

P
A
N

11556
[2]

11556

11556

[2]



Das dritte dynamische Prinzip von Newton.

Ein Beitrag zur Analyse wissenschaftlicher Begriffe.

Von

Dr. J. Metallman.

(Vorgelegt in der Sitzung der Poln. Akademie der Wissenschaften
zu Krakau am 21. März 1921.)

(Schluß)

Newton beschreibt auch ein Experiment, welches scheinbar direkt die Gleichheit der Aktion und Reaktion zu beweisen erlaubt. „Ich überzeuete mich davon experimentell (tentavi) an zwei Kugeln aus fest geballter und eng zusammengefügtter Wolle auf folgende Weise. Durch das Herablassen einer an einem Faden hängenden Kugel (pendulam) und das Messen des Abpralls fand ich zunächst die Größe der Elastizitätskraft; nachher bestimmte ich mit Hilfe dieser Kraft die Rückschläge in anderen Fällen der Zusammenstöße und die Versuche stimmten überein (respondebant). Die Kugeln prallten voneinander immer mit einer relativen Geschwindigkeit ab, die sich zur relativen Geschwindigkeit des Aufeinandertreffens ungefähr wie 5 : 9 verhielt. Mit beinahe derselben Geschwindigkeit prallten auch Stahlkugeln zurück, andere aus Kork mit einer etwas geringeren Schnelligkeit; bei Kugeln aus Glas betrug dieses Verhältnis ungefähr 15 : 16. Und durch diese Tatsache (? pacto im Texte) wurde das III. Gesetz, insofern es sich um Stoßvorgänge handelt, durch die Theorie gestützt, welche mit der Erfahrung gut übereinstimmt¹⁾.“ Im Grunde genommen bestätigt auch dieses Experiment nur das Prinzip der Trägheit des Massenmittelpunktes, d. i. die Konsequenz des III. Satzes, nicht aber diesen selbst, nämlich

¹⁾ Newton, op. cit. Schol., S. 25—26.

19.12.58
A. 008

nicht die Gleichheit der Aktion und Reaktion. Was Newton beobachtet und gemessen hat, waren — wie man aus dem soeben zitierten Abschnitte ersieht — die relativen Geschwindigkeiten der Kugeln vor und nach dem Zusammenstoße oder die Differenzen der wirklichen Geschwindigkeiten $C_1 - C_2$ vor dem Anschläge und der entgegengesetzt gerichteten Geschwindigkeiten — $(C_1' - C_2')$ nach ihm, sowie das Verhältnis dieser Geschwindigkeitsdifferenzen, abhängig von der Natur der Kugeln. Vorausgesetzt das III. Axiom, also auch seine Konsequenz, daß die Summe der Impulse beider Kugeln vor und nach dem Zusammenstoße unverändert bleibt¹⁾, kann man daraus und mit Hilfe des oben gefundenen Geschwindigkeitsverhältnisses die Schnelligkeiten des Rückfalls C_1' und C_2' berechnen und sie durch C_1, C_2, m_1, m_2 und durch dieses Verhältnis ausdrücken. Endlich beruft sich Newton auch auf eine Reihe physikalischer Maschinen, weil er beweisen will, wie „weit das III. Bewegungsgesetz anwendbar und wie genau es ist. Wenn man nämlich die Wirkung eines agierenden Körpers auf Grund seiner Masse (? vis insita) und zugleich seiner Geschwindigkeit abschätzen wird — und auch ähnlich die Gegenwirkung des sich widersetzenen Körpers auf Grund der Geschwindigkeiten seiner einzelnen Teile und ihrer Widerstandskräfte (resistendi), so werden Aktion und Reaktion immer . . . einander gleich sein“²⁾.

Ich glaube, daß in allen oben dargestellten Fällen, die Newton selbst anführt, sich nur das Fehlen eines Widerspruches zwischen dem Trägheitsprinzip und der Erfahrung bzw. zwischen den Folgerungen des III. Axioms und der Wirklichkeit feststellen läßt; es wird jedoch keinesfalls direkt und unmittelbar die Gleichheit der Aktion und Reaktion konstatiert. Angenommen, daß eine solche Gleichheit existiert, stoßen wir nirgends und niemals auf einen Gegensatz seitens der Tatsachen; im Gegenteil, wir verbleiben mit ihnen im Einklang. Die Erfahrung schreibt uns jedoch diese Gleichheit nicht vor.

Die heutigen Physiker haben stets, wenn sie von Kraft sprechen, nur die Wirkung A auf B oder nur die Gegenwirkung B auf A im Sinne, als wäre irgendwelche von ihnen überhaupt von der anderen

¹⁾ Ibid., Leg. Coroll. III, i IV, S. 19.

²⁾ Newton, op. cit. Schol., S. 27.

unabhängig. Sie tun es nicht immer mit dem vollen Bewußtsein, daß sie sich wieder, wie ehemals Galilei, einer einseitigen Kraft bedienen, und schon niemals versuchen sie dieses Vorgehen zu rechtfertigen. Dieses ist aber keineswegs evident, im Gegenteil, es erfordert Begründung.

Nachdem Maxwell¹⁾ im § 54 den Inhalt des III. Prinzips, nach Newton, angegeben und erläutert hat, führt er dann im § 55 den Begriff „stress“ von Rankine ein zur Bezeichnung der Aufeinanderwirkung zweier materieller Teilchen, worauf er erklärt, das III. Prinzip sei mit folgendem Satz gleichbedeutend: „jede Kraft hat den Charakter der Aufeinanderwirkung (stress); sie besteht nur zwischen zwei Teilen der Materie und die Wirkungen der Kräfte, die in diesen Teilen hervorgerufen worden sind (gemessen an den in gegebener Zeit erzeugten Momenten), sind gleich und entgegengesetzt gerichtet“. „Wenn wir die Erscheinung der Wirkung zweier materieller Teile aufeinander im Ganzen betrachten, nennen wir sie Aufeinanderwirkung (stress). Wenn wir unsere Aufmerksamkeit nur dem einen der aufeinander wirkenden Materieteile zuwenden, so scheint es nur eine einseitige Wirkung zu geben, und zwar diejenige, welcher der von uns betrachtete Teil der Materie unterliegt. . . . Die Aufeinanderwirkung vom umgekehrten Standpunkt (des II. Körpers) betrachtet, heißt die Gegenwirkung auf den anderen Teil der Materie²⁾).

Ähnlich W. Natanson³⁾. „Die Wirkung materieller Körper ist immer beiderseitig. Wenn wir die zwischen zwei Körpern A und B ausgeübte Wirkung im ganzen betrachten, so überzeugen wir uns, daß sie gegenseitig ist, wir stellen uns also vor, daß sie sich aus zwei einzelnen Wirkungen zusammensetzt, aus der Wirkung des Körpers A auf B und der des Körpers B auf A. In vielen Problemen sehen wir jedoch von der anderen Seite der Erscheinung ab und berücksichtigen nur die eine Wirkung, z. B. des Körpers B auf A; wir sagen dann, daß der Körper B dem Körper A eine Be-

¹⁾ C. Maxwell: Matter and Motion; poln. Übersetzung von S. Dickstein; Bibliothek Wende, S. 36 u. ff.

²⁾ Maxwell: Loco citato.

³⁾ W. Natanson: Einführung in die theoretische Physik (poln.), Warschau 1890, S. 11—26.

