

62 / 1979

P. Perzyna, R. B. Pęcherski

**ANALIZA WPLYWU PRĘDKOŚCI
ODKSZTAŁCENIA
NA ZNISZCZENIE PLASTYCZNE
METALI**

P. 269



WARSZAWA 1979

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 3 grudnia 1979 r.

Zarejestrowana pod nr 62/1979



57184

N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 150 egz. Ark.wyd. 1. Ark.druk.1,75.

Oddano do drukarni w grudniu 1979 r.

Nr zamówienia 756/0/79

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul.Śniadeckich 8

ANALIZA WPŁYWU PRĘDKOŚCI
ODKSZTAŁCENIA NA ZNISZCZENIE PLASTYCZNE
METALI

1. Wstęp

W wielu zagadnieniach praktycznego zastosowania rozwiązań plastyczności i lepkoplastyczności ważną rolę odgrywa określenie odpowiedniego kryterium zniszczenia plastycznego. Rezultaty badań doświadczalnych wykazują, że zniszczenia plastyczne metali zależy w istotny sposób od wzmocnienia plastycznego stanu naprężenia, temperatury, prędkości odkształcenia oraz oddziaływania środowiska zewnętrznego powodującego degradację właściwości materiału /np. napromieniowanie, korozja/. Sformułowanie ogólnego kryterium, które uwzględniałoby wpływ wymienionych czynników jest bardzo trudne i pozostaje nadal problemem otwartym. Zazwyczaj rozpatruje się szczególne sytuacje ograniczając rozważania do określonej klasy procesów odkształcenia i stanów obciążenia. Można wtedy przyjąć, że pęknięcie materiału nastąpi wówczas, gdy pewien niezmiennik tensora odkształcenia osiągnie wartość krytycznego odkształcenia plastycznego. W wielu przypadkach można założyć, że krytyczne odkształcenie zależy jedynie od prędkości odkształcenia, a pozostałe czynniki mają znacznie drugorzędne. Tak będzie na przykład w zagadnieniu propagacji szczeliny w rozciąganej tarczy z miękkiej stali w temperaturze pokojowej.

Celem pracy jest analiza wpływu prędkości odkształcenia na zniszczenia plastyczne metali w płaskim stanie naprężenia. Wykorzystamy przy tym wyniki badań doświadczalnych propagacji.

szczeliny w cienkiej metalowej tarczy, uzyskane przez KANNINE-NA et al. [6], oraz równania modelu szczeliny DUGDALE'a [2]. Wzrostowi i propagacji szczeliny w metalach towarzyszy lokalna strefa plastyczna charakteryzująca się dużym gradientem odkształcenia oraz wysokimi prędkościami odkształcenia rzędu od 10^3 do 10^6 s^{-1} . Dlatego badania doświadczalne propagacji szczeliny mogą dostarczyć wiele cennych informacji o wpływie prędkości odkształcenia na zniszczenie plastyczne metali. Wynika z tego również konieczność zastosowania, do teoretycznej analizy procesu odkształcenia w strefie plastycznej, równań konstytutywnych lepkoplastyczności.

Podstawowym rezultatem uzyskanym w pracy jest określenie zależności krytycznego odkształcenia plastycznego od prędkości odkształcenia. Zaproponowano ponadto nowy, uproszczony, opis propagacji szczeliny w rozciąganej tarczy, który daje lepszą zgodność z wynikami doświadczeń w porównaniu z tymi jaki podali KANNINEN et al. [6].

2. Dyskusja podstawowych założeń i rezultatów doświadczalnych

Rozważmy nieskończoną tarczę, z pojedynczą szczeliną, poddaną równomiernemu rozciąganiu naprężeniem T . Badania doświadczalne wykazują, że w wielu takich przypadkach obserwuje się wąską strefę plastyczną w kształcie klina, która jest jak gdyby przedłużeniem otwartej szczeliny. Jest to szczególnie dobrze widoczne w przypadku miękkiej stali oraz innych metali, które wykazują słabe wzmocnienie plastyczne i charakteryzują się wyraźną granicą plastyczności. Na podstawie tego spostrzeżenia DUGDALE [2] zaproponował model szczeliny jak na rys. 1a. Model ten opiera się na następujących założeniach /DUGDALE [2], GOODIER FIELD [3] /:

1. Materiał w strefie plastycznej jest sztywno - idealnie plastyczny, a poza strefą jest sprężysty.

2. W strefie plastycznej działa równomierne naprężenie rozciągające równe statycznej granicy plastyczności na rozciąganie Y_s .

3. Grubość strefy plastycznej jest tak mała, że problem rozciągania nieskończonej tarczy sprężystej ze szczeliną $2c$ i strefami plastycznymi g można zastąpić równoważnym zadaniem nieskończonej tarczy sprężystej z otworem w kształcie spłaszczonej elipsy o długości $2(c+g)$ obciążonej jak na rys.1.

4. Długość strefy plastycznej g jest tak dobrana aby usunąć oszczędność w rozkładzie naprężenia w obszarze przed frontem szczeliny.

Wykorzystując powyższe założenia DUGDALE [2] wyprowadził następujący wzór na długość strefy plastycznej:

$$/2.1/ \quad \frac{g}{c} = \sec \frac{\pi I}{2 Y_s}$$

a GOODIER i FIELD [3] określili przemieszczenie na froncie szczeliny u_c :

$$/2.2/ \quad u_c = u(c, 0) = \frac{4 Y_s c}{\pi E} \operatorname{Insec} \frac{\pi I}{2 Y_s}$$

gdzie E jest modułem Younga.

Dla mniejszych wartości naprężenia / $\frac{I}{Y_s} < 0.7$ / równanie /2.2/ można aproksymować /HAHN, ROSENFELD [4] /:

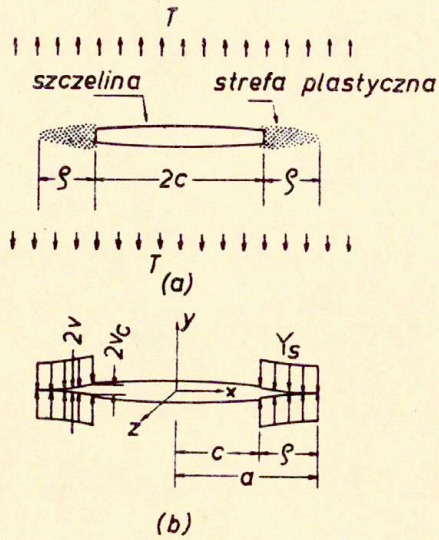
$$/2.3/ \quad u_c = \frac{\pi c I^2}{2 E Y_s}$$

lub korzystając z definicji współczynnika intensywności naprężenia:

$$/2.4/ \quad K = I \sqrt{\pi c}$$

następująco:

$$/2.5/ \quad u_c = \frac{K^2}{2 E Y_s}$$



rys. 1

W pracy KANNINENA et al. [6] zaproponowano przybliżoną zależność między przemieszczeniem u_c a odkształceniem ϵ_c na froncie szczeliny:

$$/2.6/ \quad \epsilon_c = \ln \frac{1}{1 - B u_c}$$

gdzie B jest pewną stałą.

