

3.31 — teoria fal elektromagnetycznych

Wojciech Nasalski

NIESPEKULARNE ODBICIE  
POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO  
NA GRANICY DWU DIELEKTRYKÓW

32/1990

Praca habilitacyjna

P. 269

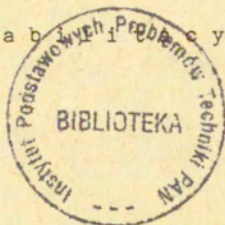


WARSZAWA 1990

<http://rcin.org.pl>

Praca wpłynęła do Redakcji 6 czerwca 1990 r.

Praca habilitacyjna



56789

praca zrealizowana

w ramach problemu CPBP 02.13



---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 100 egz. Ark.wyd. 7,6 Ark.druk. 9,5

Oddano do drukarni w lipcu 1990 r.

Nr zamówienia 255/90

---

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,  
ul. Śniadeckich 8

Wojciech Nasalski

Laboratorium Fotoniki i Optyki Zintegrowanej  
ORT IPPT PAN

## NIESPEKULARNE ODBICIE POŁA ELEKTROMAGNETYCZNEGO NA GRANICY DWU DIELEKTRYKÓW

### Streszczenie

W pracy przeanalizowano zjawisko odbicia wiązki gaussowskiej od powierzchni granicznej pomiędzy dwoma jednorodnymi ośrodkami dielektrycznymi. Wykazano jego niespekularny charakter, objawiający się wyraźną zależnością pomiędzy skończoną szerokością przekroju poprzecznego padającej wiązki a pewnymi charakterystycznymi (niespekularnymi) efektami towarzyszącymi zjawisku odbicia. Rozpatrzono przypadek wąskich wiązek Gaussa-Hermita modu podstawowego padających z ośrodka optycznie gęstszego pod kątami bliskimi kąta krytycznego. Opracowano ściśle analityczną metodę analizy spektralnej pola będącego rozwiązaniem zagadnienia liniowego, jak również numeryczną metodę (Monotonicznej Iteracji Gaussowskiej) rozwiązania zagadnienia nieliniowego przy zewnętrznym hybrydowym sprzężeniu zwrotnym. Wykazano, że oprócz znanych dotychczas geometrycznych deformacji wiązki odbitej istnieją również inne, niezależne niespekularne efekty w amplitudzie i fazie wiązki. Wyznaczono - amplitudowy i natężeniowy - współczynniki niespekularnego odbicia, jak również wiążący je niespekularny współczynnik propagacji. Wykazano, w przybliżeniu przyosiowym, zupełność opisu pola odbitego w języku niespekularnych deformacji wiązki. Udowodniono występowanie zjawiska optycznej bistabilności (OB) we wszystkich zdefiniowanych uprzednio niespekularnych efektach. Przedyskutowano wpływ dyfrakcji i parametrów charakteryzujących układ nieliniowy na zjawisko niespekularnej bistabilności i wskazano na potencjalne możliwości jego zastosowań.

## 1. Wstęp

Zagadnienie niespekularnego odbicia pola elektromagnetycznego (EM) na granicy dwu dielektrycznych ośrodków jest jednym z wielu podstawowych problemów fizyki technicznej. Zależnie od zastosowań, jakim ma służyć jego rozwiązanie, zagadnienie to może być rozpatrywane w ramach klasycznej teorii elektromagnetyzmu [1-2], optoelektroniki [3-5], optyki zintegrowanej [6-7], optyki nieliniowej [8], czy też fotoniki [9-10]. Niniejsze opracowanie stanowi dokumentację pewnego etapu szerszych badań prowadzonych przez autora nad oddziaływaniami pola EM z planarnymi strukturami światłowodowymi [11-19]; badań o charakterze podstawowym, które jednak ukierunkowane są bezpośrednio na ich ewentualne zastosowania w różnych dziedzinach fizyki technicznej. W opracowaniu autor podsumowuje swoje najnowsze wyniki prac [14,16], sprowadzające się w pierwszym rzędzie do pełnej i spójnej analizy zjawiska niespekularnego odbicia od powierzchni ośrodka liniowego przy krytycznym kącie padania [14], a następnie do zdefiniowania i zbadania towarzyszących temu zjawisku niespekularnych efektów, które w przypadku nieliniowym posiadają własność bistabilności [16]. Chodzi tu przede wszystkim o bistabilne efekty dotychczas w literaturze nie znane, o własnościach wskazujących na potencjalną możliwość ich zastosowań w technice fotonicznej [15-16] i sensorowej [17]. Choć przedstawiona analiza numeryczna zagadnienia została ograniczona do przypadku granicy pomiędzy dwoma ośrodkami dielektrycznymi, to wyniki pracy można, przy pomocy formalizmu macierzy rozpraszania [18-19], uogólnić na przypadek dowolnej wielowarstwowej dielektrycznej struktury odbijającej.

Praca, oprócz wstępu, składa się z trzech części. W Części 2 naszkicowane są, w celu zdefiniowania pojęć dalej używanych lub stanowiących punkt wyjścia do dalszych uogólnień otrzymanych w pracy wyników, znane z literatury [20-50] podstawowe wiadomości dotyczące propagacji wiązek Gaussa, w szczególności własności przybliżenia przysiosowego i wiązek Gaussa-Hermita dowolnego rzędu. Zasadnicza treść pracy została zawarta w Części 3 i 4.

Problem niespekularnego oddziaływania pola EM z granicą pomiędzy dwoma liniowymi ośrodkami dielektrycznymi jest analizowany w Części 3 [51-156]. Termin "niespekularne oddziaływanie" wskazuje na skończoną szerokość

przekroju poprzecznego padającej wiązki pola EM - w pracy modelowanej modem podstawowym wiązki Gaussa-Hermita. Stąd problem niespekularnego odbicia można traktować jako zagadnienie dyfrakcji, gdzie na przykład skończona apertura geometrii układu jest zastąpiona skończoną szerokością wiązki pola EM w jej poprzecznym przekroju. Rozpatrywany jest dwuwymiarowy przypadek (zależność pola od dwu zmiennych przestrzennych w przestrzeni trójwymiarowej) padania wiązki z osrodka gęstszego optycznie pod kątami bliskimi i równymi kątowi granicznemu. W odróżnieniu od dotychczasowych przybliżonych wyników [51-142] rozwiązanie bazuje na dwupunktowym rozwinięciu współczynnika odbicia w szereg Taylora, co powoduje, że pozostaje ono w mocy również dla krytycznego kąta padania. Pole w otoczeniu osi wiązki jest reprezentowane z dowolną dokładnością przez nieskończony szereg, elementy którego wyrażają się przez funkcje elementarne i odpowiednie funkcje specjalne parabolicznego cylindra. W otoczeniu przysiosowym wiązki dokładność numerycznych obliczeń, które opierają się na zredukowaniu nieskończonych szeregów do sumy kilku ich pierwszych wyrazów, zależy już od stopnia skolimowania wiązki mierzonej stosunkiem szerokości jej talii do długości fali. Dla wiązki skolimowanej stosunek ten powinien być dużo większy od jedności. Jednakże jednym z podstawowych celów tej pracy jest zdefiniowanie i zbadanie charakterystycznych niespekularnych efektów odbicia, które, jako efekty typowo dyfrakcyjne, maleją wraz ze wzrostem szerokości wiązki. Stąd szczególnie przydatną cechą przedstawionego rozwiązania jest duża dokładność otrzymanych na jego podstawie wyników numerycznych również dla skolimowanych, ale już wąskich wiązek o szerokości w talii rzędu od osmiu do dwudziestu długości fali.

Pole  $V_r$  odbite od powierzchni granicznej można w ogólności przedstawić [34,36,103,105] w postaci rozkładu na wiązki Gaussa-Hermita  $\phi_n$  rzędu  $n$ ,

$$V_r = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \phi_n, \quad (1.1)$$

gdzie współczynniki  $a_n$  rozkładu zależą od kolejnych pochodnych fresnelowskiego współczynnika spekularnego odbicia. Sens zdefiniowanych w Rozdz.3 niespekularnych efektów deformacji wiązki sprowadza się do zastąpienia nieskończonego szeregu (1.1) jednym członem  $\phi_0$  zerowego rzędu o odpowiednio zmodyfikowanych charakterystycznych parametrach geometrycznych (położenie i szerokość talii, kierunek propagacji wiązki) i z odpowiednio

zmodyfikowanym współczynnikiem  $a_0$  (zespolona amplituda wiązki). Wyszczególnione modyfikacje parametrów wiązki  $\Phi_0$  definiują efekty niespekularnej deformacji wiązki odbitej, mierzone względem wiązki wyznaczonej zgodnie z prawami optyki geometrycznej. Podczas gdy geometryczne deformacje wiązki były, przynajmniej w sposób przybliżony, znane już wcześniej [69], to deformacje zespolonej amplitudy wiązki (w module i fazie) zostały dopiero ostatnio zdefiniowane przez autora w pracach [13-14]. Pozwalają one na zupełny opis wiązki odbitej w ramach przybliżenia Gaussa (z dokładnością do członów kwadratowych w odległości od osi wiązki) i są nieodzowne w analizie wiązek EM z ośrodkiem nieliniowym. Wybór pola padającego w postaci wiązki Gaussa-Hermita zerowego rzędu został przyjęty wyłącznie dlatego, że jest to najczęściej występująca postać pola generowanego w badaniach eksperymentalnych. Przedstawiona w pracy analiza pola można jednak również uogólnić na przypadek padania wiązki wyższego rzędu [Rozdz.2.4], przy czym deformacje pola odbitego zostałyby wtedy odniesione do wiązki tego samego rzędu.

W Części 4 pracy analizowane jest zagadnienie optycznej bistabilności (OB - optical bistability) na nieliniowej powierzchni granicznej (NI - nonlinear interface), oddzielającej dwa, w ogólności nieliniowe, ośrodki dielektryczne. Zagadnienie to ma dwa, niezależne od siebie aspekty. Pierwszy to poprawne i dokładne rozwiązanie odpowiedniego nieliniowego problemu brzegowego (Rozdz.4.2-3), drugi to zbadanie zjawiska bistabilności wszystkich zdefiniowanych w Rozdz.3 niespekularnych efektów. Dotychczas analizowano problem głównie w granicznym przypadku występowania lokalnej nieliniowości przy założonym padaniu fali płaskiej [184-186] i wiązki falowej [187-194]. Oddziaływanie wiązki EM o ograniczonym przekroju było badane przy pomocy numerycznej procedury znanej pod nazwą Beam Propagation Method (BPM) [159]. Jednak, ze względu na jej czasochłonność i konieczną w trakcie obliczeń dużą pojemność operacyjnej pamięci komputera, stosowanie tej metody wymaga dostępu do dużych, kosztownych komputerów typu np. Cray X-MP/48 [162]. Co więcej, możliwość poprawnego wykorzystania metody BPM w symulacji nieliniowego procesu z pamięcią, jakim jest bistabilne przełączanie optyczne, nie została jeszcze definitywnie wyjaśniona [187,189]. Dlatego też zachodzi konieczność opracowania nowej metody numerycznej umożliwiającej analizę postawionego problemu nieliniowego na komputerach typu PC. Poza tym, zjawisko niespekularnego odbicia (czy

transmisji) nie było dotychczas badane w kontekście NI. Ze wszystkich (sześciu) niespekularnych efektów odbicia od NI tylko jeden z nich - moduł współczynnika odbicia - był pośrednio badany numerycznie, mimo, że jego analityczna definicja, do czasu opublikowania pracy [14], nie była jeszcze znana.

Aktualność i wagę zagadnienia bistabilności NI nie sposób wyjaśnić bez nawiązania do zastosowań badanego już od dłuższego czasu zjawiska bistabilnego przełączania mocy z wiązki odbitej do wiązki przechodzącej (i na odwrót) na NI [157-163]. Zjawisko to służy za przykład potencjalnych możliwości nieliniowych układów optycznych w konstrukcji różnorodnych elementów fotonicznych, w szczególności planarnych, zintegrowanych elementów logicznych o subfemtosekundowych czasach przełączania [6,8,10,157-158,160-163]. Najbardziej, jak się wydaje, zaawansowany projekt takiego układu, pracującego w ramach dużej, zintegrowanej optycznej sieci logicznej, przedstawił ostatnio Cuykendall wraz z współpracownikami [160-162]. Podstawową bramkę logiczną takiej sieci stanowi element NI z dwoma sygnałami wejściowymi, w postaci dwu, spolaryzowanych liniowo i wzajemnie prostopadle, współosiowych wiązek padających, i z czterema sygnałami wyjściowymi w postaci dwu wiązek odbitych i dwu wiązek przechodzących. Sprzężony z NI odpowiedni liniowy polaryzator zapewnia odseparowanie sygnałów o różnych polaryzacjach. Z drugiej strony, współosiowość wiązek zapewnia fotoniczne sterowanie jednego sygnału przez drugi poprzez przełączanie NI ze stanu całkowitego wewnętrznego odbicia do stanu (prawie) całkowitej transmisji. Już przy mocy źródła światła rzędu jednego miliwata układ pracuje w konfiguracji kaskadowej kilku lub kilkunastu bramek logicznych w jednej płaszczyźnie padania. Sekwencja kilkunastu takich układów fotonicznych realizowana jest poprzez naprzemienne nakładanie warstw osrodka liniowego i nieliniowego o grubości od dziesiętnych części do kilku długości fali. Minimalne wymiary poszczególnych elementów sieci, jak również całego zintegrowanego układu, zależne są od długości fali pola EM i od parametrów charakteryzujących gaussofską wiązkę padającą (szerokość w talii wiązki, parametr dyfrakcyjny, czy też kąt rozbieżności wiązki). Jednakże energetyczne parametry przełączania NI zostały oszacowane [161] przy pomocy przybliżonej teorii działania NI [184-186], zakładającej padanie (zamiast wiązki Gaussa) fali płaskiej i lokalną nieliniowość typu Kerra. W świetle innych publikacji z

tego zakresu [166-169] wyżej wymienione upraszczające założenia zmieniają jakościowo przewidywane działanie praktycznie realizowanej NI z wiązki padająca o ograniczonej szerokości i mogą prowadzić do istotnych rozbieżności pomiędzy teoretycznym modelem NI, a jej fizyczną realizacją. Już najnowsza praca [162] projektodawców wspomnianej sieci logicznej, wskazuje, że są oni świadomi ograniczeń wynikających z przyjętych przez nich w analizie NI założeń. Wykorzystując numeryczną metodę BPM przeanalizowali oni działanie NI przy uwzględnieniu skończonego przekroju wiązki padającej i zjawiska dyfuzji w osrodku nieliniowym. Przeprowadzona przez nich symulacja numeryczna procesu odbicia od NI nie wykazała jednak występowania zjawiska optycznej bistabilności [162].

Działaniu NI, zależnie od użytych materiałów i konfiguracji układu, towarzyszy wiele zachodzących równoległe zjawisk fizycznych takich jak dyfrakcja, absorpcja i dysypacja energii, wysycenie i dyfuzja nieliniowości, samoogniskowanie (lub rozogniskowanie) się wiązki, samougłecie jej osi, pobudzenie nieliniowych fal powierzchniowych [6-9, 184-193]. Dokładny opis działania NI, uwzględniający jednocześnie wszystkie wymienione zjawiska, jest niezwykle utrudniony, głównie zresztą ze względu na brak właściwych programów numerycznych symulujących działanie NI. Dlatego, też szczególnie przy analizie niebadanych dotychczas efektów, jakimi są niespekularne deformacje wiązki odbitej, konieczne jest ograniczenie się do pewnego wyidealizowanego modelu NI uwzględniającego najistotniejsze aspekty jej działania. Na podstawie dotychczas opublikowanych wyników badań [157-200] można stwierdzić, że istnieją trzy podstawowe procesy charakteryzujące działanie NI:

- proces dyfuzji zmian nieliniowej podatności dielektrycznej osrodka, determinujący stopień nielokalności osrodka nieliniowego [162, 164-167],
- sprzężenie zwrotne pomiędzy optycznym sygnałem wyjściowym a nieliniowością osrodka [168-171, 176-179],
- zjawisko dyfrakcji, czyli wpływ skończonej szerokości przekroju poprzecznego wiązki padającej na działanie NI [162, 165, 167].

W pracy uwzględnione jest zjawisko dyfrakcji przy pełnej nielokalności osrodka (nieskończony zasięg dyfuzji) i wyłącznym udziale pola odbitego w sprzężeniu nieliniowym pomiędzy polem EM a podatnością dielektryczną osrodka nieliniowego. Zakłada się przy tym, że NI jest bezstratna i że



nieliniowość ośrodka nie podlega wysyceniu. Priorytet dla zjawiska dyfrakcji w kontekście tytułu pracy jest zrozumiały - efekty niespekularnego odbicia mogą być rozumiane jako rezultat wpływu skończonej szerokości padającej wiązki EM na proces jej oddziaływania z NI. Wybrany typ nieliniowości i nieliniowego sprzężenia wymagają szerszego komentarza.

W większości publikacji dotyczących NI [184-194] przyjmuje się model lokalnej nieliniowości typu Kerra. Jednakże ten typ nieliniowości ośrodka prowadzi do wielu zjawisk niepożądanych w konkretnych zastosowaniach technicznych NI. Zjawiska samoogniskowania (rozogniskowania), nieliniowo indukowanego ugięcia i wielokanałowej propagacji wiązki odbitej lub ugiętej na NI powodują zmniejszenie kontrastu przełączeń optycznych układu lub wręcz zatarcie bistabilnego charakteru jego działania [186-193]. To prawdopodobnie jest powodem występowania równoległe prac zarówno potwierdzających [184-190, 194], jak i przeczących [191-192] istnieniu optycznej bistabilności NI. Z drugiej jednak strony zastosowanie materiałów półprzewodnikowych ( $I_n$ Sb, GaAs, GaAs/GaAlAs) [164-165] w układach fotonicznych narzuca konieczność uwzględnienia zjawiska dyfuzji nośników ładunku w analizie działania tych układów [166-169]. Z makroskopowego punktu widzenia dyfuzja prowadzi do nielokalnej nieliniowości ośrodka; gdy zasięg dyfuzji jest większy od rzutu przekroju wiązki padającej na NI można w przybliżeniu założyć jednorodność nieliniowości ośrodka w obszarze oddziaływania pola z NI. Nawet dla skończonego zasięgu dyfuzji nielokalność ośrodka zwiększa zasięg i kontrast przełączeń nieliniowego układu [162, 167-169] i zmniejsza znaczenie takich niekorzystnych zjawisk jak samoogniskowe i generacja nieliniowych fal powierzchniowych. Stąd nielokalność ośrodka jest cechą pożądaną przy konstrukcji bistabilnych układów opartych na NI.

Nielokalny charakter nieliniowości ośrodka w NI pociąga za sobą znaczny wzrost natężeń pola padającego, przy których następuje przełączenie układu [167, 168]. Wartość maksymalnego natężenia z kolei ograniczona jest maksymalną mocą stosowanych źródeł pola EM (półprzewodnikowe diody laserowe) nie przekraczająca kilku miliwatów. Z tego też względu analizuje się możliwości użycia warstwowych, rezonansowych struktur nieliniowych jako fotonicznych elementów bistabilnych [170]. Krytyczne moce przełączające są w takich układach co najmniej o dwa rzędy wielkości niższe niż w przypadku

NI. Podobny efekt daje sprzężenie bistabilnego układu nieliniowego z zewnętrzną wnąką rezonansową [171-173]. Spełnia ona rolę nieliniowego rezonatora Fabry'ego-Perota, w którym nieliniowość wprowadzona została poprzez zastąpienie jednej z jego ścianek przez nieliniową strukturę odbijającą. W układzie NI - zewnętrzną wnąką rezonansową zasadniczej zmianie, w porównaniu z samodzielnie działającą NI, ulega sprzężenie zwrotne nieliniowego osrodka z polem odbitym. Podczas gdy w samodzielnej NI nieliniowość osrodka (typu Kerra) wiąże się z nateżeniem całkowitego pola na granicy dwu osrodków, to w przypadku sprzężenia z wnąką rezonansową nieliniowość zależy głównie od pola odbitego, wzmacnionego do wartości nateżeń znacznie przewyższających nateżenia pola padającego. W przypadku spełnienia warunku rezonansu dla wneli i dla kątów padania bliskich kąta krytycznego pole padające na układ NI-wnąką jest znikomo małe w porównaniu z polem odbitym (we wneli) i nieliniowe sprzężenie zwrotne wiąże podatność nieliniową osrodka wyłącznie z polem odbitym od NI. Obniża to znacznie progową moc wiązki padającej w punktach krytycznych układu i zwiększa kontrast zjawiska bistabilności. Z drugiej jednak strony układ NI po podłączeniu do zewnętrznej wneli rezonansowej staje się selektywny ze względu na długość fali pola i kąt padania [172].

Układ NI z nielokalną podatnością dielektryczną osrodka może być również realizowany przez typowe hybrydowe układy elektrooptyczne [174-181]. W 1981 roku Kaplan [180] przedstawił analizę hybrydowego układu nieliniowego typu NI w granicznym przypadku padania fali płaskiej i przewidział jego bistabilne działanie [180]. Zostało ono następnie eksperymentalnie potwierdzone na prostym układzie elektrooptycznym z laserem He-Ne jako źródłem padającej wiązki i kryształem  $KD^*P$  symulującym działanie osrodka nieliniowego poprzez elektrooptyczne sprzężenie jego przenikalności dielektrycznej z mocą wiązki odbitej [181]. W porównaniu z nielokalną NI z zewnętrzną wnąką rezonansową, hybrydowa NI jest układem o większych gabarytach i dłuższych czasach przełączania, ale za to nie wykazuje selektywności tak w długości fali pola jak i w kacie jego padania. Również problem zniszczenia nieliniowego kryształu przez duże gradienty temperatury wywołane polem EM w nieliniowych układach hybrydowych praktycznie nie istnieje.

Przyjęty w pracy model NI [16] nawiązuje do powyżej opisanych

fizycznych układów nielokalnej NI z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym. Pozwala on na uniezależnienie zjawiska bistabilności NI od innych zjawisk związanych z lokalnością ośrodka i jego zbadanie w ekstremalnie korzystnych dla jego wystąpienia warunkach. W takim modelu można jednoznacznie wykazać bistabilny charakter efektów niespekularnego odbicia na NI i powiązać zakres bistabilności i kontrast bistabilnych przełączeń ze zjawiskiem dyfrakcji.

Układ pracy uwzględni zamierzoną autonomię Części 2, 3 i 4. Posiadają one niezależną numerację rozdziałów, wzorów i rysunków. Spis literatury pozostaje wspólny dla wszystkich części pracy.

## 2. WIĄZKI GAUSSA

W tej części pracy przedyskutowane zostaną podstawowe zależności prowadzące do opisu pola EM w przybliżeniu przyosiowym o gaussowskim rozkładzie amplitudy w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji pola [20-50]. Wprowadzone zostaną wyjściowe przybliżenia równań Maxwella i przeskalowania zmiennych (Rozdz.2.1), przedstawione zostaną: reprezentacja pola w przybliżeniu przyosiowym (Rozdz.2.2), mod podstawowy wiązki Gaussa-Hermita (Rozdz.2.3) i mody Gaussa-Hermita wyższych rzędów (Rozdz.2.4).

### 2.1. DEFINICJE PODSTAWOWE

Podstawowymi równaniami w rozważaniach zawartych w tej pracy są makroskopowe równania Maxwella opisujące pole elektromagnetyczne ( $\underline{E}, \underline{H}$ ) w ośrodku izotropowym z harmoniczną zależnością od czasu typu  $\exp(-i\omega t)$ :

$$\nabla \times \underline{E} = i\omega\mu_0 \underline{H}, \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \underline{H} = -i\omega\epsilon_0(\epsilon + i(\sigma/(\omega\epsilon_0)))\underline{E} + \underline{J}, \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \underline{E}) = \rho/\epsilon_0, \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot (\mu \underline{H}) = 0, \quad (1.4)$$

gdzie  $\underline{E}, \underline{H}$  oznaczają, oprócz kilku szczególnie zaznaczonych w pracy przypadków, amplitudy pól niezależne od czasu

$$[\underline{E}, \underline{H}]^T = [\underline{E}, \underline{H}]^T \exp(-i\omega t), \quad (1.5)$$

ω oznacza częstotliwość drgań harmoniczných pola,  $\epsilon_0$  i  $\epsilon$  - przenikalności dielektryczne: bezwzględna w próżni i względna w ośrodku,  $\mu_0$  i  $\mu$  - analogiczne przenikalności magnetyczne,  $\sigma$  - przewodnictwo ośrodka,  $\rho$  i  $\underline{J}$  - gęstości ładunku i prądu elektrycznego.

Na wstępie konieczne jest poświęcenie paru uwag wprowadzonym w pracy przeskalowanym wielkościom bezwymiarowym. Analizowane będą rozwiązania układu (1.1-4) typu wiązek falowych, charakteryzujące się propagacją pola w wybranych kierunku (z) i, w odróżnieniu od przypadku propagacji fali

płaskiej, warunkiem zanikania eksponencjalnego amplitudy pola w płaszczyźnie  $(x, y)$  poprzecznej do kierunku propagacji. Podstawowym parametrem opisującym wiązkę falową o symetrii cylindrycznej jest najmniejsza szerokość  $w_0$  (w tali wiązki), zdefiniowana jako odległość, mierzona w płaszczyźnie poprzecznej  $(x, y)$ , na której amplituda pola maleje  $e^{-1}$  razy. W takim przypadku celowe jest wprowadzenie przeskalowania współrzędnych przestrzennych  $(x, y, z)$  o czynnik  $w_0^{-1}$ , to znaczy wprowadzenie przyporządkowania

$$x/w_0, y/w_0, z/w_0 \rightarrow x, y, z. \quad (1.6a)$$

Powyższe przeskalowanie pociąga za sobą w sposób naturalny przeskalowanie odpowiednich składowych wektora propagacji  $k$

$$k_x w_0, k_y w_0, k_z w_0 \longrightarrow k_x, k_y, k_z \quad (1.6b)$$

i długości fali

$$\lambda/w_0 \longrightarrow \lambda, \quad (1.6c)$$

związanych ze współzrzednymi  $(x, y, z)$  poprzez transformatę Fouriera

$$V(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{V}(k_x, y, z) \exp(ik_x x) dk_x, \quad (1.7)$$

$$\hat{V}(k_x, y, z) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} V(x, y, z) \exp(-ik_x x) dx, \quad (1.8)$$

dowolnej wielkości  $V$  zależnej od zmiennej poprzecznej  $x$ . Analogiczne przeskalowanie może zostać wprowadzone w przypadku zależności pola od drugiej zmiennej poprzecznej  $y$ . Na składowe pól będziemy również narzucać warunek unormowania w płaszczyźnie poprzecznej, np.:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} V_T V_T^* dx = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{V}_T \hat{V}_T^* dk_x = \text{const.}, \quad (1.9)$$

gdzie  $V_T$  oznacza składową poprzeczną pola E lub H. Z (1.7-9) wynika również przeskalowanie wielkości polowych

$$V_{W_0}^{1/2} \rightarrow V \quad (1.10)$$

i ich transformat Fouriera

$$V^*_{W_0}{}^{-1/2} \rightarrow V^* \quad (1.11)$$

Przeskalowania (1.5-6, 1.10-11) będą konsekwentnie używane w dalszym ciągu pracy.

Ze względu na skończoną szerokość wiązki falowej jej propagacja wiąże się ze zjawiskiem dyfrakcji, które jak się okazuje, staje się dominujące na odległościach (od talii wiązki do punktu obserwacji) większych od stosunku połowy promienia poprzecznego przekroju wiązki do długości fali (mierzonych w centru talii wiązki)

$$z_F = \frac{1}{2}k. \quad (1.12)$$

Wielkość  $z_F$  zwana jest dalej parametrem dyfrakcyjnym (znormalizowanym względem  $w_0$  zasięgiem Rayleigha lub Fresnela). Przyjmując położenie talii wiązki w początku układu współrzędnych, dla odległości wzdłuż osi propagacji mniejszych od parametru dyfrakcyjnego ( $z \leq z_F$ ), wiązka pozostaje w przybliżeniu skolimowana, to znaczy, posiada płaskie fronty falowe i stałą szerokość. Stąd zasadność wprowadzenia, używanej wymiennie ze współrzędną  $z$ , nowej zmiennej przestrzennej (przyjmujemy, że  $\partial \zeta / \partial z \approx 0 \approx \partial^2 \zeta / \partial z^2$ )

$$\zeta = z/z_F \quad (1.13)$$

i odpowiadającej jej częstości przestrzennej

$$k_\zeta = k_z z_F. \quad (1.14)$$

Zmienne  $\zeta$  i  $k_\zeta$ , odpowiednio na granicy skolimowania wiązki (w strefie Fresnela) i efektywnej szerokości widma wiązki, przyjmują wartość 1. W

rezultacie gradienty w (1.1-4) i Laplasjany w poniższych wzorach przyjmują następującą postać

$$\nabla \equiv (\partial_x, \partial_y, \partial_z) \equiv (\partial_T, \partial_z) \equiv (\nabla_T, z_F^{-1} \partial_\zeta), \quad (1.15a)$$

$$\nabla^2 \equiv (\partial_x^2, \partial_y^2, \partial_z^2) \equiv (\partial_T^2, \partial_z^2) \equiv (\nabla_T^2, z_F^{-2} \partial_\zeta^2). \quad (1.15b)$$

Ponizej zmienne  $z$  i  $\zeta$  będą używane wymiennie.

