}$.

Stosunek $\tau_{us} / \sigma_{us}^r$, jak wynika z hipotezy Burzyńskiego [118], ma poważny wpływ na wytrzymałość elementu w przypadku obciążeń złożonych.

Zwykle (wobec braku innych możliwości) przyjmują w przybliżeniu [70]: $\tau_{us} / \sigma_{us}^r = 1 / \sqrt{3} = \text{const}$. Z modelu, na podstawie obliczeń, można otrzymać wynik bardziej dokładny: $\tau_{us} / \sigma_{us}^r = 0,5754$.

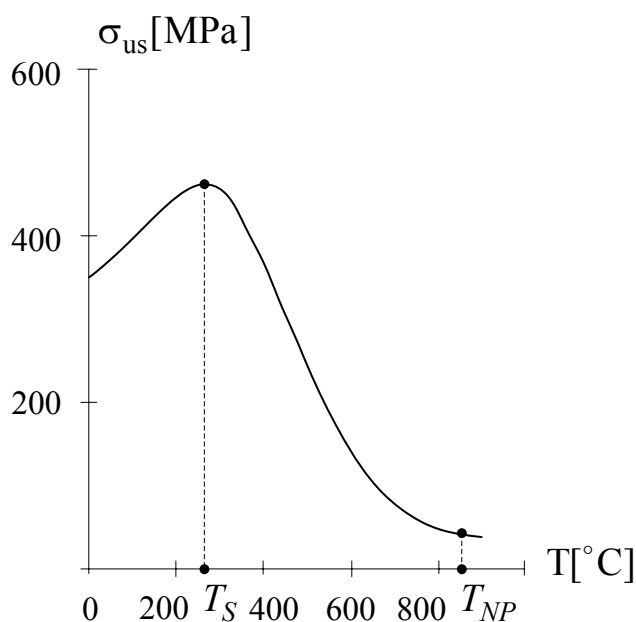
Rozdział 5

Badania wpływu temperatury na własności mechaniczne na podstawie modelu konstytutywnego

Wszystkie własności mechaniczne ciała stałego zmieniają się pod wpływem temperatury i prędkości obciążenia. Plastyczność metali składa się z dwóch części – atermicznej i termicznej. Wskutek działania pierwszej, niektóre metale (Al, Cu) zachowują plastyczność nawet w bardzo niskich temperaturach ($33 \div 77$ K). Część termiczna związana jest z ruchem drgań atomowych i wzrasta ze zwiększeniem temperatury.

Wpływ temperatury jest bardzo złożony, ponieważ oprócz procesów fizycznych wywołanych wysoką temperaturą występuje sporo różnych procesów fizykochemicznych.

Wertheim [29] pierwszy zwrócił uwagę na anomalię wytrzymałości doraźnej, która pod wpływem temperatury wykazuje wyraźne maksimum (rys. 9).



Rys. 9. Zmiany wytrzymałości doraźnej stali w podwyższonych temperaturach.

Zmiany plastyczności łatwo można zbadać wyznaczając trwałe wydłużenie względne ε_f , które zależy tylko od właściwości materiału.

Wielu badaczy wykazało jednak, że parametr Ψ jest bardziej przydatny do obserwacji zmian plastyczności metali pod wpływem temperatury. W ostatnich czasach zmiany plastyczności bada się głównie za pomocą prób udarowych (Robertson Test [30] itd.).

Jest to konsekwencją szybkiego rozwoju i postępu w dziedzinie mechaniki pękania [31].

Niemniej, anomalie termiczne – kruchość w niskich temperaturach, kruchość odpuszczania i kruchość na gorąco (tzw. kruchość czerwonego żaru) pozostają do końca niewyjaśnione (pomimo licznych hipotez [32]).

Reasumując warto zacytować [33]: „*zależność (własności mechanicznych od temperatury) jest prawie niewyjaśniona teoretycznie, a większość prac w tej dziedzinie opiera się na empiryzmie*”.

5.1. Wpływ temperatury na stałe sprężystości – stan zagadnienia

Köster zbadał zależności modułów Younga od temperatury dla 31 pierwiastków chemicznych, a potem Bell [21] je interpolował wzorem:

$E = d\sigma / d\varepsilon = 2(1 + \nu)A_E(1 - 0.5T/T_m)$, gdzie T_m K – temperatura topnienia; A_E – stała materiałowa Bella.

Liniową zależność modułu ścinania od temperatury $G(T)$ ustalił jeszcze Kohlrausch [16], a Feltham [5] dla stali zaproponował wzór interpolacyjny:

$G = G_0(1 - A_G T/T_m)$, gdzie $A_G \approx 0,2$.

Zucker [34] jako jeden z pierwszych badał zmiany stałych sprężystości pierwiastków chemicznych pod wpływem temperatury na podstawie pomiarów prędkości fal ultradźwiękowych (rys. 10).

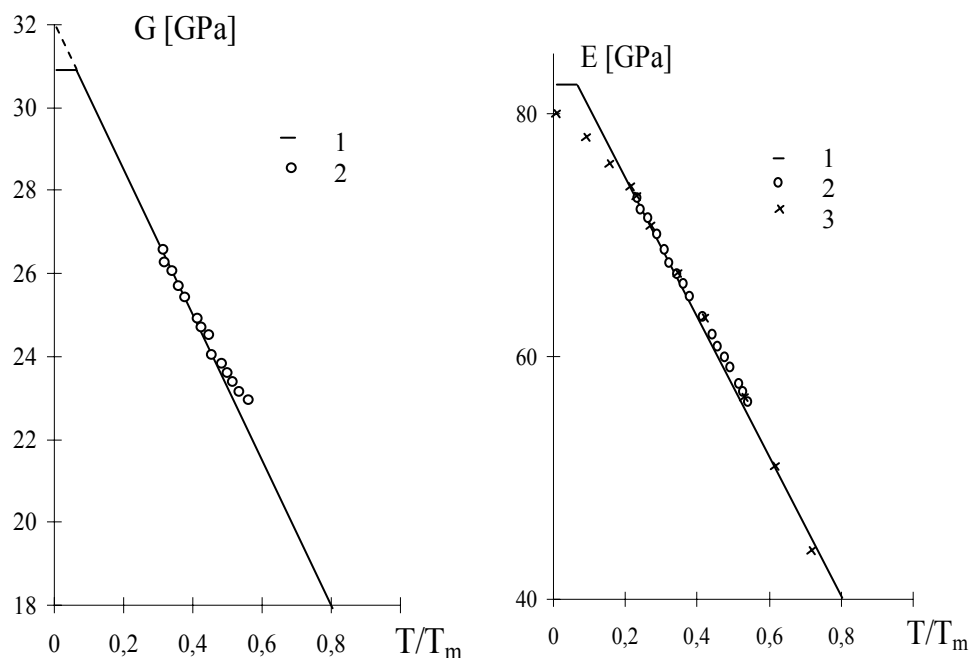
Małe (względnie) zmiany liczby Poissona były przyczyną błędnego wniosku Zuckera, że stała ta nie zależy od temperatury [34], a jeszcze Bock [35] na podstawie wcześniejszych badań Kirchhoffa udowodnił, że dla stali i miedzi liczba Poissona ν_t wzrasta ze zwiększeniem temperatury.

Bell [21] rekomendował interpolować ν_t wzorem empirycznym Schäfera:

$\nu_t = (1 + \nu_0)(1 - \alpha_t)/(1 - \beta_t) - 1$, przyjmując: $E(T)/E_0 = 1 - \alpha_t T$ i $G(T)/G_0 = 1 - \beta_t T$; parametry α_t i β_t są współczynnikami temperaturowymi modułów sprężystości $E(T)$ i $G(T)$.

Schäfer [36], jako pierwszy lansował hipotezę, że im więcej temperatura ciała metalicznego zbliża się do punktu topnienia T_m , tym bardziej wartość ν_t zbliża się do $1/2$.

Klasyczna mechanika ciała stałego przyjmuje $\nu_t \in [0, 1/2]$ z tym, że $\nu_t = 1/2$ charakteryzuje ciało idealno-plastyczne ($G = 0$), a $\nu_t = 0$ - ciało idealno-sprężyste ($G \rightarrow \infty$).



Rys. 10. Zależności stałych sprężystości w próbkach Al od temperatury względnej.

Nadai [105] zakwestionował hipotezę, że $\nu_t = 1/2$, kiedy $T = T_m$, przykładem następującym: „Łyżwiarza utrzymuje lód, który właśnie w tym momencie znajduje się praktycznie w punkcie topnienia” [21].

Gdyby $\nu_t(T_m) = 1/2$, łyżwiarz po prostu nie mógłby się utrzymać; rzeczywistość świadczy coś innego, więc nawet w punkcie topnienia ośrodek polikrystaliczny zachowuje jakąś sprężystość normalną.

5.2. Szacowanie zależności liczby Poissona od temperatury z wyjaśnieniem paradoksu Nadaia

Jak dotychczas badania zmian temperaturowych liczby Poissona polegały na wyznaczaniu zależności od temperatury modułów sprężystości $E(T)$ i $G(T)$ i

Stal konstrukcyjna, materiał najczęściej używany w tym celu, reprezentuje złożony stop Fe-C, w którego skład wchodzi oprócz Fe (97÷ 99,5 %) i C (do 2 %), także S, V, Mg, Ni, Cr, Cu itd.

Oprócz stali niskowęglowej (0,07 ÷ 0,14 %C) jest jeszcze stal konstrukcyjna stopowa, stal chromowo-krzemowa (na sprężyny) i wiele innych.

Zwiększenie udziału C w stali z reguły zwiększa jej wytrzymałość i zmniejsza plastyczność.

Kirchhoff zasugerował, na podstawie licznych badań doświadczalnych, że uśredniona wartość liczby Poissona dla stali wynosi $\langle \nu \rangle = 0,294$; obecnie przyjmują, że ν_0^{St} znajduje się w granicach: $0,26 \leq \nu_0^{St} \leq 0,31$.

Zmiany struktury stali pod wpływem temperatury wiążą się z polimorfizmem żelaza. Istotnie żelazo – to metal polimorficzny i przy temperaturach do 911 °C i powyżej 1392 °C zachowuje strukturę RPC (np. α – Fe), natomiast w przedziale od 911 °C do 1392 °C – strukturę RSC (γ – Fe).

Według ogólnie przyjętej terminologii strukturę RPC ma ferryt, a RSC - austenit; żelazo czyste ma strukturę RPC i punkt topnienia 1539 °C.

Ze zwiększeniem temperatury żelaza następują dwie zmiany strukturalne: po osiągnięciu 911 °C następuje zmiana $\alpha \rightarrow \gamma$, a przy 1392 °C – zmiana $\gamma \rightarrow \alpha$. Modyfikacja wysokotemperaturowa α – Fe nazywa się δ – Fe (dla odróżnienia).

Z uwagi na (46) dla ośrodków sprężysto-plastycznych i kruchych można interpolować zmiany liczby Poissona pod wpływem temperatury T K za pomocą wzoru (47):

$$(47) \quad \nu_t = \frac{\nu_0^* + \theta}{1 + 2\theta},$$

gdzie: $\theta = T/T_\theta$ – temperatura homologiczna,

T_θ - temperatura odniesienia ($T_\theta \neq T_m$).

Wzór (47) wykazuje bardzo dobrą dokładność interpolacyjną w odniesieniu do materiałów sprężysto-plastycznych i kruchych (stal, żeliwo, stopy Al).

Występują jednak błędy interpolacyjne wskutek odrzucania wyższych członów szeregu **Padé** (46) dla materiałów ciągliwych, zwłaszcza tych, dla których $\nu_0 \geq 0,34$ (Cu, Nb, Au, itd.).

W toku badań doświadczalnych jeszcze Bauschinger [21] otrzymał dla próbek z miedzi wyżarzanej $\langle \nu_0 \rangle_{Cu} = 0,608$, a Grüneisen, badając próbki niklu, umocnione dobranym odkształceniem, uzyskał nawet $\langle \nu_0 \rangle_{Ni} = 0,614$.

Wzoru aproksymacyjnego (47) dla tych materiałów w żadnym przypadku nie można zastosować, ponieważ u nich $\nu_0 \geq 0,5$.

Wzór (47) ma jednak tę zaletę, że za pomocą dwóch parametrów ν_0^* i T_θ daje możliwość ekstrapolacji wartości ν_t w całym temperaturowym obszarze - od 0 K aż do T_m K dla różnych ośrodków polikrystalicznych; im bardziej kruchy jest ośrodek, tym większa jest dokładność.

Ciało Hooke'a, gdy $E_0 \rightarrow \infty$ przekształca się w ciało Euklidesa (ciało idealno-sztywne); dla modelu to odpowiada przypadkowi $Q \rightarrow \infty$ i odpowiednio $y_0' = Q/F(\nu_0) \rightarrow \infty$ (dla $\nu_0 \in [0, 1/2]$ mamy $1 \leq F(\nu_0) \leq 3$ według (19)).

Rozwiązując równania (20) otrzymujemy w przypadku, kiedy $T \rightarrow 0$ K:

$$(48) \quad F(\nu_0^*) = \lim_{y_0' \rightarrow \infty} \left\{ 1,5 + \sqrt{0,25 + 1/y_0'} - \ln \left[1 + y_0' \left(1,5 + \sqrt{0,25 + 1/y_0'} \right) \right] / y_0' \right\} = 2.$$

Zważywszy na to, że $F(\nu_0^*) = 3(1 - \nu_0^*)/(1 + \nu_0^*) = 2$ łatwo można obliczyć, że dla ciała stałego z „miękką” charakterystyką odkształcenia:

$$(49) \quad \lim_{T \rightarrow 0} (\nu_t) = \nu_0^* = 1/5.$$

Wynik (49) ma wartość fundamentalną dla zastosowania modelu i ekstrapolacji zmian własności mechanicznych pod wpływem temperatury.

Ośrodek polikrystaliczny w warunkach pokojowych zwykle posiada $\nu_0 > 0,2$ (tzn. odkształca się „miętko”). Pod wpływem ochłodzenia, kiedy $T \rightarrow 0$, parametr $Q \rightarrow \infty$ i odpowiednio $\nu_t \rightarrow 1/5$.

Jeżeli ten ośrodek posiada „sztywną” charakterystykę odkształcenia, to $\nu_t < 0,2$ i maleje sukcesywnie ze zmniejszeniem temperatury. Takich ciał w naturze jest bardzo mało i z reguły mają one strukturę HZ (heksagonalną zwartą). Jak wynika z rys. 11, beryl (Be), HZ-struktury, ma $\nu_0 = 0,08$ i rzeczywiście posiada „sztywną” charakterystykę odkształcenia w temperaturze pokojowej.

Mając na uwadze (49), łatwo da się wyznaczyć temperaturę odniesienia T_θ K z pomiarów prędkości fal ultradźwiękowych w temperaturze pokojowej $T_0 = 293$ K, (jeżeli c_L i c_T są oszacowane w innej temperaturze, T_0 trzeba skorygować):

$$(50) \quad T_{\theta} = T_0(1 - 2\nu_0)/(\nu_0 - 0,2),$$

gdzie: $\nu_0 = 0,5(c_L^2/c_T^2 - 2)/(c_L^2/c_T^2 - 1)$.

W Tabeli 1 mamy zestawienie wartości temperatury T_{θ} dla różnych materiałów konstrukcyjnych.

Tabela 1.

Nr	Material	Typ	ν	ρ [g/cm ³]	T_0 [K]
1	Al	stopy	0,32÷0,34	2,7÷2,9	879÷669,7
2	mosiądz	60 ÷ 70% Cu 40÷30% Zn	0,33÷0,36	8,3	766,3÷512,75
3	Cu	stopy	0,33÷0,36	7,5÷9	766,3÷512,75
4	żeliwo	lane	0,21÷0,3	6,9÷7,5	1694÷1172
5	St	niskostopowe	0,26÷0,29	7,8	2344÷1367,3
6	St	austenityczne	0,3	7,8 ÷ 8	1172
7	Ti	stopy	0,34	8,8	669,7
8	Ni	stopy	0,31 ÷ 0,32	7,8÷9,1	1018,2÷879

Przykład 7.

Na podstawie wyznaczonych w temperaturze $T_0 = 293$ K wartości: $c_L = 5,94$ mm/μs i $c_T = 3,22$ mm/μs dla stali St18GS, obliczyć wzór interpolacyjny dla ν_t oraz wyznaczyć wartość $\nu_t^* = \nu_t(T_m)$ (liczba Poissona w punkcie topnienia, kiedy $T = T_m$).

Ze wzoru (50) dla $\nu_0 = 0,291926$ szacujemy: $T_{\theta} = 1326,4$ K.

Substytucją w (47) dla stali St18GS otrzymujemy wzór interpolacyjny: $\nu_t^{St18GS} = (0,2 + T/1326,4)/(1 + 2T/1326,4)$. Dla tejże stali w punkcie topnienia $T_m^{St} = 1812$ K otrzymujemy: $\nu_t^* = 0,41962$.

Wynika, że Nadai miał rację: $\nu_t^* < 0,5$ i współczynnik sprężystości $G(T_m) = G^* \neq 0$ - moduł ścinania w punkcie topnienia nie jest zerowy, a to, ponieważ $G^* = 3K_0^*(0,5 - \nu_t^*)/(1 + \nu_t^*)$.

Moduł ściśliwości w punkcie topnienia $K_0^* \gg 0$, a ponieważ $G^* > 0$, ciało polikrystaliczne musi posiadać sprężystość normalną, nawet, kiedy $T = T_m$.

5.3. Wytlumaczenie anomalii Wertheima i ekstrapolacja spadków termicznych plastyczności - nowa teoria fenomenologiczna

Na wstępie rozdziału 5 już powiedzieliśmy, że najpierw Wertheim, a potem Lea [40] pierwsi zwrócili uwagę na anomalię wytrzymałości doraźnej, która dla materiałów kruchych oraz sprężysto-kruchoplastycznych (np. stali) wykazuje, przy zwiększeniu temperatury, wyraźne maksimum, nie występujące jednak w materiałach plastycznych (np. Al, Cu itd.). O zjawisku tym wspomniano w podręcznikach metaloznawstwa [100], [41], lecz przyczyny i mechanizmy jego powstania pozostały niewyjaśnione (pomimo licznych hipotez [42]).

Według E. Sawickiego [33] „w metalach monomorficznych i ich stopach w ogóle brak przyczyn powstania spadków plastyczności oprócz zepsucia granic ziaren”. Anomalię Wertheima próbowali tłumaczyć rekrytalizacją, różnymi procesami fizyczno-chemicznymi itd.

Sytuację komplikują obserwacje tej anomalii w niektórych stopach aluminiowych (np. D1: Cu–3,8÷4,8 %, Mn–0,4÷0,8 %, Mg–0,4÷0,8 %, Fe–0,7 %, Si–0,7 %, Zn–0,3 %, Ni–0,1 %, Al–baza), pomimo że w czystym Al ($\nu_0 = 0,344$) anomalia nie występuje. Badania doświadczalne pozwalają stwierdzić, że kiedy maksimum $\sigma_{us}(T)$ występuje, wiąże się z osiągnięciem pewnej krytycznej wartości $\bar{\nu}_t$; dla stali i wszystkich stopów żelaza: $\bar{\nu}_t = 12/36$.

Na podstawie teorii Bella [43] o kwantowym rozkładzie modułów ścinania pierwiastków chemicznych, ustaliliśmy, że obszar kruchości odpuszczania stali mieści się w przedziale $\bar{\nu}_t \in [12/36, 13/36]$.

Kiedy $T = T_s$ i $\nu_t(T_s) = 12/36$, wytrzymałość $\sigma_{us}(T_s)$ osiąga swoje maksimum; wtedy rozpoczyna się obszar kruchości na niebiesko, udarność się zmniejsza i występuje spadek plastyczności. Po przejściu granicy obszaru, kiedy $\nu_t(T) > 13/36$, tzn. $T > T_n$, przywraca się stan plastyczności i próbka nie łamie się krucho (obszar kruchości odpuszczania skończył się).

5.3.1. Weryfikacja doświadczalna anomalii $\sigma_{us}(T)$ i badania kruchości stali w podwyższonych temperaturach

Ponieważ stal i stopy żelaza prezentują ośrodki polikrystaliczne z „miękką” charakterystyką odkształcania, z (47), dla $\nu_0^* = 1/5$ łatwo można obliczyć, że kiedy $\nu_t(T_s) = 1/3$, to $T_s = 0,4T_\theta$.

Dla czystego żelaza $\langle \nu_0 \rangle = 0,287$, (wtedy $T_\theta = 1434,7\text{ K}$ - według (50)) otrzymujemy: $T_s = 573,9\text{ K}$, czyli $300,9^\circ\text{C}$.

Granica górna obszaru kruchości odpuszczania prezentuje T_n – temperatura krytyczna stali, w której $\nu_t = 13/36$. Z (47) wynika, że dla czystego żelaza $T_n = 0,58T_\theta = 832,1\text{ K}$, (czyli $559,1^\circ\text{C}$). Wyniki badań doświadczalnych przedstawiono w Tabeli 2.

Tabela 2.

Temperatura [°C]	Udarność [J]
-180	18,8
20	> 188,3 *
100	> 243,2 *
200	> 204 *
300	173,7
400	109,9
500	106
550	86,35
600	> 180,5 *

* Próbką nie łamie się, tylko się ugina.

Stal niskowęglowa (tzn. „miękka”) posiada $\nu_0 = 0,285$ (wartość ustalona w wyniku badań ultradźwiękowych). Temperatura odniesienia $T_\theta = 1434,7\text{ K}$, a $T_s = 0,4T_\theta = 592,9\text{ K}$ ($319,9^\circ\text{C}$). Skład chemiczny stali niskowęglowej:

C – 0,1 %, Mn – 0,27 %, Si – 0,02 %, Cr – 0,12 %, Ni – 0,53 %, S – 0,037 %.

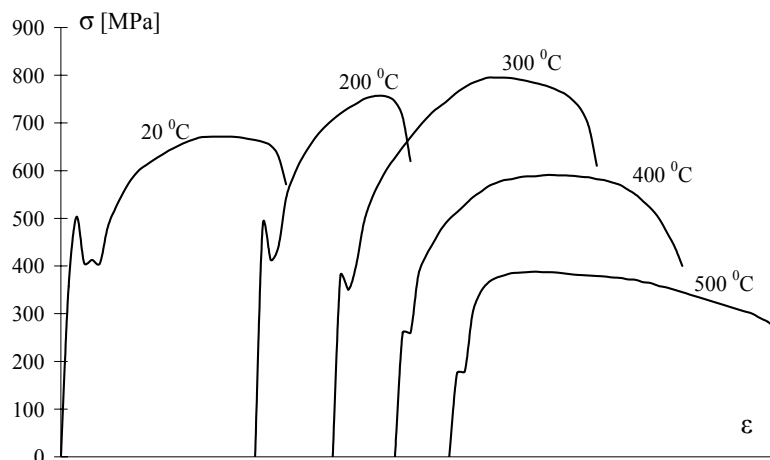
Zmiany wytrzymałości na rozzerwanie σ_{us} MPa i trwałego przewężenia Ψ % w podwyższonych temperaturach zestawione są w Tabeli 3.

Tabela 3.

Temperatura [°C]	Wytrzymałość σ_{us} [MPa]*	ψ [%]
20	372,8	72
100	343,4	72
200	402,2	58
300	402,2	55
400	343,4	56
500	196,2	66
600	107,9	74
700	56,9	83
800	42,2	84
900	34,3	80
1000	33,4	78
1100	28,4	100

* Badania quasi – statyczne

Wyraźnie widać (rys. 12), że ustalona wartość $T_s = 319,9^\circ\text{C}$ odpowiada maksymalnej wartości $\sigma_{us}(T)$. Wyniki badań $\Psi(T)$ wykazują, że ekstremum jest bliższe wartości 300°C , co zgadza się z obliczeniami.



Rys. 12. Zmiany krzywych rozciągania stali „miękkiej” w różnych temperaturach.

Dla stali St20 mamy wartość średnią $\langle \nu_0 \rangle = 0,292$, z czego wynika $T_\theta = 1324,9\text{ K}$ i $T_s^i = 529,9\text{ K}$. Skład chemiczny tej stali: C–0,19 %, Si–0,28 %, Mn–0,51 %, Ni–0,032 %, Cr–0,21 %, S–0,028 %, P–0,015 %.

Tabela 4.

Temperatura [°C]	Stal St20		Stal St40	
	σ_{us} [MPa]	ψ [%]	σ_{us} [MPa]	ψ [%]
20	461	62	588,6	51
100	441,5	62	549,4	53
200	451,3	51	519,9	50
300	451,3	49	559,2	48
400	461	63	548,8	56
500	363	75	441,5	58
600	245,3	86	313,9	79
700	127,5	94	166,8	92
800	89,3	96	107,9	98
900	75,5	99	81,4	100
1000	47,1	100	50	100
1100	30,4	100	30,4	100
1200	19,6	100	20,6	100

Wyniki badań quasi–statycznych dla St20 zestawiono w Tabeli 4 z wynikami dla stali St40HNM: C–0,45 %, Mn–0,67 %, Si–0,21 %, Cr–0,11 %, S–0,03 %.

Stal St40HNM posiada $\langle \nu_0 \rangle = 0,294$ i odpowiednio mamy: $T_\theta = 1284,2 \text{ K}$; $T_s'' = 513,7 \text{ K}$. Obliczone wartości $T_s' = 256,9^\circ\text{C}$ i $T_s'' = 240,7^\circ\text{C}$ pasują do wyników badań wytrzymałościowych dla stali St20 i St40NM (patrz Tab. 4).

Dla stali stopowej 1H18N9 (skład chemiczny: C–0,08 %, Si–0,67 %, Mn–0,47 %, Cr–18 %, Ni–9,15 %, S–0,015 %, P–0,017 %) otrzymaliśmy $\langle \nu_0 \rangle = 0,297$, czyli temperatura odniesienia (z (50)) będzie: $T_\theta = 1226,4 \text{ K}$.

Wyniki badań wytrzymałościowych dla tej stali zestawiono w Tabeli 5.

Tabela 5.

Temperatura [$^\circ\text{C}$]	Wytrzymałość σ_{us} [MPa]	ψ [%]
20	632,7	78
100	520,9	76,8
200	536,6	75,7
300	512,1	66,7
400	482,7	60,3
500	449,3	63,0
600	359,0	68,2
700	211,9	76,3
800	119,7	69,5
900	67,7	66,1
1000	38,3	60,4
1100	30,4	59,6

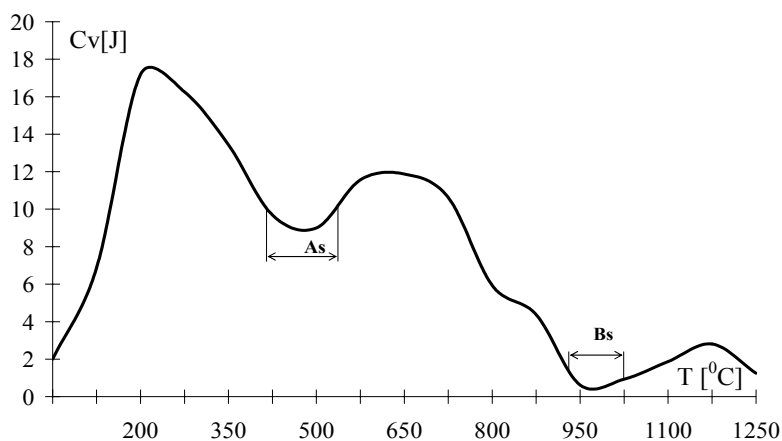
Maksimum wytrzymałości na rozciąganie σ_{us} dla $\bar{\nu}_l = 12/36$ odpowiada temperaturze $T_s = 0,4T_\theta = 490,5 \text{ K}$ ($217,5^\circ\text{C}$), a minimum przewężenia Ψ_{\min} odpowiada $\bar{\nu}_l = 13/36$, tzn. termiczny spadek plastyczności występuje w temperaturze $T_n = 0,58T_\theta = 711,3 \text{ K}$ ($438,3^\circ\text{C}$).

Reasumując, warto zwrócić uwagę, że im większy jest udział składników stopowych stali, tym większa różnica występuje pomiędzy temperaturą T_s wyznaczającą $\sigma_{us}^{\max} = \sigma_{us}(T_s)$ (tzn. anomalie Wertheima) oraz punktem wyznaczającym minimalne wartości trwałego przewężenia Ψ_{\min} . Ponieważ σ_{us}^{\max} odpowiada T_s , można wnioskować, że im większa ilość składników stopowych wchodzi w skład stali, tym bardziej Ψ_{\min} zbliża się do temperatury T_n , która

wyznacza górną granicę termicznego spadku plastyczności (tzw. kruchości na niebiesko).

Dla stali niskowęglowych Ψ_{\min} odpowiada raczej T_s , co potwierdza się wynikami doświadczalnymi. O ile Ψ_{\min} wiąże się z spadkiem udarności stali, obliczenie T_n ma poważne znaczenie dla badań nieniszczących reaktorów jądrowych.

Temperatura robocza reaktorów WWER (rzędu $T_0^{eks} = 533\text{ K}$) zawsze musi być większa od T_s ; w ten sposób gwarantuje się brak możliwości pęknięcia ścianki reaktora w warunkach kruchości odpuszczania wskutek obecności małych wad.



Rys. 13. Zmiany udarności stali C_V w podwyższonych temperaturach (**As**, **Bs** - obszary charakterystyczne spadków termicznych plastyczności).

Oprócz obszaru kruchości odpuszczania **As** (kruchości na niebiesko) w stali istnieje jeszcze jeden obszar kruchości wysokotemperaturowej **Bs** (patrz rys.13), tzw. obszar kruchości na gorąco (albo kruchości czerwonego żaru).

Ta ostatnia występuje w zależności od typu stali. Przejawia się, bowiem tylko w tzw. stalach „miękkich” i w niektórych niskowęglowych, natomiast nie przejawia się w stalach stopowych, austenitycznych, chromowo-krzemowych itd.

Jak dotychczas (pomimo licznych prób [32]) zjawisko to nie zostało wyjaśnione.

Nie zważając na dobre rady wielkiego twórcy mechaniki klasycznej „*hypotheses non fingo*” skusimy się dorzucić tu jeszcze jedną.

Analiza licznych badań doświadczalnych [33] wykazuje, że zjawisko „kruchość na gorąco” w stali wiąże się z temperaturą krytyczną drugiego spadku wysokotemperaturowej plastyczności T_q , który występuje w stali, kiedy $\bar{v}_t = 14/36$ (czyli $T_q = 0,85T_\theta$).

Zgodnie z przedstawioną hipotezą kruchość czerwonego żaru musi występować tylko po przejściu $\alpha \rightarrow \gamma$, czyli dla stali i żelaza uzależniona jest od równania (51):

$$(51) \quad T_q = 0,85T_\theta > T_0^*,$$

gdzie: $T_0^* = 1184 \text{ K}$ (911°C - temperatura przejścia $\alpha \rightarrow \gamma$ dla stali).

Na podstawie (51) można obliczyć, że kruchość czerwonego żaru musi występować przy temperaturach $1173 \div 1273 \text{ K}$ ($900 \div 1000^\circ\text{C}$) i to tylko w próbkach stalowych, dla których $T_\theta \geq 1393 \text{ K}$, tzn. kiedy $\nu_0 \leq 13/45$.

Rzeczywiście „kruchość na gorąco” obserwuje się w próbkach żelaza ($\langle \nu_0 \rangle = 0,287$), a także w stali „miękkiej” ($\langle \nu_0 \rangle = 0,285$, patrz Tabelę 3), natomiast zjawisko to nie przejawia się w próbkach ze stali St20, St40 i 1H18N9, prawdopodobnie dlatego, ponieważ ich $\langle \nu_0 \rangle > 13/45$.

Przedstawiona hipoteza jest ubocznym wynikiem rozważań teoretycznych i szczegółowe rozpatrzenie tego zagadnienia wykracza poza zakres tej pracy*.

5.3.2. Wyznaczanie przejścia w stan kruchy w obniżonej temperaturze na podstawie wyników badań ultradźwiękowych

Rozciągając próbkę stalową w różnych temperaturach można stwierdzić, że wraz z obniżeniem temperatury (względem temperatury pokojowej 293 K) wzrasta granica plastyczności, zaś wydłużenie i przewężenie trwałę maleją.

W określonej temperaturze granica plastyczności zrównuje się z wytrzymałością na rozciąganie, natomiast przewężenie spadnie niemal do zera.

Temperatura T_k , w której to następuje, nazywa się temperaturą przejścia w stan kruchy lub temperaturą kruchości. Dla materiałów wrażliwych na działanie obniżonych temperatur należy ona do podstawowych kryteriów oceny odporności materiału na kruche pękanie. Szczególnie dotyczy to metali technicznych, ponieważ temperatura kruchości ośrodka polikrystalicznego zależy od wielu czynników.

Pomiar temperatury kruchości może być bardzo prosty, ale praktyczna użyteczność pomiaru będzie niewielka, ponieważ okazuje się, że T_k uzależniona jest od warunków odkształcania, stanu naprężeń, geometrii próbki, szybkości

* Można zaobserwować i trzeci spadek plastyczności stali w wysokich temperaturach; wiąże się on z tzw. temperaturą przepalania (przemarzenia) stali T_r , która występuje bezpośrednio przed punktem topnienia T_m . Odpowiada ona wartości krytycznej $\bar{\nu}_t = 15/36$, czyli $T_r = 1,3T_\theta \leq 1818 \text{ K}$. Dla stali średniej $\langle \nu_0 \rangle = 0,294$ i $T_\theta = 1284,2 \text{ K}$, mamy $T_r = 1669,5 \text{ K}$ (czyli $1396,5^\circ\text{C}$), co odpowiada temperaturze przejścia $\gamma \rightarrow \alpha$ (temperatura $\delta - \text{Fe}$).

odkształcania, itd. Do tego trzeba dodać, że przypadkowy charakter badań wytrzymałościowych – granicy plastyczności σ_{ys} , wytrzymałości na rozciąganie σ_{us} , też staje się przyczyną, że T_k musi być parametrem stochastycznym.

Najniższą temperaturę kruchości uzyskujemy przy rozciąganiu gładkich próbek, najwyższą przy dynamicznym rozciąganiu lub łamaniu próbek z ostrym karbem.

W praktyce przemysłowej do określania temperatury kruchości T_k jest stosowana najczęściej próbka udarnościowa, (Charpy V – Test, Robertson – Test, albo Pellini – Drop Weight Test).

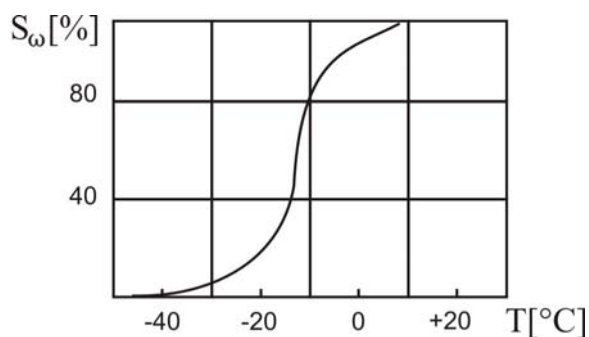
Tu trzeba zwrócić uwagę na specyfikę kruchości wywołaną działaniem niskich temperatur – ochłodzenie nie wywołuje żadnych trwałych zmian własności mechanicznych, ani strukturalnych.

Po nagrzaniu stali i przywróceniu temperatury pokojowej stal odzyskuje swoje pierwotne, dobre własności plastyczne.

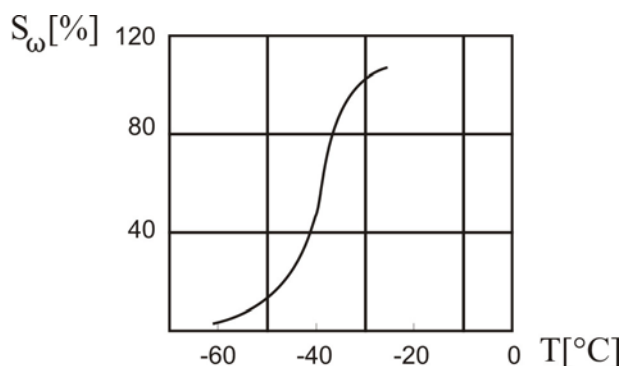
Oddziaływanie wysokiej temperatury może natomiast wywołać trwałe zmiany struktury i własności mechanicznych. Pierwotne własności w tym przypadku można odzyskać dopiero po odpowiedniej obróbce cieplnej.

Na rys. 14 i rys. 15 przedstawiono typowe zmiany temperatury przejścia w stan kruchy na podstawie CharpyV – Test dla blach ze stali niskowęglowej (C–0,16 %, Mn–0,69 %, Si–0,09 %) i blach ze stali o podwyższonej wytrzymałości (C–0,19 %, Mn–1,32 %, Si–0,28 %).

W większości przypadków złom kruchy następuje w określonych warunkach eksploatacyjnych wskutek istnienia pęknięć w elemencie konstrukcyjnym. W tym kontekście duże znaczenie ma zdolność materiału do zatrzymania pęknięcia.



Rys. 14. Wyznaczanie temperatury przejścia w stan kruchy T_v^{50} blach ze stali niskowęglowej (S_ω - procentowy udział powierzchni złomu włóknistego).

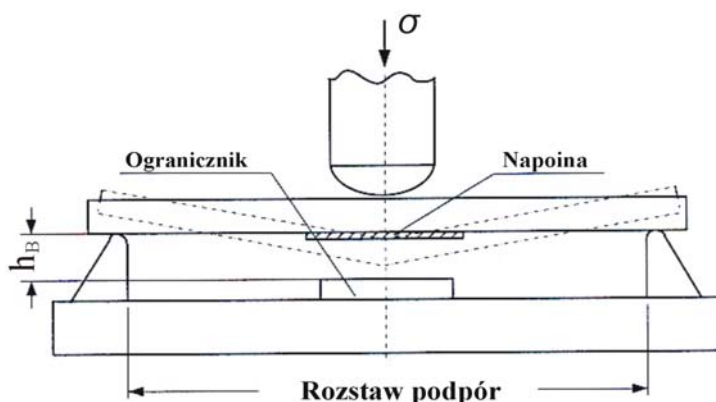


Rys. 15. Wyznaczanie temperatury przejścia w stan kruchy T_V^{50} (temperatura, która odpowiada $S_\omega = 50\%$) dla blach ze stali o podwyższonej wytrzymałości.

W Naval Research Laboratory w Waszyngtonie [44] opracowano na podstawie badań Pellini – test DWT (Drop Weight Test, tzn. próbę spadającego ciężaru, patrz rys. 16), wykorzystującą energię spadającego młota kafarowego.

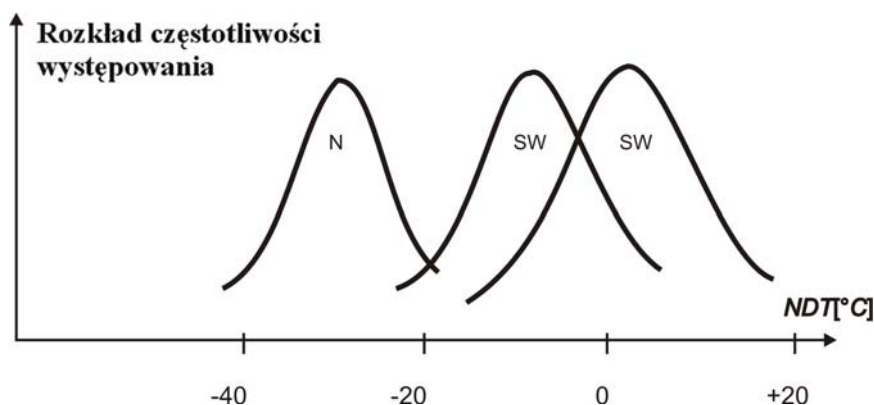
Próbki – płyty o określonych wymiarach (ASTM–E–208-69) przed badaniem oziębiano do różnych temperatur. Po stronie rozciąganej próbka ma napoinę z materiału kruchego, która pękając wprowadza do materiału badanego ostry karb (inicjator pęknięcia). Inicjator pęknięcia oraz dynamiczne odkształcanie materiału powodują, że pęknięcie rozprzestrzeni się w materiał podstawowy przy bardzo małym odkształceniu plastycznym na dnie karbu.

W określonej temperaturze próbka pękała w sposób całkowicie kruchy. Temperaturę tę określano NDT (Nil-Ductility Transition, czyli temperatura zerowej plastyczności metalu).

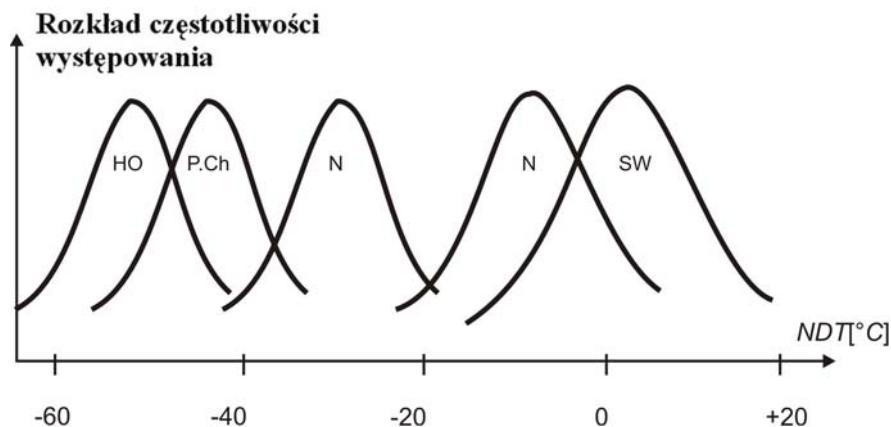


Rys. 16. Schemat łamania próbki metodą Pellini DWT.

Próba DWT dla wyznaczania NDT, obok próby udarowości należy obecnie do jednej z najbardziej rozpowszechnionych jakościowych metod badań odporności stali na pęknięcie. Na podstawie tej próby można wyciągnąć wiele ważnych dla praktyki wniosków (rys. 17a,b).



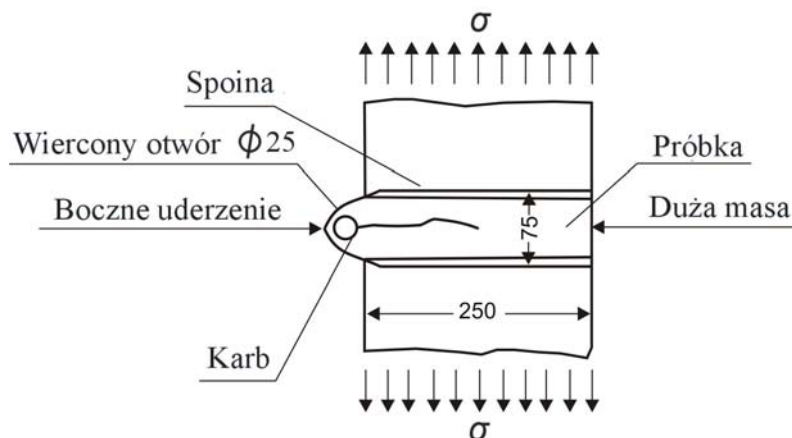
Rys. 17a. Rozkład statystyczny NDT w stalach konwencjonalnych (N – stal normalizowana, SW – stal gorąco walcowana).



Rys. 17b. Rozkład statystyczny NDT w stalach o podwyższonej wytrzymałości (HO – stal hartowana i odpuszczana, P.Ch – stal przyspieszenie ochłodzona).

Dla określania warunków naprężeniowych, w których następuje zatrzymanie pęknięcia zainicjowanego w sposób dynamiczny, Robertson [30] opracował specjalną próbkę (rys. 18). W największym stopniu symuluje ona propagację i zatrzymanie pęknięcia w warunkach rzeczywistych. Próbkę (blacha o szerokości rzędu 300mm) podlegała wstępnemu obciążeniu rozciągającemu do określonego poziomu, a potem próbkę oziębiano do określonej temperatury.

Następnie próbkę uderzano bocznie z określoną siłą (rys. 18); wskutek istniejącego bocznego karbu i uderzenia zostaje zainicjowane pęknięcie.

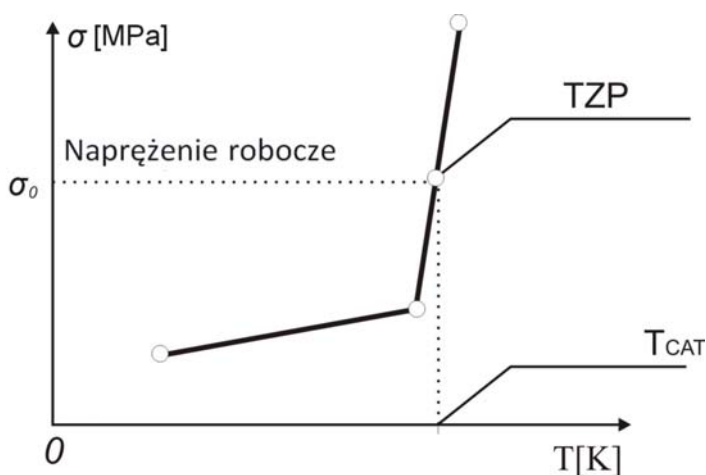


Rys. 18. Próba Robertsona.

Pęknięcie albo przebiega przez całą szerokość próbki, albo też zostaje zatrzymane przy zadanej stałej wartości σ .

Temperatura krytyczna, w którą pęknięcie zatrzymuje się - T_{CAT} (po angielsku CAT - Crack Arrest Temperature; po polsku temperatura TZP - Temperatura Zatrzymania Pęknięcia) zależy od poziomu naprężeń roboczych σ (rys. 19).

Temperatury T_{CAT} , NDT oraz temperatura przejścia w stan kruchy T_k , określona za pomocą innych metod mają charakter stochastyczny.



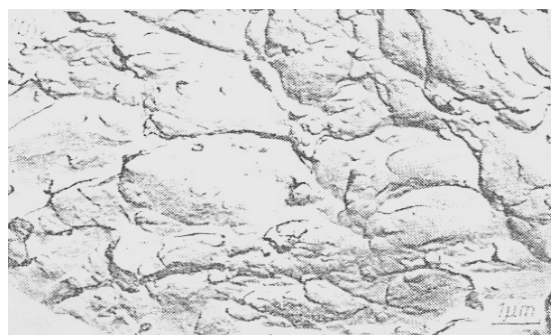
Rys. 19. Krzywa Robertsona dla wyznaczania T_{CAT} .

Każda z nich jest uzależniona także od wielu czynników metalurgicznych, stopnia odtlenienia i odgazowania, składu chemicznego, wielkości ziaren, rodzaju obróbki cieplnej itd.

Badania niszczące temperatury przejścia w stan kruchy (naliczono ich więcej niż 50 [31]) z reguły są dosyć skomplikowane (napoina DWT na przykład musi być wykonana specjalną elektrodą; dla Polski używa się ENS-18WB, dla USA odpowiednio N Murex Hardex). Wszystko to znacznie utrudnia sam proces oszacowania T_k , nawet pomijając stochastyczny charakter badań.

Brak jakiegokolwiek metody nieniszczącej spowodował liczne próby rozwiązania problemu w oparciu o wzory korelacyjne.