KANNINEN et al. [6] mierzyli prędkość propagacji szczeliny w rozciąganych tarczach z miękkiej stali. Początkowa długość szczeliny wynosiła $2c = 0.220 \text{ in} / 0.5588 \text{ cm}$. Badania przeprowadzono dla różnych poziomów naprężenia określonych przez bezwymiarowy parametr $\xi = \frac{I}{Y}$. Zaobserwowano, że zniszczenie plastyczne w obszarze przed frontem szczeliny jest kontrolowane przez prędkość odkształcenia $\dot{\epsilon}$ i wiąże się z pewnym krytycznym odkształceniem plastycznym ϵ_c^* . Stwierdzono, że po przekroczeniu wartości $\epsilon_c^* = 0.24$ następuje stateczny wzrost szczeliny do około 10% jej początkowej długości. Prędkość szczeliny U jest wtedy bliska zeru. Odpowiada jej prędkość odkształcenia w strefie plastycznej rzędu 10^{-3} s^{-1} . W przedziale prędkości

$$U \in (0, 1) \frac{\text{ft}}{\text{s}}, \quad U \in (0, 0.3048) \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \text{obserwuje się}$$

wzrost krytycznego odkształcenia plastycznego do poziomu

$$\epsilon_c^* = 1.10. \text{ Początkowy okres ruchu z ustaloną prędkością U}$$

$$\text{rzędu od } U = 1.6 \frac{\text{ft}}{\text{s}} (0.4877 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \quad \text{do } 9 \frac{\text{ft}}{\text{s}} (2.7432 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

trwa dotąd dopóki długość szczeliny nie przekroczy wartości $2c = /0.44 - 0.57/\text{in}, /1.1176, 1.3716/\text{cm}$.

Odpowiada to wartości współczynnika intensywności naprężenia z przydziału $K \in /67, 78/ \text{ ksi } \sqrt{\text{in}}, K \in /73.633, 85.722/ \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Ruchowi ustalonemu szczeliny towarzyszy wzrost naprężenia, który jest potrzebny do pokonania zwiększającego się krytycznego odkształcenia plastycznego. Dla wyższych prędkości $U > 9 \frac{\text{ft}}{\text{s}} (2.7432 \frac{\text{m}}{\text{s}})$ następuje niestateczna propagacja szczeliny. Odpowiada to prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon} > 10^3 \text{ s}^{-1}$.

. Rezultaty doświadczalne oraz opis teoretyczny propagacji szczeliny, uzyskane w pracy KANNINENA et al. [6], odnoszą się głównie do tego ostatniego przypadku, w którym istotną rolę odgrywa liniowa zależność granicy plastyczności od prędkości odkształcenia.

Brakuje natomiast odpowiedniego opisu teoretycznego wzrostu i propagacji szczeliny w przedziale prędkości $U \in (0,9) \frac{ft}{s}$, $U \in (0,27432) \frac{m}{s}$. Odpowiada to w przybliżeniu przedziałowi prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon} \in (10^{-3} - 10^3) s^{-1}$, w którym dynamiczna granica plastyczności jest silnie nieliniową funkcją $\dot{\epsilon}$. W takiej sytuacji mogą znaleźć zastosowanie równania zmodyfikowanej teorii lepkoplastyczności zaproponowane w pracy [7].

Uproszczony opis propagacji szczeliny zaproponowany przez KANNINENA et al. [6], opiera się na następujących założeniach:

1. Gradient odkształcenia w obszarze przed frontem szczeliny jest w przybliżeniu niewrażliwy na prędkość propagacji szczeliny U i zależność między prędkością odkształcenia $\dot{\epsilon}$ a wielkością U jest następująca:

$$/2.7/ \quad \dot{\epsilon} = \frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U$$

2. Dynamiczna granica plastyczności określona jest następująco:

$$/2.8/ \quad Y = Y_s + F \dot{\epsilon}$$

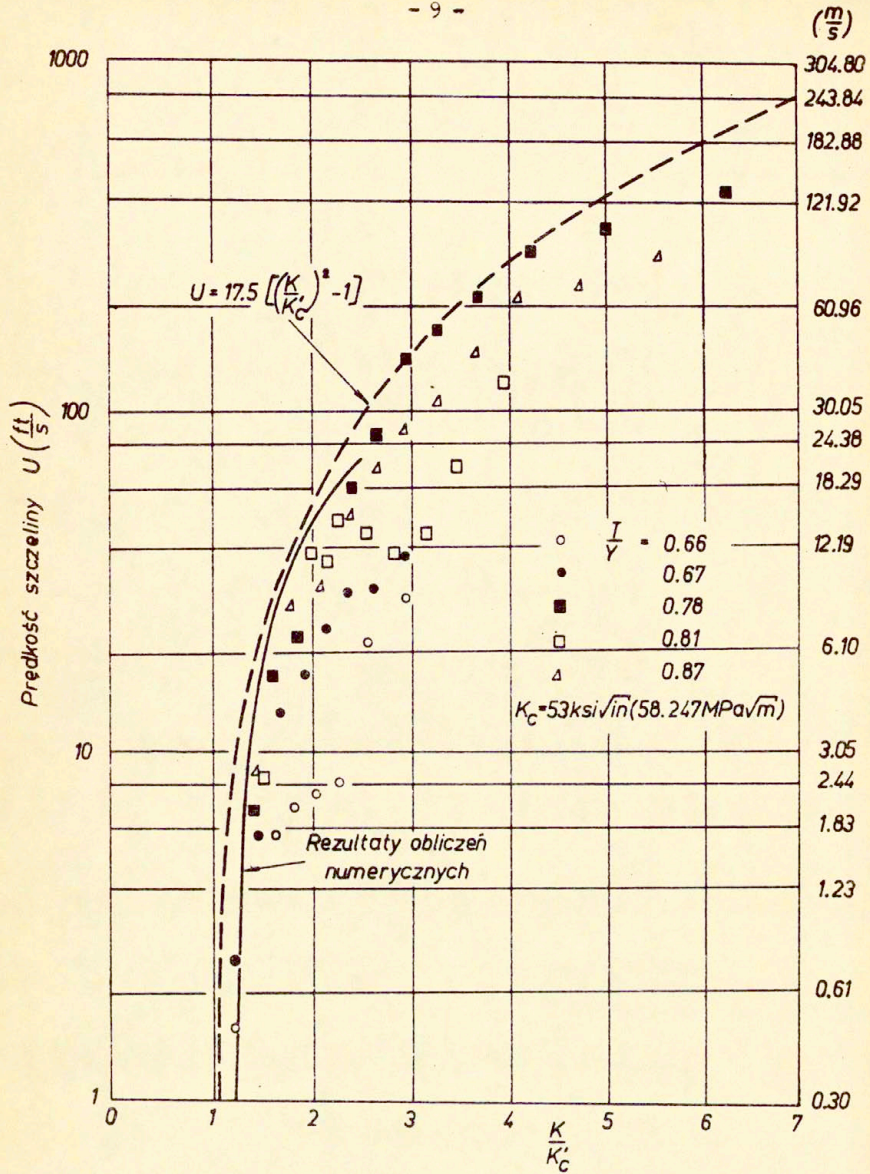
gdzie F jest stałą materiałową.