Powróćmy do równań Maxwella (1.1-4). Zakładamy przypadek ośrodka bezstratnego ( $\sigma=0$ ) bez prądów i ładunków  $J=0=\rho$ . Wykorzystując tożsamość

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{V}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{V}) - \nabla^2 \mathbf{V} \quad (1.16)$$

z równań (1.1-2) otrzymujemy

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = -\mu_0 (\nabla \ln \mu) \times (\nabla \times \mathbf{E}) - \epsilon_0 \nabla (\mathbf{E} \cdot \nabla \ln \epsilon), \quad (1.17)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = -\epsilon_0 (\nabla \ln \epsilon) \times (\nabla \times \mathbf{H}) - \mu_0 \nabla (\mathbf{H} \cdot \nabla \ln \mu), \quad (1.18)$$

gdzie

$$k = \omega (\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu)^{1/2} \quad (1.19)$$

oznacza liczbę falową w ośrodku. Przy wolnozmiennych (na odcinku rzędu długości fali [10]) stałych ośrodka

$$|\nabla \epsilon / \epsilon| \ll k; \quad |\nabla \mu / \mu| \ll k \quad (1.20)$$

równania (1.17-18) przechodzą w równania Helmholtza

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad (1.21)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0, \quad (1.22)$$

w ogólności z zależną od współrzędnych  $(x, y, z)$  liczbą falową  $k$ . Na mocy założenia (1.20) z (1.3-4) otrzymujemy ponadto

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (1.23)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \quad (1.24)$$

Równania (1.21-24) stanowią punkt wyjścia dla rozważań zawartych w następnych rozdziałach. Wraz z czynnikiem  $\exp(-i\omega t)$  opisują one, w ośrodku izotropowym i (w przybliżeniu) jednorodnym, pole harmonicznie zależne od czasu. Jednakże na przykład badanie stabilności ich rozwiązań wymaga nawiązania do nieharmonicznych przebiegów czasowych. Tak więc, gdy niezależnie od czynnika  $\exp(-i\omega t)$  amplitudy pól  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{H}$  również zależą od czasu, to w przybliżeniu wolnozmienną amplitudę dla pola  $\mathbf{E}$

$$|\delta_t^2 \mathbf{E}| \ll |2\omega \delta_t \mathbf{E}| \quad \text{lub} \quad |\delta_t^2 \mathbf{E}| \ll |\omega^2 \mathbf{E}| \quad (1.25)$$

i podobne dla pola  $\mathbf{H}$ , równania (1.21-22) przyjmują postać

$$2i(k/c)\delta_t \mathbf{E} = (\nabla^2 + k^2)\mathbf{E} \quad (1.26)$$

$$2i(k/c)\delta_t \mathbf{H} = (\nabla^2 + k^2)\mathbf{H} \quad (1.27)$$

gdzie  $c = \omega/k$  jest prędkością światła w ośrodku.

## 2.2. PRZYBLIŻENIE PRZYSIOWE

Podstawową cechą wiązki falowej jest skoncentrowanie energii pola w bezpośrednim otoczeniu osi wiązki (osi  $z$  lub  $\zeta$ ). Stąd uzasadniony jest przybliżony opis wiązki poprzez rozwiązanie równań Maxwella w otoczeniu osi propagacji pola. Bazująca na tej przestanie technika opisu pola w przybliżeniu przyosiowym [21-26] prowadzi do zastąpienia równań Maxwella parabolicznym równaniem Focka [27] dla pola EM o poprzecznej polaryzacji liniowej. Dla pola o symetrii cylindrycznej powyższą zamianę równań otrzymuje się poprzez podstawienie

$$\mathbf{V}(x, y, \zeta) = U_1(x, \zeta)U_2(y, \zeta)\exp[iz_F \int_0^\zeta \beta(\xi)d\xi], \quad (2.1)$$



gdzie  $\beta$  jest składową wektora falowego  $k$  mierzona na osi wiązki ( $x=0, y=0$ ), w ośrodkach niejednorodnych lub nieliniowych w ogólności zależna od zmiennej  $\zeta$ . Jednakże, na mocy równań Maxwella (1.1-4), założenie poprzecznej polaryzacji liniowej pola prowadzi do sprzeczności z założoną ograniczonością poprzecznego przekroju wiązki. Problem ten, po raz pierwszy analizowany przez Laxa i innych w pracy [22], zostanie poniżej naszkicowany dla przypadku ośrodka liniowego przy dopuszczalnej wolnozmiennnej cylindrycznej zależności współczynnika załamania od zmiennych przestrzennych ( $k=k(x, y, z)$ ).

Przedstawmy pole elektryczne ( $V=E$ ) lub magnetyczne ( $V=H$ ) w postaci iloczynu wolnozmiennnej (w zmiennej  $\zeta$ ) amplitudy  $U$  i szybkozmiennego czynnika fazowego zależnego od  $\beta$  i  $\zeta$ :

$$V(x, y, \zeta) = U(x, y, \zeta) \exp[i z_F \int_0^{\zeta} \beta(\xi) d\xi]. \quad (2.2)$$

Podstawienie (2.2) do równania Helmholtza prowadzi wtedy do równania

$$[\nabla_T^2 + z_F^{-2} \partial_{\zeta}^2 + i z_F^{-1} (2\beta \partial_{\zeta} + \partial \beta / \partial \zeta) + k^2 (1 - (\beta/k)^2)] U = 0, \quad (2.3)$$

gdzie amplitudę  $U$  pola traktuje się jako sumę jej składowej poprzecznej  $U_T$  i podłużnej  $U_z$

$$U = U_T + U_z. \quad (2.4)$$

Przyjmując, że szerokość wiązki w talii jest dostatecznie duża w stosunku do długości fali (wiązka dobrze skolimowana;  $z_F$  mierzona w punkcie  $(0, 0, 0)$ )

$$z_F = (1/2)k(0, 0, 0) \gg 1, \quad (2.5)$$

postulujemy poprawność zapisu pola poprzecznego w postaci szeregu potęgowego względem  $z_F^{-2}$

$$U_T = \sum_{s=0}^{\infty} z_F^{-2s} U_T^{(2s)}. \quad (2.6)$$

spełniającego warunki brzegowe

$$U_T^{(0)}(x, y, 0) = U_T(x, y, 0), \quad (2.7)$$

$$U_T^{(2s)}(x, y, 0) = 0, \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (2.8)$$

Podstawiając (2.6) do (2.3), uwzględniając zapostulowaną sła a zależność liczby falowej  $\beta$  od zmiennej  $\zeta$

$$\beta/z_F \cong 2, \quad (2.9)$$

$$|2\beta\partial U/\partial\zeta| \gg |U\partial\beta/\partial\zeta| \cong 0 \quad (2.10)$$

i porównując po obu stronach równania członów przy tej samej potędze  $z_F^{-2}$  otrzymujemy układ równań

$$[\nabla_T^2 + 2i(\beta/z_F)\partial_\zeta + k^2(1-(\beta/k)^2)]U_T^{(0)} = 0, \quad (2.11)$$

$$[\nabla_T^2 + 2i(\beta/z_F)\partial_\zeta + k^2(1-(\beta/k)^2)]U_T^{(2s+2)} = -z_F^{-2}\partial_\zeta^2 U_T^{(2s)} \quad (2.12)$$

Zerowy człon w rozwinięciu (2.7) spełnia równanie Focka (2.11) (dla ośrodka niejednorodnego) i stanowi poprzeczny składnik wolnozmiennnej amplitudy pola odpowiadający przybliżeniu przyosiowemu pola całkowitego. W ramach przybliżenia przyosiowego pole rekonstruowane jest w sposób ścisły tylko w jednej płaszczyźnie - płaszczyźnie warunków brzegowych (tu dla  $\zeta=0$ ); w innych płaszczyznach ściśle rozwiązanie równania (2.3) wymaga uwzględnienia członów rozwinięcia wyższych rzędów. Suma członów wyższych rzędów, które są rozwiązaniami równań rekurencyjnych (2.12), stanowi poprawkę do przybliżenia przyosiowego pola o polaryzacji poprzecznej. W celu wyznaczenia poprawki o polaryzacji podłużnej, z zerowania się dywergencji pól (1.23-24) otrzymujemy równanie wiążące składowe  $U_T$  i  $U_z$ .

$$\nabla_T U_T + z_F^{-1}(\partial_\zeta + iz_F\beta)U_z = 0. \quad (2.13)$$

Przedstawmy pole  $U_z$  w (2.13) w postaci rozwinięcia

$$U_z = \sum_{s=0}^{\infty} z_F^{-(2s+1)} U_z^{(2s+1)}. \quad (2.14)$$

Podstawiając (2.6) i (2.14) do (2.13) dochodzimy do następującego układu równań rekurencyjnych:

$$\partial U_z^{(2s+1)} / \partial \zeta + 1z_F^2 (\beta/z_F) U_z^{(2s+3)} = z_F \nabla_T U_T^{(2s+2)} \quad (2.15)$$

Tak więc składowa podłużna pola daje wkład do pola całkowitego  $U$

$$U \equiv U_T + U_z = U_T^{(0)} + z_F^{-1} U_z^{(1)} + z_F^{-2} U_T^{(2)} + z_F^{-3} U_z^{(3)} + \dots \quad (2.16)$$

w postaci sumy składników o wyłącznie nieparzystych potęgach  $z_F^{-1}$  i stąd pole  $U^{(0)}$  w przybliżeniu przyosiowym posiada wyłącznie polaryzację poprzeczną. Należy zaznaczyć, że podobną analizę można przeprowadzić przy uwzględnieniu nieliniowych efektów samooddziaływania pola, z tym że człon  $k^2(1-(\beta/k)^2)$ , jako zależny od pola, należy również przedstawić w postaci rozwinięcia względem ujemnych potęg  $z_F$  [22].

Reasumując, przybliżenie przyosiowe pola EM opisywane jest zerowym członem rozwinięcia składowej poprzecznej pola w szereg potęgowy (2.6). Składowa podłużna pola występuje wyłącznie jako poprawka do pola przyosiowego w postaci sumy członów szeregu (2.16) o nieparzystych potęgach  $z_F^{-1}$ . Analogiczna poprawka o polaryzacji poprzecznej tworzą człony szeregu (2.6) o niezerowych, parzystych potęgach  $z_F^{-1}$ . Dla dobrze skolimowanej wiązki, to znaczy przy spełnieniu warunku (2.5), wolnozmienna amplituda  $U$  pola spełnia w przybliżeniu przyosiowym równanie Focka (2.11), co z porównania równań (2.3) i (2.11) i przy uwzględnieniu (2.9-10) jest równoważne warunkowi:

$$|z_F^{-2} \partial_\zeta^2 U| \ll |2z_F^{-1} \beta \partial_\zeta U| \quad \text{lub} \quad |z_F^{-2} \partial_\zeta^2 U| \ll |\nabla_T^2 U|. \quad (2.17)$$

Problem dopuszcza rozdzielenie zmiennych

$$U(x, y, \zeta) = U_1(x, \zeta) U_2(y, \zeta) \quad (2.18)$$

i poprzeczną polaryzację liniową, co redukuje trójwymiarowy problem wektorowy opisywany równaniami (1.1-4) do skalarnego problemu dwuwymiarowego, rozumianego jako problem opisujący w trójwymiarowej przestrzeni  $(x, y, z)$  pole EM zależne tylko od dwu zmiennych przestrzennych,

na przykład od zmiennych  $x$  i  $z$ .

Istotny jest związek pomiędzy przybliżeniem przyosiowym, a znanym z teorii dyfrakcji przybliżeniem Fresnela. Zgodnie z tym przybliżeniem rozwiązanie ściśle skalarne problemu dyfrakcyjnego, opisywanego równaniem Helmholtza dla liniowego ośrodka jednorodnego ( $\beta=k$ ) z warunkiem brzegowym  $U(x_0, y_0, \zeta_0)$  w płaszczyźnie  $\zeta=\zeta_0$ , można zapisać w postaci splotu

$$U(x, y, \zeta) = \iint_{-\infty}^{+\infty} U(x_0, y_0, \zeta_0) h(x-x_0, y-y_0, \zeta-\zeta_0) dx_0 dy_0 \quad (2.19)$$

pola  $U$  w płaszczyźnie  $\zeta=\zeta_0$  i odpowiedzi impulsowej półprzestrzeni  $\zeta>0$

$$h(x, y, \zeta) = -i(\pi\zeta)^{-1} \exp[i(x^2 + y^2)/\zeta], \quad (2.20)$$

spełniające warunek zgodności reprezentacji (2.19)

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0^+} h(x, y, \zeta) = \delta(x)\delta(y). \quad (2.21)$$

Dla przyjętego, symetrycznego względem  $x$  i  $y$ , przeskalowania zmiennych założono powyżej symetrię cylindryczną, choć przytoczone wzory bez przeskalowania słuszne są również dla przypadku niesymetrycznego warunku brzegowego.

W przestrzeni transformacji Fouriera równania (2.19) i (2.20) sprowadzają się odpowiednio do równań

$$U^{**}(k_x, k_y, \zeta) = (2\pi)^2 U^{**}(k_x, k_y, \zeta_0) h^{**}(k_x, k_y, \zeta - \zeta_0), \quad (2.22)$$

$$h^{**}(k_x, k_y, \zeta) = (2\pi)^{-2} \exp[i\zeta(k_x^2 + k_y^2)/4]. \quad (2.23)$$

W przybliżeniu Fresnela (2.19-23) postać pola EM otrzymuje się poprzez paraboliczne przybliżenie równania dyspersyjnego

$$k_\zeta \approx kz_F - (k_x^2 + k_y^2)/4 \quad (2.24)$$

w ścisłym rozkładzie spektralnym rozwiązania równania Helmholtza (1.21-22)

$$V(x, y, \zeta) \exp[-ik_z \zeta] = \iint_{-\infty}^{+\infty} U^{\sim}(k_x, k_y, \zeta) \exp[i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y. \quad (2.25)$$

Stąd warunki przybliżenia przyosiowego (2.6) i (2.17), dla strefy Fresnela ( $\zeta \gg 1$ ) i dla ośrodka jednorodnego, są równoważne warunkowi

$$(k_x^2 + k_y^2)/k^2 \ll 1 \quad (2.26)$$

w przestrzeni częstości przestrzennych. Co więcej, jawna postać (2.22-23) transformaty Fouriera  $U^{\sim}$  wolnozmiennnej amplitudy pola w rozkładzie spektralnym (2.25) zapewnia spełnienie przez tę amplitudę równania Focka (2.11) w liniowym ośrodku jednorodnym, to jest dla  $\beta=k$ . Tak więc każde przybliżenie Fresnela rozwiązania  $V$  równań Maxwella (1.1-4) prowadzi, poprzez wydzielenie wolnozmiennnej amplitudy  $U$ , do rozwiązania równania Focka (2.11). Zerowy rząd przybliżenia przyosiowego pola liczonego w obszarze wyznaczonym przez nierówność

$$x^2 \ll 1 + \zeta^2 \quad (2.27)$$

jest w strefie Fresnela równoważny fresnelowskiemu przybliżeniu pola.

### 2.3. WIĄZKA GAUSSA - MOD PODSTAWOWY

Celem tego i następnego rozdziału jest przeanalizowanie reprezentacji pola EM w przybliżeniu przyosiowym, co sprowadzi się do zdefiniowania dogodnego układu funkcji bazowych (modów) w przestrzeni rozwiązań równania Focka (2.11); spełniających warunek całkowalności z kwadratem w dowolnym poprzecznym przekroju wiązki. Na funkcje bazowe nałożymy dodatkowo warunek eksponencjalnego zanikania w nieskończoności (w poprzecznym przekroju wiązki), prowadzący do zdefiniowania szczególnie wygodnego w zastosowaniach układu funkcji Gaussa-Hermita. W bieżącym rozdziale zdefiniujemy mod podstawowy  $\Psi_0$  Gaussa-Hermita, czyli wiązkę Gaussa; w Rozdz.2.4 zostaną

przedstawione mody wyższych rzędów.

W dalszych rozważaniach ograniczymy się do ośrodków jednorodnych. Ponieważ, jak wynika z Rozdz.2.2 przy rozwiązywaniu równań Maxwella (1.1-4) w przybliżeniu przyosiowym można stosować rozdzielenie zmiennych poprzecznych  $(x,y)$ , ograniczymy się odtąd do analizy problemu dwuwymiarowego ( $\partial_y=0$ ) o liniowej polaryzacji poprzecznej. Tak więc pole poprzeczne elektrycznie (TE;  $V=(E,0,0)$ ) lub pole poprzeczne magnetycznie (TM;  $V=(H,0,0)$ ), z wydzielonym szybkozmiennym czynnikiem fazowym

$$V(x, \zeta) = U(x, \zeta) \exp[ikz - \zeta] \quad (3.1)$$

spełnia w przybliżeniu przyosiowym równanie Focka

$$[\partial_x^2 + 4i\partial_\zeta]U(x, \zeta) = 0. \quad (3.2)$$

Zdefiniujemy rozwiązanie podstawowe  $\Psi_0$  równania (3.2) jako funkcję o gaussowskim rozkładzie w płaszczyźnie  $\zeta=0$

$$U(x, 0) = \Psi_0(x, 0) = C \exp[-x^2]. \quad (3.3)$$

Należy w tym miejscu zaznaczyć, że przy podstawieniu

$$z = tm/(2h) \quad (3.4)$$

równanie Focka (4.2) odpowiada równaniu Schrödingera

$$[\partial_x^2 + i(2m/h)\partial_t]U = 0, \quad (3.5)$$

z zadaniem warunkiem początkowym (3.3), na funkcję falową  $U$  swobodnego elektronu o masie  $m$ , gdzie  $h$  oznacza znormalizowaną stałą Plancka. Opierając się na tej analogii problem brzegowy (3.2-3) będziemy poniżej traktować również jako zagadnienie ewolucji (względem zmiennej  $\zeta$ ) funkcji falowej  $U(x, \zeta)$  z zadaniem warunkiem początkowym (3.3).

Dla dowolnej wartości  $\zeta$  postulujemy następującą postać  $\Psi^{(0)}$ :

$$U(x, \zeta) = \Psi_0(x, \zeta) = C \exp[2P(\zeta) - (x/v(\zeta))^2], \quad (3.6)$$

gdzie na funkcje  $P$  i  $v$  narzucamy warunki zgodności (3.6) z (3.3)

$$P(0) = 0, \quad (3.7)$$

$$v(0) = 1, \quad (3.8a)$$

a na zespoloną stałą  $C$  warunek unormowania

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_0|^2 dx = 1. \quad (3.9)$$

Podstawienie (3.6) do (3.1) i przyrównanie wyrazów przy jednakowych potęgach  $x$  prowadzi do równań

$$v^{-3} - 2i\delta_{\zeta}(1/v) = 0, \quad (3.10)$$

$$v^{-2} - 4i\delta_{\zeta}P = 0. \quad (3.11)$$

Po uwzględnieniu warunków początkowych (3.7-8) i warunku unormowania (3.9) z (3.10-11) otrzymujemy

$$v(\zeta) = (1+i\zeta)^{1/2}, \quad (3.12a)$$

$$P(\zeta) = -(1/2) \ln v, \quad (3.13)$$

$$C = (2/\pi)^{1/4}. \quad (3.14)$$

Mod podstawowy Gaussa-Hermita, czyli wiązkę Gaussa zapisujemy ostatecznie w postaci

$$\Psi_0(x, \zeta) = (2/\pi)^{1/4} v^{-1} \exp[-(x/v)^2]. \quad (3.15)$$

Transformata Fouriera funkcji  $\Psi_0$

$$\hat{\Psi}_0(k_x, \zeta) = (2\pi)^{-3/4} \exp[-(k_x/2)^2 - (1/4)k_x^2 \zeta] = (2\pi)^{-3/4} \exp[-(k_x v/2)^2] \quad (3.16)$$

posiada również rozkład gaussowski w zmiennej  $k_x$  o niezależnej od  $\zeta$  szerokości widma równej 4 i w przybliżeniu przyosiowym

$$k_\zeta \cong kz_F - k_x^{-2}/4 \quad (3.17)$$

wiąże się z poprzecznym rozkładem spektralnym na fale płaskie

$$V(x, \zeta) = (2\pi)^{-3/4} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(k_x/2)^2 + i(k_x x + k_\zeta \zeta)] dk_x \quad (3.18)$$

Wzór (3.15) wyraża, w dowolnej płaszczyźnie przekroju wiązki  $\zeta = \text{const.}$ , zależność rozkładu pola od zespolonego promienia wiązki  $v(\zeta)$ , spełniającej równanie

$$(d^2/d^2\zeta)v(\zeta) = 0, \quad (3.19)$$

z warunkami początkowymi w  $\zeta=0$ :

$$v(0) = 1; \quad [(d/d\zeta)v](0) = 1. \quad (3.8b)$$

Zespolony promień wiązki  $v$  tylko w talii wiązki ( $\zeta=0$ ) jest wielkością rzeczywistą. Wprowadzając dla dowolnego  $\zeta$  poprzez równanie

$$v^{-2} = (1 + i\zeta)^{-1} = w^{-2} - iz_F R^{-1} \quad (3.12b)$$

dwa rzeczywiste parametry wiązki: promień przekroju poprzecznego wiązki

$$w(\zeta) = vv^* = (1 + \zeta^2)^{1/2} \quad (3.20)$$

i promień krzywizny frontu falowego wiązki

$$R(\zeta) = z_F (vv^*)^2 / \zeta = z_F (\zeta + \zeta^{-1}), \quad (3.21)$$

uzupełnione fazą wiązki na jej osi ( $x=0$ )



$$\frac{1}{2} \eta(\zeta) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\zeta), \quad (3.22)$$

gdzie

$$\exp[-i\eta/2] = (v^*/v)^{1/2}, \quad (3.23)$$

otrzymujemy alternatywną postać zapisu wiązki Gaussa:

$$\Psi_0^*(k_x, \zeta) = (2/\pi)^{1/4} w^{-1/2} \exp[-i(\eta/2 - kx^2/(2R)) - (x/w)^2]. \quad (3.24)$$

Tak więc wiązkę gaussowska opisują według (3.24) trzy rzeczywiste parametry: szerokość wiązki  $2w(\zeta)$  (mierzona w dowolnym przekroju wiązki spadkiem jej amplitudy  $e^{-1}$  razy), promień krzywizny  $R(\zeta)$  jej frontu falowego i faza  $\eta(\zeta)/2$  pola mierzona na osi wiązki. Z szerokością wiązki wiąże się również jej czynnik amplitudowy  $[2/(\pi w^2(\zeta))]^{1/4}$  prowadzący do spełnienia warunku unormowania (3.9). Z zasady zachowania energii dla równań Maxwella można wykazać, że strumień mocy wiązki przenoszonej w kierunku  $\zeta$  wynosi

$$S_z = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[(ikz_F)^{-1} Z \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0 \delta_\zeta \Psi_0^* dx] \quad (3.25a)$$

gdzie  $Z$  stanowi admitancję  $(\epsilon_0 \epsilon \mu_0^{-1} \mu^{-1})^{1/2}$  lub impedancję  $(\epsilon_0^{-1} \epsilon^{-1} \mu_0 \mu)^{1/2}$  wewnętrzna ośrodka odpowiednio dla polaryzacji TE lub TM. Podstawiając (3.15) lub (3.24) do (3.25) otrzymujemy, przy założeniu (2.6) i przy spełnieniu warunku unormowania (3.9) stałą, niezależną od zmiennej  $\zeta$  wartość strumienia mocy wiązki

$$S_z = \frac{1}{2} Z. \quad (3.25b)$$

Zależność parametrów charakteryzujących wiązkę od odległości  $\zeta$  od talii wiązki można prześledzić na podstawie Tab.1. Jak widać z Tab.1 wiązka gaussowska w strefie bliskiej jest dobrze skolimowana i ma w przybliżeniu płaskie fronty falowe. W strefie Fresnela wiązka zaczyna być rozbieżna z wyraźnie parabolicznymi frontami falowymi

$$\frac{1}{2} \eta(\zeta) + z_F [k\zeta - x^2/R(\zeta)] = \text{const}, \quad (3.26)$$

w strefie dalekiej zaś kąt rozbieżności  $\varphi$  wiązki ustala się

$$\operatorname{tg} \varphi = \lim_{\zeta \rightarrow \infty} (w(\zeta)/\zeta) = 1, \quad (3.27)$$

a fronty falowe dla dużych  $\zeta$  stają się znowu płaskie. Również prędkość fazowa  $v_p$  wiązki

$$v_p = \omega / (kz_F - (1/2)\delta_\zeta \eta) = \omega / (kz_F - 2^{-1}(1+\zeta^2)^{-1}) > c/z_F \quad (3.28)$$

zależy od zmiennej  $\zeta$  i dla dowolnych wartości  $\zeta$  jest większa od prędkości  $c/z_F$  w zmiennej  $\zeta$ ) światła w osrodku.

Strefa:	Bliska	Fresnela	Daleka
$\zeta$	$\approx 0$	$\approx 1$	$\approx \infty$
$w(\zeta)$	1	$\sqrt{2}$	$\zeta$
$R(\zeta)$	$\infty$	2	$\infty$
$\frac{1}{2}\eta(\zeta)$	0	$\pi/4$	$\pi/2$

Tab.1. Wartość charakterystycznych parametrów wiązki gaussowskiej.

Należy w tym miejscu zaznaczyć, że istnieje również inna, komplementarna do używanej w tym opracowaniu, metoda analizy gaussowskich rozwiązań równania Focka (3.2), na którą w 1971 roku zwrócił uwagę Deschamps [30]. Zauważył on mianowicie, że wiązki Gaussa można otrzymać z funkcji Greena dla niejednorodnego równania Helmholtza ze źródłem punktowym poprzez translację w kierunku  $\zeta$  wektora położenia źródła o zespolone przesunięcie równe  $i$ , to znaczy poprzez podstawienie

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z_F^2 \zeta^2} \longrightarrow \sqrt{x^2 + y^2 + z_F^2 (\zeta - i)^2}. \quad (3.29a)$$

Otrzymujemy wtedy, w strefie Fresnela, poprzez przybliżenie

$$r \cong z_F [(\zeta-1) + (2z_F^2)^{-1}(x^2+y^2)/(\zeta-1)] \quad (3.29b)$$

nowa, "zespolona" postać funkcji Greena

$$r^{-1} \exp[ikr] \longrightarrow q^{-1} \exp[ikq + ik(x^2 + y^2)/(2q)], \quad (3.30)$$

gdzie zespolony promień krzywizny  $q$  wiąże się ze zdefiniowaną uprzednio zespoloną szerokością wiązki  $2v$

$$q(\zeta) = -iz_F v^2(\zeta) \quad (3.31)$$

i spełnia równanie

$$\frac{dq^2}{d\zeta^2} = 0, \quad (3.32)$$

z warunkami początkowymi

$$q(0) = -iz_F, \quad \frac{dq^2}{d\zeta^2} = z_F. \quad (3.33)$$

Funkcja Greena (3.30) opisuje, z dokładnością do stałego współczynnika, wiązkę gaussowską w przypadku trójwymiarowym. Na podstawie tego spostrzeżenia została następnie uogólniona teoria optyki geometrycznej co doprowadziło do wielu interesujących prac z teorii promieni zespolonych [29-32, 50]. Na bliski związek nowej teorii z klasyczną optyką geometryczną wskazuje między innymi fakt spełnienia przez zespolony promień krzywizny  $q$  reguły transformacji ABCD Kogelnika i Li [28],

$$q(\zeta) = \frac{Aq(\zeta_0) + B}{Cq(\zeta_0) + D}, \quad (3.34)$$

charakteryzujących układ optyczny w ramach optyki geometrycznej. W niniejszej pracy korzystamy z alternatywnego opisu pola poprzez jego poprzeczny rozkład spektralny (3.18), dlatego też metoda promieni zespolonych nie będzie tutaj szerzej omawiana.