Grozier [31] na przykład zaproponował wzór empiryczny dla oszacowania temperatury przejścia w stan kruchy T_V^{50} (temperatura, w której 50 % z przekroju próbki po złamaniu S_w przejawia cechy złomu kruchego – rys.20a) na podstawie pomiaru udarności metodą Charpy V Test w postaci następującego wzoru: $T_V^{50} = (86 \div 108)(\% \text{ Mn}) + 2700(\% \text{ N}) + 4.3(\% \text{ perlit}) - 3.2/\sqrt{d}$, gdzie: d – średnica ziaren w calach.



(a)



(b)

Rys. 20. Mikrobudowa przełomów: a) plastyczny; b) kruchy.

Temperatura T_V^{50} wyznacza faktycznie tę temperaturę, w której 50% powierzchni przelomu - to przelom włóknisty (rys. 20b). Wzór Groziera osiąga dokładność rzędu $\pm 14,4^\circ\text{C}$. Nieco większą dokładność uzyskali Boulger i Hansen [31], którzy próbowali interpolować wzorem korelacyjnym NDT.

Niemniej wszystkie te wzory półempiryczne tylko udowadniają pilną potrzebę rozwiązania problemu metodami nieniszczącymi.

W oparciu o teorię Bella o rozkładzie kwantowym stałych sprężystości, rozszerzając ją w odniesieniu i do liczby Poissona (jak to zrobiliśmy już poprzednio) można stwierdzić, że złom poprzedzany znacznymi odkształceniami plastycznymi dla stali i stopów żelaza zawsze wiąże się z wartością charakterystyczną $v_t^{**} = 11/36$. Odpowiada ona temperaturze, w której występuje globalne maksimum C_V przed spadkiem plastyczności A_s na rys. 13. W tym przypadku 100% powierzchni złomu jest szorstka i matowa (rys. 20b).

Natomiast powierzchnia złomu kruchego (rys. 20a) jest gładka i błyszcząca, ponieważ dekochezia przebiega w płaszczyznach interkrystalicznego złomu ziaren.

W poradnikach technicznych (np. [45]) przyjęto zasadę, że granicę plastyczności dla materiałów konstrukcyjnych osiąga się, kiedy wydłużenie względne po próbie rozciągania osiąga wartość 5%. Jak udowodnił Soderberg dla stali i stopów żelaza $\varepsilon_{us} < 0,05$ odpowiada złomowi kruchemu [46].

Tabela 6.

N ₀	C _L [mm/μs]	C _T [mm/μs]	v ₀	Q	m	ε _{us}
1	4,10	2,27	0,27898	2,7563	0,0455	0,056
2	4,10	2,31	0,26747	4,757	0,0206	0,0235
3	4,15	2,30	0,27833	2,845	0,04374	0,0534
4	4,10	2,30	0,2704	4,1534	0,02555	0,0295
5	4,15	2,31	0,27554	3,2586	0,03646	0,0435
6	4,20	2,33	0,27771	2,934	0,0420	0,0510
7	4,45	2,47	0,277365	2,983	0,0411	0,0498
8	4,45	2,46	0,27996	2,626	0,0484	0,060
9	3,95	2,31	0,24012	17,137	2,0391	0,0022

W Tabeli 6 zestawiono wyniki badań ultradźwiękowych serii próbek z żeliwa i odpowiednio obliczone za pomocą programu „COULOMB” wartości v_0 oraz parametry Q, m i ε_{us} (z modelu).

Wyniki badań doświadczalnych udowadniają, że wartość charakterystyczna $v_t^{***} = 10/36$ odpowiada granicy przejścia w stan kruchy.

W Tabeli 6 dla $\nu_0 = 0,27771$ (próbka №7) otrzymujemy $\varepsilon_{us} = 5,1\%$, co wiąże się znakomicie z zasadą Soderberga. Ciało idealnie kruche (według Couchy) ma $\nu_0^c = 9/36 = 1/4$, a wartość ν_t^{***} mieści się akurat pośrodku w obszarze $[\nu_0^c, \nu_t^{**}]$.

Można postulować, że dla ciała polikrystalicznego przy obniżeniu temperatury osiąga się T_k K (temperatura przejścia w stan kruchy), gdy spełniony zostanie warunek: $\nu_t = \nu_t^{***}$.

Ponieważ dla stali i stopów żelaza $\nu_t^{***} = 10/36$, więc z (47) i (50) wynika:

$$(52) T_k = 0,175T_0(1 - 2\nu_0)/(\nu_0 - 0,2),$$

gdzie: $\nu_0 = 0,5(c_L^2/c_T^2 - 2)/(c_L^2/c_T^2 - 1)$,

T_0 K - temperatura pokojowa, dla której oszacowano ν_0 .

Trzeba tu jeszcze raz zaznaczyć, że T_k odpowiada temperaturze przejścia w stan kruchy w sensie interpretacji Soderberga [46], tzn. z (52) można oszacować dla stali temperaturę, w której wydłużenie względne ε_{us} w próbie rozerwania jest mniejsze niż 5% ($\varepsilon_{us} \leq 0,05$).

Tabela 7.

ν_0	T_k [K]
0,28	282
0,284	263,7
0,288	247,1
0,292	231,9
0,296	217,9
0,300	205,1
0,304	193,3
0,308	182,3
0,312	172,1

W Tabeli 7 zestawiono wyniki obliczeń wartości T_k dla różnych typów stali konstrukcyjnej (ν_0 podano w temperaturze pokojowej $T_0 = 293$ K).

Przykład 8.

Okrętowe blachy stalowe zbadano w temperaturze pokojowej $T_0 = 293$ K i metodami ultradźwiękowymi ustalono wartości prędkości fal podłużnych:

$c_L = 5,71 \text{ mm}/\mu\text{s}$ oraz fal poprzecznych: $c_T = 3,15 \text{ mm}/\mu\text{s}$. Wyznaczyć temperaturę przejścia w stan kruchy T_k w przypadku obciążeń quasi–statycznych.

Dla stosunku $c_L / c_T = 1,8127$ najpierw szacujemy liczbę Poissona $\nu_0 = 0,2812$, a potem, też z (52) - wartość temperatury przejścia: $T_k = 276 \text{ K}$, (czyli $+3 \text{ }^\circ\text{C}$).

Statek **S.S. Schenectady** nagle przełamał się wskutek pęknięcia kadłuba (grubość blachy - 30 mm). Morze było spokojne, temperatura wody $+4,4 \text{ }^\circ\text{C}$, temperatura powietrza $-3,3 \text{ }^\circ\text{C}$. Statek (tankowiec) był pusty, a naprężenie rozciągające kadłuba – minimalne (około $\sigma_0 = 7 \text{ MPa}$); pęknięcie jednak się nie zatrzymało [8] i statek przełamał się (rys. 21) w warunkach płaskiego stanu odkształceń. Według badań kontrolnych, próby udarności C_V w temperaturze $-7 \text{ }^\circ\text{C}$ wykazały stosunkowo małe wartości: $C_V = 7 \div 8 \text{ J}$, co odpowiada w przybliżeniu $K_{IC} = 28 \div 32 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$; (K_{IC} - odporność na pęknięcie, czyli krytyczny współczynnik intensywności naprężeń dla płaskiego stanu odkształceń).



Rys. 21. Awaria statku **S.S. Schenectady**.

Fakt, że pęknięcie się nie zatrzymało, wyniknął właśnie z przejścia stali w stan kruchy; to można wywnioskować z zależności: $T_k > T_0^{\text{powietrza}}$.

Reszta przyczyn: obecność pęknięć, koncentracja naprężeń kadłuba, itd., miały też swój wpływ, jednak nie był on decydujący.

Korzystając z równania (52) łatwo można obliczyć, że w przypadku, kiedy $T_k = T_0^{\text{powietrza}} = 269,7 \text{ K}$; liczba Poissona ma wartość: $\nu_0 = 0,282646 > 10/36$.

A zatem w temperaturze pokojowej $T_0 = 293\text{K}$ złom ma charakter plastyczny – co było udowodnione i doświadczalnie.

Przejście stali w stan kruchy zostało wywołane właśnie ochłodzeniem - to potwierdzają i niewielkie wartości C_V . W ten sposób, nawet przy bardzo niskich poziomach naprężeń eksploatacyjnych stała się możliwa gwałtowna propagacja pęknięcia kadłuba w warunkach płaskiego stanu odkształceń.

Gdyby zbadano blachy okrętowe metodami ultradźwiękowymi i gdyby oszacowano T_k z (53) najwidoczniej awarii dałoby się uniknąć.

Pierwszą próbę oceny T_k na podstawie teorii dyslokacji zrobił Stroh [48]; wykazał on zależność pomiędzy T_k i rozmiarem ziaren d . Teoria Stroh oparta była na znajomości energii aktywacji źródła dyslokacyjnego.

Sporo wysiłków (Cottrell, Lawley itd.) zrobiono, aby wyjaśnić na podstawie teorii dyslokacji zjawiska towarzyszące kruchym pęknięciom metali wskutek ochłodzenia. Niemniej pomimo pewnych sukcesów na razie „*problem ten pozostaje nierozwiązany*” [47].

W gruncie rzeczy proponowana metodyka nieniszczącego oszacowania T_k w oparciu o wzór (52) nie wyjaśnia procesów mikrostrukturalnych, które decydują o zmianach właściwości wytrzymałościowych przy przejściu polikryształów Fe–C w stan kruchy wskutek występujących zmian energii potencjalnej.

Niewyjaśniony pozostaje także proces odwrotny, kiedy przy podwyższeniu temperatury, polikryształ z powrotem przechodzi w stan plastyczny.

Przy tym wymaga wyjaśnienia także **anomalii wytrzymałości żeliwa** (rys. 2b), które w temperaturze pokojowej T_0 posiada $\sigma_{us}^r \ll \sigma_{us}^s$ (dla węglowej lub stopowej stali konstrukcyjnej jest akurat odwrotnie, $\sigma_{us}^r > \sigma_{us}^s$; patrz przykład 6 i wzór (44)).

Pewne wyjaśnienie anomalii wytrzymałości żeliwa (oraz stali w stanie kruchym $\nu_i < \nu_i^{***}$) można znaleźć z podstawowego równania modelu (9) dla ośrodka polikrystalicznego w oparciu o hipotezę, że wartość $\nu_i^{***} = 10/36$ wyznacza punkt krytyczny zmian znaków stałych reologicznych A , B i C .

Tak na przykład dla ośrodka sprężystego z „miękką” charakterystyką odkształcania: $A > 0, B > 0, C > 0$, a dla ośrodka ze „sztywną” charakterystyką: $A > 0, B > 0, C < 0$. Rozwiązanie na podstawie modelu postuluje, że z osiągnięciem wartości krytycznej ν_i^{***} następuje zmiana znaków stałych reologicznych, w ten sposób, że: $A < 0, B < 0, C > 0$, co prowadzi do równania

różniczkowego (53), przez analogię z (10) i (11); $Y(0) = 0$, $Y'(0) = Q^* = A/C$:

$$(53) \quad Y''(x) = |B| Y'(x) \left[Y'(x) - Y(x) - Q^* \right].$$

Ponieważ $|B| = m_y^*$, po obniżeniu rzędu równania różniczkowego, otrzymujemy dla agregatów z „miękką” charakterystyką umocnienia i $Y(0) = 0$:

$$(54) \quad \begin{cases} y' = Q + y + 1 - e^y & \text{–dla rozciągania} \\ y' = Q - y + 1 - e^{-y} & \text{–dla ściskania} \end{cases}$$

gdzie: $y = m_y \sigma$, $x = m_x \varepsilon + C_0$, $Q = m_y E_0 / m_x$, $C_0 = \text{const}$.

Porównanie wzorów (13) i (54) pozwala stwierdzić, że wzory są identyczne, tyle, że po osiągnięciu pewnej wartości energii potencjalnej próbki występuje inwersja sposobu obciążenia (wzór dla rozciągania - ważny jest przy ściskaniu i na odwrót).

Wszystkie poprzednio wyprowadzone równania pozostają w mocy i dla żeliwa (o ile w próbkach $\nu_0 < 10/36$), tyle, że będą ważne dla odwrotnego sposobu obciążenia. Można się domyśleć, że to zjawisko - dywergencja odkształceń postaciowych, będzie występowało i w stali przy ochłodzeniu, kiedy $\nu_t^{St} < 10/36$.

W gruncie rzeczy na podstawie równań konstytutywnych (13) i (54) można postulować teorię fenomenologiczną dywergencji odkształceń postaciowych stopów Fe-C, która mogła by wytłumaczyć gwałtowne zmiany własności mechanicznych występujące zarówno z przyczyn mikrostrukturalnych (żeliwo różnych gatunków), jak i w wyniku działania naprężeń wewnętrznych (kiedy te wywołują wzrost $\nu_0 > \nu_t^{***}$, patrz rys. 3). Dywergencja może występować nie tylko pod wpływem zmian temperaturowych (np. przy ochłodzeniu, patrz przykład 8), ale także wskutek zmian prędkości obciążenia (w pewnych warunkach).

Jeżeli stal niskowęglowa (0,07 ÷ 0,14 %C) posiada $\nu_0^{St} \in [19/72, 20/72]$ i poddana jest obciążeniu poza granicę plastyczności $\nu(\sigma)$ poważnie wzrasta i może osiągnąć wartość krytyczną $\nu_{cr}^{St} = 5/18$. Kiedy wartość bieżąca liczby Poissona osiągnie ów poziom krytyczny i $\nu(\sigma) \geq 5/18$, zmiany energii potencjalnej próbki, wywołane zniekształceniem mikrostruktury ośrodka polikrystalicznego będą nieodwracalne, a wobec tego stałe reologiczne A i B w (9) zmienia swój znak (z dodatniego na ujemny). W ten sposób wzór (11) przekształca się w postać (53) co wywołuje inwersję równań konstytutywnych (13) i (54). Tym można wytłumaczyć od dawna znany i doświadczalnie potwierdzony fakt – w stalach zwykłych (tzw.

„miękkie”) granice wytrzymałości na rozciąganie i na ściskanie są wyrównane:

$$\sigma_{us}^s \approx \sigma_{us}^r.$$

W stopach Fe-C, w których przed obciążeniem $\nu_0 \leq 19/72$ (np. żeliwo), zmiany znaków stałych reologicznych A i B np mogą nastąpić, ponieważ próbka łamie się w sposób kruchy (dekohezja poprzedza płynięcie plastyczne i $\nu(\sigma_f) \leq 5/18$). W tym przypadku, jak wynika z (54): $\sigma_{us}^s \gg \sigma_{us}^r$ i na tej podstawie można wytłumaczyć anomalie wytrzymałości żeliwa.

O ile w stalach węglowych i stopowych w temperaturze pokojowej z reguły $\nu_{cr}^{St} > 5/18$, u nich nie występują zjawiska niestateczności mechanicznej, wywołane przejściem $\nu(\sigma)$ przez wyżej wymieniony poziom krytyczny liczby Poissona $\nu_{cr}^{St} = 5/18$. Brak dywergencji odkształceń postaciowych (ergo inwersji równań (11)) objaśnia dlaczego w tych materiałach konstrukcyjnych $\sigma_{us}^r > \sigma_{us}^s$; tym można wytłumaczyć również nieobecność „zęba ciągliwości” na wykresie rozciągania.

Przy użyciu zrywarki ze „sztywnym” obciążeniem próbki ów „zab” może się zjawić w stalach węglowych tylko w przypadku obciążeń dynamicznych (patrz rys.46 i wyjaśnienia do rozdziału 10).

Zjawisko to wiąże się ze zmniejszeniem wartości bieżącej liczby Poissona pod wpływem prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$, wskutek czego $\nu_c(\dot{\epsilon}) \leq 5/18$ (problem ten był już omówiony w rozdziale 6).

Przykład 9.

Dla próbek z żeliwa № 2 i № 9 z Tabeli 6 oszacować stosunek wytrzymałości doraźnej w przypadku ściskania (σ_{us}^s) i rozciągania (σ_{us}^r): $\xi = \sigma_{us}^s / \sigma_{us}^r$.

Próbka z żeliwa № 2 posiada: $\nu_0 = 0,26747 < 10/36$ i $Q = 4,757$.

Z numerycznego rozwiązania równania: $y_m^r(n+1) = \ln[Q+1 + y_m^r(n)]$ oraz na podstawie (55) otrzymujemy $y_{us}^r = 2,05576$, a z numerycznego rozwiązania równania: $y_m^s(n+1) = Q+1 - e^{-y_m^s(n)}$, mamy dla ściskania: $y_m^s = 5,75383$.

Więc dla próbki № 2 wynika: $\xi_{N2} = \sigma_{us}^s / \sigma_{us}^r = y_m^s / y_m^r = 2,8$.

W ten sam sposób dla próbki № 9, kiedy $\nu_0 = 0,24012$ otrzymujemy: $Q = 17,137$. Odpowiednio dla $y_m^s = 18,137$ i $y_m^r = 3,0535$ obliczamy stosunek obu wytrzymałości - na rozciąganie i na ściskanie dla próbki № 9: $\xi_{N9} = \sigma_{us}^s / \sigma_{us}^r = y_m^s / y_m^r = 5,94$.

Wartość średnia z dwóch próbek: $\langle \sigma_{us}^s / \sigma_{us}^r \rangle = 4,37$ co pasuje doskonale do wartości podanej w poradnikach technologicznych: $\langle \sigma_{us}^s / \sigma_{us}^r \rangle = 4$.

Kończąc ten rozdział warto raz jeszcze powrócić do zdarzenia, omówionego w przykładzie 8. Według klasycznej teorii pęknięcia Griffith-Irwina, przy pewnej krytycznej długości szczeliny brzegowej $a_C^{cr} \geq 2,5(K_{IC} / \sigma_{ys})^2$ w okolicach jej wierzchołka wynika (jakby samo przez się) płaski stan odkształceń, nawet w bardzo cienkich blachach (co prawda z mniejszym współczynnikiem współosiowości naprężeń).

Zakładając według [70]: $\langle \sigma_{ys} \rangle = 214$ MPa, otrzymujemy dla tankowca **S.S. Schenectady**: $a_C \geq 42,8$ mm. Ustalono, że pęknięcia kadłuba statku były około $40 \div 90$ cm i tym tłumaczono awarię.

Nowoczesna mechanika pęknięcia i zwłaszcza badania Robertsona zdecydowanie zaprzeczają tej koncepcji. Okazuje się, bowiem, że sama obecność szczeliny o krytycznej długości jest niewystarczająca dla spowodowania pęknięcia elementu bez działania odpowiedniego obciążenia zewnętrznego oraz temperatury.

Przy zginaniu pojedynczej szczeliny brzegowej, kiedy głębokość jej penetracji a_C jest dużo mniejsza od szerokości elementu nośnego, współczynnik intensywności naprężeń można obliczyć ze wzoru: $K_I = 1,12\sigma\sqrt{\pi a_C}$.

Z warunku kruchego pęknięcia przy płaskim stanie odkształceń $K_I \geq K_{IC}$ wynika, że dla statku **S.S. Schenectady** wartość krytyczna szczeliny brzegowej $a_C^{cr} \geq 4060$ mm. Szczelin takiej długości na **S.S. Schenectady** nie było.

Stąd wniosek, że ten przypadek pęknięcia nie można wytłumaczyć, wychodząc z klasycznych wzorów mechaniki pęknięcia.

Można to jednak zrobić na podstawie teorii dywergencji wytrzymałości postaciowej dla stopów Fe-C, stosując substytucję $\sigma^* \rightarrow \sigma$ i uwzględniając wpływ ochłodzenia we wzoru Griffith-Irwina: $K_I = \sigma^* \sqrt{\pi a_C}$; przy tym, w temperaturach eksploatacyjnych $T_{eks} > T_k$ mamy: $\sigma^* = \sigma$, a dla $T_{eks} \leq T_k$ - odpowiednio: $\sigma^* = \xi(v_t)\sigma$ (wiadomo, że $T_k = 7T_\theta / 40$, patrz przykład 8).

Ponieważ w momencie awarii statku, według przedstawionej koncepcji: $v_t(T_k) = v_t^{***} = 10/36$, łatwo można obliczyć z (55): $Q(v_t^{***}) = 2,9238$, $y_m^r = 1,733$ i $y_m^s = 3,904$, a stąd wynika, że $\xi(v_t^{***}) = y_m^s / y_m^r = 2,2527$.

Zmodyfikowane kryterium kruchego pęknięcia stalowych blach okrętowych, z uwzględnieniem ochłodzenia stali poniżej temperatury przejścia w stan kruchy (tzn. dla $T_{eks} \leq T_k$) przedstawia się dla szczelin brzegowych w postaci:

$$(55) \quad K_I(T_{eks}) = 1,12\sigma^* \sqrt{\pi a_C} \geq K_{IC},$$

gdzie: $\sigma^* = \xi(v_t)\sigma_{eks}^{\max}$.

Zatem można oszacować, że w tym przypadku $\sigma^* = 15,77$ MPa i minimalny krytyczny wymiar szczeliny w podanej temperaturze musi być: $a_C^{cr} = 800$ mm.

Ponieważ na statku **S.S. Schenectady** udowodniono obecność szczelin o wymiarze większym niż a_C^{cr} wypadek był nieunikniony.

W ten sam sposób, obliczając $\xi[v_t(T_{eks})]$ można ustalić dla dowolnego stopu Fe-C wymiar krytyczny kruchego pęknięcia różnych wad (nie tylko pęknięć) w zadanej temperaturze ochłodzenia T_{eks}^{\min} . Problem ten jednak nie wchodzi w zakres niniejszej rozprawy i dlatego nie będziemy go tu zgłębiać.

Rozdział 6

Badania wspólnego wpływu temperatury i prędkości obciążenia na własności mechaniczne

6.1. Efekty prędkości i oszacowanie zmian temperatury przejścia w stan kruchy

W przypadku ogólnym odkształcenia kontinuum materialnego mogą być spowodowane obciążeniami różnego typu, w tym i udarowymi (dynamicznymi).

Jeżeli prędkość bezwymiarowego odkształcenia $\dot{\varepsilon} = d\bar{\varepsilon}/dt$ przekracza poziom $0,01 \text{ s}^{-1}$, trzeba brać pod uwagę siły bezwładności elementu konstrukcyjnego i w tym przypadku jego obciążenie nie może być uznane za quasi-statyczne. Występują wtedy tzw. „efekty prędkości”, czyli uzależnienie wartości własności mechanicznych od prędkości obciążenia. Jeżeli naprężenia w ośrodku wywołane obciążeniami dynamicznymi nie przekraczają granicy sprężystości σ_{ys}^* , następuje propagacja fal sprężystych, a jeżeli naprężenia są większe - występuje propagacja fal plastycznych z prędkością c_p .

Warunki rozprzestrzeniania się tych fal w przypadku odkształceń jednoosiowych są szczegółowo omówione w [62], [129].

Podstawy teorii propagacji fal plastycznych w kontinuum materialnym, równania stanu, którego nie zależą od prędkości odkształcenia, zostały omówione jeszcze w pracach Donnella [63]. Spróbował on aproksymować $\sigma(\varepsilon)$ zależnością biliniową, co w przypadku obciążenia jednowymiarowego odpowiada propagacji fal dwóch typów: sprężystych, z prędkością $c_0 = \sqrt{E/\rho}$ i plastycznych, z prędkością $c_p = \sqrt{K_0/\rho}$.

Nieco później w pracach Karmana, Taylora i Rachmatulina [63] opracowano szczegółową teorię propagacji fal plastycznych z amplitudą ograniczoną dla przypadku, kiedy jest znana zależność nieliniowa $\sigma = f(\varepsilon)$ otrzymana w warunkach obciążeń quasi-statycznych.

Jeden z ważniejszych wyników tej teorii polegał na tym, że dla $\sigma > \sigma_{ys}^*$ każdemu poziomowi naprężenia odpowiada własna (charakterystyczna) liniowa prędkość plastyczna: $c(\varepsilon) = \sqrt{(d\sigma/d\varepsilon)/\rho}$; wtedy prędkość krytyczna udaru c_f m/s oblicza się ze wzoru:

$$(56) \quad c_f = \int_0^{\varepsilon_f} c(\varepsilon) d\varepsilon$$

Samo istnienie c_f ma interpretację fizyczną w tym sensie, że energia udaru nie może się rozprzestrzeniać (z punktu inicjacji w głąb kontinuum) z liniową prędkością, większą od wartości krytycznej. Przekroczenie tej prędkości doprowadza do natychmiastowego zniszczenia elementu konstrukcyjnego w wyniku zrywu na granicy uchwytu.

Malvern [64] próbował uwzględnić wpływ prędkości odkształcania plastycznego $\dot{\varepsilon}_{pl}$ na zależność naprężenie – odkształcenie przy pomocy wzoru (57):

$$(57) \quad \sigma = f(\varepsilon) + A_D \ln(1 + B_D \dot{\varepsilon}_{pl}),$$

gdzie: A_D, B_D - stałe dynamiczne materiału.

Przedstawiając równanie stanu (57) w postaci bardziej uogólnionej:

$E \dot{\varepsilon}_{pl} = F[\sigma - f(\varepsilon)]$, wielu badaczy próbowało interpretować reakcje różnych metali na obciążenia dynamiczne. W [65] zestawiono wyniki doświadczeń z wynikami teoretycznymi. Zwrócono uwagę, że prędkość odkształcenia nie jest stała, lecz zmienia się w zależności od warunków eksperymentalnych; wyniki badań udarowych uzależnione są od wielu czynników, co znacznie utrudnia ekstrapolację własności mechanicznych.

Reasumując stan zagadnienia można stwierdzić, że zarówno model Malverna [64], jak i inne modele np. model Perzyny [97], modeli Johnsona-Cooka, Zerillego-Armstronga [129] oraz różne modele postaciowo – mikroskopowe lub dyslokacyjne [66], [129], z reguły wprowadzają mnóstwo problemów ubocznych, co utrudnia prawidłową interpretację wyników doświadczalnych.

Wyjątkowo uciążliwa okazuje się identyfikacja stałych dynamicznych, a oprócz tego praktycznie niemożliwe okazuje się uwzględnienie wpływu temperatury na obciążenia udarowe, (co tylko podkreśla zalety badań niszczących typu Robertson-Test).

To wszystko zmusza do poszukiwania rozwiązania odmiennego, w oparciu o technikę badań nieniszczących i przedstawionego powyżej modelu.

Zwiększenie prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}_{pl}$ zmienia $\sigma(\varepsilon)$ w sposób identyczny, jak i ochłodzenie kontinuum materialnego, tzn. zmniejsza liczbę Poissona $\nu(\dot{\varepsilon})$.

Zakres zmian można oszacować w oparciu o sugestię, że $\lim_{\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty} \nu(\dot{\varepsilon}) = 1/5$, przez analogię z $\lim_{T \rightarrow 0} \nu_t = 1/5$ (patrz rozdział 5).

Tu trzeba zaznaczyć, że $\nu(\dot{\varepsilon}) \in [1/5, \nu_0]$ jest ważne tylko dla materiałów konstrukcyjnych z tzw. „miękką” charakterystyką umocnienia, dla których $\nu_t \rightarrow 1/5$, kiedy $T \rightarrow 0$ (jak udowodniliśmy wcześniej).

W wielu badaniach doświadczalnych [66] zauważono, że przy zwiększonych prędkościach odkształcenia (rzędu $\dot{\varepsilon} \geq 20 \text{ s}^{-1}$) granice wytrzymałości doraźnej w próbach rozciągania i ściskania wyrównują się.

Potwierdza to słuszność wzoru Pragera (4) i odpowiednio – równanie (15) z modelu.

Opierając się na tym można wnioskować, że istnieje współczynnik umocnienia dla obciążeń dynamicznych według wzoru: $d\sigma/d\varepsilon = E_0 [1 - (\sigma/\sigma_f^*)^2]$ i wtedy, zgodnie z (40), można obliczyć c_f [m/s] w sposób następujący:

$$(58) \quad c_f = \int_0^{\varepsilon_f} \sqrt{(d\sigma/d\varepsilon)/\rho} d\varepsilon = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\sigma_f^*}{E_0} \right) c_L \quad ,$$

gdzie: σ_f^* - wytrzymałość doraźna, która odpowiada obciążeniom dynamicznym o prędkości c_f .

Przy obciążeniach quasi-statycznych: $\sigma_f^* = \sigma_{us}$ i $\nu(\dot{\varepsilon}) = \nu_0$; przy obciążeniach udarowych, kiedy prędkość liniowa $c(\dot{\varepsilon}) \rightarrow c_f$ występuje złom kruchy. O ile w próbce nie ma pęknięć i innych koncentratorów naprężeń, złom zbliża się do idealnie kruchego, więc $\nu(\dot{\varepsilon}_f) = 1/4$.

Jeżeli pęknięcia (lub nawet mikropęknięcia) występują, jak wynika to z teorii kwantowego rozkładu ν , złom kruchy odpowiada wartości charakterystycznej przejścia w stan kruchy ν_t^{***} . W tym przypadku złom kruchy przy obciążeniach dynamicznych nastąpi, kiedy $\nu(\dot{\varepsilon}_f) = \nu_t^{***}$ (dla stali oraz stopów Al: $\nu_t^{***} = 10/36$, zobacz także podrozdział 5.3.2).

W oparciu o wzór (15) można ocenić σ_f^* na podstawie zależności (59) :

$$(59) \quad \sigma_f^* = \sigma_{us} \sqrt{Q_0^* / Q_0},$$

gdzie: Q_0 - parametr reologiczny modelu, który odpowiada obciążeniu w warunkach quasi-statycznych (dla temperatury pokojowej $Q_0 = Q(\nu_0)$).

Dla stali wyżarzanej, w której brak pęknięć lub innych koncentratorów naprężeń: $Q_0^* = \lim_{Q \rightarrow 9/36} Q(\nu) = 10,6$; natomiast w przypadku przeciwnym:

$Q_0^* = \lim_{Q \rightarrow 10/36} Q(\nu) = 2,9238$ (wartości liczbowe otrzymano z równań (19) i (21) przy pomocy programu „COULOMB”).

Przykład 10.

Oszacować c_f dla stali St18GS przy temperaturze pokojowej ($T_0 = 293 \text{ K}$) z wyników badań ultradźwiękowych, podanych w przykładzie 4 (próbki wyżarzone, brak pęknięć i $\rho_{St} = 7,8 \text{ g/cm}^3$).

Dla podanych wartości prędkości fal ultradźwiękowych: $c_L = 5,94 \text{ mm}/\mu\text{s}$ i $c_T = 3,22 \text{ mm}/\mu\text{s}$ oszacowano: $E_0 = \rho_{St} c_L^2 = 275212 \text{ MPa}$; biorąc pod uwagę, że $\nu_0 = 0,291926$ (przykład 4), a stąd wynika: $Q_0 = Q(\nu_0) = 1,3869$, otrzymujemy $\sigma_{us} = \sqrt{\sigma_{ys}^* \sigma_{ys}^{**}} = 532,34 \text{ MPa}$.

Z (59) znajdujemy $\sigma_f^* = 1471,7 \text{ MPa}$ dla $Q_0 = 10,6$ ($\nu(\dot{\epsilon}_f) = 1/4$, ponieważ w próbce brak pęknięć i koncentratorów naprężeń). Zatem, na podstawie wzoru (58) szacujemy $c_f = 50,38 \text{ m/s}$.

W ten sposób można obliczyć c_f i dla innej zadanej temperatury $T_x \neq T_0$. Wtedy $Q_0 = Q[\nu_t(\theta)]$, a ν_t trzeba oszacować dla temperatury homologicznej $\theta = T_x / T_0$ ze wzoru interpolacyjnego (patrz przykład 7).

W Laboratorium wybuchowej obróbki metali (RU „A. Kynczew”, Bułgaria) na zlecenie MON w swoim czasie przeprowadzono szereg badań doświadczalnych celem ustalenia c_f [m/s]. Dla stali St18GS oszacowano $49 \leq c_f \leq 53,2$, co zgadza się z wynikami otrzymanymi na podstawie modelu.

Dla stali stosowanej w zakładach zbrojeniowych otrzymano dla $\nu_0 = 0,31$, $\rho_{St} = 7,93 \text{ g/cm}^3$, $\sigma_{us} = 620 \text{ MPa}$; odpowiednio: $102 \leq c_f \leq 119$.

Pomiary prędkości wykazały $c_L = 5,84 \text{ mm}/\mu\text{s}$, co daje: $E_0 = 270,46 \text{ GPa}$.

Dla $\nu_0 = 0,31$ na podstawie równań (19) i (21) mamy $Q_0 = Q(0,31) = 0,3864$. Ze wzoru (59) dla $Q_0^* = Q(9/36) = 10,6$ szacujemy: $\sigma_f^* = 3,247$ GPa; wtedy z (58) wynika: $c_f = 110$ m/s.

Wynik teoretyczny mieści się akurat pośrodku wyników doświadczalnych.

Jeszcze Clark i Wood [61] zwrócili uwagę na pewną anomalię przy obciążeniach dynamicznych blach ze stali i stopów Al, walcowanych na zimno, hartowanych lub poddanych obróbce technologicznej, przy której występują mikropęknięcia i naprężenia wewnętrzne. W tym przypadku obserwuje się znaczne zmniejszenie prędkości c_f , zwłaszcza w stosunku do blach wyżarzonych lub poddanych obróbce termicznej, (w których owe mikropęknięcia nie występują).

Zjawisko to można wyjaśnić na podstawie teorii kwantowanego rozkładu wartości charakterystycznych (krytycznych) liczby Poissona (patrz podrozdział 5.3.2). Dla stali oraz stopów aluminiowych liczba charakterystyczna (krytyczna) Poissona ν_t^{***} , która odpowiada przejściu w stan kruchy wynosi $\nu_t^{***} = 10/36^*$.

W tym przypadku $Q_0^* = Q(10/36) = 2,9238$, więc dla próbek ze stali St18GS, walcowanej na zimno otrzymujemy: $\sigma_f^* = \sigma_{us} \sqrt{Q_0^*/Q_0} = 780,4$ MPa.

Wynika stąd, że $c_f = 26,5$ m/s.

Badania doświadczalne c_f wykazały nieco większe wartości: $28 \leq c_f \leq 31$; niemniej korelacja z wynikami teoretycznymi zachowuje się.

Aluminium, jako metal monomorficzny jest bardziej przydatny dla sprawdzenia przedstawionej koncepcji.

Blachy ze stopu aluminiowego AlMg2 w stanie hartowanym posiadają $\sigma_{us} = 130$ MPa, $\nu_0 = 0,31$ i $\rho_{Al} = 2,7$ g/cm³ ($T_0 = 293$ K).

Otrzymana prędkość fal ultradźwiękowych $c_L = 6,32$ mm/ μ s, skąd wynika: $E_0 = \rho_{Al} c_L^2 = 107844,5$ MPa.

Ponieważ $Q_0 = Q(0,31) = 0,3864$, a $Q_0^* = Q(10/36) = 2,9238$, to z (59) otrzymujemy: $\sigma_f^* = 357,6$ MPa, a z (58) – odpowiednio: $c_f = 32,9$ m/s.

* Wartość $\nu_t^{***} \neq 10/36$ dla metali kolorowych i ich stopów, które w temperaturze pokojowej posiadają $\nu_0 \geq 25/72$ (np. Cu, Au, Pb itd.); wiąże się to z ograniczeń aproksymacyjnych szeregu *Padé* w postaci (47); problem ten wymaga dodatkowych badań.

Badania doświadczalne dały wynik uśredniony $\langle c_f \rangle = 33,5 \text{ m/s}$, co znakomicie zgadza się z wartością otrzymaną na podstawie modelu.

Zależność własności mechanicznych od prędkości liniowej obciążenia $c(\varepsilon)$ dla temperatury pokojowej ($v_t = v_0$) można interpolować przy pomocy wielomianu **Padé** (60):

$$(60) \quad v_c = \frac{v_0 + \left(\frac{0,2}{a_d}\right)\left(\frac{c}{c_f}\right)}{1 + \left(\frac{1}{a_d}\right)\left(\frac{c}{c_f}\right)},$$

gdzie: a_d -dynamiczna stała bezwymiarowa, którą można oszacować, kiedy w próbce brak jest pęknięć oraz koncentratorów naprężeń z warunku:

$$\lim_{c \rightarrow c_f} v_c = v_t^{***} = 9/36 \text{ (patrz (61b))}; \text{ kiedy one występują-odpowiednio:}$$

$$\lim_{c \rightarrow c_f} v_c = v_t^{***} = 10/36.$$

Dla stali i stopów Al w przypadku próbek z istniejącymi pęknięciami lub koncentratorami naprężeń (np. ostry karb) $\lim_{c \rightarrow c_f} v_c = 10/36$ i wzór (60)

przekształca się w postać (61a):

$$(61) \quad v_c = \begin{cases} \left[v_0 + (18v_0 - 5)(c/7c_f) \right] / \left[v_0 + (18v_0 - 5)(5c/7c_f) \right] & (a) \\ \left[v_0 + (4v_0 - 1)(c/c_f) \right] / \left[1 + (4v_0 - 1)(5c/c_f) \right] & (b) \end{cases}$$

Wzory (60) i (61) dają możliwość oszacowania v_c (a na tej podstawie i innych własności mechanicznych według już opracowanej metodyki) uwzględniając ich zmiany wywołane prędkością obciążenia. Wzory te (odpowiednio (60) i (61)) są w mocy dla stali konstrukcyjnej oraz stopów aluminiowych, które stanowią olbrzymią większość metali technicznych.

Przykład 11.

Na podstawie wyników nieniszczących badań ultradźwiękowych oraz otrzymanych parametrów modelowych dla stali St18GS (oszacowanych w przykładach 4, 7 i 10) obliczyć zmiany temperatury przejścia w stan kruchy T_k dla

obciążeń udarowych próbek z karbem, kiedy prędkość liniowa wynosi: $c(\varepsilon) = 10 \text{ m/s}$, a $\sigma_{us} = 532,34 \text{ MPa}$.

Z badań ultradźwiękowych w temperaturze pokojowej $T_0 = 293 \text{ K}$ mamy: $c_L = 5,94 \text{ mm}/\mu\text{s}$ i $c_T = 3,22 \text{ mm}/\mu\text{s}$, skąd wynika, że $\nu_0 = 0,291926$ i $E_0 = \rho_{St} c_L^2 = 275212 \text{ MPa}$.

Z (61a) otrzymujemy wzór interpolacyjny dla stali St18GS w postaci:

$$\nu_c = \left[0,291926 + 0,03638 \left(c / c_f \right) \right] / \left[1 + 0,181906 \left(c / c_f \right) \right].$$

Dla $Q_0^* = Q(10/36) = 2,9238$; ponieważ $Q_0 = Q(\nu_0) = 1,3869$ (patrz przykład 4) z (59) obliczamy: $\sigma_f^* = \sigma_{us} \sqrt{Q_0^* / Q_0} = 772,9 \text{ MPa}$.

Znajdujemy c_f^{\min} dla obciążeń udarowych w warunkach, kiedy istnieją pęknięcia: $c_f^{\min} = \pi c_L (\sigma_f^* / E_0) / 2 = 26,2 \text{ m/s}$ (patrz wzór (58)).

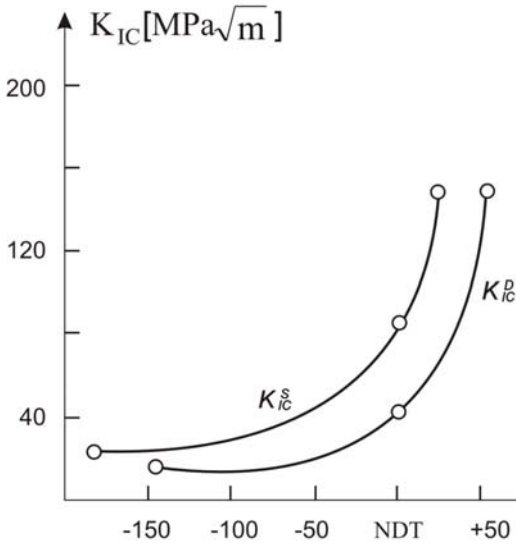
Szacujemy prędkość homologiczną: $c(\varepsilon) / c_f^{\min} = 0,3816$, a z równania interpolacyjnego dla stali St18GS otrzymujemy: $\nu_c = 0,28596$. Zakładając $\nu_t^{St} = \nu_c$ obliczamy temperaturę homologiczną: $\theta = T / T_\theta \approx 0,201$ ze wzoru interpolacyjnego (patrz przykład 7).

W tym że przykładzie obliczono także $T_\theta = 1326,4 \text{ K}$; znajdujemy, że prędkość obciążenia $c(\varepsilon) = 10 \text{ m/s}$ odpowiada (skutkami) ochłodzeniu do temperatury $266,6 \text{ K}$ (czyli $-6,4 \text{ }^\circ\text{C}$). Przy tym, jak wynika z (53) (dla $\nu_0 = \nu_c = 0,28596$) prędkość obciążenia zmniejsza T_k do poziomu $255,1 \text{ K}$ ($-17,9 \text{ }^\circ\text{C}$). Temperatura przejścia w stan kruchy w warunkach quasi-statycznych dla $\nu_0 = 0,291926$ wynosi $T_k = 232,1 \text{ K}$ ($-40,9 \text{ }^\circ\text{C}$).

Wynik wykazuje, że liniowa prędkość obciążenia $c(\varepsilon) = 10 \text{ m/s}$ spowodowała przesunięcie temperatury przejścia stali w stan kruchy o $+23 \text{ }^\circ\text{C}$. To musi być wzięte pod uwagę przy oszacowaniu wytrzymałości konstrukcji w zadanych warunkach eksploatacyjnych (zwłaszcza pod względem wymagań mechaniki pęknięcia).

Według Pellini [31] przesunięcie temperatury NDT w stosunku do temperatury T_{CAT} (na krzywej Robertsona) przy naprężeniu równemu granicy plastyczności (dla obciążeń udarowych) wynosi dla większości stali konstrukcyjnych $+33 \text{ }^\circ\text{C}$ (jest to bardzo grube i konserwatywne przybliżenie).

Z rys. 22 widać, że dla stali A533-B w punkcie NDT zależność temperaturowa krytycznego współczynnika intensywności naprężeń (K_{IC} - odporność materiału na pękanie dla płaskiego stanu odkształceń) w przypadku, kiedy występują obciążenia dynamiczne, K_{IC}^d jest przesunięta względem odporności na pękanie przy obciążeniach quasi-statycznych K_{IC}^s o prawie $+25\text{ }^\circ\text{C}$.



Rys. 22. Zależności statyczne (K_{IC}^s) oraz dynamiczne (K_{IC}^d) odporności na pękanie stali A533-B od temperatury (względem NDT).

Zgadza się to (w przybliżeniu) z wynikami obliczeń podanych w przykładzie 11.

6.2. Badania udarności celem wyznaczenia temperatury maksymalnej plastyczności

Zjawiska i tzw. „efekty prędkości” występujące przy obciążeniach dynamicznych znacznie komplikują w przypadku uwzględnienia działania temperatury ($T \neq T_0$).

Pierwsze gruntowne badania w tym zakresie prowadzili Nadai i Manjoine [67], którzy zbadali próbki ze stali, Al-stopów i miedzi (w stanie wyżarzonym) przy prędkościach odkształcenia $\dot{\epsilon}$ [s^{-1}] od 10^{-4} do 1000 i w temperaturach w przedziale od pokojowej (T_0) aż do temperatur, bliskich punktowi topnienia (T_m).

Udowodniono doświadczalnie, że im $T \rightarrow T_m$, tym mniejszy jest wpływ temperatury na efekty prędkości. To tylko potwierdza prawidłowość wzoru (60), co

łatwo da się udowodnić, obliczając $\lim_{c \rightarrow c_f} \nu_c(T_m)$ z (61), po uprzedniej substytucji

$$\nu_t(T_m) \rightarrow \nu_0 \text{ w (60).}$$

Małe (względnie) zmiany liczby Poissona są uwarunkowane małymi zmianami całego zespołu własności mechanicznych.

Wychodząc z tego założenia, można odzyskać globalne maksimum udarności, przedstawiając je w postaci: $C_V = \int_0^{\varepsilon_{us}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_{us}} \sigma\{\nu[\dot{\varepsilon}(\varepsilon), T(\varepsilon)]\} d\varepsilon$, gdzie zależność $\sigma(\nu)$ zaprezentowana jest na rys. 3, $\dot{\varepsilon}(\varepsilon)$ - funkcja Malverna (57), a $T(\varepsilon)$ - funkcja odwrotna $\varepsilon(T)$.

Bezwarunkowe maksimum globalne funkcji dwóch zmiennych $C_V(\dot{\varepsilon}, T)$ można uzyskać, zakładając: $\Delta C_V = -\frac{\partial C_V}{\partial \dot{\varepsilon}} \Delta \dot{\varepsilon} + \frac{\partial C_V}{\partial T} \Delta T = 0$ i stosując wzór Leibniza dla różniczkowania funkcji pod całką.

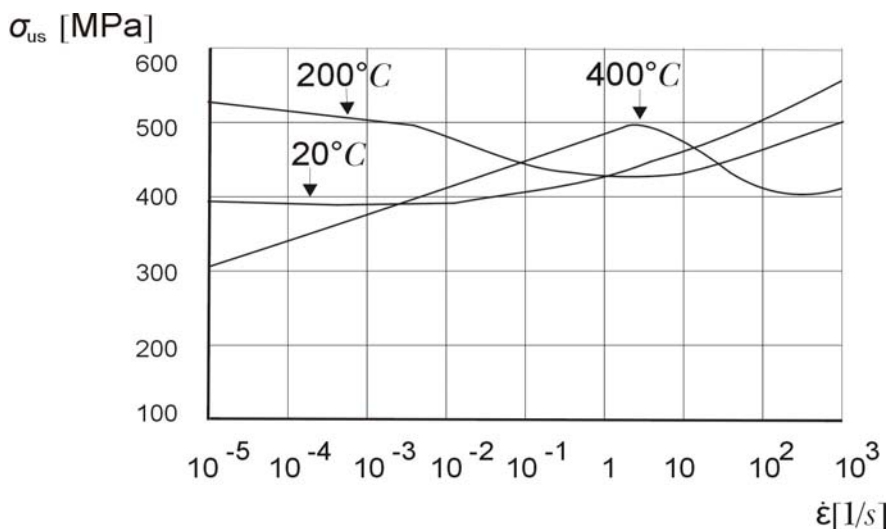
Cały problem można sprowadzić do uzyskania pewnej temperatury T_x , dla której: $\lim_{c \rightarrow c_f} \nu_c(T_x) = \nu(T_x) = \nu_0$ i $C_V(\dot{\varepsilon}, T_x) = \text{const}$.

Badania Nadai i Manjoine [67] udowodniły (patrz rys. 23), że owszem, istnieje dla stali pewna temperatura T_x , dla której $\lim_{\dot{\varepsilon} \rightarrow \dot{\varepsilon}_f} \Delta \sigma(\dot{\varepsilon}, T_x) = 0$ (w ustalonym zakresie zmian prędkości odkształcenia $0 < \dot{\varepsilon} \leq \dot{\varepsilon}_f$). Ponieważ dla temperatury pokojowej ($T = T_0$) wiadomo a priori, że $C_V = \text{const}$, jest oczywiste, że jeżeli $\Delta C_V = 0$ i $(\partial C_V / \partial \dot{\varepsilon})_{\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_f} = 0$, to temperatura $T = T_x$, w której występuje ekstremum $C_V(\dot{\varepsilon}_f, T_x) \rightarrow \max$, wyznacza maksimum globalne udarności.

Reasumując, algorytm obliczenia T_x można przedstawić w sposób następujący.

