845

7739

J. Wittstein

2213

845.

Neue Behandlung

des

mathematisch-psychologischen Problems

von der

Bewegung einfacher Vorstellungen, welche nach einander in die Seele eintreten.

Zugleich

als Beitrag zu einer schärferen Begründung

der

mathematischen Psychologie Herbart's.

Von

Theodor Wittstein, Dr. phil.

Hannover.

Im Verlage der Hahn'schen Hof-Buchhandlung.

1845.

Den Manen

von

Johann Friedrich Herbart,

dem unvergesslichen Lehrer,

bringt

dieses kleine Zeichen der Pietät

der Verfasser.

Vorrede.

Wenn gleich es den Kennern der *Herbart*'schen Psychologie nicht entgangen sein kann, dass diese Disciplin auch mit Weglassung derjenigen mathematischen Grundlegung, welche ihr von ihrem Begründer gegeben wurde, ein so festes und erprobtes Ganzes darstellt, dass sie den Namen *Herbart*'s rühmend der Nachwelt überbringen wird, so scheint dennoch jene mathematische Begründung eine weit grössere Aufmerksamkeit zu verdienen, als ihr bisher zu Theil geworden ist. Schon der Reiz, der in der Hoffnung liegt, den mathematischen Disciplinen eine neue, ihnen bisher völlig heterogene beiordnen zu können, müsse, glaube ich, hinreichend sein, um die Mathematiker zu der Psychologie *Herbart*'s hinzuführen. Allerdings kann es zwar nicht in Abrede gestellt werden, dass die mathematische Psychologie, so wie sie thatsächlich vorliegt, noch manche schwache Stelle besitzt und noch manchem Angriffe sich wird accommodiren müssen; aber eben darum ist es Pflicht, die Schwächen aufzudecken und nach Kräften Besseres an die Stelle zu setzen, um so die neue Wissenschaft, deren Grundgedanken gewiss kein verfehlter war, dem Geiste ihres Urhebers gemäss der Vollendung näher zu bringen.

Diese Gründe haben mich zu dem Versuche veranlasst, die ersten Elemente der Mechanik des Geistes noch einmal nach Analogie der Mechanik der Körperwelt zu entwickeln, und dabei vorzugsweise die Axiome, auf denen Gleichgewicht und Bewegung der Vorstellungen beruhen, hervorzuheben und, soweit es der empirische Standpunkt zulässt, zu begründen. Ich bin bei dieser Arbeit zu einer neuen Lösung desjenigen Problems gelangt, welches die Bewegung solcher Vorstellungen, die nach einander in die Seele eintreten, zum Gegenstande hat. Diese Lösung, sammt dem Wege der mich dahin führte, lege ich nachstehend vor, und überlasse es der Beurtheilung billiger Sachkenner zu entscheiden, in wiefern dieselbe ungeachtet der Mängel, die sie noch besitzen mag, dennoch vor der bisher üblichen Auflösungsweise Vorzüge voraus hat.

Hannover, im December 1844.

Inhalt.

Elemente der mathematischen Psychologie.

Vorbegriffe.

1.

Als Grundlage der mathematischen Psychologie dient die Thatsache, dass wir in uns *Vorstellungen* vorfinden, als deren Sammelplatz wir die *Seele* ansehen.

2.

Unter *Vorstellungen* verstehen wir diejenigen individuellen Bilder oder Eindrücke, welche die Seele von Objecten ausser ihr empfangen hat. Wie die Seele zu den Vorstellungen gelangt sei, das darf hier dahingestellt bleiben; nur der Umstand muss festgehalten werden, dass sämmtliche Vorstellungen als hineingekommen in die Seele und nicht als ursprünglich vorhanden anzusehen sind, so dass sich mithin ein Zustand der Seele denken lässt, in welchem diese noch gar keine Vorstellungen enthielt.

3.

Wenn wir mehrere Vorstellungen, so wie sie in der Seele zu Stande gekommen sind, mit einander vergleichen, so tritt uns, abgesehen von ihrer Qualität, eine *quantitative Verschiedenheit* derselben entgegen; und obgleich uns hier noch kein Mittel zu Gebote steht, diese Verschiedenheit in gegebenen Fällen zu messen, so dürfen wir wenigstens eine solche Messung als denkbar voraussetzen, und desshalb die Vorstellungen nach ihrer Stärke durch Zahlen zu bezeichnen unternehmen.

Um hier Missverständnissen vorzubeugen, möchte die Bemerkung am rechten Orte sein, dass man nicht in dem objectiven Vorgestellten, als etwas der Seele fremden, die Messbarkeit der Vorstellungen zu suchen hat, wo sie weder gefunden werden kann noch soll; sondern dass im Gegentheil die Eindrücke selbst, eben als solche, es sind, die nach ihrer Stärke durch einander gemessen werden sollen. Es würde sich vielleicht durch bestimmte Definitionen eine Feststellung darüber treffen lassen, wann man etwa einen Ton doppelt so stark als einen andern, eine Farbe doppelt so stark als eine andere etc. nennen wollte, obgleich nicht ohne Grund eingewendet werden kann, dass je zwei Töne, wie je zwei Farben eine gewisse Ungleichartigkeit in sich tragen, welche gegen eine Feststellung jener Art sich sträubt. Aber solche Definitionen würden auch hier den Zweck verfehlen, wo es sich nicht um das Messen von Tönen und Farben, sondern um das Messen derjenigen *Eindrücke* handelt, welche durch Töne und Farben durch Vermittelung der Sinnesorgane in der Seele zu Stande gebracht werden. Diesen Eindrücken aber ist Gleichartigkeit, und mithin Subsumtion unter den Begriff der Grösse nicht abzusprechen; die Messung jedoch wirklich auszuführen, dazu können bei der Beschaffenheit des Gegenstandes erst beim weitern Fortschritt der Psychologie Mittel angegeben werden, sobald es nämlich gelungen sein wird, die Stärke der Eindrücke auch im sinnlichen Raume wahrnehmbar zu machen.

4.

Vorstellungen, die gleichzeitig in der Seele gegenwärtig sind, können entweder indifferent neben einander bestehen bleiben, oder sie können eine Einwirkung auf einander ausüben; jene nennen wir *disparate*, diese *entgegengesetzte* oder *conträre* Vorstellungen.

Dass beides in der Wirklichkeit vorkomme, soll hiemit, obgleich es sich hier schon wahrscheinlich machen lässt (§. 6.), noch nicht gesagt sein, denn schon die logische Möglichkeit der angegebenen Distinction, die wir hier allein angezeigt haben, wird uns zur Erörterung beider Fälle nöthigen.

5.

Die Einwirkung von Vorstellungen auf einander kann da, wo sie Statt hat, nicht eine qualitative Veränderung — die die Vorstellungen als solche zerstören würde — sondern nur eine quantitative Verminderung zur Folge haben, die wir mit dem Worte *Hemmung* bezeichnen wollen. Entgegengesetzte Vorstellungen treten demnach gegen einander als Kräfte auf, deren Wirkungsgesetz jedoch noch der nähern Angabe bedarf.

6.

Da hier nur von vollkommen einfachen Vorstellungen die Rede sein kann, d. h. solchen, in denen sich nicht ein mehrfaches Vorgestelltes unterscheiden lässt, — zusammengesetzte Vorstellungen bedürfen erst noch im weitern Verlaufe dieser Untersuchungen der Nachweisung ihrer Entstehung, — so ist es schwer, im Kreise der Erfahrung, die fast nur zusammengesetzte Vorstellungen bietet, bestimmte Thatsachen zur Erläuterung der angegebenen Verhältnisse aufzufinden. Doch lässt sich wenigstens einiges anführen. Es scheinen nämlich die Vorstellungen von Tönen, wie die von Farben, einfache Vorstellungen zu sein, und die Erfahrung lehrt, dass je zwei Töne, wie je zwei Farben, sobald sie als Wahrnehmungen in die Seele eingetreten sind, nicht mehr als das, was sie waren, neben einander bestehen bleiben, sondern eine Verbindung mit einander eingehen, welche man Consonanz oder Dissonanz nennt und in welcher die einzelnen Vorstellungen selbst nicht mehr vollständig zu erkennen sind. Die Verbindung ist hier eine Zugabe, die noch der Erklärung bedarf; die gegenseitige partiale Vernichtung aber, sowohl der Töne unter sich, als der Farben unter sich, ist es, die wir nach dem obigen mit dem Namen Hemmung bezeichnen müssen. Diese Vorstellungen sind mithin entgegengesetzte Vorstellungen. Dagegen sind ein Ton und eine Farbe disparate Vorstellungen, und wenn es sich so selten ereignet, dass diese in der Seele des Erwachsenen ungehemmt neben einander auftreten, so ist der Grund davon mehrentheils nur in dem gleichzeitigen Vorhandensein entgegengesetzter Vorstellungen ihrer Art zu suchen, die jede in der Seele antrifft.

