Marek Komarnicki
Pracownia Modelowania Systemów
Komputerowego Wspomagania
ORT IPPT PAN

KLASYFIKATOR OPTYCZNY

1. Wstęp

Prace nad rozwojem technologii komputerowych, ujęte ogólnym hasłem budowy komputerów piątej generacji, wspierane są osiągnięciami z różnych dziedzin np biologii, medycyny, optyki itp. Optyka, jako dziedzina wiedzy kojarzona do niedawna z otrzymywaniem i powiększaniem obrazów, staje się obszarem, na którym poszukuje się rozwiązań efektywnych metod przetwarzania informacji.

W tym artykule zostanie przedstawiona skrótowa idea liniowego procesora optycznego ukierunkowanego na potrzeby rozpoznawania obrazów.

2. Układy liniowe niezmiennicze względem przesunięcia

Działanie układu optycznego można przedstawić za pomocą operatora matematycznego. Ograniczmy się do operatorów, które są liniowe oraz niezmiennicze względem przesunięcia. Oznacza to, że jeżeli S( ) jest operatorem opisującym dany układ optyczny, to dla dowolnych dwóch sygnałów wejściowych f1(x) i f2(x) jest :

$S(f1(x))=g1(x)$,

$S(f2(x))=g2(x)$,

$S(a*f1(x-u)+f2(x))=a*g1(x-u)+g2(x)$ /2.1/

gdzie : a,u stałe

Własności te odgrywają ważną rolę w badaniu optycznych układów liniowych. Jeżeli bowiem dany jest złożony sygnał wejściowy to możemy go rozłożyć na liniową kombinację funkcji elementarnych. Wtedy odpowiedź na złożony sygnał wejściowy wyznaczamy jako odpowiedź na poszczególne funkcje elementarne. Po liniowości, własność niezmienniczności względem przesunięcia w argumencie funkcji wejściowej wymaga podkreślenia.

Tak więc gdy :

$S(f(x))=g(x)$,

to $S(f(x-u))=g(x-u)$, gdzie u jest stałą rzeczywistą.

Oznacza to , że działanie takiego układu nie zależy od zmiennej niezależnej. Jeżeli fukcją wejściową do układu opisanego operatorem S jest impuls delta Diraca, to funkcję wyjściową nazywamy odpowiedzią impulsową. Dla delty Diraca zlokalizowanej w punkcie x=c odpowiedź impulsowa h() układu liniowego niezmienniczego względem przesunięcia jest wyrażona następująco :

$h(x;c)=S(\delta(x-c))$ /2.2/

Dla impulsu zlokalizowanego w początku układu odniesienia jest:

$S(\delta(x))=h(x;0)$ /2.3/

Z własności niezmienniczości operatora względem przesunięcia mamy :

$S(\delta(x-c))=h(x-c;0)$ /2.4/

A stąd

$h(x;c)=h(x-c)$ /2.5/

Odpowiedź impulsowa układu niezmienniczego względem przesunięcia zależy od odległości punktu obserwacji x względem punktu c, w którym został ustawiony impuls wejściowy. Tak więc odpowiedź impulsową takiego układu możemy przedstawić :

$$S(\delta(x-c))=h(x-c) \qquad /2.6/$$

Dla wyrażenia jawnej postaci operatora S skorzystajmy z własności filtracji dystrybucji δ-Diraca. Niech p(x) oznacza funkcję rzeczywistą.

$$p(x)=\int p(u)*\delta(x-u)*du \qquad /2.7/$$

Na wyjściu równania operatorowego otrzymujemy wtedy :

$$S(\int p(u)*\delta(x-u)*du)=g(x). \qquad /2.8/$$

Z uwagi na liniowość operatora S możemy napisać :

$$g(x)=\int p(u)*S(\delta(x-u))*du \qquad /2.9/$$

Uwzględniając wzór 2.6 możemy zapisać ostatnie wyrażenie jako :

$$g(x)=\int p(u)*h(x-u)*du \qquad /2.10/$$

czyli :

$$g(x)=p(x)\circledast h(x) \qquad /2.11/$$

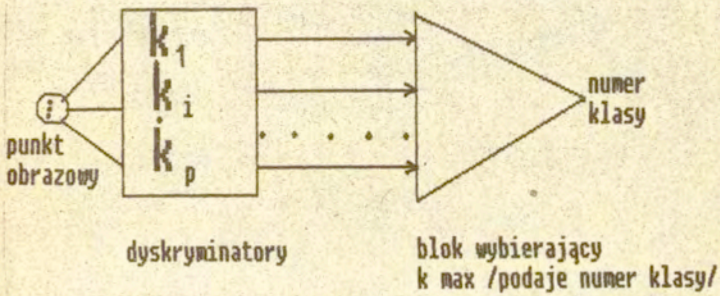
gdzie ⊛ oznacza operację splotu .

Podsumowując, działanie układu liniowego niezmienniczego względem przesunięcia możemy opisać operacją splotu.