## 2.4. WIAZKI GAUSSA-HERMITA WYŻSZYCH RZĘDÓW

Opisany w poprzednim rozdziale mod podstawowy Gaussa stanowi jedno z nieskończenie wielu rozwiązań równania Focka (3.2). W ogólnym przypadku pole skalarne

$$V(x, \zeta) = U(x, \zeta) \exp[ik_z F \zeta] \quad (4.1)$$

będące rozwiązaniem równania Helmholtza, można w przybliżeniu przyosiowym przedstawić w postaci szeregu

$$V(x, \zeta) = \exp[ik_z F \zeta] \sum_{n=0}^{\infty} a_n \psi_n(x, \zeta), \quad (4.2)$$

gdzie funkcje  $\psi_n$  spełniają równanie Focka

$$\mathcal{F}\psi_n = 0; \quad \mathcal{F} \equiv \partial_x^2 + 4i\partial_\zeta \equiv \partial_x^2 - 2v^{-1}\partial_v \quad (4.3)$$

w przestrzeni zmiennych  $(x, \zeta)$  oraz jego odpowiednik

$$\mathcal{F}'\psi_n = 0; \quad \mathcal{F}' \equiv -k_x^2 + 4i\partial_\zeta \equiv -k_x^2 - 2v^{-2}\partial_v \quad (4.4)$$

w przestrzeni liczb falowych  $(k_x, k_\zeta)$ , a współczynniki rozkładu  $a_n$  wyznaczone są poprzez zadany w płaszczyźnie  $\zeta=0$  warunek początkowy

$$V(x, 0) = U(x, 0). \quad (4.5)$$

Przyjmujemy, że funkcje  $\phi_n$ , jako funkcje od zmiennej  $x$ , są elementami przestrzeni Hilberta  $L_2^{(c)}(R^1)$  z metryką generowaną przez iloczyn skalarny

$$\langle \psi_n, \psi_m \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n \psi_m^* dx \quad (4.6)$$

i spełniają różniczkowe równanie własne

$$\mathcal{L}(x; \zeta)\psi_n(x, \zeta) = \chi_n \psi_n(x, \zeta) \quad (4.7)$$

o współczynnikach w ogólności zależnych od  $\zeta$ . Definiujemy operator  $\mathcal{L}^*$  sprzężony hermitowsko do  $\mathcal{L}$

$$\langle \mathcal{L}\Psi_n, \Psi_m \rangle = \langle \Psi_n, \mathcal{L}^*\Psi_m^* \rangle \quad (4.8)$$

i poprzez równanie własne

$$\mathcal{L}^*(x; \zeta)\Psi_n^*(x, \zeta) = \chi_m^*(\zeta)\Psi_m^*(x, \zeta) \quad (4.9)$$

również układ biortogonalnych funkcji własnych  $\Psi_n^*$  o amplitudach wyznaczonych przez związek ortonormalności

$$\langle \Psi_n, \Psi_m^* \rangle = \delta_{nm}. \quad (4.10)$$

który, jak wynika z równania ciągłości

$$\partial_x [(\partial_x \Psi_n)\Psi_m^* - \Psi_n(\partial_x \Psi_m^*)] + 4i\partial_\zeta [\Psi_n\Psi_m^*] = 0 \quad (4.11a)$$

dla równania Focka (4.3), jest jedną ze stałych całkowania dla tego równania, to znaczy

$$\partial_\zeta \langle \Psi_n, \Psi_m^* \rangle = 0. \quad (4.11b)$$

Z warunków początkowych (4.5) w płaszczyźnie  $\zeta=0$  otrzymujemy

$$U(x, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \Psi_n(x, 0), \quad (4.12)$$

co pozwala wyznaczyć współczynniki rozkładu

$$a_n = \langle U(x, 0), \Psi_n^*(x, 0) \rangle. \quad (4.13)$$

Obiektem naszych rozważań będą pewne zbiory rozwiązań  $\Psi_n$  równania Focka (4.3) generowane w podany poniżej sposób z podstawowej wiązki Gaussa  $\Psi_0$ . Ze względu na fakt, że równanie Focka (4.3) jest równaniem liniowym ze stałymi współczynnikami, rozwiązanie równania Focka można przedstawić w postaci splotu [38]

$$\Psi_n(x, \zeta) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f_n(x_0, \zeta_0) \Psi(x-x_0, \zeta-\zeta_0) dx d\zeta, \quad (4.14)$$

znanego rozwiązania (tu  $\Psi_0$ ) z dowolną funkcją  $f_n$  lub w równoważnej, różniczkowej postaci

$$\Psi_n(x, \zeta) = (2\pi)^2 \hat{f}_n(i\partial_x, i\partial_\zeta) \Psi_0(x, \zeta), \quad (4.15)$$

gdzie

$$\hat{f}_n(k_x, k_\zeta) = (2\pi)^{-2} \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, \zeta) \exp[i(k_x x + k_\zeta \zeta)] dx d\zeta. \quad (4.16)$$

Inaczej rzecz ujmując, fakt komutowania operatorów  $\partial_x$  i  $\partial_\zeta$  z równaniem Focka (4.3) sprawia, że każda funkcja będąca wynikiem działania tych operatorów na funkcję podstawową  $\Psi_0$  jest również rozwiązaniem równania Focka. W ogólnosci każdy operator  $\mathcal{D}$  komutujący z operatorem  $\mathcal{F}$

$$[\mathcal{D}, \mathcal{F}] = 0 \quad (4.17)$$

generuje, poprzez działania na  $\Psi_0$ , nowe rozwiązania równania Focka, na przykład

$$\Psi_n = \mathcal{D}^n \Psi_0 \quad (4.18)$$

i jego transformacie Fouriera

$$\hat{\Psi}_n = \mathcal{D}^n \hat{\Psi}_0 \quad (4.19)$$

Ponizej przedstawimy dwa, szczególnie przydatne w zastosowaniach, zbiory rozwiązań równania Focka.

### "Rzeczywiste" wiązki Gaussa-Hermita

Wprowadźmy operator

$$\mathcal{D}_R = -2[x + (v^*/2)^2] \partial_x \quad (4.20)$$

komutujący z operatorem Focka  $\mathcal{F}$ . Poprzez działanie na mod podstawowy  $\Psi_0$  kolejnymi potęgami tego operatora

$$\mathcal{D}_R^m = (v^*)^{2m} \exp[(x/v^*)^2] \partial_x^m \exp[(x/v^*)^2] \quad (4.21)$$

otrzymujemy kolejne nowe rozwiązania równania Focka

$$\Psi_m(x, \zeta) = (-2)^{-m} (m!)^{-1/2} \mathcal{D}_R^m \Psi_0(x, \zeta). \quad (4.22)$$

Wykorzystując własność wielomianów Hermita

$$(d/dy)H_m(y) - 2yH_m(y) = -H_{m+1}(y) \quad (4.23)$$

można równanie (4.22) sprowadzić do równowaznej postaci

$$\Psi_m(x, \zeta) = (2^m m!)^{-1/2} (v^*/v)^m H_m(\sqrt{2} x/(v v^*)) \Psi_0(x, \zeta). \quad (4.24)$$

Funkcje  $\Psi_m$ , ze względu na rzeczywisty argument występujących w (4.24) wielomianów Hermita, nazwane zostały "rzeczywistymi" wiązkami Gaussa-Hermita. Spełniają one w talii ( $\zeta=0$ ), równanie własne

$$\mathcal{L}_R \Psi_m \equiv -[(1/2)(d^2/dx^2) - 2x^2] \Psi_m(x, 0) = (2m+1) \Psi_m(x, 0), \quad (4.25a)$$

gdzie operator  $\mathcal{L}_R$  jest operatorem samosprzeżonym

$$\mathcal{L}_R^* = \mathcal{L}_R, \quad \Psi_m^* = \Psi_m, \quad (4.26)$$

z warunkiem ortonormalności

$$\langle \Psi_n, \Psi_m \rangle = \delta_{nm}. \quad (4.27)$$

W dowolnej płaszczyźnie  $\zeta = \text{const.}$  funkcja  $\Psi_0$  spełnia równanie

$$-[(v^*/2)(d^2/dx^2) - (2/v^2)x^2] \Psi_0 = \Psi_0, \quad (4.25b)$$

a funkcje wyższych rzędów  $\Psi_m$  spełniają już bardziej skomplikowane równanie. Tym niemniej, ze względu na zasadę zachowania strumienia mocy wiązki (4.11b), funkcje  $\Psi_m$  pozostają ortonormalne dla dowolnego  $\zeta$  i reprezentacja pola w postaci szeregu (4.2) pozostaje w mocy. W przestrzeni transformacji Fouriera po zmiennej przestrzennej  $k_x$  odpowiednio do (4.20-22) i (4.24) otrzymujemy

$$\mathcal{D}_R^- = i(-2\partial_{k_x} + v^* k_x) \quad (4.28)$$

$$\mathcal{D}_R^{m-} = -2i \exp[v^* k_x^2/4] \delta_{k_x}^m \exp[-v^* k_x^2/4], \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \Psi_m^-(k_x, \zeta) &= (-1)^m 2^{m/2} m! \mathcal{D}_R^{m-} \Psi_0^-(k_x, \zeta) \quad (4.30) \\ &= (i)^m \pi^{1/2} (2^m m!)^{-1/2} H_m(k_x/\sqrt{2}) \Psi_0^-(k_x, \zeta). \end{aligned}$$

Funkcje Gaussa-Hermita  $\Psi_m$  wyższych rzędów mają własności podobne do funkcji podstawowej  $\Psi_0$ . W szczególności, abstrahuując od poprawki fazowej .

$$-m\eta = -i \operatorname{Im} \ln(v^*/v) \quad (4.31)$$

posiadają ten sam co  $\Psi_0$  promień krzywizny  $R$  frontu falowego. Gaussowski rozkład pola  $\Psi_0$  w płaszczyźnie poprzecznej wiązki  $\zeta = \text{const.}$  jest w przypadku funkcji  $\Psi_m$  zmodulowany przestrzennie odpowiednim wielomianem Hermita  $H_m(\sqrt{2}x/w)$ , przy czym tak zespolony  $v(\zeta)$  jak i rzeczywisty  $w(\zeta)$ , promień wiązki jest niezależny od rzędu  $m$  wiązki. Tak więc amplitudowy rozkład pola w płaszczyźnie przekroju wiązki jest funkcją parzystą (nieparzystą) dla wiązek o parzystym (nieparzystym) rzędzie  $m$  wyznaczającym ilość zer funkcji rozkładu. Ze względu na przeskalowanie argumentu wielomianu Hermita względem  $w(\zeta)$  położenie tych zer zależy od wyboru płaszczyzny przekroju wiązki. Widmo wiązki [4.30] posiada podobne charakterystyki amplitudowe z tym, że położenie zer widma nie zależy już od  $\zeta$ . Zależna od rzędu wiązki poprawka fazowa  $\eta_m$  ustala się w polu dalekim i wynosi

$$-\eta_m = -(m + 1/2) \eta_{\zeta \rightarrow \infty} = -(m + 1/2) \pi/2. \quad (4.32)$$

Ponieważ efektywna liczba falowa  $k_{ef}$  wiązki



$$\int_0^{\zeta} k_{ef}(\zeta) d\zeta = k_{\zeta} \zeta - (m + 1/2) \eta(\zeta) \quad (4.33)$$

maleje wraz z rzędem wiązki, prędkość fazowa wiązki wzrasta wraz z jej rzędem. "Rzeczywiste" funkcje Gaussa-Hermita  $\Psi_n$  rozpinają przestrzeń rozwiązań równania Focka w  $L_2^{(c)}(R^1)$  i są, jako układ funkcji ortonormalnych, szczególnie przydatne w analizie pola w laserowych wnękach rezonansowych [28].

### "Zespolone" funkcje Gaussa-Hermita

Przedstawione powyżej funkcje Gaussa-Hermita wyższych rzędów wykazują brak symetrii argumentów funkcji Gaussa i wielomianów Hermita. Po raz pierwszy, w 1973 roku, zwrócił na to uwagę Siegman [34], on też zdefiniował nową klasę rozwiązań równania Focka (4.3), których użyteczność została następnie potwierdzona w analizie oddziaływań wiązek Gaussa z nieciągłościami osrodka [36], czy też w formalizmie promieni zespolonych [33].

"Zespolone" funkcje Gaussa-Hermita  $\phi_m$  otrzymuje się poprzez  $m$ -krotne różniczkowanie po zmiennej  $x$ , modu podstawowego  $\psi_0$

$$\phi_m(x, \zeta) = C_m (-1)^m \partial_x^m \psi_0(x, \zeta), \quad (4.34)$$

gdzie wartość stałej  $C_m$  wynika z odpowiedniego warunku unormowania. Funkcje  $\phi_m$  przybierają wtedy postać

$$\phi_m(x, \zeta) = C_m v^{-m} H_m(x/v) \psi_0(x, \zeta), \quad (4.35)$$

z odpowiednią transformata Fouriera

$$\phi_m^*(k_x, \zeta) = C_m (-1)^m (ik_x)^m \hat{\psi}_0(x, \zeta), \quad (4.36)$$

gdzie argument zarówno wielomianu Hermita jak i funkcji Gaussa w (4.35) równy jest zmiennej  $x$  przeskalowanej przez wielkość zespoloną  $v$ . Choć współczynniki równania własnego [34].

$$\mathcal{L}_C \phi_m \equiv -[(v^2/2)(d^2/dx^2) + x(d/dx)]\phi_m = (m+1)\phi_m \quad (4.37)$$

funkcji  $\phi_m$  zmieniają się wraz z położeniem wybranej płaszczyzny przekroju wiązki  $\zeta = \text{const.}$ , to nadal zasada zachowania strumienia mocy wiązki (4.11) pozostaje w mocy. Ponieważ operator  $\mathcal{L}_C$  nie jest symetryczny funkcje  $\phi_m^*$  dualne do  $\phi_m$  spełniają różne od (4.37) równanie własne

$$\mathcal{L}_C^* \phi_m^* \equiv -[(v^{*2}/2)(d^2/dx^2) - x(d/dx)]\phi_m^* = (m+1)\phi_m^* \quad (4.38)$$

będące równaniem wielomianów Hermita o argumentie  $x/v^*$ . Stąd przyjmując

$$\phi_m^*(x, \zeta) = C_m H_m(x/v^*) \quad (4.39)$$

warunek biortonormalności

$$\langle \phi_m, \phi_n^* \rangle = \delta_{mn} \quad (4.40)$$

na mocy tożsamości

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_m^2(x) e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} 2^m m! \quad (4.41)$$

wyznaczają wartość stałej  $C_m$

$$C_m = 2^{-(m+1/2)/2} (m!)^{-1/2} \quad (4.42)$$

Funkcje  $\phi_n$  rozpinają w  $L_2^{(c)}(R^1)$ , alternatywnie do funkcji  $\psi_n$ , przestrzeni całkowalnych z kwadratem rozwiązań równania Focka (4.30) [34]. Ze względu na argument zespolony w wielomianach Hermita charakterystyki amplitudowe i fazowe tych funkcji różnią się od charakterystyk funkcji  $\psi_n$ . W szczególności ich fronty fazowe nie są paraboliczne i są różne od zera w dowolnym przekroju wiązki z wyjątkiem talii wiązki ( $\zeta=0$ ), gdzie argument  $(x/v)$  jest wielkością rzeczywistą. Z tego też względu nie są one szczególnie przydatne w analizie wnek rezonansowych ze sferycznymi zwierciadłami. Z drugiej strony, pojawiają się one w sposób naturalny w rozwiązaniach zagadnienia odbicia i transmisji wiązki gaussowskiej na granicy dwu dielektryków [36]. Należy w tym miejscu podkreślić, że układy

funkcji  $\psi_n$  i  $\phi_n$  nie są jedynymi, jakie są wykorzystywane w różnorodnych zagadnieniach propagacji i rozpraszania [35,37-38]. Kryterium, które decyduje o przydatności takiego czy innego układu zupełnego rozwiązań równanie Focka w analizie konkretnego zagadnienia, jest możliwość aproksymacji pełnego rozkładu pola przez sumę kilku, a czasem nawet przez tylko jedną specjalnie w tym celu dobraną funkcję bazową typu Gaussa-Hermita.

Przeanalizowane w tym rozdziale zagadnienia stanowią jedynie część szerszego zagadnienia generacji, propagacji i rozpraszania pola EM o gaussowskim rozkładzie amplitudy. Na przykład, prowadzone są obecnie prace nad gaussowskimi paczkami falowymi [39-42,50], ściśle gaussowskimi rozwiązaniami równania Helmholtza [43-44], czy też nad nadal aktualnymi problemami generacji [35,49] i propagacji [21-22,45-47] wiązek Gaussa w ośrodkach niejednorodnych i nieliniowych. Tego typu zagadnienia wychodzą jednak poza zakres niniejszego opracowania i nie będą tutaj szerzej omawiane.

## DODATEK 2.A

### WIELOMIANY I FUNKCJE HERMITA

Poniżej wymienione są podstawowe własności wielomianów i funkcji Hermita [48].

#### Wielomiany Hermita

Definicja:

$$H_n(y) = (-1)^n \exp[y^2] (d^n/dy^n) \exp[-y^2] = n! \sum_{m=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \frac{(-1)^m (2y)^{n-2m}}{m! (n-2m)!} \quad (\text{A.1})$$

$$H_0(y) = 1, \quad H_1(y) = 2y, \quad H_2(y) = -2 + 4y^2, \quad H_3(y) = -12y + 8y^3 \quad (\text{A.2})$$

Równanie własne:

$$[-(d^2/dy^2) + 2y(d/dy)]H_n(y) = 2nH_n(y) \quad (\text{A.3})$$

Wzory rekurencyjne:

$$H_{n+1}(y) - 2yH_n(y) + 2nH_{n-1}(y) = 0 \quad (\text{A. 4})$$

$$(d/dy)H_n(y) = 2nH_{n-1}(y); \quad H_{-1} = 0 \quad (\text{A. 5})$$

Tożsamość całkowa:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_n^2(y) \exp[-y^2] dy = 2n \int_{-\infty}^{+\infty} H_{n-1}^2(y) e^{-y^2} dy \quad (\text{A. 6})$$

### Funkcje Hermita

Definicja:

$$h_n(y) = C_n H_n(y) \exp[-y^2/2]; \quad C_n = 2^{-n/2} \pi^{-1/4} (n!)^{-1/2} \quad (\text{A. 7})$$

Wzory rekurencyjne:

$$\mathcal{L}^+ h_n(y) = (n+1)^{1/2} h_{n+1}(y) \quad (\text{A. 8})$$

$$\mathcal{L}^- h_n(y) = n^{1/2} h_{n-1}(y) \quad (\text{A. 9})$$

$$\mathcal{L}^+ \mathcal{L}^- h_n(y) = n h_n(y) \quad (\text{A. 10})$$

gdzie

$$\mathcal{L}^\pm = 2^{-1/2} (y \mp d/dy) \quad (\text{A. 11})$$

$$[\mathcal{L}^-, \mathcal{L}^+] = 1 \quad (\text{A. 12})$$

Równania własne:

$$(y^2 - (d^2/dy^2)) h_n(y) = (2n+1) h_n(y) \quad (\text{A. 13})$$

Transformata Fouriera:

$$h_n^*(k) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} h_n(y) \exp(iky) dy = i^n (2\pi)^{-1/2} h_n(k) \quad (\text{A. 14})$$

Ortonormalność:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_n(y) h_m(y) dy = \delta_{nm} \quad (\text{A. 15})$$

Inne tożsamości:

$$H_n(-id/dy) \exp[-y^2/2] = i^n h_n(y) \quad (\text{A. 16})$$

$$\exp[-(s+y)^2] = \exp[-y^2/2] \sum_{n=0}^{\infty} s^n (n! C_n)^{-1} h_n(y) \quad (\text{A. 17})$$

Funkcje Hermita  $h_n$ ,  $n=0,1,2,\dots$  stanowią bazę ortonormalną w przestrzeni  $L_2(\mathbb{R}^1)$  funkcji rzeczywistych całkowalnych z kwadratem, to znaczy dla każdej  $U \in L_2(\mathbb{R}^1)$

$$U(y) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(U) h_n(y), \quad (\text{A. 18})$$

gdzie współczynnik Fouriera

$$a_n(U) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(y) h_n(y) dy, \quad (\text{A. 19})$$

spełniają tożsamość Parsewala

$$|U|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} |a_n(U)|^2. \quad (\text{A. 20})$$

Podobnie, funkcje  $h_n$  tworzą również bazę w przestrzeni  $S$  (funkcji Schwarz'a, to jest funkcji nieskończenie wiele razy różniczkowalnych i zbiegających w

nieskonczoności wraz z pochodnymi szybciej niż dowolna potęga  $y$ ), gdzie współczynniki Fouriera spełniają wtedy warunek

$$\sum_{n=0}^{\infty} |a_n(U)|^2 n^{2m} < \infty; \quad U \in S; \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.21})$$

### 3. ODDZIAŁYWANIE WIĄZKI GAUSSA Z DIELEKTRYCZNĄ POWIERZCHNIĄ GRANICZNĄ PRZYPADEK LINIOWY

Część trzecia pracy poświęcona jest sformułowaniu (Rozdz.3.1), rozwiązaniu (Rozdz.3.2) i analizie (Rozdz.3.3-3.6) rozwiązania zagadnienia odbicia wiązki gaussowskiej od powierzchni granicznej dzielącej dwa liniowe ośrodki dielektryczne. Rozpatrywany jest przypadek dwuwymiarowy o polaryzacji liniowej i kącie padania równym lub bliskim kąta granicznego. Stosując metodę analizy spektralnej otrzymano analityczne rozwiązanie, które, w odróżnieniu od dotychczasowych rezultatów, jest ściśle przy krytycznym kącie padania. W ramach przybliżenia Gaussa zinterpretowano rozwiązanie w języku niespekularnych efektów deformacji wiązki. Otrzymano dokładne wyrażenia na geometryczne deformacje wiązki, zdefiniowano i przeanalizowano dotąd nie znane deformacje amplitudy i fazy wiązki, i współczynnik niespekularnej propagacji wiązki. Przedstawiono metodę numerycznej analizy dyskutowanego zagadnienia i wskazano na różnice pomiędzy otrzymanymi rezultatami, a wynikami dotychczas prowadzonych w tej dziedzinie badań [51-156].

#### 3.1. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU LINIOWEGO

W przypadku ogólnym rozpatrywany problem odbicia można ująć jako odbicie wiązki pola EM od granicy ( $x=0$ ) pomiędzy dwoma dielektrykami o różnych stałych dielektrycznych. Padająca wiązka charakteryzuje się dwuwymiarowym skończonym przekrojem poprzecznym (do kierunku propagacji  $z_1$ , o współrzędnych poprzecznych  $x_1$  i  $y_1$ ), to znaczy, że rozkład amplitudy pola jest skoncentrowany w otoczeniu osi wiązki  $z_1$ , przy czym funkcyjny przebieg tego rozkładu niekoniecznie musi być gaussowski. Nie nakłada się również żadnych ograniczeń na polaryzację padającego pola. Rozwiązanie ma stanowić rozkład odbitego pola EM w dowolnym punkcie półprzestrzeni nad powierzchnią graniczną. Choć tak ogólnie sformułowany problem opisuje wszystkie zjawiska, jakie w procesie odbicia zachodzą, to jednak nie wydaje się on być problemem sformułowanym właściwie.

Nawet pobieżny przegląd opublikowanych wyników badań z zakresu niespekularnego odbicia [11-19,51-148] wskazuje, że analiza tak

postawionemu problemu musiałaby prowadzić do rozwiązania o skomplikowanej matematycznej postaci, zawierającej opis wielu, równolegle występujących zjawisk fizycznych towarzyszących odbiciu. Należy w tym miejscu podkreślić, że nie chodzi tu bynajmniej o rozwiązanie formalne, na przykład w postaci rozkładu spektralnego pola, które, przynajmniej dla przypadku liniowego, zawsze można podać w postaci całkowej, ale o rozwiązanie analityczne lub takie, które łatwo można podać wystarczająco dokładnej obróbce numerycznej. Przyjętym tutaj kryterium przydatności takiego rozwiązania jest możliwość jego numerycznej analizy na komputerze typu PC AT (wystarczająca pojemność pamięci) i przy czasie obliczeń jednego punktu pomiarowego nie większym niż kilka minut. Poza tym, takie rozwiązanie powinno mieć formę dogodną dla czytelnej interpretacji zachodzących w procesie odbicia zjawisk, które nie wszystkie przecież w sposób równorzędny ten proces charakteryzują i nie wszystkie też mają jednakowe znaczenie dla jego ewentualnych zastosowań. Stąd istnieje potrzeba zrezygnowania z ogólności powyżej postawionego problemu poprzez nałożenie trzech dodatkowych ograniczeń na ogólność jego sformułowania.

Po pierwsze, wyniki badań wskazują [67], że zmiana przebiegu funkcji poprzecznego rozkładu pola padającego - przy przyjętym założeniu o koncentracji energii pola w otoczeniu osi wiązki - nie pociąga za sobą zmian jakościowych w rozkładzie pola odbitego. Stąd wystarczy ograniczyć się wyłącznie do analizy przypadku padania pola o gaussowskim poprzecznym rozkładzie amplitudy. Ponadto, ze względu na potencjalne zastosowania, rozpatrywane będzie tylko padanie modu podstawowego wiązki Gaussa, choć uogólnienie na mody wyższych rzędów nie nastrecza większych trudności. Co więcej, istotne znaczenie dla procesu odbicia ma pole w punktach o jego największych wartościach natężenia, czyli w otoczeniu osi wiązki. Dlatego też końcowa interpretacja otrzymanego rozwiązania ograniczymy wyłącznie do obszarów przysiółkowych pola padającego i pola odbitego.

Po drugie, metoda rozdzielania zmiennych, przedstawiona w Części 2 dla osrodka o ciągłym rozkładzie przenikalności dielektrycznej, obowiązuje również w przypadku odbicia wiązki na granicy dwu osrodków [55]. Dlatego problem trójwymiarowy można sprowadzić do dwóch dwuwymiarowych problemów; jednego w płaszczyźnie padania  $(x,z)$  i drugiego w płaszczyźnie  $(y,z)$  do niej poprzecznej. Również dowolna polaryzacja wiązki prowadzi w ogólnym



przypadku do różnych, nierównorzędnych pod względem ich wielkości efektów odbicia. Jak wynika z pracy [111] można wyróżnić cztery podstawowe stany polaryzacji pola padającego prowadzące do czterech, ortogonalnych stanów przesunięcia Goos-Hänchena pola odbitego. Dwa pierwsze z nich to polaryzacje liniowe TE i TM prowadzące do efektów niespekularnych typu przesunięcia Goos-Hänchena w płaszczyźnie padania wiązki  $(x, z)$ ; dwie pozostałe to polaryzacje kołowe - prawoskrotna i lewoskrotna (w polu zanikającym w rzadszym ośrodku), prowadzące do podobnych efektów w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania [55, 91, 111, 116, 118, 126, 130, 131, 134, 142], jednakże o wartościach o co najmniej jeden rząd wielkości mniejszych niż wartości deformacji w płaszczyźnie padania. Tak więc niespekularne deformacje wiązki dla dwuwymiarowego problemu o polaryzacji TE i TM pozostają również głównymi, charakterystycznymi deformacjami w problemie trójwymiarowym o polaryzacji różnej od polaryzacji kołowej. Inaczej rzecz ujmując, trójwymiarowy problem o polaryzacji liniowej można, przynajmniej jakościowo, opisać analizując problem dwuwymiarowy TE lub TM i wobec tego tylko taki będzie poniej rozpatrywany.

Po trzecie należy podkreślić, że podstawowym zjawiskiem fizycznym, prowadzącym do znacznych deformacji wiązki odbitej jest pobudzenie przez wiązkę padającą fali bocznej [51, 52] - prowadzonej wzdłuż powierzchni granicznej. Pobudzenie to zachodzi przy padaniu wiązki z ośrodka optycznie gęstszego, tj. o większym współczynniku załamania  $n_0$  od współczynnika  $n_1$  drugiego, rzadszego ośrodka ( $n_1 \leq n_0$ ), przy kącie padania  $\theta_1$  bliskim kąta krytycznego

$$\theta_c = \arcsin(n_1/n_0) \quad (1.1a)$$

Właśnie oddziaływanie fali bocznej z geometrycznie odbita od powierzchni wiązka jest interpretowane jako niespekularne deformacje tej wiązki. Stąd tylko przypadek padania z ośrodka gęstszego o kącie padania  $\theta_1$  bliskim  $\theta_c$  będzie analizowany w tej pracy, przy czym będzie nas interesował tylko przypadek wystarczająco dużego kontrastu optycznego pomiędzy ośrodkami, to znaczy przypadek kąta krytycznego różniącego się od kąta prostego bardziej niż kąt rozbieżności wiązki  $2/k$ :

$$\theta_c + 2/k < \pi/2 \quad (1.1b)$$

gdzie  $k$  jest znormalizowana liczba falowa wiązki padającej.

