

**PRACA HABILITACYJNA**  
Mirosław Meissner

**BADANIA ODPOWIEDZI  
UKŁADÓW REZONANSOWYCH  
NA POBUDZENIE AKUSTYCZNE  
I AERODYNAMICZNE**

8/1998



P.269

W A R S Z A W A 1 9 9 8

<http://rcin.org.pl>

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

**BIBLIOTEKA**

02-106 Warszawa, ul. Pawińskiego 5B

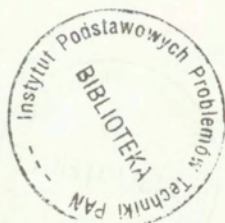
Tel. 22-826-74-10

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 14 października 1998 r.

**P r a c a   H a b i l i t a c y j n a**

Recenzent – Prof. dr hab. Członek Rzec. PAN Ignacy Malecki



56540

2259



**P r a c a   h a b i l i t a c y j n a**

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 100 egz. Ark. wyd. 11,65 Ark. druk. 14,75

Oddano do drukarni w październiku 1998r.

---

**ATOS** Poligrafia-Reklama, Warszawa

<http://rcin.org.pl>

## BADANIA ODPOWIEDZI UKŁADÓW REZONANSOWYCH NA POBUDZENIE AKUSTYCZNE I AERODYNAMICZNE<sup>1</sup>

### STRESZCZENIE

Poza wstępem i zakończeniem praca składa się z trzech zasadniczych części. W części pierwszej, przedstawionej w rozdziale 2, badano odpowiedź rezonatora komorowego na pobudzenie akustyczne o małej i dużej amplitudzie. Druga część pracy, obejmująca rozdział 3, dotyczy zagadnienia generacji oscylacji akustycznych przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora. Trzecia część pracy, zawarta w rozdziale 4, stanowi kontynuację tematyki przedstawionej w rozdziale 3 i poświęcona jest problemowi generacji dźwięku w rurociągu z zamkniętymi odnogami.

Przedstawione w części 2.1 badania odpowiedzi rezonatora na pobudzenie o małej amplitudzie przeprowadzono na przykładzie oddziaływania fali płaskiej na prostopadłościenny rezonator komorowy z otworem kołowym o bardzo małej grubości. W analizie teoretycznej do obliczenia impedancji rezonatora wykorzystano metodę wariacyjną i dwa najczęściej stosowane rozkłady prędkości w płaszczyźnie otworu rezonatora: rozkład równomierny oraz rozkład uzyskany z rozwiązania równania Laplace'a w idealnym ośrodku nieściśliwym. W części doświadczalnej przeanalizowano dokładność metod pomiarowych wykorzystujących do rejestracji odpowiedzi rezonatora pomiar ciśnienia oraz zaproponowano metodę pomiarową umożliwiającą bezpośredni odczyt współczynnika dobroci. Problem nieliniowości przy akustycznym pobudzeniu rezonatora, któremu poświęcona jest część 2.2, rozpatrzono na przykładzie oddziaływania fali płaskiej o dużej amplitudzie na umieszczony na końcu falowodu akustycznego cylindryczny rezonator z osiowo-symetrycznie położonym otworem kołowym. W modelu teoretycznym przeanalizowano przypadek małych częstotliwości fali padającej, dlatego do oszacowania wartości średniej mocy akustycznej pochłoniętej przez wiry oraz wyznaczenia rezystancji strat na skutek nieliniowości wykorzystano równanie ruchu dla ośrodka nieściśliwego, a w obszarze, gdzie ruchu ośrodka jest bezwzględnie równanie Bernoulliego. Rezystancję strat uwzględniono w klasycznym, liniowym modelu impedancyjnym rezonatora, przyjmując założenie, że pozostałe wielkości w tym modelu mają takie wartości jak dla małej amplitudy fali padającej. Dane empiryczne, które posłużyły do weryfikacji

<sup>1</sup> INVESTIGATIONS OF RESONANT SYSTEMS RESPONSE UNDER ACOUSTIC AND AERODYNAMIC EXCITATION, English summary on page 215.



modelu teoretycznego, uzyskano wykorzystując do wyznaczenia parametrów akustycznych rezonatora dwie metody. Pierwsza z nich polegała na pomiarze współczynnika pochłaniania rezonatora przy stałej amplitudzie ciśnienia fali padającej, natomiast druga na pomiarze całkowitej rezystancji strat i reakcji rezonatora przy stałej amplitudzie ciśnienia na powierzchni tylnej ściany komory.

W części 3.1 rozdziału trzeciego przedstawiono podstawowe założenia teorii generacji dźwięku przez przepływy gazu oraz przeprowadzono analizę mechanizmu wytwarzania oscylacji akustycznych przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora. W części doświadczalnej, obejmującej punkt 3.2 rozdziału, zaprezentowano wyniki pomiarów częstotliwości i poziomu wzbudzonych oscylacji akustycznych dla dwóch typów rezonatorów o prostopadłościennym kształcie komory. W pierwszym przypadku był to rezonator z otworem prostokątnym, natomiast w drugim rezonator o kołowym kształcie otworu, dla którego wykonano pomiary częstotliwości rezonansowej i współczynnika dobroci przy pobudzeniu akustycznym (część 2.1). Dyskusję dotyczącą mechanizmu generacji dźwięku przeprowadzono rozważając dwa możliwe rodzaje oddziaływań przepływowo-akustycznych: bezpośrednie, gdzie sygnał akustyczny wytworzony przez źródło aerodynamiczne przy krawędzi napływu propagując się pod prąd oddziałuje zwrotnie na zaburzenia strumienia przy krawędzi spływu oraz pośrednie, gdzie sygnał ten wzbudza najpierw falę stojącą w rezonatorze, a ta z kolei oddziałuje na przepływ przy krawędzi spływu. W rozważaniach teoretycznych przedstawionych w części 3.3 przyjęto, że podstawowy mechanizm generacji dźwięku przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora opiera się na oddziaływaniu pośrednim. Do teoretycznego opisu oddziaływań w pętli sprzężenia zwrotnego wykorzystano klasyczny model transmitancyjny dla oscylatora akustycznego oraz impedancyjny układ zastępczy rezonatora dla wymuszenia o charakterze prędkościowym.

W rozdziale 4 przedstawiono wyniki badań zjawiska wytwarzania oscylacji akustycznych w instalacji przepływowej z zamkniętymi odnogami. Badania te przeprowadzono dla trzech układów: rurociągu z pojedynczą odnogą, rurociągu z odnogami współosiowymi o takiej samej długości oraz rurociągu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem”. W punkcie 4.1 przeanalizowano warunki akustyczne w prostoliniowym rurociągu przepływowym o skończonej długości. W części 4.2 przedstawiono wyniki badań doświadczalnych i omówiono efekty związane z nieliniowością oraz porównano rezultaty pomiarów z wynikami obliczeń. Dla rurociągu z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi teoretyczną zależność częstotliwości generowanego dźwięku od prędkości przepływu uzyskano stosując metodę przedstawioną w rozdziale trzecim. W przypadku rurociągu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” do wyznaczenia częstotliwości wzbudzonych oscylacji akustycznych wykorzystano natomiast model transmitancyjny.



# Spis treści

Wykaz oznaczeń . . . . .	8
<b>1. Wstęp . . . . .</b>	<b>12</b>
1.1. Wprowadzenie . . . . .	12
1.2. Przegląd literatury. . . . .	14
1.3. Cel i zakres pracy . . . . .	19
<b>2. Odpowiedź rezonatora komorowego na pobudzenie akustyczne . . . . .</b>	<b>22</b>
2.1. Mała amplituda fali padającej . . . . .	22
2.1.1. Rozwiązanie równania Laplace'a dla płaszczyzny z otworem kołowym . . . . .	27
2.1.2. Impedancja rezonatora. . . . .	30
2.1.2.1. Równomierny rozkład prędkości. . . . .	30
2.1.2.2. Rozkład prędkości wyznaczony z równania Laplace'a . . . . .	32
2.1.3. Częstotliwości rezonansowe i współczynnik dobroci . . . . .	36
2.1.4. Badania doświadczalne . . . . .	39
2.1.4.1. Stanowisko badawcze, metoda pomiarowa i aparatura. . . . .	41
2.1.4.2. Pomiar odpowiedzi rezonatora. . . . .	43
2.1.4.3. Porównanie wyników obliczeń z eksperymentem. . . . .	50
2.1.5. Wnioski . . . . .	53
2.2. Duża amplituda fali padającej . . . . .	55
2.2.1. Moc akustyczna przejęta przez pole wirowe. . . . .	56
2.2.1.1. Ogólna zależność na moc pola wirowego . . . . .	57
2.2.1.2. Przypadek niskoczęstotliwościowy. . . . .	60
2.2.2. Impedancja rezonatora. . . . .	66
2.2.3. Współczynnik pochłaniania . . . . .	70
2.2.4. Badania doświadczalne . . . . .	72
2.2.4.1. Pomiar współczynnika pochłaniania i impedancji rezonatora . . . . .	72
2.2.4.2. Eksperymentalne wyznaczanie amplitudy prędkości w otworze rezonatora . . . . .	73
2.2.4.3. Układ pomiarowy i aparatura. . . . .	74

2.2.4.4. Zależność współczynnika pochłaniania rezonatora od ciśnienia fali padającej . . . . .	76
2.2.4.5. Zmiany rezystancji i reaktancji rezonatora w funkcji ciśnienia na powierzchni tylnej ściany komory. . . . .	81
2.2.5. Wnioski . . . . .	93
<b>3. Odpowiedź rezonatora komorowego na pobudzenie aerodynamiczne . . . . .</b>	<b>96</b>
3.1. Zaburzenia aerodynamiczne w przepływach gazu. . . . .	96
3.1.1. Ogólna teoria . . . . .	96
3.1.2. Dźwięk wytwarzany przez zaburzenia wirowe przepływu . . . . .	100
3.1.3. Zależności energetyczne . . . . .	102
3.1.4. Mechanizm generacji dźwięku przy opływie rezonatora komorowego . . . . .	104
3.1.4.1. Przepływowo–akustyczne sprzężenie zwrotne. . . . .	106
3.1.4.2. Zaburzenia w warstwie ścinania. . . . .	107
3.2. Badania doświadczalne. . . . .	110
3.2.1. Rezonator z otworem prostokątnym . . . . .	112
3.2.1.1. Widmo sygnału akustycznego . . . . .	113
3.2.1.2. Częstotliwość i poziom składowych dyskretnych. . . . .	117
3.2.1.3. Mod akustyczny i hydrodynamiczny. . . . .	135
3.2.2. Rezonator z otworem kołowym . . . . .	135
3.2.2.1. Analiza wyników badań . . . . .	136
3.2.2.2. Wpływ drgań mechanicznych na odpowiedź rezonatora . . . . .	140
3.3. Badania teoretyczne . . . . .	143
3.3.1. Rezonator z otworem prostokątnym . . . . .	145
3.3.1.1. Model sprzężenia zwrotnego . . . . .	145
3.3.1.2. Parametry akustyczne rezonatora. . . . .	150
3.3.1.3. Częstotliwość składowych dyskretnych . . . . .	155
3.3.2. Rezonator z otworem kołowym . . . . .	160
3.4. Wnioski. . . . .	163
<b>4. Generacja dźwięku w rurociągu z zamkniętymi odnogami . . . . .</b>	<b>167</b>
4.1. Warunki akustyczne w prostoliniowym rurociągu przepływowym o skończonej długości. . . . .	168
4.1.1. Prędkość propagacji fal akustycznych i efekt tłumienia. . . . .	169
4.1.2. Moc akustyczna wypromieniowana na zewnątrz rurociągu . . . . .	171

---

4.2. Badania doświadczalne . . . . .	174
4.2.1. Rurociąg z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi. . . . .	175
4.2.1.1. Zależność częstotliwości modów rezonansowych od prędkości przepływu . . . . .	186
4.2.1.2. Efekty związane z nieliniowością . . . . .	192
4.2.2. Rurociąg z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem”. . . . .	200
4.3. Wnioski. . . . .	209
<b>5. Zakończenie . . . . .</b>	<b>212</b>
5.1. Podsumowanie. . . . .	212
5.2. Perspektywy dalszych badań. . . . .	213
<b>Dodatek – english summary . . . . .</b>	<b>215</b>
<b>Literatura. . . . .</b>	<b>217</b>



# Wykaz oznaczeń

$a$	m	promień falowodu lub promień rurociągu głównego
$b$	m	promień otworu rezonatora lub promień odnogi
$c$	m/s	prędkość dźwięku
$c_0$	m/s	prędkość dźwięku w stanie równowagi
$\bar{c}$	m/s	średnia prędkość dźwięku w rurociągu
$c_p$	J/kg·K	ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu
$c_v$	J/kg·K	ciepło właściwe przy stałej objętości
$C_c$		współczynnik kontrakcji
$d$	m	długość rezonatora lub odnogi
$d_0$	m	grubość otworu rezonatora
$d_1, d_2$	m	długość odnóg
$E$	J/m <sup>3</sup>	energia całkowita na jednostkę objętości
$E_w$	J/kg	energia wewnętrzna na jednostkę masy
$f$	Hz	częstotliwość
$f_d$	Hz	częstotliwość składowych dyskretnych
$f_r$	Hz	częstotliwość rezonansowa
$f_R$	Hz	częstotliwość, przy której poziom dźwięku dla składowej dyskretniej osiąga wartość maksymalną
$f_{1n}$		oznaczenie rodzaju modu ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )
$f_n$		uproszczone oznaczenie rodzaju modu ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )
$G_I, G_{II}$		funkcje Greena
$H$	J/kg	entalpia całkowita
$H_z$	J/kg	entalpia zastoju
$h_0$	m	wysokość dyszy wylotowej
$I$	J/m <sup>2</sup> s	wektor strumienia energii
$k$	1/m	liczba falowa
$\hat{k}$	1/m	zespolona liczba falowa
$l_0$	m	wymiar otworu rezonatora w kierunku prędkości głównej strumienia

$l$	m	odległość pomiędzy odnogami
$L$	m	odległość odnogi (odnog) od wylotu rurociągu głównego
$L_p$	dB	poziom dźwięku dla składowych dyskretnych
$M$		liczba Macha
$p$	Pa	ciśnienie akustyczne
$p_0$	Pa	ciśnienie w stanie równowagi (ciśnienie statyczne)
$P_i$	Pa	amplituda ciśnienia fali padającej
$P_r$	Pa	amplituda ciśnienia fali odbitej
$P_d$	Pa	amplituda ciśnienia na tylnej ścianie rezonatora
$P_0 = 2P_i$	Pa	amplituda ciśnienia pobudzającego rezonator
$P_{ij}$	kg/m·s <sup>2</sup>	tensor naprężeń stycznych
$\mathcal{P}_a$	J/s	moc akustyczna
$\mathcal{P}_c$	J/s	moc całkowita
$\mathcal{P}_w$	J/s	moc zaburzeń wirowych
$\overline{\mathcal{P}_w}$	J/s	średnia moc zaburzeń wirowych
$\overline{\mathcal{P}_z}$	J/s	średnia moc zaburzeń przepływu
$\overline{\mathcal{P}_p}$	J/s	średnia moc akustyczna wypromieniowana na zewnątrz rurociągu
$\overline{\mathcal{P}_t}$	J/s	średnia moc akustyczna przetransmitowana przez wylot rurociągu
Pr		liczba Prandtla
$q_c, q_i, q_m$	m <sup>3</sup> /s	prędkości objętościowe
$Q$		współczynnik dobroci układu rezonansowego przy pobudzeniu akustycznym
$Q'$		współczynnik dobroci układu rezonansowego przy pobudzeniu aerodynamicznym
$r_p$		rezystancja jednostkowa promieniowania
$R$	kg/m <sup>4</sup> ·s	rezystancja strat
$R_c$	kg/m <sup>4</sup> ·s	całkowita rezystancja strat
$R_f$	kg/m <sup>4</sup> ·s	rezystancja falowa
$R_n$	kg/m <sup>4</sup> ·s	rezystancja nieliniowa
$R_p$	kg/m <sup>4</sup> ·s	rezystancja promieniowania
$R_s$	kg/m <sup>4</sup> ·s	rezystancja strat na skutek lepkości ośrodka
Re		liczba Reynoldsa

$r_0$	m	wektor położenia punktu źródłowego
$r$	m	wektor położenia punktu obserwacji
$s$	m	wymiar komory rezonatora
$s_0$	m	wymiar otworu rezonatora w kierunku prostopadłym do prędkości głównej strumienia
$S$	$m^2$	powierzchnia
$S_0$	$m^2$	powierzchnia otworu rezonatora lub przekroju odnogi
$S_1$	$m^2$	powierzchnia przekroju komory rezonatora lub przekroju rurociągu głównego
$S_e$	J/kg·K	entropia
$St$		liczba Strouhala
$T$	s	okres
$T_b$	K	temperatura bezwzględna
$T_{ij}$	$kg/m \cdot s^2$	tensor naprężeń Lighthilla
$T_{im}, T_{mi}$		transmitancje
$v$	m/s	wektor prędkości indukowanej przez wiry
$V$	$m^3$	objętość
$V_0$	m/s	wektor prędkości głównej przepływu
$V_c$	m/s	średnia prędkość unoszenia zaburzeń wirowych przepływu
$V_s$	m/s	średnia prędkość strumienia lub średnia prędkość przepływu w rurociągu
$u_*$	m/s	prędkość naprężenia stycznego przy ścianie rurociągu
$u$	m/s	wektor prędkości akustycznej
$U_0$	m/s	amplituda prędkości w płaszczyźnie otworu rezonatora
$U$	m/s	wektor prędkości
$w$	m	wymiar komory rezonatora
$x_i$	m	współrzędne kartezjańskie punktu obserwacji ( $i = 1, 2, 3$ )
$x_p$		reaktancja jednostkowa promieniowania
$X$	$kg/m^4 s$	reaktancja rezonatora
$Z_c$	$kg/m^4 s$	reaktancja komory rezonatora
$Z_m$	$kg/m^4 s$	reaktancja otworu rezonatora
$Z_1, Z_2$	$kg/m^4 s$	impedancje odnóg
$\alpha$		energetyczny współczynnik pochłaniania
$\alpha_0$	1/m	współczynnik tłumienia amplitudy fali akustycznej w



rurociągu w warunkach bez przepływu gazu

$\alpha_{\pm}$	1/m	współczynniki tłumienia amplitudy fali akustycznej w rurociągu dla propagacji fali w kierunku zgodnym z ruchem gazu (+) i w kierunku przeciwnym (-)
$\hat{\beta}$		zespolony współczynnik odbicia
$\beta$		moduł współczynnika odbicia
$\delta_a$	m	grubość akustycznej warstwy przyściennej
$\delta_l$	m	grubością podwarstwy laminarnej
$\delta_s$	m	grubość warstwy ścinania
$\delta_{ij}$		delta Kroneckera
$\Delta d_c$	m	całkowita poprawka wlotu
$\Delta d_{cn}$	m	całkowita poprawka wlotu dla dużych amplitud fali padającej
$\Delta d_w$	m	wewnętrzna poprawka wlotu
$\Delta d_z$	m	zewnętrzna poprawka wlotu
$\Delta d_0$	m	poprawka wlotu ( $\Delta d_0 = 8b/3\pi$ )
$\varepsilon_m$		stała Neumanna
$\gamma$		stosunek ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości
$\eta$		stosunek pomiędzy prędkością unoszenia wirów a prędkością strumienia
$\kappa$	$m \cdot s^2/kg$	współczynnik ściśliwości adiabatycznej
$\lambda$	m	długość fali akustycznej
$\lambda_0$		współczynnik oporu
$\lambda_w$	m	odległość pomiędzy kolejnymi wirami powstającymi się przy krawędzi spływu
$\mu$	$kg/m \cdot s$	współczynnik lepkości dynamicznej
$\nu$	$m^2/s$	współczynnik lepkości kinematycznej
$\rho$	$kg/m^3$	gęstość ośrodka
$\rho_0$	$kg/m^3$	gęstość ośrodka w stanie równowagi
$\Omega$	1/s	wektor rotacji prędkości
$\omega$	rad/s	częstotliwość kątowna
$\psi$	$m^2/s$	potencjał akustyczny

# 1. Wstęp

## 1.1. Wprowadzenie

Obserwowany w ostatnim okresie wzrost rangi zagadnień ochrony środowiska spowodował znaczne zwiększenie zainteresowania problemem walki z hałasem [105]. Efektem tego była intensyfikacja badań nad skutkami oddziaływania hałasu na człowieka [86, 152] oraz metodami jego skutecznego ograniczania zarówno w środowisku miejskim [188], jak i w obiektach przemysłowych [51]. Spośród tych metod najszersze zastosowanie ma metoda polegająca na wykorzystaniu własności dźwiękochłonnych materiałów porowatych i ustrojów rezonansowych, wśród których dużą rolę odgrywają rezonatory komorowe.

Badania nad praktycznym wykorzystaniem rezonatorów komorowych do redukcji hałasu prowadzone były od wielu lat [1, 53, 97, 106, 160, 183]. Zaletą tych układów jest bowiem stosunkowo łatwe uzyskiwanie dobrych własności pochłaniających w określonym zakresie częstotliwości oraz możliwości wykonywania ich z trwałych i łatwo dostępnych materiałów. Oprócz własności dźwiękochłonnych wykorzystuje się również własności filtracyjne tych układów do redukcji hałasu w systemach wentylacyjnych i przemysłowych instalacjach przepływowych [139, 171, 192]. Rezonator komorowy jest ustrojem dźwiękochłonnym selektywnym, to znaczy pochłaniającym w wąskim paśmie częstotliwości. Fala akustyczna, padając na otwór rezonatora komorowego, pobudza go do drgań. W procesie tym rezonator pobiera energię z pola akustycznego i częściowo rozprasza ją w rezystancjach strat, a częściowo wypromieniowuje z powrotem. Zjawisko pobudzania rezonatora jest największe, gdy częstotliwość fali jest równa częstotliwości drgań własnych rezonatora. W zakresie liniowej pracy układu rezonansowego, a więc przy małej amplitudzie fali padającej, częstotliwość drgań własnych można wyznaczyć ze stosunkowo dużą dokładnością na podstawie rozważań teoretycznych. Przy projektowaniu rezonatora ważna jest jednak nie tylko znajomość tej częstotliwości, ale również współczynnika dobroci, od którego zależy „ostrość rezonansu”, czyli selektywność układu. Pod tym względem metody teoretyczne wykazują znacznie mniejszą dokładność, co wiąże się z koniecznością zastosowania metod



doświadczalnych. Spośród tych metod do najczęściej wykorzystywanych należą badania odpowiedzi rezonatora na pobudzenie akustyczne w postaci szumu białego oraz pomiary współczynnika pochłaniania w falowodzie akustycznym. Druga z tych metod jest szczególnie przydatna przy określaniu parametrów akustycznych rezonatora w zakresie dużych amplitud fali padającej. W tym bowiem przypadku występuje zależność własności tłumiących od amplitudy ciśnienia akustycznego działającego na rezonator. Efekt ten, określany często jako akustyczna nieliniowość, jest wynikiem tworzenia się zawirowań turbulentnych w okolicach otworu rezonatora, co powoduje dodatkowe straty w układzie na skutek pochłaniania energii akustycznej przez zaburzenia wirowe.

Z przedstawionego powyżej opisu działania rezonatora wynika, że przy pobudzeniu akustycznym nie jest on źródłem dodatkowej energii, ale przeciwnie, jego obecność w polu akustycznym, z uwagi na własności pochłaniające, powoduje spadek całkowitej energii akustycznej. Ze zjawiskiem odwrotnym mamy do czynienia, gdy rezonator komorowy opływany jest przez strumień gazu, a więc w sytuacji, gdy pobudzenie ma charakter aerodynamiczny. W tym bowiem przypadku obserwuje się znaczny wzrost energii akustycznej w jednym lub kilku wąskich pasmach częstotliwości. Dominujący charakter wąskopasmowych składowych w generowanym dźwięku znalazł swój wyraz w powszechnie przyjętej terminologii, zgodnie z którą hałas tego typu określa się jako dźwięk o składowych dyskretnych lub dźwięk o dyskretnych częstotliwościach. W rzeczywistości widmo dźwięku jest ciągłe i obok składowych o znacznej intensywności występuje w nim szum szerokopasmowy pochodzenia turbulentnego. Ze względu na możliwości praktycznego wykorzystania badań (tunele aerodynamiczne, systemy transportu gazu, instalacje wentylacyjne, przemysł lotniczy i samochodowy) większość prac eksperymentalnych, jak i studiów teoretycznych, dotyczy przypadku, gdy kierunek prędkości głównej przepływu jest styczny do powierzchni, w której umieszczony jest otwór rezonatora. W literaturze anglojęzycznej ten rodzaj opływu rezonatorów określa się jako „grazing flow”, co znaczy przepływ muskający. Generacja dźwięku o dyskretnych częstotliwościach przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora występuje w szerokim zakresie prędkości przepływu, począwszy od obszaru silnie poddźwiękowego, tzn. dla liczb Macha dużo mniejszych od jedności aż do prędkości naddźwiękowych. Identyfikacja źródeł aerodynamicznych i określenie ich udziału w mechanizmie sprzężenia zwrotnego kontrolującego proces generacji dźwięku, stanowiły przedmiot szeregu prac



badawczych, zarówno doświadczalnych, jak i teoretycznych. Ich krótkie omówienie zawiera część 1.2 pracy. Tutaj należy jedynie nadmienić, że w zjawisku generacji dźwięku o składowych dyskretnych uwzględnia się dwa podstawowe warianty oddziaływań przepływowo-akustycznych. Zgodnie z klasyfikacją przedstawioną w pracy [16], dla  $D/d \geq 1$  ( $D$  – wymiar otworu rezonatora w kierunku przepływu,  $d$  – długość rezonatora), a więc w przypadku tzw. wnęk płytkich dominujące znaczenie ma oddziaływanie bezpośrednie, w którym sygnał akustyczny wytworzony przez źródło aerodynamiczne przy krawędzi napływu propagując się pod prąd oddziałuje zwrotnie na zaburzenia strumienia gazu przy krawędzi splywu. Odmienny mechanizm sprzężenia zwrotnego występuje natomiast dla  $D/d < 1$ , a więc dla tzw. wnęk głębokich, do których można zaliczyć rezonatory komorowe. W tym bowiem przypadku podstawowy mechanizm wytwarzania dźwięku opiera się na oddziaływaniu pośrednim, w którym sygnał akustyczny wytworzony przez źródło aerodynamiczne przy krawędzi napływu wzbudza falę stojącą w rezonatorze, a ta z kolei oddziałuje na zaburzenia strumienia przy krawędzi splywu. Zaburzenia te w postaci dyskretnych wirów są następnie unoszone przez przepływ i oddziałują z krawędzią napływu, co powoduje zamknięcie pętli sprzężenia zwrotnego. Podobny mechanizm generacji dźwięku występuje w instalacjach przemysłowych, służących do transportu sprężonego powietrza, gdzie potencjalnym źródłem oscylacji akustycznych są rurociągi odpływowe (odnogi) przeznaczone do odprowadzania powietrza z rurociągu głównego [9, 67, 149]. Wzbudzenie silnych oscylacji ma miejsce, gdy w rurociągu głównym występuje przepływ gazu, natomiast rurociąg odpływowy jest zamknięty i w warunkach odcięcia tworzy ćwierćfalowy rezonator akustyczny. Oscylacje te stanowią podstawowy składnik hałasu wytwarzanego przez cały system przepływowy oraz są źródłem dużych wibracji, co może być przyczyną uszkodzenia a nawet zniszczenia instalacji. Stwarza to istotne zagrożenie dla prawidłowego funkcjonowania takich strategicznych obiektów przemysłowych jak elektrownie a w szczególności siłownie jądrowe [11].

## 1.2. Przegląd literatury

Bibliografia dotycząca problematyki przedstawionej w niniejszej rozprawie sięga liczby kilkuset publikacji. W tej części pracy omówimy najważniejsze, z punktu widzenia rozpatrywanych w pracy zagadnień, pozycje literatury problemu.

Jedną z pierwszych publikacji zawierających szczegółową analizę własności rezonatorów komorowych przy pobudzeniu akustycznym o małej amplitudzie jest praca Ingarda [80]. Przeanalizowano w niej pochłanianie rezonatora w polu swobodnym i w otoczeniu powierzchni odbijającej, a także wpływ geometrii otworu na częstotliwość rezonansową. W pracy tej sformuowano też podstawowe zasady projektowania rezonatorów pod kątem uzyskania maksymalnego pochłaniania dźwięku dla częstotliwości rezonansowej. Zagadnienie wpływu otoczenia rezonatora na jego własności dźwiękochłonne było przedmiotem prac Czarneckiego [32, 33]. Na podstawie przeprowadzonych rozważań teoretycznych wykazał on, że o własnościach tłumiących rezonatora decydują nie tylko jego parametry, ale również własności akustyczne otoczenia. W zależności od otoczenia rezonatora uzyskuje się bowiem maksimum (powierzchnia odbijająca) lub minimum (powierzchnia pochłaniająca) współczynnika tłumienia dla częstotliwości rezonansowej. Zagadnieniu dokładności metod teoretycznych przy wyznaczaniu częstotliwości rezonansowej poświęcone są prace Alstera [2] oraz Pantona i Millera [143]. W pracy [2] przeanalizowano dla różnych układów rezonansowych wpływ kształtu komory na poprawkę wlotu rezonatora oraz zaproponowano metodę, która w porównaniu z klasycznym wzorem Rayleigha, zapewnia większą dokładność w obliczeniach częstotliwości rezonansowej. W pracy [143] określono zakres częstotliwości, w którym można stosować wzór Rayleigha, oraz przeprowadzono analizę teoretyczną umożliwiającą wyznaczenie częstotliwości rezonansowych wyższych modów (modów ćwierćfalowych). Ważną z punktu widzenia teorii akustycznych układów rezonansowych grupę prac, stanowią publikacje Chanauda [15], Cummingsa [25, 26] oraz Monkewitza i Nguyena [131]. W pracach tych przy zastosowaniu klasycznych metod analitycznych oraz metod numerycznych (metoda Rungego-Kutty, metoda rozwinięcia asymptotycznego), przeprowadzono dokładne obliczenia częstotliwości rezonansowych dla układów o złożonej geometrii. Do tej grupy prac należą też najnowsze publikacje Dickeya i Selameta [36, 175], powstałe na Uniwersytecie w Michigan.

Do najważniejszych prac poświęconych zagadnieniu nieliniowości impedancji rezonatora komorowego przy pobudzeniu akustycznym o dużej amplitudzie należą publikacje Biesa i Wilsona [6], Czarneckiego [30, 31], Wu i Rudnicka [190] oraz Zinna [196]. W pracy [6] na podstawie badań doświadczalnych określono zależność rezystancji i poprawki wlotu, od prędkości akustycznej w otworze rezonatora. Przy prędkościach przekraczających 50 cm/s zaobserwowano znaczny wzrost rezystancji



oraz wyraźne zmniejszenie poprawki wlotu rezonatora. Badania przeprowadzone w [30,31] dotyczyły zależności współczynnika pochłaniania rezonatora od amplitudy ciśnienia fali padającej. Jak stwierdzono, w zależności od otoczenia rezonatora współczynnik ten może rosnąć lub maleć przy wzroście amplitudy ciśnienia. W praktyce, co zasugerowano w [30,31], nieliniowe własności rezonatorów mogą znaleźć zastosowanie do zmiany dynamiki sygnałów akustycznych w salach, co np. w audytoriach poprzez obniżenie dźwięków głośniejszych, może wpłynąć znacząco na polepszenie zrozumiałości mowy. Celem badań doświadczalnych przedstawionych w pracy [190] było określenie zmian częstotliwości rezonansowej przy pobudzeniu akustycznym o dużej amplitudzie. Znaczne zwiększenie tej częstotliwości, rzędu 20 %, zaobserwowano dla rezonatorów o małej grubości otworu, natomiast dla rezonatorów, w których grubość otworu była duża, nie stwierdzono wpływu amplitudy pobudzenia na częstotliwość rezonansową. Rozważania teoretyczne zaprezentowane w pracy [196] dotyczyły zmian własności dźwiękochłonnych rezonatora na skutek nieliniowości. Jak wykazano, przy dużych ciśnieniach fali padającej rezystancja rezonatora staje się funkcją prędkości akustycznej w otworze, a jest to efektem dodatkowych strat w układzie na skutek pochłaniania energii akustycznej przez zaburzenia wirowe. W zakresie bardzo dużych ciśnień wzrost tej rezystancji jest wprost proporcjonalny do amplitudy prędkości.

Zjawisko wzbudzenia oscylacji akustycznych przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora było przedmiotem szeregu prac badawczych, zarówno doświadczalnych jak i teoretycznych (publikacje przeglądowe [164–166]). Zainteresowanie tą problematyką datuje się od chwili ukazania się fundamentalnej pracy Rayleigha „Theory of sound” [161]. Zaczęto wtedy prowadzić systematyczne badania znanych od wieków tzw. „tonów eolskich” generowanych przy opływie pręta (Strouhal, Lamb), badano dźwięk generowany w piszczałkach organowych (Coltman, Cremer i Ising) oraz mechanizm wytwarzania tzw. „tonów krawędziowych” powstających przy opływie ostrego klina (Powell). Wśród publikacji bezpośrednio dotyczących zagadnienia odpowiedzi rezonatora na pobudzenie aerodynamiczne pierwszą grupę tworzą prace o charakterze czysto eksperymentalnym. Do grupy tej możemy zaliczyć publikacje Andersona [3], Easta [44], Grafa i Durgina [66], Nellsona i współautorów [137], Pantona [145, 146] oraz Pollacka [154]. Badania przeprowadzone przez tych autorów miały na celu wyznaczenie zmian częstotliwości i poziomu generowanych składowych dyskretnych w funkcji prędkości przepływu oraz określenie



warunków, przy których poziom wytwarzanego dźwięku osiąga wartość maksymalną. W pracach [145,146] badano ponadto wpływ zmiany geometrii układu (wielkość komory rezonatora, kształt otworu) na częstotliwość i poziom generowanych oscylacji akustycznych. W większości przypadków zaobserwowano wzbudzenie składowych dyskretnych kilku różnych modów wynikających z jednej strony z innych warunków akustycznych – rezonans Helmholtza lub rezonans ćwierćfalowy [3,145,146], zaś z drugiej z innych warunków hydrodynamicznych określonych przez dystans pomiędzy kolejnymi wirami powstającymi przy krawędzi splywu [44,66,154]. Badania przedstawione w pracy [154] wykazały, że możliwe jest również wzbudzenie składowych dyskretnych będących „pasywną odpowiedzią rezonatora” na turbulентne zaburzenia przepływu. Do grupy prac o charakterze eksperymentalnym należy też publikacja Mösera [136], w której zaproponowano metodę aktywnej redukcji poziomu oscylacji akustycznych wytwarzanych przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora komorowego. Dla poznania mechanizmu generacji dźwięku zasadnicze znaczenie mają prace, gdzie obok wyników badań doświadczalnych przedstawiono też fizyczną interpretację badanego zjawiska, popartą odpowiednim modelem teoretycznym. Do tej grupy prac należą m. in. publikacje Coverta [20] i Howe [77–79], w których analizuje się niestabilność warstwy wirowej, matematycznego modelu warstwy ścinania, w warunkach opływu rezonatora przez przepływ gazu. W porównaniu z tymi modelami teoretycznymi dużo prostszą interpretację fizyczną procesu generacji dźwięku umożliwiają modele wykorzystujące, w analogii do układów elektrycznych, koncepcję sprzężenia zwrotnego. Taki sposób podejścia do zagadnienia można znaleźć w publikacjach Eldera [46–48,50], Kooka i współautorów [94] oraz Masta i Pierce [108]. W rozważaniach teoretycznych tych autorów rezonator traktuje się jako element akustyczny o stałych skupionych i w analogii do klasycznej akustyki wykorzystuje jego impedancyjny układ zastępczy. Khosropour i Millet [91] oraz Parthasarathy i współautorzy [147] zaproponowali prostszy sposób modelowania zjawiska. Nie wykorzystuje się tu koncepcji sprzężenia zwrotnego, natomiast modelem rezonatora jest oscylator akustyczny pobudzony do drgań przez wymuszenie zewnętrzne, którego faza zależy od szybkości unoszenia wirów w obszarze otworu rezonatora.

W odróżnieniu od zjawiska wzbudzenia oscylacji akustycznych przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora problem generacji dźwięku w systemie przepływowym z zamkniętymi odnogami nie ma tak bogatej literatury, gdyż większość prac poświęconych tej tematyce ukazała się na przestrzeni ostatnich kilkunastu lat.

Znaczny wzrost zainteresowania tym zagadnieniem wynika przede wszystkim ze względów aplikacyjnych, dlatego w wielu ośrodkach badania nad tą problematyką finansowane są bezpośrednio z przemysłu z uwagi na duże koszty ewentualnych awarii systemu przepływowego. Do prac o największym znaczeniu, zarówno aplikacyjnym jak i poznawczym, należą prace powstałe na Uniwersytecie Technicznym w Eindhoven. Wśród nich możemy wymienić rozprawy doktorskie Bruggemana [9] i Petersa [149] oraz publikacje [10, 11, 95] będące kontynuacją prac zapoczątkowanych w [9] i [149]. Badania przedstawione w tych pracach dotyczyły efektu wzbudzenia pulsacji akustycznych w rurociągu z pojedynczą odnogą oraz rurociągu z dwoma odnogami w układzie współosiowym i konfiguracji typu „tandem”. Jak stwierdzono, pod względem poziomu generowanego dźwięku najbardziej niekorzystne są układy z dwoma odnogami o takiej samej długości odnog, ponieważ w tym przypadku występują minimalne straty na skutek wypromieniowania energii akustycznej do rurociągu głównego. W pracach [9–11] wykazano ponadto, że w układzie z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” zaokrąglenie krawędzi w miejscu połączenia odnogi z rurociągiem głównym nie wpływa na obniżenie poziomu generowanego dźwięku, jego znaczna redukcja jest natomiast możliwa w przypadku umieszczenia na krawędziach spływu obu odnog odpowiednio ukształtowanych spoilerów. Wśród prac innych autorów dotyczących tej tematyki możemy wymienić publikacje Grafa i Ziady [67], Ingarda i Singhala [85], Jungowskiego i współautorów [88], Kiela i Foya [92] oraz Ziady i Bühlmanna [195]. W pracach tych badano takie aspekty zjawiska, jak zależność od prędkości przepływu poziomu i częstotliwości oscylacji akustycznych powstających w rurociągu z jedną [88, 92, 195] i dwoma odnogami [67, 195], generacja różnych modów rezonansowych [67, 88, 195] oraz wpływ geometrii układu [92, 88, 195] i nieliniowości [85] na proces wytwarzania dźwięku. Przedstawione w pracach [92, 195] wyniki badań mają też duże znaczenie pod względem aplikacyjnym. Jak stwierdzono w [92], znaczne zmniejszenie poziomu wzbudzonych oscylacji daje skokowe zmniejszenie średnicy odnogi. Podobny efekt uzyskano w [195] stosując zaburzac zwiększający turbulencyjność przepływu w miejscu połączenia odnogi z rurociągiem głównym.

Niektóre z zagadnień przedstawionych i szczegółowo dyskutowanych w niniejszej pracy było przedmiotem publikacji autora. Efekt nieliniowości występujący przy oddziaływaniu na rezonator komorowy pobudzenia o dużej amplitudzie oraz jego wpływ na własności dźwiękochłonne i impedancję rezonatora omówiono w pracach



[109,110]. Wyniki badań zjawiska wzbudzenia oscylacji akustycznych przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora komorowego przedstawiono w publikacjach [113-116], natomiast prace [117-120] poświęcone są problemowi generacji dźwięku w instalacji przepływowej z zamkniętymi odnogami. Zagadnienia przedstawione w niniejszej rozprawie były również przedmiotem prezentacji na konferencjach międzynarodowych [121,122] oraz seminariach i sympozjach naukowych o zasięgu krajowym [123-127].

W ostatniej części pracy zamieszczono uporządkowaną alfabetycznie literaturę, która została zebrana przez autora w trakcie badań na przedstawioną problematykę. Jednak szczegółowe jej omówienie wykracza poza cel i zakres niniejszej rozprawy.

### 1.3. Cel i zakres pracy

Praca składa się ze wstępu, trzech podstawowych części obejmujących rozdziały 2, 3 i 4, zakończenia oraz wykazu literatury. Celem części pierwszej, przedstawionej w rozdziale 2, jest analiza teoretyczna i doświadczalna odpowiedzi rezonatora komorowego na pobudzenie akustyczne o małej i dużej amplitudzie. Druga część pracy, obejmująca rozdział 3, dotyczy zagadnienia generacji oscylacji akustycznych przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora. Celem tej części jest identyfikacja mechanizmu sprzężenia zwrotnego kontrolującego proces wytwarzania dźwięku oraz opracowanie metody teoretycznej umożliwiającej wyznaczenie częstotliwości generowanych składowych dyskretnych. Trzecia część pracy, zawarta w rozdziale 4, stanowi kontynuację tematyki przedstawionej w rozdziale trzecim i poświęcona jest problemowi generacji dźwięku w rurociągu z zamkniętymi odnogami. Celem tej części są przede wszystkim badania doświadczalne zjawiska, a także analiza wpływu własności akustycznych układu rezonansowego, jakim jest rurociąg z zamkniętymi odnogami, na częstotliwość wzbudzonych oscylacji.

W części 2.1 rozdziału drugiego badano odpowiedź rezonatora komorowego na pobudzenie akustyczne o małej amplitudzie. Badania przeprowadzono na przykładzie oddziaływania fali płaskiej na prostopadłościenny rezonator z otworem kołowym o bardzo małej grubości. W części teoretycznej przy zastosowaniu metody funkcji Greena określono ciśnienie akustyczne w obszarach po obu stronach otworu rezonatora. Równanie całkowe uzyskane na podstawie warunku równowagi ciśnień rozwiązano w sposób przybliżony stosując metodę wariacyjną. Przy określaniu impedancji rezonatora wykorzystano dwa najczęściej stosowane sposoby aproksymacji



rozkładu prędkości w płaszczyźnie otworu. W pierwszym przypadku był to rozkład równomierny, natomiast w drugim rozkład wyznaczony z rozwiązania równania Laplace'a w idealnym ośrodku nieściśliwym. W części doświadczalnej przeanalizowano dokładność metod pomiarowych wykorzystujących do rejestracji odpowiedzi rezonatora pomiar ciśnienia oraz zaproponowano metodę pomiarową umożliwiającą bezpośredni odczyt współczynnika dobroci.

W części 2.2 rozdziału drugiego analizowano wpływ efektów nieliniowości na odpowiedź akustyczną rezonatora. Zagadnienie to rozpatrzono na przykładzie oddziaływania fali płaskiej o dużej amplitudzie na umieszczony na końcu falowodu akustycznego cylindryczny rezonator z osiowo-symetrycznie położonym otworem kołowym. W modelu teoretycznym przeanalizowano przypadek małych częstotliwości fali padającej, dla których ośrodek w bezpośrednim otoczeniu otworu rezonatora można traktować jako w przybliżeniu nieściśliwy. W pierwszej części rozważań teoretycznych oszacowano wartość średnią mocy akustycznej przeniesionej do pola wirowego oraz wyznaczono spadek ciśnienia wynikający ze strat energii akustycznej na skutek pochłaniania przez wiry. Określono na tej podstawie rezystancję strat uwzględniono w klasycznym, liniowym modelu impedancyjnym rezonatora, przyjmując założenie, że pozostałe wielkości w tym modelu mają takie wartości jak dla małej amplitudy fali padającej. W drugiej części rozważań teoretycznych przeanalizowano wpływ efektów nieliniowości na współczynnik pochłaniania rezonatora. Do weryfikacji modelu teoretycznego wykorzystano wyniki pomiarów współczynnika pochłaniania przy stałej amplitudzie ciśnienia fali padającej oraz całkowitej rezystancji strat przy stałej amplitudzie ciśnienia na powierzchni tylnej ściany komory rezonatora.

W części 3.1 rozdziału trzeciego przedstawiono przegląd podstawowych metod teoretycznych wykorzystywanych do analizy zjawiska generacji dźwięku przez przepływy oraz przeprowadzono dyskusję dotyczącą mechanizmu wytwarzania oscylacji akustycznych przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora. W części 3.2 rozdziału przedstawiono wyniki pomiarów częstotliwości i poziomu wzbudzonych oscylacji akustycznych dla dwóch typów rezonatorów wykorzystywanych w badaniach doświadczalnych. W pierwszym przypadku był to rezonator z otworem prostokątnym natomiast w drugim rezonator o kołowym kształcie otworu, dla którego wykonano pomiary częstotliwości rezonansowej i współczynnika dobroci przy pobudzeniu akustycznym o małej amplitudzie (część 2.1). W dyskusji dotyczącej mechanizmu

generacji dźwięku rozważono dwa możliwe rodzaje oddziaływań przepływowo-akustycznych. W pierwszym przypadku sygnał akustyczny wytworzony przez źródło aerodynamiczne przy krawędzi napływu propagując się pod prąd oddziałuje zwrotnie na zaburzenia strumienia przy krawędzi spływu (oddziaływanie bezpośrednie), natomiast w drugim sygnał ten wzbudza najpierw falę stojącą w rezonatorze, a ta z kolei oddziałuje na przepływ przy krawędzi spływu (oddziaływanie pośrednie). W modelu teoretycznym przedstawionym w części 3.3 założono, że podstawowy mechanizm generacji dźwięku przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora opiera się na oddziaływaniu pośrednim. Do teoretycznego opisu oddziaływań w pętli sprzężenia zwrotnego wykorzystano klasyczny model transmitancyjny dla oscylatora akustycznego oraz impedancyjny układ zastępczy rezonatora dla wymuszenia o charakterze prędkościowym. Na podstawie warunku fazy uzyskano zależność umożliwiającą określenie zmian częstotliwości wzbudzonych składowych dyskretnych w funkcji prędkości przepływu. W części 3.4 przeanalizowano warunek hydrodynamiczny dla maksymalnej generacji dźwięku oraz porównano uzyskane rezultaty doświadczalne i teoretyczne z wynikami innych autorów.

W rozdziale 4 badano zjawisko wzbudzenia oscylacji akustycznych w instalacji przepływowej z zamkniętymi odnogami. Badania przeprowadzono dla trzech podstawowych układów: rurociągu z pojedynczą odnogą, rurociągu z odnogami współosiowymi o takiej samej długości oraz rurociągu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem”. W części 4.1 rozdziału przeanalizowano wpływ przepływu gazu na propagację fal akustycznych w prostoliniowym rurociągu o skończonej długości. W części 4.2 rozdziału przedstawiono wyniki pomiarów częstotliwości i poziomu generowanych składowych dyskretnych, omówiono efekty związane z nieliniowością oraz porównano wyniki obliczeń częstotliwości z rezultatami badań. W przypadku rurociągu z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi do wyznaczenia częstotliwości generowanego dźwięku wykorzystano metodę teoretyczną przedstawioną w rozdziale 3, natomiast dla rurociągu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” – model transmitancyjny układu.

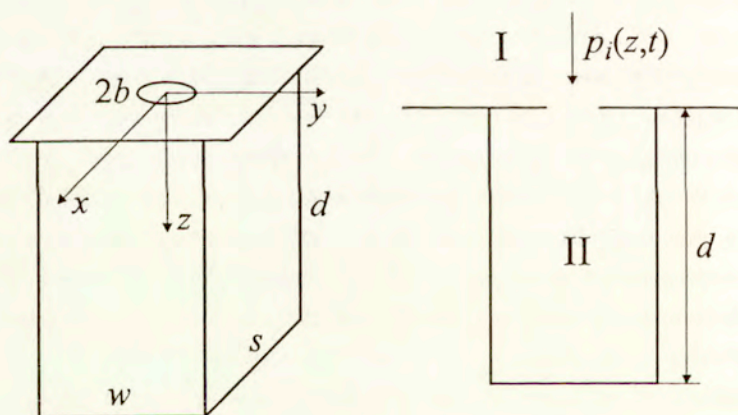
Części 2.1 i 2.2 rozdziału drugiego oraz rozdział trzeci i czwarty zakończone są podaniem podstawowych wniosków dotyczących rozpatrywanych zagadnień. W zakończeniu pracy przedstawiono krótkie podsumowanie oraz perspektywy dalszych badań.



## 2. Odpowiedź rezonatora komorowego na pobudzenie akustyczne

### 2.1. Mała amplituda fali padającej

Przy teoretycznej analizie odpowiedzi rezonatora komorowego na pobudzenie akustyczne pojawia się problem, jaki wpływ na dokładność wyznaczenia parametrów akustycznych układu rezonansowego ma szereg uproszczeń wykorzystywanych przy tworzeniu modelu teoretycznego. Polegają one głównie na pominięciu pewnych własności ośrodka gazowego i zachodzących w nim procesów, takich jak lepkość czy przepływ ciepła, oraz stosowaniu przybliżeń przy opisie ruchu ośrodka w otworze rezonatora. Z praktycznego punktu widzenia o precyzji modelu teoretycznego decyduje zgodność obliczeń z wynikami badań doświadczalnych, a więc dokładność wyznaczenia częstotliwości rezonansowej oraz dobroci rezonatora.



Rys. 2.1. Rezonator komorowy pobudzany przez falę płaską.

Do najczęściej stosowanych w praktyce układów rezonansowych należą rezonatory komorowe o kształcie prostopadłościanu lub cylindra z symetrycznie umieszczonym otworem kołowym lub otworem prostokątnym [15, 80, 143]. Przedmiotem badań



przeprowadzonych przez autora będzie analiza odpowiedzi rezonatora prostopadłościennego o wymiarach poprzecznych  $s$  i  $w$  oraz długości  $d$ , z otworem kołowym o promieniu  $b$  umieszczonym w doskonale sztywnej nieograniczonej płycie (rys. 2.1). Położenie otworu jest symetryczne względem bocznych ścian komory rezonatora. Zakłada się, że grubość płyty  $d_0$ , w której umieszczony jest otwór, jest znacznie mniejsza od promienia  $b$  otworu oraz długości  $d$  rezonatora. Warunek  $d_0 \ll d$  pozwala zaniedbać skończoną grubość płyty i zastąpić ją nieskończeniem cienką, doskonale sztywną powierzchnią.

Jeżeli początek układu współrzędnych prostokątnych  $(x,y,z)$  znajduje się na środku otworu rezonatora, to powierzchnia sztywna  $z = 0$  rozdziela dwa obszary, oznaczone na rys. 2.1 jako I i II, z których pierwszy to otoczenie rezonatora, natomiast drugi to wnętrze komory rezonatora. Jako modelowy sygnał akustyczny pobudzający rezonator przyjęto reprezentację fourierowską fali płaskiej ciśnienia propagującej się w kierunku równoległym do osi  $z$ , tzn.

$$p_I(z,t) = P_I \exp[j(kz - \omega t)], \quad (2.1)$$

gdzie  $P_I$  to amplituda ciśnienia,  $\omega$  to częstotliwość,  $k = \omega/c_0$  to liczba falowa oraz  $c_0$  to prędkość dźwięku w warunkach równowagi ośrodka. Amplituda  $P_I$  jest na tyle mała, że można pominąć efekty nieliniowe. Fala padająca  $p_I(z,t)$  ulega odbiciu na powierzchni  $z = 0$ , więc ciśnienie wypadkowe w obszarze I, zgodnie ze wzorem Greena, można wyznaczyć ze wzoru [pominięto czynnik  $\exp(-j\omega t)$ ]

$$p_I = 2P_I \cos(kz) + j\rho_0\omega \int_0^b \int_0^b u_0(r_0) G_I(r, \phi, z | r_0, \phi_0, z_0=0) r_0 dr_0 d\phi_0, \quad (2.2)$$

gdzie  $\rho_0$  to gęstość ośrodka w stanie równowagi,  $u_0(r_0)$  to funkcja określająca rozkład prędkości w otworze rezonatora,  $(r, \phi, z)$  i  $(r_0, \phi_0, z_0)$  to odpowiednio współrzędne punktu obserwacji i punktu źródłowego w układzie współrzędnych cylindrycznych. Występująca w rów. (2.2) funkcja Greena  $G_I$  jest rozwiązaniem równania falowego

$$\nabla^2 G_I + k^2 G_I = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (2.3)$$

gdzie  $\mathbf{r} = (r, \phi, z)$ ,  $\mathbf{r}_0 = (r_0, \phi_0, z_0)$ , i spełnia warunek brzegowy  $\partial G_I / \partial z (z=0) = 0$ , zatem na podstawie [133]

$$G_l = \frac{j}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos[m(\phi - \phi_0)] \int_0^{\infty} \frac{J_m(\mu r) J_m(\mu r_0)}{\kappa} \exp(j\kappa z_0) \cos(\kappa z) \mu d\mu, \quad (2.4)$$

gdzie  $J_m$  to funkcja Bessela  $m$ -tego rzędu,  $\kappa = \sqrt{k^2 - \mu^2}$  oraz  $\varepsilon_m$  to stała Neumanna ( $\varepsilon_0 = 1$ ,  $\varepsilon_m = 2$  dla  $m > 0$ ). Natomiast w obszarze II równanie określające rozkład ciśnienia jest postaci

$$p_{II} = -j\rho_0\omega \int_0^{2\pi} \int_0^b u_0(r_0) G_{II}(r, \phi, z | r_0, \phi_0, z_0=0) r_0 dr_0 d\phi_0, \quad (2.5)$$

gdzie  $G_{II}$  to funkcja Greena będąca rozwiązaniem równania o postaci (2.3) i spełniająca warunki brzegowe:

$$\frac{\partial G_{II}}{\partial x} \left( x = \pm \frac{s}{2} \right) = \frac{\partial G_{II}}{\partial y} \left( y = \pm \frac{w}{2} \right) = 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial G_{II}}{\partial z} (z=0) = \frac{\partial G_{II}}{\partial z} (z=d) = 0. \quad (2.7)$$

Dla prostokątnego kanału o wymiarach poprzecznych  $s$  i  $w$ , w którym zachodzą warunki brzegowe (2.6), rozwiązaniem równania falowego jest funkcja [133]

$$g = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} g_{mn} \exp[jk_{mn}|z - z_0|], \quad (2.8)$$

gdzie symbol  $|\cdot|$  oznacza wartość bezwzględną oraz

$$g_{mn} = \frac{j\varepsilon_m \varepsilon_n}{2sw} \cos\left(\frac{2m\pi r \cos\phi}{s}\right) \cos\left(\frac{2m\pi r_0 \cos\phi_0}{s}\right) \cos\left(\frac{2n\pi r \sin\phi}{w}\right) \cos\left(\frac{2n\pi r_0 \sin\phi_0}{w}\right), \quad (2.9)$$

$$k_{mn}^2 = k^2 - \left[ \left( \frac{2m\pi}{s} \right)^2 + \left( \frac{2n\pi}{w} \right)^2 \right]. \quad (2.10)$$

Aby zachodził warunek brzegowy (2.7) należy z kanału wydzielić obszar o długości  $d$ , przyjmując  $0 \leq z \leq d$ , i ograniczyć go z obu stron powierzchniami doskonale sztywnymi. Jeżeli w obszarze tym znajduje się źródło położone w punkcie  $(x_0, y_0, z_0)$ ,



gdzie  $0 \leq z_0 \leq d$ , to funkcja Greena będzie miała postać szeregu nieskończonego, którego składniki reprezentować będą kolejne odbicia od obu powierzchni fali wypromieniowanej przez źródło. Zatem po uwzględnieniu (2.8) uzyskamy

$$\begin{aligned}
 G_{II} &= \sum_{m,n} g_{mn} \left[ \exp(jk_{mn}|z - z_0|) + \exp(jk_{mn}|z + z_0|) + \sum_{\vartheta=1}^{\infty} \exp(jk_{mn}|z - z_0 - 2\vartheta d|) + \right. \\
 &+ \left. \exp(jk_{mn}|z - z_0 + 2\vartheta d|) + \exp(jk_{mn}|z + z_0 - 2\vartheta d|) + \exp(jk_{mn}|z + z_0 + 2\vartheta d|) \right] = \quad (2.11) \\
 &= \sum_{m,n} g_{mn} \left\{ \exp(jk_{mn}|z - z_0|) + \exp[jk_{mn}(z + z_0)] + 4 \cos(k_{mn}z) \cos(k_{mn}z_0) \sum_{\vartheta=1}^{\infty} e^{2jk_{mn}\vartheta d} \right\}
 \end{aligned}$$

Ponieważ suma uogólniona szeregu występującego w ostatnim wierszu wzoru (2.11) jest równa [57]

$$\sum_{\vartheta=1}^{\infty} \exp(2jk_{mn}\vartheta d) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{ctg}(k_{mn}d), \quad (2.12)$$

więc ostatecznie

$$\begin{aligned}
 G_{II} &= 2j \sum_{m,n} g_{mn} \cos(k_{mn}z_0) \left[ \sin(k_{mn}z) + \cos(k_{mn}z) \operatorname{ctg}(k_{mn}d) \right], \quad z > z_0, \\
 G_{II} &= 2j \sum_{m,n} g_{mn} \cos(k_{mn}z) \left[ \sin(k_{mn}z_0) + \cos(k_{mn}z_0) \operatorname{ctg}(k_{mn}d) \right], \quad z < z_0.
 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Na powierzchni rezonatora, czyli dla  $z = 0$ , musi zachodzić warunek ciągłości ciśnienia, zatem na podstawie (2.2) i (2.5)

$$P_0 = -j\rho_0\omega \int_0^{2\pi} \int_0^b u_0(r_0) G r_0 dr_0 d\phi_0, \quad (2.14)$$

gdzie  $P_0 = 2P_i$  to wypadkowa amplituda ciśnienia w płaszczyźnie otworu oraz  $G = G_I(r, \phi, 0 | r_0, \phi_0, 0) + G_{II}(r, \phi, 0 | r_0, \phi_0, 0)$ . Do przybliżonego rozwiązania równania całkowego (2.14) z funkcją niewiadomą  $u_0(r_0)$  wykorzystamy metodę wariacyjną. W tym celu należy w pierwszej kolejności określić funkcjonal zależny od funkcji  $u_0(r_0)$ . Mnożąc rów. (2.14) obustronnie przez  $u_0(r)$  i całkując po powierzchni otworu uzyskamy

$$P_0 \iint u_0(r) r dr d\phi = -j\rho_0\omega \iiint u_0(r_0) u_0(r) G r_0 r dr_0 dr d\phi_0 d\phi, \quad (2.15)$$

gdzie dla uproszczenia pominięto granice całkowania. Jeżeli przyjmiemy, że poszukiwany funkcjonal  $\mathcal{J}[u]$  odpowiada lewej stronie równ. (2.15) to

$$\mathcal{J}[u] = 2P_0 \iint u_0(r) r dr d\phi + j\rho_0\omega \iiint u_0(r_0) u_0(r) G r_0 r dr_0 dr d\phi_0 d\phi. \quad (2.16)$$

Do wyznaczenia ekstremum funkcjonału  $\mathcal{J}[u]$  wykorzystamy metodę Ritz'a, która, w najprostszym przypadku, polega na zawężeniu zbioru funkcji  $u_0(r_0)$  do funkcji o postaci

$$u_0(r_0) = U f(r_0), \quad (2.17)$$

gdzie  $U$  to współczynnik o zmiennej wartości, który w analizowanym przypadku odpowiada amplitudzie prędkości, zaś  $f(r_0)$  to funkcja, o której sądzimy, że w dostatecznie dobry sposób aproksymuje zależność funkcji  $u$  od współrzędnej  $r_0$ . Przy takich założeniach funkcjonal  $\mathcal{J}$  staje się funkcją amplitudy  $U$ , tzn.  $\mathcal{J}[u] = F(U)$ . Jak wynika ze wzorów (2.4), (2.9) i (2.13) zamiana miejscami współrzędnych  $r$  i  $r_0$  nie wpływa na postać funkcji  $G$ , zatem jeżeli funkcja  $\tilde{u}(r_0)$  jest funkcją bliską funkcji  $u_0(r_0)$

$$\tilde{u}(r_0) = (U + \Delta U) f(r_0), \quad (2.18)$$

gdzie  $\Delta U$  reprezentuje mały przyrost amplitudy  $U$ , to po podstawieniu (2.18) do (2.16) uzyskuje się

$$\frac{dF}{dU} = \lim_{\Delta U \rightarrow 0} \frac{F(U + \Delta U) - F(U)}{\Delta U} = 2 \iiint \left[ P_0 + j\rho_0\omega U \iiint f(r_0) G r_0 dr_0 d\phi_0 \right] f(r) r dr d\phi. \quad (2.19)$$

Jeżeli zatem dla  $U = U_0$  funkcja  $F(U)$  osiąga ekstremum tzn.  $dF/dU(U_0) = 0$ , to jak widać z (2.19) dla amplitudy  $U_0$  spełnione jest równ. (2.14). Stąd na podstawie równ. (2.19) otrzymuje się

$$U_0 = - \frac{P_0 \iint f(r) r dr d\phi}{j\rho_0\omega \iiint f(r_0) f(r) G r_0 r dr_0 dr d\phi_0 d\phi}. \quad (2.20)$$

Zasadniczą trudność przy rozwiązaniu równ. (2.20) polega na tym, że funkcja  $f(r)$  określająca rozkład prędkości w płaszczyźnie otworu nie jest dokładnie znana. W akustyce istnieją dwa sposoby aproksymacji tej funkcji. Pierwszy z nich polega na



przyjęciu założenia o równomiernym rozkładzie prędkości na powierzchni otworu [80, 175] co w analizowanym przypadku odpowiada warunkowi  $f(r) \equiv 1$ , natomiast drugi opiera się na rozwiązaniu równania Laplace'a w idealnym ośrodku nieściśliwym dla niesłonecznej, sztywnej powierzchni z otworem [131, 132]. Obie metody mają swoje zalety i wady. Zaletą pierwszej jest to, że sprowadza przedstawione zagadnienie waricyjne do poszukiwania amplitudy prędkości przy warunku równowagi wartości średniej ciśnienia po obu stronach otworu [rów. (2.20)]. Natomiast jej wadą jest daleko idąca idealizacja rozkładu prędkości w otworze. Druga z wyżej wymienionych metod posiada podstawy teoretyczne, jednak jej wadą jest to, że w efekcie idealizacji własności ośrodka uzyskuje się nieskończoną amplitudę prędkości na krawędzi otworu.

### 2.1.1. Rozwiązanie równania Laplace'a dla płaszczyzny z otworem kołowym

Jeżeli wprowadzimy układ współrzędnych  $(\xi, \eta, \phi)$  zdefiniowany następująco:

$$z = b\xi\eta, \quad x = b\sqrt{(1+\xi^2)(1-\eta^2)} \cos\phi, \quad y = b\sqrt{(1+\xi^2)(1-\eta^2)} \sin\phi, \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} h_\xi &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi}\right)^2} = b\sqrt{\frac{\xi^2 + \eta^2}{1 + \xi^2}}, \\ h_\eta &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \eta}\right)^2} = b\sqrt{\frac{\xi^2 + \eta^2}{1 - \eta^2}}, \\ h_\phi &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \phi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \phi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \phi}\right)^2} = b\sqrt{\frac{1 + \xi^2}{1 - \eta^2}}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

gdzie  $h_\xi$ ,  $h_\eta$  i  $h_\phi$  to współczynniki skali oraz  $0 \leq \xi < \infty$ ,  $-1 \leq \eta \leq 1$  i  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ , to powierzchni  $\xi = 0$  odpowiada otwór o promieniu  $b$  w płaszczyźnie  $(x, y)$ , którego środek leży w punkcie  $x = 0$ ,  $y = 0$ , natomiast powierzchni  $\eta = 0$  płaszczyzna  $(x, y)$  z wyjątkiem tego otworu. Jak wynika ze wzorów (2.21), relacje pomiędzy współrzędnymi  $x$ ,  $y$  i  $z$  określają równania

$$\frac{x^2}{b^2(1+\xi^2)} + \frac{y^2}{b^2(1+\xi^2)} + \frac{z^2}{b^2\xi^2} = 1, \quad \frac{x^2}{b^2(1-\eta^2)} + \frac{y^2}{b^2(1-\eta^2)} - \frac{z^2}{b^2\eta^2} = 1, \quad (2.23)$$

zatem powierzchnie wyznaczone przez warunki:  $\xi = \text{const.} \neq 0$  i  $\eta = \text{const.} \neq 0$ , to odpowiednio elipsoidy obrotowe i hiperboloidy jednopowłokowe obrotowe.

W układzie współrzędnych  $(\xi, \eta, \phi)$  rozwiązanie równania Laplace'a dla potencjału  $\psi$  ma postać [132]

$$\psi = \begin{cases} -\frac{q}{4b} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \arctg \left( \frac{1}{\xi} \right) \right], & 0 \leq \eta \leq 1, \\ \frac{q}{4b} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \arctg \left( \frac{1}{\xi} \right) \right], & -1 \leq \eta \leq 0, \end{cases} \quad (2.24)$$

gdzie  $q$  to wydatek przepływu przez otwór. Potencjał  $\psi$  ma zatem stałą wartość na powierzchni elipsoid obrotowych i jest równy zero dla  $\xi = 0$ . Wektor prędkości  $\mathbf{u}$  jest wszędzie prostopadły do powierzchni  $\xi = \text{const.}$ , a więc jest styczny do powierzchni hiperboloid obrotowych ( $\eta = \text{const.}$ ). Długość tego wektora określa zależność

$$|\mathbf{u}| = u_{\xi} = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{1}{h_{\xi}} = \pm \frac{q}{2\pi b^2 \sqrt{(\xi^2 + \eta^2)(1 + \xi^2)}}, \quad (2.25)$$

gdzie znak (+) obowiązuje dla dodatnich wartości współrzędnej  $\eta$ , zaś znak (-) dla wartości ujemnych oraz

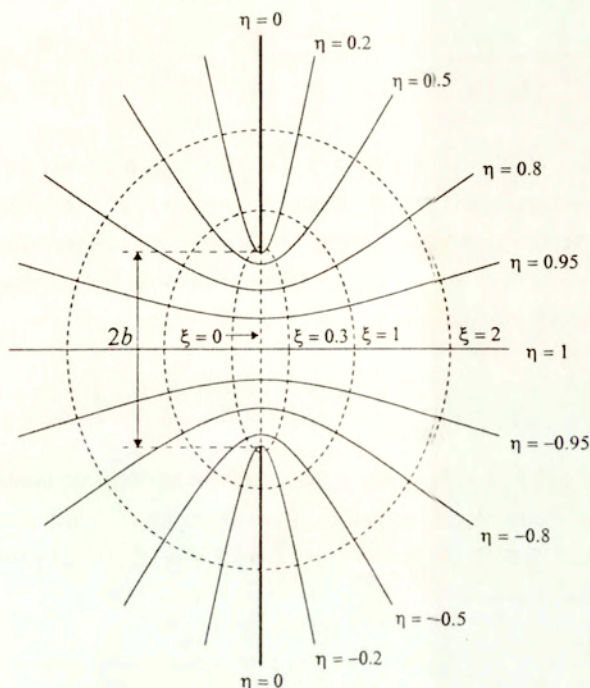
$$q = \int_0^{2\pi} \int_0^1 u_{\xi} h_{\eta} h_{\phi} d\eta d\phi. \quad (2.26)$$

Z postaci zależności (2.25) nie wynika bezpośrednio, że prędkość spełnia warunek zerowania się składowej normalnej do powierzchni otaczającej otwór. Aby tego dowiedzieć, należy więc wyznaczyć składową  $u_z$  wektora prędkości  $\mathbf{u}$ . Jeżeli oznaczymy  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ , to na podstawie (2.23) uzyskuje się

$$\frac{r^2}{b^2(1 + \xi^2)} + \frac{z^2}{b^2\xi^2} = 1, \quad \frac{r^2}{b^2(1 - \eta^2)} - \frac{z^2}{b^2\eta^2} = 1, \quad (2.27)$$

czyli w układzie współrzędnych  $(r, z)$  krzywe wyznaczone przez warunki  $\xi = \text{const.} \neq 0$  i  $\eta = \text{const.} \neq 0$  to odpowiednio elipsy oraz hiperbole o ogniskowych w punktach  $\pm b, 0$  (rys. 2.2).





Rys. 2.2. Linie pola prędkości,  $\eta = \text{const.}$ , oraz powierzchnie ekwiskalarne,  $\xi = \text{const.}$ , dla przepływu ośrodka przez otwór kołowy umieszczony w sztywnej, nieograniczonej ścianie o bardzo małej grubości.

Równanie normalnej przechodzącej przez punkt  $P(r_0, z_0)$  położony na elipsie ma postać

$$r = \frac{r_0 \xi^2}{z_0 (1 + \xi^2)} z + \frac{r_0}{1 + \xi^2}, \quad (2.28)$$

a ponieważ na podstawie (2.21):  $z_0 = b \xi \eta$ ,  $r_0 = \sqrt{(1 + \xi^2)(1 - \eta^2)}$ , więc

$$r = \frac{\xi}{\eta} \sqrt{\frac{1 - \eta^2}{1 + \xi^2}} z + b \sqrt{\frac{1 - \eta^2}{1 + \xi^2}} = A(\xi, \eta) z + B(\xi, \eta). \quad (2.29)$$

Współczynnik  $A(\xi, \eta)$  to tangens kąta pomiędzy osią  $z$  a wektorem prędkości  $\mathbf{u}$ , czyli

$$u_z = \pm \frac{q}{2\pi b^2 \sqrt{(\xi^2 + \eta^2)(1 + \xi^2)}} \cos \left[ \arctg \left( \frac{\xi}{\eta} \sqrt{\frac{1 - \eta^2}{1 + \xi^2}} \right) \right] = \pm \frac{q}{2\pi b^2} \frac{\eta}{\xi^2 + \eta^2}. \quad (2.30)$$

Jak wynika z (2.30) dla  $\eta = 0$  i  $\xi > 0$  składowa  $u_z$  prędkości jest równa zero, a ponieważ powierzchni  $\eta = 0$  odpowiada płaszczyzna  $(x, y)$  z wyjątkiem otworu, więc prędkość spełnia warunek brzegowy na powierzchni sztywnej otaczającej otwór. Jeżeli  $\xi = 0$ , to rów. (2.30) opisuje rozkład prędkości na powierzchni otworu, a zatem na podstawie (2.30) i wzorów (2.21)

$$u_z(\xi = 0) = u_0(r) = \frac{q}{2\pi b^2} \left[ 1 - (r/b)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.31)$$

Jak wynika z (2.31), na krawędzi otworu prędkość ma wartość nieskończoną. Jest to konsekwencją pominięcia wpływu tarcia wewnętrznego na ruch ośrodka w pobliżu powierzchni sztywnej. Natomiast wartość średnia prędkości na powierzchni otworu jest skończona i wynosi

$$U = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^{2\pi} \int_0^b u_0(r) r dr d\phi = \frac{q}{\pi b^2}. \quad (2.32)$$

## 2.1.2. Impedancja rezonatora

Wykorzystując rów. (2.20) można, dla obu sposobów aproksymacji rozkładu prędkości w płaszczyźnie otworu, wyznaczyć związek pomiędzy ciśnieniem  $P_0$  a amplitudą prędkości  $U_0$  określoną dla ekstremum funkcjonau (2.16). Na tej podstawie możliwe będzie wyznaczenie impedancji rezonatora, a także takich parametrów akustycznych jak częstotliwość rezonansowa czy współczynnik dobroci.

### 2.1.2.1. Równomierny rozkład prędkości

Dla równomiernego rozkładu prędkości w płaszczyźnie otworu funkcja  $f(r_0)$  we wzorze (2.17) jest tożsamościowo równa jedności, zatem na podstawie zależności (2.4), (2.13) oraz (2.20) uzyskuje się

$$\frac{P_0}{U_0} = 2\rho_0\omega \int_0^\infty \frac{J_1^2(\mu b) d\mu}{\mu \sqrt{k^2 - \mu^2}} + 4j\rho_0\omega \frac{\pi}{s_w} \sum_{n=0}^\infty \sum_{m=0}^\infty \varepsilon_m \varepsilon_n \frac{J_1^2(b\beta_{mn}) \text{ctg}(k_{mn}d)}{k_{mn} \beta_{mn}^2}, \quad (2.33)$$



gdzie  $J_1$  to funkcja Bessela pierwszego rzędu oraz

$$\beta_{mn} = \sqrt{\left(\frac{2m\pi}{s}\right)^2 + \left(\frac{2n\pi}{w}\right)^2}. \quad (2.34)$$

Całkę występującą po prawej stronie równ. (2.33) można przedstawić następująco:

$$\zeta = \int_0^k \frac{J_1^2(\mu b) d\mu}{\mu \sqrt{k^2 - \mu^2}} - j \int_k^\infty \frac{J_1^2(\mu b) d\mu}{\mu \sqrt{\mu^2 - k^2}} = \quad (2.35)$$

$$= \frac{1}{2k} \left[ \frac{(kb)^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (kb)^{2n+2}}{(n+1)!(n+2)!} - j \frac{8kb}{3\pi} - j \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (kb)^{2n+1}}{\Gamma(n+\frac{3}{2})\Gamma(n+\frac{5}{2})} \right],$$

gdzie  $\Gamma(\cdot)$  to funkcja gamma Eulera, zatem dla średnicy otworu dużo mniejszej od długości fali akustycznej ( $kb \ll 1$ ) oraz częstotliwości  $\omega$  dużo mniejszej od częstotliwości drgań poprzecznych w komorze rezonatora ( $k_{mn} \approx j\beta_{mn}$ ) uzyskuje się

$$\frac{P_0}{U_0} = \pi b^2 \left[ R_p + j \frac{\rho_0 c_0}{sw} \operatorname{ctg}(kd) - jk \frac{\rho_0 c_0}{\pi b^2} (\Delta d_{z1} + \Delta d_{w1}) \right], \quad (2.36)$$

gdzie  $R_p$  to rezystancja promieniowania rezonatora

$$R_p = \frac{\rho c}{2\pi} k^2, \quad (2.37)$$

$\Delta d_{z1}$  to zewnętrzna poprawka wlotu

$$\Delta d_{z1} = \frac{8b}{3\pi} \quad (2.38)$$

oraz  $\Delta d_{w1}$  to wewnętrzna poprawka wlotu

$$\Delta d_{w1} = \frac{4\pi}{sw} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\chi_{mn} J_1^2(b\beta_{mn}) \operatorname{ctgh}(\beta_{mn}d)}{\beta_{mn}^3}, \quad (2.39)$$

gdzie  $\chi_{00} = 0$ ,  $\chi_{m0} = \chi_{0n} = 2$  i  $\chi_{mn} = 4$  dla  $m, n > 0$ . Jeżeli w modelu impedancyjnym rezonatora uwzględnimy dodatkowo straty spowodowane przez tarcie wewnętrzne

ośrodka, to we wzorze (2.36) rezystancję należy powiększyć o rezystancję strat<sup>2</sup> [80]

$$R_{s1} = \frac{\sqrt{2\rho_0\mu\omega}}{\pi b^2} \left( 2 + \frac{d_0}{b} \right), \quad (2.40)$$

gdzie  $\mu$  to współczynnik lepkości dynamicznej. Wzór (2.40) jest słuszny dla  $d_0$  znacznie większego od grubości warstwy przyściennej  $\delta_a = \sqrt{2\mu/\rho_0\omega}$  [96].

Jak wynika z (2.37) i (2.38), przy warunku  $kb \ll 1$  wzory na rezystancję promieniowania i poprawkę wlotu  $\Delta d_{z1}$  przyjmują postacie dobrze znane z literatury przedmiotu (np. Kinsler, Frey [93], Malecki [104]). Natomiast inna jest postać wzoru dla wewnętrznej poprawki wlotu  $\Delta d_{w1}$ . Różnica polega na występowaniu dodatkowego czynnika  $\text{ctgh}(\beta_{mn}d)$  w każdym wyrazie szeregu we wzorze (2.39). W dotychczas opublikowanych pracach (np. Ingard [80], Panton, Miller [143], Pollack [153]) wpływ długości  $d$  rezonatora na wartość tej poprawki wlotu był pomijany, ponieważ w obliczeniach przyjmowano  $d \rightarrow \infty$  (wyjątek stanowi praca Alstera [2], w której przedstawiono metodę przybliżonego obliczania poprawki wlotu z uwzględnieniem kształtu rezonatora). Przybliżenie takie jest uzasadnione w przypadku, gdy  $\beta_{01}d > 3$  i  $\beta_{10}d > 3$ . Jeżeli jednak wymiary poprzeczne rezonatora są znacznie większe od jego długości, to nieuwzględnienie czynnika  $\text{ctgh}(\beta_{mn}d)$  w szeregu (2.39) może prowadzić do znacznych błędów przy wyznaczaniu częstotliwości rezonansowych.

