

# Wydział nauk matematycznych i przyrodniczych.

---

---

## Posiedzenie

z dnia 15 Maja 1913 r.

Rok VI. № 5.

Obecni:

Przewodniczący Wydziału p. J. Lewiński.

Sekretarz

p. J. Tur.

Członkowie Towarzystwa pp.: Ign. Baranowski, J. Bieliński, Wł. Gorrezyński, Wł. Janowski, W. Kamocki, W. Mayzel, J. Pawiński, Fr. Pułaski, J. Sosnowski, K. Stołyhwo, Słt. J. Thugutt.

## Komunikaty.

---

### 1. W. Sierrpiński:

**O powierzchni, na której każdy łuk jest nieskończenie długi.**

KKomunikat zgłoszony dn. 21 Kwietnia 1913 r.

Celem niniejszego komunikatu jest podanie przykładu powierzchni ciągłej (jedno-jednoznacznego i ciągłego odwzorowania płaszczyzny) na której każdy łuk ma długość nieskończoną.

Niech  $f(x)$  oznacza jakąkolwiek daną funkcję ciągłą zmiennej rzeczywistej (określoną dla  $-\infty < x < +\infty$ ), nie spełniającą w żadnym przedziale warunku Jordana (variation bornée), t. j. taką, że do każdej, jak chcąc wielkiej, danej naprzód liczby  $M$  można w każdym danym przedziale  $(a, b)$  dobrać ciąg skończony liczb

$$a_0 = a \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{n-1} \leq a_n = b \dots (1),$$

tak iżby było:

$$|f(a_1) - f(a_0)| + |f(a_2) - f(a_1)| + \dots + |f(a_n) - f(a_{n-1})| > M (2).$$

Funkcją taką jest np. każda funkcja ciągła, nie posiadająca w żadnym punkcie pochodnej<sup>1)</sup> (np. znana funkcja Weierstrass'a).

Powiadam, że powierzchnia ciągła

$$z = f(y - f(x)) \dots \dots \dots (3)$$

posiada żądaną własność.

D o w ó d.

Każda krzywa ciągła, leżąca na powierzchni (3), może być określona przez równania:

$$\left. \begin{aligned} x &= \varphi(t), \\ y &= \psi(t), \\ z &= f(\psi(t) - f(\varphi(t))), \end{aligned} \right\} 0 \leq t \leq 1 \dots \dots (4),$$

gdzie  $\varphi(t)$  i  $\psi(t)$  są dwie funkcje ciągłe, z których jedna przynajmniej nie jest w przedziale  $(0,1)$  stałą (gdyż w przeciwnym razie równania (4) określałyby punkt, a nie linię).

Rozróżnimy dalej dwa przypadki:

1) Istnieje taka liczba  $c$ , że stale:

$$\psi(t) - f(\varphi(t)) = c, \text{ dla } 0 \leq t \leq 1. \dots \dots (5).$$

Funkcja  $\varphi(t)$  nie może w tym przypadku być stałą w przedziale  $(0,1)$ , gdyż wtedy, w myśl (5), byłaby stałą i funkcja  $\psi(t)$ , wbrew uczynionej wyżej uwadze.

Oznaczmy przez  $a$  i  $b$  odpowiednio granicę dolną oraz górną wartości funkcji  $\varphi(t)$  w przedziale  $(0,1)$ : będzie więc  $a < b$ , z uwa-

<sup>1)</sup> Zob. H. Lebesgue: Leçons sur l'intégration. Paris 1904, p. 127.

gi że funkcyja  $\varphi(t)$  nie jest stałą w uważanym przedziale. Wobec ciągłości funkcyi  $\varphi(t)$  istnieje w przedziale  $(0,1)$  przynajmniej jedna wartość  $t = \alpha$ , taka iż  $\varphi(\alpha) = a$ , oraz przynajmniej jedna wartość  $t = \beta$ , taka iż  $\varphi(\beta) = b$ . Musi być  $\alpha \neq \beta$ , gdyż  $a < b$ ; możemy przytem zakładać, że  $\alpha < \beta$ , gdyż w razie  $\alpha > \beta$  wystarczyłoby tylko zastąpić w równaniach (4) parametr  $t$  przez  $1 - t$ , odwracając przez to tylko bieg krzywej.

Wobec założenia, że funkcyja  $f(x)$  nie spełnia w żadnym przedziale warunku Jordana, możemy w przedziale  $(a, b)$  do dowolnej, danej naprzód liczby  $M$  dobrać ciąg liczb (1) tak iżby zachodziła nierówność (2).

Niech  $a_i$  oznacza jedną z liczb ciągu

$$a_1, a_2, \dots, a_{n-1}.$$

Wobec ciągłości funkcyi  $\varphi(t)$  w przedziale  $(\alpha, \beta)$ , oraz uwagi, że  $a \leq a_i \leq b$ , wnosimy, że istnieje w przedziale  $(\alpha, \beta)$  conajmniej jedna liczba  $t$ , spełniająca równanie

$$\varphi(t) = a_i,$$

przyczem zbiór wszystkich takich liczb jest zamkniętym: oznaczmy przez  $t_i$  największą z nich. Powiadam, że będzie

$$t_i \leq t_{i+1}, \text{ dla } i = 1, 2, \dots, n-2 \dots \dots \dots (6).$$

Założymy, dla dowodu, że mamy przy pewnem  $i$ :

$$t_{i+1} < t_i;$$

wobec definicyi liczb  $t_i$  oraz  $t_{i+1}$ , mamy:

$$\varphi(t_i) = a_i, \quad \varphi(t_{i+1}) = a_{i+1},$$

zatem, w myśl (1).

$$\varphi(t_{i+1}) \geq \varphi(t_i),$$

z drugiej zaś strony, z definicyi liczby  $b$  wynika, że

$$\varphi(t_{i+1}) \leq \varphi(\beta);$$

mielibyśmy więc

$$\varphi(t_i) \leq \varphi(t_{i+1}) \leq \varphi(\beta).$$

skąd, wobec ciągłości funkcyi  $\varphi(t)$  wnosimy, że w przedziale  $(t_i, \beta)$  istnieje przynajmniej jedna wartość  $t$ , taka iż  $\varphi(t) = \varphi(t_{i+1})$ , co, wobec założenia  $t_{i+1} < t_i$ , sprzeciwia się definicyi liczby  $t_{i+1}$ .

Jeżeli do dowiedzionych w tej chwili nierówności (6) dodamy uwagę, że stale

$$\alpha \leq t_i \leq \beta, \quad (i = 1, 2, \dots, n - 1)$$

(gdyż liczby  $t_i$  leżą wszystkie w przedziale  $(\alpha, \beta)$ ), to będziemy mogli powiedzieć, że mamy:

$$t_0 = \alpha \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{n-1} \leq t_n = \beta,$$

oraz

$$\varphi(t_i) = a_i, \quad \text{dla } i = 0, 1, 2, \dots, n,$$

zatem, w myśl (5):

$$\psi(t_i) = f(a_i) + c, \quad \text{dla } i = 0, 1, 2, \dots, n,$$

i przeto, wobec (2):

$$|\psi(t_1) - \psi(t_0)| + |\psi(t_2) - \psi(t_1)| + \dots + |\psi(t_n) - \psi(t_{n-1})| > M,$$

skąd wynika, że funkcja  $\psi(t)$  nie spełnia w przedziale  $(\alpha, \beta)$ , a więc, tembardziej, w przedziale  $(0, 1)$ , warunku Jordana. Dowodzi to, że krzywa, określona przez równania (4), ma łuk nieskończenie długi<sup>1)</sup>.

## 2) Funkcja

$$\theta(t) = \psi(t) - f(\varphi(t))$$

nie jest stałą w przedziale  $(0, 1)$ . Rozumując w tym przypadku co do funkcji  $\theta(t)$  podobnie, jak w przypadku (1) co do funkcji  $\varphi(t)$ , udowolnilibyśmy teraz z największą łatwością, że funkcja  $f(\theta(t))$ , czyli funkcja  $f(\psi(t) - f(\varphi(t)))$  nie spełnia w przedziale  $(0, 1)$  warunku Jordana, skąd znowu wynika, że krzywa (4) ma łuk nieskończenie długi.

Dowiedliśmy więc w zupełności, że każdy łuk na powierzchni (3) ma długość nieskończoną: równanie (3) przedstawia więc powierzchnię ciągłą, po której żaden ruch nie jest możliwy.

## RÉSUMÉ.

W. Sierpiński:

### Sur une surface dont tout arc est de longueur infinie.

Communication annoncée le 21. IV. 1913.

Soit  $f(x)$  une fonction continue à variation non bornée dans tout intervalle (p. e. une fonction sans dérivée). Je dis que l'équation

<sup>1)</sup> Zob. H. Lebesgue, l. c., p. 60.

$$z = f(y - f(x)) \dots \dots \dots (1)$$

définit une surface continue dont tout arc est de longueur infinie.

Soit, en effet

$$\left. \begin{aligned} x &= \varphi(t), \\ y &= \psi(t), \\ z &= f(\psi(t) - f(\varphi(t))), \end{aligned} \right\} 0 \leq t \leq 1 \dots \dots (2),$$

une courbe continue sur la surface (1). Distinguons deux cas:

1)  $\psi(t) - f(\varphi(t)) = \text{Const.}$ , pour  $0 \leq t \leq 1$ . Dans ce cas la fonction  $\varphi(t)$  ne se réduit pas à une constante, car les équations (2) définiraient alors un point. Or, on démontre sans peine que  $\psi(t)$  est une fonction à variation non bornée (en s'appuyant sur le théorème qu'une fonction à variation non bornée dans tout intervalle d'une fonction continue non constante est une fonction à variation non bornée).

2) La fonction  $\psi(t) - f(\varphi(t))$  ne se réduit pas à une constante. Dans ce cas la coordonnée  $z$  de la courbe (2) est une fonction de  $t$  à variation non bornée.

D'après un théorème de M. Jordan il s'en suit dans tous les deux cas que la courbe (2) n'est pas rectifiable. La propriété énoncée de la surface (1) est donc démontrée.

## 2. Hugo Steinhaus:

### O pewnym szeregu potęgowym, przedstawiającym na kole zbieżności funkcję pantachicznie nieciągłą.

Komunikat zgłoszony dn. 21 Kwietnia 1912 r.

Przedstawił W. Sierpiński.

Aby podać przykład szeregu potęgowego o własnościach wypowiedzianych w tytule niniejszego komunikatu, zbudujemy na-przód jego współczynniki, potem udowodnimy, że

- szereg ten jest niejednostajnie zbieżny na kole zbieżności i to w każdym łuku tego koła, (jeżeli jest zbieżny);
- szereg jest zbieżny na całym kole zbieżności;
- w końcu przejdziemy od owych dwóch własności szeregu do

własności funkcji będącej jego sumą, a to na podstawie dwóch twierdzeń znanych w teorii szeregów Fouriera.

Podamy też uogólnienie twierdzenia Fatou, według którego szereg potęgowy o współczynnikach dążących do zera może być rozbieżny tylko w tych punktach koła  $|z| = 1$ , które są punktami osobliwymi funkcji analitycznej  $f(z)$  odpowiadającej szeregowi. Uogólnienie to znalazł M. Riesz<sup>1)</sup>.

§ 1. Współczynniki szeregu.

Wypiszmy ciąg:

$$(1) \quad 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n} \dots$$

i podzielmy jego wyrazy na grupy zapomocą nawiasów:

$$(2) \quad [1], \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right], \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}\right] \dots \left[\frac{1}{2^{A-1}}, \frac{1}{2^{A-1}+1}, \dots, \frac{1}{2^A-1}\right], \dots$$

Wprowadźmy symbol  $P_A$  na oznaczenie  $A$ -tego nawiasu, to znaczy, położmy:

$$P_A \equiv \left[\frac{1}{2^{A-1}}, \frac{1}{2^{A-1}+1}, \dots, \frac{1}{2^A-1}\right].$$

Uszeregujemy teraz ciąg:

$$(3) \quad P_1, P_2 \dots P_A \dots$$

w sposób wskazany przez tablicę następującą:

wiersz; kolumna: 1-sza 2-ga 3-cia 4-ta . . . k-ta

1-szy	$P_1$	$P_3$	$P_6$	$P_{10} \dots$	
2-gi	$P_2$	$P_5$	$P_9$	$P_{14} \dots$	(T)
3-ci	$P_4$	$P_8$	$P_{13}$	$P_{19} \dots$	
4-ty	$P_7$	$P_{12}$	$P_{18}$	$P_{25} \dots$	
$h$ -ty	$\frac{Ph(h-1)}{2} + 1, \frac{Ph(h+1)}{2} + 2 \dots$				

W ten sposób łatwo nam będzie zrozumieć odpowiedniość między ciągiem (3) a zbiorem  $z_{h,k}$ , czyli ciągiem podwójnym, gdzie wskaźniki  $h, k$  są liczbami naturalnymi. Ustalimy tę odpowiedniość tak, aby wyrazowi  $P_A$  odpowiadał jedno-jednoznacznie wy-

<sup>1)</sup> Inną drogą. „Ueber einen Satz des Herrn Fatou“. Journal für reine u. angewandte Mathematik CXL. 1911, p. 89—99.

raz  $z_{h,k}$ , jeżeli w tablicy ( $T$ ) wyraz  $P_A$  znajduje się w  $h$ -tym wierszu i  $k$ -tej kolumnie. Połóżmy teraz:

$$(4) \quad z_{h,k} = e^{i(h + \frac{i}{k})}, \quad i = \sqrt{-1}$$

i określmy  $z_h$  przez związek

$$(5) \quad z_h = \lim_{k \rightarrow \infty} z_{h,k} = e^{ih}$$

Wprowadźmy szereg zbieżny o wyrazach dodatnich:

$$(6) \quad \sum_{h=1}^{\infty} c_h$$

i połączmy:

$$(7) \quad a_n = \frac{c_h}{n z_{h,k}^n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

przyczem wskaźniki  $h, k$  są dane przez odpowiedniość, jaka łączy  $z_{h,k}$  z nawiasem  $P_A$ , zaś nawias  $P_A$  ma być określony tym warunkiem, że zamyka w podziale (2) wyraz  $\frac{1}{n}$ .

Szereg potęgowy o zmiennej  $z$

$$(8) \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n = S(z)$$

jest właśnie szeregiem szukanym.

Np. współczynnik przy  $z^{19}$  jest  $a_{19} = \frac{c_2}{19 z_{2,2}^{19}}$ .

Łatwo sprawdzić, iż

$$(9) \quad |Q_n| = \frac{c_h}{n} \leq \frac{\text{const.}}{n}.$$

## § 2. Niejednostajna zbieżność na kole zbieżności.

Zmieńmy znaczenie symbolu  $P_A$  i nadajmy mu wartość:

$$(10) \quad P_A = \sum_{n = \frac{1}{2^{A-1}}}^{\frac{1}{2^{A-1}}} a_n z^n.$$

Aby udowodnić niejednostajną zbieżność szeregu (8), wystarczy udowodnić, że szereg

$$(11) \quad \sum_{A=1}^{\infty} P_A$$

jest niejednostajnie zbieżny.