7.

Wenn der Hemmung unter entgegengesetzten Vorstellungen Genüge geschehen ist, so sind die Vorstellungen *im Gleichgewicht;* über dem Uebergange zum Gleichgewicht aber verfliesst Zeit, während welcher die Vorstellungen sich *in Bewegung* befinden. Daraus entspringt eine Eintheilung der Psychologie in die Lehre vom Gleichgewicht und die Lehre von der Bewegung der Vorstellungen.

Wir betrachten hier, indem wir anfangs die Seele als leer von Vorstellungen voraussetzen, nur Gleichgewicht und Bewegung eintretender *einfacher* Vorstellungen, wobei wir uns als Ziel die Bewegung von Vorstellungen setzen, welche *nach einander* in die Seele gelangen. Disparate Vorstellungen werden wir dabei gänzlich ausser Betracht lassen.

I. Abtheilung.

Vom Gleichgewicht unter einfachen Vorstellungen.

8.

I. Axiom. *Wenn zwei oder mehrere entgegengesetzte Vorstellungen zugleich in der Seele gegenwärtig sind, so ist der Erfolg der unter ihnen stattfindenden Hemmung der, dass ein bestimmter Theil ihrer Summe dergestalt unterdrückt wird, dass er der augenblicklichen Beobachtung entzogen ist.*

Wir nennen dieses Unterdrückte (von dessen Vertheilung auf die einzelnen Vorstellungen hier noch nicht die Rede ist) die *Hemmungssumme.* Sie wird durch eine Zahl bezeichnet, die der Summe derjenigen Zahlen gleich ist, welche die gehemmten Theile der einzelnen Vorstellungen angeben; die Ergänzungen der letztern zu denjenigen Zahlen, welche die ursprüngliche Stärke der Vorstellungen bezeichnen, werden die Reste darstellen, welche nach der Hemmung von den einzelnen Vorstellungen bleiben. Auf diese Weise zerfällt, numerisch betrachtet, jede Vorstellung in zwei Theile, nämlich in *das Gehemmte* und *den Rest.* Man darf jedoch hieraus nicht auf eine reale Zertheilung der Vorstellungen schliessen oder den Rest als ein abgeschnittenes Stück der ganzen Vorstellung betrachten wollen, die als ein Einfaches keine Zerschneidung gestattet; im Gegentheil bleibt die Vorstellung vollständig in der Seele, und nur in der Art, wie sie sich darin befindet, ist eine Aenderung vorgegangen. Dies giebt Veranlassung zu folgenden Begriffsbestimmungen.

1. Von ungehemmten Vorstellungen oder den ungehemmten Resten gehemmter Vorstellungen, sagen wir, sie seien *im Bewusstsein;* von vollständig gehemmten Vorstellungen oder den gehemmten Theilen der Vorstellungen dagegen, sie seien *ausser dem Bewusstsein.*

2. Unter *Verdunkelung* einer Vorstellung verstehen wir das Verhältniss des gehemmten Theils zur ganzen Vorstellung, unter *Klarheit* das Verhältniss des ungehemmten Rests zur ganzen Vorstellung.

Die Verdunkelung einer ungehemmten Vorstellung ist $=0$, ihre Klarheit $=1$. Die Verdunkelung einer Vorstellung a, von welcher der Theil h gehemmt ist, ist $=\frac{h}{a}$, ihre Klarheit $=\frac{a-h}{a}$. Und so in ähnlichen Fällen.

9.

II. Axiom. *Die Hemmungssumme für zwei entgegengesetzte Vorstel-*

lungen von gegebener Stärke kann höchstens derjenigen von beiden gleich sein, die nicht von der andern übertroffen wird.

Um die Statthaftigkeit dieses Axioms zu motiviren, machen wir, da im ersten Axiom die Vertheilung der Hemmungssumme auf die einzelnen Vorstellungen unbestimmt blieb, die Fiction, die Hemmungssumme falle ganz auf die eine der beiden Vorstellungen, also die andere solle ganz ungehemmt bleiben. Damit letzteres geschehe, ist nun sofort klar, dass jene eine Vorstellung im äussersten Falle vollständig gehemmt werden muss, da mehr als vollständige Hemmung nicht stattfinden kann; es kann sich jedoch auch ereignen, dass die eine Vorstellung nur theilweise gehemmt zu werden braucht, damit die andere ungehemmt daneben bestehe.

Sind nun beide Vorstellungen gleich gross, so folgt sogleich, dass die Hemmungssumme höchstens der einen von ihnen gleich sein kann.

Sind aber beide Vorstellungen ungleich, z. B. $a > b$, so wird, wenn a vollständig gehemmt ist, b ungehemmt bleiben, und wenn b vollständig gehemmt ist, a ungehemmt daneben bestehen. Aber mehr als vollständige Hemmung einer Vorstellung kann nicht stattfinden, folglich wird im äussersten Falle, wenn a ungehemmt bleiben soll, b vollständig gehemmt werden müssen; und alsdann braucht, wenn b ungehemmt bleiben soll, nur ein Theil von a, der $= b$ ist, gehemmt zu werden, so dass der Rest $a - b$ von a im Bewusstsein bleibt. Die Hemmungssumme kann also höchstens der kleinern von beiden Vorstellungen, b, gleich sein.

10.

Der Umstand, dass aus der Stärke zweier entgegengesetzten Vorstellungen allein (z. B. a und b, wo b nicht $> a$ sei) die Hemmungssumme noch nicht vollständig bestimmt, sondern nur zwischen die Grenzen 0 und b eingeschlossen wird, gibt Veranlassung zu einer neuen Begriffsbestimmung. Da wir nämlich Vorstellungen, die einander hemmen, *entgegengesetzte* Vorstellungen genannt haben, so werden wir von einem grössern oder geringern *Gegensatze* unter zwei Vorstellungen reden dürfen, je nachdem beide eine grössere oder geringere Hemmungssumme unter sich bilden; und da letztere höchstens der Grösse der kleinern der beiden Vorstellungen gleichkommt, so können wir denjenigen Gegensatz, der dieser grössten Hemmungssumme entspricht, beim Messen des Gegensatzes zum Grunde legen und mithin folgende Definition aufstellen:

Als *Maass des Gegensatzes* unter zwei Vorstellungen soll das Verhältniss der aus beiden entspringenden Hemmungssumme zu derjenigen von ihnen, die nicht die andere übertrifft, angesehen werden.

Das Maass des Gegensatzes liegt also zwischen den Zahlen 0 und 1; es ist $= 0$ für qualitativ gleiche Vorstellungen, dagegen $= 1$, wenn die kleinere Vorstellung vollständig gehemmt werden muss, damit die grössere ungehemmt bleibe.

11.

Hieraus fliesst sogleich folgendes Theorem:

Die Hemmungssumme für zwei entgegengesetzte Vorstellungen ist gleich dem Producte aus derjenigen von beiden, die nicht die andere übertrifft, mit dem Maasse des Gegensatzes beider.

Seien also a und b zwei entgegengesetzte Vorstellungen, wo b nicht $> a$, ferner β das Maass ihres Gegensatzes, so wird die Hemmungssumme $= \beta b$, d. h. wenn die Vorstellungen a und b zugleich in die Seele eintreten, so wird von der Summe $a + b$ der Theil βb aus dem Bewusstsein verdrängt werden, bevor Gleichgewicht eintritt.

12.