schleunigung erteilt, daß B eine Kraft auf A ausübt, oder daß auf A eine Kraft einwirkt.“ . . . „Aber, indem wir zu solchen verkürzten und nicht ganz korrekten Ausdrucksarten Zuflucht nehmen, müssen wir daran denken, daß wir den Körper, der die Kraft ausübt, oder auch denjenigen, auf welchen die Kraft ausgeübt wird, unerwähnt lassen, und die entgegengesetzte Kraft, welche jene zur Einheit der Wirkung ergänzt, vernachlässigen können; wir sollen jedoch unter „Kraft“ nichts anderes verstehen als einen einseitigen Teil der gegenseitigen Wirkungen zwischen zwei Körpern.“ Es gibt wenige Forscher, welche sich gleich klar Rechenschaft davon geben, daß die Kraft in gewöhnlichem physikalischen Sinne dieses Ausdrucks nur eine einseitige Kraft bedeutet und daß die allgemeine Anwendung eben solcher Kraft, obwohl diese real nicht existiert, nicht zufällig, sondern bewußt und zweckmäßig ist. Aber selbst diese Forscher begründen nicht, warum es gestattet ist, die andere „Seite“ oder den anderen „Teil“ einer Erscheinung zu vernachlässigen, welcher ja gleich beachtenswert ist und in der Erscheinung selbst dieselbe Rolle spielt wie der erste. Auf welcher Grundlage dürfen wir den Körper, der die Kraft ausübt, unerwähnt lassen und von der entgegengesetzten Kraft, welche jene zur Gesamtheit der Wirkung ergänzt, absehen? Wenn die (einseitige) Kraft ein Teil des Wirkungsganzen ist, so ist es nicht von selbst klar, daß wir berechtigt sind, einen Teil statt des Ganzen zu berücksichtigen; wenn die Kraft eine „Seite“ dieser Gesamtheit darstellt, so ist es auch notwendig zu wissen, warum und wie wir imstande sind, immer nur eine Seite der Erscheinung — einmal diese, das andere Mal jene — in Betracht zu ziehen, ohne jeden Schaden für unsere Erwägungen über das Ganze. Man muß begründen, nicht daß es gestattet ist, das eine Mal die eine „Seite“ der Wechselwirkung als Aktion, die andere als Reaktion zu betrachten, das andere Mal wieder umgekehrt, wie es bei den unkehrbaren Funktionen der Fall ist, wo die Rollen der Funktion und des Argumentes vertauschbar sind; sondern es gilt zu zeigen, weshalb wir die eine Seite der Aufeinanderwirkung ganz unabhängig von der anderen erwägen dürfen, ohne daß die ganze gegenseitige Abhängigkeit beider Körper und ihrer Wirkungen ihren Sinn verliert. Wir betrachten ja auf diese Weise weder Ursache und Wirkung, noch Grund und Folge, noch die Glieder einer Funktionsbeziehung:

y unabhängig von x oder umgekehrt hat keinen Sinn, weil es streng korrelative Elemente sind; und Wirkung und Gegenwirkung sind doch gerade ebensolche. Man kann sich auch nicht auf unsere Abstraktionsfähigkeit berufen, gegenüber demselben Gegenstand verschiedene Standpunkte einzunehmen, weil — wie wir sahen — das Auflösen konkreter Gegenstände in Farben, Formen u. dgl. sich nur damit erklärt und rechtfertigt, daß diese Merkmale stets wieder zurückkehrende, sich immer wiederholende Elemente bunt-verschiedener Kombinationen (Gegenstände) sind, hier dagegen immer die Gleichheit zweier Glieder und nie etwas anderes oder etwas mehr vorliegt. Es scheint nichts anderes übrig zu bleiben, als die Annahme, daß die Wirkung mit der Gegenwirkung und beide wieder mit der Aufeinanderwirkung identisch sind. Dann würde es gewiß gleichgültig sein, ob wir Wirkung oder Gegenwirkung in Betracht ziehen, da in beiden Fällen im Grunde ein und dasselbe, und zwar die Aufeinanderwirkung, gegeben ist. Alles wäre nun ganz klar, wenn wir dann bloß begreifen könnten, was denn eigentlich das III. Axiom noch zu bedeuten hat. Das Prinzip würde uns nämlich sagen, daß die Wirkung bzw. die Aufeinanderwirkung mit sich selbst identisch ist, daß $a = a$, was freilich wahr ist, aber ganz wert- und zwecklos, unfähig sowohl etwas vorauszusagen, als auch irgendwas zu bestimmen; eine vollständige, nicht bloß eine numerische Identität, wie sie in Gleichungen gegeben ist, wäre da vorhanden, eine Identität, die nur durch die hier ganz unberechtigte Form der Gleichung verhüllt sein würde. Sogar ein epistemologischer Fehler wäre darin zu finden, wenn wir gewissermaßen „außerhalb“ der Wirkung noch die Aufeinanderwirkung als dasjenige annehmen sollten, was in dieser Wirkung „erscheint“, „hinter“ ihr verborgen liegt und von uns so oder anders „erfaßt“ wird, ähnlich, wie man jahrhundertlang „hinter“ den Farben, Formen u. dgl. noch das Ding „selbst“ vergeblich gesucht hat.

In der Tat besteht, was wir gegenseitige Wirkung (Aufeinanderwirkung) nennen, nicht im geringsten als Tatsache, als Erscheinung; was uns eigentlich da vorliegt, ist nur die Konstruktion der Aufeinanderwirkung, ist bloß die Synthese des Begriffs der Wirkung und desjenigen der Gegenwirkung, eine Synthese, die auf Grund der Bestimmung beider Wirkungen als korrelativer Glieder einer Beziehung gewonnen worden ist. Es ist unmöglich, die eine

oder andere Wirkung als Teil oder Seite einer realen Erscheinung anzusehen; als Teil, der auch selbst real sein müßte; man muß die Wirkungen als Elemente betrachten, die sich zu einer Synthese zusammensetzen und sich aus ihr wieder wohl herausanalysieren lassen. Hat man das dynamische Verhältnis des Körpers A zu B, sowie das des Körpers B zu A bestimmt, so sind damit die dynamischen Beziehungen dieser Körper erschöpft. Indem wir das eine Verhältnis vom anderen loslösen, beschreiben wir doch schon immer den Zusammenhang zweier Körper, die in der realen Erscheinung gegeben sind. Ist uns also die Betrachtung der Wirkung allein oder, nach Belieben, der Gegenwirkung an sich — hiermit einer der Begriffe anstatt der Synthese beider — gestattet, so rührt dies weder von ihrer Korrelativität her, noch von ihrer Gegenseitigkeit, noch von der Umkehrbarkeit ihrer Beziehung, sondern es folgt aus ihrer Gleichheit und hauptsächlich daraus, daß jedes Glied dieser Gleichheit wiederum eine Relation darstellt und zwar eine Korrelation derselben zwei Körper A und B. Die Wirkung ist hiermit weder ein Teil noch eine Seite der Erscheinung, sondern eine Konstruktion ebenso, wie es die Aufeinanderwirkung ist; eine Konstruktion, die dieselben zwei Körper betrifft und die Berechtigung, die vollständige Konstruktion der Aufeinanderwirkung zu ersetzen, aus dem objektiven Inhalt des III. Prinzips schöpft, nämlich aus der Gleichheit zweier Beziehungen, die zwischen zwei Körpern walten.

Die Kraft war nach Galileis und der Vorgänger Newtons Auffassung „einseitig“, sie war eine künstliche und unvollkommene Konstruktion, obwohl sie viele Erfahrungen in sich zusammenfaßte. Eine derartige Kraft gibt es in Wirklichkeit nicht. Die Kraft der heutigen Physiker ist ebenfalls eine „einseitige“ Konstruktion. Zwischen dem alten und dem neuen Begriffe der „einseitigen“ Kraft besteht jedoch der wesentliche Unterschied, daß jener ungenau und gefährlich war, weil seiner Bedeutung und Rolle nach unbestimmt, dieser dagegen zweckmäßig ist. Zwischen beide mußte die Konstruktion der Aufeinanderwirkung, d. h. das III. Axiom eingetreten sein, welches die Unvollständigkeit jener Konstruktion ergänzte, die Zweckmäßigkeit dieser begründete. Hat sich geschichtlich im III. Prinzip dank Newton der Übergang von der einseitigen Kraft zur Synthese der beiderseitigen Aufeinanderwirkung voll-

zogen, so erlaubt uns dasselbe Prinzip umgekehrt zum Begriff der einseitigen Wirkung zweckmäßig wieder zurückzukommen.

Von diesem Standpunkt aus birgt die Maxwellsche Auffassung die Möglichkeit und Gefahr einer irrigen Meinung in sich, als wäre die Bestimmung des richtigen Kraftbegriffs geschichtlich analog erfolgt, wie sie sich individuell aus dem Verständnis des III. Axioms vollzieht, d. h. als wäre der Begriff der Aufeinanderwirkung genetisch früher als der Kraftbegriff im gewöhnlichen Gebrauche. Dann müßte die tatsächliche Entwicklung dieses Begriffes, mithin die Bedeutung des III. Axioms verhüllt bleiben. Indessen spricht alles, sowohl der Ursprung des Begriffes bei Galilei, als auch die Kraftideen bei Newtons Vorgängern dafür, daß die Kraft ursprünglich den Charakter „einseitiger“ Wirkung trug. In der Galileischen „einseitigen Kraft“ kam also keine methodologische „Vereinfachung“ zum Ausdruck, sondern der sich mit Mühe aus statischen Begriffen erst entwickelnde Gedanke von der Kraft als einem Bewegungsfaktor. Newtons Verdienst und Leistung war es, daß er sich zu vollkommenerem Begriffe aufgeschwungen hat. Der Übergang von der einseitigen zur „gegenseitigen“ Wirkung, von der Kraft als Eigenschaft eines Körpers zur Konstruktion einer zweigliedrigen Relation, und nicht umgekehrt, war das Sonderbare, das logische Arbeit erforderte. Gerade nach logischer Seite hin hat der Kraftbegriff im III. Prinzip eine gewaltige Änderung erfahren.