3. Odkształcenie krytyczne ϵ_c^* na froncie szczeliny jest jednoznaczna funkcją przemieszczenia u_c^* niezależna od prędkości odkształcenia.

Na podstawie tych założeń KANNINEN et al. [6] wyprowadzili przybliżony wzór na prędkość propagacji szczeliny:

$$/2.9/ \quad U = \frac{Y_s}{F \frac{\Delta \epsilon}{\Delta x}} \left[\frac{K^2}{K_c^2} - 1 \right]$$

gdzie K_c jest współczynnikiem odporności materiału na plastyczne pękanie. Porównanie uproszczonego opisu /2.7/ rezultatami doświadczalnymi pokazano na rys.2. Widać z niego, że



rys. 2 (KANNINEN et al.(6))

opis ten daje zawyżone wyniki dla większych prędkości propagacji U .

3. Wpływ prędkości odkształcenia na zniszczenie plastyczne w płaskim stanie naprężenia.

W opisie KANNINENA et al. [6] przyjęto, że efekt prędkości odkształcenia przejawia się jedynie we wzroście dynamicznej granicy plastyczności. W rzeczywistości należy oczekiwać, że również krytyczne odkształcenie plastyczne $\dot{\epsilon}_c^*$ będzie wrażliwe na prędkość odkształcenia. Wynikałoby to z prób dynamicznych jakie przeprowadzono dla innych stanów naprężenia oraz z analizy mechanizmów odpowiedzialnych za zniszczenie plastyczne. W związku z tym przyjmujemy następujące założenia:

1. Krytyczne przemieszczenie na froncie szczeliny v_c^* jest ciągłą funkcją prędkości odkształcenia

$$/3.2/ \quad v_c^* = g(\dot{\epsilon})$$

2. Materiał w strefie uplastycznienia g jest sztywno-idealnie lepkoplastyczny, a dynamiczna granica plastyczności wyraża się następująco /PERZYNA [7] /:

$$/3.3/ \quad Y = Y_s \left\{ 1 + \phi \left[\frac{\dot{\epsilon}}{Y_0} \varphi \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s} - 1 \right) \right] \right\}$$

gdzie ϕ jest funkcją nadwyżki, taką, że $\phi(0) = 0$, Y_0 jest współczynnikiem lepkości, a funkcja φ ma własność:

$$/3.4/ \quad \lim_{\dot{\epsilon} \rightarrow \dot{\epsilon}_s} \varphi \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s} - 1 \right) = 0 \quad \text{i} \quad \varphi(\cdot) = 0 \quad \text{dla}$$

$$\dot{\epsilon} < \dot{\epsilon}_s, \quad \text{gdzie} \quad \dot{\epsilon}_s \neq 0$$

Wielkość $\dot{\epsilon}_s$ jest prędkością odkształcenia jaką uzyskujemy w próbie quasistatycznej przy pomiarze Y_s .

Wzór /3.3/ został tak skonstruowany aby można było rozpatrywać sytuację, w których prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$ są bliskie prędkości quasistatycznej $\dot{\epsilon}_s$. Z równania /3.3/ oraz przyjętych własności funkcji $\Phi(\cdot)$ i $\varphi(\cdot)$ wynika, że

$$/3.5/ \quad \lim_{\dot{\epsilon} \rightarrow \dot{\epsilon}_s} \gamma(\dot{\epsilon}) = \gamma_s$$

Dla wielu materiałów dobrą zgodność z wynikami doświadczeń daje przyjęcie potęgowej funkcji $\Phi(\cdot)$ oraz liniowej postaci $\varphi(\cdot)$:

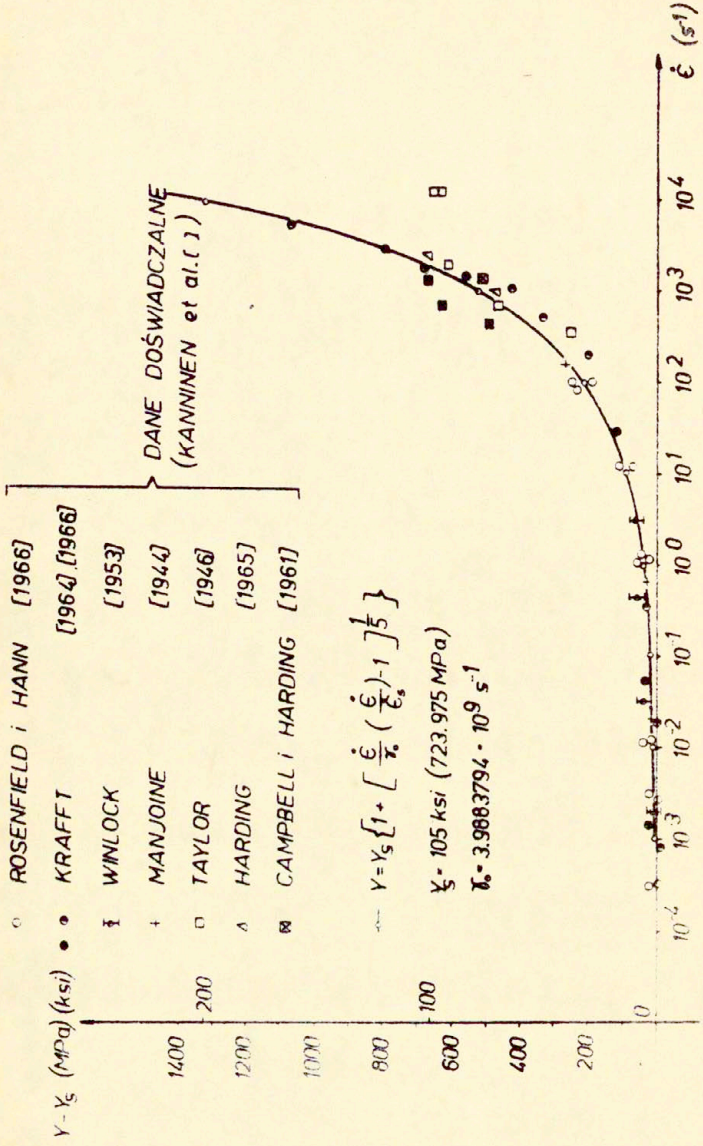
$$/3.6/ \quad \gamma = \gamma_s \left\{ 1 + \left[\frac{\dot{\epsilon}}{\gamma_0} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s} - 1 \right) \right]^\delta \right\}, \quad \delta > 0$$

Ilustrują to rysunki 3 i 4 /PERZYNA [7] /, które przedstawiają porównanie opisu teoretycznego /3.6/ z danymi doświadczalnymi dla dwóch gatunków stali węglowej.