Nach demselben Principe wie oben lässt sich nun auch leicht die Hemmungssumme für mehr als zwei entgegengesetzte Vorstellungen finden, welche zugleich in die Seele eintreten. Es seien $a, b, c, d \ldots$ die gegebenen Vorstellungen, so angeordnet, dass keine von der nachstehenden an Grösse übertroffen wird; alsdann ergibt sich sogleich als ein Corollar zum II. Axiom, dass die Hemmungssumme höchstens $= b + c + d \ldots$ sein kann, und dass sie diese Grösse wirklich erreichen muss, sobald nur der Gegensatz unter den Vorstellungen gross genug angenommen wird. Denn jene Summe findet sich als die äusserste, die gehemmt werden muss, damit a ungehemmt im Bewusstsein bleibe, und wollte man b oder c etc. ungehemmt im Bewusstsein behalten, so brauchte eben desshalb (§. 9) die Summe des zu Hemmenden nicht grösser zu sein.

Ist der Gegensatz unter den gegebenen Vorstellungen geringer, so kann die Hemmungssumme nur einen Bruchtheil von jener grössten Hemmungssumme ausmachen, den wir mit

$$\lambda\,(b + c + d \ldots)$$

bezeichnen, wo mithin λ zwischen den Grenzen 0 und 1 liegt. In welchem Zusammenhange aber diese Grösse λ, die wir den *Coefficienten der Hemmungssumme* nennen wollen, mit den (oben definirten) Maassen der Gegensätze unter sämmtlichen Paaren der gegebenen Vorstellungen steht, darüber möchte nur durch ein neues Axiom eine Feststellung zu treffen sein, was wir uns jedoch, als die bevorstehenden Untersuchungen nicht weiter fördernd, hier versagen wollen.

13.

III. Axiom. *Der Antheil, welcher jeder einzelnen der gegebenen Vorstellungen von der gesammten Hemmungssumme zufällt, damit Gleichgewicht unter ihnen vorhanden sei, ist proportional der Summe der Maasse ihrer Gegensätze gegen sämmtliche übrigen Vorstellungen, und umgekehrt proportional ihrer eigenen Stärke.*

Dieses Axiom macht nur insofern auf reale Gültigkeit Anspruch, als es die einfachste und naturgemässeste Annahme enthält, die in Bezug auf die Vertheilung der Hemmungssumme auf die einzelnen Vorstellungen getroffen werden kann. Jede Vorstellung können wir uns nämlich, sobald sie mit entgegengesetzten Vorstellungen zusammentrifft (§. 5), als eine Kraft denken, welche derjenigen Hemmung widerstrebt, die durch das Beisammensein der entgegengesetzten Vorstellungen hervorgerufen wird. Diese Kraft aber ist allein abhängig von Stärke und Gegensatz der Vorstellungen; sie wächst mit dem Wachsen der erstern und verringert sich mit dem Wachsen der letztern. Nimmt man nun unter diesem Wachsen und Abnehmen Proportionalität an, und setzt das Gehemmte der Kraft umgekehrt proportional, so hat man die obige Hypothese.

Nennen wir die Vorstellungen $a, b, c, d \ldots$, in solcher Ordnung, dass keiner eine kleinere vorhergeht; sind ferner die Maasse der Gegensätze von a gegen $b, c, d \ldots$ resp. $\beta, \gamma, \delta \ldots$, die von b gegen $c, d \ldots$ resp. $\gamma', \delta' \ldots$, die von c gegen $d, e \ldots$ resp. $\delta'', \varepsilon'' \ldots$ so ist der Antheil der Hemmung für a proportional der Grösse

$$\frac{1}{a}(\beta + \gamma + \delta \ldots)$$

für b proportional der Grösse

$$\frac{1}{b}(\beta + \gamma' + \delta' \ldots)$$

für c

$$\frac{1}{c}(\gamma + \gamma' + \delta'' \ldots)$$

für d

$$\frac{1}{d}(\delta + \delta' + \delta'' \ldots)$$

u. s. w. Nach dem Verhältniss dieser Grössen vertheilt sich mithin die ganze Hemmungssumme

$$\lambda\ (b + c + d \ldots)$$

auf die einzelnen Vorstellungen $a, b, c, d \ldots$.

14.

Es hat nun keine Schwierigkeit, für je zwei oder mehrere entgegengesetzte Vorstellungen, welche zugleich in der Seele vorhanden sind, die Grösse der Hemmung zu berechnen, welche jede für den Fall des Gleichgewichts zu tragen hat. Es seien zunächst nur zwei Vorstellungen a und b, wo a nicht $< b$, gegeben und β das Maass ihres Gegensatzes, so ist βb die Hemmungssumme, welche in dem Verhältniss $\frac{1}{a}\beta : \frac{1}{b}\beta$ d. i. $b : a$ auf beide vertheilt werden muss. Man erhält also

$$\text{das Gehemmte von } a, \quad s' = \frac{\beta b^2}{a+b}$$

$$\text{das Gehemmte von } b, \quad s'' = \frac{\beta a b}{a+b}$$

folglich für die im Bewusstsein bleibenden Reste der Vorstellungen

$$\text{der Rest von } a, \quad r' = a - \frac{\beta b^2}{a+b}$$

$$\text{der Rest von } b, \quad r'' = b - \frac{\beta a b}{a+b}$$

und endlich (§. 8.)

$$\text{die Verdunkelung von } a, = \frac{\beta b^2}{a(a+b)}, \quad \text{ihre Klarheit} = 1 - \frac{\beta b^2}{a(a+b)}$$

$$\text{die Verdunkelung von } b, = \frac{\beta a}{a+b}, \quad \text{ihre Klarheit} = 1 - \frac{\beta a}{a+b}.$$

Nimmt man $a > b$ an, so ist, wie aus diesen Formeln hervorgeht, das Gehemmte von b grösser als das von a; folglich stehen auch die Reste r' und r'' nicht mehr in dem Verhältnisse $a : b$, sondern weichen mehr von einander ab, als das Verhältniss der ungehemmten Vorstellungen erfordern würde, oder es ist $\frac{r'}{r''} > \frac{a}{b}$. Dass aber diese Abweichung nicht so weit gehen kann, dass die schwächere Vorstellung ganz aus dem Bewusstsein verdrängt wird, zeigt sich leicht aus der Betrachtung des Werthes von r'', welcher nur dann $=0$ werden kann, wenn man $a = \infty$ oder $b = 0$ setzt.

15.

Für drei Vorstellungen a, b, c würde, mit Beibehaltung der Bezeichnungen des §. 13, $\lambda(b+c)$ die Hemmungssumme sein, die sich in dem Verhältniss

$$\frac{1}{a}(\beta+\gamma) : \frac{1}{b}(\beta+\gamma') : \frac{1}{c}(\gamma+\gamma')$$

auf die drei Vorstellungen vertheilt. Folglich wird

das Gehemmte von a, $s' = \dfrac{bc\lambda\,(b+c)\,(\beta+\gamma)}{bc\,(\beta+\gamma)+ca\,(\beta+\gamma')+ab\,(\gamma+\gamma')}$

das Gehemmte von b, $s'' = \dfrac{ca\lambda\,(b+c)\,(\beta+\gamma')}{bc\,(\beta+\gamma)+ca\,(\beta+\gamma')+ab\,(\gamma+\gamma')}$

das Gehemmte von c, $s''' = \dfrac{ab\lambda\,(b+c)\,(\gamma+\gamma')}{bc\,(\beta+\gamma)+ca\,(\beta+\gamma')+ab\,(\gamma+\gamma')}$

woraus sodann leicht noch die Reste

$$r' = a - s', \qquad r'' = b - s'', \qquad r''' = c - s'''$$

so wie Verdunkelung und Klarheit einer jeden der drei Vorstellungen gefunden werden können.

Hier wird nicht, was bei zwei allein vorhandenen Vorstellungen der Fall war, die schwächste Vorstellung immer die grösste Hemmung erfahren, sondern die Maasse der Gegensätze, welche für zwei Vorstellungen (§. 14.) aus dem Hemmungsverhältniss wegfielen, können einen solchen Einfluss haben, dass sogar die stärkste Vorstellung a die grösste Hemmung erleidet, oder dass s' sowohl $> s''$ als $> s'''$ wird. Dies wird namentlich eintreten, wenn γ' klein genug ist verglichen mit γ und β, während a nicht gar zu sehr b und c übertrifft; d. i. zwei Vorstellungen von geringem Gegensatz können einer dritten stärkern, die ihnen mehr entgegengesetzt ist, eine grössere Hemmung auferlegen, als sie selbst erleiden.

16.