Przyjmijmy zatem, że w przestrzeni trójwymiarowej  $(x, y, z)$  na powierzchni  $(x=0)$  rozgraniczająca dwa ośrodki dielektryczne o współczynnikach załamania odpowiednio  $n_0$  i  $n_1$ ,  $n_0 \geq n_1$ , pada, z ośrodka gęstszego optycznie harmonicznie zależne od czasu ( $\sim \exp(-i\omega t)$ ) - pole EM  $V_1$  o polaryzacji liniowej TE ( $V_1 = (0, E, 0)$ ) lub TM ( $V_1 = (0, H, 0)$ ) w postaci modu podstawowego wiązki gaussowskiej. W swoich współrzędnych wewnętrznych  $(x_1, z_1)$  (patrz Rys. 3.1) pole padające

$$V_1(x_1, z_1) = U_1(x_1, z_1) \exp[ikz_1] \quad (1.2)$$

wyraża się poprzez wolnozmienne amplitudę modu podstawowego wiązki Gaussa

$$U_1(x_1, z_1) = C_1 (2/\pi)^{1/4} v_1^{-1} \exp[-(x_1/v_1)^2] \quad (1.3)$$

wyznaczona w każdym punkcie  $(x_1, z_1)$  poprzez zespoloną szerokość wiązki  $2v_1$ ,

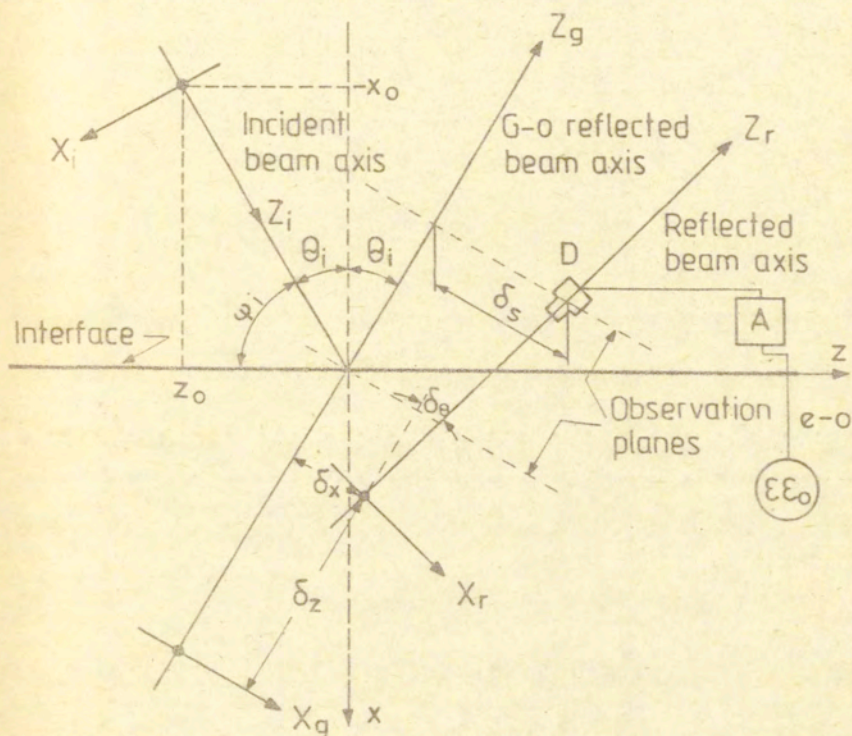
$$v_1 = 1 + iz_1/z_F; \quad z_F = k/2 \quad (1.4)$$

i zespoloną amplitudę wiązki  $C_1$ , gdzie  $k$  oznacza unormowaną względem  $\omega_0$  liczbę falową pola w ośrodku gęstszym ( $x < 0$ ),  $z_F$  - unormowany parametr dyfrakcyjny, a  $\omega_0$  - szerokość talii padającej wiązki. Wiazka w otoczeniu talii jest dobrze skolimowana, to znaczy

$$z_F \gg 1 \quad (1.5)$$

Os wiązki  $z_1$  tworzy z normalną do powierzchni  $x=0$  kąt padania  $\theta_1$  bliski lub równy kątowi krytycznemu  $\theta_c$ . Położenie środka talii wiązki w punkcie  $(x=-x_0, z=z_0)$  determinuje zbieżność wiązki na powierzchni granicznej. Dla  $x_0 > 0$  wiązka padająca jest rozbieżna, w przeciwnym przypadku ( $x_0 < 0$ ) zbieżna.

Pole całkowite  $V$  wyrażające się poprzez sumę pola padającego  $V_1$  i pola odbitego  $V_r$ .



Rys 3.1. Geometria powierzchni granicznej i składników  $V_1$ ,  $V_g$  i  $V_r$  pola EM w ich przybliżeniach przyosiowych. Centra tali w wiązek  $V_1$ ,  $V_g$  i  $V_r$  położone są w początkach odpowiednich układów współrzędnych  $(x_1, z_1)$ ,  $(x_g, z_g)$  i  $(x_r, z_r)$ ; układ D - detektor, A - wzmacniacz zapewnia elektrooptyczne (e-o) sprzężenie zwrotne w przypadku nieliniowej powierzchni hybrydowej.

$$V = V_i + V_r, \quad \text{dla } x < 0 \quad (1.6a)$$

w górnym osrodku, poprzez pole ugięte  $V_t$

$$V = V_t, \quad \text{dla } x > 0 \quad (1.6b)$$

w dolnym osrodku, spełnia dla  $x \neq 0$  równanie Helmholtza

$$[\nabla^2 + k^2]V = 0, \quad \text{dla } x < 0, \quad (1.7a)$$

$$[\nabla^2 + k^2 n^2]V = 0, \quad \text{dla } x > 0 \quad (1.7b)$$

i warunek wypromieniowania w nieskonczoności

$$|U(x, z)| \rightarrow 0, \quad \text{gdy } x^2 + y^2 \rightarrow \infty, \quad (1.8)$$

gdzie oprócz składowej pola padającego  $V_i$  wszystkie inne składowe mają postać wiązek wybiegających z punktu przecięcia osi wiązki padającej z płaszczyzną  $x=0$ . Ponadto na powierzchni granicznej pole całkowite spełnia odpowiednie warunki ciągłości

$$U(x^{-}, z) = U(x^{+}, z), \quad (1.9)$$

$$(\partial_x U)(x^{-}, z) = (Z/n)(\partial_x U)(x^{+}, z), \quad (1.10)$$

gdzie

$$Z = Z_1/Z_0, \quad (1.11)$$

$$Z_j = \begin{cases} (\epsilon_j/\mu_j)^{1/2}, & \text{dla polaryzacji TE} \\ (\mu_j/\epsilon_j)^{1/2}, & \text{dla polaryzacji TM} \end{cases}, \quad (1.12)$$

$j=0,1$ , oznaczają admitancje (impedancje) wewnętrzne osrodków dla polaryzacji TE (TM), a  $\epsilon_j$ ,  $\mu_j$  - odpowiednio względne przenikalności dielektryczne i magnetyczne osrodkow. Równania (1.2-12) wyznaczają rozwiązanie problemu odbicia i transmisji w sposób jednoznaczny.

Należy w tym miejscu podkreślić, że podział pola (1.6a) rozumiany jest zazwyczaj, choć nie jest to konieczne, jako podział pola na składniki  $V_1$  i  $V_r$ , które samodzielnie spełniają równania pola. Tutaj taka sytuacja nie zachodzi, bo pole padające spełnia (1.7a) tylko w obszarze przyosiowym, gdzie jego wolnozmienna amplituda  $V_1$  spełnia równanie Focka

$$[\partial_{x_1}^2 + 2ik\partial_{z_1}]U_1(x_1, z_1) = 0, \quad (1.13)$$

w gestszym optycznie ośrodku. Jednakże, w przybliżeniu przyosiowym

$$k_z = (k^2 - k_x^2)^{1/2} \approx k - k_x^2/(2k), \quad (1.14)$$

gdzie  $k_x$  i  $k_z$  są elementami wektora falowego w ośrodku gestszym, pole padające można przedstawić (patrz Rozdział 3.3) w postaci spektralnego rozkładu na fale płaskie

$$V_1(x_1, z_1) = C_1 (2\pi)^{-3/4} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(k_x/2)^2 + i(k_x x_1 + k_z z_1)] dk_x \quad (1.15)$$

który spełnia już równanie Helmholtza (1.7a) dla dowolnych  $x_1$  i  $z_1$ . Tak więc można również przyjąć, że pole padające ma postać (1.15), a w przybliżeniu przyosiowym reprezentowane jest przez wiązkę Gaussa (1.2-4). Powyższa dowolność w definicji pola padającego (1.2-4) czy (1.15) nie ma jednakże wpływu na końcowe rezultaty obliczeń (Rozdz. 3.4-5).

### 3.2. ANALIZA SPEKTRALNA PROBLEMU

Rozkład spektralny (1.15) pola padającego pozwala, ze względu na liniowy charakter postawionego problemu, przynajmniej w sposób formalny otrzymać jego rozwiązanie. Mianowicie w rozkładzie spektralnym pola padającego

$$V_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{V}_1 dk_x, \quad (2.1)$$

zapisaną w układzie współrzędnych  $(x_1, z_1)$  (Rys. 3.1;  $x_0 > 0$ ,  $z_0 < 0$ )

$$x_1 = (x + x_0) \sin \theta_1 - (z - z_0) \cos \theta_1, \quad (2.2a)$$

$$z_1 = (x+x_0)\cos\theta_1 + (z-z_0)\sin\theta_1, \quad (2.2b)$$

$$-x_0 = z_0 \operatorname{ctg}\theta_1, \quad (2.2c)$$

każdą spektralną składową pola

$$\bar{V}_1 = \bar{C}_1 \exp\{i(-k_x x_1 + k_z z_1)\} \quad (2.3a)$$

o amplitudzie

$$\bar{C}_1 = C_1 (2\pi)^{-3/4} \exp\{-(k_x/2)^2\} \quad (2.3b)$$

i kącie padania

$$\theta = \theta_1 + \psi, \quad (2.4)$$

wyznaczonym przez

$$k_x = k \sin\psi, \quad k_z = k \cos\psi, \quad (2.5)$$

możemy traktować w innym układzie współrzędnych  $(x, z)$ . (Rys. 3.1) również jako fale płaska

$$\bar{V}_1 = \bar{C}_1 \exp\{i(\bar{k}_x(x+x_0) + \bar{k}_z(z-z_0))\}, \quad (2.6)$$

o odpowiednich składowych wektora falowego

$$\bar{k}_x = -k_x \sin\theta_1 + k_z \cos\theta_1 = k \cos\theta, \quad (2.7a)$$

$$\bar{k}_z = k_x \cos\theta_1 + k_z \sin\theta_1 = k \sin\theta. \quad (2.7b)$$

Z prawa Fresnela dla spekularnego odbicia otrzymujemy wtedy fale odbite pod kątem  $\theta$  w gestszym ośrodku

$$\bar{V}_r = \bar{C}_1 \operatorname{Rexp}\{i(-\bar{k}_x(x-x_0) + \bar{k}_z(z-z_0))\} \quad (2.8)$$

i fale załamana pod kątem  $\theta^{(1)}$  w ośrodku rzadszym

$$\bar{V}_t = \bar{C}_1 \text{Texp}[i(\bar{k}_x^{(1)}(x-x_0^{(1)}) + \bar{k}_z(z-z_0^{(1)}))], \quad (2.9)$$

a z prawa Snella

$$\bar{k}_z = k \sin \theta = k n \sin \theta^{(1)}; \quad k \sin \theta_1 = k n \sin \theta_{qt}; \quad (2.10a)$$

$$\theta^{(1)} = \theta_{qt} + \psi^{(1)}, \quad (2.10b)$$

gdzie

$$\bar{k}_x^{(1)} = k n \cos \theta^{(1)} = k n (1 - n^{-2} \sin^2 \theta)^{1/2} = [\bar{k}_z^2 - k^2 (1 - n^2)]^{1/2} \quad (2.10c)$$

a R i T są znanymi amplitudowymi współczynnikami odbicia i ugięcia dla fal płaskich:

$$R(\bar{k}_x) = \frac{\bar{k}_x - (Z/n)\bar{k}_x^{(1)}}{\bar{k}_x + (Z/n)\bar{k}_x^{(1)}} = \frac{\cos \theta - (Z/n)(\sin^2 \theta_c - \sin^2 \theta)^{1/2}}{\cos \theta + (Z/n)(\sin^2 \theta_c - \sin^2 \theta)^{1/2}} \quad (2.11a)$$

$$T(\bar{k}_x) = 1 + R(\bar{k}_x). \quad (2.11b)$$

Ponieważ zachodzi

$$\bar{k}_x^{(1)} = -k_x^{(1)} \sin \theta_{qt} + k_z \cos \theta_{qt} = k n \cos \theta^{(1)}, \quad (2.12a)$$

$$\bar{k}_z^{(1)} = k_x^{(1)} \cos \theta_{qt} + k_z \sin \theta_{qt} = k n \sin \theta^{(1)}, \quad (2.12b)$$

gdzie

$$k_x^{(1)} = k n \sin \psi^{(1)}; \quad k_z^{(1)} = k n \cos \psi^{(1)} \quad (2.12c)$$

to całkując po wszystkich składnikach spektralnych  $\bar{V}_1$  pola padającego otrzymujemy kolejno reprezentacje spektralne pola odbitego dla  $x < 0$

$$V_r = C_1 (2\pi)^{-3/4} \int_{-a}^{+a} R(\bar{k}_x) \exp[-(k_x/2)^2 + i(k_x x_0 + (k^2 - k_x^2)^{1/2} z_0)] dk_x \quad (2.13)$$

i pola ugiętego dla  $x > 0$

$$V_t = C_1 (2\pi)^{-3/4} \int_{-a}^{+a} T(\bar{k}_x) \exp[-(k_x/2)^2 + i(k_x^{(1)} x_{gt} + (k^2 n^2 - k_x^{(1)2})^{1/2} z_{gt})] dk_x, \quad (2.14)$$

gdzie nowe układy współrzędnych  $(x_0, z_0)$  i  $(x_{gt}, z_{gt})$  wynikają bezpośrednio z geometrii praw Fresnela i Snella (Rys. 3.1;  $z_0^{(1)} < 0$ ,  $x^{(1)} < 0$ ):

$$x_0 = (x - x_0) \sin \theta_1 + (z - z_0) \cos \theta_1, \quad (2.15a)$$

$$z_0 = -(x - x_0) \cos \theta_1 + (z - z_0) \sin \theta_1, \quad (2.15b)$$

$$x_{gt} = (x + x_0^{(1)}) \sin \theta_{gt} - (z - z_0^{(1)}) \cos \theta_{gt}, \quad (2.16a)$$

$$z_{gt} = (x + x_0^{(1)}) \cos \theta_{gt} + (z - z_0^{(1)}) \sin \theta_{gt}, \quad (2.16b)$$

$$x_0^{(1)} = x_0 \sin 2\theta_{gt} / \sin 2\theta_1, \quad z_0^{(1)} = 2x_0 \sin^2 \theta_{gt} / \sin 2\theta_1. \quad (2.16c, d)$$

Przy wyborze znaków pierwiastków w (2.13-14)

$$\text{Im}[k_z] = \text{Im}[(k^2 - k_x^2)^{1/2}] \geq 0, \quad (2.17)$$

$$\text{Im}[k_z^{(1)}] = \text{Im}[(k^2 n^2 - k_x^{(1)2})^{1/2}] \geq 0, \quad (2.17)$$

jak również w (2.11)

$$\text{Im}[\bar{k}_x^{(1)}] = \text{Im}[(k^2 n^2 - \bar{k}_x^2)^{1/2}] \geq 0, \quad (2.18)$$

wraz z odpowiednimi cieciami, wiązacymi punkty rozgałęzienia  $k_x = \pm k$ ,  $\bar{k}_x^{(1)} = \pm kn$ ,  $\bar{k}_x = \pm kn$  z nieskonczonością [51, 149], reprezentacje pola (2.3-4) spełniają wszystkie warunki stawiane w Rozdz. 3.1 rozwiązaniu problemu. Jest to jednak tylko rozwiązanie formalne, które wymaga efektywnego obliczenia całek w (2.13-14).



Należy w tym miejscu podkreślić, że, jak to wynika z załączonego spisu literatury [51-149], podejmowano wielokrotnie próby otrzymania ścisłego - w przybliżeniu przyosiowym - rozwiązania postawionego tu problemu. Niektóre z nich opierały się na zasadzie zachowania energii [131,118,116,111], inne na oszacowaniach asymptotycznych pola [137,51] lub na rozkładzie pola na mody Gaussa-Hermita [105,103]. Niniejsze opracowanie nawiązuje do, według autora najbardziej obiecującej, metody bezpośredniej analizy spektralnej problemu [107,106,93,89,69,65]. Wszystkie jednak dotychczas opublikowane rezultaty są nieciągłe albo wręcz rozbieżne dla kątów padania bliskich kąta krytycznego. Prowadzone obecnie równoległe prace nad zastosowaniem metody promieni zespolonych do tego zagadnienia napotykają również na duże trudności [56,57] w tym zakresie kątów padania. Metoda wykorzystywana w tej pracy opiera się na opublikowanych ostatnio [12-14] założeniach prowadzących do ścisłego, analitycznego rozwiązania problemu dla pola padającego w postaci spektralnego rozkładu (1.15). W odróżnieniu od metod asymptotycznych metoda ta prowadzi do efektywnego rozwiązania w całym zakresie występowania pola, to znaczy w polu bliskim, dalekim i w strefie Fresnela. Dzieli ona bezpośrednio pole odbite na pole geometryczne i fale boczna, co z kolei daje możliwość prostej interpretacji fizycznej problemu. W Dodatku 3.A przedstawione zostało przybliżone, asymptotyczne rozwiązanie problemu, również umożliwiające bezpośrednią fizyczną interpretację zjawisk niespekularnego odbicia jako wyniku oddziaływania pobudzonej fali bocznej z geometrycznym polem odbitym.

Powróćmy do reprezentacji spektralnej pola (2.13) - odtąd ograniczymy się tylko do analizy pola odbitego. Na mocy (2.4) otrzymujemy reprezentację katową pola

$$V_r = C_1 (2\pi)^{-3/2} \int_{-\theta_0}^{+\theta_0} R(\theta) \exp[-(k/2)^2 s^2 + ik(sx_0 + cz_0)] ds, \quad (2.19)$$

gdzie

$$s = \sin(\theta - \theta_1), \quad c = \cos(\theta - \theta_1). \quad (2.20)$$

Ze względu na eksponencjalne zanikanie funkcji podcałkowej w (2.19) widmo

pola  $V_r$  ograniczone jest do przedziału kątów padania  $(-2/k, +2/k)$ , co odpowiada kątowi padania spektralnych komponent pola z przedziału  $(\theta_1 - 2/k, \theta_1 + 2/k)$ . Ze względu na warunek skolimowania wiązki (1.5) przedział ten jest wąsko skupiony wokół kąta padania  $\theta_1$  wiązki. To z kolei implikuje, że dla założonego (1.1b) odpowiednio dużego kontrastu optycznego, z czterech punktów rozgałęzienia  $\bar{k}_x = -k, +k$ ;  $\bar{k}_x = -k(1-n^2)^{1/2}, +k(1-n^2)^{1/2}$  tylko ten ostatni będzie miał wpływ na oszacowanie całki (2.19) - odpowiada on występowaniu fali bocznej w asymptotycznej analizie pola w strefie dalekiej (Dod.3.1). Zauważmy, że dla krytycznego kąta padania  $\theta_1 = \theta_c$  maksimum amplitudy widma pola padającego pokrywa się z tym punktem rozgałęzienia ( $\bar{k}_z = kn$ ).

Ponizsza analiza ma prowadzić do wyrażenia całki (2.19) przez funkcje specjalne (typu funkcji Webera, czy też funkcji parabolicznego cylindra [150]). W tym celu współczynnik odbicia  $R$  przedstawimy w postaci dwupunktowego rozwinięcia w szereg Taylora, uwzględniając przy tym fakt braku analityczności funkcji  $R$  dla  $\theta = \theta_c$  [12]. Traktując  $R$  jako funkcję kąta całkowania  $\theta$ , wydzielamy dwa obszary analityczności funkcji  $R(\theta)$ ; pierwszy dla

$$\theta \leq \theta_c - \Delta\theta \quad (2.21)$$

a drugi dla

$$\theta \geq \theta_c + \Delta\theta. \quad (2.22)$$

Zdefiniowaną przez zapostulowaną wartość  $\Delta\theta$  obszar  $[\theta_c - \Delta\theta, \theta_c + \Delta\theta]$  zawiera kąty całkowania  $\theta$ , w których rozwinięcie potęgowe funkcji  $R$  albo nie jest możliwe ( $\theta = \theta_c$ ), albo zbiega zbyt wolno by być użyteczne w późniejszych obliczeniach numerycznych. Stąd wielkość  $\Delta\theta$  powinna maleć wraz ze wzrostem skolimowania wiązki, to znaczy wraz ze wzrostem wartości  $z_F$ . Jej optymalna wartość jest wynikiem oszacowań wymaganej dokładności obliczeń numerycznych [12], związanych z obcięciem otrzymanych analitycznie rozwinięć potęgowych funkcji  $R$  do skończonej liczby wyrazów; przy nieskończonej liczbie wyrazów wielkość  $\Delta\theta$  może być dowolnie mała. Następnie, w każdym z dwu podobszarów (2.21-22) kąta całkowania  $\theta$ , definiujemy oddzielny punkt rozwinięcia  $\theta_1$  funkcji  $R$ , leżący najbliżej maksimum widma wiązki odbitej, odpowiadający, powiedzmy, pewnej wartości  $\theta_r$ . Nie jest ona w ogólności

równa  $\theta_1$  (jak dla wiązki padającej), ponieważ funkcja  $R(\theta)$  modyfikuje widmo wiązki odbitej, przesuwając położenie maksimum amplitudy widma pola z kąta  $\theta_1$  do, na razie nie znanego, kąta odbicia  $\theta_r$ . Stąd, dla różnych kątów odbicia  $\theta_r$  i różnych kątów całkowania  $\theta$  otrzymujemy różne wartości kątów rozwinięcia  $\theta_-$  i  $\theta_+$ , to znaczy

a) dla  $\theta_r \leq \theta_c - \Delta\theta$  otrzymujemy

$$\theta_- = \theta_r, \quad \text{gdy } \theta < \theta_c, \quad (2.23a)$$

$$\theta_+ = \theta_c + \Delta\theta, \quad \text{gdy } \theta > \theta_c, \quad (2.23b)$$

b) dla  $\theta_c - \Delta\theta < \theta_r < \theta_c + \Delta\theta$  otrzymujemy

$$\theta_- = \theta_c - \Delta\theta, \quad \theta_+ = \theta_c + \Delta\theta, \quad (2.24)$$

c) dla  $\theta_r \geq \theta_c + \Delta\theta$  otrzymujemy

$$\theta_- = \theta_c - \Delta\theta, \quad \text{gdy } \theta < \theta_c, \quad (2.25a)$$

$$\theta_+ = \theta_r, \quad \text{gdy } \theta > \theta_c. \quad (2.25b)$$

Ze względu na wymaganą szybkość zbieżność rozwinięcia potęgowej funkcji  $R(\theta)$ , zmienna rozwinięcia powinna posiadać osobliwość tego samego typu (punkt rozgałęzienia w  $\theta = \theta_c$ ) co funkcja  $R(\theta)$ . Zamiana kąta rozwinięcia  $\theta_1$  przez dwa kąty  $\theta_{\pm}$  dyktuje w sposób naturalny zamianę zmiennej  $s$  w (2.19-20) przez funkcję zależną od

$$s_{\pm} \equiv s_{\pm}(\theta) = \sin(\theta - \theta_{\pm}), \quad (2.26)$$

posiadającą, podobnie jak funkcja  $R(\theta)$ , punkt rozgałęzienia w  $\theta = \theta_c$ . Stąd postulujemy następującą postać zmiennej rozwinięcia

$$u \equiv u(\theta, \theta_{\pm}) = [\sin(\theta_c - \theta_{\pm}) - s_{\pm}]^{1/2}, \quad (2.27a)$$

$$u_{\pm} \equiv u(\theta_{\pm}, \theta_{\pm}) \quad (2.27b)$$

w obszarach odpowiednio: (2.22) - znaki górne, (2.21) - znaki dolne. Zmienna  $u$  posiada już w punkcie rozgałęzienia  $\theta = \theta_c$  osobliwość tego samego typu co wyrażenie  $(\sin^2 \theta_c - \sin^2 \theta)^{1/2}$  w (2.11).

Po powyższych, wstępnych definicjach zmiennej  $u$  rozwijamy funkcje  $R(\theta)$  w szereg Taylora dwupunktowo, to znaczy w  $\theta_-$  lub w  $\theta_+$ , w zależności od położenia  $\theta$  względem  $\theta_c$ :

$$R(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} R^{(n)}(\theta_{\pm})(u-u_{\pm})^n, \quad (2.28)$$

gdzie

$$R^{(n)}(\theta_{\pm}) = (n!)^{-1} (d^n R / (du^n)) \Big|_{\theta=\theta_{\pm}} \quad (2.29)$$

i grupujemy wyrazy przy tej samej potędze  $n$  [12]

$$R(\theta) = R_0 + \sum_{n=0}^{\infty} \rho_{\pm}^{(n)} n^n \quad ; \quad R_0 = R(\theta_1) \quad (2.30)$$

Zbieżność rozwinięcia (2.29) obrazuje Rys.3.2, gdzie przedstawiono moduł współczynnika odbicia  $R$  używając czterech pierwszych wyrazów rozwinięcia (2.30).

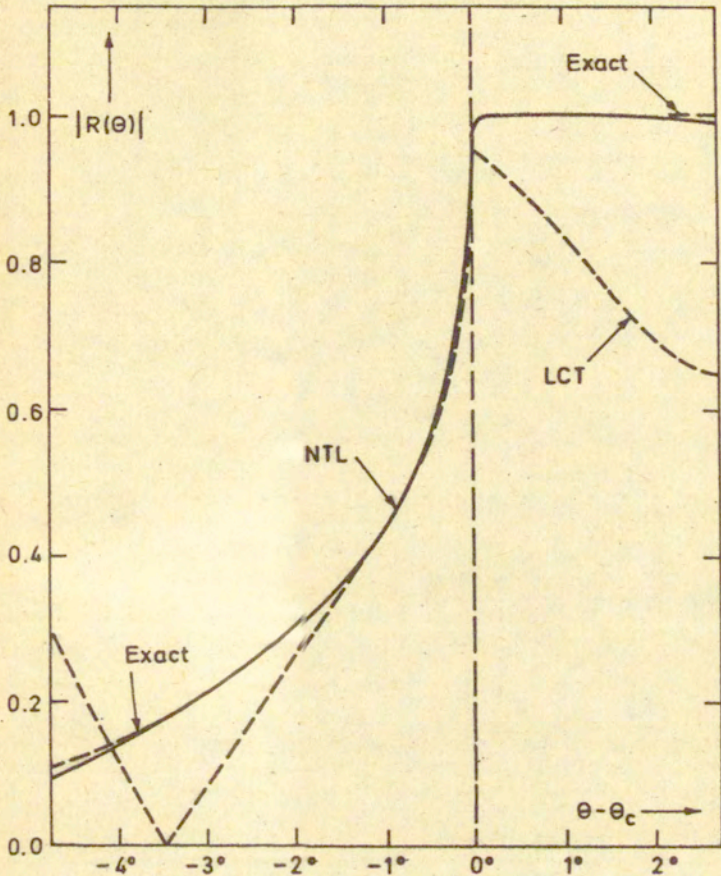
Podstawiając do reprezentacji całkowej (2.14) rozwinięcie (2.30) funkcji  $R(\theta)$  otrzymujemy pole odbite

$$V_r = V_0 + V_1 \quad (2.31)$$

w postaci sumy geometrycznie odbitego pola

$$V_0 = C_1 (2\pi)^{-3/4} k R_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(k/2)^2 s^2 + ik(sx_0 + cz_0)] ds \quad (2.32)$$

w przybliżeniu przyosiowym (1.14), dającego geometrycznie odbita wiązkę gaussowska



Rys.3.2. Moduł współczynnika odbicia  $R(\theta)$  dla wartości kątów  $\theta$  z otoczenia kąta krytycznego  $\theta_c$ ;  $\theta_1=41.12^\circ$ ,  $n^{-1}=1.5$ , NTL- rozwinięcie (2.30), LCT- rezultaty pracy [67].

$$V_g = R_g (2/\pi)^{1/4} v_g^{-1} \exp[-(x_g/v_g)^2 + ikz_g], \quad (2.33)$$

gdzie

$$v_g = 1 + iz_g/Z_F \quad (2.34)$$

i poprawkę do geometrycznej składowej pola

$$V_I = C_I (2\pi)^{-3/4} k \int_{-s_{c1}}^{s_{c1} + \infty} \sum_{n=0}^{\infty} \rho_{-}^{(n)} u^n \exp[-(k/2)^2 s^2 + ik(sx_g + cz_g)] ds \quad (2.35)$$

$$+ C_I (2\pi)^{-3/4} k \int_{s_{c1}}^{+\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \rho_{+}^{(n)} u^n \exp[-(k/2)^2 s^2 + ik(sx_g + cz_g)] ds,$$

gdzie

$$s_{c1} = \sin(\theta_c - \theta_1). \quad (2.36)$$

Zmienna  $u$ , wykorzystana w rozwinięciu  $R$  musi być teraz powiązana ze zmienną całkowania  $s$ , w celu efektywnego wyliczenia całek (2.35). Ponieważ w przybliżeniu przysiosowym eksponenty w funkcjach podcałkowych w (2.35) przyjmują postać  $\exp[-(ksv_g/2)^2]$ , to wprowadzenie nowej zmiennej całkowania

$$\tau = 2^{-1/2} kv_g [\sin(\theta_c - \theta_1) - s] = 2^{-1/2} kv_g u^2 \cos((\theta_c + \theta)/2 - \theta_1) / \cos((\theta_c + \theta)/2 - \theta_{\pm}) \quad (2.37)$$

powiązanej, dla  $\theta_1 \approx \theta_c$ , ze zmienna  $u$  poprzez

$$u \approx \eta_{\pm} (2^{1/2} (kv_g))^{1/2} \tau^{1/2}, \quad (2.38)$$

gdzie

$$\eta_{\pm} = [\cos(\theta_c - \theta_{\pm}) / \cos(\theta_c - \theta_1)]^{1/2}, \quad (2.39)$$

pozwalą [12] wyrazić pole (2.35) poprzez całki typu

$$\int_0^{\infty} \exp(-i\beta\tau - \tau^2/2) \tau^{-p-1} d\tau = \exp(-\beta^2/4) \Gamma(-p) D_p(i\beta) \quad (2.40)$$

gdzie  $\Gamma$  oznacza funkcję gamma a  $D_p$  funkcję parabolicznego cylindra rzędu  $p$ .  
Stąd otrzymujemy

$$V_1 = (2/\pi)^{1/4} v_g^{-1} g \exp[-(x_g/v_g)^2 + ikz_g], \quad (2.41)$$

gdzie

$$g(x_g, z_g) = \sum_{n=0}^{\infty} [c_+^{(n)} D_{-1-n/2}(i\beta) + c_-^{(n)} D_{-1-n/2}(-i\beta)], \quad (2.42)$$

$$\beta = -2^{-1/2} [(x_g/v_g) + i(kv_g/2) \sin(\theta_c - \theta_1)], \quad (2.43)$$

$$c_{\pm}^{(n)} = i^{\pm n/2} \sigma_{\pm}^{(n)} \rho_{\pm}^{(n)} \eta_{\pm}^n, \quad (2.44)$$

$$\sigma_{\pm}^{(n)} = k^{-n/2} \Gamma(n/2+1) (2\pi)^{-1/2} (i2^{1/2}/v_g)^{n/2} \exp(\beta^2/4). \quad (2.45)$$

Ostatecznie, rozwiązanie problemu niespekularnego odbicia sformułowanego w poprzednim rozdziale ma postać

$$V_r = V_g + V_1 = [R_g + g] (2/\pi)^{1/4} v_g^{-1} \exp[-(x_g/v_g)^2 + ikz_g]. \quad (2.46)$$

Dla kątów padania wystarczająco różnych od kąta krytycznego, rozwiązanie to można [12] sprowadzić do przybliżonych wyników prac poprzednich [52, 65, 107], jak również, w polu dalekim, do przybliżonego oszacowania asymptotycznego przedstawionego w Dodatku 3.1. Jak z przeprowadzonej tam analizy wynika, składowa  $V_1$  pola odbitego jest pobudzona przez padającą wiązkę fale boczna, która interferując z geometrycznym polem odbitym  $V_g$  prowadzi do zmian w amplitudzie i fazie pola odbitego  $V_r$ , gdzie punktem odniesienia tych zmian jest pole geometryczne  $V_g$ . Opis tych zmian, zwanych efektami niespekularnego odbicia, będzie treścią następnych dwu rozdziałów.