Najpierw dla $c = c_f$ i $\nu_c = \nu(T_0) = \nu_0$ szacujemy ν_t^x z (61) według wzoru:

$$(62) \quad \nu_t^x(T_x) = \nu_0 [1 + (5/7)(18\nu_0 - 5)] - (18\nu_0 - 5)/7$$



Rys. 23. Wpływ prędkości rozciągania na wytrzymałość doraźną stali „miękkiej” w różnych temperaturach.

Potem, korzystając z (50) obliczamy temperaturę T_θ w warunkach pokojowych (dla $\theta = T_0/T_\theta$).

Pod koniec, temperaturę maksymalnej ciągliwości T_x przy obciążeniach dynamicznych (w przypadku, kiedy występują wady lub koncentratory naprężeń) można oszacować ze wzoru (63):

$$(63) \quad T_x = T_\theta (\nu_t^x - 0,2) / (1 - 2\nu_t^x)$$

Przykład 12.

Sprawdzić przydatności stali: St18GS i A533-B do użycia przy budowie reaktorów jądrowych typu WWER (grubość ścianki koło 250 mm, temperatura robocza ścianki $T_{eks} \approx 533$ K). W wyniku badań ultradźwiękowych w warunkach pokojowych ($T_0 = 293$ K) ustalono dla stali St18GS: $\nu_0 = 0,291926$, a dla stali A533-B: $\nu_0 = 0,310$.

Na podstawie przedstawionego wyżej algorytmu szacujemy dla stali St18GS: $\nu_t^x = 0,30865$ (ze wzoru (62)) i $T_x = 0,2839T_\theta$ (z (63)).

Z (50) (patrz też przykład 7) wynika, że dla stali St18GS - $T_\theta = 1326,4$ K i stąd obliczamy: $T_x = 376,6$ [K] $\ll T_{eks} = 533$ K (temperatura robocza ścianki reaktora).

Dla stali A533–B mamy odpowiednio: $v_t^x = 0,35557$ i $T_x = 0,5386T_\theta$. Ponieważ z (50) wynika, że dla tej stali $T_\theta = 1012,2\text{ K}$, otrzymujemy: $T_x = 545,1\text{ K}$; w tym przypadku temperatura maksymalnej plastyczności jest bardzo zbliżona do $T_{eks} \approx 533\text{ K}$. Wynik jest jednoznaczny - stal St18GS nie nadaje się do budowy reaktorów, a stal A533–B może być zastosowana.

Na końcu warto zwrócić uwagę na empirycznie ustalone zależności pomiędzy C_V [J] (z Charpy-V Test) a odpornością na pękanie K_{IC} [MPa $\sqrt{\text{m}}$].

Ustalono doświadczalnie [68], że zwłaszcza dla stali konstrukcyjnej i stopów Al istnieją pewne zależności pomiędzy wyżej wymienionymi parametrami.

Według badań przedstawionych w [68]: $K_{IC} = \sqrt{EC_V}$, gdzie: E [GPa] – moduł Younga, C_V [J] – udarność, otrzymana w wyniku Charpy-V Test.

Według badań japońskich (Yamamoto itd.) zależność $K_{IC}(C_V)$ nie jest kwadratowa, lecz raczej paraboliczna: $K_{IC} = \sqrt{0,22EC_V^{3/2}}$ (w tych samych jednostkach pomiarowych). Dla obu wzorów wspólne jest to, że globalne maksimum udarności (punkt maksymalnej plastyczności) jest bezpośrednio powiązane z globalną maksymalną odpornością na pękanie w warunkach obciążeń dynamicznych: $K_{IC}^d \rightarrow \max$, kiedy $C_V \rightarrow \max$.

Reasumując, można stwierdzić, że obliczenie T_x na podstawie wyników badań nieniszczących (ultradźwiękowych) pozwala ustalić najbardziej bezpieczną temperaturę eksploatacyjną z punktu widzenia mechaniki pękania.

W ten sposób, niewielkim kosztem można zminimalizować ryzyko kruchego pęknięcia wskutek obecności małej wady (lub pęknięcia) w warunkach obciążenia dynamicznego (udarowego).

Rozdział 7

Wpływ tekstury cienkich elementów konstrukcyjnych na ich własności mechaniczne

Monokryształy metali posiadają anizotropię, czyli zależność własności fizycznych od kierunku (względem danej osi krystalograficznej). Anizotropia monokryształów odzwierciedla symetrię ich struktury atomowej. Elementy konstrukcyjne z metali technicznych mają strukturę stochastyczną – ziarnistą.

Agregaty polikrystaliczne w stanie znormalizowanym (wyżarzonym) są izotropowe. Niemniej w wyniku procesów technologicznych, pod wpływem odkształceń plastycznych oraz różnego rodzaju obróbek cieplnych stochastyczny charakter orientacji ziaren zmienia się, wielkość ziaren orientuje się w danym kierunku pod wpływem obciążenia lub rozkładu temperatury (na przykład przy walcowaniu cienkich blach, przy tłoczeniu itd.). Ten preferencyjny kierunek orientacji ziaren nazywa się teksturą.

Odróżniamy tekstury krystalograficzne (wskutek obróbek cieplnych) i mechaniczne (wskutek odkształceń plastycznych).

Szczególnie ważne znaczenie mają tekstury cienkich elementów konstrukcyjnych.

Meyer [49], analizując warunki produkcji blach stalowych wykazuje, że cienkie elementy konstrukcyjne zajmują coraz większy udział w ogólnej produkcji stali, przy czym do „cienkich” zalicza się według technologicznej terminologii niemieckiej wszystkie blachy o grubości mniejszej niż 3 mm.

W dalszym ciągu będziemy się trzymali klasyfikacji niemieckiej [1] w tym zakresie. W blachach „cienkich” powstaje tekstura ograniczona (dwuwymiarowa), tzw. tekstura walcowania. Ona charakteryzuje się tym, że płaszczyzna krystalograficzna jest równoległa do płaszczyzny walcowania, a osi krystalograficzne są uzależnione od kierunku walcowania (w tej płaszczyźnie).

W warunkach anizotropii teksturalnej zależności (6) pomiędzy naprężeniami i odkształceniami wyrażają się prawem Hooke’a w postaci tensorowej.

Dla krystalitów o strukturze RSC, RPC albo HZ w temperaturze pokojowej, korzystając z wskaźników Millera można wyrazić związek naprężenie-odkształcenie tensorem czwartego rzędu C_{ijkl}^{eff} dla składowych efektywnych sztywności (\tilde{c}_{ij}), przy założeniu normalnego kompletu parametrów termodynamicznych (skończone ciepło właściwe, niezerową przewodność i rozszerzalność cieplną).

Przy takim założeniu tensor sztywności nie zależy od czasu i dla krystalitów o strukturze regularnej (RPC i RSC) posiada tylko trzy niezależne składowe: \tilde{c}_{11} , \tilde{c}_{12} i \tilde{c}_{44} (ogólna liczba składowych wskutek symetrii z 81 zmniejsza się do 21 istotnie

różnych). Dla krystalitów o strukturze HZ (Mg, Cd, Zn) liczba ich wzrasta jednak do pięciu: \tilde{c}_{11} , \tilde{c}_{12} , \tilde{c}_{13} , \tilde{c}_{33} i \tilde{c}_{44} .

Na razie rozpatrzmy metale techniczne o strukturze RPC i RSC, które stanowią olbrzymią większość materiałów, stosowanych do budowy cienkich elementów konstrukcyjnych.

Anizotropię tych materiałów można ocenić jednym parametrem charakterystycznym A_C (dla krystalitów o strukturze HZ potrzebne są trzy parametry anizotropii).

Tu trzeba zaznaczyć, że w przypadku ośrodków losowych, (jakim jest agregat polikrystaliczny) składowe efektywne (uśrednione) nie mogą być większe niż składowe monokryształu, ergo anizotropia teksturalna nie może być większa od anizotropii monokryształu ($A_C^{Fe} = 2,4$; $A_C^{Al} = 1,22$; $A_C^{Cr} = 0,71$ itd.).

Parametr A_C (znany też, jako czynnik anizotropii Zenera [50]) charakteryzuje opór sieci krystalograficznej na obciążenia ścinające i wyraża się wzorem (64):

$$(64) \quad A_C = 2\tilde{c}_{44} / (\tilde{c}_{11} - \tilde{c}_{12}) = 2 / (\bar{w} - \bar{v}),$$

gdzie: $\bar{w} = \tilde{c}_{11} / \tilde{c}_{44}$, $\bar{v} = \tilde{c}_{12} / \tilde{c}_{44}$ - parametry względne (tzw. stosunki Cauchy).

Parametr \bar{v} służy za miarę przybliżenia do modelu odkształcenia Cauchy, dla którego $\bar{v} = 1$. Cauchy wychodził z założenia, że siły międzyatomowe nie zależą od kierunku, tzn. $\tilde{c}_{11} = 3\tilde{c}_{12}$.

Ośrodek izotropowy posiada trzy składowe sztywności istotnie różne; obróćmy kryształ regularny o dowolny kąt $\bar{\varphi}$ wokół osi \bar{X} - otrzymujemy:

$$\tilde{c}_{11}^* = \tilde{c}_{11} - \tilde{c}_{44} \left(\frac{\tilde{c}_{11} - \tilde{c}_{12}}{2\tilde{c}_{44}} - 1 \right) \sin^2 2\bar{\varphi}; \text{ stąd warunek niewrażliwości na taki obrót:}$$

$\tilde{c}_{11} - \tilde{c}_{12} = 2\tilde{c}_{44}$. W naszym przypadku: $\bar{w} - \bar{v} = 2$, czyli $A_C = 1$ jest warunkiem izotropii ośrodka.

Według Voigta [51] w polikryształach można obliczyć $G_V = G^{\max}$ - wartość maksymalną modułu ścinania G , przy założeniu, że odkształcenie ziaren jest stałe:

$$(65) \quad G_V / \tilde{c}_{44} = (2 / A_C + 3) / 5,$$

gdzie: $G_V = \max [G(\bar{\varphi})]$.

Według Reussa [52] w tym ośrodku polikrystalicznym wartość minimalną $G_R = G^{\min}$ modułu ścinania G można obliczyć, przyjmując w przybliżeniu, że naprężenie w ziarnach jest stałe:

$$(66) \quad \tilde{c}_{44} / G_R = (2A_C + 3) / 5.$$

Z równań (65) i (66) wynika zależność (67) dla ośrodka polikrystalicznego z teksturą ograniczoną:

$$(67) \quad A_C^2 - (25\zeta_C - 13)A_C / 6 + 1 = 0,$$

gdzie: $\zeta_C = G_V / G_R = (c_T^{\max} / c_T^{\min})^2$;

c_T^{\max}, c_T^{\min} - maksymalna i minimalna prędkość poprzecznych fal ultradźwiękowych w płaszczyźnie tekstury dwuwymiarowej.

Wśród czystych metali tylko wolfram posiada izotropię sprężystości w temperaturze pokojowej (tzn. $A_C = 1$); dla większości metali RPC i RSC stosowanych w praktyce (z wyjątkiem Cr, V i Mo) czynnik anizotropii Zenera mieści się w granicach: $1 \leq A_C \leq 4$. Dlatego można szacować A_C ze wzoru:

$$(68) \quad A_C = (25\zeta_C - 13) / 12 + \sqrt{(25\zeta_C - 13)^2 / 144 - 1}.$$

Na podstawie klasycznej teorii termodynamiki ciała stałego można obliczyć temperaturę charakterystyczną θ_D (temperaturę Debye'a) ze znanego wzoru [53]:

$$(69) \quad \theta_D = \bar{k}_0 \rho^{-1/6} M^{-1/3} K_0^{1/2} [f(\nu)],$$

gdzie: $\bar{k}_0 \approx 3,62 \cdot 10^{-3}$ - stała równania;

$\rho = M / V_A$ - gęstość; M - masa atomowa w unitach (u);

V_A - objętość atomowa; K_0 - moduł ściśliwości.

Temperatura Debye'a powiązana jest z termodynamiczną temperaturą topnienia T_m skorygowanym wzorem Lindemanna [56]:

$$(70) \quad \theta_D = \bar{k}_0^* \sqrt{T_m / (M V_A^{2/3})},$$

gdzie: $\bar{k}_0^* \approx 137$ (według [54]).

Ze wspólnego rozwiązania równań (69) i (70) otrzymujemy zależność (71):

$$(71) \quad K_0 / \rho = \bar{k}_0^{**} (T_m / M) [f(\nu)]^{2/3},$$

gdzie: \bar{k}_0^{**} - stała agregatu polikrystalicznego,

$f(\nu) = [(1 + \nu) / (3 - 3\nu)]^{3/2} + 2[(1 + \nu) / (1,5 - 3\nu)]^{3/2}$ - funkcja Debye'a.

Ściskanie wszechstronne nie wywołuje tekstury i nie wpływa na nią, dlatego lepiej byłoby wyrazić moduł ściśliwości (moduł odkształcenia objętościowego) K_0 za pomocą liczby Poissona ν i G znanym wzorem: $K_0 = G(1 + \nu)/(1,5 - 3\nu)$.

Ponieważ ρ , M i T_m nie zależą od anizotropii w dwóch różnych kierunkach w płaszczyźnie tekstury, każdy z nich charakteryzuje się odpowiednio wartościami $[G_1, \nu_1]$ i $[G_2, \nu_2]$, otrzymujemy zależność:

$$(72) \quad \frac{G_1}{G_2} = \left\{ \frac{2 + [(0,5 - \nu_1)/(1 - \nu_1)]^{3/2}}{2 + [(0,5 - \nu_2)/(1 - \nu_2)]^{3/2}} \right\}^{2/3}.$$

Metodami refraktometrii ultradźwiękowej można wyznaczyć ν_{\min} i ν_{\max} w płaszczyźnie tekstury dla cienkich blach metalowych (rys. 24), korzystając ze stosunków prędkości fal wyciekających Rayleigha i Lamba [60].

Przyjmując, że $G_1 = \max[G(\bar{\varphi})]$, a $G_2 = \min[G(\bar{\varphi})]$, to na podstawie (67) i (72) mamy:

$$(73) \quad \zeta_C = \frac{G^{\max}}{G^{\min}} = \left\{ \frac{2 + [(0,5 - \nu_{\min})/(1 - \nu_{\min})]^{3/2}}{2 + [(0,5 - \nu_{\max})/(1 - \nu_{\max})]^{3/2}} \right\}^{2/3}.$$

Trzeba zwrócić uwagę, że zmiany G i ν w kontinuum teksturowanym są odwrotne, tzn. dla $G \rightarrow G^{\max}$ mamy $\nu \rightarrow \nu_{\min}$ i vice versa. Zakładając, że dla stali (wszystkich typów, ogólnie) liczba Poissona mieści się w granicach $1/4 \leq \nu \leq 1/3$, z (73) otrzymujemy: $\zeta_C = 1,02105$; to daje z (65) wynik: $A_C^{St} = 1,3432$.

Według [55], stałe sprężystości dla α -Fe mają wartości następujące: $\tilde{c}_{11} = 237$ GPa, $\tilde{c}_{12} = 141$ GPa i $\tilde{c}_{44} = 116$ GPa; z tego wynika, że w tym przypadku $A_C^{Fe} = 2\tilde{c}_{44}/(\tilde{c}_{11} - \tilde{c}_{12}) = 2,4167$.

Można, więc wnioskować, że sprawdza się reguła, iż anizotropia ośrodka polikrystalicznego jest zawsze mniejsza od anizotropii monokryształu $A_C^{Fe} > A_C^{St}$. Ponieważ moduł ściśliwości $K_0 = (\tilde{c}_{11} + 2\tilde{c}_{12})/3$ nie zależy od tekstury, skorzystamy ze wzoru:

$$(74) \quad \frac{3K_0}{\tilde{c}_{44}} = \frac{G^{\max}}{\tilde{c}_{44}} \left(\frac{1 + \nu_{\min}}{0,5 - \nu_{\min}} \right) = \bar{w} + 2\bar{\nu}.$$

Z równań Voigta (65) i Reussa (66) otrzymujemy, z uwagi na (68) nowy układ równań (75):

$$(75) \quad \begin{cases} \bar{w} + 2\bar{v} = q(2/A_C + 3) \\ \bar{w} - \bar{v} = 2/A_C \end{cases},$$

gdzie: $q = (1 + \nu_{\min}) / (2,5 - 5\nu_{\min})$.

Na podstawie (75) znajdujemy rozwiązania dla \bar{w} i \bar{v} :

$$(76) \quad \begin{cases} \bar{w} = \frac{2}{3A_C}(q + 2) + q \\ \bar{v} = \frac{2}{3A_C}(q - 1) + q \end{cases}.$$

Dla $A_C = 1,3432$ i $\nu_{\min} = 1/4$ (w przypadku $\alpha - \text{Fe}$) otrzymujemy wyniki następujące: $\bar{w} = 2,489$ i $\bar{v} = 1$.

Wyznaczenie wartości uśrednionych $\langle \bar{w} \rangle$ i $\langle \bar{v} \rangle$ dla ośrodka losowego daje możliwość oszacowania liczby Poissona $\tilde{\nu}_0$ (dla quasi-izotropowego polikrystalicznego kontinuum, przed wywołaniem tekstury).

W tym przypadku mamy: $\tilde{\nu}_0 = \tilde{c}_{12} / (\tilde{c}_{11} + \tilde{c}_{12}) \approx \bar{v} / (\bar{w} + \bar{v}) = 0,286615$ (patrz rys. 24).

Wartość $\tilde{\nu}_0$, (w przybliżeniu, dla $\alpha - \text{Fe}$) okazała się bardzo bliska średniej kwadratowej dla odcinka $\nu_{\min} \leq \nu_0 \leq \nu_{\max}$, a proponowana metoda dla jej obliczenia - dokładniejsza od metod stosowanych dotychczas (np. [119]).

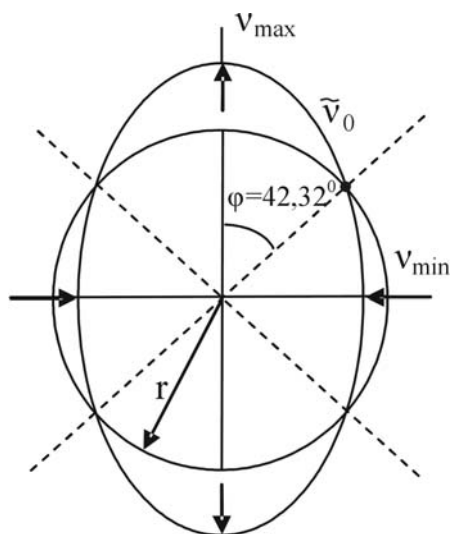
Aby zweryfikować otrzymane wyniki teoretyczne zbadamy prędkości podłużne fal ultradźwiękowych dla blach stalowych niskowęglowych ($0,25 \leq \nu_0 \leq 0,3$).

Ponieważ $K_0 = \rho_S c_L^2 (1 + \nu_0) / (3 - 3\nu_0)$, po kilku elementarnych przekształceniach algebraicznych (przez analogię z (72)) otrzymujemy zależność:

$$(77) \quad \frac{c_L^{\max}}{c_L^{\min}} = \sqrt[3]{\frac{0,5 + [(1 - \nu_{\max}) / (0,5 - \nu_{\max})]^{3/2}}{0,5 + [(1 - \nu_{\min}) / (0,5 - \nu_{\min})]^{3/2}}}.$$

Wskutek substytucji $\nu_{\min} = 0,25$ i $\nu_{\max} = 0,3$ (dla stali) w (75) otrzymujemy:

$$\frac{c_L^{\max}}{c_L^{\min}} = 1,07356.$$



Rys. 24. Oszacowanie liczby Poissona $\tilde{\nu}_0$ (dla quasi-izotropowego kontinuum polikrystalicznego, przed wywołaniem anizotropii) na podstawie pomiaru wartości V_{\min} i V_{\max} w cienkich elementach teksturowanych.

Z poradnika [69] wynika, że dla stali konstrukcyjnych: $c_L^{\max} = 6,1 \text{ mm}/\mu\text{s}$, a

$c_L^{\min} = 5,7 \text{ mm}/\mu\text{s}$; więc wychodzi: $\left(\frac{c_L^{\max}}{c_L^{\min}}\right)_{St} = 1,0702$; czyli wyniki teoretyczne

doskonale zgadzają się z doświadczalnymi.

Jest to niewątpliwe świadectwo, że przedstawiona teoria wpływu tekstury na stałe sprężystości (a zatem i na resztę własności mechanicznych) jest słuszna i może znaleźć odpowiednie zastosowanie przy badaniach anizotropii uplastycznienia blach [128], przy badaniach naprężeń własnych [96] oraz w innych kierunkach.

Niemniej warto raz jeszcze podkreślić, że wszystkie te rozwiązania analityczne są prawdziwe tylko w przypadku tekstury ograniczonej - dwuwymiarowej (np. tekstury po walcowaniu w elementach cienkościennych) i tylko dla metali, posiadających jeden parametr anizotropii (tzn. metale o sieci krystalicznej RPC i RSC, z wyjątkiem W).

Rozdział 8

Badania ultradźwiękowe metodami refraktometrycznymi

Refraktometria reprezentuje zespół metod fizycznych do wyznaczania wartości współczynnika załamania fal na granicy dwóch ośrodków. Jeżeli znane są prędkości fal w jednym ośrodku oraz wartość współczynnika załamania, można obliczyć prędkości fal w drugim (badanym) ośrodku, na podstawie wzoru Snelliusa.

Refraktometria ultradźwiękowa pozwala zmierzyć prędkości wyciekających fal powierzchniowych lub płytowych (*leaky Rayleigh or Lamb waves*) z dokładnością rzędu ± 1 m/s metodą immersyjną [80], [75], [90].

Główna zaleta tej metody badań ultradźwiękowych polega na tym, że można dostosować ją do badań cienkich elementów konstrukcyjnych, o grubości mniejszej od 3 mm. Przy tym metoda ta pozwala uniknąć błędów, związanych ze zmienną grubością warstwy sprzęgającej, dzięki stosowaniu techniki pomiarów immersyjnych (zanurzeniowych).

W toku analizy występują dwie główne kwestie pomiarowe.

Po pierwsze – należy ocenić metodyczny błąd pomiarowy, szacując różnicę pomiędzy prędkościami fal wyciekających i klasycznych fal Rayleigha i Lamba.

Po drugie – trzeba opracować metodykę, opartą na wynikach badań refraktometrycznych, dla oszacowania wartości c_L i c_T , które bezpośrednio są uzależnione od stałych sprężystości badanego ośrodka.

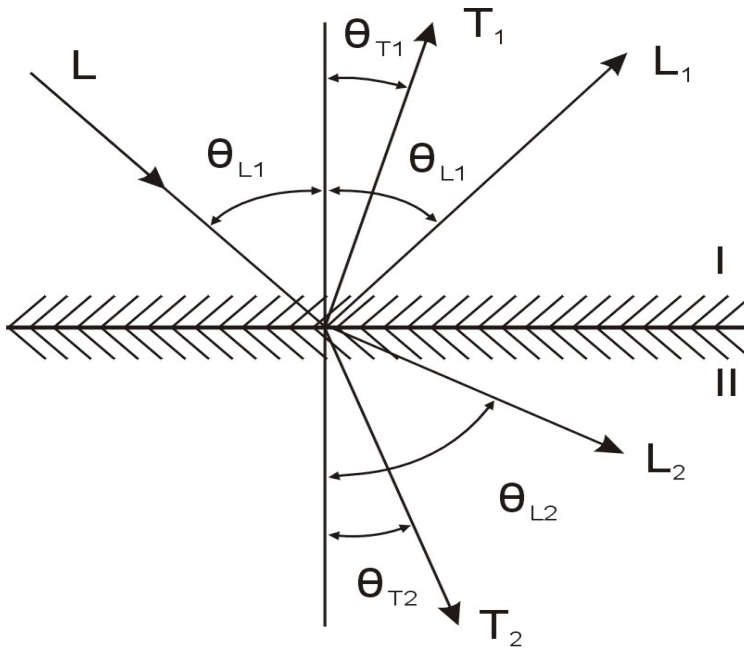
Aby uzyskać odpowiedź na wyżej wymienione kwestie pomiarowe trzeba zacząć od wyjaśnienia podstaw teoretycznych refraktometrii ultradźwiękowej.

8.1. Podstawy teoretyczne refraktometrii ultradźwiękowej

Rozprzestrzenianie się fal ultradźwiękowych w ośrodkach ograniczonych wiąże się z procesami odbicia, załamania i transformacji. Na rys. 25 przedstawiony jest przykład typowy, kiedy fala podłużna (L_0) pada na granicę dwóch półprzestrzeni I i II (ciał stałych).

Uwzględniono wszelkie możliwe przypadki, w tym, transformacji fal odbitych ($L_0 \rightarrow T_1$) oraz załamanych ($L_0 \rightarrow T_2$).

Zakładając, że fala padająca jest płaska, a ośrodki propagacyjne są idealnie sprężyste, jednorodne i izotropowe, można wprowadzić potencjał skalarny φ_L dla fal podłużnych oraz potencjał wektorowy ψ_T dla fal poprzecznych.



Rys. 25. Załamanie się fali ultradźwiękowej przy ukośnym padaniu na granicę dwóch ośrodków (I i II).

Wektor przemieszczeń cząstek \mathbf{S} można wyrazić w postaci (78):

$$(78) \quad \mathbf{S} = \text{grad } \varphi_L + \text{rot } \psi_T$$

Jak wiadomo [76], [93] potencjały φ_L i ψ_T muszą odpowiadać równaniom falowym Helmholtza:

$$(79) \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi_L}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \varphi_L}{\partial \bar{z}^2} + k_L^2 \varphi_L = 0 \\ \frac{\partial^2 \psi_T}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \psi_T}{\partial \bar{z}^2} + k_T^2 \psi_T = 0 \end{cases},$$

gdzie: \bar{X} , \bar{Y} - osie współrzędnych propagacji,

$k_L = \omega / c_L$, $k_T = \omega / c_T$ - liczby falowe fal podłużnych i poprzecznych (ω - częstotliwość kołowa).

Z równań falowych (79) wyłączono składniki związane z osią \bar{Y} , ponieważ płaszczyznę graniczną usytuowano tak, aby zbiegła się z płaszczyzną $[\bar{X}\bar{Y}]$.

W ten sposób przemieszczenia fal płaskich uzależniono tylko od wartości bieżących \bar{x} i \bar{y} .

Składowe przemieszczeń stycznych - u (wzdłuż osi \bar{X}) oraz normalnych - w (wzdłuż osi \bar{Y}), a także składowe wektora naprężeń $\sigma_{\bar{z}\bar{z}}$ i $\tau_{\bar{z}\bar{x}}$ można dla ośrodka **II** przedstawić w postaci (80) [77]:

$$(80) \quad \begin{cases} u_2 = \frac{\partial \varphi_{L_2}}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \psi_{T_2}}{\partial \bar{z}} \\ w_2 = \frac{\partial \varphi_{L_2}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \psi_{T_2}}{\partial \bar{x}} \\ \sigma_{\bar{z}\bar{z}} = \lambda_2^* \left(\frac{\partial^2 \varphi_{L_2}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{L_2}}{\partial \bar{z}^2} \right) + 2\mu_2^* \left(\frac{\partial^2 \varphi_{L_2}}{\partial \bar{z}^2} + \frac{\partial^2 \psi_{T_2}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}} \right) \\ \tau_{\bar{z}\bar{x}} = \mu_2^* \left(2 \frac{\partial^2 \varphi_{L_2}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 \psi_{T_2}}{\partial \bar{z}^2} - \frac{\partial^2 \psi_{T_2}}{\partial \bar{x}^2} \right) \end{cases},$$

gdzie: λ_2^* , μ_2^* - stałe Lamego dla ośrodka **II**.

W ośrodku **I** składowe przemieszczeń u_1, w_1 otrzymane są, jako wynik superpozycji fali padającej z falami odbitymi [76]:

$$(81) \quad \begin{cases} u_1 = \frac{\partial (\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \psi_{T_1}}{\partial \bar{z}} \\ w_1 = \frac{\partial (\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \psi_{T_1}}{\partial \bar{x}} \\ \sigma_{\bar{z}\bar{z}} = \lambda_1^* \left[\frac{\partial^2 (\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 (\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{z}^2} \right] + 2\mu_1^* \left(\frac{\partial^2 \varphi_{L_2}}{\partial \bar{z}^2} + \frac{\partial^2 \psi_{T_2}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}} \right) \\ \tau_{\bar{z}\bar{x}} = \mu_1^* \left[2 \frac{\partial^2 (\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 \psi_{T_1}}{\partial \bar{z}^2} - \frac{\partial^2 \psi_{T_1}}{\partial \bar{x}^2} \right] \end{cases}.$$

Front odbitej fali podłużnej jest symetryczny z frontem fali padającej (L_0) względem osi \bar{Z} , a stąd wynika, że $\theta = \theta_{RL}$ (patrz rys. 25). Potencjał φ_{L_0} fali L_0 , a także potencjały fal odbitych ($\varphi_{L_1}, \psi_{T_1}$) oraz fal załamanych ($\varphi_{L_2}, \psi_{T_2}$) można przedstawić w postaci [77]:

$$(82) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_{L_0} = -\frac{A_0}{k_{L_1}} \cos \omega \left(t - \frac{\bar{x} \sin \theta}{c_{L_1}} + \frac{\bar{z} \cos \theta}{c_{L_1}} \right) \\ \varphi_{L_1} = -\frac{A_{RL}}{k_{L_1}} \cos \omega \left(t - \frac{\bar{x} \sin \theta_{RL}}{c_{L_1}} - \frac{\bar{z} \cos \theta_{RL}}{c_{L_1}} \right) \\ \psi_{T_1} = -\frac{A_{RT}}{k_{T_1}} \cos \omega \left(t - \frac{\bar{x} \sin \theta_{RT}}{c_{T_1}} - \frac{\bar{z} \cos \theta_{RT}}{c_{T_1}} \right) , \\ \varphi_{L_2} = -\frac{A_{TL}}{k_{L_2}} \cos \omega \left(t - \frac{\bar{x} \sin \theta_{TL}}{c_{L_2}} + \frac{\bar{z} \cos \theta_{TL}}{c_{L_2}} \right) \\ \psi_{T_2} = -\frac{A_{TT}}{k_{T_2}} \cos \omega \left(t - \frac{\bar{x} \sin \theta_{TT}}{c_{T_2}} + \frac{\bar{z} \cos \theta_{TT}}{c_{T_2}} \right) \end{array} \right.$$

gdzie: θ_{TL}, θ_{TT} - kąty propagacji załamanych w ośrodku II fal podłużnych i poprzecznych;

θ_{RL}, θ_{RT} - kąty propagacji odbitych fal podłużnych i poprzecznych;

A_{RL}, A_{RT} - amplitudy ciśnienia fal odbitych;

A_{TL}, A_{TT} - amplitudy ciśnienia fal załamanych;

A_0 - amplituda ciśnienia fali padającej.

Należy zaznaczyć, że zarówno funkcje (82), jak i ich argumenty można pomnożyć przez dowolnie wybraną stałą, a mimo to będą one odpowiadały równaniom falowym (79) wskutek ich jednorodności.

Na granicy rozdziału ośrodków można zaobserwować, że fala padająca porusza się wzdłuż granicy z prędkością $\bar{c} = d\bar{x} / dt$.

Prędkość \bar{c} nazywa się prędkością pozorną i odpowiada zależności:

$$(83) \quad \bar{c} = c_{L_1} / \sin \theta .$$

Ponieważ zarówno fale odbite, jak i załamane, formują się w chwili osiągnięcia granicy przez falę padającą L_0 , więc jest oczywiste, że cały zespół fal posiada jednakową prędkością pozorną. Stąd wynika równanie (84), znane jako prawo Snelliusa:

$$(84) \quad \sin \theta / c_{L_1} = \sin \theta_{RL} / c_{L_1} = \sin \theta_{RT} / c_{T_1} = \sin \theta_{TL} / c_{L_2} = \sin \theta_{TT} / c_{T_2} .$$

Na płaszczyźnie granicznej, gdzie stykają się obie półprzestrzenie (ciało stałe **I** - ciało stałe **II**) muszą być spełnione warunki brzegowe:

$$(85) \quad \left. \begin{array}{l} u_1 = u_2; \quad w_1 = w_2 \\ \sigma_{\bar{z}\bar{z}_1} = \sigma_{\bar{z}\bar{z}_2}; \quad \tau_{\bar{x}\bar{z}_1} = \tau_{\bar{x}\bar{z}_2} \end{array} \right\}$$

Uwzględniając warunki brzegowe (85), na podstawie równań (80) i (81) można otrzymać zależność (86):

$$(86) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{\partial(\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \psi_{T_1}}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial \varphi_{L_2}}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \psi_{T_2}}{\partial \bar{z}} \\ \frac{\partial(\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \psi_{T_1}}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial \varphi_{L_2}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \psi_{T_2}}{\partial \bar{x}} \\ (\lambda_1^* + 2\mu_1^*) \frac{\partial^2(\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{z}^2} + \lambda_1^* \frac{\partial^2(\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{x}^2} + 2\mu_1^* \frac{\partial^2 \psi_{T_2}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}} = \\ = (\lambda_2^* + 2\mu_2^*) \frac{\partial^2 \varphi_{L_2}}{\partial \bar{z}^2} + \lambda_2^* \frac{\partial^2 \varphi_{L_2}}{\partial \bar{x}^2} + 2\mu_2^* \frac{\partial^2 \psi_{T_2}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}} \\ \mu_1^* \left[2 \frac{\partial^2(\varphi_{L_1} + \varphi_{L_0})}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 \psi_{T_1}}{\partial \bar{z}^2} - \frac{\partial^2 \psi_{T_1}}{\partial \bar{x}^2} \right] = \mu_2^* \left[2 \frac{\partial^2 \varphi_{L_2}}{\partial \bar{z} \partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 \psi_{T_2}}{\partial \bar{z}^2} - \frac{\partial^2 \psi_{T_2}}{\partial \bar{x}^2} \right] \end{array} \right\}$$

Równania (86) reprezentują wyrazy matematyczne niezależne zarówno od bieżących wartości \bar{x} i \bar{z} , jak i od czasu t , ponieważ odpowiadają warunkom brzegowym, które muszą być spełnione w dowolnym miejscu i w dowolnym czasie. W zasadzie φ_L i ψ_T mogą być wyrażone dowolnymi funkcjami, o ile posiadają one ograniczone drugie pochodne.

Stałe Lamego dla ośrodków izotropowych związane są z prędkościami fal ultradźwiękowych oraz gęstością ośrodka w sposób następujący:

$$(87) \quad \left. \begin{array}{l} \lambda^* = \rho(c_L^2 - 2c_T^2) \\ \mu^* = \rho c_T^2 \end{array} \right\}$$

Podstawienie (82) i (87) w (86) po pewnych przekształceniach algebraicznych sprowadza do układu równań (88):

$$(88) \quad \left\{ \begin{array}{l} -R_L - R_T \frac{\cos \theta_{RT}}{\sin \theta_{RL}} + G_L \frac{\sin \theta_{TL}}{\sin \theta_{RL}} - G_T \frac{\sin \theta_{TT}}{\sin \theta_{RL}} = 1 \\ R_L - R_T \frac{\sin \theta_{RT}}{\cos \theta_{RL}} + G_L \frac{\cos \theta_{TL}}{\cos \theta_{RL}} + G_T \frac{\sin \theta_{TT}}{\cos \theta_{RL}} = 1 \\ -R_L + R_T \frac{c_{T_1} \sin 2\theta_{RT}}{c_{L_1} \cos 2\theta_{RT}} + G_L \frac{\rho_2 c_{L_2} \cos 2\theta_{TL}}{\rho_1 c_{L_1} \cos 2\theta_{RT}} + G_T \frac{\rho_2 c_{L_2} \sin 2\theta_{TT}}{\rho_1 c_{L_1} \cos 2\theta_{RT}} = 1 \\ R_L + R_T \frac{c_{L_1} \cos 2\theta_{RT}}{c_{T_1} \sin 2\theta_{RL}} + G_L \frac{\rho_2 c_{L_1} c_{T_2}^2 \sin 2\theta_{TL}}{\rho_1 c_{L_2} c_{T_1}^2 \sin 2\theta_{RL}} - G_T \frac{\rho_2 c_{L_1} c_{T_2} \cos 2\theta_{TT}}{\rho_1 c_{T_1}^2 \sin 2\theta_{RT}} = 1 \end{array} \right. ,$$

gdzie: $R_L = A_{RL} / A_0$; $R_T = A_{RT} / A_0$ - współczynniki ciśnieniowe fal odbitych;

$G_L = A_{TL} / A_0$; $G_T = A_{TT} / A_0$ - współczynniki ciśnieniowe fal załamanych.

Stosując wzory Cramera, z równań (88) łatwo można oszacować zmiany wartości współczynników ciśnieniowych [77], [85] dla dowolnej wartości zadanej kąta $\theta = \theta_{RL}$. W sposób analogiczny można otrzymać także odpowiedni układ równań dla przypadku, kiedy na granicę ośrodków pod kątem $\theta = \theta_{RT}$ pada fala poprzeczna T_0 . W ten sposób rozwiązuje się zadanie podstawowe, klasyczne, refraktometrii ultradźwiękowej – ustalenie rozkładu kąтового współczynników $R_L(\theta)$ i $R_T(\theta)$ przy dowolnej granicy ośrodków propagacyjnych oraz przy zadanych własnościach sprężystych tych ośrodków (z uwzględnieniem niejednorodności i anizotropii).

8.2. Generacja fal pseudopowierzchniowych

Najbardziej ciekawe z punktu widzenia techniki pomiarowej są jednak ultradźwiękowe badania immersyjne. W tym przypadku granica ośrodków dzieli dwie półprzestrzenie: cieczy (I) i ciała stałego (II), która właśnie jest obiektem badań refraktometrycznych. Warunki brzegowe na płaszczyźnie granicznej ($\bar{z} = 0$) można wtedy wyrazić w sposób następujący:

$$(89) \quad \left\{ \begin{array}{l} w_1 = w_2 \\ \sigma_{\bar{z}\bar{z}_1} = \sigma_{\bar{z}\bar{z}_2} \\ \tau_{\bar{x}\bar{z}_2} = 0 \end{array} \right. .$$

Ponieważ w półprzestrzeni **I** (w cieczy) propagacja fal poprzecznych nie jest możliwa, więc od granicy odbija się tylko fala podłużna ($R_T = 0$).

Układ równań (90), które odpowiadają warunkom brzegowym (89), otrzymujemy z (80) i (81) z uwzględnieniem (82) i (87):

$$(90) \quad \begin{cases} R_L + G_L \frac{\cos \theta_{TL}}{\cos \theta_{RL}} + G_T \frac{\sin \theta_{TT}}{\cos \theta_{RL}} = 1 \\ -R_L + G_L \left(\frac{\rho_2 c_{L_2}}{\rho_1 c_{L_1}} \right) \cos 2\theta_{TT} + G_T \left(\frac{\rho_2 c_{T_2}}{\rho_1 c_{L_1}} \right) \sin 2\theta_{TT} = 1 \\ 0 - G_L \frac{\sin 2\theta_{TL}}{c_{L_2}} + G_T \frac{\cos 2\theta_{TT}}{c_{T_2}} = 1 \end{cases}$$

Rozwiązując układ (90) zgodnie z (84) otrzymujemy dla współczynnika ciśnieniowego fali odbitej wzór następujący:

$$(91) \quad R_L(\theta) = \frac{\Delta'_1}{\Delta'} = \frac{\rho c_L \left(\frac{\cos^2 2\theta_{TT}}{\cos \theta_{TL}} \right) + \rho c_L \left(\frac{\sin^2 2\theta_{TT}}{\cos \theta_{TT}} \right) - \frac{\rho_0 c_0}{\cos \theta}}{\rho c_L \left(\frac{\cos^2 2\theta_{TT}}{\cos \theta_{TL}} \right) + \rho c_L \left(\frac{\sin^2 2\theta_{TT}}{\cos \theta_{TT}} \right) + \frac{\rho_0 c_0}{\cos \theta}},$$

gdzie: ρ_0 - gęstość cieczy (**I**);

ρ - gęstość ciała stałego (**II**);

$c_0 = c_{L_1}$ - prędkość fali ultradźwiękowej w cieczy;

$c_T = c_{T_2}, c_L = c_{L_2}$ - prędkość fal poprzecznych i podłużnych w ciele stałym;

Δ' - wyznacznik macierzy współczynników w (90);

Δ'_1 - wyznacznik (90) otrzymany drogą zmiany kolumny pierwszej z lewej strony macierzy – kolumną z prawej strony równań.

Modele klasyczne wychodzą z założenia, że fala padająca jest płaska i nieskończona, a granica – to płaszczyzna dzieląca dwa idealne ośrodki izotropowe.

W warunkach badań doświadczalnych nie sposób nie zauważyć, że fala padająca ma wiązkę o wymiarach dosyć ograniczonych.

Wskutek ograniczonej szerokości wiązki (zwłaszcza, gdy kąt θ zbliża się do wartości krytycznej) wynika przesunięcie Δh środka wiązki fali odbitej względem środka wiązki fali padającej.

Można oszacować ten parametr ze wzoru (92) [78] :

$$(92) \quad \Delta h = \frac{2\lambda_0 \rho}{\pi \rho_0} \sqrt{\frac{\bar{d}_0(\bar{d}_0 - \bar{d}_2)}{\bar{d}_2(\bar{d}_2 - 1)}} \left[\frac{1 + 6\bar{d}_2^2(1 - \bar{d}_1) - 2\bar{d}_2(3 - 2\bar{d}_1)}{\bar{d}_2 - \bar{d}_1} \right],$$

gdzie: λ_0 - długość fali w cieczy;

$$\bar{d}_0 = (c_T / c_0)^2, \quad \bar{d}_1 = (c_T / c_L)^2, \quad \bar{d}_2 = (c_T / c_R)^2;$$

c_R - prędkość fal powierzchniowych Rayleigha.

W przypadku, kiedy prędkość fali padającej w cieczy jest mniejsza niż prędkości obu fal załamanych w ciele stałym, możliwe jest istnienie trzech kątów krytycznych: θ' , θ'' i θ''' .

Wartości ich można obliczyć na podstawie prawa Snelliusa według (84):

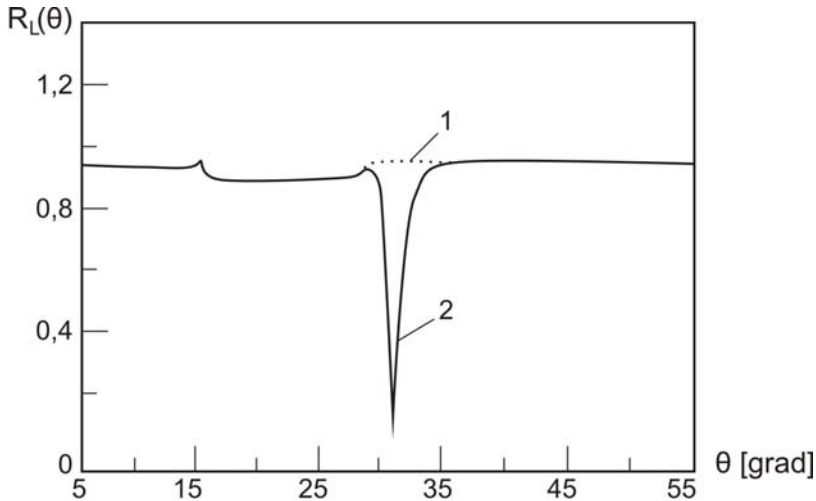
$$(93) \quad \begin{cases} \theta' = \arcsin(c_0 / c_L) \\ \theta'' = \arcsin(c_0 / c_T) \\ \theta''' = \arcsin(c_0 / c_R) \end{cases} .$$

Każdy kąt krytyczny odpowiada przypadkowi szczególnemu pełnego wewnętrznego odbicia, kiedy ruch propagacyjny kieruje się wzdłuż granicy. Wtedy wskutek superpozycji komponentów objętościowych i powierzchniowych formują się fale niejednorodne, graniczne, które znane są jako fale wyciekające (*leaky waves*). Wyciekające fale powierzchniowe (*leaky surface waves*) nazywa się jeszcze falami pseudopowierzchniowymi, ponieważ w nich propagacja fali wiąże się ze strumieniem energii w kierunku normalnym do płaszczyzny granicznej. Zarówno fale powierzchniowe (Rayleigha), jak i fale pseudopowierzchniowe (wyciekające), koncentrują się dookoła przestrzeni granicznej, lecz różnica polega na tym, że fale wyciekające zanikają szybko wskutek odpromieniowania swej energii w obu ośrodkach.

W modelach klasycznych [79], [83] nie uwzględnia się dyssypacji energii falowej w ośrodkach propagacyjnych.

Wynikają stąd rażące niezgodności pomiędzy wartościami $R_L(\theta)$ obliczonymi według wzoru (91) (rys. 26 – linia kreskowana 1) i otrzymanymi doświadczalnie (rys. 26 – linia ciągła 2).

Na rys. 26 przedstawiono rozkłady kątowe $R_L(\theta)$ (tzw. refraktogramy) dla współczynnika odbicia na granicy typu woda – stal niskowęglowa, konstrukcyjna ($\theta''' = \langle \theta_R \rangle_{St} \approx 31^\circ 30'$). Wyraźnie widać, że niezgodność z wynikami doświadczalnymi jest największa właśnie w okolicach trzeciego kąta krytycznego; tam gdzie wskutek pełnego wewnętrznego odbicia powstają fale pseudopowierzchniowe.



Rys. 26. Zależność kątowna współczynnika ciśnieniowego odbicia fali według teorii Schocha (linia kreskowana-1) i według wyników doświadczalnych dla stali (linia ciągła-2).

Niezgodność modelu klasycznego z wynikami doświadczalnymi zauważono dosyć wcześnie, próbowano ją nawet wytłumaczyć (fenomenologicznie) wpływem przesunięcia środka wiązki fali padającej na granicę (Δh). Problem okazał się jednak bardziej złożony, a jego rozwiązanie w postaci odpowiedniego modelu matematycznego znaleziono dopiero po uwzględnieniu tłumienia fal ultradźwiękowych (w obu ośrodkach propagacyjnych [80]), a także zjawisk interferencyjnych, które zachodzą pomiędzy falami odbitymi i wyciekającymi [81].

W wyniku tych zjawisk, zgodnie z prawami akustyki geometrycznej, zmienia się rozkład (profil) ciśnienia wiązki fali odbitej; wskutek tego ciśnieniowy współczynnik odbicia, kiedy $\theta \rightarrow \theta_R$ maleje gwałtownie, co potwierdzają badania doświadczalne (patrz rys. 26).

Obie koncepcje uwzględniające zjawiska interferencyjne oraz wpływ tłumienia fal: Beckera – Richardsona [80] i Bertoni – Tamira [82] przedstawiają ciśnieniowy współczynnik odbicia w postaci zespolonej $-\dot{R}_L(\theta)$. W ten sposób można oszacować równoległe zmiany amplitudy i fazy ciśnienia fali odbitej dla dowolnej wartości kąta θ .