Die Frage, ob von drei Vorstellungen die eine vollständig aus dem Bewusstsein verdrängt werden kann, wird eine andere Antwort erhalten als im §. 14. Es werde nämlich zuerst in Bezug auf die schwächste Vorstellung c untersucht, wie sie, alles übrige gleich gesetzt, gewählt werden müsse, um gerade vollständig gehemmt zu werden. Die Gleichung $r''' = 0$, welche diese Forderung ausspricht, verwandelt sich nach dem vorstehenden in

$$[b(\beta+\gamma)+a(\beta+\gamma')]\,c^2 + ab\,(1-\lambda)\,(\gamma+\gamma')\,c - ab^2\lambda(\gamma+\gamma') = 0 \quad (1.)$$

welche Gleichung 2 reelle Wurzeln besitzt, von denen, wie die Folge der Zeichen lehrt, die eine positiv und die andere negativ ist. Die erstere wird den gesuchten Werth von c enthalten, wenn sich nur noch von ihr nachweisen lässt, dass sie kleiner als b bleibt.

Aber die Substitution $c = 0$ in (1.) giebt ein negatives Resultat, mithin muss $c = b$ ein positives Resultat geben, oder es muss, wenn man den gemeinschaftlichen Factor b^2 weglässt

$$b\,(\beta+\gamma) + a\,(\beta+\gamma') + a\,(1-2\lambda)\,(\gamma+\gamma') > 0 \quad (2.)$$

sein, an welche Bedingung mithin die Existenz desjenigen Werthes von c, der der aufgestellten Forderung entsprechen soll, geknüpft ist.

Wollte man ebenso fragen, ob und unter welchen Bedingungen die Vorstellung b neben a und c vollständig aus dem Bewusstsein verdrängt werde, so würde man in gleicher Weise die Gleichung $r'' = 0$ in Bezug auf b zu untersuchen haben. Aber diese Gleichung, die aus §. 15. leicht vollständig herzustellen ist, unterscheidet sich von der obigen (1.) nur durch Vertauschung von b und c, so wie β und γ, und die vorige Auflösung kann desshalb sofort auf diesen Fall ausgedehnt werden, wenn man die Beschränkung fallen lässt, dass c nicht $> b$ sein soll. Es wird also, wenn zwei Vorstellungen a und b gegeben sind, von denen b nicht $> a$ ist, die dritte Vorstellung c, die neben jenen beiden aus dem Bewusstsein verdrängt werden soll, immer durch die positive Wurzel der Gleichung (1.) gegeben werden, so lange nur diese Wurzel nicht selbst $= a$ oder $> a$ wird, in welchem Falle es keinen Werth von c von der angezeigten Beschaffenheit giebt. Es muss also, wenn man $c = a$ in (1.) substituirt, ein positives Resultat hervorgehen, oder es muss

$$a b (\beta + \gamma) + a^2 (\beta + \gamma') + a b (1 - \lambda)(\gamma + \gamma') - b^2 \lambda (\gamma + \gamma') > 0 \qquad (3.)$$

sein, welche Bedingung jetzt an die Stelle von (2.) tritt.

Die Forderung, welche wir als die dritte aufstellen können, dass die Vorstellung a neben den schwächern b und c aus dem Bewusstsein verdrängt werde, wird durch die Gleichung $r' = 0$ ausgesprochen, wofür wir haben

$$[c(\beta + \gamma') + b(\gamma + \gamma')]\, a^2 + b c (\beta + \gamma)\, a - b c \lambda (b + c)(\beta + \gamma) = 0 \qquad (4.)$$

Diese Gleichung hat eine positive und eine negative reelle Wurzel, von denen die erste den gesuchten Werth von a giebt, wenn sich von ihr nachweisen lässt, dass sie $> b$ ist. Aber die Substitution $a = 0$ in (4.) giebt ein negatives Resultat, folglich muss die Substitution $a = b$ ebenfalls ein negatives Resultat geben, oder es muss

$$b c (\beta + \gamma') + b^2 (\gamma + \gamma') + b c (\beta + \gamma) - c \lambda (b + c)(\beta + \gamma) < 0 \qquad (5.)$$

sein, wenn es einen Werth von a von der angegebenen Beschaffenheit geben soll.

Vertauscht man in (5.) b mit c (also auch β mit γ), alsdann aber auch c mit a (also zugleich γ' mit β), so dass nun c als die gesuchte grösste Vorstellung angesehen wird, und daneben b nicht $> a$ ist: so wird die Bedingung (5.) die Ergänzung von (3.). Es lassen sich mithin die betrachteten drei Fälle in folgendes eine Theorem zusammenfassen:

Wenn von drei Vorstellungen a, b, c *irgend zwei* a *und* b, *wo* b *nicht* $>$ a *ist, nebst den Maassen der Gegensätze* β, γ, γ' *und dem Coefficienten der Hemmungssumme* λ *gegeben sind, so wird derjenige Werth der dritten Vorstel-*

lung c, *welcher neben jenen beiden genau vollständig gehemmt wird, durch die positive Wurzel der Gleichung*

$$[b(\beta+\gamma)+a(\beta+\gamma')]\,c^2+ab\,(1-\lambda)\,(\gamma+\gamma')\,c-ab^2\,\lambda\,(\gamma+\gamma')=0$$

gegeben, wie sonst auch die Grösse dieser Wurzel, verglichen mit a *und* b, *sein mag.*

Wir knüpfen hieran noch die Bestimmung, dass wir von einer Vorstellung, die neben zwei (oder mehreren) andern aus dem Bewusstsein verdrängt ist, sagen werden, sie befinde sich auf der *Schwelle des Bewusstseins.*

17.

Wenn die eine von drei Vorstellungen a, b, c, etwa c, schwächer ist als derjenige Werth, welcher neben a und b auf die Schwelle des Bewusstseins sinkt, so ist das Quantum dessen, was nach §. 15. von c gehemmt werden muss, grösser als c selbst. Aber von c kann nicht mehr als eben c gehemmt werden, und da nun dennoch die Hemmungssumme vollständig aus dem Bewusstsein verdrängt werden muss, so bleibt nichts weiter übrig, als dass a und b einen grössern Antheil an der Hemmung übernehmen, als ihnen sonst zugefallen sein würde. Die Rechnung des §. 15. erleidet demnach überall da eine Modification, wo eine der drei Vorstellungen kleiner ist, als sie sein müsste, um der Gleichung (1.) §. 16. zu genügen.

Es sei c_0 derjenige Werth von c, welcher neben a und b zur Schwelle sinkt, also c_0 die positive Wurzel der Gleichung (1.) §. 16; ferner sei $c < c_0$, und S die aus a, b, c resultirende Hemmungssumme, die wir nicht näher bestimmen können, da wir über die relative Grösse von a, b, c keine Bestimmung getroffen haben. Alsdann wird c vollständig gehemmt, und der Ueberschuss $S-c$ der Hemmungssumme vertheilt sich auf a und b in dem Verhältniss

$$\frac{1}{a}\,(\beta+\gamma)\,:\,\frac{1}{b}\,(\beta+\gamma')$$

so dass wir statt der Resultate des §. 15. die folgenden erhalten:

das Gehemmte von a, $s'=\dfrac{b\,(S-c)\,(\beta+\gamma)}{b\,(\beta+\gamma)+a\,(\beta+\gamma')}$

das Gehemmte von b, $s''=\dfrac{a\,(S-c)\,(\beta+\gamma')}{b\,(\beta+\gamma)+a\,(\beta+\gamma')}$

das Gehemmte von c, $s'''=c$.

Aehnliche Betrachtungen lassen sich für mehr als drei Vorstellungen anstellen, welche jedoch, abgerechnet die grössere Weitläuftigkeit der Rechnung, nichts neues darbieten.

II. Abtheilung.

Von der Bewegung einfacher Vorstellungen, welche gleichzeitig ungehemmt in der Seele auftreten.

18.

IV. Axiom. *In jedem unendlich kleinen Zeittheilchen ist das Quantum dessen, was gehemmt wird, proportional dem noch zu hemmenden Theile der Hemmungssumme.*

Dass über dem Sinken der Hemmungssumme Zeit verfliesst, darüber giebt die innere Erfahrung hinlänglich Auskunft. Das angegebene Gesetz aber, nach welchem das Sinken geschieht, lässt sich dadurch motiviren, dass das Quantum des Gehemmten in jedem Zeittheilchen als unmittelbarer und alleiniger Ausdruck des noch zu Hemmenden angesehen werden muss, und desshalb Proportionalität dessen, was gehemmt wird, mit dem noch zu Hemmenden die naturgemässeste Hypothese ist, welche hier aufgestellt werden kann.