Zauważmy na koniec, że przy nieskończonej liczbie wyrazów w rozwinięciach (2.28-30) i przy ustalonej wartości  $\theta_r$  (np.  $\theta_r = \theta_1$ )

rozwiązanie (2.45) problemu odbicia jest rozwiązaniem ścisłym dla kąta padania  $\theta_1$  równemu kątowi krytycznemu  $\theta_c$ . Dla  $\theta_1 \neq \theta_c$  ingeruje już przybliżenie (2.38), jednakże w sposób mało istotny ze względu na duże skolimowanie (1.5) wiązki padającej; dla  $|\theta_1 - \theta_c| \ll 2/k$  otrzymany błąd na mocy (1.5) i (2.37-38) jest mały i maleje do zera dla  $|\theta_1 - \theta_c| \gg 2/k$ . Warunek skolimowania wiązki (1.5) gwarantuje dokładność wyników dla dowolnego kąta padania. W obliczeniach numerycznych szeregi (2.28,30) obcinamy praktycznie do kilku pierwszych wyrazów i wtedy szybkość zbiegania szeregów (2.38,30,42) posiada dla obliczeń znaczenie podstawowe. Z tego też względu wartość  $\theta_r$  powinna się pokrywać z kątem maksimum widma pola odbitego  $V_r$ , który przed rozwiązaniem problemu nie jest jednak wielkością znaną. Numeryczny sposób obliczenia kąta  $\theta_r$  i jego wykorzystanie w rozwiązaniu problemu zostanie przedstawione w następnych rozdziałach.

### 3.3. ZESPOLONE DEFORMACJE WIAZKI

Juz sama postać (2.46) zapisu pola odbitego

$$V_r(x_q, z_q) = (R_q + g(x_q, z_q))V_1(x_q, z_q) = V_q(x_q, z_q) + g(x_q, z_q)V_1(x_q, z_q) \quad (3.1)$$

sugeruje, że pole odbite można interpretować jako zdeformowane, przez dodatkowy składnik  $g$  w współczynniku Fresnela  $R_q = R(\theta_1)$  geometryczne pole odbite

$$V_q(x_q, z_q) = R_q V_1(x_q, z_q) = R_q (2/\pi)^{1/4} v_q^{-1} \exp[-(x_q/v_q)^2], \quad (3.2)$$

które otrzymujemy poprzez pomnożenie pola  $V_1$  przez współczynnik odbicia  $R_q$  i zmianę układu współrzędnych  $(x_1, z_1)$  na układ  $(x_q, z_q)$  pola  $V_q$  (Rys.3.1). Związane z funkcją  $g$  deformacje pola  $V_q$  są szukanymi deformacjami niespekularnymi wiązki odbitej. Zachodzi pytanie, w jaki sposób funkcja  $g(x_q, z_q)$  wpływa na poszczególne występujące w (3.2) człony pola  $V_q$ .

Zauważmy, że pole  $V_q$  zależy od współrzędnej poprzecznej  $x_q$  wyłącznie poprzez eksponentę w (3.2). Narzuca to konieczność rozbicia funkcji  $g$  na dwa czynniki, z których jeden, zależny od  $x_q$ , modyfikowałby postać członu eksponencjalnego w (3.2), drugi, niezależny od  $x_q$ , zmieniałby współczynnik



odbicia  $R_0$ . W tym celu zdefiniujemy pomocniczo dwie nowe zespolone współrzędne

$$\bar{x}_g = x_g/v_g, \quad (3.3)$$

$$\bar{x}_s = \delta_s/v_g, \quad (3.4)$$

gdzie  $\delta_s$  wyznacza w płaszczyźnie poprzecznej  $z_0 = \text{const.}$  położenie - jeszcze nie znane - maksimum natężenia pola  $|V_r|^2$  wiązki odbitej. Przy ich pomocy przedstawmy człon  $R+g$  w (3.1) w dowolnym punkcie  $\bar{x}_g$  jako rozwinięcie w szereg Taylora w punkcie  $\bar{x}_g = \bar{x}_s$  w ramach przybliżenia Gaussa, to jest z dokładnością do członów drugiego rzędu. Otrzymujemy

$$R_0 + g(x_g, z_g) = \exp[\ln(R_0 + g)] \cong (R_0 + g_0) \exp[g_1(\bar{x}_g - \bar{x}_s) + g_2(\bar{x}_g - \bar{x}_s)^2]. \quad (3.4)$$

Funkcje (od  $z_g$ )  $g_j$ ,  $j=0,1,2$  mają postać

$$g_0 = g(\delta_s, z_g), \quad (3.5)$$

$$g_1 = (dg/d\bar{x}_g)(\delta_s, z_g) = -2^{1/2}(R^{(1)} + g_0)^{-1}(dg/d\beta)(\delta_s, z_g), \quad (3.6)$$

$$g_2 = 2^{-1}(d^2g/d\bar{x}_g^2)(\delta_s, z_g) = -2^{-1}g_1^2 + (R^{(1)} + g_0)^{-1}(d^2g/d\beta^2)(\delta_s, z_g), \quad (3.7)$$

gdzie, korzystając z tożsamości

$$(d/d\beta)\{\exp(\beta^2/4)D_p(\pm i\beta)\} = \mp i \exp(\beta^2/4)D_{p+1}(\pm i\beta), \quad (3.8)$$

i z (2.42) otrzymujemy

$$(d^m g/d\beta^m)(\delta_s, z_g) = (-i)^m \sum_{n=0}^{\infty} c_{n-1}^{(n)} D_{-1-n/2+m}(\pm i\beta) + (-1)^m c_{-n}^{(n)} D_{-1-n/2+m}(-i\beta). \quad (3.9)$$

Podstawiając (3.4) do (3.1) i grupując wyrazy przy jednakowych potęgach  $x_g$  po krótkich obliczeniach dochodzimy do następującej postaci pola odbitego:

$$V_r(x_g, z_g) = R_0 A_g(x_g, z_g) (2/\pi)^{1/4} v_f^{-1} \exp[-(x_g - L)^2/v_f^2 + ikz_g] \quad (3.10)$$

gdzie

$$v_f^2 = 1 + i(z_q - F)/z_f. \quad (3.11)$$

Wzory (3.10-11) uzasadniają interpretację pola odbitego  $V_f$  jako zdeformowaną geometryczną wiązkę odbitą  $V_q$  o talii przesuniętej w płaszczyźnie poprzecznej ( $z_q = \text{const.}$ ) o zespolone przesunięcie boczne

$$L \equiv L_R + L_I = (g_1 - 2g_2 \bar{x}_q) v_q (2(1 - g_2))^{-1} \quad (3.12)$$

i w kierunku osi wiązki ( $x_q = 0$ ) o zespolone przesunięcie ogniskowe

$$F = F_R + iF_I = ikv_q^2 g_2 (2(1 - g_2))^{-1}. \quad (3.13)$$

Amplituda zdeformowanej wiązki odbitej zwiększa się przy tym o czynnik

$$A_q(x_q, z_q) = (1 + g_0/R_q) \exp[-g_1 \bar{x}_s + g_2 \bar{x}_s^2 + 2^{-2} (g_1 - 2g_2 \bar{x}_s)^2 (1 - g_2)^{-1}]. \quad (3.14)$$

Deformacje  $L$ ,  $F$  i  $A_q$ , jako wielkości zespolone nie są wygodne w analizie rzeczywistych deformacji wiązki odbitej. Tym niemniej, szczególnie w polu bliskim, pozwalają one na ich systematyczne zdefiniowanie i zbadanie, co zostanie przeprowadzone w następnym rozdziale. Bazując na uproszczonej analizie, przeprowadzonej w Dodatku 3.2, wydaje się wskazane wprowadzić do dalszych rozważań, wymiennie z zespolonymi przesunięciami  $L$  i  $F$ , cztery rzeczywiste wielkości

$$\bar{\delta}_x = L_R, \quad (3.15)$$

$$\bar{\delta}_z = F_R, \quad (3.16)$$

$$\text{tg} \bar{\delta}_\theta \equiv \bar{\delta}_\theta = L_I (z_f \bar{v}^2)^{-1}, \quad (3.17)$$

$$\bar{v} = (1 + F_I/z_f)^{1/2}, \quad (3.18)$$

mające, jak się później okaże, interpretację (przybliżonych) rzeczywistych deformacji wiązki odbitej.

### 3.4. GEOMETRYCZNE DEFORMACJE WIĄZKI

Prace, w których dyskutowano ostatnio proces niespekularnego odbicia [58-108], wskazują na istnienie czterech podstawowych geometrycznych efektów niespekularnych, wymienionych pod koniec poprzedniego rozdziału. Są to przesunięcia boczne  $\bar{\delta}_x$  (3.15) [138] i ogniskowe  $\bar{\delta}_z$  (3.16) [89], modyfikacja  $\bar{\nu}$  (3.17) [69] szerokości talii geometrycznie odbitej wiązki  $V_0$ , jak również przesunięcie katowe  $\bar{\delta}_\theta$  jej osi (3.18) [108] (Rys.3.1). Najpełniej wszystkie te efekty zostały opisane w przeglądowej pracy Tamira [69] z 1986 roku. Jednym z powodów podjęcia tego tematu w moich późniejszych pracach [11-16] były wątpliwości co do poprawności i niekompletność dotychczas otrzymanych wyników. Dotyczy to w szczególności:

- przybliżonego charakteru otrzymanych wyników; wszystkie opublikowane dotychczas rezultaty były rozbieżne lub nieciągłe dla krytycznego kąta padania  $\theta_1 = \theta_c$ , co wykluczało z analizy najbardziej istotny dla zjawiska odbicia przypadek padania. Wprawdzie pojawiły się ostatnio prace [65,67] dające rezultaty ciągłe w  $\theta_1 = \theta_c$ , ale zostały one otrzymane poprzez czysto mnemotechniczne odrzucenie kłopotliwych osobliwych członów z końcowego rozwiązania. Może to dawać w miarę poprawne wyniki dla pewnych, szczególnych przypadków (patrz porównawcze wyniki numeryczne w [12]), ale dla innych niż  $\theta_c$  katów padania lub dla najbardziej istotnego przypadku odbicia wiązek wąskich ( $k < 50$ ) wyniki stają się niedokładne lub wręcz rozbieżne. Poprawne rozwiązanie, efektywne również na granicy warunku skolimowania wiązki ( $k \approx 10$ ) i przy krytycznym kącie padania ( $\theta_1 = \theta_c$ ) zostało przedstawione w poprzednim rozdziale.
- niejasnej interpretacji niespekularnych efektów. Można domniemywać, że deformacja wiązki opisana jest złożeniem translacji o wektor  $(\bar{\delta}_x, \bar{\delta}_z)$  i obrotu o kąt  $\bar{\delta}_\theta$  układu współrzędnych  $(x_0, z_0)$  geometrycznie odbitej wiązki  $V_0$  wraz z przeskalowaniem współrzędnych przestrzennych przez współczynnik  $\bar{\nu}$ . Jednakże wymienione powyżej geometryczne efekty zostały wyprowadzone niezależnie od siebie i ich geometryczna interpretacja nie została, do pojawienia się pracy [12], udowodniona. Zostanie to przeprowadzone w tym rozdziale, co w konsekwencji pociągnie za sobą zarówno pewne zmiany w analitycznej formie tych

efektów [13,14] jak i istotne zmodyfikowanie dotychczasowej numerycznej obróbki otrzymanego rozwiązania [14].

- niekompletnego dotychczas opisu zjawiska. Jak się okazuje [13,14], geometryczne efekty niespekularne nie determinują amplitudy i fazy wiązki - wielkości o znaczeniu podstawowym, bez wyznaczenia których nie jest możliwa na przykład analiza niespekularnych zjawisk zachodzących w strukturach nieliniowych [15,16].

Przedstawiona w tym rozdziale analiza pola odbitego umożliwi wyprowadzenie analitycznych wyrażeń na nieznane dotąd niespekularne efekty modyfikacji amplitudy i fazy wiązki odbitej, jak również na współczynnik niespekularnej propagacji, nadający zmodyfikowanemu amplitudowemu i natężeniowemu współczynnikom odbicia właściwą interpretację fizyczną [13,14]. Tym efektem będzie poświęcona treść następnego rozdziału.

W celu weryfikacji geometrycznej interpretacji deformacji wiązki i wyprowadzenia na nie analitycznych wyrażeń założmy, że w procesie odbicia pole odbite  $V_r$  nadal ma kształt wiązki Gaussa, ale związane jest już z innym niż geometryczny  $(x_g, z_g)$  układem współrzędnych  $(x_r, z_r)$ . Układ ten wiąże się z poprzednim układem  $(x_g, z_g)$  poprzez translację o wektor  $(\delta_x$  i  $\delta_z)$ , obrót o kąt  $\delta_\theta$  i modyfikację szerokości talii o współczynnik  $\nu$

$$x_r = (x_g - \delta_x) \cos \delta_\theta - (z_g - \delta_z) \sin \delta_\theta, \quad (4.1)$$

$$z_r = (x_g - \delta_x) \sin \delta_\theta + (z_g - \delta_z) \cos \delta_\theta, \quad (4.2)$$

przy czym kąt odbicia  $\theta_r$  wiązki odbitej  $V_r$  i szerokość  $w_r$  jej talii

$$\theta_r = \theta_g + \delta_\theta, \quad (4.3)$$

$$w_r = w_0 \nu \quad (4.4)$$

różnią się od odpowiednich parametrów  $\theta_g$  i  $w_0$  wiązki  $V_g$  geometrycznie odbitej od powierzchni  $x = \text{const.}$  (Rys.3.1). W nowym układzie współrzędnych  $(x_r, z_r)$  wiązka odbita  $V_r$  przyjmuje postać

$$V_r(x_r, z_r) = R_r P_r (2/\pi)^{1/4} \nu^{1/2} v_r^{-1} \exp[-(x_r/v_r)^2 + ikz_r], \quad (4.5)$$

$$v_r^2 = v^2(1 + iz_r/(z_F v^2)), \quad (4.6)$$

gdzie, w odróżnieniu od (3.10-11), zależność funkcyjna funkcji  $V_r$  od nowych współrzędnych  $(x_r, z_r)$  została zaznaczona w sposób jawny. Interpretacja współczynników amplitudy  $R_r, P_r$  będzie tematem następnego rozdziału; tutaj wyprowadzimy w polu bliskim wyrażenia na geometryczne niespekularne efekty  $\delta_x, \delta_z, \delta_\theta$  i  $\nu$ , zdefiniowane w (4.1-4). Ponieważ pole  $V_r$  przedstawione jest jednocześnie przez dwie równorzędne reprezentacje (3.10, 4.5) to poprawność definicji (4.1-4) wymaga równości prawych stron równań (3.10) i (4.5). Porównując wykładniki eksponent w tych wyrażeniach otrzymujemy

$$-(x_g - L)^2(1 + i(z_g - F)/z_F)^{-2} + ikz_g = -x_r^2 v^{-2}(1 + iz_r/(z_F v^2))^{-2} + ikz_r. \quad (4.7)$$

Grupując w polu bliskim wiązki  $V_r$

$$z_r/(z_F v^2) \ll 1, \quad (4.8)$$

przy dobrze skolimowanej ( $z_F \gg 1$ ) wiązce  $V_g$  rzeczywiste i urojone wyrażenia występujące przy  $x_r$  i  $x_r^2$  w (4.7), uwzględniając (4.1-4) i zakładając małą zmianę kierunku propagacji

$$\delta_\theta \approx \bar{\delta}_\theta \ll 1, \quad (4.9)$$

dochodzimy po pewnych obliczeniach do wyrażen na geometryczne deformacje wiązki

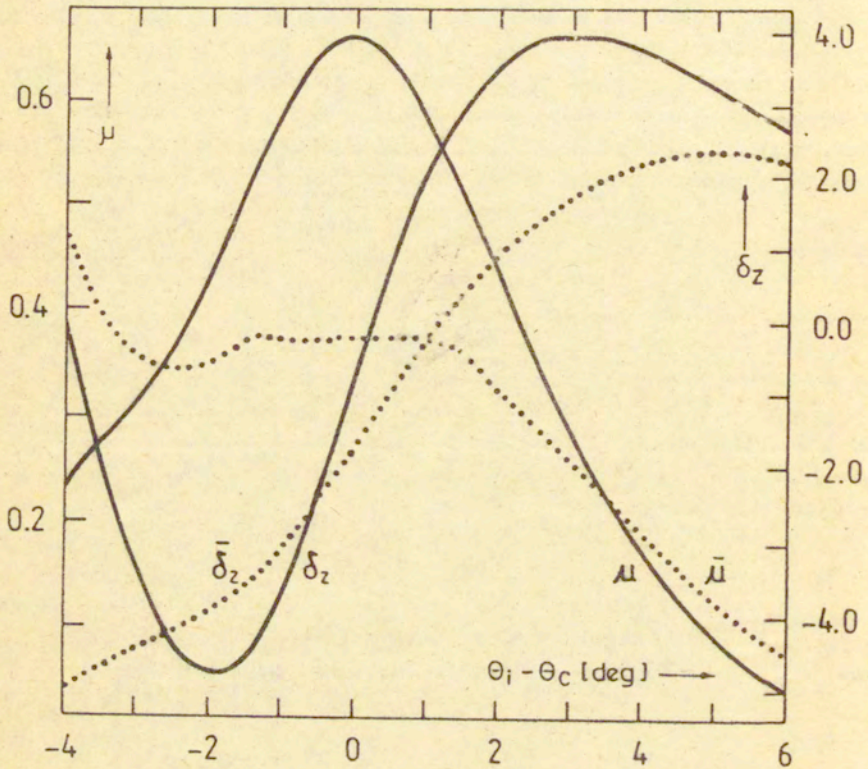
$$\delta_x = \bar{\delta}_x, \quad (4.10)$$

$$\delta_z = \bar{\delta}_z, \quad (4.11)$$

$$\delta_\theta = \arctg(\bar{\delta}_\theta / (1 - \bar{\delta}_\theta^2/2)), \quad (4.12)$$

$$\nu^2 = \bar{\nu}^2 / (\cos^2 \bar{\delta}_\theta + \bar{\delta}_\theta \sin 2\bar{\delta}_\theta). \quad (4.13)$$

Równania (4.10-13) wraz z (3.15-18) wyznaczają jednoznacznie analityczną zależność geometrycznych deformacji od przesłanec zespolonych  $L$  i  $F$ . Przy spełnieniu warunku (4.9) - wartość  $\delta_\theta$  praktycznie nie jest większa niż



Rys. 3.3 Przesunięcie ogniskowe  $\delta_z$  i modyfikacja talii wiązki  $\nu$  względem kąta padania  $\theta_i$ ;  $k=30$ ,  $n^{-1}=1.5$ ,  $z_0=z_f/3$ . Linia kropkowana - zerowa iteracja, linia ciągła - trzecia iteracja.

kilka stopni - wielkości  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$  i  $\nu$  formalnie nie różnią się znacznie od wyrażen na  $\bar{\delta}_x$ ,  $\bar{\delta}_z$ ,  $\bar{\delta}_\theta$  i  $\bar{\nu}$  otrzymanych uprzednio w sposób przybliżony (Dodatek 3.B). Praktycznie jednak różnice są znacznie większe, co wynika z różnych procedur obliczeń zespolonych przesunięć L i F, zastosowanych w Rozdziale 3.3 i w Dodatku 3.B.

Zauważmy, że przesunięcia L i F zostały tutaj wyprowadzone w ramach przybliżenia Gaussa (3.4) w otoczeniu osi wiązki odbitej  $z_r$ . Jednakże układ  $(x_r, z_r)$  może być wyznaczony poprzez (4.1-4) dopiero po rozwiązaniu problemu. Fakt ten determinuje sposób numerycznego rozwiązania zagadnienia metoda kolejnych przybliżeń. W ramach przybliżenia zerowego przyjmujemy

$$x_r^{(0)} = x_0, \quad z_r^{(0)} = z_0, \quad \theta_r = \theta_1 \quad (4.14)$$

co po rozwiązaniu problemu prowadzi do zerowego przybliżenia deformacji  $\bar{\delta}_x$ ,  $\bar{\delta}_z$ ,  $\bar{\delta}_\theta$  i  $\bar{\nu}$ , a po podstawieniu ich do (4.1-4) - do wyznaczenia współrzędnych  $(x_r^{(1)}, z_r^{(1)})$  w pierwszym przybliżeniu. W następnym kroku wielkości L i F obliczane są już w układzie  $(x_r^{(1)}, z_r^{(1)})$ . W analizowanych w pracy przypadkach ( $1.005 \leq n^{-1} \leq 1.5$ ,  $25 \leq k \leq 100$ ) wystarczyło kilka iteracyjnych kroków by otrzymać dokładność wyników większą niż  $10^{-5}$ . Rys.3.3 przedstawia porównanie wyników zerowej i trzeciej iteracji przy obliczaniu przesunięcia ogniskowego  $\delta_z$  i modyfikacji  $\nu$  talii wiązki rozbieżnej ( $z_0 = z_F/3$ ) i stosunkowo słabo skolimowanej ( $k=30$ ).

Przedstawiona procedura obliczania geometrycznych deformacji umożliwia numeryczną weryfikację ich geometrycznej interpretacji w języku translacji, obrotu i przeskalowania układu współrzędnych. Mianowicie, położenie maksimum natężenia wiązki odbitej w płaszczyźnie  $x_0 = \text{const.}$  (Rys.3.1)

$$\delta_s = \delta_x + (z_0 - \delta_z) \text{tg} \delta_\theta \quad (4.15)$$

można również otrzymać z bezpośredniej analizy wyrażenia (3.1) na pole  $V_r$  [12]. Otrzymujemy wtedy

$$\delta_s = 2^{-1} (d_1 - 2d_2 \bar{x}_s) (1 - d_2)^{-1}, \quad (4.16)$$

gdzie

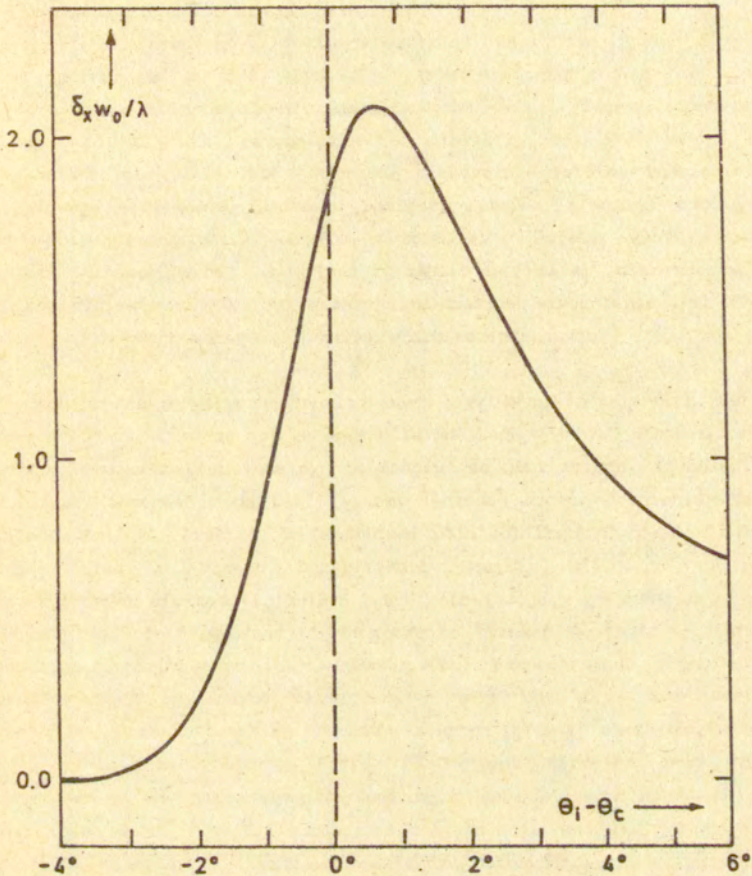
$$d_1 = (g_1 v_g)_R + 2(v_g)_R (v_g)_I [(v_g)_R^2 - (v_g)_I^2]^{-1}, \quad (4.17)$$

$$d_2 = (g_2)_R + 2(v_g)_R (v_g)_I [(v_g)_R^2 - (v_g)_I^2]^{-1}.$$

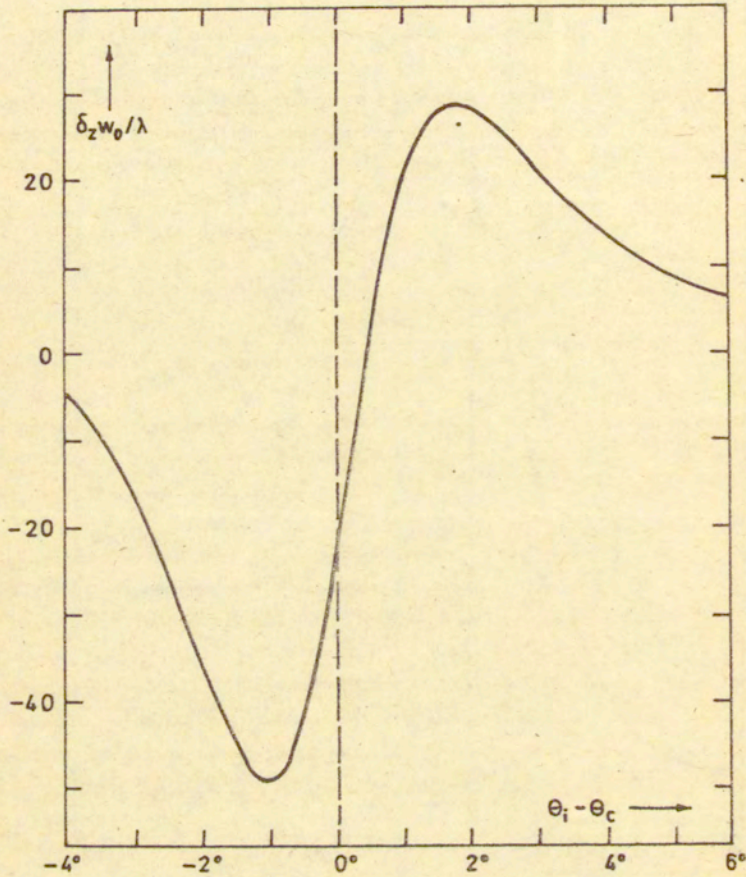
Numeryczna zgodność (4.15) i (4.16) jest rzędu przyjętego błędu obliczeń ( $10^{-5}$ ), co bezpośrednio potwierdza poprawność geometrycznej interpretacji geometrycznych deformacji niespekularnych.