### 2.1.2.2. Rozkład prędkości wyznaczony z równania Laplace'a

Jeżeli założymy, że rozkład prędkości w płaszczyźnie otworu ma postać (2.31), to we wzorze (2.20) należy przyjąć

$$f(r) = \frac{1}{2} \left[ 1 - (r/b)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad f(r_0) = \frac{1}{2} \left[ 1 - (r_0/b)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (2.41)$$

Po podstawieniu (2.4), (2.13) i (2.41) do (2.20) i wykorzystaniu wzoru [65]

$$\int_0^1 \frac{J_0(ax)x dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sin(a)}{a} \quad (2.42)$$

<sup>2</sup> W literaturze, np. Nolle [140], Stinson, Show [179], Thurston [185] można też spotkać wzór na rezystancję strat o postaci:

$$R_{s1} = \frac{\sqrt{2\rho_0\mu\omega}}{\pi b^2} \left( \frac{16}{3\pi} \frac{d_0}{b} \right) \approx \frac{\sqrt{2\rho_0\mu\omega}}{\pi b^2} \left( 1.7 + \frac{d_0}{b} \right).$$



uzyskuje się zależność

$$\frac{P_0}{U_0} = \frac{1}{2} \rho_0 c_0 \int_0^{\infty} \frac{\sin^2(\mu kb) d\mu}{\mu \sqrt{1-\mu^2}} + j \rho_0 \omega \frac{\pi}{sw} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \epsilon_n \frac{\sin^2(b \beta_{mn}) \operatorname{ctg}(k_{mn} d)}{k_{mn} \beta_{mn}^2}. \quad (2.43)$$

Występującą w (2.43) całkę można przedstawić następująco

$$\zeta = \int_0^1 \frac{\sin^2(\mu kb) d\mu}{\mu \sqrt{1-\mu^2}} - j \int_1^{\infty} \frac{\sin^2(\mu kb) d\mu}{\mu \sqrt{\mu^2-1}}. \quad (2.44)$$

Dla średnicy otworu dużo mniejszej od długości fali akustycznej ( $kb \ll 1$ ) pierwsza całka w rów. (2.44) jest w przybliżeniu równa  $(kb)^2$ . Przy aproksymacji drugiej całki wykorzystamy fakt, że dla  $kb \ll 1$  szereg będący rozwinięciem funkcji  $\sin^2(\mu kb)$  można ograniczyć do pierwszego wyrazu dla małej wartości zmiennej całkowania  $\mu$ , zaś pozostałe wyrazy należy uwzględnić dla  $\mu \gg 1$ . W ten sposób uzyskuje się

$$\begin{aligned} \int_1^{\infty} \frac{\sin^2(\mu kb) d\mu}{\mu \sqrt{\mu^2-1}} &\approx \int_1^{\infty} \frac{(\mu kb)^2 d\mu}{\mu \sqrt{\mu^2-1}} + \int_1^{\infty} \frac{\sin^2(\mu kb) d\mu}{\mu^2} - \int_1^{\infty} \frac{(\mu kb)^2 d\mu}{\mu^2} \approx \\ &\approx (kb)^2 \int_1^{\infty} \frac{\mu - \sqrt{\mu^2-1}}{\sqrt{\mu^2-1}} d\mu + kb \int_0^{\infty} \frac{\sin^2(\mu) d\mu}{\mu^2} - (kb)^2. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Do obliczenia pierwszej całki w drugim wierszu wzoru (2.45) wykorzystamy metodę zamiany zmiennych

$$\begin{aligned} \int_1^{\infty} \frac{\mu - \sqrt{\mu^2-1}}{\sqrt{\mu^2-1}} d\mu &\stackrel{\mu=1/\vartheta}{=} \int_0^1 \frac{1 - \sqrt{1-\vartheta^2}}{\vartheta^2 \sqrt{1-\vartheta^2}} d\vartheta = \\ &\stackrel{\vartheta=\sin\varphi}{=} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{1 + \cos\varphi} \stackrel{t=\operatorname{tg}(\varphi/2)}{=} \int_0^1 \frac{1}{1 + \frac{1-t^2}{1+t^2}} \frac{2}{1+t^2} dt = 1. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Ponieważ druga całka w drugim wierszu wzoru (2.45) ma wartość  $\pi/2$  [65], więc ostatecznie

$$\zeta \approx (kb)^2 - j \frac{kb\pi}{2}. \quad (2.47)$$

Po podstawieniu (2.47) do rów. (2.43) i wykorzystaniu warunku  $k_{mn} \approx j\beta_{mn}$  otrzymujemy się wzór analogiczny do (2.36)

$$\frac{P_0}{U_0} = \pi b^2 \left[ R_p + j \frac{\rho_0 c_0}{s w} \operatorname{ctg}(kd) - j k \frac{\rho_0 c_0}{\pi b^2} (\Delta d_{z2} + \Delta d_{w2}) \right], \quad (2.48)$$

gdzie  $R_p$  to rezystancja promieniowania z rów. (2.37) oraz

$$\Delta d_{z2} = \frac{\pi b}{4}, \quad (2.49)$$

$$\Delta d_{w2} = \frac{\pi}{s w} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\chi_{mn} \sin^2(b\beta_{mn}) \operatorname{ctgh}(\beta_{mn}l)}{\beta_{mn}^3}. \quad (2.50)$$

Podobnie, jak dla równomiernego rozkładu prędkości, we wzorze (2.48) można uwzględnić straty spowodowane lepkością ośrodka wprowadzając dodatkową rezystancję  $R_{s2}$  [133]

$$R_{s2} = \frac{\sqrt{2\rho_0\mu\omega}}{4\pi b^2} \ln\left(\frac{4b}{d_0}\right), \quad (2.51)$$

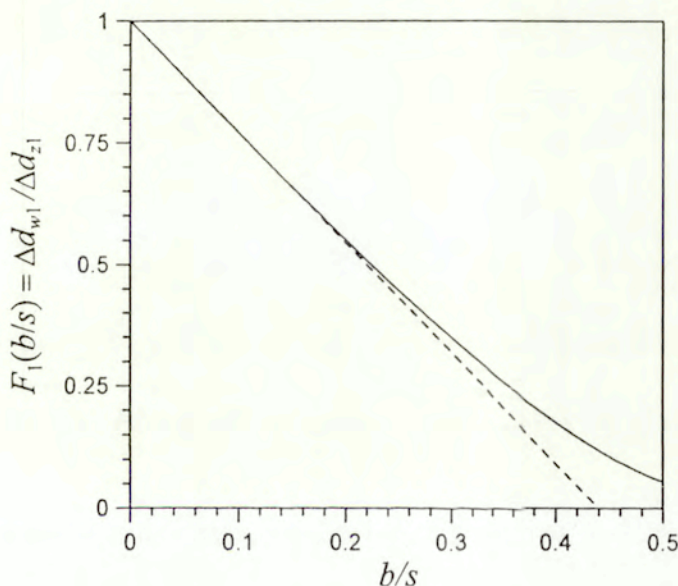
gdzie  $\delta_a \ll d_0 \ll b$ . Jak wynika z porównania rów. (2.36) i (2.48) oraz rów. (2.40) i (2.51), podstawowa różnica w zależnościach określających impedancję rezonatora dla obu rozkładów prędkości to inne postacie wzorów dla rezystancji strat oraz zewnętrznej i wewnętrznej poprawki wlotu. Zewnętrzne poprawki wlotu, na co wskazują rów. (2.38) i (2.49), mają zbliżone wartości. Mamy bowiem  $\Delta d_{z1}/b = 8/3\pi = 0.849$  oraz  $\Delta d_{z2}/b = \pi/4 = 0.785$ . Wewnętrzne poprawki wlotu  $\Delta d_{w1}$  i  $\Delta d_{w2}$  są w ogólnym przypadku funkcją czterech zmiennych  $b$ ,  $s$ ,  $w$  i  $d$ , a obliczenie ich wartości wymaga zastosowania procedury numerycznej. W przypadku, gdy  $s = w$  oraz  $d > s$  wzory (2.39) i (2.50), odpowiednio dla  $\Delta d_{w1}$  i  $\Delta d_{w2}$ , można przekształcić do postaci:

$$F_1(b/s) = \frac{\Delta d_{w1}}{\Delta d_{z1}} = \frac{3(\pi b)^2}{2s^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\chi_{mn} J_1^2\left(2\pi b/s \sqrt{m^2 + n^2}\right)}{\left(2\pi b/s \sqrt{m^2 + n^2}\right)^3}, \quad (2.52)$$



$$F_2(b/s) = \frac{\Delta d_{w2}}{\Delta d_{z2}} = \frac{4b^2}{s^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\chi_{mn} \sin^2 \left( 2\pi b/s \sqrt{m^2 + n^2} \right)}{\left( 2\pi b/s \sqrt{m^2 + n^2} \right)^3}. \quad (2.53)$$

Na rys. 2.3 i 2.4 przedstawiono przebieg zmian funkcji  $F_1(b/s)$  i  $F_2(b/s)$  dla wartości  $b/s$  z przedziału  $0 \leq b/s \leq 0.5$ . Minimalna wartość  $b/s$  odpowiada sytuacji, gdy wymiar poprzeczny  $s$  komory rezonatora oraz jego długość  $d$  rosną do nieskończoności. W tym granicznym przypadku, z uwagi na identyczność funkcji Greena po obu stronach płaszczyzny  $z = 0$ , obie funkcje  $F_1$  i  $F_2$  są równe jedności, czyli  $\Delta d_{w1} = \Delta d_{z1}$  oraz  $\Delta d_{w2} = \Delta d_{z2}$ . Wraz ze wzrostem stosunku  $b/s$  następuje spadek wartości funkcji  $F_1$  i  $F_2$ , aż do osiągnięcia wartości minimalnej dla  $b/s = 0.5$ .



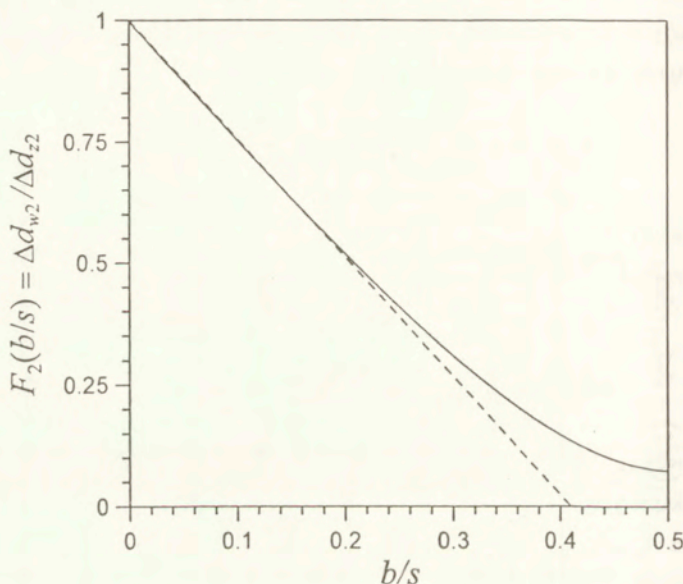
Rys. 2.3. Stosunek wewnętrznej do zewnętrznej poprawki wlotu w funkcji  $b/s$  dla równomiernego rozkładu prędkości. Linia ciągłą oznaczono wyniki obliczeń z rów. (2.52), natomiast linią przerywaną rezultaty uzyskane ze wzoru przybliżonego (2.54).

Dla wartości  $b/s$  z przedziału  $0 \leq b/s < 0.2$  dobrą aproksymacją funkcji  $F_1$  i  $F_2$  są zależności liniowe:

$$F_1(b/s) = 1 - 2.27(b/s), \quad (2.54)$$

$$F_2(b/s) = 1 - 2.44(b/s), \quad (2.55)$$

które, jak widać, są bardzo zbliżone dla obu analizowanych rozkładów prędkości. Wzory te zostaną wykorzystane przy obliczeniach częstotliwości rezonansowej rezonatora komorowego o kwadratowym przekroju poprzecznym, dla którego przeprowadzono badania doświadczalne.



Rys. 2.4. Stosunek wewnętrznej do zewnętrznej poprawki wlotu w funkcji  $b/s$  dla rozkładu prędkości wynikającego z rozwiązania równania Laplace'a. Linią ciągłą oznaczono wyniki obliczeń z rów. (2.53), natomiast linią przerywaną rezultaty uzyskane ze wzoru przybliżonego (2.55).

### 2.1.3. Częstotliwości rezonansowe i współczynnik dobroci

Częstotliwości rezonansowe układu, jak wynika z (2.36) i (2.48), można dla obu analizowanych rozkładów prędkości wyznaczyć z zależności

$$\operatorname{ctg}(k_i d) = \frac{sw}{\pi b c} k_i \Delta d_i, \quad i = 1, 2, \quad (2.56)$$



gdzie  $\Delta d_1 = \Delta d_{w1} + \Delta d_{z1}$  i  $\Delta d_2 = \Delta d_{w2} + \Delta d_{z2}$  to całkowite poprawki wlotu oraz  $k_r = 2\pi f_r/c_0$ . Ścisłe rozwiązanie rów. (2.56) wymaga zastosowania metody numerycznej, natomiast w dwóch szczególnych przypadkach można wykorzystać wzory przybliżone. W pierwszym przypadku zakłada się, że długość fali akustycznej jest dużo większa od długości rezonatora ( $k_r d \ll 1$ ), co prowadzi do klasycznego wzoru na częstotliwość rezonansu Helmholtza [104]

$$f_r \approx \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S_0}{V_k \Delta d_i}}, \quad (2.57)$$

gdzie  $S_0 = \pi b^2$  to powierzchnia otworu, zaś  $V_k = swd$  to objętość komory rezonatora. W drugim przypadku wykorzystuje się aproksymację funkcji  $\text{ctg}(k_r d)$  w pobliżu dodatnich zer

$$\text{ctg}(k_r d) \approx (2m-1) \frac{\pi}{2} - k_r d, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.58)$$

Po podstawieniu (2.58) do (2.56) uzyskuje się zależność na częstotliwości rezonansu ćwierćfalowego

$$f_m \approx \frac{c_0(2m-1)}{4\left(d + sw\Delta d_i/\pi b^2\right)}, \quad i = 1, 2, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.59)$$

Stosowalność zależności (2.59) ogranicza fakt, że przybliżenie w postaci (2.58) może być wykorzystane w rów. (2.56) jedynie dla takich wartości  $m$ , które spełniają warunek

$$(2m-1) \frac{\pi sw\Delta d_i}{2 \pi b^2 d} < 1, \quad i = 1, 2, \quad (2.60)$$

co oznacza, że dokładność wzoru (2.59) może być niewystarczająca do obliczeń częstotliwości rezonansowych wyższego rzędu.

Innym parametrem charakteryzującym własności akustyczne rezonatora jest współczynnik dobroci. Zgodnie z definicją jest to stosunek wartości maksymalnej ciśnienia w komorze rezonatora do wypadkowego ciśnienia działającego na rezonator. Ponieważ współczynnik ten wskazuje, jaki jest przyrost ciśnienia wewnątrz rezonatora w stosunku do ciśnienia pobudzającego, zatem charakteryzuje on właściwości selektywne układu rezonansowego.

Rozkład ciśnienia akustycznego wewnątrz komory rezonatora określa zależność

(2.5), gdzie  $G_{II}$  to funkcja Greena ze wzoru (2.13) dla  $z > z_0$ . Z postaci tej funkcji wynika, że największa wartość ciśnienia występuje dla  $z = d$ , czyli na powierzchni dolnej ściany rezonatora. Dla równomiernego rozkładu prędkości ciśnienie na tej powierzchni można wyznaczyć z zależności

$$p_{II}(z=d) = \frac{2j\pi\rho_0 c_0 k b^2 U_0}{sw} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n J_1(b\beta_{mn}) \cos(2m\pi/wr \cos\phi) \cos(2n\pi/wr \sin\phi)}{b\beta_{mn} k_{mn} \sin(k_{mn}d)} \right\}. \quad (2.61)$$

Dla rozkładu prędkości uzyskanego z rozwiązania równania Laplace'a analogiczny do (2.61) wzór ma postać:

$$p_{II}(z=d) = \frac{j\pi\rho_0 c_0 k b^2 U_0}{sw} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n \sin(b\beta_{mn}) \cos(2m\pi/wr \cos\phi) \cos(2n\pi/wr \sin\phi)}{b\beta_{mn} k_{mn} \sin(k_{mn}d)} \right\}. \quad (2.62)$$

Dla częstotliwości  $\omega$  dużo mniejszych od częstotliwości drgań poprzecznych w komorze ( $k \ll \beta_{mn}$ ) można, tak jak poprzednio, wykorzystać przybliżenie  $k_{mn} \approx j\beta_{mn}$ , więc w szeregach po prawej stronie rów. (2.61) i (2.62) można pominąć wszystkie wyrazy dla wartości  $m$  i  $n$  nie równych równocześnie zero. Jak wynika z (2.36) i (2.48) amplituda prędkości  $U_0$  osiąga wartość maksymalną, gdy spełniony jest warunek rezonansu (2.56), zatem współczynnik dobroci  $Q$ , po uwzględnieniu strat na skutek lepkości, można dla obu rozkładów prędkości wyznaczyć ze wzoru

$$Q = \frac{|p_{II}(z=d)|_{\max}}{|P_0|} = \frac{\rho_0 c_0}{sw(R_p^r + R_{si}^r) |\sin(k_r d)|}, \quad i = 1, 2, \quad (2.63)$$

gdzie  $R_p^r$  i  $R_{si}^r$  to rezystancja promieniowania i rezystancje strat dla częstotliwości rezonansowych. Dla rezonatora Helmholtza ( $k_r d \ll 1$ ) o bardzo małych stratach ( $R_p^r \gg R_{si}^r$ ) wzór (2.63), po uwzględnieniu (2.57), można przekształcić do postaci znanej z literatury (np. Kinsler, Frey [93])

$$Q \approx 2\pi \sqrt{\frac{V_k (\Delta d_i)^3}{S_0^3}}, \quad i = 1, 2. \quad (2.64)$$



Dla rezonatora ćwierćfalowego o małych stratach w rów. (2.63) możemy przyjąć  $\sin(k_r d) \approx 1$  oraz  $R_{si}^r \rightarrow 0$ , co po uwzględnieniu (2.59) daje następujący wzór na współczynnik dobroci

$$Q \approx \frac{8(d + sw\Delta d_i / \pi b^2)^2}{\pi sw(2m-1)^2}, \quad i = 1, 2 \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.65)$$

Jak z niego wynika, dobroć bezstratnego rezonatora ćwierćfalowego znacznie zmniejsza się dla częstotliwości rezonansowych wyższego rzędu.

### 2.1.4. Badania doświadczalne

Najprostszym sposobem pomiaru odpowiedzi rezonatora na pobudzenie akustyczne jest rejestracja zmian ciśnienia w funkcji częstotliwości  $f$  w komorze rezonatora. Położenie punktu pomiarowego może być dowolne, jednak ze względów praktycznych najkorzystniejsze jest usytuowanie mikrofonu pomiarowego na powierzchni dolnej ściany rezonatora ( $z = d$ ). Ciśnienie na tej powierzchni dla rezonatora stratnego i obu rozkładów prędkości można wyznaczyć na podstawie rów. (2.36), (2.48), (2.61) i (2.62). W ten sposób uzyskuje się

$$|P_d| = \frac{\rho_0 c_0 |P_0|}{sw |\sin(kd)| \sqrt{(R_p + R_{si})^2 + X^2}}, \quad i = 1, 2, \quad (2.66)$$

gdzie  $|P_d|$  to amplituda ciśnienia dla  $z = d$  oraz  $X$  to reaktancja rezonatora

$$X = \frac{\rho_0 c_0}{sw} \operatorname{ctg}(kd) - \frac{\rho_0 c_0}{\pi b^2} k \Delta d_i, \quad i = 1, 2. \quad (2.67)$$

Pomiar stosunku amplitud  $|P_d/P_0|$  w funkcji  $f$  umożliwia wyznaczenie częstotliwości własnych układu dla rezonansu ciśnienia. Ponieważ jednak w mianowniku wyrażenia po prawej stronie rów. (2.66) występuje funkcja  $\sin(kd)$  oraz rezystancje  $R_p$  i  $R_{si}$ , które są zależne od  $f$  [rów. (2.37), (2.40), (2.51)], więc częstotliwości wyznaczone dla maksimum  $|P_d/P_0|$  mogą różnić się od częstotliwości obliczonych z warunku  $X = 0$  (rezonans prędkości). Aby zorientować się, jaka jest rozbieżność pomiędzy tymi częstotliwościami, przeanalizujmy zależność stosunku  $|P_d/P_0|$  od  $f$  dla rezonatora Helmholtza ( $kd \ll 1$ ). Załóżmy najpierw, że w rezonatorze dominują straty będące

efektem wypromieniowania energii akustycznej ( $R_p \gg R_{si}$ ). W takim przypadku rów. (2.66), po uwzględnieniu wzorów (2.37), (2.57) i (2.64), można przekształcić do postaci

$$\frac{|P_d|}{|P_0|} = \frac{1}{\frac{f}{f_r} \sqrt{\left(\frac{f_r}{f} - \frac{f}{f_r}\right)^2 + \frac{1}{Q^2} \left(\frac{f}{f_r}\right)^4}}. \quad (2.68)$$

Jeżeli przez  $f_{rc}$  oznaczymy częstotliwość rezonansową dla rezonansu ciśnienia, to na podstawie rów. (2.68) uzyskamy

$$\frac{f_{rc}}{f_r} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{Q \sqrt{Q^2 + 6} - Q^2}. \quad (2.69)$$

Gdy straty na skutek lepkości są znacznie większe od strat wypromieniowania ( $R_{si} \gg R_p$ ), to wzór analogiczny do (2.68) ma postać

$$\frac{|P_d|}{|P_0|} = \frac{1}{\frac{f}{f_r} \sqrt{\left(\frac{f_r}{f} - \frac{f}{f_r}\right)^2 + \frac{1}{Q^2} \frac{f}{f_r}}}, \quad (2.70)$$

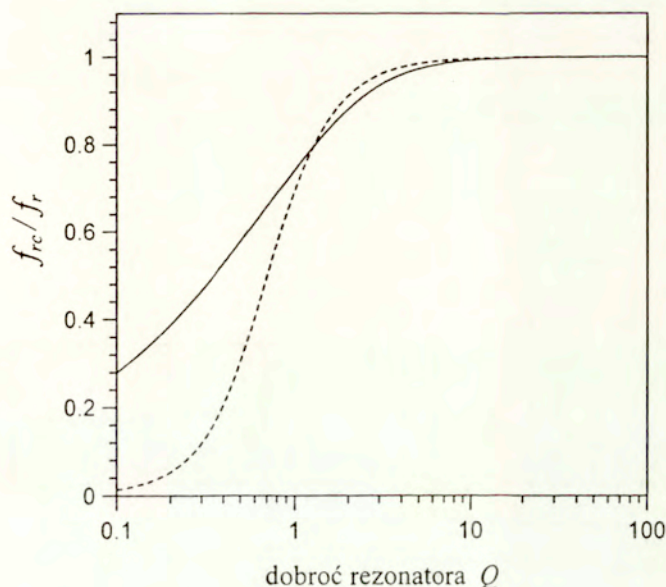
skąd uzyskuje się

$$\frac{f_{rc}}{f_r} = \frac{\sqrt{64Q^4 + 9} - 3}{8Q^2}. \quad (2.71)$$

Ze wzorów (2.69) i (2.71) wynika, że znaczne rozbieżności pomiędzy  $f_{rc}$  a  $f_r$  mogą wystąpić dla rezonatorów o małym współczynniku dobroci  $Q$ . Jakiego rzędu są to wartości  $Q$  można zorientować się z wykresów na rys. 2.5, które przedstawiają zależność  $f_{rc}/f_r$  od  $Q$  dla obu analizowanych przypadków. Jak widać, rozbieżności pomiędzy  $f_{rc}$  a  $f_r$  stają się znaczące dla  $Q < 3$ , natomiast dla  $Q > 10$  można przyjąć  $f_{rc} \approx f_r$ . Jeżeli więc dobroć rzeczywistego układu rezonansowego jest na tyle duża, że można pominąć rozbieżność pomiędzy  $f_{rc}$  a  $f_r$ , to na podstawie wyznaczonej eksperymentalnie zależności  $|P_d/P_0|$  od  $f$  można określić:

- częstotliwość  $f_r$  dla rezonansu prędkości jako wartość  $f$ , przy której występuje maksimum  $|P_d/P_0|$ ,
- współczynnik dobroci  $Q$  jako wartość maksymalną  $|P_d/P_0|$ .





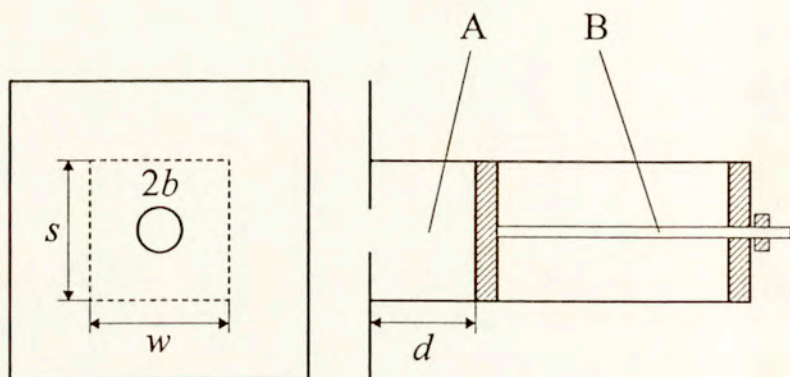
Rys. 2.5. Zależność  $f_{rc}/f_r$  od współczynnika dobroci  $Q$  dla rezonatora Helmholtza. Liniami ciągłą i przerywaną oznaczono wyniki obliczeń uzyskane odpowiednio z rów. (2.69) i (2.71).

#### 2.1.4.1. Stanowisko badawcze, metoda pomiarowa i aparatura

W badaniach doświadczalnych wykorzystano rezonator komorowy o wymiarach poprzecznych  $s = w = 5$  cm i długości  $d$  z przedziału 1–16 cm (rys. 2.6). W przedniej ścianie rezonatora o grubości 0.5 mm umieszczony był otwór kołowy o promieniu  $b = 6$  mm położony symetrycznie w stosunku do bocznych ścian rezonatora. Badania przeprowadzono na stanowisku pomiarowym, którego schemat przedstawia rys. 2.7. W układzie tym do wytworzenia sygnału akustycznego zbliżonego do fali płaskiej wykorzystano szerokopasmowy głośnik firmy Goodmans o średnicy 30 cm. Głośnik zasilany był przez generator typu 1024 firmy Brüel & Kjaer. Zastosowany do pobudzenia rezonatora sygnał akustyczny miał postać szumu białego o poziomie całkowitym 100 dB.

W badaniach wykorzystano wąskopasmowy analizator widma typu 2033 firmy Brüel & Kjaer. Jest to urządzenie jednokanałowe, ale posiada rozbudowane możliwości analizy częstotliwościowej sygnałów, z których najważniejsze to:

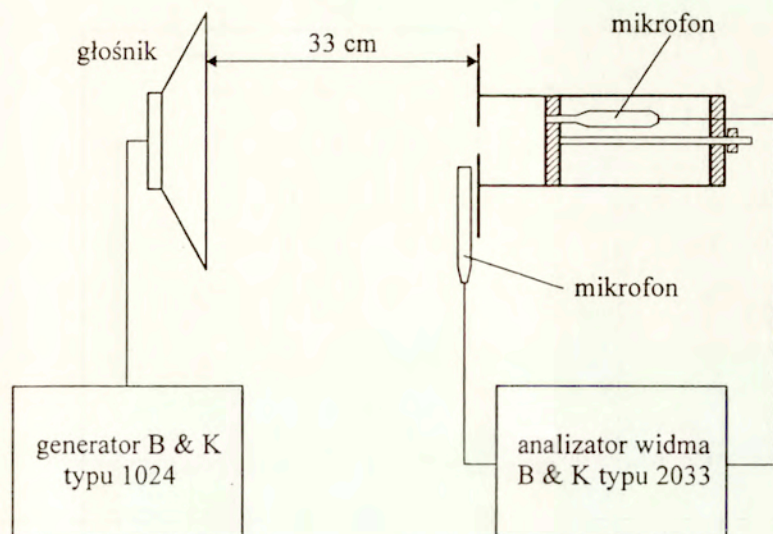
- liniowe uśrednianie do 2048 widm,
- zapis do pamięci wewnętrznej jednego widma,
- określanie w zadanym paśmie częstotliwości stosunku sygnału na wejściu analizatora do sygnału zapisanego w pamięci (funkcja „Input/Memory”).



Rys. 2.6. Rezonator o wymiarach:  $w = s = 5$  cm,  $b = 0.6$  cm,  $d = 1-16$  cm, wykorzystywany w badaniach. A – komora rezonatora, B – pręt mocujący do obudowy układu mechanicznego tłok, który zamykał komorę.

W pierwszej fazie eksperymentu określano zależność amplitudy  $|P_0|$  od częstotliwości  $f$ . Ponieważ w warunkach pobudzenia rezonatora część energii akustycznej zostaje wypromieniowana na zewnątrz, więc pomiary  $|P_0|$  przeprowadzano przy zamkniętym otworze rezonatora. Do rejestracji  $|P_0|$  wykorzystano mikrofon 1/4 cala umieszczony na powierzchni sztywnej zamykającej komorę rezonatora (rys. 2.7). Z uwagi na szumowy charakter rejestrowanego sygnału stosowano liniowe uśrednianie 1024 widm. Widmo wypadkowe zapisywano do pamięci analizatora 2033. Następnie przy zachowaniu takich samych nastaw generatora oraz odsłonięciu otworu rezonatora określano zależność od częstotliwości  $f$  amplitudy  $|P_d|$  ciśnienia na powierzchni dolnej ściany komory rezonatora (rys. 2.7). Do tego celu stosowano również mikrofon 1/4 cala oraz procedurę liniowego uśredniania 1024 widm. Stosunek ciśnień  $|P_d/P_0|$  w zadanym paśmie częstotliwości określano wykorzystując funkcję „Input/Memory” analizatora 2033.



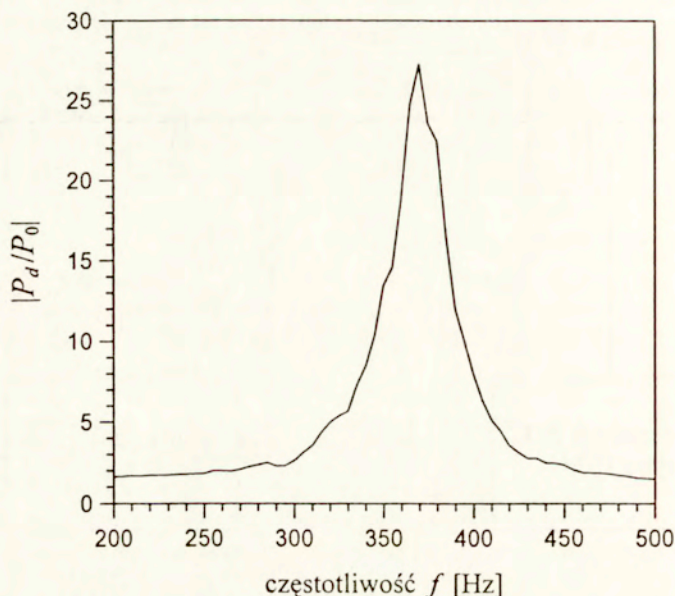


Rys. 2.7. Schemat układu pomiarowego.

#### 2.1.4.2. Pomiary odpowiedzi rezonatora

Analizator 2033 dokonuje analizy częstotliwościowej mierzonego sygnału w określonych zakresach częstotliwości. W każdym zakresie dokładność odczytu częstotliwości jest stała. Pomiary wstępne, mające na celu zlokalizowanie maksimum w przebiegu  $|P_d/P_0|$ , wykonywano w paśmie 0–2000 Hz, co umożliwia odczyt częstotliwości z dokładnością do 5 Hz. Na rys. 2.8 przedstawiono przykładową zależność  $|P_d/P_0|$  od częstotliwości  $f$  uzyskaną w tych badaniach dla rezonatora o długości  $d = 10$  cm. Jak można zauważyć, rezonator o takiej długości charakteryzuje się znaczną selektywnością, o czym świadczą szybkie zmiany  $|P_d/P_0|$  w pobliżu częstotliwości rezonansowej ( $f_r \approx 370$  Hz) oraz stosunkowo duża wartość współczynnika dobroci ( $Q \approx 27$ ) określona na podstawie bezpośredniego odczytu wartości maksymalnej  $|P_d/P_0|$ .

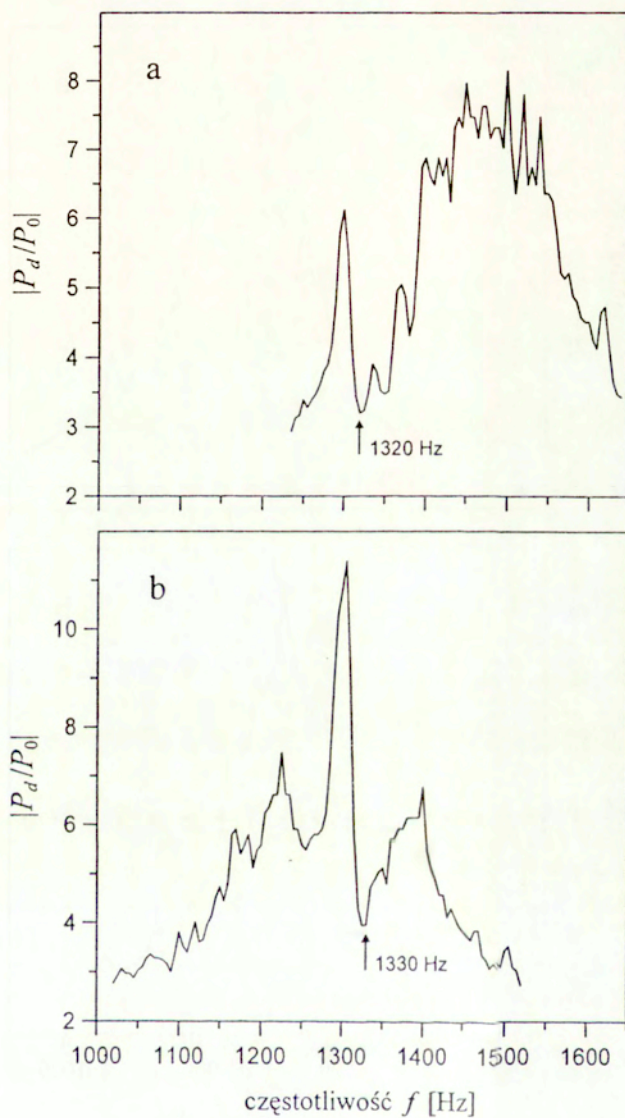
W zakresie najmniejszych długości  $d$  zaobserwowano zniekształcenia odpowiedzi rezonatora polegające na znacznym spadku wartości  $|P_d/P_0|$  w pobliżu dwóch częstotliwości. Na rys. 2.9 przedstawiono zależność  $|P_d/P_0|$  od  $f$  dla rezonatora



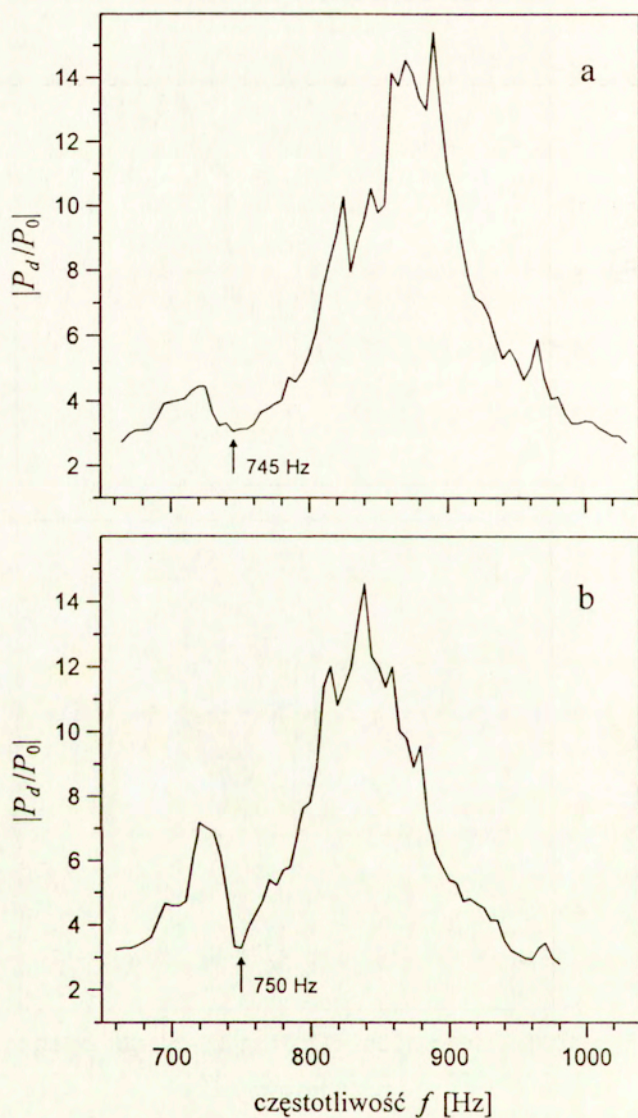
Rys. 2.8. Zmiany  $|P_d/P_0|$  w funkcji częstotliwości  $f$  dla rezonatora o długości  $d = 10$  cm.

o długości  $d = 0.8$  cm i 1 cm. W obu przypadkach, jak widać na rys. 2.9, wyraźny spadek  $|P_d/P_0|$  występuje w wąskim paśmie  $f$  pomiędzy 1320 a 1330 Hz. Obecność drugiej częstotliwości stwierdzono przy długościach  $d$  z przedziału 2–3 cm. Zniekształcenia odpowiedzi rezonatora dla wybranych wartości  $d$  z tego przedziału ilustrują wykresy na rys. 2.10 i 2.11. Jak można zauważyć, w tym przypadku obniżenie wartości  $|P_d/P_0|$  następuje przy częstotliwości ok. 750 Hz. Największa deformacja charakterystyki amplitudowo–częstotliwościowej opisującej odpowiedź rezonatora widoczna jest dla  $d = 2.6$  cm (rys. 2.11a), ponieważ przy takiej długości rezonans akustyczny występuje dla  $f \approx 750$  Hz.



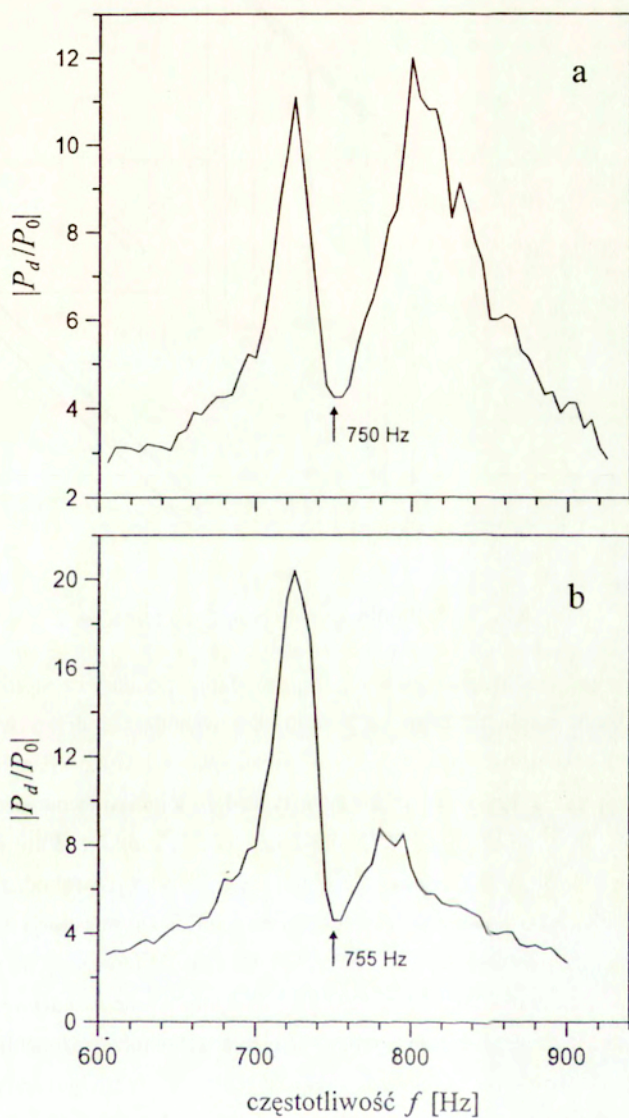


Rys. 2.9. Zmiany  $|P_d/P_0|$  w funkcji częstotliwości  $f$  dla rezonatora o długości: (a)  $d = 0.8$  cm i (b)  $d = 1$  cm.

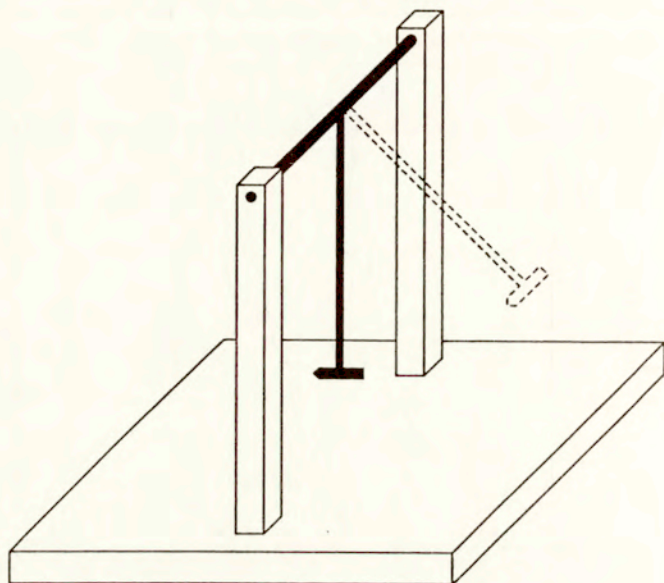


Rys. 2.10. Zmiany  $|P_d/P_0|$  w funkcji częstotliwości  $f$  dla rezonatora o długości: (a)  $d = 2.2$  cm i (b)  $d = 2.4$  cm.





Rys. 2.11. Zmiany  $|P_d/P_0|$  w funkcji częstotliwości  $f$  dla rezonatora o długości: (a)  $d = 2.6$  cm i (b)  $d = 2.8$  cm.



Rys. 2.12. Źródło sygnału typu „step force”.

Aby zlokalizować źródło zniekształceń przeprowadzono pomiary częstotliwości drgań własnych układu mechanicznego rezonatora. Do wzbudzenia drgań wykorzystano wymuszenie mechaniczne typu „step force” zrealizowane z wykorzystaniem wahadła pokazanego na rys. 2.12. Wymuszenie tego typu daje impuls mechaniczny o bardzo krótkim czasie narastania [128]. Wahadło miało postać ramki z drutu stalowego z osadzonym w jednej części ostro zakończonym prętem. Podczas swobodnego opadania wahadła pręt uderzał w jedną z bocznych ścian rezonatora. Do rejestracji wzbudzonych drgań akustycznych wykorzystywano mikrofon 1/4 cala umieszczony na powierzchni dolnej ściany rezonatora. Mikrofon ten, przy badaniach odpowiedzi rezonatora na pobudzenie akustyczne, służył do pomiaru ciśnienia w komorze rezonatora (rys. 2.7). Analizę częstotliwościową zarejestrowanego sygnału akustycznego przeprowadzono dla długości  $d$  rezonatora z przedziału 1–3.5 cm. W paśmie częstotliwości 500–1500 Hz wykryto dwie częstotliwości  $f_{m1}$  i  $f_{m2}$  drgań własnych układu mechanicznego.

Tabela I

Porównanie wartości  $f$ , przy których występował spadek  $|P_d/P_0|$ , z częstotliwościami  $f_{m1}$  i  $f_{m2}$  drgań własnych układu mechanicznego rezonatora oraz częstotliwościami  $f_2$  i  $f_3$  obliczonymi ze wzoru (2.72).

$d$ [cm]	wartości $f$ [Hz], przy których występował spadek $ P_d/P_0 $	częstotliwości drgań własnych $f_{m1}$ , $f_{m2}$ [Hz]	częstotliwości drgań własnych pręta $f_2$ , $f_3$ [Hz]
1	1325	695, 1315	666, 1305
1.5	715	705, 1335	689, 1352
2	735	725, 1365	714, 1400
2.5	750	745, 1390	740, 1452
3	755	750, 1415	768, 1506
3.5	765	770, 1445	797, 1563

Jak wynika z danych pomiarowych zestawionych w Tabeli I,  $f_{m1}$  i  $f_{m2}$  mają wartości bardzo zbliżone do częstotliwości, przy których występował znaczny spadek  $|P_d/P_0|$ , co świadczy o tym, że źródłem zniekształceń odpowiedzi rezonatora były drgania mechaniczne. Drgania te, co potwierdzają rezultaty obliczeń zamieszczone w Tabeli I, pochodziły od mosiężnego pręta o średnicy  $s_p = 5$  mm mocującego do obudowy układu mechanicznego tłok, który zamykał komorę rezonatora (rys. 2.6). Przy maksymalnym wychyleniu tłoka, tzn. dla  $d = 0$ , długość pręta wynosiła  $D_{max} = 30$  cm. W obliczeniach wykorzystano zależności [197]

$$f_1 = \frac{0.89 s_p}{D^2} \sqrt{\frac{E_m}{\rho_m}}, \quad f_2 = 2.76 f_1, \quad f_3 = 5.4 f_1 \quad (2.72)$$

na częstotliwości drgań poprzecznych pręta zaciśniętego na obu końcach, gdzie  $D = D_{max} - d$  to długość pręta, natomiast  $E_m$  i  $\rho_m$  to współczynnik sprężystości podłużnej i gęstość dla mosiądzu. Duża zbieżność częstotliwości  $f_{m1}$  i  $f_2$  oraz  $f_{m2}$  i  $f_3$  wskazuje na to, że zniekształcenia odpowiedzi rezonatora były efektem wzbudzenia drgań pręta na drugiej i trzeciej częstotliwości własnej. Występujący dla tych

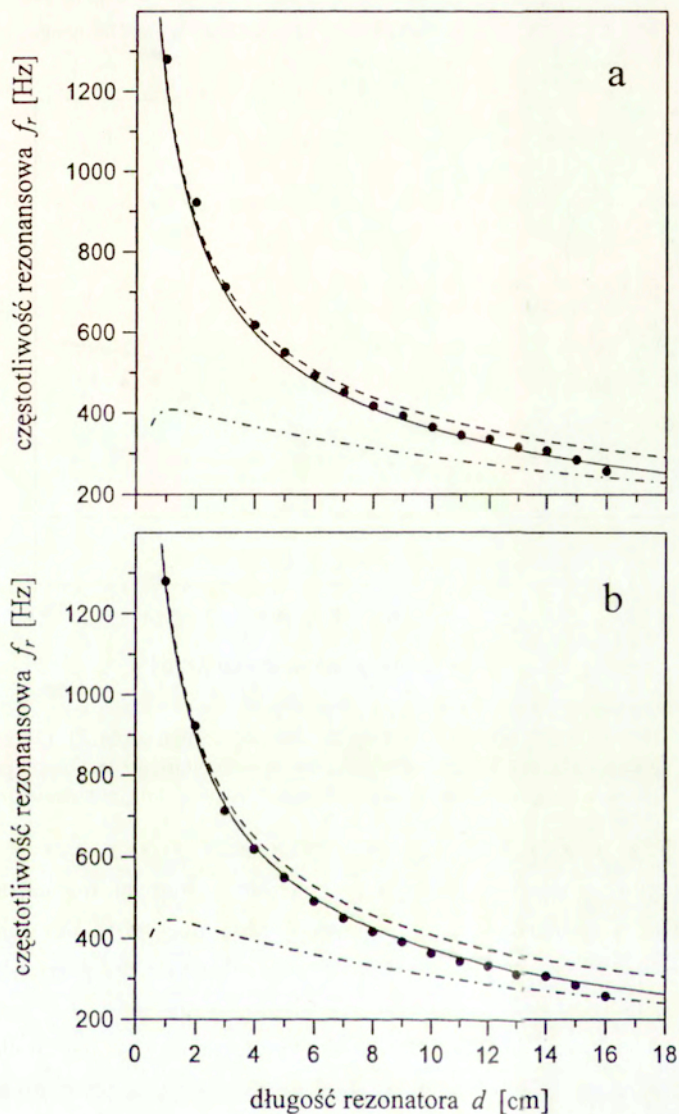


częstotliwości spadek ciśnienia  $|P_d|$  wynika zatem z kompensacji sygnału akustycznego wewnątrz komory przez sygnał akustyczny wytworzony przez drgania mechaniczne.

### 2.1.4.3. Porównanie wyników obliczeń z eksperymentem

W odróżnieniu od badań wstępnych, przy pomiarach częstotliwości rezonansowej wykorzystano funkcję „Zoom” analizatora 2033, co pozwoliło na odczyt częstotliwości z dokładnością do 0.5 Hz. Na rys. 2.13 zestawiono wyniki pomiarów częstotliwości  $f_r$  oraz rezultaty obliczeń, które uzyskano przy aproksymacji rozkładu prędkości w otworze rezonatora za pomocą rozkładu równomiernego (rys. 2.13a) oraz rozkładu uzyskanego z rozwiązania równania Laplace’a (rys. 2.13b). Dane obliczeniowe zaznaczone na rys. 2.13 liniami ciągłymi otrzymano z numerycznego rozwiązania równ. (2.56), natomiast liniami (---) i (-·-·-) oznaczono wyniki obliczeń uzyskane z równań przybliżonych (2.57) i (2.59), odpowiednio dla rezonansu Helmholtza i rezonansu ćwierćfalowego na częstotliwości podstawowej ( $m = 1$ ). Występujące w tych wzorach poprawki wlotu  $\Delta d_{w1}$  i  $\Delta d_{w2}$  określano na podstawie dokładnych wzorów (2.39) i (2.50) dla małych długości rezonatora ( $d \leq 4$  cm), natomiast dla pozostałych wartości  $d$  stosowano zależności przybliżone (2.54) i (2.55).

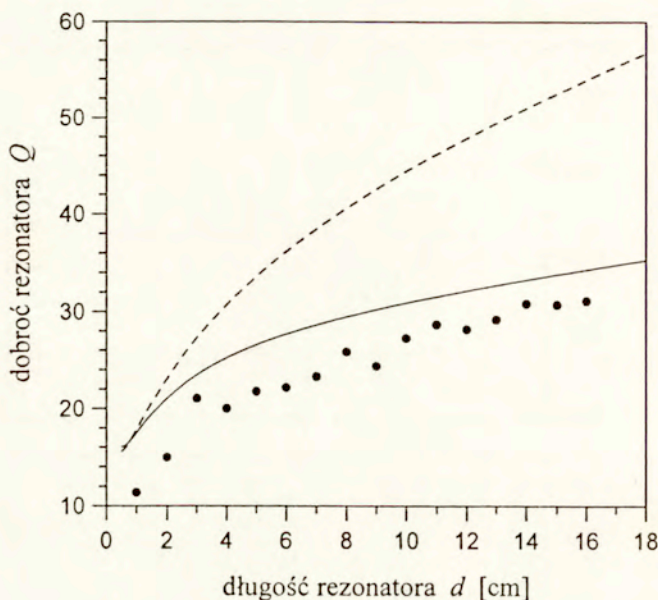
Jak wynika z rys. 2.13, dla obu sposobów aproksymacji rozkładu prędkości w płaszczyźnie otworu uzyskuje się bardzo zbliżone rezultaty obliczeń częstotliwości rezonansowych. Względne różnice pomiędzy wartościami  $f_r$  nie przekraczają bowiem 5 %. Dla obu rozkładów prędkości występuje też duża zgodność obliczeń z rezultatami pomiarów. Dotyczy to szczególnie wyników obliczeń (linie ciągłe na rys. 2.13), które uzyskano na podstawie ścisłego rozwiązania równ. (2.56). Dla równomiernego rozkładu prędkości różnica pomiędzy danymi teoretycznymi a pomiarowymi wynosi maksymalnie ok. 7 %, natomiast dla rozkładu uzyskanego z rozwiązania równania Laplace’a jest co najwyżej rzędu 3.5 % (wyjątek stanowi tu jedynie przypadek  $d = 16$  cm, gdzie rozbieżności wzrastają do ok. 10 %). Z wykresów na rys. 2.13 wynika, że jedynie dla małych długości rezonatora,  $d \leq 4$ , dobrym przybliżeniem wyników otrzymanych z numerycznego rozwiązania równ. (2.56) są rezultaty obliczeń uzyskane na podstawie klasycznego wzoru na częstotliwość rezonansu Helmholtza (linie przerywane). Dla większych wartości  $d$  wzory przybliżone (2.57) i (2.59) nie zapewniają wystarczającej dokładności przy wyznaczaniu częstotliwości



Rys. 2.13. Porównanie wyników pomiarów częstotliwości rezonansowej  $f_r$  (punkty) z rezultatami obliczeń dla: (a) równomiernego rozkładu prędkości i (b) rozkładu uzyskanego z rozwiązania równania Laplace'a.



rezonansowych. Jest to bowiem ten zakres długości  $d$  rezonatora, gdzie następuje stopniowe przejście od rezonansu Helmholtza do rezonansu ćwierćfalowego.



Rys. 2.14. Porównanie wyników pomiarów współczynnika dobroci  $Q$  rezonatora (punkty) z rezultatami obliczeń dla równomiernego rozkładu prędkości (linia ciągła) i rozkładu uzyskanego z rozwiązania równania Laplace'a (linia przerywana).

Parametrem układu rezonansowego, nie mniej ważnym niż częstotliwość rezonansowa  $f_r$ , jest współczynnik dobroci  $Q$ . Ma on wpływ na właściwości selektywne układu rezonansowego, a więc decyduje o kształcie charakterystyki amplitudowo–częstotliwościowej opisującej odpowiedź rezonatora. Na rys. 2.14 przedstawiono zmierzone i obliczone wartości współczynnika  $Q$  w funkcji długości  $d$  rezonatora. Linia ciągłą i przerywaną zaznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie zależności (2.63) odpowiednio: dla równomiernego rozkładu prędkości oraz rozkładu uzyskanego z rozwiązania równania Laplace'a. Jak widać na rys. 2.14, określona z badań eksperymentalnych dobroć  $Q$  rezonatora zmienia się od wartości ok. 10 dla najmniejszej długości rezonatora ( $d = 1$  cm) do wartości ok. 30 dla przyjętej długości maksymalnej ( $d = 16$  cm). Generalnie, wzrost wartości  $d$  powoduje



zwiększenie wielkości współczynnika  $Q$ , co jest zgodne z przewidywaniami teoretycznymi. Nieregularności zmian  $Q$ , występujące w pewnych zakresach długości  $d$ , należy tłumaczyć niedostateczną dokładnością zastosowanej metody pomiarowej.

Tabela II

Współczynnik dobroci rezonatora bezstratnego wyznaczony dla rozkładów prędkości: równomiernego ( $Q_1$ ) i uzyskanego z rozwiązania równania Laplace'a ( $Q_2$ ).

$d$ [cm]	1	2	4	6	8	10	12	14	16
$Q_1$	23.3	32.7	49.2	64.2	78.9	93.6	108.7	124.2	140.3
$Q_2$	20.4	28.7	43.4	57	70.4	83.9	97.9	112.4	127.4

Jak wynika z rys. 2.14, dużo lepszą zgodność teorii z eksperymentem uzyskuje się dla równomiernego rozkładu prędkości w płaszczyźnie otworu. Znacznie większe wartości współczynnika  $Q$  otrzymane w przypadku drugiego rozkładu prędkości wskazują na niedoszacowanie rezystancji strat na skutek tarcia wewnętrznego [rów. (2.51)]. Potwierdzenie tego faktu można znaleźć w Tabeli II, gdzie dla wybranych długości  $d$  zestawiono wartości współczynnika  $Q$  obliczone dla rezonatora bezstratnego, czyli z pominięciem rezystancji strat  $R_{si}$ ,  $i = 1, 2$ , we wzorze (2.63). Z porównania danych w Tabeli II oraz wykresów na rys. 2.13 wynika bowiem, że straty w układzie spowodowane są głównie przez tarcie wewnętrzne. Wskazują na to znaczące, sięgające nawet 400 %, różnice pomiędzy wartościami współczynnika dobroci  $Q$  dla układu bezstratnego i rezonatora, w którym uwzględniono efekt tarcia wewnętrznego. Jedynie w przypadku najmniejszych długości  $d$  rezonatora widoczny jest wyraźny wpływ strat wypromieniowania na wartość współczynnika  $Q$ .

### 2.1.5. Wnioski

Badania odpowiedzi układu rezonansowego na pobudzenie akustyczne o małej amplitudzie przeprowadzono na przykładzie oddziaływania fali płaskiej na prostopadłościenny rezonator komorowy z symetrycznie umieszczonym kołowym otworem o bardzo małej grubości. Rezonator o takich samych wymiarach wykorzystano w pomiarach odpowiedzi układu rezonansowego na pobudzenie

aerodynamiczne (część 3.2). Celem badań było wyznaczenie w sposób teoretyczny i eksperymentalny częstotliwości rezonansowej  $f_r$  układu oraz współczynnika dobroci  $Q$ .

Zależności na  $f_r$  i  $Q$  wyprowadzono wykorzystując do obliczenia impedancji rezonatora metodę wariacyjną i dwa najczęściej stosowane rozkłady prędkości w płaszczyźnie otworu rezonatora: rozkład równomierny oraz rozkład uzyskany z rozwiązania równania Laplace'a w idealnym ośrodku nieściśliwym. Dla równomiernego rozkładu prędkości, jak wykazała analiza teoretyczna, postawione zagadnienie wariacyjne sprowadza się do poszukiwania amplitudy prędkości przy warunku równowagi wartości średniej ciśnienia po obu stronach otworu (warunek równowagi sił).

Oryginalnym wynikiem części teoretycznej są wyprowadzone dla obu rozkładów prędkości ścisłe zależności na wewnętrzną poprawkę wlotu rezonatora. W dotychczas stosowanych wzorach przybliżonych nie uwzględniano bowiem wpływu długości  $d$  rezonatora na wartość tej poprawki, co dla rezonatora o wymiarach komory znacznie większych od jego długości może powodować znaczne błędy w obliczeniach częstotliwości rezonansowej.

W układzie badawczym zastosowano dwa tory pomiarowe: jeden do pomiaru ciśnienia  $|P_0|$  fali padającej i odbitej oraz drugi do rejestracji zmian w funkcji częstotliwości  $f$  ciśnienia  $|P_d|$  na powierzchni ściany zamykającej komorę rezonatora. Dla układu rezonansowego o dużej dobroci zaproponowana metoda pomiarowa pozwala wyznaczyć częstotliwość  $f_r$  dla rezonansu prędkości, jako wartość  $f$ , przy której występuje maksimum stosunku  $|P_d/P_0|$  oraz współczynnik dobroci  $Q$ , jako wartość maksymalną  $|P_d/P_0|$ .

Dla obu rozkładów prędkości w płaszczyźnie otworu uzyskano dobrą zgodność wyników obliczeń częstotliwości  $f_r$  i danych pomiarowych, co świadczy o dużej dokładności zastosowanej metody obliczeniowej. W przypadku współczynnika dobroci  $Q$  większa zgodność pomiędzy teorią a eksperymentem występuje natomiast dla równomiernego rozkładu prędkości. Znacznie większe wartości tego współczynnika otrzymane dla rozkładu uzyskanego z rozwiązania równania Laplace'a wskazują na niedoszacowanie rezystancji strat na skutek tarcia wewnętrznego.

Osobnym zagadnieniem, które poddano szczegółowej analizie, był zaobserwowany przy najmniejszych długościach rezonatora znaczny spadek wartości  $|P_d/P_0|$  w pobliżu dwóch częstotliwości. Jak wykazały obliczenia i wyniki pomiarów



częstotliwości drgań własnych układu mechanicznego rezonatora, przyczyną tego typu zniekształceń w odpowiedzi układu na pobudzenie akustyczne było wzbudzenie drgań pręta mocującego do obudowy tłok zamykający komorę rezonatora na drugiej i trzeciej częstotliwości własnej.

## 2.2. Duża amplituda fali padającej

Z rozważań teoretycznych w rozdziale 2.1 wynika, że w zakresie małych amplitud fali padającej związek pomiędzy ciśnieniem  $P_0$  pobudzającym rezonator a prędkością  $U_0$  w płaszczyźnie otworu ma postać zależności liniowej [rów. (2.36), (2.48)]. Inaczej ten związek przedstawia się przy dużych amplitudach fali padającej, ponieważ impedancja rezonatora staje się funkcją prędkości  $U_0$  [6, 30, 31, 197]. Efekt ten, określany często jako akustyczna nieliniowość [82], jest wynikiem tworzenia się silnych zawirowań w okolicach otworu rezonatora, co jest źródłem dodatkowych strat w układzie na skutek przeniesienia części energii akustycznej na energię zaburzeń wirowych [72, 150]. W modelu zastępczym rezonatora efekt ten opisuje tzw. nieliniowa rezystancja otworu [81], która, jak wykazały badania doświadczalne [37, 144, 178, 187] jest w przybliżeniu wprost proporcjonalna do amplitudy prędkości w otworze. Wzrostowi rezystancji strat w zakresie dużych amplitudach fali padającej towarzyszy spadek reaktacji otworu wynikający ze zmniejszenia masy współdrżającej ośrodka, czego konsekwencją jest wzrost częstotliwości rezonansowej układu [190].

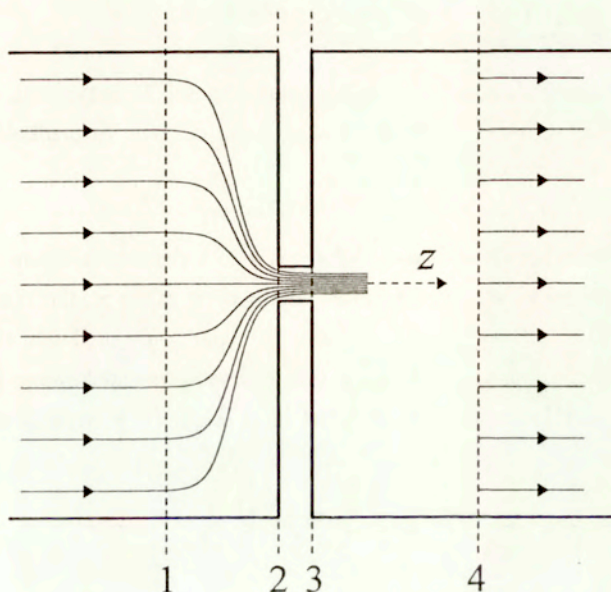
Badania doświadczalne, w których stosowano wizualizację smugową, wykazały, że obszary o silnej wirowości ośrodka mogą przybierać różny kształt w zależności od częstotliwości i amplitudy oscylacji akustycznych w otworze, a także stosunku grubości otworu do jego średnicy [81]. Przy ustalonej częstotliwości i geometrii otworu oraz małych amplitudach oscylacji, obszary o dużej wirowości zlokalizowane są po obu stronach otworu i mają kształt zbliżony do wirów kołowych. Położenie tych wirów nie zmienia się w czasie. Przy wzroście amplitudy oscylacji obserwuje się stopniowy zanik wirów w bezpośrednim sąsiedztwie otworu, czemu towarzyszy znaczne zwiększenie przepływu ośrodka przez otwór. Przepływ ten, przy dalszym wzroście amplitudy przybiera postać odseparowanego strumienia o symetrii osiowej [28, 170]. Na jego granicy, bezpośrednio przy krawędziach otworu powstaje cienka warstwa ścinania, która następnie zawija się na zewnątrz i przekształca w wir kołowy



[169]. Wir ten momentalnie odrywa się od krawędzi i zostaje uniesiony przez przepływ. Prędkość unoszenia wiru jest wprost proporcjonalna do amplitudy prędkości w otworze (wg [28] stosunek prędkości unoszenia wirów do amplitudy prędkości wynosi ok. 0.62). Ponieważ kierunek prędkości w otworze zmienia się cyklicznie w czasie, więc formowanie strumienia i generacja wirów zachodzi po obu stronach otworu. Przy oddalaniu się wirów od otworu następuje szybka zmiana ich struktury z laminarnej na turbulentną, co w konsekwencji prowadzi najpierw do rozmycia a następnie zaniku wirów. Podczas rozpadu wirów następuje zamiana ich energii kinetycznej na ciepło, a więc energia akustyczna przekazana wirom w fazie ich formowania przy krawędzi otworu zostaje bezpowrotnie stracona.

### 2.2.1. Moc akustyczna przyjęta przez zaburzenia wirowe

Badania odpowiedzi rezonatora komorowego przy dużych amplitudach fali padającej przeprowadzono w układzie, którego schemat przedstawia rys. 2.15. Komorę rezonatora tworzy odcinek falowodu kołowego o długości  $d$ , oddzielony od pozostałej części falowodu sztywną przegrodą z osiowo-symetrycznie położonym otworem, którego promień  $b$  ma wielkość porównywalną z grubością  $d_0$  przegrody. Zakłada się, że długość fali akustycznej jest dużo większa od średnicy  $2a$  falowodu, zatem w pewnej odległości od przegrody ruch ośrodka w falowodzie można traktować jako jednowymiarowy (płaski). W przekroju 1 ograniczającym obszar pola bliskiego z lewej strony ciśnienie wypadkowe określa więc suma ciśnień trzech fal płaskich: fali padającej, odbitej od przegrody i wypromieniowanej przez rezonator. W przekroju 4, który stanowi ograniczenie tego obszaru z prawej strony ciśnienie jest wypadkową wielokrotnych odbić fali akustycznej od przegrody i dolnej ściany rezonatora. Dużo bardziej złożony ruch ośrodka obserwuje się natomiast pomiędzy przekrojami 1 i 4, gdzie oprócz efektów typowych dla pola bliskiego przy małych amplitudach (zagięcie linii prądu, współdrżanie ośrodka) występuje w pierwszym półokresie drgań silny przepływ ośrodka do wnętrza komory (rys. 2.15) a następnie, w drugim półokresie, jego wypływ na zewnątrz rezonatora. Przepływ ten ma w przybliżeniu postać strumienia kołowego, którego przekrój bezpośrednio za krawędzią napływową nieznacznie zmniejsza się na skutek efektu kontrakcji. Na granicy strumienia tuż przy krawędzi spływowej następuje silne mieszanie ośrodka ruchomego z ośrodkiem pozostającym w spoczynku, co prowadzi do uformowania wiru kołowego.



Rys. 2.15. Rozkład linii prądu w pobliżu otworu rezonatora dla dużych amplitud fali padającej. Oś z cylindrycznego układu współrzędnych leży na prostej przechodzącej przez środek otworu.

### 2.2.1.1. Ogólna zależność na moc pola wirowego

Wiry powstające przy krawędzi otworu przy znacznych amplitudach fali padającej są wynikiem działania sił tarcia wewnętrznych. Jednak w opisie matematycznym analizowanego zjawiska wpływ lepkości można zaniedbać, ponieważ siły tarcia dominują na siłami bezwładności jedynie w warstwie przyściennej, której grubość  $\delta_a$  jest pomijalnie mała w stosunku do wymiarów otworu. Jeżeli założymy ponadto, że ciśnienie jest tylko funkcją gęstości (ośrodek izentropowy), to równanie ruchu w ośrodku przyjmie postać [133]

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} + \text{grad} \int \frac{dP}{\rho} = 0, \quad (2.73)$$

gdzie  $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$  to wektor prędkości. Dodatkowo w ośrodku musi być spełnione równanie ciągłości



$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{U} \operatorname{grad}(\rho) + \rho \operatorname{div} \mathbf{U} = 0, \quad (2.74)$$

w którym  $\rho = \rho_0 + \rho'$ , gdzie  $\rho'$  określa zmiany gęstości. W przypadku, gdy rotacja prędkości  $\Omega$  jest w jakimś obszarze ośrodka różna od zera, to prędkość  $\mathbf{U}$  można rozłożyć na dwie składowe

$$\mathbf{U} = \mathbf{u} + \mathbf{v}, \quad (2.75)$$

gdzie  $\mathbf{u}$  to wektor bezwiryowy,  $\mathbf{u} = \operatorname{grad} \psi$ , zaś  $\mathbf{v}$  to wektor solenoidalny,  $\mathbf{v} = \operatorname{rot} \Psi$ , gdzie  $\Psi$  to potencjał wektorowy. Ponieważ  $\operatorname{div} \mathbf{U} = \operatorname{div} \mathbf{u}$ , zatem prędkości  $\mathbf{u}$  i  $\mathbf{v}$  opisują odpowiednio ruch ściśliwy i nieściśliwy ośrodka. Składowa  $\mathbf{u}$  prędkości określa więc pole akustyczne, natomiast składowa  $\mathbf{v}$  pole bezźródłowe indukowane przez wiry, ponieważ  $\Omega = \operatorname{rot} \mathbf{U} = \operatorname{rot} \mathbf{v}$ . Prędkość  $\mathbf{v}$  jest sumą składowej  $\mathbf{v}_1$  wynikającej z prawa Biota-Savarta

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \int_V \frac{\Omega(\mathbf{y}, t) d^3 \mathbf{y}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \quad (2.76)$$

oraz składowej  $\mathbf{v}_2$  indukowanej przez odbicia lustrzane wirów względem powierzchni sztywnych ograniczających obszar  $V$ , ponieważ składowa normalna prędkości  $\mathbf{v}$  musi znikać na tych powierzchniach. Po wykorzystaniu w rów. (2.73) zależności wektorowej

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \frac{1}{2} \operatorname{grad} U^2 - \mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{U} \quad (2.77)$$

i prostych przekształceniach uzyskuje się

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \operatorname{grad} \left( \int \frac{dP}{\rho} + \frac{1}{2} U^2 + \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) - \mathbf{U} \times \Omega = 0. \quad (2.78)$$

Po pomnożeniu zależności (2.78) skalarnie przez wektor  $\rho_0 \mathbf{v}$  i zastosowaniu tożsamości

$$\operatorname{div}(\mathbf{F} \mathbf{a}) = F \operatorname{div} \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \operatorname{grad}(F), \quad (2.79)$$

gdzie  $\mathbf{a}$  i  $L$  to dowolny wektor i dowolna funkcja skalarna, oraz wykorzystaniu własności pola bezźródłowego  $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$  otrzymuje się

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho_0 v^2 \right) + \rho_0 \operatorname{div} \left[ \mathbf{v} \left( \int \frac{dP}{\rho} + \frac{1}{2} U^2 + \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) \right] - \rho_0 (\Omega \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (2.80)$$

Jeżeli teraz rów. (2.80) scałkujemy po dowolnej objętości  $V$ , to na mocy twierdzenia Gaussa–Ostrogradzkiego uzyskamy

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \frac{1}{2} \rho_0 \mathbf{v}^2 \right) dV + \rho_0 \int_S \left[ \int \frac{dP}{\rho} + \frac{1}{2} U^2 + \frac{\partial \psi}{\partial t} \right] \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s ds - \int_V \rho_0 (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{u} dV = 0, \quad (2.81)$$

gdzie  $S$  to powierzchnia ograniczająca obszar  $V$ , natomiast  $\mathbf{n}_s$  to wektor jednostkowy prostopadły do  $S$  skierowany na zewnątrz obszaru  $V$ . W zależności (2.81), która przedstawia równanie mocy, pierwszy wyraz po lewej stronie określa moc kinetyczną  $\mathcal{P}_w(t)$  pola prędkości  $\mathbf{v}$ . Jest to zatem ta część mocy akustycznej, która została przejęta przez pole wirowe. W analizowanym przypadku obszar  $V$ , w którym rotacja  $\boldsymbol{\Omega}$  jest niezerowa można ograniczyć do bezpośredniego otoczenia otworu rezonatora (rys. 2.15), ponieważ wiry odrywające się od krawędzi otworu są natychmiast rozpraszane a ich energia zamieniana na ciepło. Można więc przyjąć, że w przekrojach 1 i 4 na rys. 2.15 zachodzi  $\mathbf{v} \approx 0$ , a ponieważ na ścianach falowodu składowa normalna prędkości zanika ( $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_s = 0$ ), więc całkę powierzchniową w (2.81) można pominąć, co daje ostatecznie

$$\mathcal{P}_w(t) = \int_V \rho_0 (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{u} dV. \quad (2.82)$$

Równanie (2.82) przedstawia ogólną zależność na moc pola wirowego. Zależność tą do przybliżonego obliczenia strat mocy akustycznej przy przepływie ośrodka przez otwór po raz pierwszy wykorzystał Howe [72]. Praktyczne stosowanie wzoru (2.82) jest jednak znacznie ograniczone, ponieważ umożliwia określenie mocy  $\mathcal{P}_w$  tylko w przypadku bardzo prostych układów geometrycznych, jak np. wylot rurociągu kołowego w przestrzeni nieograniczonej [73, 74], gdzie można zaniedbać pozorne pole wirowe indukowane na powierzchniach sztywnych oraz możliwe jest stosunkowo proste wyznaczenie prędkości  $\mathbf{v}$  i jej rotacji  $\boldsymbol{\Omega}$ . Dla analizowanego układu, gdzie wpływ powierzchni sztywnych jest nie do pominięcia, można oszacować jedynie rząd wielkości mocy  $\mathcal{P}_w$ . Bezpośrednio przy krawędzi otworu wir kołowy ma strukturę laminarną, a więc rotacja  $\boldsymbol{\Omega}$  ma dużą wartość jedynie w wąskim rdzeniu wiru. Można zatem przyjąć, że prędkość  $\mathbf{v}$  występująca w rów. (2.82) to w przybliżeniu prędkość unoszenia wiru. Prędkość ta, jak wynika z badań doświadczalnych, jest wprost proporcjonalna do amplitudy prędkości akustycznej w otworze. Ponieważ  $\boldsymbol{\Omega} = \text{rot } \mathbf{v}$ , więc na podstawie (2.82) uzyskuje się



$$\overline{\mathcal{P}_w} = \frac{1}{T} \int_0^T \mathcal{P}_w(t) dt = \chi U_0^3, \quad (2.83)$$

gdzie  $\overline{\mathcal{P}_w}$  to średnia wartość mocy w okresie drgań  $T$ ,  $U_0$  to amplituda prędkości akustycznej w otworze oraz  $\chi$  to nieznaną współczynnik proporcjonalności.

W innych pracach teoretycznych dotyczących pochłaniania energii akustycznej pomija się prędkość  $\mathbf{v}$  indukowaną przez wiry np. [5, 197], natomiast do opisu ruchu ośrodka wykorzystuje się równanie Bernoulliego np. [27–29, 38, 186]. Opierający się na podobnych założeniach model teoretyczny przedstawił autor niniejszej pracy w publikacjach [109, 110]. Rozważania teoretyczne zaprezentowane w następnym podrozdziale stanowią uogólnienie poprzedniego modelu autora. Tak jak w [109] dotyczyć one będą przypadku małych częstotliwości dźwięku, dla których ośrodki w bezpośrednim otoczeniu przegrody można traktować jako nieściśliwy.