Na rys. 3 pokazano zależności granicy plastyczności od prędkości odkształcenia dla stali badanej przez KANNINENA et al. [6]. Najlepszą zgodność daje w tym przypadku przyjęcie wykładnika $\delta = 5$ oraz współczynnika lepkości $\gamma_0 = 3.9883794 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$. Rys. 4 przedstawia rezultaty uzyskane przez CAMPBELLA i FERGUSONA [1] oraz trzy opisy teoretyczne przy pomocy wzoru /3.6/. W pierwszym i w drugim przyjęto wykładnik $\delta = 5$ oraz współczynniki lepkości $\gamma_0 = 3.5833398 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, $\gamma_0 = 1.0056739 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ a w trzecim $\delta = 7$ a $\gamma_0 = 6.5464096 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$. W pierwszym i w drugim przypadku uzyskujemy lepszą zgodność w przedziale prędkości $(10^3, 10^3) \text{ s}^{-1}$, natomiast drugi przypadek daje lepszy opis dla wysokich prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon} > 10^3 \text{ s}^{-1}$.

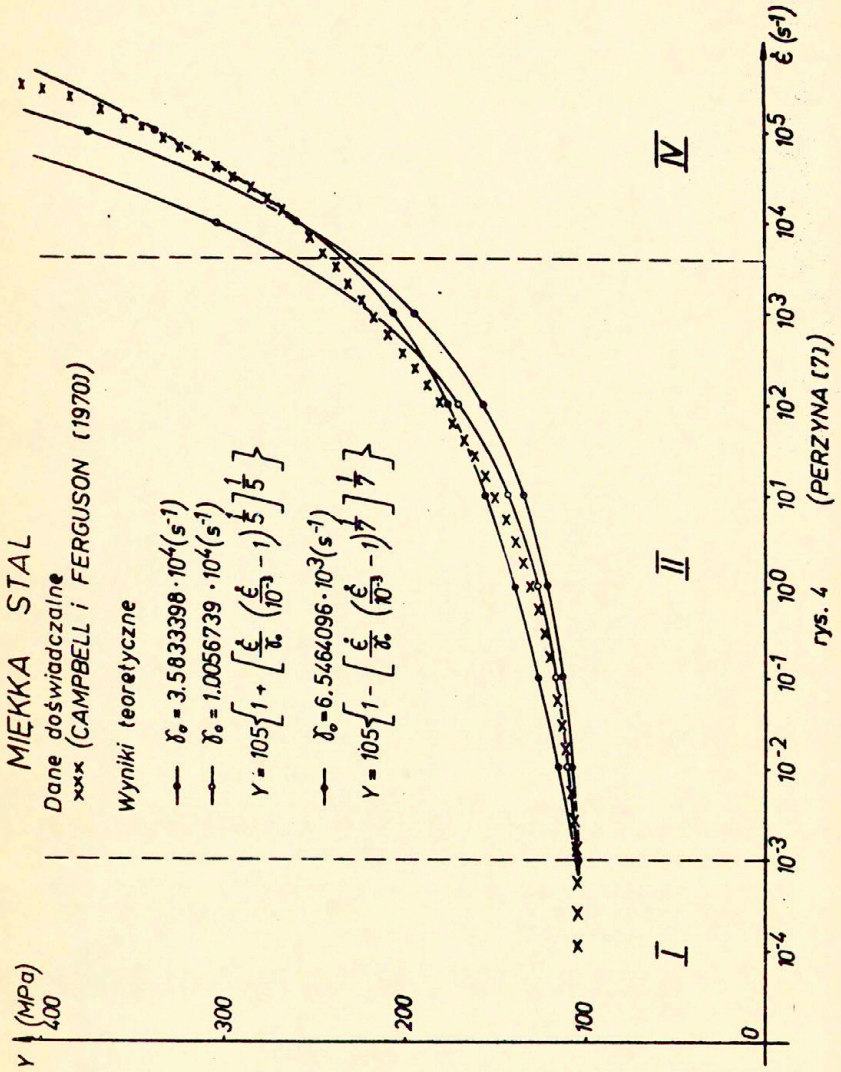
W dalszych rozważaniach przyjmujemy również, że zachodzą związki kinematyczne /2.6/ i /2.7/ postulowane przez KANNINENA et al. [6] oraz równania modelu DUGDALE'a /2.1 - 2.5/. Założymy, że wzory /2.1 - 2.5/ obowiązują także w przypadku propagacji szczeliny /pr. KANNINEN et al. [6] /. Na

STAL WĘGLOWA



(PERZYNA (7))

rys. 3



miejscu γ_s pojawi się wtedy dynamiczna granica plastyczności γ .
Uwzględniając /2.2/ oraz /3.2/ mamy:

$$/3.7/ \quad \frac{4\gamma_c}{\pi E} \ln \sec \frac{\pi I}{2\gamma} = g(\dot{\epsilon})$$

Po prostych przekształceniach i wykorzystaniu zależności /2.4/ i /3.3/ otrzymamy następujący wzór na krytyczne przemieszczenie u_c^* :

$$/3.8/ \quad u_c^* = \frac{4K^2}{\pi^2 E \xi^2 \gamma_s} \left\{ 1 + \Phi^{-1} \left[\frac{\dot{\epsilon}}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s} - 1 \right) \right] \right\} \ln \sec \frac{\pi \xi}{2 \left\{ 1 + \Phi^{-1} \left[\frac{\dot{\epsilon}}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s} - 1 \right) \right] \right\}}$$

gdzie $\xi = \frac{I}{\gamma_s}$

Zauważmy, że dla $\dot{\epsilon} \rightarrow \dot{\epsilon}_s$ oraz $K \rightarrow K_{cs}$ krytyczne przemieszczenie u_c^* osiąga wartość u_{cs}^* charakterystyczną dla początku statecznego wzrostu szczeliny:

$$/3.9/ \quad u_{cs}^* = \frac{4K_{cs}^2}{\pi^2 E \xi^2 \gamma_s} \ln \sec \frac{\pi \xi}{2}$$

Wielkość K_{cs} jest współczynnikiem odporności na pękanie plastyczne, który odpowiada początkowi statecznego wzrostu szczeliny.