Przebieg geometrycznych deformacji  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$  i  $\nu$ , jak również związanego z nimi przesunięcia  $\delta_s$  dla średnio skolimowanych wiązek ( $50 < k < 100$ ), zogniskowanych i mierzonych w płaszczyźnie granicznej ( $z_0 = 0$ ), obrazują Rys. 3.4-8. Rys. 3.8 wskazuje również na dużą zgodność otrzymanych na drodze teoretycznej wyników z rezultatami pomiarów eksperymentalnych w zakresie mikrofalowym [9]. W przeciwieństwie do wyników przybliżonej analizy, przedstawionej w Dod. 3.B, wyprowadzone powyżej geometryczne deformacje są skończone i jednocześnie różne od zera dla wszystkich kątów padania bliskich lub równych katowi krytycznemu  $\theta_c$ . Ich wartości istotnie wzrastają wraz ze wzrostem skolimowania wiązki (ze wzrostem  $z_f$  lub  $k$ ), na przykład: dla  $n^{-1} = 1.5$   $\delta_s$  wzrasta od 0.5 (połowa szerokości wiązki  $w_0$ ) dla  $k = 50$  do 1 dla  $k = 25$ . Zależą one również od położenia płaszczyzny obserwacji względem talii wiązki - te aspekty niespekularnych deformacji są szerzej omawiane w pracy [14]. Szczególnie istotny, ze względu na możliwość uzyskania bistabilnych efektów w analogicznym przypadku nieliniowym, jest fakt występowania dużych zmian różnicowych deformacji wiązki dla kątów padania  $\theta_1$  z otoczenia kąta krytycznego  $\theta_c$ . I tak przy zmianie kąta padania  $\theta_1$  rzędu  $3^\circ$   $\delta_x$  wzrasta o  $2\lambda$ ,  $\delta_z$  o  $77\lambda$ ,  $\delta_\theta$  o  $0.7^\circ$  i  $\nu$  o 15%. Wskazuje to na możliwość osiągnięcia dużych kontrastów przełączania nieliniowych powierzchni granicznych. Przy dodatnim sprzężeniu zwrotnym pomiędzy natężeniem pola odbitego i podatnością dielektryczną ośrodka pochodna niespekularnych deformacji względem kąta padania wzrasta w miarę zbliżania się  $\theta_1$  do  $\theta_c$  i może, przy odpowiednim dobraniu parametrów układu, osiągnąć dla  $\theta_1 = \theta_c$  wartość nieskończona, co prowadzi do natychmiastowego przełączenia z jednego stabilnego stanu układu do drugiego. To spostrzeżenie stanowi punkt wyjścia dla rozważań zawartych w Części 4. Pełna dyskusja własności geometrycznych deformacji zawiera prace [12, 14].

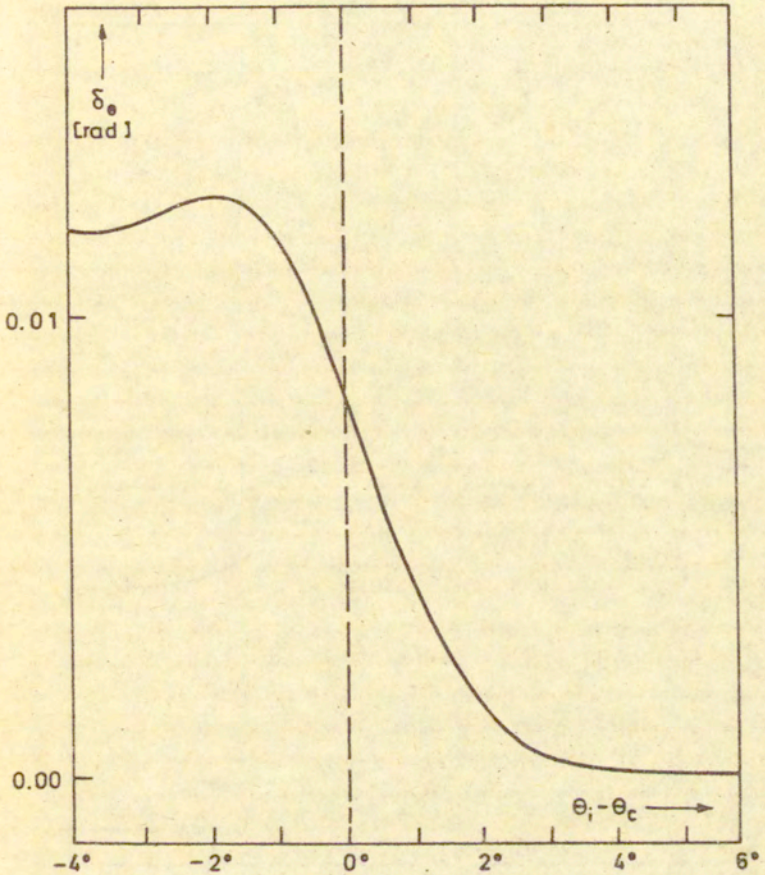




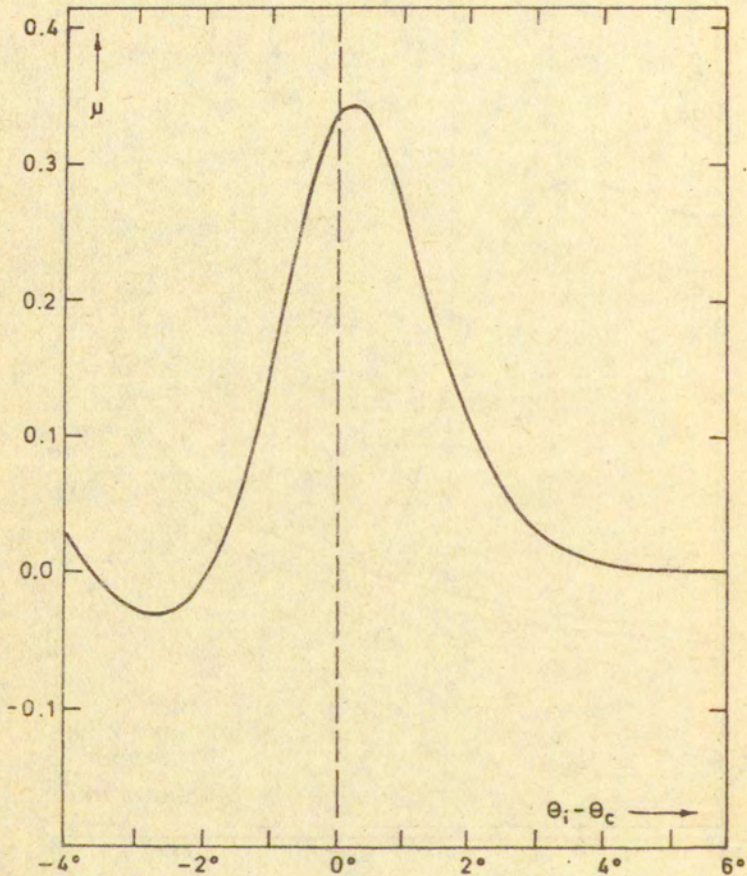
Rys.3.4. Unormowane względem długości fali  $\lambda$  przesunięcie boczne  $\delta_x$  wiązki odbitej dla kątów padania  $\theta_i$  bliskich  $\theta_c$ ;  $n^{-1}=1.5$ ,  $k=60$ ,  $\lambda=8.77 \times 10^{-3}$ ,  $z_0=0$ , polaryzacja TM.



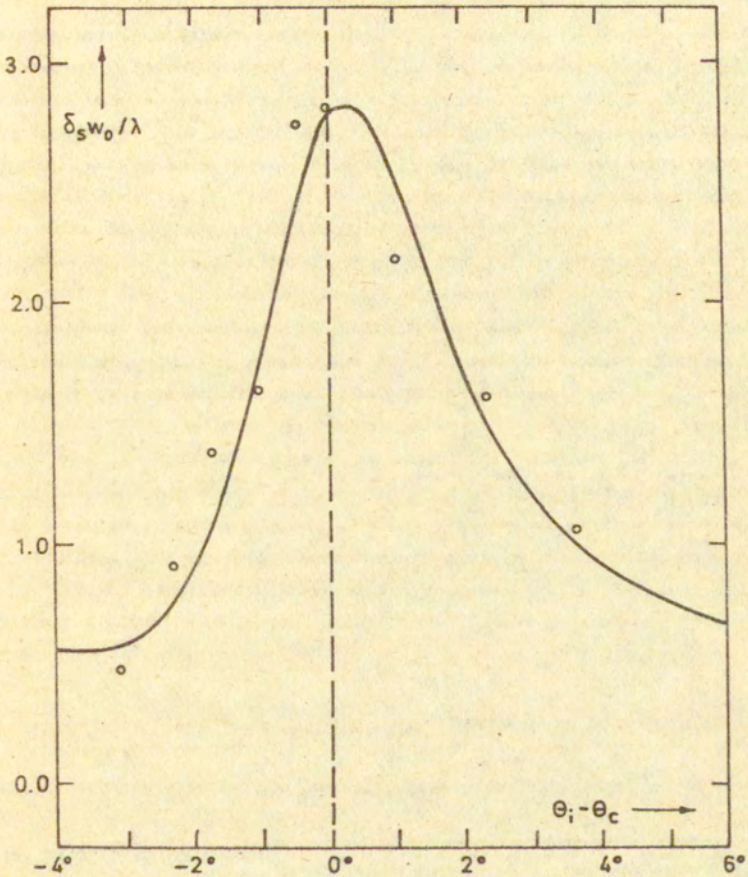
Rys.3.5. Unormowane względem długości fali  $\lambda$  przesunięcie ogniskowe  $\delta_z$  wiązki odbitej dla kątów padania  $\theta_i$  bliskich  $\theta_c$ ;  $n^{-1}=1.5$ ,  $k=60$ ,  $\lambda=8.77 \times 10^{-3}$ ,  $z_0=0$ , polaryzacja TM.



Rys.3.6. Przesunięcie katowe  $\delta_\theta$  wiązki odbitej dla kątów padania  $\theta_i$  bliskich  $\theta_c$ ;  $n^{-1}=1.5$ ,  $k=60$ ,  $\lambda=8.77 \times 10^{-3}$ ,  $z_0=0$ , polaryzacja TM.



Rys.3.7. Modyfikacja talii  $\mu = \nu^2 - 1$  wiązki odbitej dla kątów padania  $\theta_i$  bliskich  $\theta_c$ :  $n^{-1} = 1.5$ ,  $k = 60$ ,  $\lambda = 8.77 \times 10^{-3}$ ,  $z_g = 0$ , polaryzacja TM.



Rys.3.8. Unormowane względem długości fali  $\lambda$  przesunięcie maksimum natężenia wiązki  $\delta_s$  dla kątów padania  $\theta_i$  bliskich  $\theta_c$ ;  $n^{-1}=1.5$ ,  $k=80$ ,  $\lambda=8.77 \times 10^{-3}$ ,  $z_0=0.157z_F$ , polaryzacja TM. Zaznaczone punkty wskazują wyniki pomiarów eksperymentalnych [91].

## 3.5. DEFORMACJE AMPLITUDY I FAZY WIĄZKI

Wyprowadzone w poprzednim rozdziale geometryczne deformacje wiązki wyznaczają jednoznacznie wartość eksponenty w wyrażeniu (4.5). Pozostaje do wyznaczenia czynnik amplitudowy  $R_r P_r$  w postaci iloczynu dwu wielkości: zmodyfikowanego amplitudowego współczynnika odbicia  $R_r$  i niespekularnego współczynnika propagacji  $P_r$ . Zdefiniujemy  $R_r$  jako stosunek wartości pola odbitego do pola padającego

$$V_r(0, z_r) = R_r V_i(0, z_q) = (R_r/R_q) V_q(0, z_q), \quad (5.1)$$

liczonych na osiach wiązek w punktach ich przecięcia z płaszczyzną obserwacji  $z_q = \text{const.}$  (Rys.3.1), gdzie współrzędna  $z_r$  jest wyznaczona przez  $z_q$  według (4.1-2). Podstawiając do (5.1) wyrażenia na pole  $V_q$  (3.2) i  $V_r$  (4.5) otrzymujemy postać współczynnika propagacji

$$P_r = |P_r| \exp(-i\delta_p), \quad (5.2)$$

wyznaczona jednoznacznie przez geometryczne deformacje i punkt  $(x_q, z_q)$  przecięcia osi wiązki  $V_q$  z płaszczyzną obserwacji, gdzie

$$|P_r| = |v_r v_q^{-1} \nu^{-1/2}|, \quad (5.3a)$$

a fazowe przesunięcie  $\delta_p$  wynosi

$$\delta_p = \text{iln}[(v_r/v_q)/(v_r/v_q)] + k[z_r(1 - \cos\delta_\theta) - \delta_z]. \quad (5.3b)$$

Sens  $P_r$  wynika bezpośrednio z definicji (5.1) współczynnika odbicia, która zakłada, że w przypadku gdy  $R_r$  równy jest współczynnikowi odbicia Fresnela  $R_q$ , amplitudy i fazy wiązek  $V_q$  i  $V_r$  powinny być równe w punktach przecięcia ich osi z płaszczyzną obserwacji. Ponieważ geometryczne deformacje z samej swojej definicji determinują zmiany w polu  $V_r$  względem  $V_q$ , musi istnieć zespolony współczynnik - właśnie  $P_r$  - kompensujący te zmiany. Co więcej  $P_r$  wspólnie z  $R_r$  wyznacza strumień mocy wiązki odbitej

$$S_{z_r} = (1/2) Z_0 r_r S_{z_i}, \quad (5.4)$$

gdzie  $Z_0$  jest impedancją (TM) lub admitancją (TE) wewnętrzną gęstszego optycznie ośrodka,

$$r_r = |P_r R_r|^2 \quad (5.5a)$$

jest natężeniowym współczynnikiem odbicia a

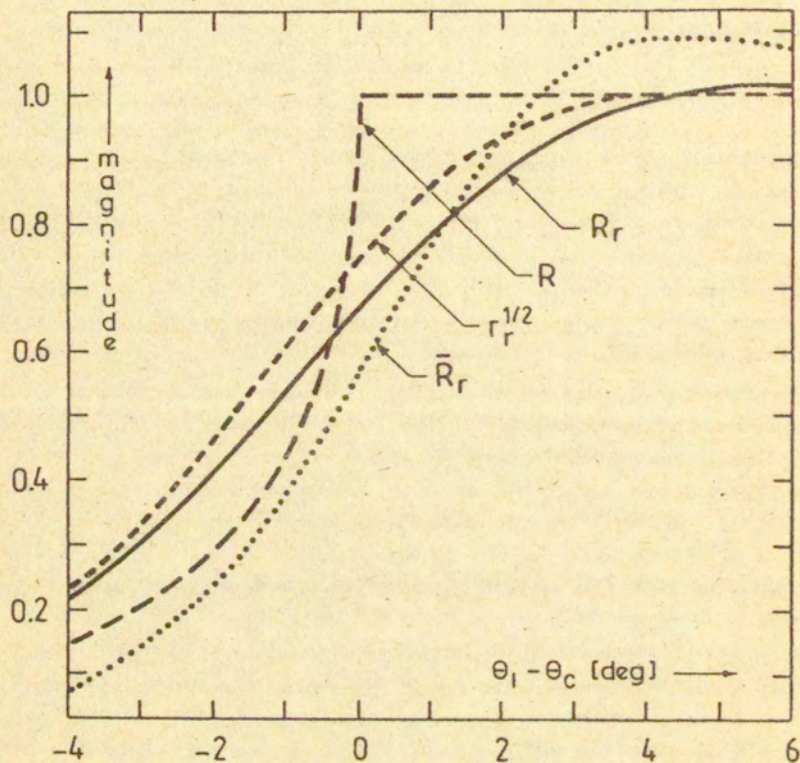
$$S_{z_1} = (1/2)Z_0 C_1 C_1^* \quad (5.5b)$$

oznacza strumień mocy wiązki padającej  $V_1$ . Tak więc dla wiązek gaussowskich, w odróżnieniu od przypadku odbicia fal płaskich, współczynnik natężeniowy  $r_r$  nie równa się kwadratowi modułu  $|R_r|^2$  współczynnika amplitudowego. Należy w tym miejscu podkreślić, że rozróżnienie pomiędzy tymi dwoma współczynnikami ma szczególne znaczenie w analizie procesów niespekularnego odbicia w ośrodkach nieliniowych (Część 4). Tak jak amplitudowy współczynnik  $R_r$ , wyznaczający amplitudę pola na osi wiązki, ma istotne znaczenie w przypadku ośrodków lokalnych, tak natężeniowy współczynnik  $r_r$ , wyznaczający strumień mocy wiązki, decyduje o przebiegu procesu odbicia w nieliniowych ośrodkach nielokalnych.

Przejdźmy do analitycznego wyliczenia zmodyfikowanego współczynnika odbicia  $R_r$ . Poprzednio, porównując wyrażenia (3.10) i (4.5) na pole  $V_r$ , uwzględnialiśmy wyłącznie człony zależne od współrzędnej poprzecznej  $x_0$ , co doprowadziło do wyznaczenia geometrycznych deformacji wiązki. Grupując w (3.10) i (4.5) człony od  $x_0$  niezależne otrzymujemy, po uwzględnieniu wyrażenia na  $P_r$ , następującą postać zmodyfikowanego współczynnika odbicia

$$R_r = R_0(\theta_r) A_0 \exp[(\bar{\delta}_\theta k\bar{\nu}/2)^2], \quad (5.6)$$

gdzie wielkość  $A_0$  wyraża się wzorem (3.14). Tak więc,  $R_r$  równa się współczynnikowi Fresnela (dla niespekularnego kąta odbicia  $\theta_r$ ), zmodyfikowanego przez  $A_0$  i człon zależny od deformacji geometrycznych wiązki: przesunięcia katowego  $\bar{\delta}_\theta$  i modyfikacji talii  $\bar{\nu}$ . Zauważmy, że dla  $\bar{\delta}_\theta$  równemu kątowi rozbieżności wiązki  $(k\bar{\nu}/2)^{-1}$  człon ten równy jest  $\exp(1)$ . Ponieważ  $A_0$  jest wielkością nie wyrażającą się jednoznacznie przez geometryczne deformacje, współczynnik  $R_r$ , a ściślej stosunek



Rys. 3.9. Moduły amplitudowych współczynników odbicia  $R_r$  (linia ciągła),  $R_r^{(0)}$  (linia kropkowana),  $R_q$  (linia przerywana),  $r_r$  (linia krótko przerywana) względem kąta padania  $\theta_1$ ;  $k=30$ ,  $n^{-1}=1.5$ ,  $z_q=z_F/3$ .

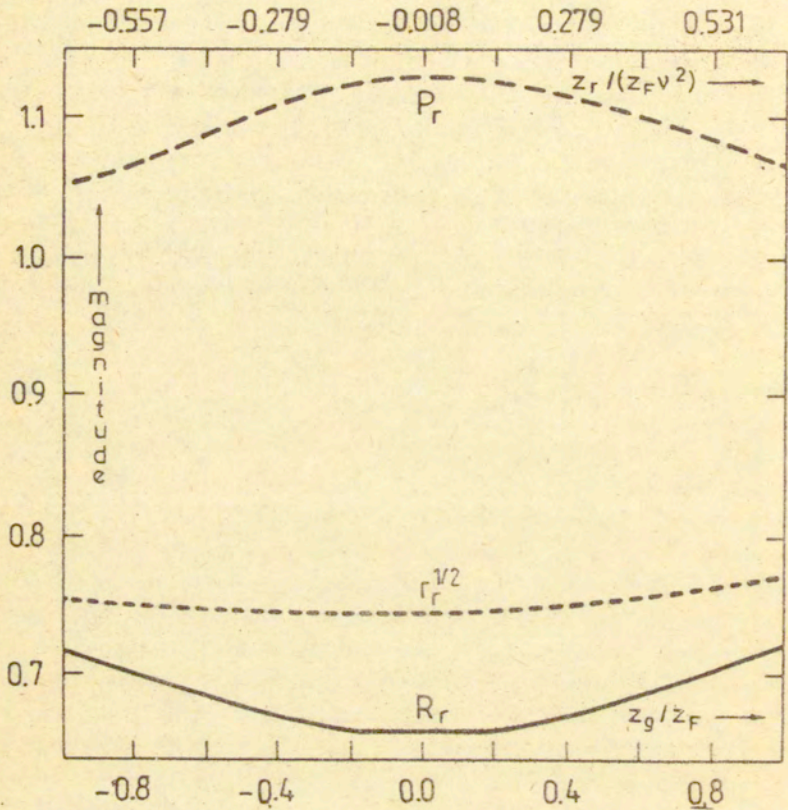


$$R_r/R_g = |R_r/R_g| \exp(i\varphi) \quad (5.7)$$

jest nowym, niespekularnym efektem modyfikacji amplitudy  $|R_r/R_g|$  i fazy  $\varphi$  wiązki odbitej (na jej osi). Rys.3.9. przedstawia przez porównanie  $R_g$  z  $R_r$  i  $r_r^{1/2}$ , niespekularne zmiany, jakich doznaje współczynnik Fresnela  $R_g$  podczas odbicia wiązki gaussowskiej od dielektrycznej powierzchni. Choć tutaj wydają się niewielkie, mają one szczególnie istotne znaczenie dla nieliniowego sprzężenia zwrotnego pomiędzy natężeniem wiązki odbitej, a podatnością dielektryczną ośrodka (Cześć 4). Pierwsze wyniki analizy zjawiska niespekularnej modyfikacji amplitudy wiązki dla warstwowych ośrodków dielektrycznych [58] wskazują na znaczne wzmocnienie tego efektu również w liniowych warstwowych strukturach rezonansowych.

Cecha charakterystyczna analizowanych efektów niespekularnych jest ich zależność od  $z_r$ . Oznacza to, że opis pola odbitego w języku niespekularnych deformacji ma charakter lokalny, to znaczy, że jest zależny od odległości płaszczyzny obserwacji od talii wiązki liczonej wzdłuż promienia wiązki. Związane jest to z faktem, że amplituda pola odbitego  $V_r$  posiada rozkład Gaussa tylko w ramach przybliżenia Gaussa (3.4), a definicje niespekularnych efektów (4.10-13, 5.2, 5.6) obowiązują w sposób ścisły tylko w jednej (dowolnie wybranej) płaszczyźnie przekroju wiązki - tutaj w płaszczyźnie talii wiązki  $z_r=0$  (Rozdz.4-5). Rekonstrukcja gaussowskiego kształtu wiązki w innych płaszczyznach przekroju daje nowe wartości deformacji. Poprawność takiej procedury powinna zachować niezależność od  $z_r$ , stałej całkowania równania Focka, jaka jest strumień mocy wiązki proporcjonalny do natężeniowego współczynnika odbicia  $r_r$  (5.4-5). Jak pokazuje Rys.3.10, fakt ten zachodzi z dokładnością do kilku procent nawet w strefie Fresnela, co ilościowo potwierdza poprawność przyjętych w pracy założeń i przybliżeń. Powyższe przybliżenia dotyczą wyłącznie przyjętego z góry, na mocy przybliżenia gaussa (3.4), gaussowskiego kształtu pola odbitego. Należy jednak podkreślić, że analityczną postać pola odbitego, w ramach przyjętej w Rozdz.1-2 metody, można otrzymać w sposób ścisły (2.31-46) przy krytycznym kącie padania, a dla innych kątów padania z dokładnością przekraczającą dokładność obliczeń numerycznych.

Wielkość niespekularnej modyfikacji współczynnika odbicia, w równym



Rys.3.10. Wartości bezwzględne amplitudowego  $R_r$  (linia ciągła) i natężeniowego  $r_r$  (linia krótko przerywana) współczynników odbicia i współczynnika niespekularnej propagacji  $P_r$  (linia przerywana) mierzone wzdłuż osi wiązki  $z_r$ ;  $k=30$ ,  $n^{-1}=1.5$ ,  $\theta_1=\theta_c$ .

stopniu jak i pozostałych efektów niespekularnych, zależy od stopnia skolimowania wiązki, czyli od wartości  $z_F$ . Dla pola bliskiego ( $z_r/z_F \ll 1$ ) dobrze skolimowanej wiązki ( $z_F \gg 1$ ) można wykazać, że zachodzi:

$$R_r/R_0 \approx 1 + c_1 k^{-1/2}, \quad (5.8)$$

$$r_r \approx \nu |R_r|^2 (1 - 2^{-1} \delta_z/z_F^2), \quad (5.9)$$

$$P_r \approx \nu^{1/2} \exp(ik\delta_z), \quad (5.10)$$

gdzie

$$\delta_x \sim k^{-1/2} \quad (5.11)$$

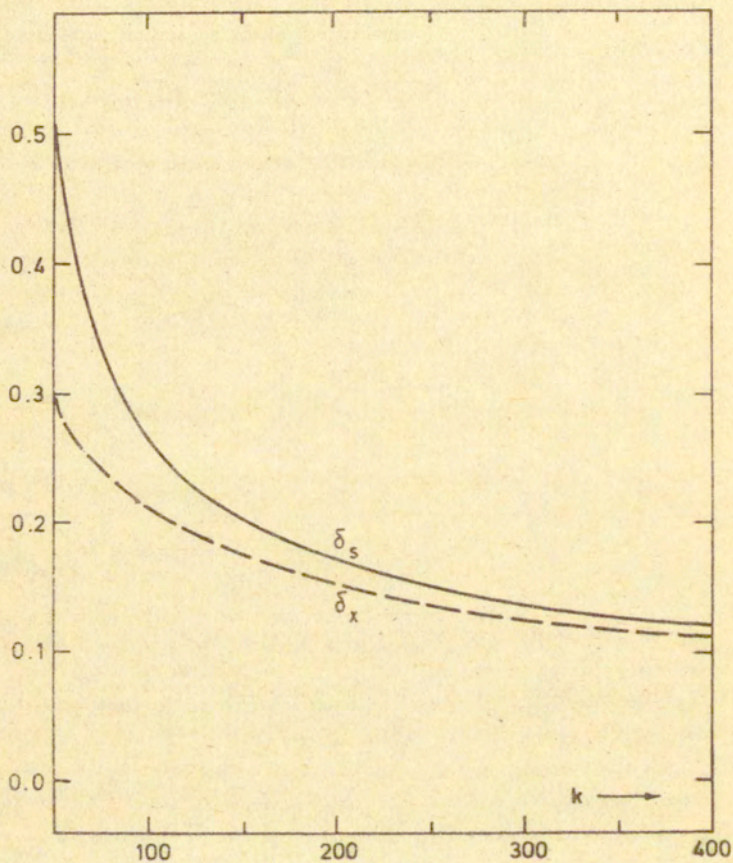
$$\delta_z/z_F \sim k^{-1/2} \quad (5.12)$$

$$\delta_\theta \sim k^{-3/2}, \quad (5.13)$$

$$\nu \sim 1 + c_2 k^{-1/2}, \quad (5.14)$$

$$\delta_e \sim k^{-1/2} + c_3 k^{-1}, \quad (5.15)$$

a  $c_1$ ,  $c_2$  i  $c_3$  oznaczają wielkości w przybliżeniu niezależne od  $k$ . W granicy fali płaskiej ( $k \rightarrow \infty$ ) przesunięcia  $\delta_x$ ,  $\delta_z/z_F$  i  $\delta_\theta$  dążą do zera, a unormowane współczynniki odbicia  $R_r/R_0$ ,  $r_r/|R_0|^2$  i współczynnik modyfikacji talii  $\nu$  dążą do jedności. Wynika to z zależności efektów niespekularnych od skończonej szerokości przekroju wiązki. Tylko współczynnik  $P_r$  wzrasta ze wzrostem  $k$  ponieważ kompensuje on, również wzrastającą wraz z  $k$ , zmianę fazy członu  $\exp(ikz_r)$  w wyrażeniu na pole  $V_r$  (4.5). Bez  $P_r$  wyrażenie (4.5) na pole odbite byłoby rozbieżne w granicy fali płaskiej. Z drugiej strony, dla szerokości talii rzędu kilku długości fali ( $k < 50$ ), wszystkie niespekularne efekty rosną co najmniej tak szybko jak  $k^{-1/2}$  (patrz Rys. 3.11). Dlatego, mając na uwadze ich zastosowania, należy dążyć do zmniejszenia szerokości talii wiązki padającej do zakresu  $10 < k < 50$ . Pełna dyskusja niespekularnych wielkości  $R_r$ ,  $r_r$  i  $P_r$  zawiera Praca A [14].



Rys. 3.11. Zależność niespekularnych deformacji  $\delta_x$  i  $\delta_s$  od znormalizowanej liczby falowej  $k$ ;  $n^{-1}=1.E$ ,  $z_0=0.134$ ,  $\theta_1=\theta_c$ .