Dla uwzględnienia dyssypacji energii falowej w ośrodkach propagacyjnych wektory falowe w równaniach (79) i (82) przedstawia się w postaci liczb zespolonych:

$$(94) \left. \begin{array}{l} \dot{k}_L = k_L + j\alpha_L^* \\ \dot{k}_T = k_T + j\alpha_T^* \end{array} \right\} - \text{dla ośrodka II}, \quad \dot{k}_0 = k_0 + j\alpha_0^* - \text{dla ośrodka I},$$

gdzie: $k_L = \omega / c_L$ i $k_T = \omega / c_T$ - liczby falowe fal podłużnych i poprzecznych;

$k_0 = \omega / c_0$ - liczba falowa fali ultradźwiękowej w cieczy, $j = \sqrt{-1}$;

α^* - tłumienie fali w decybelach.

Zwykle tłumienie fali w cieczy α_0 oraz α_L i α_T (tłumienie fal podłużnych i poprzecznych) wyraża się w decybelach na metr - dB/m. W tym przypadku jednak dla cieczy $\alpha_0^* = \alpha_0 \lambda_0$, a dla płyty $\alpha_L^* = \alpha_L \lambda_L$ i $\alpha_T^* = \alpha_T \lambda_T$ wyrażono w decybelach co odpowiada tłumieniu fali na drodze propagacyjnej równej pojedynczej jej długości.

Na podstawie tej koncepcji (94) ciśnieniowy współczynnik odbicia z (91) można przedstawić w postaci (95) [84]:

$$(95) \dot{R}_L(\dot{k}_x) = \frac{(2\dot{k}_x^2 - \dot{k}_T^2) - 4\dot{k}_x^2 \sqrt{(\dot{k}_x^2 - \dot{k}_L^2)(\dot{k}_x^2 - \dot{k}_T^2)} - j(\rho_0 / \rho) \dot{k}_T^4 \sqrt{\frac{\dot{k}_x^2 - \dot{k}_L^2}{\dot{k}_0^2 - \dot{k}_x^2}}}{(2\dot{k}_x^2 - \dot{k}_T^2) - 4\dot{k}_x^2 \sqrt{(\dot{k}_x^2 - \dot{k}_L^2)(\dot{k}_x^2 - \dot{k}_T^2)} + j(\rho_0 / \rho) \dot{k}_T^4 \sqrt{\frac{\dot{k}_x^2 - \dot{k}_L^2}{\dot{k}_0^2 - \dot{k}_x^2}}},$$

gdzie: $\dot{k}_x = \dot{k}_0 \sin \theta = \dot{k}_T \sin \theta_{TT} = \dot{k}_L \sin \theta_{TL}$.

Szereg prac doświadczalnych (np. [90], [91]) daje podstawy do stwierdzenia, że model matematyczny Beckera – Richardsona (95) charakteryzuje się wysoką dokładnością i odpowiada wynikom eksperymentalnym (rys. 26, linia-2)

Badania komputerowe wykazały, że wartości $\dot{R}_L(\theta)$ obliczone ze wzoru (95) różnią się od wyników doświadczalnych tylko w granicach błędu pomiarowego (rzędu $\pm 0,1\%$ dla stali).

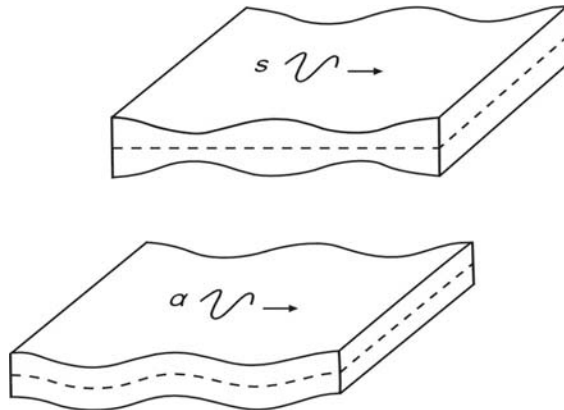
Konkludując, trzeba zwrócić uwagę, że powyżej przedstawione równania zależą od obecności ośrodka nieskończonego (tzn. półprzestrzeni).

Można przyjąć (w przybliżeniu [76]), że głębokość przenikania fal pseudopowierzchniowych odpowiada jednej długości falowej λ_R^* . Dlatego, generacja tych fal wyciekających wiąże się ze spełnieniem warunku: $g \geq 1,5 \lambda_R^*$.

W przypadku, kiedy ten warunek nie jest spełniony, występuje propagacja wyciekających fal płytowych (*leaky Lamb waves*, tzw. fale pseudopłytywowe).

8.3. Generacja fal pseudopłytowych

W ujęciu klasycznym Lamba, kiedy płyta usytuowana w próżni tworzy ośrodek cienkościenny, to w niej jest możliwe rozpowszechnienie fal płytowych (*Lamb waves*). W przypadku zanurzenia płyty w cieczy występują w niej zjawiska związane z propagacją fal wyciekających Lamba, tzw. fal pseudopłytowych (*leaky Lamb waves*). Część energii tej fali traci się wskutek promieniowania w cieczy w kierunku normalnym względem płaszczyzny granicznej. Przesunięcia wywołane ruchem falowym mogą być symetryczne, normalne (dylatacyjne) w stosunku do płaszczyzny środkowej ($\bar{z} = 0$) albo antysymetryczne, czyli gięte - rys. 27.



Rys. 27. Fale płytowe: **a** – antysymetryczne (gięte) oraz **S** – symetryczne (dylatacyjne).

W zależności od tego klasyczne fale płytowe dzielą się na fale symetryczne (z prędkością fazową c_{s_i}) oraz antysymetryczne (z prędkością fazową c_{a_i}); liczba całkowita $i = 0, 1, 2, \dots$ określa rząd fali (mod).

Tu trzeba zaznaczyć, że mod pierwszy odpowiada $i = 0$, czyli rzędowi zerowemu.

W przypadku bardzo cienkiej płyty ($g \ll 2/k_T$), jest w niej możliwa propagacja tylko dwóch pierwszych modów fal płytowych: s_0 i a_0 . Fale te reprezentują drgania dwóch typów: dylatacyjne (s_0) i gięte (a_0) ośrodka cienkościennego (rys. 27). Ze zwiększeniem grubości staje się możliwa propagacja fal płytowych wyższych modów (rzędu różnego od zera).

Wartości krytyczne grubości g_{cr} , które określają momenty powstania kolejnych modów fal płytowych s_1, s_2, \dots oraz a_1, a_2, \dots podane są w (96).

$$(96) \quad \left| \begin{array}{l} g_{cr}^{s_i} = \begin{cases} (2i-1)\lambda_L / 2 \\ i\lambda_T \end{cases} \\ g_{cr}^{a_i} = \begin{cases} i\lambda_L \\ (2i-1)\lambda_T / 2 \end{cases} \end{array} \right. ,$$

gdzie: $i = 1, 2, 3, \dots$ - kolejność modów wielokrotnych fal płytowych.

Ogólna liczba symetrycznych (N_S) oraz antysymetrycznych (N_A) fal płytowych, które można zainicjować w płycie o zadanej grubości g szacuje się według wzorów (97):

$$(97) \quad \left| \begin{array}{l} N_S = 1 - \text{int}(g / \lambda_T) + \text{int}(0,5 + g / \lambda_L) \\ N_A = 1 - \text{int}(g / \lambda_L) + \text{int}(0,5 + g / \lambda_T) \end{array} \right. ,$$

gdzie: $\text{int}(x)$ - operacja wydzielenia całej części argumentu (np. $\text{int}(1,57) = 1$);

λ_L, λ_T - długość fal podłużnych i poprzecznych w ciele stałym.

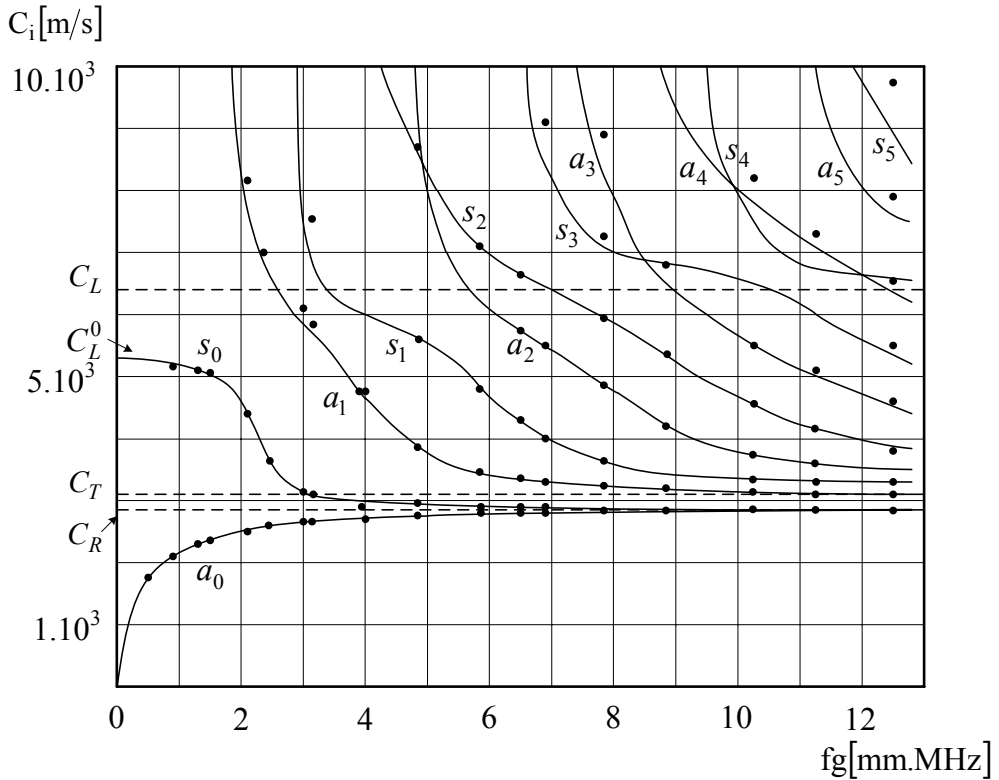
Ze zwiększeniem grubości płyty g prędkość fazowa obu typów fal Lamba modów wielokrotnych (tzn. $i \geq 1$) asymptotycznie zbliża się do prędkości fal skrętnych w ośrodku: $\lim_{fg \rightarrow \infty} c_{a_i} = \lim_{fg \rightarrow \infty} c_{s_i} = c_T$.

Tu trzeba zaznaczyć, że kiedy iloczyn $fg \rightarrow \infty$, prędkość fazowa fal płytowych (oraz pseudopłytowych) rzędu zerowego (pierwszy mod) zbliża się asymptotycznie nie do c_T , lecz do prędkości fal powierzchniowych c_R (lub do prędkości fal pseudopowierzchniowych c_R^* - gdy występują fale wyciekające).

Kiedy $fg \rightarrow 0$, w płycie może istnieć tylko pierwszy mod fal symetrycznych, z tym, że $\lim_{fg \rightarrow 0} c_{s_0} = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$.

Prowadzono szereg obliczeń komputerowych oraz badań doświadczalnych, które dobitnie to potwierdzają [87].

Schoch [88] przeprowadził analizę teoretyczną współczynników ciśnieniowych (zarówno odbicia, jak i przechodzenia) dla płyty zanurzonej w cieczy (rys. 28).

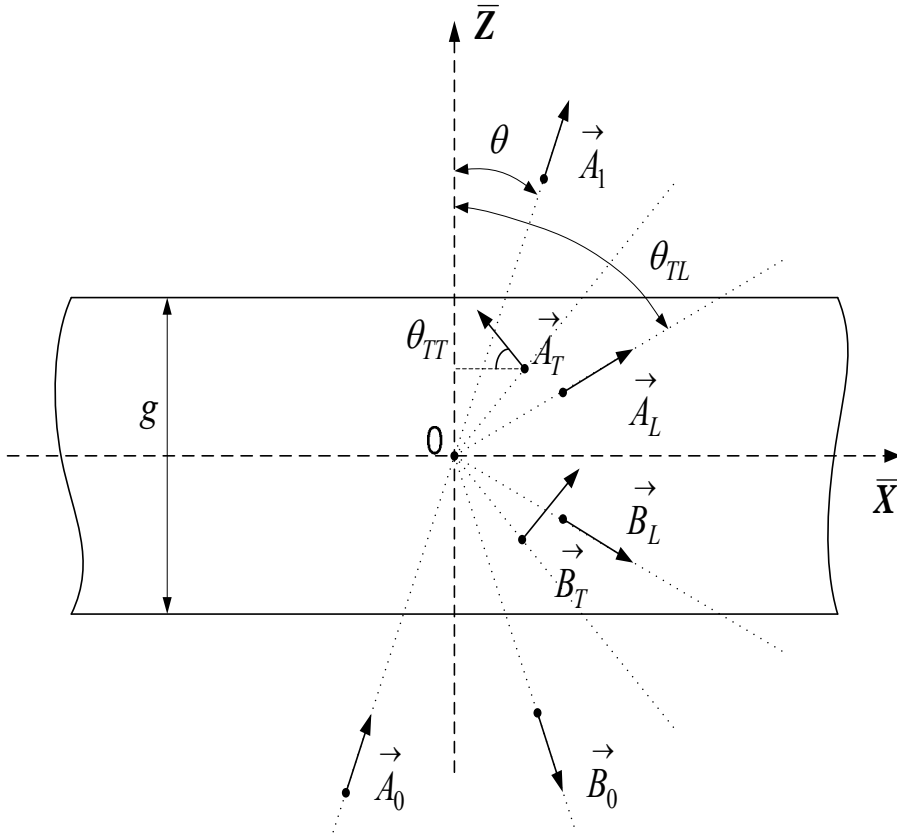


Rys. 28. Zależności prędkości fazowych fal płytowych różnych rzędów c_i od iloczynu fg w blachach Al (punktami zaznaczono wyniki eksperymentalne według [88]).

Koncepcja Schocha polega na założeniu, że wewnętrzne pole falowe można otrzymać, jako wynik superpozycji dwóch fal podłużnych, wektory, których usytuowane są powyżej (A_L, A_T) i poniżej (B_L, B_T) linii \overline{OX} dzielącej płyty pośrodku (rys. 29). Wtedy przemieszczenia u_2 i w_2 w płycie można przedstawić w postaci wzorów (98).

$$\begin{aligned}
 (98) \quad \left. \begin{aligned}
 u_2 &= [(A_L + B_L) \sin \theta_{TL} \cos(k_L \bar{z} \cos \theta_{TL}) + j(A_L - B_L) \sin \theta_{TL} \sin(k_L \bar{z} \cos \theta_{TL}) - \\
 &\quad - (A_T - B_T) \cos \theta_{TT} \cos(k_T \bar{z} \cos \theta_{TT}) - j(A_T + B_T) \cos \theta_{TT} \sin(k_T \bar{z} \cos \theta_{TT})] e^{j(k_0 \bar{x} \sin \theta - \omega t)}, \\
 w_2 &= [(A_L - B_L) \cos \theta_{TL} \cos(k_L \bar{z} \cos \theta_{TL}) + j(A_L + B_L) \cos \theta_{TL} \sin(k_L \bar{z} \cos \theta_{TL}) + \\
 &\quad + (A_T + B_T) \sin \theta_{TT} \cos(k_T \bar{z} \cos \theta_{TT}) + j(A_T - B_T) \sin \theta_{TT} \sin(k_T \bar{z} \cos \theta_{TT})] e^{j(k_0 \bar{x} \sin \theta - \omega t)}
 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

gdzie: A_L, B_L – amplitudy ciśnienia fal podłużnych w płycie;
 A_T, B_T – amplitudy ciśnienia fal poprzecznych w płycie.



Rys. 29. Rozkład wektorów falowych w płycie według teorii Schocha.

Składowe wektora naprężeń oblicza się na podstawie równań (99) z uwzględnieniem założenia, że płyta leży w płaszczyźnie $[XY]$.

$$(99) \quad \begin{cases} \sigma_{zz} = -(\lambda^* + 2\mu^*) \frac{\partial w}{\partial z} - \lambda^* \frac{\partial u}{\partial x} \\ \tau_{xz} = -\mu^* \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{cases}$$

Podstawiając (98) w (99) uzyskujemy naprężenia w płycie według koncepcji Schocha [89] w następującej postaci :

$$(100) \quad \left. \begin{aligned} \sigma_{\bar{z}_2} &= -j\omega\rho c_L \left\{ [(A_L + B_L)\cos(k_L\bar{z}\cos\theta_{LL}) + j(A_T - B_T)\sin(k_T\bar{z}\cos\theta_{LT})] \cos 2\theta_{TT} + \right. \\ &\quad \left. + [(A_T - B_T)\cos(k_T\bar{z}\cos\theta_{TT}) + j(A_L + B_L)\sin(k_L\bar{z}\cos\theta_{LL})] \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{TT} \right\} e^{j(k_0\bar{x}\sin\theta - \omega t)} \\ \tau_{\bar{z}_2} &= -j\omega\rho c_T \left\{ [(A_T - B_T)\cos(k_T\bar{z}\cos\theta_{LL}) + j(A_L + B_L)\sin(k_L\bar{z}\cos\theta_{LT})] \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{LL} - \right. \\ &\quad \left. - [(A_L + B_L)\cos(k_L\bar{z}\cos\theta_{TT}) + j(A_T - B_T)\sin(k_T\bar{z}\cos\theta_{TT})] \cos 2\theta_{TT} \right\} e^{j(k_0\bar{x}\sin\theta - \omega t)} \end{aligned} \right\}$$

gdzie: ρ - gęstość ciała stałego (płyty).

W cieczy fale poprzeczne nie mogą się rozpowszechniać, a wobec tego mogą istnieć tylko potencjały skalarne φ_0 (dla fali padającej), φ_1 (dla fali odbitej), oraz φ_3 (dla fali, która będzie kontynuowała swą propagację za płytą).

Wyżej wymienione potencjały można przedstawić w postaci (101) (rys. 29):

$$(101) \quad \left. \begin{aligned} \varphi_0 &= A_0 e^{j[k_0(\bar{x}\sin\theta + \bar{z}\cos\theta) - \omega t]} \\ \varphi_1 &= B_0 e^{j[k_0(\bar{x}\sin\theta - \bar{z}\cos\theta) - \omega t]} \\ \varphi_3 &= A_1 e^{j[k_0(\bar{x}\sin\theta + \bar{z}\cos\theta) - \omega t]} \end{aligned} \right\}$$

Ciśnienie fali p_1 przed płytą (fali padającej) oraz ciśnienie fali uchodzącej p_2 (za płytą) można z uwzględnieniem (101) przedstawić zależnościami (102) przyjmując: A_0 - amplituda ciśnienia fali padającej; B_0 - amplituda ciśnienia fali odbitej; A_1 - amplituda ciśnienia fali uchodzącej za płytą.

$$(102) \quad \left. \begin{aligned} p_1 &= -j\omega\rho_0 c_0 \left[A_0 e^{j(k_0\bar{z}\cos\theta)} + B_0 e^{j(k_0\bar{z}\cos\theta)} \right] e^{j(k_0\bar{x}\sin\theta - \omega t)} \\ p_2 &= -j\omega\rho_0 c_0 A_1 e^{j[k_0(\bar{x}\sin\theta + \bar{z}\cos\theta) - \omega t]} \end{aligned} \right\}$$

gdzie: ρ_0 - gęstość cieczy;

c_0 - prędkość fali ultradźwiękowej w cieczy.

W swoim czasie T.H.Huxley stwierdził że „matematyka może być porównana do wspaniałego młyna, który swoje rzeczy może rozdrabiać do dowolnego stopnia; a jednak to co otrzymasz zależy od tego co wsympujesz; nawet najpiękniejszy młyn na świecie nie da wyciąg mąki pszennej z łusek grochowych, tak i strony wzorów nie będą określone (prawidłowo) kiedy wychodzisz z błędnych warunków brzegowych”

Warunki brzegowe w omówionym przypadku zestawione są w (103):

$$(103) \quad \left\{ \begin{array}{lll} \sigma_{\bar{z}\bar{z}_2} = p_1 & \text{dla} & \bar{z} = -g/2 \\ \sigma_{\bar{z}\bar{z}_2} = p_2 & \text{dla} & \bar{z} = +g/2 \\ \tau_{\bar{z}\bar{z}_2} = 0 & \text{dla} & \bar{z} = \pm g/2, \\ w_1 = w_2 & \text{dla} & \bar{z} = -g/2 \\ w_3 = w_2 & \text{dla} & \bar{z} = +g/2 \end{array} \right.$$

gdzie: $w_1 = \partial(\varphi_0 + \varphi_1) / \partial\bar{z}$ - przemieszczenia w cieczy przed płytą;

$w_3 = \partial\varphi_3 / \partial\bar{z}$ - przemieszczenia w cieczy za płytą;

g - grubość płyty.

Z przedstawionych wyżej warunków brzegowych oraz wzorów (98), (100), (101) i (102) można otrzymać układ sześciu równań (105) dla parametrów niewiadomych $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5$ i \tilde{x}_6 przedstawionych w (104):

$$(104) \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{x}_1 = (B_0 / A_0) e^{j(k_0 g \cos \theta)} \\ \tilde{x}_2 = [(A_L + B_L) / A_0] e^{j(k_0 g \cos \theta) / 2} \\ \tilde{x}_3 = [(A_T - B_T) / A_0] e^{j(k_0 g \cos \theta) / 2} \\ \tilde{x}_4 = [(A_L - B_L) / A_0] e^{j(k_0 g \cos \theta) / 2} \\ \tilde{x}_5 = [(A_T + B_T) / A_0] e^{j(k_0 g \cos \theta) / 2} \\ \tilde{x}_6 = (A_1 / A_0) e^{j(k_0 g \cos \theta)} \end{array} \right. ,$$

$$\begin{aligned}
 & \tilde{x}_1 \cos \theta - \tilde{x}_2 j \cos \theta_{TL} \sin \tilde{\delta} - \tilde{x}_3 j \cos \theta_{TT} \sin \tilde{\eta} + \tilde{x}_4 \cos \theta_{TL} \cos \tilde{\delta} + \tilde{x}_5 \sin \theta_{TT} \cos \tilde{\eta} = \cos \theta \\
 & \tilde{x}_2 j \cos \theta_{TL} \sin \tilde{\delta} + \tilde{x}_3 j \sin \theta_{TT} \sin \tilde{\eta} + \tilde{x}_4 \cos \theta_{TL} \cos \tilde{\delta} + \tilde{x}_5 \sin \theta_{TT} \cos \tilde{\eta} - \tilde{x}_6 \cos \theta = 0 \\
 & -\tilde{x}_1 \frac{\rho_0 c_0}{\rho c_L} + \tilde{x}_2 j \cos 2\theta_{TT} \cos \tilde{\delta} + \tilde{x}_3 \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{TT} \cos \tilde{\eta} - \tilde{x}_4 j \cos 2\theta_{TT} \sin \tilde{\delta} - \\
 & \hspace{20em} - \tilde{x}_5 j \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{TT} \sin \tilde{\eta} = \frac{\rho_0 c_0}{\rho c_T} \quad , \\
 & \tilde{x}_2 \cos 2\theta_{TT} \cos \tilde{\delta} + \tilde{x}_3 \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{TT} \cos \tilde{\eta} + \tilde{x}_4 j \cos 2\theta_{TT} \sin \tilde{\delta} + \tilde{x}_5 j \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{TT} \sin \tilde{\eta} - \\
 & \hspace{20em} - \tilde{x}_6 \frac{\rho_0 c_0}{\rho c_L} = 0 \\
 & -\tilde{x}_2 j \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{TL} \sin \tilde{\delta} + \tilde{x}_3 j \cos 2\theta_{TT} \sin \tilde{\eta} + \tilde{x}_4 \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{TL} \cos \tilde{\delta} - \tilde{x}_5 \cos 2\theta_{TT} \cos \tilde{\eta} = 0 \\
 & \tilde{x}_2 j \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{TL} \sin \tilde{\delta} - \tilde{x}_3 j \cos 2\theta_{TT} \sin \tilde{\eta} + \tilde{x}_4 \frac{c_T}{c_L} \sin 2\theta_{TL} \cos \tilde{\delta} - \tilde{x}_5 \cos 2\theta_{TT} \cos \tilde{\eta} = 0
 \end{aligned}
 \tag{105}$$

gdzie: $\tilde{\delta} = (\omega / c_L) \frac{g}{2} \cos \theta_{TL}$, $\tilde{\eta} = (\omega / c_T) \frac{g}{2} \cos \theta_{TT}$.

Układ równań (105) pozwala oszacować zmiany kąтового ciśnieniowego współczynnika odbicia w postaci zespolonej:

$$\dot{R}_L(\theta) = \tilde{x}_1 e^{j(k_0 g \cos \theta)} \quad .
 \tag{106}$$

Stosując wzory Cramera do równań (105) obliczamy zmienną $\tilde{x}_1 = \Delta_1'' / \Delta''$ ze stosunku wyznacznika macierzy Δ_1'' (otrzymanego zamianą kolumny pierwszej macierzy z lewej strony, kolumną z prawej strony równań) oraz wyznacznika tejże macierzy Δ'' , którego przedstawiono w (108).

Po pewnych przekształceniach algebraicznych uzyskujemy dla Δ_1'' zależność :

$$\Delta_1'' = \begin{vmatrix} 0 & -b_{11} & b_{12} & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_7 & b_8 & 0 & 0 & -b_6 \\ -b_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{13} & -b_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 & b_5 & -b_1 \end{vmatrix} \quad ,
 \tag{107}$$

$$\begin{aligned}
 \text{gdzie: } b_1 &= \cos \theta, \quad b_2 = j \cos \theta_{TL} \sin \tilde{\delta}, \quad b_3 = j \sin \theta_{TT} \sin \tilde{\eta}; \\
 b_4 &= \cos \theta_{TL} \cos \tilde{\delta}, \quad b_5 = \sin \theta_{TT} \cos \tilde{\eta}, \quad b_6 = \rho_0 c_0 / \rho c_T; \\
 b_7 &= \cos 2\theta_{TT} \cos \tilde{\delta}, \quad b_8 = (c_T / c_L) \sin 2\theta_{TT} \cos \tilde{\eta}, \quad b_9 = j \cos 2\theta_{TT} \sin \tilde{\delta}; \\
 b_{10} &= j(c_T / c_L) \sin 2\theta_{TT} \sin \tilde{\eta}, \quad b_{11} = j(c_T / c_L) \sin 2\theta_{TL} \sin \tilde{\delta}; \\
 b_{12} &= j \cos 2\theta_{TT} \sin \tilde{\eta}, \quad b_{13} = (c_T / c_L) \sin 2\theta_{TL} \cos \tilde{\delta}; \\
 b_{14} &= \cos 2\theta_{TT} \cos \tilde{\eta}.
 \end{aligned}$$

Odpowiednio Δ'' można uzyskać w postaci:

$$(108) \quad \Delta'' = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 \\ b_6 & b_7 & b_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{11} - b_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_1 & b_4 & b_5 \\ 0 & 0 & 0 & b_6 & b_9 & b_{10} \\ 0 & 0 & 0 & b_4 & b_{13} - b_{14} & 0 \end{vmatrix}.$$

Teoria Schocha [88] propagacji fal w ośrodku cienkościennym zanurzonego w cieczy daje możliwość obliczenia prędkości fazowej fal pseudopłytkowych wszystkich rzędów modów oraz obu współczynników ciśnieniowych – odbicia $\dot{R}_L(\theta)$ i przejścia $\dot{D}_L(\theta)$ (tzw. Durchlaß-faktor). Przy tym jednak nie uwzględnia się wpływu tłumienia – zarówno ośrodka immersyjnego (α_0), jak i płyty (α_L, α_T).

Wynikają stąd znaczne różnice pomiędzy wartościami $|\dot{R}_L(\theta)|$ obliczonymi na podstawie równań (106), (107), (108) i wynikami doświadczalnymi, zwłaszcza w okolicach kątów krytycznych: $\theta_{cr}^{a_0}$ i $\theta_{cr}^{s_0}$ (antysymetrycznych i symetrycznych wyciekających fal płytkowych rzędu zerowego (mod pierwszy)).

$$(109) \quad \begin{cases} \theta_{cr}^{a_0} = \arcsin(c_0 / c_{a_0}) \\ \theta_{cr}^{s_0} = \arcsin(c_0 / c_{s_0}) \end{cases}.$$

Aby temu zaradzić trzeba było skorzystać z przedstawienia wektorów falowych w postaci zespolonej (94) dla obu ośrodków - immersyjnego ($\dot{\mathbf{k}}_0$) oraz cienkościennego ($\dot{\mathbf{k}}_L, \dot{\mathbf{k}}_T$). Zważywszy na łączące je zależności, można przedstawić ich wymiary według wzoru (110):

$$(110) \quad \dot{k}_x = \dot{k}_0 \sin \theta = \dot{k}_T \sin \theta_{TT} = \dot{k}_L \sin \theta_{TL} ,$$

gdzie: \dot{k}_x - wymiar wektora falowego fal wyciekających (fal pseudopłytowych, czyli *leaky Lamb waves*) w postaci zespolonej.

Bertoni i Tamir [82] wychodząc z przedstawienia wektorów falowych w postaci liczb zespolonych (94) i stosując substytucji: $\tilde{\delta} \rightarrow j \frac{g}{2} \sqrt{\dot{k}_x^2 - \dot{k}_L^2}$, $\tilde{\eta} \rightarrow j \frac{g}{2} \sqrt{\dot{k}_x^2 - \dot{k}_T^2}$ oraz $\cos \theta \rightarrow j \frac{g}{2} \sqrt{1 - (\dot{k}_x / \dot{k}_0)^2}$, po pewnych przekształceniach [84] wyprowadzili dla współczynnika odbicia $\dot{R}_L(\dot{k}_x)$ wzór następujący:

$$(111) \quad \dot{R}_L(\dot{k}_x) = \dot{N}_0 / \left(\dot{F}_a \dot{F}_s \right),$$

gdzie: $\dot{N}_0 = (\dot{k}_T^2 - 2\dot{k}_x^2)^4 + 16\dot{k}_x^4 (\dot{k}_T^2 - \dot{k}_x^2)(\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2) - (\rho_0 / \rho)^2 \dot{k}_T^8 \left(\frac{\dot{k}_T^2 - \dot{k}_x^2}{\dot{k}_0^2 - \dot{k}_x^2} \right) + \dot{F}_0$

$$\dot{F}_0 = 8\dot{k}_x^2 (\dot{k}_T^2 - 2\dot{k}_x^2)^2 \left[\frac{1 - \cos(g\sqrt{\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2}) \cos(g\sqrt{\dot{k}_T^2 - \dot{k}_x^2})}{\sin(g\sqrt{\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2}) \sin(g\sqrt{\dot{k}_T^2 - \dot{k}_x^2})} \right] \sqrt{(\dot{k}_T^2 - \dot{k}_x^2)(\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2)}$$

$$\dot{F}_s = \frac{(\dot{k}_T^2 - 2\dot{k}_x^2)^2}{\operatorname{tg}\left(\frac{g}{2}\sqrt{\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2}\right)} - j(\rho_0 / \rho) \dot{k}_T^4 \sqrt{\frac{\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2}{\dot{k}_0^2 - \dot{k}_x^2}} + \frac{4\dot{k}_x^2 \sqrt{(\dot{k}_T^2 - \dot{k}_x^2)(\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2)}}{\operatorname{tg}\left(\frac{g}{2}\sqrt{\dot{k}_T^2 - \dot{k}_x^2}\right)}$$

$$\dot{F}_a = \frac{(\dot{k}_T^2 - 2\dot{k}_x^2)^2}{\operatorname{ctg}\left(\frac{g}{2}\sqrt{\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2}\right)} + j(\rho_0 / \rho) \dot{k}_T^4 \sqrt{\frac{\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2}{\dot{k}_0^2 - \dot{k}_x^2}} + \frac{4\dot{k}_x^2 \sqrt{(\dot{k}_T^2 - \dot{k}_x^2)(\dot{k}_L^2 - \dot{k}_x^2)}}{\operatorname{ctg}\left(\frac{g}{2}\sqrt{\dot{k}_T^2 - \dot{k}_x^2}\right)} .$$

Łatwo da się zauważyć, że w przypadku szczególnym, kiedy $g \rightarrow \infty$, równanie (111) przekształca się w postać (95), co tylko świadczy o prawidłowości obu koncepcji teoretycznych Bertoni – Tamira [82] i Becker – Richardsona [80] (ta ostatnia była już omówiona w podrozdziale 8.2).

Rozdział 9

Ultradźwiękowe badania strukturalne metodami refraktometrii immersyjnej

Zadania stawiane przed badaniami nieniszczącymi podzielić można na dwa podstawowe kierunki: metrologiczny i strukturalny.

Kierunek metrologiczny służy opisowi makrostruktury i celem jego jest wykrycie, lokalizacja i zwymiarowanie różnych wad materiałowych oraz ich możliwie pełne rozpoznanie i scharakteryzowanie. Zadania te nie wyczerpują możliwości nowoczesnej techniki badań nieniszczących.

Obecnie duże zastosowanie znajduje technika badań nieniszczących w śledzeniu rozwoju pęknięć w warunkach eksploatacyjnych (emisja akustyczna), pomiarze naprężeń własnych oraz naprężeń wywołanych obciążeniem elementu, co jest punktem wyjściowym do wszelkich oszacowań na podstawie praw mechaniki pęknięcia.

Do kierunku strukturalnego [91], [94] należą przede wszystkim sposoby nieniszczącego wyznaczania własności użytkowych materiału, jak wytrzymałość, twardość, stałe sprężystości, oraz różne parametry mikrostrukturalne: porowatość, wielkość ziaren, stopień przyczepności itd. W gruncie rzeczy kierunek ten zajmuje się głównie opisem i identyfikacją fizycznego stanu materiału, (czyli tożsamości materiałowej), który może ulec zmianom w wyniku działania pól mechanicznych (obciążeń), pól termicznych, magnetycznych, napromieniowania cząstkami o wysokiej energii, oddziaływania środowiska agresywnego itd.

Szczególą rolę odgrywają przy tym parametry strukturalnie czułe, do których zaliczają przede wszystkim tłumienie i prędkość fal ultradźwiękowych różnego rodzaju.

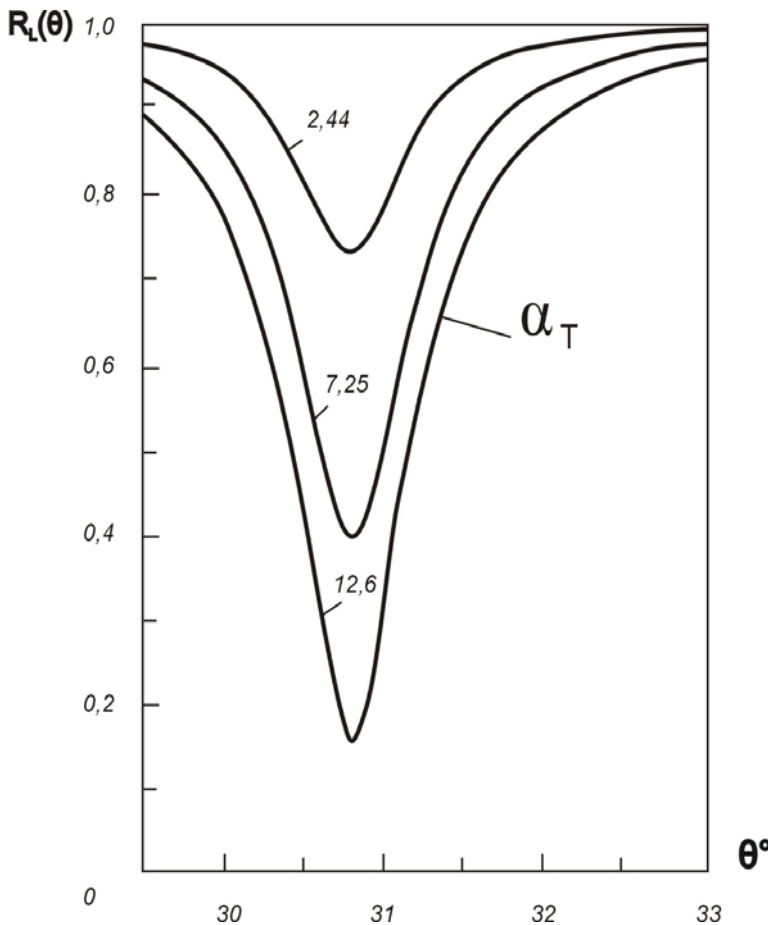
Technika badań immersyjnych w ujęciu UCR (*Ultrasonic Critical-angle Refraktometry*), czyli refraktometria ultradźwiękowa kąta krytycznego dłuższy czas opierała się na badaniach nie zautomatyzowanych (pomiarów ręcznych) z zastosowaniem goniometrów różnych typów (np. przedstawionego w patencie USA № 3.364.732).

Znaczny postęp w tym kierunku osiągnięto dzięki wynalezieniu przez prof. J. Deputata i jego współpracowników z IPPT – PAN ultradźwiękowego refraktometru UR – 10, opracowanego na podstawie polskiego patentu № 107631/29.11.80 r. Ten refraktometr udoskonalonej konstrukcji może pracować zarówno w trybie automatycznym, jak i ręcznym. Poprzez zastosowanie elektronicznego systemu pomiarowego osiąga się błąd rzędu $\pm 2'$ dla $2\theta_{cr}$ przy wyznaczeniu kątów krytycznych w zakresie $-80^\circ \leq \theta_{cr} \leq +80^\circ$ w trybie zautomatyzowanym.

W badaniach ręcznych pomiarowy system optyczny pozwala osiągnąć błąd w

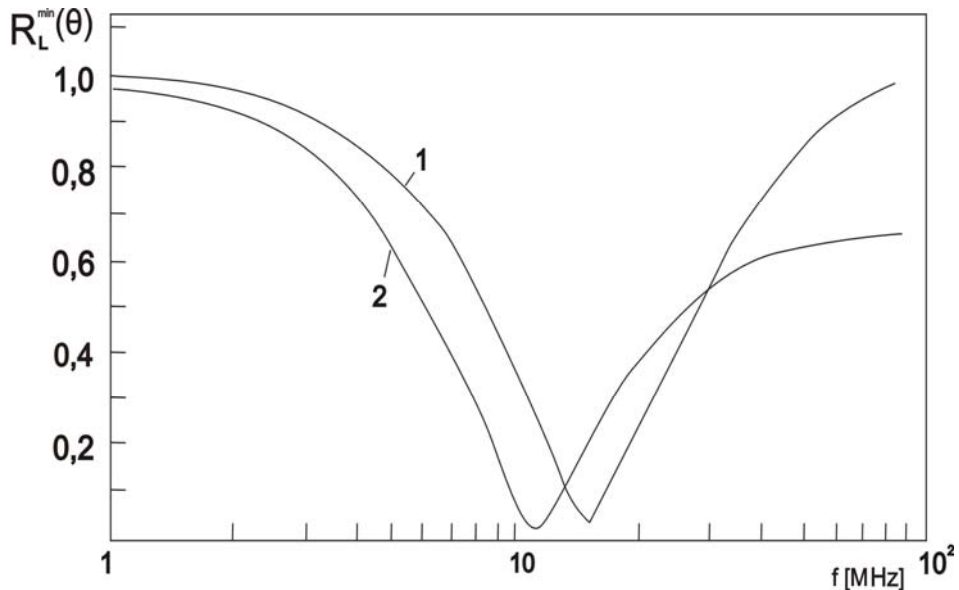
wyznaczeniu $2\theta_{cr}$ nawet rzędu $\pm 1'$ (co dla stali odpowiada niedokładności rzędu $\pm 0,05\%$). Ciśnieniowy współczynnik odbicia $|\dot{R}_L(\theta)|$ można wyrazić bezpośrednio lub w postaci stosunku bezwymiarowego $|\dot{R}_L(\theta)/\dot{R}_L(0)|$ przy zastosowaniu dowolnego wzmocnienia amplitudy ciśnienia (przy wystarczającym wzmocnieniem w pionie).

Główna zaleta immersyjnych badań refraktometrycznych polega właśnie na tym, że ustalenie θ_{cr} nie zależy od poziomu amplitudy ciśnienia, ponieważ spadek (do minimum) współczynnika ciśnieniowego jest dosyć ostry i wyraźny (rys. 26).



Rys. 30. Zależność kątowna współczynnika odbicia $|\dot{R}_L(\theta)|$ od tłumienia fal poprzecznych α_T [dB/cm] w okolicach trzeciego kąta krytycznego.

Co prawda minimum to (rys. 30) jest uzależnione od tłumienia fal poprzecznych α_T [dB/cm] oraz od f_0 [MHz] - częstotliwości rezonansowej głowicy (rys. 31), na co jeszcze Richardson [80] zwrócił uwagę.



Rys. 31. Zależność minimalnego współczynnika odbicia $|\dot{R}_L(\theta_{cr}^R)|$ od częstotliwości dla próbek z mosiądzu (1) oraz stali stopowej (2).

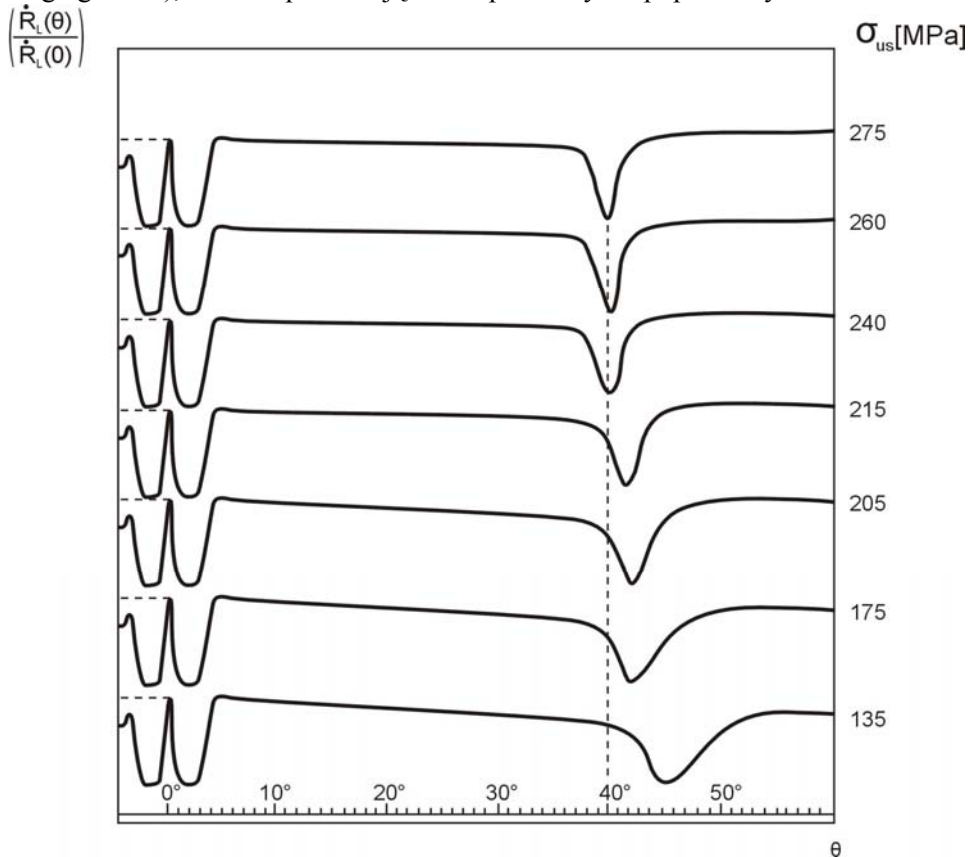
Liczne, wyjątkowo precyzyjne, prace [95], [96] prowadzone w IPPT-PAN miały na celu zbadanie czułości strukturalnej fal pseudopowierzchniowych. Do klasycznych spośród nich należą ultradźwiękowe badania refraktometryczne wytrzymałości żeliwa szarego [91], które obecnie włączono do podręczników szkoleniowych dla defektoskopistów [75].

Na rys. 32 przedstawiono refraktogramy otrzymane techniką immersyjną UCR dla próbek z żeliwa szarego o różnej wytrzymałości i odpowiednie zmiany $\theta_{cr}^R \approx \theta'''$ - kąta krytycznego fal pseudopowierzchniowych ($39^\circ \leq \theta_{cr}^R \leq 44^\circ 55'$).

Analiza opracowań naukowych w zakresie ultradźwiękowych badań refraktometrycznych (angielskie, polskie, rosyjskie, niemieckie i bułgarskie) z lat 1975 - 2008 pozwala wnioskować, że pomimo intencji autorów, na razie nie udało się precyzyjnie zidentyfikować bieżących wartości stałych sprężystości w elementach cienkościennych. Brak także opracowań teoretycznych wyjaśniających zależności pomiędzy własnościami mechanicznymi, a stałymi sprężystości badanego kontinuum, na co zwrócono uwagę w rozdziałach 2, 3 i 4 tej pracy.

Stąd wyniknął mocny trend w kierunku, który zależnościami półempirycznymi różnego rodzaju łączy własności mechaniczne z c_R (albo θ_{cr}^R).

Główną przeszkodą w identyfikacji stanu fizycznego elementów cienkościennych poprzez dokładne oszacowania stałych sprężystości (oraz ich rozkładu dwuwymiarowego w badanym ośrodku) okazuje się brak sposobu wyznaczania z refraktogramu innych kątów krytycznych (zwłaszcza pierwszego - θ' i drugiego - θ''), które odpowiadają falom podłużnym i poprzecznym.

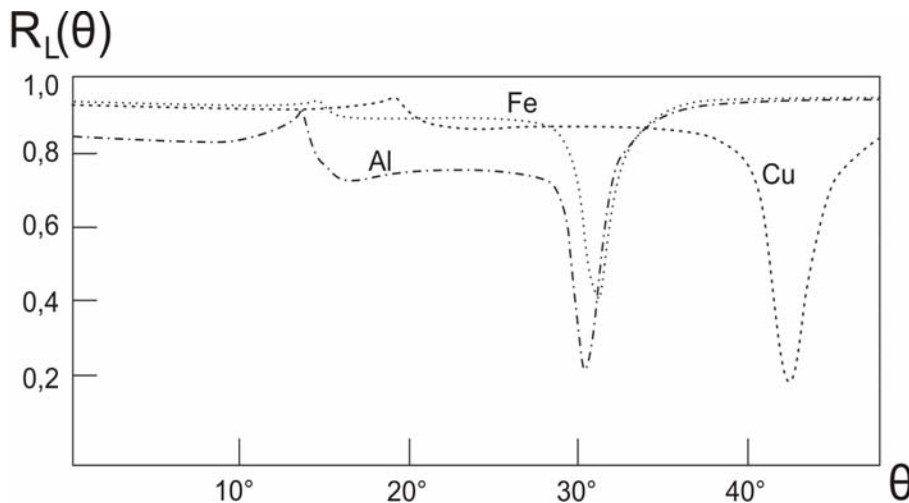


Rys. 32. Zmiany wartości kąta krytycznego θ_{cr}^R w funkcji wytrzymałości żeliwa szarego (na podstawie badań [91]).

Owe kąty nie sposób wyznaczyć, ponieważ na refraktogramie nie odpowiadają im zbyt wyraźne zmiany współczynnika ciśnieniowego fali odbitej. Można to zaobserwować na rys. 32 (dla żeliwa szarego) oraz na rys. 33 (dla płyt ze stopu Al - PA3). Co prawda na refraktogramach niektórych stali stopowych (np. St 304, patrz rys. 26) albo płyt z miedzi - rys. 33, można zauważyć mały wierzchołek, który

odpowiada θ' ; niemniej maksimum, które go wyznacza, jest bardzo niewyraźne i nie ma możliwości na jego podstawie ocenić c_L z wysoką dokładnością.