Es sei nach Verlauf der Zeit t das Gehemmte $= \sigma$, die vollständige Hemmungssumme $= S$, und α eine Constante, so wird

$$\frac{d\sigma}{dt} = \alpha (S - \sigma) \qquad (1.)$$

woraus, wenn wir die Zeit mit dem Beginn der Hemmung anfangen zu zählen,

$$t = \frac{1}{\alpha} \log \frac{S}{S - \sigma} \qquad (2.)$$

$$\sigma = S (1 - e^{-\alpha t}) \qquad (3.)$$

19.

Die Constante α hängt von der Grösse derjenigen Einheit ab, die wir der Zeit t zum Grunde legen wollen, und wir könnten desshalb α den *Modulus* der gewählten Zeiteintheilung nennen. Wir ziehen es jedoch vor, unsere Formeln von α unabhängig zu machen, indem wir für unsere Rechnungen $\alpha = 1$ setzen und mithin denselben diejenige (gleichsam natürliche) Zeiteinheit zum Grunde legen, welche diesem Werthe des Modulus entspricht. Wir haben also

$$\frac{d\sigma}{dt} = S - \sigma \qquad (1.)$$

$$t = log \frac{S}{S - \sigma} \qquad (2.)$$

$$\sigma = S(1 - e^{-t}) \qquad (3.)$$

Wie wir aber zur Bestimmung dieser Zeiteinheit werden gelangen können, darüber kann erst die mathematische Betrachtung der verwickelteren psychologischen Vorgänge, die wir in der Erfahrung antreffen, Aufschluss geben. Die Möglichkeit dieser Bestimmung erhellet indessen leicht. Setzen wir z. B. $\sigma = \frac{1}{2} S$, so wird aus (2.)

$$t = log\, 2 = 0{,}6931 \ldots$$

Wenn nun überhaupt dergleichen einfache Vorgänge, wie diese Rechnung voraussetzt, ungestört in der Seele vorhanden wären, und wenn ferner sich eine genaue Beobachtung des Momentes, in welchem die halbe Hemmungssumme gesunken ist, anstellen liesse, so würde die über diesem Sinken verflossene Zeit $= 0{,}6931 \ldots$ zu setzen sein, womit zugleich die Grösse der Zeiteinheit gegeben sein würde. Hätte man etwa die Beobachtung nach Sekunden angestellt, so würde man die gesuchte Zeiteinheit in Sekunden ausgedrückt erhalten, oder, was damit zusammenfällt, den Modulus α für Sekunden-Eintheilung.

Herbart (Psychol. Unters. 1. Heft S. 174.) hat es wahrscheinlich gemacht, dass die Zeiteinheit in demjenigen Sinne, in welchem wir sie hier zu nehmen haben, ungefähr $= 2$ Sekunden zu setzen sei.

20.

Das Verhältniss des während der Zeit dt Gehemmten zu dieser Zeit nennen wir die *Geschwindigkeit*, und bezeichnen sie mit v. Wir haben also $v = \frac{d\sigma}{dt}$, folglich

$$v = S - \sigma \qquad (1.)$$

$$v = S e^{-t} \qquad (2.)$$

Die Geschwindigkeit findet also ihren numerischen Ausdruck in dem Quantum des noch zu hemmenden Theils der Hemmungssumme. Sie ist im Anfange der Hemmung am grössten, nämlich gleich der ganzen Hemmungssumme $= S$, und nimmt fortwährend ab; sie wird $= 0$ für $t = \infty$, wo zugleich $\sigma = S$ oder die Hemmung vollständig geschehen ist. Die Vorstellungen kommen also streng genommen niemals vollständig zur Ruhe, doch sehr bald beinahe, wie aus dem Laufe der Function e^{-t} für wachsende t zur Genüge erhellet.

21.

Die vorstehenden Formeln können, dem IV. Axiom gemäss, sogleich auf die einzelnen Vorstellungen übertragen werden, die der Hemmungssumme nachgeben müssen, vorausgesetzt, dass keine von ihnen unter die Schwelle des Bewusstseins fällt; es ist nur nöthig, für jede der Vorstellungen a, b, c .... statt S denjenigen Antheil der Hemmungssumme zu setzen, der ihr nach §. 13. zukommt. Bezeichnen wir also die zu a gehörigen Grössen durch einen, die zu b gehörigen durch zwei Accente etc., so haben wir

$$\text{für } a, \qquad \sigma' = s'(1 - e^{-t})$$
$$v' = s' e^{-t}$$
$$\text{für } b, \qquad \sigma'' = s''(1 - e^{-t})$$
$$v'' = s'' e^{-t}$$

etc.

Da $s' + s'' + \ldots = S$, so wird auch $\sigma' + \sigma'' + \ldots = \sigma$ und $v' + v'' + \ldots . = v$ sein, und ebenso werden $\sigma', \sigma'', \ldots,$ so wie $v', v'', \ldots$ in jedem Zeitmomente unter einander in demselben Verhältniss stehen wie $s', s'', \ldots .$ selbst.

22.

Das Vorige erleidet eine Abänderung, wenn unter den Vorstellungen eine vorkommt, die in Folge ihres Antheils an der Hemmungssumme unter die Schwelle des Bewusstseins sinkt. Es habe unter den Vorstellungen a, b, c die letztere einen solchen Werth, so dass $c < s'''$, so kann in

$$t = log \frac{s'''}{s''' - \sigma'''}$$

σ''' höchstens $= c$ gesetzt werden, und die Zeit, in welcher c zur Schwelle sinkt, wird also sein

$$t_0 = log \frac{s'''}{s''' - c}$$

und die Geschwindigkeit, mit welcher c auf der Schwelle ankommt

$$v_0 = s''' - c$$

Da nun für c kein weiteres Sinken stattfinden kann, die Hemmungssumme selbst aber nach §. 18. continuirlich sinken muss, so vertheilt sich der Ueberschuss des von c zu hemmenden Antheils, nämlich $s''' - c$, auf die Vorstellungen a und b, wie von früher bekannt; wir haben also für a und b, für welche von $t = 0$ bis $t = t_0$ das Sinken nach den Formeln des §. 21. erfolgte, für $t > t_0$ folgende Ausdrücke:

$$\sigma' = s'(1 - e^{-t}) + \frac{s'}{s' + s''} \cdot (\sigma''' - c)$$

$$v' = s' e^{-t} + \frac{s'}{s' + s''} \cdot v'''$$

$$\sigma'' = s''(1 - e^{-t}) + \frac{s''}{s' + s''} \cdot (\sigma''' - c)$$

$$v'' = s'' e^{-t} + \frac{s''}{s' + s''} \cdot v'''$$

es erhalten also a und b in dem Zeitmomente $t = t_0$, wo c auf die Schwelle tritt, einen Stoss, der ihre augenblickliche Geschwindigkeit resp. um

$$\frac{s'}{s' + s''}\, v_0 \text{ und } \frac{s''}{s' + s''} \cdot v_0$$

vermehrt. Für $t = \infty$ werden v' und v'' zu Null, und σ' und σ'' nehmen diejenigen Werthe an, welche in §. 17 für diesen Fall entwickelt wurden.

Wie sich die Rechnung für mehr als drei Vorstellungen stellt, folgt hieraus von selbst.

III. Abtheilung.

Von der Bewegung einfacher Vorstellungen, welche nach einander in die Seele eintreten.

23.

Zur vollständigen Erledigung der Untersuchungen, welche die Bewegung einfacher Vorstellungen zu ihrem Gegenstande haben, gehört jetzt noch eine Betrachtung derjenigen Fälle hierher, wo mehrere entgegengesetzte Vorstellungen nach einander ins Bewusstsein eintreten; namentlich also eine Erörterung der Frage nach derjenigen Bewegung, welche hervorgebracht wird, wenn zu mehreren schon im Gleichgewicht oder noch in Bewegung begriffenen Vorstellungen eine oder mehrere neue entgegengesetzte hinzukommen. Wir werden bei dieser Erörterung uns genöthigt sehen, von den thatsächlich vorhandenen Lehren der mathematischen Psychologie, denen wir bis hieher gefolgt sind, abzuweichen.