### 2.2.1.2. Przypadek niskoczęstotliwościowy

Analizę teoretyczną badanego zjawiska można znacznie uprościć, gdy fala dźwiękowa padająca na rezonator ma małą częstotliwość. Założenie takie umożliwia bowiem pominięcie pewnych wyrazów w równaniach ruchu i ciągłości. Jeżeli przez  $U_m$  i  $L_m$  oznaczymy odpowiednio amplitudę prędkości  $U$  i największą odległość w obszarze  $V$ , to rząd wielkości poszczególnych wyrazów w równaniu ruchu (2.73) można określić z zależności

$$\rho_0 \frac{U_m^2}{L_m} (St + 1) + \frac{p}{L_m} = 0, \quad (2.84)$$

gdzie  $St = fL_m/U_m$  to liczba Strouhala,  $f$  oznacza częstotliwość dźwięku, zaś  $p$  określa zmianę ciśnienia. Odpowiednikiem wzoru (2.84) dla równania ciągłości (2.74) będzie natomiast zależność

$$\rho_0 \frac{U_m}{L_m} \left( St \frac{\rho'}{\rho_0} + \frac{\rho'}{\rho_0} + 1 \right) = 0. \quad (2.85)$$

Występujący w (2.85) stosunek  $\rho'/\rho_0$  określający względną zmianę gęstości w ośrodku można wyznaczyć ze wzoru [133]

$$\rho'/\rho_0 = \kappa p, \quad (2.86)$$

gdzie  $\kappa = 7 \cdot 10^{-6} \text{ ms}^2/\text{kg}$  to współczynnik ściśliwości adiabatycznej. Jak wynika z (2.86), nawet przy znacznych zmianach ciśnienia w ośrodku stosunek  $\rho'/\rho_0$  ma wartość dużo mniejszą od jedności (przykładowo, dla dźwięku o poziomie 130 dB wartość  $\rho'/\rho_0$  wynosi  $4.4 \cdot 10^{-4}$ ). Ponieważ dla dużych amplitud  $U_m$  i małych częstotliwości zachodzi  $St\rho'/\rho_0 \ll 1$ , więc w równaniu ciągłości można pominąć dwa pierwsze wyrazy po prawej stronie, a ruch ośrodka w obszarze  $V$  traktować jako w przybliżeniu nieściśliwy. Wyznaczony na podstawie rów. (2.74) warunek ciągłości masy przyjmie zatem postać

$$\int_S \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_s ds = 0. \quad (2.87)$$

Założenie o nieściśliwości ośrodka jest również słuszne dla małych amplitud  $U_m$ , ponieważ dla liczby Strouhala  $St \gg 1$  pierwszy wyraz w nawiasie po prawej stronie rów. (2.85) jest, jak wynika z (2.84), rzędu  $(L_m/\lambda)^2$ , gdzie  $\lambda$  to długość fali akustycznej. Dla obszaru  $V$  leżącego w bezpośrednim sąsiedztwie przegrody maksymalna odległość  $L_m$  odpowiada średnicy  $2a$  falowodu, a  $\lambda \gg 2a$  dla częstotliwości fali padającej dużo mniejszej od częstotliwości drgań poprzecznych w falowodzie. Natomiast dla bardzo dużych wartości  $U_m$  można przyjąć  $St \ll 1$ , co pozwala traktować ruch w obszarze  $V$  nie tylko jako nieściśliwy, ale także jako quasi-stacjonarny.

Dla ośrodka nieściśliwego równanie ruchu (2.73) można przedstawić w postaci

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \rho_0 (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} + \text{grad}(P) = 0. \quad (2.88)$$

Ciśnienie  $P$  we wzorze (2.88) to ciśnienie całkowite, więc  $P = p_0 + p$ , gdzie  $p_0$  to ciśnienie statyczne. Po pomnożeniu (2.88) skalarnie przez wektor  $\mathbf{U}$  i wykorzystaniu wzorów (2.77), (2.79) oraz tożsamości  $\mathbf{U} \cdot (\mathbf{U} \times \text{rot} \mathbf{U}) \equiv 0$ , uzyskuje się po scałkowaniu po objętości  $V$  następującą zależność

$$\mathcal{G}_c(t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \frac{1}{2} \rho_0 \mathbf{U}^2 \right) dv = - \int_S P \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_s ds - \frac{1}{2} \rho_0 \int_S \mathbf{U}^2 \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_s ds, \quad (2.89)$$

gdzie  $\mathcal{G}_c(t)$  to całkowita moc kinetyczna w obszarze  $V$ . Powierzchniami ograniczającymi objętość  $V$  są przekroje 1 i 4, gdzie zachodzi  $\mathbf{v} \approx 0$ , natomiast prędkość  $\mathbf{u}$  i ciśnienie akustyczne  $p$  mają rozkład równomierny oraz wartości  $u_1$ ,  $p_1$  i  $u_4$ ,  $p_4$  odpowiednio w przekroju 1 i 4. Ponieważ z (2.87) wynika, że



$$S_1 u_1 = S_1 u_4 = S_0 u_0, \quad (2.90)$$

gdzie  $u_0$  to średnia prędkość ośrodka w otworze rezonatora oraz  $S_1 = \pi a^2$  i  $S_0 = \pi b^2$  to odpowiednio pole przekroju falowodu i powierzchnia otworu, to dla prędkości  $u_0$  zmieniającej się okresowo w czasie rów. (2.89) można zapisać w postaci

$$\mathcal{P}_c(t) = S_1(p_1 - p_4) \mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{n}_z = S_0(p_1 - p_4) u_0(t), \quad (2.91)$$

gdzie  $\mathbf{n}_z$  to wektor jednostkowy o kierunku osi  $z$  oraz  $|\mathbf{u}_1| = u_1$ . Wartość mocy  $\mathcal{P}_c$  zależy więc wprost proporcjonalnie od amplitudy prędkości  $u_0$  w otworze oraz różnicy ciśnień akustycznych pomiędzy przekrojami 1 i 4.

Przeanalizujmy w pierwszej kolejności sytuację, gdy przepływ ośrodka jest skierowany do wnętrza rezonatora. Rozkład linii prądu w polu bliskim ma więc w przybliżeniu taką postać jak na rys. 2.15. W obszarze pomiędzy przekrojami 1 i 3 ruch ośrodka jest bezwirowy, zatem w obszarze tym związek pomiędzy ciśnieniem  $P$ , prędkością akustyczną  $\mathbf{u}$  i potencjałem akustycznym  $\psi$  wzdłuż danej linii prądu określa równanie Bernoulliego

$$\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\rho_0 \mathbf{u}^2}{2} + P = \text{const.} \quad (2.92)$$

uzyskane po odpowiednim przekształceniu równania ruchu (2.73). Wewnątrz otworu rezonatora rozkład linii prądu jest inny niż w przypadku małych amplitud prędkości, ponieważ, jak wykazały badania doświadczalne [28], występuje tam zjawisko kontrakcji strumienia, jak w przypadku przepływu trwałego przez otwór kołowy. Największe zwężenie strumienia zachodzi dla otworów o ostrych krawędziach, gdzie stosunek pola przekroju strumienia do powierzchni otworu ma wartość zbliżoną do 0.61 [4]. W przypadku, gdy przepływ ośrodka jest skierowany do wnętrza rezonatora,  $u_0$  oznacza średnią prędkość na powierzchni otworu w przekroju 2

$$u_0 = \frac{1}{S_0} \int_0^{2\pi} \int_0^b \mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{n}_z r dr d\phi, \quad (2.93)$$

jeżeli zatem  $u_3$  to prędkość strumienia w przekroju 3, to na podstawie rów. (2.87) uzyskuje się

$$u_3 = u_0 / C_c, \quad (2.94)$$

gdzie  $C_c = 0.61$  to współczynnik kontrakcji. Ponieważ w przekrojach 1 i 3 linie prądu są równoległe, więc na podstawie rów. (2.92) otrzymuje się

$$P_1 + P_0 - P_3 = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\psi_1 - \psi_3) + \frac{\rho_0 u_0^2}{2} \left( \frac{1}{C_c^2} - \frac{S_0^2}{S_1^2} \right). \quad (2.95)$$

Różnica potencjałów  $\psi_1 - \psi_3$  ma taką samą wartość niezależnie od drogi całkowania, zatem rów. (2.95) można przedstawić w postaci

$$P_1 + P_0 - P_3 = \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial t} \int_1^3 F(z) dz + \frac{\rho_0 u_0^2}{2} \left( \frac{1}{C_c^2} - \frac{S_0^2}{S_1^2} \right), \quad (2.96)$$

gdzie  $F(z) = u_z(z, t)/u_0(t)$  oraz  $u_z(z, t)$  to prędkość wzdłuż linii prądu leżącej na osi  $z$  układu współrzędnych. Ponieważ pomiędzy przekrojami 1 i 2 występuje w przybliżeniu taki sam rozkład linii prądu jak w przypadku małych amplitud fali padającej, więc występującą w (2.96) całkę można zapisać w postaci

$$\int_1^3 F(z) dz = w_k d + \int_1^2 F(z) dz \approx w_k d + \Delta d_z, \quad (2.97)$$

gdzie  $w_k$  to współczynnik korekcy grubości otworu,  $1 < w_k < 1/C_c$ , oraz  $\Delta d_z$  to zewnętrzna poprawka wlotu.

Wewnątrz komory rezonatora, w obszarze  $V'$  leżącym pomiędzy przekrojami 3 i 4, zachodzi proces formowania i rozpraszania wirów. W obszarze tym ruch ośrodka określa prędkość  $\mathbf{U}$  będąca superpozycją prędkości akustycznej  $\mathbf{u}$  i prędkości  $\mathbf{v}$  indukowanej przez wiry. W przekroju 3 ograniczającym obszar  $V'$  z lewej strony spełniony jest w płaszczyźnie otworu warunek ciągłości prędkości  $u_3 = U_3$ , zaś na powierzchni przegrody ciśnienie ma w przybliżeniu taką samą wartość  $P_3$  jak w strumieniu. W przekroju 4, gdzie  $\mathbf{v} \approx 0$ , prędkość akustyczna ma kierunek osi  $z$  układu współrzędnych i jednakową wartość  $u_4$  w każdym punkcie przekroju. Ponieważ w obszarze  $V'$  zachodzi  $\text{div } \mathbf{U} = 0$ , więc wykorzystując związek

$$\int_{V'} [(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} + \mathbf{U}(\text{div } \mathbf{U})] dV = \int_{S'} \mathbf{U}(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_s) ds \quad (2.98)$$



można rów. (2.73) przekształcić do następującej postaci całkowej

$$\rho_0 \int_{V'} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} dv + \int_{S'} [\rho_0 \mathbf{U}(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_s) + P \mathbf{n}_s] ds = 0, \quad (2.99)$$

gdzie  $S'$  to powierzchnia ograniczająca obszar  $V'$ . Ponieważ ciśnienie ma rozkład symetryczny względem osi  $z$  układu współrzędnych, a na powierzchniach sztywnych spełniony jest warunek zerowania składowej normalnej prędkości ( $\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_s = 0$ ), więc ze wzoru (2.99) otrzymuje się

$$P_3 - P_4 - P_0 = \frac{\rho_0}{S_1} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V'} (\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_z) dv + \rho_0 u_0^2 \left( \frac{S_0^2}{S_1^2} - \frac{S_0}{S_1 C_c} \right). \quad (2.100)$$

Występującą we wzorze (2.100) całkę można przedstawić w postaci

$$\int_{V'} (\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_z) dv = \int_3^4 \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^a (\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_z) r dr d\phi \right] dz, \quad (2.101)$$

a ponieważ całka z prędkości normalnej po powierzchni przekroju falowodu (wyrażenie w nawiasie kwadratowym) ma na mocy (2.87) taką samą wartość  $S_0 u_0$  dla każdego z pomiędzy przekrojami 3 i 4, więc

$$\int_{V'} (\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}_z) dv = S_0 u_0 \int_3^4 dz = S_0 u_0 \Delta l, \quad (2.102)$$

gdzie  $\Delta l$  to odległość pomiędzy przekrojami 3 i 4. Wykorzystując rów. (2.96) i (2.100) można wyznaczyć różnicę pomiędzy ciśnieniami akustycznymi  $p_1$  i  $p_4$  w pierwszej połowie okresu drgań

$$p_1 - p_4 = \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial t} (w_k d_0 + \Delta d_z + S_0 \Delta l / S_1) + \frac{\rho_0 u_0^2}{2} \left( \frac{1}{C_c} - \frac{S_0}{S_1} \right)^2, \quad (2.103)$$

Analogiczne jak powyżej rozważania można przeprowadzić dla przypadku, gdy w następnej połowie okresu przepływ ośrodka skierowany jest do wnętrza falowodu. W ten sposób uzyskuje się

$$P_1 - P_4 = \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial t} (w_k d_0 + \Delta d_w + S_0 \Delta l / S_1) - \frac{\rho_0 u_0^2}{2} \left( \frac{1}{C_c} - \frac{S_0}{S_1} \right)^2, \quad (2.104)$$

gdzie  $\Delta d_w$  to wewnętrzna poprawka wlotu. Na wartość  $\Delta d_w$ , jak wykazano w części 2.2.2, ma wpływ stosunek pomiędzy długością  $d$  komory rezonatora a promieniem  $a$  falowodu [rów. (2.129)]. Jeżeli jednak  $d/a \geq 0.5$ , to można przyjąć  $\Delta d_w \approx \Delta d_z = 0.5 \Delta d_c$ , gdzie  $\Delta d_c$  to całkowita poprawka wlotu, a rów. (2.103) i (2.104) zapisać w postaci

$$P_1 - P_4 = \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial t} (d_0 + \Delta d_{cn}) \pm \frac{\rho_0 u_0^2}{2} \left( \frac{1}{C_c} - \frac{S_0}{S_1} \right)^2, \quad (2.105)$$

gdzie znak + obowiązuje dla przepływu ośrodka do wnętrza komory, natomiast znak -, gdy kierunek przepływu jest przeciwny, oraz  $\Delta d_{cn} = (w_k - 1)d_0 + 0.5\Delta d_c + S_0\Delta l/S_1$  to całkowita poprawka wlotu dla dużych amplitud fali padającej. Po podstawieniu rów. (2.105) do wzoru (2.91) otrzymuje się zatem

$$\mathcal{P}_c(t) = \frac{1}{2} \rho_0 S_0 (d_0 + \Delta d_{cn}) \frac{\partial u_0^2}{\partial t} \pm \frac{1}{2} \rho_0 S_0 u_0^3 \left( \frac{1}{C_c} - \frac{S_0}{S_1} \right)^2. \quad (2.106)$$

W rów. (2.106) pierwszy składnik po prawej stronie reprezentuje moc związaną z drganiami masy ośrodka wewnątrz otworu i w jego bezpośrednim otoczeniu. Można wykazać, że drugi składnik proporcjonalny do trzeciej potęgi z prędkości  $u_0$  określa moc akustyczną przejętą przez pole wirowe. Do tego celu wykorzystamy zależność na  $\mathcal{P}_c(t)$  w ogólnej postaci

$$\mathcal{P}_c(t) = \frac{1}{2} \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_V \mathbf{u}^2 dv + \int_V 2(\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}) dv + \int_V \mathbf{v}^2 dv \right]. \quad (2.107)$$

Pierwsza całka w rów. (2.107) reprezentuje moc kinetyczną pola prędkości  $\mathbf{u}$ . Ponieważ w obszarze  $V$  zachodzi:  $\mathbf{u} = \text{grad } \psi$  oraz  $\text{div } \mathbf{u} = 0$ , więc całkę tą na mocy (2.79) i (2.87) można zapisać w postaci

$$\mathcal{P}_a(t) = \frac{1}{2} \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{u}^2 dv = \frac{1}{2} \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_S \psi (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_s) ds = \frac{1}{2} \rho_0 \frac{\partial u_0^2}{\partial t} \int_1^4 \mathbf{F}(w) \cdot \mathbf{n}_w dw, \quad (2.108)$$

gdzie  $\mathbf{n}_w$  to wektor jednostkowy styczny do krzywej całkowania  $W$  leżącej pomiędzy przekrojami 1 i 4 oraz  $\mathbf{F}(w) = \mathbf{u}(w, t)/u_0(t)$ . Pierwszy składnik po prawej stronie



(2.106) określa zatem moc akustyczną  $\mathcal{P}_a(t)$ . W podobny sposób można przekształcić drugą całkę w rów. (2.107)

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_V (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) dV = \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_S \psi (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_S) dS, \quad (2.109)$$

a ponieważ w przekrojach 1 i 4 zachodzi  $\mathbf{v} \approx 0$ , więc całka ta jest równa zero. Oznacza to, że drugi składnik we wzorze (2.106) to moc kinetyczna  $\mathcal{P}_w(t)$  pola wirowego.

Aby wyznaczyć wartość średnią mocy  $\mathcal{P}_w$  w okresie drgań należy określić postać funkcji  $u_0(t)$ . Dla dużych amplitud prędkości  $u_0$ , jak wynika z rów. (2.105), różnica ciśnień  $\Delta p$  pomiędzy przekrojami 1 i 4 jest w przybliżeniu wprost proporcjonalna do  $u_0^2$ . Jeżeli więc zależność  $\Delta p$  od  $t$  jest harmoniczna

$$\Delta p = p_1 - p_4 \approx \pm \frac{\rho_0 u_0^2}{2} \left( \frac{1}{C_c} - \frac{S_0}{S_1} \right)^2 = P_m \cos(\omega t), \quad (2.110)$$

to zmiany prędkości  $u_0$  w czasie można opisać za pomocą zależności

$$u_0(t) \approx \pm U_0 |\cos(\omega t)|^{1/2}, \quad (2.111)$$

gdzie znak + występuje dla  $\cos(\omega t) \geq 0$ , natomiast znak -, gdy  $\cos(\omega t) < 0$ . Po podstawieniu (2.111) do wzoru (2.106) uzyskuje się zatem

$$\overline{\mathcal{P}_c} = \overline{\mathcal{P}_w} = \frac{\rho_0 S_0 \Gamma\left(\frac{1}{4}\right) U_0^3}{3(2\pi)^{3/2}} \left( \frac{1}{C_c} - \frac{S_0}{S_1} \right)^2, \quad (2.112)$$

gdzie  $\Gamma(\cdot)$  to funkcja gamma Eulera. Straty mocy akustycznej są więc wprost proporcjonalne do  $U_0^3$ . Wzór (2.112) ma zatem postać analogiczną do rów. (2.83), które uzyskano oszacowując rząd wielkości  $\overline{\mathcal{P}_w}$  na podstawie ogólnej zależności na moc pola wirowego.

### 2.2.2. Impedancja rezonatora

Spadek ciśnienia  $\Delta p$  wynikający z pochłaniania energii akustycznej przez zaburzenia wirowe można uwzględnić w modelu impedancyjnym rezonatora wprowadzając nieliniową rezystancję strat  $R_n$ . Ze wzoru (2.111) wynika, że dla ciśnienia  $\Delta p$  zależnego harmonicznie od  $t$ , funkcja określająca prędkość  $u_0$  nie jest harmoniczna, ale

zmienia się okresowo w czasie, tak więc można ją rozwinąć w szereg Fouriera. Ponieważ rozwinięcie to jest postaci [83]

$$u_0(t) = U_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[ \Gamma\left(\frac{7}{4} + n\right) \Gamma\left(\frac{3}{4} - n\right) \right]^{-1} \cos[(2n+1)\omega t] = \quad (2.113)$$

$$= U_0 [1.11 \cos(\omega t) - 0.159 \cos(3\omega t) + 0.072 \cos(5\omega t) + \dots].$$

więc przy aproksymacji funkcji  $u_0(t)$  można pominąć wszystkie składowe harmoniczne i ograniczyć się tylko do pierwszego wyrazu szeregu w rów. (2.113)

$$u_0(t) \approx 1.11 U_0 \cos(\omega t) = U_0^{(1)} \cos(\omega t), \quad (2.114)$$

a rezystancję nieliniową  $R_n$  wyznaczyć dla składowej podstawowej

$$R_n = \frac{\Delta p}{\pi b^2 U_0^{(1)} \cos(\omega t)}, \quad (2.115)$$

Po wykorzystaniu w rów. (2.115) zależności (2.110) i (2.114) uzyskuje się zatem

$$R_n = \frac{\rho_0 U_0^{(1)}}{2.46 \pi b^2} \left( \frac{1}{C_c} - \frac{S_0}{S_1} \right)^2. \quad (2.116)$$

Przy założeniu, że pozostałe wielkości występujące w modelu impedancyjnym rezonatora mają takie wartości, jak w przypadku liniowym, czyli dla małej amplitudy fali padającej, warunek równowagi sił po obu stronach otworu rezonatora można zapisać w postaci

$$\frac{F_I - F_{II}}{\pi b^2} = \rho_0 d_0 \frac{\partial u_0^{(1)}}{\partial t} + \pi b^2 u_0^{(1)} R_n, \quad (2.117)$$

gdzie  $u_0^{(1)}(t) = U_0^{(1)} \exp(-j\omega t)$ . Jeżeli początek cylindrycznego układu współrzędnych  $(r, \phi, z)$  leży w środku otworu rezonatora, a przekrój  $z = 0$  odpowiada lewej stronie przegrody, to siły  $F_I$  i  $F_{II}$  są równe

$$F_I = \int_0^{2\pi} \int_0^b p_I(z=0) r dr d\phi, \quad F_{II} = \int_0^{2\pi} \int_0^b p_{II}(z=d_0) r dr d\phi, \quad (2.118)$$

gdzie  $p_I$  i  $p_{II}$  to odpowiednio ciśnienie wewnątrz falowodu oraz komory rezonatora. Ciśnienie  $p_I$ , zgodnie ze wzorem Greena, można wyznaczyć z zależności



$$p_I = p_w(z, t) - \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{2\pi} \int_0^b u_0^{(1)} G_I(\mathbf{r}_0 | \mathbf{r})|_{z_0=0} r_0 dr_0 d\phi_0, \quad (2.119)$$

gdzie  $G_I$  to funkcja Greena dla obszaru wewnątrz falowodu oraz  $\mathbf{r}_0 = (r_0, \phi_0, z_0)$  i  $\mathbf{r} = (r, \phi, z)$  to odpowiednio wektory położenia punktu źródłowego i punktu obserwacji. Ciśnienie  $p_w(z, t)$  we wzorze (2.119) to wypadkowe ciśnienie fal płaskich: padającej i odbitej od przegrody

$$p_w(z, t) = P_i \exp[j(kz - \omega t)] + P_i \exp[-j(kz + \omega t)], \quad (2.120)$$

gdzie  $P_i$  to amplituda fali padającej,  $k_0 = \omega_0/c_0$  to liczba falowa oraz  $\phi$  to dowolna faza. Całka w rów. (2.119) opisuje promieniowanie źródła położonego w płaszczyźnie otworu rezonatora. Wyrażenie uzyskane po obliczeniu tej całki zawiera składnik pola dalekiego (fala płaska promieniowana przez rezonator) oraz składowe określające rozkład ciśnienia akustycznego w polu bliskim. Występująca w rów. (2.119) funkcja Greena  $G_I$  musi spełniać warunki zerowania się prędkości na ścianach falowodu oraz na powierzchni przegrody

$$\frac{\partial G_I}{\partial r}(r = a) = \frac{\partial G_I}{\partial z_0}(z_0 = 0) = 0, \quad (2.121)$$

zatem dla źródła promieniującego w kierunku ujemnych wartości współrzędnej  $z$  funkcja  $G_I$  jest postaci [132]

$$G_I = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} g_{mn} \cos(k_{mn} z_0) \exp(-jk_{mn} z), \quad (2.122)$$

gdzie

$$g_{mn} = \frac{j}{\pi a^2} \varepsilon_m \cos[m(\phi - \phi_0)] \frac{J_m(\gamma_{mn} r/a) J_m(\gamma_{mn} r_0/a)}{k_{mn} [1 - (m/\gamma_{mn})^2] J_m^2(\gamma_{mn})} \quad (2.123)$$

oraz  $\varepsilon_m$  to stała Neumanna,  $k_{mn}^2 = k^2 - (\gamma_{mn}/a)^2$  oraz  $\gamma_{mn}$  to  $n$ -ty pierwiastek równania  $\partial J_m(\gamma)/\partial \gamma = 0$ , gdzie  $J_m$  to funkcja Bessela  $m$ -tego rzędu. Ciśnienie  $p_{II}$ , zgodnie ze wzorem Greena, można natomiast określić z zależności

$$p_{II} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{2\pi} \int_0^b u_0^{(1)} G_{II}(\mathbf{r}_0 | \mathbf{r})|_{z_0=d_0} r_0 dr_0 d\phi_0, \quad (2.124)$$

gdzie  $G_{II}$  to funkcja Greena dla obszaru wewnątrz komory rezonatora. Ponieważ funkcja ta musi spełniać warunki brzegowe

$$\frac{\partial G_{II}}{\partial r}(r=a) = \frac{\partial G_{II}}{\partial z_0}(z_0=d_0) = \frac{\partial G_{II}}{\partial z}(z=d_0+d) = 0. \quad (2.125)$$

zatem

$$G_{II} = j \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} g_{mn} \cos[k_{mn}(z_0-d_0)] \cdot \{\sin[k_{mn}(z-d_0)] + \cos[k_{mn}(z-d_0)] \operatorname{ctg}(k_{mn}d)\}, \quad (2.126)$$

gdzie  $g_{mn}$  to funkcja ze wzoru (2.123). Po wykorzystaniu w rów. (2.117) zależności (2.118–120), (2.122–124) oraz (2.126) uzyskuje się

$$\frac{P_0}{U_0^{(1)}} = \pi b^2 \left[ R_p + R_n + j \frac{P_0 c_0}{\pi a^2} \operatorname{ctg}(kd) - jk \frac{P_0 c_0}{\pi b^2} (d_0 + \Delta d_z + \Delta d_w) \right], \quad (2.127)$$

gdzie  $P_0 = 2P_i$  to wypadkowa amplituda ciśnienia pobudzającego rezonator,  $R_p = \rho_0 c_0 / (\pi a^2)$  to rezystancja promieniowania oraz  $\Delta d_z$  to zewnętrzna poprawka wlotu

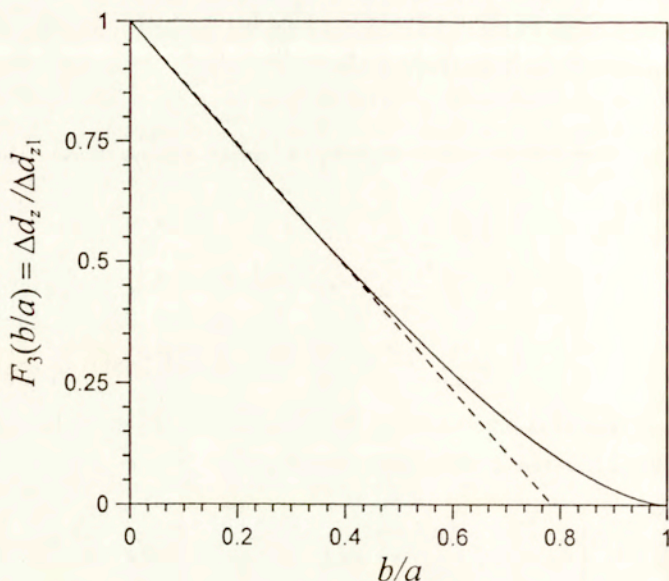
$$\Delta d_z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4a J_1^2(\gamma_{0n} b/a)}{\gamma_{0n}^3 J_0^2(\gamma_{0n})}, \quad (2.128)$$

natomiast  $\Delta d_w$  to wewnętrzna poprawka wlotu

$$\Delta d_w = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4a J_1^2(\gamma_{0n} b/a)}{\gamma_{0n}^3 J_0^2(\gamma_{0n})} \operatorname{ctgh}(\gamma_{0n} d/a). \quad (2.129)$$

Różnica pomiędzy obu powyższymi wzorami to dodatkowy czynnik  $\operatorname{ctgh}(\gamma_{0n} d/a)$  występujący w każdym wyrazie szeregu w rów. (2.129). Ponieważ wielkości  $\gamma_{0n}$  to kolejne pierwiastki równania  $\partial J_0(\gamma)/\partial \gamma = 0$ , więc  $\gamma_{01} = 3.83$ ,  $\gamma_{02} = 7.02$ ,  $\gamma_{03} = 10.17...$  Dla stosunku  $d/a \geq 0.5$  można zatem przyjąć  $\Delta d_w \approx \Delta d_z$ . Wartość  $\Delta d_z$  można wyznaczyć przy zastosowaniu procedury numerycznej. Na rys. 2.16 przedstawiono przebieg funkcji  $F_3(b/a) = \Delta d_z / \Delta d_{z1}$  dla  $b/a$  z przedziału  $0 \leq b/a \leq 1$ , gdzie  $\Delta d_{z1} = 8b/3\pi$  to poprawka wlotu dla źródła kołowego o równomiernym rozkładzie prędkości drgającego w nieskończenie wielkiej odgradzie [rów. (2.38)]. Minimalna wartość  $b/a$





Rys. 2.16. Stosunek  $\Delta d_z$  do poprawki wlotu  $\Delta d_{z1} = 8b/3\pi$  w funkcji  $b/a$ . Linią ciągłą oznaczono wyniki obliczeń z równ. (2.128), natomiast linią przerywaną rezultaty uzyskane ze wzoru przybliżonego (2.130).

odpowiada sytuacji, gdy promień  $a$  falowodu rośnie do nieskończoności. W takim przypadku, jak widać na rys. 2.16, funkcja  $F_3 = 1$ , czyli  $\Delta d_z = \Delta d_{z1}$ . Wraz ze wzrostem  $b/a$  następuje spadek wartości funkcji  $F_3$ . Jest on największy w przedziale  $0 \leq b/a < 0.4$ , gdzie zmiany  $F_3$  w funkcji  $b/a$  można aproksymować za pomocą zależności liniowej

$$F_3(b/a) = 1 - 1.27(b/a). \quad (2.130)$$

Dla maksymalnej wartości  $b/a$  funkcja  $F_3$  jest równa zero, ponieważ dla  $a = b$  w falowodzie brak przegrody.

### 2.2.3. Współczynnik pochłaniania

Wewnątrz falowodu, poza obszarem pola bliskiego, wypadkowe ciśnienie akustyczne  $p_l(z,t)$  określa suma ciśnień trzech fal płaskich: padającej na rezonator, odbitej od przegrody i wypromieniowanej przez otwór rezonatora. Ciśnienie  $p_l(z,t)$  można wyznaczyć ze wzoru (2.119), co po uwzględnieniu (2.120) i (2.127) daje

$$P_I(z, t) = P_I \exp(-j\omega t) = \frac{1}{2} P_0 \left[ \exp(jkz) + \hat{\beta} \exp(-jkz) \right] \exp(-j\omega t). \quad (2.131)$$

Wielkość  $\hat{\beta}$  występująca w rów. (2.131) to zespolony współczynnik odbicia

$$\hat{\beta} = \beta \exp(j\chi) = 1 - \frac{2R_p}{R_p + R_n + jX} = 1 - 2A \exp(-j\varphi), \quad (2.132)$$

gdzie

$$A = \frac{R_p}{\sqrt{(R_p + R_n)^2 + X^2}}, \quad \varphi = \arctg\left(\frac{X}{R_p + R_n}\right), \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.133)$$

oraz  $X$  to reaktancja rezonatora

$$X = \frac{P_0 c_0}{\pi a^2} \left[ \text{ctg}(kd) - ka^2 (d_0 + \Delta d_z + \Delta d_w) / b^2 \right]. \quad (2.134)$$

Na podstawie rów. (2.131) można wyznaczyć moduł amplitudy ciśnienia  $P_I$  w polu dalekim

$$|P_I| = \frac{1}{2} |P_0| \sqrt{1 + \beta^2 + 2\beta \cos(2kz - \chi)}, \quad (2.135)$$

a stąd wyrażenie określające moduł współczynnika odbicia  $\beta$

$$\beta = \frac{|P_I|_{\max} - |P_I|_{\min}}{|P_I|_{\max} + |P_I|_{\min}} = \sqrt{1 + 4A^2 - 4A \cos(\varphi)}. \quad (2.136)$$

Na podstawie wzoru (2.136) można obliczyć energetyczny współczynnik pochłaniania dźwięku przez rezonator

$$\alpha = 1 - \beta^2 = 4A [\cos(\varphi) - A]. \quad (2.137)$$

Przy małych amplitudach fali padającej w wyrażeniach na współczynnik  $A$  i fazę  $\varphi$  można pominąć rezystancję nieliniową  $R_n$ . W takim przypadku na podstawie rów. (2.133) uzyskuje się

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2(\varphi)}} = \cos(\varphi), \quad (2.138)$$

co oznacza, że współczynnik pochłaniania  $\alpha = 0$ . W tym świetle wydają się nieprawidłowe wnioski przedstawione w [32], tłumaczące znaczny wzrost pochłaniania dźwięku przez bezstratny rezonator Helmholtza w pobliżu rezonansu za



pomocą kompensacji fali promieniowanej i fali odbitej od rezonatora. Obserwowane doświadczalnie duże wartości współczynnika  $\alpha$  dla częstotliwości rezonansowej oraz spadek  $\alpha$  przy wzroście ciśnienia fali padającej można jedynie wytłumaczyć nieliniowością pracy układu rezonansowego. Ze wzorów (2.133) i (2.137) wynika bowiem, że współczynnik pochłaniania rezonatora dla częstotliwości rezonansowej

$$\alpha = 4A(1 - A) \quad (2.139)$$

przyjmuje wartość 1, gdy  $A = 0.5$ , a więc wtedy, gdy rezystancja nieliniowa równa jest rezystancji promieniowania rezonatora  $R_p$ . Zachodzi to, jak widać, przy pewnej ściśle określonej amplitudzie prędkości  $U_0^{(1)}$ . Przy większych wartościach  $U_0^{(1)}$  nastąpi zmniejszenie współczynnika pochłaniania  $\alpha$  dla częstotliwości rezonansowej.

W przypadku, gdy w modelu impedancyjnym rezonatora uwzględnimy straty na skutek lepkości ośrodka, we wzorach (2.127), (2.132) i (2.133) należy w miejsce  $R_n$  podstawić całkowitą rezystancję strat

$$R_c = R_n + R_s, \quad (2.140)$$

gdzie  $R_s$  to rezystancja strat dla równomiernego rozkładu prędkości ze wzoru (2.40). Ponieważ z reguły  $R_s \ll R_p$ , więc dla bardziej zbliżonego do rzeczywistości rezonatora stratnego współczynnik pochłaniania  $\alpha$  może również osiągać wartość bliską jedności przy częstotliwości rezonansowej.

## 2.2.4. Badania doświadczalne

### 2.2.4.1. Pomiar współczynnika pochłaniania i impedancji rezonatora

Na podstawie rów. (2.136) i (2.137) oraz wzoru (2.132), w którym w miejsce  $R_n$  wprowadzono rezystancję  $R_c$ , można uzyskać dwa różne wyrażenia na współczynnik pochłaniania  $\alpha$

$$\alpha = \frac{4|P_I|_{\min}|P_I|_{\max}}{[|P_I|_{\min} + |P_I|_{\max}]^2} = \frac{4R_p R_c \cos^2(\varphi)}{(R_p + R_c)^2}, \quad (2.141)$$

gdzie

$$\varphi = \arctg\left(\frac{X}{R_p + R_c}\right), \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}. \quad (2.142)$$

Pierwsza część rów. (2.141) umożliwia wyznaczenie współczynnika  $\alpha$  poprzez pomiar wartości minimalnej i maksymalnej modułu ciśnienia wewnątrz falowodu, natomiast

jego druga część, przy wykorzystaniu zależności (2.142) oraz rów. (2.127) w postaci

$$U_0^{(1)} = \frac{|P_0|}{\pi b^2 \sqrt{(R_p + R_c)^2 + X^2}} \quad (2.143)$$

daje możliwość obliczenia wartości  $\alpha$ . W obliczeniach należy jednak stosować procedurę numeryczną, ponieważ rezystancja  $R_n$  jako jeden ze składników całkowitej rezystancji strat  $R_c$  jest zależna od amplitudy prędkości  $U_0^{(1)}$ .

Na podstawie rów. (2.132) można też uzyskać wyrażenie na impedancję rezonatora stratnego

$$R_c + jX = \frac{R_p(1 + \hat{\beta})}{1 - \hat{\beta}}, \quad \hat{\beta} = \beta \exp(j\chi). \quad (2.144)$$

Jeżeli przez  $z_m$  oznaczymy odległość pierwszego węzła ciśnienia od powierzchni przegrody, to z rów. (2.135) wynika, że

$$\chi = 2kz_m - \pi. \quad (2.145)$$

Stąd, po podstawieniu (2.145) do rów. (2.144) uzyskuje się

$$R_c = \frac{R_p(1 - \beta^2)}{1 + \beta^2 + 2\beta \cos(2\omega z_m / c_0)}, \quad (2.146)$$

$$X = \frac{2R_p\beta \sin(2\omega z_m / c_0)}{1 + \beta^2 + 2\beta \cos(2\omega z_m / c_0)}. \quad (2.147)$$

Wzory (2.146) i (2.147) w powiązaniu z pierwszą częścią rów. (2.136) umożliwiają doświadczalne wyznaczenie rezystancji i reaktancji rezonatora w zależności od częstotliwości i amplitudy fali padającej.

#### 2.2.4.2. Eksperymentalne wyznaczenie amplitudy prędkości w otworze rezonatora

Jednym ze sposobów wyznaczania amplitudy prędkości  $U_0^{(1)}$  jest pomiar ciśnienia na powierzchni tylnej ściany rezonatora ( $z = d_0 + d$ ). Ciśnienie to można obliczyć wykorzystując prawą stronę zależności (2.124)



$$P_d = -j\omega\rho_0 \int_0^{2\pi} \int_0^b U_0^{(1)} G_d r_0 dr_0 d\phi_0, \quad (2.148)$$

gdzie  $G_d$  to funkcja Greena  $G_{II}$  z rów. (2.126) dla  $z_0 = d_0$  oraz  $z = d_0 + d$

$$G_d = 2j \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g_{mn}}{\sin(k_{mn}d)}. \quad (2.149)$$

Po obliczeniu całki we wzorze (2.148) uzyskuje się

$$P_d = j \frac{\rho_0 c_0 b^2 U_0^{(1)}}{a^2 \sin(kd)} - j\rho_0 \omega U_0^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2bJ_0(\gamma_{0n}r/a)J_1(\gamma_{0n}b/a)}{\gamma_{0n}^2 J_0^2(\gamma_{0n}) \sinh(\gamma_{0n}d/a)}. \quad (2.150)$$

We wzorze (2.150) pierwszy składnik po prawej stronie reprezentuje składową płaską pola akustycznego, natomiast drugi składnik zależny od współrzędnej radialnej  $r$  składową związaną z drganiami poprzecznymi wewnątrz komory rezonatora. Ponieważ udział drugiego składnika w wypadkowym polu akustycznym jest do pominięcia, zatem na podstawie rów. (2.150) otrzymuje się

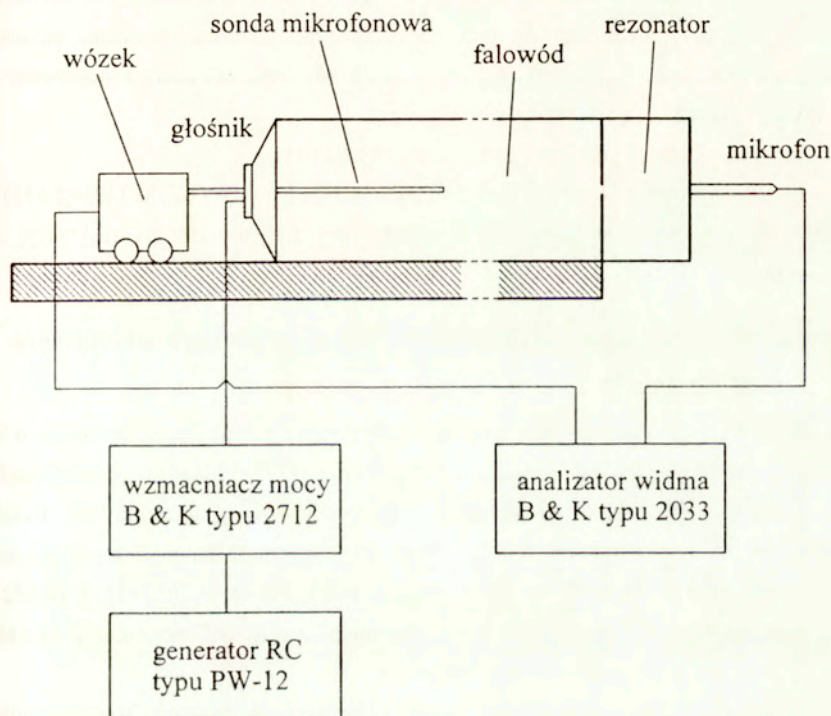
$$U_0^{(1)} \approx \frac{a^2 \sin(kd)}{\rho_0 c_0 b^2} |P_d|. \quad (2.151)$$

Jak więc widać, przy danej częstotliwości  $\omega$  fali padającej, na podstawie pomiaru modułu ciśnienia  $P_d$  na powierzchni tylnej ściany rezonatora można w sposób przybliżony wyznaczyć amplitudę prędkości  $U_0^{(1)}$ .

### 2.2.4.3. Układ pomiarowy i aparatura

Badania przeprowadzono na stanowisku składającym się kołowego falowodu o długości 100 cm i promieniu  $a = 5$  cm z sondą mikrofonową do pomiaru rozkładu fal stojących (typ 4002, Brüel & Kjaer), generatora dekadowego RC (typ PW-12, ZOPAN), wzmacniacza mocy (typ 2712, Brüel & Kjaer) oraz wąskopasmowego analizatora widma (typ 2033, Brüel & Kjaer). Źródłem sygnału akustycznego był głośnik umieszczony na końcu falowodu. Wykorzystywany w badaniach rezonator komorowy miał kształt walca o promieniu  $a = 5$  cm i długości  $d = 2.5$  cm. W przedniej ścianie rezonatora znajdował się otwór o grubości  $d_0 = 2$  mm, którego promień  $b$

zmieniano w granicach 1–3.5 mm. Położenie otworu było symetryczne względem bocznych ścian rezonatora. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys. 2.17.



Rys. 2.17. Schemat układu pomiarowego.

W pierwszej części badań wykonano pomiary współczynnika pochłaniania  $\alpha$  rezonatora w zakresie częstotliwości obejmujących częstotliwość podstawową, w przypadku stałej amplitudy fali padającej. Wykorzystano tu związek

$$|P_I|_{\max} + |P_I|_{\min} = |P_0| \quad (2.152)$$

wynikający bezpośrednio ze wzoru (2.135). Celem tego etapu badań było określenie zmian współczynnika  $\alpha$  w funkcji częstotliwości dla różnych wymiarów otworu rezonatora i dużych amplitud fali padającej ( $|P_0| = 0.23\text{--}40$  Pa).



W drugiej części badań przeprowadzono pomiary rezystancji  $R_c$  i reaktancji  $X$  w przypadku stałej amplitudy ciśnienia na powierzchni tylnej ściany rezonatora. Do pomiaru tego ciśnienia wykorzystywano dodatkowy tor pomiarowy z mikrofonem 1/8" położonym w punkcie środkowym ściany. Wartości  $R_c$  i  $X$  obliczono ze wzorów (2.146) i (2.147). Zamierzeniem tych badań było po pierwsze określenie zakresu maksymalnych zmian rezystancji  $R_c$ , a ponadto porównanie uzyskanych rezultatów z wynikami obliczeń rezystancji  $R_c$  na podstawie:

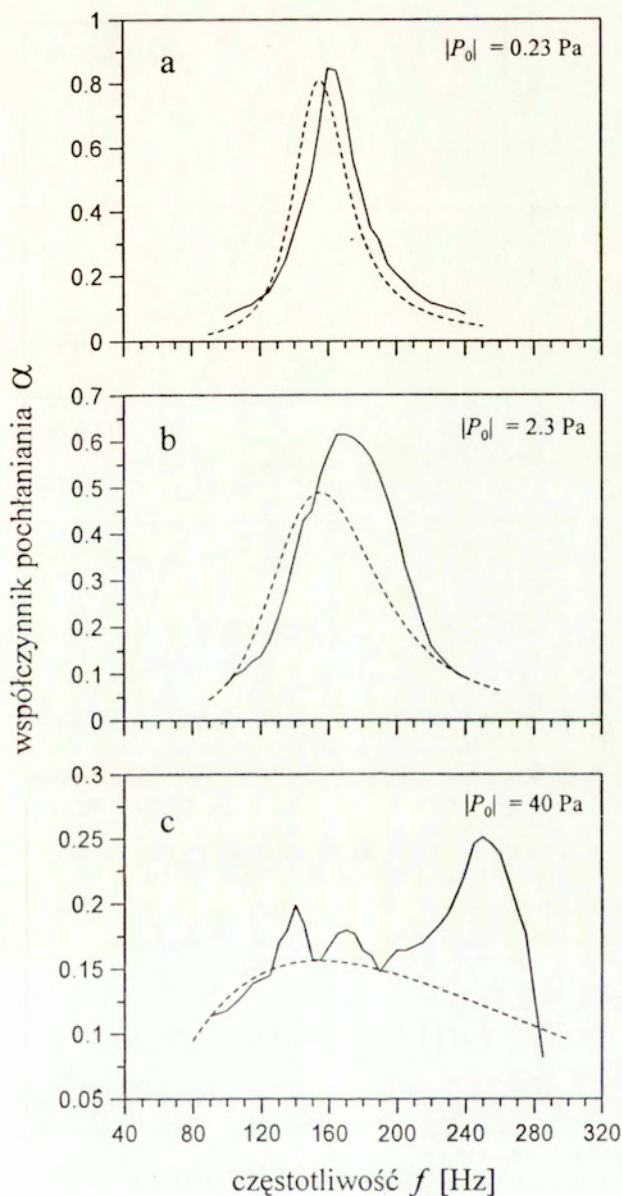
- pomiaru ciśnienia  $|P_0|$  [rów. (2.116), (2.140), (2.143)],
- pomiaru ciśnienia  $|P_d|$  na tylnej ścianie rezonatora [rów. (2.116), (2.140), (2.151)].

Celem tych badań było także określenie wpływu nieliniowości na reaktancję  $X$  rezonatora.

#### 2.2.4.4. Zależność współczynnika pochłaniania rezonatora od ciśnienia fali padającej

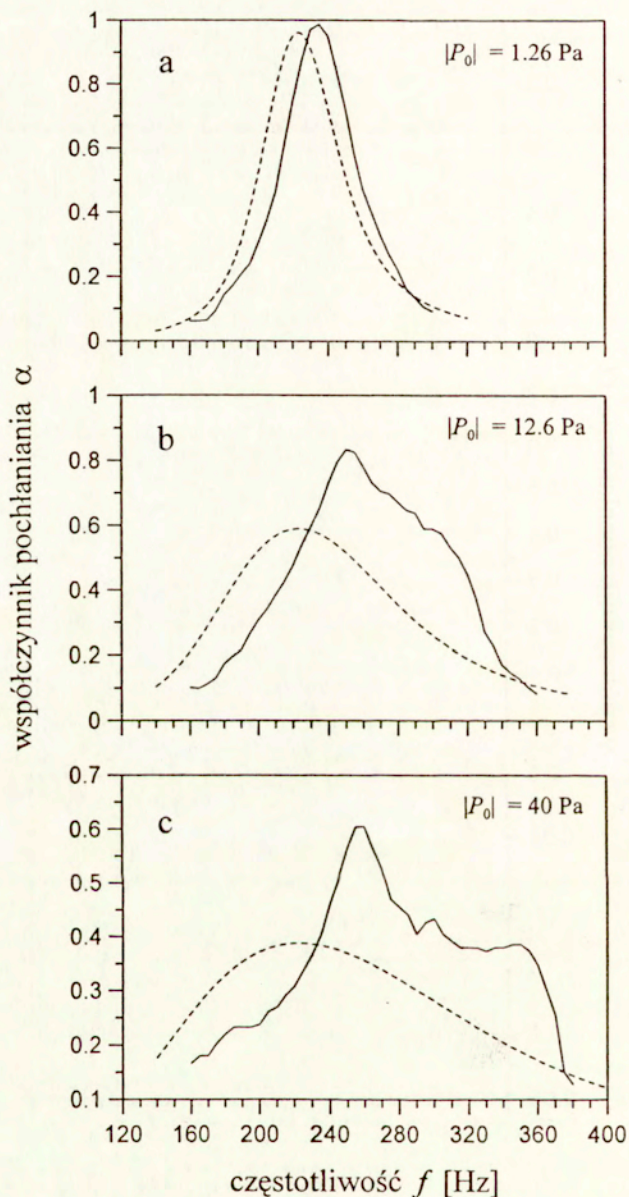
Na rys. 2.18–2.20 przedstawiono zmiany współczynnika pochłaniania rezonatora  $\alpha$  w funkcji częstotliwości fali padającej w zakresie  $f$  obejmującym częstotliwość rezonansową. Zestawione na rysunkach dane pomiarowe uzyskano dla trzech wymiarów otworu rezonatora:  $b = 1.5, 2.5$  i  $3.5$  mm, oraz kilku wybranych ciśnień  $|P_0|$ . Teoretyczne wartości  $\alpha$  określono na podstawie rów. (2.141) i (2.142). Występującą w tych zależnościach rezystancję nieliniową  $R_n$  obliczono z rów. (2.143) stosując do jego rozwiązania metodę iteracyjną.

Na rys. 2.18 przedstawiono wyniki pomiarów i obliczeń współczynnika pochłaniania  $\alpha$  dla rezonatora o najmniejszej średnicy otworu  $b = 1.5$  mm. Jak widać z rys. 2.18a, przy najmniejszej wartości  $|P_0|$  występuje już wyraźny wpływ nieliniowości. Dla częstotliwości rezonansowej  $f_r = 160$  Hz współczynnik  $\alpha$  osiąga bowiem wartość bliską jedności. Z analizy teoretycznej przedstawionej w części 2.3.3 wynika, że w takim przypadku prędkość  $U_0^{(1)}$  w otworze przyjmuje taką wartość, że suma rezystancji strat  $R_s$  i rezystancji nieliniowej  $R_n$  odpowiada w przybliżeniu rezystancji promieniowania  $R_p$  rezonatora. Dla wyższych wartości  $|P_0|$ , co można zaobserwować na rys. 2.18b, dalszy wzrost prędkości  $U_0^{(1)}$  a tym samym rezystancji nieliniowej powoduje spadek współczynnika pochłaniania  $\alpha$  dla częstotliwości rezonansowej. W krańcowym przypadku, dla  $|P_0| = 40$  Pa, w całym zakresie analizowanych częstotliwości następuje zmniejszenie  $\alpha$  do wartości poniżej 0.25 (rys. 2.18c).

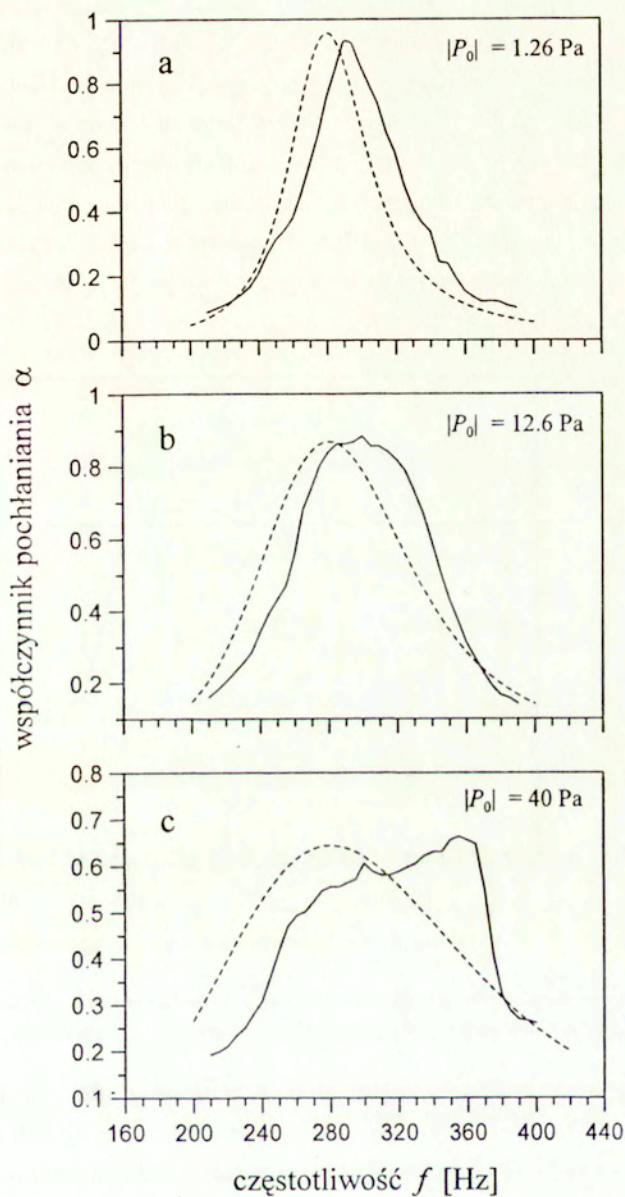


Rys. 2.18. Współczynnik pochłaniania  $\alpha$  w funkcji częstotliwości  $f$  dla rezonatora o promieniu otworu  $b = 1.5$  mm. Liniami ciągłymi oznaczono rezultaty pomiarów, natomiast liniami przerywanymi wyniki obliczeń.





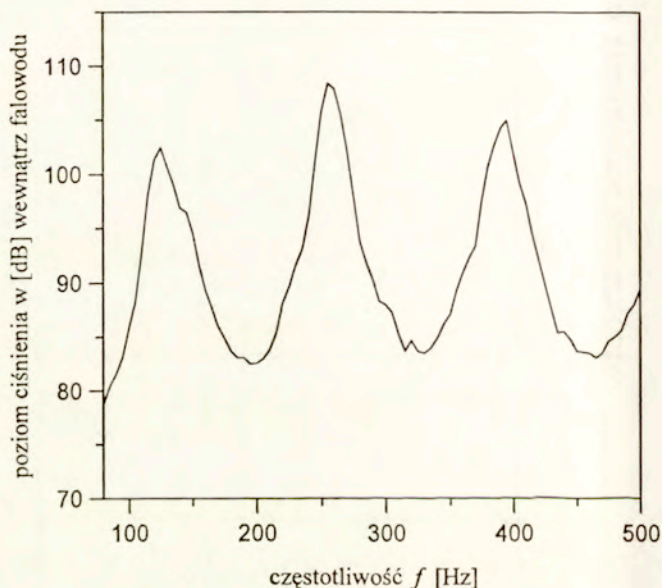
Rys. 2.19. Współczynnik pochłaniania  $\alpha$  w funkcji częstotliwości  $f$  dla rezonatora o promieniu otworu  $b = 2.5$  mm. Liniami ciągłymi oznaczono rezultaty pomiarów, natomiast liniami przerywanymi wyniki obliczeń.



Rys. 2.20. Współczynnik pochłaniania  $\alpha$  w funkcji częstotliwości  $f$  dla rezonatora o promieniu otworu  $b = 3.5$  mm. Liniami ciągłymi oznaczono rezultaty pomiarów, natomiast liniami przerywanymi wyniki obliczeń.



Przy większych wymiarach otworu rezonatora wartość  $|P_0|$  ma mniejszy wpływ na parametry akustyczne układu rezonansowego. Dla ciśnienia  $|P_0|$  od 1.26 do 40 Pa i promienia otworu  $b = 5$  mm maksymalna wartość współczynnika pochłaniania zmienia się od 0.99 do 0.58 (rys. 2.19), natomiast dla  $b = 7$  mm od 0.93 do wartości 0.66 (rys. 2.20). Mniejszy spadek  $\alpha$  dla większych średnic otworu jest konsekwencją tego, że rezystancja nieliniowa  $R_n$  ma wartość odwrotnie proporcjonalną do kwadratu promienia  $b$  otworu [rów. (2.116)]. Oznacza to, że przy bardzo małych wymiarach otworu efekt nieliniowości będzie miał decydujący wpływ na własności akustyczne rezonatora.



Rys. 2.21. Zależność poziomu ciśnienia wewnątrz falowodu od częstotliwości  $f$  dla pobudzenia w postaci szumu białego.

Z porównania danych pomiarowych z rezultatami obliczeń wynika, że największa zgodność teorii z eksperymentem zachodzi przy najmniejszych wartościach  $|P_0|$ , gdy zależność  $\alpha$  od  $f$  jest symetryczna względem częstotliwości rezonansowej (rys. 2.18a–2.20a). Większe rozbieżności pomiędzy danymi pomiarowymi i obliczeniami, widoczne przy dużych ciśnieniach fali padającej, są przede wszystkim konsekwencją nieregularności zmian  $\alpha$  w funkcji  $f$  (rys. 2.18c–2.20c). Nieregularności te wynikają z faktu, że w układzie pomiarowym falowód zamknięty z jednej strony

powierzchnią membrany głośnika, zaś z drugiej przegrodą z otworem rezonatora, tworzy dodatkowy układ rezonansowy. Układ ten stanowi obciążenie źródła, jakim jest otwór pobudzonego do drgań układu rezonansowego. Wzajemne oddziaływanie pomiędzy głośnikiem, jako układem mechanicznym, a rezonatorem powoduje zmianę parametrów akustycznych rezonatora [111, 112]. Jest to szczególnie widoczne przy dużych ciśnieniach  $|P_0|$  i rezonansie w falowodzie, ponieważ, jak wynika z porównania rys. 2.18c–2.20c z rys. 2.21, lokalne maksima w zmierzonej zależności  $\alpha$  od  $f$  występują w przybliżeniu dla częstotliwości własnych falowodu.

#### 2.2.4.5. Zmiany rezystancji i reaktancji rezonatora w funkcji ciśnienia na powierzchni tylnej ściany komory

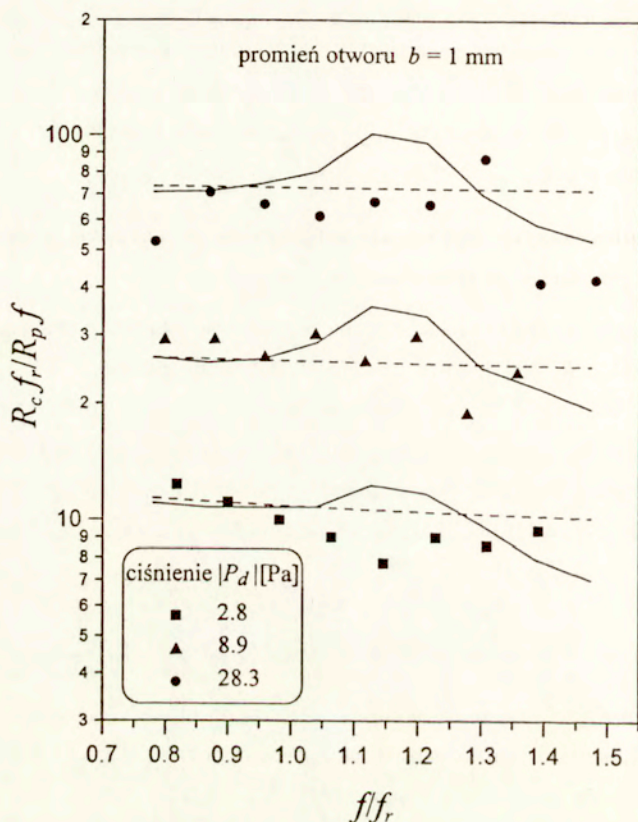
Jak wynika z rów. (2.116) i (2.140), dla dużych amplitud fali padającej całkowita rezystancja strat  $R_c$  jest liniowo zależna od amplitudy prędkości  $U_0^{(1)}$  w otworze rezonatora. Wartość  $U_0^{(1)}$ , co widać ze wzoru (2.151), jest natomiast wprost proporcjonalna do funkcji  $\sin(kd)$  oraz amplitudy ciśnienia  $|P_d|$  na powierzchni tylnej ściany rezonatora. Ponieważ w analizowanym przypadku zachodzi  $kd \ll 1$ , więc po podstawieniu rów. (2.116) i (2.151) do wzoru (2.140) uzyskuje się

$$\frac{R_c f_r}{R_p f} = \frac{R_s f_r}{R_p f} + \frac{\pi d a^4 f_r |P_d|}{1.23 \rho_0 c_0^3 b^4} \left( \frac{1}{C_c} - \frac{b^2}{a^2} \right)^2, \quad (2.153)$$

gdzie  $R_p = \rho_0 c_0 / (\pi a^2)$  i  $f_r$  to częstotliwość rezonansowa układu. Tak więc dla dużych ciśnień  $|P_d|$ , przy których zachodzi  $R_s \ll R_m$ , bezwymiarowa wielkość  $R_c f_r / R_p f$  ma w przybliżeniu stałą wartość dla  $|P_d| = \text{const.}$ . Na rys. 2.22–2.25 zestawiono wyniki pomiarów i obliczeń stosunku  $R_c f_r / R_p f$  w funkcji  $f / f_r$  dla stałej wartości ciśnienia mierzonego na powierzchni tylnej ściany rezonatora. Przedstawione na rysunkach rezultaty badań dotyczą dużych wartości ciśnienia  $|P_d| = 2.8\text{--}50.3$  Pa, przy których obserwuje się znaczny wzrost rezystancji  $R_c$ , oraz pasma częstotliwości obejmującego częstotliwość rezonansową  $f_r$ . Częstotliwość  $f_r$  wyznaczano dwoma metodami. W przypadku danych teoretycznych do jej obliczenia wykorzystywano wzór (2.134), natomiast w przypadku danych doświadczalnych wartość  $f_r$  określano z przebiegu zmian reaktancji  $X$ , poszukując takiej częstotliwości, przy której  $X \approx 0$ . Rezultaty badań przedstawione na rys. 2.22–2.25 uwzględniają więc różnicę pomiędzy wartością  $f_r$  teoretyczną i eksperymentalną. Na rysunkach linia ciągłą i przerywaną zaznaczono

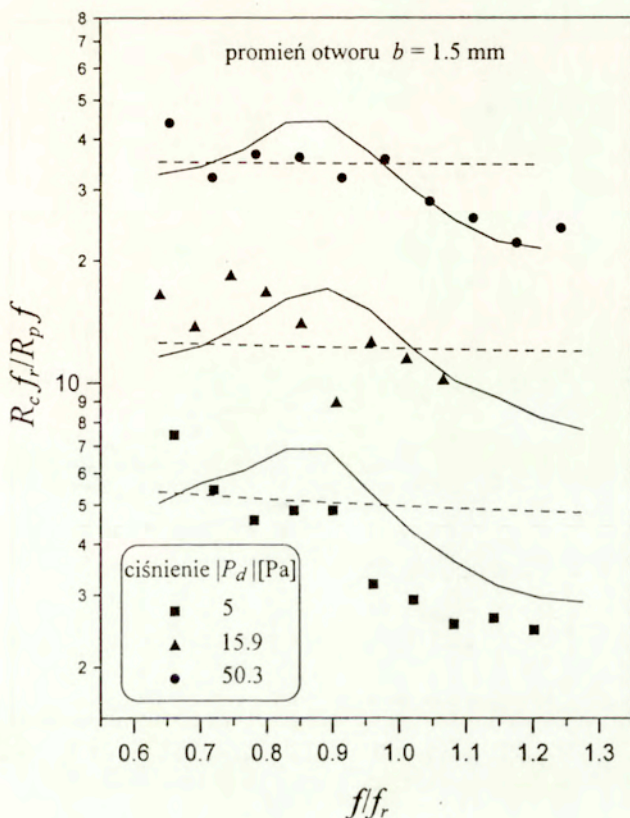


wyniki obliczeń uzyskane na podstawie pomiaru ciśnienia  $|P_0|$  [rów. (2.116), (2.140) i (2.143)] oraz pomiaru ciśnienia  $|P_d|$  na tylnej ścianie rezonatora [rów. (2.153)].



Rys. 2.22. Zmiany stosunku  $R_c f_r / R_p f$  w funkcji  $f/f_r$  dla promienia otworu  $b = 1 \text{ mm}$ . Liniami ciągłymi i przerywanymi oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie ciśnień  $|P_0|$  i  $|P_d|$ .

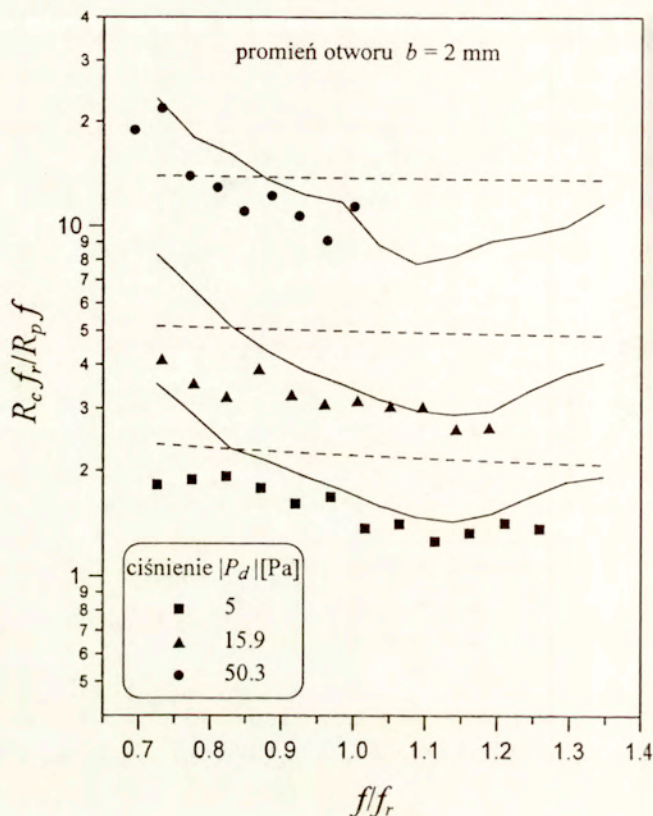
Z przedstawionych danych eksperymentalnych wynika, że w zależności od promienia otworu stosunek  $R_c f_r / R_p f$  przy takim samym ciśnieniu  $|P_d|$  może się znacznie różnić. Największe wartości  $R_c f_r / R_p f$  rzędu kilkudziesięciu (maksymalna zmierzona wartość  $R_c f_r / R_p f$  wynosiła 87) uzyskano dla promienia otworu  $b = 1 \text{ mm}$  i ciśnienia  $|P_d| = 28.3 \text{ Pa}$  (rys. 2.22). Przy prawie dwukrotnie większym ciśnieniu  $|P_d| = 50.3 \text{ Pa}$ , ale



Rys. 2.23. Zmiany stosunku  $R_c f_r / R_p f$  w funkcji  $f / f_r$  dla promienia otworu  $b = 1.5$  mm. Liniami ciągłymi i przerywanymi oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie ciśnień  $|P_0|$  i  $|P_d|$ .

promieniu  $b = 3.5$  mm maksymalna zmierzona wielkość  $R_c f_r / R_p f$  nie przekraczała wartości 8 (rys. 2.25). Prawdopodobnie to, co podkreślano już w części 3.2.4.4, jest konsekwencją tego, że rezystancja nieliniowa  $R_n$  jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu promienia  $b$  otworu. Z porównania danych pomiarowych z obliczeniami wynika, że prawie we wszystkich przypadkach zmiany  $R_c f_r / R_p f$  w funkcji  $f / f_r$  wyznaczone teoretycznie na podstawie pomiaru ciśnienia  $|P_0|$  stanowią dobrą aproksymację danych pomiarowych (wyniki oznaczone liniami ciągłymi). Wyjątek stanowią tu jedynie wyniki obliczeń uzyskane dla rezonatora o promieniu  $b = 2.5$  mm

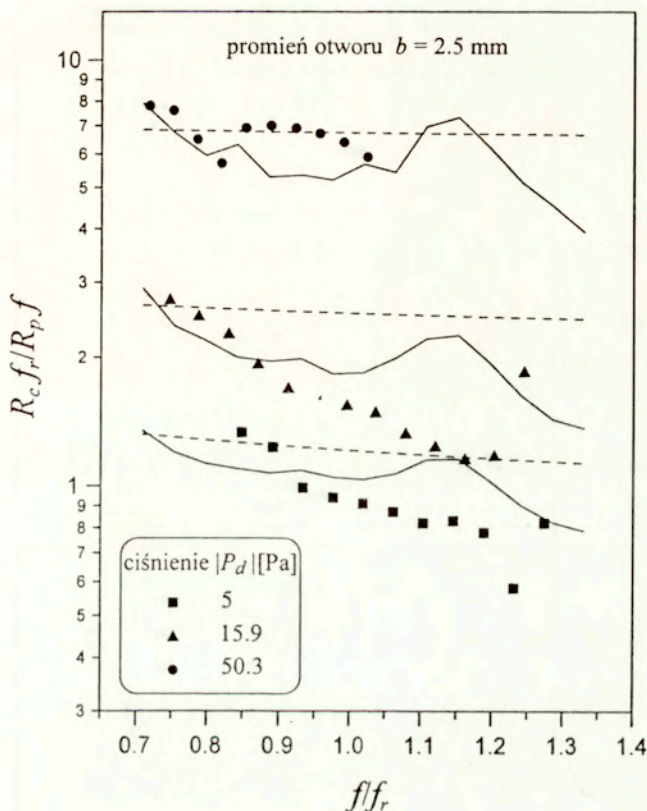




Rys. 2.24. Zmiany stosunku  $R_c f_r / R_p f$  w funkcji  $f/f_r$  dla promienia otworu  $b = 2$  mm. Liniami ciągłymi i przerywanymi oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie ciśnień  $|P_0|$  i  $|P_d|$ .

przy ciśnieniu  $|P_d| = 15.9$  Pa (rys. 2.25). Gorsza zbieżność rezultatów obliczeń z eksperymentem występuje natomiast w przypadku danych teoretycznych otrzymanych na podstawie pomiaru ciśnienia  $|P_d|$  (wyniki oznaczone liniami przerywanymi).

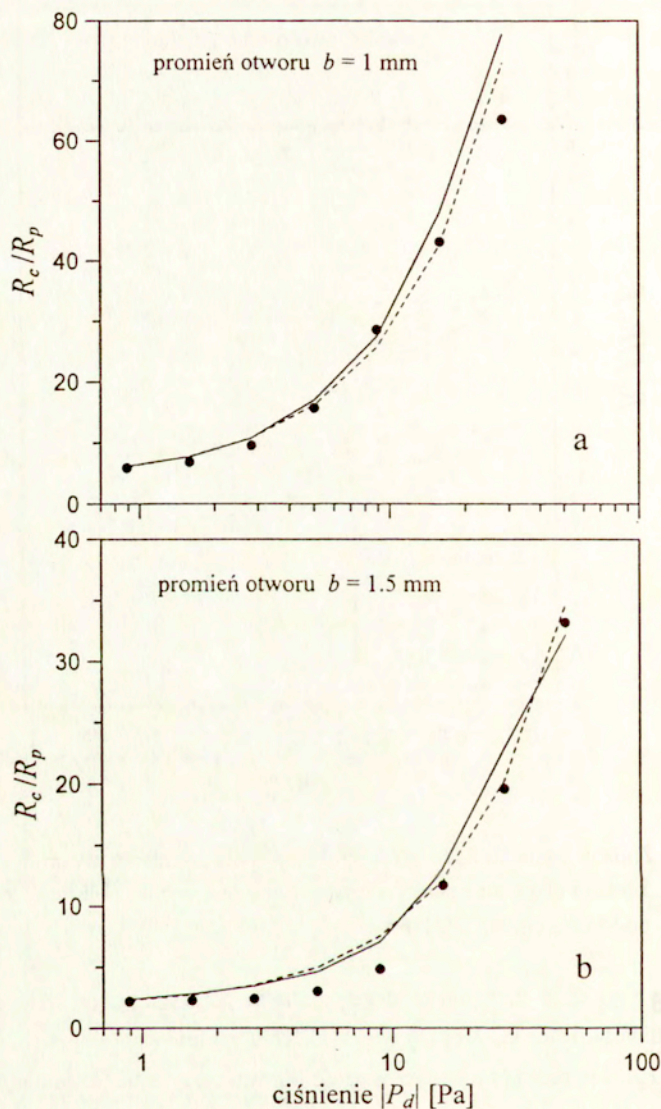
Aby zilustrować zależność rezystancji  $R_c$  od ciśnienia  $|P_d|$  w całym zakresie zmian  $|P_d|$ , na rys. 2.26–2.28 zestawiono wyniki pomiarów i obliczeń stosunku  $R_c f_r / R_p f$  dla częstotliwości rezonansowej, a więc w przypadku, gdy  $f/f_r = 1$ . Dla promienia  $b = 1$  mm ciśnienie  $|P_d|$  zmieniało się w granicach 0.89–28.3 Pa, natomiast dla pozostałych wymiarów otworu przyjmowało wartości z przedziału 0.89–50.3 Pa.



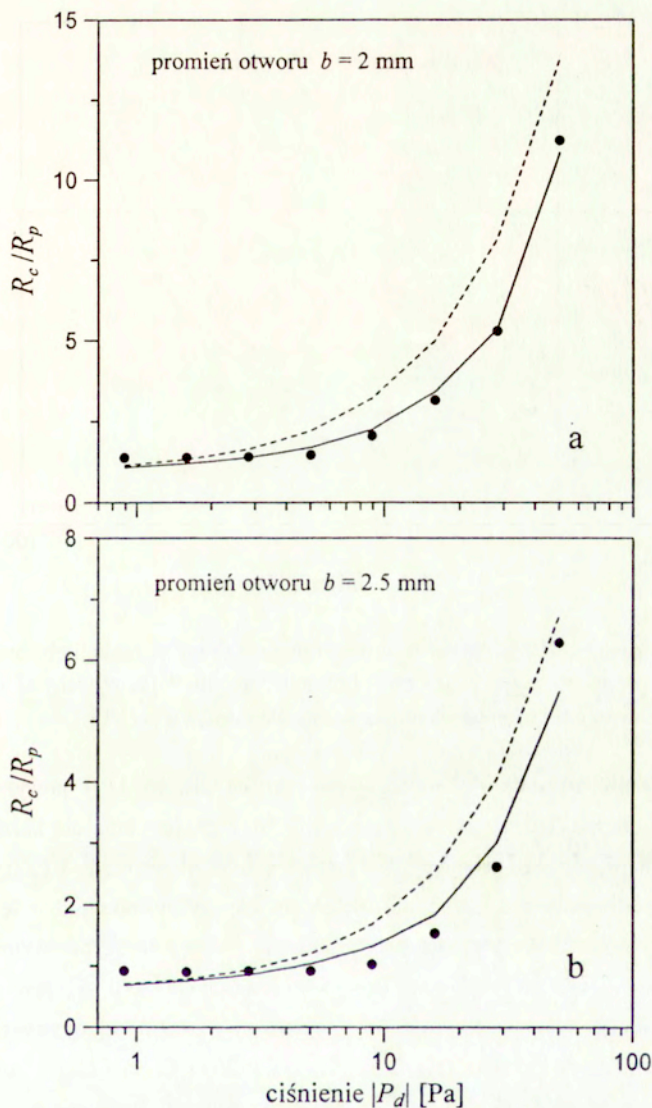
Rys. 2.25. Zmiany stosunku  $R_c f_r / R_p f$  w funkcji  $f/f_r$  dla promienia otworu  $b = 2.5 \text{ mm}$ . Liniami ciągłymi i przerywanymi oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie ciśnień  $|P_0|$  i  $|P_d|$ .

Jak wynika z rys. 2.26–2.28, dla każdego promienia otworu stosunek  $R_c/R_p$  określony dla częstotliwości rezonansowej ma w przybliżeniu wartość stałą w pewnym zakresie ciśnienia  $|P_d|$ . Jak można zauważyć, wartość ta rośnie przy zmniejszaniu promienia  $b$  otworu. Jest to zakres liniowej pracy układu rezonansowego, w którym o wielkości strat decyduje lepkość ośrodka przy powierzchniach sztywnych. W modelu impedancyjnym rezonatora straty te opisuje rezystancja  $R_s$ , która, jak widać ze wzoru (2.40), jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu promienia  $b$ . Prawdopodobnie ta uzasadnia wzrost stosunku  $R_c/R_p$  przy zmniejszaniu  $b$  dla małych amplitud ciśnienia wewnątrz komory.

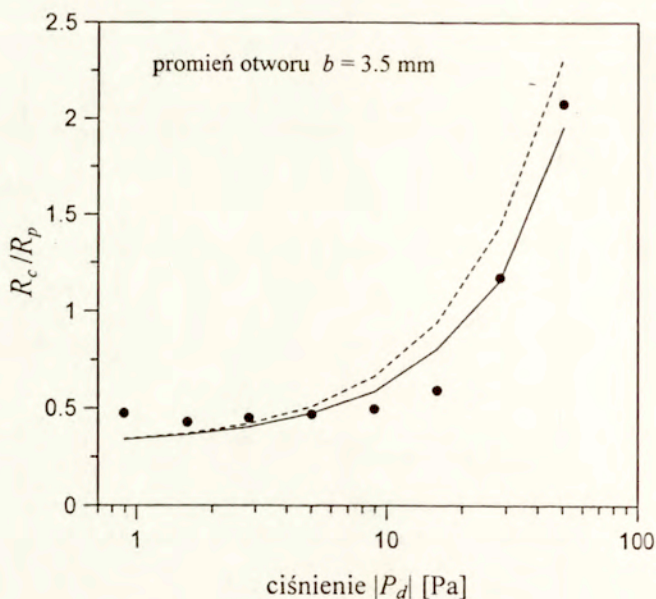




Rys. 2.26. Stosunek  $R_c/R_p$  dla częstotliwości rezonansowej w funkcji ciśnienia  $|P_d|$  dla promienia otworu: (a) 1 mm i (b) 1.5 mm. Liniami ciągłymi i przerywanymi oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie ciśnień  $|P_0|$  i  $|P_d|$ .