In dieser unserer Auffassung des III. Prinzips ist ein weiterer wichtiger Unterschied gegenüber Maxwell begründet. Das II. Prinzip Newtons, das sich in der Gleichung $mv = pt$ oder $p = mg$ darstellen läßt, gilt gewöhnlich ausschließlich als Kraftgesetz bzw. sogar als Kraftdefinition. In den meisten Lehrbüchern der Physik wird nun aus der Gleichung $p = mg$ unter Annahme des III. Prinzips die Gleichung $m_1g_1 = m_2g_2$ abgeleitet. Diese Ableitung würde ganz natürlich sein, wenn die beiden Kräfte, d. i. Wirkung und Gegenwirkung, wie sie im III. Prinzip gemeint sind, voneinander unabhängig und selbständig wären; sie erscheint auch rein rechnermäßig anstandslos, dagegen logisch willkürlich und unberechtigt. Denn was anderes drückt das II. Prinzip aus als das III., also gerade die Gleichheit $m_1g_1 = m_2g_2$; worin ist es begründet, daß der Ausdruck mg eine besondere Be-

deutung hat, also eine besondere Benennung erfordert und erhält, wenn nicht gerade darin, daß er in den Gleichungen $m_1 g_1 = m_2 g_2$ konstant vorkommt. Das II. Prinzip enthält eben schon das III. in sich, ohne welches es inhaltslos und unbegreiflich ist. Hat man dagegen den richtigen Zusammenhang zweier Körper, welcher in dem von uns oben entwickelten Kraftbegriffe (gegenseitige Wirkung) enthalten ist, erfaßt, dann ergibt sich das III. Prinzip als der einzig richtige Inhalt der Gleichung $p = mg$, welche dann natürlicherweise nur als sein abgekürzter vereinfachter Ausdruck gelten muß.

Ist es wirklich so, dann müssen wir sowohl von dem II. als auch vom III. Axiom aus zum Trägheitsprinzip gelangen können. Tatsächlich führt uns die Gleichung $p = mg$ sofort zu ihm (wenn $p = 0$, $g = 0$), und ähnlich auch das III. Prinzip. Dabei gehen wir vom III. Gesetz zum verallgemeinerten Trägheitsprinzip über, d. h. zur Trägheit des Massenmittelpunktes des gegebenen Systems zweier oder mehrerer Körper, das II. Prinzip dagegen, das nur eine „einseitige“ Kraft betrifft und nur einen Körper, läßt uns zur Trägheit dieses einen Körpers gelangen. Dies zeigt augenscheinlich, daß das III. Axiom eine vollere Definition der Kraft, das zweite bloß ihr einfacher Ausdruck ist. Zu demselben Schlusse berechtigt auch das Prinzip d'Alemberts, welches bekanntlich besagt, daß die Reaktion einer trägen Masse durch das Produkt aus Masse und Beschleunigung ausgedrückt wird und den auf diese Masse von außen wirkenden Kräften immer das Gleichgewicht hält. Es ist ersichtlich, daß dieses Prinzip einerseits als Spezialfall des III. Gesetzes (Gleichheit und Gegenseitigkeit der Reaktion der trägen Masse und der Außenkraft), andererseits als Ausdruck des II. Axioms ($mg = P$) gelten kann. Außerdem zeigt sich vielfach, daß, indem wir die Rechnung anwenden und uns des II. Prinzips zu bedienen glauben, wir im Grunde das III. Axiom benutzen. So ist z. B. an der Einwirkung der Sonne auf einen Planeten nur die Beschleunigung des Planeten relativ zur Sonne der Beobachtung unmittelbar zugänglich, und beträgt nach der bekannten Formel $g = \frac{4a^3\pi^2}{T^2r^2}$, wo a die Hälfte der großen Achse der elliptischen Planetenbahn, T seine Umlaufszeit um die Sonne, r den Radiusvektor bezeichnet. Um die Anziehungskraft beider

Massen, der Sonne und des Planeten, zu berechnen, drücken wir jene einzig beobachtbare Beschleunigung des Planeten gegen die Sonne mit Hilfe 1. der Beschleunigung g_p des Planeten relativ zum unbeweglichen Massenmittelpunkt beider Massen sowie 2. der Beschleunigung g_s der Sonne relativ zu demselben Punkte aus. Nachher

wenden wir das II. Prinzip an, indem wir $g_p = \frac{F}{m} \quad g_s = \frac{F}{M}$ schreiben,

wo m die Masse des Planeten, M die der Sonne bezeichnet, und

daraus, da $g = g_p + g_s = \frac{F}{m} + \frac{F}{M} = \frac{4 a^3 \pi^2}{T^2 r^2}$ ist, erhalten wir schon

leicht den Wert auf F^1). Es ist nun offenbar, daß die Relation

$g_p = \frac{F}{m}$ (und ähnlich $g_s = \frac{F}{M}$), in welcher die Anwendung des II. Ge-

setzes zum Ausdruck kommt, zweifellos die Gültigkeit des III. Axioms bereits voraussetzt, da ohne letzteres der Begriff des unbeweglichen Massenmittelpunktes beider Körper und eo ipso auch der von g_p und g_s keinen Sinn hat. Man kann eine ähnliche Überlegung leicht auch auf den Fall von Erde und Stein übertragen, wobei sich herausstellt, daß der Ausdruck $Q = mg$ ($Q =$ Gewicht des Steines, $m =$ seine Masse, $g =$ Schwerebeschleunigung) streng genommen nicht so sehr infolgedessen sich ergibt, daß wir nur eine der gegenseitigen Wirkungen, anstatt beider, berücksichtigen, als vielmehr infolge der Vernachlässigung der Masse m des Steines im Vergleich mit der Erde M — bei sonstiger Anwendung des III. Axioms:

$Q = \frac{mM}{m + M} \cdot g$, woraus, indem m im Zähler entfällt, $Q = mg$.

Und so immer: indem wir auf Grund des II. Gesetzes die die Erscheinungen beherrschenden Verhältnisse zum Ausdruck zu bringen suchen, setzen wir die Geltung des III. Prinzips schon voraus, wir erkennen es an und gebrauchen es.

„Die Idee eines physikalischen Körpers — sagt Newton selbst — wird noch einfacher, wenn man alle Glieder des Systems, aus dem er gebildet ist, als vollständig gleich annimmt, gegen welche Annahme auch kein natürlicher Grund spricht. Dann erscheint notwendig die Wirkung des Körpers nach außen oder seine Kraft

¹⁾ Die Rechnung nach A. Witkowski: Prinzipien der Physik (Zasady fizyki), polnisch, Warschau 1904, Bd. I, S. 260 u. f.

der Anzahl der ihn zusammensetzenden Teilchen, oder der Menge der in ihm enthaltenen Materie oder kurz seiner Masse direkt proportional¹⁾.“ Laut dieser charakteristischen Bemerkung wäre also das Gewicht z. B. eines Steines, d. h. die Kraft, die die Erde auf ihn ausübt, als das Produkt aus der Masse M der Erde, als des wirkenden Körpers, in die ihr vom Stein erteilte Beschleunigung g zu messen. Wenn wir trotzdem umgekehrt das Produkt aus der Masse m des Steines in die ihm von der Erde erteilte Beschleunigung g nehmen, wenn wir also die Wahl treffen, weil wir sie treffen dürfen, so geschieht das gerade deshalb, weil wir die Gleichheit beider „Wirkungen“ festsetzen und folglich den Inhalt des III. Prinzips in das II. „Gesetz“ eingelegt haben.

Man bestimmt oft gleiche Kräfte durch gleiche Ausdehnung einer elastischen Schnur, die an zwei verschiedene Körper nacheinander angelegt wird und sie bewegt: gleiche Massen würden dann durch gleiche Kräfte und gleiche in gleichen Zeiten erzeugte Geschwindigkeitsänderungen definiert sein²⁾. Daß die Bestimmung gleicher Kräfte auf diesem Wege nicht exakt sei, hat besonders Poincaré gezeigt³⁾. Man kann dem noch hinzufügen, daß diese Art, die Gleichheit der Kräfte zu definieren, die an zwei Körpern nacheinander wirken, uns ganz im Stiche läßt in Anwendung auf zwei Kräfte, die bloß zwei „Seiten“ der Aufeinanderwirkung bilden. Denn im letzten Falle muß die elastische Schnur gerade zwischen beiden Körpern gespannt sein, kann daher nicht bald den einen, bald den anderen angreifen, also auch nicht von diesen in zeitlicher Folge gleich lang ausgedehnt werden. Die Maxwellsche Bestimmung gleicher Kräfte ist also für den Fall, um den es sich im III. Prinzip gerade handelt, nicht brauchbar.