Niechaj  $CD$  oznacza jakikolwiek łuk  $|z| = 1$ . Między  $C$  i  $D$  a więc na łuku  $CD$  znajdziemy z pewnością punkt  $z_h$ , bo zbiór punktów  $z_h = e^{ih}$  jest wszędzie gęsty na kole  $|z| = 1$ . Oznaczmy ten punkt jako  $z_{\bar{h}}$ . Ponieważ ten punkt jest punktem skupienia zbioru  $z_{\bar{h},k}$  według (5), a punkty tego zbioru leżą również na kole  $|z| = 1$  według (4), więc na łuku  $CD$  znajdziemy nieskończenie wiele punktów  $z_{\bar{h},k}$ , które będą się różniły wskaźnikiem  $k$ .

Położmy  $z = z_{\bar{h},k}$  i obliczmy wartość tego nawiasu  $P_A$ , który odpowiada wyrazowi  $z_{\bar{h},k}$ . Będziemy mieli

$$(12) \quad P_A = c_{\bar{h}} \cdot \left[ \frac{1}{2^{A-1}} + \frac{1}{2^{A-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^{A-1}} \right] > \frac{c_{\bar{h}}}{2}.$$

Ponieważ wskaźnik  $\bar{h}$  jest zależny tylko od łuku  $CD$ , więc będziemy mogli znaleźć nieskończenie wiele wyrazów  $P_A$ , których maximum na łuku  $CD$  jest większe niż  $\frac{c_{\bar{h}}}{2}$ , przyczem  $\bar{h}$  zostaje niezmiennie. Wnosimy stąd, że szereg (11) a więc i szereg (8) jest zbieżny niejednostajnie na łuku  $CD$ , jeżeli tylko ten szereg jest na owym łuku zbieżny.

Zwracamy uwagę na to, że z ostatniego wniosku i z nierówności (9) wynika już, iż  $|z| = 1$  jest kołem zbieżności szeregu potęgowego  $S(z)$ .

### § 3. Zbieżność szeregu $S(z)$ dla $|z| = 1$ .

Łatwo widzieć, że reszta szeregu potęgowego  $S(z)$  składa się z dwóch dodajników, a mianowicie z szeregu:

$$\sum_{A=j}^{\infty} P_A$$

i z wyrażenia kształtu:



$$P'^j_{-1} = \sum_{n=p}^{n=\frac{1}{2^{j-1}-1}} a_n z^n,$$

przyczem  $p$  jest wskaźnikiem reszty, a  $j$  jest liczbą naturalną wyznaczoną zapomocą nierówności:

$$2^{j-2} < p \leq 2^{j-1} - 1.$$

Niechaj  $z'$  będzie punktem leżącym na kole  $|z| = 1$ ; będziemy mieli:  $|z'| = 1$ . Przypuśćmy, że  $z'$  nie jest równe żadnej z liczb  $z_{h,k}$ . Dwa przypadki są możliwe, a to

pierwszy: 
$$z' = \lim_{h,k} z_{h,k} = e^{i\theta} = z_h$$

drugi: 
$$z' \neq z_h.$$

Podzielmy naszą tablicę ( $T$ ) na dwie części, zaliczając do pierwszej części skończoną liczbę wierszy począwszy od pierwszego, do drugiej zaś resztę wierszy. Ponieważ wszystkie liczby  $z_h$  są różne, więc podział ten można tak skutecznie, aby — w pierwszym wypadku — wiersz, którego wskaźnik  $h$  czyni zadość równaniu  $z' = z_h$ , należał do pierwszej części.

Zastosujmy do wyrażenia  $P'_{j-1}$  i do wyrażeń  $P_A$  przekształcenie A b e l a a będziemy mieli:

$$(13) \quad |P'_{j-1}| \leq \frac{2c_h}{|z' - z_{h,k}|} \cdot \frac{1}{p} \quad (h, k \text{ odpowiada nawiasowi } P_{j-1})$$

$$(14) \quad |P_A| \leq \frac{2c_h}{|z' - z_{h,k}|} \cdot \frac{1}{2^{A-1}} \quad (h, k \text{ odpowiada nawiasowi } P_A).$$

Zamiast (13) możemy napisać (a fortiori)

$$(15) \quad |P'_{j-1}| \leq \frac{2c_h}{|z' - z_{h,k}|} \cdot \frac{1}{2^{j-2}}.$$

Zesumujmy wszystkie wyrażenia  $|P_A|$  (względnie  $|P'_{j-1}|$ ) odpowiadające jednemu i temu samemu wierszowi tablicy ( $T$ ) a bezwzględna wartość sumy będzie nie większa niż

$$(16) \quad c_h \left\{ \frac{2}{|z' - z_{h,1}|} \cdot \frac{1}{2^{\frac{h(-1)}{2}}} + \frac{2}{|z' - z_{h,2}|} \cdot \frac{1}{2^{\frac{h(h+1)}{2}+1}} + \dots \right\} (A)$$

przyczem nieskończony szereg (16) jest zbieżny. W samej rzeczy,

jeżeli rozważany wiersz należy do pierwszej części tablicy ( $T$ ) a zachodzi wypadek  $\lim_{k \rightarrow \infty} z_{h,k} = z' = z_h$  to z definicyi (4), (5) wynika

$$(17) \quad |z' - z_{h,k}| = |e^{i(h+\frac{1}{k})} - e^{ih}| > \frac{1}{2k}$$

a zatem zbieżność szeregu (16) okazuje się przez porównanie tegoż szeregu z szeregiem

$$c_h \left\{ \frac{2.2}{2 \frac{h(h-1)}{2}} + \frac{2.4}{2 \frac{h(h+1)}{2} + 1} + \dots + \frac{2.2k}{2 \frac{h(h+2k-3)}{2} + \frac{k(k-1)}{2}} + \dots \right\}.$$

Jeżeli rozważany wiersz należy do pierwszej albo drugiej części tablicy ( $T$ ) a zachodzi wypadek  $z' \neq z_h$ , to z pośród mianowników

$$(18) \quad |z' - z_{h,1}|, |z' - z_{h,2}|, \dots$$

będzie można ewentualnie wybrać najmniejszy<sup>1)</sup>; do wyrażenia  $P_A$  względnie  $P'_{j-1}$ , które odpowiada temu mianownikowi nie będziemy stosowali nierówności (14), (15), lecz zauważymy, że jest ono w każdym razie absolutnie nie większe niż  $c_h$ ; pozostałe mianowniki czynią zadość nierównościom

$$(19) \quad |z' - z_{h,k}| > \frac{1}{2} |z_{h,k} - z_{h,k+1}| \geq \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{k(k+1)};$$

gdyby zaś wśród mianowników (18) nie było najmniejszego, to nierówności (19) będą się odnosiły do wszystkich mianowników (18). Będzie więc dla  $z' \neq z_h$  w każdym razie suma wyrażen  $|P_A|$ , ( $|P'_{j-1}|$ ), odpowiadających temu samemu wierszowi nie większa niż

$$(20) \quad c_h \left\{ 2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{8k(k+1)}{2 \frac{k(k-1)}{2}} \right\} < 86 c_h.$$

Udowodniliśmy zatem, że suma wyrażen  $P_A$ , ( $P'_{j-1}$ ) jest w każdym wierszu z osobna skończona. Stąd wynika, że reszta naszego szeregu potęgowego dąży do zera, gdy  $p$  dąży do  $\infty$ , jeżeli uwzględnimy przy konstrukcyi szeregu potęgowego tylko skończoną część tablicy ( $T$ ) t. j. tę która zawiera tylko pierwszy,

<sup>1)</sup> Mogą być dwa najmniejsze, co uwzględniamy we wzorze (20).

drugi, ...  $m$ -ty wiersz. Nazwijmy tę resztę  $R_{m,p}$ . Będziemy mieli

$$(21) \quad \lim_{p=\infty} |R_{m,p}| = 0.$$

Gdybyśmy uwzględnili tylko drugą, nieskończoną część tablicy (I) otrzymalibyśmy resztę  $\bar{R}_{m,p}$ , która według (20) byłaby nie większa absolutnie niż

$$(22) \quad \lim_{m=\infty} |\bar{R}_{m,p}| = 0 \quad \text{jednostajnie względem } p.$$

Ponieważ całkowita reszta nie przewyższa absolutnie sumy

$$|R_{m,p}| + |\bar{R}_{m,p}|$$

więc wystarczy dobrać do danego dodatniego  $\epsilon$ , najprzód takie  $m'$ , aby było (w wypadku  $z' = z_h$ )  $m' > h$ , a nadto dla  $m > m'$

$$|\bar{R}_{m,p}| < \frac{\epsilon}{2} \quad (\text{por. (22)}),$$

dla wszelkich  $p$ , a potem oznaczyć  $p'$  tak, aby dla  $p > p'$  było

$$|R_{m,p}| < \frac{\epsilon}{2}, \quad (\text{por. (21)}),$$

a wtedy reszta szeregu potęgowego będzie absolutnie mniejsza niż  $\epsilon$ .

Dowód byłby skończony, gdyby nie zastrzeżenie  $z' \neq z_{h,k}$ . To ograniczenie nie zmienia jednak postaci rzeczy, bo wystarczy w szeregu  $S(z)$  opuścić skończoną liczbę wyrazów, a mianowicie wszystkie te, które zebrane w sumie (10) dają wyrażenie  $P_A$  odpowiadające liczbie  $z_{h,k}$ , a cały dowód da się przeprowadzić bez zmiany. Ponieważ skończona liczba wyrazów nie wpływa na zbieżność, wykazaliśmy temsamem, że szereg  $S(z)$  jest zbieżny na kole  $|z| = 1$  bez wyjątku.

#### § 4. Dwa twierdzenia pomocnicze z teorii szeregów Fouriera.

Położmy  $z = e^{i\varphi}$ ,  $a_n = \alpha_n + i\beta_n$ , ( $i = \sqrt{-1}$ ) w szeregu (8), a będziemy mogli podzielić jego wyrazy na część rzeczywistą i urojoną i otrzymamy dla  $|z| = 1$

gdzie  $S(z) = S(e^{i\varphi}) = R(\varphi) + iU(\varphi)$ ,

$$(23) \quad R(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n \cos n\varphi - \beta_n \sin n\varphi)$$

$$(24) \quad U(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n \sin n\varphi + \beta_n \cos n\varphi).$$

Obydwa szeregi są zbieżne. Mamy, w myśl (9)

$$|\alpha_n| \leq |a_n| \leq \frac{\text{const}}{n}, \quad |\beta_n| \leq \frac{\text{const}}{n},$$

a zatem szereg

$$(25) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n^2 + \beta_n^2)$$

jest zbieżny.

Twierdzenie Riesz'a i Fischera<sup>1)</sup> pozwala wnosić ze zbieżności szeregu (25), że szeregi (23) i (24) są szeregami Fouriera pewnych funkcji sumowalnych wraz z kwadratem,  $\bar{R}(\varphi)$ ,  $\bar{U}(\varphi)$ . Przypuśćmy, że w pewnym przedziale  $c \leq \varphi \leq d$  obie funkcje  $R(\varphi)$ ,  $U(\varphi)$  są ciągłe. Ponieważ suma szeregu Fouriera jest prawie wszędzie (to znaczy z wyjątkiem mnogości o mierze zero) równa funkcji rozwijanej, jeżeli tylko szereg jest zbieżny, więc można szeregi (23) i (24) uważać za rozwinięcia w szereg Fouriera funkcji  $R(\varphi)$ ,  $U(\varphi)$ .

Ale szereg Fourier'a da się zawsze zesumować metodą pierwszej średniej arytmetycznej i to jednostajnie, w tych przedziałach, w których funkcja rozwijana jest ciągła, a to w myśl twierdzenia Fejér'a<sup>2)</sup>.

Z drugiej strony, szeregi dające się sumować jednostajnie tą metodą są jednostajnie zbieżne w zwykłym znaczeniu tego słowa, jeżeli ich  $n$ -ty wyraz nie przewyższa absolutnie wyrażenia:  $\frac{\text{stała}}{n}$ <sup>3)</sup>.

Wypadek ten zachodzi właśnie przy szeregach (23), (24).

<sup>1)</sup> Gött. Nach, Math.-phys. Kl. 1907, p. 116; Comptes Rendus, Vol. 144, 1907, p. 1022.

<sup>2)</sup> N. p. G. Kowalewski: Grundzüge der Diff. R., 1909 lub H. Lebesgue: Séries trigonométriques 1906.

<sup>3)</sup> „Ueber die Bedeutung einiger neuen Grenzwertsätze der Herren Hardy und Axer“. E. Landau: Prace mat.-fiz. XXI, 1910, p. 97, 177

Według ostatnich pięciu zdań byłyby szeregi (23) i (24) jednostajnie zbieżne dla  $c \leq \varphi \leq d$ , a zatem i szereg potęgowy (8) byłby na łuku koła  $|z| = 1$  odpowiadającym przedziałowi  $c \leq \varphi \leq d$ , zbieżny jednostajnie. To jednak jest niemożliwe według § 2. Niema zatem przedziału, w którymby obie funkcje  $R(\varphi)$ ,  $U(\varphi)$  były równocześnie ciągłe.

Stąd wynika, że funkcja  $S(z)$  jest na kole  $|z| = 1$  pantachicznie nieciągła c. b. d. u.

### § 5. Uogólnienie wypowiedzianego we wstępie twierdzenia Fatou<sup>1)</sup>.

Jeżeli szereg potęgowy zmiennej  $z$ , którego współczynniki dążą do zera, nie jest zbieżny jednostajnie na pewnym łuku koła  $|z| = 1$ , to na łuku tym znajduje się co najmniej jeden punkt osobliwy funkcji odpowiadającej szeregowi.

*Dowód.*

Wprowadźmy, podobnie jak w poprzednich paragrafach, oznaczenia (8) na szereg potęgowy, (23) i (24) na jego część rzeczywistą i urojoną dla  $|z| = 1$ . Wiemy tym razem tylko, że

$$(26) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = 0.$$

Rozważajmy szereg  $U(\varphi)$ . Przypuśćmy, że szereg potęgowy

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n$  nie posiada na łuku  $c \leq \varphi \leq d$  koła  $e^{i\varphi} = 1$  punktów osobliwych. Istnieje wtedy łuk  $(c', d')$  taki, że  $c' < c < d < d'$  i że  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n z^n$  nie posiada punktów osobliwych na łuku  $c' \leq \varphi \leq d'$ ;

wprowadźmy funkcje analityczne:

$$T(z) = \frac{S(z) - a_1 z}{z} = a_2 z + a_3 z^2 + \dots = \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^{n-1}$$

$$V(z) = \frac{1}{z} \int_0^z T(z) dz = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{n} z^{n-1}$$

<sup>1)</sup> „Séries trigonométriques et séries de Taylor“. P. Fatou: Acta mathematica 30, 1906.

$$-W(z) = a_1 z + \int_0^z V(z) dz = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^2} z^n.$$

Jest rzeczą oczywistą, że funkcje  $T(z)$ ,  $V(z)$  i  $W(z)$  będą regularne na łuku  $c' \leq \varphi \leq d'$  wraz z funkcją  $S(z)$ . Ponieważ

szereg  $-\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^2} z^n$  jest jednostajnie zbieżny dla  $|z| = 1$ , bo

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , więc przedstawia wartość funkcji  $W(z)$  na łuku  $(c', d')$ .