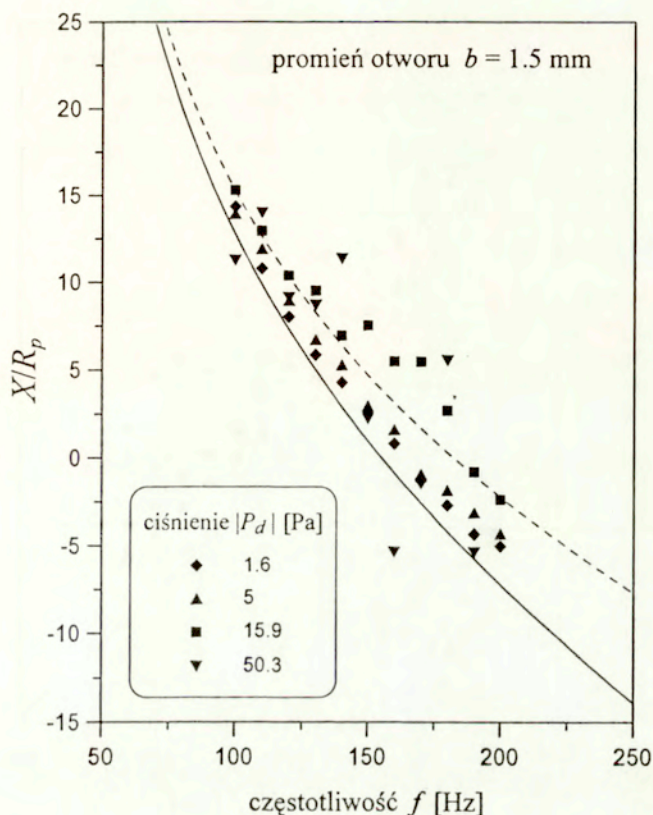
Rys. 2.27. Stosunek  $R_c/R_p$  dla częstotliwości rezonansowej w funkcji ciśnienia  $|P_d|$  dla promienia otworu: (a) 2 mm i (b) 2.5 mm. Liniami ciągłymi i przerywanymi oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie ciśnień  $|P_0|$  i  $|P_d|$ .



Rys. 2.28. Stosunek  $R_c/R_p$  dla częstotliwości rezonansowej w funkcji ciśnienia  $|P_d|$  dla promienia otworu 3.5 mm. Liniami ciągłymi i przerywanymi oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie ciśnień  $|P_0|$  i  $|P_d|$ .

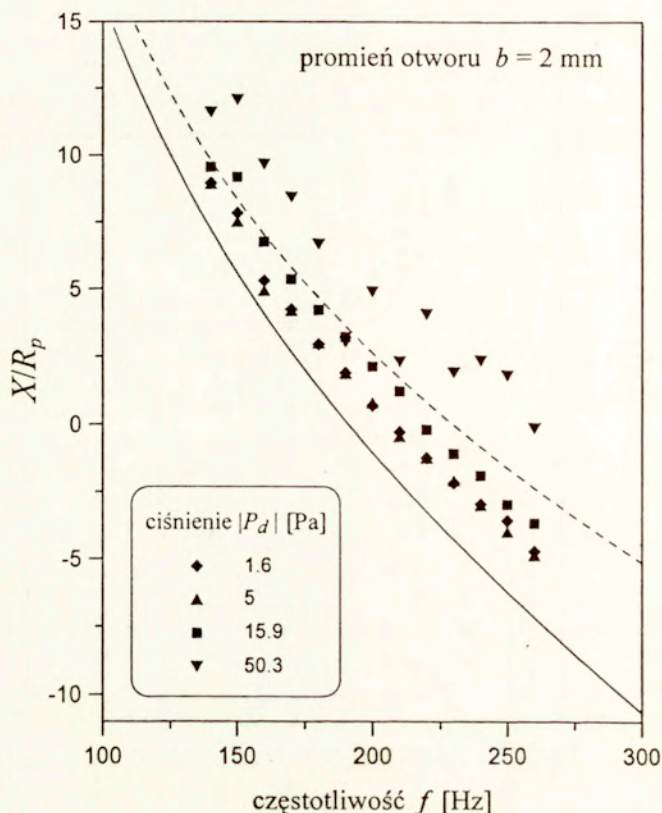
Efekt nieliniowości staje się widoczny w zakresie ciśnień  $|P_d|$  powyżej pewnej wartości granicznej, która, jak wynika z rys. 2.26–2.28, jest inna dla każdego  $b$ . W przypadku najmniejszego promienia  $b = 1$  mm jest to ciśnienie rzędu 1 Pa (rys. 2.26a), natomiast dla  $b = 3.5$  mm jest to wartość ok. 10 Pa, czyli ciśnienie dziesięciokrotnie większe (rys. 2.28). Powyżej wartości granicznej następuje szybki wzrost strat w układzie na skutek nieliniowości. Ponieważ rezystancja strat  $R_n$  jest odwrotnie proporcjonalna do  $b^2$  [rów. (2.116)], więc najszybszy wzrost  $R_c/R_p$  obserwuje się przy małych promieniach  $b$  otworu (rys. 2.26). Na rys. 2.26–2.28 linią ciągłą i przerywaną zaznaczono, podobnie jak poprzednio, rezultaty obliczeń uzyskane na podstawie pomiaru ciśnienia  $|P_0|$  pobudzającego rezonator oraz ciśnienia  $|P_d|$  na tylnej ścianie rezonatora. Jak widać, we wszystkich przypadkach występuje dobra zgodność wyników pomiarów z danymi obliczeniowymi, natomiast dla najmniejszych wymiarów otworu rezultaty obliczeń prawie dokładnie odwzorowują uzyskaną doświadczalnie zależność  $R_c/R_p$  od  $|P_d|$  dla częstotliwości rezonansowej (rys. 2.26).





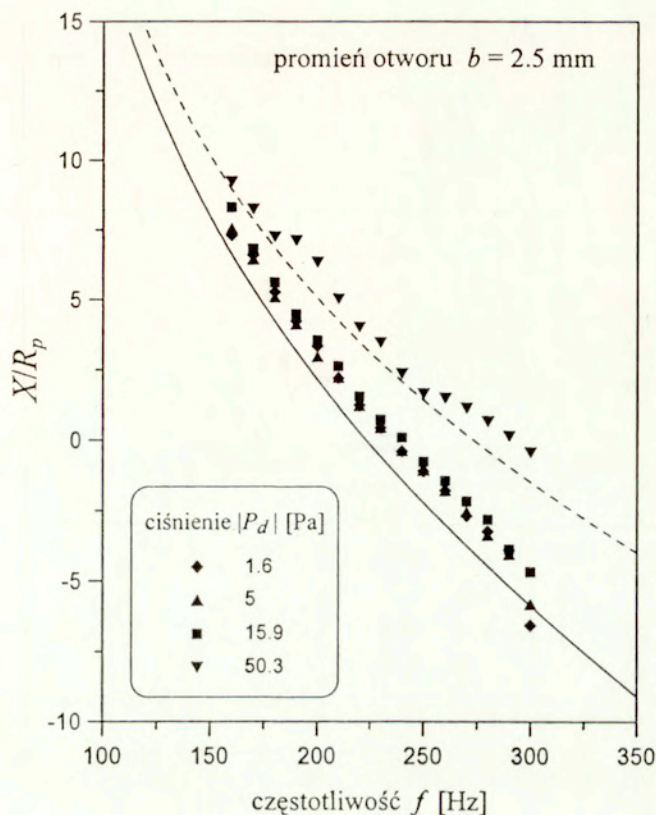
Rys. 2.29. Zmiany stosunku  $X/R_p$  w funkcji częstotliwości  $f$  przy różnych amplitudach ciśnienia  $|P_d|$  dla promienia otworu  $b = 1.5$  mm. Linia ciągłą oznaczono wyniki obliczeń uzyskane ze wzoru (2.134) dla całkowitej poprawki wlotu  $\Delta d_c = 2\Delta d_z$ , natomiast linią przerywaną rezultaty obliczeń otrzymane dla poprawki wlotu  $\Delta d_{cn} = \Delta d_z$ .

Podobne, jak dla rezystancji strat, porównanie teorii z eksperymentem można przeprowadzić dla reaktancji  $X$  rezonatora. W przedstawionym w części 2.2.2 modelu impedancyjnym reaktancja  $X$  jest niezależna od amplitudy ciśnienia fali i ma postać, jak dla układu rezonansowego pracującego w zakresie liniowym. Na rys. 2.29–2.32 przedstawiono rezultaty pomiarów, które ilustrują wpływ nieliniowości na zmiany reaktancji  $X$ . Linia ciągłą zaznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie wzoru



Rys. 2.30. Zmiany stosunku  $X/R_p$  w funkcji częstotliwości  $f$  przy różnych amplitudach ciśnienia  $|P_d|$  dla promienia otworu  $b = 2$  mm. Linią ciągłą oznaczono wyniki obliczeń uzyskane ze wzoru (2.134) dla całkowitej poprawki wlotu  $\Delta d_c = 2\Delta d_z$ , natomiast linią przerywaną rezultaty obliczeń otrzymane dla poprawki wlotu  $\Delta d_{cn} = \Delta d_z$ .

(2.134). Jak widać z tego zestawienia, dla najmniejszych ciśnień  $|P_d|$  wyniki obliczeń stanowią dobrą aproksymację danych pomiarowych. Oznacza to, że w tym zakresie wartości  $|P_d|$  częstotliwość rezonansową  $f_r$  układu można wyznaczyć w przybliżeniu z zależności (2.134). Jak wynika z rys. 2.29–2.32, dokładność tego przybliżenia jest rzędu 10 Hz dla każdej wartości  $b$ . Przy większych wartościach  $|P_d|$  dla wymiarów otworu  $b = 2, 2.5$  i  $3.5$  mm obserwuje się wzrost reaktancji  $X$  dla każdej częstotliwości.

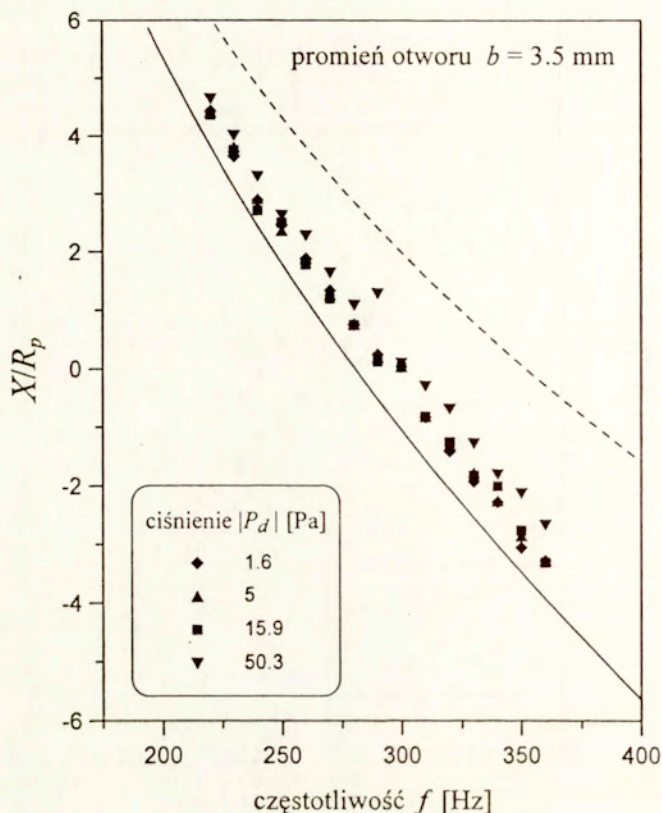


Rys. 2.31. Zmiany stosunku  $X/R_p$  w funkcji częstotliwości  $f$  przy różnych amplitudach ciśnienia  $|P_d|$  dla promienia otworu  $b = 2.5$  mm. Linia ciągłą oznaczono wyniki obliczeń uzyskane ze wzoru (2.134) dla całkowitej poprawki wlotu  $\Delta d_c = 2\Delta d_z$ , natomiast linią przerywaną rezultaty obliczeń otrzymane dla poprawki wlotu  $\Delta d_{cn} = \Delta d_z$ .

Oznacza to, że na skutek nieliniowości następuje zwiększenie częstotliwości rezonansowej układu. Podobny charakter ma zależność reaktancji  $X$  od częstotliwości  $f$  dla promienia otworu  $b = 1.5$  mm, chociaż zmiany  $X$  w tym przypadku są zdecydowanie mniej regularne.

Z porównania danych pomiarowych na rys. 2.29–2.32 wynika, że największy wzrost reaktancji  $X$  występuje dla promieni  $b$  otworu 2 i 2.5 mm. W pierwszym





Rys. 2.32. Zmiany stosunku  $X/R_p$  w funkcji częstotliwości  $f$  przy różnych amplitudach ciśnienia  $|P_d|$  dla promienia otworu  $b = 3.5$  mm. Linią ciągłą oznaczono wyniki obliczeń uzyskane ze wzoru (2.134) dla całkowitej poprawki wlotu  $\Delta d_c = 2\Delta d_z$ , natomiast linią przerywaną rezultaty obliczeń otrzymane dla poprawki wlotu  $\Delta d_{cn} = \Delta d_z$ .

przypadku powoduje to zmianę częstotliwości rezonansowej od 210 Hz przy  $|P_d| = 0.89$  Pa do ok. 260 Hz przy  $|P_d| = 50.3$  Pa (rys. 2.30), natomiast w drugim zwiększenie  $f_r$  od wartości 235 Hz do ok. 290 Hz. Przy dużych amplitudach fali padającej wielkością mającą wpływ na zmianę reaktancji rezonatora jest poprawka wlotu

$$\Delta d_{cn} = (\omega_c - 1)d_c + \frac{1}{2}\Delta d_c + S_2\Delta l/S_1, \quad (2.154)$$

której wartość zależy od dwóch niewiadomych: odległości  $\Delta l$  oraz współczynnika  $w_k$ ,  $1 < w_k < 1/C_c$ , gdzie  $C_c = 0.61$  (zob. część 2.2.1.2). Ponieważ w badanym układzie rezonansowym promień  $b$  otworu jest dużo mniejszy od promienia  $a$  falowodu, więc można przyjąć, że we wzorze (2.154) trzeci wyraz po prawej stronie ma wielkość znacznie mniejszą niż  $\Delta d_c/2$ . Dla  $b/a \ll 1$  wartość  $\Delta d_c$  można wyznaczyć ze wzoru [zob. analizę rys. 2.16 i rów. (2.130)]

$$\Delta d_c = \frac{16b}{3\pi} (1 - 1.27b/a). \quad (2.155)$$

Na rys. 2.29–2.32 linią przerywaną zaznaczono wyniki obliczeń reaktancji  $X$  uzyskane dla wartości minimalnej  $\Delta d_{cm}$ , a więc w przypadku, gdy we wzorze (2.154) również pierwszy wyraz po prawej stronie ma małą wartość w porównaniu do  $\Delta d_c/2$ . Odpowiada to sytuacji, gdy współczynnik  $w_k$  ma wielkość nieznacznie większą od jedności, a więc kiedy całkowite zwężenie strumienia następuje bezpośrednio za krawędzią spływową otworu. Jak widać na rys. 2.29–2.32, rezultaty obliczeń reaktancji  $X$  przy zmodyfikowanej poprawce wlotu są dobrą aproksymacją danych pomiarowych dla promienia otworu  $b = 2.5$  mm. W tym bowiem przypadku przy maksymalnej wartości  $|P_d|$  krzywa uzyskana z obliczeń prawie dokładnie odwzorowuje zmiany  $X$  w funkcji  $f$ . Przy mniejszych wartościach  $b$  przewidywany wzrost reaktancji  $X$  jest mniejszy niż to wynika z badań doświadczalnych, co może świadczyć o tym, że przy małych promieniach otworu następuje dodatkowo zmniejszenie masy współdrgającej w bezpośrednim otoczeniu otworu rezonatora. Dla  $b = 3.5$  mm wyniki obliczeń i pomiarów znacznie się różnią, ponieważ przy tej wartości  $b$  występuje najmniejszy wpływ efektu nieliniowości na zmiany reaktancji  $X$  (rys. 2.32).

### 2.2.5. Wnioski

Zagadnienie wpływu nieliniowości na odpowiedź układu rezonansowego na pobudzenie akustyczne rozważono na przykładzie oddziaływania fali płaskiej o dużej amplitudzie na umieszczonej na końcu falowodu akustycznego rezonator z osiowo-symetrycznie położonym otworem kołowym. W modelu teoretycznym zaproponowanym przez autora przeanalizowano przypadek małych częstotliwości fali padającej, dla których ośrodek w bezpośrednim otoczeniu otworu rezonatora można traktować jako w przybliżeniu nieściśliwy. Ważną zaletą przedstawionej metody jest możliwość oszacowania wartości średniej mocy akustycznej przeniesionej do pola



wirowego. Do jej wyznaczenia wykorzystano równanie ruchu dla ośrodka nieściśliwego, a w obszarze, gdzie ruchu ośrodka jest bezwirowy równanie Bernoulliego. Aby model teoretyczny bardziej odpowiadał rzeczywistości, przy modelowaniu przepływu ośrodka przez otwór uwzględniono zjawisko kontrakcji strumienia, tak jak w przypadku przepływu trwałego przez otwór kołowy.

Z przedstawionych rozważań teoretycznych wynika, że spadek ciśnienia wynikający ze strat energii akustycznej na skutek pochłaniania przez wiry jest wprost proporcjonalny do kwadratu amplitudy prędkości w płaszczyźnie otworu rezonatora. Przy sinusoidalnym pobudzeniu rezonatora prędkość w płaszczyźnie otworu nie jest jednak czysto harmoniczna i oprócz składowej podstawowej posiada także składowe o częstotliwościach harmonicznym. Ponieważ składowe te mają małe amplitudy, więc odpowiadającą temu spadkowi ciśnienia nieliniową rezystancję strat wyznaczono dla składowej podstawowej prędkości. Rezystancję tą uwzględniono w klasycznym, liniowym modelu impedancyjnym rezonatora, przyjmując założenie, że pozostałe wielkości w tym modelu mają takie wartości jak dla małej amplitudy fali padającej. Rezystancja nieliniowa ma wartość wprost proporcjonalną do amplitudy prędkości dla składowej podstawowej, a odwrotnie proporcjonalną do kwadratu promienia otworu. Oznacza to, że przy bardzo małych wymiarach otworu nieliniowość będzie miała decydujący wpływ na własności akustyczne rezonatora.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że współczynnik pochłaniania dla rezonatora o małych stratach spowodowanych przez tarcie wewnętrzne osiąga dla częstotliwości rezonansowej wartość zbliżoną do jedności, gdy rezystancja nieliniowa jest równa w przybliżeniu rezystancji promieniowania. Silne tłumienie w pobliżu rezonansu nie jest więc efektem kompensacji fali promieniowanej i odbitej, a obserwowany doświadczalnie spadek współczynnika pochłaniania przy większych amplitudach fali padającej jest konsekwencją wzrostu strat na skutek nieliniowości.

Wyniki rozważań teoretycznych stanowiły podstawę do opracowania metody pomiarowej. W pierwszej części badań eksperymentalnych przeprowadzono pomiary współczynnika pochłaniania  $\alpha$  rezonatora przy stałej amplitudzie  $|P_0|$  ciśnienia pobudzającego rezonator w zakresie częstotliwości obejmujących częstotliwość rezonansową. Z porównania danych pomiarowych z rezultatami obliczeń wynika, że największa zgodność teorii z eksperymentem występuje przy najmniejszych wartościach  $|P_0|$ , gdy współczynnik pochłaniania  $\alpha$  dla częstotliwości rezonansowej  $f_r$  jest zbliżony do jedności a zależność  $\alpha$  od częstotliwości jest w przybliżeniu



symetryczna względem  $f_r$ . Większe rozbieżności pomiędzy danymi pomiarowymi widoczne są przy dużych ciśnieniach fali padającej, gdzie obserwuje się znaczny spadek współczynnika pochłaniania. Wynika to stąd, że w układzie pomiarowym falowód zamknięty z jednej strony powierzchnią membrany głośnika, zaś z drugiej przegrodą z otworem rezonatora tworzy dodatkowy układ rezonansowy.

W drugiej części badań doświadczalnych przeprowadzono pomiary całkowitej rezystancji strat rezonatora oraz jego reaktancji przy stałej amplitudzie  $|P_d|$  ciśnienia na powierzchni tylnej ściany komory. Z badań tych wynika, że w przypadku rezystancji strat określonej dla częstotliwości rezonansowej wpływ nieliniowości staje się widoczny powyżej pewnej wartości granicznej  $|P_d|$ , która jest inna dla każdej średnicy otworu. Powyżej tej wartości następuje wzrost strat w układzie na skutek nieliniowości, a jest on najszybszy przy najmniejszych średnicach otworu, co jest zgodne z przewidywaniami teoretycznymi. Nieliniowość, co wykazały badania doświadczalne, powoduje również wzrost reaktancji rezonatora, a tym samym zwiększenie częstotliwości rezonansowej układu. Jest to konsekwencją zmniejszenia masy współdrżającego ośrodka w bezpośrednim otoczeniu otworu rezonatora.

# 3. Odpowiedź rezonatora komorowego na pobudzenie aerodynamiczne

## 3.1. Zaburzenia aerodynamiczne w przepływach gazu

### 3.1.1. Ogólna teoria

Pierwsze prace dotyczące wytwarzania zaburzeń aerodynamicznych związane były z generacją hałasu przez strumienie swobodne. Najbardziej znaną i obecnie już klasyczną teorię przedstawił w latach pięćdziesiątych Lighthill [100–102]. Podstawowe założenia tej teorii opierają się na postulowanej przez Lighthilla analogii pomiędzy zjawiskami zachodzącymi w rzeczywistym przepływie a procesami czysto akustycznymi. Teoria ta dotyczy przypadku, kiedy aerodynamicznie wytworzony dźwięk nie oddziałuje na przepływ (brak powierzchni ograniczających). Rozpatrując przepływ trójwymiarowy i wychodząc z równania ciągłości

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (3.1)$$

i równania ruchu dla ośrodka lepkiego

$$\rho \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.2)$$

zapisanych w notacji Einsteina, gdzie  $R_{ij}$  to tensor naprężeń stycznych

$$R_{ij} = \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right), \quad (3.3)$$

po przekształceniach uzyskuje się równanie, które nazywane jest równaniem Lighthilla

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (3.4)$$

gdzie  $T_{ij} = \rho U_i U_j + \delta_{ij}[(P - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0)] - P_{ij}$  to tensor naprężeń Lighthilla,  $\delta_{ij}$  to delta Kroneckera, zaś  $p_0$ ,  $\rho_0$  i  $c_0$  to ciśnienie, gęstość i prędkość dźwięku w stanie równowagi. Z postaci zależności (3.4) wynika, że Lighthill sprowadził związki (3.1) i (3.2) opisujące przepływ gazu do równania, którego lewa strona jest taka sama, jak w klasycznym równaniu falowym, natomiast po prawej stronie występuje wyrażenie określające wydajność aerodynamicznych źródeł dźwięku. Taka interpretacja zjawiska pozwala każdy przepływ gazu, efektywny w wytwarzaniu dźwięku, traktować jako proces akustyczny zachodzący w fikcyjnym nieruchomym ośrodku.

Konsekwencją dużej prostoty wyrażenia po lewej stronie równ. (3.4) jest znaczna złożoność części źródłowej, ponieważ obejmuje ona również zjawisko unoszenia fali akustycznej przez przepływ oraz rozpraszanie dźwięku przez turbulencje. W rezultacie powoduje to ograniczenie możliwości stosowania teorii – rozwiązanie równania Lighthilla jest możliwe tylko w przypadku, gdy funkcje opisujące źródła są całkowicie określone w czasie i przestrzeni – oraz wprowadza niejednoznaczność w fizycznej interpretacji zależności (3.4). Można bowiem przyjąć, że oddziaływanie fali akustycznej z ruchomym ośrodkiem nie jest źródłem nowych zaburzeń, lecz że zjawisko to charakteryzuje własności transmisyjne ośrodka. Na powyższym założeniu opierają się rozważania teoretyczne Phillipsa [151], gdzie zmiany własności ośrodka i parametrów ruchu względem czasu określone są za pomocą pochodnej substancjalnej

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_i \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (3.5)$$

W odróżnieniu od pochodnej cząstkowej, wyznaczającej przyrost funkcji na jednostkę czasu w stałym miejscu przestrzeni, a więc przy ustalonych  $(x_1, x_2, x_3)$ , pochodna substancjalna  $D/Dt$  określa zmiany tej funkcji w stałym punkcie materialnym poruszającym się z ośrodkiem. Wykorzystując w (3.1) i (3.2) definicję pochodnej substancjalnej oraz drugą zasadę termodynamiki dla gazu idealnego zapisaną w postaci

$$\frac{dP}{P} = \frac{1}{\gamma} \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dS_e}{c_p} \quad (3.6)$$

gdzie  $S_e$  oznacza entropię oraz  $\gamma = c_p/c_v$  to stosunek ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości, można równania ciągłości i ruchu zapisać w postaci



$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = \frac{1}{c_p} \frac{DS_e}{Dt}, \quad (3.7)$$

$$\frac{DU_i}{Dt} = -c^2 \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j}, \quad (3.8)$$

gdzie  $\Pi = \frac{1}{\gamma} \ln(p/p_0)$  oraz  $c = \sqrt{\partial p / \partial \rho}$  to lokalna prędkość dźwięku. Po odpowiednich przekształceniach na podstawie (3.7) i (3.8) uzyskuje się równanie Phillipsa

$$\left( \frac{D^2}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} c^2 \frac{D}{Dx_i} \right) \Pi = \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_{ij}}{Dx_i} + \frac{D}{Dt} \frac{1}{c_p} \frac{DS_e}{Dt}. \quad (3.9)$$

Z zależności tej wynika, że zaburzenia ciśnienia w ośrodku lepkiem powstają na skutek fluktuacji prędkości, naprężeń stycznych związanych z tarcie wewnętrzne oraz zmian entropii. Jak wykazał Lilley [103], operator różniczkowy występujący po lewej stronie rów. (3.9) nie obejmuje wszystkich efektów związanych z propagacją zaburzeń akustycznych w ruchomym ośrodku. Jeżeli bowiem do obu stron (3.9) zastosować operator  $D/Dt$ , to po wykorzystaniu tożsamości

$$\frac{D}{Dt} \frac{\partial}{\partial x_i} \equiv \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{D}{Dt} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (3.10)$$

oraz wzoru (3.8) uzyskuje się zależność zwaną równaniem Lilleya

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{D^2 \Pi}{Dt^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} c^2 \frac{D \Pi}{Dx_i} \right) + 2 \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} c^2 \frac{D \Pi}{Dx_i} = -2 \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + q, \quad (3.11)$$

gdzie

$$q = 2 \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k} - \frac{D}{Dt} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j} + \frac{D^2}{Dt^2} \frac{1}{c_p} \frac{DS_e}{Dt}, \quad (3.12)$$

w którym drugie wyrażenie po lewej stronie zależne od  $\Pi$  zostało wyodrębnione z pierwszego wyrazu po stronie źródłowej równania Phillipsa (3.9). Ponieważ operator w rów. (3.11) obejmuje wszystkie efekty związane z propagacją dźwięku przez ruchomy ośrodek, dlatego wzór Lilleya może być traktowany jako najogólniejsza

postać konwekcyjnego równania falowego.

Jak wiadomo, równanie ruchu w postaci (3.2) wyraża zasadę równowagi trzech rodzajów sił działających w ośrodku: sił bezwładności, sił tarcia oraz sił wynikających ze zmian ciśnienia. W wielu zagadnieniach praktycznych, szczególnie z zakresu aeroakustyki, zachodzi konieczność chociażby szacunkowego określenia relacji pomiędzy tymi rodzajami sił. Wielkością charakteryzującą stosunek sił bezwładności do sił tarcia jest liczba Reynoldsa  $Re = \rho LV_0/\mu$ , określona dla zjawiska, w którym można wyróżnić długość charakterystyczną  $L$  oraz charakterystyczną prędkość  $V_0$ . Jeśli liczba Reynoldsa jest niewielka, oznacza to, że w przepływie przeważającą rolę odgrywają siły tarcia. Odwrotnie, jeśli liczba Reynoldsa jest duża, to przeważającą rolę w przepływie odgrywają siły bezwładności. W większości zjawisk przepływowych, w którym od strony akustycznej towarzyszy generacja hałasu aerodynamicznego, liczba Reynoldsa posiada znaczną wartość. Pozwala to pominąć w części źródłowej rów. (3.4), (3.9) i (3.11) wszystkie wyrażenia związane z tensorem naprężeń stycznych.

Występująca w rów. (3.9) i (3.11) pochodna substancjalna entropii  $S_e$  określa przyrost energii cieplnej w stałym punkcie materialnym poruszającym się z ośrodkiem. Przy braku innych źródeł ciepła w ośrodku zmiany  $S_e$  opisuje równanie energii [133]

$$\rho T_b \frac{DS_e}{Dt} = D_c + \text{div}[K_c \text{grad}(T_b)], \quad (3.13)$$

gdzie  $T_b$  oznacza temperaturę bezwzględną,  $K_c$  przewodność cieplną, natomiast  $D_c$  określa przyrost energii cieplnej na jednostkę objętości na skutek działania sił tarcia. Jak więc widać, wzrost  $S_e$  wynika z zamiany energii kinetycznej na ciepło oraz przepływu ciepła pomiędzy miejscami o różnej temperaturze. Dla powietrza oba wyrazy po prawej stronie rów. (3.13) są tego samego rzędu [133], dlatego dla dużych liczb Reynoldsa można przyjąć  $D S_e / Dt = 0$  i pominąć w części źródłowej rów. (3.9) i (3.11) wszystkie wyrazy zawierające entropię  $S_e$ .

Równania Phillipsa i Lilleya, nawet w przypadku ośrodka nielepkiego i izentropowego, nie mają większego praktycznego zastosowania. Główną przyczyną uniemożliwiającą ich ścisłe rozwiązanie jest nieliniowość pojawiająca się w konsekwencji stosowania prędkości chwilowej w opisie pochodnej substancjalnej. Metoda aproksymacji rów. (3.9) i (3.11) polega na wprowadzeniu w miejsce wartości chwilowych gęstości, ciśnienia i prędkości odpowiednich składowych z ich



przedstawienia asymptotycznego:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \dots, \\ P &= p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + \dots, \\ U_i &= V_{i0} + U_{i1} + U_{i2} + U_{i3} + \dots \end{aligned} \quad (3.14)$$

gdzie  $V_{i0}$  oznacza składową prędkości głównej przepływu, zaś  $\rho_n, p_n, U_{in}$ ,  $n \geq 1$ , określają zaburzenia  $n$ -tego rzędu. Występujące w rów. (3.14) kolejne wyrazy szeregów spełniają następujące zależności:

$$\begin{aligned} |\rho_1|/\rho_0 &= |p_1|/p_0 = |U_{i1}|/V_{i0} = \varepsilon, \\ |\rho_{n+1}|/\rho_n &= |p_{n+1}|/p_n = |U_{i(n+1)}|/|U_{in}| = \varepsilon, \end{aligned} \quad (3.15)$$

gdzie operator  $|\cdot|$  określa amplitudę zaburzenia, zaś  $\varepsilon$  oznacza parametr zależny od liczby Macha [142]. Podstawiając (3.14) do wzorów (3.9) i (3.11) oraz eliminując wszystkie składniki z wyjątkiem tych, które odpowiadają zaburzeniom tego samego rzędu, uzyskuje się równania przybliżenia rzędu pierwszego, drugiego, trzeciego itd.. Dla poddźwiękowych prędkości<sup>3</sup> przepływu można przyjąć  $\varepsilon \ll 1$ , co jest równoznaczne z linearyzacją rów. (3.9) i (3.11).

### 3.1.2. Dźwięk wytwarzany przez zaburzenia wirowe przepływu

Określenie „vortex sound”, pod którym należy rozumieć dźwięk wytwarzany przez obszary przepływu o dużej wirowości, po raz pierwszy pojawiło się w pracach Powella [155, 156]. Jak wykazał Powell, a następnie Crow [24], w przepływach nielepkich i izentropowych o małej liczbie Macha podstawowe źródła dźwięku zlokalizowane są w obszarach, gdzie rotacja prędkości jest niezerowa. W równaniu Lighthilla (3.4) rotacja prędkości występuje w sposób niejawny w tensorze naprężeń  $T_{ij}$ . W zapisie wektorowym tensor ten można bowiem przedstawić w postaci

$$T_{ij} = \rho_0 \operatorname{div}(\Omega \times \mathbf{U}) + \frac{1}{2} \rho_0 \mathbf{U} \cdot \nabla^2 \mathbf{U} + \rho_0 \operatorname{div}(\mathbf{U} \operatorname{div} \mathbf{U}), \quad (3.16)$$

<sup>3</sup> Szczegółową analizę wykorzystania rów. (3.4), (3.9) i (3.11) dla przepływów poddźwiękowych przeprowadził Goldstein [64], natomiast prace Crightona [22], Doaka [39–42] i Ffowcs Williamsa [54–56] zawierają przegląd innych metod teoretycznych stosowanych w aeroakustyce.



gdzie wykorzystano przybliżenie  $\rho \approx \rho_0$  słuszne dla przepływów o małej liczbie Macha, pominięto tensor naprężeń stycznych  $P_{ij}$  oraz wyrazy zawierające gradient ciśnienia i gęstości, ponieważ dla przepływu izentropowego zachodzi

$$\text{grad}(p) \approx c_0^2 \text{grad}(\rho). \quad (3.17)$$

Występująca w (3.16) prędkość  $\mathbf{U}$  jest sumą prędkości akustycznej  $\mathbf{u}$  i prędkości  $\mathbf{v}$  indukowanej przez wiry. Jeżeli obszar, w którym występuje przepływ gazu jest ograniczony, to można przyjąć, że tensor  $T_{ij}$  jest niezerowy tylko wewnątrz tego obszaru, ponieważ na zewnątrz tego obszaru zanika rotacja prędkości a zaburzenia akustyczne reprezentowane przez prędkość  $\mathbf{u}$  mają małą amplitudę. Gdy dodatkowo założymy, że wymiary tego obszaru są znacznie mniejsze od długości fali akustycznej, to przepływ gazu można traktować w przybliżeniu jako nieściśliwy. Ponieważ

$$\mathbf{U} \cdot \nabla^2 \mathbf{U} = \mathbf{U} \cdot [\text{grad}(\text{div} \mathbf{U}) - \text{rot}(\text{rot} \mathbf{U})] = \mathbf{U} \cdot \text{grad}(\text{div} \mathbf{U}), \quad (3.18)$$

więc przy warunku  $\text{div} \mathbf{U} = 0$  wyrażenie określające tensor  $T_{ij}$  można zredukować tylko do pierwszego wyrazu. W takim przypadku rów. Lighthilla (3.4) przyjmie postać

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \nabla^2 P = \rho_0 \text{div}(\Omega \times \mathbf{v}). \quad (3.19)$$

Zależność (3.19) opisuje dość hipotetyczną sytuację, gdy w ośrodku pozostającym w spoczynku występuje wyizolowany obszar o niezerowej rotacji. W związku z tym jej zastosowanie ogranicza się do badania emisji dźwięku przez specjalne modele wirów [75] oraz opisu zjawiska wytwarzania oscylacji akustycznych o bardzo dużej amplitudzie [149].

Uogólnioną postać wzoru (3.19) wyprowadził Howe [75] wychodząc z założenia, że wielkością, która najlepiej charakteryzuje procesy akustyczne w przepływach gazu, jest entalpia całkowita  $H$

$$H = H_z + \frac{1}{2} \mathbf{U}^2, \quad (3.20)$$

gdzie  $H_z$  to tzw. entalpia zastoju lub funkcja ciepła

$$H_z = E_w + P/\rho. \quad (3.21)$$

W przypadku ogólnym zmiany energii wewnętrznej  $E_w$  oraz entalpii  $H_z$  są funkcją temperatury  $T_b$  oraz entropii  $S_e$  [4]

$$dE_w = T_b dS_e - Pd(1/\rho), \quad dH_z = T_b dS_e + dP/\rho, \quad (3.22)$$

natomiast dla procesów izentropowych  $E_w$  i  $H_z$ , jak wynika z (3.22), są postaci

$$E_w = - \int Pd(1/\rho), \quad H_z = \int \frac{dP}{\rho}. \quad (3.23)$$

Wykorzystując definicję entalpii  $H_c$  można równanie ruchu (3.2) dla ośrodka nielepkiego przedstawić następująco

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \text{grad}(H) = -\Omega \times \mathbf{U}. \quad (3.24)$$

Przy założeniu, że gaz jest idealny tzn. związek pomiędzy ciśnieniem a gęstością jest postaci  $P = \rho R_g T_b$ , gdzie  $R_g$  to wielkość stała, Howe po odpowiednich przekształceniach rów. (3.1) i (3.24) uzyskał zależność [75]

$$\left[ \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{c^2} \frac{D}{Dt} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{DU}{Dt} \cdot \nabla - \nabla^2 \right] H = \text{div}(\Omega \times \mathbf{U}) - \frac{1}{c^2} \frac{DU}{Dt} \cdot (\Omega \times \mathbf{U}), \quad (3.25)$$

w której wyrażenie określające wydajność aerodynamicznych źródeł dźwięku jest różne od zera tylko w przypadku, gdy rotacja prędkości  $\Omega$  jest niezerowa. Ponieważ operator w rów. (3.25) jest nieliniowy, zaś w części źródłowej występuje prędkość akustyczna  $\mathbf{u}$ , więc praktyczne wykorzystanie rów. (3.25) jest ograniczone do przepływów o małej liczbie Macha, w których  $\mathbf{u}$  ma amplitudę znacznie mniejszą od prędkości głównej [9–11, 75, 76].

### 3.1.3. Zależności energetyczne

Wykorzystując równanie ciągłości (3.1) oraz równanie ruchu (3.24) można po odpowiednich przekształceniach uzyskać równanie energii [99]

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \text{div} \mathbf{I} = 0, \quad (3.26)$$

gdzie  $E = \rho(E_w + \mathbf{U}^2/2)$  to energia całkowita na jednostkę objętości oraz  $\mathbf{I} = \rho\mathbf{U}H$  to wektor strumienia energii. Jeżeli amplituda zaburzeń przepływu zmienia się periodycznie w czasie, to  $E$ ,  $\rho\mathbf{U}$  i  $H$  można przedstawić w postaci

$$E = \overline{E} + E', \quad \rho\mathbf{U} = \overline{\rho\mathbf{U}} + (\rho\mathbf{U})', \quad H = \overline{H} + H', \quad (3.27)$$

gdzie wielkości  $\overline{E}$ ,  $\overline{\rho\mathbf{U}}$  i  $\overline{H}$  oznaczają wartości średnie w okresie. Po podstawieniu (3.27) do (3.26) i uśrednieniu w czasie uzyskuje się zatem zależność

$$\operatorname{div}(\overline{\rho\mathbf{U}} \overline{H}) + \operatorname{div}[(\rho\mathbf{U})' H'] = 0, \quad (3.28)$$

która wyraża zasadę zachowania energii dla periodycznych zaburzeń przepływu. We wzorze tym wyrażenie  $\overline{\rho\mathbf{U}} \overline{H}$  określa strumień energii pochodzący od przepływu głównego, natomiast  $(\rho\mathbf{U})' H'$  przedstawia średni w czasie strumień energii związany z zaburzeniami przepływu. Z rów. (3.28) wynika zatem dość oczywisty wniosek, że generacja periodycznych zaburzeń przepływu związana jest ze stratą energii przepływu głównego.

Dywergencję z wektora  $(\rho\mathbf{U})' H'$  można wyznaczyć z równania energii uzyskanego po przekształceniach zlinearyzowanych równań ciągłości i ruchu [64]

$$\frac{\partial E'}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{I}' = [(\rho' \Omega_0 - \rho_0 \Omega') \times \mathbf{V}_0] \cdot \mathbf{U}', \quad (3.29)$$

gdzie

$$E' = \frac{p p'}{2\rho_0} + \frac{1}{2} \rho_0 (\mathbf{U}')^2 + \rho' \mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{U}', \quad (3.30)$$

$$\mathbf{I}' = (\rho\mathbf{U})' H' = (p/\rho_0 + \mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{U}') (\rho' \mathbf{V}_0 + \rho_0 \mathbf{U}'), \quad (3.31)$$

$\mathbf{U} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{U}'$ ,  $\Omega_0 = \operatorname{rot} \mathbf{V}_0$ ,  $\Omega' = \operatorname{rot} \mathbf{U}'$ , gdzie  $\mathbf{V}_0$  to wektor prędkości głównej oraz  $\mathbf{U}'$  to periodyczne zaburzenia prędkości. Jeżeli obszar  $V$ , w którym następuje wymiana energii pomiędzy przepływem głównym a zaburzeniami przepływu jest mały w porównaniu do długości fali akustycznej, to można przyjąć  $\rho \approx \rho_0$  i pominąć po prawej stronie (3.29) składnik proporcjonalny do zaburzeń gęstości ośrodka. Wtedy na podstawie rów. (3.29) można uzyskać zależność określającą moc zaburzeń przepływu



$$\overline{\mathcal{P}}_z = \rho_0 \int_V \mathbf{V}_0 \cdot (\overline{\Omega' \times \mathbf{U}'}) dv. \quad (3.32)$$

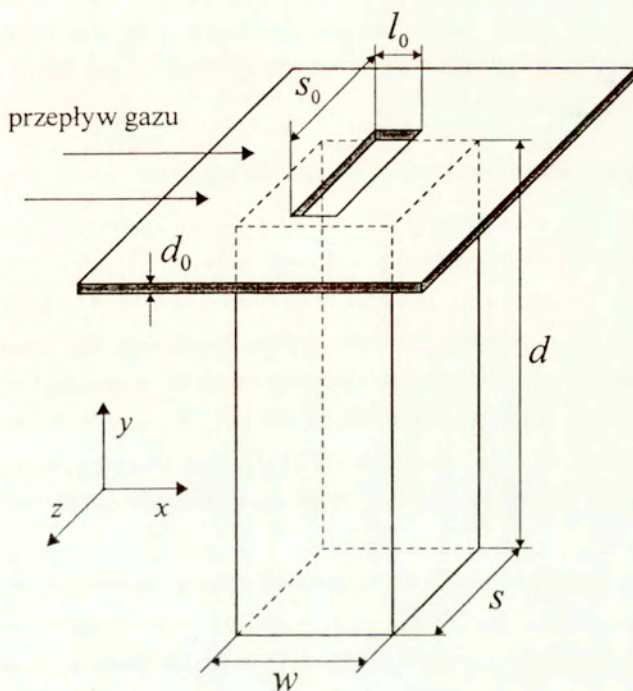
Jak wynika z tego wzoru, wymiana energii pomiędzy zaburzeniami a przepływem głównym jest możliwa tylko wtedy, gdy rotacja prędkości zmienia się periodycznie w czasie (szczegółową analizę teoretyczną dotyczącą wymiany energii w przepływach gazu można znaleźć w pracach Doaka [43] i Jenvey'a [87]).

### 3.1.4. Mechanizm generacji dźwięku przy opływie rezonatora komorowego

Najprostszy do analizy przypadek opływu rezonatora komorowego przez strumień gazu przedstawia rys. 3.1. W układzie tym rezonator ma kształt prostopadłościanu o długości  $d$  zamkniętego z jednej strony powierzchnią sztywną o grubości  $d_0$ , w której umieszczony jest prostokątny otwór o wymiarach  $l_0$  i  $s_0$ . Usytuowanie rezonatora w stosunku do przepływu jest takie, że jedna z krawędzi otworu jest równoległa do prędkości głównej strumienia (na rys. 3.1 krawędź o długości  $l_0$ ). Jeżeli  $l_0 \ll s_0$ , to przepływ gazu w obszarze otworu rezonatora można traktować w przybliżeniu jako dwuwymiarowy.

Dla małych liczb Macha rozkład prędkości głównej w strumieniu zależy od rozmiarów dyszy wylotowej oraz rodzaju warstwy przyściennej (warstwa laminarna lub turbulentna). Przy dużej szerokości i wysokości dyszy (na rys. 3.1 wymiary w kierunku osi  $z$  i  $y$ ) strumień gazu przed separacją ma poza obszarem warstwy przyściennej rozkład równomierny. Przy krawędzi spływu, a więc w miejscu separacji strumienia, występuje silny skok prędkości i naprężeń stycznych, co prowadzi do ukształtowania warstwy ścinania. W obszarze warstwy akustycznie aktywne są zaburzenia przepływu powstałe na skutek mieszania ośrodka ruchomego z ośrodkiem pozostającym w spoczynku (warstwa laminarna) lub z połączenia tego procesu z zaburzonym ruchem początkowym (warstwa turbulentna). W przypadku, gdy rezonator opływany jest przez strumień płaski (duża szerokość i mała wysokość dyszy wylotowej), w przestrzeni otaczającej otwór rezonatora powstają dwie warstwy ścinania.

Zaburzenia wirowe unoszone przez przepływ główny oddziałują następnie z krawędzią napływu, co wytwarza silne naprężenia odchylające strumień i znaczny



Rys. 3.1. Rezonator komorowy opływany przez strumień gazu.

wzrost ciśnienia w pobliżu krawędzi [162, 182, 195]. W sposób teoretyczny efekt ten można opisać za pomocą równania [166]

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \right) [\rho' H_1(S)] = \frac{\partial^2 [T_{ij} H_1(S)]}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial [F_i \delta(S)]}{\partial x_i} + \frac{\partial [q \delta(S)]}{\partial t}, \quad (3.33)$$

gdzie

$$F_i = -[\rho \delta_{ij} + \rho u_i u_j] \frac{\partial S}{\partial x_j}, \quad q = \rho u_i \frac{\partial S}{\partial x_j}. \quad (3.34)$$

Występująca we wzorach (3.33) i (3.34) funkcja  $S(\mathbf{x})$  określa położenie powierzchni sztywnej, natomiast  $H_1(S)$  i  $\delta(S)$  to odpowiednio funkcja skoku jednostkowego i delta Diraca. Poza granicą powierzchni sztywnej [ $H_1(S) = 1$ ,  $\delta(S) = 0$ ] zależność (3.33) przyjmuje postać klasycznego równania Lighthilla (3.4). Jak wynika z (3.33), obecność powierzchni sztywnej daje w efekcie dwa dodatkowe źródła aerodynamiczne:



dipolowe o natężeniu  $F_1$  (źródło siłowe) oraz monopolowe o natężeniu  $q$  (źródło prędkościowe), z których pierwsze reprezentuje dodatkowe naprężenia w ośrodku, natomiast drugie przepływ masy.

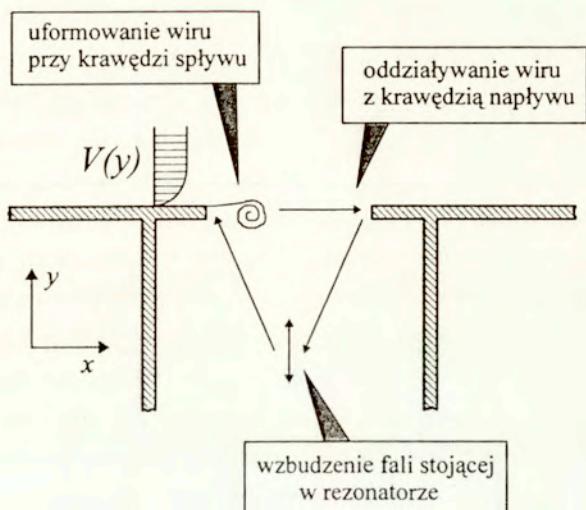
### 3.1.4.1. Przeplywowo-akustyczne sprzężenie zwrotne

Sygnal akustyczny wytworzony przez źródła aerodynamiczne przy krawędzi napływu stanowi podstawowy element przeplywowo-akustycznego sprzężenia zwrotnego. Przy oddziaływaniu bezpośrednim sygnal ten propagując się pod prąd oddziałuje zwrotnie na zaburzenia strumienia przy krawędzi spływu. Mechanizm sprzężenia zwrotnego opierający się na oddziaływaniu międzykrawędziowym występuje dla  $l_0/d \geq 1$ , a więc przy opływie tzw. wnęk płytkich [7, 68, 69, 168, 172, 177] oraz w procesie generacji tonów krawędziowych [23, 70, 71, 141, 157, 158]. Charakterystycznymi zjawiskami towarzyszącymi wzbudzeniu oscylacji są skokowe zmiany częstotliwości oraz efekt histerezy.

Przy oddziaływaniu pośrednim sygnal akustyczny wytworzony przy krawędzi naplywowej wzbudza falę stojącą w rezonatorze, która następnie oddziałuje na przepływ przy krawędzi spływu (rys. 3.2). Ten rodzaj sprzężenia zwrotnego dominuje dla  $l_0/d < 1$ , a więc przy opływie tzw. wnęk głębokich [44, 46, 62, 91, 107, 148], do których można zaliczyć rezonatory komorowe, oraz podczas generacji tzw. tonów rurowych np. w piszczałkach organowych [19, 45, 52, 59, 174, 193].

Bezpośrednie otoczenie krawędzi spływu stanowi obszar, w którym powstają okresowe zaburzenia przepływu. Jest to konsekwencją warunku Kutty-Żukowskiego, zgodnie z którym na krawędzi spływu musi zanikać składowa normalna prędkości (na rys. 3.2 składowa o kierunku osi  $y$ ). Warunek ten musi być spełniony także w przypadku, gdy w rezonatorze zostanie wzbudzona fala stojąca, zatem w warstwie ścinania powstaje zaburzenie wirowości ośrodka o takiej rotacji, że prędkość indukowana przez zaburzenie kompensuje prędkość akustyczną przy krawędzi spływu. Zmiany rotacji w warstwie ścinania zachodzą więc okresowo w czasie. W takim przypadku, jak pokazano w części 3.2.2, możliwa jest wymiana energii pomiędzy okresowymi zaburzeniami przepływu a przepływem głównym. Zaburzenia wirowości powstające przy krawędzi spływu są następnie unoszone przez przepływ główny i oddziałują z krawędzią napływu, co powoduje zamknięcie pętli sprzężenia zwrotnego.





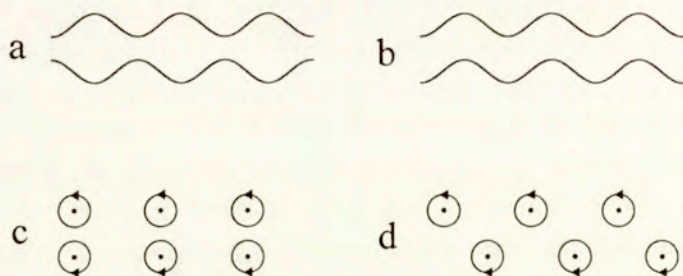
Rys. 3.2. Przepływowo–akustyczne sprzężenie zwrotne przy oddziaływaniu pośrednim.

### 3.1.4.2. Zaburzenia w warstwie ścinania

Dla przepływu z jedną warstwą ścinania w rozkładzie prędkości głównej  $V(y)$  można wyróżnić dwa obszary: jeden, gdzie  $V(y) = V_0 = \text{const.}$  oraz drugi, w którym następuje spadek prędkości  $V(y)$ , aż do osiągnięcia wartości zerowej na granicy strumienia. Wielkością charakteryzującą rozmiar obszaru, w którym zachodzą zmiany prędkości jest grubość warstwy ścinania  $\delta_s$ , zdefiniowana jako odległość w kierunku prostopadłym do ruchu gazu, na której prędkość przepływu spada od wartości  $0.99V_0$  do zera [159]. Grubość warstwy ścinania jest trudno określić jednoznacznie, natomiast rząd wielkości  $\delta_s$  można oszacować na podstawie zależności uzyskanych dla warstwy przyściennej. Jak wiadomo, grubość warstwy przyściennej  $\delta$  jest odwrotnie proporcjonalna do liczby Reynoldsa  $Re_\delta = \rho_0 \delta V_0 / \mu$  [191], zatem dla dużych wartości  $Re_\delta$  można przyjąć  $\delta_s \approx \delta \rightarrow 0$ . W takim przypadku modelem matematycznym przepływu z jedną warstwą ścinania jest przepływ z warstwą wirową, która stanowi powierzchnię rozdziału pomiędzy ośrodkiem poruszającym się ze stałą prędkością  $V_0$  a ośrodkiem pozostającym w spoczynku. Jeżeli warunek  $\delta_s \rightarrow 0$  jest spełniony dla strumienia płaskiego, to jego matematycznym odpowiednikiem będzie przepływ o

jednakowej prędkości  $V_0$  pomiędzy dwoma warstwami wirowymi, w których wektor rotacji ma przeciwny kierunek.

W przypadku, gdy w warstwie wirowej występują okresowe zmiany rotacji jej ruch staje się niestabilny [4], co objawia się szybkim wzrostem amplitudy wychylenia warstwy wirowej (szczegółową analizę niestabilności warstwy wirowej i warstwy ścinania można znaleźć w pracach [63, 129, 130, 181]). Bardziej złożony obraz przepływu występuje dla strumienia płaskiego, ponieważ, jak wykazał Rayleigh [161], w warunkach niestabilności warstw wirowych możliwy jest przeciwny lub zgodny ruch obu warstw (rys. 3.3a,b). Nieograniczony wzrost wychylenia warstwy wirowej (warstw wirowych dla strumienia płaskiego) nie jest jednak możliwy w rzeczywistym przepływie z uwagi na efekty nieliniowe. Po początkowym wzroście amplitudy wychylenia, zgodnie z liniowym modelem Rayleigha, następuje więc nieliniowe ograniczanie dalszego wzrostu amplitudy, co powoduje najpierw zawinięcie warstwy a następnie uformowanie wiru o przekroju zbliżonym do kołowego [9, 66, 138]. Dla sytuacji przedstawionej na rys. 3.3a proces ten prowadzi do ukształtowania dwóch ścieżek wirowych o symetrycznym położeniu wirów (rys. 3.3c), natomiast w przypadku pokazanym na rys. 3.3b do ścieżek wirowych przesuniętych względem siebie o połowę odległości pomiędzy wirami (rys. 3.3d).



Rys. 3.3. Modele strumienia płaskiego: (a,b) przeciwny lub zgodny ruch warstw wirowych, (c,d) ścieżki wirowe o symetrycznym lub niesymetrycznym położeniu wirów.

W modelu sprzężenia zwrotnego, który został przedstawiony w poprzedniej części pracy, ważnym parametrem jest prędkość unoszenia zaburzeń wirowych przez przepływ główny. Jeżeli prędkość tą oznaczymy przez  $V_c$ , to dla przepływu z jedną



ścieżką wirową teoretyczna wartość  $V_c$  wynosi  $V_0/2$ . W warunkach rzeczywistych, wartość  $V_c$  jest jednak trudno określić jednoznacznie, ponieważ na zaburzenia wirowe propagujące się w obszarze otworu rezonatora ma wpływ obecność powierzchni sztywnych. Jak wykazały pomiary Nelssona, Halliwella i Doaka [137], działają one stabilizująco na układ wirów. Osobnym zagadnieniem jest również oddziaływanie wirów z krawędzią napływu, gdzie może nastąpić odbicie wiru lub jego znaczna deformacja [194]. Jednoznacznej oceny wartości  $V_c$  nie dają też badania wizualizacyjne. Z badań tych wynika bowiem, że stosunek  $V_c/V_s$  może być rzędu 0.3–0.4 [9, 66], ale także może przyjmować wartości ponad dwukrotnie większe [147]. Inaczej sytuacja przedstawia się w przypadku strumienia płaskiego, ponieważ w układzie złożonym z dwóch ścieżek wirowych (rys. 3.3c,d) wartość  $V_c$  zależy od stosunku  $h/\lambda_w$ , gdzie  $h$  to odległość pomiędzy ścieżkami, natomiast  $\lambda_w$  to dystans oddzielający kolejne wiry. Dla układu o symetrycznym położeniu wirów teoretyczna wartość  $V_c$  wynosi [98]

$$V_c = \frac{1}{2} V_0 \operatorname{ctgh} \left( \frac{\pi h}{\lambda_w} \right), \quad (3.35)$$

natomiast dla układu na rys. 3.3d prędkość  $V_c$  jest równa

$$V_c = \frac{1}{2} V_0 \operatorname{tgh} \left( \frac{\pi h}{\lambda_w} \right). \quad (3.36)$$

W pierwszym układzie prędkość unoszenia jest więc większa lub równa  $V_0/2$ , natomiast w drugim  $V_c \leq V_0/2$ . W obu przypadkach  $V_c \approx V_0/2$  dla dużych wartości  $h/\lambda_w$ . Jak wykazały obliczenia Kármána [98], układ złożony z dwóch ścieżek wirowych jest z reguły niestateczny. Z możliwych układów tylko jeden jest stateczny. Ma on taką postać jak na rys. 3.3d, gdzie  $h/\lambda_w = 0.281$ , co odpowiada prędkości unoszenia  $V_c = 0.354 V_0$ .

W warunkach doświadczalnych wartość  $V_c$  określa się na podstawie pomiaru fazy prędkości przy oddziaływaniu na strumień sygnału akustycznego o ustalonej częstotliwości [61]. Z przedstawionych w [61] rezultatów badań wynika, że dla częstotliwości z przedziału  $160 < f < 950$  Hz oraz  $J > 0.1 \text{ m}^3/\text{s}^2$  wartość  $V_c$  jest równa

$$V_c = \xi (Jf)^{1/3}, \quad (3.37)$$

gdzie  $\xi \approx 1.3$  oraz  $J$  to wielkość zdefiniowana następująco

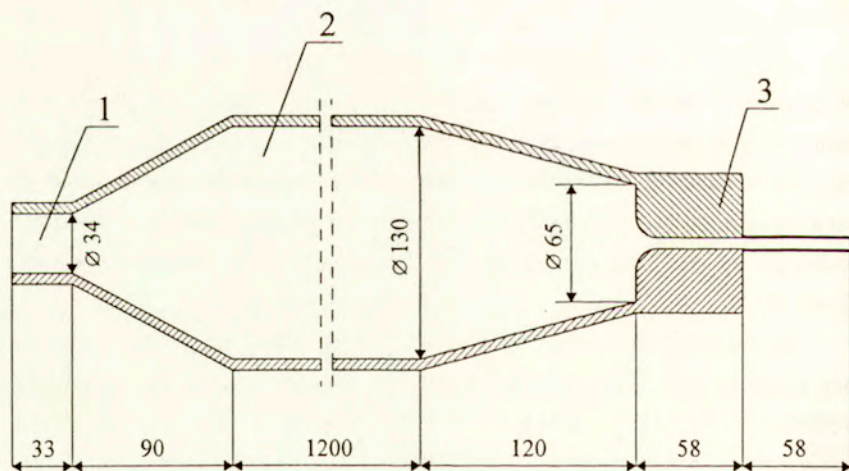


$$J = \int_{-\infty}^{\infty} [V(y)]^2 dy. \quad (3.38)$$

Występująca we wzorze (3.38) funkcja  $V(y)$  określa rozkład prędkości głównej w płaszczyźnie dyszy wylotowej. Przy małej długości dyszy rozkład ten będzie w przybliżeniu równomierny tzn.  $V(y) = V_s$ ,  $-h_0/2 \leq y \leq h_0/2$ , gdzie  $V_s$  to średnia prędkość strumienia oraz  $h_0$  to wysokość dyszy wylotowej, a więc  $J = h_0 V_s^2$ . W przypadku dużej długości dyszy wylotowej rozkład prędkości będzie miał natomiast kształt paraboliczny  $V(y) = 1.5V_s[1 - (2y/h_0)^2]$ , czyli  $J = 1.2h_0V_s^2$  [180].

### 3.2. Badania doświadczalne

Większość badań eksperymentalnych, których wyniki można znaleźć w literaturze, dotyczy opływu rezonatora przez strumień gazu wypływający z dyszy wylotowej o dużych rozmiarach. Z uwagi na stosunkowo małą ilość danych doświadczalnych w przypadku, gdy przepływ gazu ma postać strumienia płaskiego [91], w badaniach przeprowadzonych przez autora do wzbudzenia oscylacji akustycznych w rezonatorze wykorzystano strumień wypływający z dyszy płaskiej.

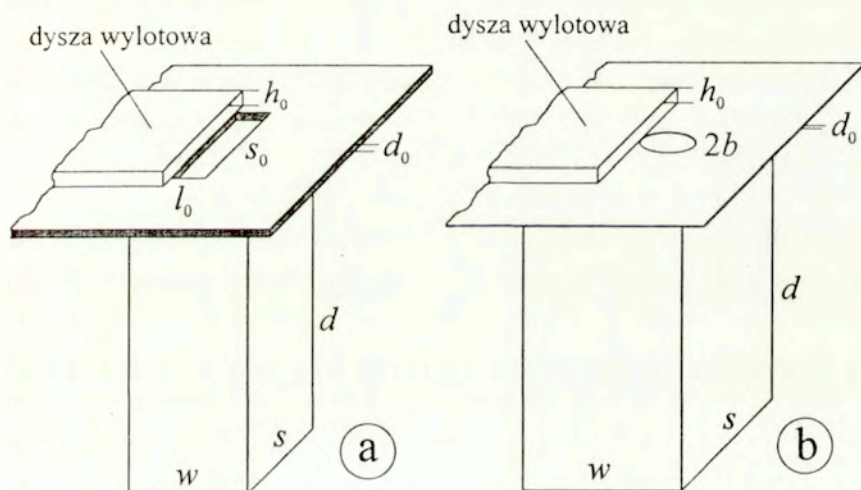


Rys. 3.4. Układ do formowania strumienia płaskiego: 1 - dysza wlotowa, 2 - komora wyrównawcza, 3 - dysza wylotowa o przekroju prostokątnym.

Na rys. 3.4 przedstawiono schematycznie układ do formowania strumienia. Podstawowe elementy tego układu to:

- dysza wlotowa 1 o przekroju kołowym,
- komora wyrównawcza 2, której zadaniem jest eliminacja turbulentnych zaburzeń przepływu,
- dysza wylotowa 3 o przekroju  $3 \times 30$  mm i długości 116 mm.

Do zasilania układu wykorzystano instalację znajdującą się w Pracowni Akustyki Środowiska IPPT PAN. Ze zbiorników ciśnieniowych powietrze za pomocą rurociągów a następnie przewodu elastycznego doprowadzane było poprzez zawór regulacyjny do komory wyrównawczej 2, a stąd przez dyszę wylotową 3 wypływało do otoczenia. Wydatek powietrza w jednostkach  $\text{m}^3/\text{s}$ , mierzono za pomocą przepływomierza.



Rys. 3.5. Układy wykorzystywane w badaniach: a) rezonator z otworem prostokątnym, b) rezonator z otworem kołowym.

W badaniach wykorzystywano dwa rodzaje rezonatorów. W pierwszym przypadku był to rezonator o wymiarach komory  $s = 28$  mm,  $w = 40$  mm i  $d = 12\text{--}18$  cm (rys. 3.5 a) i otworze prostokątnym ( $l_0 = 8$  mm,  $s_0 = s = 28$  mm,  $d_0 = 2$  mm), natomiast w drugim rezonator o wymiarach  $s = w = 50$  mm i  $d = 1\text{--}16$  cm (rys. 3.5 b) i otworze kołowym ( $b = 6$  mm,  $d_0 = 0.5$  mm), dla którego przeprowadzono pomiary częstotliwości



rezonansowej i dobroci przy pobudzeniu akustycznym (część 2.1). Celem badań było określenie zmian w funkcji średniej prędkości strumienia  $V_s$  częstotliwości i poziomu generowanych składowych dyskretnych. Prędkość  $V_s$  określano jako stosunek wydatku do powierzchni dyszy wylotowej. W badaniach wykorzystywano zestaw aparatury Brüel & Kjaer w ciągu pomiarowym: mikrofon – przedwzmacniacz – wąskopasmowy analizator widma 2033.

### 3.2.1. Rezonator z otworem prostokątnym

Dla rezonatora z otworem prostokątnym pomiary wykonywano w polu swobodnym (stoisko badawcze znajdowało się w komorze bezekowej) w odległości 1.5 m od źródła dźwięku. Mikrofon pomiarowy umieszczony był w takim punkcie, że prosta łącząca środek mikrofonu ze środkiem otworu rezonatora tworzyła kąt  $90^\circ$  z osią strumienia i przecinała płaszczyznę, na której położona jest szczelina wnęki pod kątem  $30^\circ$ . Przeprowadzone badania obejmowały:

- a) pomiar częstotliwości oraz poziomu amplitudy ciśnienia akustycznego dla składowych dyskretnych różnych modów generowanych w zakresie małych wartości  $V_s$ ,
- b) rejestrację wybranych widm generowanego sygnału akustycznego.

Analizator widma 2033 dokonuje analizy częstotliwościowej mierzonego sygnału w określonych zakresach częstotliwości. W każdym zakresie dokładność odczytu częstotliwości jest stała. Dla przyjętych w badaniach długości  $d$  rezonatora: 12, 14, 16 i 18 cm, pomiary, w przypadku dwóch pierwszych długości, wykonywano w zakresie 0–1000 Hz, co daje dokładność odczytu częstotliwości 2.5 Hz, natomiast dla dwóch pozostałych w zakresie 0–500 Hz, co umożliwia odczyt częstotliwości z dokładnością 1.25 Hz. We wszystkich pomiarach stosowano liniowe uśrednianie 16–tu widm mierzonego sygnału. Z uwagi na ograniczoną dokładność odczytu częstotliwości, poziom amplitudy ciśnienia akustycznego wyznaczony dla składowych dyskretnych odpowiada, w zależności od zakresu częstotliwości, poziomowi widma amplitudy w pasmach 1.25 Hz i 2.5 Hz.

Sygnał mierzony przez mikrofon nagrywano na profesjonalny magnetofon pomiarowy Nagra IV–SJ. Rejestrację widma sygnału przeprowadzono w oparciu o system analizy danych pomiarowych, który dzięki odpowiedniemu oprogramowaniu umożliwia kopiowanie ekranu analizatora 2033. W skład tego systemu wchodzi:



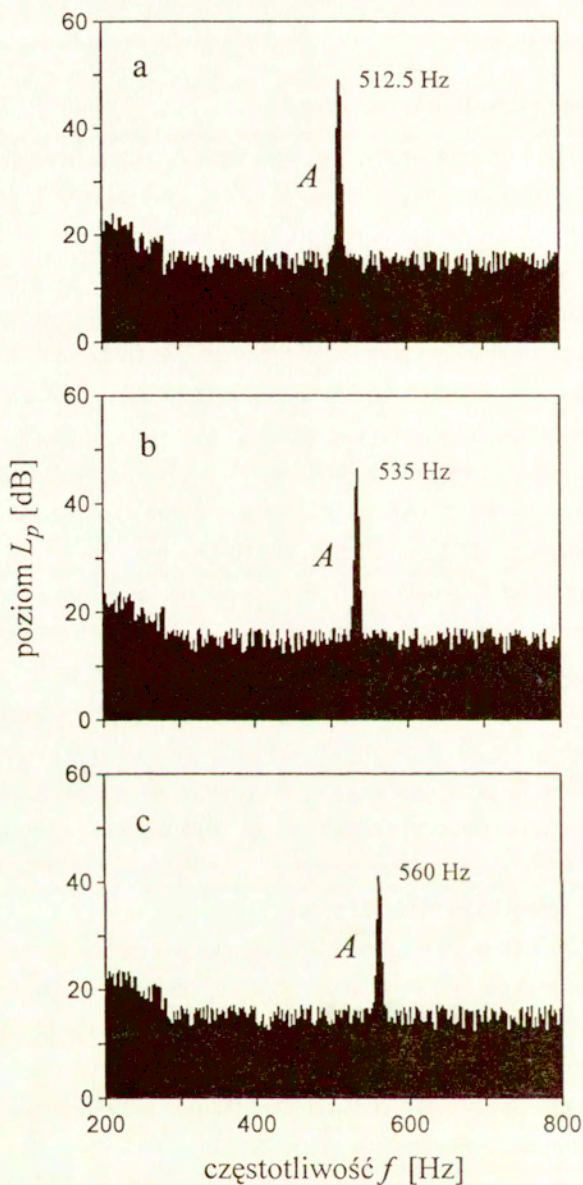
mikrokomputer, jako jednostka sterująca, interfejs IEC 625, analizator 2033 oraz drukarka komputerowa.

### 3.2.1.1. Widmo sygnału akustycznego

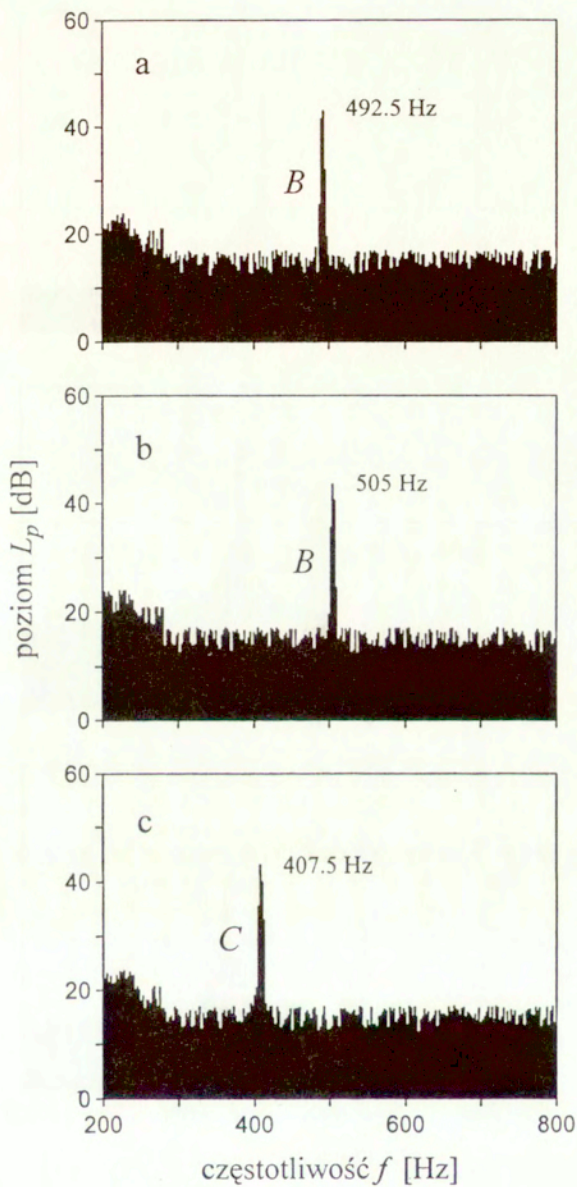
Na rys. 3.6–3.8 przedstawiono wyniki analizy częstotliwościowej sygnału akustycznego, zarejestrowanego przez mikrofon w punkcie pomiarowym, dla najmniejszej długości  $d$  rezonatora przy różnych wartościach prędkości  $V_s$ . Jak wynika z wykresów przedstawionych na rys. 3.6 składowa dyskretna pierwszego modu oznaczona jako  $A$  pojawia się w widmie dźwięku w zakresie najmniejszych prędkości  $V_s$ . Składowa ta ma charakter prawie czysto tonalny i stosunkowo duży poziom ( $L_p \leq 49$  dB), co pozwala ją łatwo wyróżnić na tle szerokopasmowego szumu. Można zaobserwować silną zależność częstotliwości tej składowej od prędkości strumienia. Dla  $V_s = 4.75$  m/s, przy której występuje maksymalny poziom składowej dyskretnej  $A$ , jej wartość wynosi 512.5 Hz (rys. 3.6a), natomiast dla prędkości strumienia: 5.16 m/s i 5.57 m/s, odpowiednio 535 Hz (rys. 3.6b) i 560 Hz (rys. 3.6c).

Przy prędkości  $V_s = 6.05$  m/s (rys. 3.7a) zachodzi pierwsza zmiana jakościowa w procesie generacji dźwięku: zanika składowa dyskretna  $A$ , natomiast w widmie sygnału akustycznego pojawia się składowa dyskretna drugiego modu, oznaczona jako  $B$ . Z porównania widm na rys. 3.6c i 3.7a wynika, że składowa dyskretna  $B$  zachowuje charakter tonalny, ale jej częstotliwość jest dużo mniejsza ( $f_d = 492.5$  Hz). Przy dalszym wzroście  $V_s$  przebieg zjawiska jest podobny, jak dla pierwszego modu, tzn. obserwuje się szybkie narastanie częstotliwości składowej dyskretnej  $B$ . Maksymalny poziom  $L_p$  dla tej składowej występuje przy  $f_d = 505$  Hz (rys. 3.7b), co jest zbliżone do rezultatu uzyskanego dla pierwszego modu.

Przy  $V_s = 6.48$  m/s zachodzi kolejna zmiana jakościowa w procesie generacji dźwięku i w widmie pojawia się składowa dyskretna kolejnego modu, oznaczona jako  $C$  (rys. 3.7c). Jak wynika z rys. 3.7, wzbudzenie oscylacji dla tego modu powoduje obniżenie częstotliwości generowanego dźwięku aż o 100 Hz. Na rys. 3.8 przedstawiono przykładowe widma dźwięku uzyskane w zakresie większych prędkości strumienia. Porównanie widm pokazanych na rys. 3.7c i 3.8a, wskazuje na duży wzrost poziomu dźwięku w przedziale prędkości  $V_s = 6.48$ – $8.32$  m/s. Obserwuje się też znaczne zwiększenie częstotliwości składowej dyskretnej  $C$  ( $f_d = 482.5$  Hz przy  $V_s = 8.32$  m/s), a także wyraźną modyfikację generowanego sygnału akustycznego (wzrost poziomu dźwięku w paśmie 300–700 Hz).

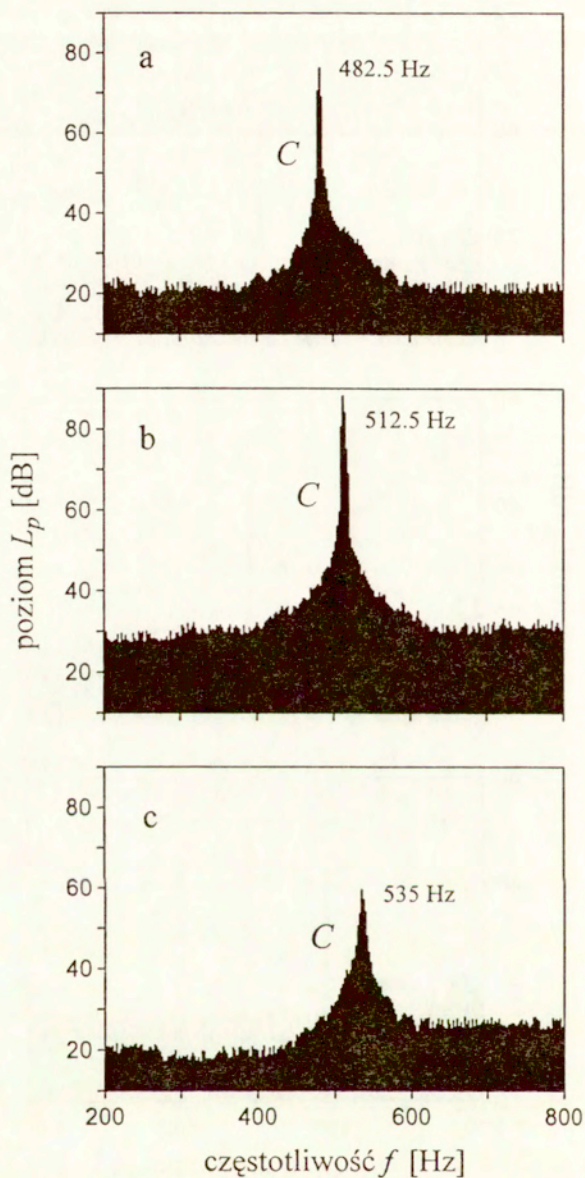


Rys. 3.6. Widmo sygnału akustycznego przy prędkościach strumienia  $V_s$ : a) 4.75 m/s, b) 5.16 m/s i c) 5.57 m/s.



Rys. 3.7. Widmo sygnału akustycznego przy prędkościach strumienia  $V_3$ : a) 6.05 m/s, b) 6.28 m/s i c) 6.48 m/s.





Rys. 3.8. Widmo sygnału akustycznego przy prędkościach strumienia  $V_s$ : a) 8.32 m/s, b) 13 m/s i c) 16.07 m/s.

Jak wynika z rys. 3.8, przy  $V_s > 8.32$  m/s zachodzi dalszy, stopniowy wzrost poziomu dźwięku, aż do prędkości  $V_s = 13$  m/s, przy której poziom  $L_p$  składowej dyskretnej  $C$  osiąga wartość maksymalną ( $L_p = 88.1$  dB). Wraz ze wzrostem  $V_s$  następuje też zwiększenie częstotliwości składowej dyskretnej, ale przyrost  $f_d$  jest wyraźnie mniejszy niż przy małych prędkościach strumienia. Przy  $V_s = 13$  m/s, wartość  $f_d$  wynosi 512.5 Hz co, jak widać, dokładnie odpowiada częstotliwości składowej dyskretnej  $A$  w przypadku maksymalnej wartości  $L_p$ . Powyżej  $V_s = 13$  m/s obserwuje się stopniowy spadek poziomu składowej dyskretnej  $C$  (rys. 3.8c), a następnie zanik tej składowej w widmie generowanego dźwięku.