Reasumując można stwierdzić, że dotychczas nie znaleziono sposobu wyznaczania z wysoką dokładnością z refraktogramu całego zespołu prędkości fal ultradźwiękowych $[c_L, c_T]$ oraz $[E_0, G_0, \nu]$ - wartości stałych sprężystości badanego elementu, które są od nich uzależnione.



Rys. 33. Refraktogramy różnych materiałów konstrukcyjnych.

9.1. Technika badań refraktometrycznych UCR – zarys ogólny

Na wstępie tego podrozdziału pragnę złożyć hołd polskiej szkole badań refraktometrycznych, w której opracowano wybitnie precyzyjną technikę badań. Przejąłem ją i zastosowałem w moich badaniach w Bułgarii.

Chcę podziękować emerytowanym pracownikom IPPT-PAN, w szczególności - prof. dr. hab. inż. J. Deputatowi i mgr. inż. A. Brokowskiemu, którzy są autorami patentu polskiego refraktometru immersyjnego [75]. Wszystko, czego się u nich nauczyłem, zastosowałem w moich pracach naukowych oraz licznych opracowaniach badawczych prowadzonych na Uniwersytecie im. A. Kynczewa w m. Ruse (Bułgaria), który je umożliwił, zakupując z zakładu TECHPAN refraktometrię polską oraz inną aparaturę pomiarową.

Dorobek naukowy tej pracy w zakresie ultradźwiękowych badań doświadczalnych (techniką refraktometryczną) łączy się z opracowaniem oryginalnej metodyki oraz dwóch nowych metod pomiarowych opartych na falach wyciekających różnych typów.

Aby te metody zaprezentować w następnych podrozdziałach niezbędne jest przedstawienie klasycznej techniki pomiarów refraktometrycznych UCR, bo nowa koncepcja pomiarowa z nich właśnie wynikała.

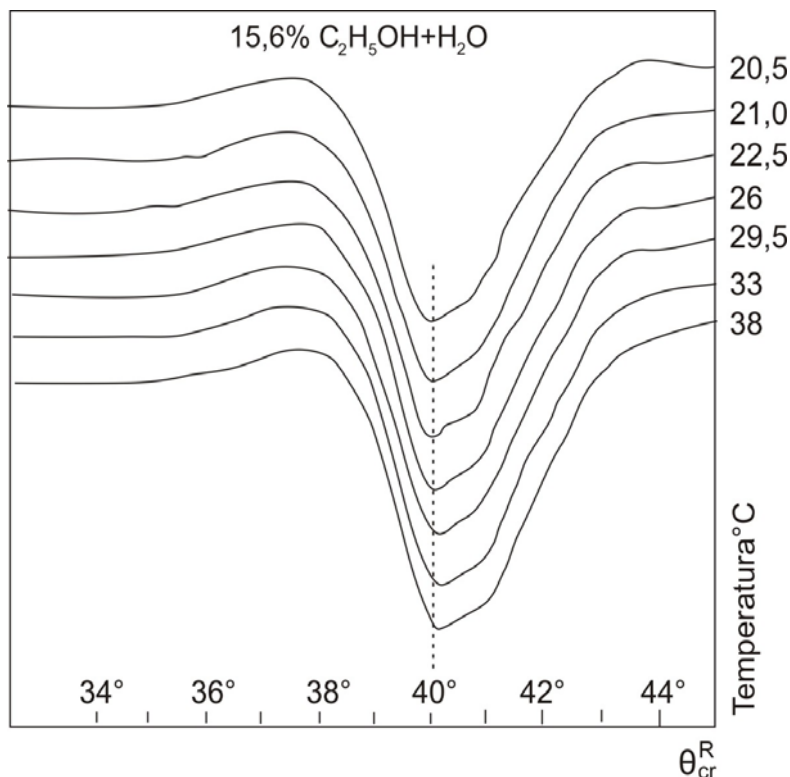
Refraktometr ultradźwiękowy (UR – 10) ma cylindryczne naczynie, które na okres pomiaru wypełnia się cieczą wzorcową o gęstości $\rho_0 = 0,975 \text{ g/cm}^3$ (patrz rys. 34). Zbiornik zawiera koło $5,3 \text{ dm}^3$ cieczy wzorcowej (15,6% alkoholu etylowego ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) oraz 84,4% wody destylowanej). Ze zwiększeniem temperatury prędkość fal ultradźwiękowych w wodzie wzrasta, a prędkość tych fal w alkoholu maleje, więc właśnie przy tym stężeniu masowym roztworu uzyskuje się stałą prędkość fazową w cieczy: $c_0 = 1600 \text{ m/s}$, prawie nie zmieniającą się w zakresie temperatur $293,6 \leq T_0 \text{ K} \leq 311,1$ (rys. 35).



Rys. 34. Refraktometr ultradźwiękowy UR-10, widok ogólny.

W ścianie bocznej naczynia umieszczono głowicę nadawczo – odbiorczą fal podłużnych (rys. 34), która wytwarza wiązkę padającą. Jest możliwa regulacja częstotliwości w zakresie od 2 MHz do 20 MHz poprzez zastosowanie różnych głowic. W osi naczynia jest umieszczony stolik obrotowy z uchwytem dla umocowania płaskiej próbki (badanego elementu cienkościennego). Oś geometryczna wiązki padającej przecina centralną oś naczynia. Fala odbita z jego powierzchni wewnętrznej wraca z powrotem na płaszczyznę próbki i po powtórnym odbiciu jest odbierana przez głowicę. Wymiary naczynia i jego objętość są tak dobrane, że przed odbiciem droga fali podłużnej w cieczy jest zawsze większa od 200 mm. To gwarantuje, że falę padającą można uznać za falę płaską.

Głowica ultradźwiękowa nadawczo-odbiorcza (np.10L0) połączona jest z defektoskopem (np. UNIPAN 510, rys. 36), który ma wyjście analogowe, wytwarzające napięcie proporcjonalne do amplitudy ciśnienia fali odebranej.



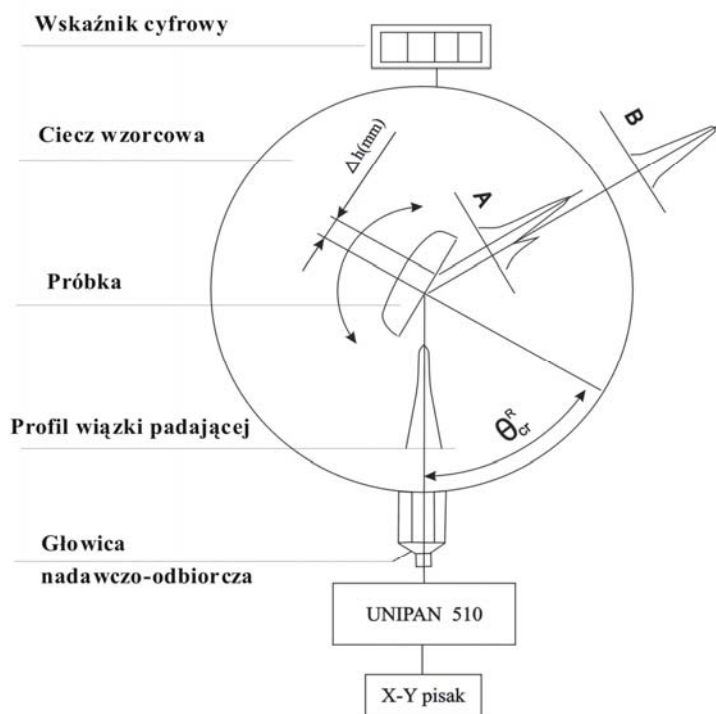
Rys. 35. Badania zmian θ_{cr}^R w różnych temperaturach roboczych.

Ten sygnał elektryczny (do +5 V) jest liniowo uzależniony od współczynnika odbicia $|\dot{R}_L(\theta)|$.

Do rejestracji refraktogramu na papierze stosuje się zwykły pisak X–Y, natomiast po zastosowaniu mikroprocesora, można zapamiętać wyniki w postaci cyfrowej (dyskretyzowanej).

Rozdzielczość pomiaru wynosi $\pm 0,5'$, co gwarantuje wysoką czułość pomiarową. Jak omówiliśmy już na początku tego rozdziału, dokładność wynosi $\pm 1'$ dla $2\theta_{cr}$ przy pomiarach ręcznych oraz $\pm 2'$ dla $2\theta_{cr}$ przy pomiarach zautomatyzowanych (co odpowiada w przybliżeniu $\pm 0,05\%$ oraz $\pm 0,1\%$ przy pomiarach prędkości fal pseudopowierzchniowych w stali).

Badania [91] udowodniły, że polski refraktometr UR – 10 cechuje się bardzo wysoką powtarzalnością wyników, co stwierdziliśmy także i w naszych eksperymentach (rys. 37).

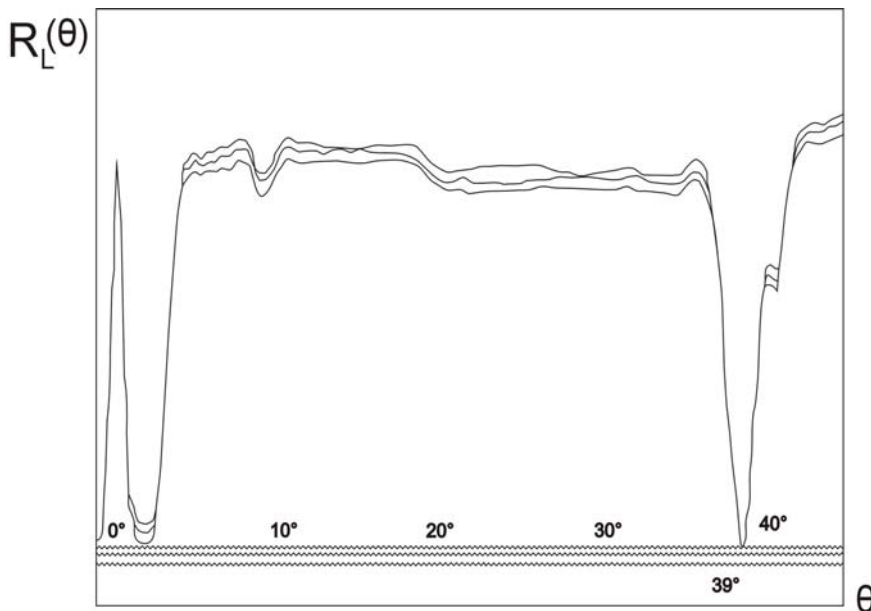


Rys. 36. Schemat pomiarów refraktometrycznych: **A**, **B** – profile wiązek odbitych (**A** – dla próbki stalowej, przesunięcie wiązki $\Delta h = 7$ mm; **B** - dla próbki z miedzi, przesunięcie $\Delta h = 0$).

Na rys. 36 przedstawiono (oprócz geometrycznej drogi fali płaskiej w naczyniu) także występujące zmiany rozkładu ciśnienia, czyli profilu wiązki odbitej.

Problemy związane z przesunięciem (Δh) wiązki odbitej (zwłaszcza w okolicach θ_{cr}^R) zostały szczegółowo omówione w [80], [78] i [82].

Przesunięcie następuje wskutek interferencji w ośrodku i można je oszacować ze wzoru Schocha (92), skąd dla $f_0 = 2,5$ MHz wynika: $\Delta h = 34$ mm dla stali austenitycznej ($c_L = 5,84$ mm/ μ s, $c_T = 3,13$ mm/ μ s, $\rho_{st} = 7,93$ g/cm³).



Rys. 37. Refraktogramy z wielokrotnego pomiaru i uzyskane wartości $|\dot{R}_L(\theta)|$ dla tej samej próbki z żeliwa.

Bertoni i Tamir [82] zwrócili uwagę na niedokładność wzoru (92), który daje wyniki mocno zawyżone, co udowodniono doświadczalnie w [90].

Można przeprowadzić oszacowanie przesunięcia $\Delta h \approx \Delta h^*$ w okolicach kąta krytycznego θ_{cr}^R na podstawie wyników eksperymentalnych, z refraktogramu, korzystając ze wzoru:

$$(110) \quad \Delta h^* = \lim \frac{c_0 \delta R_L(\theta_{cr}^R)}{2\pi f_0 [\sin(\theta_{cr}^R) - \sin(\theta_i)]}$$

gdzie: $\delta R_L(\theta_{cr}^R) = |\Delta \dot{R}_L(\theta_i) / \dot{R}_L(\theta_{cr}^R)|$;

$$\theta_i = \theta_{cr}^R + \Delta \theta .$$

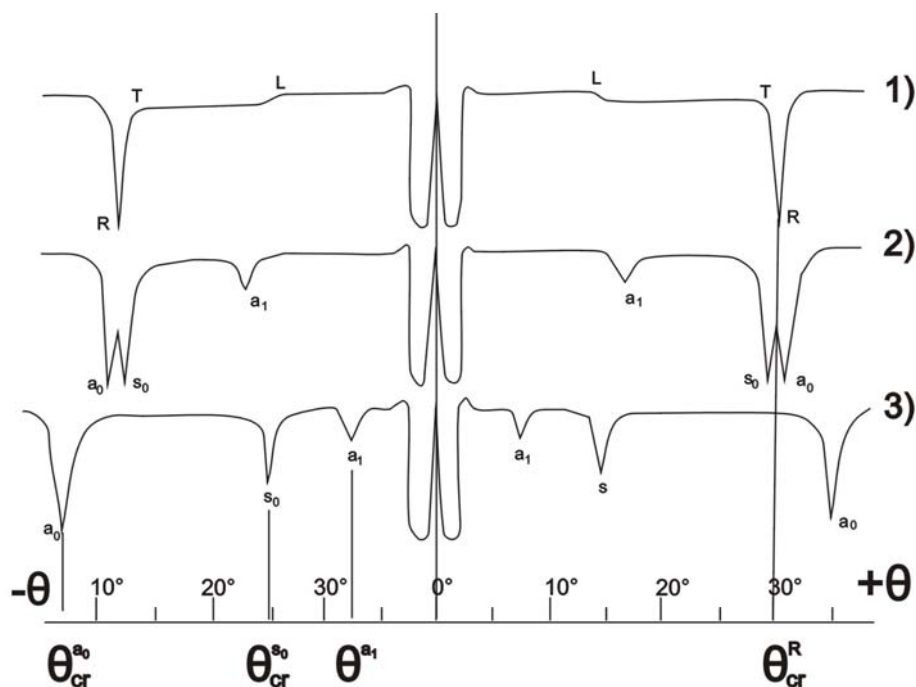
Dla stali austenicznej przy wyżej wskazanych wartościach ρ_{St}, c_L i c_T otrzymujemy $\Delta h^* = 16$ mm, co zgadza się z wynikami doświadczalnymi [90], [74].

Badania wykazały, że w próbkach ze stopów metali kolorowych (np. z mosiądzu) przesunięcie wiązki jest znikome, natomiast w próbkach stalowych przesunięcie osiąga wartości rzędu 12 ÷ 15 mm, co tylko potwierdza prawidłowość zależności (112) (patrz rys. 36).

Analiza przesunięcia wiązki ultradźwiękowej jest niezbędna w badaniach immersyjnych UCR, ponieważ wiąże się z oszacowaniem najmniejszych wymiarów badanej próbki.

Na podstawie obliczeń z (112) można wywnioskować, że próbka o kształcie okrągłym musi mieć średnicę, co najmniej rzędu $\phi 15$ mm, aby uniknąć wpływu przesunięcia na wyniki pomiarowe przy badaniach elementów z różnych metali technicznych (a do tego jej powierzchnia musi być płaska). Proces pomiarowy zaczyna się od podłączenia głowicy do defektoskopu, kiedy jest on dostrojony i połączony z rejestratorem piszącym (rys. 36). Płaską cienkościenną próbkę o odpowiednich wymiarach przymocowuje się na uchwycie, a naczynie wypełnia się cieczą wzorcową z wewnętrznego zbiornika refraktometru (UR – 10). Sam pomiar jest zautomatyzowany i zwykle przebiega bez zakłóceń, z wysoką powtarzalnością wyników.

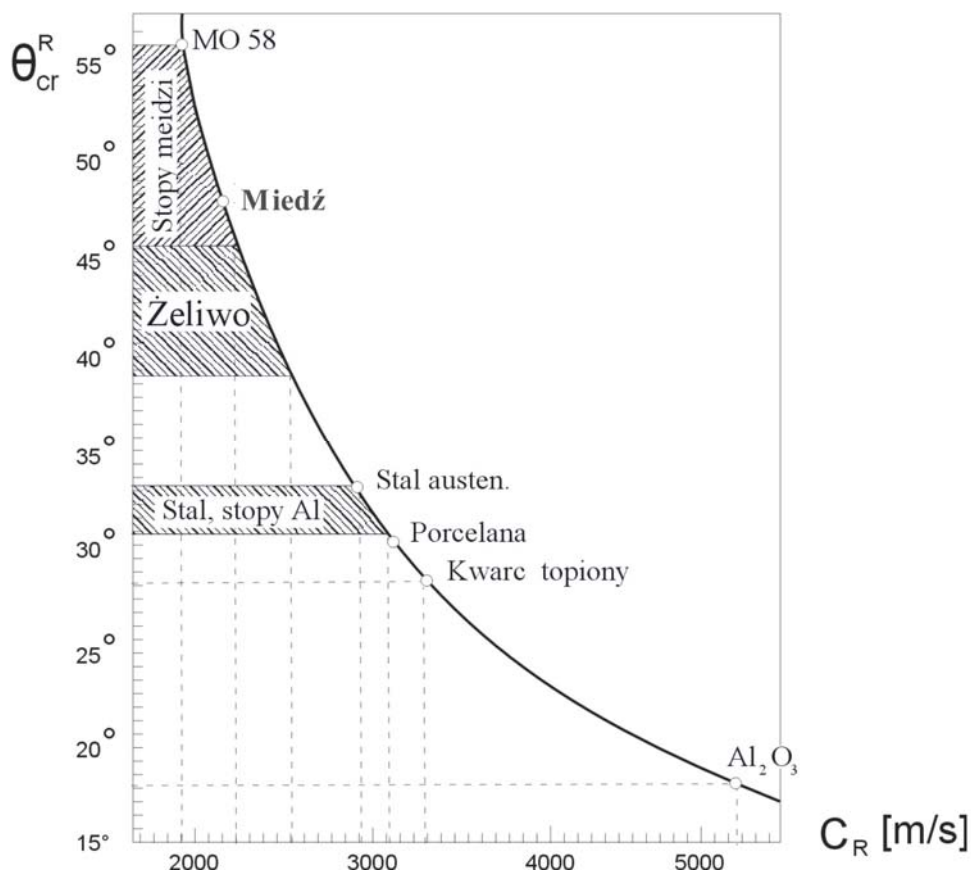
Dla trzech próbek stalowych o różnych grubościach przy zastosowaniu głowicy fal podłużnych o częstotliwości $f_0 = 10$ MHz otrzymano kolejne refraktogramy 1, 2 i 3, które są przedstawione na rys. 38.



Rys. 38. Refraktogramy próbek stalowych przy użyciu głowicy o częstotliwości 10 MHz :
1) $g_1 = 5$ mm, 2) $g_2 = 0,5$ mm, 3) $g_3 = 0,2$ mm.

Minima na rys. 38 wyznaczają kąty krytyczne odpowiadające falom pseudopowierzchniowym (R) oraz pseudopłytkowym rzędu zerowego (a_0, s_0) i pierwszego (a_1) (występują tylko fale antysymetryczne modów wyższych).

W przypadku 1 (próbka o grubości $g_1 = 5$ mm) na refraktogramie występuje jedno wyraźne minimum współczynnika odbicia, które odpowiada kątowi krytycznemu θ_{cr}^R . Ten kąt wyznacza moment, kiedy w próbce występują fale pseudopowierzchniowe (moment wewnętrznego odbicia fali ultradźwiękowej na granicy ciecz – ciało stałe).



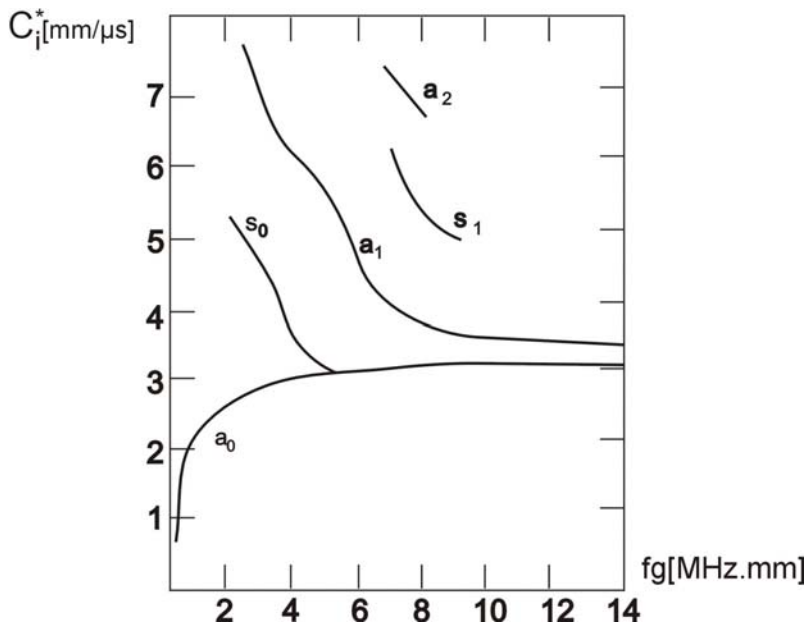
Rys. 39. Kąty krytyczne i odpowiednie prędkości fazowe wyciekających fal powierzchniowych w różnych materiałach konstrukcyjnych.

Ze zmniejszeniem grubości, w próbce 2 ($g_2 = 0,5$ mm) wyraźnie występują aż 3 minima.

Dwa z nich są usytuowane po obu stronach θ_{cr}^R i wyznaczają kąty krytyczne antysymetryczne ($\theta_{cr}^{a_0}$) i symetryczne ($\theta_{cr}^{s_0}$) fal pseudopłytywych rzędu zerowego, a trzeci, najmniejszy ($\theta_{cr}^{a_1}$), wyznacza antysymetryczne fale pseudopłytywowe rzędu pierwszego. Przez analogię z (109): $\theta_{cr}^{a_1} = \arcsin(c_0 / c_{a_1})$.

Przy dalszym zmniejszeniu grubości, w próbce 3 ($g_3 = 0,2$ mm) różnica pomiędzy kątami krytycznymi rzędu zerowego wzrasta, z tym, że $\theta_{cr}^{a_0}$ zwiększa się, a $\theta_{cr}^{a_1}$ i $\theta_{cr}^{s_0}$ maleją. Właśnie nieliniowa zależność kątów krytycznych fal pseudopłytywych od iloczynu fg [MHz.mm] (rys. 42) stała się główną przeszkodą w ich zastosowaniu w badaniach refraktometrycznych.

W przeciwieństwie do nich, prędkość fal pseudopowierzchniowych (zwłaszcza dla próbek z metali technicznych, które mają dużą gęstość w stosunku do gęstości cieczy wzorcowej) występuje w charakterze funkcji stałych sprężystych $c_R^*(E_0, \nu)$, przy czym nie jest uzależniona ani od grubości próbki g , ani od częstotliwości f_0 głowicy (rys. 39).



Rys. 40. Doświadczalnie ustalone zasięgi występowania fal pseudopłytywych różnych rzędów w stali.

Przy bardziej wnikliwym zbadaniu elementów cienkościennych z metali technicznych niekiedy (np. dla próbek stalowych o grubościach od 0,1 do 1,4 mm) na refraktogramie można zaobserwować także i minimum współczynnika odbicia, który odpowiada kątowni krytycznemu symetrycznych fal pseudopłytytowych rzędu pierwszego θ_{cr}^{s1} . Niestety, minima wyznaczające θ_{cr}^{s1} występują w bardzo ograniczonym odcinku iloczynu fg [MHz.mm] i nie są zbyt wyraźne.

Na rys. 40 przedstawiono doświadczalnie ustalone zasięgi występowania ultradźwiękowych fal pseudopłytytowych różnych rzędów w stali. Jak wynika z rozpoznania, tylko trzy z nich – θ_{cr}^{a0} , θ_{cr}^{s0} i θ_{cr}^{a1} mogą być zastosowane w technice pomiarów refraktometrycznych, ponieważ występują w największym zasięgu wartości iloczynu fg (w przypadku elementów ze stali konstrukcyjnej - dla $fg \geq 1,65$ MHz.mm). Właśnie na tym opiera się przedstawiona w następnych podrozdziałach metodyka pomiarowa.

9.2. Wyznaczanie prędkości fazowych wyciekających i klasycznych fal płytych i powierzchniowych w materiałach konstrukcyjnych

Opracowanie podstaw teoretycznych metody pomiarowej opartej na wynikach badań immersyjnych uzależnia się od błędów występujących przy oszacowaniu wartości bieżących c_{S_0} , c_{a_0} , c_{a_1} oraz c_R .

Na podstawie refraktogramów wyznacza się prędkości fazowe fal wyciekających $c_{S_0}^*$, $c_{a_0}^*$, $c_{a_1}^*$ i c_R^* , przy czym: $\lim_{\rho_0/\rho_x \rightarrow 0} c_{a_i}^* = c_{a_i}$, $\lim_{\rho_0/\rho_x \rightarrow 0} c_{S_i}^* = c_{S_i}$ i

$\lim_{\rho_0/\rho_x \rightarrow 0} c_R^* = c_R$ ($i = 0, 1, 2, \dots$ – rząd fali płytych). Zatem porównuje się ich wartości

liczbowe z prędkościami odpowiednich fal nie wyciekających.

Falowe równania dyspersyjne fal wyciekających (113) są z kolei bezpośrednio uzależnione od stosunku gęstości cieczy wzorcowej (ρ_0) i materiału próbki (ρ_x). Można je przedstawić w 3 postaciach: dla symetrycznych fal pseudopłytych – (113a), dla antysymetrycznych fal pseudopłytych – (113b) i dla fal pseudopowierzchniowych – (113c).

W literaturze naukowej nie znaleziono dokładnych badań dyspersji fal pseudopłytych. Uwagę skupiono głównie na występujących różnicach pomiędzy prędkościami fazowymi fal pseudopowierzchniowych (c_R^*) oraz fal Rayleigha (c_R) w ujęciu klasycznym (tzn. dla $\rho_0/\rho_x \rightarrow 0$).

Co prawda, w [87] próbowano – stosując aproksymację $th(x) \approx x$ – znaleźć rozwiązanie przybliżone dla dyspersji fal pseudopłytych na podstawie (113), lecz to podejście nie jest zbyt dokładne.

$$(113) \quad \left| \begin{array}{l} \frac{th\left(\frac{g}{2}\sqrt{k_{S_i}^2 - k_T^2}\right)}{th\left(\frac{g}{2}\sqrt{k_{S_i}^2 - k_L^2}\right)} - \frac{4k_{S_i}^2\sqrt{(k_{S_i}^2 - k_T^2)(k_{S_i}^2 - k_L^2)}}{(2k_{S_i}^2 - k_T^2)^2} + j \frac{\left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)k_T^4\sqrt{k_{S_i}^2 - k_L^2}th\left(\frac{g}{2}\sqrt{k_{S_i}^2 - k_T^2}\right)}{(2k_{S_i}^2 - k_T^2)^2\sqrt{k_0^2 - k_{S_i}^2}} = 0 \quad (a) \\ \frac{th\left(\frac{g}{2}\sqrt{k_{a_i}^2 - k_L^2}\right)}{th\left(\frac{g}{2}\sqrt{k_{a_i}^2 - k_T^2}\right)} - \frac{4k_{a_i}^2\sqrt{(k_{a_i}^2 - k_T^2)(k_{a_i}^2 - k_L^2)}}{(2k_{a_i}^2 - k_T^2)^2} + j \frac{\left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)k_T^4\sqrt{k_{a_i}^2 - k_L^2}}{(2k_{a_i}^2 - k_T^2)^2\sqrt{k_0^2 - k_{a_i}^2}th\left(\frac{g}{2}\sqrt{k_{a_i}^2 - k_T^2}\right)} = 0 \quad (b) , \\ 1 - \frac{4k_R^2\sqrt{(k_R^2 - k_T^2)(k_R^2 - k_L^2)}}{(2k_R^2 - k_T^2)^2} + j \frac{\left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)k_T^4\sqrt{k_R^2 - k_L^2}}{(2k_R^2 - k_T^2)^2\sqrt{k_0^2 - k_R^2}} = 0 \quad (c) \end{array} \right.$$

gdzie: $k_L = \omega / c_L, k_T = \omega / c_T$ - liczby falowe fal podłużnych i poprzecznych;
 $k_0 = \omega / c_0, k_R = \omega / c_R^*$ - liczby falowe cieczy wzorcowej oraz fali pseudopowierzchniowej;
 $k_{S_i} = \omega / c_{S_i}^*, k_{a_i} = \omega / c_{a_i}^*$ - liczby falowe wyciekających fal płytowych rzędu i .

9.2.1. Wyznaczanie prędkości $c_{S_0}^*$ i c_{S_0}

Wyznaczanie prędkości fazowych symetrycznych fal pseudopłytych oraz fal Lamba rzędu zerowego na podstawie pierwszego równania (113a) można ułatwić przedstawiając je w postaci:

$$(114) \quad (2k_{S_0}^2 - k_L^2)^4 = 16k_{S_0}^4 (k_{S_0}^2 - k_L^2)(k_T^2 - k_{S_0}^2) F_c^2 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)^2 k_T^8 \left(\frac{k_{S_0}^2 - k_L^2}{k_0^2 - k_{S_0}^2}\right) th^2\left(\frac{g}{2}\sqrt{k_{S_0}^2 - k_L^2}\right),$$

gdzie: $F_c = th\left(\frac{g}{2}\sqrt{k_{S_0}^2 - k_L^2}\right) / tg\left(\frac{g}{2}\sqrt{k_T^2 - k_{S_0}^2}\right)$.

Dzieląc (114) przez $k_{s_0}^8$ i wprowadzając nowe zmienne: $y_T = \pi fg / c_T$;

$$x_s^* = k_T / k_{s_0} = c_{s_0}^* / c_T; \quad z_T = k_L / k_T = c_T / c_L; \quad b_T = k_0 / k_T = c_T / c_0,$$

otrzymujemy równanie dyspersyjne (115):

$$(115) \quad (2-x_s^2)^4 = 16(x_s^2-1)(1-z_T^2x_s^2)F_c^2 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)^2 x_s^8 \left(\frac{1-z_T^2x_s^2}{b_T^2x_s^2-1}\right) th^2 \left(\frac{y_T}{x_s} \sqrt{1-z_T^2x_s^2}\right),$$

gdzie: $F_c = th \left(\frac{y_T}{x_s} \sqrt{1-z_T^2x_s^2} \right) / tg \left(\frac{y_T}{x_s} \sqrt{x_s^2-1} \right)$.

Ponieważ nie sposób znaleźć rozwiązanie (115) w postaci wzoru analitycznego, szukamy jego w postaci numerycznej, stosując zbieżne algorytmy obliczeniowe dla 3 odcinków iloczynu fg [MHz.mm].

Na początku obliczeń szacuje się punkt krytyczny, w którym $c_{s_0}^* = c_T$ (ten punkt odpowiada fg_0 na rys. 41).

Z numerycznego rozwiązania (116) równania (115) wynika:

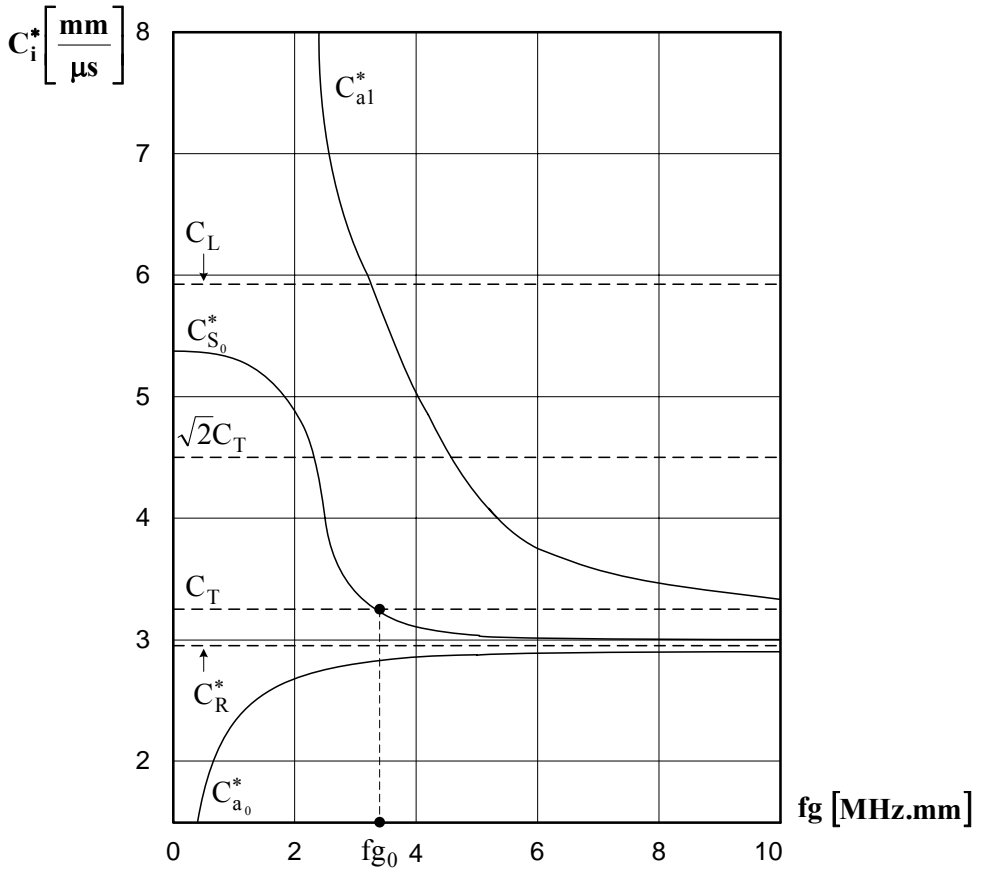
$$(116) \quad y_T(n+1) = 4th \left[y_T(n) \sqrt{1-z_T^2} \right] \sqrt{1-z_T^2} / \sqrt{1 - \left(\frac{1-z_T^2}{b_T^2-1} \right) \left(\frac{\rho_0}{\rho_x} \right)^2 th^2 \left[y_T(n) \sqrt{1-z_T^2} \right]}.$$

Na przykład dla stali St18GS ($c_T = 3,22$ mm/ μ s, $c_L = 5,94$ mm/ μ s i $\rho_0 / \rho_{St} \approx 0,1282$) otrzymujemy wartość: $fg_0 = y_T^* c_T / \pi = 3,4267$ MHz.mm z dokładnością $\pm 10^{-4}$.

Po uzyskaniu punktu krytycznego dla wartości iloczynu $fg > fg_0$, obliczenie $c_{s_0}^*$ sprowadza do numerycznego rozwiązania równania dyspersyjnego w postaci:

$$(117) \quad x_s^2(n+1) = 1 - \frac{\left[2-x_s^2(n) \right]^4 - \left[\frac{1-z_T^2x_s^2(n)}{b_T^2x_s^2(n)-1} \right] \left(\frac{\rho_0}{\rho_x} \right)^2 th^2 \left[\frac{y_T}{x_s(n)} \sqrt{1-z_T^2x_s^2(n)} \right]}{16 \left[1-z_T^2x_s^2(n) \right] F_T^2 \left[x_s(n) \right]},$$

gdzie: $F_T \left[x_s(n) \right] = th \left[\frac{y_T}{x_s(n)} \sqrt{1-z_T^2x_s^2(n)} \right] / th \left[\frac{y_T}{x_s(n)} \sqrt{1-x_s^2(n)} \right]$.



Rys. 41. Dyspersja fal pseudopłytkowych rzędu zerowego ($c_{s_0}^*$, $c_{a_0}^*$) i pierwszego ($c_{a_1}^*$).

Dla $fg < fg_0$ algorytm obliczenia numerycznego jest zbieżny, gdy spełnia się warunek (118):

$$(118) \quad F_m(x_S) = \frac{[x_S^2(n)-1][1-z_T^2 x_S^2(n)]}{[2-x_S^2(n)]^4 - x_S^8(n) \left[\frac{1-z_T^2 x_S^2(n)}{b_T^2 x_S^2(n)-1} \left(\frac{\rho_0}{\rho_x} \right)^2 \right] \text{th}^2 \left[\frac{y_T}{x_S(n)} \sqrt{1-z_T^2 x_S^2(n)} \right]} \geq 0$$

Wtedy x_s można obliczyć z (119):

$$(119) \quad x_s^2(n+1) = 1 + \frac{\arctg^2 \left\{ 4th \left[\frac{y_T}{x_s(n)} \sqrt{1 - z_T^2 x_s^2(n)} \right] \sqrt{F_m[x_s(n)]} \right\}}{[y_T / x_s(n)]}$$

W przypadku, kiedy warunek (118) nie jest spełniony, algorytm obliczenia numerycznego ma postać:

$$(120) \quad x_s^2(n+1) = \frac{[x_s^2(n) - 1] \left[[1 - z_T^2 x_s^2(n)] F_c^2[x_s(n)] - 0,5 [1 - x_s^2(n)] [x_s^4(n) - 2x_s^2(n) + 2] \right]}{\frac{x_s^6(n)}{16} \left\{ 1 - \left[\frac{1 - z_T^2 x_s^2(n)}{b_T^2 x_s^2(n) - 1} \right] \left(\frac{\rho_0}{\rho_x} \right)^2 th^2 \left[\frac{y_T}{x_s(n)} \sqrt{1 - z_T^2 x_s^2(n)} \right] \right\}}$$

Dla bardzo cienkich płytek przedstawione algorytmy (119) i (120) mają zbieżność niezadowalającą.

Aby uzyskać dokładności rzędu $\pm 10^{-4}$ dla $fg \leq 2$ MHz.mm, trzeba jednak przeprowadzić inwersję argumentu: $\tilde{x}_s = c_T / c_{s_0}^* = 1 / x_s$.

Wtedy zbieżne numeryczne rozwiązanie równania dla $c_{s_0}^*$ ma postać:

$$(121) \quad \tilde{x}_s^2(n+1) = \frac{1 - \left[\frac{\tilde{x}_s^2(n) - z_T^2}{b_T^2 - \tilde{x}_s^2(n)} \right] \left(\frac{\rho_0}{\rho_x} \right)^2 th^2 \left[y_T \sqrt{\tilde{x}_s^2(n) - z_T^2} \right]}{16 \tilde{x}_s^2(n) \left[1 - \tilde{x}_s^2(n) \right] \left[\tilde{x}_s^2(n) - z_T^2 \right] F_z^2[\tilde{x}_s(n)] - \left[\tilde{x}_s^2(n) - 1 \right] \left[1 - 2\tilde{x}_s^2(n) + 2\tilde{x}_s^4(n) \right]}$$

gdzie: $F_z[\tilde{x}_s(n)] = th \left[y_T \sqrt{\tilde{x}_s(n) - z_T^2} \right] / th \left[y_T \sqrt{\tilde{x}_s(n) - 1} \right]$.

Przedstawione powyżej równania (117), (119), (120) i (121) dają możliwość bezpośredniego obliczenia zarówno $c_{s_0}^*$, jak i c_{s_0} . Dla obliczenia prędkości fazowej fal płytowych λc_{s_0} trzeba tylko zmodyfikować powyższe równania, zakładając w nich $\rho_0 = 0$.

Wyniki obliczeń dla różnych metali technicznych zestawiono poniżej w Tabeli 8a dla próbek z trzech różnych gatunków stali: 1-niskowęglowej („miękkiej”), 2 – węglowej, 3 - stopowej oraz w Tabeli 8b (dla próbek z metali kolorowych).

Tabela 8a.

Mat.	fg	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	8	10	12	
St 1 $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	C*_{s0}	5,143	4,8607	3,9824	3,3446	3,1376	3,0507	3,005	2,9800	2,9564	2,9437	2,9415	2,9410	
	C_{s0}	5,141	4,8353	3,9409	3,3407	3,1358	3,0494	3,004	2,9791	2,9556	2,9429	2,9407	2,9403	
	δ[%]_{s0}	0,0371	0,523	1,042	0,1147	0,0566	0,0429	0,0356	0,0316	0,0278	0,0253	0,0247	0,0245	
	Stale	C_L = 5,770 [mm/μs]						C_T = 3,180 [mm/μs]						v₀ = 0,282
St 2 $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	C*_{s0}	5,239	4,955	4,137	3,4212	3,195	3,1026	3,053	3,026	3,000	2,986	2,9836	2,983	
	C_{s0}	5,237	4,934	4,063	3,417	3,193	3,101	3,052	3,025	2,9995	2,985	2,9829	2,982	
	δ[%]_{s0}	0,0363	0,4244	1,786	0,1229	0,057	0,0426	0,035	0,031	0,027	0,024	0,0237	0,0236	
	Stale	C_L = 5,940 [mm/μs]						C_T = 3,220 [mm/μs]						v₀ = 0,292
St 3 $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	C*_{s0}	5,1438	4,8034	3,8854	3,3064	3,1096	3,0266	2,9823	2,9577	2,9345	2,9217	2,9193	2,9188	
	C_{s0}	5,1412	4,7658	3,8515	3,3026	3,1079	3,0253	2,9812	2,9568	2,9336	2,921	2,9185	2,9181	
	δ[%]_{s0}	0,0507	0,7838	0,8728	0,1159	0,0558	0,044	0,0367	0,0326	0,0286	0,0259	0,0253	0,0251	
	Stale	C_L = 5,914 [mm/μs]						C_T = 3,150 [mm/μs]						v₀ = 0,302

Tabela 8b.

Mat.	fg	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	8	10	12
Al $\rho_{Al}=2,7$ [g/cm ³]	C* S0	5,1312	4,9449	3,8190	3,272	3,0515	2,9909	2,9475	2,9231	2,9000	2,8868	2,8842	2,8838
	C S0	5,1028	4,6348	3,6636	3,2392	3,0418	2,9792	2,9378	2,9147	2,8926	2,8802	2,8779	2,8774
	δ° S0	0,5528	6,2708	4,071	1,005	0,3188	0,3916	0,324	0,2848	0,2489	0,2273	0,2185	0,2194
	Stale	C _L = 6,320[mm/μs] C _T = 3,080[mm/μs] v ₀ = 0,34426											
Cu $\rho_{Cu}=8,9$ [g/cm ³]	C* S0	3,4798	4,1146	2,2700	2,1838	2,1493	2,1330	2,1247	2,1202	2,1163	2,1146	2,1144	2,1143
	C S0	3,3439	4,1137	2,2677	2,1817	2,1476	2,131	2,1232	2,1188	2,1150	2,1133	2,1131	2,1131
	δ° S0	3,910	0,025	0,101	0,0967	0,0806	0,0724	0,0677	0,0649	0,0621	0,0604	0,0601	0,0600
	Stale	C _L = 4,700[mm/μs] C _T = 2,260[mm/μs] v ₀ = 0,3496											
Mo- siądz $\rho_{Mo}=8,1$ [g/cm ³]	C* S0	3,334	3,6473	2,063	2,0073	1,9846	1,9743	1,9692	1,9666	1,9646	1,9638	1,9638	1,9637
	C S0	3,002	3,6467	2,059	2,0043	1,9821	1,9719	1,9670	1,9644	1,9624	1,9617	1,9617	1,9616
	δ° S0	9,949	0,0147	0,1892	0,1461	0,1283	0,1193	0,1143	0,1110	0,1111	0,1070	0,1068	0,1068
	Stale	C _L = 3,830[mm/μs] C _T = 2,123[mm/μs] v ₀ = 0,2782											

9.2.2. Wyznaczanie prędkości $c_{a_0}^*$ i c_{a_0}

Wyznaczanie prędkości fazowych antysymetrycznych fal pseudopłytkowych oraz fal Lamba rzędu zerowego (tzn. modu pierwszego) na podstawie równania (113b) można przeprowadzić korzystając z równania dyspersyjnego (122):

$$(122) \quad (2k_{a_0}^2 - k_T^2)^4 = 16k_{a_0}^4 (k_{a_0}^2 - k_T^2)(k_{a_0}^2 - k_L^2) F_q^2 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)^2 k_T^8 \left(\frac{k_{a_0}^2 - k_L^2}{k_0^2 - k_{a_0}^2}\right) cth^2 \left(\frac{g}{2} \sqrt{k_{a_0}^2 - k_L^2}\right),$$

gdzie: $F_q = th \left(\frac{g}{2} \sqrt{k_{a_0}^2 - k_T^2} \right) / th \left(\frac{g}{2} \sqrt{k_{a_0}^2 - k_L^2} \right)$.

Dzieląc (122) przez $k_{a_0}^8$ i wprowadzając nowe zmienne: $x_a = k_T / k_{a_0} = c_{a_0}^* / c_T$; $z_T = k_L / k_T = c_T / c_L$; $b_T = k_0 / k_T = c_T / c_0$ i $y_T = \pi fg / c_T$ otrzymujemy równanie dyspersyjne w postaci (123):

$$(123) \quad (2 - x_a^2)^4 = 16(1 - x_a^2)(1 - z_T^2 x_a^2) F_q^2 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)^2 x_a^8 \left(\frac{1 - z_T^2 x_a^2}{b_T^2 x_a^2 - 1}\right) cth^2 \left(\frac{y_T}{x_a} \sqrt{1 - z_T^2 x_a^2}\right),$$

gdzie: $F_q(x_a) = th \left[\frac{y_T}{x_a} \sqrt{1 - x_a^2} \right] / th \left[\frac{y_T}{x_a} \sqrt{1 - z_T^2 x_a^2} \right]$.

Opracowany zbieżny algorytm obliczeniowy stanowi wzór numeryczny (124):

$$(124) \quad x_a^2(n+1) = 1 - \frac{\left[2 - x_a^2(n)\right]^4 - x_a^8(n) \left[\frac{1 - z_T^2 x_a^2(n)}{b_T^2 x_a^2(n) - 1}\right] \left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)^2 cth^2 \left[\frac{y_T}{x_a(n)} \sqrt{1 - z_T^2 x_a^2(n)}\right]}{16 \left[1 - z_T^2 x_a^2(n)\right] F_q^2 \left[x_a(n)\right]},$$

gdzie: $F_q[x_a(n)] = th \left[\frac{y_T}{x_a(n)} \sqrt{1 - x_a^2(n)} \right] / th \left[\frac{y_T}{x_a(n)} \sqrt{1 - z_T^2 x_a^2(n)} \right]$.

Wyniki obliczeń dla elementów konstrukcyjnych z różnych metali technicznych zestawiono poniżej w Tabeli 9a dla próbek z trzech różnych gatunków stali:

1- niskowęglowej („miękkiej”), 2 – węglowej, 3 - stopowej oraz w Tabeli 9b (dla próbek z metali kolorowych); wartości c_{a_0} uzyskano z równania (124), zakładając

$$\rho_0 = 0.$$

Tabela 9a.