Podobnie uwzględniając przybliżony wzór na u_c

/2.3/ oraz równanie /3.3/ otrzymamy:

$$/3.10/ \quad u_c^* = \frac{K^2}{2E\gamma_s \left\{ 1 + \Phi^{-1} \left[\frac{\dot{\epsilon}}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s} - 1 \right) \right] \right\}}$$

W granicznym przypadku dla $\dot{\epsilon} \rightarrow \dot{\epsilon}_s$, $K \rightarrow K_{cs}$ krytyczne przemieszczenie u_c^* wyrażone przez /3.10/ jest równe:

$$/3.11/ \quad u_{cs}^* = \frac{K_{cs}^2}{2E\gamma_s}$$

Z równań /3.10/ i /3.11/ mamy:

$$/3.12/ \quad u_c^* = u_{cs}^* \frac{K^2/K_{cs}^2}{1 + \phi^{-1} \left[\frac{\xi}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\xi}{\xi_s} - 1 \right) \right]}$$

Przy pomocy wzorów /3.8/ i /3.10/ lub /3.12/ można obliczyć krytyczne przełmszczenie u_c^* , dla zadanych wartości K , K_{cs} , ξ oraz funkcji $\phi(\cdot)$, $\varphi(\cdot)$, w całym przedziale prędkości odkształcenia $(10^{-3}, 10^5) s^{-1}$. Zastosowanie równania /3.3/ zapewnia przybliżony opis wzrostu, ruchu ustalonego oraz niestatecznej propagacji szczeliny. Z równania /3.8/ i /2.5/ mamy bowiem:

$$/3.13/ \quad \frac{K}{K_{cs}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E \xi^2 \gamma_s g \left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U \right)}{4 K_{cs}^2 \left[1 + \phi^{-1} \left[\frac{\Delta \epsilon U}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\Delta \epsilon U}{\xi_s} - 1 \right) \right] \right] \ln \sec \frac{\pi \xi}{2 \left[1 + \phi^{-1} \left[\frac{\Delta \epsilon U}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\Delta \epsilon U}{\xi_s} - 1 \right) \right] \right]}}$$

Podobnie z równania /3.12/ otrzymamy:

$$/3.14/ \quad \frac{K}{K_{cs}} = \sqrt{\frac{g \left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U \right)}{u_{cs}^* \left[1 + \phi^{-1} \left[\frac{\Delta \epsilon U}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\Delta \epsilon U}{\xi_s} - 1 \right) \right] \right]}}$$

Równania /3.13/ i /3.14/ określają zależność między prędkością propagacji szczeliny U a bezwymiarowym współczynnikiem intensywności naprężenia $\frac{K}{K_{cs}}$ w pełnym przedziale U , pod warunkiem że zadane są wielkości ξ , $\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x}$ oraz funkcje $\phi(\cdot)$; $\varphi(\cdot)$ oraz $g(\cdot)$.

Jeżeli przyjmiemy związek kinematyczny /2.6/ oraz uwzględnimy równania /3.8/ i /3.12/ to otrzymamy następujące wzory określające zależności krytycznego odkształcenia plastycznego ϵ_c^* od prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$:

$$/3.15/ \quad \epsilon_c^* = \ln \frac{1}{1 - \frac{4BK^2}{\pi^2 E \xi^2 \gamma_s} \left\{ 1 + \phi^{-1} \left[\frac{\xi}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\xi}{\epsilon_s} - 1 \right) \right] \right\}} \ln \sec \frac{\pi \xi}{2 \left\{ 1 + \phi^{-1} \left[\frac{\xi}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\xi}{\epsilon_s} - 1 \right) \right] \right\}}$$

oraz

$$/3.16/ \quad \epsilon_c^* = \ln \frac{1}{1 - Bv_{cs}^* \frac{K^2/K_{cs}^2}{1 + \phi^{-1} \left[\frac{\xi}{\gamma_0} \varphi \left(\frac{\xi}{\epsilon_s} - 1 \right) \right]}}$$

dla $\xi < 0.7$.

W przypadku kiedy znamy zależność krytycznego odkształcenia plastycznego ϵ_c^* od prędkości odkształcenia:

$$/3.17/ \quad \epsilon_c^* = f(\dot{\epsilon})$$

otrzymamy z równań /3.15/ i /3.16/ następujący przybliżony opis propagacji szczeliny:

$$/3.18/ \quad \frac{K}{K_{cs}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E \xi^2 \gamma_s \left[1 - \frac{1}{\exp f \left(\frac{\Delta C}{\Delta x} U \right)} \right]}{4BK_{cs}^2 \left\{ 1 + \phi^{-1} \left[\frac{\Delta \xi}{\gamma_0} U \varphi \left(\frac{\Delta \xi}{\epsilon_s} U - 1 \right) \right] \right\}} \ln \sec \frac{\pi \xi}{2 \left\{ 1 + \phi^{-1} \left[\frac{\Delta \xi}{\gamma_0} U \varphi \left(\frac{\Delta \xi}{\epsilon_s} U - 1 \right) \right] \right\}}}$$

oraz

$$/3.19/ \quad \frac{K}{K_{cs}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{\exp f\left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U\right)}}{B v_{cs}^*} \left\{ 1 + \phi^{-1} \left[\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U \varphi \left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U - 1 \right) \right] \right\}}$$

dla $\xi < 0.7$.

Funkcja $f(\cdot)$ zdefiniowana wzorem /3.15/ jest określona dla wartości K i U , które spełniają następującą nierówność:

$$/3.20/ \quad \frac{K}{K_{cs}} \leq \sqrt{\frac{\pi^2 E \xi^2 \gamma_s}{4 B K_{cs}^2 \left\{ 1 + \phi^{-1} \left[\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U \varphi \left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U - 1 \right) \right] \right\} \operatorname{Insec} \frac{\pi \xi}{2 \left\{ 1 + \phi^{-1} \left[\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U \varphi \left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U - 1 \right) \right] \right\}}}}$$

Podobnie funkcja $f(\cdot)$ zdefiniowana uproszczonym wzorem /3.16/ jest określona dla wartości K i U , które spełniają nierówność:

$$/3.21/ \quad \frac{K}{K_{cs}} \leq \sqrt{\frac{1 + \phi^{-1} \left[\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U \varphi \left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U - 1 \right) \right]}{B v_{cs}^*}}$$

Przyjęcie równości w /3.19/ i /3.20/ prowadzi do $\epsilon_c^* = \infty$. Zauważmy, że założenie nieskończonej wytrzymałości materiału na plastyczne pękanie daje górne oszacowanie współczynnika intensywności naprężenia K dla zadanych wartości U i ξ .