Es genügt nicht, festzustellen, daß das III. Prinzip mit dem Kraftbegriffe im innigen Zusammenhange steht. Die Analyse ergab uns viel mehr und nur sie konnte dies tun. Maxwell hat das III. Prinzip nicht voll gewürdigt und daher war sein Einfluß auf die Vertiefung des Kraftbegriffs nicht genug bedeutsam. Von ganz

1) F. Rosenberger: op. cit. S. 192. Unterstreichungen stammen von mir.

2) Maxwell: op. cit., loco cit.

3) Poincaré: Wiss. u. Hypoth., poln. Übers., Warschau 1908, S. 96.

hervorragender Wirkung waren dagegen die entsprechenden Untersuchungen E. Machs. Dieser Forscher geht von der statischen Verwendung des Gegenwirkungsprinzips (wie er das III. Prinzip einfach benennt) aus. Beim Übergang zu dessen dynamischer Bedeutung fällt ihm die Unklarheit des Massenbegriffs auf, den er einer eingehenden Kritik unterzieht. Die Definition der Masse von Newton, als einer „Menge der Materie“, verwirft er, da sie dynamisch wertlos ist, außerdem aber metaphysische Elemente in sich birgt. Auf Grund der „mechanischen Erfahrung“ über die Existenz eines besonderen beschleunigenden Merkmals der Körper glaubt Mach nun willkürlich festsetzen zu dürfen: „Körper von gleicher Masse nennen wir solche, welche aufeinanderwirkend sich gleiche, entgegengesetzte Beschleunigungen erteilen.“ Analog lassen sich im Falle ungleicher Beschleunigungen die verschiedenen Massen beider Körper in gleiche Einheiten zerlegen und zwischen je zwei die Beziehungen der obigen Definition gemäß setzen, woraus folgt, daß das Massenverhältnis das negative, umgekehrte Verhältnis der „Gegenbeschleunigungen“ sei. Diese Massendefinition sei keine Theorie, sondern nur „die unzweideutige Bezeichnung einer Tatsache“: der Existenz eines besonderen beschleunigungsbestimmenden Merkmals der Körper.

Schreiben wir also laut Definition $\frac{g_1}{g_2} = \frac{m_2}{m_1}$, so ergibt sich sofort $m_1 g_1 = m_2 g_2$, mithin das III. Prinzip in dynamischem Sinne. Deshalb enthält — sagt Mach — dasselbe nur scheinbar etwas Neues; es ist „ohne den richtigen Massenbegriff unverständlich, wird hingegen durch den Massenbegriff, der selbst nur durch dynamische Erfahrungen gewonnen werden kann, unnötig“¹⁾. „Es ist im Massenbegriff und im Gegenwirkungsprinzip dieselbe Tatsache zweimal formuliert, was überflüssig ist“²⁾. Ähnlich geht Boltzmann³⁾ von der Erfahrungstatsache $\frac{g_1}{g_2} = \text{konst. aus.}$ gelangt dann zur Massen-

definition und es ergibt sich als ein bloß anderer Ausdruck derselben $m_1 g_1 = m_2 g_2 = f(r_{12})$, wo $f(r_{12})$ eine Funktion der Entfernung der Massen m_1 und m_2 bedeutet und „Zentrikraft“ heißt.

¹⁾ E. Mach: *Mechanik* 1904, S. 367.

²⁾ *Ibid.* S. 235.

³⁾ L. Boltzmann: *Vorles. über Prinz. d. Mech.*, I. Teil, 1897, S. 1—44.

In bezug auf unser Problem weist Machs Anschauung gegenüber Maxwell große Fortschritte auf. Mach geht näher auf die Bedeutung des III. Prinzips ein, indem er den dynamischen Massenbegriff konstruiert, ersteres daher in ein neues Licht rücken läßt; er sucht das Erfahrungsmäßige in der Massendefinition und also auch im III. Prinzip vom Willkürlichen womöglich abzugrenzen; dabei aber läßt er das II. Prinzip als Kraftdefinition bestehen. Trotzdem enthält seine interessante Auffassung noch vieles, das beinahe als selbstverständlich gesetzt oder hingenommen wird, während es tatsächlich näherer Begründung bedarf.

Die Definition gleicher Massen beruht auf der Feststellung gleicher entgegengesetzter Beschleunigungen, die sich diese Massen erteilen. Wir bestimmen mithin Massen auf Grund der Beschleunigungen, die sich die Massen erteilen, indem sie aufeinanderwirken. D. h. wir nehmen ihre Aufeinanderwirkung bereits an, setzen also einen Zusammenhang zwischen Massen und Beschleunigungen schon voraus. Wir erschließen Massen aus Beschleunigungen, wenn sie aufeinanderwirken. Daß sie aufeinander wirken müssen, steht also fest, wird als selbstverständlich vorausgesetzt und sogar ausdrücklich in der Definition (oben) gesagt. Dies ist auch ganz klar: nicht unter allen, also beliebigen, folglich unbestimmten Bedingungen können Massen aus Beschleunigungen erschlossen werden. Dies kann nur unter gewissen, eindeutig bestimmten Umständen geschehen. Die Bedingung dafür, daß wir gleiche Massen auf Grund gleicher und entgegengesetzter Beschleunigungen „nach Belieben“ bestimmen können, ist also, daß diese Massen in einem Zusammenhange stehen, und zwar in jenem, den wir im III. Prinzip gerade beschreiben, d. h. konstituieren. Mach meint, daß seine Massendefinition sich nur auf die Tatsache gegenseitiger Beschleunigungen stützt und auf nichts sonst. De facto aber besteht ihre Grundlage nicht in dem Vorhandensein der Beschleunigungen, sondern im konstanten Verhältnis derselben, folglich in der strengen Abhängigkeit beider Körper, die im III. Prinzip gerade zum Ausdruck kommt. Man muß Wirkungen, und zwar gleiche Wirkungen, beider Massen aufeinander annehmen, um überhaupt aus Beschleunigungen auf Massen in dynamischem Sinne schließen zu können. Denken wir „Kraft“ und „Gegenkraft“ ungleich, so ist der Schluß aus gleichen entgegengesetzten Beschleunigungen

auf gleiche Masse nicht richtig. Denken wir anderseits zwei „Kräfte“, selbständige Kräfte, etwa die Einwirkung der Schwere auf zwei verschiedene Körper, welche gleiche Beschleunigungen hervorrufen, so ist der Schluß auf gleiche Massen im allgemeinen nicht berechtigt und falsch. Wenn wir also aus der Gleichheit der entgegengesetzten Beschleunigungen zweier Massen auf ihre Gleichheit ohne weiteres folgern, so geschieht das nur, weil die Gleichheit der Wirkung und „Gegenwirkung“ stillschweigend eben vorausgesetzt wird.

Es ist nur bloßer Schein, wenn Mach die Definition gleicher Massen auf die „Erfahrungstatsache“ zu stützen glaubt, daß sich diese Massen „gleiche und entgegengesetzte Beschleunigungen erteilen“. Das Erteilen ist keineswegs reine Erfahrungstatsache. Es enthält eben schon den Begriff von Ursache — Wirkung, der Aktion u. dgl., der vom Standpunkte Machs wenigstens genau so vermieden werden sollte, wie jeder andere „metaphysische“ Begriff. Zu sagen, daß sich die Körper gegenseitig Beschleunigungen erteilen, ist eben schon zu viel. Erfahrungstatsache ist es nur, daß zwei Körper, wenn sie als „wirkend“ in Betracht kommen, Beschleunigungen haben, d. h. zu messen gestatten, die ein für dieses Körperpaar immer konstantes Verhältnis bilden. Daß wir über diese Erfahrungstatsache hinausgehen, indem wir gerade jenes gegenseitige „Erteilen“ der Beschleunigungen, d. i. eine besondere Abhängigkeit beider Körper bereits annehmen, das hat Mach offenbar mit der ihm eigenen Klarheit nicht bemerkt. So legt Mach überall die Konstruktion der gegenseitigen Wirkung, d. i. eben das III. Axiom, seiner Massendefinition zugrunde. Daß sich beide, das Gegenwirkungsprinzip und die Massendefinition, mathematisch auf denselben oder ähnlichen Ausdruck bringen lassen, könnte an sich ebensogut beweisen, daß das III. Prinzip unnötig, wie daß die Massendefinition Machs überflüssig sei, wenn nicht der Umstand in Betracht käme, daß die Machsche Definition, wie wir gesehen, auf dem III. Prinzip basiert, während letzteres ohne jene Definition auskommt, indem es selbst den alten Newtonschen Massenbegriff verwendet, welcher trotz seiner theoretischen Unzulänglichkeit Newton bekanntlich vollständig hinreichte, das III. Prinzip, ein durchweg dynamisches Prinzip, aufzustellen. Newton kennt nur das Gegenwirkungsprinzip, also nur den unseres Erachtens richtigen Kraftbegriff. Den dynamischen Massenbegriff hat er nicht konstruiert.