Część urojona tego szeregu

$$(27) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-(\alpha_n \sin n\varphi + \beta_n \cos n\varphi)}{n^2} = \bar{U}(\varphi)$$

przedstawia zatem pewną funkcję  $\bar{U}(\varphi)$ , która w przedziale  $c' \leq \varphi \leq d'$  posiada pochodne ciągle względem  $\varphi$ , jako urojona część funkcji regularnej. Ale wobec równań (26) zachodzi między szeregiem (24) i (27) związek odkryty przez Riemanna<sup>1)</sup>:

$$(28) \quad \lim_{p \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{n=1}^{n=p} (\alpha_n \sin n\varphi + \beta_n \cos n\varphi) - d^2 \frac{\sin \frac{(2n+1)(\varphi-t)}{2}}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_{c'}^{d'} \bar{U}(t) \frac{\sin \frac{\varphi-t}{2}}{dt^2} \varphi(t) dt \right\} = 0,$$

przyczem funkcja  $\varphi(t)$  niechaj będzie tak określona w przedziale  $(c', d')$  aby wszystkie jej pochodne były ciągłe i aby

$$(29) \quad \begin{aligned} \varphi(c') &= \varphi(d') = \varphi'(c') = \varphi'(d) = 0 \\ \varphi(t) &= 1 \quad \text{dla } c \leq t \leq d. \end{aligned}$$

Wtedy związek (28) zachodzić będzie jednostajnie w przedziale

$$c \leq \varphi \leq d.$$

<sup>1)</sup> Riemann: Werke (hrsgb. v. H. Weber) „Ueber die Möglichkeit der Darstellung einer willkürlichen Funktion“...

Przekształćmy całkę figurującą w (28) zapomocą dwukrotnego całkowania przez części a otrzymamy

$$(30) \quad \lim_{p \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{n=1}^{n=p} (\alpha_n \sin n\varphi + \beta_n \cos n\varphi) - \frac{1}{2\pi} \int_c^{c'} \frac{d^2}{dt^2} [\bar{U}(t)\varphi(t)] \frac{\sin \frac{(2n+1)(\varphi-t)}{2}}{\sin \frac{\varphi-t}{2}} dt \right\} = 0 \quad (\text{jednostajnie dla } c \leq \varphi \leq d).$$

Wyrażenie  $+\frac{1}{2\pi} \int_c^{c'} \frac{d^2}{dt^2} [\bar{U}(t)\varphi(t)]$  zdąża, jak wiadomo z teorii szeregów

Fourier'a, do granicy

$$\frac{d^2}{dt^2} [\bar{U}(t)\varphi(t)] \\ t = \varphi$$

i to jednostajnie w przedziale  $c \leq \varphi \leq d$ , bo w tym przedziale funkcje  $\bar{U}$  i  $\varphi$  mają wszystkie pochodne. Z (30) wynika więc jednostajna zbieżność szeregu (24) w tymże przedziale. To samo moglibyśmy udowodnić o (23). Stąd wnioskujemy o jednostajnej zbieżności szeregu (8) na łuku  $c \leq \varphi \leq d$  koła  $|z| = 1$ . Przez odwrócenie otrzymamy więc twierdzenie wypowiedziane na wstępie tego paragrafu.

To twierdzenie pozwala nam w połączeniu z rezultatem paragrafu 2-go wypowiedzieć nową własność naszego szeregu, określonego w § 1: koło  $|z| = 1$  jest dla funkcji  $S(z)$  krzywą osobliwą.

RESUMÉ.

Hugo Steinhaus:

**Sur une série entière, qui représente sur son cercle de convergence une fonction partout discontinue.**

Communication annoncée le 21. IV. 1913.

Présentée par W. Sierpiński.

On donne l'exemple d'une telle série en démontrant d'abord la convergence non-uniforme pour  $|z| = 1$ . Après on se sert du

théorème de M. M. Riesz et Fischer et du théorème de Fejér, pour déduire la discontinuité de la fonction en question. On démontre aussi, à l'aide d'une généralisation d'un théorème de M. Fatou que le cercle  $|z| = 1$  forme une coupure pour notre série de Taylor. Cette généralisation trouvée par M. M. Riesz consiste en ce que toute série entière à coefficients tendant vers zéro présente des points réguliers dans tous les arcs du cercle  $|z| = 1$  dans lesquels sa convergence n'est pas uniforme.

### 3. Stanisław Lencewicz:

#### Materyały antropologiczne z Witkowie (pow. Sochaczewskiego).

(Z Pracowni Antropologicznej T. N. W.).

Komunikat zgłoszony dn. 14 maja 1913 r.

Przedstawił K. Stołyhwo.

Wieś Witkowiec leży nad Bzurą, nieopodal jej ujścia do Wisły; Witkowiec znajdują się w pow. Sochaczewskim gub. Warszawskiej.

Najbliższe okolice w których prowadzono studia antropologiczne—to Kutnowskie i Łęczyckie na południo-zachód i Płońskie (z Płockiem) na północ. Pozatem w całej gub. Warszawskiej (z wyjątkiem miasta Warszawy), badań antropologicznych nie prowadzono.

Te względy skłoniły mnie do skorzystania z mojej bytności w czasie Świąt Wielkanocnych r. 1912 u p. Stanisława Bogusławskiego i zgromadzenia materyału antropometrycznego. Obecnie nie mam widoków na dalsze prowadzenie badań w tamtej okolicy i przeto decyduję się opublikować zdobyty tam materyał w tem przeświadczeniu, że chociaż nieliczny, jednak w obecnym naszym stanie wiadomości o antropologii polaków, może być przydatny. Zresztą dla scharakteryzowania wsi ta ilość materyału wystarcza, a właśnie dla poznania składu antropologicznego ludności, musimy posiadać oddzielne dane z poszczególnych punktów.



Zbadałem 32 mężczyzn i 19 kobiet, włościan w wieku od lat 17 do 62, jednak, jak widać z poniższej tabelki, większość zbadanych, to ludzie dorośli.

Wiek	Mężczyźni	Kobiety
Od 17 do 19 lat	3	9
" 20 " 29 "	10	9
" 30 " 39 "	4	—
" 40 " 49 "	6	1
" 50 " 59 "	8	—
" " 62 "	1	—
Razem . . .	32	19

### Wzrost i cechy opisowe.

*Wzrost.* Skala wahań tej wielkości ciągnie się u mężczyzn od 1583 do 1758 *mm*, u kobiet zaś od 1491 do 1654 *mm*.

Z załączonej tabelki widać, że 59,6% mężczyzn wsi Witkowiec posiada wzrost średni, pozostali — wysoki, w dodatku wzrost największej ilości mężczyzn przypada na liczby 1600 — 1699, zaś kobiet — na wielkość od 1500 do 1599.

Wzrost		Mężczyźni		Kobiety	
od	do	L.	%	L.	%
1400 —	1499	—	—	2	10,5
1500 —	1599	1	3,1	9	47,4
1600 —	1699	19	59,6	8	42,1
1700 —	1799	12	37,4	—	—
1800 —	1899	—	—	—	—

Średni wzrost kobiet—1573 *mm*, jest wyższy niż w Kutnowskiem (1538 *mm*) i Płońskiem (1547 *mm*). Średni wzrost mężczyzn — 1673,2 *mm*, również przewyższa wzrost mężczyzn w Kutnowskiem (1654) i Płońskiem (1670), choć mniej niż wzrost kobiet. Również otrzymana w Witkowicach średnia jest wyższą, niż średnia arytmetyczna dla powiatu wyliczona przez Czekanowskiego—(1652,6 *mm*) [str. 191] i punkt topologiczny Krzywickiego

(1654 mm) [str. 512]. Taki rezultat jest zupełnie prawdopodobny, gdyż wymienieni wyżej autorzy obliczali swe liczby z materiałów dostarczonych przez komisje poborowe, zatem pomiary były wykonywane wtedy, gdy jeszcze wzrost się nie ustalił. Ale prawdopodobnie wchodzi tu w grę i inna okoliczność. Powiaty Włocławski, Gostyński, Płoński należą do najbardziej wysokorosłych; pomiędzy Gostyńskim i Płońskim, na mapie wzrostu widoczny jest pas o wzroście niskim, przecinający poprzecznie pas wysokorosłości, ciągnący się wzdłuż Wisły. Wzdłuż Wisły muszą siedzieć grupy wysokorosłe, łączące powiat Gostyński z Płońskim, a niewidoczne na mapce wskutek tego, że podano na nich wzrost dla całego powiatu. Z pewnością w Witkowicach natrafiłem na taką łączącą grupę.

*Siąg.* Rozwartość rąk waha się wśród mężczyzn od 1598 do 1873 mm, wśród kobiet od 1429 do 1686. Średnia mężczyzn wynosi 1759,5, kobiet — 1614,8.

Oprócz siągu i wzrostu pragnąłem wziąć inne jeszcze wymiary, które powiedziałyby coś o proporcjach ciała, jednak nie byłem w stanie zebrać większej ilości tych wymiarów, ze względu na drażliwość i niechęć badanych. To co uzyskałem, podaję na końcu w tabelce na str. 379 a od komentowania tych liczb powstrzymuję się z powodu szczupłości materiału, choć są to sprawy o tyle ciekawe, że dotychczas nie robiono tych pomiarów na chłopach polskich i nie wiele wiemy o proporcjach ich ciała.

*Barwa skóry.* Rozróżniałem 3 barwy: białą, płową i śniadą, przytem pierwsza z tych barw występuje w ogromnej większości przypadków, bo oto:

	mężcz.	kob.
Skóra biała . . . . .	30	18
„ płowa . . . . .	1	—
„ śniada . . . . .	1	—

*Barwa oczu.* Dla określania tej barwy posiłkowałem się tablicą Martin'a, a rezultaty umieszczam w poniższej tabelce. Widzimy z niej, że u obojga płci najczęściej trafiają się oczy niebieskie, pozostałe zaś barwy są prawie równomiernie rozrzucone na całej skali, wyjąwszy tylko oczy piwne, których nie zauważyłem wśród mężczyzn (prawdopodobnie wskutek szczupłości materiału).

	N.º skali N.º de l'échelle	Mężczyźni Hom.		Kobiety Fem.	
		L.	%	L.	%
Piwne-bruns . . .	4	—	—	2	10,5
Jasno-piwne —	5	1	12,5	1	15,8
clairs-bruns	6	3			
Piwno-ziel. — ver-	7	2	9,4	—	10,5
dâtre	8	1			
Niebiesko-ziel. —	9	1	12,5	—	10,5
bleu-vert	10	2			
Siwe-gris . . .	11	1	12,5	1	15,8
	12	4			
Niebieskie-bleu	13	1	53,1	1	35,0
	14	15			
	15	1			
	16	—		2	

W zestawieniu ogólnem barwy oczu grupują się, jak następuje:

	meżcz.	kob.
oczy jasne . . . . .	87,5%	73,7%
„ ciemne . . . . .	12,5%	26,3%

skąd widzimy znaczną przewagę oczu jasnych, zarówno u mężczyzn, jak i u kobiet.

*Barwa włosów.* Określałem ją w porównaniu z tablicą Fischer'a, rezultaty przedstawia następująca tabelka:

	N.º skali N.º de l'échelle	Mężczyźni Hom.		Kobiety Fem.	
		L.	%	L.	%
Brunet — brun. . .	4	3	9,3	2	10,5
Szatyn—chatain	5	7	43,4	1	21,0
	6	7			
Ciemno-blond	7	4	23,1	3	42,0
Blond-foncé	8	4			
Blond—blond. . .	9	2	12,5	3	26,3
	10	2			
	11	—		2	
Popielate — cendre	25	1	6,3	—	—
	26	1			

Widzimy w niej duży procent szatynów, jak również ciemnych blondynów i zupełny brak jasnych blondynów; choć bardzo

jasne włosy występują jako popielate. W następującem zestawieniu widoczny jest stosunek wzajemny włosów ciemnych i jasnych (włosy ciemne liczę włącznie do № 8 skali barw, pozostałe—jasne).

	mężcz.	kob.
włosy jasne. . . . .	18,8%	26,3%
„ ciemne . . . . .	81,2%	73,7%

Ogólnie widzimy przewagę włosów ciemnych nad jasnymi.

*Barwa włosów i oczu w połączeniu.* Korelację tę skuteczniam w następującej tabelce, uwzględniając mężczyzn i kobiety jednocześnie:

Oczy	Piwe	Zielone	Siwe iniebiesk.
Brunet . . . . .	3	—	2
Szatyn . . . . .	3	6	9
C. blondyn. . . . .	2	4	10
Blondyn. . . . .	1	1	10

Włosy ciemne najczęściej łączą się z jasnymi włosami (31 razy), ciemne włosy z ciemnymi oczyma 8 razy, a jasne włosy z jasnymi oczyma 11 razy. Jak wszędzie w Królestwie, tak i tu najczęstszymi są barwy mieszane, domieszka typu jasnego jest większa niż ciemnego.

#### Budowa głowy i twarzy.

*Kształt głowy.* Największa długość głowy wśród mężczyzn waha się od 176 do 197 mm, przy średniej 188,2. U kobiet wymiar ten waha się od 169 do 187 mm, dając średnią 178,2.

Szerokość głowy waha się wśród mężczyzn od 141 do 164 mm, wśród kobiet od 135 do 159, dając dla pierwszych średnią 151,8, dla drugich—148,7.

Wskaźnik główny (szerokościowo-długościowy) przedstawia dosyć rozległą skalę wahań. Minimum u płci obojga wynosi 75, maximum u mężczyzn 89, u kobiet 88.

W zestawieniu poniższem widoczna jest częstość występowania różnych kształtów czaszki. Widać z niego, że najwięcej jest czaszek średniogłowych z wyraźnie zaznaczoną tendencją ku długogłowości:

	mężcz.	kob.
czaszek o wskaźniku od 75 do 79. . . . .	43,4 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	15,6 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
„ „ „ 80 „ 84. . . . .	50,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	42,0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
„ „ „ 85 „ 89. . . . .	6,6 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	42,2 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

Srednie wskaźnika głównego przedstawiają się, jak następuje:

	mężcz.	kob.
Witkowice (St. L.) . . . . .	80,2	83
Płońskie (L. R; 1904, str. 9) . . . . .	81,7	81,7
Kutnowskie (A. B.) 1903) . . . . .	80,6	80,9

Pominąwszy liczbę 83, jako zbyt wysoką wskutek niewielkiej ilości zmierzonych, zauważymy zwiększanie się wskaźnika w miarę posuwania się na północ. Kutnowskie, leżące najbardziej na południu, posiada wskaźnik najniższy, Płońskie, wysunięte najbardziej na północ, odznacza się wskaźnikiem nieco wyższym. Wzdłuż Wisły, głównie po lewym jej brzegu, wciska się wązkim klinem pas długogłowców pomiędzy terytoryum bardziej krótkogłowe o wskaźniku przeszło 81.