Mat.	fg	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	8	10	12
St 1 $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	C* a0	2,5524	2,6862	2,7691	2,823	2,8592	2,884	2,9012	2,9133	2,9277	2,9380	2,9403	2,9408
	C a0	2,5519	2,6857	2,7686	2,8224	2,8586	2,883	2,9006	2,9127	2,9271	2,9373	2,9396	2,9400
	δ° a0	0,020	0,0195	0,0193	0,01947	0,0198	0,0202	0,0207	0,0213	0,0223	0,0237	0,0242	0,0244
	Stale	C_L = 5,770 [mm/μs]			C_T = 3,180 [mm/μs]			v₀ = 0,282					
St 2 $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	C* a0	2,5905	2,7257	2,8093	2,8635	2,9000	2,9250	2,9424	2,9546	2,9693	2,9800	2,9823	2,9829
	C a0	2,5900	2,7252	2,8087	2,8630	2,8994	2,9244	2,9418	2,954	2,9687	2,9793	2,9817	2,9822
	δ° a0	0,0196	0,0188	0,0186	0,0187	0,0190	0,0194	0,0199	0,0204	0,0214	0,0227	0,0233	0,0234
	Stale	C_L = 5,940 [mm/μs]			C_T = 3,220 [mm/μs]			v₀ = 0,292					
St 3 $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	C* a0	2,5382	2,6691	2,7499	2,8022	2,8374	2,8616	2,8784	2,8904	2,9048	2,9156	2,9180	2,9186
	C a0	2,5376	2,6685	2,7493	2,8016	2,8368	2,861	2,8778	2,8897	2,904	2,9149	2,9173	2,9178
	δ° a0	0,0214	0,0204	0,0200	0,0201	0,0204	0,0207	0,0212	0,0217	0,0227	0,0241	0,0248	0,025
	Stale	C_L = 5,914 [mm/μs]			C_T = 3,150 [mm/μs]			v₀ = 0,302					

Tabela 9b.

Mat.	fg	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	8	10	12
Al $\rho_{Al}=2,7$ [g/cm ³]	C* a0	2,5133	2,6400	2,7179	2,7683	2,8022	2,8256	2,8421	2,8538	2,8684	2,8798	2,8827	2,8834
	C a0	2,5084	2,6352	2,7131	2,7633	2,7971	2,8204	2,8368	2,8484	2,8628	2,8737	2,8765	2,8771
	δ ° a0	0,1946	0,1837	0,1794	0,1785	0,1798	0,1818	0,1866	0,1889	0,1971	0,2099	0,2158	0,2179
	Stale	$C_L = 6,320$ [mm/ μ s]						$C_T = 3,080$ [mm/ μ s]					
Cu $\rho_{Cu}=8,9$ [g/cm ³]	C* a0	1,844	1,9370	1,9938	2,0306	2,055	2,072	2,0843	2,0929	2,1034	2,1116	2,1137	2,1142
	C a0	1,843	1,9358	1,9927	2,0294	2,054	2,071	2,0832	2,0917	2,1023	2,1104	2,1124	2,1129
	δ ° a0	0,0797	0,062	0,056	0,0533	0,051	0,0519	0,0522	0,0529	0,0546	0,0578	0,0593	0,0598
	Stale	$C_L = 4,700$ [mm/ μ s]						$C_T = 2,260$ [mm/ μ s]					
Mo- siądz $\rho_{Mo}=8,1$ [g/cm ³]	C* a0	1,7059	1,7939	1,8490	1,8849	1,9091	1,9257	1,9372	1,9452	1,9549	1,9618	1,9634	1,9637
	C a0	1,7022	1,7916	1,8471	1,8831	1,9073	1,9238	1,9354	1,9434	1,9530	1,9598	1,9613	1,9616
	δ ° a0	0,2137	0,1288	0,107	0,0987	0,0951	0,0942	0,0946	0,0958	0,0989	0,1039	0,1060	0,107
	Stale	$C_L = 3,830$ [mm/ μ s]						$C_T = 2,123$ [mm/ μ s]					

9.2.3. Wyznaczanie prędkości $c_{a_1}^*$ i c_{a_1}

Wyznaczanie prędkości fazowych antysymetrycznych fal pseudopłytkowych oraz fal Lamba rzędu pierwszego (tzn. modu drugiego) przeprowadza się na podstawie drugiego równania dyspersyjnego (113b), przedstawiając je w postaci (125) dla $c_{a_1}^* < c_L$ (patrz rys. 41):

$$(125) \quad (2k_{a_1}^2 - k_T^2)^4 = 16k_{a_1}^4 (k_T^2 - k_{a_1}^2)(k_{a_1}^2 - k_L^2) F_n^2 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)^2 k_T^8 \left(\frac{k_{a_1}^2 - k_L^2}{k_0^2 - k_{a_1}^2}\right) \text{cth}^2 \left(\frac{g}{2} \sqrt{k_{a_1}^2 - k_L^2}\right),$$

gdzie: $F_n = \text{tg} \left(\frac{g}{2} \sqrt{k_T^2 - k_{a_1}^2} \right) / \text{th} \left(\frac{g}{2} \sqrt{k_{a_1}^2 - k_L^2} \right)$.

Dzieląc (125) przez $k_{a_1}^8$ i wprowadzając zespół nowych zmiennych: $x_A = k_T / k_{a_1} = c_{a_1}^* / c_T$; $z_T = k_L / k_T = c_T / c_L$; $b_T = k_0 / k_T = c_T / c_0$ i $y_T = \pi fg / c_T$ otrzymujemy dla równania dyspersyjnego wzór (126):

$$(126) \quad (2 - x_A^2)^4 = 16(x_A^2 - 1)(1 - z_T^2 x_A^2) F_v^2 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)^2 x_A^8 \left(\frac{1 - z_T^2 x_A^2}{b_T^2 x_A^2 - 1}\right) \text{cth}^2 \left(\frac{y_T}{x_A} \sqrt{1 - z_T^2 x_A^2}\right),$$

gdzie: $F_v(x_A) = \text{tg} \left[(y_T / x_A) \sqrt{x_A^2 - 1} \right] / \text{th} \left[(y_T / x_A) \sqrt{1 - z_T^2 x_A^2} \right]$.

Zbieżny algorytm obliczeniowy (127) w tym przypadku można przedstawić w postaci numerycznego rozwiązania równania (126), przy czym obliczenie parametru F_L dla $x_A(n) < 1/z_T$ (co odpowiada $c_{a_1}^* < c_L$) prowadzi się według wzoru (a), natomiast w przypadku przeciwnym, (kiedy $c_{a_1}^* \geq c_L$), F_L szacuje się według (b):

$$(127) \quad x_A^2(n+1) = 1 + \left\{ \frac{\arctg \sqrt{F_L[x_A(n)]} - \pi}{[y_T / x_A(n)]} \right\}^2,$$

gdzie:

$$F_L[x_A(n)] = \begin{cases} \frac{[2 - x_A^2(n)]^4 \text{th}^2 \left[\frac{y_T}{x_A(n)} \sqrt{1 - z_T^2 x_A^2(n)} \right] - x_A^8(n) \left[\frac{1 - z_T^2 x_A^2(n)}{b_T^2 x_A^2(n) - 1} \right] \left(\frac{\rho_0}{\rho_x} \right)^2}{16 [x_A^2(n) - 1] [1 - z_T^2 x_A^2(n)]} & \text{(a)} \\ \frac{[2 - x_A^2(n)]^4 \text{tg}^2 \left[\frac{y_T}{x_A(n)} \sqrt{z_T^2 x_A^2(n) - 1} \right] - x_A^8(n) \left[\frac{z_T^2 x_A^2(n) - 1}{b_T^2 x_A^2(n) - 1} \right] \left(\frac{\rho_0}{\rho_x} \right)^2}{16 [x_A^2(n) - 1] [z_T^2 x_A^2(n) - 1]} & \text{(b)} \end{cases}$$

Tabela 10a.

Mat.	fg	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	8	10	12
St1 $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	C* ai	-	9,4417	7,0147	6,1182	5,5707	5,0903	4,4807	4,1360	3,6569	3,3623	3,273	3,2356
	C ai	-	9,4436	7,0167	6,1211	5,5651	5,0705	4,551	4,115	3,6544	3,3618	3,2728	3,2355
	δ° ai	-	0,0199	0,0284	0,0477	0,101	0,3882	1,569	0,5077	0,0674	0,013	0,005	0,0024
	State	$C_L = 5,770$ [mm/ μ s]			$C_T = 3,180$ [mm/ μ s]			$v_0 = 0,282$					
St2 $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	C* ai	-	9,6004	7,1303	6,2152	5,6529	5,1583	4,5386	4,1883	3,7044	3,4054	3,3146	3,2766
	C ai	-	9,6024	7,1324	6,2182	5,6472	5,1382	4,6089	4,1685	3,702	3,4050	3,3144	3,2765
	δ° ai	-	0,020	0,0289	0,0475	0,101	0,3893	1,549	0,4726	0,0663	0,0128	0,005	0,0024
	State	$C_L = 5,940$ [mm/ μ s]			$C_T = 3,220$ [mm/ μ s]			$v_0 = 0,292$					
St3 $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	C* ai	-	9,4428	7,008	6,0997	5,5371	5,0403	4,4234	4,0810	3,6156	3,3226	3,2332	3,1957
	C ai	-	9,4450	7,0102	6,1030	5,5307	5,0182	4,4938	4,0657	3,613	3,3222	3,2330	3,1956
	δ° ai	-	0,0225	0,0326	0,0541	0,116	0,4397	1,5934	0,3754	0,073	0,0141	0,0055	0,0027
	State	$C_L = 5,914$ [mm/ μ s]			$C_T = 3,150$ [mm/ μ s]			$v_0 = 0,302$					

Tabela 10b.

Mat.	fg	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	6	8	10	12	
Al $\rho_{Al}=2,7$ [g/cm ³]	C* a1	-	8,642	6,6775	5,9106	5,376	4,5292	4,074	3,832	3,5009	3,2419	3,1630	3,1297	
	C a1	-	8,6618	6,7009	5,8738	5,294	4,7386	4,2182	3,851	3,4816	3,2382	3,1615	3,1290	
	$\delta^{\%}$ a1	-	0,2297	0,3507	0,6234	1,519	4,623	3,531	0,501	0,551	0,113	0,045	0,0224	
	Stale		$C_L = 6,320$ [mm/ μ s]					$C_T = 3,080$ [mm/ μ s]					$v_0 = 0,34426$	
Cu $\rho_{Cu}=8,9$ [g/cm ³]	C* a1	6,1517	4,6137	3,9736	3,3463	2,928	2,6796	2,5365	2,4545	2,3694	2,307	2,2857	2,2761	
	C a1	6,1543	4,6099	3,964	3,4049	2,9348	2,6733	2,5341	2,4532	2,3689	2,3069	2,2856	2,2760	
	$\delta^{\%}$ a1	0,043	0,082	0,2415	1,753	0,234	0,235	0,095	0,0532	0,0237	0,0078	0,0034	0,0017	
	Stale		$C_L = 4,700$ [mm/ μ s]					$C_T = 2,260$ [mm/ μ s]					$v_0 = 0,3496$	
Mo- siądz $\rho_{Mo}=8,1$ [g/cm ³]	C* a1	5,1547	4,0485	3,5386	2,9347	2,6444	2,4317	2,3278	2,2678	2,2052	2,1591	2,143	2,1357	
	C a1	5,1574	4,0530	3,5223	3,0047	2,6198	2,4271	2,325	2,2666	2,2047	2,1589	2,1429	2,1356	
	$\delta^{\%}$ a1	0,052	0,111	0,460	2,387	0,931	0,1876	0,09	0,054	0,025	0,0082	0,0035	0,0018	
	Stale		$C_L = 3,830$ [mm/ μ s]					$C_T = 2,123$ [mm/ μ s]					$v_0 = 0,2782$	

Wyniki obliczeń dla tych samych gatunków stali oraz metali kolorowych, jakie zbadano w podrozdziałach 9.2.1 i 9.2.2, przedstawiono powyżej w Tabelach 10a i 10b, z tym, że wartości c_{a_1} otrzymano z (127), zakładając $\rho_0 = 0$.

9.2.4. Wyznaczanie prędkości c_R^* i c_R

Wyznaczanie prędkości fazowych fal pseudopowierzchniowych c_R^* oraz prędkości fal Rayleigha c_R przeprowadza się z trzeciego równania dyspersyjnego (113c), przy czym należy podkreślić, że dyspersja dotyczy tylko fal wyciekających, natomiast c_R występuje jako stała materiałowa, niezależna od częstotliwości drgań falowych oraz iloczynu fg .

Dyspersyjne równanie fal pseudopowierzchniowych przedstawia się w postaci:

$$(128) \quad (2k_R^2 - k_T^2)^4 = 16k_R^4(k_R^2 - k_T^2)(k_R^2 - k_L^2) + \left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right)^2 k_T^8 \left(\frac{k_R^2 - k_L^2}{k_0^2 - k_R^2}\right).$$

Dzieląc obie strony (128) przez k_T^8 i wprowadzając zespół nowych zmiennych: $x_R = k_R/k_T = c_T/c_R$; $z_T = k_L/k_T = c_T/c_L$ oraz $b_T = k_0/k_T = c_T/c_0$, po pewnych przekształceniach algebraicznych uzyskujemy zbieżny wzór numeryczny:

$$(129) \quad x_R(n+1) = \sqrt{1 + \frac{\frac{1}{2} - \left[\frac{1}{2x_R^2(n)}\right] + \left[\frac{1}{16x_R^4(n)}\right] \left\{1 + \left(\frac{\rho_0}{\rho_x}\right) \left[\frac{x_R^2(n) - z_T^2}{b_T^2 - x_R^2(n)}\right]\right\}}{1 - z_T^2}}.$$

Z (129), zakładając $\rho_0 = 0$, można uzyskać wartości c_R ; wyniki obliczeń zestawiono w Tabeli 11, gdzie $\delta_R^{\%}$ - błąd dyspersyjny fal pseudopowierzchniowych.

Tabela 11.

Gęstość - ρx próbki [g/cm ³]		C_L [mm/μs]	C_T [mm/μs]	C_R [mm/μs]	C_R^* [mm/μs]	$\delta_R^{\%}$
Stal St1	7,8	5,770	3,180	2,9400	2,9408	0,0272
Stal St2	7,8	5,940	3,220	2,9822	2,9829	0,0235
Stal St3	7,8	5,914	3,150	2,9179	2,9187	0,0274
Al - stop	2,7	6,320	3,080	2,8772	2,8835	0,219
Miedź Cu	8,9	4,700	2,260	2,1130	2,1143	0,0615
Mosiądz	8,1	3,830	2,123	1,9616	1,9637	0,1071

9.3. Wyznaczanie stałych sprężystości metodami refraktometrii immersyjnej

Dotychczas zbadano gruntownie tylko zjawiska dyspersyjne, związane z falami pseudopowierzchniowymi [93], natomiast, jak wynika z rozeznania literatury naukowej, prawie nie prowadzono badań dyspersji fal pseudopłytkowych. Na podstawie opracowanych algorytmów obliczeniowych, przedstawionych w podrozdziałach 9.2.1, 9.2.2 i 9.2.3, udało się udowodnić, że w pewnych odcinkach wartości iloczynu fg błąd wywołany dyspersją prędkości fazowej fal pseudopłytkowych da się zmniejszyć do poziomu $\pm 0,123\%$ dla stali, miedzi i mosiądzu oraz $\pm 0,285\%$ dla stopów Al. Można przyjąć, że rząd błędów instrumentalnych aparatury pomiarowej (refraktometru UR-10 przy pomiarach zautomatyzowanych próbek stalowych) wynosi $\pm 0,1\%$.

Dla wyznaczania stałych sprężystości opracowano 2 metody pomiarowe oparte na otrzymanych z refraktogramów kątach krytycznych $\theta_{cr}^{a_1}, \theta_{cr}^{a_0}$ i $\theta_{cr}^{S_0}$ - wyciekających fal płytkowych (tzw. fale pseudopłytkowe) oraz θ_{cr}^R - kącie krytycznym fal pseudopowierzchniowych.

Metoda pierwsza jest przystosowana dla przypadku, kiedy na refraktogramie występują równocześnie 3 kąty krytyczne fal pseudopłytkowych: $\theta_{cr}^{a_1}, \theta_{cr}^{a_0}$ i $\theta_{cr}^{S_0}$ (zobacz refraktogramy 2 i 3 na rys. 38).

Metoda druga przydatna jest do pomiaru grubszych próbek, w których bezproblemowo można wyznaczyć kąt krytyczny fal pseudopowierzchniowych θ_{cr}^R (refraktogram 1, rys. 38). Metoda ta wymaga jednak dwóch pomiarów. Stosując głowicę o większej częstotliwości f_2 szacujemy θ_{cr}^R , a potem, używając głowicy o mniejszej częstotliwości $f_1 < f_2$, wyznaczamy $\theta_{cr}^{a_0}$ i $\theta_{cr}^{S_0}$.

9.3.1. Metoda identyfikacyjna stosująca fale pseudopłytkowe różnych rzędów (metoda I)

Dobierając częstotliwość głowicy ultradźwiękowej dla zadanej grubości płyty g można przeprowadzić badania refraktometryczne w odpowiednim odcinku wartości fg , uzyskując na refraktogramie równocześnie 3 minima (patrz rys. 38), które odpowiadają kątom krytycznym $\theta_{cr}^{a_1}, \theta_{cr}^{a_0}$ i $\theta_{cr}^{S_0}$.

W ten sposób z jednego refraktogramu, w wyniku pojedynczego pomiaru, wyznacza się: $c_{a_1}^* = c_0 / \sin \theta_{cr}^{a_1}$, $c_{a_0}^* = c_0 / \sin \theta_{cr}^{a_0}$ oraz $c_{S_0}^* = c_0 / \sin \theta_{cr}^{S_0}$.

W poprzednim rozdziale na podstawie obliczeń udowodniono, że dla pewnej wartości iloczynu fg [MHz.mm] można uzyskać dyspersję minimalną tzn.:

$c_{S_0}^* \approx c_{S_0}$, $c_{a_0}^* \approx c_{a_0}$ i $c_{a_1}^* \approx c_{a_1}$. W trakcie badań teoretycznych, wprowadzając

zespół zmiennych: $\ddot{x} = c_{a_1} / c_T$, $\ddot{y} = \pi fg / c_{a_1}$ i $\ddot{z} = c_{a_1} / c_L$, udało się uzyskać [60], zbieżny algorytm numeryczny, który sprowadza identyfikację do rozwiązania układu nieliniowych równań numerycznych (130).

Dla każdej próbki rozwiązanie układu (130) uzależniona się od dwóch parametrów bezwymiarowych otrzymanych doświadczalnie: $m_c = c_{a_1} / c_{a_0} \approx \sin \theta_{cr}^{a_0} / \sin \theta_{cr}^{a_1}$ oraz $n_c = c_{a_1} / c_{S_0} \approx \sin \theta_{cr}^{S_0} / \sin \theta_{cr}^{a_1}$.

$$(130) \quad \left\{ \begin{array}{l} \ddot{y}(n+1) = \begin{cases} \operatorname{arctth} \left\{ \frac{\operatorname{th} \left[\ddot{y}(n) \sqrt{m_c^2 - \ddot{z}^2(n)} \right] \left[m_c^2 - \ddot{x}^2(n)/2 \right]^2}{m_c^2 \sqrt{[m_c^2 - \ddot{x}^2(n)] [m_c^2 - \ddot{z}^2(n)]}} \right\} / \sqrt{m_c^2 - \ddot{x}^2(n)} & \text{dla } \ddot{x}(n) < m_c \\ \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\operatorname{th} \left[\ddot{y}(n) \sqrt{m_c^2 - \ddot{z}^2(n)} \right] \left[m_c^2 - \ddot{x}^2(n)/2 \right]^2}{m_c^2 \sqrt{[\ddot{x}^2(n) - m_c^2] [m_c^2 - \ddot{z}^2(n)]}} \right\} / \sqrt{\ddot{x}^2(n) - m_c^2} & \text{dla } \ddot{x}(n) \geq m_c \end{cases} \\ \\ \ddot{z}(n+1) = \begin{cases} 1 + \operatorname{arctg}^2 \left\{ \frac{\operatorname{tg} \left[\ddot{y}(n+1) \sqrt{\ddot{x}^2(n)-1} \right] \sqrt{[\ddot{x}^2(n)-1] [\ddot{z}^2(n)-1]}}{[1 - \ddot{x}^2(n)/2]^2} \right\} / \ddot{y}^2(n+1) & \text{dla } \ddot{z}(n) \geq 1 \\ 1 + \operatorname{arctth}^2 \left\{ \frac{\operatorname{tg} \left[\ddot{y}(n+1) \sqrt{\ddot{x}^2(n)-1} \right] \sqrt{[\ddot{x}^2(n)-1] [1 - \ddot{z}^2(n)]}}{[1 - \ddot{x}^2(n)/2]^2} \right\} / \ddot{y}^2(n+1) & \text{dla } \ddot{z}(n) < 1 \end{cases} \\ \\ \ddot{x}(n+1) = \begin{cases} n_c^2 + \operatorname{arctg}^2 \left\{ \frac{n_c^2 \operatorname{th} \left[\ddot{y}(n+1) \sqrt{n_c^2 - \ddot{z}^2(n+1)} \right] \sqrt{[\ddot{x}^2(n) - n_c^2] [n_c^2 - \ddot{z}^2(n+1)]}}{[n_c^2 - \ddot{x}^2(n)/2]^2} \right\} / \ddot{y}^2(n+1) & \text{dla } \ddot{x}(n) \geq n_c \\ n_c^2 - \operatorname{arctg}^2 \left\{ \frac{n_c^2 \operatorname{th} \left[\ddot{y}(n+1) \sqrt{n_c^2 - \ddot{z}^2(n+1)} \right] \sqrt{[n_c^2 - \ddot{x}^2(n)] [n_c^2 - \ddot{z}^2(n+1)]}}{[n_c^2 - \ddot{x}^2(n)/2]^2} \right\} / \ddot{y}^2(n+1) & \text{dla } \ddot{x}(n) < n_c \end{cases} \end{array} \right.$$

W wyniku postępujących przybliżeń otrzymujemy z zadaną dokładnością $\leq 10^{-4}$ rozwiązanie w postaci trzywymiarowej: $[\ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{z}_0]$, skąd łatwo można wyznaczyć

wszystkie stałe sprężystości próbki: $\nu_0 = \left[0,5 - (\ddot{z}_0 / \ddot{x}_0)^2 \right] / \left[1 - (\ddot{z}_0 / \ddot{x}_0)^2 \right]$;

G_0 [MPa] = $10^3 \rho_x \frac{(c_0 / \ddot{x}_0)^2}{\sin^2 \theta_{cr}^{a_1}}$; E_0 [MPa] = $10^3 \rho_x \frac{(c_0 / \ddot{z}_0)^2}{\sin^2 \theta_{cr}^{a_1}}$ ($c_0 = 1,6$ mm/ μ s –

stała prędkość fali w cieczy wzorcowej w zakresie temperatur $+20 \div 30$ °C;

ρ_x g/cm³ – gęstość próbki).

Tabela 12a.

f₀ [MHz]	g [mm] Stal	f·g	θ_{So-cr}	C_{so}* [mm/μs]	θ_{ao-cr}	C_{ao}* [mm/μs]	θ_{al-cr}	C_{al}* [mm/μs]	m_c	n_c	C_T [mm/μs]	C_L [mm/μs]
6	0,5	3	28,09	3,3977	34,14	2,8512	14,99	6,1869	2,170	1,821	3,2069	5,9025
5	0,6	3	28,23	3,3822	34,25	2,8431	15,07	6,1555	2,165	1,820	3,200	5,8370
4	0,8	3,2	29,01	3,2992	33,82	2,8744	15,54	5,9713	2,077	1,81	3,2079	6,039
3	1,0	3	28,12	3,3941	34,16	2,8494	15,03	6,1677	2,165	1,817	3,2065	5,867
2,5	1,2	3	28,24	3,3814	34,25	2,8426	15,02	6,1720	2,171	1,825	3,198	5,864
2,5	1,4	3,5	29,78	3,2212	33,24	2,9188	16,33	5,689	1,949	1,766	3,221	5,689
6	0,5	3	27,49	3,466	33,66	2,8864	14,83	6,2508	2,166	1,803	3,246	6,033
5	0,6	3	27,89	3,4206	33,97	2,8632	14,92	6,2156	2,171	2,817	3,217	5,969
3	1,0	3	28,12	3,395	34,16	2,8498	15,00	6,1862	2,171	1,822	3,205	5,900

Tabela 12b.

f_0 [MHz]	g [mm] Mos.	$f \cdot g$	$\theta_{S_0 \text{ er}}$	$C_{s_0}^*$ [mm/ μ s]	$\theta_{a_0 \text{ er}}$	$C_{a_0}^*$ [mm/ μ s]	$\theta_{a_1 \text{ er}}$	$C_{a_1}^*$ [mm/ μ s]	m_c	n_c	C_T [mm/ μ s]	C_L [mm/ μ s]
8	0,6	4,8	53,75	1,9839	54,86	1,9565	44,35	2,2889	1,1699	1,1537	2,12	4,25
7	0,7	4,9	50,00	2,0888	50,97	2,0596	41,50	2,4146	1,1724	1,156	2,22	4,83
5	0,9	4,5	53,23	1,9974	54,65	1,9616	43,24	2,3355	1,1906	1,1693	2,123	4,539
4	1,2	4,8	53,75	1,9839	54,86	1,9565	44,35	2,2889	1,1699	1,1537	2,12	4,25
4	1,4	5,6	52,61	2,0138	53,2	1,9981	45,05	2,2609	1,1315	1,1227	2,15	4,461
3	1,6	4,8	53,31	1,9953	54,44	1,9668	44,20	2,2949	1,1668	1,1501	2,123	4,539
2,5	1,8	4,5	51,41	2,0471	52,72	2,0109	41,2	2,4291	1,208	1,1866	2,19	4,25
2,5	2	5	49,69	2,0983	50,52	2,0728	41,01	2,4384	1,1764	1,1621	2,25	4,324
2	2,2	4,4	49,03	2,11898	50,44	2,0753	38,96	2,5445	1,2261	1,2008	2,25	4,761

Powyżej w Tabeli 12a zestawiono wyniki badań doświadczalnych różnych próbek stalowych: 1 – stal niskowęglowa („miękka”), 2 – węglowa, 3 – stopowa, natomiast w Tabeli 12b przedstawiono wyniki dla próbek z metali kolorowych.

Metodyka badań, analiza błędów i czułości pomiarowej

Opracowanie metodyki badań jest bezpośrednio powiązane z analizą błędów pomiarowych, przy czym metodyka optymalna gwarantuje ich minimalizację. Błąd wyznaczania stałych sprężystości δ_{Σ} ma 3 części składowe: błąd analityczny δ_A wynikający z dyspersji fal wyciekających, błąd metodyczny δ_M - powstający wskutek niedokładności rozwiązania (130) oraz błąd instrumentalny δ_I - wskutek niedokładności wyznaczania kątów krytycznych na refraktometrze. Tu rozmyślnie pomijamy błąd subiektywny, wynikający z działań operatora.

Można (w przybliżeniu) oszacować δ_{Σ} ze wzoru Schäflera (131):

$$(131) \quad \delta_{\Sigma} = \sqrt{\delta_A^2 + \delta_M^2 + \delta_I^2},$$

gdzie: $\delta_A^2 \approx \max(\delta_{S_0}^2) + \max(\delta_{a_0}^2) + \max(\delta_{a_1}^2)$;

$\delta_{S_0}, \delta_{a_0}, \delta_{a_1}$ - błędy dyspersyjne prędkości fazowych $c_{S_0}^*, c_{a_0}^*$ i $c_{a_1}^*$ w zadanym odcinku wartości iloczynu fg ;

$\delta_M \leq 0,01\%$ (dokładność obliczeń numerycznych (130)).

W badaniach elementów cienkościennych ze stali ($\rho_x^{St} \approx 7,8 \text{ g/cm}^3$) w zakresie $0,282 \leq \nu_0^{St} \leq 0,312$ wykorzystano zespół z 7 głowic fal podłużnych: 2,5 MHz, 3 MHz, 4 MHz, 5 MHz, 6 MHz, 7 MHz i 8 MHz. Głowice 6, 7 i 8 MHz są niekonwencjonalne (zrobione na zamówienie).

Analiza dyspersji prędkości fal pseudopłytkowych podanych w Tab. 8, 9 i 10 pozwala ustalić dwa odcinki fg , w których dyspersja $c_{S_0}^*, c_{a_0}^*$ i $c_{a_1}^*$ dla stali osiąga minimum: $3 \leq fg \leq 3,6$ oraz $5,4 \leq fg \leq 6$.

W Tabeli 13 zestawiono optymalne dla każdej głowicy zakresy grubości badanych próbek.

Analityczny błąd zbiorowy I zakresu $\delta_A^{\%} \leq 0,18\%$, a dla zakresu II błąd wynosi $\delta_A^{\%} \leq 0,184\%$.

Zakładając, że dla stali błąd instrumentalny $\delta_I^{\%} \leq 0,05\%$, na podstawie wzoru (131) uzyskujemy błąd tej metody pomiarowej (metody I) dla stali: $\delta_{\Sigma}^{St} \leq 0,191\%$.

W tym przypadku zbiorowy błąd pomiarowy dla zakresu grubości elementów z mosiądzu $0,56 \leq g \leq 2,4\text{mm}$ wynosi: $\delta_{\Sigma}^M \leq 0,183\%$.

Tabela 13.

Głowica L fo[MHz]	I Zakres grubości[mm]		II Zakres grubości[mm]		Błędy dyspersyjne St
	min	max	min	max	I Zakres
2,5	1,20	1,44	2,16	2,40	$\max\delta C_{a0}=0,02\%$
3	1,00	1,20	1,80	2,00	$\max\delta C_{s0}=0,123\%$
4	0,75	0,90	1,35	1,50	$\max\delta C_{a1}=0,13\%$
5	0,60	0,72	1,08	1,20	II Zakres
6	0,50	0,60	0,90	1,00	$\max\delta C_{a0}=0,0235\%$
7	0,43	0,51	0,77	0,86	$\max\delta C_{s0}=0,03\%$
8	0,38	0,45	0,68	0,75	$\max\delta C_{a1}=0,18\%$

Dla elementów cienkościennych (blach) z miedzi ($\rho_x^{Cu} \approx 8,9 \text{ g/cm}^3$) optymalny odcinek wartości iloczynu fg wynosi $3,5 \leq fg \leq 6$.

W tym przypadku występuje jeden ciągły zakres grubości od 0,35 do 3mm, który przedstawiony jest w Tabeli 14.

Ciekawe, że dla pokrycia całego zakresu grubości są potrzebne tylko 5 głowic ultradźwiękowych fal podłużnych: 2,3,5,8 i 10 MHz, z których tylko głowica 8 MHz jest niekonwencjonalna.

Tabela 14.

Głowice fal podłużnych (L) fo[MHz]	Grubość [mm] miedź	Błędy dyspersyjne
2	1,75 ÷ 3	$\max\delta C_{a0}=0,055\%$
3	1,17 ÷ 2	$\max\delta C_{s0}=0,081\%$
5	0,70 ÷ 1,2	$\max\delta C_{a1}=0,235\%$
8	0,44 ÷ 0,75	$\delta^{\%}_A=0,255\%$
10	0,35 ÷ 0,6	

Pomiarowy błąd zbiorowy dla miedzi wynosi $\delta_{\Sigma}^{Cu} \leq 0,26\%$ w przypadku próbek o grubości od 0,35 do 3mm.

Dla mosiądzu natomiast ($\rho_x^M \approx 8,1 \text{ g/cm}^3$) uzyskujemy w ten sam sposób zakres optymalny $4,5 \leq fg \leq 6$ dla głowic fal podłużnych: 2,5; 3; 4; 5; 6; 7 i 8 MHz. W Tabeli 15 podane są zakresy grubości dla każdej głowicy oraz błędy dyspersyjne.

Tabela 15.

Głowice fal podłużnych (L) fo[MHz]	Grubość [mm] mosiądz	Błędy dyspersyjne
2,5	1,80 ÷ 2,4	$\max \delta C_{a0} = 0,099\%$
3	1,50 ÷ 2	$\max \delta C_{s0} = 0,114\%$
4	0,125 ÷ 1,5	$\max \delta C_{a1} = 0,09\%$
5	0,9 ÷ 1,2	$\delta^{\%}_A = 0,176\%$
6	0,75 ÷ 1	
7	0,64 ÷ 0,86	
8	0,56 ÷ 0,75	

Najbardziej skomplikowane pod względem opracowania optymalnej metodyki pomiarowej okazują się badania blach ze stopów aluminiowych, ponieważ $\rho_x^{Al} \approx 2,7 \text{ g/cm}^3$.

Tabela 16.

Głowice fal podłużnych (L) fo[MHz]	Grubość [mm] Al-stop	Błędy dyspersyjne
2,5	2,0 ÷ 2,4	$\max \delta C_{a0} = 0,197\%$
3	1,67 ÷ 2	$\max \delta C_{s0} = 0,285\%$
4	1,2 ÷ 1,5	$\max \delta C_{a1} = 0,551\%$
5	1,0 ÷ 1,2	$\delta^{\%}_A = 0,65\%$
6	0,83 ÷ 1	
7	0,71 ÷ 0,86	
8	0,62 ÷ 0,75	

Wskutek małej wartości ρ_x^{Al} cechują się one znaczną dyspersją prędkości fazowych fal pseudopłytkowych, co utrudnia ustalenie optymalnego zakresu fg [MHz.mm].

Dla tego samego zespołu głowic, który stosowano w badaniach stali, ustalamy zakresy grubości próbek g [mm] prezentowane w Tabeli 16 i odpowiednie błędy dyspersyjne w odcinku optymalnym: $5 \leq fg \leq 6$.

Dla blach ze stopów Al występuje jeden zakres grubości próbek od 0,62 do 1,5 mm, w którym jednak zbiorowy błąd pomiarowy osiąga wartość $\delta_{\Sigma}^{Al} \leq 0,652\%$. Błąd ten znacznie przewyższa maksymalny błąd pomiarowy $\pm 0,5\%$. Wynika stąd, że właśnie ta metoda (**I**) nie nadaje się do badań próbek aluminiowych.

Oprócz tego metoda **I**, która ma wiele zalet, co do technologii badań (wymaga tylko pojedynczego pomiaru) ma jednak tę wadę, że nie działa w całym zakresie grubości badanych elementów cienkościennych $0 \leq g \leq 3$ mm.

Dla stali: $0,38 \leq g \leq 3$ mm, dla miedzi: $0,35 \leq g \leq 3$ mm, dla mosiądzu: $0,56 \leq g \leq 2,4$ mm prezentują obszary zmian grubości elementów, w których można stosować te metody pomiaru pojedynczego, oparte na zastosowaniu fal pseudopłytkowych różnych rzędów.

W przypadku bardzo cienkich ($g \leq 0,38$ mm) oraz względnie grubszych elementów ($g \geq 1,5$ mm), trzeba stosować inne metody pomiarowe, które omówiono w następnym podrozdziale.

9.3.2 Metoda identyfikacyjna stosująca fale pseudopłytkowe i pseudopowierzchniowe (bifalowa metoda II)

Metoda bifalowa (metoda **II**) ma rozwiązać dwa problemy pomiarowe – problem wyznaczania stałych sprężystości elementów cienkościennych ze stopów Al, z możliwie największą dokładnością oraz problem ich oszacowania w relatywnie grubszych elementach stalowych, elementach ze stopów miedzi, itd. zwłaszcza tych o grubościach w zakresie: $1,5 \leq g \leq 3$ mm.

Metoda **II** oparta jest (i tym różni się od metody **I**) na stosowaniu dwóch głowic fal ultradźwiękowych w badaniach immersyjnych metodą refraktometryczną UCR. W tym przypadku uzyskuje się kolejno dwa refraktogramy. Z pierwszego wyznacza się kąty krytyczne $\theta_{cr}^{a_0}$ i $\theta_{cr}^{s_0}$ fal pseudopłytkowych rzędu zerowego, korzystając z głowic fal podłużnych o mniejszej częstotliwości f_1 .

Z drugiego refraktogramu stosując głowicę o większej częstotliwości $f_2 \gg f_1$ wyznacza się kąt krytyczny fal pseudopowierzchniowych θ_{cr}^R (wtedy na refraktogramie występuje tylko jedno minimum współczynnika odbicia).

Z kątów krytycznych wyznacza się: $c_R^* = c_0 / \sin \theta_{cr}^R$, $c_{a_0}^* = c_0 / \sin \theta_{cr}^{a_0}$ i $c_{s_0}^* = c_0 / \sin \theta_{cr}^{s_0}$. Szacując przy wyznaczaniu $\theta_{cr}^{a_0}$ i $\theta_{cr}^{s_0}$ wartość optymalną iloczynu fg [MHz.mm] uzyskujemy minimalny błąd dyspersyjny. Wtedy, jako parametry wejściowe algorytmu obliczeniowego można wprowadzić odpowiednie wartości: $c_{a_0} \approx c_{a_0}^*$, $c_{s_0} \approx c_{s_0}^*$, i $c_R \approx c_R^*$.

Wprowadzając nowy zespół zmiennych: $\ddot{x} = c_{a_0} / c_T$, $\ddot{y} = \pi fg / c_T$ oraz $\ddot{z} = c_T / c_L$ udało się znaleźć [98] zbieżny algorytm identyfikacyjny, sprowadzając go do układu 3 nieliniowych równań numerycznych (132).

$$(132) \quad \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}^2(n+1) = 1 - \frac{[2 - n_T^2 \ddot{x}^2(n)]^4 th^2 [\ddot{y}(n) \sqrt{1/\ddot{x}^2(n+1) - \ddot{z}^2(n)}]}{16 [1 - \ddot{z}^2(n) \ddot{x}^2(n)] th^2 [\ddot{y}(n) \sqrt{1/\ddot{x}^2(n+1) - 1}]} \\ \ddot{y}(n+1) = \begin{cases} \frac{1}{F_\theta} \operatorname{arctg} \left\{ \frac{4n_T^2 \ddot{x}^2(n+1) \sqrt{F_\theta \left[\frac{1}{n_T^2 \ddot{x}^2(n+1)} - \ddot{z}^2(n) \right]}}{[2 - n_T^2 \ddot{x}^2(n+1)]^2 \operatorname{cth} \left[\ddot{y}(n) \sqrt{\frac{1}{n_T^2 \ddot{x}^2(n+1)} - \ddot{z}^2(n)} \right]} \right\} & \text{dla } n_T \ddot{x}(n+1) \geq 1 \\ \frac{1}{F_\theta} \operatorname{arcth} \left\{ \frac{4n_T^2 \ddot{x}^2(n+1) \sqrt{F_\theta \left[\frac{1}{n_T^2 \ddot{x}^2(n+1)} - \ddot{z}^2(n) \right]}}{[2 - n_T^2 \ddot{x}^2(n+1)]^2 \operatorname{cth} \left[\ddot{y}(n) \sqrt{\frac{1}{n_T^2 \ddot{x}^2(n+1)} - \ddot{z}^2(n)} \right]} \right\} & \text{dla } n_T \ddot{x}(n+1) < 1, \end{cases} \\ \ddot{z}^2(n+1) = \frac{1}{q_c^2 \ddot{x}^2(n+1)} \left\{ 1 - \frac{[2 - q_c^2 \ddot{x}^2(n+1)]^4}{16 [1 - q_c^2 \ddot{x}^2(n+1)]} \right\} \end{array} \right.$$

gdzie: $F_\theta = \begin{cases} \sqrt{1 - 1/[n_T \ddot{x}(n+1)]^2} & \text{dla } n_T \ddot{x}(n+1) \geq 1 \\ \sqrt{1/[n_T \ddot{x}(n+1)]^2 - 1} & \text{dla } n_T \ddot{x}(n+1) < 1 \end{cases}$.

Rozwiązania tego układu są uzależnione od parametrów bezwymiarowych: $q_c = c_R / c_{a_0} = \sin \theta_{cr}^{a_0} / \sin \theta_{cr}^R$ i $n_T = c_{s_0} / c_{a_0} = \sin \theta_{cr}^{a_0} / \sin \theta_{cr}^{s_0}$, które są związane bezpośrednio z kątami krytycznymi.

Tabela 17a.

f₀ [MHz]	g [mm] Stal	f.g	θ_{so}cr	C[*]_{so} [mm/ μs]	θ_{ao}cr	C[*]_{ao} [mm/μs]	θ_{cr}^R	C[*]_R [mm/μs]	q_c	n_r	C_T [mm/μs]	C_L [mm/μs]
6	0,5	3	28,09	3,3977	34,14	2,8512	32,60	2,97005	1,0417	1,1917	3,2058	5,9222
5	0,6	3	28,23	3,3822	34,25	2,8431	32,70	2,9618	1,0418	1,1896	3,2035	5,799
4	0,8	3,2	29,01	3,2992	33,82	2,8744	32,51	2,9772	1,0358	1,1478	3,2067	6,061
3	1,0	3	28,12	3,3941	34,16	2,8494	32,62	2,9684	1,0418	1,1912	3,20594	5,879
2,5	1,2	3	28,24	3,3814	34,25	2,8426	32,71	2,9611	1,0417	1,1896	3,2005	5,8297
2,5	1,4	3,5	29,78	3,2212	33,24	2,9188	32,20	3,0022	1,0286	1,1036	3,235	6,0948
6	0,5	3	27,49	3,466	33,66	2,8864	32,15	3,00696	1,0418	1,2008	3,2409	6,09
5	0,6	3	27,89	3,4206	33,97	2,8632	32,44	2,98256	1,0417	1,1947	3,217	5,993
3	1,0	3	28,12	3,395	34,16	2,8498	32,61	2,96856	1,0417	1,1913	3,2047	5,922

Tabela 17b.

fo [MHz]	g [mm] Mosiądz	f,g	$\theta^{s_0}_{cr}$	$C^*_{s_0}$ [mm/μs]	$\theta^{a_0}_{cr}$	$C^*_{a_0}$ [mm/μs]	θ^R_{cr}	C^*_R [mm/μs]	q _c	n _T	C _T [mm/μs]	C _L [mm/μs]
8	0,6	4,8	53,75	1,9839	54,86	1,9565	53,95	1,979	1,0115	1,0140	2,12	4,25
7	0,7	4,9	50,00	2,0888	50,97	2,0596	50,22	2,082	1,0109	1,0142	2,22	4,83
5	0,9	4,5	53,23	1,9974	54,65	1,9616	53,52	1,990	1,0145	1,0182	2,123	4,539
4	1,2	4,8	53,75	1,9839	54,86	1,9565	53,94	1,9793	1,0117	1,0140	2,12	4,25
4	1,4	5,6	52,61	2,0138	53,2	1,9981	52,69	2,0117	1,0068	1,0079	2,15	4,461
3	1,6	4,8	53,31	1,9953	54,44	1,9668	53,51	1,9901	1,0118	1,0145	2,123	4,539
2,5	1,8	4,5	51,41	2,0471	52,72	2,0109	51,68	2,0393	1,0141	1,0180	2,19	4,25
2,5	2	5	49,69	2,0983	50,52	2,0728	49,85	2,0932	1,0098	1,0123	2,25	4,324
2	2,2	4,4	49,03	2,11898	50,44	2,0753	49,40	2,1073	1,0154	1,0210	2,25	4,761

W wyniku obliczeń z dokładnością $\pm 10^{-4}$ otrzymujemy rozwiązanie (132) w postaci składowej trójwymiarowej $[\ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{z}_0]$, skąd można zidentyfikować dla $c_0 = 1,6 \text{ mm}/\mu\text{s}$ podstawowe stałe sprężystości próbki badanej:

$$\nu_0 = (0,5 - \ddot{z}_0^2)/(1 - \ddot{z}_0^2), \quad G_0 [\text{MPa}] = 10^3 \rho_x \frac{(c_0 / \ddot{x}_0)^2}{\sin^2 \theta_{cr}^{a_0}} \quad \text{oraz}$$

$$E_0 [\text{MPa}] = 10^3 \rho_x \frac{(c_0 / \ddot{z}_0)^2}{\ddot{x}_0^2 \sin^2 \theta_{cr}^{a_0}} \quad (\rho_x \text{ g/cm}^3 - \text{gęstość materiału próbki}).$$

Powyżej w Tabeli 17a zestawiono wyniki badań próbek stalowych (blach) z różnych gatunków stali, a w Tabeli 17b prowadzono identyfikację metodą bifalową (metodą II) próbek różnej grubości z metali kolorowych (z mosiądzu).

Metodyka badań, analiza błędów i czułości pomiarowej

Cel postawiony przy opracowaniu tej metody (II) jest identyczny, jak i w metodzie poprzedniej (I) – minimalizacja błędów dyspersyjnych stanowiących część podstawową δ_Σ .

W badaniach elementów cienkościennych ze stali występuje w metodzie bifalowej tylko jeden zakres $2,9 \leq fg \leq 6$ wartości optymalnych iloczynu fg . Przy zastosowaniu zespołu z 8 głowic: 2; 2,5; 4; 6; 8; 10 i 15 MHz można wyznaczyć dla metody II odpowiednie zakresy grubości elementów badanych, które przedstawiono w Tabeli 18 dla każdej pary głowic (metoda bifalowa).

Tabela 18.

Głowice fal podłużnych (L) fo[MHz]	Grubość [mm] Stal	Błędy dyspersyjne
2 ; 5/10/15*	1,75 ÷ 3	max $\delta C_{a_0} = 0,023\%$
2 ; 5/10/15*	1,40 ÷ 2,4	max $\delta C_{s_0} = 0,123\%$
2 ; 10/15*	1,0 ÷ 1,5	max $\delta C_R = 0,025\%$
2 ; 10/15*	0,75 ÷ 1,20	$\delta^{\circ}_A = 0,1276\%$
6 ; 15	0,50 ÷ 0,9	

* Można użyć głowicę o częstotliwości albo 10 MHz, albo 15 MHz.

Błąd metody pomiarowej II w próbkach stalowych można oszacować z (131) i z uwzględnieniem $\delta_I^{\circ} \leq 0,05\%$ i $\delta_M^{\circ} \leq 0,01\%$ (błąd rozwiązania (132)).

Po odpowiednich obliczeniach otrzymujemy $\delta_\Sigma^{St} \leq 0,1374\%$ dla metody II.

Zastosowanie dwóch różnych typów fal (pseudopłytkowych i

pseudopowierzchniowych) dało rzadką możliwość zmniejszenia błędu pomiarowego poniżej poziomu $\pm 0,15\%$, co świadczy o wielkim potencjale mierniczym tej metody (II).

Dla elementów z miedzi oraz mosiądzu stosuje się jeden zespół głowic: 2; 2,5; 4; 6; 8; 10 i 15 MHz, z tym, że optymalne zakresy wartości fg są: $2 \leq fg \leq 6$ – dla stopów Cu oraz $3,5 \leq fg \leq 6$ - dla mosiądzu.

Grubości badanych blach oraz odpowiednie głowice zestawiono w Tabeli 19.

Tabela 19.

Głowice (L) fo[MHz]	Grubość [mm]		Błędy dyspersyjne - max δC_i	
	miedź	mosiądz	miedź	mosiądz
2 ; 10/15*	1 ÷ 3	1,75 ÷ 3	$\delta C_{S_0} = 0,101\%$	$\delta C_{S_0} = 0,128\%$
2,5 ; 10/15*	0,80 ÷ 2,4	1,40 ÷ 2,4	$\delta C_{a_0} = 0,062\%$	$\delta C_{a_0} = 0,099\%$
4 ; 15	0,50 ÷ 1,5	0,88 ÷ 1,5	$\delta C_R = 0,06\%$	$\delta C_R = 0,107\%$
6 ; 15	-	0,58 ÷ 1,0	$\delta^{\%}_A = 0,133\%$	$\delta^{\%}_A = 0,194\%$
8 ; 15	-	0,50 ÷ 0,66		

* Można używać głowicę 10 MHz albo 15 MHz bez zmian błędów dyspersyjnych.