4. Przykład przybliżonego opisu niestatecznej propagacji szczeliny.

Ayb porównać rezultaty uzyskane przy założeniach 1-3 /por. str. 7-8 / z przybliżonym opisem oraz wynikami doświadczalnymi KANNINENA et al. [6] przedstawionymi na rys. 2 założymy postać funkcji $\varphi(\cdot)$ w równaniu /3.6/

$$/4.1/ \quad \varphi(\cdot) = \begin{cases} \varphi_0, & \dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_s \\ 0, & \dot{\epsilon} \leq \dot{\epsilon}_s \end{cases}$$

oraz przyjmiemy liniową funkcję $\delta = 1$.
Z równania /3.6/ otrzymamy:

$$/4.2/ \quad Y = Y_s + F\dot{\epsilon}$$

gdzie

$$/4.3/ \quad F = \frac{Y_s \varphi_0}{Y_0}$$

Równanie /4.2/ daje dobrą zgodność z rezultatami doświadczalnymi dla miękkiej stali w przedziale dużych prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_0 = 1110 \text{ s}^{-1}$ /por. KANNINEN et al. [6] /. Tak wysokie prędkości odkształcenia występują przed frontem szczeliny w czasie jej niestatecznej propagacji. W przypadku tym równania /3.12/, /3.14/, /3.16/, /3.19/ i /3.21/ przyjmą odpowiednią postać:

$$/4.4/ \quad v_c^* = \frac{(K/K_{co})^2}{\frac{2E}{K_{co}^2} (Y_s + F\dot{\epsilon})}$$

$$/4.5/ \quad \frac{K}{K_{co}} = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{AEU}{\Delta X} \right) E}{K_{co}^2} (Y_s + F\dot{\epsilon})}$$

$$/4.6/ \quad \epsilon_c^* = \ln \frac{1}{1 - BK_{co}^2 \frac{1}{2E(Y_s + F\dot{\epsilon})} \left(\frac{K}{K_{co}} \right)^2}$$

$$/4.7/ \quad \frac{K}{K_{co}} = \sqrt{\frac{2 \left[1 - \frac{1}{\exp f \left(\frac{AEU}{\Delta X} \right)} \right] E}{BK_{co}^2} (Y_s + F\dot{\epsilon})}$$

$$/4.8/ \quad \frac{K}{K_{co}} \leq \sqrt{\frac{2E(1+F\dot{\epsilon})}{B}}$$

Wzory /4.4 - 4.8/ są ważne dla $\dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_0$. Wielkość K_{CS} została tu zastąpiona odpornością na pęknięcie plastyczne K_{CO} , która określa początek niestatecznej propagacji szczeliny. Przyjmujemy, że K_{CO} jest równe:

$$/4.9/ \quad K_{co} = \sqrt{2v_{co}^* E Y_0}$$

gdzie v_{co}^* jest krytycznym przemieszczeniem przed frontem szczeliny, charakteryzującym początek jej niestatecznej propagacji, a Y_0 jest granicą plastyczności dla prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}_0$.

W obliczeniach przyjmujemy następujące stałe materiałowe dla miękkiej stali, która była stosowana w badaniach doświadczalnych HAHNA et al. [4] HAHNA i ROSENFIELDA [5], oraz KANNINENA et al. [6]:

$$v_{cs}^* = 2.6 \cdot 10^{-4} \text{ in } (6.604 \cdot 10^{-6} \text{ m}) \quad , \quad \epsilon_{cs}^* = 0.24$$

$$v_{co}^* = 7 \cdot 10^{-4} \text{ in } (1.778 \cdot 10^{-5} \text{ m}) \quad , \quad \epsilon_{co}^* = 1.1$$

/4.10/

$$E = 30000 \text{ ksi } (20.685 \cdot 10^4 \text{ MPa}) \quad , \quad B = 950 \text{ in}^{-1} (3.7521 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1})$$

$$Y_0 = 132.75 \text{ ksi } (915.3113 \text{ MPa}) \quad , \quad F = 0.025 \text{ s-ksi } (0.1724 \text{ s MPa})$$

$$Y_s = 105 \text{ ksi } (723.975 \text{ MPa}) \quad , \quad \frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} = 20 \text{ in}^{-1} (787.4016 \text{ m}^{-1})$$

Z/4.9/ i /4.10/ otrzymujemy $K_{co} = 74.67 \text{ ksi}\sqrt{\text{in}}$
/82.0294 MPa $\sqrt{\text{cm}}$.

Na rys. 2 widać, że uproszczony opis KANNINENA et al. [6] wyrażony przez /2.9/ stanowi górne oszacowanie rezultatów doświadczalnych. W opisie tym założono, że krytyczne przemieszczenie v_c^* oraz odkształcenie ϵ_c^* jest wielkością stałą niezależną od prędkości propagacji szczeliny U . Ponadto przyjęto, że

/4.11/

$$K'_c = \frac{1}{2} (K_{cs}^* + K_{co}^*)$$

gdzie $K_{co}^* = \sqrt{2v_{co}^* E Y_s}$

Jest to więc wartość średnia odporności na pęknięcie K_{cs}^* i K_{co}^* , które charakteryzują odpowiednio, początek i koniec statecznego wzrostu szczeliny.

W naszym przypadku prędkość niestacycznej propagacji szczeliny U jest na podstawie wzoru /4.5/ równa:

$$/4.12/ \quad U = \frac{Y_0}{F \frac{\Delta \epsilon}{\Delta x}} \left[\frac{K_{co}^2}{2Eg \left(\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U \right) Y_0 \left(\frac{K}{K_{co}} \right)^2} - \frac{Y_2}{Y_0} \right]$$

Jeżeli założymy, w najprostrzym przypadku, że krytyczne przemieszczanie u_c^* jest niezależne od prędkości propagacji szczeliny U i jest równe u_{co}^* to wtedy na mocy /4.9/ mamy:

$$/4.13/ \quad U = \frac{Y_0}{F \frac{\Delta \epsilon}{\Delta x}} \left[\left(\frac{K}{K_{co}} \right)^2 - \frac{Y_2}{Y_0} \right]$$