Charakterystyczne, że również wzdłuż Wisły ciągnie się pas wysokorosłości, a choć na dotychczasowych mapach wzrostu nie był on ciągłym, to jednak wyżej wykazałem ciągłość, stanowisko przejściowe pomiędzy porównywanymi okolicami.

Wysokość głowy mierzona projekcyjnie od otworu usznego do wierzchołka głowy dała dla mężczyzn skalę wahań od 107 do 132 (średnio—119,2), dla kobiet od 97 do 125 (średnio 105,7). Wskaźnik obliczony z podzielenia tej wielkości przez długość głowy dał rozległą skalę wahań. Minimum wynosi 57 u mężczyzn i 54 u kobiet, maximum u pierwszych 72, u drugich 69. Wszystkie wskaźniki kobiet (wraz z średnią — 59,2), oraz średnia (62,9 i 90,6<sup>0</sup>/<sub>0</sub>) wskaźników mężczyzn należy do niskogłowości (chamaecephalia), zaledwie tylko 9,4 wskaźników mężczyzn zalicza się do kategorii średniowysokogłowych (orthocephalia). Objaw to, jak się zdaje, stały wśród ludności polskiej, gdyż obserwowałem ogromną przewagę niskogłowości w pow. Opoczyńskim gub. Radomskiej (w innych okolicach wskaźnika tego nie uwzględniono).

Wskaźnik stosunku szerokości twarzy do czaszki dał dla mężczyzn średnią 91,7 przy min. — 84 i max. — 100, a dla kobiet 88,2 przy minimum takim samym, a maximum — 96.

*Kształt twarzy.* Minimum szerokości licowej dla obojga płci wynosi 123 mm, max. u mężczyzn—146, u kobiet—140 mm.

Skala wahań wysokości twarzy (nasion-gnathion) jest znacznie mniejsza wśród kobiet, aniżeli wśród mężczyzn, przytem u tych ostatnich jest ona znacznie przesunięta w dół. Min. u mężczyzn wynosi 103 mm, kobiet — 88, max. mężczyzn — 128, kobiet 116; średnia pierwszych 115,7, drugich 106,2.

Wskaźnik twarzy w ogromnej większości przypadków przypada na szerokolicowość (chamaeprosopia). Maximum dla obojga płci wypada—92, min. mężczyzn—75, kobiet—69. Średni wskaźnik wynosi u mężczyzn 82,9, u kobiet—80,5; w rozsegregowaniu zaś na kategorie jest:

	mężcz.	kobiet
szerokolicych o wsk. do 89 . . .	87,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	94,7 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
wązkolicych „ od 90 . . .	12,5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	5,3 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

*Kształty nosa.* Najkrótszy nos, mający 43 mm długości zanotowałem raz u mężczyzny i raz u kobiety, max. tego wymiaru wynosi u mężczyzn—63, u kobiet—58. Średnia długość nosa włościanina w Witkowicach wynosi—53 mm, a włościanki—50,2.

Szerokość nosa mężczyzn waha się od 31 do 45 mm, kobiet od 28 do 39 mm, dając dla pierwszych średnią — 36,5, dla drugich — 32,9.

Wskaźnik nosa, jak wszędzie, przedstawia obszerną skalę wahań. Dolny jej kraniec schodzi do 57 u mężczyzn i 48 u kobiet, a górny u pierwszych sięga 89, u drugich — 78. Średni wskaźnik nosa mężczyzn — 68.

	Mężcz.	Kobiety
Nosy wąskie (leptorhinia) wsk. do 68	56,3	63,2
„ średnie (mesorhinia) wsk. od 69 do 81	34,4	36,8
„ szerokie (platyrhinia) wsk. od 82. .	9,3	—

Z tabelki powyższej widać, że w Witkowicach najwięcej jest nosów wąskich, choć kategoria średnionosowości jest też pokaźnie reprezentowana.

Niezależnie od wymiarów notowałem jeszcze opisowe cechy

nosa, a więc kształt grzbietu nosa rozpatrywany en face i w profilu. Otrzymane rezultaty zestawiam poniżej:

Grzbiet nosa:	Mężcz.	Kob.
Wązki . . . . .	9	3
Średni . . . . .	20	14
Szeroki . . . . .	3	2
Prosty . . . . .	7	3
Falisty . . . . .	10	2
Wklęsły lekko . . . . .	5	3
„ miernie . . . . .	4	7
„ silnie . . . . .	1	1
Wypukły lekko . . . . .	4	3
„ miernie . . . . .	1	—

Najpospolitszym kształtem nosa jest średni, falisty lub nieznacznie wklęsły, rzadziej wypukły. Naogół kształt ten możnaby określić jako prawie prosty.

*Kształt uszu.* Uszy włóścian z Witkowic zwróciły moją uwagę swoim charakterystycznym kształtem, to też począłem je mierzyć, jednak pomiary, i brak materiałów porównawczych nie pozwalają na wyrobienie sobie o nich pojęcia, to też postaram się tu opisać wygląd ucha najczęściej spotykanego. Ucho takie jest wązkie, długie, z płatkim silnie przyrośniętym do policzka. W górnej części obrąbek uszny tworzy jakby kąt zaznaczony przez wyrostek Darwina. Cecha ta występuje tu dosyć pospolicie, w jednym nawet przypadku wyrostek był wysunięty nieznacznie w górę. Wogóle koncha uszna ma kształt wązkiego równoległoboku.

Długość ucha waha się znacznie, bo od 54 do 86 *mm* wśród mężczyzn i od 50 do 68 wśród kobiet. Średnia długość ucha mężczyzny wynosi — 66,1 *mm*, kobiety — 58 *mm*.

Najmniejsza szerokość ucha męskiego i kobiecego jest u obojga płci jednakowa (22 *mm*), największa szerokość ucha męskiego wynosi 33 *mm*, kobiecego — 28. Średnia szerokość ucha mężczyzny — 27,7, kobiety — 25 *mm*.

Odpowiednio do długości ucha wskaźnik posiada też rozległą skalę wahań. Min. mężczyzn — 25, kobiet — 36, max. mężczyzn — 52, kobiet — 50. Pomimo takiego nizkiego min. mężczyzn, częstość występowania poszczególnych wskaźników kończy się już na 32,

poniżej tylko raz był wskaźnik—25. Średni wskaźnik ucha mężczyzny wynosi—41,5, kobiet—43,2.

### L i t e r a t u r a .

Bochenek A. Główniejsze cechy charakterystyki antropologicznej ludności włościańskiej okolic Kutna i Łęczycy. Kraków 1903.

Czekanowski J. Beiträge zur Anthropologie von Polen (Archiv. v. Anthr. t. X zeszyt. 2—3. 1911).

Krzywicki L. Charakterystyka fizyczna ludności Ziemi Polskich (Encyklopedia polska t. I). Kraków 1913.

Rutkowski L. Charakterystyka antropologiczna ludności okolic Płońska. (Kobiety z ludu etc.). Materiały antr.-arch. i etnogr. t. VIII. Kraków 1904.

Talko-Hryniewicz J. Polacy Królestwa Polskiego, w świetle dotychczasowych badań antropologicznych (Rozprawy Wydz. mat.-przysp. Akad. Um. w Krakowie t. LII, ser. B. 1912).

### RÉSUMÉ.

Stanisław Lencewicz:

### **Matériaux anthropologiques recueillis au village Witkowice (arrondissement de Sochaczew, gouvernement de Varsovie au Royaume de Pologne).**

(Du Laboratoire d'Anthropologie de la Société des Sciences de Varsovie).

Communication annoncée le 14. V. 1913.

Présentée par K. Stołyhwo.

Le village Witkowice est situé aux bords de la Bzura, non loin de son confluent à la Vistule.

L'auteur y avait examiné sous le rapport anthropologique 32 hommes et 19 femmes tous paysans polonais, âgés de 17 à 62 ans.

Il a trouvé pour la couleur de la peau 3 nuances; mais la peau blanche a bien l'avantage sur la peau foncée et complètement foncée.

	Hommes	Femmes
Peau blanche . . . . .	30	18
„ foncée . . . . .	1	—
„ c. foncée . . . . .	1	—

L'auteur a défini la couleur des yeux d'après le tableau de Martin. Voir les résultats à la page 371 du texte polonais.



	Hommes			Femmes		
	min.	moyen.	max.	min.	moyen.	max.
Taille. . . . .	1583	1673	1758	1491	1573	1654
Envergure des mains . . . . .	1598	1759	1873	1499	1614	1686
Longueur de la tête . . . . .	176	188	197	169	178	187
Largeur . . . . .	141	151	164	135	148	159
Indice céphalique. . . . .	75	80,2	89	75	83	88
Hauteur de la tête . . . . .	107	119	132	97	105	125
Indice de l'hauteur . . . . .	57	62	72	54	59	69
Indice $\left(\frac{\text{largeur de la face} \times 100}{\text{largeur de la tête}}\right)$ . . . . .	84	91	100	84	88	96
Hauteur de la face . . . . .	103	115	128	88	106	116
Largeur de la face . . . . .	123	142	146	123	135	140
Indice facial . . . . .	75	82	92	69	80	92
Hauteur du nez . . . . .	43	53	63	43	50	58
Largeur du nez . . . . .	31	36	45	28	32	39
Indice nasal . . . . .	57	68	89	48	65	78
Longueur de l'oreille. . . . .	54	66	86	50	58	68
Largeur . . . . .	22	27	33	22	25	28
Indice . . . . .	25	41	52	36	43	50

Quant à la couleur des cheveux il l'a défini d'après le tableau de Luschan. Nous en voyons les résultats d'après le tableau ci-joint (page 000 du texte polonais). Les cheveux blonds se rencontrent chez 18,8% d'hommes et chez 26,3% de femmes. Les châains et bruns chez 81,2% d'hommes et chez 73,7% de femmes.

Voilà comment l'auteur a groupé les mesures et les indices trouvés. La stature (1673 *mm*) des habitants de Witkowice démontre qu'à l'arrondissement de Sochaczew, le long des bords de la Vistule, se trouvent des individus à taille haute, de même qu'à l'arrondissement de Gostynin d'un côté et de Płońsk de l'autre côté de la Vistule. D'après les cartes connues jusqu'à présent—la ligne de taille haute était rompue à cet endroit. L'auteur trouva aussi, principalement pour la rive gauche de la Vistule, parmi le territoire de brachycéphalie—un étroit coin de dolicocéphales (indice au delà de 81).

T a b l i c a I.

№ porządkowe	4	29	27	26	24	39	38	37	36	35
Pleć . . . . .	m.	m.	m.	m.	m.	k.	k.	k.	k.	k.
Wysokość górnej krawędzi rękkości mostka . .	1439	1379	1334	1381	1340	—	—	—	—	—
„ górnego brzegu spojenia łonowego . . .	875	841	827	855	817	—	—	—	—	—
Szerokość pomiędzy acromionami . . . . .	373	337	384	361	317	326	345	337	337	365
Długość ramienia . . . . .	357	343	324	321	285	315	316	291	318	310
„ przedramienia . . . . .	265	275	358	251	242	250	244	237	241	245
„ lewej dłoni . . . . .	185	167	171	170	165	170	159	152	152	158
„ podudzia . . . . .	497	433	401	432	431	—	—	—	—	—
Szerokość pomiędzy grzebieniami biodrowemi .	280	280	296	264	260	—	—	—	—	—

T a b l i c a II.

№№ porządkowe	Imię i nazwisko	Mężczyźni.														Grzbiet nosa							
		Wiek	Długość głowy	Szerokość głowy	Wskaźnik głowy	Wskaźnik stosunku szerok. tw. do cz.	Szerokość łocowa	Wysokość twarzy	Wskaźnik twarzy	Wysokość nosa	Szerokość nosa	Wskaźnik nosa	Długość ncha	Szerokość ncha	Wskaźnik ncha		Wysokość głowy	Wskaźn. wysokość.	Wzrost	Siąg	Barwa skóry	Barwa tęczówki	Barwa włosów
1	Ignacy Chlebowski.	29	196	153	78	95	145	124	85	59	36	61	64	27	42	115	58	1749	1755	b.	14	6	śr., pr.
2	Franciszek Łukawski.	58	193	146	75	93	130	120	92	57	36	63	63	27	43	118	64	1583	1706	b.	14	26	śr., l. wp
3	Leon Olejnik.	30	183	152	83	90	137	103	75	51	37	72	65	29	42	119	65	1634	1730	b.	14	8	ws.m. wp.
4	Józef Domański.	21	185	141	76	100	141	110	78	49	36	73	67	23	39	114	61	1713	1838	b.	14	5	śr., s. wp.
5	Jan Gonta.	50	195	150	76	96	144	120	83	57	36	68	69	26	38	131	67	1706	1835	b.	14	5	śr., f.
6	Jan Dąbrowski.	42	185	154	83	84	130	111	85	38	71	68	29	43	116	63	1610	1761	b.	14	8	śr., f.	
7	Feliks Chlebowski.	22	184	145	78	94	137	113	82	47	42	89	62	27	43	120	65	1693	1818	b.	12	5	sz. l. wk.
8	Stanisław Domański.	50	194	149	76	95	142	121	85	49	35	71	68	26	38	125	64	1758	1704	b.	14	25	śr., f.
9	Franciszek Wojciechowski.	41	190	148	77	96	142	107	75	51	45	88	59	27	46	119	62	1744	1823	b.	14	4	sz., m. wk.
10	Tomasz Pisarek.	21	187	150	80	92	138	106	76	46	38	82	65	29	45	120	64	1642	1712	b.	11	6	śr., l. wk.
11	Adam Stefaniak.	35	195	151	77	92	139	127	91	55	37	67	63	32	51	123	63	1687	1774	b.	14	6	w, pr.
12	Józef Stefaniak.	40	185	154	83	90	138	122	88	53	36	67	66	31	47	122	66	1632	1703	b.	14	9	w., pr.
13	Piotr Kwiatkowski.	18	190	150	78	94	141	115	81	49	33	67	70	31	44	124	65	1632	1800	b.	12	7	w., f.
14	Kazimierz Łukawski.	54	197	153	77	93	142	117	82	57	34	59	65	25	33	121	61	1663	1762	b.	14	9	w., l. wp

T a b l i c a III.