Przy wskazanych powyżej wartościach $\delta_I^{\%}$ i $\delta_M^{\%}$ błąd pomiarowy wynosi:
 $\delta_{\Sigma}^{Cu} \leq 0,143\%$ (dla próbek z miedzi) i $\delta_{\Sigma}^M \leq 0,2\%$ (dla próbek z mosiądzu).

Tabela 20.

Głowice fal podłużnych(L) fo[MHz]	Grubość [mm] Stopy Al	Błędy dyspersyjne
2 ; 10/12/15*	2,50 ÷ 3,0	max $\delta C_{a_0} = 0,197\%$
2,5 ; 10/12/15*	2,0 ÷ 2,4	max $\delta C_{S_0} = 0,249\%$
3 ; 10/12/15*	1,67 ÷ 2,0	max $\delta C_R = 0,219\%$
4 ; 10/12/15*	1,25 ÷ 1,5	max $\delta^{\%}_A = 0,386\%$
5 ; 10/12/15*	1,0 ÷ 1,2	
6 ; 12/15*	0,83 ÷ 1,0	
7 ; 12/15*	0,72 ÷ 0,85	
8 ; 15	0,60 ÷ 0,75	
10 ; 15	0,5 ÷ 0,6	

* Można stosować każdą głowicę o wskazanej częstotliwości, nie powodując zmian wartości błędów dyspersyjnych.

Pozostaje nierozwiązany tylko jeden problem – badanie blach aluminiowych z wysoką dokładnością.

Optymalny zakres iloczynu fg dla próbek ze stopów Al jest bardzo wąski: $5 \leq fg \leq 6$, a w celu uzyskania ciągłego obszaru grubości blach badanych musimy stosować zespół z 11 głowic: 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10; 12 i 15 MHz. Optymalne zakresy grubości próbek z Al zestawiono powyżej w Tabeli 20 dla każdej pary głowic fal podłużnych z podaniem błędów dyspersyjnych.

Dla $\delta_I^{\%} \leq 0,05\%$ oraz $\delta_M^{\%} \leq 0,01\%$ z uwagi na oszacowany powyżej błąd analityczny: $\delta_A^{\%} \leq 0,386\%$, z (131) szacujemy błąd pomiarowy dla stopów aluminiowych: $\delta_{\Sigma}^{Al} \leq 0,406\%$.

W gruncie rzeczy metoda **II** okazuje się metodą najdokładniejszą oraz jedyną metodą, którą można używać do pomiarów stałych sprężystości próbek aluminiowych.

9.4. Szacowanie własności mechanicznych z wyników doświadczalnych

Identyfikacja stałych sprężystości elementów cienkościennych z metali technicznych na podstawie przedstawionych powyżej metod **I** i **II** sprowadza się w gruncie rzeczy do rozwiązania układu 3 równań nieliniowych.

Ponieważ w tym przypadku brakuje rozwiązań bezpośrednich, więc zaleca się stosować metodę prostej iteracji (przez analogię z metodą Gaussa – Seidela dla rozwiązania układu równań liniowych). Chociaż tą drogą można dojść bezpośrednio do rozwiązania, podejście to ma także pewne mankamenty. Na przykład, jeżeli parametry wejściowe (przybliżenia początkowe wartości zmiennych) zbytnio różnią się od rozwiązania, (wartości końcowych) proces iteracyjny staje się rozbieżny [72]. Rozbieżność zwiększa się ze zwiększeniem liczby niewiadomych.

Pod tym względem najlepszą zbieżność posiada metoda **II**, ponieważ \ddot{z} można wyrazić w funkcji argumentu \ddot{x} bez udziału \ddot{y} .

Oprócz wyboru przybliżeń zmiennych początkowych, znaczny wpływ na szybkość procesu iteracyjnego okazuje dokładność graniczna, która występuje w charakterze miary przybliżenia końcowego.

Doświadczalnie ustalono, że w przypadku stosowania algorytmów iteracyjnych (130) i (132) najlepsze wyniki pod względem zbieżności oraz szybkości obliczeń uzyskuje się dla dokładności iteracyjnej rzędu $\pm 0,0001$.

Błędy oszacowania prędkości fal ultradźwiękowych (metodyczne i instrumentalne) rozpatrzono już w podrozdziałach poprzednich 9.3.1 i 9.3.2. Zwróćmy tu uwagę na błędy oszacowania stałych sprężystości na podstawie opracowanej metodyki [71].

Zestawiono je w (133):

$$(133) \quad \begin{cases} \delta E_0 = \delta \rho_x + 4\delta c_T + 2\delta c_L \\ \delta G_0 = \delta \rho_x + 2\delta c_T \\ \delta \nu_0 = 2(1 - \nu_0)(\delta c_T + \delta c_L) \end{cases} .$$

Biorąc pod uwagę, że zwykle błąd oszacowania gęstości $\delta \rho_x \leq 1\%$, łatwo można obliczyć z (133) teoretyczny błąd pomiarowy (błąd najmniejszy, który występuje przy oszacowaniu ν_0^{St} metodą II): $\delta \nu_0^{St} \approx 1,4(\delta c_T + \delta c_L) = 0,385\%$.

W Tabeli 21a zestawiono poszczególne błędy pomiarowe (prędkości c_T^*, c_L^* otrzymane są z (132), a c_T, c_L prezentują prędkości rzeczywiste).

Dla stali błąd teoretyczny (najmniejszy możliwy do uzyskania), który występuje przy oszacowaniu E_0 metodą białową jest : $\delta E_0^{St} = 1,77\%$, a błąd teoretyczny oszacowania G_0 wynosi: $\delta G_0^{St} = 1,51\%$.

Przy zastosowaniu metody I (pomiaru pojedynczego) błędy teoretyczne (najmniejsze możliwe do uzyskania) przy oszacowaniu stałych sprężystości są znacznie większe: $\delta \nu_0^{St} = 0,535\%$, $\delta E_0^{St} = 2,15\%$ i $\delta G_0^{St} = 1,38\%$.

Z przeprowadzonej identyfikacji otrzymano wyniki następujące: $\delta c_T = 0,3106\%$, $\delta c_L = 0,4344\%$.

Na tej podstawie można oszacować wszystkie błędy doświadczalne (dla odróżnienia odznaczono je gwiazdką) i porównać je z błędami teoretycznymi: $\delta^* E_0^{St} = 3,11\%$, $\delta^* G_0^{St} = 1,62\%$ i $\delta^* \nu_0^{St} = 1,04\%$.

Na podstawie zidentyfikowanych wartości stałych sprężystości, po obliczeniu błędów pomiarowych, w Tabeli 21b oszacowano także inne własności mechaniczne badanych próbek cienkościennych.

Metoda białowa okazała się niewątpliwie bardziej dokładna, zwłaszcza w przypadku ultradźwiękowych badań nieniszczących elementów cienkościennych.

Parametry T_k i T_{NP} wskazują temperaturę, w której następuje przejście materiału w stan kruchy oraz temperaturę, w której występuje plastyczność anomalna („nadplastyczność”). W Tabeli 21b obliczono także temperaturę T_S , w której wytrzymałość elementu w przypadku jednoosiowego obciążenia, osiąga swoje ekstremum (maksimum), jak to przedstawiono na rys. 9.

Dlatego, o ile nie mamy do czynienia z próbkami o grubości poniżej 0,2 mm, zawsze preferowana musi być metoda II.

Tabela 21a

Próbka № $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	g [mm]	f ₀ [MHz]	C* _T , C _T [mm/μs]	C* _L , C _L [mm/μs]	δC _T %	δC _L %	v	E ₀ [GPa]	G ₀ [GPa]
1	0,5	6	3,2058 3,207	5,9222 5,900	0,037	0,376	0,29032	271,52	80,22
2	0,6	5	3,2035 3,207	5,799 5,750	0,109	0,852	0,2742	257,89	80,22
3	0,8	4	3,2067 3,207	6,061 6,050	0,0094	0,1818	0,3046	285,50	80,22
4	1,0	3	3,20594 3,215	5,879 5,770	0,2818	0,1533	0,2857	268,76	80,62
5	1,2	2,5	3,2005 3,195	5,8297 5,980	0,172	0,8554	0,2905	269,68	79,62
6	1,4	2,5	3,235 3,192	6,0948 5,970	1,3471	0,4086	0,3089	287,39	79,47
7	0,5	6	3,2409 3,242	6,09 5,960	0,0339	0,495	0,2995	286,44	81,98
8	0,6	5	3,217 3,192	5,993 5,960	0,7832	0,5537	0,2989	277,07	79,47
9	1,0	3	3,2047 3,204	5,922 5,920	0,0218	0,0338	0,29287	273,36	80,07

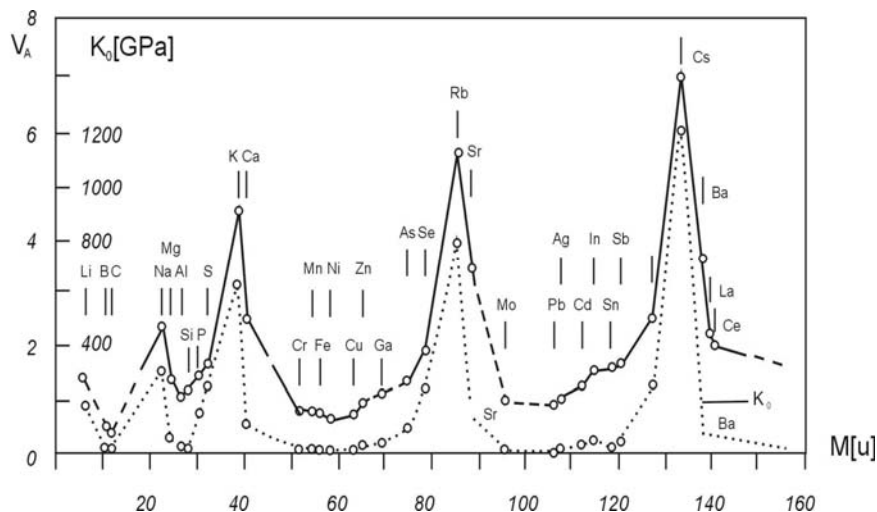
Tabela 21b.

Próbka № $\rho_{st}=7,8$ [g/cm ³]	g [mm]	v	Q	ϵ_f	m	$\sigma^{0,2}_{ys}$ [MPa]	T ₀ [K]	T _S [K]	T _k [K]	T _{NP} [K]
1	0,5	0,29032	1,5200	0,3092	0,0863	315,5	1360,4	544,2	238,1	1156,3
2	0,6	0,2742	3,4680	0,10415	0,0334	290,6	1782,2	712,9	311,9	1514,9
3	0,8	0,3046	0,6020	0,7584	0,1592	484,85	1094,7	437,9	191,6	930,5
4	1,0	0,2857	1,9524	0,2300	0,0678	255,15	1464,4	585,8	256,3	1244,7
5	1,2	0,2905	1,5020	0,3133	0,0872	316,0	1355,9	542,4	237,3	1152,5
6	1,4	0,3089	0,4260	0,4278	0,1844	516,7	1028,6	411,4	180,0	874,3
7	0,5	0,2995	0,8651	0,5500	0,1310	441,33	1180,5	472,2	206,6	1003,4
8	0,6	0,2989	0,9015	0,5295	0,1277	420,8	1191,6	476,6	208,5	1012,9
9	1,0	0,29287	1,3122	0,3633	0,0977	348,94	1306,9	522,8	228,7	1110,9

Rozdział 10

Analiza zjawisk niestateczności mechanicznej oraz nadplastyczności na podstawie teorii kwantowego rozkładu stałych sprężystości

W swoim czasie jeszcze Voigt wprowadził zależność: $E\tilde{a}_c^6 = \text{const}$, mianując ją prawem Wertheima [51] (\tilde{a}_c [Å] - odległość międzyatomowa, czyli stała sieciowa komórki ciała krystalicznego). Potem Richards [21] zbadał zależność modułu Helmholtza (modułu ściśliwości) K_0 [GPa] (rys. 42 - linia kreskowana) wraz z objętością atomową V_A [Å³] (rys. 42 - linia ciągła) dla różnych pierwiastków chemicznych od masy atomowej M [u] w temperaturze pokojowej.



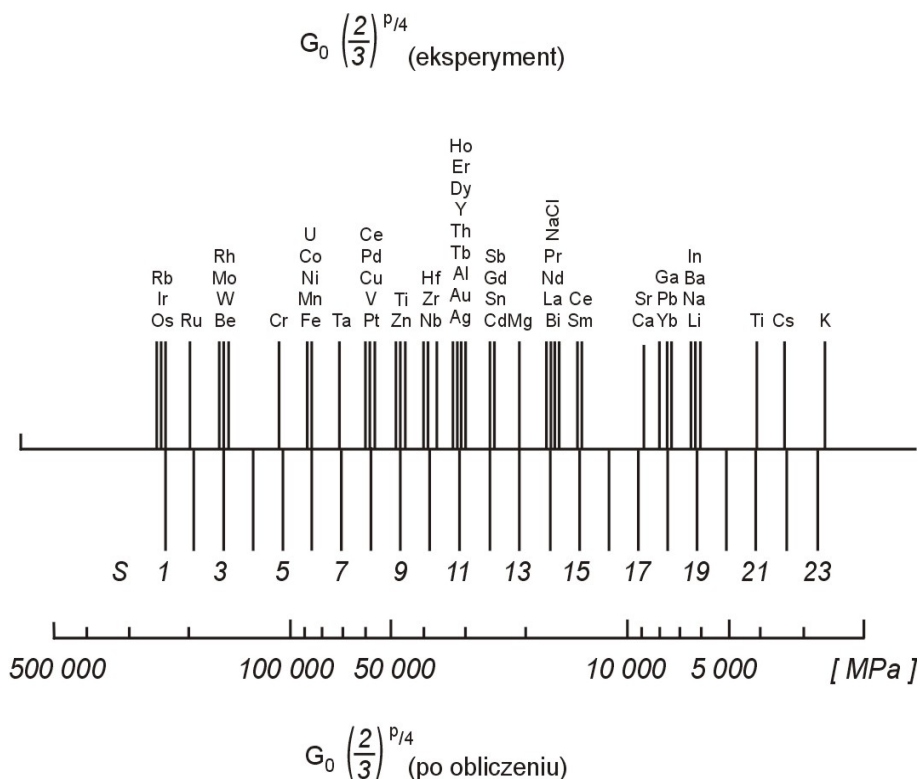
Rys. 42. Badania Richardsa [21] rozkładu kwantowego modułu Helmholtza.

Bell [43] ustalił istnienie rozkładu kwantowego (rys. 43) modułu ścinania G_0 [GPa] (modułu Kirchhoffa lub Coulomba) w postaci wzoru (134):

$$(134) \quad G_0 = 283,5 \left(\frac{2}{3} \right)^{\left(\bar{s} / 2 + \bar{p} / 4 \right)}$$

gdzie: $\bar{p} = 0$ lub 1 – parametr struktury;

$\bar{s} = 1, 2, 3, \dots$ - numer porządkowy rozkładu kwantowego.



Rys. 43. Badania Bella [43] rozkładu kwantowego modułu Kirchhoffa (lub Coulomba).

Köster [39] zasugerował, że liczba Poissona też posiada rozkład kwantowy (tzw. „multiple elasticity”), lecz nie mógł wyprowadzić zależności analitycznej.

Na podstawie badań przedstawionych w rozdziałach poprzednich można wnioskować, że dla ośrodków losowych, jakimi są polikrystaliczne agregaty metali technicznych z „miękką” charakterystyką umocnienia, mechaniczne własności fizyczne też są uzależnione od pewnego ciągu wartości krytycznych liczby

Poissona: $\nu_{cr} = 4/18; 5/18; 6/18; 7/18$ oraz $8/18$, przy czym dla metali technicznych nadplastyczność cechuje się wartością największą z ciągu, która spełnia warunek: $\nu_{cr}^{NP} \leq \nu_t^*$.

Fizyczne zjawisko „nadplastyczności” zostało po raz pierwszy zaobserwowane przez W. Rosenheima w stopie eutektycznym Zn–Cu–Al [73].

Cechą charakterystyczną tego zjawiska jest zdolność do wyjątkowo dużych odkształceń plastycznych, przy których w próbce nie wytwarza się szyjka.

Nadplastyczność występuje w niektórych metalach w wysokich temperaturach ($T_{eks} \geq 0,4T_m$) oraz przy odpowiedniej wielkości ziaren ($d \leq 10 \mu\text{m}$).

Teoretycznie zjawisko nadplastyczności metali tłumaczy się wspólnym działaniem pełzania dyfuzyjnego z poślizgiem po granicach ziaren i z akomodującym oddziaływaniem poślizgu dyslokacyjnego [103]. Nadplastyczność przejawia się zwłaszcza w niektórych stopach tytanu (na przykład TiAl6V4: $K_0 = 125 \text{ GPa}$, $G_0 = 38,7 \text{ GPa}$), z tym, że wydłużenie w tym stopie wynosi aż 2100% [114] w temperaturze $T_{NP} = 850^\circ\text{C}$.

Kwestie najważniejsze z punktu widzenia inżynierii materiałowej można ująć w sposób następujący:

- w jakich materiałach polikrystalicznych występuje wyraźne nadplastyczność i w jakiej temperaturze T_{NP} ;

- w jaki sposób jest możliwe przepowiedzenie tego zjawiska na podstawie ultradźwiękowych badań nieniszczących.

Aby rozwiązać kwestię pierwszą, dla stopu TiAl6V4 obliczamy ν_0 w temperaturze $T_0 = 293 \text{ K}$: $\nu_0 = (1,5K_0 / G_0 - 1) / (3K_0 / G_0 + 1) = 0,35968$ (czysty tytan ma liczbę Poissona nieco większą: $\nu_0^{Ti} = 0,361$). Potem szacujemy temperaturę odniesienia: $T_\theta = T_0(1 - 2\nu_0) / (\nu_0 - 0,2) = 515 \text{ K}$.

Kwestia wyraźnego występowania (lub niewystępowania) zjawiska nadplastyczności wiąże się z oszacowaniem maksymalnej wartości liczby Poissona $\nu_t^* = \nu_t(T_m)$ (zobacz wyjaśnienie paradoksu Nadaia w rozdziale 5).

Dla Ti temperatura topnienia $T_m^{Ti} = 1933 \pm 10 \text{ K}$, a stąd wynika, że $\nu_t^* = 0,4647$. Ponieważ według przedstawionej powyżej teorii fenomenologicznej $\nu_{cr}^{NP} = 8/18$ jest wartością największą (z ciągu wartości ν_{cr}), która jest najbliższa ν_t^* i spełnia warunek: $\nu_{cr}^{NP} \leq \nu_t^*$, więc nadplastyczność może występować tylko w odpowiednio osiągniętej temperaturze charakterystycznej T_{NP} .

Ze wzoru $\nu_t(T_{NP}) = (0,2 + T_{NP} / T_\theta) / (1 + 2T_{NP} / T_\theta) = \nu_{cr}^{NP}$ łatwo da się obliczyć temperaturę charakterystyczną, w której wyraźne występują zjawiska nadplastyczności: $T_{NP} = 2,2T_\theta = 1133 \text{ K}$ (czyli 860°C). Wynik teoretyczny dla stopu TiAl6V4 z wysoką dokładnością zgadza się z wynikami badań doświadczalnych ($T_{NP} \approx 850^\circ\text{C}$).

Wróćmy jednak do stali konstrukcyjnej. Dla St18GS w przykładzie 7 obliczyliśmy $\nu_t^* = 0,41962 < \nu_{cr}^{NP}$ ($T_m^{St} \approx 1812 \text{ K}$).

Wartość największa (z ciągu wartości ν_{cr}), która jest najbliższa ν_t^* i spełnia warunek: $\nu_{cr}^{NP} \leq \nu_t^*$, w tym przypadku będzie: $\nu_{cr}^{NP} = 7/18$.

Ponieważ $T_{\theta}^{S18GS} = 1326,4 \text{ K}$, więc z obliczeń wynika: $T_{NP} = 0,85T_{\theta} = 1127,4 \text{ K}$ (czyli $854,4^{\circ}\text{C}$).

Według [126] nadplastyczność występuje w stali węglowej w zakresie $1050 \div 1173 \text{ K}$, natomiast w stali stopowej – w zakresie $1173 \div 1273 \text{ K}$. Otrzymany wynik dla T_{NP} doskonale zgadza się z badaniami eksperymentalnymi i jest oczywiste, że nadplastyczność może występować w obliczonej temperaturze.

Doświadczalnie ustalono, że anomalii plastyczności przejawiają się i w niektórych gatunkach żeliwa stopowego (konstrukcyjnego) w temperaturze $T_{NP} = 1273 \text{ K}$. Łatwo stwierdzić, że ta temperatura żeliwa ciągliwego odpowiada równaniu $\nu_i(T_{NP}) = \nu_{cr}^{NP} = 7/18$, czyli wartość krytyczna nadplastyczności żeliwa jest taka sama jak w przypadku stali.

Wartość krytyczna $\nu_{cr} = 7/18$ decyduje także o występowaniu (lub niewystępowaniu) wysokotemperaturowego spadku plastyczności stali (kruchości żaru czerwonego), na co zwróciliśmy już uwagę w rozdziale 5.

Badania próbek z polikrystalicznego Nb wykazały, że nadplastyczność występuje w temperaturze $T_{NP}^{Nb} = 1270 \text{ K}$. Według Köstera, technicznie czysty Nb posiada $\nu_0^{Nb} = 0,35$, skąd wynika: $T_{\theta}^{Nb} = 586 \text{ K}$. Szacujemy dla $T_m^{Nb} = 2723 \text{ K}$: $\nu_i^* = \nu_i(T_m) = 0,47086$. Ponieważ $\nu_i^* > \nu_{cr}^{NP} = 8/18$, można wywnioskować, że w stopach Nb zjawiska nadplastyczności będą występować bardzo wyraźnie.

Temperatura charakterystyczna nadplastyczności w tym przypadku: $T_{NP}^{Nb} = 2,2T_{\theta}^{Nb} = 1289,2 \text{ K}$ (czyli $1016,2^{\circ}\text{C}$), co doskonale zgadza się z wynikami eksperymentalnymi.

Anomalna plastyczność termiczna, (czyli „nadplastyczność”) w stopach duraluminiowych też wiąże się z wartością $\nu_{cr} = 7/18$.

Według badań eksperymentalnych [126] w próbkach duraluminiowych ($\langle \nu_0^{DurAl} \rangle \approx 0,32$) nadplastyczność występuje w temperaturze $T_{NP}^{DurAl} \approx 773 \text{ K}$, czyli 500°C . Sprawdzimy przedstawioną teorię dla tego materiału.

Dla $\nu_0 = 0,32$ otrzymujemy: $T_{\theta}^{DurAl} = 879 \text{ K}$, skąd wynika, że temperatura krytyczna nadplastyczności w tych próbkach $T_{NP}^{DurAl} = 0,85T_{\theta}^{DurAl} \approx 747,15 \text{ K}$.

Z dokładnością 3,34% wynik ten zgadza się z wynikami doświadczeń.

Dla stopów miedzi $\nu_{cr} = 8/18$, o ile w stanie wyżarzonym $\langle \nu_0^{Cu-stop} \rangle \approx 0,36$, po obliczeniu $T_{\theta}^{Cu-stop} = 879 \text{ K}$, otrzymujemy: $T_{NP}^{Cu-stop} = 1128 \text{ K}$ (855°C).

Wynik ten także potwierdza się doświadczalnie.

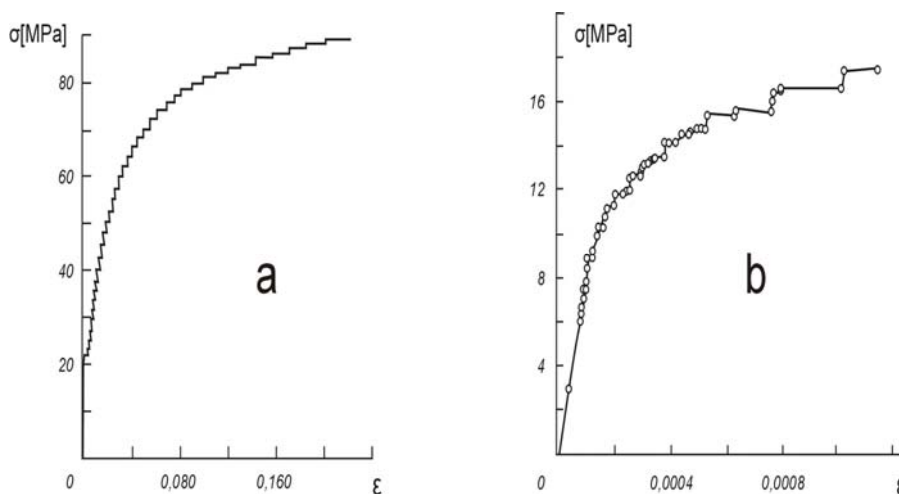
Na podstawie ultradźwiękowych badań nieniszczących można otrzymać wartości liczbowe c_L i c_T , a stąd bezpośrednio i ν_0 .

Dalsze obliczenie parametrów T_θ i T_{NP} zwykle nie stwarza trudności, o ile będzie się przestrzegać przedstawionej powyżej koncepcji.

W ten sposób jeszcze przed obróbką technologiczną można przepowiedzieć sam fakt występowania zjawiska nadplastyczności oraz odpowiednią temperaturę charakterystyczną T_{NP} .

Bardziej interesujący okazuje się wpływ następnej wartości krytycznej $\nu_{cr} = 6/18$ na zespół zjawisk niestateczności mechanicznej.

Kiedy wzrost liczby Poissona pod wpływem obciążenia (rys. 3) lub temperatury (albo skutek ich wspólnego działania na ośrodek polikrystaliczny) osiągnie ową wartość krytyczną ($\nu_{cr} = 6/18$), na krzywej $\sigma(\varepsilon)$ występują oscylacje w postaci skokowych zmian naprężenia („schodkowy” wykres naprężenie – odkształcenie).



Rys. 44. Efekt Portevin – Le Châtelier (PLC – efekt) w próbkach Al poddanych rozciąganiu (rys. 44a) oraz ścisaniu (rys. 44b) na maszynie wytrzymałościowej ze stałą prędkością odkształcenia (tzw. „miękki” typ obciążenia).

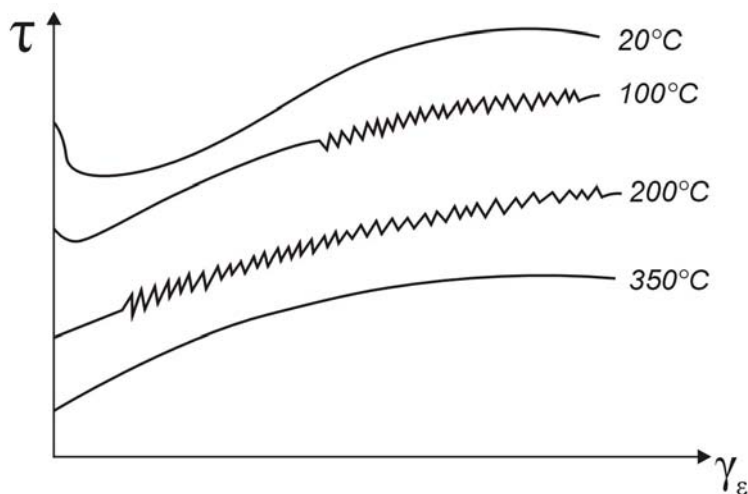
Zjawisko to wyraża się w postępującej niestateczności płynięcia plastycznego i znane jest jako efekt Portevin – Le Châtelier (albo efekt PLC).

Dla stopów Al, w których $0,32 \leq \nu_0^{Al} \leq 0,34$, zauważono, że efekt PLC występuje w temperaturze pokojowej (zarówno przy obciążeniach rozciągających (rys. 44a), jak i ścisających (rys. 44b), natomiast w stalach konstrukcyjnych $0,27 \leq \nu_0^{St} \leq 0,31$ i efekt ten występuje tylko w odpowiednio zwiększonej temperaturze i przy odpowiednim obciążeniu (rys. 45).

Fluktuacje mają różną postać, w zależności od typu stosowanej maszyny wytrzymałościowej.

Przy użyciu maszyny wytrzymałościowej (zrywarki) ze „sztywnym” obciążeniem (stała prędkość odkształcenia) wykres zależności naprężenie – odkształcenie ma kształt „piły”, jak to przedstawiono na rys. 45.

Przy stosowaniu maszyny wytrzymałościowej z „miękkim” obciążeniem (albo, kiedy próbka obciążona jest ciężarem „martwym” lub własnym) obserwuje się „schodkowy” wykres: $\sigma(\varepsilon)$ (rys. 44a). Efekt PLC jest cechą wewnętrzną materiału i występuje niezależnie od urządzenia użytego do eksperymentu.



Rys. 45. Efekt Portevin – Le Châtelier (Efekt PLC) w próbkach stalowych, poddanych skręcaniu na maszynie ze „sztywnym” obciążeniem w różnych temperaturach.

Fizycznie, według teorii Cottrella, efekt ten pochodzi z procesu mikrostrukturalnego DSA (dynamic strain ageing), czyli dynamicznego starzenia odkształceniowego [109] (dynamicznej interakcji pomiędzy ślizgającymi się dyslokacjami a wolnymi atomami). Zjawisko oscylacji (skokowej zmiany naprężenia) wywołanej efektem PLC należy odróżniać od efektu lokalizacji odkształceń plastycznych spowodowanych powstawaniem i propagacją pasm Lüdersa. Efekt Lüdersa (PL) (znany też jako „*Piobert-Lüders phenomenon in polycrystals*”), w odróżnieniu od efektu PLC, nie jest powtarzalny w czasie procesu obciążania.

Jako wysokotemperaturowe zjawisko PLC jest dobrze rozpoznane eksperymentalnie przy pomocy nowoczesnych technik doświadczalnych, takich jak laserowa ekstensometria, ekstensometria optyczna, pomiar emisji akustycznej itd. Badania te dostarczają informacji o takich parametrach, jak typ niestateczności PLC (A, B lub C), lokalna wartość odkształcenia, wielkość i charakter uskoku naprężenia,

temperatura na powierzchni próbki itd. Efekt klasyfikowany jest w trzech zasadniczych typach.

Typ A odpowiada deformacjom rozchodzącym się w sposób ciągły wzdłuż osi rozciągania (rys. 44a), typ B (rys. 45) charakteryzuje się przerywaną, oscylującą w czasie, propagacją odkształcenia (na zasadzie **stop – and – go**) i wreszcie typ C występuje tylko w niektórych kryształach, kiedy pasmo deformacji zjawia się losowo (w tym przypadku obserwuje się jeden duży uskok, który nie zmienia się w czasie, ani w przestrzeni).

Eksperymenty przeprowadzane na kryształach oraz rozmaitych stopach są zwykle ukierunkowane na weryfikację pewnego modelu fenomenologicznego.

Modeli takich jest kilkadziesiąt [106], [107], [108].

Tworzone są fenomenologicznie na podstawie obserwacji eksperymentalnych rozmaitych hipotez dotyczących mechanizmu zjawiska (daje to zwykle efekt „dopasowania” analitycznych wyników obliczeniowych do eksperymentu).

W ostatnim czasie sporo badań poświęcono zależnościom czasowo–przestrzennym rozkładu energetycznego (charakterystyki spektralnej) zjawiska.

W krytycznej analizie istniejących modeli stwierdzono wprost [110]: *„istniejące modele opisu niestateczności typu PLC nie mogą być bezpośrednio odnoszone do wyników eksperymentalnych, gdyż brak w nich fizycznej identyfikacji krytycznych parametrów materiałowych odpowiedzialnych za zjawisko”*.

To są główne przyczyny braku stosownej metodyki strukturalnych badań nieniszczących, która mogłaby:

- przepowiedzieć fakt występowania (lub niewystępowania) niestateczności typu PLC (zwłaszcza w ośrodkach polikrystalicznych);

- ustalić analitycznie temperaturę charakterystyczną T_{PLC}^A , w której występują odosobnione fale plastyczne (najniebezpieczniejsza odmiana efektu PLC – typu A, która odpowiada deformacjom rozchodzącym się w sposób ciągły wzdłuż osi rozciągania).

Rozwiązanie przedstawionych powyżej problemów pomiarowych możliwe jest na podstawie fenomenologicznej teorii kwantowego rozkładu stałych sprężystości oraz sformułowanych w rozdziałach 5 i 6 równań konstytutywnych.

Postulujemy, że próbka polikrystaliczna (agregat złożony z ziaren) reprezentuje pewien zespół cząsteczek tworzących dany samoorganizujący się system.

Po osiągnięciu (przy odpowiednim obciążeniu, prędkości odkształcenia oraz temperaturze ośrodka losowego) wartości krytycznej $\nu_{cr} = 6/18$, płynięcie plastyczne staje się nieciągłe (przez analogię z ujemną ruchliwością elektronu, która wiąże się z efektem Gunna).

Wychodzimy, więc z założenia, że na początku $\nu_0 < 6/18$; potem, pod wpływem obciążenia, liczba Poissona w próbce wzrasta i w okolicach $\nu_{cr} = 6/18$ zachodzą znaczne zmiany mikrostrukturalne, powodujące zmniejszenie jej wartości

bieżącej $v_t(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$ (co wiąże się z ujemną wrażliwością naprężenia w toku plastycznego płynięcia).

W ten sposób system zaczyna się samoorganizować i ujawniają się powtarzalne uskoki (oscylacje) na krzywej rozciągania (lub ściskania).

Na podstawie równań (47), (50) i (61) można obliczyć temperaturę charakterystyczną, kiedy $\lim_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0} v_t(T_{PLC}^A) = 6/18$. Wynika, że $T_{PLC}^A = 0,4T_\theta$ dla obciążeń quasi-statycznych.

W przypadku obciążeń dynamicznych zadaną względną prędkością c/c_f oblicza się na początku $v_t(T_{eks})$ z równania (61), wychodząc z założenia, że początek zjawiska odznacza się wartością krytyczną $v_c = v_{cr} = 6/18$. Zatem można oszacować dla zadanej T_{eks} wartości T_θ i $T_{PLC}^A = 0,4T_\theta$.

Przykład 13.

Ustalić warunki występowania niestateczności plastycznego płynięcia w przypadku obciążenia quasi-statycznego w postaci efektu PLC typu A dla blach z duraluminium 681B oraz dla blach stalowych St18GS ($T_\theta^{St} = 1326,4$ K), w temperaturze $T_{eks} = 283$ K (10°C).

W temperaturze pokojowej $T_0 = 293$ K stop 681B posiada: $K_0 = 76$ GPa, $G_0 = 28$ GPa; obliczenia wykazują, że w tym przypadku wartość liczby Poissona: $v_0 = (1,5K_0/G_0 - 1)/(3K_0/G_0 + 1) = 0,336$. Stąd otrzymujemy dla temperatury odniesienia: $T_\theta^{681B} = T_0(1 - 2v_0)/(v_0 - 0,2) = 706,6$ K.

Zatem z (47) można oszacować liczbę Poissona dla $T_{eks} = 283$ K:

$$v_t^{681B}(T_{eks}) = (0,2 + T_{eks}/T_\theta^{681B})/(1 + 2T_{eks}/T_\theta^{681B}) = 0,3334.$$

Ponieważ $v_t^{681B}(T_{eks}) \geq 6/18$, można stwierdzić, że efekt PLC typu A występować będzie przy obciążeniach quasi-statycznych blach duraluminiowych 681B w zadanej T_{eks} . Dla blach stalowych z kolei łatwo można obliczyć:

$$v_t^{St}(T_{eks}) = (0,2 + T_{eks}/T_\theta^{St})/(1 + 2T_{eks}/T_\theta^{St}) = 0,28973.$$

Ponieważ $v_t^{St}(T_{eks}) < v_{cr} = 6/18$, więc niestateczność plastycznego płynięcia nie będzie występowała w tym materiale we wskazanej temperaturze T_{eks} , niezależnie od typu obciążenia (przy obciążeniach dynamicznych liczba Poissona zmniejsza się i $v_c < v_t^{St}(T_{eks})$). Dla tej stali efekt PLC typu A wystąpi przy

zwiększeniu temperatury roboczej do poziomu $T_{eks}^{PLC} = 0,4T_{\theta}^{St18GS} = 530,6 \text{ K}$, co odpowiada $257,6^{\circ}\text{C}$.

Badania eksperymentalne wykazały, że efekt Portevin – Le Châtelier występuje dla St18GS w temperaturze 242°C , co potwierdza doskonale wynik teoretyczny.

Kończąc omawianie tego zjawiska warto zwrócić uwagę na wyjątkowo ciekawe opracowanie [113], w którym zbadano wpływ tekstury walcowania na efekt PLC w blachach ze stopu Al–Li–Cu–Zr. Ustalono, że zmiany częstotliwości oscylacji uwarunkowane są kierunkiem walcowania, (który wywołuje anizotropię $\nu(\bar{\varphi})$ - patrz rys. 24).

Im bliższa do $\nu_{cr} = 6/18$ jest wartość bieżąca $\nu(\bar{\varphi})$, tym większa jest amplituda uskoków na krzywej rozciągania. Udowodniono doświadczalnie [113], że największa częstotliwość, (co odpowiada przypadkowi, kiedy uskoki są najmniejsze) występuje, kiedy $\nu(\bar{\varphi}) \rightarrow \nu_{max}$, co zgadza się z przedstawioną powyżej koncepcją.

Następna z ciągu wartość krytyczna: $\nu_{cr} = 5/18$ ma wpływ decydujący zarówno na temperaturę przejścia w stan kruchy T_k , jak i na efekt Lüdersa (efekt PL następuje wskutek lokalizacji odkształceń plastycznych, co łączy się powstawaniem tzw. pasm Lüdersa).

Ten efekt niestateczności (w odróżnieniu od efektu PLC) nie jest powtarzalny w czasie (w trakcie obciążenia wielokrotnego). Wiąże się on i z nagłym spadkiem naprężenia po osiągnięciu σ_{ys}^{max} (rys. 4b), który ujawnia na krzywej rozciągania znany w praktyce inżynierii materiałowej „zab ciągliwości”, omówiony już w rozdziale 2.

Nadai, na podstawie modelu obliczył, że dla stali $\sigma_{ys}^{max} \approx 1,115\sigma_{ys}^{min}$ [105].

Potem Cottrell i Bilby [111] próbowali wyjaśnić to zjawisko efektem zablokowania ruchu dyslokacyjnego atomami węgla (tzw. teoria blokady dyslokacyjnej). Niestety, sporo postulatów tej teorii też obalono eksperymentalnie.

Wtedy Hahn zaproponował inną teorię, według której zjawisko występuje, kiedy prędkość umocnienia w obszarze odkształceń krytycznych jest zbyt mała. Niestety, badania doświadczalne wykazały coś odmiennego [2].

Reasumując stan zagadnienia można stwierdzić, że na razie brak jest fizycznej identyfikacji krytycznych parametrów materiałowych odpowiedzialnych za występowanie tego rodzaju niestateczności.

Problem ten można, przynajmniej częściowo, rozwiązać na podstawie teorii kwantowego rozkładu stałych sprężystości, wychodząc z koncepcji, przedstawionej powyżej w rozdziale 5, tłumaczącej termiczne anomalie wytrzymałości w stopach Fe–C (zwłaszcza w żeliwie i stali „miękkiej”).

Wychodząc z tej koncepcji, teoria fenomenologiczna, wyjaśniająca powstanie tego zjawiska w stopach Fe–C sprowadza się do następujących postulatów:

1. Jeżeli ośrodek losowy (polikrystaliczny) prezentujący pewien stop Fe–C wykazuje w temperaturze pokojowej $\nu_0 > 5/18$, równania konstytutywne służące do opisu zależności „naprężenie – odkształcenie” w przypadku quasi – statycznego obciążenia jednowymiarowego można przedstawić w postaci (13), z tym, że $\sigma_{us}^r > \sigma_{us}^s$ i efekt Lüdersa (PL) nie występuje.
2. Jeżeli ten sam ośrodek, w tych samych warunkach obciążenia, wykazuje $\nu_0 \leq 5/18$, jego równania wyznaczające zależność „naprężenie – odkształcenie” (według praw podobieństwa) można przedstawić w postaci (54), z tym, że $\sigma_{us}^r \leq \sigma_{us}^s$ i efekt Lüdersa (PL) występuje wyraźnie (na wykresie $\sigma(\varepsilon)$ ukazuje się, tzw. „zab ciągłości”, który wyznacza początek tego zjawiska).
3. Jeżeli w temperaturze pokojowej i w tychże warunkach obciążenia $\nu_0 \leq 5/18$, a zatem temperatura ośrodka polikrystalicznego powoli się zwiększa, efekt Lüdersa (PL) zanika, kiedy $\nu_l \rightarrow \nu_{cr} = 6/18$ (patrz rys. 12).
4. W przypadku jednowymiarowego obciążenia dynamicznego ośrodka polikrystalicznego Fe–C z prędkością względną c/c_f , powyżej przedstawione postulaty (1, 2 i 3) pozostają w mocy, z tym, że zamiast ν_0 z wartością krytyczną $\nu_{cr} = 5/18$ należy porównywać ν_c , obliczoną ze wzoru (61).

Sprawdzimy przedstawione powyżej postulaty przykładem.

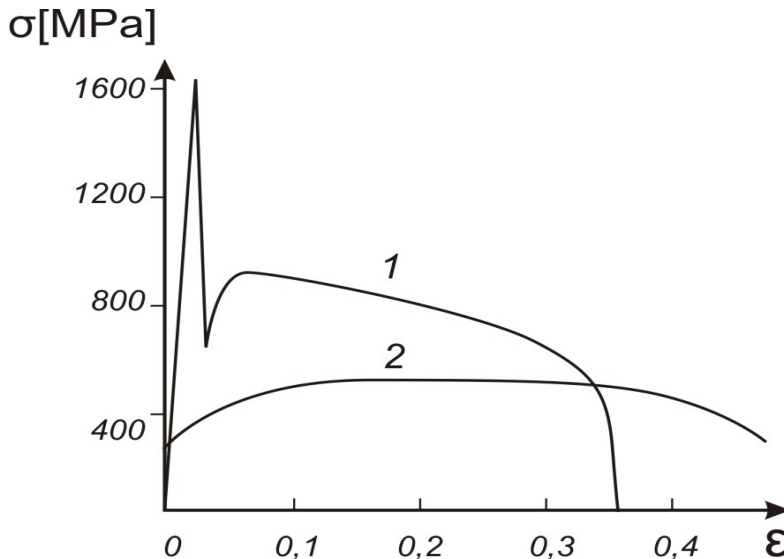
Przykład 14.

Badania w temperaturze pokojowej $T_0 = 293\text{ K}$ próbek walcowych (cylindrycznych, bez karbu) z czystego α – Fe wykazały następujące prędkości fal ultradźwiękowych: $c_T = 3,21\text{ mm}/\mu\text{s}$, $c_L = 5,873\text{ mm}/\mu\text{s}$.

Następnie poddano te próbki obciążeniom quasi–statycznym (rys. 46, wykres 2) oraz dynamicznym (rys. 46, wykres 1) z prędkością względną $c/c_f = 0,5$.

„Zab ciągłości” (wbrew teorii Hahna) zjawił się tylko w przypadku obciążeń dynamicznych.

Należy wyjaśnić ten efekt niestateczności na podstawie postulatu 4.



Rys. 46. Efekt Lüdersa (PL) w próbkach α -Fe poddanych obciążeniu dynamicznym (linia 1) oraz quasi-statycznym (linia 2) na maszynie wytrzymałościowej ze „sztywnym” obciążeniem.

Zaczynamy od obliczenia $\nu_0 = \left[0,5(c_L / c_T)^2 - 1\right] / \left[(c_L / c_T)^2 - 1\right] = 0,287$.

Ponieważ $\nu_0 > 5/18$, więc zgodnie z postulatem 1, w przypadku obciążeń quasi-statycznych efekt Lüdersa nie występuje, co udowodniono i doświadczalnie (patrz rys. 46, wykres 2).

Dla zadanej prędkości względnej $c / c_f = 0,5$ szacujemy z (61b): $\nu_c = 0,2635$.

Ponieważ $\nu_c < \nu_{cr} = 5/18$ (postulat 2), więc przy obciążeniach dynamicznych efekt Lüdersa będzie występował, co widać na rys. 46.

Na zakończenie należy obliczyć temperaturę T_L , w której efekt nie występuje (czyli „ząb ciągłości” zanika).

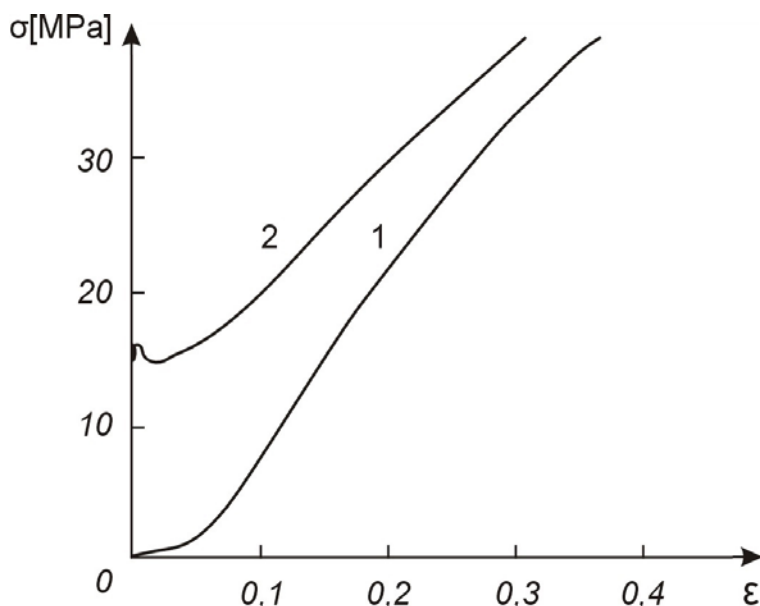
Zgodnie z postulatem 3 musimy oszacować temperaturę, w której ν_c zwiększy się do wartości krytycznej $\nu_{cr} = 6/18$.

Najpierw obliczamy $T_\theta = T_0(1 - 2\nu_0) / (\nu_0 - 0,2) = 1434,7$ K.

Potem ze wzoru: $\theta_L = 1 - 3\nu_0$ uzyskujemy temperaturę homologiczną $\theta_L = T_L / T_\theta = 0,2095$.

Temperatura zanikania efektu Lüdersa (PL), jako rodzaju niestateczności mechanicznej $T_L = 300,6\text{ K}$, co zgadza się doskonale (patrz rys. 45) z wynikami doświadczalnymi.

Wyjątkowo ciekawy przykład omawianego rodzaju niestateczności można zaobserwować po napromieniowaniu próbek metalowych ze źródła neutronów.



Rys. 47. „Ząb ciągliwości” przejawia się w próbkach z miedzi monokrystalicznej poddanych obciążeniu (linia 1) po napromieniowaniu strumieniem neutronów (linia 2).

Próbki z miedzi monokrystalicznej ($\nu_0^{Cu} = 0,3498$) napromieniowano strumieniem termicznych neutronów o natężeniu $4,4 \cdot 10^{18}$ neutronów/cm², przy czym zmniejszono liczbę Poissona poniżej $\nu_{cr} = 6/18$. Wskutek tego na krzywej rozciągania wystąpił „ząb ciągliwości” (rys. 47, wykres 2).