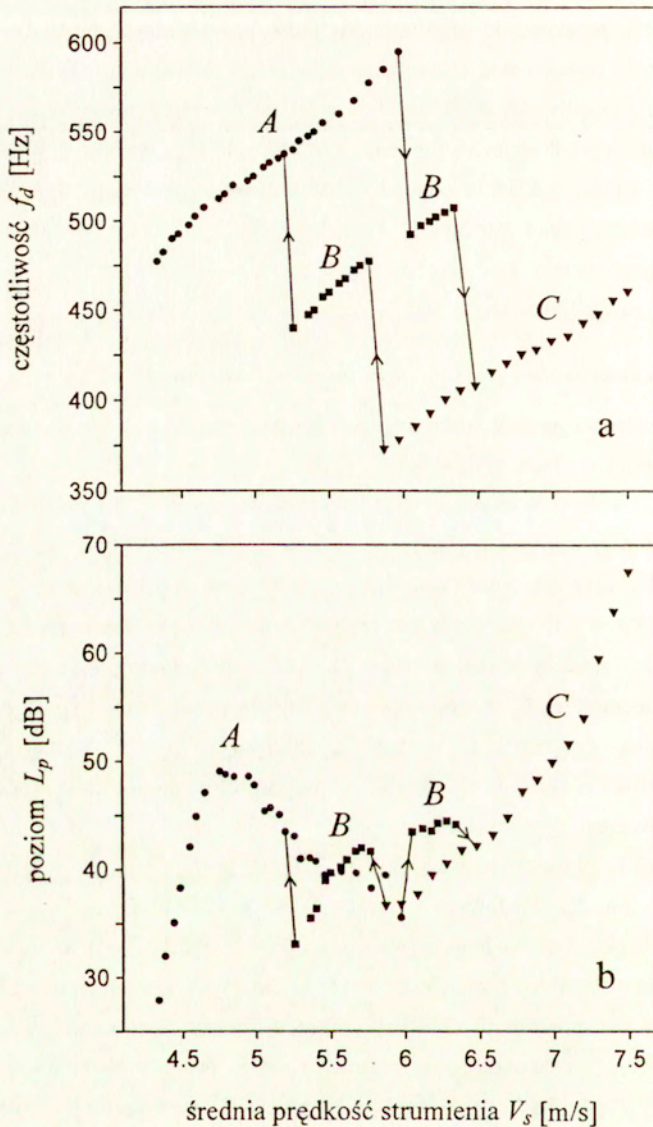
### 3.2.1.2. Częstotliwość i poziom składowych dyskretnych

Z przeprowadzonej analizy widm sygnału akustycznego wynika, że występują dwie różne fazy procesu generacji dźwięku:

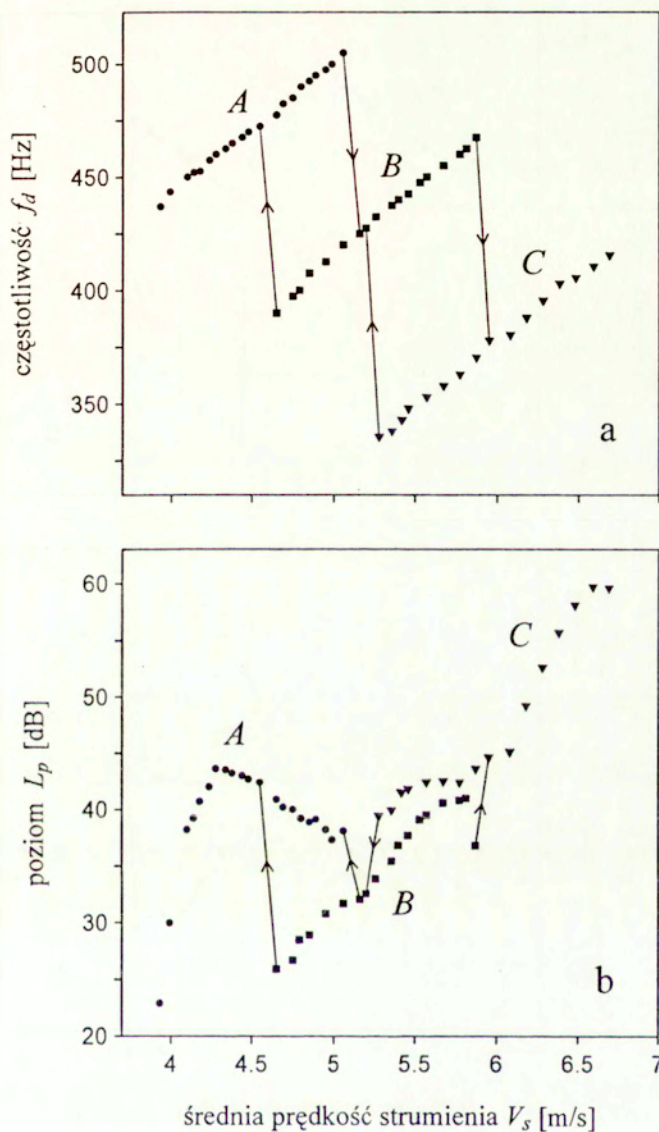
- faza I – kolejne wzbudzenie składowych dyskretnych  $A$ ,  $B$  i  $C$  trzech różnych modów przy wzroście prędkości  $V_s$ ; własności – mały poziom  $L_p$  generowanego dźwięku, silna zależność częstotliwości  $f_d$  składowych dyskretnych od prędkości  $V_s$ , skokowe zmniejszenie  $f_d$  towarzyszące wzbudzeniu kolejnego modu,
- faza II – znaczny wzrost poziomu  $L_p$  składowej dyskretnej  $C$ , a następnie, po osiągnięciu przez  $L_p$  wartości maksymalnej, stopniowy spadek  $L_p$ , aż do zaniku składowej dyskretnej  $C$  w widmie dźwięku; własności – mały przyrost częstotliwości składowej dyskretnej  $C$  przy wzroście prędkości  $V_s$ , modyfikacja generowanego sygnału akustycznego.

Na rys. 3.9–3.12 przedstawiono wyniki badań, które ilustrują zależność częstotliwości  $f_d$  oraz poziomu  $L_p$  składowych dyskretnych od prędkości  $V_s$  w fazie I procesu generacji dźwięku. Z zestawienia częstotliwości (rys. 3.9a–3.12a) wynika, że zależność  $f_d$  od  $V_s$  dla wszystkich trzech składowych dyskretnych jest w prawie liniowa, a ponadto taki sam przyrost prędkości  $V_s$  powoduje w przybliżeniu ten sam przyrost częstotliwości  $f_d$  (proste określające zależność  $f_d$  od  $V_s$  są w przybliżeniu równoległe). Silne zmiany częstotliwości  $f_d$  w funkcji  $V_s$ , skokowe zmniejszenie  $f_d$  towarzyszące wzbudzeniu kolejnego modu oraz efekt histerezy wskazują na to, że w fazie I procesu generacji dźwięku dominuje mechanizm sprzężenia zwrotnego związany z oddziaływaniem międzykrawędziowym.



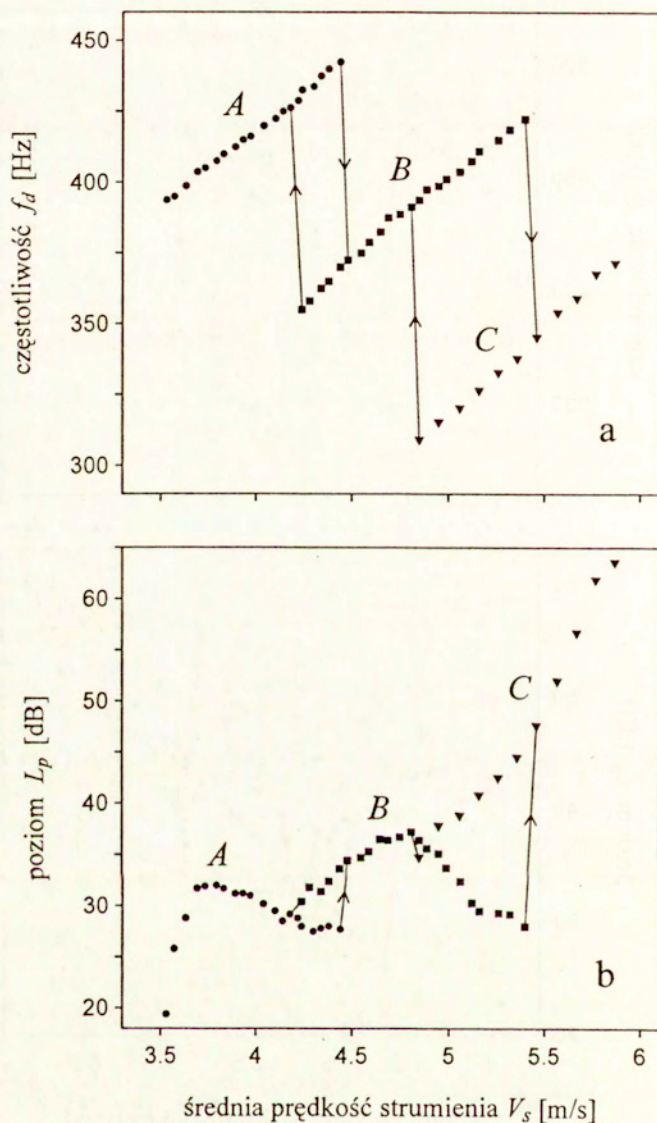


Rys. 3.9. Zależność od  $V_s$  częstotliwości  $f_d$  i poziomu  $L_p$  składowych dyskretnych A, B i C w fazie I procesu generacji dźwięku. Długość rezonatora  $d = 12$  cm.

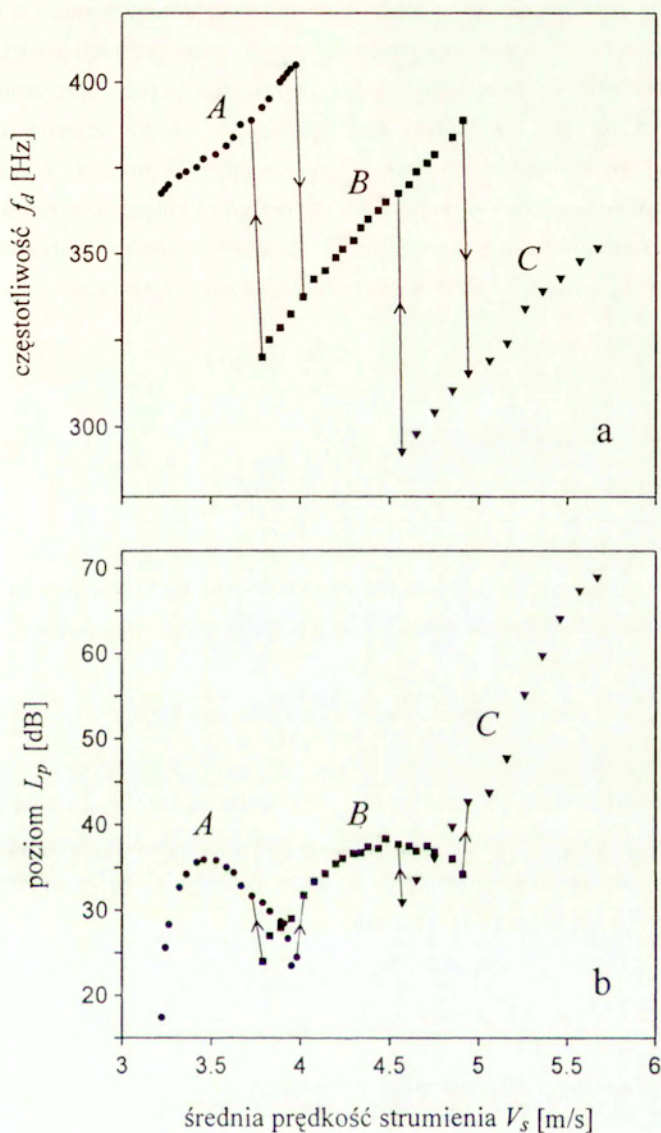


Rys. 3.10. Zależność od  $V_s$  częstotliwości  $f_d$  i poziomu  $L_p$  składowych dyskretnych  $A$ ,  $B$  i  $C$  w fazie I procesu generacji dźwięku. Długość rezonatora  $d = 14$  cm.





Rys. 3.11. Zależność od  $V_s$  częstotliwości  $f_d$  i poziomu  $L_p$  składowych dyskretnych  $A$ ,  $B$  i  $C$  w fazie I procesu generacji dźwięku. Długość rezonatora  $d = 16$  cm.



Rys. 3.12. Zależność od  $V_s$  częstotliwości  $f_d$  i poziomu  $L_p$  składowych dyskretnych A, B i C w fazie I procesu generacji dźwięku. Długość rezonatora  $d = 18$  cm.



Przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora, którego wymiary  $l_0$  i  $d$  spełniają relację  $l_0/d < 1$  (wnęka głęboka), podstawowy mechanizm generacji dźwięku opiera się na oddziaływaniu pośrednim (przepływowo-akustyczne sprzężenie zwrotne pierwszego rodzaju), w którym rolę sygnału zwrotnego odgrywa fala stojąca wzbudzona w rezonatorze (rys. 3.2). W sytuacji, gdyby w procesie generacji dźwięku występował tylko ten rodzaj sprzężenia zwrotnego, to wytwarzane składowe dyskretne miałyby ściśle określone częstotliwości  $f_d$  wyznaczone na podstawie warunku rezonansu  $X_c + X_m = 0$ , gdzie  $X_c$  to reaktancja komory rezonatora

$$X_c = \frac{\rho_0 c_0}{S_1} \operatorname{ctg}(k_d d), \quad (3.39)$$

natomiast  $X_m$  to reaktancja otworu

$$X_m = -\frac{\rho_0 c_0}{S_0} k_d (d_0 + \Delta d_c), \quad (3.40)$$

gdzie  $k_d = \omega_d/c_0$ ,  $\omega_d = 2\pi f_d$ ,  $\Delta d_c$  to całkowita poprawka wlotu oraz  $S_0 = l_0 s$  i  $S_1 = s w$  to odpowiednio powierzchnia otworu i przekroju poprzecznego komory rezonatora. Zatem w przybliżeniu

$$f_d = f_r \approx \frac{c_0(2m-1)}{4(d+\Delta)}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.41)$$

gdzie  $\Delta = S_1(d_0 + \Delta d_c)/S_0$  oraz  $m$  to liczba naturalna określająca mod akustyczny. Jeżeli, tak jak poprzednio,  $\lambda_w$  i  $V_c$  oznaczają odpowiednio: odległość pomiędzy kolejnymi wirami odrywającymi się od krawędzi spływu oraz prędkość unoszenia wirów, to wykorzystując (3.41) oraz zależności

$$f_d = V_c/\lambda_w, \quad (3.42)$$

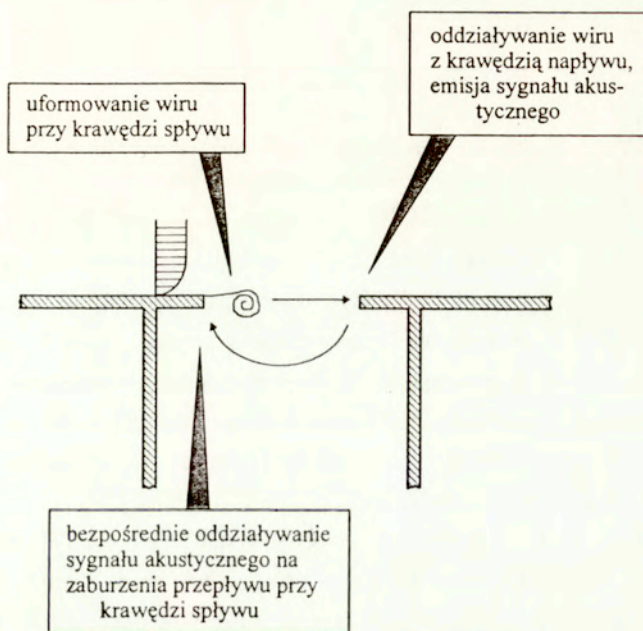
$$V_c = \eta V_s, \quad (3.43)$$

gdzie  $\eta = \text{const.}$ , po przekształceniach uzyskuje się

$$\lambda_w \approx \frac{4\eta(d+\Delta)}{c_0(2m-1)} V_s, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.44)$$

Oznacza to, że przy oddziaływaniu pośrednim zmiany  $\lambda_w$  są wprost proporcjonalne do  $V_s$ .

Przy oddziaływaniu międzykrawędziowym (przepływowo–akustyczne sprzężenie zwrotne drugiego rodzaju) sygnał akustyczny wytworzony przy krawędzi napływu oddziałuje bezpośrednio na zaburzenia strumienia przy krawędzi spływu (rys. 3.13).



Rys. 3.13. Przepływowo–akustyczne sprzężenie zwrotne przy oddziaływaniu bezpośrednim.

Warunkiem koniecznym do wzbudzenia oscylacji akustycznych jest zatem wymaganie, aby przesunięcie fazowe na odcinku o długości  $2l_0$  wynikające z propagacji zaburzeń wirowych przepływu od krawędzi spływu do krawędzi napływu oraz propagacji sygnału akustycznego od krawędzi napływu do krawędzi spływu wynosiło  $2n\pi$ , czyli

$$\omega_d l_0 \left( \frac{1}{c_0} + \frac{1}{V_c} \right) = 2n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.45)$$

gdzie  $n$  określa mod hydrodynamiczny. Ponieważ dla przepływów silnie poddźwiękowych zachodzi  $V_c \ll c_0$ , więc równ. (3.45) można uprościć do postaci

$$f_d l_0 / V_c = l_0 / \lambda_w = n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.46)$$

co oznacza, że przy oddziaływaniu międzykrawędziowym odległość  $\lambda_w$  pomiędzy zaburzeniami wirowymi przepływu przyjmuje ściśle określone wartości. Wykorzystując w zależności (3.46) rów. (3.43) można natomiast określić związek pomiędzy częstotliwością  $f_d$  a prędkością  $V_s$

$$f_d = \eta n V_s / l_0 = n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.47)$$

Wynika z niego, że przy oddziaływaniu międzykrawędziowym częstotliwość  $f_d$  składowych dyskretnych jest wprost proporcjonalna do prędkości  $V_s$ .

Jak widać z powyższych wzorów, warunki, przy których możliwa jest generacja dźwięku, są dla obu rodzajów oddziaływań dokładnie przeciwne, tzn. dyskretnym wartościom  $f_d$  i liniowej zależności  $\lambda_w$  od  $V_s$  w przypadku oddziaływania pośredniego [rów. (3.41) i (3.44)] odpowiadają liniowy związek pomiędzy  $f_d$  a  $V_s$  oraz ściśle określone wartości  $\lambda_w$  w przypadku oddziaływania bezpośredniego [rów. (3.47) i (3.46)]. Ponieważ w rozważanym zjawisku występują równocześnie oba mechanizmy sprzężenia zwrotnego, zatem o tym, który z nich ma podstawowe znaczenie w procesie generacji dźwięku, decyduje charakter zmian  $f_d$  (lub  $\lambda_w$ ) w funkcji  $V_s$ .

Analizując dane pomiarowe z rys. 3.9–3.12 zestawione osobno dla składowych dyskretnych  $A$ ,  $B$  i  $C$  (rys. 3.14–3.16), można zauważyć, że dla każdej długości  $d$  rezonatora występuje podobna zależność częstotliwości  $f_d$  od prędkości  $V_s$ . Charakter zmian  $f_d$  w funkcji  $V_s$  dla każdej składowej dyskretniej określają w tym przypadku współczynniki  $\alpha_x = \Delta f_d / \Delta V_s$ ,  $x = A, B, C$ , których wartości są niezależne od długości  $d$  rezonatora i wynoszą

$$\begin{aligned} \alpha_A &\approx 57 \text{ 1/m}, \\ \alpha_B &\approx 60 \text{ 1/m}, \\ \alpha_C &\approx 63 \text{ 1/m}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

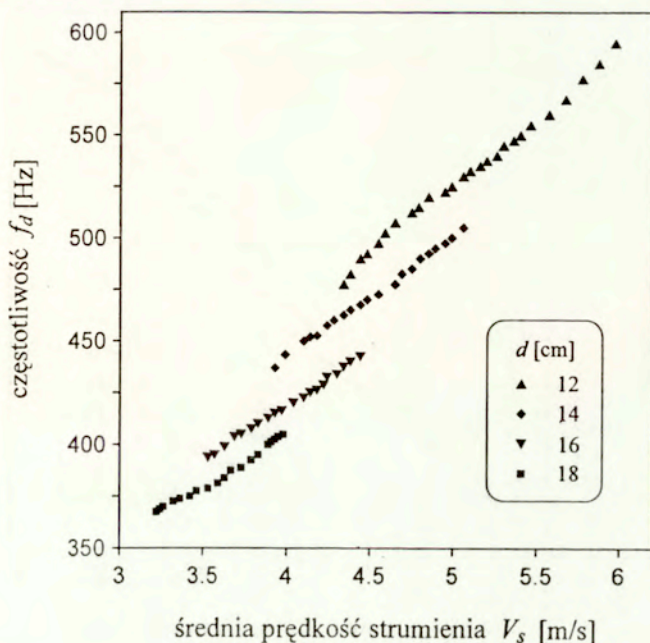
Przybliżony związek pomiędzy częstotliwością  $f_d$  a prędkością  $V_s$  jest zatem następujący

$$f_d \approx \alpha_x V_s + \beta_x, \quad (3.49)$$

gdzie  $x = A, B, C$  oraz  $\beta_A > 0$ ,  $\beta_B > 0$  to wielkości przyjmujące inną wartość dla każdej długości  $d$  rezonatora. Jak wynika z rys. 3.16, dla składowej dyskretniej  $C$  zależność (3.49) upraszcza się do postaci

$$f_d \approx \alpha_C V_s \quad (3.50)$$

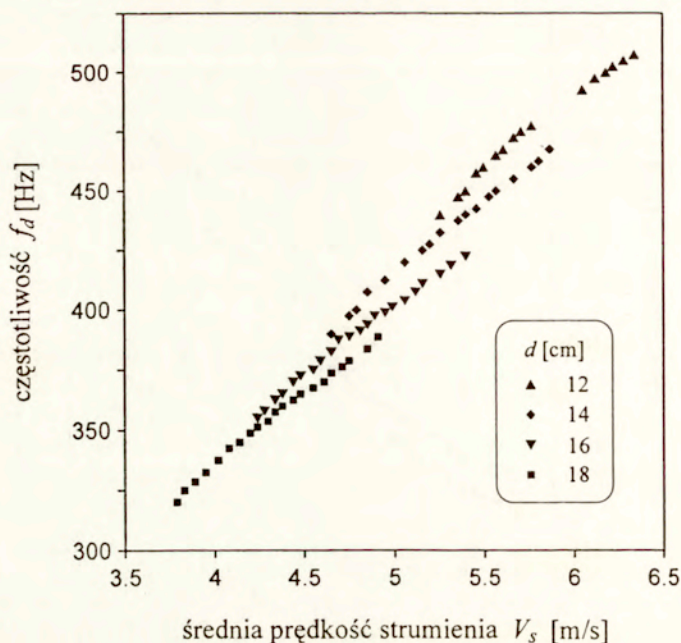




Rys. 3.14. Zależność częstotliwości  $f_d$  składowej dyskretnej  $A$  od prędkości  $V_s$ .

co oznacza, że w fazie I procesu generacja tej składowej dyskretnej opiera się wyłącznie na mechanizmie sprzężenia zwrotnego, który związany jest z oddziaływaniem międzykrawędziowym. Szybki wzrost częstotliwości  $f_d$  w funkcji  $V_s$ , widoczny w pozostałych dwóch przypadkach (rys. 3.14, 3.15), wskazuje na to, że ten rodzaj oddziaływania ma podstawowe znaczenie również przy wytwarzaniu składowych dyskretnej  $A$  i  $B$ . Fakt, że wielkości  $\beta_A$  i  $\beta_B$  w zależności (3.50) są różne od zera, oznacza natomiast, że przebieg zmian  $f_d$  w funkcji  $V_s$  dla składowych dyskretnej  $A$  i  $B$  modyfikowany jest przez przepływowo-akustyczne sprzężenie pierwszego rodzaju.

Wpływ własności akustycznych rezonatora na proces generacji dźwięku, to, jak można zauważyć na rys. 3.14 i 3.15, inny dla każdej wartości  $d$  zakres częstotliwości składowych dyskretnej. Jeżeli przez  $f_R$  oznaczymy częstotliwość, przy której poziom składowej dyskretnej  $C$  w fazie II procesu osiąga wartość maksymalną, to z danych pomiarowych zamieszczonych w tabeli III wynika, że zakres względnych zmian  $f_d$  dla



Rys. 3.15. Zależność częstotliwości  $f_d$  składowej dyskretnej  $B$  od prędkości  $V_s$ .

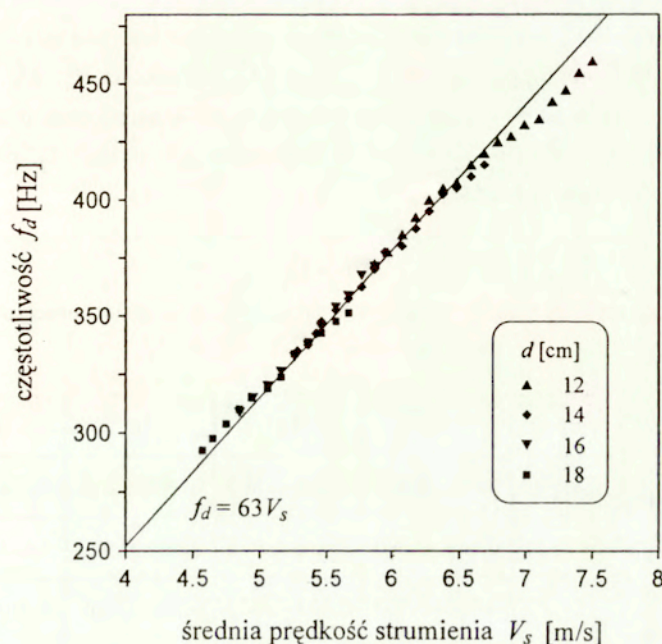
składowych dyskretnej  $A$  i  $B$  jest podobny dla wszystkich wartości  $d$ , a ponadto, maksimum  $L_p$  dla tych składowych występuje dla  $f_d \approx f_R$ .

Wpływ własności akustycznych rezonatora na proces generacji dźwięku, to również, inny dla każdej wartości  $d$ , zakres wartości  $V_s$ , w którym następuje wzbudzenie danej składowej dyskretnej (rys. 3.14–3.16). Jak można zauważyć, pomiędzy zmianami  $d$  i  $V_s$  występuje wyraźny związek, ponieważ prędkość, przy której pojawia się lub zanika kolejna składowa dyskretna, rośnie przy zmniejszaniu wartości  $d$ . Prawidłowość tę wyjaśnia zestawienie danych pomiarowych w tabeli IV, gdzie  $St$  to liczba Strouhala o postaci

$$St = l_0 f_d / V_s. \quad (3.51)$$

Można bowiem zauważyć, że zakres zmian  $St$  dla każdej składowej dyskretnej jest praktycznie niezależny od długości  $d$  rezonatora. Prawidłowość ta ma prostą interpretację fizyczną. Z zależności (3.42), (3.43) i (3.51) wynika bowiem, że

$$\lambda_w = c / f_d = c l_0 / St. \quad (3.52)$$



Rys. 3.16. Zależność częstotliwości  $f_d$  składowej dyskretnej  $C$  od prędkości  $V_s$  w fazie I procesu generacji dźwięku.

**Tabela III**

Częstotliwość  $f_R$ , przy której poziom składowej dyskretnej  $C$  osiąga wartość maksymalną, oraz stosunek  $f_d/f_R$  dla składowych dyskretnej  $A$  i  $B$  w przypadku różnych długości  $d$  rezonatora.

długość $d$ [cm]	12	14	16	18	
częstotliwość $f_R$ [Hz]	512.5	457.5	402.5	377.5	
zakres zmian $f_d/f_R$	$A$	0.93–1.16	0.96–1.10	0.98–1.10	0.96–1.06
	$B$	0.86–1.00	0.85–1.02	0.88–1.05	0.84–1.02
wartość $f_d/f_R$ dla maksimum $L_p$	$A$	1.000	1.005	1.012	0.996
	$B$	0.985	0.995	0.991	0.990



a zatem odległość  $\lambda_w$  pomiędzy wirami odrywającymi się od krawędzi spływu jest inna dla każdej składowej dyskretnej oraz  $\lambda_w^A < \lambda_w^B < \lambda_w^C$ . Wielkości  $\lambda_w^A$ ,  $\lambda_w^B$  i  $\lambda_w^C$ , jak wynika z danych w tabeli IV, przyjmują wartości ze ściśle określonego przedziału, a ponadto  $\lambda_w^A \approx \text{const.}$  i  $\lambda_w^B \approx \text{const.}$  w przypadku, gdy poziom  $L_p$  składowych dyskretnych  $A$  i  $B$  jest największy.

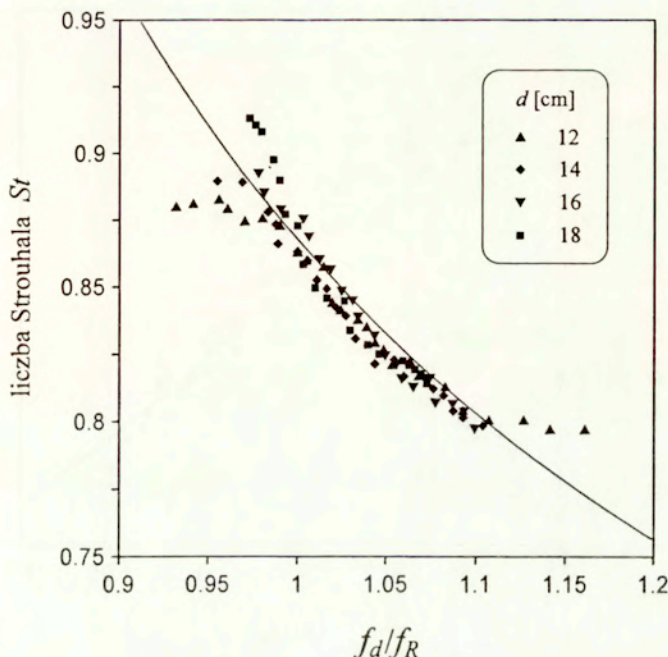
Tabela IV

Liczba Strouhala  $St$  dla składowych dyskretnych  $A$ ,  $B$  i  $C$  w fazie I procesu generacji dźwięku.

długość $d$ [cm]		12	14	16	18
zakres zmian liczby Strouhala $St$	$A$	0.797–0.883	0.799–0.890	0.797–0.894	0.813–0.910
	$B$	0.640–0.670	0.637–0.672	0.629–0.670	0.632–0.645
	$C$	0.490–0.509	0.497–0.509	0.501–0.509	0.500–0.514
wartość $St$ dla maksimum $L_p$	$A$	0.863	0.860	0.860	0.858
	$B$	0.643	0.642	0.644	0.641

Różny zakres wartości  $St$  dla składowych dyskretnych  $A$ ,  $B$  i  $C$  oznacza, że zmiany  $\lambda_w$  są inne dla każdej składowej dyskretnej. Najmniejsze zmiany  $\lambda_w$ , jak wynika z danych w tabeli IV, zachodzą dla składowej dyskretnej  $C$ , przy czym zakres wartości  $St$  w tym przypadku jest na tyle mały, że można przyjąć  $\lambda_w^C \approx \text{const.}$  Jest to zgodne z tym, co stwierdzono powyżej, a mianowicie, że w fazie I procesu, generacja składowej dyskretnej  $C$  opiera się wyłącznie na mechanizmie sprzężenia zwrotnego, który związany jest z oddziaływaniem międzykrawędziowym. Fakt, że dla dwóch pozostałych rodzajów drgań zmiany  $St$  są dużo większe, dowodzi natomiast, że modyfikacja  $\lambda_w$  jest efektem działania sprzężenia zwrotnego pierwszego rodzaju.

Na podstawie zależności empirycznej (3.49) można określić, jaki wpływ na wartość liczby Strouhala  $St$  mają zmiany prędkości  $V_s$ . Jak wynika z rys. 3.16, parametr  $\beta_C$  we wzorze (3.49) jest bliski zera, zatem liczba Strouhala dla składowej dyskretnej  $C$  w fazie I procesu jest niezależna od  $V_s$  i wynosi  $St \approx 0.5$ . Dla dwóch



Rys. 3.17. Zależność liczby Strouhala  $St$  od stosunku częstotliwości  $f_d/f_R$  dla składowej dyskretnej  $A$ . Linia przerywaną oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie wzoru (3.56).

pozostałych składowych dyskretnych związków pomiędzy  $St$  a  $V_s$  ma postać

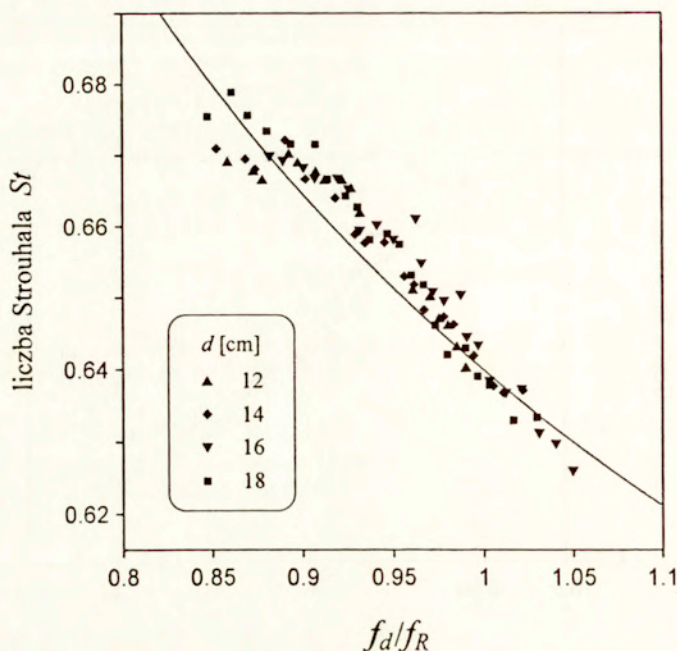
$$St \approx l_0(\alpha_x + \beta_x/V_s), \quad x = A, B, \quad (3.53)$$

co oznacza, że wraz ze wzrostem  $V_s$  następuje zwiększenie  $\lambda_w^A$  i  $\lambda_w^B$ . Występujące we wzorze (3.53) stałe empiryczne  $\beta_A$  i  $\beta_B$  są, jak wynika z rys. 3.14 i 3.15, różne dla każdej długości  $d$  rezonatora. Jeżeli jednak ich wartości odnieść do częstotliwości  $f_R$  (tabela III), to okazuje się, że stosunek  $\beta_x/f_R$  jest w przybliżeniu stały

$$\begin{aligned} \beta_A/f_R &\approx 0.47, \\ \beta_B/f_R &\approx 0.25. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Ponieważ zależność (3.53) można przekształcić do postaci

$$St \approx \frac{l_0 \alpha_x}{1.7 \beta_x / f_d}, \quad x = A, B, \quad (3.55)$$



Rys. 3.18. Zależność liczby Strouhala  $St$  od stosunku częstotliwości  $f_d/f_R$  dla składowej dyskretnej  $B$ . Linia przerywaną oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie wzoru (3.57).

zatem na podstawie (3.48) i (3.54) uzyskuje się

$$St \approx \frac{0.46 f_d / f_R}{f_d / f_R - 0.47} \quad (3.56)$$

dla składowej dyskretnej  $A$

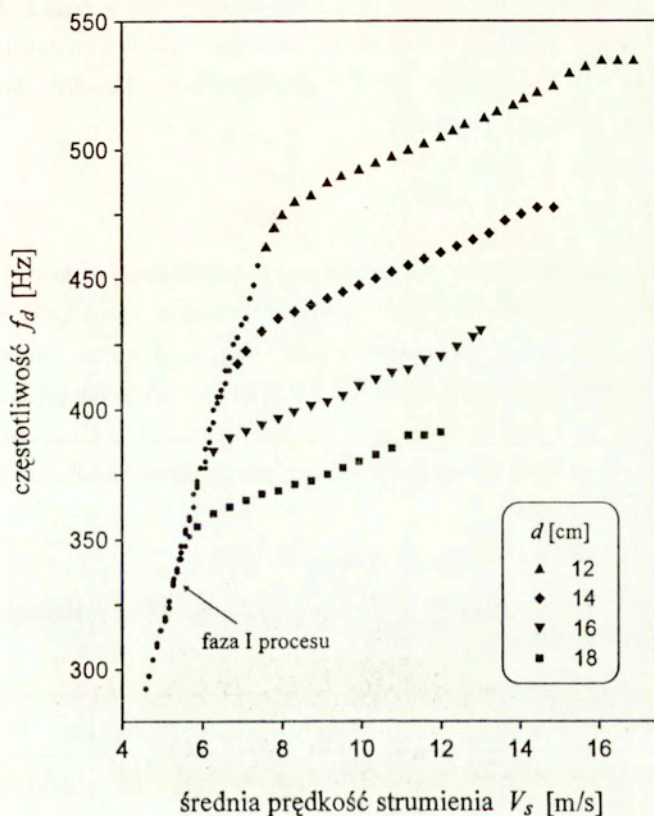
$$St \approx \frac{0.48 f_d / f_R}{f_d / f_R - 0.25} \quad (3.57)$$

dla składowej dyskretnej  $B$ . Jak widać na rys. 3.17 i 3.18, wartości  $St$  określone na podstawie wzorów (3.56) i (3.57) wykazują dużą zgodność z danymi pomiarowymi. Dowodzi to, że modyfikacja  $\lambda_w$  dla składowych dyskretnych  $A$  i  $B$  ma związek ze zmianą fazy w pętli sprzężenia zwrotnego pierwszego rodzaju. Jeżeli bowiem przyjmiemy  $f_R = f_r$ , to ze wzorów (3.39–41) wynika, że dla częstotliwości  $f_d \neq f_R$  zmiana fazy wynosi

$$\Delta\varphi \approx [(2m-1) f_d / f_R - 1] \frac{\pi}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.58)$$



a więc zależy ona wyłącznie od stosunku  $f_d/f_R$  oraz liczby naturalnej  $m$  określającej mod akustyczny.



Rys. 3.19. Zależność częstotliwości  $f_d$  składowej dyskretnej  $C$  od prędkości  $V_s$  w fazie I i II procesu generacji dźwięku.

Na rys. 3.19 przedstawiono zależność częstotliwości składowej dyskretnej  $C$  od prędkości  $V_s$ . Z porównania zmian  $f_d$  w fazie I (punkty oznaczone za pomocą kropek) i II procesu generacji dźwięku wynika, że w zakresie wyższych prędkości strumienia wartość  $V_s$  ma dużo mniejszy wpływ na częstotliwość tej składowej dyskretnej. Ponieważ dla każdej długości  $d$  rezonatora, powyżej pewnej prędkości strumienia, zależność  $f_d$  od  $V_s$  w fazie II jest w przybliżeniu liniowa, zatem na podstawie danych pomiarowych uzyskuje się <http://rcin.org.pl>

$$f_d \approx \alpha'_C V_s + 0.85 f_R, \quad (3.59)$$

gdzie  $\alpha'_C = 6.25$ . Oznacza to, że w fazie II procesu przyrost  $f_d$  w funkcji  $V_s$  dla składowej dyskretnej  $C$  jest prawie 10-krotnie mniejszy niż w fazie I. Jak można zauważyć, konsekwencją tego są małe zmiany stosunku  $f_d/f_R$  dla wszystkich długości  $d$  rezonatora (tabela V). Inna jest również zależność liczby Strouhala  $St$  od  $f_d/f_R$ , ponieważ na podstawie (3.59) uzyskuje się

$$St \approx \frac{0.05 f_d / f_R}{f_d / f_R - 0.85}. \quad (3.60)$$

Jak wynika z danych w tabeli V, zakres wartości  $St$  dla składowej dyskretnej  $C$  w fazie II procesu jest podobny dla wszystkich długości  $d$  rezonatora, a więc zmiany  $\lambda_w^C$  są w przybliżeniu niezależne od wartości  $d$ . Fakt, że zakres ten jest dużo większy niż dla składowych  $A$  i  $B$  (tabela IV) oznacza natomiast, że przy wyższych prędkościach  $V_s$  następuje znaczny wzrost wartości  $\lambda_w^C$ . Zgodnie z tym, co stwierdzono powyżej, dowodzi to, że w fazie II procesu dominuje przeplywowo-akustyczne sprzężenie zwrotne pierwszego rodzaju.

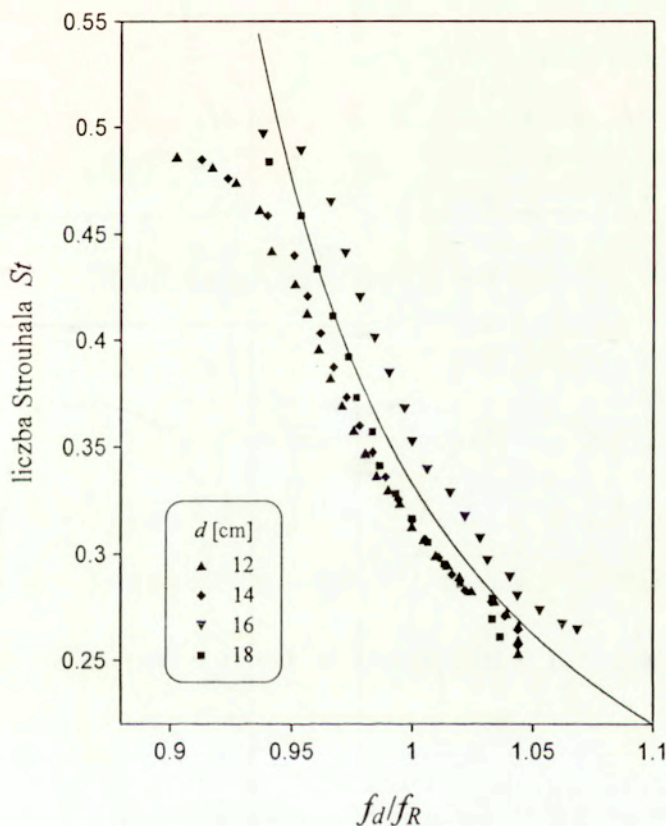
**Tabela V**

Stosunek częstotliwości  $f_d/f_R$  oraz liczba Strouhala dla składowej dyskretnej  $C$  w fazie II procesu generacji dźwięku.

długość $d$ [cm]		12	14	16	18
$f_d/f_R$		0.90–1.04	0.91–1.04	0.93–1.06	0.93–1.04
liczba $St$	zakres	0.251–0.487	0.258–0.485	0.264–0.497	0.261–0.495
	max. $L_p$	0.315	0.322	0.352	0.317

Jak wynika z tabeli V, wartości  $St$  wyznaczone dla maksimum poziomu  $L_p$  składowej dyskretnej  $C$  są zbliżone jedynie dla długości  $d$  rezonatora: 12, 14 i 18 cm. Wyraźnie większa wartość  $St$  dla maksymalnej wartości  $L_p$  ( $St = 0.352$ ) oraz nieco inny zakres zmian stosunku  $f_d/f_R$  dla rezonatora o długości  $d = 16$  cm, wskazują na to, że pomiar częstotliwości  $f_R$  na podstawie zmian poziomu składowej dyskretnej  $C$  może być obciążony pewnym błędem. W jak istotny sposób błąd ten wpływa na wyniki

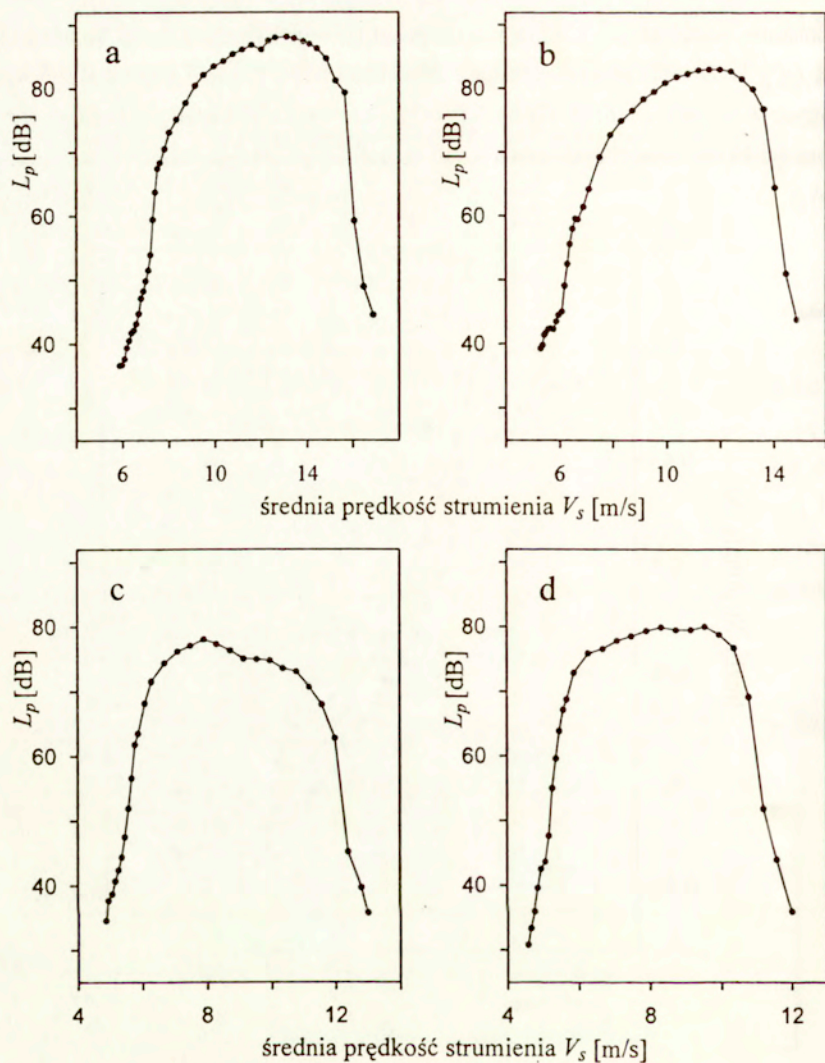
pomiarów, widać na rys. 3.20, na którym przedstawiono zależność liczby Strouhala  $St$  od  $f_d/f_R$  w fazie II procesu generacji dźwięku. Można bowiem zauważyć znaczne różnice w wartościach  $St$  określonych przy tym samym stosunku  $f_d/f_R$  dla rezonatora o długości 16 cm i pozostałych trzech wartości  $d$ .



Rys. 3.20. Zależność liczby Strouhala  $St$  od stosunku częstotliwości  $f_d/f_R$  dla składowej dyskretnej  $C$  w fazie II procesu generacji dźwięku. Linia przerywana oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie wzoru (3.60).

Błąd występujący przy określaniu częstotliwości  $f_R$  nie wynika z małej dokładności zastosowanej metody pomiarowej. W zakresie częstotliwości 0–500 Hz dokładność pomiaru częstotliwości i poziomu amplitudy ciśnienia wynosi bowiem 1.25 Hz oraz





Rys. 3.21. Zależność poziomu  $L_p$  składowej dyskretnej  $C$  od prędkości  $V_s$ .

0.1 dB. Uśrednianie widma eliminuje natomiast błędy pomiaru wprowadzane przez nierównomierność przepływu. Przyczyną niedokładności pomiaru  $f_R$  dla  $d = 16$  cm jest wyraźnie inny, niż w pozostałych trzech przypadkach charakter zmian poziomu  $L_p$  składowej dyskretnej w funkcji prędkości  $V_s$  (rys. 3.21). Można bowiem zauważyć, że

dla  $d = 16$  cm maksimum w przebiegu określającym zależność  $L_p$  od  $V_s$  przesunięte jest w stronę mniejszych prędkości strumienia (rys. 3.21c).

### 3.2.1.3. Mod akustyczny i hydrodynamiczny

Wstępne oszacowanie częstotliwości rezonansowych układu na podstawie wzoru (3.41), gdzie pominięto nieznaną wielkość  $\Delta d_c$ , wskazuje na to, że generacja składowych dyskretnych  $A$ ,  $B$  i  $C$  wynika z wzbudzenia w rezonatorze fali stojącej dla pierwszego modu akustycznego [ $m = 1$  we wzorze (3.41)]. Z drugiej strony każdej składowej dyskretnej odpowiada inna odległość  $\lambda_w^x$ ,  $x = A, B, C$ , pomiędzy zaburzeniami wirowymi przepływu, zatem poszczególne składowe reprezentują inny mod hydrodynamiczny. Mod ten określa liczba naturalna  $n$  we wzorach (3.46) i (3.47). Dla składowej dyskretnej  $C$  wartość  $n$  można wyznaczyć bezpośrednio z danych pomiarowych, ponieważ w fazie I procesu generacja tej składowej związana jest wyłącznie z oddziaływaniem międzykrawędziowym, co oznacza, że  $St = \text{const.}$ . Na podstawie (3.46) i (3.47) uzyskuje się bowiem

$$St = \eta n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.61)$$

Z danych w tabeli IV wynika, że w fazie I procesu  $St \approx 0.5$  dla składowej dyskretnej  $C$ , zatem przyjmując  $\eta = 0.5$  we wzorze (3.61) otrzymuje się  $n = 1$ . Dla składowych dyskretnych  $A$  i  $B$  wyznaczenie liczby  $n$  na podstawie równ. (3.61) i danych pomiarowych nie jest możliwe, ponieważ liczba Strouhala dla tych składowych nie ma stałej wartości (rys. 3.17, 3.18). Ponieważ jednak  $\lambda_w^C > \lambda_w^B > \lambda_w^A$ , zatem należy sądzić, że składowe dyskretne  $B$  i  $A$  reprezentują kolejne mody hydrodynamiczne, tzn.  $n = 2$  dla składowej dyskretnej  $B$  oraz  $n = 3$  dla składowej dyskretnej  $A$ . W literaturze przedmiotu do oznaczenia rodzaju modu stosuje się zapis  $f_{mn}$ ,  $m, n = 1, 2, 3, \dots$  [46], który określa równocześnie mod akustyczny i hydrodynamiczny. Przy takiej notacji składowej dyskretnej  $C$  odpowiada mod  $f_{11}$ , natomiast składowym dyskretnym  $B$  i  $A$  odpowiednio mod  $f_{12}$  i  $f_{13}$ .

### 3.2.2. Rezonator z otworem kołowym

Rezonator o kołowym kształcie otworu wykorzystywano w badaniach odpowiedzi układu rezonansowego na pobudzenie akustyczne o małej amplitudzie (część 2.1), a pomiar odpowiedzi polegał na rejestracji ciśnienia akustycznego na powierzchni dolnej ściany komory rezonatora (rys. 2.6). Aby zachować jednolitość procedur pomiarowych,



taki sam układ złożony z mikrofonu 1/4 cala umieszczonego na dolnej ścianie komory oraz analizatora widma 2033 zastosowano do pomiarów odpowiedzi rezonatora na pobudzenie aerodynamiczne. W badaniach ograniczono się do zakresu małych prędkości strumienia, przy których, jak wykazano w części 3.2.1, zachodzi generacja składowych dyskretnych związanych z pierwszym modem akustycznym. Celem pomiarów, tak jak dla rezonatora z otworem prostokątnym, było wyznaczenie zmian częstotliwości  $f_d$  i poziomu  $L_p$  składowych dyskretnych w funkcji prędkości  $V_s$ .

### 3.2.2.1. Analiza wyników badań

Dla rezonatora z otworem kołowym pomiary przeprowadzone w zakresie najmniejszych prędkości  $V_s$  nie wykazały obecności składowych dyskretnych modów  $f_{12}$  i  $f_{13}$  w widmie generowanego dźwięku. Dla każdej z długości  $d$  rezonatora stwierdzono natomiast wzbudzenie składowej dyskretnej modu  $f_{11}$ . Na rys. 3.22, dla wybranych wartości  $d$ , przedstawiono zależność częstotliwości  $f_d$  tego modu od prędkości  $V_s$ . Jak można zauważyć, podobnie jak dla rezonatora z otworem prostokątnym (rys. 3.19), przy najmniejszych dla danej długości rezonatora wartościach  $V_s$  występuje wprost proporcjonalna zależność częstotliwości  $f_d$  od  $V_s$

$$f_d \approx 43V_s, \quad (3.62)$$

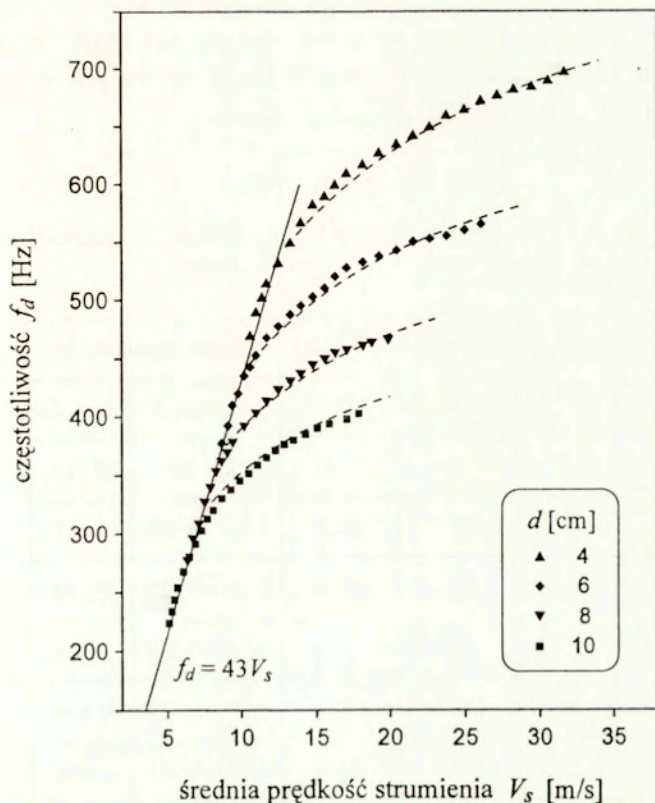
która jest charakterystyczna dla I fazy procesu generacji dźwięku. W fazie tej, jak stwierdzono w części 3.2.1, mechanizm generacji składowej dyskretnej modu  $f_{11}$  opiera się wyłącznie na oddziaływaniu międzykrawędziowym.

Dla rezonatora z otworem prostokątnym odległość pomiędzy krawędziami splywu i napływu jest jednoznacznie określona i odpowiada wymiarowi  $l_0$  otworu (rys. 3.5a). Jak wykazano w części 3.2.1, wyznaczona dla tej odległości liczba Strouhala ma w fazie I procesu w przybliżeniu stałą wartość i wynosi  $St \approx 0.5$ . Jeżeli, tak jak poprzednio, przyjmiemy, że stosunek pomiędzy prędkością unoszenia  $V_c$  zaburzeń wirowych a prędkością  $V_s$  ma wielkość  $\eta = 0.5$ , to na podstawie (3.52) uzyskuje się

$$\lambda_w \approx l_0, \quad (3.63)$$

a więc w fazie I procesu dystans oddzielający kolejne wiry równy jest odległości pomiędzy krawędzią splywu i napływu. W przypadku rezonatora z otworem kołowym odległość pomiędzy krawędziami splywu i napływu nie jest stała, a jej wartość





Rys. 3.22. Zależność od  $V_s$  częstotliwości  $f_d$  składowej dyskretnej modu  $f_{11}$  dla rezonatora z otworem kołowym. Liniami przerywanymi oznaczono wyniki obliczeń uzyskane na podstawie wzoru (3.67).

maksymalna równa jest średnicy  $2b$  otworu (rys. 3.5b). Jeżeli w oparciu o tą wielkość zdefiniujemy liczbę Strouhala

$$St = 2bf_d/V_s, \quad (3.64)$$

to po podstawieniu (3.62) do (3.64) uzyskuje się  $St = 0.516$ , a więc wartość  $St$  prawie dokładnie taką samą, jak dla rezonatora z otworem prostokątnym. Przy założeniu, że  $\eta = 0.5$ , zależność analogiczna do (3.63) będzie miała zatem postać

$$\lambda_w \approx 2b. \quad (3.65)$$

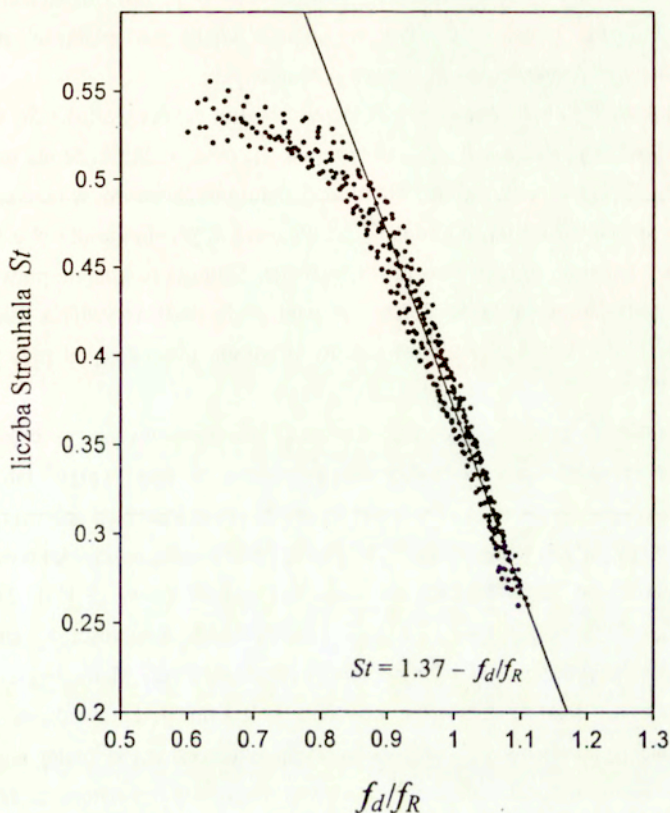
Podstawową rolę w mechanizmie sprzężenia zwrotnego odgrywają więc wiry, które powstają w miejscu, gdzie powierzchnia krawędzi spływu jest w przybliżeniu prostopadła do kierunku prędkości głównej strumienia.

**Tabela VI**

Częstotliwości  $f_R$  i  $f_r$  oraz liczba Strouhala  $St$  dla składowej dyskretnej modu  $f_{11}$  w przypadku różnych długości  $d$  rezonatora z otworem kołowym.

długość $d$ [cm]	częstotliwość w [Hz]		liczba Strouhala $St$	
	$f_R$	$f_r$	zakres	max. $L_p$
1	1286	1280	0.285–0.507	0.341
2	925	922.5	0.267–0.538	0.338
4	630	617.5	0.260–0.535	0.380
6	515	492.5	0.260–0.523	0.386
8	432.5	417.5	0.280–0.524	0.379
10	372.5	365	0.270–0.534	0.358
12	331	335	0.270–0.543	0.358
14	297	307.5	0.274–0.547	0.376
16	264.5	257.5	0.280–0.555	0.403

Jak wynika z porównania rys. 3.19 i 3.22, dla rezonatora z otworem kołowym zakresy prędkości  $V_s$ , w którym występuje faza I procesu generacji dźwięku są dużo mniejsze niż dla rezonatora z otworem prostokątnym. Inny jest również charakter zmian  $f_d$  w fazie II procesu, ponieważ przy wyższych prędkościach strumienia zależność  $f_d$  od  $V_s$  nie jest liniowa, tak jak dla poprzednio badanego rezonatora. Aby w sposób empiryczny określić związek pomiędzy  $f_d$  a  $V_s$  w fazie II procesu, na rys. 3.23 zestawiono dane pomiarowe, które ilustrują przebieg zmian liczby Strouhala (3.64) w



Rys. 3.23. Zależność liczby Strouhala  $St$  od stosunku częstotliwości  $f_d/f_R$  dla składowej dyskretnej modu  $f_{11}$ .

funkcji stosunku  $f_d/f_R$ , gdzie  $f_R$  to częstotliwość, przy której poziom  $L_p$  składowej dyskretnej modu  $f_{11}$  osiąga wartość maksymalną (tabela VI). Z zestawienia tego wyniku, że dla  $f_d/f_R$  pomiędzy 0.9 i 1.1 zależność pomiędzy  $St$  a  $f_d/f_R$  jest w przybliżeniu liniowa

$$St \approx 1.37 - f_d/f_R, \quad (3.66)$$

a więc związek pomiędzy  $f_d$  a  $V_s$  jest postaci

$$f_d \approx \frac{1.37 f_R}{2bf_R/V_s + 1}. \quad (3.67)$$



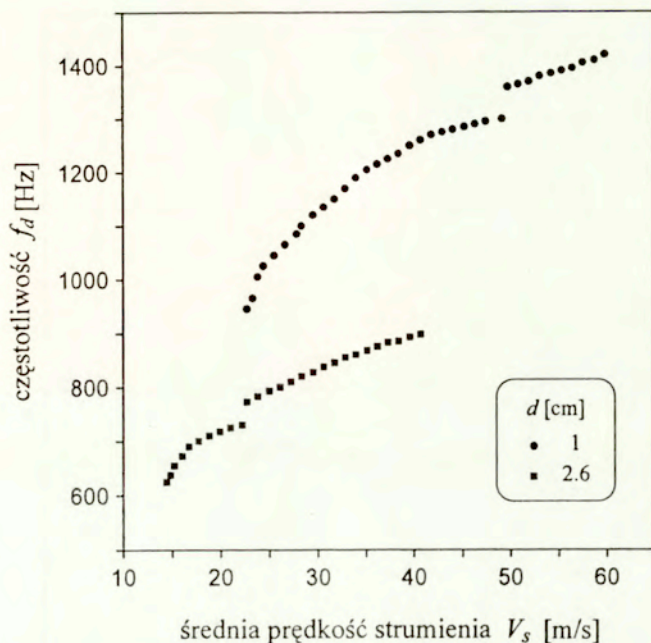
Na rys. 3.22 zmiany  $f_d$  wyznaczone na podstawie wzoru (3.67) oznaczono liniami przerywanymi. Jak można zauważyć, w zakresie większych prędkości strumienia stanowią one bardzo aproksymację danych pomiarowych.

W tabeli VI, obok częstotliwości  $f_R$ , zestawiono zakres wartości  $St$ , w którym występuje generacja składowej dyskretnej modu  $f_{11}$ , oraz wielkości  $St$  dla maksimum poziomu  $L_p$ . Z porównania tych rezultatów z danymi pomiarowymi w tabelach IV i V wynika, że liczba Strouhala, niezależnie od długości  $d$ , przyjmuje dla obu badanych układów rezonansowych bardzo zbliżone wartości. Stanowi to kolejne potwierdzenie hipotezy sformułowanej w części 3.2.1.2, że wielkością charakteryzującą analizowane zjawisko jest odległość  $\lambda_w$  pomiędzy kolejnymi wirami powstającymi przy krawędzi spływu.

W fazie II procesu generacji dźwięku, jak postulowano w części 3.2.1, dominujące znaczenie ma oddziaływanie pośrednie, a więc wpływ fali stojącej wytwarzanej w rezonatorze na zaburzenia strumienia przy krawędzi spływu (rys. 3.2). Z teoretycznego punktu widzenia częstotliwość  $f_d$  generowanego dźwięku powinna być zatem zbliżona do częstotliwości rezonansowej układu [rów. (3.41)]. Zmierzone wartości  $f_d$ , jak wynika z rys. 3.22, są różne dla każdej prędkości  $V_s$  strumienia, natomiast dla danej długości  $d$  rezonatora jedyną częstotliwością charakterystyczną jest częstotliwość  $f_R$ . Dla rezonatora z otworem kołowym przeprowadzono pomiary częstotliwości rezonansowej  $f_r$  przy pobudzeniu akustycznym o małej amplitudzie (część 2.1). Rezultaty tych badań, dla wybranych długości  $d$  rezonatora, zestawiono w tabeli VI. Można zauważyć dużą zbieżność pomiędzy wartościami  $f_R$  i  $f_r$  – w większości przypadków różnica między  $f_R$  i  $f_r$  jest rzędu kilku lub co najwyżej kilkunastu herców (większa rozbieżność pomiędzy  $f_R$  a  $f_r$  występuje jedynie dla długości rezonatora  $d = 6$  cm). Poziom generowanego dźwięku przy pobudzeniu aerodynamicznym osiąga zatem wartość maksymalną, gdy częstotliwość składowej dyskretnej odpowiada w przybliżeniu częstotliwości rezonansowej przy pobudzeniu akustycznym.

### 3.2.2.2. Wpływ drgań mechanicznych na odpowiedź rezonatora

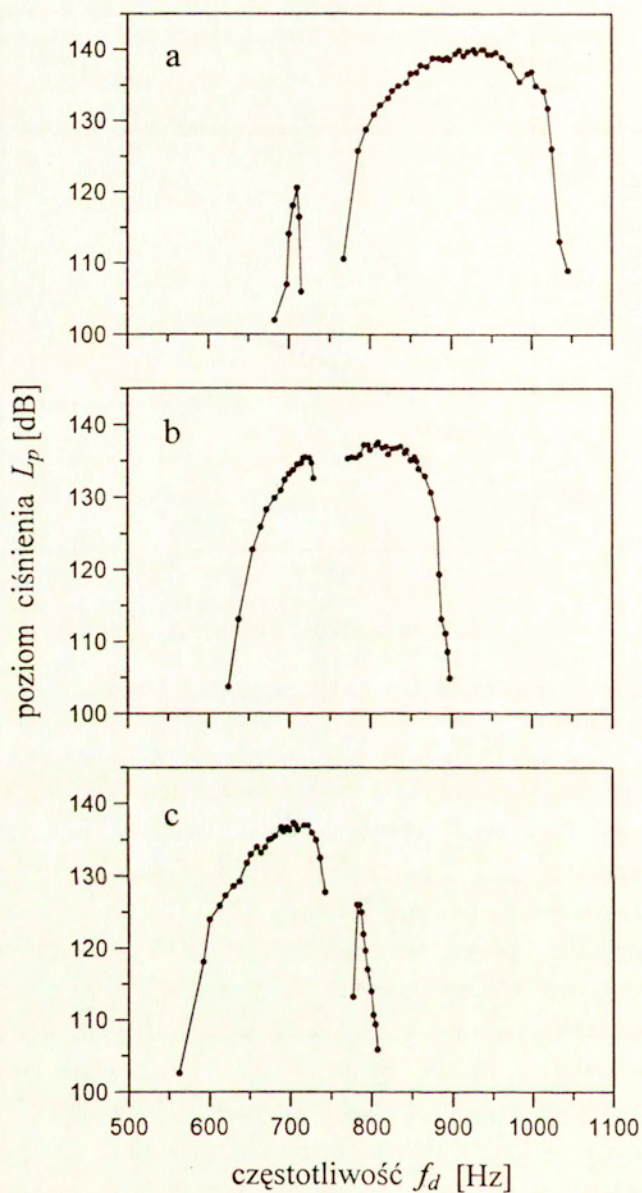
Dla wartości  $d$  z przedziału 0.8–3 cm badania przeprowadzone w części 2.1 wykazały znaczne zmiany w odpowiedzi akustycznej rezonatora wynikające z wzbudzenia drgań mechanicznych. Drgania te pochodziły od pręta mocującego do obudowy układu



Rys. 3.24. Zmiany częstotliwości  $f_d$  w funkcji prędkości  $V_s$  dla długości  $d$  rezonatora 1 i 2.6 cm.

mechanicznego tłok, który zamykał komorę rezonatora (rys. 2.6). Jaki wpływ na odpowiedź rezonatora przy pobudzeniu aerodynamicznym mają te drgania mechaniczne pokazuje rys. 3.24, na którym przedstawiono zależność częstotliwości  $f_d$  od prędkości strumienia  $V_s$  dla długości rezonatora  $d = 1$  i 2.6 cm. Jak można zauważyć, w obu przypadkach powyżej pewnej prędkości  $V_s$ , obserwuje się skokowy wzrost częstotliwości  $f_d$  rzędu kilkudziesięciu herców. W przebiegu zmian  $f_d$  można więc wyróżnić dwa zakresy prędkości  $V_s$ , w których zależność  $f_d$  od  $V_s$  jest ciągła. W każdym z tych zakresów, tak samo jak dla wartości  $d \geq 4$  cm, wzrost prędkości  $V_s$  powoduje zwiększenie częstotliwości składowej dyskretnej. Jak wynika z porównania rys. 3.24 z danymi w tabeli I, skokowa zmiana częstotliwości składowej dyskretnej zachodzi dokładnie wtedy, gdy  $f_d$  ma wartość zbliżoną do częstotliwości drgań mechanicznych  $f_{m1}$  i  $f_{m2}$ . W przypadku  $d = 1$  cm jest to więc częstotliwość rzędu 1320 Hz, natomiast dla  $d = 2.6$  cm wartość  $f_d$  w pobliżu 750 Hz.





Rys. 3.25. Zależność poziomu  $L_p$  od częstotliwości  $f_d$  dla długości  $d$  rezonatora: a) 2 cm, b) 2.6 cm, c) 3 cm.

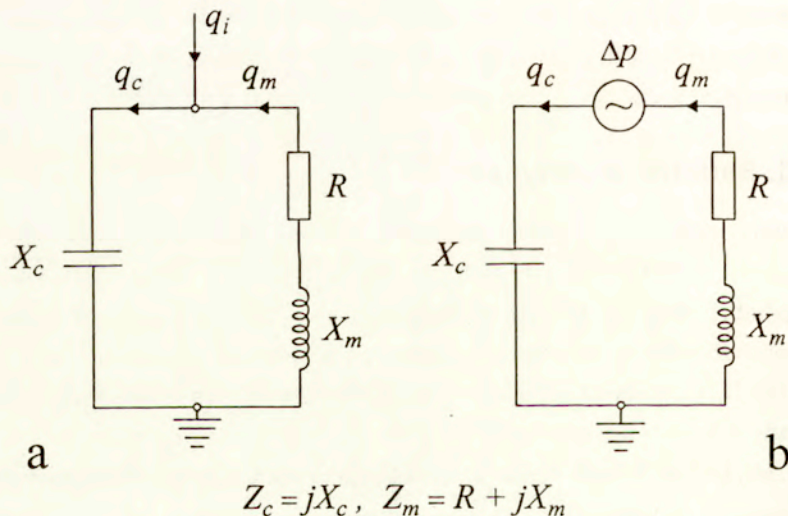


Efektom drgań mechanicznych, co pokazały badania doświadczalne w części 2.1, były zniekształcenia charakterystyki amplitudowo–częstotliwościowej opisującej odpowiedź akustyczną rezonatora. Objawiały się one znacznym spadkiem stosunku ciśnień  $|P_d/P_0|$  w pobliżu częstotliwości drgań mechanicznych (rys. 2.9–2.11). Odpowiednikiem takiej charakterystyki przy badaniach odpowiedzi układu rezonansowego na pobudzenie aerodynamiczne jest zależność pomiędzy poziomem  $L_p$  a częstotliwością  $f_d$  składowej dyskretnej. Zależność tą, dla długości  $d$  rezonatora 2, 2,6 i 3 cm, przedstawiają wykresy na rys. 3.25. Dla tych wartości  $d$  w odpowiedzi rezonatora obserwuje się wpływ drgań mechanicznych na częstotliwości  $f_{m1} = 750$  Hz. W efekcie, w paśmie obejmującym częstotliwość  $f_{m1}$  nie zachodzi generacja dźwięku, ponieważ  $f_d$  zmienia się skokowo w pobliżu tej częstotliwości, co ilustrują przerwy w wykresach na rys. 3.25. Skokowej zmianie  $f_d$  towarzyszy też spadek poziomu  $L_p$  składowej dyskretnej. Jest on szczególnie wyraźnie widoczny w charakterystykach uzyskanych dla długości  $d$  rezonatora 2 i 3 cm, gdzie bezpośrednio przed i po skokowej zmianie częstotliwości obniżenie poziomu  $L_p$  jest rzędu 10 dB (rys. 3.25a,c). Podobnie, jak w przypadku odpowiedzi rezonatora na pobudzenie akustyczne, zaobserwowane prawidłowości wskazują na to, że nietypowy charakter zmian poziomu  $L_p$  składowej dyskretnej jest efektem kompensacji sygnału akustycznego wewnątrz komory przez sygnał akustyczny wytworzony przez drgania mechaniczne.

### 3.3. Badania teoretyczne

Badania teoretyczne zjawiska wzbudzenia oscylacji akustycznych przy opływie rezonatora przez strumień gazu związane były początkowo z analizą niestateczności rozprzestrzeniania się zaburzeń hydrodynamicznych określonego typu w obszarze otworu rezonatora. W modelach teoretycznych przedstawionych w pracach [20, 77, 89, 90, 163, 181] zaburzenia te opisuje funkcja wychylenia warstwy wirowej, a więc warstwy ścinania o nieskończenie małej grubości. Kolejną grupę stanowią prace [9–11, 138, 149, 184], w których analizuje się ruch dyskretnych wirów w obszarze otworu rezonatora, a do matematycznego opisu pola akustycznego wykorzystuje się równanie Howe (3.25) oraz zależności energetyczne przedstawione w części 3.1.3. W ostatniej grupie występują prace [50, 91, 94, 108, 148], w których rezonator traktuje się jako układ o stałych skupionych i do analizy jego odpowiedzi na pobudzenie aerodynamiczne wykorzystuje się jego model impedancyjny.

Pierwsze badania teoretyczne, w których zastosowano impedancyjne układy zastępcze rezonatora, dotyczyły zjawiska generacji dźwięku w piszczałkach organowych [18, 21, 59, 60]. Cremer i Ising [21] opierając się na obserwacjach eksperymentalnych zaproponowali model, w którym piszczałka organowa pobudzona przez aerodynamiczne źródło prędkościowe o wydajności  $q_i$  przedstawia się jako równoległe połączenie impedancji otworu  $Z_m$  i impedancji piszczałki  $Z_c$  (rys. 3.26a). Na odmiennych założeniach opiera się model impedancyjny piszczałki organowej przedstawiony przez Coltmanna [18]. Obejmuje on, w odróżnieniu od poprzednio prezentowanego układu, szeregowy obwód rezonansowy złożony z impedancji  $Z_m$  i  $Z_c$ , w którym wymuszenie stanowi gradient ciśnienia  $\Delta p$  (aerodynamiczne źródło siłowe) wynikający z różnicy ciśnień po obu stronach otworu piszczałki (rys. 3.26b). Jak wykazały badania Eldera, oba modele zastępcze rezonatora można stosować równocześnie jedynie w przypadku piszczałki organowej [45], natomiast dla rezonatorów komorowych odpowiedni jest model impedancyjny zaproponowany przez Cremera i Isinga [46, 48].



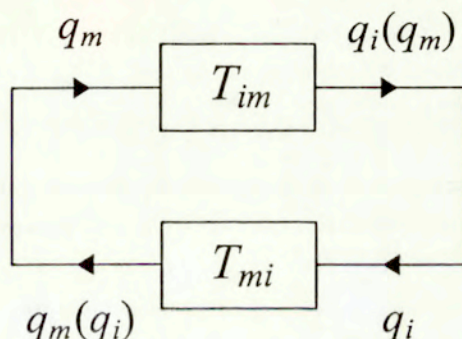
Rys. 3.26. Modele impedancyjne rezonatora opływającego przez strumień gazu: a) wymuszenie prędkościowe, wg. [21], b) wymuszenie siłowe, wg. [18].



### 3.3.1. Rezonator z otworem prostokątnym

#### 3.3.1.1. Model sprzężenia zwrotnego

W modelu teoretycznym zaproponowanym przez autora wykorzystano, w analogii do układów elektrycznych, schemat klasycznego układu ze sprzężeniem zwrotnym (rys. 3.27). W układzie tym wielkość  $q_m$  reprezentuje akustyczną prędkość objętościową w obszarze otworu rezonatora, natomiast  $q_i$  to średni przepływ objętościowy w płaszczyźnie otworu wymuszony przez źródło aerodynamiczne powstające przy krawędzi napływu.



Rys. 3.27. Schemat układu ze sprzężeniem zwrotnym.