№№ porządkowe	Imię i nazwisko	Wiek										Wzrost	Siąg	Barwa skóry	Barwa włosów	Grzbiet nosa							
		Długosć głowy	Szerokość głowy	Wskaznik głowy	Wskazn. stos. szer. twarzy do czaszki	Szerokość licowa	Wysokość twarzy	Wskaznik twarzy	Wysokość nosa	Szerokość nosa	Wskaznik nosa						Długosć ucha	Szerokość ucha	Wskaznik ucha	Wysokość głowy	Wskazn. wysokość.		
15	Adam Przydolek . . . . .	53	187	150	80	89	134	115	85	52	33	63	72	23	32	117	62	1601	1598	b.	12	25	w., f.
16	Franciszek Szafranski . . . . .	49	185	154	83	93	144	118	81	55	38	69	86	22	25	116	62	1748	1779	b.	6	4	śr., pr.
17	Jan Stefczyk . . . . .	40	193	160	82	91	146	117	80	55	39	70	68	31	45	114	59	1648	1763	b.	14	6	śr., f.
18	Piotr Szewczyk . . . . .	20	186	155	83	88	136	111	81	52	34	65	64	26	40	107	57	1711	1794	b.	15	8	w., pr.
19	Hipolit Dąbrowski . . . . .	67	183	155	84	93	144	115	79	63	40	63	78	28	36	131	71	1684	1788	b.	12	10	śr., m. wk.
20	Jan Stefaniak . . . . .	50	179	151	84	90	137	114	83	51	38	74	66	26	39	114	64	1620	1670	b.	13	7	śr., l. wk.
21	Jan Eukawski . . . . .	20	189	150	79	94	141	112	79	54	31	57	62	27	43	112	59	1738	1837	b.	6	7	śr., pr.
22	Walenty Stefaniak . . . . .	45	193	150	77	94	141	128	90	53	36	67	65	29	44	121	62	1712	1779	b.	14	10	śr., f.
23	Bronisław Stefaniak . . . . .	19	192	164	85	86	141	120	85	61	37	60	69	33	48	115	60	1602	1699	b.	6	6	śr., l. wp.
24	Jan Józwik . . . . .	18	184	142	77	86	123	111	90	46	31	67	61	28	46	114	62	1622	1656	b.	9	7	w., f.
25	Józef Pyrak . . . . .	51	190	150	78	95	142	125	88	60	35	58	64	27	42	128	67	1602	1752	b.	14	5	śr., l. wp.
26	Józef Józwik . . . . .	21	176	142	80	93	132	116	87	43	34	79	60	28	47	118	67	1662	1662	śn.	5	4	śr., m. wk.
27	Franciszek Kolodziejczyk . . . . .	20	188	155	82	90	140	115	82	55	35	63	54	28	52	125	66	1679	1730	pl.	8	5	śr., f.
28	Ignacy Szewczyk . . . . .	29	189	158	83	92	145	110	75	53	36	67	61	26	43	132	70	1666	1764	b.	7	5	śr., l. wk.
29	Jan Felczak . . . . .	22	191	157	82	86	135	108	80	46	33	71	61	28	46	114	60	1667	1760	b.	7	6	śr., m. wk.
30	Jakób Olejnik . . . . .	36	183	163	89	86	141	110	78	51	39	76	71	30	42	114	62	1749	1878	b.	10	5	w., f.
31	Leonard Dąbrowski . . . . .	33	194	161	82	87	141	118	83	62	38	61	68	32	47	112	57	1714	1870	b.	14	8	śr., l. wk.
32	Andrzej Domański . . . . .	52	181	146	80	96	140	125	89	52	38	73	72	23	32	131	72	1718	1808	b.	10	5	sz., pr.

## K o b i e t y

33	Aniela Zaremba . . . . .	25 174 144 82	90	130 96 73 48 23 58 55 24 44	115 66 1571 1583	b. 14	4 w., pr.
34	Leokadja Stefaniak . . . . .	19 180 155 86	89	138 108 78 50 34 68 61 24 39	97 54 1546 1570	b. 6	8 śr., pr.
35	Weronika Szafrńska . . . . .	17 169 147 86	92	135 108 80 52 32 61 68 25 36	102 60 1654 1647	b. 12	11 śr., l. wk.
36	Marya Plackowska . . . . .	17 181 144 79	93	134 106 79 44 32 72 59 24 40	107 59 1590 1642	b. 12	8 sz., s. wk.
37	Aleksandra Szymańska . . . . .	17 172 148 86	84	125 115 92 50 30 60 54 26 48	106 61 1491 1566	b. 4	6 w., l. wp.
38	Zofja Plackowska . . . . .	20 179 155 86	87	135 100 74 49 34 69 54 24 44	109 61 1601 1667	b. 8	7 sz., m. wk.
39	Rozalja Szafrńska . . . . .	17 180 147 81	86	127 107 84 51 32 62 64 25 39	106 57 1607 1678	śn. 4	4 śr., l. wk.
40	Bolesława Stefaniak . . . . .	19 187 152 81	85	129 116 89 57 32 56 56 28 50	101 54 1564 1588	b. 16	7 śr., pr.
41	Józefa Łukawska . . . . .	18 184 151 82	93	140 107 76 46 34 73 50 25 50	105 57 1632 1615	b. 16	9 śr. m. wk.
42	Marjanna Olejnik . . . . .	22 178 154 86	88	136 107 78 57 37 64 57 27 47	110 62 1614 1616	b. 14	8 śr., l. wp.
43	Józefa Stefczyk . . . . .	28 176 141 80	90	127 112 88 51 34 56 52 22 42	104 59 1578 1657	b. 6	11 w. m. wk.
44	Weronika Gryniec . . . . .	23 180 153 85	85	130 105 80 46 32 69 58 27 46	99 55 1618 1667	b. 8	9 śr., m. wk.
45	Marjanna Olejnik . . . . .	26 174 142 79	96	136 105 77 50 39 78 60 26 43	102 59 1521 1645	b. 13	9 śr., f.
46	Juljanna Stefaniak . . . . .	41 182 152 83	85	130 115 88 58 28 48 59 26 44	98 54 1607 1686	b. 12	6 śr., f.
47	Józefa Pisarek . . . . .	17 176 144 81	87	126 88 69 43 33 76 58 23 40	100 57 1491 1499	b. 5	6 śr., m. wk.
48	Bronisława Dąbrowska . . . . .	20 179 135 75	91	123 105 85 55 33 60 62 24 39	105 58 1532 1569	b. 15	7 śr., l. wk.
49	Zofja Dąbrowska . . . . .	22 180 159 88	84	134 108 80 53 35 66 60 22 37	125 69 1505 1533	b. 11	8 śr., l. wp.
50	Zofja Stefaniak . . . . .	25 179 152 84	87	133 106 79 45 34 75 60 25 42	111 62 1632 1646	b. 10	8 śr., m. wk.
51	Juljanna Stefaniak . . . . .	19 174 154 88	84	129 104 80 49 32 65 54 27 50	107 61 1533 1598	b. 15	5 śr., m. wk.

#### 4. Roman Jakimowicz:

### Czaszki i kości długie z kurhanu w Kowarach.

Komunikat zgłoszony dn. 30 kwietnia 1913 roku.

(Z Zakładu Antropologicznego Uniwersytetu Jagiellońskiego i Pracowni Antropologicznej Tow. Nauk. Warsz.)

Przedstawił K. Stołyhwo.

Czaszki i kości długie, opisywane w tej pracy, pochodzą z kurhanu w Kowarach (gub. Kielecka powiat Miechowski), rozkopanego przez Pana M. Wawrzenieckiego w 1905 roku. (Materiały Antropol.-Archeolog. i Etnograf. t. X. str. 64—71). W kurhanie tym znajdowało się 11 szkieletów, z pośród których dobrze były zachowane i dały się wydobyć do badań kranjologicznych 5 czaszek, 2 kości czołowe, należące do czaszek dziecięcych, trzy uda i jedna kość strzałkowa. Jedna czaszka znajduje się w zbiorach Pana M. Wawrzenieckiego w Warszawie (oznaczam ją literą W.) i została opracowaną w Pracowni Antropologicznej Tow. Naukowego Warszawskiego. Pozostały materiał znajduje się w Zakładzie Antropologicznym Uniwer. Jagiell. (oznaczam ten materiał nr. nr. inwentarzowymi Zakładu; czaszki Au. 411 do Au. 414, kości długie Au. 417 *a* i *b* i Au. 418) i został w tymże zakładzie opracowany. P. M. Wawrzeniecki rozkopał jeszcze trzy kurhany w Gruszowie, w Chorążycach i w Rosiejowie (gub. Kielecka). Materiał osteologiczny wydobyty z nich składa się jedynie z ułamków kości i do badań nie nadaje się. (Jest przechowywany w zakładzie Antropologicznym Uniw. Jagiell.). Kurhany te, o ile można sądzić z nielicznych zabytków archeologicznych, wewnątrz nich znalezionych, należą do epoki wędrówek ludów.

Przy opracowywaniu powyższego materiału posługiwałem się instrukcją kranjometryczną prof. Marti'n'a. W celu umożliwienia robienia zestawień z materiałem już ogłoszonym, brałem niektóre pomiary i wyliczałem wskaźniki uwzględniane w dawniejszych pracach kranjologicznych.

Czaszka Au. 411 jest zachowana zupełnie dobrze. Nr. Au. 412 ma połamane łuki jarzmowe i wylamany pterion z prawej strony. Nr. Au. 413 przedstawia się najgorzej: prawy bok czaszki jest zniszczony, twarz nieco skrzywiona z prawej strony ku lewej i prawy guz czołowy wylamany. Nr. Au. 414 ma spłaszczoną część poty-

liczną, w okolicy lewego asterionu, wyłamany prawy łuk jarzmowy i dziurę od szpadla nad lewym pterionem wzdłuż sut. coronalis. Czaszka Nr. W. ma wykruszone części skaliste kości skroniowych, części potylicy w okolicy process. jugul. i wewnątrz oczodołów, tak że pojemność czaszki nie dała się zmierzyć. Żuchwy posiadają Au. 411 i Au. 413, przyczem ta ostatnia ma złamane prawe ramię.

Czaszki są małe — pojemność waha się od 1130 do 1270, kości są cienkie i delikatne, wypukłości i wyrostki są względnie słabo zaznaczone. Zęby są delikatne, drobne, ścianki zębodołków cienkie, czasami przebite przez korzenie. W czaszce nr. Au. 413 z lewej strony u góry jest nie wycięty kiel, pomimo, że zęby mądrości są już wycięte. Czaszka ta posiada zachowany szew śródczołowy.

Ludność grzebiąca swych zmarłych w kurhanie w Kowarach była wybitnie krótkogłowa. Tylko jedna czaszka jest pośrednio-głowa (wsk. 77,0). Czaszki, posiadające cechy kobiece, są bardziej wydłużone, niż męskie. Ludność ta miała czaszki wysokie, czoła wąskie, twarze szerokie. Wskaźniki nosowy i oczodołowy podlegają bardzo znacznym wahaniom i obejmują wszystkie grupy klasyfikacyjne.

Składam serdeczne podziękowanie Panu Maryanowi Warzenieckiemu za udzielenie czaszki do opracowania, oraz prof. Talko-Hryncewiczowi i Panu Kazimierzowi Stolyhwie za umożliwienie opracowania niniejszego materiału.

*Pomiary czaszek.*

Nr.nr. czaszek . . . . .	Au411	Au412	Au413	Au414	W.
Płeć . . . . .	♀	♂	♀	♂	♂
Wiek . . . . .	adult	inf. II	adult.	inven.	adult.
Pojemność . . . . .	1130	1210	—	1270	—
Najwięk: długość czaszki . . . . .	170	160	164?	167	160
Długość glabella - inion. . . . .	163	154	160?	164	154
Długość nasion - inion . . . . .	160	148	156?	158	151
Największa szerokość czaszki . . . . .	131	140	132	142	145
Szerokość biauricularna . . . . .	113	111	—	121	121
Szerokość sutkowa . . . . .	95	91	—	114	101
Wysokość basion - bregma . . . . .	130	120	—	130	126
Wysokość basion - vertex . . . . .	131	121	—	131	127
Wysokość uszno-bregmalna (proj.) . . . . .	107	111	—	112	106
Wysok. uszna czaszki (proj.) . . . . .	109	112	—	113	107
Wysok. sklepienia czaszki (proj.) . . . . .	101	100	—	102	102
Obwód poziomy przez glabellę . . . . .	482	466	—	489	487
Obwód środkowy strzałowy . . . . .	352	347	—	350	335
Obwód środk. strzał. do inionu . . . . .	305	301	290?	301	300





Najw. szerokość kości licowej pr. . . . .	44	—	—	—	49
lew.					
Największa wysok. kości licowej pr. . . . .	41	—	—	47	51
lew.					
" " " " " " " " " " " " " " " " " "	41	—	—	41	47
lew.					
" " " " " " " " " " " " " " " " " "	40	—	—	43	46
Długość podniebienia . . . . .	43	37	39	39	45
Szerokość podniebienia . . . . .	35	27	32	29	30
Szerokość szczękowo-zębodołowa . . . . .	59	54	62	66	57
Długość szczękowo-zębodołowa . . . . .	52	42	46	47	53
Szerokość kłykciowa-zuchwy . . . . .	104	—	—	—	—
Szerokość kątowna zuchwy . . . . .	93	—	—	—	—
Wysokość bródki . . . . .	23	—	21	—	—
Wysokość ramienia zuchwy . . . . .	49	—	52	—	—
Szerokość ramienia zuchwy . . . . .	26	—	32	—	—
<b>Kąty.</b>					
Kąt profilu całego . . . . .	82°	—	—	87°	81°
Kąt profilu nosowego . . . . .	84°	—	—	87°	84°
Kąt profilu zębodołowego . . . . .	64°	—	—	83°	73°
Nachylenia: os frontale . . . . .	52°	56°	—	54°	55°
" os parietale . . . . .	30°	27°	—	29°	28°
" os occipitale . . . . .	118°	117°	—	117°	115°
" foramen magnum . . . . .	-11°	-13°	—	9°	-10°
" podstawy twarzy . . . . .	152°	153°	—	150°	147°
" poz. nasion-inion . . . . .	10°	11°	—	10°	10°
" poz. glabella-inion . . . . .	12°	13°	—	13°	15°
" poziom. glabella lambda . . . . .	9°	10°	—	7°	8°
<b>Wskaźniki.</b>					
Największa szerokość czaszki.100					
najw. dług. czaszki.	77	87	80	85	91
wysok. basion-bregma .100					
najw. dług. czaszki	76	75	—	78	79
wys. basion-bregma .100					
najw. szerok. czaszki	99	86	—	91	87
wysok. basion-vertex .100					
najw. szerokość czaszki	100	86	—	92	87
wysok. basion-vertex .100					
najw. długość czaszki	77	76	—	78	79
najw. szerokość czaszki .100					
wysok basion vertex	100	116	—	108	114
wysok. uszno-bregmalna .100					
najw. długość czaszki	63	69	—	67	66
wysok. sklepienia czaszki.100					
dług. nasion-inion	63	67	—	64	67
szerokość foramen magnum .100					
długość foramen magnum	82	75	—	85	84
najmniejsza szerokość potylicy.100					
największa szerokość potylicy.	78	68	—	—	—

cięciwa potylicowa strzał. 100	93	86	—	83	89
najw. szerokość potylicy.					
cięciwa potylicowa strzałowa. 100	85	83	—	86	94
łuk potylicowy strzałowy.					
Cięciwa lambda-inion. 100	125	95	98	112	94
łuk lambda inion.					
najmn. szerokość potylicy. 100	76	73	73?	76	77
najw. szerok. czaszki.					
łuk potylicowy strzałowy. 100	31	31	—	30	31
obwód środkowy strzałowy.					
łuk ciemieniowy strzał. 100	35	36	—	37	34
obwód środkowy strzał.					
cięciwa ciemieniowa strzał. 100	89	95	88	85	86
łuk ciemieniowy strzał.					
cięciwa asterion-pterion. 100 prawa.	85			84	95
cięciwa ciemieniowa strzał. lewa.	82	74	89	80	93
najwięk wysokość łuski skron. 100 pr.	53	—	—	55	66
najwięk. szerok. łuski skroniowej lew.	53	60	65	53	68
cięciwa czołowa strzał. 100	86	85	86	88	89
łuk czołowy strzałowy.					
łuk czołowy strzał. 100	34	35	—	33	34
obwód środkowy strzał.					
najmniejsza szerokość czoła. 100	80	82	83	78	82
największa szerokość czoła.					
najmn. szerok. czoła. 100	68	64	73	68	65
najw. szerok. czaszki.					
wysokość twarzy. 100	85	—	—	—	—
szerokość licowa.					
wysokość górnej twarzy. 100	46	41?	—	50	49
szerokość licowa.					
szerokość licowa. 100	90	81?	—	83	87
najwięk. szerok. czaszki.					
najmn. szerok. czoła. 100	93	98	95?	100	91
zewnątrzczodoł. szerok. twarzy					
najmn. szerok. czoła. 100	75	80?	—	83	73
szerokość licowa.					
wysokość oczodołu. 100      praw.	76	86	88?	85	75
szerok. oczodoł. od maxillofront. lew.	81	91	88?	90	77
szerokość nosa. 100	51	57	42?	49	42
wysokość nosa.					
najwięk. wysok. kości licowej. 100	93	—	—	—	95
najwięk. szerok. kości licowej.	97	—	—	91	90
szekość podniebienia. 100	81	73	82	74	67
długość podniebia.					