## 3.6. EFEKTY NIESPEKULARNEGO ODBICIA - ZESTAWIENIE

Reasumując, przy padaniu wiązki gaussowskiej na granice dwu dielektryków pole odbite  $V_r$  można opisać poprzez deformacje otrzymanego w ramach optyki geometrycznej pola  $V_g$ . Pole  $V_r$  otrzymujemy poprzez: przesunięcie talii wiązki  $V_g$  w płaszczyźnie jej przekroju o przesunięcie boczne  $\delta_x$  i w kierunku jej osi o przesunięcie ogniskowe  $\delta_z$ , zmianę kierunku osi wiązki o przesunięcie katowe  $\delta_\theta$  i zmianę szerokości talii wiązki o współczynnik modyfikacji talii  $\nu$ . Ponadto amplitudę i fazę wiązki na jej osi wyznacza zmodyfikowany amplitudowy współczynnik odbicia  $R_r$ , różniący się istotnie od współczynnika Fresnela  $R_g$ . Strumień mocy wiązki proporcjonalny jest do natężeniowego współczynnika odbicia  $r_r = |R_r P_r|^2$ , gdzie zależny od położenia płaszczyzny obserwacji niespekularny współczynnik propagacji  $P_r$  kompensuje w tej płaszczyźnie zmiany amplitudy i fazy wiązki wywołane deformacjami geometrycznymi  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$  i  $\nu$ .

Zestawmy na koniec wyrażenia na poszczególne składniki pola  $V$  nad powierzchnią odbijającą  $x=0$  przy zespolonej amplitudzie pola padającego w postaci  $b_1 \exp(i\varphi_1)$ , gdzie  $b_1$  i  $\varphi_1$  oznaczają odpowiednio wartość bezwzględna i fazę tej amplitudy. Pole padające  $V_1$  wyraża się w układzie współrzędnych  $(x_1, z_1)$  poprzez mod podstawowy wiązki Gaussa-Hermita  $\Psi_0$  (poniżej w argumentach funkcji polowych zaznaczono jawnie zależność pól od znormalizowanej liczby falowej  $k$ )

$$V_1(x_1, z_1; k) = b_1 \exp[i\varphi_1] \Psi_0(x_1, z_1; k), \quad (6.1)$$

i jest jednoznacznie wyznaczone przez podanie wartości sześciu parametrów

$$V_1 \leftrightarrow \{b_1, \varphi_1, -x_0, z_0, \pi - \theta_1, k\}, \quad (6.2)$$

to znaczy kolejno przez amplitudę  $b_1$  i fazę  $\varphi_1$  zespolonej amplitudy wiązki

$$C_1 = b_1 \exp[i\varphi_1], \quad (6.3)$$

współrzędne  $(-x_0, z_0)$  początku układu współrzędnych (Rys.3.1), kąt propagacji wzdłuż osi wiązki  $\pi - \theta_1$  i znormalizowaną liczbę falową  $k$ . Analogicznie w układzie współrzędnych  $(x_g, z_g)$  (2.15) można opisać wiązkę

geometrycznie odbita

$$V_g(x_g, z_g; k) = b_g \exp[i\varphi_g] \Psi_0(x_g, z_g; k) = R_g V_1(x_g, z_g; k) \quad (6.4)$$

$$V_g \leftrightarrow \{b_g, \varphi_g, x_0, z_0, \theta_1, k\}, \quad (6.5)$$

gdzie zespolona amplituda wiązki  $V_g$

$$C_g = b_g \exp[i\varphi_g] = R_g b_1 \exp[i\varphi_1] = R_g C_1 \quad (6.6)$$

wyraża się przez zespoloną amplitudę  $C_1$  wiązki  $V_1$  i współczynnik Fresnela  $R_g$ . W ramach przybliżenia Gaussa (3.4) niespekularnie odbita wiązka  $V_r$  reprezentowana jest w jej układzie współrzędnych  $(x_r, z_r)$  (4.1) przez

$$V_r(x_r, z_r; k\nu) = b_r \exp[i\varphi_r] \Psi_0(x_r, z_r; k\nu) \quad (6.7)$$

$$V_r \leftrightarrow \{b_r, \varphi_r, x_0 + \Delta x, z_0 + \Delta z, \theta_1 + \delta_\theta, k\nu\}, \quad (6.8)$$

gdzie według (4.1-2)  $(x_r, z_r)$  wiąza się z  $(x_g, z_g)$  poprzez geometryczne deformacje  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$ ,

$$\Delta x = \delta_x \sin \theta_1 - \delta_z \cos \theta_1, \quad (6.9)$$

$$\Delta z = \delta_x \cos \theta_1 + \delta_z \sin \theta_1, \quad (6.10)$$

zespolona amplituda wiązki  $C_r$  wyznaczona jest przez niespekularny współczynnik odbicia  $R_r$

$$C_r = b_r \exp[i\varphi_r] = R_r P_r b_1 \exp[i\varphi_1] = R_r P_r C_1, \quad (6.11)$$

a niespekularny współczynnik propagacji  $P_r$  wyraża się przez geometryczne deformacje wiązki  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$  i  $\nu$  zgodnie z (5.2-3). Efekty niespekularnego odbicia  $R_r$ ,  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$ ,  $\nu$  i zależny od nich współczynnik  $P_r$  opisują pole odbite  $V_r$  jako zdeformowane pole geometryczne  $V_g$ :

$$V_r(x_r, z_r; k\nu) = (R_r/R_g) P_r V_g(x_r, z_r; k\nu) = R_r P_r V_1(x_r, z_r; k\nu), \quad (6.12)$$

poprzez zmiany jego zespolonej amplitudy, położenia układu współrzędnych i znormalizowanej liczby falowej (szerokości wiązki). Należy również pamiętać, że z definicji  $P_r$  wynika spełnienie równania

$$V_r(x_r=0, z_r, k\nu) = R_r P_r V_g(x_r=0, z_r, k\nu) = R_r V_1(x_g=0, z_g, k) \quad (6.13)$$

w płaszczyźnie obserwacji  $z_g = \text{const.}$ , co zapewnia właściwą interpretację amplitudowego współczynnika odbicia  $R_r$  i odpowiednią postać strumienia energii wiązki

$$S_{z_r} = b_r^2 = |R_r P_r|^2 b_1^2. \quad (6.14)$$

Wprowadzając addytywną postać niespekularnej zmiany amplitudy wiązki

$$\delta_R = |R_r/R_g| - 1, \quad (6.15)$$

fazy wiązki

$$\delta_\varphi = \varphi_r - \varphi_g \quad (6.16)$$

i (połowy) szerokości wiązki

$$\delta_\nu = \nu - 1 \quad (6.17)$$

otrzymujemy operatorową postać wiązki odbitej

$$V_r = V_r(V_g), \quad (6.18)$$

gdzie działanie operatora  $V_r$  w  $L_2^{(c)}(R^1)$  (dla ustalonego  $z_r$ )

$$V_r = V_r | \{ \delta_R, \delta_\varphi, \delta_x, \delta_z, \delta_\theta, \delta_\nu \} \equiv V_r | \{ \delta_j \} \quad (6.19)$$

zdeteminowane jest jednoznacznie przez sześć parametrów  $\delta_j$ ,  $j=1, \dots, 6$ , wyznaczających niespekularne przesunięcia wiązki  $V_g$  w amplitudzie ( $\delta_R$ ), fazie ( $\delta_\varphi$ ), w położeniu początku układu odniesienia (centrum talii) wiązki ( $\delta_x, \delta_z$ ), w kierunku osi wiązki ( $\delta_\theta$ ) i w szerokości talii wiązki o składnik  $2\delta_\nu$  oraz zwiększenie amplitudy wiązki o czynnik  $P_r$

zależny od  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$  i  $\delta_\nu$ .

Deformacje niespekularne wiązki gaussowskiej zostały przedstawione jako wygodna forma opisu zjawiska odbicia ograniczonego w przekroju poprzecznym pola EM od dielektrycznej powierzchni granicznej. Stosuje się je także do opisu pola EM w bardziej skomplikowanych konfiguracjach [152-156]. Mają one również bezpośrednie zastosowanie w opisie zjawisk zachodzących w układach optycznych [18,55,64,79,143-146], akustycznych [147,148] i mikrofalowych [81,91]. Według autora, potencjalne możliwości zastosowań efektów niespekularnych deformacji istnieją w nieliniowej optyce, szczególnie w fotonice. Temu zagadnieniu poświęcona będzie pozostała część pracy.

### DODATEK 3.A

#### UPROSZCZONA ANALIZA ASYMPTOTYCZNA ZAGADNIENIA ODBICIA

Wprowadźmy kąt padania  $\theta_1$  wiązki  $V_1$  padającej na powierzchnię dielektryka, kąt propagacji  $\psi$  względem osi  $z_0$  geometrycznie odbitego pola  $V_0$  i zespolony kąt propagacji pola  $\varphi$ . Przyjmujemy, że kąt padania jest bliski kąta krytycznego  $\theta_1 \approx \theta_c$ . Pole odbite, zgodnie z (2.3.18) można przedstawić w postaci rozkładu spektralnego

$$V_r = (2\pi)^{-3/4} \int_{-\infty}^{+\infty} R_0(\theta_1 + \psi) \exp[-(k_x/2)^2 + i(k_x x_0 + k_z z_0)] dk_x, \quad (\text{A.1})$$

gdzie  $R_0$  jest amplitudowym współczynnikiem Fresnela odbicia fali płaskiej o kącie padania  $\theta = \theta_1 + \psi$ . Współrzędne  $(x_1, z_1)$  wyznaczają punkt obserwacji pola a składowe wektora propagacji  $\underline{k}$  wiążą się z  $\psi$  poprzez

$$k_x = k \sin \psi, \quad k_z = k \cos \psi, \quad k_x^2 + k_z^2 = k^2. \quad (\text{A.2})$$

Wprowadzając zespolony punkt obserwacji  $(x, q)$ ,

$$q = z_0 - iz_F, \quad (\text{A.3})$$

i jego odległość  $\rho = |\bar{\rho}|$  od początku układu współrzędnych



$$x_q = \bar{\rho} \sin \varphi, \quad \rho = \bar{\rho} \cos \varphi, \quad \bar{\rho} = \bar{\rho}_R + i \bar{\rho}_I = (x^2 + q^2)^{1/2}, \quad (\text{A.4})$$

otrzymujemy zespolony kąt obserwacji  $\varphi = \varphi_R + i \varphi_I$ , gdzie

$$\operatorname{tg} \varphi_R = (z_q - (\bar{\rho}_I / \bar{\rho}_R) z_F) / x, \quad (\text{A.5})$$

$$\operatorname{tg} \varphi_I = -(\bar{\rho}_I / \bar{\rho}_R) (z - (\bar{\rho}_I / \bar{\rho}_R) z_F) / x_q. \quad (\text{A.6})$$

Reprezentacja spektralna pola (A.1) przyjmuje wtedy postać

$$V_r = V_r(\rho, \varphi; \theta_1) = B \int_{-\infty}^{+\infty} R_q(\theta_1 + \psi) \exp[i k \bar{\rho} \cos(\psi - \varphi)] \cos \psi \, d\psi, \quad (\text{A.7})$$

gdzie

$$B = (2\pi)^{-3/4} \exp[-kz_F]. \quad (\text{A.8})$$

Zagadnienie odbicia wiązki gaussowskiej od powierzchni dielektryka było analizowane uprzednio metodami promieni zespolonych [56,57]. Ponieważ otrzymane tą drogą rezultaty mają trudną do interpretacji i analizy numerycznej postać [43,56,57], całka (A.7) zostanie poniżej oszacowana tradycyjnymi metodami asymptotycznymi [51].

Przy założeniu

$$k\rho \gg 1 \quad (\text{A.9})$$

pole odbite  $V$  można asymptotycznie przedstawić w postaci sumy

$$V = V_0 + V_1, \quad (\text{A.10})$$

gdzie  $V_0$  reprezentuje wkład do całki (A.7) od punktu siodłowego  $\psi_s = \varphi$ , zdefiniowanego poprzez warunek zerowania się pochodnej wykładnika eksponenty w (A.7)

$$(d/d\psi) \cos(\psi - \varphi) = 0 \quad (\text{A.11})$$

a  $V_1$  reprezentuje wkład od cięcia  $\Gamma$  biegnącego w zespolonej płaszczyźnie

kata  $\psi$  od punktu rozgałęzienia  $\psi_c = \theta_c - \theta$  do nieskonczoności. Punkt rozgałęzienia wyznaczony jest z kolei poprzez zerowanie się w tym punkcie wielowartościowego wyrażenia

$$\sin(\theta_c - \theta_1 - \psi)^{1/2} = 0, \quad (\text{A.12})$$

występującego w jawnej postaci we współczynniku Fresnela  $R_q(\theta + \psi)$  (2.11a).

Zdefiniujmy drogę najszybszego spadku SDP w (A.4) poprzez wprowadzenie nowej zmiennej całkowania  $s$  wzdłuż nowego konturu całkowania SDP, zapewniającego największy wkład do całki od bezpośredniego otoczenia punktu siodłowego  $\psi_s$

$$\bar{\rho} \cos(\psi - \varphi) = \bar{\rho} \cos(\psi_s - \varphi) + i \rho s^2 = \bar{\rho} + i \rho s^2. \quad (\text{A.13})$$

Stąd

$$s = -2^{1/2} (\bar{\rho} / \rho)^{1/2} \exp[-i\pi/4] \sin[(\psi - \varphi)/2], \quad (\text{A.14})$$

czyli w punkcie siodłowym  $s=0$  i  $\psi = \varphi$  jacobian przejścia od zmiennej całkowania  $\psi$  do  $s$  wynosi

$$d\psi/ds = (2\rho/\bar{\rho})^{1/2} \exp[-i\pi/4]. \quad (\text{A.15})$$

Podstawiając (A.13-15) do (A.7) otrzymujemy

$$V_0 = A \exp(ik\bar{\rho}) \int_0^{+\infty} G(s) \exp(-k\rho s^2) ds, \quad (\text{A.16})$$

gdzie

$$G(s) = R(\theta + \psi) \cos \psi d\psi/ds \equiv G(0) + G'(0)s + 1/2 G''(0)s^2, \quad (\text{A.17})$$

a  $G'$  i  $G''$  oznaczają odpowiednio pierwszą i drugą pochodną funkcji  $G$ . Uwzględniając tożsamości

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-k\rho s^2} ds = \pi^{1/2} (k\rho)^{-1/2}, \quad (\text{A.18})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s e^{-k\rho s^2} ds = 0, \quad (\text{A.19})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 e^{-k\rho s^2} ds = 2^{-1} \pi^{1/2} (k\rho)^{-3/2}, \quad (\text{A.20})$$

całkę (A.16) sprowadzamy do algebraicznego wyrażenia

$$V_g = A\pi^{1/2} G(0) [1 + (4\pi\rho)^{-1} G''(0)/G(0)] (k\rho)^{-1/2} \exp(ik\bar{\rho}), \quad (\text{A.21})$$

gdzie

$$G(0) = 2^{1/2} \exp(-i\pi/4) R_g(\theta_1 + \varphi) \cos\varphi (\rho/\bar{\rho})^{1/2}, \quad (\text{A.22})$$

$$G''(0)/G(0) = i2^{-1} (\rho/\bar{\rho}) \{3 + 8(R'/R) \operatorname{tg}\varphi - 4(R''/R)\}. \quad (\text{A.23})$$

Ostatecznie, wkład od punktu siodłowego daje w reprezentacji pola (A.1) falę cylindryczną

$$V_g = (2\pi)^{-1/4} \exp(-kz_F - i\pi/4) R_g(\theta + \varphi) \cos\varphi \{1 + 0((k\rho)^{-1})\} (k\bar{\rho})^{-1/2} \exp(ik\bar{\rho}), \quad (\text{A.24})$$

zmodyfikowaną - poprzez  $\varphi_I$  - gaussowskim charakterem pola padającego.

Wkład punktu rozgałęzienia  $\psi_c = \theta_c - \theta_1$  do wartości całki (A.7) wynika z faktu obejścia tego punktu wzdłuż cięcia  $\Gamma$  w trakcie przekształcenia konturu całkowania z osi rzeczywistej do konturu SDP. Wybierając cięcie tak, by wkład bezpośredniego otoczenia punktu rozgałęzienia  $\psi_c$  był największy, definiujemy nową zmienną całkowania  $\tau$  poprzez

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \cos(\psi - \varphi) &\cong \bar{\rho} \cos(\theta_c - \theta - \varphi) - \bar{\rho} \sin(\theta_c - \theta_1 - \varphi) (\psi - \theta_c + \theta_1) = \\ &= \bar{\rho} \cos(\theta_c - \theta_1 - \varphi) + i\rho\tau^2. \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Stąd

$$\tau = [i(\bar{\rho}/\rho) (\psi - \theta_c + \theta_1) \sin(\theta_c - \theta_1 - \varphi)]^{1/2}, \quad (\text{A.26})$$

$$d\psi/dt = -2i\tau(\rho/\bar{\rho})\sin^{-1}(\theta_c - \theta_1 - \varphi).$$

Obliczając współczynnik Fresnela w otoczeniu punktu rozgałęzienia i uwzględniając zmianę znaku pierwiastka

$$(\theta_c - \theta_1 - \psi)^{1/2 (+)} = -(\theta_c - \theta_1 - \psi)^{1/2 (-)} \quad (\text{A.27})$$

przy przejściu przez cięcie  $\Gamma$  otrzymujemy na cięciu

$$\begin{aligned} R^{(\pm)}(s) &= R^{(+)}(s) - R^{(-)}(s) \approx 4i2^{1/2}m(\psi - \theta_c + \theta_1)^{1/2}tg^{1/2}\theta_c \\ &= -4m[2i(\rho/\bar{\rho})tg\theta_c \sin^{-1}(\theta_c - \theta_1 - \varphi)]^{1/2}\tau, \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

gdzie

$$m = \begin{cases} 1 & (\text{TE}) \\ n^{-2} & (\text{TM}) \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

Przybliżając

$$\cos\psi \approx \cos\psi_c \quad (\text{A.30})$$

i podstawiając (A.25-30) do (A.7) otrzymujemy

$$\begin{aligned} V_1 &= -H(\varphi)2iAR^{(\pm)}(0)(\rho/\bar{\rho})\cos(\theta_c - \theta_1)\sin^{-1}(\theta_c - \theta_1 - \varphi)\exp[-ik\bar{\rho}\cos(\theta_c - \theta - \varphi)] \\ &\int_0^{+\infty} s^2 \exp(-kps^2) ds, \end{aligned} \quad (\text{3.31})$$

a stąd, na mocy (A.20), ostatecznie

$$\begin{aligned} V_1 &= -H(\varphi)2^{3/4}\pi^{-1/4}m\exp(-kz_F - 1\pi/4)tg^{1/2}\theta_c \cos(\theta_c - \theta_1) \\ &[k\bar{\rho}\sin(\theta_1 + \varphi - \theta_c)]^{-3/2}\exp[ik\bar{\rho}\cos(\theta_1 + \varphi - \theta_c)], \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

gdzie funkcja Heaviside'a  $H(\varphi)$  wyznacza zakres występowania fali bocznej  $V_1$  w zależności od zespolonego kąta obserwacji  $\varphi$ .

Dokładność otrzymanych powyżej wyników zależy w głównym stopniu od dokładności przybliżenia (A.17) w punkcie rozgałęzienia  $\theta+\varphi=\theta_c$ , a dokładność ta z kolei maleje wraz z dążeniem  $\theta+\varphi-\theta_c$  do zera, co zachodzi dla granicznych przypadków  $z_F=0$  (padająca fala cylindryczna) i  $z_F=\infty$  (padająca fala płaska). W tych przypadkach dla  $\varphi=\theta_c-\theta_1$  punkt siodłowy pokrywa się z punktem rozgałęzienia i konieczna jest modyfikacja [51] przedstawionej powyżej analizy, która również podnosi dokładność obliczeń dla skończonej wartości  $z_F$  [57]. Ponieważ praca dotyczy głównie analizy zagadnienia odbicia w polu bliskim, wspomniana powyżej modyfikacja została zastąpiona bardziej w tym przypadku przydatną metodą przedstawioną w Części 3.

Niespekularne efekty deformacji geometrycznej wiązki odbitej zachodzą poprzez interferencję składnika geometrycznego pola  $V_g$  z pobudzoną na powierzchni granicznej falą boczną  $V_1$ . Zauważmy, że w polu dalekim ( $z_g/z_F \gg 1$ ) kąt  $\varphi$  przyjmuje w przybliżeniu wartości rzeczywiste. Wtedy, przy przesuwaniu punktu obserwacji w płaszczyźnie przekroju poprzecznego ( $z_g=\text{const.}$ ) wiązki  $V_g$ , kąt  $\varphi$  osiąga wartość  $\varphi_c=\theta_c-\theta_1$  będącym kątem propagacji fali bocznej. W tym punkcie argument funkcji  $\sin^{-3/2}(\theta_1+\varphi-\theta_c)$  w wyrażeniu (A.32) zmienia znak i faza fali bocznej zmienia skokowo swą wartość o  $-3\pi/2$ . Oznacza to, że gdy część poprzecznego przekroju wiązki  $V_g$  (dla której  $\varphi < \varphi_c$ ) interferuje z falą boczną dodatnio, to pozostała jej część ( $\varphi > \varphi_c$ ) interferuje ujemnie lub na odwrót. Maksimum natężenia pola odbitego  $V_r$  doznaje wtedy przesunięcia poprzecznego od osi geometrycznej  $z_g$  w kierunku dodatnich lub ujemnych wartości  $x_g$ , co stanowi właśnie istotę przesunięcia Goos-Hänchena [51-52]. Bardziej dokładna analiza, przedstawiona w Części 3, wskazuje na istnienie jeszcze innych, oprócz przesunięcia Goos-Hänchena, efektów niespekularnego odbicia.

### DODATEK 3.B

#### UPROSZCZONA ANALIZA SPEKTRALNA ZAGADNIENIA ODBICIA

Metoda konkurencyjna do metody asymptotycznej, przedstawionej w Dodatku 3.A, jest metoda spektralnej analizy problemu. Metodę tą, będącą swoistym podsumowaniem wielu różnych używanych uprzednio technik [70-139],

zastosował w 1969 roku Tamir [69] w analizie (przybliżonej) zagadnienia niespekularnego odbicia od warstwowej struktury światłowodowej. Poniżej zostanie ona zastosowana dla przypadku odbicia od powierzchni dielektryka przy założeniu, że kąt padania jest wystarczająco różny od kąta krytycznego  $\theta_c$ , co prowadzi praktycznie do braku uwzględnienia oddziaływania wiązki padającej z falą boczną. Zakres upraszczających założeń tej metody został przedyskutowany w Rozdz.3.3.

Przyjmujemy, jak w Części 3, pole padające w postaci wiązki gaussowskiej (3.1.3) o szerokości  $w_0$ , co w przybliżeniu przyosiłowym prowadzi (Rozdz.3.3) do spektralnej reprezentacji pola odbitego

$$U_r(x, z) = (2\pi)^{-3/4} k \int_{-\infty}^{+\infty} R_q \exp[-(k/2)^2 v_q^2 s^2 + i k s x_q] ds, \quad (B.1)$$

gdzie

$$v_q^2 = 1 + i z_q / z_F, \quad s = \sin \psi \quad (B.2)$$

a  $R_q$  jest współczynnikiem Fresnela dla kąta padania  $\theta_1 + \psi$ . Podstawowym celem metody jest uwzględnienie wpływu współczynnika  $R_q$  na widmo pola odbitego. Realizuje się to poprzez gaussowska aproksymację współczynnika odbicia

$$R(s) = R_q \exp[\ln(R_q/R_1)] \approx R_1 \exp[(R_q/R_1)'s + 1/2(R_q'/R_1)'s^2], \quad (B.3)$$

gdzie  $R_q = R(\theta_1)$ . Grupuując w wykładniku eksponenty w (B.1) człony przy jednakowych potęgach  $s$  otrzymujemy, przy uwzględnieniu (B.3)

$$U_r(x_q, z_q) = (2\pi)^{-3/4} k \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(k v_f s / 2)^2 + i k s (x_q - L^{(0)})] ds, \quad (B.4)$$

gdzie

$$v_f^2 = 1 + (1/z_F)(z_q - F^{(0)}) \quad (B.4)$$

a zespolone przesunięcia  $L^{(0)}$  i  $F^{(0)}$  wyrażają się przez odpowiednie pochodne współczynnika  $R$ :

$$L^{(0)} = L_R^{(0)} + L_I^{(0)} = (i/k)(R/R)' \Big|_{s=0}, \quad (\text{B.5})$$

$$F^{(0)} = F_R^{(0)} + F_I^{(0)} = -(i/k)(R'/R)' \Big|_{s=0}. \quad (\text{B.6})$$

Przeprowadzając analityczne całkowanie (B.4) otrzymujemy

$$U_r(x_g, z_g) = (2/\pi)^{1/4} R_g v_f^{-1} \exp[-(x_g - L^{(0)})^2 / v_f^2]. \quad (\text{B.7})$$

Ponieważ przesunięcia  $L$  i  $F$  są wielkościami zespolonymi, wzór (B.7) nie ma bezpośredniej interpretacji wiązki gaussowskiej. Można ją uzyskać wydzielając części rzeczywiste i urojone funkcji  $L^{(0)}$  i  $F^{(0)}$  w (B.4,7) i grupując odpowiednio człony w eksponencie w (B.7) związane z  $x$  i  $z$ . Po prostych przekształceniach otrzymujemy

$$U_r(x, z) = R_r (2/\pi)^{1/4} (\nu^{(0)})^{1/2} v_r^{-1} \exp[-(x - \delta_x^{(0)})^2 / v_r^2], \quad (\text{B.8})$$

$$v_r^2 = (\nu^{(0)})^2 [1 + i(\nu^{(0)} z_F)^{-2} (z_g - \delta_z^{(0)})], \quad (\text{B.9})$$

gdzie zmodyfikowany współczynnik odbicia

$$R_r = (R_r/R_l) R_l \quad (\text{B.10})$$

wiąże się z  $R_l$  poprzez współczynnik modyfikacji

$$R_r/R_l = (v_r/v_f) \exp[-(L_I^{(0)})^2 + 2iL_I^{(0)}(x_g - L_r^{(0)})v_r^{-2}]. \quad (\text{B.11})$$

Inne niespekularne efekty, takie jak, przesunięcia: poprzeczne  $\delta_x$  i podłużne  $\delta_z$  i modyfikacja  $\nu$  szerokości wiązki  $w_0$  wyrażają się następująco ( $R = |R| \exp(i\varphi)$ );

$$\bar{\delta}_x = L_R^{(0)} = -k^{-1} \varphi' \Big|_{s=0}, \quad (\text{B.12})$$

$$\bar{\delta}_z = F_R^{(0)} = k^{-1} \varphi'' \Big|_{s=0}, \quad (\text{B.13})$$

$$\bar{\nu}^2 = 1 + F_I^{(0)}/z_F = 1 - (kz_F)^{-1} [ |R|''/|R| - (|R|'/|R|)^2 ] \Big|_{s=0}. \quad (\text{B.14})$$

Szukając maksimum funkcji  $|U_r|^2$  w płaszczyźnie  $z_q = \text{const.}$  otrzymujemy również przesunięcie katowe wiązki

$$\bar{\delta}_\theta \approx L_I^{(0)} (z_F \nu^2)^{-1} = (kz_F)^{-1} (\nu^{(0)})^{-2} (|R'|/|R|) \Big|_{s=0}, \quad (\text{B.15})$$

gdzie (') i (") oznaczają pierwszą i drugą pochodną po  $\psi$ .

Powyzsze wzory (B.11-15) wymagają kilku słów komentarza. Po pierwsze, pochodna współczynnika  $R$  nie istnieje dla  $\theta = \theta_c$ . Dlatego powyższa analiza może obowiązywać dla kątów padania spoza otoczenia kąta krytycznego. Co więcej, modyfikacja  $(R_r/R_l)$  współczynnika odbicia (B.11) zależy w sposób jawny od  $x_q$  i stąd ma raczej charakter formalny. Tak też należy ją tutaj traktować. Niespekularny efekt tego typu był po raz pierwszy analizowany w 1988 roku [13,14] i to w ramach innej, dokładnej analizy tego problemu. Uwzględniając przebieg funkcji  $R$  [Rys.3.2] ze wzorów (B.12-15) można również wywnioskować, że przesunięcia  $\delta_x^{(0)}$ ,  $\delta_z^{(0)}$  są różne od zera dla kątów padania większych od kąta granicznego, przeciwieństwo do dwu pozostałych efektów  $\delta_\theta^{(0)}$  i  $\nu^{(0)}$ . Rzeczywisty przebieg tych funkcji w zależności od kąta padania przedstawiają wyniki numeryczne zawarte w Rozdz.3.4-5 i w pracy [12], będące rezultatem analizy problemu dopuszczającej w przybliżeniu przyosiowym dowolnie dużą dokładność obliczeń, również dla krytycznego kąta padania.