Dieser Kraftbegriff war trotzdem fruchtbar genug, um andere mechanische Konstruktionen zu fördern. Der alte Massenbegriff konnte der Erkenntniskritik nicht widerstehen, der neue war eben aus erkenntnistheoretischen Gründen notwendig. Mach gewann ihn aus dem Inhalt des III. Prinzips.

Das willkürliche Festsetzen der Massendefinition erscheint übrigens mit der Ansicht unvereinbar, daß der Massenbegriff keine „Theorie“, also nur reine Tatsache sei. Eine Definition, die nur eine Tatsache bezeichnet, kann nicht willkürlich sein: eine willkürliche Festsetzung kann nicht reine Erfahrungen ausdrücken. Das Festhalten an der bloßen mathematischen Beziehung ist wohl der Grund, daß die konstruktiven Elemente von empirischen im Massenbegriff nicht scharf genug geschieden sind, daß der wichtige Anteil des Konstruktiven, der „Theorie“ an der Bestimmung der Tatsachen nicht voll eingeschätzt worden ist. Ist die Definition willkürliche Festsetzung, so muß sie außer reinen Tatsachen noch andere Elemente zum Ausdruck bringen.

Nach alledem ist der Einwand nicht mehr berechtigt, es sei ganz gleichgültig, ob man die Massendefinition gleichzeitig als Kraftdefinition oder umgekehrt betrachtet und, weil die Massendefinition mit dem Gegenwirkungsprinzip nach Mach identisch ist, ob dieses Prinzip die Massen- oder die Kraftdefinition enthält. Diese Meinung wird offenbar schon dadurch entkräftet, daß doch der Kraftbegriff von dem Massenbegriff total verschieden ist, wenn auch beide in engem Zusammenhange stehen. Daher erscheint uns ganz natürlich, daß Mach neben seinem dynamischen Massenbegriff auch den Kraftbegriff im Sinne des II. Prinzips aufrechterhält, während er das Gegenwirkungsprinzip, weil mit dem Massenbegriff identisch, als überflüssig aufgibt. Demnach bildet nach Mach der Massenbegriff den Inhalt des III. Prinzips, welches ihm also als Definition, jedoch der Masse, nicht der Kraft, gilt. Er scheidet das II. Prinzip vom III. wesentlich: dieses ist ihm die Massendefinition, jenes die Krafterklärung.

Wenn überhaupt eine Definition der Kraft notwendig oder wenn sie möglich erscheint, so ist sie nur im III. Prinzip geschaffen. „gegeben“. Es ist kaum exakt und richtig mit Petzoldt¹⁾ zu sagen,

¹⁾ J. Petzoldt: Weltproblem, 1912, S. 192 u. f.

die Kraft sei (in der Mechanik) nichts anderes als das Produkt $m\varphi$, aus der Masse m und der ihr erteilten Beschleunigung φ . In der praktischen Anwendung braucht man gewiß nicht mehr von ihr zu wissen, das Prinzip jedoch, die Definition muß viel mehr enthalten. Dieses Produkt muß einen physikalischen Sinn haben und es besitzt ihn auch tatsächlich: er liegt gerade im III. Axiom, d. i. in derjenigen Abhängigkeit zweier Körper, dank welcher und auf Grund welcher aus der Relation ihrer gegenseitigen Beschleunigungen das umgekehrte Verhältnis ihrer Massen notwendig folgt. Wäre die „Wirkung“ der „Gegenwirkung“ nicht gleich, wie das III. Prinzip verlangt, so hätten wir keinen Anlaß, keinen Grund, keine Berechtigung, das eine Glied der Relation vom anderen „loszureißen“, um es als selbständig zu benennen. Wir müssen wissen, warum es hinreichend ist, die auf einen Körper wirkende Kraft an seiner Masse m und der ihm erteilten Beschleunigung φ zu messen, während er doch im engsten Zusammenhang mit einem zweiten Körper steht, der ebenfalls seine Masse m' und seine Beschleunigung φ' „hat“. Wir müssen ein für allemal begründen, daß uns erlaubt ist, den anderen Körper ruhig zu vernachlässigen, trotzdem er „wirkt“, trotzdem also zwei Massen in Betracht kommen. Das III. Prinzip enthält unseres Erachtens diese Begründung und gerade in ihm finden wir das II. Prinzip gerechtfertigt. Petzoldt meint offenbar¹⁾, „es gäbe gar keine Kräfte“ und „soweit wir das Wort (Kraft) noch verwenden, bezeichnet es wieder nur genau definierte Hilfsmittel für die Beschreibung“. Darüber ist wohl kein Wort mehr zu verlieren, daß die Kraft als „Substanz“ u. dgl. nicht aufgefaßt werden kann. Aber damit ist noch lange nicht entschieden, daß die Kraft nur ein Wort, ein Name eines Produkts, also einer Zahl sei: schon deswegen nicht, weil die Bedeutung des „Existierens“ hier eindeutig nicht bestimmt ist. Kräfte lassen sich ebenso messen wie Massen und sind sonst (etwa als „Empfindungskomplexe“) ebensoviel oder ebensowenig erkennbar wie diese. Gibt es also keine Kräfte, so gibt es — in demselben Sinne des Wortes „es gibt“ — auch keine Massen, eine Konsequenz, die wir bei Petzoldt vermissen. Existieren Massen, so wird man auch die Existenz der mechanischen Kraft nicht leugnen

¹⁾ Ibid.

können, indem man unter Existenz versteht: daß das gegenseitige dynamische Verhalten zweier Körper eindeutig bestimmbar ist. Daß und wie es bestimmbar, drückt eben das III. Prinzip aus.

Die Frage der Existenz der Kräfte ist übrigens hier ganz nebensächlich. Es handelt sich nämlich nicht darum, ob die Kraft besteht oder nicht, ob sie eine Erfindung des Intellectes ist oder auch nicht, sondern 1. daß das III. Axiom die einzige Konstruktion des Kraftbegriffes in Newtons Mechanik ist und 2. daß dieses Prinzip auch nichts mehr darstellt. In der Chemie ist ähnlich die Frage nicht, ob die Atome real existieren, sondern wie wir uns sie denken und welche Eigenschaften wir ihnen zuschreiben müssen, um gewisse chemische Gesetze zu erklären. Wie die Äquivalente Richters uns der Atomhypothese nicht enthoben, ebensowenig befreien uns die Gleichungen Kirchhoffs von der Kraftkonstruktion. Die Kraft konnte schon Galilei messen, aber sein Begriff war theoretisch nicht befriedigend, daher die Aufstellung des III. Axioms von Newton, daher die eingehenderen Erörterungen von Mach, Maxwell, Poincaré u. a. über die Bedeutung der Kraft. Ähnlich wußte schon Newton die Masse zu messen, aber seine Definition war theoretisch mangelhaft. Von Newton bis Mach liegen Versuche vor, jene Definition durch eine strengere zu ersetzen.

Unter Zurückweisung der üblichen Kraftdefinitionen, wie Ursache der Bewegung u. dgl., tritt Poincaré an die Frage heran, wie sich Kräfte messen lassen, wann also zwei Kräfte gleich sind. Wirkt auf einen Körper C das Gewicht P nach abwärts und eine dem Gewicht gleiche Kraft F nach aufwärts, so besteht — sagt Poincaré — eigentlich das Gleichgewicht zwischen der Wirkung A des Körpers P auf C und der Kraft F, ebenso das Gleichgewicht zwischen der Gegenwirkung R des Körpers C auf P und dem Gewicht P, und endlich die Aufeinanderwirkung zwischen A und R. Erst daraus ergibt sich die Gleichheit von F und P. Wir sind also gezwungen, „in die Bestimmung gleicher Kräfte das III. Prinzip selbst schon einzuführen; daher ist dieses Prinzip nicht als Erfahrungsgesetz, sondern als Definition zu betrachten¹⁾“. Das Gleichgewicht und die Aufeinanderwirkung — meint weiter

¹⁾ Poincaré: *Wiss. u. Hyp.*, poln., Warschau 1908, S. 87.