szerokość szczękowo-zębodołowa. 100	113	128	135	128	107
długość szczękowo-zębodołowa.					
szerokość kątowna żuchwy. 100	79	—	—	—	—
szerokość licowa.					
szerok. kątowna żuchwy. 100	89	—	—	—	—
szerok. kłykciowa żuchwy.					

*Opisowe cechy morfologiczne.*

Konsystencja kości . . . . .	dość mocna	dość mocna	krucha	dość mocna	dość mocna
Budowa kości . . . . .	cienka	cienka	cienka	cienka	mierna
Wielkość zębów . . . . .	średnie	drobne	średnie	drobne	drobne
Starcie zębów . . . . .	mierne	słabe	mierne	słabe	silne
Zrastanie się szwów: . . . . .	wolne	wolne	wolne	wolne	wolne
Kostki wyosobnione . . . . .	brak	1 w sut. lamb.	w sut. lamb.	w sut. lamb. i w lambdzie	w sut. lamb. i w lambdzie
Wydatn. łuków licowych . . . . .	słaba	—	—	mierna	mierna
Wydatność glabelli . . . . .	słaba	słaba	słaba	słaba	silna
Wydatn. arcus superciliar . . . . .	słaba	b. słaba	b. słaba	słaba	znaczna
Wydatn. lin. temporal. . . . .	niezn.	niezn.	niezn.	niezn.	nieznac.
Wydatn. tuber. frontal. . . . .	b. mały	b. mały	b. mały	mały	b. mały
Wydatn. lin. nuchae. . . . .	mierna	słaba	—	mierne	znaczna
Wydatn. protuber. occipit. extern. . . . .	słaba	b. słaba	—	słaba	wydatne
Tuberculum pharyngeum. . . . .	sł. zazn.	sł. zazn.	—	sł. zazn.	sł. zazn.

*Pomiary kości udowych.*

N <sup>o</sup> N <sup>o</sup>	Au 417 a prawe	Au 417 b lewe	Au 418
Największa długość . . . . .	472	470	430
Długość w pozycji naturalnej . . . . .	467	467	422
Wysok. od poz. do krętarza wielkiego w pozycji naturalnej . . . . .	—	—	403
Strzałowa średnica w środku trzonu. . . . .	31	30	24
Poprzeczna " " " . . . . .	30	30	23
Wsk. $\frac{\text{strzał. średnica w środku trzonu}}{\text{poprzecz. średn. w środku trzonu}}$ . . . . .	103	100	104
Górna średnica strzałowa trzonu . . . . .	27	28	23
Górna średnica poprzeczna trzonu . . . . .	35	35	31

№ №	Au 417 a prawe	Au 417 b lewe	Au 418
Wsk. $\frac{\text{Górna średnica strzał. trzonu} \cdot 100}{\text{Górna średnica poprzeczna trzonu}}$	77	80	74
Długość nasady górnej. . . . .	102	101	85
Szerokość międzykłykciowa . . . . .	70?	71?	64
Obwód w środku . . . . .	96	95	76
Wsk. $\frac{\text{Obwód w środku} \cdot 100}{\text{Długość w pozycji naturalnej}}$	20	20	18

Uda Au 417 a i Au 417 b należą do jednego osobnika zaś Au 418 do drugiego.

Warszawa w kwietniu 1913.

5. L. Horwitz:

**Niektóre wyniki zdjęcia geologicznego  
w Alpach Fryburskich.**

Komunikat zgłoszony dn. 27 Kwietnia 1913 r.

Przedstawił J. Lewiński.

W pracy niniejszej chcę dać krótki opis utworów geologicznych z których, zbudowany jest masyw Arsajoux (PnWsch. od Charmey), wraz z skamieniałościami, znalezionemi i oznaczonemi przezemnie. Masyw ten wchodzi w skład wielkiej płaszczowiny, zwanej „Préalpes médianes“.

Uwzględnę tu jedynie formacje starsze od czwartorzędu. Formacje te ciągną się od tryasu górnego do bajocienu: *masyw Arsajoux jest więc masywem, złożonym głównie z warstw liasowych*. Rezultat ten różni się dość znacznie od wyników zdjęcia geologicznego i opisu tego masywu, danego przez Gillieron'a.

**Okres tryasowy.**

Okres ten reprezentują jedynie: korniola, wapień dolomityczny jasny oraz margle rozmaicie zabarwione. Utwory te nie zawierają zupełnie skamieniałości; na skutek zupełnej tożsamości petrograficznej z licznymi innymi występowaniami, zaliczam cały ten

kompleks do *tryasu górnego (kajpru)*. Co dotyczy porządku, w jakim występują wymienione 3 jednostki, to należy zaznaczyć że korniola leży często na miejscu najniższym, jednakże kilkakrotnie obserwowałem przejście boczne od wapienia dolomitycznego do kornioli. Margle stamowią wkładki w wapieniu dolomitycznym, jak się zdaje, bez żadnego określonego porządku. Wreszcie wapień dolomityczny jest, jak i gdzieindziej, utworem najmłodszym kajpru, bezpośrednio sąsiadującym z retem.

### Okres jurajski.

#### A. Piętro retyckie.

Nie zdołałem odkryć *kompletnego* przekroju retu w granicach omawianego obszaru. Oto porządek prawdopodobny utworów retyckich, napotkanych przezemnie w licznych stosunkowo miejscach:

(Z góry na dół)

(Lias dolny).

1. Wapień jasny, mniej lub więcej dolomityczny, z licznymi Terebratulami (szczególnie *Terebratula gregaria*).

2. Warstwy naprzemianległe: wapienia mniej lub więcej ciemnego, lumachellowego z *Avicula contorta*, oraz margli ciemnych, często piaszczystych,

3. a) Wapień zbity, ciemny,

b) Wapień jasny, częściowo dolomityczny, zawierający oolity,

c) Brekczya o kamykach dobrze zaokrąglonych.

(Wapień dolomityczny tryasowy).

#### B. Podokres liasowy,

##### I. Lias dolny (hettangien, sinemurien, lotharingien).

W masywie Arsajoux cały prawie lias dolny składa się z jasnego wapienia krynowidowego (calcaire à entroques). Oznaczalnych skamieniałości brak prawie zupełny.

W tych warunkach jest rzeczą niemożliwą rozróżnienie w tym kompleksie rozmaitych pięter liasu dolnego.

Jednakże bezpośrednio nad tym tak charakterystycznym poziomem znajduje się kilka m. skały ciemniejszej, wapiennej, zawierającej często zielone wtrącenia glaukonitowe. Skała ta jest w kilku miejscach przebogata w skamieniałości, szczególnie w amo-

nity. Oto spis fauny, znalezionej razem na przestrzeni kilku metrów:

*Aegoceras subplanicosta* Oppel, *Aegoceras Lorioli* Hug, *Agasicerias cf. miserabile* Quenstedt, *Ammonites Berardi* Dum, *Arnio-ceras cf. ceras* Giebel (*Hauer*), *Cymbites globosus* Schübler, *Echio-ceras raricostatum* Zieten (liczne egzemplarze), *Oxynoticeras Greenoughi* Sow. *Hauer*, *Oxynoticeras aff. oxynotum* Quenstedt, *Racophyllites (Phylloceras) Stella* Sow., *Vermiceras ultraspiratum Fucini* *Vermiceras Oosteri* Dum., *Avicula sinemuriensis* (kilka egzemplarzy).

Fauna ta dowodzi niewątpliwie, że mamy tutaj poziom z *Oxynoticeras oxynotum* (lias  $\beta$ ) górnego lotharingieniu.

## II. Dolny pliensbachien.

Na tym poziomie, tak bogatym w skamieniałości spoczywa wapień zbity, nieczysty, często krzemionkowaty, twardy, ciemny, rzadko jasny, o miąższości mniej lub więcej znacznej. Bloki tego wapienia są bardzo charakterystyczne i dają się rozpoznać na pierwszy rzut oka: część ich zewnętrzna jest ziemista (skałę „zdrową“ widać dopiero w środku bloku), gdyż węgiel wapniowy został przez wodę usunięty, a pozostały jedynie „zanieczyszczenia“.

Wapień ten zawiera bardzo mało skamieniałości. Po dość długich poszukiwaniach udało mi się znaleźć tu i owdzie zaledwie nieliczne amonity następujące:

*Ammonites cf. Lucifer* Dum. (rumowisko), *Arietites (Astero-ceras) varians Fucini*, *Arietites (Astero-ceras) Reynesi* Fuc., *Astero-ceras margarita Paronai* Fuc. (te 2 ostatnie razem), *Phylloceras (Rhacoceras) numismale* Quenstedt.

Ostatni amonit oraz *Astero-ceras varians Fucini* znalazłem w takich warunkach, że nie ulega żadnej wątpliwości, iż należą do poziomu nie starszego od górnego lotharingieniu. Mamy tu zatem prawdopodobnie dolny pliensbachien (lias środkowy). 2 gatunki Fucinięgo, znalezione przezemnie razem, również nie mogą być starsze od tego poziomu.

Obecność w pliensbachienie dolnym kilku gatunków *Astero-ceras'u* jest zastanawiająca, wiadomo bowiem, że główne rozprzestrzenienie tego rodzaju ma miejsce w dolnym i środkowym lotharingienie.

### III. Górny pliensbachien — domerien.

Stopniowo twardy wapień pliensbachianu dolnego zaczyna się ku górze stawać nieco marglistym, oraz zawierać wkładki marglowe. Niekiedy zmiana ta zdaje się zachodzić już w pliensbachienie górnym, jak tego dowodzi znaleziony w tym poziomie *Ammonites (Tropidoceras) Masseanus Quenstedt*.

Jednakowoż kiedy to przeistoczenie w skałę wapienną, zawierającą mniej lub więcej gliny, staje się zupełnie wyraźne, poziom zawiera faunę następującą, względnie dość bogatą:

*Amaltheus margaritatus Montf.* (kilka egzemplarzy), *Ammonites costatus spinatus Quenstedt* (kilka egzemplarzy), *Grammoceras Normannianum d'Orbigny, var. inseparabile Fuani (Wright)*, *Harpoceras nitescens, Young i Bird (Wright)*, *Hildoceras (Arietoceras) algovianum Oppel, Lytoceras audax Mgh. (Fucini)*.

*Rhynchonella cf. Paronai (Haas), Spiriferina sp. ind.*

Fauna ta świadczy niezbicie, że mamy tutaj domerien. Podział na poziomy jest niemożliwy, ze względu na to 1) że wykształcenie skały jest wszędzie mniej lub więcej jednakowe, 2) że tu i owdzie znajdujemy oddzielne skamieniałości, ale nie liczniejsze gatunki razem.

### IV. Infratoarcien (warstwy z Leptaenami).

Kiedy ku górze zawartość gliny staje się coraz większa, ale skała nie jest jeszcze wyraźnie łupkowata, choć posiada wtrącenia łupków, mamy przed sobą poziom zupełnie odmienny. Wygląd skały na przełomie jest bardzo charakterystyczny: dzięki dość znacznej zawartości żelaza występują mniej lub więcej wydłużone żółte pasma. Natomiast poziom ten nigdy nie jest plamisty. Te dwie cechy pozwalają go stanowczo i łatwo odróżnić od podobnego skądinąd liasu górnego.

Poziom ten posiada dość osobliwą, bogatą faunę, złożoną przeważnie z ramienionogów. Oto część skamieniałości, przezemnie oznaczonych:

*Coeloceras (Dactylioceras) anguinum Rein. sp., Coeloceras sp. ind., Coeloceras sp. ind. Grammoceras subtile Fucini* (gatunek bardzo pokrewny: *Hildoceras Ruthenense Reyn. em. Mgh.*)

*Koninckina (Koninckodonta) cf. Geyeri Bittner (Steinmann), Koninckina cf. K. sp. aff. Eberhardi Bittner (Geyer);*

*Leptaena* (?) cf. *rostrata* Desl., *Leptaena* (?) cf. *Moorei*, *Leptaena* (*Koninckina*) (?) sp. ind., *Leptaena Bonchardi* (Davidson); *Spiriferina cantaniensis* Canavari var. *tauromenensis* n., *Spiriferina cordiformis* n. sp. Böse, *Spiriferina* cf. *cordiformis* Böse, *Spiriferina gryphoidea* Uhlig, *Spiriferina plano convexa* Seg., *Spiriferina* cf. *plano-convexa* Seg., *Spiriferina* cf. *rostrata* Schloth., *Spiriferina Salomoni* nov. sp., *Spiriferina* cf. *semicircularis*, *Spiriferina subquadrata* Seg., *Spiriferina* aff. sp. cfr. *Pichleri* Neum. (Canavari); *Thecidea* cf. *Bonchardi* Dav., *Thecidea rustica* Moore, *Thecidea* cf. *triangularis* d'Orb.

*Posidonomya Bronnii* Goldf.