Pierwszy blok na rys. 3.27 oznaczony symbolem  $T_{im}$  określa, jaki wpływ na wymuszenie  $q_i$  ma prędkość  $q_m$

$$T_{im} = \frac{q_i(q_m)}{q_m}, \quad (3.68)$$

natomiast drugi blok o oznaczeniu  $T_{mi}$  opisuje oddziaływanie zwrotne, a więc zależność  $q_m$  od prędkości  $q_i$

$$T_{mi} = \frac{q_m(q_i)}{q_i}. \quad (3.69)$$

Warunki konieczne do wzbudzenia oscylacji w układzie określa zatem zależność

$$T_{im} \cdot T_{mi} = 1. \quad (3.70)$$

Pierwszy z nich o postaci

$$\text{Arg}(T_{im} \cdot T_{mi}) = 2n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.71)$$



zwany jest warunkiem fazy, natomiast drugi

$$|T_{im} \cdot T_{mi}| = 1 \quad (3.72)$$

to warunek amplitudy. Jak wynika z równ. (3.70) i (3.71), warunek amplitudy (3.72) jest spełniony, gdy zachodzi

$$\Re(T_{im} \cdot T_{mi}) = 1. \quad (3.73)$$

Aby wyznaczyć transmitancję  $T_{im}$  należy odwołać się do modelu sprzężenia zwrotnego przedstawionego w części 3.1.4.1. W modelu tym, bezpośrednie otoczenie krawędzi spływu stanowi obszar, gdzie na skutek drgań akustycznych zachodzi generacja zaburzeń wirowych przepływu. Jeżeli zatem  $q_m$  reprezentuje prędkość wynikającą ze wzbudzenia w rezonatorze fali stojącej

$$q_m = Q_m \exp(-j\omega_d t), \quad (3.74)$$

to zaburzenie wirowe przy krawędzi napływu będzie opóźnione w stosunku do  $q_m$  o czas  $t_0$  wynikający z propagacji zaburzenia pomiędzy krawędziami otworu. Dla rezonatora z otworem prostokątnym o wymiarze  $l_0$  pomiędzy krawędziami opóźnienie  $t_0$  będzie więc równe  $l_0/V_c$ , gdzie  $V_c$  to średnia prędkość unoszenia zaburzeń wirowych. Wymuszenie  $q_i$  będzie zatem miało postać

$$q_i = Q_i \exp[-j\omega_d(t - l_0/V_c)], \quad (3.75)$$

czyli transmitancję  $T_{im}$  określa zależność

$$T_{im} = \frac{q_i}{q_m} = \frac{Q_i}{Q_m} \exp(j\omega_d l_0/V_c). \quad (3.76)$$

Transmitancję  $T_{mi}$  można wyznaczyć wykorzystując impedancyjny układ zastępczy rezonatora zaproponowany przez Cremera i Isinga. Na podstawie rys. 3.26a uzyskuje się

$$q_m = -p_s/Z_m, \quad q_c = p_s/Z_c, \quad q_i = q_c - q_m = p_s \frac{Z_c + Z_m}{Z_c Z_m}, \quad (3.77)$$

a zatem

$$T_{mi} = \frac{q_m}{q_i} = -\frac{Z_c}{Z_c + Z_m}. \quad (3.78)$$

Po podstawieniu (3.76) i (3.78) do wzoru (3.70) otrzymuje się więc równanie o następującej postaci

$$\frac{Q_i}{Q_m} \frac{Z_c}{Z_c + Z_m} \exp(j\omega_d l_0 / V_c) = -1. \quad (3.79)$$

Aby w oparciu o tą zależność wyznaczyć częstotliwość  $f_d$  wzbudzonych oscylacji akustycznych należy w pierwszej kolejności określić relację pomiędzy  $Q_i$  i  $Q_m$ . Dotychczas nie wprowadzono żadnych ograniczeń co do wartości  $Q_i$  i  $Q_m$ , dlatego w przypadku ogólnym stosunek  $Q_i/Q_m$  może być liczbą zespoloną. W zaproponowanym przez autora modelu postanowiono przeanalizować od strony teoretycznej znacznie prostszy przypadek, gdy stosunek pomiędzy  $Q_i$  i  $Q_m$  jest wielkością rzeczywistą, tzn. przyjmuje wartość ujemną lub dodatnią. Przy założeniu, że  $Q_i/Q_m < 0$ , na podstawie rów. (3.79) uzyskuje się warunek fazy o postaci

$$\frac{\omega_d l_0}{V_c} = 2N\pi - \text{Arg}\left(\frac{Z_c}{Z_c + Z_m}\right), \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (3.80)$$

Dla gładkich powierzchni ścian wewnętrznych komory rezonatora straty na skutek tarcia przy tych powierzchniach można uznać za pomijalnie małe, zatem impedancja  $Z_c$  we wzorze (3.80) będzie czysto urojona, tzn.

$$Z_c = jX_c, \quad (3.81)$$

gdzie  $X_c$  to reaktancja komory rezonatora ze wzoru (3.39). Całkowite straty w układzie rezonansowym określa część rzeczywista impedancji otworu, a więc

$$Z_m = R + jX_m, \quad (3.82)$$

gdzie  $R$  to całkowita rezystancja strat oraz  $X_m$  to reaktancja otworu [rów. (3.40)]. Po podstawieniu (3.81) i (3.82) do rów. (3.80) i prostych przekształceniach uzyskuje się

$$\frac{\omega_d l_0}{V_c} = 2N\pi - \frac{1}{2}\pi + \arctg\left(\frac{X}{R}\right), \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (3.83)$$

gdzie  $X = X_c + X_m$  to całkowita reaktancja rezonatora. Na podstawie rów. (3.73) otrzymuje się natomiast warunek o postaci

$$RX_c \sin(\omega_d l_0 / V_c) \frac{1 + \text{ctg}^2(\omega_d l_0 / V_c)}{R^2 + X^2} \leq 0. \quad (3.84)$$

Występująca w rów. (3.83) funkcja  $\text{arctg}(X/R)$  przyjmuje wartości z przedziału  $(-\pi/2, \pi/2)$ , zatem  $\omega_d l_0 / V_c \in ((2N-1)\pi, 2N\pi)$ ,  $N = 1, 2, 3, \dots$ , czyli w zależności (3.84) funkcja  $\sin(\omega_d l_0 / V_c) \leq 0$ . Ponieważ rezystancja strat  $R$  jest zawsze wielkością dodatnią, więc z rów. (3.84) wynika, że reaktancja komory rezonatora  $X_c$  musi spełniać warunek  $X_c \geq 0$ . Reaktancja ta, jak widać ze wzoru (3.39), jest wprost proporcjonalna do funkcji  $\text{ctg}(k_d d)$ , zatem powyższy warunek będzie spełniony, gdy

$$f_d \leq \frac{c_0(2m-1)}{4d}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.85)$$

gdzie  $m$  to liczba naturalna określająca mod akustyczny. Zależność (3.85) wyznacza więc maksymalną wartość częstotliwości  $f_d$  składowych dyskretnych.

Przeanalizujmy teraz rów. (3.83) w przypadku, gdy częstotliwość  $f_d$  wzbudzonych oscylacji akustycznych jest znacznie mniejsza od częstotliwości rezonansowej  $f_r$ . Dla małych wartości  $k_d d$  reaktancja komory rezonatora  $X_c$ , która jest wprost proporcjonalna do funkcji  $\text{ctg}(k_d d)$ , osiąga znaczną wartość, zatem przy dużej różnicy pomiędzy  $f_r$  a  $f_d$  rów. (3.83) można przedstawić następująco

$$\frac{f_d l_0}{V_c} = N, \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (3.86)$$

Jak widać wzór (3.86) ma identyczną postać, jak rów. (3.46), które określa związek pomiędzy  $f_d$  a  $V_c$ , gdy mechanizm generacji dźwięku opiera się wyłącznie na oddziaływaniu międzykręwdziowym. Przy określaniu modu hydrodynamicznego dla generowanych składowych dyskretnych (część 3.2.1.3), zależność (3.46) wykorzystano do identyfikacji składowej dyskretniej  $C$  jako modu  $f_{11}$ . Dla  $\eta = V_c / V_s = 0.5$  i  $N = 1$  uzyskuje się bowiem  $St = f_d l_0 / V_s = 0.5$ , co w przybliżeniu odpowiada liczbie Strouhala dla składowej dyskretniej  $C$  w fazie I procesu generacji dźwięku (tabela IV). Na podstawie rów. (3.83) można również wyznaczyć wartość liczby Strouhala dla częstotliwości rezonansowej  $f_r$ . Ponieważ dla częstotliwości tej reaktancja rezonatora  $X$  jest równa zero, więc dla rezonansu akustycznego rów. (3.83) przyjmie postać

$$\frac{f_r l_0}{V_c} = N - \frac{1}{4}, \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (3.87)$$

Przy założeniu, że stosunek pomiędzy  $V_c$  i  $V_s$  jest stały w całym zakresie prędkości  $V_s$ , wyznaczona z rów. (3.87) teoretyczna wartość  $St$  dla modu  $f_{11}$  w przypadku



rezonansu wynosi  $St = 0.375$ . Jak wynika z danych w tabeli V, uzyskany rezultat jest tylko nieznacznie większy od wartości  $St$  określonych na drodze doświadczalnej. Dla kolejnego modu hydrodynamicznego [ $N = 2$  w rów. (3.87)] wartość  $St$  dla rezonansu wynosi natomiast  $St = 0.875$ , co, jak widać z tabeli IV, prawie dokładnie odpowiada liczbie Strouhala dla składowej dyskretnej  $A$ , gdy poziomowi  $L_p$  dla tej składowej osiąga wartość maksymalną.

Dla dodatniej wartości  $Q_i/Q_m$ , jak wynika z rów. (3.79), odpowiednikiem wzoru (3.83) będzie zależność

$$\frac{\omega_d l_0}{V_c} = 2N\pi + \frac{1}{2}\pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{X}{R}\right), \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (3.88)$$

natomiast uzyskany z rów. (3.73) warunek będzie postaci

$$RX_c \sin(\omega_d l_0 / V_c) \frac{1 + \operatorname{ctg}^2(\omega_d l_0 / V_c)}{R^2 + X^2} \geq 0. \quad (3.89)$$

Ponieważ z zależności (3.88) wynika, że  $\omega_d l_0 / V_c \in \langle 2N\pi, (2N+1)\pi \rangle$ ,  $N = 1, 2, 3, \dots$ , więc na podstawie wzoru (3.89) uzyskuje się taki sam jak w rów. (3.85) warunek określający maksymalną wartość częstotliwości  $f_d$  składowych dyskretnych. W przypadku rezonansu równanie analogiczne do wzoru (3.87) będzie miało postać

$$\frac{f_r l_0}{V_c} = N + \frac{1}{4}, \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (3.90)$$

czyli dla  $V_c/V_s = 0.5$  i  $N = 1$  teoretyczna wartość liczby Strouhala  $St$  wynosi 0.625. Jak wynika z danych w tabeli IV, jest to prawie dokładnie taka sama wartość  $St$ , jaką uzyskano dla składowej dyskretnej  $B$ , gdy poziomowi  $L_p$  dla tej składowej był maksymalny.

W części 3.2.1.3. założono wstępnie, opierając się na wynikach badań doświadczalnych, że składowym dyskretnym  $B$  i  $A$  odpowiadają kolejne mody hydrodynamiczne. Przy zastosowanym sposobie oznaczeń  $f_{mn}$ , gdzie  $m$  i  $n$  określają odpowiednio mod akustyczny i hydrodynamiczny, składowej dyskretnej  $B$  można więc przyporządkować mod  $f_{12}$ , natomiast składowej  $A$  mod  $f_{13}$ . Aby to uzasadnić na drodze teoretycznej, należy dla kolejnych  $N$  we wzorach (3.87) i (3.90) określić wartość  $f_d l_0 / V_c$ . W ten sposób uzyskuje się dwa ciągi liczb: 3/4, 7/4, 11/4... oraz 5/4, 9/4, 13/4... Oznacza to, że rów. (3.83) i (3.88) można zapisać w jednej postaci

$$\frac{f_d l_0}{V_c} = \frac{2n+1}{4} + \frac{1}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{X}{R} \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.91)$$

gdzie  $n = 1, 2, 3$  określa mod hydrodynamiczny dla składowych dyskretnych  $C$ ,  $B$  i  $A$ . Ponieważ  $X$  jest sumą reaktancji komory  $X_c$  i reaktancji otworu rezonatora  $X_m$ , więc po wykorzystaniu w rów. (3.91) zależności (3.39) i (3.40) uzyskuje się

$$\frac{f_d l_0}{V_c} = \frac{2n+1}{4} + \frac{1}{2\pi} \operatorname{arctg} \left\{ Q' \left[ \operatorname{ctg}(k_d d) - \frac{S_1}{S_0} k_d (d_0 + \Delta d_c) \right] \right\}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.92)$$

gdzie

$$Q' = \rho_0 c_0 / S_1 R \quad (3.93)$$

to współczynnik dobroci zdefiniowany jako stosunek impedancji falowej komory  $\rho_0 c_0 / S_1$  do rezystancji strat  $R$  [48, 50].

### 3.3.1.2. Parametry akustyczne rezonatora

Dla założonej relacji pomiędzy  $V_c$  i  $V_s$  na podstawie rów. (3.92) można wyznaczyć dla każdego modu zależność częstotliwości  $f_d$  od prędkości  $V_s$ . W równaniu tym dwie wielkości decydujące o własnościach akustycznych rezonatora są nieznane. Pierwsza z nich to poprawka wlotu  $\Delta d_c$ , która ma wpływ na wartość częstotliwości rezonansowej  $f_r$ , natomiast druga to współczynnik dobroci  $Q'$ . Jak wynika z rozważań teoretycznych w części 2.1 i 2.2, dla rezonatora komorowego wartość  $\Delta d_c$  określa suma  $\Delta d_z + \Delta d_w$ , gdzie  $\Delta d_z$  i  $\Delta d_w$  to odpowiednio zewnętrzna i wewnętrzna poprawka wlotu. Jeżeli przyjmiemy, że rozkład prędkości w płaszczyźnie otworu jest równomierny, to wartość  $\Delta d_z$  można wyznaczyć z zależności

$$\Delta d_z = \frac{1}{S_0} \int_{-s/2}^{s/2} \int_{-s/2}^{s/2} \int_{-l_0/2}^{l_0/2} \int_{-l_0/2}^{l_0/2} G_z^r(z, z_0 = 0) dx dx_0 dy dy_0, \quad (3.94)$$

gdzie  $G_z^r$  to część rzeczywista funkcji Greena  $G_z$  dla półprzestrzeni z płaszczyzną doskonale odbijającą dla  $z = 0$  [132]

$$G_z = \frac{1}{4\pi r_1} \exp(jkr_1) + \frac{1}{4\pi r_2} \exp(jkr_2), \quad (3.95)$$

$$r_1 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}, \quad r_2 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z+z_0)^2}.$$

Ponieważ w analizowanym przypadku wymiary otworu są dużo mniejsze od długości fali akustycznej:  $kl_0 \ll 1$ ,  $ks \ll 1$ , więc funkcję  $G_z^r$  można aproksymować wzorem

$$G_z^r(z, z_0 = 0) \approx \frac{1}{2\pi r_0}, \quad r_0 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}. \quad (3.96)$$

Przy tak określonej funkcji podcałkowej metoda zastosowana przy wyznaczaniu  $\Delta d_z$  polega na obliczeniu w pierwszej kolejności całek względem  $y$  i  $y_0$ . W ten sposób uzyskuje się

$$\int_{-s/2}^{s/2} \int_{-s/2}^{s/2} \frac{1}{2\pi r_0} dy dy_0 = \frac{s}{\pi} \operatorname{arsinh} \frac{s}{|x - x_0|} + \frac{1}{\pi} |x - x_0| \left[ 1 - \cosh \left( \operatorname{arsinh} \frac{s}{|x - x_0|} \right) \right] \approx \frac{s}{\pi} \left( \ln \frac{2s}{|x - x_0|} - 1 \right), \quad (3.97)$$

gdzie wykorzystano tożsamość  $\operatorname{arsinh}(x) \equiv \ln |x + (x^2 + 1)^{1/2}|$  oraz warunek  $s \gg l_0$ .

Po przeprowadzeniu całkowania względem  $x$  i  $x_0$  otrzymuje się zatem

$$\Delta d_z \approx \frac{l_0}{\pi} \left[ \ln(2s/l_0) + 0.5 \right]. \quad (3.98)$$

Z uwagi na fakt, że długość  $d$  rezonatora jest znacznie większa od każdego z wymiarów poprzecznych komory, obliczenia  $\Delta d_w$  można przeprowadzić analizując promieniowanie tłoka prostokątnego o powierzchni  $l_0 s$  do wnętrza kanału o nieskończonej długości i wymiarach poprzecznych  $s$  i  $w$ . Wartość  $\Delta d_w$  można więc wyznaczyć ze wzoru

$$\Delta d_w = \frac{1}{S_0} \int_{-s/2}^{s/2} \int_{-s/2}^{s/2} \int_{-l_0/2}^{l_0/2} \int_{-l_0/2}^{l_0/2} G_w^r(z, z_0 = 0) dx dx_0 dy dy_0, \quad (3.99)$$

W zależności tej  $G_w^r$  to część rzeczywista funkcji Greena  $G_w$ , która jest rozwiązaniem równania falowego

$$\nabla^2 G_w + k^2 G_w = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad (3.100)$$

i spełnia następujące warunki brzegowe:



$$\begin{aligned}\frac{\partial G_w}{\partial x}(x=s/2) &= \frac{\partial G_w}{\partial x}(x=-s/2) = 0, \\ \frac{\partial G_w}{\partial y}(y=w/2) &= \frac{\partial G_w}{\partial x}(x=-w/2) = 0,\end{aligned}\quad (3.101)$$

$$\frac{\partial G_w}{\partial z_0}(z_0=0) = 0. \quad (3.102)$$

gdzie  $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$  i  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  to odpowiednio wektory położenia punktu źródłowego i punktu obserwacji. Przy tak określonych warunkach brzegowych rozwiązaniem rów. (3.100) jest funkcja  $G_w$  o postaci

$$G_w = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{mn}(x, y) g_{mn}(\mathbf{r}_0, z). \quad (3.103)$$

Występujące w tym szeregu funkcje  $\Psi_{mn}$  tworzą zbiór funkcji własnych operatora  $\nabla_0^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ , zatem

$$\nabla_0^2 \Psi_{mn} + \lambda_{mn}^2 \Psi_{mn} = 0, \quad (3.104)$$

gdzie  $\lambda_{mn}$  to wartości własne operatora  $\nabla_0^2$ . Rozwiązaniem rów. (3.104) przy warunkach brzegowych (3.101) jest funkcja

$$\Psi_{mn}(x, y) = \cos(2m\pi x/w) + \cos(2n\pi y/s). \quad (3.105)$$

Po podstawieniu (3.103) do rów. (3.100) i uwzględnieniu wzoru (3.105) uzyskuje się

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_{mn}(x, y) \left[ \frac{\partial^2 g_{mn}}{\partial z^2} + (k^2 - \lambda_{mn}^2) g_{mn} \right] = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (3.106)$$

gdzie  $\lambda_{mn}^2 = (2m\pi/w)^2 + (2n\pi/s)^2$ . Zależność (3.106) można sprowadzić do prostszej postaci mnożąc ją obustronnie przez funkcje  $\Psi_{kl}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots$ , a następnie całkując względem  $x$  i  $y$ . W ten sposób otrzymuje się

$$\frac{\partial^2 g_{mn}}{\partial z^2} + k_{mn}^2 g_{mn} = -\frac{\varepsilon_m \varepsilon_n \Psi_{mn}(x_0, y_0)}{sw} \delta(z - z_0), \quad (3.107)$$

gdzie  $k_{mn}^2 = k^2 - \lambda_{mn}^2$  oraz  $\varepsilon_m$  i  $\varepsilon_n$  to stałe Neumanna. Równanie (3.107) ma formę niejednorodnego równania falowego w przestrzeni jednowymiarowej, zatem jego rozwiązanie spełniające warunki brzegowe (3.102) ma postać [132]

$$g_{mn} = \frac{j\epsilon_m \epsilon_n \Psi_{mn}(x_0, y_0) \cos(k_{mn} z_0)}{swk_{mn}} \exp(jk_{mn} z). \quad (3.108)$$

Ponieważ dla małych częstotliwości  $k_{mn} \approx j\lambda_{mn}$ , więc po podstawieniu do wzoru (3.99) funkcji Greena (3.103), uwzględnieniu (3.105) i (3.108) oraz przeprowadzeniu całkowania uzyskuje się

$$\Delta d_w = \frac{l_0}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \Phi^2(m\pi l_0/w), \quad (3.109)$$

gdzie  $\Phi(x) = \sin(x)/x$ .

Ostatnią wielkością niewiadomą w rów. (3.92) jest współczynnik dobroci  $Q'$ , który jest odwrotnie proporcjonalny do całkowitej rezystancji strat  $R$ . Źródłem tych strat, tak jak w przypadku rezonatora pobudzanego przez sygnał akustyczny o małej amplitudzie, są promieniowanie i tarcie wewnętrzne przy powierzchniach sztywnych (część 2.1). Dodatkowe straty w układzie wynikają natomiast z pochłaniania energii akustycznej przez zaburzenia wirowe. Podobne zjawisko występuje przy pobudzeniu rezonatora przez sygnał akustyczny o dużej amplitudzie (część 2.2), a także przy oddziaływaniu fali akustycznej na rezonator opływany przez strumień gazu [17, 189]. Przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora proces ten jest jednak bardziej skomplikowany, ponieważ generacji dźwięku towarzyszy wymiana energii pomiędzy przepływem głównym a okresowymi zaburzeniami wirowymi przepływu (część 3.1.3). Periodyczny charakter zmian wirowości jest natomiast konsekwencją wzbudzenia w rezonatorze fali stojącej (część 3.1.4). Relacje energetyczne pomiędzy przepływem głównym, zaburzeniami wirowymi oraz polem akustycznym staną się jeszcze bardziej złożone, gdy dodatkowo uwzględnimy fakt, że każdej wymianie energii towarzyszą pewne nieodwracalne straty. W analizowanym przypadku straty te są trudne do oszacowania, tak więc nie można bezpośrednio określić jak część energii akustycznej pochłoniętej przez wiry ulega następnie rozproszeniu. Do wyznaczenia współczynnika dobroci  $Q'$  zastosowano w związku z tym metodę quasi-empiryczną, w której wykorzystano zależność (3.92) i wyniki badań doświadczalnych z części 3.2.1. Przy założeniu, że  $V_c = 0.5V_s$ , wyrażenie na współczynnik  $Q'$  można wyznaczyć ze wzoru (3.92) obliczając pochodną  $\partial V_s / \partial f_d$  dla częstotliwości rezonansowej  $f_r$ . W ten sposób uzyskuje się



$$Q' = \frac{\rho_0 c_0}{S} \frac{\pi \left[ 2n+1 - \frac{(2n+1)^2}{8l_0} (\partial V_s / \partial f_d) \Big|_{f_d=f_r} \right]}{2f_r (\partial X / \partial f_d) \Big|_{f_d=f_r}}, \quad n=1,2,3... \quad (3.110)$$

gdzie

$$(\partial X / \partial f_d) \Big|_{f_d=f_r} = -\frac{2\pi\rho_0}{S} \left\{ d \left[ 1 + \operatorname{ctg}^2(k_r d) \right] + \frac{S}{S_0} (d_0 + \Delta d_c) \right\} \quad (3.111)$$

oraz  $k_r$  to liczba falowa dla częstotliwości rezonansowej. Przy znanej wartości  $\Delta d_c$  częstotliwość rezonansową  $f_r$  można wyznaczyć z warunku  $X=0$ , tak więc jedyną wielkością niewiadomą w rów. (3.110) jest pochodna  $\partial X / \partial f_d$  dla  $f_d = f_r$ . Jej wartość dla trzech pierwszych modów można jednak określić w oparciu o wyniki pomiarów jako odwrotność współczynnika przyrostu częstotliwości  $f_d$  w funkcji prędkości  $V_s$  w pobliżu częstotliwości rezonansowej. Dla modu  $f_{11}$  będzie więc to współczynnik  $\alpha'_c$  ze wzoru (3.59), natomiast dla modów  $f_{12}$  i  $f_{13}$  współczynniki  $\alpha_B$  i  $\alpha_A$  z zależności (3.48).

Tabela VII

Wyniki obliczeń współczynnika dobroci  $Q'$  oraz częstotliwości rezonansowej  $f_r$  dla rezonatora z otworem prostokątnym.  $f_R$  to częstotliwość, przy której poziom składowej dyskretnej modu  $f_{11}$  miał wartość maksymalną.

$d$ [cm]	12	14	16	18	
$Q'$	$f_{11}$	16.04	16.57	17.00	17.34
	$f_{12}$	1.24	1.28	1.32	1.34
	$f_{13}$	5.29	5.47	5.61	5.72
$f_r$ [Hz]	495.91	442.61	400.03	365.15	
$f_R$ [Hz]	512.5	457.5	402.5	377.5	

Wyniki obliczeń współczynnika  $Q'$  dla przyjętych w badaniach doświadczalnych długości  $d$  rezonatora zestawiono w tabeli VII. Jak można zauważyć, wartość  $Q'$  jest praktycznie niezależna od długości  $d$ , natomiast występują znaczne różnice w wartościach tego współczynnika dla poszczególnych modów. Jak należało oczekiwać,



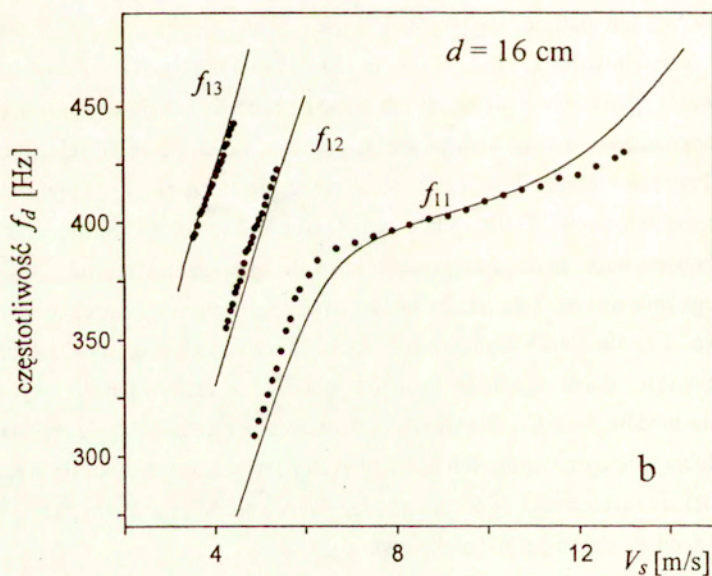
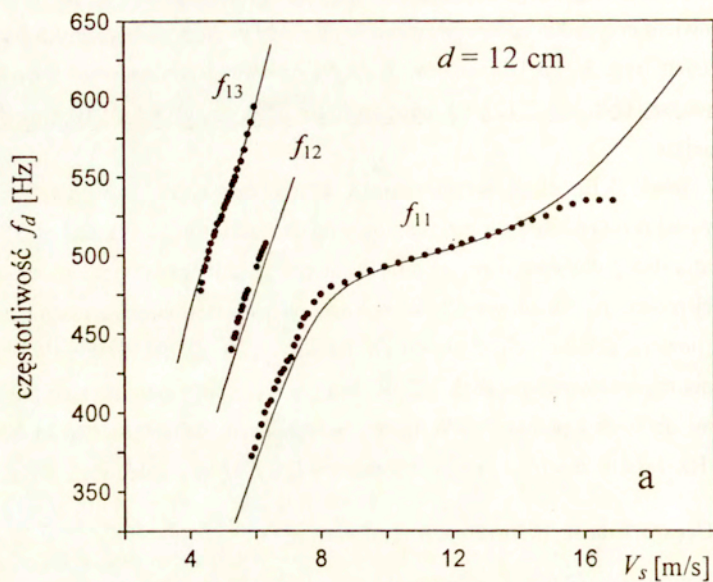
największe wartości  $Q'$ , czyli najmniejsze straty energii akustycznej są dla modu  $f_{11}$  – w tym bowiem przypadku zaobserwowano największy poziom wzbudzonych oscylacji akustycznych (rys. 3.21). Dla modów  $f_{12}$  i  $f_{13}$  poziom generowanego dźwięku był znacznie niższy (rys. 3.9–3.12), tak więc wartości  $Q'$  wyznaczone dla tych modów są dużo mniejsze.

W tabeli VII, obok współczynnika  $Q'$ , zestawiono też wyniki obliczeń częstotliwości rezonansowej  $f_r$  oraz, dla porównania, częstotliwości  $f_R$  z tabeli III, przy których, dla danej długości  $d$  rezonatora, występował największy poziom składowej dyskretnej modu  $f_{11}$  (składowa  $C$ ). W pobliżu tych częstotliwości maksymalny był również poziom składowych dyskretnych modów  $f_{12}$  i  $f_{13}$  (składowe  $B$  i  $A$ ). Z zestawienia częstotliwości w tabeli VII wynika, że występują małe różnice pomiędzy rezultatami obliczeń i pomiarów. W trzech przypadkach rozbieżności te są bowiem rzędu 10 Hz, zaś dla  $d = 16$  cm różnica pomiędzy  $f_R$  a  $f_r$  wynosi zaledwie 2.5 Hz.

### 3.3.1.3. Częstotliwość składowych dyskretnych

Występujący w rów. (3.92) współczynnik dobroci  $Q'$  ma duży wpływ na wartość  $f_d$  jedynie w wąskim paśmie obejmującym częstotliwość rezonansową  $f_r$ . Poza tym pasmem, częstotliwość  $f_d$  jest mało wrażliwa na zmiany  $Q'$ , ponieważ dla częstotliwości  $f_d$  znacznie mniejszych lub większych od  $f_r$  funkcja  $\text{ctg}(k_d d)$  ma dużą wartość bezwzględną, a więc funkcja  $\text{arctg}(\cdot)$  w rów. (3.92) ma w przybliżeniu stałą wartość. Przy założeniu, że  $V_c = 0.5V_s$ , do wyznaczenia zależności  $f_d$  od prędkości  $V_s$  wykorzystano więc rów. (3.92), gdzie współczynnik dobroci  $Q'$  obliczano z rów. (3.110). Przyjęto więc, że dla danego modu i określonej długości  $d$  rezonatora wartość  $Q'$  nie ulega zmianie i jest taka jak dla częstotliwości rezonansowej. Rezultaty obliczeń częstotliwości  $f_d$  dla dwóch wybranych długości  $d$  rezonatora przedstawiono na rys. 3.28. Jak widać, dobra zgodność wyników obliczeń z eksperymentem występuje jedynie dla modów  $f_{12}$  i  $f_{13}$ . Dla modu  $f_{11}$  teoretyczna zależność  $f_d$  od  $V_s$  stanowi bowiem dobrą aproksymację danych pomiarowych tylko w pewnym zakresie prędkości  $V_s$ . Największe rozbieżności widoczne są przy dużych prędkościach strumienia, gdzie zależność  $f_d$  od  $V_s$  staje się silnie nieliniowa.

Przyczyną tak znacznych różnic pomiędzy teorią a eksperymentem jest przyjęta w modelu wprost proporcjonalna zależność pomiędzy  $V_c$  a  $V_s$  w całym zakresie prędkości strumienia. Z badań doświadczalnych [61] wynika bowiem, że powyżej



Rys. 3.28. Zależność częstotliwości  $f_d$  od średniej prędkości strumienia  $V_s$  dla modów  $f_{11}$ ,  $f_{12}$  i  $f_{13}$ . Wyniki obliczeń dla  $V_c = 0.5V_s$



pewnej prędkości relacja pomiędzy  $V_c$  a  $V_s$  jest postaci (3.37), gdzie  $J = a_0 h_0 V_s^2 > 0.1 \text{ m}^3/\text{s}^2$  oraz  $a_0 = 1$  dla równomiernego rozkładu prędkości w płaszczyźnie dyszy wylotowej i  $a_0 = 1.2$  dla rozkładu parabolicznego. Przy wysokości dyszy wylotowej  $h_0 = 3 \text{ mm}$  zastosowanej w eksperymencie (rys. 3.5), minimalna wartość  $V_s$  wynosi więc odpowiednio 5.27 m/s (równomierny rozkład prędkości) i 5.77 m/s (paraboliczny rozkład prędkości). Jak widać, jest to w przybliżeniu ten zakres prędkości  $V_s$ , w którym dla każdej długości  $d$  rezonatora występuje generacja składowej dyskretnej modu  $f_{11}$  (rys. 3.19). Oznacza to, że dla modu  $f_{11}$  zależność pomiędzy  $V_c$  a  $V_s$  można zapisać w postaci

$$V_c = \xi (h_0 f_d V_s^2)^{1/3}, \quad (3.112)$$

gdzie dla uproszczenia przyjęto równomierny rozkład prędkości w płaszczyźnie dyszy wylotowej. Po podstawieniu (3.112) do równ. (3.91) uzyskuje się zatem

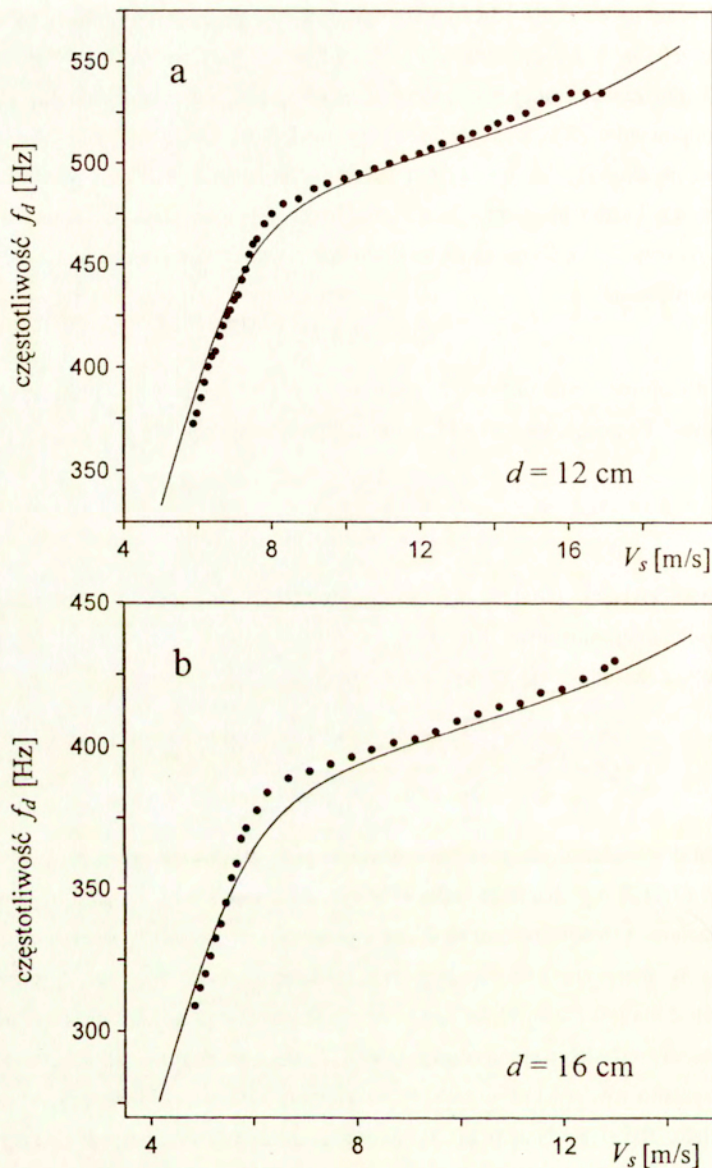
$$f_d = V_s \left\{ \frac{\xi h_0^{1/3}}{l_0} \left[ \frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \arctg \left( \frac{X}{R} \right) \right] \right\}^{3/2}. \quad (3.113)$$

Ponieważ związek pomiędzy  $f_d$  a  $V_s$  jest teraz inny niż w przypadku wprost proporcjonalnej zależności  $V_c$  od  $V_s$ , więc w porównaniu z równ. (3.110) inna jest również zależność na współczynnik dobroci  $Q'$

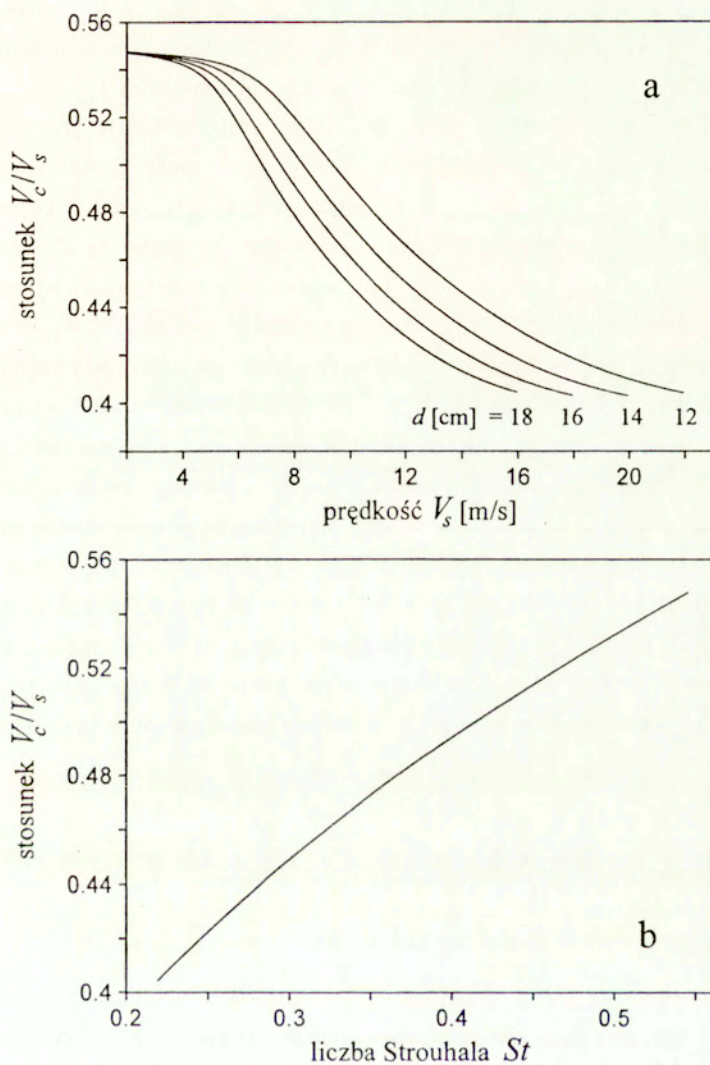
$$Q' = \frac{\rho_0 c_0}{S} \frac{\pi \left[ 1 - (3\xi h_0^{1/3} / 4l_0)^{3/2} (\partial V_s / \partial f_d) \Big|_{f_d=f_r} \right]}{f_r (\partial X / \partial f_d) \Big|_{f_d=f_r}}. \quad (3.114)$$

Z badań doświadczalnych przedstawionych w [61] wynika, że parametr  $\xi$  występujący w równ. (3.112) ma charakter stałej empirycznej i jest równy w przybliżeniu 1.3. W badaniach tych stosowano jednak dysze wylotowe o wysokości  $h_0$  mniejszej niż 3 mm, dlatego w metodzie zastosowanej przy obliczaniu częstotliwości  $f_d$  przyjęto, że parametr  $\xi$  nie jest z góry określony, choć z założenia jego wartość nie powinna różnić się znacznie od stałej empirycznej  $\xi_e = 1.3$ . Do wyznaczenia zależności  $f_d$  od  $V_s$  wykorzystano równ. (3.113) i (3.114), w których parametr  $\xi$  przyjmował wartości z przedziału 0.5–1.5. Najlepszą zgodność rezultatów obliczeń z eksperymentem uzyskano dla  $\xi = 0.93$ , a więc dla wartości nieco mniejszej od  $\xi_e$ . Dla  $\xi = 0.93$  wyznaczony na podstawie równ. (3.114) współczynnik dobroci  $Q'$  był rzędu 10–11, czyli miał wielkość mniejszą niż w przypadku wprost proporcjonalnej zależności  $V_c$  od  $V_s$  (zob. tabela VII).





Rys. 3.29. Zależność częstotliwości  $f_d$  od średniej prędkości strumienia  $V_s$  dla modu  $f_{11}$ . Wyniki obliczeń dla  $V_c = 0.93(h_0 f_d V_s^2)^{1/3}$ .



Rys. 3.30. Zależność stosunku  $V_c/V_s$  od prędkości  $V_s$  (a) oraz liczby Strouhala  $St$  (b) dla nieliniowej zależności  $V_c$  od  $V_s$  [rów. (3.112) przy  $\xi = 0.93$ ].

Na rys. 3.29 przedstawiono porównanie wyników badań doświadczalnych oraz uzyskanej dla modu  $f_{11}$  teoretycznej zależności  $f_d$  od  $V_s$ . Jak widać, dla długości rezonatora  $d = 12$  cm krzywa określona teoretycznie dokładnie odwzorowuje zmiany  $f_d$

w funkcji  $V_s$ . Większe rozbieżności widoczne są natomiast dla  $d = 16$  cm (rys. 3.29b). Dotyczy to szczególnie zakresu małych prędkości  $V_s$ , gdzie wyznaczone teoretycznie wartości  $f_d$  są nieco mniejsze niż to wynika z badań doświadczalnych.

Dużo lepsza zgodność obliczeń z eksperymentem niż w przypadku, gdy  $V_c/V_s = 0.5$  (rys. 3.28), jest konsekwencją przyjęcia dla modu  $f_{11}$  nieliniowej relacji pomiędzy  $V_c$  a  $V_s$ . Ze wzoru (3.112) nie wynika jednak bezpośrednio, jaka jest postać tego związku, ponieważ częstotliwość  $f_d$  jest funkcją prędkości  $V_s$ . Zależność pomiędzy  $V_c$  a  $V_s$  można natomiast wyznaczyć numerycznie wykorzystując równocześnie rów. (3.112–3.114). Rezultaty obliczeń stosunku  $V_c/V_s$  w zakresie prędkości  $V_s = 2$ –22 m/s przedstawiono na rys. 3.30a. Jak widać, przy najmniejszych prędkościach strumienia wartość  $V_c/V_s$  jest w przybliżeniu stała i niezależna od długości  $d$  rezonatora. Przy wyższych prędkościach następuje natomiast wyraźny spadek wartości  $V_c/V_s$ , a także zaznacza się dużo większy wpływ długości  $d$  na zmiany  $V_c/V_s$ . Na podstawie rów. (3.112–3.114) można również określić zależność  $V_c/V_s$  od liczby Strouhala  $St = f_d l_0 / V_s$ . Jak widać na rys. 3.30b, wartość  $V_c/V_s$  rośnie nieliniowo przy wzroście  $St$ , a taki charakter zmian wynika stąd, że mniejszej liczbie Strouhala odpowiada większa prędkość strumienia. Co ważniejsze, na zależność  $V_c/V_s$  od  $St$  nie ma wpływu długość  $d$  rezonatora. Jak można zauważyć, wynika to również bezpośrednio ze wzoru (3.112). Na jego podstawie uzyskuje się bowiem

$$\frac{V_c}{V_s} = \xi (h_0/l_0)^{1/3} St^{1/3} = 0.67 St^{1/3}, \quad (3.115)$$

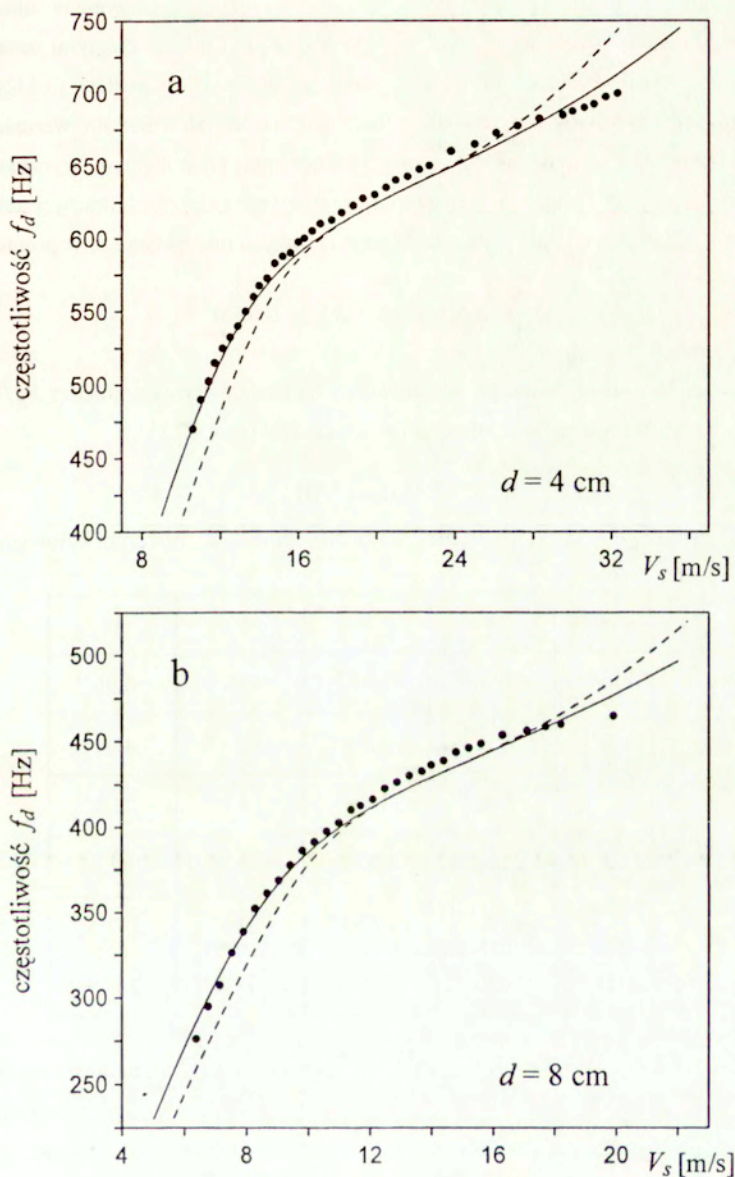
gdzie wartość współczynnika wyznaczono dla  $\xi = 0.93$ .

### 3.3.2. Rezonator z otworem kołowym

Przedstawiony w części 3.3.1 model teoretyczny oraz metody wyznaczania częstotliwości  $f_d$  można również wykorzystać dla rezonatora z otworem kołowym. Wystarczy w rów. (3.91), (3.110), (3.113) i (3.114) w miejsce  $l_0$  podstawić średnicę  $2b$  otworu, następnie określić  $(\partial V_s / \partial f_d)|_{f_d=f}$  na podstawie badań doświadczalnych, zaś reakcję  $X$  i częstotliwość rezonansową  $f_r$  wyznaczyć ze wzorów (2.48–2.50) i (2.56) wyprowadzonych w części 2.1<sup>4</sup>. Na rys. 3.31 przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń uzyskane dla dwóch długości rezonatora  $d = 4$  i 8 cm.

<sup>4</sup> Przy określaniu poprawek wlotu dla rezonatora z otworem kołowym przyjęto, że rozkład prędkości w płaszczyźnie otworu ma postać (2.31).





Rys. 3.31. Zależność częstotliwości  $f_d$  od średniej prędkości strumienia  $V_s$  dla modu  $f_{11}$ . Wyniki obliczeń dla  $V_c = 0.5V_s$  (linie przerywane) oraz dla  $V_c = 1.1(h_0 f_d V_s^2)^{1/3}$  (linie ciągłe).

Na rysunkach liniami przerywanymi oznaczono rezultaty otrzymane dla wprost proporcjonalnej zależności  $V_c$  od  $V_s$  ( $V_c = 0.5V_s$ ). Liniami ciągłymi zaznaczono natomiast wyniki obliczeń dla relacji pomiędzy  $V_c$  a  $V_s$  o postaci (3.112), gdzie parametr  $\xi$  był równy 1.1, co jak widać, jest bardzo zbliżone do wartości stałej empirycznej  $\xi_e$ . Podobnie jak dla rezonatora z otworem prostokątnym, wyraźnie lepszą zgodność wyników obliczeń z eksperymentem uzyskano przy nieliniowej zależności  $V_c$  od  $V_s$ . Zależność tą dla wielkości bezwymiarowych można zapisać w postaci

$$\frac{V_c}{V_s} = \xi(h_0/2b)^{1/3} St^{1/3} = 0.69 St^{1/3}, \quad (3.116)$$

Jak można zauważyć, jest to prawie dokładnie taki sam związek pomiędzy  $V_c/V_s$  a  $St$ , jak w przypadku rezonatora z otworem prostokątnym [rów. (3.115)].

**Tabela VIII**

Współczynnik  $Q'$  oraz częstotliwości  $f_r$  i  $f_R$  dla rezonatora z otworem kołowym.

$d$ [cm]	4	8	12	16
$Q'$	3.76 <sup>1)</sup>	3.95 <sup>1)</sup>	4.94 <sup>1)</sup>	6.96 <sup>1)</sup>
	2.50 <sup>2)</sup>	2.63 <sup>2)</sup>	3.29 <sup>2)</sup>	4.64 <sup>2)</sup>
	8.80 <sup>3)</sup>	14.9 <sup>3)</sup>	19.1 <sup>3)</sup>	21.4 <sup>3)</sup>
$f_r$ [Hz]	624.68	426.50	336.79	282.53
	617.5 <sup>3)</sup>	417.5 <sup>3)</sup>	335 <sup>3)</sup>	257.5 <sup>3)</sup>
$f_R$ [Hz]	630	432.5	331	264.5

<sup>1)</sup>  $V_c = 0.5V_s$ , <sup>2)</sup>  $V_c = 1.1(h_0 f_d V_s^2)^{1/3}$ , <sup>3)</sup> pomiary przy pobudzeniu akustycznym

W tabeli VIII przedstawiono rezultaty obliczeń współczynnika dobroci  $Q'$  oraz częstotliwości rezonansowej  $f_r$  dla kilku wybranych długości  $d$  rezonatora. Dodatkowo w tabeli tej zestawiono wyniki pomiarów współczynnika  $Q'$  i częstotliwości  $f_r$  przy akustycznym pobudzeniu rezonatora (część 2.1.4) oraz częstotliwości  $f_R$ , przy których maksymalny był poziom składowej dyskretnej modu  $f$  (tabela VI). Znaczne różnice w



wartościach współczynnika  $Q'$  wynikają z innych strat energii przy akustycznym i aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora. W pierwszym przypadku są one jedynie efektem promieniowania i tarcia wewnętrznego przy powierzchniach sztywnych, zaś w drugim przypadku zachodzi dodatkowo pochłanianie energii akustycznej przez zaburzenia wirowe. Duża zbieżność częstotliwości  $f_r$  i  $f_R$  świadczy natomiast o tym, że maksymalna odpowiedź rezonatora przy pobudzeniu aerodynamicznym występuje dla rezonansu akustycznego.

### 3.4. Wnioski

W przeprowadzonych przez autora badaniach odpowiedzi układu rezonansowego na pobudzenie aerodynamiczne stosowano dwa typy rezonatorów o prostopadłościennym kształcie komory. W pierwszym przypadku był to rezonator z otworem prostokątnym, natomiast w drugim rezonator o kołowym kształcie otworu, dla którego wykonano pomiary częstotliwości rezonansowej i współczynnika dobroci przy pobudzeniu akustycznym (część 2.1). Do wzbudzenia oscylacji w układach rezonansowych wykorzystano strumień powietrza wypływający z dyszy płaskiej.

Analiza częstotliwościowa generowanego sygnału akustycznego wykazała, że w procesie wytwarzania dźwięku można wyróżnić dwie zasadnicze fazy. W przypadku rezonatora z otworem prostokątnym w fazie I przy wzroście prędkości  $V_s$  strumienia następuje wzbudzenie składowych dyskretnych trzech kolejnych modów:  $f_{13}$ ,  $f_{12}$  i  $f_{11}$ , natomiast dla rezonatora z otworem kołowym tylko modu podstawowego  $f_{11}$ . Fazę I charakteryzuje znaczny przyrost częstotliwości  $f_d$  składowych dyskretnych przy zwiększaniu prędkości  $V_s$  oraz wprost proporcjonalna zależność częstotliwości  $f_d$  od  $V_s$  dla modu podstawowego  $f_{11}$ . W odróżnieniu od fazy I w fazie II procesu, obejmującej zakres wyższych prędkości strumienia, przyrost częstotliwości  $f_d$  generowanego dźwięku przy wzroście prędkości  $V_s$  jest dużo mniejszy. Jest to szczególnie dobrze widoczne w przypadku rezonatora z otworem prostokątnym. Dla tego układu rezonansowego zmiany  $f_d$  w funkcji  $V_s$  w fazie II są bowiem aż 10-krotnie mniejsze niż w fazie I.

Z przeprowadzonych badań wynika, że zasadniczy wpływ na odpowiedź rezonatora przy pobudzeniu aerodynamicznym mają własności akustyczne rezonatora. Dla wszystkich zoabserwowanych modów poziom składowej dyskretnej osiąga bowiem wartość maksymalną, gdy częstotliwość tej składowej jest równa w przybliżeniu częstotliwości rezonansowej  $f_r$  przy pobudzeniu akustycznym.



Prawidłowość taką stwierdzono dla obu typów rezonatorów porównując wyniki pomiarów i rezultaty obliczeń częstotliwości  $f_r$  (rezonator z otworem prostokątnym), a także wyniki pomiarów częstotliwości  $f_r$  przy pobudzeniu akustycznym o małej amplitudzie (rezonator z otworem kołowym). Bezpośredni wpływ własności akustycznych na odpowiedź rezonatora przy pobudzeniu aerodynamicznym potwierdzają również wyniki pomiarów uzyskane dla najmniejszych długości rezonatora z otworem kołowym. W tym zakresie długości badania przeprowadzone w części 2.1 pracy wykazały znaczny spadek ciśnienia wewnątrz komory rezonatora na skutek wzbudzenia drgań układu mechanicznego. Przy pobudzeniu aerodynamicznym w pobliżu częstotliwości drgań mechanicznych następuje skokowa zmiana częstotliwości składowej dyskretnej, a więc w paśmie obejmującym te częstotliwości nie zachodzi generacja dźwięku.

Podstawowy mechanizm wytwarzania dźwięku, jak przyjęto w rozważaniach teoretycznych, opiera się na oddziaływaniu pośrednim, w którym sygnał akustyczny wytworzony przez źródło aerodynamiczne przy krawędzi napływu wzbudza falę stojącą w rezonatorze, a ta z kolei oddziałuje na zaburzenia strumienia przy krawędzi splywu. Bezpośrednie otoczenie krawędzi splywu stanowi więc obszar, gdzie powstają okresowe zaburzenia przepływu. Zaburzenia te w postaci dyskretnych wirów są następnie unoszone przez przepływ i oddziałują z krawędzią napływu, co powoduje zamknięcie pętli sprzężenia zwrotnego. W zaproponowanej przez autora metodzie do teoretycznego opisu oddziaływań w pętli sprzężenia zwrotnego wykorzystano klasyczny model transmitancyjny dla oscylatora akustycznego oraz impedancyjny układ zastępczy rezonatora dla wymuszenia o charakterze prędkościowym. Przy założonej relacji pomiędzy prędkością unoszenia wirów  $V_c$  a prędkością strumienia  $V_s$ , na podstawie warunku fazy można wyznaczyć zależność częstotliwości  $f_d$  generowanego dźwięku od prędkości  $V_s$ . Dla modu podstawowego  $f_{11}$  lepszą zgodność wyników obliczeń z eksperymentem uzyskano dla nieliniowej zależności  $V_c$  od  $V_s$ .

Przedstawiony model teoretyczny umożliwia wyjaśnienie podstawowych własności procesu generacji dźwięku. Jak wynika z analizy, wielkością, która decyduje o szybkości zmian częstotliwości  $f_d$  w funkcji  $V_s$  jest rezystancja rezonatora, której wartość określa całkowite straty energii akustycznej w układzie dla danego modu. Źródłem tych strat są promieniowanie i tarcie wewnętrzne przy powierzchniach sztywnych, a także straty wynikające z pochłaniania energii akustycznej przez zaburzenia wirowe. W przypadku analizowanego zjawiska straty te są trudne do

oszacowania, dlatego w modelu teoretycznym do wyznaczenia rezystancji strat zastosowano metodę quasi-empiryczną, w której wykorzystano wyniki badań doświadczalnych. Należy podkreślić, że dla modu  $f_{11}$  rezystancja strat ma podstawowy wpływ na charakter zmian częstotliwości  $f_d$  jedynie w fazie II procesu generacji dźwięku obejmującej zakres większych prędkości strumienia. Przy małych prędkościach strumienia, z uwagi na dużą wartość reaktancji komory rezonatora, warunek fazy przyjmuje taką postać jak dla sprzężenia zwrotnego wynikającego z oddziaływania międzykrawędziowego, co stanowi wyjaśnienie prawidłowości, że fazy I procesu związek pomiędzy  $f_d$  a  $V_s$  dla modu  $f_{11}$  jest wprost proporcjonalny.

Tabela IX

Stosunek  $D/\lambda_w$  dla rezonansu wyznaczony teoretycznie oraz uzyskane rezultaty doświadczalne.

autorzy	teoria	eksperyment		
	$D/\lambda_w$	kształt otworu rezonatora	rodzaj przepływu <sup>1)</sup>	wzbudzone mody
Elder [46] Khosropour, Millet [91]	$n - 1/4$	prostokątny kołowy	A B	$n = 1,2,3$
Parthasarathy <i>et al.</i> [147]	$(2n - 1)/4$	kołowy	A	$n = 2$
Elder <i>et al.</i> [48] Mast, Pierce [108]	$n$	prostokątny _____	A _____	$n = 1,2$ _____

<sup>1)</sup> A – przepływ z jedną warstwą ścinania, B – strumień płaski

Osobnym zagadnieniem wymagającym szerszej dyskusji jest wynikająca z modelu teoretycznego relacja pomiędzy wymiarem  $D$  otworu rezonatora, gdzie  $D = l_0$  dla otworu prostokątnego oraz  $D = 2b$  dla otworu kołowego, a odległością  $\lambda_w$  pomiędzy kolejnymi wirami powstającymi przy krawędzi spływu. Stosunek  $D/\lambda_w$  charakteryzuje bowiem kolejne mody pod względem hydrodynamicznym, a wyznaczony dla rezonansu określa tzw. warunek hydrodynamiczny maksymalnej generacji dźwięku. Jak wynika z rów. (3.92), warunek hydrodynamiczny wyznaczony na podstawie modelu teoretycznego ma postać



$$D/\lambda_w = (2n+1)/4, \quad n = 1,2,3,\dots, \quad (3.117)$$

gdzie  $n$  jest liczbą nieparzystą, gdy stosunek amplitud  $Q_i/Q_m$  jest ujemny, natomiast parzysta, gdy  $Q_i/Q_m > 0$ . Dla porównania w Tabeli IX zestawiono wartości  $D/\lambda_w$  dla rezonansu określone teoretycznie przez innych autorów i jak widać, uzyskany w [147] rezultat jest identyczny z rów. (3.117) dla  $n \geq 2$ . Warunek hydrodynamiczny wyznaczony przez Parthasarathy *et al.* był jednak w przeszłości krytykowany przez Eldera [49]. Autorom pracy [147] nie udało się również uzyskać jego potwierdzenia na drodze doświadczalnej (w późniejszych pracach [148] i [176] warunek ten badano dla rezonatora w postaci pierścieniowego wyżłobienia w poruszającym się pocisku uzyskując jego częściowe potwierdzenie). Różnica pomiędzy rów. (3.117) a wynikiem otrzymanym w [46] i [91] polega bowiem na tym, że w równaniu tym oprócz modów dla nieparzystej liczby  $n$  ( $D/\lambda_w = 0.75, 1.75, 2.75\dots$ ) występują też mody dla liczby  $n$  parzystej ( $D/\lambda_w = 1.25, 2.25, 3.25\dots$ ). Jest to zgodne z wynikami badań doświadczalnych, jakie uzyskał autor niniejszej pracy, ponieważ dla  $V_c/V_s = 0.5$  liczba Strouhala  $St$  wyznaczona z rów. (3.117) dla trzech pierwszych modów wynosi: 0.375, 0.625 i 0.875, co, jak wynika z tabeli X, pokrywa się z rezultatami pomiarów. Dla porównania w tabeli X zestawiono też wartości  $St$  przy maksymalnej generacji dźwięku wyznaczone dla poszczególnych modów przez Khosropoura i Milleta [91]. W tym bowiem przypadku, tak samo jak w badaniach autora, do wzbudzenia oscylacji akustycznych wykorzystywano strumień płaski, a wartość  $St$  określano dla prędkości średniej strumienia. Jak widać, dla modów, którym w rów. (3.117) odpowiada nieparzysta liczba  $n$ , otrzymano bardzo zbliżone wartości  $St$ . Przedstawione w niniejszej pracy wyniki pomiarów i rozważania teoretyczne nie rozstrzygają jednak kwestii, dlaczego w różnych układach pomiarowych następuje wzbudzenie innej konfiguracji modów, dlatego rozwiązanie tego problemu wymaga dalszych badań zarówno doświadczalnych, jak i teoretycznych.

Tabela X

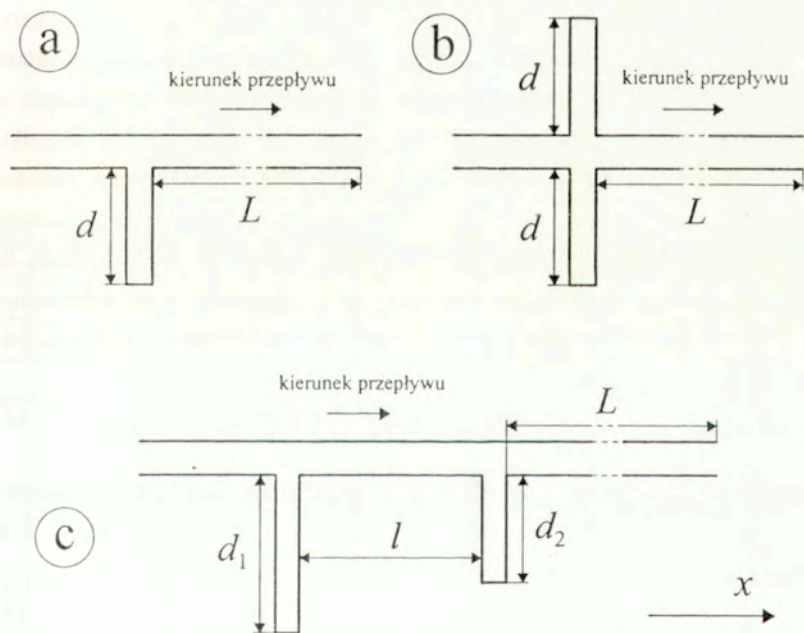
Liczba Strouhala dla kolejnych modów w przypadku maksymalnej generacji dźwięku.

liczba $n$ w rów. (3.117)	1	2	3	5
Khosropour, Millet [91]	0.214–0.273	-----	0.836–0.914	1.654–1.750
wyniki z tabel IV i V	0.315–0.352	0.641–0.644	0.858–0.863	-----



## 4. Generacja dźwięku w rurociągu z zamkniętymi odnogami

Ważnym z praktycznego punktu widzenia przykładem wzbudzenia oscylacji akustycznych przy aerodynamicznym pobudzeniu rezonatora jest zjawisko wytwarzania dźwięku w instalacji przepływowej. W warunkach przemysłowych instalacja tego typu składa się najczęściej z rurociągu głównego o przekroju kołowym oraz rurociągów odpływowych lub inaczej odnog, o z reguły mniejszej średnicy, połączonych z rurociągiem głównym pod kątem prostym. Ich zadaniem jest odprowadzanie gazu z rurociągu głównego, stanowią one jednak potencjalne źródło silnych pulsacji akustycznych. Dzieje się tak w przypadku, gdy w rurociągu głównym występuje przepływ gazu a co najmniej jedna z odnog jest zamknięta i w warunkach odcięcia tworzy ćwierćfalowy rezonator akustyczny.



Rys. 4.1. Badane konfiguracje rurociągu z zamkniętymi odnogami.

Badania zjawiska wzbudzenia oscylacji akustycznych w instalacji przepływowej z zamkniętymi odnogami przeprowadzono dla trzech podstawowych układów: rurociągu z pojedynczą odnogą (rys. 4.1a), rurociągu z odnogami współosiowymi o takiej samej długości (rys. 4.1b) oraz rurociągu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” (rys. 4.1c). W warunkach laboratoryjnych stworzono model instalacji przepływowej złożonej z rurociągu głównego o przekroju kołowym, przez który przepływa powietrze, oraz odnog w kształcie zamkniętych odcinków rurociągu o regulowanej długości. W modelu laboratoryjnym prostoliniowy odcinek rurociągu głównego miał ograniczoną długość, zaś jego wylot, tak jak pokazano na rys. 4.1, znajdował się w odległości  $L$  od miejsca połączenia odnogi (odnog) z rurociągiem. Ponieważ punkt pomiarowy do rejestracji sygnału akustycznego znajdował się przy wylocie rurociągu głównego, więc w następnej części rozdziału przeanalizujemy warunki akustyczne w prostoliniowym rurociągu przepływowym o skończonej długości.

#### 4.1. Warunki akustyczne w prostoliniowym rurociągu przepływowym o skończonej długości

Prostoliniowy rurociąg o przekroju kołowym reprezentuje element akustyczny, którego stałe ze względu na współmierność wymiarów z długościami fal dźwiękowych nie mogą być traktowane jako skupione. Gdy średnica rurociągu jest we wszystkich miejscach jednakowa, wówczas stałe, to jest masa i podatność akustyczna, rozłożone są równomiernie wzdłuż rurociągu, a zjawiska akustyczne zachodzące w rurociągu mają charakter falowy podobnie jak w otwartej przestrzeni. W warunkach bez przepływu dla częstotliwości dużo mniejszych od częstotliwości drgań poprzecznych sygnał akustyczny propagujący się w rurociągu ma postać tłumionych fal płaskich o ciśnieniu

$$p_{\pm}(x,t) = P_{\pm} \exp[-j(\omega t \mp \hat{k}x)], \quad (4.1)$$

gdzie znak (+) dotyczy propagacji fali w kierunku dodatnich wartości  $x$ , natomiast znak (-) w kierunku wartości ujemnych. Występująca w rów. (4.1) liczba falowa  $\hat{k}$  ma postać [34]

$$\hat{k} = k + j\alpha_0, \quad k = \omega/c_0, \quad (4.2)$$

gdzie  $\alpha_0$  to współczynnik tłumienia na skutek lepkości i przewodzenia ciepła



$$\alpha_0 = \frac{\delta_a k}{2a} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) = \frac{1}{ac_0} \left( \frac{1}{2} v\omega \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) \quad (4.3)$$

oraz  $a$  to promień rurociągu,  $\delta_a = \sqrt{2\mu/\rho_0\omega}$  to grubość akustycznej warstwy przyściennej i  $\text{Pr}$  to liczba Prandtla (dla powietrza  $\text{Pr} \approx 0.7$ ). Dla fal płaskich o postaci (4.1) relację pomiędzy ciśnieniem a prędkością można określić ze wzoru

$$p_{\pm}/u_{\pm} = \pm \frac{\rho_0 c_0}{1 + j\alpha_0/k} \approx \pm \rho_0 c_0, \quad (4.4)$$

gdzie uwzględniono  $\alpha_0/k \ll 1$ . Jeżeli w rurociągu występuje poddźwiękowy przepływ gazu o średniej prędkości  $V_s$ , to dla liczb Reynoldsa  $\text{Re} = aV_s/\nu$  mniejszych od wartości krytycznej  $\text{Re}_{kr} = 1150$  [173], przepływ w rurociągu będzie laminarny, a więc w stanie ustalonym rozkład prędkości głównej w przekroju poprzecznym rurociągu będzie miał kształt paraboliczny

$$V(r) = V_m \left( 1 - r^2/a^2 \right), \quad (4.5)$$

gdzie  $V_m$  to prędkość maksymalna oraz  $0 \leq r \leq a$ . Ponieważ prędkość średnią  $V_s$  określa się jako stosunek wydatku przepływu  $W$  do powierzchni przekroju rurociągu

$$V_s = \frac{W}{S_1} = \frac{1}{S_1} \int_0^{2\pi} \int_0^a V(r) r dr d\phi, \quad (4.6)$$

gdzie  $S_1 = \pi a^2$  to powierzchnia przekroju rurociągu, więc dla ustalonego przepływu laminarnego zachodzi  $V_s = 0.5V_m$ . Dla liczb Reynoldsa większych od wartości krytycznej przepływ w rurociągu zmienia swój charakter i z laminarnego przechodzi w turbulentny (burzliwy). Dla w pełni rozwiniętego przepływu turbulentnego rozkład prędkości głównej w przekroju poprzecznym rurociągu określa zależność [173]

$$V(r) = V_m \left( 1 - r/a \right)^{1/7}, \quad (4.7)$$

a zatem na podstawie (4.6) i (4.7) uzyskuje się  $V_s = 49V_m/60 = 0.817V_m$ .

#### 4.1.1. Prędkość propagacji fal akustycznych oraz efekt tłumienia

W obecności przepływu gazu występują dwa podstawowe czynniki zmieniające warunki akustyczne w rurociągu. Pierwszy z nich to zmiana prędkości propagacji fal akustycznych na skutek efektu unoszenia oraz zależność współczynnika tłumienia fali



od prędkości  $V_s$  i charakteru przepływu, natomiast drugi to zmiana gęstości ośrodka i prędkości dźwięku. Gdy założymy, że kierunek przepływu gazu jest zgodny z kierunkiem osi  $x$ , to aby uwzględnić powyższe czynniki należy w równ. (4.1) w miejsce  $\hat{k}$  podstawić liczbę falową  $\hat{k}_{\pm}$

$$\hat{k}_{\pm} = \frac{k}{1 \pm \bar{M}} + j\alpha_{\pm}, \quad k = \omega/\bar{c}, \quad (4.8)$$

gdzie  $\bar{M} = V_s/\bar{c}$ ,  $\bar{c}$  to średnia prędkość dźwięku oraz  $\alpha_+$  i  $\alpha_-$  to odpowiednio współczynniki tłumienia dla fali akustycznej propagującej w kierunku zgodnym i przeciwnym do kierunku przepływu. Równanie (4.4) określające stosunek ciśnienia do prędkości przyjmie natomiast postać

$$p_{\pm}/u_{\pm} = \pm \frac{\bar{\rho}\bar{c}}{1 + j\alpha_{\pm}/k} \approx \pm \bar{\rho}\bar{c}, \quad (4.9)$$

gdzie  $\bar{\rho}$  to średnia gęstość ośrodka. Jak wynika z badań doświadczalnych, tłumienie fali akustycznej w rurociągu zależy nie tylko od charakteru przepływu, ale w przypadku przepływu turbulentnego także od relacji pomiędzy grubością akustycznej warstwy przyściennej  $\delta_a$  a grubością podwarstwy laminarnej  $\delta_l = 5\nu/u_*$  [167], gdzie  $u_*$  to prędkość naprężenia stycznego przy ścianie rurociągu [173]

$$u_* = V_s \sqrt{\lambda_0/8} \quad (4.10)$$

oraz  $\lambda_0$  to współczynnik oporu. Dla grubości  $\delta_a$  mniejszej od  $\delta_l$  turbulencyjność przepływu będzie miała pomijalnie mały wpływ na tłumienie fali akustycznej, zatem dla przepływu laminarnego i dla  $\delta_a \leq \delta_l$  w przypadku przepływu turbulentnego na podstawie [167] uzyskuje się następującą zależność na współczynniki tłumienia  $\alpha_{\pm}$

$$\alpha_{\pm} \approx \frac{\alpha_0}{1 \pm \bar{M}} \left[ \frac{1}{(1 \pm \bar{M})^2} + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right] \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right)^{-1}. \quad (4.11)$$

W sytuacji, gdy mieszanie turbulentne zaczyna mieć wpływ na tłumienie fali ( $\delta_a > \delta_l$ ), współczynniki  $\alpha_{\pm}$  stają się funkcją współczynnika oporu [84]

$$\alpha_{\pm} \approx \frac{\alpha_0}{1 \pm \bar{M}} \left[ 1 + \frac{u_* \delta_a \sqrt{\lambda_0/2}}{\nu \left[ 1 + (\gamma - 1)/\sqrt{\text{Pr}} \right]} \left( 1 + \frac{\text{Re}}{2} \frac{\partial \ln \lambda_0}{\partial \text{Re}} \right) \right]. \quad (4.12)$$

Wartość współczynnika  $\lambda_0$  można obliczyć z zależności określonej na drodze eksperymentalnej przez Blasiusa [173]

$$\lambda_0 = \frac{0,2661}{\sqrt[4]{\text{Re}}}, \quad (4.13)$$

natomiast dla liczb Reynoldsa  $\text{Re} > 5 \cdot 10^4$ , ze wzoru Prandtla

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 2 \log(2 \text{Re} \sqrt{\lambda_0}) - 0,8, \quad (4.14)$$

który, w porównaniu ze wzorem Blasiusa (4.13), w zakresie dużych wartości  $\text{Re}$  daje większą zgodność wyników obliczeń z eksperymentem.

Średnią prędkość dźwięku w obecności przepływu gazu można wyznaczyć z równania stanu dla przemiany adiabatycznej oraz równania ruchu, przyjmując za model przepływu ruch trwały o stałej prędkości  $V_s$ . Stąd uzyskuje się

$$\bar{c} = c_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2}(\gamma - 1) M^2}, \quad (4.15)$$

gdzie  $M = V_s/c_0$ . Na podstawie równania stanu i wzoru (4.15) można natomiast określić średnią gęstość ośrodka

$$\bar{\rho} = \rho_0 (\bar{c}/c_0)^{2/(\gamma-1)} = \rho_0 \left[ 1 - \frac{1}{2}(\gamma - 1) M^2 \right]^{1/(\gamma-1)}. \quad (4.16)$$

Jak wynika z tych zależności, wpływ przepływu na prędkość dźwięku i gęstość ośrodka staje się istotny dopiero przy znacznych prędkościach  $V_s$ . Dla przepływów o małej liczbie Macha ( $M^2 \ll 1$ ) można więc przyjąć,  $\bar{c} \approx c_0$  i  $\bar{\rho} \approx \rho_0$ .