Poincaré — sind jedoch nicht hinreichende Mittel, die Gleichheit zweier Kräfte zu bestimmen; denn man setzt noch immer voraus, daß wenigstens gewisse Kräfte, während sie „übertragen“ werden, hinsichtlich ihrer Größe und Richtung unverändert bleiben, was nicht exakt sei. Daher greift Poincaré auf das Newton-Kirchhoffsche Gesetz $P = mg$ zurück, welches „daher aufhört, die Rolle eines Erfahrungsgesetzes zu spielen; es wird einfach eine Definition¹⁾“. Diese Definition ist aber ebenfalls unzulänglich, solange wir nicht wissen, was Masse ist. Man müsse daher zur Bestimmung der Massen wiederum das III. Prinzip zu Hilfe nehmen, und zwar „nicht als empirisches Gesetz, sondern als Definition²⁾“, und für zwei Körper, die aufeinander wirken, mit der Kraft $p_1 = m_1g_1$ und $p_2 = m_2g_2$, auf Grund des III. Axioms als Definition, hinschreiben: $m_1g_1 = m_2g_2$, womit die Beziehung beider Massen bestimmt und nur noch durch die Erfahrung zu bestätigen ist. Nun entsteht wiederum eine neue Schwierigkeit. Obige Erwägung setzt voraus, die Körper A und B seien dem Einfluß anderer Körper entzogen, oder wenigstens „die Wirkung eines Körpers C auf A werde zu der Wirkung des Körpers B auf A einfach addiert, wobei die Anwesenheit des Körpers C die Wirkung B auf A nicht im geringsten verändert³⁾“. Diese Voraussetzung ist bloß eine Hypothese (der „Zentralkräfte“) und ihre Gewißheit ist uns keineswegs gewährleistet. Wird aber diese hinfällig, so hört auch die oben gefundene Regel für die Messung der Massen auf, anwendbar zu sein. Dann bekommt das III. Prinzip folgenden Sinn: „die geometrische Resultante sämtlicher Kräfte, die angelegt sind an einzelnen Körpern eines Systems, das keinem Einfluß äußerer Wirkungen unterliegt, ist gleich Null, oder anders: die Bewegung des Schwerpunkts dieses Systems ist geradlinig und gleichförmig⁴⁾“. Da es aber kein vollkommen isoliertes System der Körper, das Weltall ausgenommen, gibt, so ist dieses Gesetz nur in bezug auf das Weltall selbst ganz richtig, jedoch nicht kontrollierbar, da die Bewegung des Weltallmittelpunktes unserer Beobachtung absolut unzugänglich ist. Damit fällt also die letzte Möglichkeit weg, Massen etwa durch Beobachtung der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung eines geschlossenen Massensystems zu bestimmen. Massen seien also zu

1) Ibid.

2) Ibid.

3) Ibid. S. 88 u. f.

4) Ibid. S. 89.

dekretieren als: „Koeffizienten, deren Einführung in die Rechnung bequem ist¹⁾“. Was aber das III. Prinzip betrifft, so ist es empirisch annäherungsweise bestätigt, und zwar insofern, als die Bewegung des Schwerpunktes eines in Annäherung isolierten Körpersystems auch als annäherungsweise geradlinig und gleichförmig in Übereinstimmung mit dem III. Prinzip beobachtet wird. „Es ist eine Erfahrungswahrheit, die Erfahrung wird sie aber nicht erschüttern können; denn was würde uns eine von den früheren exaktere Erfahrung sagen? Bloß, daß das Gesetz nur annäherungsweise richtig war, das wußten wir aber schon vorher²⁾.“

Auch für Poincaré ist also das III. Prinzip offenbar eine Definition. Nur ist sie eben weder die Definition der Masse noch die der Kraft. Was definiert sie also? Dies erfahren wir nicht. Poincaré will also darunter wohl nur verstehen, daß das III. Prinzip weder ein empirisches Gesetz noch eine apriorische Wahrheit ist, sondern nur eine Übereinstimmung, eine Konvention. „Vermöge der Konvention ist die Wirkung der Gegenwirkung gleich³⁾.“ Jedoch hat dasselbe Prinzip nach Poincaré, wie wir bereits gesehen haben, auch einen anderen Sinn und gerade in diesem anderen Sinne erscheint es ihm als ein Erfahrungsgesetz. Wie kann nun eine Konvention zugleich ein Erfahrungsgesetz sein? Wie kann eine Konvention über einen Tatsachenzusammenhang entscheiden, eine Übereinstimmung zugleich eine, wenn auch „idealisierte“, Beziehung der Wirklichkeits-elemente sein? Ist denn eine Konvention überhaupt nur eine Idealisierung der Erfahrung? Diese Fragen drängen sich um so mehr auf, als der Begriff der Konvention bei Poincaré sehr weitläufig und, streng genommen, vieldeutig ist. Jede Definition ist eine Konvention, sehr viele Hypothesen sind es ebenfalls, auch der Benennungsakt z. B. der kristallographischen Achsen, die Wahl einer Achse als x u. dgl. ist Sache der Übereinstimmung. Und doch hat die Konvention gewiß einen anderen Sinn, wenn sie uns etwas bloß bezeichnet, als wenn sie eine Definition oder Hypothese darstellt. In beiden letzteren Fällen gibt uns die Erfahrung nur den allgemeinen Rahmen, innerhalb welchem unsere Betätigung frei ist. Man könnte sagen, daß sie in gewissen Grenzen uns nicht zwingt, eine angenommene Definition oder

1) Ibid. S. 90.

2) Ibid. S. 91.

3) Ibid.

Hypothese zu ändern. Werden wir aber diese Grenzen nie überschreiten? Außerdem unterliegt bekanntlich nach Poincaré die Definition dem Wahrheitskriterium nicht, sie kann weder wahr noch falsch sein, die Hypothese ist jedoch sehr oft wahrscheinlich. Ohne auf die erschöpfende Kritik der Bedeutung der Konvention im Sinne Poincarés Anspruch zu erheben, können wir doch manche Zweifel dieser Frage gegenüber nicht unterdrücken.

Könnte man ein empirisches, nur annähernd geltendes Gesetz unter gewissen Voraussetzungen, Vereinfachungen u. dgl. auf gewisse, ideale, den Tatsachen entsprechende Gegenstände beziehen und auf diese Weise dasselbe exakter fassen, so wäre seine Nützlichkeit gewiß ungemein groß und wertvoll, wenn und insofern es der weiteren Kontrolle der Erfahrung entzogen bliebe; so z. B. wenn man das Bewegungsgesetz des Schwerpunktes, welches in bezug auf ungefähr isolierte Systeme, wie sie in der Natur allein vorkommen, nur annähernd gilt, selbst auf ideale, d. h. vollkommen isolierte Systeme übertragen würde und es ganz exakt präzisierete. Da entsteht nun aber gerade die Frage, ob eine derartige Idealisierung imstande ist, ein Erfahrungsgesetz, welches in betreff der in ihm ausgedrückten Verhältnisse nur entweder wahr oder falsch sein kann, in eine Konvention umzuwandeln, die nach Poincaré bekanntlich weder wahr noch falsch sei. Es ist fraglich, ob die Idealisierung in diesem Sinne ein bloß angenährtes Gesetz in ein vollkommen gültiges zu überführen vermag, oder aber nur in ein solches, das überhaupt weder wahr noch falsch ist.¹⁾

Vom Standpunkte Poincarés kann man, wie wir glauben, diese Fragen folgenderweise beantworten: beide Sätze: 1. die Gültigkeit eines Gesetzes ist vollkommen und 2. dieses Gesetz ist eine Definition und insofern weder wahr noch falsch — sind ganz gleichbedeutend. „Nehmen wir an“ — meint Poincaré¹⁾ —, „die Astronomen haben entdeckt, daß die Gestirne nicht genau dem Newtonschen Gesetze folgen. Dann hätten sie die Wahl frei, zu behaupten, entweder daß die Gravitationskraft sich nicht genau im umgekehrten Verhältnis zum Quadrat der Entfernung ändert, oder auch, daß die Gravitation nicht die einzige Kraft ist, die auf

¹⁾ Poincaré: Wert der Wissenschaft (poln. Übers.), Warschau 1908, S. 153 u. f.