*Ramienionogi* mają rozmiary naogół małe. *Spiriferiny* są znacznie mniejsze od gatunków znanych i opisanych i są bardzo często asymetryczne. Dlategoż wiele oznaczeń jest tylko mniej lub więcej przybliżonych. *Leptaeny* (*Koninckiny* albo *Koninckodonty*) również są w części małe; dokładne oznaczenie tych form również nie zawsze jest możliwe ze względu na złe zachowanie, albo ze względu na to, że wnętrze skamieniałości jest niewidzialne.

Jakkolwiekbaż całość wyliczonej wyżej fauny, nie zostawia najmniejszej wątpliwości, że mamy przed sobą poziom zwany „warstwą z *Leptaenami*“, poziom, zalegający między liasem środkowym w właściwym tego słowa znaczeniu (domerien) i liasem górnym (toarcien). Poziom ten znany jest oddawna. Odkryty około 1850-go roku w Normandyi (Deslongchamps) i Anglii (Davidson), został później poznany w wielu innych krajach, jak np. Portugalii, Włoszech i Niemczech. W Alpach szwajcarskich znany dotychczas nie był.

Niektórzy autorowie zaliczają ten poziom do liasu środkowego, inni (np. Choffat w Portugalii) do liasu górnego. Istotnie, i fauna znaleziona przezemnie posiada również charakter mieszany i przejściowy: z jednej strony obfitość *Spiriferin*, nie znanych we właściwym liasie górnym, oraz obecność gatunku *Grammocebras subtile* Fucini, zbliżonego do *Hildocerasu* z domerieniu, z drugiej — obecność *Coeloceras* (*Dactylioceras*) *anguinum* Rein sp. i *Posidonomya Bronnii* Goldf., znajdujących wyłącznie w właściwym liasie górnym (toarcienie).

#### V. Toarcien dolny.

Docieramy do poziomu bardzo łatwego do rozpoznania, którego miąższość wynosi zwykle kilka metrów za ledwie. Jestto ska-



ła bardzo marglista, mniej lub więcej niebieska, tworząca łupki bardzo cienkie, łatwo łamliwe. Niekiedy możnaby ten poziom brać za poprzedzający, jednakże fauna jest tak odmienna, że omylić się niepodobna.

Fauna jest bardzo bogata, składa się prawie wyłącznie z amonitów; jednakowoż istnieją wychodnie, gdzie skamieniałości niema niemal zupełnie. Poziom ten bardzo jest znany, np. w bliskim sąsiedztwie z naszym masywem, u stóp masywu Moléson, skąd fauna została szczegółowo opisana przez Hauga.

Oto skamieniałości, znalezione przezemnie:

*Coeloceras (Dactylioceras) anguinum Reinecke; Harpoceras (Hildoceras) Renevieri sp. Hug., Harpoceras (Hildoceras) Kisslingi Hug, Harpoceras serpentinum Rein. Hug, Harpoceras lythense Y i B. (Hug), Harpoceras (Hildoceras) Levisoni Simpson, Harpoceras exaratum Y i B. sp., Cf. Harpoceras (Hildoceras) cf. Bodei Denckman, Harpoceras (Hildoceras) cf. Bodei Denckman, Cf. Harpoceras (Lillia) cf. Bayoni Dum. sp., Cf. Hildoceras bifrons Brug.; Lytoceras cornucopiae Young i Bird, Lytoceras sp. ind. cf. aequistriatum Quenstedt (Pompeckj); Phylloceras heterophyllum Son., Phylloceras Pompeckji Hug., Phylloceras sp. ind. cfr. taticum.*

## VI. Lias górny (część toarcieniu—aaenien—część bajocienu).

W stropie toarcieniu dolnego leży długa serya skały mniej lub więcej marglistej, występującej często w postaci naprzemianległych warstw wapienia bardziej twardego i łupków ilastych. Własność najbardziej charakterystyczna tego kompleksu polega na *plamistości* skały, mniej lub więcej wyraźnej. Wspomnieliśmy już wyżej, że ta plamistość odróżnia lias górny od liasu środkowego (domerieniu) i infratoarcieniu.

Gilliér on podaje bardzo słusznie, iż górna część liasu środkowego jest w naszym masywie wyraźnie marglista i częściowo łupkowata. Tymczasem nie wymienia on skamieniałości, które nie są, jak to widziliśmy, wcale rzadkie, i na mapie swej—rzecz szczególna—wklucza domerien i infratoarcien do swego dolnego piętra jurajskiego; to samo zresztą robi dla części istotnie ubogiego w skamieniałości pliensbachieniu.

W całej seryi liasu górnego, a nawet po części—w bajocieniu,

skała jest mniej więcej taka sama. Jednakże ze względu na faunę rozróżniamy następujące poziomy:

### 1. Górny toarcien.

a) W jednym miejscu, na przestrzeni kilku metrów znalazłem faunę następującą:

*Grammoceras toarcense d'Orbigny* (Buckman), *Haugia* (?) *Eseri* Oppd. (Buckman), *Lytoceras aff. rubescens* Dumortier (Vacek), *Lytoceras cf. Trautscholdi* (Oppel), *Phylloceras? sp. ind.*, *Pseudogrammoceras expeditum* Buckman, *Pseudogrammoceras Pachu*, Buckman, *Pseudogrammoceras metallarium*, Dumortier, *Pseudogrammoceras Muellerei* Denckman, (Buckman), *Pseudogrammoceras? sp.* (Buckman).

b) W innym miejscu, na podobnej przestrzeni:

*Lytoceras Trautscholdi* Oppel (kilka egzemplarzy), *Polyplectus aff. discoides* Zieten, Buckman, *Pseudogrammoceras? aff. subquadratum*, S. Buckman.

### 2. Dolny aalenien.

*Dumorteria? sp. ind.*, *Dumorteria signata* Buckman, *Dumorteria rhodanica* Haug. Buckman. (Wszystkie trzy gatunki, znalezione razem).

Nadto tu i owdzie znalazłem amonity następujące:

*Cf. Catulloceras Leesbergi* Branco, S. Buckman, *Darellia concinna*, S. Buckman. *Harpoceras costula* Reinecke (Vacek), *Aff. Harpoceras aalense* Zieten (Vacek), *Haugia aff. variabilis d'Orbigny* Buckman, *Hildoceras bifrons* Brug, *Ludwiogella tenuis* Buckman, *Lytoceras aff. Francisci* Oppel.

### 3. Górny aalenien — bajocien.

Ku górze wapień plamisty stopniowo zaopatruje się w wtrącenia innej skały, bardzo charakterystycznej, niebiesko-czerwonej, niekiedy łyszczkowatej na powierzchni, chętnie rozbijającej się na cienkie płytki. Fauna jest dosyć bogata i wskazuje, że mamy tu aalenien górny i bajocien:

*Braunsina? subquadrata* Buckman, (?) *Kiliania cf. arripotens* Buckman, *Leioceras subcostosum* Buckman, *Lytoceras* z grupy *Phillipsi*, *cfr. pygmaeus* (kilka egzemplarzy), *Oppelia subaspidoidea* Vacek, *Oppelia cf. subaspidoidea* Vacek, *Oppelia sub-*

*plicatella Vacek*, *Oppelia gracililobata Vacek*, *Phylloceras Nilssoni Hebert Vacek*, *Phylloceras Parthi Stur*, *Phylloceras ultramontanum Zittel*, *Rhaeboceras tolutarium Dum. Buckman*, *Sonninia pinguis Roem.*, *Sonninia cf. sulcata Buckman*, *Witchellia Romani Oppel*.

Wszystkie te amonity nie były znalezione razem, jednakowoż w skale mniej lub więcej jednakowej.

Stwierdzenie gatunków *Opelia Vacka* jest ciekawe. Vacek zaliczał je do aalenieniu, natomiast inni autorowie (Haug np.) sądzą, że *Oppelia* zjawia się dopiero w bajocenie. Nasz materiał nie pozwala nam jeszcze na rozstrzygnięcie tej kwestyi dla masywu Arsajoux.

---

Wyniki główne powyższej pracy stratygraficznej dadzą się ująć w następujących trzech zdaniach:

1) stwierdziliśmy w liasie masywu Arsajoux obecność większości poziomów, dobrze scharakteryzowanych za pomocą skamieniałości;

2) w szczególności udało nam się odkryć, po raz pierwszy dla Alp szwajcarskich, warstwy z Leptaenami (infratoarcien);

3) w przeciwieństwie do Gilliéron'a, znaleźliśmy, że masyw Arsajoux jest masywem przeważnie liasowym, a nie „dolnojurskim“.

---

RÉSUMÉ.

L. Horwitz:

**Quelques résultats d'un levé géologique dans les Alpes fribourgeoises.**

Communication annoncée le 27. IV. 1913

Présentée par J. Lewiński.

Dans cette note préliminaire j'ai l'intention de donner une description sommaire des divers étages, constatés par moi dans le massif Arsajoux (NE de Charney), avec leurs fossiles, trouvés et déterminés par moi. Ce massif appartient à la grande nappe des Préalpes médianes.

Je ne considère ici que les terrains plus anciens que le Qua-

ternaire (surtout le glaciaire). Ces terrains se répartissent depuis le trias supérieur jusqu'au bajocien. *Le massif Arsajoux est un massif en très grande partie liassique.* Ce résultat général diffère assez sensiblement des données, contenues dans le lève antérieur et dans la description du massif, faite par Gilliéron.

### Systeme Triasique.

Cette période n'est représentée que par la corgneule, le calcaire dolomitique et des marnes en teintes différentes. Ce complexe est privé de fossiles et je le considère comme appartenant au trias supérieur, par analogie avec des déterminations nombreuses, faites ailleurs.

Quant à l'ordre, dans lequel ces 3 éléments se succèdent, notons que la corgneule, comme ailleurs, se trouve souvent à la base, mais plusieurs fois elle ne forme qu'un passage latéral du calcaire dolomitique. Les marnes sont intercalées, sans un ordre bien déterminé, dans le calcaire dolomitique, qui, lui, butte directement contre le Rhétien.

### Systeme Jurassique.

#### A. Etage Rhétien.

Il n'y a pas une coupe complète du Rhétien dans les limites du massif Arsajoux. Voilà l'ordre probable des différents complexes:

(De haut en bas.)

(Le Lias inférieur).

1. Calcaire plus ou moins dolomitique avec nombreuses *Terebratules* (surtout *Terebratula gregaria*).

2. Alternances d'une lumachelle d'un calcaire plus ou moins foncé (avec *Avicula contorta*) avec des marnes foncées, souvent gréseuses.

3. a) calcaire compact, foncé,

b) calcaire clair, en partie dolomitique, oolithique avec des grains assez considérables.

c) brèche avec des cailloux bien arrondis, passant au calcaire dolomitique du Trias.

#### B) Sous-systeme Liassique.

##### 1. Lias inférieur (Hettangien, Sinémurien, Lotharingien).

Presque tout le Lias inférieur est constitué par un calcaire zoogène, spathique, à entroques, généralement clair. Absence pres-

que complète des fossiles bien déterminables. Dans ces conditions il est impossible de distinguer dans ce complexe les divers étages du Lias inférieur.

Cependant immédiatement au dessus de ce niveau dont le faciès est si caractéristique, se trouvent quelques m. d'une roche plus foncée, calcaire, avec des taches vertes de la glauconie, fréquentes. Dans plusieurs endroits ce niveau est très fossilifère. Voilà les fossiles—presque exclusivement ammonites—que j'ai trouvés associés dans une espace de quelques m.

*Aegoceras subplanicosta* Oppel.

*Aegoceras Lorioli* Hug.

*Agassiceras* cf. *miserabile* Quenstedt.

*Ammonites Berardi* Dumortier.

*Arnioceras* cf. *ceras* Giebel (Hauer).

*Cymbites globosus* Schübler.

*Echioceras raricostatum* Zieten (nombreux exemplaires).

*Oxynoticeras Greenoughi Sowerbyi* (Hauer).

*Oxynoticeras* aff. *oxynotum* Queuestedt.

*Racophyllites* (*Phylloceras*) *Stella* Sowerbyi.

*Vermiceras ultraspiratum* Fucini.

*Vermiceras Oosteri* Dumortier.

*Avicula sinemuriensis* (plusieurs exemplaires)

D'après cette faune nous sommes sans doute en présence de la zone à *Oxynoticeras oxynotum* (Lias  $\beta$ ) du Lotharingien supérieur.

## II. Pliensbachien inférieur.

Au dessus de ce niveau si fossilifère du Lotharingien supérieur, vient une série plus ou moins épaisse d'un calcaire compact, impur, souvent siliceux, dur, foncé, mais quelquefois plutôt clair. Les blocs détachés de ce calcaire sont très caractéristiques et aussitôt reconnaissables: leur partie extérieure est terreuse, parce que le carbonate de chaux a été éloigné par l'eau, qui a laissé en place les „impuretés“; il faut pénétrer quelquefois bien loin dans l'intérieur d'un bloc pour retrouver la roche non altérée.

Ce calcaire est très peu fossilifère. Malgré les recherches assez prolongées je n'ai trouvé que les ammonites suivants:

*Ammonites* cf. *Lucifer* Dumortier (éboulis).

*Arietites* (*Asteroceras*) *varians* Fucini.

*Arietites (Asterocheras) Reynesi Fucini.* } trouvés  
*Asterocheras margarita Paronai Fucini.* } ensemble.  
*Deroceras instabile Fucini* (éboulis).  
*Phylloceras (Rhacoceras) numismale Quenstedt.*

Cette dernière espèce et *Arietites varians Fucini* ont été trouvées dans des conditions telles, que je ne doute pas qu'elles appartiennent à un niveau qui n'est pas en tout cas plus ancien que le Lotharingien supérieur. Nous sommes donc probablement en présence du *Pliensbachien inférieur (Lias moyen)*.

Les 2 espèces de *Fucini*, associées, ne peuvent non plus appartenir à un niveau plus ancien.

La présence dans le *Pliensbachien inférieur* de quelques espèces d'*Asterocheras* est assez étrange, puisque nous savons que ce genre est surtout répandu dans le *Lotharingien inférieur et moyen*

### III. Pliensbachien supérieur—Domérien.

Peu à peu le calcaire dur du *Pliensbachien inférieur* devient un peu marneux et commence à s'entremêler de marnes, plus ou moins schisteuses. Quelquefois ce changement semble s'opérer déjà au *Pliensbachien supérieur*, comme le prouve une trouvaille de *Ammonites (Tropidoceras) Masseanus Quenstedt*.

Cependant quand ce changement en un niveau plus ou moins marneux est bien net, nous sommes en présence d'une faune suivante, qui, relativement au *Pliensbachien* est assez riche.

*Ammonites margaritatus Montfordi* (plusieurs exemplaires).

*Ammonites costatus spinatus Quenstedt* (plusieurs exemplaires).

*Grammoceras Normannianum d'Orbigny, var. inseparabile Fucini (Wright)*.

*Harpoceras nitescens Young et Bird (Wright)*.

*Hildoceras (Arietoceras) algovianum Oppel*.

*Lytoceras audax Meneghini (Fucini)*.

---

*Rhynchonella cf. Paronai Haas*.