Nehmen wir zuerst an, es seien zwei Vorstellungen a und b, deren Hemmungssumme $= s$ ist, mit einander im Gleichgewicht; es sei s' der Antheil der Hemmungssumme welcher auf a, und s'' derjenige, welcher auf

b fällt, mithin $s = s' + s''$, und $a - s'$ und $b - s''$ die resp. von a und b im Bewusstsein gebliebenen Reste.

Es trete nun eine dritte Vorstellung c ins Bewusstsein, die den vorigen a und b mehr oder weniger entgegengesetzt ist, und es sei die nach frühern Herleitungen aus den drei Vorstellungen a, b, c resultirende Hemmungssumme $= S$, von welcher der Antheil S' zu a, der Antheil S'' zu b, der Antheil S''' zu c gehört, so dass $S = S' + S'' + S'''$.

Wenn man nun vorläufig von der Vertheilung der Hemmungssumme auf die einzelnen Vorstellungen absieht, so ist klar, dass die Hemmungssumme S vollständig sinken muss; es ist aber beim Eintritte von c erst $s < S$ gesunken, folglich muss noch $S - s$ sinken, und wendet man hierauf das IV. Axiom an, so folgt:

$$\frac{d\sigma}{dt} = S - s - \sigma \qquad (1.)$$

$$t = log\ \frac{S - s}{S - s - \sigma} \qquad (2.)$$

$$\sigma = (S - s)\ (1 - e^{-t}) \qquad (3.)$$

wo σ das während der Zeit t gesunkene Quantum bezeichnet, letztere von dem Eintreten der Vorstellung c angerechnet. Die Zeit, welche über dem Sinken des ganzen Quantums $S - s$ verfliesst, ist also unendlich gross.

24.

Welche Bewegung nun aber unter den einzelnen Vorstellungen während des Sinkens von $S - s$ eintritt, darüber erhält man auf folgende Weise Aufschluss.

Die Hemmungssumme $S - s$, welche in Folge des Eintretens von c noch sinken muss, vertheilt sich unmittelbar nach den Vorschriften des §. 13. auf die Vorstellungen a, b, c (in ähnlicher Weise wie das Hemmungsquantum $s''' - c$ §. 22. auf a und b), so dass diesen Vorstellungen resp. die Antheile

$$\Sigma' = \frac{S - s}{S} S', \quad \Sigma'' = \frac{S - s}{S} S'', \quad \Sigma''' = \frac{S - s}{S} S''' \qquad (1.)$$

zufallen, wo man hat $\Sigma' + \Sigma'' + \Sigma''' = S - s$. Nach den obigen Annahmen müssen aber, damit Gleichgewicht eintritt, von den drei Vorstellungen resp. die Antheile

$$S' - s', \qquad S'' - s'', \qquad S''' \qquad (2.)$$

wo gleichfalls $S' - s' + S'' - s'' + S''' = S - s$ ist, noch gehemmt werden, und wenn nun diese Antheile mit den vorhergehenden coincidirten, so dürfte man nach dem IV. Axiom geradezu setzen

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\sigma'}{dt} &= \Sigma' - \sigma' = S' - s' - \sigma' \\ \frac{d\sigma''}{dt} &= \Sigma'' - \sigma'' = S'' - s'' - \sigma'' \\ \frac{d\sigma'''}{dt} &= \Sigma''' - \sigma''' = S''' - \sigma'''\end{aligned}\right\} \quad (3.)$$

von σ', σ'' σ''' die nach Verlauf der Zeit t, letztere vom Eintreten der Vorstellung c angerechnet, gehemmten Theile der drei Hemmungsquanta bezeichnen.

Aber im Allgemeinen werden die Differenzen

$$S' - s' - \Sigma', \qquad S'' - s'' - \Sigma'', \qquad S''' - \Sigma'''$$

nicht $= 0$ sein, sondern irgend positive oder negative Zahlen. Alsdann lehrt der Augenschein, dass die Hemmung z. B. in der Vorstellung a so werde beginnen müssen, als sollte der Antheil Σ' gehemmt werden (denn dieser Hemmungs-Antheil ist durch das Eintreten von c der Vorstellung a zugefallen); dass sie dagegen nach $t = \infty$ damit endigen werde, dass der Antheil $S' - s'$ wirklich gehemmt ist (denn diese Hemmung ist für die Entstehung von Gleichgewicht nothwendig). Mit andern Worten, das Hemmungsquantum Σ' muss während der Hemmung durch das Hemmungsquantum $S' - s'$ verdrängt werden. Ueber das Gesetz dieser Verdrängung aber nöthigt uns die Analogie des IV. Axioms Folgendes festzustellen.

25.

V. Axiom. *Wenn einer Vorstellung durch eine plötzlich eintretende Ursache eine Hemmung* $= \Sigma_0$ *auferlegt wird, während sie dagegen zur Entstehung von Gleichgewicht eine Hemmung* $= S_0$ *zu übernehmen hat, so wird während der erfolgenden Bewegung das Quantum* Σ_0 *durch das Quantum* S_0 *dergestalt verdrängt, dass in jedem unendlich kleinen Zeittheilchen das Quantum dessen, was zu* Σ_0 *hinzutritt, proportional ist demjenigen Theile von* $S_0 - \Sigma_0$, *der noch zu* Σ_0 *hinzutreten muss.*

Es sei also ς das in der Zeit t zu Σ_0 hinzugetretene Quantum, so hat man (die Constante vernachlässigend, wie im §. 19.)

$$\frac{d\varsigma}{dt} = S_0 - \Sigma_0 - \varsigma$$

$$\varsigma = (S_0 - \Sigma_0)\,(1 - e^{-t}).$$

So für die Vorstellung a, wo $S' - s'$ an die Stelle von S_0, und Σ' an die Stelle von Σ_0 tritt, erhält man

$$(S' - s' - \Sigma')\,(1 - e^{-t})$$

als den Ausdruck desjenigen Quantums, welches zu Σ' nach der Zeit t hinzugekommen ist.

Aehnliches geschieht in Bezug auf die Vorstellungen b und c, und demnach verwandeln sich die Gleichungen (3.) §. 24. jetzt mit Rücksicht auf die Verdrängung des Hemmungsquantums in folgende:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\sigma'}{dt} &= \Sigma' + (S' - s' - \Sigma')(1 - e^{-t}) - \sigma' \\ \frac{d\sigma''}{dt} &= \Sigma'' + (S'' - s'' - \Sigma'')(1 - e^{-t}) - \sigma'' \\ \frac{d\sigma'''}{dt} &= \Sigma''' + (S''' - \Sigma''')(1 - e^{-t}) - \sigma''' \end{aligned}\right\} \quad (1.)$$

woraus man durch Integration erhält:

$$\left.\begin{aligned} \sigma' &= (S' - s')(1 - e^{-t}) - (S' - s' - \Sigma')\, t\, e^{-t} \\ \sigma'' &= (S'' - s'')(1 - e^{-t}) - (S'' - s'' - \Sigma'')\, t\, e^{-t} \\ \sigma''' &= S'''(1 - e^{-t}) - (S''' - \Sigma''')\, t\, e^{-t} \end{aligned}\right\} \quad (2.)$$

indem die Constanten so bestimmt sind, dass für $t = 0$ auch σ', σ'', σ''' verschwinden.

Die Formeln (2.) sind absichtlich so geschrieben, dass man in ihren ersten Theilen diejenigen Resultate erkennt, welche unter der Voraussetzung, die den Gleichungen (3.) §. 24 zum Grunde lag, entstanden sein würden. Die zweiten subtractiven Theile enthalten mithin gleichsam die Correctionen, und man erkennt leicht, dass nicht nur die Summe derselben identisch $= 0$ ist, sondern auch dass sie einzeln mit $t = \infty$ verschwinden.

26.