die Sterne wirkt, sondern daß sich ihr noch eine Kraft anderer Art anschließt.“ Im letzten Falle wäre das Gesetz Newtons schon eine Definition, ein „Prinzip“. Wenn wir uns entschließen, daß die Gravitation zwar die einzige auf die Gestirne wirkende Kraft ist, daß sie aber nicht genau dem Newtonschen Gesetze entspricht, dann ist das Gesetz derart, daß es stets der berichtigenden Revision der Erfahrung unterliegt; sind wir aber damit einverstanden, daß die Gravitation exakt nach dem Gesetze von Newton wirkt, indem wir annehmen, daß außer ihr noch andere Kräfte tätig sind, dann wird das Gesetz zu einer Definition, insofern es sich nunmehr der Kontrolle der Erfahrung entzieht. Von diesem Gesichtspunkte dürfte jedes allgemeine Gesetz sich in ein „Prinzip“, eine Definition überführen lassen und wohl auch umgekehrt. In beiden Fällen leiten wir ja auf gleiche Art die Tatsachen aus einem allgemeineren Grunde, d. i. aus einem empirischen Gesetze oder aus einem Prinzip ab bzw. suchen und finden wir auf ähnliche Weise für gegebene Tatsachen einen Grund (ein Gesetz oder ein Prinzip). Der Unterschied liegt nur darin, daß unter Gesetz eine Verallgemeinerung der Tatsachen verstanden wird, welche der Korrektur der Erfahrung unterliegt, unter Definition dagegen eine Verallgemeinerung, die wir dieser Kontrolle bereits enthaben haben. Von diesem Standpunkte aus dürfte es also gleichgültig sein, ob das III. Axiom für ein Erfahrungsgesetz oder für ein Prinzip, für eine konventionelle Definition gehalten wird und Poincaré würde vielleicht recht haben, wenn er dem III. Prinzip den doppelten Charakter des Erfahrungsgesetzes und der Konvention zuschreibt¹⁾. Untersuchen wir aber näher diese Methode der Umwandlung eines Tatsachengesetzes in eine von der Erfahrung unabhängige Konvention, so können wir nicht übersehen, daß die Methode stets auf der gleichzeitigen Einführung einer erst zu bestätigenden Voraussetzung, einer Hypothese beruht. Bestimmen wir auf Grund eines Übereinkommens, daß 1. die Gravitation das Newtonsche Gesetz genau befolgt, so müssen wir gleichzeitig annehmen, daß 2. sie nicht die einzige auf die Sterne wirkende Kraft ist. Das Prinzip (1), entstanden aus dem Erfahrungsgesetze, kann nur solange und insofern exakt und von der Erfahrung unabhängig bleiben, als die obige Voraus-

¹⁾ Ähnlicher Standpunkt betreffs des gemischten Charakters des III. Prinzips bei W. Natanson, op. cit.

setzung (2) zutrifft und solange sie, die ja selbst kontrollierbar ist, von der Erfahrung nicht widerlegt wird. Und was von der Erfahrung bestätigt wird, kann von ihr auch aufgehoben werden. Sollte also die Erfahrung einmal zuungunsten unserer Voraussetzung (2) entscheiden, so müßten wir das Prinzip (1) selbst als solches aufgeben und es bloß als ein Erfahrungsgesetz anerkennen, welche Möglichkeit wohl aus keinem prinzipiellen Grunde ausgeschlossen ist. Man kann zwar einwenden, daß auch diese Hypothese (2) wieder in ein Prinzip und eine zu verifizierende Voraussetzung zerlegbar ist; aber dieses Verfahren würde die Schwierigkeit nur verschieben, nicht lösen. Jedenfalls ist also die Erfahrung imstande selbst ein „Prinzip“ zu erschüttern, und es beruht offenbar auf einer Täuschung, wenn wir glauben, das Prinzip über jede Erfahrung erhoben zu haben; nur eine zeitweilige, vorübergehende Unabhängigkeit ist es, fest und unveränderlich in den Grenzen der Gültigkeit jener Hypothese, die von der Erfahrung abhängt.

Im Sinne der bereits analysierten Gedanken Poincarés ist das III. Axiom von Newton eine Definition insofern, als es 1. von der Erfahrung unwiderlegbar, weil unkontrollierbar ist, 2. von einem Erfahrungsgesetz entstanden, konventionell in eine Definition umgeformt wurde. Eine andere Bedeutung müssen wir diesem Axiom auf Grund der bisherigen Erörterungen beimessen, indem wir es für eine Definition im logischen Sinne erklären: es gilt uns 1. als eine Konstruktion, die jene Merkmale konstituiert, welche die Analyse der unmittelbaren Erfahrung der Muskelkraft ergab, und in der Konsequenz 2. als der Erfahrung insofern unterworfen, daß uns diese zwingen kann, die geschaffene Konstruktion zu ändern oder selbst aufzugeben.

Indem Poincaré das III. Prinzip als Konvention betrachtet, auf die sich nur das Kriterium der Bequemlichkeit bezieht, übersieht er, daß die Erfahrung uns nötigen kann, dieses Übereinkommen (Konvention) zugunsten eines bequemeren aufzuheben, wenn sie uns auch nichts über die Wahrheit dieses oder jenes sagen sollte. So bleibt also sowohl für das Merkmal der Wahrheit als auch für das der Bequemlichkeit nur ein Kriterium: die Erfahrung; was ihr widerspricht, kann weder wahr noch bequem sein. Erst da kann der Bequemlichkeitsmaßstab seine Anwendung finden, wo kein Widerspruch mit der Erfahrung vorliegt, wo diese also

verschiedene, theoretisch gleich mögliche Konstruktionen zuläßt. Wie immer wir auch das III. Axiom auffassen würden, als Konstruktion, Hypothese oder auch als Prinzip, wir dürfen ihm nicht die Eigenschaft jener absoluten Unabhängigkeit von den Tatsachen zuschreiben, die es von der Möglichkeit jeder Revision sicherte.

Das III. Prinzip läßt sich nur mit dem Vorbehalt verstehen, daß beide aufeinanderwirkende Körper nicht nur von allen anderen isoliert sind, was Poincaré mit Recht hervorhebt, sondern auch, daß jeder als „von außen“ auf den anderen wirkend gedacht wird. Dies postulieren schon sowohl die „Definitiones“, als auch das I. Prinzip von Newton, wo die Kraft „von außen“ auf den Körper wirkt und ihn zur Änderung des Zustandes der Ruhe oder desjenigen der gleichförmigen und geradlinigen Bewegung zwingt. Gerade deshalb, weil das III. Prinzip die Definition der Kraft ist und diese in Newtons Mechanik nicht anders denn als Wirkung „von außen“ betrachtet werden darf, gilt das Prinzip, solange nur ein Körper den anderen als von außen wirkend gegenübergestellt wird. Geben wir diesen Gesichtspunkt auf und betrachten wir dieselben zwei Körper als Teile eines Systems, so verliert das III. Axiom seine Gültigkeit und Anwendbarkeit als Kraftdefinition. Denn dann existiert bloß ein System, dem sich laut Voraussetzung kein darauf von außen wirkender Körper entgegenstellt, womit allein dem Trägheitsprinzip entsprochen wird. Prof. Natanson¹⁾ bemerkt interessant und richtig: „Wir setzen voraus, daß ein Körper anderen Körpern Beschleunigungen erteilen kann, aber gleichzeitig nehmen wir an, daß er sich selbst keine Beschleunigung zu erteilen vermag. Beide Annahmen widersprechen sich nicht im geringsten. Die eine ist wohl die Folge der anderen.“ Findet die Kraft im Sinne des III. Prinzips nur auf zwei Körper Anwendung, so ergibt sich, indem man die Körper als Teile eines einzigen Systems ansieht, der Satz von der Trägheit ihres Massenmittelpunktes. Betrachten wir anderseits einen Körper als ein aus zwei Teilen zusammengesetztes System, dann liegt offenbar nur ein anderer Fall zweier ein System bildender Körper vor — stets ist das Trägheitsprinzip die Folge der Auffassung zweier Körper oder zweier Teile eines Körpers als Teile eines einzigen Systems. Beide Prinzipien, das der Trägheit und das dritte als

¹⁾ W. Natanson, loco cit.

Kraftdefinition, stehen ersichtlich in dem Zusammenhange, daß jenes die Folge, der Spezialfall von diesem ist. Deshalb bleibt, insofern das III. Gesetz richtig ist, auch das Trägheitsgesetz gültig, und was diesem widersprechen würde, dürfte auch jenes widerlegen. Nichtsdestoweniger aber beweist die Bestätigung des Trägheitsprinzips noch immer nicht die Richtigkeit des der Aufeinanderwirkung. In diesem Sinne ist die Behauptung zu verstehen, daß letzteres, obwohl unmittelbar nicht verifizierbar, dennoch von jeder erfahrungsmäßigen Prüfung nicht frei ist: die Erfahrung kann, prinzipiell genommen, den Umbau der Konstruktion, die im III. Gesetz zum Ausdruck kommt, erzwingen.

Kurze Zusammenfassung nebst einigen allgemeinen Bemerkungen. Nicht an der Lösung der vielumstrittenen Frage nach der Existenzberechtigung des Kraftbegriffs war uns hier gelegen; ebensowenig etwa an der Bedeutung dieses Begriffs vom Standpunkt der neuen Mechanik, der Elektrodynamik u. dgl., wie überhaupt die Zentralfrage dieser Arbeit trotz allem Anschein nicht dem Kraftbegriff gilt. Unser Interesse ist vielmehr von Anfang an dem III. Prinzip von Newton zugewendet und unsere Frage ist einfach die: Was ist das Prinzip seiner Stellung im System der Mechanik Newtons nach und hauptsächlich in seiner Beziehung zu den Tatsachen selbst?