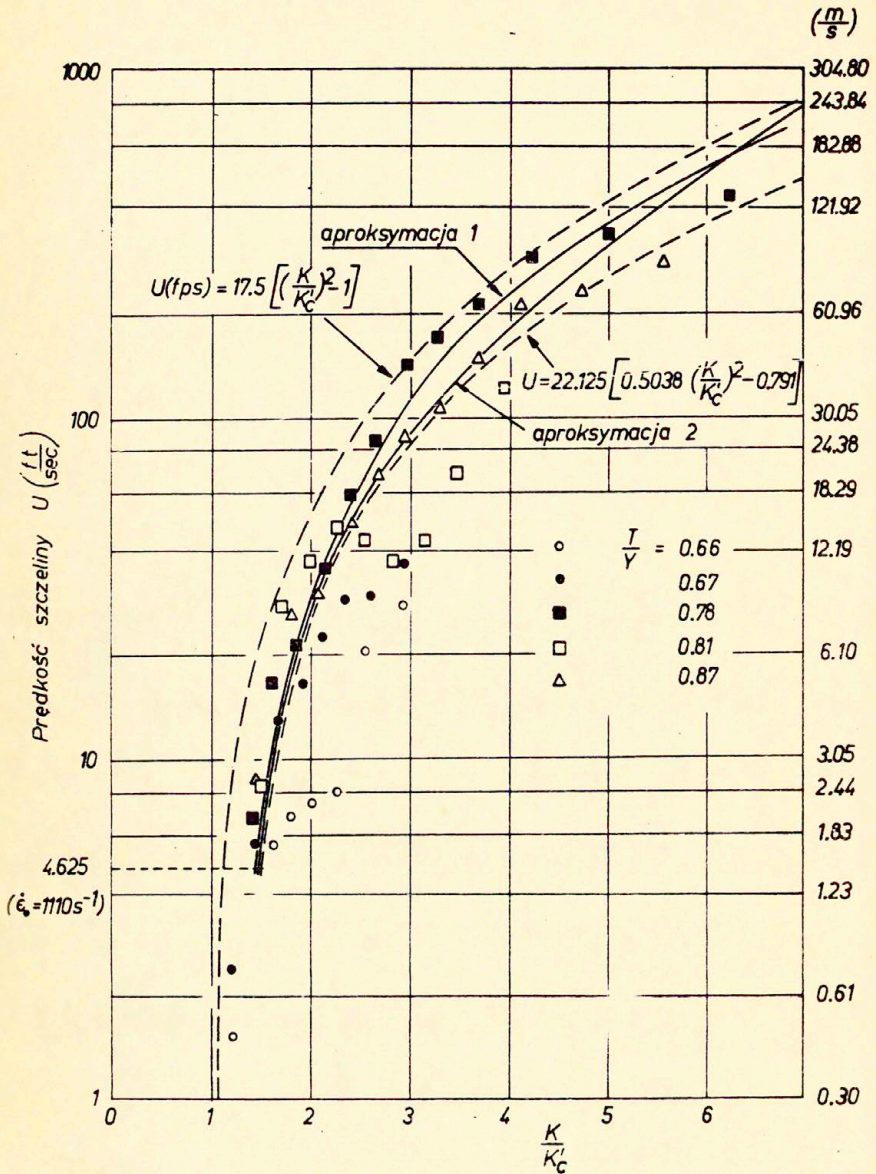
Podstawiając stałe materiałowe /4.10/ oraz zamieniając zmienne $\frac{K}{K_{co}}$ na $\frac{K}{K_c}$ otrzymamy:

$$/4.14/ \quad U = A \left[0.5038 \left(\frac{K}{K_c} \right)^2 - 0.7910 \right]$$

$$\text{gdzie} \quad A = \begin{cases} 22.125 \frac{ft}{s} \\ 6.7437 \frac{m}{s} \end{cases}$$

Wykres funkcji /4.14/ przedstawiony jest na rys. 5, gdzie dla porównania przytoczono również rezultaty doświadczalne i wykres uproszczonego opisu KANNINENA et al. [6]. Widać, że wzór /4.14/ daje dobrą zgodność z wynikami pomiarów w przedziale mniejszych wartości U , natomiast dla $U > 100 \frac{ft}{s}$ ($30.05 \frac{m}{s}$) wykres /4.14/ jest dolną obwiednią punktów doświadczalnych.

Na rys. 5 przedstawiono również dwie krzywe aproksymujące wyniki doświadczalne. Przebiegają one pomiędzy wykresami opisu przy pomocy wzoru /2.9/ i wzoru /4.14/. Jeżeli przyjmiemy, że krzywa 1 lub 2 reprezentuje rezultaty doświadczalne,



rys. 5

to posługując się wzorem /4.6/ możemy zbadać jaki jest wpływ prędkości propagacji szczeliny U , a zatem i prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$, na krytyczne odkształcenie ϵ_c^* przed frontem szczeliny. Podstawiając stałe materiałowe /4.10/ do /4.6/ otrzymamy:

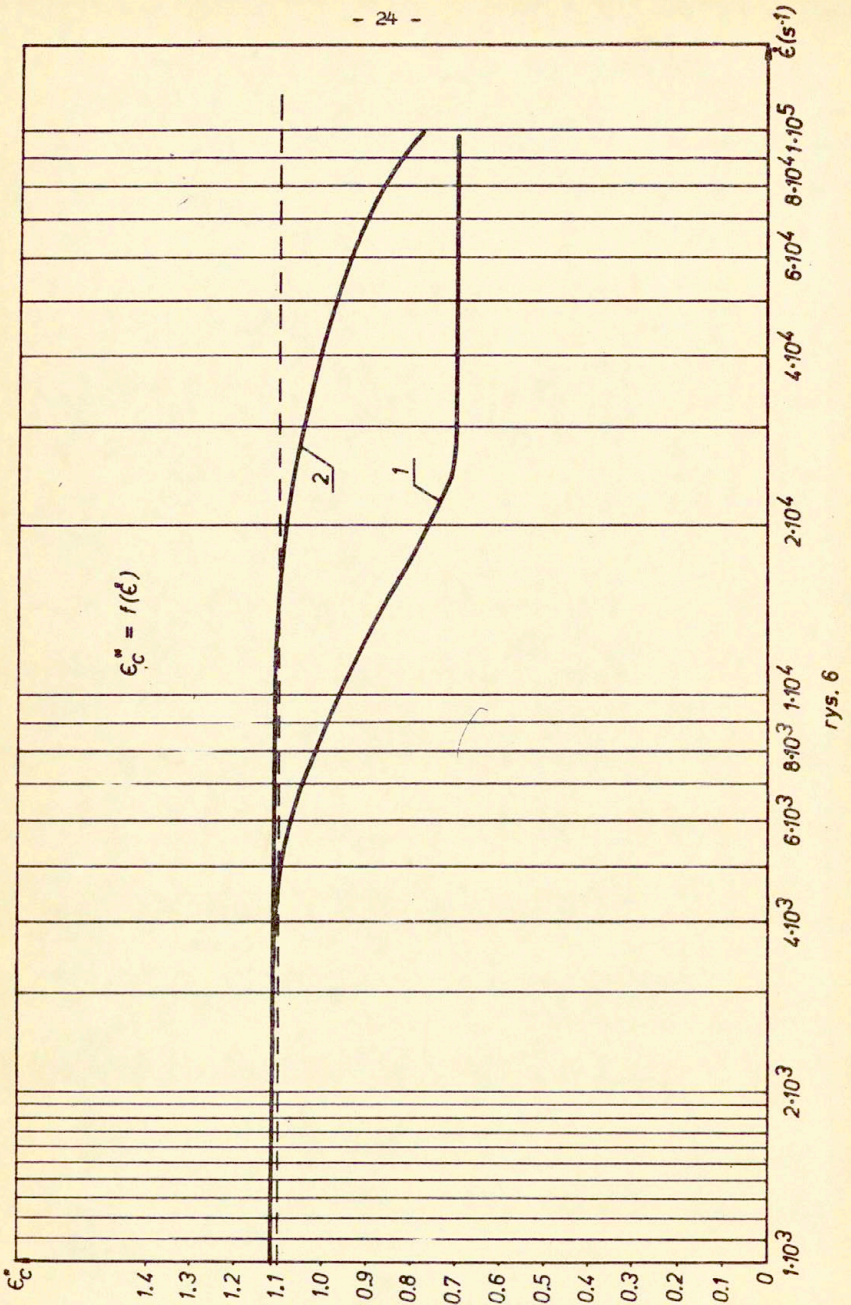
$$/4.15/ \quad \epsilon_c^* = \ln \frac{1}{1 - 44.4748 \frac{(K/K_c)^2}{105 + 0.025\dot{\epsilon}}}$$

Na rys. 6 przedstawiono 2 wykresy funkcji /4.15/ dla $\frac{K}{K_c}$ i $\dot{\epsilon} = \frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} U$ wziętych z aproksymacji 1 i 2 z por. rys.5/. Zauważymy, że w obu przypadkach krytyczne odkształcenie plastyczne ϵ_c^* jest monotonicznie malejącą funkcją prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$.