Die gefundenen Werthe von σ', σ'', σ''' sind dadurch merkwürdig, dass sie unter Umständen ein Maximum zulassen. Dieses Maximum tritt nämlich ein

$$\text{für } \sigma', \quad \text{wenn } t' = -\frac{\Sigma'}{S' - s' - \Sigma'}$$

$$\text{für } \sigma'', \quad \text{wenn } t'' = -\frac{\Sigma''}{S'' - s'' - \Sigma''}$$

$$\text{für } \sigma''', \quad \text{wenn } t''' = -\frac{\Sigma'''}{S''' - \Sigma'''}$$

oder indem man die Werthe von Σ', Σ'', Σ''' aus §. 24 (1.) zurücksetzt

$$t' = \frac{S'(S - s)}{Ss' - S's}, \qquad t'' = \frac{S''(S - s)}{Ss'' - S''s}, \qquad t''' = -\frac{S - s}{s}.$$

Der Werth von t''' ist stets negativ, folglich wird σ''' hier, wo nur positive Werthe von t Bedeutung haben, kein Maximum erreichen können. Dagegen die Maxima von σ' und σ'' werden realisirbar sein, wenn resp. die Bedingungen

$$S s' > S' s \quad , \quad S s'' > S'' s$$

wofür man auch schreiben kann

$$\frac{s'}{s} > \frac{S'}{S} \quad , \quad \frac{s''}{s} > \frac{S''}{S}$$

erfüllt sind. In diesem Falle werden mithin die Vorstellungen a und b, von denen beim Beginn der Bewegung die Reste $a - s'$ und $b - s''$ im Bewusstsein waren, anfangs sinken bis t resp. die Werthe t' und t'' erreicht hat; von hier an werden die Vorstellungen sich wieder erheben, und steigend sich den Werthen $a - S'$ und $b - S''$ annähern, die sie erst mit $t = \infty$ erreichen. Begreiflich werden dabei a und b gross genug vorausgesetzt, damit sie nicht vor dem Eintreten der Maxima von σ' und σ'' auf die Schwelle des Bewusstseins hinabsinken.

27.

Um das Vorstehende durch ein Beispiel zu erläutern, nehmen wir an, es habe c genau denjenigen aus §. 16 bekannten Werth, wo es neben a und b vollständig zur Schwelle getrieben wird, und es sei ferner $S' = s'$, $S'' = s''$, welches unter der genannten Voraussetzung z. B. dann eintritt, wenn das Maass des Gegensatzes für jedes Paar unter den drei Vorstellungen a, b, c den Werth $= 1$ hat. Alsdann verwandeln sich die Gleichungen (2.) §. 25 in folgende

$$\left.\begin{aligned}
\sigma' &= \frac{S - s}{S} \,.\, S' \,.\, t e^{-t} \\
\sigma'' &= \frac{S - s}{S} \,.\, S'' \,.\, t e^{-t} \\
\sigma''' &= S''' \,(1 - e^{-t}) - \frac{s}{S} \,.\, S''' \,.\, t e^{-t}
\end{aligned}\right\} \quad (1.)$$

worin man noch c sowohl für $S - s$ als für S''' an die Stelle setzen kann.

Das Quantum σ''' wird fortwährend wachsen, mithin die Vorstellung c fortwährend sinken, bis für $t = \infty$, $\sigma''' = S''' = c$ geworden, folglich c vollständig gehemmt ist. Die Quanta σ' und σ'' dagegen wachsen nur bis $t = 1$, wo sie gleichzeitig ihre grössten Werthe

$$\frac{S - s}{S} \,.\, \frac{S'}{e} \text{ und } \frac{S - s}{S} \,.\, \frac{S''}{e} \qquad (2.)$$

erreichen, und von hier aus nehmen sie wieder ab und verschwinden mit $t = \infty$. Die Vorstellungen a und b sinken mithin nur von $t = 0$ bis $t = 1$, nehmen aber von $t = 1$ bis $t = \infty$ steigend allmälig ihren anfänglichen Stand wieder ein.

Ungeachtet des nachherigen Steigens von a und b sinkt aber die Hemmungssumme $S - s$ fortwährend, denn man erhält

$$\sigma' + \sigma'' + \sigma''' = (S - s)\ (1 - e^{-t})$$

entsprechend der Gleichung (3.) §. 23.

Man kann noch bemerken, dass die grössten Werthe in (2.) resp. nicht grösser als $a - s'$ und $b - s''$ vorausgesetzt werden müssen.

28.

Das angegebene Beispiel ist am besten dazu geeignet, um diejenige Auflösungsweise zu beleuchten, welche Herbart und nach ihm Drobisch von dem in Rede stehenden Problem gegeben haben. Wir folgen dabei der Darstellung von Drobisch, vergleiche dessen *Quaestionum mathematico-psychologicarum Fasc. I. Spec. IV.*

Was zunächst das Sinken der Hemmungssumme anlangt, so behauptet Drobisch (a. a. O. §. 41.), dass hier nicht unmittelbar unser IV. Axiom Anwendung finden könne, weil ausser dem Druck, welcher durch den noch zu hemmenden Theil $S - s - \sigma$ der Hemmungssumme nach der Zeit t ausgeübt wird, noch andere Kräfte zum Sinken der Hemmungssumme beitragen. Es werden nämlich in dem Beispiel §. 27. die Vorstellungen a und b gleich anfangs um die Theile σ' und σ'' unter ihren Gleichgewichtsstand hinabgedrückt, sie streben mithin diesen Gleichgewichtsstand wieder mit Kräften $= \sigma'$ und σ'' zu erreichen, und da dieses nicht ohne ein Hinabdrücken von c möglich sei, so erleide mithin c einen Druck $= \sigma' + \sigma''$, der desshalb dem obigen Druck $S - s - \sigma$ noch hinzugefügt werden müsse, so dass

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} &= S - s - \sigma + \sigma' + \sigma'' \\ &= S - s - \sigma''' \end{aligned}\right\} \quad (1.)$$

Zugleich wird nun angenommen, das Quantum σ vertheile sich in dem Verhältnisse $S' : S'' : S'''$ auf die drei Vorstellungen, so dass man hat

$$\frac{d\sigma}{dt} = S - s - \frac{S'''}{S} . \sigma$$

woraus sodann folgt, dass die Unterdrückung der Hemmungssumme $S - s$ in der Zeit

$$t_{,}=\frac{S}{S'''}\log\frac{S}{S'+S''} \qquad (2.)$$

vollbracht sein wird, wo mithin von der Vorstellung c erst der Theil $\frac{S-s}{S}.c$ gesunken ist, die Vorstellungen a und b dagegen sich resp. um die Quanta

$$\frac{S-s}{S}.S' \text{ und } \frac{S-s}{S}.S'' \qquad (3.)$$

unter ihrem Gleichgewichtsstande befinden.

Von hier aus beginnt nun eine neue Rechnung, die das Wiederaufsteigen der Vorstellungen a und b zum Gleichgewichtsstande und das weitere Sinken von c zu ihrem Gegenstande hat, und die als Resultat liefert, dass in der Zeit $t=\infty$ das Gleichgewicht erst werde erreicht sein.

Drobisch verhehlt die Bedenken nicht, welche er selbst früher bei jener Rechnung gehabt habe, namentlich wesshalb die Summe der Kräfte σ' und σ'' nicht vielmehr *subtractiv* dem Druck $S-s-\sigma$ hinzuzufügen sei, da sie doch ursprünglich in einem Hinaufstreben, einem Streben der Vorstellungen gegen den Druck, ihren Grund haben („*paradoxon enim nobis visum est, nisum ad adscendendum celeritatem descensus augere*"). Er zeigt dabei, dass die Umwandlung der Gleichung (1.) in folgende

$$\frac{d\sigma}{dt}=S-s-\sigma-(\sigma'+\sigma'') \qquad (4.)$$

zu Ungereimtheiten führt; aber dennoch scheint uns die Sache damit nicht erledigt zu sein. Wir meinen im Gegentheil, dass, jene Kräfte σ' und σ'' einmal angenommen, dieselben *sowol additiv* (wegen des Hinaufstrebens von a und b) *als auch subtractiv* (wegen des Hinabgedrücktwerdens von c) zu $S-s-\sigma$ hinzugefügt werden müssen, dass sie mithin aus der Gleichung (1.) völlig verschwinden, und diese sich auf

$$\frac{d\sigma}{dt}=S-s-\sigma \qquad (5.)$$

reducirt, genau dieselbe Gleichung, welche wir unter (1.) §. 23., gestützt auf das IV. Axiom aufgestellt haben. Soll nun aber von der Bewegung der einzelnen Vorstellungen für sich geredet werden, so kommen jene Kräfte, als die Bewegung derselben resp. hemmend oder fördernd, wieder in Betracht; und wie dieses geschehen müsse, darüber glauben wir, den zu unsichern Begriff jener Kräfte vermeidend, in dem Gesetze der Verdrängung der zu hemmenden Quanta durch einander, so wie es unser V. Axiom enthält, das Richtige getroffen zu haben.