3. Klasyfikator minimalnoodległościowy

Dowolny obraz /sygnał wejściowy/ może być przedstawiony geometrycznie jako punkt w przestrzeni metrycznej o tylu wymiarach, ile cech ma obraz. Przy takim założeniu klasyfikator jest urządzeniem, które punktom z przestrzeni obrazowej przyporządkowuje wartości liczbowe. Może to być wykonane w następujący sposób. Niech funkcje K_i / funkcje klasyfikujące / są tak dobrane, że dla wszystkich obrazów z obszaru i-tego funkcja K_i osiąga wartość największą, czyli obrazy z i-tego obszaru są wyróżnione i-tą funkcją klasyfikującą /zaklasyfikowane do i-tej klasy/.

Posługując się pojęciem funkcji klasyfikującej można przedstawić schemat klasyfikatora obrazów jak na rysunku:



Klasyfikator obrazów

Załóżmy, że mamy dane P_i-punktów / obrazów / pewnej przestrzeni z metryką K. Klasyfikator minimalnoodległościowy zaliczy każdy punkt X do klasy j-tej, jeśli z liczb $K(X,P_l)$ dla $l=1,\dots,i$ najmniejszą wartość ma $K(X,P_j)$. Dane punkty P_l są generatorami poszczególnych klas.

Równoważną klasyfikację w przestrzeni euklidesowej można przeprowadzić rozpatrując wyrażenie na odległość dwóch punktów :

$$|| X-P_l || * || X - P_l || = X*X - 2*X*P_l + P_l*P_l . \qquad /3.1/$$

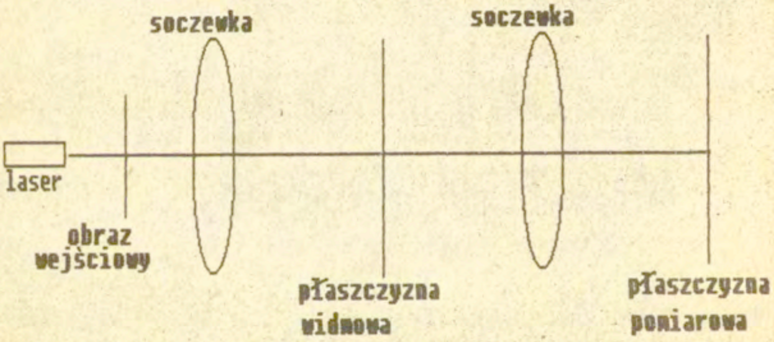
Ponieważ intersujące jest tylko ekstremalne zachowanie się wyrażenia /4.1/, wystarczy rozpatrzyć tylko :

$$K_l(X) = X*P_l - 1\backslash 2*P_l*P_l \qquad /3.2/$$

W takim wypadku zaliczenie punktu X do klasy j nastąpi gdy dla l=j $K_l(X)$ ma wartość największą. Ten prosty przykład pokazuje jak może pracować klasyfikator minimalnoodległościowy. Pomijając obszerny problem doboru cech rozpoznawanych /wybór punktów P_l/, rozszerzmy model klasyfikacji na obszar bardziej praktyczny.

4. Klasyfikator optyczny

Podaną wyżej ideę spełnia fizycznie koherentny układ optyczny zwany korelatorem. W wersji podstawowej składa się on z lasera, dwóch soczewek, hologramu, przeźrocza i fotodetektora.



KORELATOR

Na przeźroczu jest zapisany sygnał wejściowy, który jest poddawany obróbce w korelatorze. W płaszczyźnie widmowej ten sygnał jest już przekształcony według transformacji Fouriera przez pierwszą soczewkę i zostaje wymnożony z sygnałem zapisanym na hologramie. Mnożenie sygnałów w płaszczyźnie widmowej, po retransformacji przez następną soczewkę, odpowiada wykonaniu operacji całkowej jak w równaniu 2.11.

W płaszczyźnie pomiarowej, dzięki użyciu hologramu, możemy mierzyć rożne rozkłady całkowe. Z punktu widzenia potrzeb klasyfikacji elementów obrazu najistotniejszy jest rozkład będący splotem sygnału wejściowego z sygnałem wzorca /generatora klasy/ zapisanym ze znakiem minus w argumencie na hologramie, ponieważ odpowiada to korelecji tych sygnałów.

$$S_{we}(x) \otimes S_{wz}(-x) = \int S_{we}(u)\, S_{wz}(u-x)\, du = K_{wz,we}(x) \quad /4.1/$$

gdzie : wz-wzorzec, we-wejściowy

Za pomocą funkcji $K(x)$ w punkcie $x=0$ można dokonywać pomiaru podobieństwa sygnałów /klasyfikacji/ na zasadzie procesu opisanego w części 3 przez równanie 3.2. W tym znaczeniu w korelatorze optycznym można dokonywać klasyfikacji sygnałów dwuwymiarowych względem sygnału wzorca.

5. Zakończenie

Przedstawiona tu idea optycznej interpretacji zawartości obrazów nie wyczerpuje możliwości optycznych metod przetwarzania informacji. Własności fizyczne koherentnych układów optycznych są, jak wspominano wyżej, opisywane operacjami całkowymi podatnymi na sterowanie. Dodatkową cechą tych układów jest duża pojemność kanału informatycznego i szybkość wykonywania operacji. Sugeruje to w przyszłości wykorzystanie tych układów do budowy zaawansowanych układow informatycznych, takich jak np. procesory pracujące w trybie sieci neuropochodnych.