Die seit Jahrhunderten eingebürgerte und allgemein verbreitete Meinung von der Evidenz der Axiome der Mathematik ist um die Hälfte des vorigen Jahrhunderts dank den Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie gänzlich widerlegt worden. Damit war die Frage aufgerollt, welche Bedeutung nun den Axiomen in bezug auf die deduktive Theorie und auf die Erfahrung zukommt. Man ist zu weit auseinandergelungen hierüber gelangt: Axiome, Postulate, Prinzipien der deduktiven Wissenschaften haben sich als nicht ganz untereinander gleichbedeutende und auch als an sich nicht streng eindeutige Begriffe erwiesen.

Wie steht es nun um die sogenannten „Prinzipien“ oder „Axiome“ der Mechanik? Newton selbst nannte sie „leges motus“. Während das Wort „Prinzip“ uns wieder den Gedanken der Evidenz nahelegt, scheint der Newtonsche Ausdruck keinen Zweifel darüber auftauchen zu lassen, daß es Gesetze, induktiv gefundene, empirische, ungefähr geltende Tatsachenzusammenhänge, Regelmäßigkeits-

beschreibungen sind, von so vielen anderen Gesetzen der Mechanik nur dem Grade der Allgemeinheit nach verschieden und bloß dieser größeren Allgemeinheit wegen sämtlichen anderen Gesetzen vorangestellt:

Wenn auch ein trügerischer Anschein von Evidenz über den meistens und wohl selbst von Newton für das III. Prinzip angeführten Beispielen liegt, sprechen gewisse Momente doch stark genug gegen die Evidenz, so nicht nur der Umstand, daß es so lange vollständig unbekannt geblieben ist, sondern namentlich, daß es über die Gleichheit zweier Wirkungen, also über eine quantitative Beziehung aussagt.

Ist es ein empirisches Gesetz, dann muß es (A) sowohl den Tatsachen seinen Ursprung verdanken als auch (B) auf sie anwendbar sein. Beides scheint zuzutreffen. Wir weisen nun nach: 1. es genügt die Muskelspannung, also eine Tatsache der unmittelbaren Erfahrung zum Ausgangspunkt zu nehmen, um die Korrelativität der (Muskel-) Wirkung und der (Widerstands-) Gegenwirkung einzusehen und indem man die korrelativen Wirkungen als Größen voraussetzt, wozu Galileis Ergebnisse berechtigen, auch die Gleichheit der Wirkungen — folglich den Inhalt des III. Prinzips — voll zu gewinnen und anzuerkennen; 2. die meisten Tatsachen, die das Prinzip zu stützen oder gar zu „beweisen“ scheinen, sind nicht im geringsten hinreichend, das Prinzip ahnen, geschweige denn es aufstellen zu lassen; selbst die rückhaltlosesten Verehrer der „nackten“ Tatsachen übersehen eben die Ungleichwertigkeit verschiedener Tatsachen, ihre sozusagen mannigfaltige Valenz, wodurch nur gewisse unter ihnen (im Gegensatz zu sehr vielen anderen) gestatten, mit Hilfe der Analyse sofort selbst ein umfangreiches Wirklichkeitsgebiet zu umspannen; wir stellen fest: 3. das III. Prinzip ist von der Erfahrung nie widerlegt, aber — auch nicht bestätigt worden, denn unmittelbar wird nur das Trägheitsprinzip kontrolliert, das eine Folge jenes Prinzips ist, welches selbst in den Grenzen der Gültigkeit des Trägheitsaxioms von den Tatsachen sozusagen unberührt bleibt. Wir heben noch folgendes hervor: 4. Wäre das Gegenwirkungsprinzip wirklich ein Gesetz, und zwar ein „drittes“, ein den anderen zwei ebenbürtiges, außer und neben ihnen gültiges Gesetz, dann müßte es eine Verallgemeinerung sein, wie jene es sind, freilich, um nicht überflüssig zu sein, eine Verallgemeinerung

anderer Tatsachen, nicht derselben, die schon in jenen Gesetzen enthalten sind. Dies ist indessen nicht richtig: 1. deshalb nicht, weil keine einzige neue Tatsache für die Aufstellung des III. Prinzips notwendig ist, die nicht bereits im Beobachtungsmaterial der beiden anderen Prinzipien gegeben wäre, 2. aber, weil eben das Prinzip, indem es keine neue Verallgemeinerung neuer Tatsachen ist, verschieden von jenen, welche die Galileische Kraft schon beinhaltete, somit überhaupt keine Verallgemeinerung im Sinne der empirischen Gesetze darstellt.

Es ist eine Ergänzung jener beiden Prinzipien, eine Ergänzung der Erfahrung, insofern es eine neue Definition der Kraft schafft. Der Fortschritt der Wissenschaft besteht ja nicht nur in der Gewinnung stets neuer Verallgemeinerungen infolge von Erweiterung der Tatsachengebiete oder von Zusammenschweißung bisher gesondert liegender Wirklichkeitsabschnitte, sondern ebenso sehr in der eingehenderen Analyse und Kritik der Begriffe und Methoden. Das III. Prinzip bildet das Ergebnis einer genaueren Analyse derselben Zusammenhänge, die in der unmittelbaren Erfahrung der Muskelspannung beobachtet werden können, und die im Grunde auch in dem Galileischen Kraftbegriff enthalten, obgleich nicht ausgedrückt waren. Wir verallgemeinern nicht nur, wir ergänzen auch Tatsachen durch Gedankenkonstruktionen und in ihnen. In diesem Sinne einer Konstruktion, nicht etwa in der Bedeutung einer nominalistischen Konvention, wie sie die Mathematiker ihren deduktiven Theorien zugrunde zu legen pflegen, ist das III. Prinzip eine Definition, und zwar eine Kraftdefinition. Von derartigen Definitionen gilt die treffende Bemerkung Whewells: „Das Geschäft des Definierens ist ein Teil des Geschäfts des Entdeckens.“ . . . (bei Mill, dtsh., Braunschweig 1849, S. 468).

Eine Kraftdefinition war dringend notwendig; was in den „Definitiones“ über Kraft vorliegt, konnte ebensowenig hinreichen wie das, was ebenda über Trägheit erklärt wird; daher folgt auf die Definitiones der erste Satz ebenso wie der dritte. Die Galileische Definition war nicht exakt, trotzdem sie geeignet war, die Kraft messen zu lassen. Einen ganz ähnlichen Fall bietet die Mechanik noch einmal im Massenbegriff. Newton machte uns mit dem Messen der Massen bekannt, seine Definition der Masse war nichtsdestoweniger theoretisch unzulänglich und Mach suchte mit Recht einen

neuen dynamischen Massenbegriff einzuführen. Exakte Definitionen sind eben von unermesslicher Tragweite, wenn sie auch der Voraussage der Tatsachen unmittelbar nicht dienen. Auch Poincaré u. a. hätten dem Sinn und der Rolle des III. Prinzips nicht nachgeforscht, wenn es nur an dem Messen der Kräfte läge; die Kirchhoffsche Definition wäre ja hinreichend. Die Bequemlichkeit des Kraftbegriffs war wohl ebensowenig das Hauptziel; das II. Prinzip würde bequem genug sein, da es nicht nur Kräfte zu messen gestattet, sondern dies auf „möglichst einfache“ Art zu tun lehrt. Kirchhoff erscheint uns daher konsequent, wenn er der Forderung der Einfachheit der Beschreibung gemäß bei der üblichen Definition bleibt, ohne nach dem Sinn des III. Prinzips zu fragen.

Eine Kraftdefinition scheint aber deswegen gerade an der Spitze der Newtonschen Mechanik notwendig gewesen zu sein, weil die Kraft bei Newtons Vorgängern, selbst bei Galilei, wie wir gesehen, als Eigenschaft eines Körpers mehr oder weniger offen vorgestellt wurde. Diese „Eigenschaft“ wird nun in Newtons Mechanik zum erstenmal weggeräumt und durch eine Beziehung (zweier Körper resp. zweier Relationen: Wirkung, Gegenwirkung) ersetzt. Derartiger weittragender Fortschritte in der Klärung wissenschaftlicher Begriffe hat das XIX. Jahrhundert — dank der Erkenntniskritik — viele nachzuweisen, um nur an Atome, Äther, Substanz, Affinität, Wärme u. dgl. m. zu erinnern, Fortschritte, die gerade in der Auflösung von „Dingen“, „Eigenschaften“ in Relationen bestehen. Es darf nur ganz natürlich erscheinen, daß Newtons wissenschaftliches Genie die Tragweite der von ihm eingeführten neuen, exakten Kraftdefinition zu würdigen gewußt und diese dementsprechend neben die hergekommenen Hauptprinzipien als *lex tertia* hingestellt hat.

Krakau, Juli 1920.