*Spiriferina sp. ind.*

D'après cette faune nous sommes en présence certaine du *Domérien*. La séparation en zones n'est pas possible, vu que le faciès est plus ou moins identique et que par ci par là nous trouvons un ou deux fossiles, pas des faunes plus nombreuses.

#### IV. Infratoarcien (couches à *Leptaena*).

Quand la quantité de l'argile devient encore plus grande, sans que la roche soit franchement et entièrement schisteuse, nous arrivons à une zone toute différente. Grâce à la présence du fer dans une quantité assez considérable, la roche présente presque toujours des trainées jaunes, allongées, très caractéristiques. Par contre elle n'est jamais tachetée. Ces deux propriétés permettent de distinguer ce niveau très facilement du Lias supérieur, avec lequel il présente pourtant quelque ressemblance.

Ce niveau possède une faune riche, assez particulière, puisqu'elle contient surtout des Brachiopodes. Nous ne citons ici qu'une partie des fossiles, trouvés par moi :

*Coeloceras (Dactyloceras) anguinum Reinecke.*

*Coeloceras sp. ind.*

*Coeloceras sp. ind.,*

*Grammoceras subtile Fucini* (espèce très voisine: *Hildoceras Ruthenense Reynès em. Meneghini*).

---

*Koninckina (Koninckodonta) cf. Geyeri Bittner (Steinmann),*

*Koninckina cf. K. sp. aff. Eberhardi Bittner (Geyer),*

*Leptaena (?) cf. rostrata Deslongchamdsi,*

*Leptaena (?) cf. Moorei,*

*Leptaena (Koninckina) (?) sp. ind.,*

*Leptaena Bonchari (Davidson),*

*Spiriferina sp. ind.,*

*Spiriferina cantaniensis Canavari, var. tauromenensis n.,*

*Spiriferina cordiformis Böse,*

*Spiriferina gryphoidea Uhlig,*

*Spiriferina plano-convexa Seguenza;*

*Spiriferina cf. rostrata Schlotheim,*

*Spiriferina Salomoni nov. sp.*

*Spiriferina cf. semicircularis,*

*Spiriferina subquadrata Seguenza,*

*Spiriferina aff. Sp. cfr. Pichleri Neumayr (Canavari),*

*Thecidea cf. Bonchari Davidson,*

*Thecidea rustica Moore,*

*Thecidea cf. triangularis d'Orbigny,*

*Posidonomya Bronnii* Goldfuss.

Les *Brachiopodes*, trouvés par moi, sont en général de petites dimensions. Les *Spiriferines* sont beaucoup plus petites que les espèces connues et sont très souvent asymétriques. C'est pourquoi une grande partie de déterminations est plus ou moins approximative. Les „*Leptaenes*“ (Koninckines ou Koninckodontes) sont aussi en partie de petites dimensions; leur détermination exacte n'est pas non plus toujours possible, à cause de la mauvaise conservation ou du fait que l'intérieur n'est pas visible.

Quoiqu'il en soit, l'ensemble de la faune énumérée ne laisse aucun doute que nous sommes en présence de la zone nommée „*couches à Leptaena*“, une zone intermédiaire entre le *Lias moyen*, proprement dit, et le *Lias supérieur* (*Toarcien*).

Cette zone est connue depuis longtemps. Elle a été découverte vers 1850 en Normandie (Deslongchamps), en Angleterre (Davison), puis en Portugal, en Allemagne, dans les Alpes orientales aussi en Italie. Dans les Alpes suisses elle n'était pas encore connue. Certains auteurs la rangent dans le *Lias moyen*, autres (par ex. Choffa t) dans le *Lias sup.*

Ne pouvant pas trancher la question, signalons seulement le caractère mixte et transitoire de la faune: d'un côté l'abondance des *Spiriferines*, qui ne sont pas connues dans le *Lias supérieur* et la présence de *Grammoceras subtile Fucini*, espèce voisine de *Hilloceras ruthenense Reynès em. Meneghini* et caractéristique pour le domérien; de l'autre—les trouvailles de *Coeloceras* (*Dactyloceras*) *anguinum Reinecke* et de *Posidonomya Bronnii Goldfuss*, espèces connues exclusivement du *Lias supérieur* (*Toarcien inférieur*).

#### V. Toarcien inférieur.

Nous arrivons à une zone de quelques m. bien caractéristique. C'est une roche très marneuse, plus ou moins bleue, formant des schistes très minces, plaquetés. Quelquefois pourrait-on prendre cet étage pour le précédent et vice-versa; cependant l'ensemble de la faune est si différente qu'aucune erreur n'est pas possible.

La faune est très riche, formée presque exclusivement des ammonites; cependant il y a des affleurements qui en sont totalement dépourvus. Cet étage, *du toarcien inférieur* est très connu, par exemple au pied du Moléson (voir le travail paléontologique de Hug.)



Nous citons ici les fossiles suivants, caractéristiques pour l'étage:

- Coeloceras (Dactylioceras) anguinum* Reinecke,
- Harpoceras (Hildoceras) Renevieri* Hug.,
- Harpoceras (Hildoceras) Kisslingi* Hug.,
- Harpoceras serpentinum* Reinecke (Hug.),
- Harpoceras lythense* Y. et B. (Hug.),
- Harpoceras (Hildoceras) Levisoni* Simpson,
- Harpoceras exaratum* Y. et B.
- Cf. Harpoceras (Hildoceras) cf. Bodei* Denckman,
- Harpoceras (Hildoceras) cf. Bodei* Denckman,
- Cf. Harpoceras (Lillia) cf. Bayani* Dumortier,
- Hildoceras cf. bifrons* Brug,
- Lytoceras cornucopiae* Young et Bird.,
- Lytoceras sp. ind. cf. aequistriatum* Quenstedt (Pompeckj),
- Phylloceras heterophyllum* Sowerbyi,
- Phylloceras Pompeckji* Hug.,
- Phylloceras sp. ind. cfr. taticum*.

VI. *Lias supérieur* — Sous-système *Oolithique* (pro parte).

(*Toarcien pro parte* — *Aalenien* — *Bajocien*).

Le *Toarcien* inférieur est surmonté par une longue série d'une roche plus ou moins marneuse, souvent présentant des intercalations d'un calcaire plus dur avec des schistes marneuses. La propriété la plus caractéristique de cette roche est, qu'elle est tachetée. Si nous faisons abstraction de la faune toute différente, ces taches foncées sur un fond plus clair permettent distinguer facilement le *Lias inférieur* de l'*Infratoarcien* et surtout du *Domérien*.

Gilliéron a très bien observé que la partie supérieure du *Lias moyen* est nettement marneuse et schisteuse. Cependant il ne cite pas des fossiles, qui pourtant ne sont pas rares, et sur sa carte il met tout le *Domérien* et l'*Infratoarcien* dans son *Jurassique inférieur*. De même notre *Pliensbachien inférieur* est englobé en partie sur sa carte dans le même *Jurassique inférieur*, probablement parce que ne trouvant pas des fossiles il a préféré cette manière de procéder.

Dans toute la série du *Lias supérieur* (même aussi probablement dans une partie du *Bajocien*) la roche est à peu près la même. Cependant, d'après la faune, nous sommes parvenus à distinguer les niveaux suivants:

### A. Toarcien supérieur.

a) Dans un endroit, sur l'espace de quelques m., j'ai trouvé la faune suivante:

- Grammoceras toarcense d'Orbigny* (Buckman),  
*Haugia* (?) *Eseri Oppee* (Buckman),  
*Lytoceras aff. rubescens Dumortier* (Vacek),  
*Lytoceras cf. Trautscholdi Oppel*,  
*Phylloceras?* *sp. ind.*  
*Pseudogrammoceras expeditum* Buckman,  
*Pseudogrammoceras Pachu* Buckman,  
*Pseudogrammoceras metallarium Dumortier*,  
*Pseudogrammoceras Muelleri Denckman* (Buckman),  
*Pseudogrammoceras?* Buckman,
- b) Dans un autre endroit, associés de même:
- Lytoceras Trautscholdi Oppel* (plusieurs exemplaires),  
*Polyplectus aff. discoides Zieten* (Buckman),  
*Pseudogrammoceras? aff. subquadratum* Buckman,

### B. Aalenien inférieur.

Trouvées ensemble:

- Dumorteria?* *sp. ind.*,  
*Dumorteria signata* Buckman,  
*Dumorteria rhodanica* Haug (Buckman),

En outre dans des endroits différents j'ai trouvé les espèces suivantes:

- Catulloceras cf. Leesbergi Branco* (Buckman),  
*Darellia concinna* (Buckman),  
*Harpoceras costula Reinecke* (Vacek),  
*Harpoceras aff. aalense Zieten* (Vacek),  
*Haugia aff. variabilis d'Orbigny* (Buckman),  
*Hildoceras bifrons Brug*,  
*Ludwigella tenuis* Buckman,  
*Lytoceras aff. Francisci Oppel*,

### C. Aalenien supérieur Bajocien.

Vers le haut le calcaire tacheté s'entremêle peu à peu d'une autre roche, facilement reconnaissable, bleue-rouge, quelquefois micacée, plaquetée. La faune est assez riche et indique clairement que nous y avons l'Aalenien supérieur et le Bajocien.

*Braunsina? subquadrata* Buckman,  
(?) *Killiania cf. armipotens* Buckman,  
*Leioceras subcostosum* Buckman,  
*Lytoceras* du groupe *Phillipsi*,  
    *cf. pygmaeus* (plusieurs exemplaires),  
*Oppelia subaspidoïdes* Vacek,  
*Oppelia cf. subaspidoïdes* Vacek,  
*Oppelia subplicatella* Vacek,  
*Oppelia gracililobata* Vacek,  
*Phylloceras Nilssoni* Hebert (*Vacek*),  
*Phylloceras Partschi* Stur.,  
*Phylloceras ultramontanum* Zittel,  
*Rhaeboceras tolutarium* Dumortier (*Buckman*),  
*Sonninia pinguis* Roemer,  
*Sonninia cf. sulcata* Buckman,  
*Witchellia Romani* Opperl,

Ces ammonites n'étaient pas trouvés associées, cependant la roche était plus ou moins identique.

La trouvaille des espèces *Oppelia* de Vacek est intéressante. Vacek les attribuait encore à l'*Aalenien*, tandis que d'autres savants (par exemple Haug) pensent que ce genre n'apparaît qu'au *Bajocien*. Notre matériel ne nous permet pas encore de trancher cette question.

---

Les résultats principaux de cette étude stratigraphique sont les suivants:

1) Nous avons réussi à distinguer dans le Lias du massif Arsaïoux (Préalpes médianes) un nombre relativement grand de niveaux, bien caractérisés par les fossiles;

2) En particulier nous avons établi — pour la première fois dans les Alpes Suisses — la présence des „couches à *Leptaena*“ (*Infratoarcien*);

3) En opposition à Gilliéron, nous avons trouvé que le massif Arsaïoux est plutôt liassique que „jurassique inférieur“.

---

---



## OD REDAKCYI.

1. „Sprawozdania“ wychodzą w postaci zeszytów miesięcznych i zawierają protokoły posiedzeń naukowych Wydziałów T-wa, drukowane z zachowaniem oddzielnej paginacji dla każdego Wydziału. W miesiącach: lipcu, sierpniu i wrześniu „Sprawozdania“ nie wychodzą.

2. Obok działu naukowego, obejmującego nadewszystko: komunikaty jako też pokazy naukowe oraz dyskusję; w „Sprawozdaniach“ podaje się nadto stale listę obecności oraz streszczenie protokołu załatwianych na posiedzeniach spraw bieżących.

Obok komunikatów wygłaszanych na posiedzeniach wedle porządku dziennego, mogą być drukowane również i prace nadsyłane, o ile pochodzą one od członków T-wa w odpowiednich Wydziałach i o ile otrzymane rękopisy gotowe są do druku.

3. Poszczególne artykuły nie powinny w „Sprawozdaniach“ przekraczać zakresu 2 arkuszy druku. W przeciwnym razie mogą być drukowane tylko w charakterze rozpraw naukowych w seryi „Prac“ odpowiedniego Wydziału, w „Sprawozdaniach“ zaś podaje się wzmiankę protokółarną.

4. Komplet wydanych w ciągu roku zeszytów „Sprawozdań“ stanowi rocznik, uzupełniony dodaniem zeszytu Sprawozdania rocznego z działalności T-wa oraz karty okładowej i spisu rzeczy.

5. Komunikaty jako też objaśnienia pokazów drukuje się, stosownie do życzenia autorów, wraz ze streszczeniami w jednym z czterech języków obcych: francuskim, angielskim, włoskim lub niemieckim.

6. Na koszt redakcyi mogą być umieszczane w „Sprawozdaniach“ tylko rysunki tekstowe, o ile nadają się do reprodukcji cynkograficznej.

7. Do czasu ustalenia się pisowni polskiej przestrzega się prawideł pisowni Akademii Umiejętności w Krakowie. Wyjątki w tym względzie czyni się jedynie dla autorów prac z zakresu językoznawstwa, o ile nietykalność pisowni została przez nich osobiście zastrzeżona.

8. Przemówienia w dyskusyi składa się sekretarzom Wydziałów, na posiedzeniu. Teksty przemówień w dyskusyi, nadsyłane po posiedzeniu, drukowane nie będą. Rękopisy komunikatów oraz objaśnienia, dotyczące pokazów, należy składać najpóźniej po upływie tygodnia po odbytem posiedze-

niu; w przeciwnym razie w „Sprawozdaniach” podaje się tylko tytuł. W tym terminie autorzy winni dostarczyć gotowych klisz cynkograficznych.

9. Autorzy drukowanych w „Sprawozdaniach” prac otrzymują bezpłatnie 50 zwykłych odbitek łącznie z protokołem ewentualnej dyskusji i streżeniem w języku obcym. Na żądanie większej liczby odbitek, wyrażone na rękopisie oraz na ostatniej korekcie, mogą otrzymać więcej, lecz nie wyżej ponad 100.

10. Materiał, przeznaczony do druku, winien być pisany na jednej stronie, z pozostawieniem marginesu i wolnego miejsca przed tytułem do notat redakcyjnych.

11. Podkreślenia: Nazwiska, wyrazy lub zdania, które autor chce mieć wydrukowane czcionkami rozstawionymi, należy podkreślać linią punktową. Nazwy techniczne, gatunkowe i t. d. wyróżnia się w druku kursywą, w rękopisie zaś podkreśla się linią pojedynczą. Wyrazy lub znaki wyjątkowego znaczenia, mające być wydrukowane czcionkami grubymi, należy podkreślać linią podwójną.

Wszelkie tytuły przy nazwiskach będą stale pomijane.

12. Autorzy winni zwracać drukarni przysyłane im korekty w możliwie krótkim czasie; mają też prawo, w przypadkach wyjątkowych, żądać od drukarni przysłania powtórnej korekty. Autorzy zamiejscowi otrzymują tylko jedną korektę. Na ostatniej korekcie autor winien położyć swój podpis oraz wyrazić życzenie co do oddzielnych odbitek.

Cena rocznika w prenumeracie wynosi **rs. 4**; cena każdego pojedynczego zeszytu **kop. 50**.