5. Dyskusja i wnioski

Rezultaty przedstawione na rys. 6, uzyskane w wyniku uproszczonej analizy, wykazują że prędkość odkształcenia może mieć istotny wpływ na zniszczenie plastyczne metali. W pracy zaproponowano prostą metodę, przy pomocy której można określić zależność krytycznego odkształcenia plastycznego od prędkości odkształcenia. W tym celu należy zmierzyć prędkość propagacji szczeliny w rozciąganej tarczy dla różnych poziomów naprężenia, określić właściwości lepkoplastyczne materiału i skorzystać ze wzoru /3.15/ lub /4.6/.

Analizę propagacji szczeliny przeprowadzono przy silnych założeniach upraszczających. Pominięto bowiem wpływ wzmocnienia plastycznego oraz zmianę granicy plastyczności wzdłuż strefy plastycznej wskutek niejednorodnego rozkładu odkształcenia plastycznego i prędkości odkształcenia. Mimo to wyniki uzyskane z uproszczonego opisu przedstawionego przy pomocy wzoru /4.14/ są, dla $U < 80 \frac{ft}{s} (24.4 \frac{m}{s})$, zbliżone do rezultatów obliczeń numerycznych KANNINENA et al. [6], w których uwzględniono wspomniane efekty i przyjęto stałą



rys. 6

wartość ϵ_c^* /por. rys. 2 i 5/. Nachylenie krzywej przedstawionej na rys. 2 wskazuje jednak, że dla $U > 80 \frac{ft}{s}$ / $24.4 \frac{m}{s}$ / obliczenia numeryczne dawałyby wyniki odbiegające znacznie od danych doświadczalnych. W tej sytuacji uzyskamy lepszą zgodność stosując model uproszczony, dany wzorem /4.14/. Ilustruje to rys. 5. Widać, że najlepszą zgodność z wynikami pomiaru propagacji szczeliny może zapewnić przyjęcie krytycznego odkształcenia ϵ_c^* w funkcji prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$ i zastosowanie opisu /4.5/ lub przeprowadzenie obliczeń numerycznych dla bardziej złożonego modelu z uwzględnieniem wzmocnienia plastycznego i niejednorodnego rozkładu granicy plastyczności w strefie plastycznej. To ostatecznie zadanie byłoby rozszerzeniem problemu rozważonego przez KANNINENA et al. [6]. Przeprowadzona w pracy analiza ma charakter wstępnego studium, które potwierdza zasadność sformułowanego powyżej, bardziej rozwiniętego problemu numerycznego. Rozwiązanie tego zadania będzie przedmiotem oddzielnej pracy.

Osobnych badań wymaga również rozszerzenie przeprowadzonej analizy na zagadnienie osiowo symetryczne. Rozwiązanie tego zadania miałyby istotne znaczenie dla interpretacji wyników pomiaru propagacji szczeliny w obciążonych dynamicznie osiowosymetrycznych próbkach z karbem.

Z dyskusji statecznego wzrostu i niestatecznej propagacji szczeliny oraz stwierdzonej zależności krytycznego odkształcenia ϵ_c^* od prędkości odkształcenia wynika konieczność zbadania mechanizmów odpowiedzialnych za przejście od statecznego wzrostu do niestatecznej propagacji oraz towarzyszący temu wzrost krytycznego odkształcenia ϵ_c^* . Wyjaśnienia wymagają również mechanizmy odpowiedzialne za wrażliwość zniszczenia plastycznego od prędkości odkształcenia w czasie niestatecznej propagacji szczeliny. Zbadanie tych mechanizmów oraz odpowiedni model fizyczny uzupełniony przejściem do opisu makroskopowego pozwoliłyby analizować efekt prędkości odkształcenia na zniszczenie plastyczne przy różnych procesach odkształcenia i stanach obciążenia.

Wszystkie rozważania przeprowadzono przy pominięciu efektu temperatury. W rzeczywistości propagacji szczeliny towarzyszy lokalne ogrzanie materiału w strefie plastycznej przed jej frontem. Mamy wtedy do czynienia z procesem adiabatycznym. O ile w temperaturze pokojowej wpływ tego efektu jest stosunkowo niewielki /por. KANNINEN et al. [6] /, to w przypadku niższych temperatur, gdzie granica plastyczności jest bardziej wrażliwa na temperaturę, może on odgrywać istotną rolę.

Ważne znaczenie z punktu widzenia techniki reaktorowej ma analiza wpływu napromieniowania neutronami na zniszczenie plastyczne metali. Uwzględnienie tego efektu w proponowanej w pracy analizie pozwoli określić zależność krytycznego odkształcenia plastycznego ϵ_c^* od dozy napromieniowania na propagację szczeliny.

Pomiary propagacji szczeliny mogą być również wykorzystane do określania właściwości lepkoplastycznych materiału. Na przykład w sytuacji kiedy dane są wielkości $\frac{K}{K_{cc}}$, U , $\frac{\Delta \epsilon}{\Delta x}$, i $f(\dot{\epsilon})$ równanie /4.7/ może być wykorzystane do wyznaczenia stałej materiałowej F .

6. Literatura cytowana w tekście.

1. J.D.CAMPBELL, W.G.FERGUSON, The temperature and strain rate dependence of the shear strength of mild steel, *Phil. Mag.*, 81, 63-82, 1970.
2. D.S.DUGDALE, Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mech.Phys. Solids*, 8, 100 - 104, 1960.
3. J.N.GOODIER, F.A.FIELD, Plastic energy dissipation in crack propagation, *Fracture of Solids* ed. DRUCKER, GILMAN, 103 - 118, Interscience. New York, 1963.
4. G.T.HAHN, M.F.KANNINEN, A.R.ROSENFELD, Ductile crack extension and propagation in steel foil, *Proc. 2nd Int.Conf.Fracture*, ed. P.L. PRATT, 58 - 72, Chapman, London, 1969 r.

5. G.T.HAHN, A.R.ROSENFELD, Local yielding and extension of a crack under plane stress, Acta Met. 13, 293 - 306, 1965,
6. M.F.KANNINEN, A.K.MUKHERJEE, A.R.ROSENFELD, G.T.HAHN, The speed of ductile - crack propagation and the dynamics of flow in metals, Mechanical Behavior of Materials under Dynamic Loads, ed. U.S. LINDHOLM, Springer, New York, 1968
7. P.PERZYNA, Modified theory of viscoplasticity, Arch.Mechanics, 32, 1980 /in print/.