To samo zjawisko przejawia się i w stopach Fe–C po napromieniowaniu strumieniem neutronów z reaktora jądrowego. Zauważono znaczne zwiększenie temperatury przejścia w stan kruchy T_k , co wiąże się ze zmniejszeniem ν . Nawet w stalach cieplnie ulepszonych może wystąpić efekt Lüdersa, kiedy w wyniku napromieniowania $\nu_0 \leq 5/18$.

Kończąc omawianie tego zagadnienia spróbujemy rozwiązać także problem Nadaia, który sprowadza się do wyznaczania stosunku $\sigma_{ys}^{\max} / \sigma_{ys}^{\min}$ dla ośrodków

polikrystalicznych z „miękką” charakterystyką umocnienia (a priori wychodzi się z założenia, że $\sigma_{ys}^{\max} / \sigma_{ys}^{\min} \neq \text{const}$).

Zgodnie z przedstawioną powyżej koncepcją postulujemy, że dla pewnego stopu Fe–C (np. stal niskowęglowa, tzw. „miękką”) w warunkach pokojowych $\nu_0 \leq 5/18$, a jednak, wskutek jednowymiarowego rozciągania, $\nu(\sigma)$ wzrasta (rys. 3) i przy odpowiednim odkształceniu osiąga wartość krytyczną $\nu_{cr} = 5/18$.

W modelu, według praw podobieństwa (patrz rys. 4b) w momencie, kiedy występuje spadek naprężenia $y(x_{ys}) = y_{ys}^{\max}$. Przez analogię z (22) na podstawie równań modelowych (54) i (13) można wyznaczyć punkt krytyczny $x_{ys} = m_x \varepsilon_{ys}^*$, w którym $\lim_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon_{ys}^*} (d\sigma / d\varepsilon) = K_0$:

$$(135) \quad x_{ys} = \frac{y_{ys}^{\max}}{Q+1-y_{ys}^{\max}/2+(e^{-y_{ys}^{\max}}-1)/y_{ys}^{\max}} = \frac{y_{ys}^{\min}}{Q+1+y_{ys}^{\min}/2-(e^{y_{ys}^{\min}}-1)/y_{ys}^{\min}},$$

gdzie: $y_{ys}^{\max} = m_y \sigma_{ys}^{\max}$; $y_{ys}^{\min} = m_y \sigma_{ys}^{\min}$.

Współczynnik umocnienia na granicy plastyczności w modelu, w momencie, kiedy wrażliwość naprężenia plastycznego płynięcia staje się ujemną ($x = x_{ys}$), można oszacować wychodząc z założenia, że $\lim_{x \rightarrow x_{ys}} (dy / dx) = (K_0 / E_0) Q$:

$$(136) \quad y'(x_{ys}) = Q + 1 + y_{ys}^{\min}(x_{ys}) - e^{y_{ys}^{\min}(x_{ys})} = (K_0 / E_0) Q$$

Rozwiązujemy równania (136) i przy pomocy wzoru (137) obliczamy y_{ys}^{\min} :

$$(137) \quad y_{ys}^{\min}(n+1) = \ln \left[QF_u + 1 + y_{ys}^{\min}(n) \right],$$

gdzie: $F_u = 1 - K_0 / E_0 = 16/39$ (dla stopów Fe–C, $\nu_{cr} = 5/18$).

Po wyznaczeniu y_{ys}^{\min} można ocenić x_{ys} i oszacować wartość y_{ys}^{\max} (ze wzoru (135)). Dla ułatwienia obliczeń, y_{ys}^{\max} należy przedstawić w postaci rozwiązania numerycznego (138), które wynika bezpośrednio z (135):

$$(138) \quad y_{ys}^{\max}(n+1) = Qx_{ys} \left[1 + F_u / y_{ys}^{\max}(n) \right] / (1 + x_{ys} / 2).$$

Na zakończenie, mając wartości liczbowe y_{ys}^{\min} i y_{ys}^{\max} , łatwo wyznaczyć stosunek $\sigma_{ys}^{\max} / \sigma_{ys}^{\min} = y_{ys}^{\max} / y_{ys}^{\min}$, co było celem obliczeń.

Przykład 15.

Określić stosunek $\sigma_{ys}^{\max} / \sigma_{ys}^{\min}$ dla próbek z przykładu 14 w warunkach obciążeń dynamicznych (dla $c/c_f = 0,5$), korzystając z oszacowanej wartości $\nu_c = 0,2635$.

Na początku z (21) wyznaczamy dla $\nu_c = 0,2635 < 5/18$ wartość parametru modelowego $Q = 5,7055$, a zatem z (138) szacujemy $y_{ys}^{\min} = 1,5969$ (z dokładnością $\pm 10^{-5}$).

Potem z (135) wyznaczamy $x_{ys} = 0,31696$, a ze wzoru numerycznego (138) uzyskujemy wartość $y_{ys}^{\max} = 1,8983$ (z tą samą dokładnością jak i y_{ys}^{\min}).

Na podstawie praw podobieństwa z równań modelowych wyniknął stosunek: $\sigma_{ys}^{\max} / \sigma_{ys}^{\min} = y_{ys}^{\max} / y_{ys}^{\min} = 1,1888$.

Otrzymany wynik jest bliski do wartości uzyskanej z modelu Nadaia dla stali niskowęglowej ($\sigma_{ys}^{\max} / \sigma_{ys}^{\min} = 1,115$), niemniej, w przeciwieństwie do niego, stosunek ten jest zmienną (var) - uzależnioną od wartości ν_0 , co bardziej zgadza się z wynikami doświadczalnymi.

Reasumując definitywnie stan omawianego zagadnienia musimy stwierdzić, że niestateczność mechaniczna wywołująca efekt Lüdersa (PL) i powiązane z nim zjawiska („zab ciągłości”) jest bardzo uzależniona zarówno od struktury i wymiaru d kryształitów (patrz też s.158), jak i od działania sił międzyatomowych.

O ile w przypadku stopów Fe–C decydującą okazuje się wartość krytyczna $\nu_{cr} = 5/18$, o tyle w przypadku stopów miedzi ten typ niestateczności występuje, kiedy $\nu_i^{Cu} = 6/18$, czyli wiąże się z następną wartością krytyczną.

Z kolei badania Sawickiego [33] udowodniły, że niestateczność tego typu plastycznego płynięcia występuje także i przy obciążeniach quasi – statycznych metali ziem rzadkich (La, Ce, Y) w temperaturze pokojowej; przy tym parametr krytyczny dla powstania tego zjawiska jest identyczny, jak i w stopach Fe–C: $\nu(\sigma) \leq \nu_{cr} = 5/18$.

Na przykład lantan, który ma specyficzny układ atomowy (sieć typu La), w temperaturze pokojowej wykazuje: $\sigma_{us}^r = 130$ MPa i $\sigma_{us}^s = 290$ MPa.

Ponieważ $\sigma_{us}^r < \sigma_{us}^s$, więc z postulatu 2 można wywnioskować, że $\nu_0^{La} < 5/18$.

Sprawdzimy to z wynikami doświadczalnymi stałych sprężystości Köstera: $K_0^{La} = 284 \text{ GPa}$ i $G_0^{La} = 15 \text{ GPa}$; po obliczeniu otrzymujemy dla La wartość liczby Poissona: $\nu_0^{La} = 0,275 < 5/18$, jak i przepowiedzieliśmy.

Ostatni typ niestateczności plastycznego płynięcia, który będzie przedmiotem tego opracowania, występuje tylko w bardzo niskich (kriogenicznych) temperaturach. Mało jest prac eksperymentalnych związanych z niestatecznością niskotemperaturową (termomechaniczną) [8], [112].

Mechanizm nieciągłego płynięcia w niskich temperaturach wiąże się z niestatecznością dyslokacyjną (mechaniczną), kiedy stopy dyslokacji powodują wzrost naprężenia do wartości rzędu wytrzymałości na ścinanie.

Z chwilą jej osiągnięcia następuje spadek naprężenia, a następnie zaczyna się proces samoczynnego generowania dyslokacji, co prowadzi w sposób katastroficzny do uskoku naprężenia.

Tu warto zaznaczyć, że nieciągłe płynięcie w niskich temperaturach (serrated yielding) nie może być efektem lokalnego nagrzewania, lecz jest własnością naturalną plastyczności niskotemperaturowej. Eksperymenty wskazują, że temperatura obciążanej próbki nie ulega zmianie aż do momentu wystąpienia spadku naprężenia, który wytwarza tzw. „piłę” (rys. 48). Ogólnie zmiany temperatury są postrzegane jako skutek, a nie jako przyczyna zjawiska.

Najmniejsza wartość krytyczna liczby Poissona z omawianego ciągu: $\nu_{cr} = 4/18$, według przedstawionej teorii decyduje o występowaniu plastyczności niskotemperaturowej. Wyznacza ona granicę, za którą niestateczność niskotemperaturowa nie może występować, (czyli zjawisko zanika, kiedy $\nu_t > 4/18$). Ażeby jednak zaczął się proces niestateczności mechanicznej w tego typu warunkach quasi – statycznego obciążenia, musi być spełniony wymóg: $\nu_0 < \nu_{cr}^* = 5/24$.

Wartość krytyczna $\nu_{cr}^* = 5/24$ należy do drugiego ciągu wartości krytycznych liczby Poissona, (który w interpretacji Bella (134) odpowiada przypadkowi $\bar{p} = 1$):

$$\nu_{cr}^* = 5/24; 6/24; 7/24; 8/24; 9/24 \text{ i } 10/24.$$

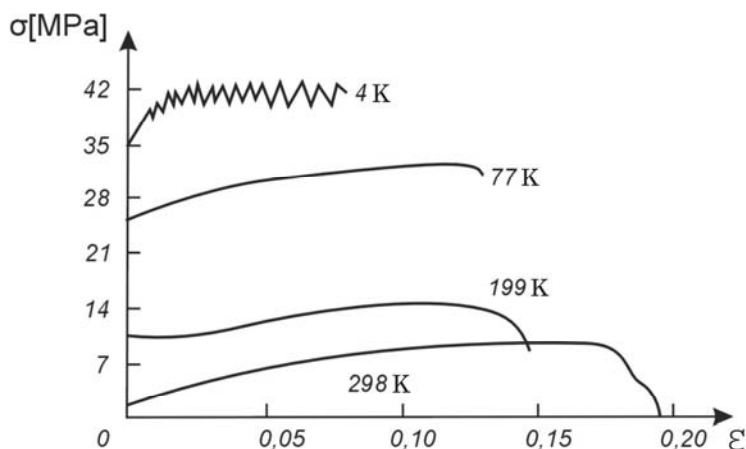
Drugi ciąg wartości krytycznych ν_{cr}^* ma wpływ na wiele zjawisk fizycznych. Wiąże się z nim na przykład lokalny spadek termiczny plastyczności przy badaniach udarnościoowych stali ($\nu_{cr}^* = 9/24$), maksimum wytrzymałości doraźnej oraz efekty PLC niestateczności ($\nu_{cr}^* = 8/24$), przejście w stan kruchy próbek bez koncentratorów naprężeń ($\nu_{cr}^* = 6/24$) itd.

Wartość najmniejsza z tego ciągu $\nu_{cr}^* = 5/24$ jest najbliższa do wartości minimalnej liczby Poissona $\nu_0^* = 1/5$ w ośrodkach polikrystalicznych z „miękką” charakterystyką umocnienia (według równań (48) i (49)). Ona decyduje także o występowaniu niestateczności niskotemperaturowej w stopach Al i Fe–C.

Jeżeli próbkę z tych materiałów poddać ochłodzeniu, tak, że $\nu_t < 5/24$, a potem ją obciążyć, to $\nu_t(\sigma)$ zaczyna wzrastać. W momencie, kiedy $\nu_t(\sigma_{ys}^*) = 5/24$, na krzywej rozciągania występują makrofluktuacje wskutek nieciągłego płynięcia plastycznego (tzw. „piły”, patrz rys. 48).

Wzrost temperatury wywołuje wzrost $\nu_t(\sigma)$, a po osiągnięciu granicy plastyczności niskotemperaturowej, czyli kiedy dla próbek ze stopów Al i Fe – C $\nu_t \geq 4/18$, makrofluktuacje zanikają.

Brak „piły” na krzywej rozciągania wskazuje koniec występowania niestateczności termomechanicznej (niskotemperaturowej).



Rys. 48. Efekt niestateczności niskotemperaturowej w stalach konstrukcyjnych.

Spróbujemy sprawdzić przedstawioną powyżej teorię fenomenologiczną za pomocą istniejących wyników doświadczalnych.

Przykład 16.

Próbki z polikrystalicznego Al ($\langle \nu_0^{Al} \rangle = 0,345$, $T_0 = 293$ K) ochłodzono do temperatury wrzenia helu, a potem poddano obciążeniu w $T_{eks} = 4,2$ K.

Na krzywej rozciągania po osiągnięciu granicy wytrzymałości wystąpiły makrofluktuacje (obszar niestateczności, tzw. „piły”).

Po zwiększeniu temperatury ustalono (na podstawie badań Basinskiego [8]), że zjawiska niestateczności niskotemperaturowej nie występują (zanikają) w temperaturze $T_{eks}^Z \approx 20$ K. Należy przeprowadzić oszacowanie teoretyczne temperatury krytycznej T_H , w której zaczyna się nieciągłe plastyczne płynięcie i temperaturę T_Z , w której niestateczność termomechaniczna zanika.

$$\text{Obliczamy } T_{\theta}^{Al} \text{ z (50): } T_{\theta}^{Al} = T_0(1 - 2\nu_0^{Al}) / (\nu_0^{Al} - 0,2) = 626,4 \text{ K.}$$

$$\text{Zatem szacujemy temperaturę } T_H, \text{ w której } \nu_t(T_H) = \nu_{cr}^* = 5/24.$$

Homologiczną temperaturę $\theta_H = T_H / T_{\theta}$ określamy bezpośrednio z (47): $\theta_H = 1/70$, a stąd wynika, że $T_H = 8,95$ K. Ponieważ $T_{eks} = 4,2$ K $<$ T_H , wnioskujemy, że nieciągłość plastycznego płynięcia musi występować, co i udowodniono eksperymentalnie (patrz rys. 48).

Temperaturę homologiczną zanikania zjawiska $\theta_Z = T_Z / T_{\theta}$ szacuje się identycznie, jak θ_H , ale dla $\nu_t(T_Z) = \nu_{cr} = 4/18$. Obliczenia wykazują, że $\theta_Z = 1/25$, skąd otrzymujemy $T_Z = \theta_Z T_{\theta} = 25$ K.

Wynik teoretyczny T_Z okazuje się nieco większy od wyniku doświadczalnego $T_{eks}^Z \approx 20$ K; musimy tu jednak zaznaczyć, że proces odkształcania w temperaturach kriogenicznych jest bardzo skomplikowany, temperatura próbki wzrasta wskutek adiabatycznego ogrzewania obszaru odkształceń plastycznych i nie sposób utrzymać jej, jako stałej.

Reasumując stan omawianego powyżej zagadnienia musimy stwierdzić, że wymaga ono jeszcze wielu opracowań, zarówno teoretycznych, jak i doświadczalnych. Niektóre opracowania niemieckie dają podstawę do zasugerowania, że wartości krytyczne liczby Poissona $\nu_{cr}^* = 5/24$ i $\nu_{cr} = 4/18$ (wyznaczające T_H i T_Z) mają decydujący wpływ i w przypadku występowania niestateczności niskotemperaturowej w stopach Ti. Zgłębianie problematyki w tym kierunku leży jednak poza zakresem niniejszej pracy.

Główną uwagę skupiono na stopach Al i Fe-C tylko ze względu na ich bardzo szerokie stosowanie w elementach konstrukcyjnych.

Rozdział 11

Podsumowanie

W pierwszej części pracy na podstawie matematycznej teorii samoorganizujących się systemów dyssypacyjnych (według praw podobieństwa) wyprowadzono układy równań różniczkowych (13), które wyznaczają zmiany współczynnika umocnienia ośrodka polikrystalicznego w przypadku obciążeń jednowymiarowych.

Analiza tych równań pozwala wywnioskować, że anomalne odkształcanie próbek z Cd i Zn, które posiadają „sztywną” charakterystykę odkształcania (rys. 7), wiąże się z podkrytyczną wartością ich liczby Poissona: $\nu_0 \leq 0,2$. Natomiast większość metali konstrukcyjnych (stopy Al, Fe-C, Ti), które odznaczają się „miękką” charakterystyką odkształceniową (rys. 1), posiadają $\nu_0 > 0,2$.

Opracowano także (podrozdział 3.3) metodykę dla wyznaczania parametrów modelowych: Q , m_y i m_x na podstawie wyników badań ultradźwiękowych.

Badania teoretyczne wykazały, że modelowy współczynnik odkształceń $m_x = 2$ jest stały, niezależnie od struktury ośrodka polikrystalicznego. Daje to możliwość oszacowania trwałego wydłużenia względnego \mathcal{E}_f , trwałego przewężenia Ψ oraz wskaźnika umacniania \mathcal{M} dla dowolnego ośrodka polikrystalicznego na podstawie jednego, eksperymentalnie ustalonego parametru - liczby Poissona ν_0 , (która z kolei jest funkcją prędkości fal ultradźwiękowych $\nu_0(c_T, c_L)$ w temperaturze pokojowej).

Po wyznaczeniu \mathcal{E}_f , Ψ i \mathcal{M} (podrozdział 4.3) przeprowadzono interpolację wykresu rozciągania metodą wariacyjną. Ustalono krzywą Lagrangea, która odpowiada minimalnej energii potencjalnej próbki.

Wyprowadzono stosowny wzór interpolacyjny (36) dla oszacowania umownej granicy plastyczności $\sigma_{ys}^{0.2}$, wytrzymałości doraźnej σ_{us} oraz (ze wzoru (44)), granicy zerwania σ_f . Wyżej omówione wzory, oparte są na wynikach badań ultradźwiękowych.

Na podstawie równań modelowych (13) udało się także metodą nieniszczącą obliczyć $\xi = \sigma_{us}^s / \sigma_{us}^r$ - stosunek dwóch wytrzymałości: na rozciąganie σ_{us}^r i na ściskanie σ_{us}^s .

Wykorzystując właściwości aproksymacyjne wielomianów **Padé** (w postaci (47)) i zakładając wbrew ustalonej tradycji temperaturę odniesienia $T_\theta \neq T_m$ wyprowadzono wzór ekstrapolacyjny dla $\nu_t(T)$.

Ze wzoru ekstrapolacyjnego (47) można oszacować zmiany temperaturowe liczby Poissona oraz T_θ dla dowolnej wartości ν_0 . Z tego wzoru można także ekstrapolować temperaturę krytyczną $T_S = 0,4T_\theta$, w której występuje maksimum σ_{us} (anomalie Wertheima przejawia się, kiedy $\sigma_{us}(T_S) \rightarrow \max$, patrz rys. 9).

Wyjaśniono przy okazji paradoks Nadaia (podrozdział 5.2). Ustalono, że liczba Poissona w temperaturze topnienia T_m dla ośrodka polikrystalicznego: $\nu_t(T_m) = \nu_t^* < 1/2$. Z rozwiązań teoretycznych wynika, że ten ośrodek nawet w punkcie topnienia zachowuje jakąś sprężystość normalną (jak przepowiedział Nadai).

Wartość ν_t^* reprezentuje pewną stałą materiałową, która ma decydujący wpływ na zjawisko „nadplastyczności”. To zjawisko występuje w metalach technicznych tylko w odpowiedniej temperaturze T_{NP} , kiedy $\nu_t(T_{NP}) = \nu_{cr}^{NP}$. Ustalono także, że ν_{cr}^{NP} prezentuje się największą z ciągu wartości krytycznych, która jest najbliższa do ν_t^* , z tym, że spełnia warunek: $\nu_{cr}^{NP} \leq \nu_t^*$.

Dla stali $\nu_{cr}^{NP} = 7/18$, natomiast dla stopów Ti oraz Nb $\nu_{cr}^{NP} = 8/18$.

Na podstawie podanych wyników eksperymentalnych udowodniono także, że wysokotemperaturowy spadek plastyczności przy badaniach udarnościowych stali, (tzw. „kruchość na niebiesko” - obszar **As** na rys. 13) występuje tylko po osiągnięciu wartości krytycznej liczby Poissona: $\nu_t(T_S) = \nu_0^{**} = 1/3$ (czyli w temperaturze $T_S = 0,4T_\theta$).

Na podstawie modelowych równań konstytutywnych (13) i (54) opracowano nową teorię fenomenologiczną, która wyjaśnia zjawiska towarzyszące przejściu stopów Fe–C w stan kruchy.

Główną uwagę zwrócono na anomalie wytrzymałości żeliwa (dla żeliwa szarego $\sigma_{us}^s \gg \sigma_{us}^r$ (rys. 2b), lecz dla stali konstrukcyjnej z reguły $\sigma_{us}^s < \sigma_{us}^r$). Udowodniono, że anomalie wytrzymałości mogą występować i w stali „miękkiej”, o ile $\nu_0^{St} < \nu_0^{***}$, przy czym $\nu_0^{***} = \nu_{cr} = 5/18$.

Tym właśnie udało się wytłumaczyć znaczne zwiększenie temperatury przejścia w stan kruchy T_k (co było czynnikiem decydującym dla pęknięcia statku **S.S. Schenectady** (rys. 21), patrz także przykłady 8 i 9).

W rozdziale 6 zbadano wpływ prędkości obciążenia na własności mechaniczne oraz stałe sprężystości, stosując wzór ekstrapolacyjny *Padé* w postaci (60).

Przeanalizowano skutki wspólnego działania temperatury i prędkości obciążenia celem ustalenia drogą obliczeniową (na przykład ze wzoru (63)) T_x - temperatury optymalnej, która odpowiada globalnemu maksimum udarności: $C_V(\dot{\epsilon}_f, T_x) \rightarrow \max$.

W rozdziale 7 zbadano wpływ tekstury dwuwymiarowej w cienkich elementach konstrukcyjnych na ich własności mechaniczne.

Wyprowadzono zależności typu: $G(\bar{\varphi}_1)/G(\bar{\varphi}_2) = f(v_1, v_2)$, co stwarza możliwość oszacowania rozkładu dwuwymiarowego stałych sprężystości (a zatem i innych własności mechanicznych) z wyników badań refraktometrycznych.

Druga część pracy poświęcona jest technice badań ultradźwiękowych elementów cienkościennych. Pomiaru ultradźwiękowe cienkich elementów są utrudnione wpływem warstwy sprzęgającej, (co utrudnia pomiary prędkości fal), a także wskutek zmian ciśnienia „pola bliskiego” głowicy.

Dlatego uwagę skupiono na ultradźwiękowych badaniach immersyjnych metodą refraktometryczną, która gwarantuje wysoką dokładność pomiarów instrumentalnych (np. rzędu $\pm 0,1\%$ w próbkach stalowych).

Podstawy teoretyczne refraktometrii ultradźwiękowej przedstawiono w podrozdziale 8.1.

Przeanalizowano warunki generacji fal wyciekających obu typów: pseudopowierzchniowych (*leaky Rayleigh waves*) i pseudopłytyowych (*leaky Lamb waves*), a także przedstawiono w ogólnym zarysie technikę badań refraktometrycznych UCR.

Prędkość fazowa fal wyciekających uzależniona jest od stosunku gęstości próbki (ρ_x) i cieczy wzorcowej (ρ_0). Dlatego w podrozdziale 9.2 na podstawie obliczeń ustalono zakresy iloczynu $f\bar{g}$, w których występujące różnice prędkości fal wyciekających i fal klasycznych Rayleigha i Lamba są najmniejsze (dla danego ośrodka).

Dla wyznaczania stałych sprężystości w elementach cienkościennych opracowano dwie oryginalne metody identyfikacyjne, oparte na wynikach badań refraktometrycznych.

Pierwszą metodą identyfikacyjną (**I**) można zastosować, kiedy na refraktogramie występują 3 minima odpowiadające kątom krytycznym antysymetrycznych fal pseudopłytyowych rzędu zerowego i pierwszego ($\theta_{cr}^{a_0}, \theta_{cr}^{a_1}$) oraz symetrycznym falom pseudopłytyowym rzędu zerowego ($\theta_{cr}^{s_0}$).

O ile kąty krytyczne są wyznaczane doświadczalnie, łatwo można (przez analogię z (93)) obliczyć prędkości fazowe odpowiednich fal ultradźwiękowych (prędkość fali w cieczy wzorcowej jest niezmienna - $c_0 = 1,6 \text{ mm}/\mu\text{s}$).

Opracowano numeryczny algorytm identyfikacyjny (130) dla oszacowania prędkości c_L i c_T w próbce na podstawie uprzednio uzyskanych prędkości fal pseudopłytowych różnego rzędu.

W odróżnieniu od metody pierwszej, która wymaga tylko pomiaru pojedynczego, metoda bifalowa (metoda II) oparta jest na dwóch pomiarach. Przy tym uzyskuje się kolejno dwa refraktogramy, stosując dwie głowice ultradźwiękowych fal podłużnych o różnej częstotliwości (rys. 38).

Stosując głowicę o mniejszej częstotliwości otrzymujemy kąty krytyczne odpowiadające antysymetrycznym (giętnym) i symetrycznym (dylatacyjnym) falom pseudopłytowym rzędu zerowego ($\theta_{cr}^{a_0}, \theta_{cr}^{s_0}$), a przy zastosowaniu głowicy o większej częstotliwości na refraktogramie występuje jeden kąt krytyczny wyznaczający prędkość fazową fal pseudopowierzchniowych (θ_{cr}^R). Po uzyskaniu kątów krytycznych, stosując prawo Snelliusa, łatwo można obliczyć wartości bezwzględne prędkości odpowiednich fal.

Dla metody bifalowej (II) opracowano odpowiedni algorytm identyfikacyjny, sprowadzając go do rozwiązania układu równań nieliniowych (132) (przez analogię z układem równań (130) dla metody I).

Na podstawie obliczeń ustalono, że ten algorytm odznacza się większą dokładnością (rzędu $\pm 10^{-4}$) przy wyznaczaniu prędkości fal podłużnych (c_L) i poprzecznych (c_T) w badanym ośrodku.

W trzeciej (ostatniej) części pracy przeprowadzono analizę zjawisk niestateczności mechanicznej na podstawie teorii kwantowego rozkładu liczby Poissona. Ustalono szereg wartości krytycznych V_{cr}, V_{cr}^* i połączono je z występującymi zjawiskami nieciągłego płynięcia plastycznego: efekt PLC, efekt Lüdersa (PL), efekt niestateczności niskotemperaturowej (zwłaszcza w stopach Fe-C i Al).

Prezentowana teoria ma charakter fenomenologiczny, niemniej, jak na razie, jest jedyną, która łączy cały zespół zjawisk związanych z niestatecznością mechaniczną ośrodków polikrystalicznych oraz z nadplastycznością.

Na zakończenie należy podkreślić, że postęp w procesie projektowania wiąże się z zastosowaniem elementów cienkościennych, a stąd potrzeba udoskonalania metod nieniszczących badań ich własności mechanicznych.

Bibliografia

1. Werkstoffkunde Eisen und Stahl; Teil 1: Grundlagen der Festigkeit der Zähigkeit und des Bruchs; Verlag Stahleisen mbH, Düsseldorf, 1983, s.566.
2. Honeycombe R.W.K.: The plastic deformation of metals; Butler & Tanner Ltd, London, 1985, p.408.
3. Reiner M.: Rheology; Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1958, s.223.
4. Dobrzański L., R.Nowosielski: Metody badań metali i stopów, t.1 Badania właściwości fizycznych; WNT, Warszawa, 1987r., s.245.
5. Feltham P.: Deformation on strength of materials; Butterworths, London, 1966, p.120.
6. Katarzyński S., S.Kocańda, M.Zakrzewski: Badanie własności mechanicznych metali; PWT, Warszawa, 1956r., s.453.
7. Angelova D.: Fizika na metalite - sravnitelni analizi; Izd. HMU, Sofia, 1999g., s.280.
8. McClintock F.A., A.S.Argon: Mechanical Behavior of Materials; Addison-Wesley Publ.Ltd., Massachusetts-USA, 1966, p.443.
9. Ashby M., D.Jones: Materiały inżynierskie; WNT, Warszawa, 1995r., s.338.
10. Werkstoffprüfung; VEB Deutsche Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1979, s.448.
11. Johnson W., P.Mellor: Engineering Plasticity; Van Nostrand Reinhold Comp., London, 1972, p.428.
12. Jaoul B.: Etude de la Plasticité et Application aux Metaux; Villars, Paris, 1964, p.340.
13. Prager W.: Fundamental theorems of new mathematical theory of plasticity; Duke Math. Journal, 1942, v.9, pp.228-233.
14. Hartig E.K.: Der Elasticitätsmodul des grades Stabes als Funktion der speziellen Beanspruchung; Civilingenior, 1893, v.39, s.113-138.
15. Mehmke R.: Zum Gesetz der elastischen Dehnungen; Zeitschrift der Math. Und Physik; Leipzig, 1897, v.42, s.327-338.
16. Kohlrausch F.: Fizyka laboratoryjna t.1, t.2; PWN, Warszawa, 1961r., s.951.
17. Allaire G.: Shape Optimization by the Homogenization Method; Springer Ltd., New York, 2002, p.169.
18. Milton G.: The Theory of Composites; Cambridge University Press, 2002, p.531.

19. Sobczyk K.: Reconstruction of random material microstructures: patterns of maximum entropy; *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2003, v.18, №4, pp.278-287.
20. Volterra V.: *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*; Gauthier-Villars, Paris 1936, p.182.
21. Bell J.: *Mechanics of Solids I*, in *Encyclopedia of Physics* v.VIa/1; Springer Verlag, Berlin-New York, 1973, p.600.
22. Wertheim G.: *Mémoire sur la torsion*; Première Partie, *Annales de Chimie et de Physique*, troisième série, 1857, v.50, pp.195-321.
23. Bridgman P.W.: *The Physics of High Pressure*; The McMillan Co Publ., New York, 1949, p.431.
24. Grüneisen E.A.: *Die elastischen Konstanten der Metalle bei kleinen Deformationen*; *Annalen der Physik und Chemie*, 1907, vierte serie, t.22, s.801-851.
25. Reinhart J., J.Pearson: *Behavior of metals under impulsive loads*; The Amer. Soc. for Metals Publ., Ohio, 1954, p.296.
26. Kirpičev M.V.: *Teorija podobija*; Izd. AN SSSR, 1953r., s.576.
27. Kocanda S.: *Zmęczenia i pękanie metali*, WNT, Warszawa, 1985r., s.486.
28. Kogaev V., N.Machutov, A.Gusenkov: *Razčety detalej mašin i konstrukcii na pročnost' i dolgovečnost'*; Izd. „Mašinostroenie”, Moskva, 1985r., s.224.
29. Wertheim G.: *Note sur l'influence des basses températures sur l'élasticité des métaux*; *Annales de Chimie et de Physique*, 1844, v.15, pp.114-120.
30. Robertson T.S.: *Propagation of Brittle Fracture in Steel*; *J.Iron and Steel Inst.*, 1953, v.175, №12, pp.361-386.
31. Butnicki S.: *Spawalność i kruchość stali*; WNT, Warszawa, 1979r., s.342.
32. Presnjakov A., V.Červjakova: *Priroda provalov plastyčnosti u metaličeskich splavov*; Izd.AN „Nauka”, Alma-Ata, 1970r., s.193.
33. Savickij E.: *Vlijanie temperatury na mehaničeskie svojstva metallov i splavov*; Izd. AN SSSR, Moskva, 1957r., s.294.
34. Zucker Ch.: *Elastic constants of aluminium from 20°C to 400°C*; *Jour. Acoust. Soc. Am.*, 1955, v.27, №2, pp.318-320.
35. Bock A.M.: *Über des Verhältnis des Quercontraction zur Längendilationen bei Stäben von verschiedenen Metallen als Funktion der Temperatur*; *Annalen der Physik und Chemie*, Neue Folge, 1894, v.52, s.607-620.
36. Schäfer Cl., L.Bergmann: *Neue Interferenzerscheinungen an schwingenden Piezoquarzen*; *Sitz. Berl. Akad. Wiss.*, Berlin, 1934, s.192-193.
37. Baker G., P. Graves-Morris: *Padé Approximants*; Addison-Wesley Publ. Co., London, 1981, p.341.

38. Nicolis G., I. Prigogine: Self-Organization in Non-Equilibrium Systems; J.Wiley & Co. Publ., New York, 1977, p.247.
39. Köster W.: Die Querkontraktionszahl im periodischen System; Z. Elektrochemie, 1943, v.49, s.233-237.
40. Lea F.Ch.: The effect of temperature on some of the properties of metals; Engineering, 1922, v.113, pp.829-832.
41. Przybyłowicz K.: Metaloznawstwo; WNT, Warszawa, 1997r., s.538.
42. Guljaev A.P.: Metallovedenie; Izd. „Metallurgija“, Moskva, 1977r., s.646.
43. Bell J.F.: An experimental study of instability phenomena in the initiation of plastic waves in long rods; Proc. Symposium on the Mechanical Behavior of Materials under Dynamic Loads, San-Antonio, Texas, 1967, pp.10-20.
44. Pellini W.S., P.P.Puzak: Fracture Analysis Diagram Procedures for the Fracture-Safe Engineering Design of Steel Structures; Welding Res. Council Bulletin №88, 1963, p.187.
45. Peterson R.E.: Stress concentration factors; J.Wiley&Sons Publ., New York, 1974, p.302.
46. Soderberg C.R.: Working Stresses; Trans. ASME, 1930, v.52, Part.1, pp.52-54.
47. Popov K.V., V.G.Savickij: Nizkotemperaturnaja chrupkost' stali i detalej mašin; Izd. „Mašinostroenie“, Moskva, 1969r., s.191.
48. Stroh A.N.: A theory of the fracture of metals; Advantes in Physics, 1957, v.6, №24, pp.21-28.
49. Technische Universität Claustahl: Kontaktstudium Umformtechnik, Teil II, Kaltwalzen auf flacher Bahn, November, 1981, s.298.
50. Zener Cl.: Elasticity and Anelasticity of Metals; Univ. of Chicago Press, 1948, p.829.
51. Voigt W.: Lehrbuch der Kristallphysik; Teubner Verlag, Leipzig, 1928, s.947.
52. Reuss A.: Berechnung der fliessgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle; Z. angew. Math. Mech.; 1929, Bd.9, s.49-57.
53. Kittel Ch.: Introduction to solid state physics; J.Wiley&Sons Publ., New York, 1961, p.523.
54. Livšic B., V.Krapošin, J.Lineckij: Fizičeskie svojstva metallov i splavov; Izd. „Metallurgija“, Moskva, 1980r., s.320.
55. Adamesku R., P.Geld, E.Mitjušov: Anizotropija fizičeskich svojstv metallov; Izd. „Metallurgija“, Moskva, 1985r., s.136.
56. Savickij E., G.Burchanov: Metallovedenie splavov tugoplavkich i redkich metallov; Izd. „Nauka“, Moskva, 1971r., s.356.
57. Varikaš V., J.Hačatryan: Izbranye zadači po fizike tverdogo tela; Izd. „Vyš. škola“, Minsk, 1969r., s.272.

58. Wassermann G., J.Grewen: *Texturen metalischer Werkstoffe*; Springer Verlag, Berlin, 1962, s.655.
59. Nicolis G., I.Prigogine: *Exploring complexity – An Introduction*; W.H.Freeman & Co Publ., New York, 1989, p.344.
60. Lewi A.: *Refraktometrični metodi za opredeljane na koeficienta na Poisson v t'unki konstrukcionni elementi*; VI Kongres po mehanika; Varna, 1989g., s.151-154.
61. Rinehart J., J.Pearson: *Behavior of metals under impulsive loads*; ASTM Publ., Cleveland, Ohio, 1954, p.296.
62. Cristescu N.: *Dynamic Plasticity*; North Holland Publ., Amsterdam, 1967, p.541.
63. Nicolas T.: in *Impact Dynamics*, Ed. J.Zukas; J.Wiley&Sons Inc., New York, 1982, p.296.
64. Malvern L.E.: in *Behavior of Materials Under Dynamic Loading*, Ed. N.Huffington Jr.; ASME Publ., New York, 1965, p.81.
65. Hopkins H.G.: in *Engineering Plasticity*, Eds. J.Heyman, F.Leskie; Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1968, p.277.
66. Sokolov L.: *Soprotivlenie metallov plastičeskoj deformacii*; GNTI, Moskva, 1963g., s.284.
67. Nadai A., M.Manjoine: *High speed tension tests at elevated temperatures*; *Trans.Am.Soc.Mech.Eng. ASME* 63, 1941, v. A, pp.77-91.
68. Herzberg R.W.: *Fracture Mechanics of Engineering Materials*; McGraw-Hill Co. Publ., New York, 1980, p.574.
69. Obraz J.: *Ultradźwięki w technice pomiarowej*; WNT, Warszawa, 1983, s.470.
70. Bąk R., T.Burczyński: *Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego*; WNT, Warszawa, 2001r., s.585.
71. Cannard G., J.Carracilli, J.Prost, Y.Véneç: *Auscultation dynamique des superstructures par les methods classiques*; *Rapport de recherché №34*, Publ. Lab. Central des Ponts et Chaussees, Paris, 1974, p.129.
72. Björck Å., G.Dahlquist: *Metody numeryczne*; PWN, Warszawa, 1987r., s.546.
73. Hadasik E.: *Przetwórstwo metali. Plastyczność a struktura*; WPS, Gliwice, 2006r., s.486.
74. Ngoc T., W.Mayer: *Ultrasonic nonspecular reflectivity near longitudinal critical angle*; *J. Appl. Phys.*, v.50, №12p 1979, pp.7948-7951.
75. Deputat J.: *Badania ultradźwiękowe – podstawy*; Wyd. Inst. Met. Żelaza im. St.Staszica, Gliwice, 1980r., s.358.
76. Viktorov I.: *Rayleigh and Lamb waves. Physical Theory and Applications*; Plenum Publ., New York, 1967, p.386.
77. Nickerson R.: *Wave propagation theory for ultrasonic testing*; VII Int. Conf. on NDT, Warsaw-Poland, 1973, vol.1, Ref. C-14, pp.321-337.

78. Pitts L., T.Plona, W.Mayer: Theory of Nonspecular Reflection Effects for an Ultrasonic Beam Incident on a Solid Plate in a Liquid; IEEE Trans. on Sonic and Ultrasonics, 1977, v. SU-24, №2, pp.101-109.
79. Nowacki W.: Teoria sprężystości; PWN, Warszawa, 1970r., s.613.
80. Becker F., R.Richardson: in Research Technique in NDT, Ed. R.Sharpe; Academic Press Publ., New York, pp.91-130.
81. Tiersten H.: Elastic Surface Waves Guided by Thin Films; J. Appl. Physics, 1969, v.40, №2, pp.770-791.
82. Bertoni H., T.Tamir: Unified Theory of Rayleigh-Angle Phenomena for Acoustic Beam at Liquid-Solid Interfaces; J. Appl. Physics, 1973, v.2, №4, pp.157-172.
83. Brekhovskikh L.: Waves a Layered Media; Academic Press, New York, 1960, p.395.
84. Pitts L., T.Plona, W.Mayer: Theoretical similarities of Rayleigh and Lamb modes of vibration; J. Acous. Soc. Am., 1976, v.50, №2, pp.374-377.
85. Ewing W., W.Jardetsky, F.Press: Elastic waves in layered media; McGraw Hill Publ., New York, 1957, pp.124-245.
86. Brokowski A.: Pomiar prędkości fal ultradźwiękowych w cienkich płytach; VIII KKBN, Kazimierz, 1978r., s.79-80.
87. Merkulov L.: Zatuchanie normalnych voln v plastynach, nachodjaščichsja v židkosti; Akustičeskij žurnal, 1964g., t.X, №2, s.206-212.
88. Schoch A.:Der Schalldurchgang durch Platten;Acustica,1952,v.2,s.1-17.
89. Krautkrämer J., H.Krautkrämer: Werkstoffprüfung mit Ultraschall; Springer Verlag, München, 1961, s.472.
90. Brokowski A.: Odbicie fal ultradźwiękowych przy krytycznych kątach padania; OSA-80, Warszawa-Pulawy, 1980r., s.142-147.
91. Deputat J.: Strukturalna czułość tłumienia i prędkości fal ultradźwiękowych; IX KKBN–Frombork, Warszawa, 1979r., s.29-44.
92. Brokowski A., J.Deputat: Refraktometryczne badania materiałów; V KKBN, Koszalin, 1976r., s.84-94.
93. Jakovkin I.: Akustični i elektromagnitni psevdopov'rchnostni valni v poluprostranstvo i sloisti sistemi; Fiziko-matamatičesko spisanie na BAN, Sofia, 1985g., t.27, №1, s.12-25.
94. Śliwiński A.: Ultradźwięki i ich zastosowanie; WNT, Warszawa, 2001r., s.453.
95. Szelażek J.: Refraktometria ultradźwiękowa; XXXIV KKBN, Zakopane, 24-27.11.2005r., s.85-94.
96. Gutkiewicz P., S.Mackiewicz, J.Szelażek : Ultradźwiękowe badania refraktometryczne; Mat. XIV Seminarium Nieniszczące Badania Materiałów, Zakopane, 4-7.03.2008r., s.165-173.

97. Perzyna P., R. Pęcherski : Analiza wpływu prędkości odkształcenia na zniszczenie plastyczne metali; Prace IPPT-PAN, Warszawa, 1979r., s.27.
98. Lewi A.: Ultrazvukov refraktometričen kontrol na kačestvoto na listovite materiali s valni na Lamb; Proc. Rousse Univ. A.Kaņčev, 1988g., seria 7, №31, Bułgaria, s.21-24.
99. Blicharski M.: Wstęp do inżynierii materiałowej; WNT, Warszawa, 2003r., s.489.
100. Bednarski T.: Zarys mechaniki plastycznego płynięcia, Część I i II; Instytut Obróbki Plastycznej, Poznan, 1991r., s.564.
101. Adamczyk J.: Metaloznawstwa teoretyczne, Część III, Własności mechaniczne; Wyd. Pol. Śląska , Gliwice, 1989r., s.488.
102. Hull D.: Dyslokacje ; PWN, Warszawa, 1982r., s. 583.
103. Grabski M.: Nadplastyczność strukturalna metali; Wyd. „Śląsk”, Katowice, 1972r., s. 246.
104. Kajzer S., R.Kozik, A.Wawrzynek, R.Wusatowski: Podstawy odkształcenia plastycznego metali; Skr. Uczalniae Pol.Śląskiej, №1832, Gliwice, 1994r., s. 312.
105. Nadai A.: Theory of Flow and Fracture of Solids; vol.1,vol.2, New York, Mc Graw Hill Book Comp. Inc., 1950, pp.645.
106. Benallal A., T.Berstad, T.Borvik, A.Clausen, O.Hopperstad: Dynamic strain aging and related instabilities: experimental, theoretical and numerical aspects; European Journal of Mechanics A/Solides, 2006, v.25, pp.397-424.
107. Zaiser M., P.Hahner: Oscillatory models of plastic deformation: theoretical concepts; Phys. Stat. Sol. (B), 1997, v.199, pp.267-330.
108. Obst B., A.Nyilas: Time-resolved flow stress behaviour of structural materials at low temperatures; Advance in Cryogenic Engineering (Materials), 1998, v.44, pp.331-338.
109. Sinisa D.: Dynamic strain aging and plastic instabilities; Jour. Mech. Phys. Solids, 1995, v.43, №5, pp.671-700.
110. Rizzi E., P.Hahner: On the Portevin-Le Chatelier effect: theoretical modeling and numerical results; Int. Jour. of Plasticity, 2002, №4, pp.109-121.
111. Cottrell A., B.Bilby: Mechanism for the growth of deformation twins in crystals; Phil. Mag., 1951, v.42, pp.573-581.
112. Obst B., A.Nyilas: Experimental evidence on the dislocation mechanism of serrated yielding in f.f.c. metals and alloys at low temperatures; Material Science and Engineering, 1991, A137, pp.141-150.
113. Spychalski W., J.Mizera, K.Kurzydłowski: On a quantitative description of Portevin-Le Chatelier effect by means of the wavelet analysis; Archiwum Nauki o Materialach, 2003r., t.24, №2, s.101-111.

114. Bednarek S., A.Łukaszek-Sołek, J.Sińczak: Modelowanie numeryczne wpływu prędkości odkształcania na parametry procesu kucia felgi koła samolotu; *Obróbka Plastyczna Metali*, 2008r., t.XIX, №2, s.15-20.
115. Kinslov R. et al.: *High-Velocity Impact Phenomena*; Academic Press, New-York and London, 1970, pp.423.
116. Jurczak W.: Wpływ prędkości odkształcania na właściwości mechaniczne stopu Al Zn5 Mg2 Cr Zr i stali kadłubowej kat.A; *Zeszyty Naukowe AMW*, rok XLVIII, №4, 2007r., s.37-46.
117. Cudny K., Z.Powierza: Wybrane zagadnienia odporności udarowej okrętów; *WSMW*, Gdynia, 1978r., s. 438.
118. Burzyński W.T.: *Studium nad hipotezami wyężenia*; Akademia Nauk Technicznych, Lwów, 1928r.
119. Vainštein A., B.Gal'perin, V.Strizak, L.Kuznecov, S.Stepanov: *Opređenje postojannych uprugosti monokristallov čerez techničeskie postojannye polikristallov*; *Fizika metallov i metallovedenie (FMM)*, 1983r., t.55, vyp.1, s.193-195.
120. Šutilov V. A. : *Osnovy fiziki ultrazvuka*; Izd.Leningrad. Uniwersiteta, Leningrad, 1980g., s.274.
121. *Mechanical behavior of materials under dynamic loads*; Springer Publ., New York, 1968, pp.413.
122. Timoshenko S., J.Goodier: *Theory of Elasticity*; McGraw Hill Publ., New York, 1951, pp. 543.
123. Backofen W.: *Deformation Processing*; Addison-Wesley Publ. Co., Massachusetts, USA, 1977, pp.288.
124. Cegielski E.: *Wytrzymałość materiałów. Teoria, przykłady, zadania*; t.2, Wyd. Pol. Krakowskiej, 2006r., s.210.
125. Schmid E., W.Boas: *Kristallplastizität*, Berlin, 1935, s.277.
126. Presnjakov A., R.Aubakirova: *Sverchplastičnost' metalličeskich materialov* ; Izd.AN „Nauka“, Alma-Ata, 1982g., s.232.
127. Langenberg K.-J., R.Marklein, K.Mayer: *Theoretische Grundlagen der zerstörungsfreien Materialprüfung mit Ultraschall*; DGZfP, Oldenburg Wissenschaftsverlag, 2009, s.648.
128. Imamura T.: *Measuring method for the mechanical anizotropy of solids by water immersion ultrasonic sing-around method*; Proc. WCU 2003, Paris, 7-10.09.2003, pp.769-772.
129. Kłosowski P., K.Woźnica: *Nieliniowe lepkoplastyczne prawa konstytutywne w wybranych zastosowaniach analizy konstrukcji*; Wyd. Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 2007r., s.225.
130. Orden R.W.: *Non-linear elastic deformations*; Dover Publ., Mineola, New York, 1997, pp.532.

RECTE FACTI FECISSE MERCES EST.



MERCI

à mes chers parents

Sabétay et Zelma Lévy

de tout ce qu'ils ont fait pour moi