#### 4.1.2. Moc akustyczna wypromieniowana na zewnątrz rurociągu

Przy wylocie rurociągu, który w układach na rys. 4.1. znajduje się w odległości  $L$  od miejsca połączenia odnogi (odnóg) z rurociągiem głównym, następuje skokowa zmiana impedancji akustycznej. Jeżeli więc sygnał akustyczny propagujący się w rurociągu ma postać fali płaskiej, to przy wylocie rurociągu nastąpi jej odbicie i tylko część energii akustycznej zawartej w tej fali zostanie wypromieniowana na zewnątrz rurociągu. Ciśnieniowy współczynnik odbicia fali  $\hat{\beta}$  zdefiniowany jako stosunek amplitudy  $P_r$  fali odbitej do amplitudy  $P_i$  fali padającej można, zgodnie z [34], wyznaczyć ze wzoru



$$\hat{\beta} = -\beta \exp(2jk\Delta L) = \frac{z_p - 1}{z_p + 1}, \quad (4.17)$$

gdzie  $z_p$  to jednostkowa impedancja promieniowania wylotu rurociągu,  $\beta$  to moduł współczynnika odbicia oraz  $\Delta L$  to poprawka wlotu. Współczynnik odbicia  $\hat{\beta}$  dany jest skomplikowanym wyrażeniem [132], dlatego w praktycznych zastosowaniach wykorzystuje się wzory przybliżone [35]

$$\beta = 1 + 0.01336(ka) - 0.59079(ka)^2 + 0.33576(ka)^3 - 0.06432(ka)^4, \quad (4.18)$$

gdzie  $0 \leq ka \leq 1.5$  oraz

$$\begin{aligned} \Delta L/a &= 0.6133 - 0.1168(ka)^2, & 0 \leq ka < 0.5, \\ \Delta L/a &= 0.6393 - 0.1104(ka), & 0.5 \leq ka \leq 2. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Jak widać, dla małych wartości  $ka$  wylot rurociągu stanowi element akustyczny silnie odbijający fale dźwiękowe, co oznacza, że tylko nieznaczna część energii akustycznej zostaje wypromieniowana na zewnątrz. W przypadku granicznym, gdy  $ka \rightarrow 0$  współczynnik  $\hat{\beta}$  ma wartość bliską  $-1$ , czyli fala akustyczna ulega prawie całkowitemu odbiciu od wylotu rurociągu. Wykresy na rys. 4.2 a,b, uzyskane na podstawie równ. (4.18) i (4.19) oraz wzoru

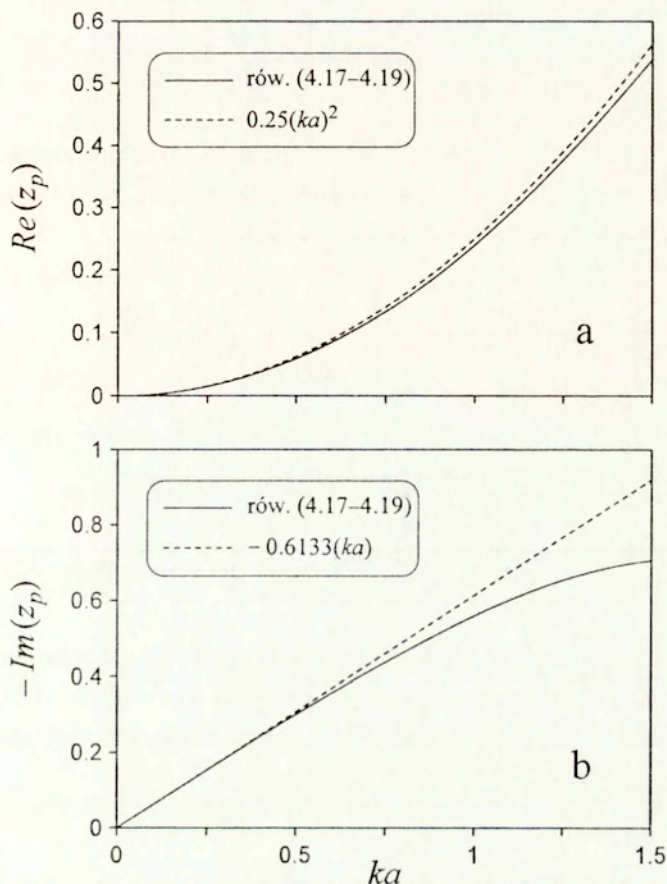
$$z_p = \frac{1 - \beta^2 - j2\beta \sin(2k\Delta L)}{1 + \beta^2 + 2\beta \cos(2k\Delta L)} \quad (4.20)$$

wynikającego bezpośrednio z równ. (4.17), ilustrują zależność części rzeczywistej i urojonej impedancji promieniowania  $z_p$  od  $ka$  w przedziale  $0 \leq ka \leq 1.5$ . Jak widać, dla małych wartości  $ka$  ( $ka < 1$ ) wyrażenie na impedancję  $z_p$  będzie postaci

$$z_p \approx \frac{1}{4}(ka)^2 - 0.6133j(ka) = r_p + jx_p. \quad (4.21)$$

W przypadku, gdy w rurociągu występuje przepływ gazu, na jego wylocie formuje się strumień swobodny z kołową warstwą ścinania, gdzie na skutek mieszania ośrodka w ruchu z ośrodkiem nieruchomym zachodzi generacja zaburzeń wirowych przepływu. Moc akustyczną wypromieniowaną na zewnątrz rurociągu można wyznaczyć w sposób teoretyczny wykorzystując aproksymację warstwy ścinania za pomocą niestabilnej warstwy wirowej i wprowadzając warunek Kutty-Żukowskiego na krawędzi wylotu rurociągu [13, 14, 134, 135]. Zgodnie z modelem teoretycznym zaproponowanym przez Cargilla [13], dla małych wartości  $ka$  i przepływu poddźwiękowego średnia moc





Rys. 4.2. Część rzeczywista i urojona impedancji promieniowania.

akustyczna wypromieniowana na zewnątrz rurociągu w okresie  $T = 2\pi/\omega$  dana jest wzorem

$$\overline{\mathcal{P}}_p = \frac{\rho_0 c_0 S_l r_p |u_w|^2 \left(1 + \frac{1}{3} M^2\right)}{2(1 - M^2)^3}, \quad (4.22)$$

gdzie  $u_w$  to prędkość akustyczna w płaszczyźnie wylotu rurociągu. Ponieważ relacja pomiędzy prędkością  $u_w$  a ciśnieniem fali padającej przy wylocie jest następująca

$$P_i(1 + \hat{\beta}) \approx \rho_0 c_0 z_p u_w, \quad (4.23)$$

więc na podstawie równ. (4.17), (4.22) i (4.23) uzyskuje się

$$\overline{\mathcal{P}}_p = \frac{2S_1|P_i|^2}{\rho_0 c_0} \frac{r_p \left(1 + \frac{1}{3} M^2\right)}{\left[(1+r_p)^2 + x_p^2\right] (1-M^2)^3}. \quad (4.24)$$

W przypadku, gdy w analizie teoretycznej uwzględnimy skończoną grubość warstwy ścinania, to dla małych wartości  $ka$  moc wypromieniowaną  $\overline{\mathcal{P}}_p$  można wyznaczyć ze wzoru wprowadzonego przez Howe [72]

$$\overline{\mathcal{P}}_p = \frac{2S_1|P_i|^2}{\rho_0 c_0} \frac{r_p (1+M)^2 \left[ (1+r_p)^2 + \frac{3}{4} M^2 + x_p^2 \right]}{\left(1 + \frac{1}{2} M + r_p\right)^2 + x_p^2}. \quad (4.25)$$

Z uwagi na to, że część energii akustycznej zostaje przeniesiona do pola wirowego, średnia moc  $\overline{\mathcal{P}}_t$  przetransmitowana przez wylot rurociągu [13]

$$\overline{\mathcal{P}}_t = \frac{S_1}{2\rho_0 c_0} \left[ (1+M)^2 |P_i|^2 - (1-M)^2 |P_r|^2 \right] = \frac{S_1 |P_i|^2}{2\rho_0 c_0} \left[ (1+M)^2 - \beta^2 (1-M)^2 \right] \quad (4.26)$$

będzie zawsze większa od mocy wypromieniowanej  $\overline{\mathcal{P}}_p$ . Największa różnica pomiędzy  $\overline{\mathcal{P}}_t$  a  $\overline{\mathcal{P}}_p$  występuje dla  $ka \rightarrow 0$ . Wtedy, jak wynika z równ. (4.24) i (4.25), moc wypromieniowana  $\overline{\mathcal{P}}_p$  ma wartość bliską zeru, natomiast moc  $\overline{\mathcal{P}}_t$  określona ze wzoru (4.26) wynosi  $\overline{\mathcal{P}}_t = 2S_1 M |P_i|^2 / \rho_0 c_0$ .

## 4.2. Badania doświadczalne

W badaniach doświadczalnych wykorzystywano instalację zasilającą o ciśnieniu maksymalnym 8 atm. W skład tej instalacji wchodziły:

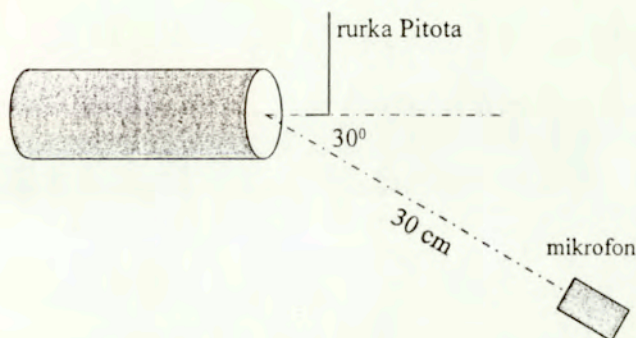
- sprężarka tłokowa o wydatku 0.0865 kg/s,
- dwa zbiorniki ciśnieniowe o pojemności 2 m<sup>3</sup> każdy,
- przewody odprowadzające sprężone powietrze do pomieszczenia laboratoryjnego.

Ze względu na ograniczoną wydajność instalacji zasilającej w układach pomiarowych zastosowano rurociągi o małej średnicy: 1.3 i 1.6 cm dla układu z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi (rys. 4.1 a,b) oraz 1.6 cm dla układu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” (rys. 4.1c). We wszystkich układach odnogi miały taką samą średnicę 1 cm oraz zmienną długość  $d$  przyjmującą wartości z przedziału 1–10 cm. Wylot rurociągu umieszczony był w odległości  $L = 3.5$  m od miejsca połączenia odnogi (odnóg) z rurociągiem głównym.

Pomiary częstotliwości i poziomu składowych dyskretnych wykonywano w odległości 30 cm od wylotu rurociągu przy takim położeniu mikrofonu pomiarowego, że prosta przechodząca przez środek mikrofonu tworzyła kąt  $30^\circ$  z osią rurociągu (rys. 4.3). Do pomiaru prędkości przepływu  $V_m$  na osi rurociągu wykorzystano rurkę Pitota o średnicy 1.6 mm umieszczoną w odległości 1 cm od wylotu rurociągu (rys. 4.3). Ponieważ rurka podłączona była do manometru cieczowego w kształcie litery U, który był napełniony wodą, więc prędkość  $V_m$  obliczano ze wzoru [12]

$$V_m [\text{m/s}] = 4\sqrt{h_w}, \quad (4.27)$$

gdzie  $h_w$  [mm] jest różnicą poziomu wody w odnogach manometru.



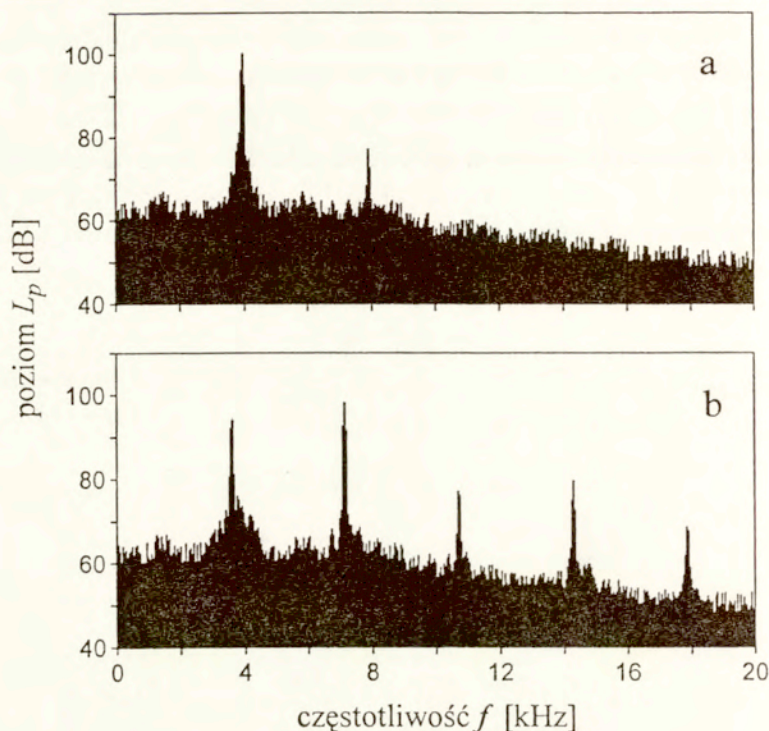
Rys. 4.3. Położenie rurki Pitota i mikrofonu w stosunku do wylotu rurociągu.

Jak wykazały badania wstępne przeprowadzone dla układu z pojedynczą odnogą, minimalna prędkość  $V_m$ , przy której rejestrowany sygnał akustyczny zawiera składowe dyskretnie, wynosi ok. 50 m/s. Wyznaczona dla tej prędkości liczba Reynoldsa ma dużą wartość ( $2.2 \cdot 10^4$  dla rurociągu o średnicy 1.3 cm), a więc w interesującym nas zakresie prędkości  $V_m \geq 50$  m/s przepływ w rurociągu będzie miał charakter turbulentny. Średnia prędkość przepływu w rurociągu będzie więc równa  $V_s = 0.817 V_m$ .

#### 4.2.1. Rurociąg z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi

Rurociąg z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi to najczęściej spotykane w praktyce rodzaje instalacji przepływowej, w których zachodzi wzbudzenie silnych pulsacji akustycznych [195]. W procesie generacji dźwięku, tak jak w przypadku





Rys. 4.4. Przykładowe widma dźwięku dla układu z pojedynczą odnogą (a) i odnogami współosiowymi (b). Średnica rurociągu głównego  $2a = 1.6$  cm,  $d = 2$  cm, prędkość przepływu  $V_s = 100$  m/s, mod  $f_1$ .

opływu rezonatora komorowego przez strumień gazu (rozdział 3), dominujące znaczenie ma oddziaływanie pośrednie (rys. 3.2), a więc wpływ fali stojącej wzbudzonej w odnodze (odnogach) na zaburzenia przepływu przy krawędzi (krawędziach) splywu. W konsekwencji częstotliwość generowanego dźwięku ma wartość zbliżoną do częstotliwości  $f_r$  dla kolejnych modów rezonansowych

$$f_r = \frac{c_0(2m-1)}{4(d+\Delta d)}, \quad (4.28)$$

gdzie  $\Delta d$  to poprawka wlotu oraz  $m$  to liczba naturalna określająca mod akustyczny. Przy znacznych prędkościach przepływu zjawisku wzbudzenia oscylacji akustycznych towarzyszy jednak nieliniowość, tak więc w widmie generowanego dźwięku mogą pojawiać się również składowe harmoniczne modu rezonansowego. Efekty związane

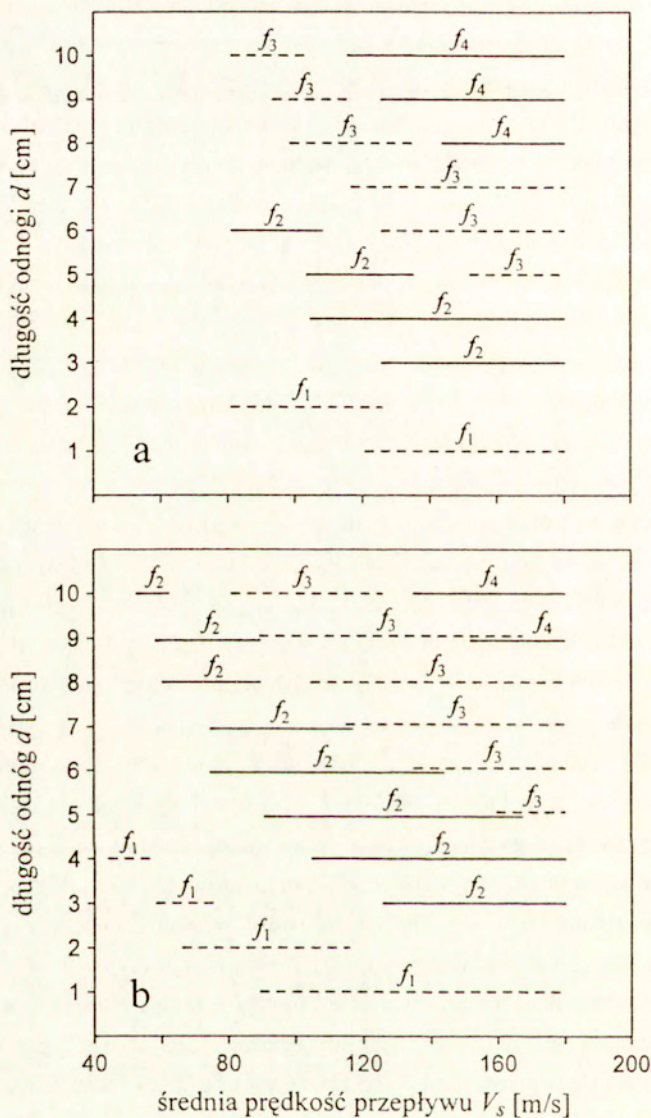
z nieliniowością zostaną bardziej szczegółowo omówione w części 4.2.1.2. Na rys. 4.4 przedstawiono tylko dwa przykładowe widma uzyskane dla obu badanych układów. Przy takiej samej długości odnog i prędkości przepływu, znacznie większa ilość składowych harmonicznych występuje w widmie dźwięku dla układu z odnogami współosiowymi. Co ciekawe, poziom drugiej harmonicznej jest nawet nieznacznie większy od poziomu składowej dyskretnej modu rezonansowego (rys. 4.4b).

Na rys. 4.5 i 4.6 zestawiono zakresy prędkości  $V_s$ , w których zachodzi generacja składowej dyskretnej dla kolejnych modów rezonansowych<sup>5</sup>. Wartości maksymalne  $V_s$ , przy których występuje największy wydatek instalacji zasilającej, to 180 m/s dla rurociągu o średnicy 1.3 cm oraz 127 m/s dla rurociągu o średnicy 1.6 cm. Jak można zauważyć, wzbudzenie kolejnych modów rezonansowych zachodzi przy zwiększaniu długości odnog, natomiast dla określonej wartości  $d$  przy wzroście prędkości przepływu. W rurociągu o mniejszej średnicy z uwagi na szerszy zakres prędkości  $V_s$  występuje wzbudzenie czterech kolejnych modów rezonansowych: od  $f_1$  do  $f_4$ , podczas gdy, dla rurociągu o średnicy 1.6 cm są to tylko trzy pierwsze mody. Widoczne na rys. 4.5 i 4.6 różnice pomiędzy obu układami, to inny zakres długości  $d$  odnog, przy których zachodzi generacja składowych dyskretnych modów  $f_1$  i  $f_2$ . Ponadto, w układzie z odnogami współosiowymi przy mniejszej średnicy rurociągu w pewnych zakresach prędkości  $V_s$  występuje równoczesne wzbudzenie dwóch modów rezonansowych.

Wyniki pomiarów na rys. 4.7a i 4.8a ilustrują zależność od długości  $d$  odnog częstotliwości  $f_R$ , przy których poziom  $L_p$  składowej dyskretnej osiąga wartość maksymalną. Dla każdego z modów teoretyczną wartość częstotliwości rezonansowej określano ze wzoru (4.28) przyjmując  $m = 1-4$  oraz  $\Delta d = \Delta d_0 = 8b/3\pi$ . Wyniki obliczeń oznaczono na rysunkach liniami ciągłymi. Jak widać, zarówno dla układu z pojedynczą odnogą, jak i dla układu z odnogami współosiowymi, zmiany częstotliwości w funkcji  $d$  mają ten sam charakter tzn. przy wzroście  $d$  następuje spadek wartości  $f_R$  dla danego modu rezonansowego. We wszystkich przypadkach częstotliwość generowanych pulsacji zawiera się w przedziale 1.5–7.5 kHz, a wartości  $f_r$  obliczone ze wzoru (4.28) stanowią dobrą aproksymację danych pomiarowych. Odpowiadające częstotliwościom  $f_R$  poziomy  $L_p$  składowych dyskretnych zestawiono na rys. 4.7b i 4.8b.

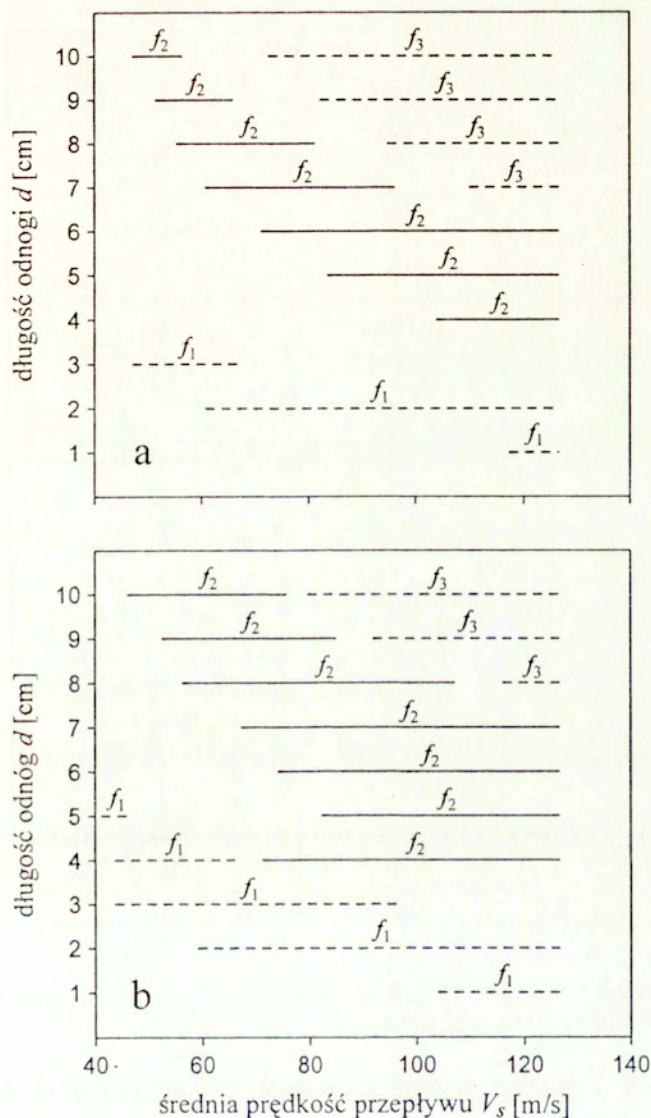
<sup>5</sup> Uproszczone oznaczenie rodzaju modu pomijając w indeksie dolnym cyfrę określającą mod hydrodynamiczny, ponieważ przy wykorzystaniu wprowadzonej w części 3.2.1 notacji do oznaczenia kolejnych modów rezonansowych należałoby stosować zapis:  $f_{11}, f_{21}, f_{31}, f_{41}$  itd.



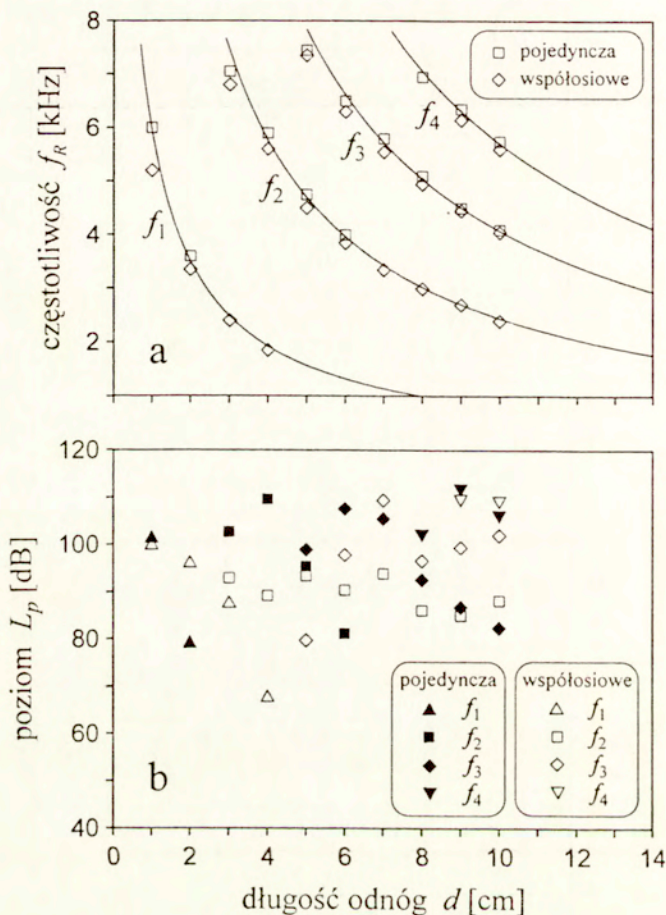


Rys. 4.5. Zakresy prędkości, w których występuje generacja poszczególnych modów rezonansowych. (a) układ z pojedynczą odnogą, (b) układ z odnogami współosiowymi. Średnica rurociągu głównego  $2a = 1.3$  cm.



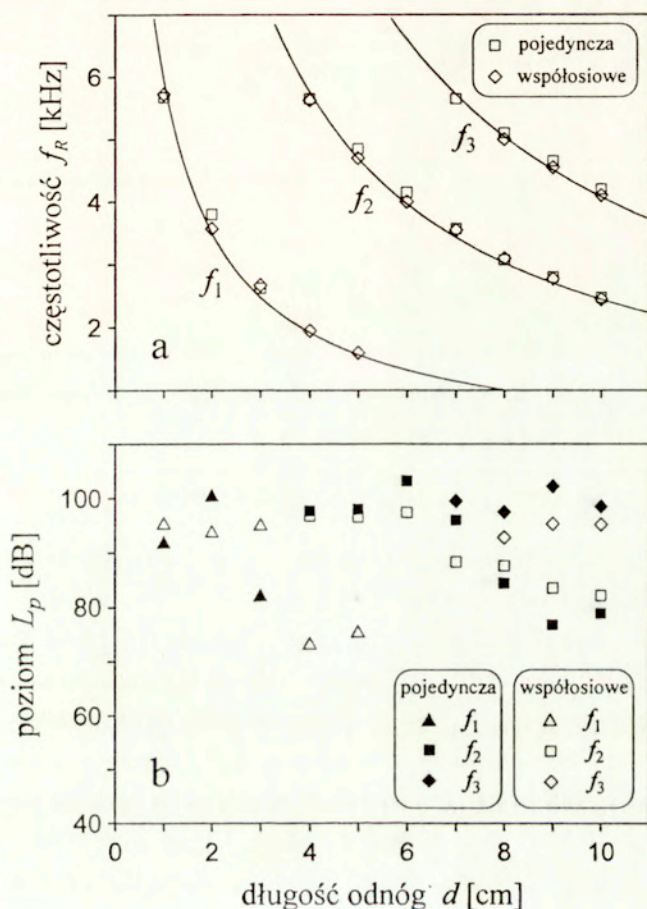


Rys. 4.6. Zakresy prędkości, w których występuje generacja poszczególnych modów rezonansowych. (a) układ z pojedynczą odnogą, (b) układ z odnogami współosiowymi. Średnica rurociągu głównego  $2a = 1.6$  cm.



Rys. 4.7. Częstotliwości  $f_R$  i poziom  $L_p$  dla maksymalnej generacji dźwięku. Średnica rurociągu głównego  $2a = 1.3$  cm.

Jak wynika z danych na rys. 4.7b i 4.8b, wartości maksymalne  $L_p$  dla modów rezonansowych są dla obu średnic rurociągu zbliżone i wynoszą od ok. 70 dB do 110 dB w zależności od długości odnog. Ponieważ pomiar poziomu  $L_p$  wykonywano na zewnątrz rurociągu, więc rzeczywisty poziom generowanych w układach pulsacji akustycznych może być znacznie wyższy.



Rys. 4.8. Częstotliwości  $f_R$  i poziom  $L_p$  dla maksymalnej generacji dźwięku. Średnica rurociągu głównego  $2a = 1.6$  cm.

Dla określonego na podstawie badań doświadczalnych zakresu częstotliwości składowych dyskretnych wielkość  $ka$  przyjmuje wartości z przedziału  $0.2 \leq ka \leq 1.1$ , a więc ma wartość maksymalną tylko nieznacznie większą od jedności. W takim przypadku można przyjąć, że sygnał akustyczny wytwarzany przez źródło położone w płaszczyźnie wylotu rurociągu ma w przybliżeniu postać fali kulistej [132]. W punkcie



pomiarowym leżącym w odległości  $r_0 = 30$  cm od wylotu rurociągu występuje strefa pola dalekiego ( $kr_0 \gg 1$ ), więc amplituda ciśnienia  $|P_p|$  w tym punkcie będzie równa

$$|P_p| = \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{\rho_0 c_0 \overline{\mathcal{P}}_p}{2\pi}}. \quad (4.29)$$

Jak wynika z części 4.1.1, moc  $\overline{\mathcal{P}}_p$  jest wprost proporcjonalna do kwadratu amplitudy ciśnienia  $|P_i|$  na wylocie rurociągu, więc wykorzystując związek

$$|P_w| = |P_i| \exp(\alpha_+ L) \quad (4.30)$$

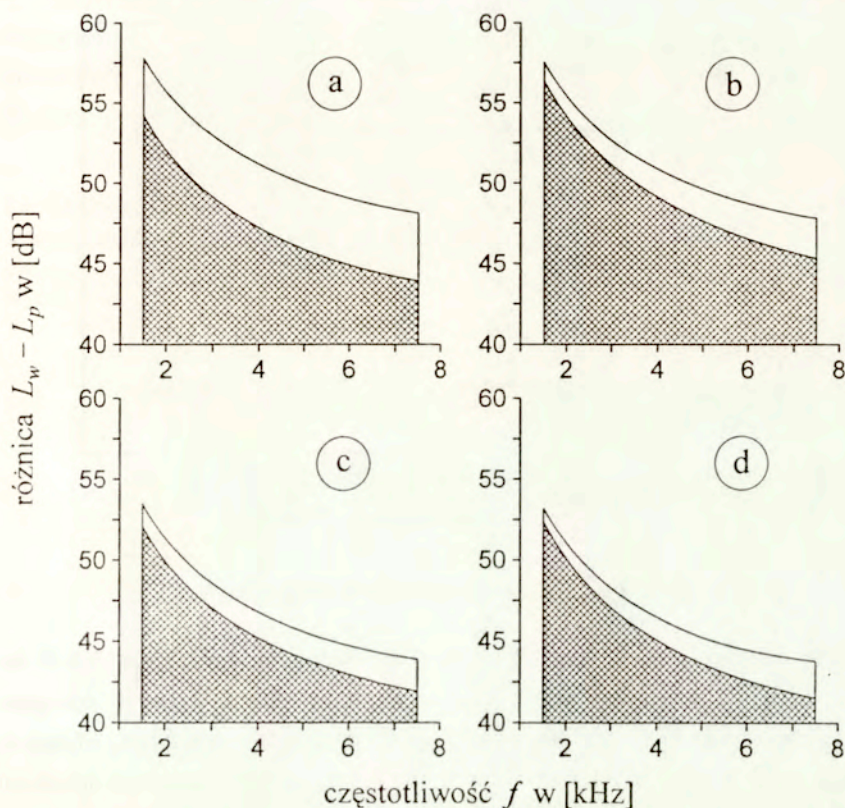
oraz rów. (4.24) lub (4.25), na podstawie wzoru (4.29) można wyznaczyć różnicę pomiędzy poziomem  $L_w$  ciśnienia wypromieniowanego do wnętrza rurociągu a poziomem  $L_p$  w punkcie pomiarowym, gdzie

$$L_w - L_p = 20 \log |P_w/P_p|. \quad (4.31)$$

Dla  $\delta_a/\delta_l \leq 1$  wartość współczynnika tłumienia  $\alpha_+$  można określić ze wzoru (4.11), natomiast dla  $\delta_a/\delta_l > 1$  z rów. (4.12).

Wyniki obliczeń różnicy  $L_w - L_p$  przedstawiono na rys. 4.9a–d. Rezultaty na rys. 4a,c uzyskano dla mocy  $\overline{\mathcal{P}}_p$  obliczonej ze wzoru (4.24), natomiast na rys. 4b,d dla wartości  $\overline{\mathcal{P}}_p$  wyznaczonej z rów. (4.25). Na rysunkach obszar niezakreślony pomiędzy krzywymi wyznacza maksymalny spadek różnicy  $L_w - L_p$  przy wzroście prędkości przepływu od zera do wartości granicznych:  $V_s = 127$  m/s dla rurociągu o średnicy 1.6 cm oraz  $V_s = 180$  m/s dla rurociągu o średnicy 1.3 cm, przy których występuje największy wydatek instalacji zasilającej. Różnica pomiędzy  $L_w$  a  $L_p$ , jak wynika z rys. 4.9, jest rzędu 40–60 dB, co oznacza, że amplituda ciśnienia wypromieniowanego do wnętrza rurociągu jest od 100 do 1000 razy większa niż amplituda ciśnienia w punkcie pomiarowym. Spadek wartości  $L_w - L_p$  przy zmianie prędkości przepływu jest natomiast niewielki i wynosi maksymalnie 5 dB dla rurociągu o średnicy 1.3 cm (rys. 4.9a) oraz 2.5 dB dla rurociągu o średnicy 1.6 cm (rys. 4.9b,d).

Dla danego modu rezonansowego, jak widać na rys. 4.5 i 4.6, wzrost długości  $d$  odnog powoduje, niezależnie od rodzaju układu, przesunięcie zakresu prędkości  $V_s$ , w którym następuje wzbudzenie tego modu w stronę mniejszych prędkości przepływu.



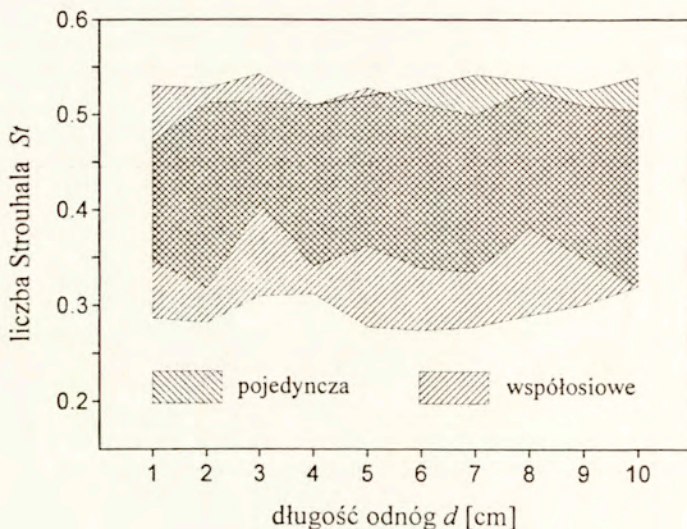
Rys. 4.9. Zakresy zmian różnicy  $L_w - L_p$  dla rurowciągów o średnicy 1.3 cm (a,b) i 1.6 cm (c,d). Rezultaty na rys. 4a,c uzyskano dla mocy  $\overline{\mathcal{P}}_p$  obliczonej ze wzoru (4.24), natomiast na rys. 4b,d dla wartości  $\overline{\mathcal{P}}_p$  wyznaczonej z rów. (4.25).

Jest to dokładnie taka sama prawidłowość, jaką zaobserwowano przy zmianie długości rezonatora komorowego (część 3.2), stąd należy wnosić, że również w analizowanym przypadku wielkością charakteryzującą badane zjawisko jest liczba Strouhala

$$St = 2bf_d/V_s, \quad (4.32)$$

gdzie  $2b$  to średnica odnogi, natomiast  $f_d$  to częstotliwość składowej dyskretniej dla danego modu rezonansowego. Fakt ten potwierdza zestawienie minimalnych i maksymalnych wartości  $St$  określonych dla każdej z długości odnóg na podstawie wyników pomiarów uzyskanych dla wszystkich modów rezonansowych (rys. 4.10),





Rys. 4.10. Zakres zmian liczby Strouhala.

ponieważ zakres zmian  $St$  dla obu układów jest bardzo zbliżony:  $St = 0.35\text{--}0.55$  dla rurociągu z pojedynczą odnogą i  $St = 0.3\text{--}0.55$  dla rurociągu z odnogami współosiowymi. Nieco większe wartości  $St$  dla rurociągu z pojedynczą odnogą są konsekwencją tego, że przyrost częstotliwości  $f_d$  przy wzroście prędkości przepływu jest dla tego układu wyraźnie większy (rys. 4.11–4.13).

Wyznaczony na podstawie badań zakres zmian  $St$  jest, jak wynika z danych w tabelach IV–VI, prawie dokładnie taki sam jak dla rezonatora komorowego (część 3.2). Ponieważ liczba Strouhala jest odwrotnie proporcjonalna do odległości  $\lambda_w$

$$St = 2\eta b/\lambda_w \quad (4.33)$$

oraz  $\eta = V_c/V_s \approx 0.5$  (zob. część 4.2.1.1), więc dla obu badanych układów oraz rezonatora komorowego występuje podobny zakres zmian  $\lambda_w$ . Jest to zatem kolejne potwierdzenie tezy sformułowanej w części 3.2.1.2, że parametrem charakterystycznym dla procesu generacji dźwięku jest odległość  $\lambda_w$  pomiędzy kolejnymi wirami powstającymi przy krawędzi splywu.

Inną wielkością, którą można wyznaczyć na podstawie pomiarów, jest liczba Strouhala przy maksymalnym poziomie składowej dyskretnej. Określone w ten sposób wartości  $St$  zestawiono w tabeli XI. W porównaniu z danymi w tabelach V i VI,

występuje tu nieco większy rozrzut liczby Strouhala, chociaż w większości przypadków jej wartość jest rzędu 0.3–0.4, co jest zbliżone do wyników uzyskanych dla rezonatora komorowego.

Tabela XI

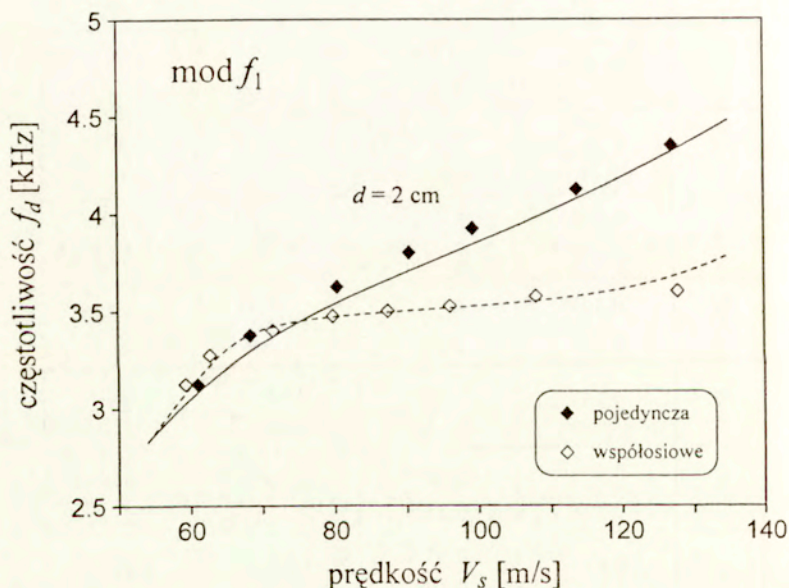
Liczba Strouhala  $St$  przy maksymalnym poziomie  $L_p$  składowej dyskretnej dla modów rezonansowych  $f_1, f_2, f_3$  i  $f_4$ . Liczba gwiazdek określa numer modu, natomiast symbol ~ oznacza, że największy poziom składowej dyskretnej występuje przy maksymalnym wydatku instalacji zasilającej.

$d$ [cm]	rurociąg o średnicy 1.3 cm		rurociąg o średnicy 1.6 cm	
	pojedyncza	współosiowe	pojedyncza	współosiowe
1	0.375*	~0.287*	~0.450*	~0.448*
2	0.370*	0.290*	0.420*	0.331*
3	~0.404**	0.314* ~0.375**	0.450*	0.375*
4	0.352**	0.317* 0.321**	~0.447**	0.379* ~0.440**
5	0.422** ~0.427***	0.358** 0.439***	0.382**	0.347* 0.368**
6	0.427** 0.388***	0.333** 0.394***	0.382**	0.369**
7	0.363***	0.368** ~0.332***	0.424** 0.448***	0.291**
8	0.405*** 0.398****	0.335** 0.344***	0.466** 0.416***	0.319** 0.431***
9	0.430*** 0.364****	0.333** 0.309*** ~0.367****	0.435** 0.368***	0.327** 0.376***
10	0.438*** 0.400****	0.385** 0.350*** 0.335****	0.475** 0.391***	0.402** 0.348***

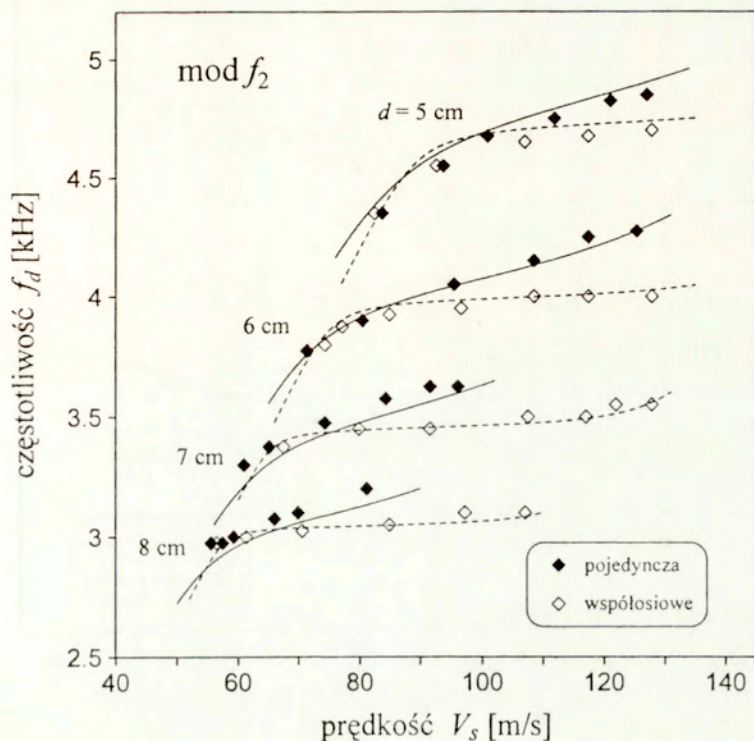


#### 4.2.1.1. Zależność częstotliwości modów rezonansowych od prędkości przepływu

Na rys. 4.11–4.13 przedstawiono wyniki pomiarów częstotliwości  $f_d$  dla modów rezonansowych  $f_1$ ,  $f_2$  i  $f_3$  uzyskane dla rurowości o średnicy 1.6 cm. Jak widać, dla układów z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi zależność  $f_d$  od  $V_s$  ma wyraźnie inny charakter. Wynika to przede wszystkim stąd, że dla układu z odnogami współosiowymi wzrost wartości  $f_d$  przy zwiększaniu prędkości  $V_s$  jest dla wszystkich modów rezonansowych znacznie mniejszy. Ponadto wzbudzenie pulsacji akustycznych w obu układach przy takiej samej długości  $d$  odnóg zachodzi w nieco innym zakresie prędkości przepływu. Ograniczeniem w otrzymaniu pełnego obrazu zmian  $f_d$  w funkcji  $V_s$  jest maksymalna prędkość przepływu, jaką można uzyskać z instalacji przepływowej.



Rys. 4.11. Zależność częstotliwości  $f_d$  modu  $f_1$  od prędkości przepływu dla rurowości o średnicy 1.6 cm. Linia przerywana oznacza wyniki obliczeń.

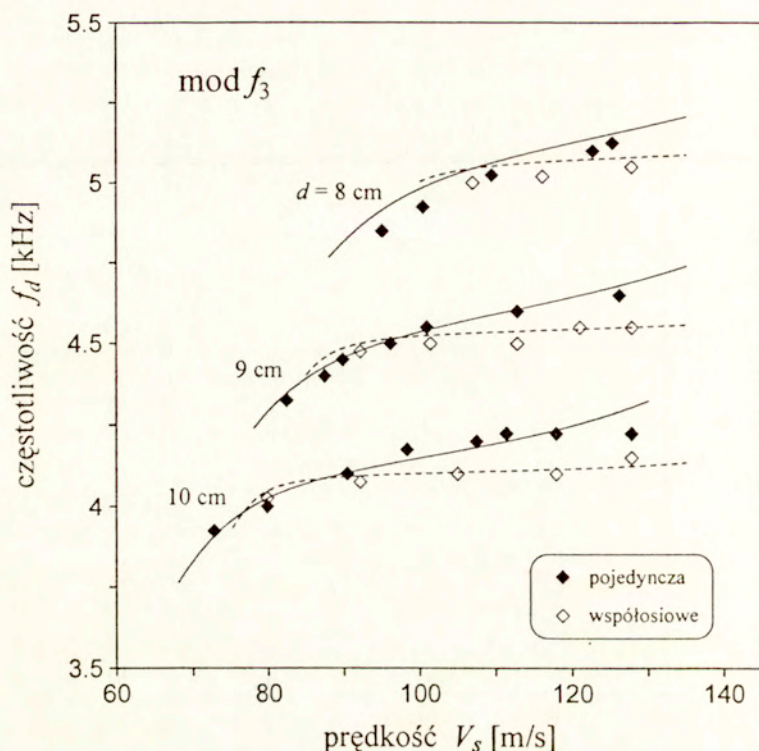


Rys. 4.12. Zależność częstotliwości  $f_d$  modu  $f_2$  od prędkości przepływu dla rurociągu o średnicy 1.6 cm. Liniją i przerywaną oznaczono wyniki obliczeń.

Z uwagi na to, że mechanizm generacji dźwięku w układzie z pojedynczą odnogą jest taki sam jak w przypadku rezonatora komorowego, do wyznaczenia zależności  $f_d$  od  $V_s$  dla tego układu wykorzystano procedurę obliczeniową z części 3.3.1. Częstotliwość  $f_d$  dla kolejnych modów rezonansowych obliczano więc ze wzoru

$$f_d = \frac{\eta V_s}{2b} \left[ \frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \arctg \left( \frac{X}{R} \right) \right], \quad (4.34)$$

który uzyskano z rów. (3.91) określonego dla pierwszego modu hydrodynamicznego ( $n = 1$ ) po podstawieniu w miejsce  $l_0$  średnicy odnogi  $2b$  i wykorzystaniu zależności  $V_c = \eta V_s$ .



Rys. 4.13. Zależność częstotliwości  $f_d$  modu  $f_3$  od prędkości przepływu dla rurociągu o średnicy 1.6 cm. Linia i przerywaną oznaczono wyniki obliczeń.

Reaktancja  $X$  w rów. (4.34) jest sumą reaktancji  $X_c$  i  $X_m$

$$X_c = \frac{\rho_0 c_0}{S_0} \operatorname{ctg}(k_d d), \quad X_m = -\frac{\rho_0 c_0}{S_0} k_d \Delta d, \quad (4.35)$$

gdzie  $S_0 = \pi b^2$  to powierzchnia przekroju odnogi, zatem stosunek  $X/R$  jest postaci

$$X/R = Q' [\operatorname{ctg}(k_d d) - k_d \Delta d], \quad (4.36)$$

gdzie  $Q' = \rho_0 c_0 / S_0 R$  to współczynnik dobroci. W rów. (4.34) występują więc trzy wielkości niewiadome:  $\eta$ ,  $\Delta d$  i  $Q'$ . W zastosowanej metodzie obliczeniowej przyjęto, że  $\eta$  i  $\Delta d$  to pewne parametry zmienne, o których zakłada się, że mają wartość zbliżoną do  $\eta_0 = 0.5$  i  $\Delta d_0 = 8b/3\pi$ . Do wyznaczenia współczynnika dobroci  $Q'$  wykorzystano natomiast metodę quasi-empiryczną opisaną w części 3.3.1. Ponieważ parametr  $\eta$



określający stosunek pomiędzy prędkością unoszenia  $V_c$  a średnią prędkością przepływu  $V_s$  jest teraz wielkością zmienną, więc wyrażenie na współczynnik  $Q'$  będzie postaci

$$Q' = \frac{\rho_0 c_0}{b^2} \frac{3 \left[ 1 - \frac{3}{8b} \eta (\partial V_s / \partial f_d) \Big|_{f_d=f_r} \right]}{2 f_r (\partial X / \partial f_d) \Big|_{f_d=f_r}}, \quad (4.37)$$

gdzie

$$(\partial X / \partial f_d) \Big|_{f_d=f_r} = -\frac{2\rho_0}{b^2} \left\{ d \left[ 1 + \text{ctg}^2(k_r d) \right] + \Delta d \right\} \quad (4.38)$$

oraz  $f_r$  to częstotliwość wyznaczona z równ. (4.36) dla warunku rezonansu  $X = 0$ . W odróżnieniu od wzoru (3.110) wyznaczonego dla rezonatora komorowego z otworem prostokątnym, w równ. (4.37) współczynnik  $Q'$  jest dodatkowo funkcją parametrów  $\eta$  i  $\Delta d$ . Wartość początkową współczynnika  $Q'$  obliczano ze wzorów (4.37) i (4.38) podstawiając w miejsce  $\eta$  i  $\Delta d$  wielkości  $\eta_0$  i  $\Delta d_0$ . Procedurę obliczeniową kontynuowano do momentu uzyskania największej zgodności pomiędzy teoretyczną zależnością  $f_d$  od  $V_s$  a wynikami pomiarów.

Tabela XII

Wyniki obliczeń współczynnika dobroci  $Q'$  dla układu z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi.

mod	$f_1$	$f_2$				$f_3$		
$d$ [cm]	2	5	6	7	8	8	9	10
pojedyncza	4.60	4.17	4.89	4.36	5.06	3.64	3.81	4.66
współosiowe	78.92	46.80	63.92	83.96	106.91	37.18	46.52	56.84

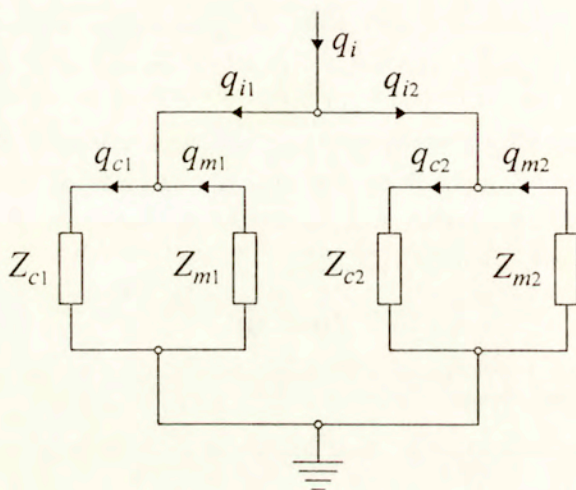
Rezultaty obliczeń częstotliwości  $f_d$  dla układu z pojedynczą odnogą oznaczono na rys. 4.11–4.13 liniami ciągłymi. Wyniki te uzyskano dla następujących wielkości parametrów  $\eta$  i  $\Delta d$

$$\eta = 1.14 \cdot \eta_0 = 0.57, \quad (4.39)$$

$$\Delta d = 0.9 \cdot \Delta d_0 \quad (4.40)$$

oraz współczynnika dobroci  $Q'$ , którego wartości dla kolejnych modów rezonansowych zestawiono w tabeli XII.

Przedstawioną powyżej metodę obliczeniową można również zastosować dla układu z odnogami współosiowymi wykorzystując do wyznaczenia transmitancji  $T_{mi}$  model impedancyjny układu pokazany na rys. 4.14. Jest to model ogólny i dotyczy także przypadku, gdy układ jest niesymetryczny (różna długość odnóg). W modelu tym  $q_m = q_{m1} + q_{m2}$  reprezentuje teraz wypadkową prędkość akustyczną w obszarze pomiędzy odnogami, zaś  $q_i = q_{i1} + q_{i2}$  to wypadkowy przepływ objętościowy wymuszony przez źródła aerodynamiczne powstające na krawędziach napływu obu odnóg.



Rys. 4.14. Zastępczy układ impedancyjny dla układu z odnogami współosiowymi.

Jeżeli układ jest niesymetryczny, to na podstawie rys. 4.14 uzyskuje się

$$T_{mi} = \frac{q_m}{q_i} = -\frac{Z_{cw}}{Z_{cw} + Z_{mw}}, \quad Z_{cw} = \frac{Z_{c1}Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}}, \quad Z_{mw} = \frac{Z_{m1}Z_{m2}}{Z_{m1} + Z_{m2}}, \quad (4.41)$$

gdzie  $Z_{c1}$  i  $Z_{c2}$  to impedancje odnogi 1 i 2 „widziane od zewnątrz”, które są odpowiednikami impedancji komory rezonatora z części 3.3, oraz  $Z_{m1}$  i  $Z_{m2}$  to impedancje odnóg „widziane od wewnątrz”, a więc impedancje otworu dla odnogi 1 i 2. Przy jednakowej długości odnóg, a więc dla układu symetrycznego, zachodzi

$$Z_{c1} = Z_{c2} = Z_a = jX_c, \quad Z_{m1} = Z_{m2} = Z_m = R + jX_m, \quad (4.42)$$



a zatem na podstawie (4.41) uzyskuje się

$$T_{mi} = \frac{q_m}{q_i} = -\frac{Z_{cw}}{Z_{cw} + Z_{mw}}, \quad Z_{cw} = \frac{1}{2} jX_c, \quad Z_{mw} = R_w + \frac{1}{2} jX_m, \quad (4.43)$$

gdzie  $R_w = R/2$  to wypadkowa rezystancja strat. Jak z tego wynika, dla symetrycznego układu z odnogami współosiowymi jedyna modyfikacja we wzorze (4.34) polega na zmianie argumentu funkcji  $\text{arctg}(\cdot)$ . Teraz będzie on miał postać  $X_w/R_w$ , gdzie  $X_w = (X_c + X_m)/2$ , a zatem na podstawie rów. (4.35)

$$X_w/R_w = \frac{1}{2} Q' [\text{ctg}(k_d d) - k_d \Delta d], \quad (4.44)$$

gdzie  $Q' = \rho_0 c_0 / S_0 R_w$  to współczynnik dobroci określony dla całego układu.

Rezultaty obliczeń częstotliwości  $f_d$  dla układu z odnogami współosiowymi oznaczono na rys. 4.11–4.13 liniami przerywanymi. Rezultaty te uzyskano dla wartości współczynnika dobroci  $Q'$  z tabeli XII oraz parametrów  $\eta$  i  $\Delta d$

$$\eta = 1.06 \cdot \eta_0 = 0.53, \quad (4.45)$$

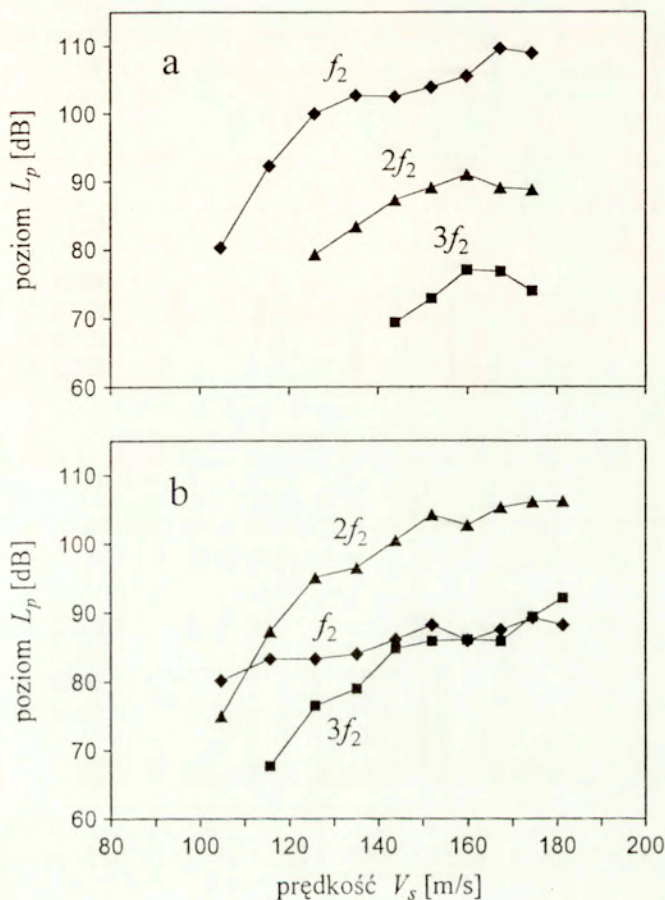
$$\Delta d = 1.1 \cdot \Delta d_0. \quad (4.46)$$

Z porównania rów. (4.40) i (4.46) wynika, że układy z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi różnią się tylko nieznacznie pod względem częstotliwości rezonansowej  $f_r$ . Podstawowa różnica pomiędzy obu układami dotyczy natomiast współczynnika dobroci  $Q'$  dla modów rezonansowych (tabela XII). Dla rurociągu z odnogami współosiowymi ma on bowiem wartość od 10 do 20 razy większą niż dla układu z pojedynczą odnogą! Tak duże różnice w wartościach współczynnika  $Q'$  wynikają z bardzo małych strat energii na skutek promieniowania w układzie z odnogami współosiowymi. W układzie tym na skutek sprzężenia akustycznego występuje bowiem przepływ energii pomiędzy odnogami i tylko nieznaczna jej część zostaje wypromieniowana do rurociągu głównego. Ponieważ amplituda wzbudzonych oscylacji akustycznych będzie większa w układzie o mniejszych stratach energii, więc w rurociągu z odnogami współosiowymi wystąpi silniejsze nieliniowe ograniczanie amplitudy składowej dyskretnej modu rezonansowego. Oznacza to, że sygnał akustyczny generowany w układzie z odnogami współosiowymi zawierać będzie większą ilość składowych harmonicznich modu rezonansowego niż sygnał wytwarzany w rurociągu z pojedynczą odnogą.



#### 4.2.1.2. Efekty związane z nieliniowością

Na skutek nieliniowego ograniczania amplitudy składowej dyskretnej modu rezonansowego część energii tej składowej zostaje przeniesiona do składowych harmonicznych. Sygnał akustyczny złożony ze składowej podstawowej o częstotliwości modu rezonansowego oraz kolejnych harmonicznych zostaje następnie wypromieniowany do rurociągu głównego. Proces ten przebiega jednak inaczej dla parzystych harmonicznych oraz składowej podstawowej i nieparzystych harmonicznych. Dla parzystych harmonicznych ciśnienie w miejscu połączenia odnogi (odnóg) z rurociągiem głównym ma wartość maksymalną, a więc znaczna część ich energii zostanie wypromieniowana do rurociągu głównego. Inaczej to wygląda dla składowej podstawowej oraz nieparzystych harmonicznych, ponieważ w tym przypadku ciśnienie w miejscu połączenia odnogi (odnóg) z rurociągiem głównym ma wartość minimalną. W efekcie dla tych częstotliwości straty energii akustycznej na skutek wypromieniowania będą dużo mniejsze. Dobrą ilustracją proporcji pomiędzy składową podstawową i harmonicznymi są wyniki pomiarów na rys. 4.15, które przedstawiają zmiany poziomu  $L_p$  składowej podstawowej i harmonicznych w funkcji prędkości przepływu  $V_s$  dla układu z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi. Wyniki te uzyskano dla długości odnóg  $d = 4$  cm i średnicy rurociągu głównego 1.3 cm. Na rys. 4.15 do identyfikacji harmonicznych zastosowano zapis  $Nf_m$ ,  $N = 2,3,4, \dots$ ,  $m = 1,2,3, \dots$ , który oznacza, że częstotliwość składowej harmonicznej jest  $N$  razy większa od częstotliwości modu rezonansowego  $f_m$ . Jak widać, dla układu z pojedynczą odnogą poziom  $L_p$  składowej podstawowej jest dużo większy niż składowych harmonicznych (rys. 4.15a). Wynika to z małej dobroci układu dla częstotliwości modu rezonansowego (zob. tabela XII), a w efekcie mniejszego nieliniowego ograniczania amplitudy składowej podstawowej. Inaczej to przedstawia się dla układu z odnogami współosiowymi, ponieważ poziom  $L_p$  dla drugiej harmonicznej jest tu znacznie wyższy niż dla składowej podstawowej. Ponadto w zakresie większych prędkości przepływu wartość  $L_p$  dla składowej podstawowej jest praktycznie taka sama jak trzeciej harmonicznej. Duży poziom składowych harmonicznych generowanych w układzie z odnogami współosiowymi to konsekwencja znacznej dobroci tego układu dla częstotliwości modu rezonansowego, natomiast fakt, że poziom  $L_p$  dla składowej podstawowej jest znacznie mniejszy niż dla drugiej harmonicznej związany jest z dużym wypromieniowaniem energii akustycznej do rurociągu głównego dla parzystych harmonicznych.

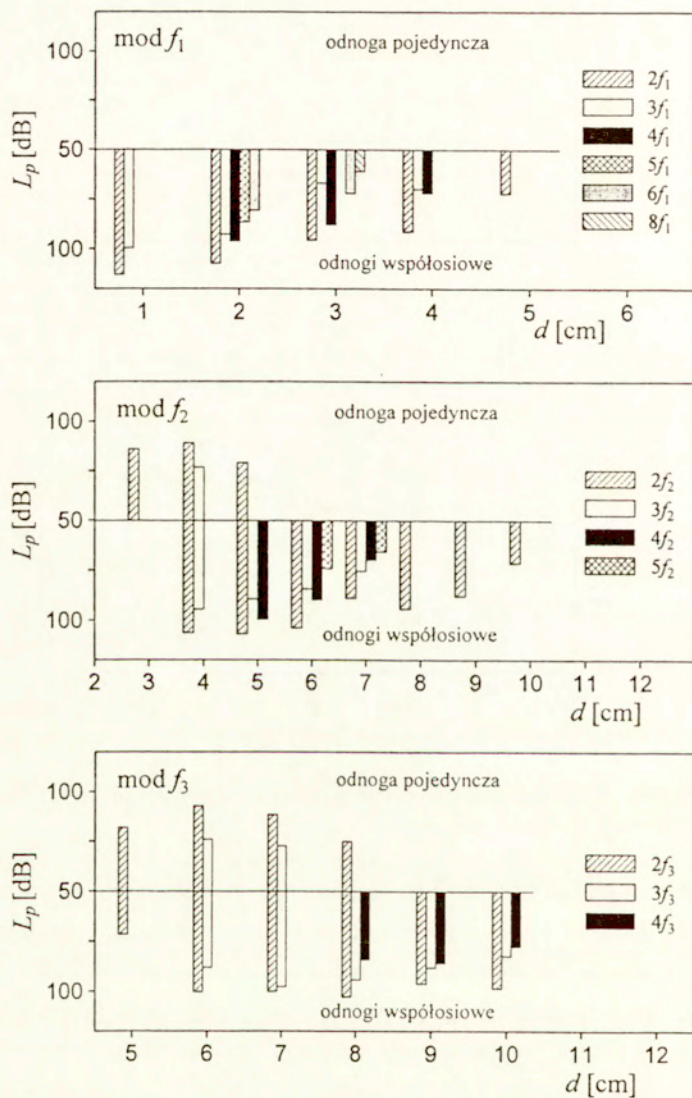


Rys. 4.15. Zmiany poziomu składowej dyskretniej modu  $f_2$  i jego harmonicznych w funkcji prędkości przepływu.

Na rys. 4.16 i 4.17 zestawiono wyniki pomiarów maksymalnego poziomu  $L_p$  dla składowych harmonicznych uzyskane dla obu średnic rurociągu głównego. Jak należało oczekiwać, w zależności od rodzaju układu różna jest ilość i poziom składowych harmonicznych. Przykładowo dla rurociągu o średnicy 1.3 cm w układzie z pojedynczą odnogą nie zaobserwowano harmonicznych modu  $f_1$ , natomiast dla rurociągu o średnicy 1.6 cm składowe harmoniczne o stosunkowo niedużym poziomie występują dla modu  $f_1$  tylko przy  $d = 2$  cm, dla modu  $f_2$  w zakresie  $d = 4-7$  cm oraz dla modu  $f_3$  dla wartości  $d = 7-10$  cm. Znacznie większe poziomy harmonicznych nawet

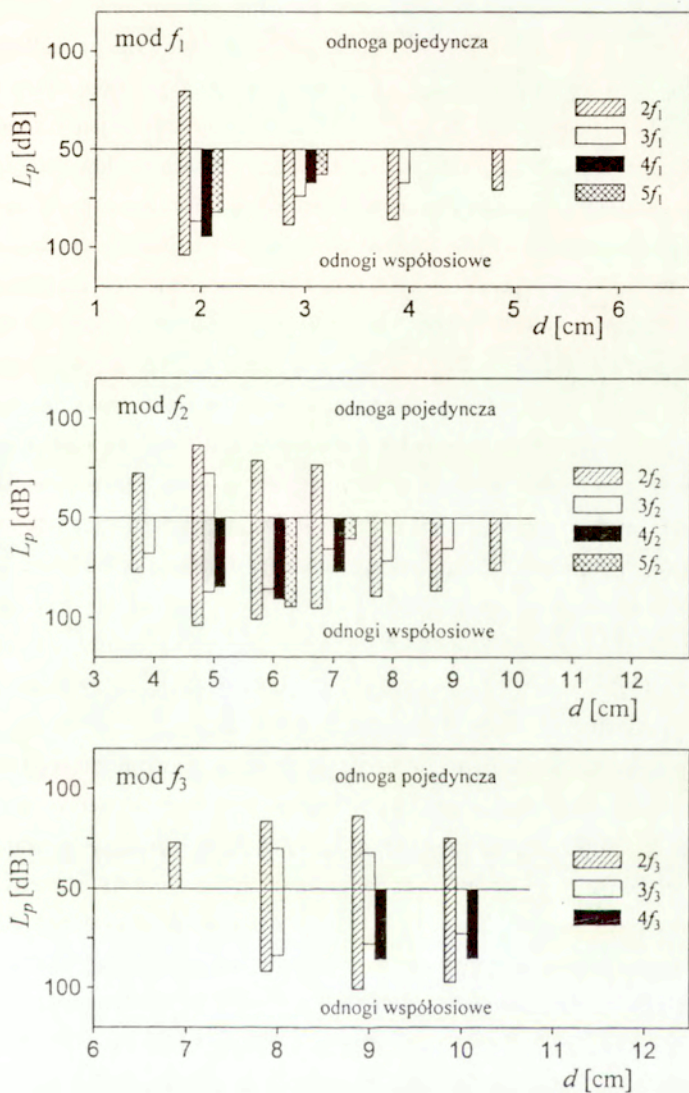


rzędu 100–115 dB występują dla układu z odnogami współosiowymi, gdzie obserwuje się wzbudzenie całego szeregu harmonicznych, poczynając od pierwszej harmonicznej modu rezonansowego  $f_1$ , a kończąc na trzeciej harmonicznej modu  $f_3$ .



Rys. 4.16. Maksymalne poziomy harmonicznych dla rurowciągu o średnicy 1.3 cm.

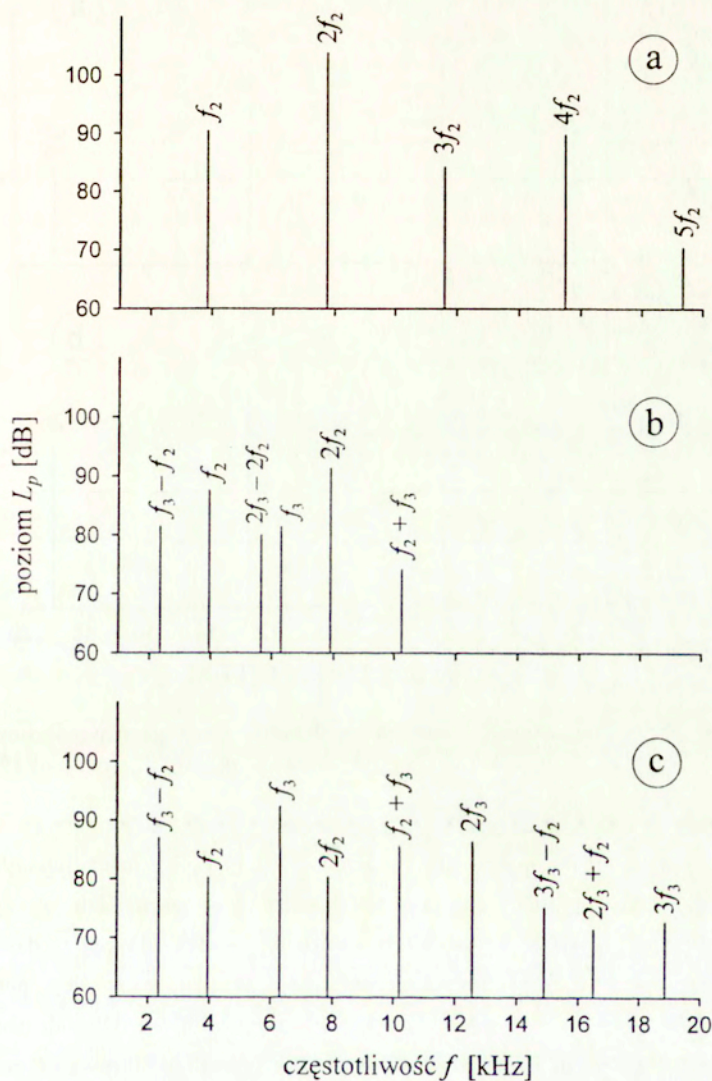




Rys. 4.17. Maksymalne poziomy harmonicznych dla rurociągu o średnicy 1.6 cm.

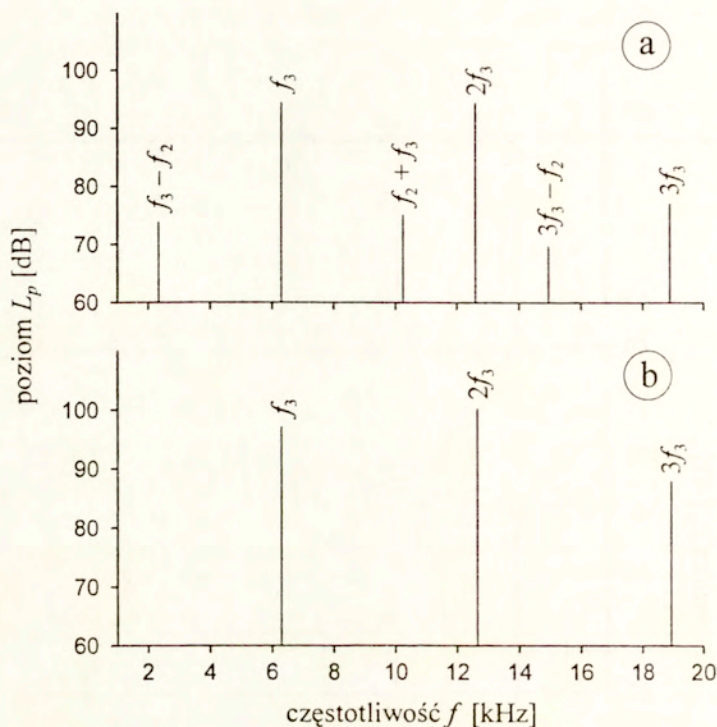
Dla układu z pojedynczą odnogą zmiana modu rezonansowego na wyższy przy wzroście prędkości przepływu była skokowa tzn. jeżeli w jakimś zakresie prędkości zaobserwowano wzbudzenie modu rezonansowego  $f_{nm}$   $m = 1, 2, 3$ , to po przekroczeniu

pewnej prędkości  $V_s$  następowało wzbudzenie kolejnego modu rezonansowego, czyli modu  $f_{m+1}$  (rys. 4.5a, 4.6a). Dla układu z odnogami współosiowymi prawidłowość taką stwierdzono przy średnicy rurociągu głównego 1.6 cm (rys. 4.6b). Przy średnicy rurociągu 1.3 cm dla długości odnóg  $d = 5, 6, 7$  i 9 cm zaobserwowano natomiast dość nietypowe zjawisko, a więc równoczesne wzbudzenie dwóch modów rezonansowych (rys. 4.5b). W takim przypadku w widmie generowanego dźwięku pojawiają się więc nie tylko składowe dyskretne o częstotliwościach będących wielokrotnością częstotliwości modów rezonansowych, ale również składowe dyskretne o częstotliwościach różnicowych i sumacyjnych. Zjawisko to ilustrują schematyczne widma na rys. 4.18 i 4.19 uzyskane dla układu o długości odnóg  $d = 6$  cm. Przy prędkości przepływu  $V_s = 115.7$  m/s w widmie dźwięku występuje składowa podstawowa drugiego modu rezonansowego i jej cztery kolejne harmoniczne (rys. 4.18a). Jak można zauważyć, poziom pierwszej harmonicznej jest aż o 15 dB większy niż poziom składowej podstawowej. Przy prędkości  $V_s = 135.2$  m/s w widmie występuje już tylko składowa podstawowa i jej pierwsza harmoniczna, natomiast następuje wzbudzenie kolejnego modu rezonansowego – modu  $f_3$  (rys. 4.18b). Pojawiają się też trzy dodatkowe składowe dyskretne o częstotliwościach różnicowych i sumacyjnych:  $f_3 - f_2$ ,  $2(f_3 - f_2)$  i  $f_2 + f_3$ . Przy wzroście prędkości  $V_s$  do 143.9 m/s obserwuje się dalszy spadek poziomu składowej dyskretnej modu  $f_2$  i jego drugiej harmonicznej, rośnie zaś znacząco poziom składowej dyskretnej modu  $f_3$ , pojawiają się też składowe harmoniczne tego modu (rys. 4.18c). Przy tej prędkości przepływu występują już cztery składowe dyskretne o częstotliwościach różnicowych i sumacyjnych:  $f_3 - f_2$ ,  $f_2 + f_3$ ,  $3f_3 - f_2$  oraz  $2f_3 + f_2$ . Interesujące zmiany w widmie generowanego dźwięku można obserwować na kolejnym rysunku. Przy prędkości  $V_s = 152.1$  m/s poziom składowej dyskretnej modu  $f_2$  i jej harmonicznych jest bowiem na tyle mały, że jest poniżej poziomu szumu wytwarzanego przez zaburzenia turbulencyjne przepływu, natomiast w widmie dźwięku obserwuje się nadal składowe o częstotliwościach różnicowych i sumacyjnych (rys. 4.19a). Ich poziom jest jednak dużo mniejszy niż przy prędkości  $V_s = 143.9$  m/s. Powyżej prędkości 152.1 m/s następuje zanik składowych o częstotliwościach różnicowych i sumacyjnych, a w widmie generowanego dźwięku pozostaje tylko składowa dyskretna modu  $f_3$  i jej harmoniczne (rys. 4.19b).



Rys. 4.18. Poziom składowych dyskretnych w układzie z odnogami współosiowymi o długości odnog  $d = 6$  cm przy prędkości przepływu  $V_s$  [m/s]: a) 115.7, b) 135.2, c) 143.9.



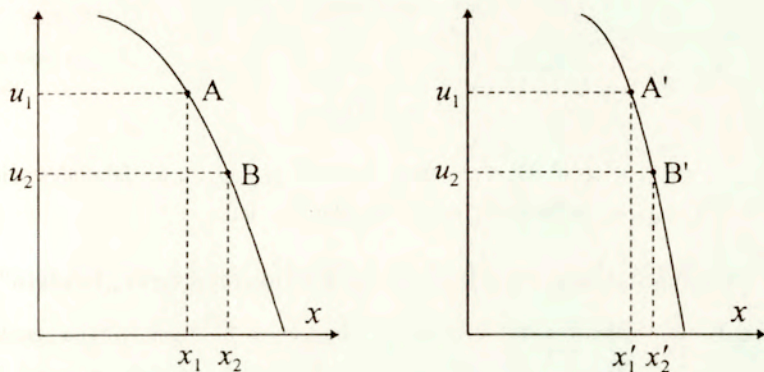


Rys. 4.19. Poziom składowych dyskretnych w układzie z odnogami współosiowymi o długości odnog  $d = 6$  cm przy prędkości przepływu  $V_s$  [m/s]: a) 152.1, b) 167.4.

Przyczynę nieliniowości, jak zasugerował Peters [149], należy upatrywać w deformacji profilu propagującej się w odnodze (odnogach) fali akustycznej. Deformacja ta, tak jak w przypadku rozchodzenia się fali płaskiej o skończonej amplitudzie w przestrzeni nieograniczonej [8], wynika z różnicy pomiędzy prędkościami fazowymi w poszczególnych punktach profilu fali. Dla fali płaskiej o prędkości początkowej  $u = u_0 \cos(\omega t - kx)$  wyrażenie na prędkość fazową jest postaci

$$u_f = c_0 + \frac{\gamma + 1}{2} u, \quad (4.47)$$

gdzie  $\gamma$  to stosunek ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości, tak więc jedynie w węzłach fali ( $u = 0$ ) prędkość fazowa odpowiada prędkości  $c_0$ .



Rys. 4.20. Deformacja profilu fali płaskiej przy wzroście odległości  $x$  od źródła.