Durch dieses Gesetz der Verdrängung der zu hemmenden Quanta durch einander haben wir aber zugleich einem andern Vorwurfe vorgebeugt, den man der vorstehenden Entwickelung mit Recht machen kann, indem diese nämlich die seltsame Erscheinung darbietet, dass *zuerst* die Hemmungssumme vollständig sinken, *und sodann* erst jede Vorstellung nach ihrem Gleichgewichtsstande hinstreben soll. Aber in der Natur wartet niemals die eine Kraft, bis die Wirkung der andern zu Ende ist, — die Schwere verzögert ihre Einwirkung auf den geworfenen Stein nicht bis dahin, wo es dem Steine etwa gefallen sollte, seine durch den Wurf erlangte Bewegung einzustellen. Allerdings passt dieses Gleichniss nicht ganz; die Bewegung des Steines, durch den Wurf allein veranlasst, währt unendliche Zeit. Aber wie, wenn wir die Gleichung (1.) nach den oben gemachten Ausstellungen in (5.) umwandelten, dann würde ja gleichfalls über dem Sinken der Hemmungssumme $t = \infty$ werden statt des endlichen Werthes von t in (2.)? Dann würde also niemals ein Aufsteigen der Vorstellungen a und b auf ihren Gleichgewichtsstand eintreten können? Lassen wir der Natur ihre Rechte, so werden wir beides, Sinken der Hemmungssumme und Streben der Vorstellungen nach ihrem Gleichgewichtsstande, gleichzeitig in Betracht ziehen müssen; wir erhalten sodann, wie oben geschehen, die gesammte Bewegung einer jeden Vorstellung durch eine einzige Formel ausgedrückt (so lange nur keine der Vorstellungen aus dem Bewusstsein weicht), deren Maxima auf analytischem Wege zu bestimmen sind, und es wird uns jenes discontinuirliche Aneinanderrücken zweier verschiedenen Formeln erspart, welches bei der alten Methode da, wo die eine Betrachtung aufhört und die andere beginnt, nicht wohl vermieden werden konnte.

29.

Es ist nicht unsere Absicht, die gegebenen Formeln durch die Folgerungen, welche wir aus ihnen ziehen könnten, zu empfehlen, und wir bemerken desshalb hier nur noch das Nothwendigste.

Von früher her ist bekannt, dass, wenn eine Vorstellung die Schwelle des Bewusstseins erreicht, bevor das ihr durch die Rechnung auferlegte Sinken völlig vollbracht ist, sodann der noch zu hemmende Theil derselben sich auf die übrigen Vorstellungen in bekanntem Verhältnisse vertheilt und deren Bewegung dergestalt beschleunigt, dass in dem Sinken der gesammten Hemmungssumme keine Aenderung eintritt. Dieser Fall kann aber hier auf zwei wesentlich verschiedene Arten eintreten: einmal nämlich, indem der *Gleichgewichtsstand* einer Vorstellung fordert, dass dieselbe vollständig unterdrückt werde; und sodann, indem eine Vorstellung vermöge des nach §. 26. eintretenden *Maximum der Hemmung* aus dem Bewusstsein verdrängt wird, während für den Gleichgewichtsstand ein Rest von ihr im Bewusstsein bleiben muss. Beide Fälle lassen sich auf einerlei Weise erledigen.

Es sei z. B. erstens $b < S''$, so werden die Gleichungen (2.) §. 25. nur bis dahin Gültigkeit besitzen, wo σ'' den Werth $b - s''$ erreicht hat, d. h. bis $t = t_0$, wenn man mit t_0 die einzige positive Wurzel der Gleichung

$$\sigma'' = b - s''$$

bezeichnet. Von $t = t_0$ an erhalten aber die Werthe von σ' und σ''' resp. die Zusätze

$$\frac{S'}{S' + S'''} (\sigma'' - b + s'') \text{ und } \frac{S'''}{S' + S'''} (\sigma'' - b + s'').$$

Es sei zweitens $b > S''$ aber zugleich $b - s''$ kleiner als derjenige grösste Werth, welchen σ'' nach §. 26. annehmen kann, so werden wiederum die Gleichungen (2.) §. 25. bis dahin gelten, wo σ'' zum ersten Male den Werth $b - s''$ erreicht, aber sie werden auch später wieder von da an gültig sein, wo σ'' zum zweiten Male den Werth $b - s''$ annehmen muss; d. h. sie gelten $t = 0$ bis $t = t_0$, und von $t = t_1$ bis $t = \infty$, wenn man mit t_0 die kleinere und mit t_1 die grössere der beiden positiven Wurzeln bezeichnet, welche die Gleichung

$$\sigma'' = b - s''$$

in diesem Falle besitzen muss. In dem Intervalle von $t = t_0$ bis $t = t_1$ aber erhalten σ' und σ''' Zusätze, deren analytischer Ausdruck eben so ausfällt wie vorhin.

Herbart unterscheidet diese beiden Fälle durch eigene Benennungen; er sagt von einer Vorstellung, sie sei auf der *statischen Schwelle*, wenn der Gleichgewichtszustand ihr Hinabsinken zur Schwelle nöthig machte, dagegen sie sei auf der *mechanischen Schwelle*, wenn sie nur temporär auf der Schwelle verweilt, um nachher wieder mit einem bestimmten Reste im Bewusstsein aufzutreten.

Wir könnten diesen beiden Fällen noch einen dritten hinzufügen, wenn wir nur unsere vorstehenden Rechnungen in grösserer Allgemeinheit angelegt hätten. Nehmen wir nämlich an, dass mehr als zwei Vorstellungen schon unter einander im Gleichgewicht seien, und dass von diesen eine sich auf der statischen Schwelle befinde (was bekanntlich, s. §. 14, beim Gleichgewicht unter nur zwei Vorstellungen nicht möglich ist), so kann, wenn eine neue Vorstellung in die Seele eintritt, es sich zutragen, dass jene unterdrückte Vorstellung wieder mit einem bestimmten Reste ins Bewusstsein tritt, und zwar so, dass sie nicht sofort, sondern nach Ablauf einer bestimmten Zeit $t = t_0$ sich von der Schwelle erhebt. Wir versagen uns jedoch die dahin führenden Rechnungen, da dieselben völlig auf den bisher entwickelten Principien beruhen.

30.

Die bis hieher gewonnenen Resultate, welche besonders für die Erklärung der Reproduction der Vorstellungen von so grosser Wichtigkeit sind, beruhen auf der der Wirklichkeit nicht ganz angemessenen Voraussetzung, dass unter den vorhandenen Vorstellungen schon Gleichgewicht bestehe, indem zu ihnen eine neue Vorstellung hinzutritt. In der Wirklichkeit nämlich kann unter Vorstellungen niemals vollständig, obgleich sehr bald beinahe, Gleichgewicht zu Stande kommen (§. 20.), und mithin bedarf es für unsere vorstehende Rechnung noch der Untersuchung, welche Modificationen dieselbe dann zu erleiden hat, wenn die vorhandenen Vorstellungen noch vom Gleichgewichtszustande entfernt vorausgesetzt werden.

Diese Untersuchung erledigt sich aber sehr einfach. Denn wenn man, bei den Bezeichnungen des §. 23. stehen bleibend, mit u, u', u'' diejenigen Theile von s, s', s'' bezeichnet, welche beim Eintritte von c bereits gesunken sind, so hat man nur nöthig, in allen Formeln, welche die von hier aus beginnende Bewegung darstellen, unmittelbar u, u', u'' für s, s', s'' an die Stelle zu setzen; denn das Streben der Vorstellungen a und b für sich zum Gleichgewicht gegen einander muss sofort abbrechen, sobald mit dem Eintritte der Vorstellung c eine neue Hemmungssumme und damit ein neuer Gleichgewichtsstand der Vorstellungen festgestellt wird.

Man kann noch bemerken, dass die also modificirten Formeln, wenn man in ihnen $u = 0$, und folglich auch $u' = 0$ und $u'' = 0$ setzt, sich genau auf die in §. 21. aufgestellten Formeln reduciren.