W pozostałych punktach profilu prędkość fazowa jest większa ( $u > 0$ ) lub mniejsza ( $u < 0$ ) od  $c_0$ . Przeanalizujemy teraz zmianę kształtu profilu fali od stanu początkowego określonego dla  $t = 0$  do stanu po czasie  $t = t_0$  (rys. 4.20). W punkcie A i B profilu prędkość  $u$  ma wartości  $u_2$  i  $u_1$ , zatem, jak wynika z równ. (4.47), różnica pomiędzy prędkością fazową w tych punktach wynosi  $(\gamma + 1)(u_2 - u_1)/2$ . Po czasie  $t_0$  punkt A profilu przemieścił się do punktu A', natomiast punkt B do punktu B', ale różnica pomiędzy prędkością fazową w tych punktach jest taka sama jak poprzednio, zatem

$$x'_1 - x'_2 = x_1 - x_2 + \frac{\gamma + 1}{2} (u_1 - u_2) t_0. \quad (4.48)$$

Wykorzystując równ. (4.48) można określić czas  $t_u$ , po jakim fala płaska przekształci się w falę uderzeniową. W fali tej gradient prędkości jest nieskończony, co oznacza, że  $x'_1 - x'_2 = 0$ . Jeżeli zatem różnica pomiędzy prędkościami  $u_1$  i  $u_2$  jest małego rzędu,  $u_1 - u_2 = \delta u$ , to na podstawie (4.48) uzyskuje się

$$t_u = \frac{2}{\gamma + 1} \frac{1}{(-\partial u / \partial x)}. \quad (4.49)$$

Czas uformowania fali uderzeniowej będzie zatem krótszy dla fali, w której ujemny gradient prędkości będzie większy. Dla fali płaskiej o amplitudzie  $u_0$  i częstotliwości  $\omega$  minimalny gradient prędkości wynosi  $-\omega u_0 / c_0$ , więc na podstawie (4.49) uzyskuje się



$$t_u = \frac{2}{(\gamma + 1)\omega} \frac{c_0}{u_0} \quad (4.50)$$

co odpowiada odległości

$$x_u = \frac{\lambda}{\pi(\gamma + 1)} \frac{c_0}{u_0}, \quad (4.51)$$

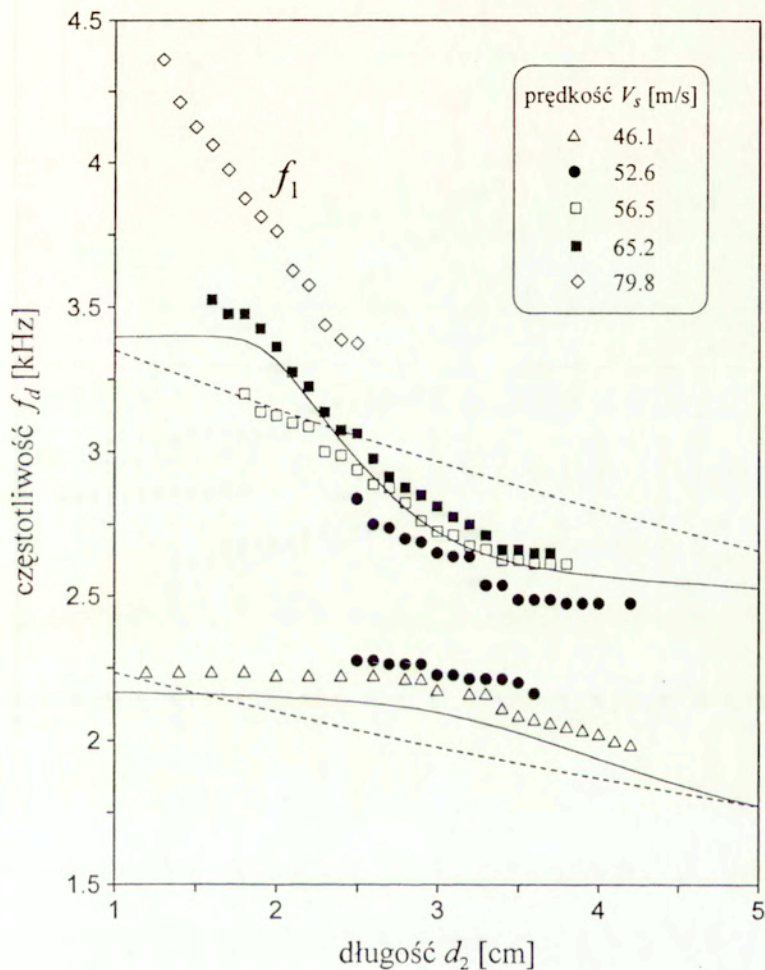
gdzie  $\lambda = 2\pi/k$  to długość fali. Przy dużej wartości stosunku  $u_0/c_0$  fala uderzeniowa może więc powstać w odległości  $x_u$  rzędu kilku długości fali.

#### 4.2.2. Rurociąg z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem”

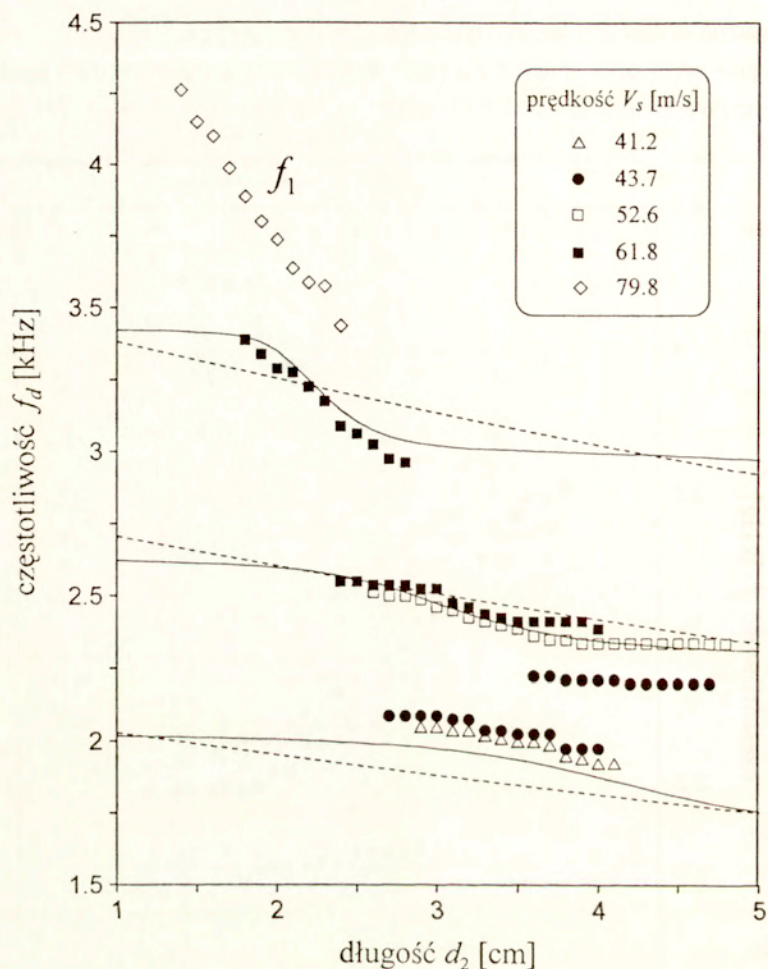
Badania doświadczalne dla układu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” przeprowadzono dla rurociągu głównego o średnicy 1.6 cm. Celem badań było określenie, jaki wpływ na częstotliwość generowanego dźwięku ma obecność drugiej odnogi. W przyjętym układzie pomiarowym (rys. 4.1c) założono, że długość pierwszej odnogi jest stała i wynosi  $d_1 = 3.5$  cm, natomiast długość drugiej odnogi zmienia się w granicach  $d_2 = 1-5$  cm. Ważnym parametrem badanego układu, decydującym o częstotliwości wzbudzonych oscylacji akustycznych, jest odległość  $l$  pomiędzy odnogami. Ilustracją tego są wykresy na rys. 4.21–4.23, na których przedstawiono zależność częstotliwości  $f_d$  generowanego dźwięku od długości  $d_2$  drugiej odnogi dla trzech różnych wartości  $l$ . Jak widać, wraz ze wzrostem  $l$  maleje prędkość  $V_s$ , przy której pojawiają się oscylacje akustyczne. Dla wartości  $l = 10, 20$  i  $30$  cm są to prędkości:  $V_s = 46.1, 41.2$  i  $40$  m/s. Odpowiadające tym prędkościom częstotliwości  $f_d$  są największe dla odległości  $l = 10$  cm (rys. 4.21), natomiast najmniejsze dla  $l = 30$  cm (rys. 4.23). Dla małych prędkości  $V_s$  długość  $d_2$  drugiej odnogi ma stosunkowo mały wpływ na częstotliwość  $f_d$  generowanego dźwięku. Występują nawet takie zakresy wartości  $d_2$ , gdzie  $f_d \approx \text{const.}$ . Wraz ze wzrostem prędkości  $V_s$  następuje stopniowa zmiana zależności  $f_d$  od  $d_2$ . Zwiększenie wartości  $d_2$  powoduje bowiem coraz szybszy spadek częstotliwości  $f_d$ . Jest rzeczą bardzo charakterystyczną, że dla niektórych wartości  $V_s$  generowany sygnał zawiera równocześnie dwie składowe dyskretne. Dla długości  $l = 10$  cm zjawisko to występuje przy prędkości  $V_s = 52.6$  m/s (rys. 4.21), dla  $l = 20$  cm przy  $V_s = 43.7, 61.8$  m/s (rys. 4.22), natomiast dla  $l = 30$  cm aż przy trzech prędkościach  $V_s = 40, 60.1$  i  $70$  m/s (rys. 4.23). Pomiedzy częstotliwościami obu składowych dyskretnych nie ma wyraźnej relacji, ponieważ druga składowa, o wyższej częstotliwości, nie jest harmoniczną pierwszej. Ponadto, nie widać związku pomiędzy wartościami  $f_d$  składowych dyskretnych a długościami obu odnóg. Jaskrawym tego



przykładem są dane pomiarowe uzyskane dla  $l = 10$  cm przy prędkości  $V_s = 52.6$  m/s, gdzie przy takiej samej długości obu odnóg  $d_1 = d_2 = 3.5$  cm występują dwie składowe dyskretne o częstotliwościach różniących się o prawie 300 Hz.

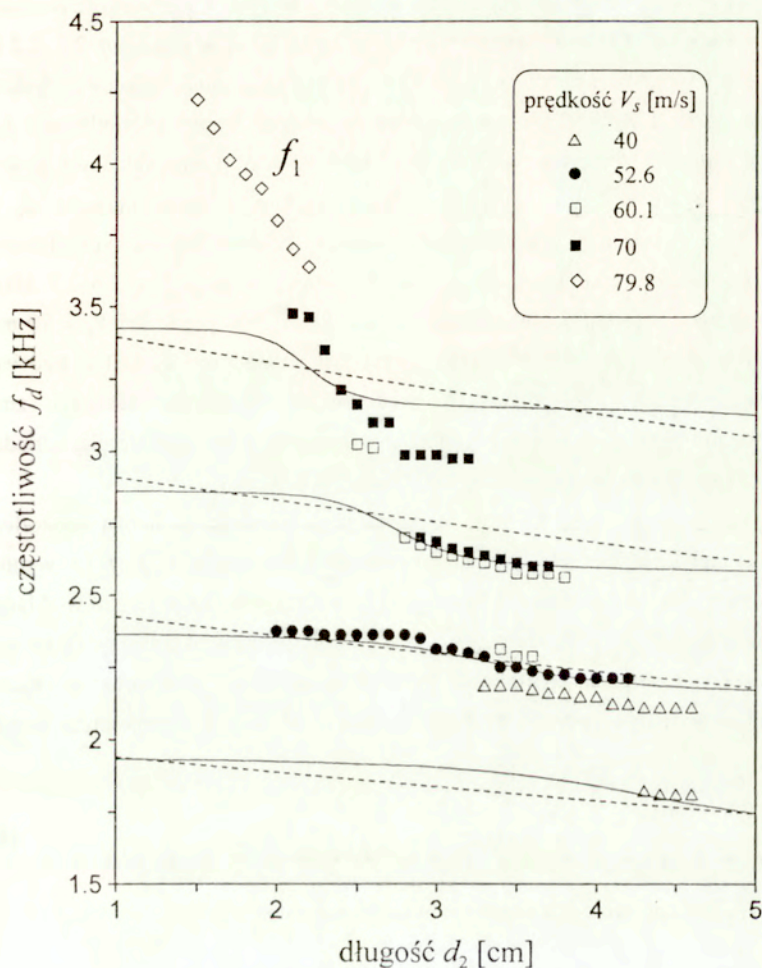


Rys. 4.21. Zależność  $f_d$  od  $V_s$  w funkcji  $d_2$  dla układu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” przy odległości pomiędzy odnogami  $l = 10$  cm.



Rys. 4.22. Zależność  $f_d$  od  $V_s$  w funkcji  $d_2$  dla układu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” przy odległości pomiędzy odnogami  $l = 20$  cm.

Widoczna na rys. 4.21–4.23 koncentracja punktów pomiarowych wokół pewnych częstotliwości oraz obecność w widmie dźwięku dwóch składowych dyskretnych wskazują na to, że w rurowości z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” zachodzą zasadniczo odmienne warunki rezonansu akustycznego w porównaniu z rurowością z pojedynczą odnogą. W układzie z dwoma odnogami następuje bowiem



Rys. 4.23. Zależność  $f_d$  od  $V_s$  w funkcji  $d_2$  dla układu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” przy odległości pomiędzy odnogami  $l = 30$  cm.

wzbudzenie modów rezonansowych o częstotliwościach, które są mało wrażliwe zarówno na zmiany długości  $d_2$  drugiej odnogi, jak też prędkości  $V_s$  przepływu. Dobrą ilustracją tego zjawiska są wyniki pomiarów uzyskane dla rurociągu o największej odległości pomiędzy odnogami (rys. 4.23). Przy najmniejszej prędkości przepływu dla długości  $d_2$  z zakresu 4.3–4.6 cm, w widmie generowanego dźwięku występują



składowe dyskretne dwóch różnych modów rezonansowych. Częstotliwość pierwszego modu wynosi ok. 1.8 kHz, natomiast drugiego zmienia się w granicach 2.1–2.2 kHz. Po wzroście prędkości  $V_s$  do wartości 52.6 m/s następuje zanik składowej dyskretnej pierwszego modu, obserwuje się natomiast nieznaczny wzrost częstotliwości  $f_d$  dla drugiego modu rezonansowego. Przy prędkości  $V_s = 60.1$  m/s składowa dyskretna drugiego modu występuje tylko w bardzo wąskim zakresie długości  $d_2$ . Dla pozostałych długości  $d_2$  drugiej odnogi zachodzi skokowa zmiana częstotliwości  $f_d$  generowanego dźwięku związana z wzbudzeniem trzeciego ( $f_d = 2.6$ – $2.7$  kHz), a nawet czwartego modu rezonansowego ( $f_d \approx 3$  kHz). Przy prędkości  $V_s = 70$  m/s w przedziale  $d_2 = 2.8$ – $3.7$  cm występują już tylko składowe dyskretne trzeciego i czwartego modu. Przy wyższych prędkościach przepływu zachodzi zmiana mechanizmu generacji dźwięku – następuje wzbudzenie modu  $f_1$  w drugiej odnodze, o czym świadczą znaczne zmiany częstotliwości  $f_d$  w funkcji  $d_2$ .

Jak wynika z rys. 4.7–4.8, w rurociągu z pojedynczą odnogą częstotliwość generowanego dźwięku jest zbliżona do częstotliwości modów  $f_1, f_2, f_3$  i  $f_4$  wynikających z rezonansu ćwierćfalowego [rów. (4.28)]. Inaczej przedstawia się to w układzie z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem”, ponieważ w układzie tym dominujące znaczenie ma rezonans półfalowy. Potwierdzeniem tego jest wyraźna zbieżność rezultatów pomiarów i oznaczonych na rys. 4.21–4.23 liniami przerywanymi wyników obliczeń częstotliwości  $f_d$  ze wzoru

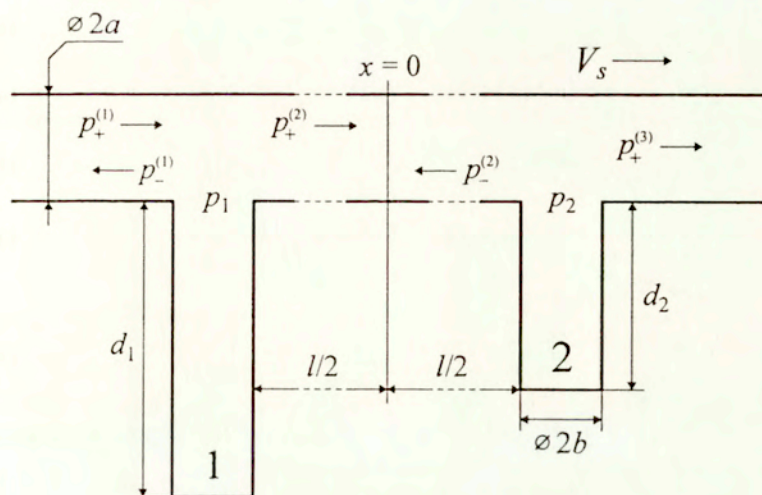
$$f_d = \frac{mc_0}{2(l + d_1 + d_2 + 2\Delta d_0)}, \quad (4.52)$$

gdzie  $d_1 = 3.5$  cm,  $\Delta d_0 = 8b/3\pi$  oraz  $m$  to liczba naturalna

$$m = \begin{cases} 2,3 & l = 10 \text{ cm}, \\ 3,4,5 & l = 20 \text{ cm}, \\ 4,5,6,7 & l = 30 \text{ cm}. \end{cases} \quad (4.53)$$

W układzie z dwoma odnogami częstotliwość generowanych składowych dyskretnych jest zatem zbliżona do częstotliwości kolejnych modów rezonansowych dla falowodu o długości  $l + d_1 + d_2 + 2\Delta d_0$  zamkniętego z obu stron powierzchnią sztywną.

Większą zgodność pomiędzy wynikami badań a obliczeniami (na rys. 4.21–4.23 linie ciągle) uzyskano wykorzystując do wyznaczenia zależności  $f_d$  od  $d_2$  wyrażenie na



Rys. 4.24. Rozkład ciśnień w układzie z dwoma odnogami.

współczynnik transmisji dla rurociągu z dwoma odnogami. Na rys. 4.24 przedstawiono rozkład ciśnień w miejscach połączenia odnog z rurociągiem głównym, gdzie  $p_+^{(1)}$  to ciśnienie fali padającej. Dla długości fali dużo większej od wymiarów poprzecznych rurociągu, w miejscu pierwszego rozgałęzienia, czyli dla  $x = -l/2$  na rys. 4.24, spełnione są następujące warunki ciągłości ciśnienia i prędkości akustycznej

$$p_+^{(1)} + p_-^{(1)} = p_1 = p_+^{(2)} + p_-^{(2)}, \quad (4.54)$$

$$V_+^{(1)} + V_-^{(1)} = V_1 + V_+^{(2)} + V_-^{(2)}, \quad (4.55)$$

gdzie

$$p_{\pm}^{(i)}(x, t) = P_{\pm}^{(i)} \exp[-j(\omega t \mp \hat{k}_{\pm} x)], \quad i = 1, 2, \quad (4.56)$$

$$V_{\pm}^{(i)} = p_{\pm}^{(i)} / Z_1, \quad V_{\pm}^{(i)} = \pm p_{\pm}^{(i)} / R_f, \quad i = 1, 2 \quad (4.57)$$

oraz  $R_f = \rho_0 c_0 / S_1$  to rezystancja falowa rurociągu, natomiast  $Z_1$  to impedancja pierwszej odnogi

$$Z_1 = R_1 + j \frac{\rho_0 c_0}{S_0} [\text{ctg}(k d_1) - k \Delta d_0]. \quad (4.58)$$

W miejscu połączenia drugiej odnogi z rurociągiem, czyli dla  $x = l/2$ , warunki te mają postać:

$$p_+^{(2)} + p_-^{(2)} = p_2 = p_+^{(3)}, \quad (4.59)$$

$$V_+^{(2)} + V_-^{(2)} = V_2 + V_+^{(3)}, \quad (4.60)$$

gdzie

$$p_+^{(3)}(x, t) = P_+^{(3)} \exp[-j(\omega t - \hat{k}_+ x)], \quad (4.61)$$

$$V_2 = p_2/Z_2, \quad V_+^{(3)} = p_+^{(3)}/R_f \quad (4.62)$$

oraz  $Z_2$  to impedancja drugiej

$$Z_2 = R_2 + j \frac{\rho_0 c_0}{S_0} [\text{ctg}(kd_2) - k\Delta d_0]. \quad (4.63)$$

Po podstawieniu rów. (4.56) i (4.61) do rów. (4.54) i (4.59) oraz prostych przekształceń uzyskuje się

$$\hat{\alpha}_t = \frac{P_+^{(3)}}{P_+^{(1)}} = \frac{(1 + A_1)(1 + A_2)}{1 + A_2 \exp(j\sigma l)}, \quad (4.64)$$

gdzie

$$A_1 = \frac{P_-^{(1)} \exp(\frac{1}{2} j\sigma l)}{P_+^{(1)}}, \quad A_2 = \frac{P_-^{(2)} \exp(-\frac{1}{2} j\sigma l)}{P_+^{(2)}}, \quad (4.65)$$

$$\sigma = 2k/(1 - M^2) + j(\alpha_+ + \alpha_-)$$

oraz  $\hat{\alpha}_t$  to współczynnik transmisji. Jak wynika z warunków ciągłości ciśnienia i prędkości (4.59) i (4.60) w miejscu drugiego rozgałęzienia spełnione jest równanie

$$\left( \frac{V_+^{(2)} + V_-^{(2)}}{p_+^{(2)} + p_-^{(2)}} \right)_{|x=l/2} = \frac{1}{R_f} \frac{1 - A_2}{1 + A_2} = \frac{1}{R_f} + \frac{1}{Z_2}, \quad (4.66)$$

co po przekształceniach daje

$$A_2 = - \frac{R_f}{R_f + 2Z_2}. \quad (4.67)$$

Związek pomiędzy wielkościami  $A_1$  i  $A_2$  można wyznaczyć na podstawie warunków ciągłości (4.54) i (4.55) w miejscu pierwszego rozgałęzienia. Z warunków tych wynika bowiem, że

$$\left( \frac{V_+^{(1)} + V_-^{(1)}}{p_+^{(1)} + p_-^{(1)}} \right)_{|x=-l/2} = \frac{1}{R_f} \frac{1 - A_1}{1 + A_1} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{R_f} \frac{1 - A_2 \exp(j\sigma l)}{1 + A_2 \exp(j\sigma l)}. \quad (4.68)$$

Stąd po przekształceniach otrzymuje się <http://rcin.org.pl>



$$1 + A_1 = \frac{2Z_1[1 + A_2 \exp(j\sigma l)]}{2Z_1 + R_f[1 + A_2 \exp(j\sigma l)]} \quad (4.69)$$

Po podstawieniu wzorów (4.67) i (4.69) do zależności (4.64) uzyskuje się ostatecznie

$$\hat{\alpha}_1 = \left( \frac{2Z_1}{R_f + 2Z_1} \right) \left( \frac{2Z_2}{R_f + 2Z_2} \right) \left[ 1 - \frac{R_f^2 \exp(j\sigma l)}{(R_f + 2Z_1)(R_f + 2Z_2)} \right]^{-1} \quad (4.70)$$

Pierwsze dwa czynniki po prawej stronie równ. (4.70) to współczynniki transmisji  $\hat{\alpha}_1$  i  $\hat{\alpha}_2$  przez miejsce połączenia odnogi 1 i 2 z rurociągiem głównym [93]. Wartość minimalna modułu  $|\hat{\alpha}_1|$  i  $|\hat{\alpha}_2|$  występuje więc dla rezonansu akustycznego w pierwszej i drugiej odnodze, natomiast poza pasmem obejmującym częstotliwości rezonansowe  $|\hat{\alpha}_1|$  i  $|\hat{\alpha}_2|$  mają wartość bliską jedności. Trzeci czynnik w równ. (4.70), który oznaczymy jako  $\hat{\alpha}_{12}$ , określa natomiast wpływ na współczynnik  $\hat{\alpha}_1$  wielokrotnych odbić fali akustycznej od odnogi 1 i 2. W wyrażeniu w nawiasie kwadratowym wielkości  $\hat{\beta}_1 = -R_f/(R_f + 2Z_1)$  i  $\hat{\beta}_2 = -R_f/(R_f + 2Z_2)$  przedstawiają bowiem współczynniki odbicia fali od pierwszej i drugiej odnogi [93], natomiast  $\sigma l$  to przesunięcie fazy na odcinku o długości  $2l$  dla fali akustycznej, która po odbiciu od odnóg 1 i 2 (lub 2 i 1) powraca do odnogi 1 (lub 2). Ponieważ w równ. (4.58) i (4.63) rezystancje  $R_1$  i  $R_2$  mają wartość różną od zera oraz zachodzą związki [57]

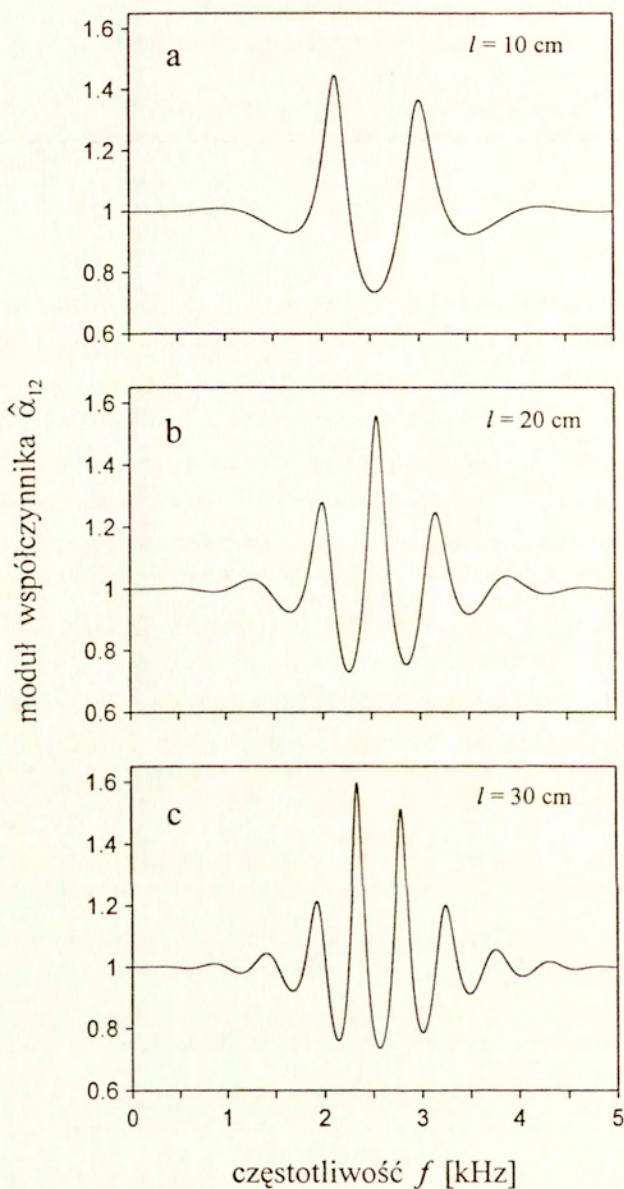
$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} D^n \cos(nx) = \frac{1}{2} \frac{1 - D^2}{1 - 2D \cos(x) + D^2}, \quad (4.71)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} D^n \cos(nx) = \frac{D \sin(x)}{1 - 2D \cos(x) + D^2}, \quad |D| < 1,$$

więc współczynnik  $\hat{\alpha}_{12}$  będzie sumą szeregu nieskończonego

$$\hat{\alpha}_{12} = \frac{1}{1 - \hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2 \exp(j\sigma l)} = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{\beta}_1^n \hat{\beta}_2^n \exp(jn\sigma l), \quad (4.72)$$

którego wyrazy dla  $n \geq 1$  reprezentują kolejne odbicia fali akustycznej. W analizowanym przypadku z uwagi na małą prędkość przepływu w rurociągu głównym ( $M^2 \ll 1$ ) oraz małą odległość  $l$  pomiędzy odnogami ( $\alpha_+ l \ll 1$ ,  $\alpha_- l \ll 1$ ) we wzorze (4.72) można przyjąć  $\sigma = 2k$ .



Rys. 4.25. Zmiany modułu współczynnika  $\hat{\alpha}_{12}$  w funkcji częstotliwości dla układu o wymiarach:  $d_1 = 3.5$  cm,  $d_2 = 2.5$  cm oraz  $l = 10, 20, 30$  cm.



Równanie (4.72) wykorzystano do wyznaczenia zależności  $f_d$  od  $d_2$  dla badanego układu z dwoma odnogami (na rys. 4.21–4.23 linie ciągłe), gdzie  $f_d$  to częstotliwość  $f$ , przy której moduł współczynnika  $\hat{\alpha}_{12}$  osiąga wartość maksymalną. Na rys. 4.25 przedstawiono przykładową zależność  $|\hat{\alpha}_{12}|$  od  $f$ . Wyniki te uzyskano dla układu o wymiarach:  $d_1 = 3.5$  cm,  $d_2 = 2.5$  cm,  $l = 10, 20, 30$  cm, w którym rezystancje strat w odnogach  $R_1$  i  $R_2$  są dużo mniejsze od rezystancji falowej  $R_f$ . Jak widać, największe wartości  $|\hat{\alpha}_{12}|$  występują w paśmie częstotliwości pomiędzy 1.8 a 3.5 kHz, gdzie dla  $l = 10, 20, 30$  cm można wyróżnić 2, 3 i 4 częstotliwości, przy których  $|\hat{\alpha}_{12}|$  osiąga lokalne maksimum. Częstotliwości te nie są częstotliwościami rezonansowymi pojedynczych odnóg, a ich wartości, co wynika z rys. 4.25, są inne dla każdej odległości  $l$ .

### 4.3. Wnioski

Badania zjawiska wytwarzania oscylacji akustycznych w instalacjach przepływowych przeprowadzono dla trzech układów: rurociągu z pojedynczą odnogą, rurociągu z odnogami współosiowymi o takiej samej długości oraz rurociągu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem”. W warunkach laboratoryjnych stworzono modele instalacji składające się z rurociągu głównego, przez który przepływa powietrze, oraz odnóg w postaci zamkniętych odcinków rurociągu o zmiennej długości połączonych z rurociągiem głównym pod kątem prostym.

Badania wykazały, że silne pulsacje akustyczne generowane w układach z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi są efektem sprzężenia zwrotnego, w którym, tak jak w przypadku opływu rezonatora komorowego przez strumień gazu, występuje oddziaływanie fali stojącej wzbudzonej w odnodze (odnogach) na zaburzenia przepływu przy krawędzi (krawędziach) spływu. W konsekwencji częstotliwość generowanych składowych dyskretnych ma wartość zbliżoną do częstotliwości kolejnych modów rezonansowych będących nieparzystą wielokrotnością częstotliwości podstawowej.

W obu badanych układach wielkością wielkością charakteryzującą proces wytwarzania dźwięku jest liczba Strouhala  $St$ . Fakt ten potwierdza zestawienie minimalnych i maksymalnych wartości  $St$  określonych dla każdej z długości odnóg na podstawie rezultatów pomiarów uzyskanych dla wszystkich modów rezonansowych. Nieco większe wartości  $St$  dla rurociągu z pojedynczą odnogą są konsekwencją tego, że dla tego układu zmiany częstotliwości generowanego dźwięku przy wzroście



prędkości przepływu są większe niż dla układu z odnogami współosiowymi. Wyznaczony na podstawie badań zakres zmian  $St$  jest prawie dokładnie taki sam jak dla rezonatora komorowego. Stanowi to kolejne potwierdzenie tezy niniejszej pracy, że parametrem charakterystycznym dla procesu generacji dźwięku jest odległość  $\lambda_w$  pomiędzy kolejnymi wirami powstającymi przy krawędzi spływu.

Przy dużych prędkościach przepływu zjawisku wzbudzenia oscylacji akustycznych w układach z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi towarzyszy nieliniowość wynikająca z ograniczania amplitudy składowej dyskretnej modu rezonansowego. W widmie sygnału akustycznego zarejestrowanego w punkcie pomiarowym można więc wyróżnić składowe dyskretne o częstotliwościach kolejnych harmonicznych, a w przypadku równoczesnego wzbudzenia dwóch modów rezonansowych również składowe dyskretne o częstotliwościach różnicowych i sumacyjnych. Duży poziom składowych harmonicznych wytwarzanych w układzie z odnogami współosiowymi wynika z bardzo małych strat energii na skutek promieniowania. W układzie tym na skutek sprzężenia akustycznego występuje bowiem przepływ energii pomiędzy odnogami i tylko jej nieznaczna część zostaje wypromieniowana do rurociągu głównego. Prawidłowość tą potwierdzają rezultaty obliczeń współczynnika dobroci dla obu badanych układów uzyskane na podstawie modelu teoretycznego zaproponowanego przez autora w części 3.3 pracy. Z zestawienia wartości tego współczynnika dla trzech pierwszych modów rezonansowych i kilku wybranych długości odnóg wynika bowiem, że dla rurociągu z odnogami współosiowymi współczynnik ten ma wartość od 10 do 20 razy większą niż dla układu z pojedynczą odnogą.

Przy silnej nieliniowości, która występuje w układzie z odnogami współosiowymi, stają się widoczne różnice w wypromieniowaniu energii akustycznej dla poszczególnych składowych dyskretnych. Znaczny poziom parzystych harmonicznych wynika stąd, że dla tych składowych ciśnienie w miejscu połączenia odnóg z rurociągiem głównym ma wartość maksymalną, co oznacza, że znaczna część ich energii zostaje wypromieniowana do rurociągu głównego. Inaczej to wygląda dla składowej podstawowej i nieparzystych harmonicznych, ponieważ w tym przypadku ciśnienie w miejscu połączenia odnóg z rurociągiem głównym ma wartość minimalną, a więc dla tych częstotliwości straty energii na skutek wypromieniowania są dużo mniejsze.

Z przeprowadzonych badań wynika, że w rurociągu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” częstotliwość generowanych składowych dyskretnych odpowiada w przybliżeniu częstotliwości kolejnych modów rezonansowych wynikających z rezonansu półfalowego. W rurociągu z dwoma odnogami zachodzą więc zasadniczo odmienne warunki rezonansu akustycznego w porównaniu z układem z pojedynczą odnogą, gdzie częstotliwość wytwarzanych oscylacji akustycznych określa rezonans ćwierćfalowy.



## 5. Zakończenie

### 5.1. Podsumowanie

Badania przedstawione w niniejszej rozprawie miały na celu analizę teoretyczną i doświadczalną odpowiedzi układów rezonansowych na pobudzenie akustyczne i aerodynamiczne. Dla pobudzenia o charakterze akustycznym badania ograniczono do układów o prostym kształcie, jak rezonator komorowy o stałym przekroju komory, w przypadku natomiast pobudzenia aerodynamicznego były to również układy o bardziej złożonej postaci, jak np. rurociąg z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem”.

W części poświęconej odpowiedzi akustycznej rezonatora na pobudzenie o małej amplitudzie przeanalizowano dokładność metod teoretycznych przy wyznaczaniu częstotliwości rezonansowej i współczynnika dobroci. W rozważaniach teoretycznych uwzględniono dwa najczęściej stosowane rozkłady prędkości w płaszczyźnie otworu rezonatora: równomierny oraz rozkład wyznaczony z rozwiązania równania Laplace'a. W przypadku częstotliwości rezonansowej uzyskano dla obu rozkładów dobrą zgodność rezultatów obliczeń i danych pomiarowych, mniejszą natomiast dla współczynnika dobroci, co jest wynikiem niedoszacowania rezystancji strat na skutek tarcia wewnętrznego. W zakresie dużych amplitud pobudzenia badano wpływ nieliniowości na odpowiedź akustyczną rezonatora. W modelu teoretycznym rozpatrzono przypadek małych częstotliwości fali padającej, dla których ośrodek w bezpośrednim otoczeniu otworu rezonatora można traktować jako w przybliżeniu nieściśliwy. Wyznaczono spadek ciśnienia wynikający ze strat energii akustycznej na skutek pochłaniania przez wiry, a stąd nieliniową rezystancję strat, którą uwzględniono w klasycznym, liniowym modelu impedancyjnym rezonatora. Do weryfikacji modelu teoretycznego wykorzystano wyniki pomiarów współczynnika pochłaniania przy stałej amplitudzie ciśnienia fali padającej oraz całkowitej rezystancji strat przy stałej amplitudzie ciśnienia na powierzchni tylnej ściany komory rezonatora.

W części dotyczącej odpowiedzi rezonatora na pobudzenie aerodynamiczne przeprowadzono analizę mechanizmu wytwarzania oscylacji akustycznych przy opływie rezonatora przez strumień gazu. Wyróżniono dwie fazy procesu generacji dźwięku charakteryzujące się innym wpływem prędkości strumienia na częstotliwość



wzbudzonych oscylacji akustycznych oraz składowe dyskretne związane z innym modelem hydrodynamicznym. Przeanalizowano też wpływ własności akustycznych rezonatora na odpowiedź układu przy pobudzeniu aerodynamicznym. Do teoretycznego modelowania zjawiska zastosowano koncepcję sprzężenia zwrotnego. Przy opisie oddziaływań w pętli tego sprzężenia wykorzystano model transmitancyjny dla oscylatora akustycznego oraz impedancyjny układ zastępczy rezonatora dla wymuszenia aerodynamicznego o charakterze prędkościowym. W efekcie uzyskano zależność umożliwiającą określenie zmian częstotliwości wzbudzonych składowych dyskretnych w funkcji prędkości przepływu.

W części poświęconej generacji dźwięku w instalacji przepływowej z zamkniętymi odnogami rozpatrzono trzy układy: rurociąg z pojedynczą odnogą, rurociąg z odnogami współosiowymi o takiej samej długości oraz rurociąg z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem”. W rurociągu z pojedynczą odnogą i odnogami współosiowymi uzyskano przy wzroście prędkości przepływu wzbudzenie kolejnych modów związanych z rezonansem ćwierćfalowym, natomiast w rurociągu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” wzbudzenie modów wynikających z rezonansu półfalowego. W zakresie dużych prędkości przepływu w widmie dźwięku generowanego w dwóch pierwszych układach zaobserwowano też składowe dyskretne o częstotliwościach kolejnych harmonicznych, a w przypadku równoczesnego wzbudzenia dwóch modów rezonansowych również składowe dyskretne o częstotliwościach różnicowych i sumacyjnych. Dla dwóch pierwszych układów teoretyczną zależność częstotliwości generowanego dźwięku od prędkości przepływu uzyskano stosując metodę przedstawioną w rozdziale trzecim, natomiast dla rurociągu z dwoma odnogami w konfiguracji typu „tandem” do wyznaczenia częstotliwości wzbudzonych oscylacji akustycznych wykorzystano model transmitancyjny.

## 5.2. Perspektywy dalszych badań

Niniejsza rozprawa nie rozwiązuje wszystkich kwestii związanych nie tylko z tak złożonym zjawiskiem jak generacja dźwięku przy aerodynamicznym pobudzeniu układu rezonansowego, ale także tych, które dotyczą odpowiedzi rezonatora na pobudzenie akustyczne. Celowość dalszych badań wynika przede wszystkim z niewystarczającej dokładności metod teoretycznych przy określaniu parametrów akustycznych rezonatora, zaś w szczególności rezystancji strat na skutek lepkości oraz reaktancji w zakresie dużych amplitud fali padającej. Ze względów aplikacyjnych

celowe jest też przeprowadzenie badań dla innych, powszechnie stosowanych w praktyce ustrojów dźwiękochłonnych, jak rezonatory komorowe z płytą perforowaną lub płytą sprężystą.

W przypadku odpowiedzi rezonatora na pobudzenie aerodynamiczne należy zbadać wpływ turbulencyjności przepływu na poziom i częstotliwość wzbudzonych oscylacji akustycznych. Konieczne jest również przeprowadzenie pomiarów dla układów rezonansowych o innej geometrii oraz strumienia o większych rozmiarach, co pozwoli uzyskać wiele jakościowo nowych rezultatów oraz umożliwi rozwiązanie takich kwestii, jak np. wzbudzenie innej konfiguracji modów w różnych układach pomiarowych. Badaniom doświadczalnym powinna towarzyszyć analiza teoretyczna zjawiska w zakresie modelowania źródła aerodynamicznego oraz wymiany energii pomiędzy polem akustycznym a przepływem głównym. Celem rozważań teoretycznych będzie oszacowanie amplitudy wzbudzonych oscylacji akustycznych.

W przypadku zjawiska generacji dźwięku w instalacji przepływowej z zamkniętymi odnogami znaczne rozszerzenie zakresu badań umożliwi wprowadzenie systemu wielokanałowego. Pozwoli to na równoczesną rejestrację sygnału akustycznego w odnogach oraz sygnału wypromieniowanego do rurociągu głównego. Ze względów aplikacyjnych celowe jest opracowanie metody umożliwiającej znaczną redukcję wzbudzonych oscylacji akustycznych. Należy więc zbadać skuteczność takich metod ograniczania poziomu generowanego dźwięku, jak zmiana geometrii układu, wprowadzenie zaburzaczy przepływu czy zastosowanie spoilerów.



# Dodatek

## English summary

Mirosław Meissner

Laboratory of Environmental Acoustics

Department of Eco-Building Engineering

Institute of Fundamental Technological Research

Polish Academy of Sciences

### INVESTIGATIONS OF RESONANT SYSTEMS RESPONSE UNDER ACOUSTIC AND AERODYNAMIC EXCITATION

A work consists of an introduction followed by three main parts and conclusions. In the first part (chapter 2) it was investigated a response of the chamber resonator to an acoustic excitation of small and big amplitude. The second part of the work (chapter 3) concerns the problem of generation of acoustical oscillation for the aerodynamically excited resonator. The third part (chapter 4) carries on the subject presented in chapter 3 and is dedicated to a problem of the sound generation in the piping system with close branches.

Presented in section 2.1 investigations of the resonator response to the excitation of small amplitude have been carried out by taking into consideration an effect of the plane wave on the rectangular chamber resonator with circular orifice of very small thickness. In the theoretical analysis there were used a variational method for a calculation of the resonator impedance and two generally used velocity distributions on a plane of the resonator orifice: an uniform distribution and a distribution obtained from the solution of the Laplace equation in ideal incompressible medium. In the experimental part it was analysed the accuracy of measuring methods by using a pressure measurement for a recording of the resonator response and it was proposed a measuring method which makes possible a direct read-out of the quality factor. A question of non-linearity for the acoustically excited resonator (section 2.2) has been examined taking into consideration an influence of the plane wave of big amplitude on the cylindrical resonator (with an axial-symmetrically placed circular orifice) which was located at the end of the acoustical wave-guide. In the theoretical model it was analysed a case of low frequencies range in an incident wave. So, in order to estimate the average value of acoustic power absorbed by the vortices and to determine the loss resistance due to the non-linearity it was taken an equation of



motion for incompressible medium and the Bernoulli equation for a space with the irrotational medium motion. The loss resistance was taken into account in a classical, impedance linear model of resonator, assuming that the other quantities in this model have such values as for a small amplitude of the incident wave. Empirical data, used for a verification of the theoretical model, were obtained by use of two methods of determination of the resonator acoustical parameters. The first method was based on a measurement of the resonator absorption coefficient for the constant amplitude of the incident wave pressure while the second one consisted in a measurement of the overall loss resistance of resonator and the resonator reactance at the constant amplitude of the pressure on the surface of the chamber bottom.

In section 3.1 there were presented the elements of the theory of sound generation by the gas flow and the analysis of mechanism of acoustical oscillation production, by a resonator excited aerodynamically, was carried out. In the experimental part (section 3.2) there were presented the results of measurements of the frequency and the level of excited acoustical oscillation for two types of resonator with rectangular shape of the chamber. In the first case it was a resonator with a rectangular orifice and in the second one a resonator with a circular orifice for which the measurements of the resonant frequency and the quality factor, by acoustical excitation, were made (section 2.1). A discussion concerning a mechanism of sound generation comprised the two possible kinds of flow-acoustic interactions: a direct interaction, where an acoustical signal produced by an aerodynamic source at the downstream edge propagates upstream and reversibly influences the stream disturbances at the upstream edge., and an indirect interaction, where this signal first excites the standing wave inside a resonator and then this wave influences the flow at the trailing edge. It was assumed in the theoretical part of chapter 3 that a fundamental mechanism of sound generation for a resonator excited aerodynamically is based on the indirect interaction. For a theoretical description of the interactions in a feedback loop it was applied a classical transmittance model of the acoustical oscillator and the impedance equivalent circuit of the resonator for the velocity drive.

Chapter 4 presents investigation results of the acoustical oscillation production in a piping system with closed branches. The tests were carried out for three arrangements: a duct with a single branch, a duct with co-axial branches of the same length and a duct with two tandem branches. In section 1 of the chapter there were analysed acoustical conditions in a rectilinear piping of finite length. In section 2 there were presented results of experiments and discussed the effects connected with non-linearity as well as the measurement results were compared to the calculation ones. For a piping with a single branch and co-axial branches it was obtained a theoretical dependence of the generated sound frequency on the flow velocity, by use of the method presented in chapter 3. Instead, in the case of the duct with tandem branches it was used a transmittance model for the determination of the excited frequencies of induced acoustical oscillation.

## Literatura

- [1] ADOBES A., AUDONNET I., LUZZATO E., Helmholtz resonators: a numerical package to optimize their design and control their implementation in engineering problems, *Journal of Low Frequency Noise and Vibration*, **9**, 1990, 92–97.
- [2] ALSTER M., Improved calculation of resonant frequencies of Helmholtz resonators, *Journal of Sound and Vibration*, **24**, 1972, 63–85.
- [3] ANDERSON, A.B., Dependence of „Pfeifenton“ (pipe tone) frequency on pipe length, orifice diameter and gas discharge pressure, *Journal of the Acoustical Society of America*, **24**, 1952, 675–681.
- [4] BATCHELOR G.K., An introduction to fluid dynamics, Cambridge Press, 1967.
- [5] BECHERT D.W., Sound absorption caused by vorticity shedding demonstrated with a jet flow, *Journal of Sound and Vibration*, **70**, 1980, 389–405.
- [6] BIES D., WILSON O., Acoustic impedance of a Helmholtz resonator at very high amplitude, *Journal of the Acoustical Society of America*, **29**, 1957, 711–714.
- [7] BILANIN A.J., COVERT E.E., Estimation of possible excitation frequencies for shallow rectangular cavities, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **11**, 1973, 347–351.
- [8] BJORNO L., Nonlinear acoustics, *Acoustic and Vibration Progress*, Vol. 2, Chapman and Hall, London, 1976.
- [9] BRUGGEMAN J.C., Flow-Induced Pulsations in Pipe Systems, Ph.D. Thesis, Eindhoven University of Technology, 1987.
- [10] BRUGGEMAN J.C., HIRSCHBERG A., VAN DONGEN M.E., WIJNANDS A.P., GORTER J., Flow induced pulsations in gas transport systems: analysis of the influence of closed side branches, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **111**, 1989, 484–491.



- [11] BRUGGEMAN J.C., HIRSCHBERG A., VAN DONGEN M.E., WIJANANDS A.P., Self-sustained aero-acoustic pulsations in gas transport systems: experimental study of the influence of closed side branches, *Journal of Sound and Vibration*, **150**, 1991, 371-393.
- [12] BUKOWSKI J., Hydro-aeromechanika, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1957.
- [13] CARGILL A.M., Low-frequency acoustic radiation from a jet pipe - a second order theory, *Journal of Sound and Vibration*, **83**, 1982, 339-354.
- [14] CARGILL A.M., Low-frequency sound radiation and generation due to the interaction of unsteady flow with a jet pipe, *Journal of Fluid Mechanics*, **121**, 1982, 59-105.
- [15] CHANAUD R.C., Effects of geometry on the resonance frequency of Helmholtz resonators, *Journal of Sound and Vibration*, **178**, 1994, 337-348.
- [16] CHARWAT A.F., ROOS J.N., DEWEY F.C., HITZ J.A., An investigation of separated flows, Part 1, The pressure field, *Journal of Aerospace Sciences*, **28**, 1961, 457-470.
- [17] CHARWAT A.F., WALKER B.E., The velocity field near the orifice of a Helmholtz resonator in grazing flow, UCLA-Eng-81, 1981.
- [18] COLTMAN J.W., Sounding mechanism of sound production in organ pipes, *Journal of the Acoustical Society of America*, **44**, 1968, 983-992.
- [19] COLTMAN J.W., Jet drive mechanisms in edge tone and organ pipes, *Journal of the Acoustical Society of America*, **60**, 1976, 725-733.
- [20] COVERT E.E., An approximate calculation of the onset velocity of cavity oscillations, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **8**, 1970, 2189-2194.
- [21] CREMER L., ISING H., Die selbsterregten Schwingungen von Orgelpfeifen, *Acustica*, **19**, 1967/68, 143-153.
- [22] CRIGHTON D.G., Acoustics as a branch of fluid mechanics, *Journal of Fluid Mechanics*, **106**, 1981, 261-298.



- [23] CRIGHTON D.G., The jet edge-tone feedback cycle; linear theory for the operating stages, *Journal of Fluid Mechanics*, **234**, 1992, 361–391.
- [24] CROW S.C., Aerodynamic sound emission as a singular perturbation problem, *Studies in Applied Mathematics*, **49**, 1970, 21–44.
- [25] CUMMINGS A., Acoustics of a cider bottle, *Applied Acoustics*, **5**, 1972, 161–170.
- [26] CUMMINGS A., Acoustics of a wine bottle, *Journal of Sound and Vibration*, **31**, 1973, 331–343.
- [27] CUMMINGS A., EVERSMAN W., High amplitude acoustic transmission through duct terminations: theory, *Journal of Sound and Vibration*, **91**, 1983, 503–518.
- [28] CUMMINGS A., Acoustic nonlinearities and power losses at orifices, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **22**, 1984, 768–792.
- [29] CUMMINGS A., Transient and multiple frequency sound transmission through perforated plates at high amplitude, *Journal of the Acoustical Society of America*, **79**, 1986, 942–951.
- [30] CZARNECKI S., Utilization of nonlinear properties of resonators for improving acoustic conditions in rooms, Proceedings of the 6th International Congress on Acoustics, Tokyo, Japan, 1968, 197–200.
- [31] CZARNECKI S., Nieliniowe własności pochłaniające akustycznych ustrojów rezonansowych, *Archiwum Akustyki*, **4**, 1969, 37–49.
- [32] CZARNECKI S., Własności tłumiące rezonatorów Helmholtza z uwzględnieniem warunków otaczającego ośrodka, *Archiwum Akustyki*, **1**, 1966, 6–23.
- [33] CZARNECKI S., Współdziaływanie rezonatorów Helmholtza z uwzględnieniem warunków akustycznych otaczającego ośrodka, *Prace Instytutu Automatyki PAN*, Warszawa, 1966.
- [34] DAVIES P.O., Practical flow duct acoustics, *Journal of Sound and Vibration*, **124**, 1988, 95–115.
- [35] DAVIES P.O., BENTO COELHO J.L., BHATTACHARYA M., Reflection coefficients for an unflanged pipe flow, *Journal of Sound and Vibration*, **72**, 1980, 543–546.

- [36] DICKEY N.S., SELAMET A., Helmholtz resonators: one-dimensional limit for small cavity length-to-diameter ratios, *Journal of Sound and Vibration*, **195**, 1996, 512-517.
- [37] DICKEY N.S., SELAMET A., Acoustic nonlinearity of a circular orifice: an experimental study of the instantaneous pressure/flow relationship, *Noise Control Engineering Journal*, **46**, 1998, 97-107.
- [38] DISSELHORST J.H., WIJNGAARDEN L., Flow in the exit of open pipes during acoustic resonance, *Journal of Fluid Mechanics*, **91**, 1980, 293-319.
- [39] DOAK P.E., On the interdependence between acoustic and turbulent fluctuating motions in a moving fluid, *Journal of Sound and Vibration*, **19**, 1971, 221-225.
- [40] DOAK P.E., Analysis of internally generated sound in continuous materials: 2. A critical review of the conceptual adequacy and physical scope of existing theories of aerodynamic noise, with special reference to supersonic jet noise, *Journal of Sound and Vibration*, **25**, 1972, 263-335.
- [41] DOAK P.E., Analysis of internally generated sound in continuous materials: 3. The momentum potential field description of fluctuating fluid motion as a basis for a unified theory of internally generated sound, *Journal of Sound and Vibration*, **26**, 1973, 91-120.
- [42] DOAK P.E., Fundamentals of aerodynamic sound theory and flow duct acoustics, *Journal of Sound and Vibration*, **28**, 1973, 527-561.
- [43] DOAK P.E., Momentum potential theory of energy flux carried by momentum fluctuations, *Journal of Sound and Vibration*, **131**, 1989, 67-90.
- [44] EAST L.F., Aerodynamically induced resonance in rectangular cavities, *Journal of Sound and Vibration*, **3**, 1966, 277-287.
- [45] ELDER S.A., On the mechanism of sound production in organ pipes, *Journal of the Acoustical Society of America*, **54**, 1973, 1554-1564.
- [46] ELDER S.A., Self-excited depth-mode resonance for wall-mounted cavity in turbulent flow, *Journal of the Acoustical Society of America*, **64**, 1978, 877-890.



- [47] ELDER S.A., Forced oscillations of a separated shear layer with application to cavity flow-tone effects, *Journal of the Acoustical Society of America*, **67**, 1980, 774-781.
- [48] ELDER S.A., FARABEE T.M., DEMETZ F.C., Mechanisms of flow-excited tones at low Mach number, *Journal of the Acoustical Society of America*, **72**, 1982, 532-549.
- [49] ELDER S.A., Comments on „Sound generation by flow over relatively deep cylindrical cavities”, *Journal of the Acoustical Society of America*, **80**, 1986, 1530-1531.
- [50] ELDER S.A., The mechanism of sound production in organ pipes and cavity resonators, *Journal of the Acoustical Society of Japan*, **13**, 1992, 11- 23.
- [51] ENGEL Z., Metody aktywne w akustyce – marzenia czy rzeczywistość. Materiały XLII Otwartego Seminarium z Akustyki, Warszawa-Białowierza, 1995, 25-36.
- [52] FABRE B., HIRSCHBERG A., WIJNANDS A.P., Vortex shedding in steady oscillation of a flue organ pipe, *Acta Acustica*, **82**, 1996, 863-877.
- [53] FAHY F.J., SCHOFIELD C., A note on the interaction between a Helmholtz resonator and an acoustic mode of an enclosure, *Journal of Sound and Vibration*, **72**, 1980, 365-378.
- [54] FFOWCS WILLIAMS J.E., Hydrodynamic noise, *Annual Review of Fluid Dynamics*, **1**, 1972, 197-222.
- [55] FFOWCS WILLIAMS J.E., Aeroacoustics, *Annual Review of Fluid Dynamics*, **9**, 1977, 447-468.
- [56] FFOWCS WILLIAMS J.E., Sound sources in aerodynamics – fact and fiction, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **20**, 1982, 307-315.
- [57] FICHTENHOLZ G.M., Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa, 1980.
- [58] FLETCHER N.H., Jet drive mechanism in organ pipes, *Journal of the Acoustical Society of America*, **60**, 1976, 481-483.



- [59] FLETCHER N.H., Sound production by organ flue pipes, *Journal of the Acoustical Society of America*, **60**, 1976, 926–936.
- [60] FLETCHER N.H., Air flow and sound generation in musical wind instruments, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **11**, 1979, 123–146.
- [61] FLETCHER N.H., THWAITES S., Wave propagation on a perturbed jet, *Acustica*, **42**, 1979, 323–334.
- [62] FLYNN K.P., PANTON R.L., The interaction of Helmholtz resonators in a row when excited by a turbulent boundary layer, *Journal of the Acoustical Society of America*, **87**, 1990, 1482–1488.
- [63] FREYMUTH P., On transition in a separated laminar boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, **25**, 1966, 683–704.
- [64] GOLDSTEIN M.E., *Aeroacoustics*, Mc Graw–Hill, 1976.
- [65] GRADSZTEJN I.S., RYZYK I.M. (Градштейн И.С., Рыжик И.М.), Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Государственное Издательство Физико–Математической Литературы, Москва, 1962.
- [66] GRAF H.R., DURGIN W.W., Measurement of the nonsteady flow field in the opening of a resonating cavity excited by grazing flow, *Journal of Fluids and Structures*, **7**, 1993, 387–400.
- [67] GRAF H.R., ZIADA S., Flow induced acoustic resonance in closed side branches: an experimental determination of the excitation source, *Proceedings of Symposium on Flow–Induced Vibration and Noise*, 1992, Vol. 7, 63–80.
- [68] HANEY W.L., SHANG J.S., Analyses of pressure oscillations in an open cavity, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **18**, 1980, 892–898.
- [69] HELLER H.H., HOLMES D.G., COVERT E.E., Flow–induced pressure oscillations in shallow cavities, *Journal of Sound and Vibration*, **18**, 1971, 545–553.
- [70] HOLGER D.K., WILSON T.A., BEAVERS G.S., Fluid mechanics of the edgetone, *Journal of the Acoustical Society of America*, **62**, 1977, 1116–1128.

- [71] HOLGER D.K., WILSON T.A., BEAVERS G.S., The amplitude of edgetone sound, *Journal of the Acoustical Society of America*, **67**, 1980, 1507–1511.
- [72] HOWE M.S., Attenuation of sound in a low Mach number nozzle flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **91**, 1979, 209–229.
- [73] HOWE M.S., The dissipation of sound at an edge, *Journal of Sound and Vibration*, **70**, 1980, 407–411.
- [74] HOWE M.S., On the absorption of sound by turbulence and other hydrodynamic flows, *IMA Journal of Applied Mathematics*, **32**, 1984, 187–209.
- [75] HOWE M.S., Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute, *Journal of Fluid Mechanics*, **71**, 1975, 625–673.
- [76] HOWE M.S., On the Helmholtz resonator, *Journal of Sound and Vibration*, **45**, 1976, 427–440.
- [77] HOWE M.S., The influence of mean shear on unsteady aperture flow, with application to acoustical diffraction and self-sustained cavity oscillations, *Journal of Fluid Mechanics*, **109**, 1981, 125–146.
- [78] HOWE M.S., Edge, cavity and aperture tones at very low Mach numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, **330**, 1997, 61–84.
- [79] HOWE M.S., Low Strouhal number instabilities of flow over apertures and wall cavities, *Journal of the Acoustical Society of America*, **102**, 1997, 772–780.
- [80] INGARD U., On the theory and design of acoustic resonators, *Journal of the Acoustical Society of America*, **25**, 1953, 1037–1061.
- [81] INGARD U., LABATE S., Acoustic circulation effects and the nonlinear impedance of orifices, *Journal of the Acoustical Society of America*, **22**, 1950, 211–218.
- [82] INGARD U., ISING H., Acoustic nonlinearity of an orifice, *Journal of the Acoustical Society of America*, **42**, 1967, 6–17.
- [83] INGARD U., Nonlinear distortion of sound transmitted through an orifice, *Journal of the Acoustical Society of America*, **48**, 1970, 32–33.



- [84] INGARD U., SINGHAL V.K., Sound attenuation in turbulent pipe flow, *Journal of the Acoustical Society of America*, **55**, 1974, 535–538.
- [85] INGARD U., SINGHAL V.K., Flow excitation and coupling of acoustic modes of a side-branch cavity in a duct, *Journal of the Acoustical Society of America*, **60**, 1976, 1213–1215.
- [86] IVARSSON A., Noise-induced hearing loss in the car industry – a retrospective investigation covering 23 years, Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Control, St. Petersburg, Russia, 1993, Vol. 2, 249–253.
- [87] JENVEY P.L., The sound power from turbulence: a theory of exchange of energy between the acoustic and non-acoustic fields, *Journal of Sound and Vibration*, **131**, 1989, 37–66.
- [88] JUNGOWSKI W.M., BOTROS K.K., STUDZINSKI W., Cylindrical side-branch as tone generator, *Journal of Sound and Vibration*, **131**, 1989, 265–285.
- [89] KELLER, J.J., ESCUDIER M.P., Flow-excited resonances in covered cavities, *Journal of Sound and Vibration*, **86**, 1983, 199–226.
- [90] KELLER J.J., Non-linear self-excited acoustic oscillations in cavities, *Journal of Sound and Vibration*, **94**, 1984, 397–409.
- [91] KHOSROPOUR R., MILLET P., Excitation of Helmholtz resonator by an air jet, *Journal of the Acoustical Society of America*, **88**, 1990, 1211–1221.
- [92] KIEL D.E., FOY C.E., Tone generation in stepped side-branches, Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Control, St. Petersburg, Russia, 1993, Vol. 3, 161–168.
- [93] KINSLER, L.E., FREY, A.R., Fundamentals of acoustics, 2nd ed., Wiley, New York, 1962.
- [94] KOOK H., MONGEAU L., BROWN D.V., ZOREA S.I., Analysis of the interior pressure oscillations induced by flow over vehicle openings, *Noise Control Engineering Journal*, **45**, 1997, 223–234.
- [95] KRIESELS P.C., PETERS M.C., HIRSCHBERG A., WIJNANDS A.P., IAFRATI A., RICCARDI G., PIVA R., BRUGGEMAN J.C., High-amplitude vortex-induced



- pulsations in a gas transport system, *Journal of Sound and Vibration*, **184**, 1995, 343–386.
- [96] KUCKES A.F., INGARD U., A note on acoustic boundary dissipation due to viscosity, *Journal of the Acoustical Society of America*, **25**, 1953, 798–799.
- [97] KUNTZ H., PRYDZ R., BALENA F., Development and testing of cabin sidewall acoustic resonators for the reduction of cabin tone level in propfan-powered aircraft, *Noise Control Engineering Journal*, **37**, 1991, 129–142.
- [98] LAMB H., *Hydrodynamics*, Cambridge University Press, 1932.
- [99] LANDAU L.D., LIFSHITZ E.M., *Fluid mechanics*, Pergamon Press, London, 1959.
- [100] Lighthill M.J., On sound generated aerodynamically, I: General theory, *Proceedings of Royal Society of London, Series A*, Vol. 211, 1952, 564–587.
- [101] Lighthill M.J., On sound generated aerodynamically, II: Turbulence as a source of sound, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 222, 1954, 1–32.
- [102] Lighthill M.J., Sound generated aerodynamically, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 267, 1962, 147–182.
- [103] LILLEY G.M., Generation of sound in a mixing region, *Lockheed Aircraft Company*, Progress report on contract F-33615-71-C-1663, 1972.
- [104] MALECKI I., *Teoria fal i układów akustycznych*, PWN, Warszawa, 1964.
- [105] MALECKI I., ENGEL Z., LIPOWCZAN A., SADŌWSKI J., Problems of noise in Poland on the way to european integration, *Proceedings of 10th International Conference on Noise Control*, Warsaw, 1995, 11–39.
- [106] MASON J.M., FAHY F.J., The use of acoustically tuned resonators to improve the sound transmission loss of double-panel partitions, *Journal of Sound and Vibration*, **124**, 1988, 367–379.
- [107] MASSENZIO M., BLAISE A., LESUEUR C., Theoretical and experimental studies on acoustical pressure generated by airflow over a complex cavity, *Proceedings*

- of International Symposium „Transport Noise and Vibration”, St. Petersburg, Russia, 1994, 121–124.
- [108] MAST T.D., PIERCE A.D., Describing–function theory for flow excitation of resonators, *Journal of the Acoustical Society of America*, **97**, 1995, 163–172.
- [109] MEISSNER M., Zjawisko nieliniowości przy oddziaływaniu ciśnienia akustycznego na rezonator Helmholtza, *Prace Instytutu Podstawowych Problemów Techniki*, 19/1994.
- [110] MEISSNER M., Absorption properties of Helmholtz resonators at high–amplitude incident sound, złożone do czasopisma *Acta Acustica*.
- [111] MEISSNER M., Mechano–acoustic feedback in the case of an interaction between a sound source and a resonance system, *Archives of Acoustics*, **3**, 1983, 235–248.
- [112] MEISSNER M., Mutual interaction between a speaker and a resonator as an example of mechanical–acoustic feedback, *Proceedings of 4th Congress of the Federation of Acoustical Societies of Europe*, Sandefjord, Norway, 1984, 185–188.
- [113] MEISSNER M., Self–sustained deep cavity oscillations induced by grazing flow, *Acustica*, **62**, 1987, 220–228.
- [114] MEISSNER M., Generacja dźwięku o dyskretnej częstotliwości przy opływie wnęki głębokiej przez strumień gazu, *Prace Instytutu Podstawowych Problemów Techniki*, 8/1991.
- [115] MEISSNER M., Discrete sound induced by low Mach number flow over side branch deep cavity in a rectangular duct, *Archives of Acoustics*, **17**, 1992, 287–305.
- [116] MEISSNER M., Experimental investigation of discrete sound production in deep cavity exposed to airflow, *Archives of Acoustics*, **18**, 1993, 131–156.
- [117] MEISSNER M., Oscylacje samowzbudne w rurociągu z zamkniętymi odgałęzieniami, *Prace Instytutu Podstawowych Problemów Techniki*, 18/1994.



- [118] MEISSNER M., CZECHOWICZ M., Experimental investigation of flow-induced acoustic oscillations in piping system with closed branches, *Applied Acoustics*, **45**, 1995, 359–375.
- [119] MEISSNER M., Flow-excited acoustic pulsations in ducts with closed side branches, *Archives of Acoustics*, **22**, 1997, 153–167.
- [120] MEISSNER M., Specific kind of acoustic modes induced by flow in duct with two closed side branches, złożone do czasopisma *Journal of Fluids and Structures*.
- [121] MEISSNER M., Noise of discrete frequency components generated by airflow over deep cavity, Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Control, St. Petersburg, Russia, 1993, Vol. 1, 115–120.
- [122] MEISSNER M., CZECHOWICZ M., Noise control in air transport systems: experimental study of flow-excited sound in pipeline with closed branches, Proceedings of 10th International Conference on Noise Control, Warsaw, 1995, 377–380.
- [123] MEISSNER M., Generacja dźwięku o dyskretnych częstotliwościach przy opływie wężki przez strumień gazu, Materiały XXXII Otwartego Seminarium z Akustyki, Kraków, 1985, 395–398.
- [124] MEISSNER M., Zjawisko oscylacji samowzbudnych przy opływie wężki głębokiej, Materiały XII Sympozjum „Drgania w układach fizycznych”, Poznań-Błażejewko, 1986, 197–198.
- [125] MEISSNER M., Analiza zmian częstotliwości i poziomu składowych dyskretnych wytwarzanych przez strumień opływający wężkę głęboką, Materiały XXXIX Otwartego Seminarium z Akustyki, Kraków, 1992, 209–212.
- [126] MEISSNER M., Wpływ zewnętrznego pola akustycznego na pochłanianie dźwięku przez rezonator Helmholtza, Materiały XL Otwartego Seminarium z Akustyki, Rzeszów-Polańczyk, 1993, 249–252.
- [127] MEISSNER M., Wpływ impedancji rurociągu z zamkniętymi odgałęzieniami na zjawisko wytwarzania oscylacji przepływowo-rezonansowych, Materiały XLII Otwartego Seminarium z Akustyki, Warszawa-Białowieża, 1995, 89–92.



- [128] MEISSNER M., RANACHOWSKI Z., Generacja i propagacja wzorcowych impulsów emisji akustycznej, *Prace Instytutu Podstawowych Problemów Techniki*, 36/1992.
- [129] MICHALKE A., On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer, *Journal of Fluid Mechanics*, **23**, 1965, 521–544.
- [130] MILES J.W., On the distributed motion of a plane vortex sheet, *Journal of Fluid Mechanics*, **4**, 1958, 538–552.
- [131] MONKEWITZ P.A., NGUYEN-VO N., The response of Helmholtz resonators to external excitation. Part 1. Single resonators, *Journal of Fluid Mechanics*, **151**, 1985, 477–497.
- [132] MORSE P.M., FESHBACH H., *Methods of theoretical physics*, Mc Graw-Hill, New York, 1953.
- [133] MORSE P.M., INGARD K.U., *Theoretical acoustics*, Mc Graw-Hill, New York, 1968.
- [134] MUNT R.M., The interaction of sound with a subsonic jet issuing from a semi-infinite cylindrical pipe, *Journal of Fluids Mechanics*, **83**, 1977, 609–640.
- [135] MUNT R.M., Acoustic transmission properties of a jet pipe with subsonic jet flow: I, cold jet reflection coefficient, *Journal of Sound and Vibration*, **142**, 1990, 413–436.
- [136] MÖSER M., Aktive Kontrolle einfacher, selbsterregter Resonatoren, *Acustica*, **69**, 1989, 175–184.
- [137] NELSON P.A., HALLIWELL N.A., DOAK P.E., Fluid dynamics of a flow excited resonance, part I: experiment, *Journal of Sound and Vibration*, **78**, 1981, 15–38.
- [138] NELSON P.A., HALLIWELL N.A., DOAK P.E., Fluid dynamics of a flow excited resonance, part II: flow acoustic interaction, *Journal of Sound and Vibration*, **91**, 1983, 375–402.
- [139] NIEWCZAS B., ZABIEGAJ W., Reduction of flow generated noise, *Proceedings of 10th International Conference on Noise Control*, Warsaw, 1995, 277–288.

- [140] NOLLE A.W., Small-signal impedance of short tubes, *Journal of the Acoustical Society of America*, **25**, 1953, 32–39.
- [141] OHRING S. Calculations of self-excited impinging jet flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **163**, 1986, 69–98.
- [142] PAN Y.S., Perturbation solution of Navier–Stokes equation and its relation to the Lighthill–Curle solution of aerodynamic sound, *Journal of the Acoustical Society of America*, **58**, 1975, 794–799.
- [143] PANTON R.L., MILLER J.M., Resonant frequencies of cylindrical Helmholtz resonators, *Journal of the Acoustical Society of America*, **57**, 1975, 1533–1535.
- [144] PANTON R.L., GOLDMAN A.L., Correlation of nonlinear orifice impedance, *Journal of the Acoustical Society of America*, **60**, 1976, 1390–1396.
- [145] PANTON R.L., MILLER J.M., Excitation of a Helmholtz resonator by turbulent boundary layer, *Journal of the Acoustical Society of America*, **58**, 1975, 800–806.
- [146] PANTON R.L., Effect of orifice geometry on Helmholtz resonator excitation by grazing flow, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **28**, 1990, 60–65.
- [147] PARTHASARATHY S.P., CHO Y.I., BACK L.H., Sound generation by flow over relatively deep cylindrical cavities, *Journal of the Acoustical Society of America*, **78**, 1985, 1785–1795.
- [148] PARTHASARATHY S.P., KWACK E.Y., BACK L.H., Replay to ‘Comments on „Sound generation by flow over relatively deep cylindrical cavities”’, *Journal of the Acoustical Society of America*, **80**, 1986, 1531–1532.
- [149] PETERS M.C., Aeroacoustic sources in internal flows, Ph.D. Thesis, Eindhoven University of Technology, 1993.
- [150] PETERS M.C., HIRSCHBERG A., Acoustically induced periodic vortex shedding at sharp edged open channel ends: simple vortex models, *Journal of Sound and Vibration*, **161**, 1993, 281–299.



- [151] PHILLIPS O.M., On the sound generated by turbulent shear layers, *Journal of Fluid Mechanics*, **9**, 1960, 1–28.
- [152] PIMENTA A., SOUSA–UVA A., LEAL A., Program for the prevention of hearing losses caused by industrial noise in a commercial airline; environmental characterization, Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Control, St. Petersburg, Russia, 1993, Vol. 2, 261–266.
- [153] POLLACK M.L., The acoustic internal end correction, *Journal of Sound and Vibration*, **67**, 1979, 558–561.
- [154] POLLACK M.L., Flow–induced tones in side–branch pipe resonators, *Journal of the Acoustical Society of America*, **67**, 1980, 1153–1156.
- [155] POWELL A., Vortex sound, *University of California, Department of Engineering*, Report 61–71, 1961.
- [156] POWELL A., Theory of vortex sound, *Journal of the Acoustical Society of America*, **36**, 1964, 177–195.
- [157] POWELL A., On the edgetone, *Journal of the Acoustical Society of America*, **33**, 1961, 395–409.
- [158] POWELL A., Vortex action in edgetones, *Journal of the Acoustical Society of America*, **34**, 1962, 163–166.
- [159] PRANDTL L., *Dynamika przepływów*, PWN, Warszawa, 1956.
- [160] PRYDZ R.A., WIRT L.S., KUNTZ H.L., Transmission loss of a multilayer panel with internal tuned Helmholtz resonators, *Journal of the Acoustical Society of America*, **87**, 1990, 1597–1602.
- [161] RAYLEIGH J. W., *Theory of sound*, Dover Publication, 1945.
- [162] ROCKWELL D., KNISELY C., The organized nature of flow impingement upon a corner, *Journal of Fluid Mechanics*, **93**, 1979, 413–432.
- [163] ROCKWELL D., Prediction of oscillation frequencies for unstable flow past cavities, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **99**, 1977, 294–300.



- [164] ROCKWELL D., NAUDASCHER E., Review – self-sustaining oscillations of flow past cavities, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **100**, 1978, 152–165.
- [165] ROCKWELL D., NAUDASCHER E., Self-sustained oscillations of impinging free shear layers, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **11**, 1979, 67–94.
- [166] ROCKWELL D., Oscillations of impinging shear layers, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **21**, 1983, 645–664.
- [167] RONNEBERGER D., AHRENS C.D., Wall shear stress caused by small amplitude perturbations of turbulent-layer flow: an experimental investigation, *Journal of Fluid Mechanics*, **83**, 1977, 433–464.
- [168] ROSSITER J.E., Wind tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds, RAE Report No. 64037, 1964.
- [169] SAFFMAN P.G., On the formation on vortex rings, *Studies in Applied Mathematics*, **54**, 1975, 261–268.
- [170] SALIKUDDIN M., AHUJA K.K., Acoustic power dissipation on radiation through duct terminations: experiments, *Journal of Sound and Vibration*, **91**, 1983, 479–502.
- [171] SALIKUDDIN M., Acoustic characteristics of closed cavity resonators for screech liner design, Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Control, St. Petersburg, Russia, 1993, Vol. 3, 199–212.
- [172] SAROHIA V., Experimental investigation of oscillations in flow over shallow cavities, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **15**, 1977, 984–991.
- [173] SCHLICHTING H., Boundary layer theory, Pergamon Press, London, 1955.
- [174] SCHUMACHER R.T., Self-sustained oscillations of organ flue pipes: an integral equation solution, *Acustica*, **39**, 1978, 225–238.
- [175] SELAMET A., DICKEY N.S., NOVAK J.M., Theoretical, computational and experimental investigation of Helmholtz resonators with fixed volume: lumped versus distributed analysis, *Journal of Sound and Vibration*, **187**, 1995, 358–367.

- [176] SHAKKOTAI P., KWACK E.Y., CHO Y.I., BACK L.H., High-intensity tone generation by aeroacoustic sources, *Journal of the Acoustical Society of America*, **82**, 1987, 2075–2085.
- [177] SHOW L.L., Suppression of aerodynamically induced cavity pressure oscillations, *Journal of the Acoustical Society of America*, **66**, 1979, 880–884.
- [178] SIVIAN L.J., Acoustic impedance of small orifices, *Journal of the Acoustical Society of America*, **7**, 1935, 94–101.
- [179] STINSON M.R., SHAW A.G., Acoustic impedance of small circular orifices in thin plates, *Journal of the Acoustical Society of America*, **77**, 1985, 2039–2042.
- [180] ŚREDNIAWA B., Hydrodynamika i teoria sprężystości, PWN, Warszawa, 1977.
- [181] TAM C.K., BLOCK P.J., On the tones and pressure oscillations induced by flow over rectangular cavities, *Journal of Fluid Mechanics*, **89**, 1978, 373–399.
- [182] TANG Y.P., ROCKWELL D., Instantaneous pressure fields at a corner associated with vortex impingement, *Journal of Fluid Mechanics*, **126**, 1983, 187–204.
- [183] TANG P.K., SIRIGANO W.A., Theory of generalized Helmholtz resonator, *Journal of Sound and Vibration*, **26**, 1973, 247–262.
- [184] THOMPSON M.C., HOURIGAN K., WELSH M.C., Acoustic sources in a tripped flow past resonator tube, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, **30**, 1992, 1484–1491.
- [185] THURSTON G.B., MARTIN C.E., Periodic fluid flow through circular orifices, *Journal of the Acoustical Society of America*, **25**, 1952, 26–31.
- [186] THURSTON G.B., HARGROVE L.E., COOK W.D., Nonlinear properties of circular orifices, *Journal of the Acoustical Society of America*, **29**, 1957, 992–1001.
- [187] THURSTON G.B., Nonlinear acoustic properties of orifices of varied shapes and edge conditions, *Journal of the Acoustical Society of America*, **30**, 1958, 452–455.
- [188] WALERIAN E., Description of noise propagation in a built-up area, Institute of Fundamental Technological Research Reports; 29/1995.

- [189] WALKER B.E., CHARWAT A.F., Correlation of the effects of grazing flow on the impedance of Helmholtz resonators, *Journal of the Acoustical Society of America*, **72**, 1982, 550–555.
- [190] WU J., RUDNICK I., Measurements of the nonlinear tuning curves of Helmholtz resonators, *Journal of the Acoustical Society of America*, **80**, 1986, 1419–1422.
- [191] WYSOCKI J., *Mechanika płynów*, PWN, Warszawa, 1967.
- [192] YAKHONTOV V.I., MELNIKOV V.N., Calculation and application of compact broadband mufflers for reducing aerodynamic noise, Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Control, St. Petersburg, Russia, 1993, Vol. 3, 223–225.
- [193] YOSHIKAWA S., SANEYOSHI J., Feedback excitation mechanism in organ pipes, *Journal of the Acoustical Society of Japan*, **1**, 1980, 175–191.
- [194] ZIADA S., ROCKWELL D., Vortex-leading-edge interaction, *Journal of Fluid Mechanics*, **118**, 1982, 79–107.
- [195] ZIADA S., BÜHLMANN E.T., Self-excited resonances of two side-branches in close proximity, *Journal of Fluids and Structures*, **6**, 1992, 583–601.
- [196] ZINN B.T., A theoretical study of non-linear damping by Helmholtz resonators, *Journal of Sound and Vibration*, **13**, 1970, 347–356.
- [197] ŻYSKOWSKI Z., *Podstawy elektroakustyki*, WNT, Warszawa, 1965.