#### 4. BISTABILNOŚĆ EFEKTÓW NIESPEKULARNEGO ODBICIA OD NIELINIOWEJ GRANICZNEJ POWIERZCHNI HYBRYDOWEJ

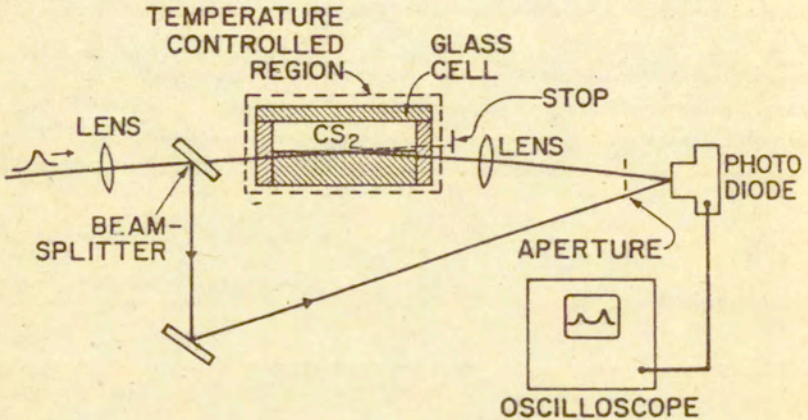
Część 4 pracy poświęcona jest zagadnieniu bistabilności niespekularnego odbicia od nielokalnej powierzchni nieliniowej (NI) z zewnętrznym sprzężeniem zwrotnym pomiędzy wiązką odbita, a nielokalną nieliniowością ośrodka typu Kerra. W Rozdz.4.1 przedstawiono podstawowe rezultaty dotychczas prowadzonych prac nad lokalną NI. Następnie sformułowano problem odbicia do hybrydowej NI (Rozdz.4.2), przedstawiono numeryczną metodę (MIG) analizy tego problemu (Rozdz.4.3) i wykazano występowanie, przy odpowiednio dobranych parametrach układu nieliniowego, zjawiska niespekularnej bistabilności we wszystkich parametrach deformacji wiązki odbitej (Rozdz.4.4).

##### 4.1. BISTABILNOŚĆ OPTYCZNA NIELINIOWEJ POWIERZCHNI GRANICZNEJ

Potrzeba konstrukcji ultraszybkich, subpikosekundowych elementów fotonicznych (optyczne przełączniki, deflektory i elementy logiczne [9, 10, 157, 158]) już w połowie lat siedemdziesiątych zwróciła uwagę badaczy na nieliniową powierzchnię graniczną (NI), rozgraniczającą dwa ośrodki dielektryczne, z których przynajmniej jeden wykazuje własności nieliniowe. Cechą wyróżniającą NI spośród innych układów fotonicznych jest brak występowania w niej zjawiska rezonansu; stąd działa ona w szerokim zakresie widmowym z czasami przełączania ograniczonymi wyłącznie czasami odpowiedzi nieliniowości ośrodka. W latach 1976-1977 Kaplan [184,185] przedstawił teorię działania NI w przypadku padania na nią fali płaskiej. Choć przyjęta przez niego forma rozwiązania w ośrodku nieliniowym może budzić pewne zastrzeżenia - fale płaskie nie są stabilnymi rozwiązaniami zagadnienia nieliniowego - to jednak przekonująco wskazał on na możliwość występowania optycznej bistabilności (OB) na NI i to zarówno dla dodatniej [184,185], jak i ujemnej [186] lokalnej nieliniowości typu Kerra w jednym z dwu ośrodków dielektrycznych.

Wkrótce przewidziana teoretycznie przez Kaplana optyczna bistabilność NI została potwierdzona eksperymentalnie przez Smitha i jego współpracowników z laboratorium Bella w Holmdel [188,190]. Schemat wykorzystywanego przez nich układu eksperymentalnego przedstawia Rys.1.

Impulsy świetlne o długości fali 694.3nm, czasie trwania  $\sim 0.2\text{mJ}$  (natężenie światła na NI  $\sim 10^{12}\text{W/m}^2$ ) generowane są przez laser rubinowy z przełączaniem dobroci.

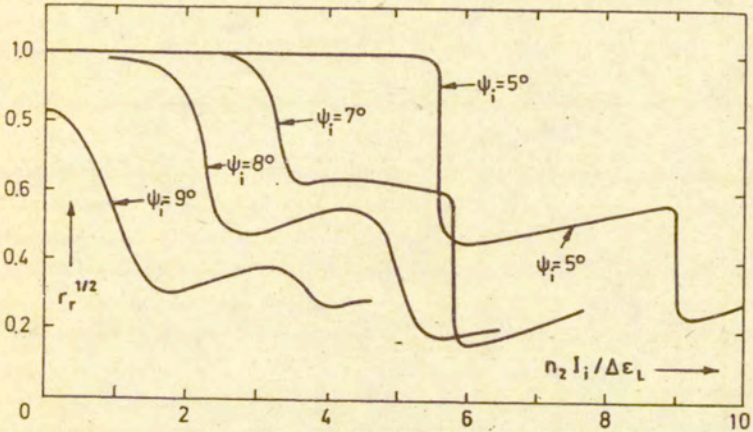


Rys. 4.1 Układ eksperymentalny do badania bistabilności NI (za pracę [188]).

Impulsowy przebieg czasowy wiązki padającej zapobiega termicznemu zniszczeniu NI. Parametr dyfrakcyjny wiązki  $z_F$  jest rzędu 400, co odpowiada w przybliżeniu padaniu fali płaskiej - kat rozbieżności wiązki wynosi wtedy około  $0.14^\circ$ . Ośrodek nieliniowy stanowi siarczek węgla  $\text{CS}_2$  o nieliniowym współczynniku załamania  $n_2 \sim 3 \cdot 10^{-9}\text{m}^2/\text{W}$ , stabilizowany temperaturowo liniowy kontrast optyczny  $\Delta n_L$  jest rzędu  $10^{-3}$ , co odpowiada katowi krytycznemu  $\theta_c \approx 88^\circ$ . Czasowa zdolność rozdzielcza układu pomiarowego  $\sim 300\text{ps}$  znacznie przewyższa czas odpowiedzi NI  $\sim 2\text{ps}$ . Poprzez układ rozdzielający i opóźniający ta sama fotodioda rejestruje impuls padający i impuls odbity. Działanie układu okazało się jakościowo zgodne z wynikami symulacji numerycznej zjawiska oddziaływania wiązki o skończonym przekroju z NI [189]. Układ wykazywał wyraźnie bistabilny charakter działania NI, to

znaczy opisywany był petla histerezy na wykresie zależności mocy wiązki odbitej od mocy wiązki padającej.

Następne, przeprowadzone przez ten sam zespół, numeryczne symulacje odbicia od NI wiązek wąskich ( $w_0 \sim 10\lambda$ ) nie wykazały bistabilności optycznej [191]. Wskazano za to na istnienie dużego efektu Goos-Hänchena i na zauważalną zależność kąta ugięcia wiązki od jej natężenia. W celu zbadania czysto stacjonarnego procesu odbicia, zastosowano sztuczny dielektryk, składający się z zawiesiny drobnych (o średnicy  $\sim 800\text{\AA}$  i koncentracji 30%) kwarcowych cząsteczek w cieczy.



Rys.4.2 Natężeniowy współczynnik odbicia  $r_r$  jako funkcja znormalizowanego natężenia  $n_2 I_i / \Delta \epsilon_L$  fali padającej dla różnych kątów padania  $\psi_i$  (za pracą [192]).

Nieliniowość takiego osrodka jest bardzo wysoka  $n_2 \sim 4.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{W}$  i pozwala na użycie konwencjonalnego lasera (argonowego) o pracy ciągłej. Otrzymane wyniki eksperymentalne, łącznie z przedstawioną symulacją numeryczną procesu, nie wykazały zjawiska bistabilności optycznej (Rys.4.2) [192]. Otrzymano natomiast szereg skoków (o różnym kontraście) natężenia wiązki odbitej w progowych natężeniach wiązki padającej, odpowiadających kolejnym

samoogniskowanym wiązkom pola ugiętego, generowanym na NI w osrodku nieliniowym. Wytlumaczenie przez autorów sprzeczności konkluzji zawartych w ich pracach nie jest zbyt przekonujące. Z jednej strony wskazują oni na niedoskonałości użytego oprogramowania numerycznego - brak mechanizmu pamięci realizowanego przez program i jego mała dokładność - co jednak podważa otrzymane przez nich wyniki numeryczne i oczywiście nie przeczy istnieniu zjawiska OB. Z drugiej strony, przecząc swoim uprzednim publikacjom [184-186, 188, 190], twierdzą oni, że NI, jako układ bezrezonansowy nie posiada wbudowanego mechanizmu pamięci. Jest to tym bardziej niezrozumiałe, że NI, analizowaną przez Kaplana [184-186] w przypadku padania fali płaskiej, działa w oparciu o taki sam czasowy mechanizm pamięci i nikt nie kwestionuje z tego powodu istnienia otrzymanego na niej zjawiska OB. Co więcej, ostatnio opublikowane [194] wyniki eksperymentu, przeprowadzonego na podobnym układzie NI jak w pracy [192], wskazują na zachodzenie zjawiska OB o stosunkowo małym kontraście przełączania.

Sprzeczne wyniki, otrzymane i publikowane w ciągu kilku lat przez tych samych autorów wyraźnie wskazują na aktualność i otwartość problemu bistabilności optycznej NI. Niewatpliwie postęp badań w tej dziedzinie w dużym stopniu zależy od dostępności odpowiedniego oprogramowania numerycznego; przeprowadzenie udanego eksperymentu bez uprzedniej dokładnej symulacji numerycznej zjawiska nie jest właściwie możliwe. Według autora, zjawisko OB na NI istnieje wyłącznie przy spełnieniu określonych warunków, wykluczających w stopniu wystarczającym nakładanie się innych, ubocznych zjawisk nieliniowych na bistabilny proces przełączania. Jak to już zostało wyjaśnione we Wstępie, zjawisko OB na NI powinno zachodzić przy odpowiednio dużym zasiegu nielokalności nieliniowego osrodka i odpowiednio dużym sprzężeniu pomiędzy nieliniowością osrodka a polem odbitym. Warunki te są łatwo spełnione przez nieliniowe układy elektrooptyczne - bistabilność hybrydowej NI została potwierdzona eksperymentalnie już w 1982 roku [181]. W podobny sposób powinny się również zachowywać układy wykorzystujące nielokalny osrodek nieliniowy sprzężony z zewnętrzną (liniową) wnęką rezonansową [172]. Jak wykazuje przedstawiona w Rozdz.4.4 symulacja numeryczna, nawet w powyższych układach OB zachodzi wyłącznie przy spełnieniu odpowiednich warunków ograniczających wpływ zjawiska dyfrakcji na proces niespekularnego odbicia na NI.

Odpowiedz na kontrowersyjne pytanie o istnienie OB w konkretnych fizycznych realizacjach NI nie jest jednak celem niniejszego opracowania. Należy podkreślić, że dotychczasowe prace [160-163, 180-181, 184-194] w tej dziedzinie dotyczyły wyłącznie zjawiska bistabilności współczynnika odbicia na NI. W przypadku ograniczonych wiązek falowych zawiera on wprawdzie niespekularną poprawkę  $\delta_R$ , ale jej wpływ na przebieg zjawiska jest, przynajmniej w analizowanych dotąd konfiguracjach, niewielki. Jednakże z Części 3 pracy wynika, że oprócz  $\delta_R$  istnieje jeszcze pięć innych niezależnych efektów niespekularnych. Możliwość bistabilnego przełączania również i tych efektów nie była dotychczas dyskutowana; wprawdzie wskazywano już uprzednio na występowanie znacznego przesunięcia Goos-Hänchena na NI [191, 192, 195-198], ale nie przewidziano możliwości jego bistabilnego zachowania. Następne rozdziały Części 4 pracy stanowią, wraz z najnowszymi publikacjami [15, 16] autora na ten temat, pierwszą próbę wykazania optycznej bistabilności wszystkich efektów niespekularnego odbicia.

#### 4.2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU NIELINIOWEGO

Rozpatrzmy oddziaływanie wiązki pola EM z powierzchnią graniczną oddzielającą górny, gęstszy optycznie jednorodny dielektryk liniowy o stałej dielektrycznej  $\epsilon_0$  i współczynniku załamania  $n_0$  od jednorodnego dielektrycznego osrodka nieliniowego  $\tilde{o}$  nieliniowych parametrach  $\epsilon_1$  i  $n_1$  (Rys.3.1). Nieliniowość w osrodku optycznie rzadszym ma charakter nielokalny, to znaczy nieliniowe zmiany  $\epsilon_1$  i  $n_1$  są jednorodne dla  $x > 0$ , i jest typu Kerra, co dla osrodka nielokalnego oznacza zależność  $\epsilon_1$  i  $n_1$  od całkowitej energii lub całkowitego strumienia mocy pola. Przyjmujemy również, że zachodzi sprzężenie zwrotne wyłącznie pomiędzy strumieniem mocy  $S_r$  wiązki odbitej a nieliniowością w osrodku dolnym, co determinuje postać względnej stałej dielektrycznej

$$\epsilon(V) = \epsilon = \epsilon_1 / \epsilon_0 = 1 + \Delta\epsilon = 1 + \Delta\epsilon_L + \Delta\epsilon_{NL} \quad (2.1)$$

z liniowym

$$\Delta\epsilon_L = (\epsilon_1 - \epsilon_0) / \epsilon_0 \quad (2.2)$$

i nieliniowym

$$\Delta\epsilon_{NL} = \kappa S_r \quad (2.3)$$

przyrostem wartości względem ośrodka liniowego ( $\epsilon=1$ ), gdzie  $\kappa$  oznacza współczynnik nieliniowego sprzeżenia. Wielkość  $\kappa$  zależy od charakterystyk fizycznego układu modelowanego przez powyżej zdefiniowaną nieliniową powierzchnię graniczną. W przypadku układu hybrydowego, złożonego z elektrooptycznego elementu (w miejscu ośrodka rzadszego optycznie) i układu elektronicznego, będą to charakterystyki elektrooptycznego kryształu, optycznego detektora i elektronicznego wzmacniacza; w przypadku nielokalnego ośrodka nieliniowego z zewnętrzną wnęką rezonansową będą to parametry fizyczne i geometryczne układu. Przy analizowaniu problemu modelowego istotne są wyłącznie wartości wielkości  $\kappa$ ,  $\epsilon$ ,  $\epsilon_L$ ,  $\epsilon_{NL}$ , zapewniające odpowiednio generację fali bocznej o odpowiednio dużej amplitudzie (wywołującej odpowiednio duże efekty niespekularne) i dodatnie sprzeżenie zwrotne pomiędzy nieliniowością ośrodka  $\Delta\epsilon_{NL}$  i strumieniem mocy wiązki odbitej  $S_r$ . Ponieważ  $S_r$  wiąże się ze strumieniem mocy  $S_1$  wiązki padającej poprzez nateżeniowy niespekularny współczynnik odbicia  $r_r$ ,

$$S_r = r_r S_1 \quad (2.4a)$$

to możemy również mówić o sprzeżeniu zwrotnym pomiędzy  $\Delta\epsilon_{NL}$  i  $r_r$  związanych równaniem

$$\Delta\epsilon_{NL} = \kappa r_r S_1 \quad (2.3b)$$

Generacja fali bocznej zachodzi gdy padająca wiązka propaguje się w optycznie gęstszym dielektrycznym ośrodku

$$-1 < \Delta\epsilon < 0, \quad (2.5)$$

przy kątach padania  $\theta_1$  bliskich kątowi krytycznemu  $\theta_c$ , gdzie liniowy  $\theta_{cL}$  i nieliniowy  $\theta_c$  kąty krytyczne wyznaczone są poprzez równania

$$\sin\theta_c = n = (1 + \Delta c_L + \Delta c_{NL})^{1/2}, \quad (2.6a)$$

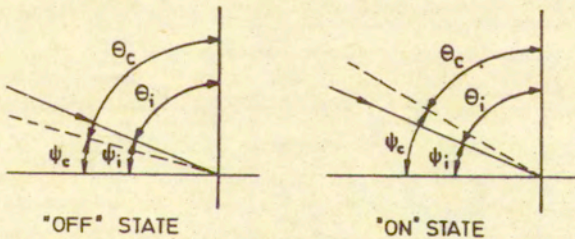
$$\sin\theta_{cL} = n_L = (1 + \Delta c_L)^{1/2}, \quad (2.6b)$$

a termin "bliski" wiąże  $\theta_1$  ze stopniem skolimowania wiązki

$$|\theta_1 - \theta_c| < 2/k = z_F^{-1}. \quad (2.7)$$

Sprężenie zwrotne w tak zamodelowanej strukturze nieliniowej i problem bistabilności układu wiążą się, zgodnie z (2.3) i (2.6), ze wzmocnieniem różniczkowych przyrostów współczynnika odbicia  $r_r$ , którego przebieg bez sprężenia zwrotnego przedstawia Rys.3.2 z Części 3 pracy. Przyrosty te są największe dla  $\theta_1 - \theta_c \approx 0$ , stąd też wynika warunek (2.7) na kąt padania  $\theta_1$  - należy oczekiwać największego efektu sprężenia zwrotnego dla  $\theta_1 = \theta_c$ . Efekt ten można osiągnąć albo poprzez zmianę  $\theta_1$  przy ustalonym  $\theta_c$ , albo przez zmianę  $\theta_c$  przy ustalonym  $\theta_1$ . Przeanalizujemy drugi z tych przypadków. Zauważmy, że na mocy (2.3) i (2.6) przyrost  $\theta_c$  osiągamy poprzez przyrost  $-\Delta c_{NL}$ , który dla istotnie dużego sprężenia powinien być tego samego rzędu lub większy od  $\Delta c_L$ .

$$|\Delta c_{NL}| > |\Delta c_L| \quad (2.8)$$



Rys. 4.3. Mechanizm przełączania fotonicznego NI.

Przyjmijmy, że dla małych wartości strumienia mocy wiązki padającej ( $S_1 \approx 0$ ; przypadek liniowy) kąt padania  $\theta_1$  jest mniejszy od  $\theta_c$  - układ znajduje się w stanie "off" (Rys.4.3). Przyjmijmy również, że dla małych wartości  $S_1$  (co oznacza w przybliżeniu przypadek liniowy) kontrast optyczny osrodków jest ujemny

$$\Delta\epsilon_L < 0, \quad (2.9)$$

i że nieliniowość osrodka również jest ujemna

$$\kappa < 0. \quad (2.10)$$

Wtedy zwiększenie strumienia wiązki padającej pociąga za sobą następujące zmiany innych parametrów układu:

$$S_{1\uparrow} \Rightarrow \Delta\epsilon_{NL\uparrow} \Rightarrow |\theta_1 - \theta_c| \uparrow \Rightarrow r_{r\uparrow} \Rightarrow \Delta\epsilon_{NL\uparrow} \Rightarrow \dots, \quad (2.11)$$

co obrazuje dodatnie sprzężenie zwrotne pomiędzy  $\Delta\epsilon_{NL}$  i  $r_r$ . W miarę wzrostu wartości  $S_1$  wartość kąta  $\theta_c$  zbliża się do  $\theta_1$ . Po osiągnięciu pewnej wartości  $S_1 = S_1^\uparrow$  wielkość  $\theta_1 - \theta_c$  zmienia znak i układ przełącza się w stan "on" (Rys.4.3). W zależności od wartości pochodnej  $dr/dS_1$  układ przełącza się w sposób ciągły ( $dr/dS_1 < \infty$ ) lub skokowy ( $dr/dS_1 = +\infty$ ), realizując odpowiednio duży zysk różniczkowy  $S_r$  względem  $S_1$  lub też przełączenie bistabilne układu nieliniowego dla konkretnej wartości  $S_1 = S_1^\uparrow$ . Analogicznie realizowane jest przełączenie układu ze stanu "on" do stanu "off" ( $dr/dS_1 = -\infty$ ) przy zmniejszaniu strumienia mocy  $S_1$ , przy czym przełączanie bistabilne zachodzi dla wartości  $S_1 = S_1^\downarrow$  różnej od  $S_1^\uparrow$ .

W zasadzie opisane powyżej zjawisko sprzężenia zwrotnego i przełączania układu zachodzi przy każdej konfiguracji znaków wielkości  $\Delta\epsilon_{NL}$  i  $\kappa$  oprócz przypadku  $\Delta\epsilon_L > 0$ ,  $\kappa > 0$ , to znaczy przy braku zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia. Jednakże ze względów technologicznych (małe  $\kappa$ ) praktycznie nie jest możliwe przełączanie przy  $\Delta\epsilon_L > 0$ , a przyrosty  $|\Delta\epsilon_{NL}|$  powinny być małe

$$|\Delta\epsilon_{NL}| \ll 1; \quad |\Delta\epsilon_L| \ll 1. \quad (2.12)$$

Używając zamiast kątów  $\theta_1$ ,  $\theta_c$ ,  $\theta_r$ , mierzonych względem normalnej do



płaszczyzny  $x=0$ , katów (rys. 4.3)

$$\psi_p = \pi/2 - \theta_p, \quad p=1, c, r, \quad (2.13)$$

otrzymujemy z (2.6) na mocy (2.12)

$$\psi_c \approx \Delta \epsilon_L + \Delta \epsilon_{NL}, \quad \psi_{cL} \approx \Delta \epsilon_L, \quad (2.14)$$

gdzie  $\psi_{cL}$  oznacza kąt krytyczny przy zerowym natężeniu wiązki padającej.

Stąd kąty  $\psi_c$ ,  $\psi_1$  i w konsekwencji  $\psi_r$  w praktycznie realizowanych układach są bliskie zeru. Należy podkreślić, że jest to warunek czysto technologiczny, w prezentowanej tutaj analizie numerycznej nie wykorzystywany, ponieważ numerycznie można przyjąć dowolnie duże wartości dla wielkości  $kS_1$ .

Problem oddziaływania wiązki Gaussa modu podstawowego

$$V_1 = C_1 (2/\pi)^{1/4} v_1^{-1} \exp[-(x_1/v_1)^2 + ikz_1] \quad (2.15a)$$

$$v_1 = 1 + iz_1/z_F \quad (2.15b)$$

$$S_1 = |C_1|^2 \quad (2.15c)$$

z nieliniową powierzchnią graniczną formułujemy analogicznie jak w przypadku liniowym (3.1.2-3.1.12) z tą różnicą, że różniczkowy problem brzegowy

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(V)]V = 0, \quad (2.16)$$

gdzie

$$n^2(V) = \begin{cases} 1, & x < 0, \\ c(V), & x > 0, \end{cases} \quad (2.17)$$

wraz z odpowiednimi warunkami ciągłości w  $x=0$

$$V(x^{(-)}, z) = V(x^{(+)}, z), \quad (2.18)$$

$$(\partial_x V)(x^{(-)}, z) = (Z/n)(\partial_x V)(x^{(+)}, z), \quad (2.19)$$

i warunkiem w nieskończoności

$$|V(x, z)| \rightarrow 0 \quad \text{gdy} \quad x^2 + z^2 \rightarrow \infty, \quad (2.20)$$

zależy teraz od wartości pola całkowitego  $V$ , czy raczej od strumienia mocy  $S_r$  jego składowej  $V_r$  poprzez

$$n^2(V) = n^2(S_r) = n^2 \left[ \int_0^{\infty} |V_r|^2 dx_r \right] = n^2(rS_1), \quad (2.21)$$

gdzie wskaźnik  $r$  w zapisie współczynnika odbicia  $r_r$  (3.5.5) będziemy odtąd opuszczać. Ze względu na zwartość zapisu i możliwości uogólnień metody, przyjęta w (2.21) konwencja zapisu argumentu przyjmujemy w dalszym ciągu pracy.

#### 4.3. METODA MONOTONICZNEJ ITERACJI GAUSSOWSKIEJ

Metoda Monotonicznej Iteracji Gaussowskiej (MIG) sprowadza się do numerycznej iteracji rozwiązania  $V$  nieliniowego problemu brzegowego (2.15-21), gdzie w każdym kolejnym kroku iteracji wykorzystuje się analityczne rozwiązanie odpowiedniego problemu liniowego, analizowanego w Części 3. Punktem wyjścia metody jest przyjęcie rozwiązania  $V$  jako punktu stałego

$$V = \mathcal{F}(V; S_1) \quad (3.1a)$$

nieliniowego operatora całkowego  $\mathcal{F}$ , gdzie dla każdego ustalonego  $z$  i  $\theta_1 \in ]0, \pi/2[$

$$\mathcal{F}: L_2^{(c)}(R^1) \rightarrow L_2^{(c)}(R^1). \quad (3.1b)$$

Postać operatora  $\mathcal{F}$ , sparametryzowanego wartością strumienia mocy  $S_1$  wiązki padającej, zostanie określona w toku formułowania metody. W przypadku sterowania układem kątem padania  $\theta_1$  (zamiast  $S_1$ ) parametr  $S_1$  w (3.1a) zastąpiony jest przez  $\theta_1$ . Równanie punktu stałego (3.1) pozwala sprowadzić problem (2.15-21) do postaci

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(V)]\mathfrak{S}(V; S_1) = 0 \quad (3.2)$$

z uzupełniającymi warunkami (2.18-20).

Przyjmijmy, że dla każdego rozwiązania  $V$  problemu (3.2, 2.18-20) istnieje ciąg funkcji  $V_{(m)}$  generowany z funkcji rzędu zerowego  $V_{(0)}$  przez operator  $\mathfrak{S}$ :

$$V_{(m+1)} = \mathfrak{S}(V_{(m)}; S_1); \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

odpowiednio gładkich w zmiennych  $x$  i  $z$ , spełniających (2.18-20) i zbiegających dla każdego  $z = \text{const.}$  jednostajnie do  $V$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} V_{(m)} = V. \quad (3.4)$$

W każdym kroku iteracyjnym ( $m+1$ ) równanie (3.2) przyjmuje wtedy postać

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(V_{(m)})](V_{(m+1)}) = 0 \quad (3.5)$$

liniowego równania Helmholtza na funkcję  $V_{(m+1)}$ , gdzie współczynniki równania zależą poprzez  $n^2$  od znanego, uprzednio wyiterowanego członu  $V_{(m)}$ . Tak więc w każdym kroku iteracji otrzymujemy brzegowy problem liniowy, analizowany w Części 3, z rozwiązaniami w postaci rozkładów spektralnych (3.2.13-14). Z rozwiązań równania (3.5) otrzymujemy jawną postać całkowego nieliniowego operatora  $\mathfrak{S}$ : dla  $x < 0$

$$\mathfrak{S}(V; S_1) = V_i + V_r = C_1 (2\pi)^{-3/4} \int_{-\infty}^{+\infty} (1+R) \exp[-(k_x/2)^2 + i(k_x x_q + k_z z_q)] dk_x, \quad (3.6)$$

i dla  $x > 0$

$$\mathfrak{S}(V; S_1) = V_t = C_1 (2\pi)^{-3/4} \int_{-\infty}^{+\infty} T \exp[-(k_x/2)^2 + i(k_x^{(1)} x_{qt} + k_z^{(1)} z_{qt})] dk_x, \quad (3.7)$$

gdzie względny współczynnik załamania  $n$  (2.17) oraz spekularne współczynniki odbicia  $R$  (3.2.11) i transmisji  $T$  (3.2.12) zależą teraz od pola  $V$ .

Zauważmy następnie, że sprzężenie zwrotne zachodzące w rozpatrywanej przez nas konfiguracji wiąże nieliniowość ośrodka  $\Delta\epsilon_{NL}$  raczej z natężeniowym współczynnikiem odbicia  $r$

$$r = |C_1|^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} |V_r|^2 dx_0 \quad (2.4b)$$

niz z polem całkowitym  $V$ . Co więcej, z równań (3.6) i (2.4), na mocy tożsamości Parsewala, możemy otrzymać nieliniowe równanie całkowe na  $r$

$$r = \mathcal{S}_r(r; S_1), \quad (3.8)$$

gdzie całkowe odwzorowanie

$$\mathcal{S}_r : L_2^{(r)}[0,1] \rightarrow L_2^{(r)}[0,1], \quad (3.9a)$$

$$\mathcal{S}_r(r; S_1) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} |R|^2 \exp(-k_x^2/2) dk_x, \quad (3.9b)$$

$$R = R(\bar{k}_x; r; S_1), \quad (3.9c)$$

sparametryzowane przez  $S_1$ , jest odwzorowaniem ograniczonym i monotonicznym; dla nieliniowości ujemnej  $\kappa < 0$  (dodatniej  $\kappa > 0$ ) rosnącym (malejącym) na odcinku  $[0,1]$ . W pracy ograniczamy się tylko do przypadku nieliniowości ujemnej (2.10) i stąd przyjmujemy, że  $\mathcal{S}_r$  jest monotonicznie rosnąca. Punkt stały  $r$  odwzorowania  $\mathcal{S}_r$  wyznacza poprzez (2.1-3) i (2.17) współczynniki równania Helmholtza i formalnie sprowadza nieliniowy problem (2.15-20 do problemu liniowego o jednoznacznym rozwiązaniu  $V$  w postaci (3.6-7). Tak więc problem zależności granicy ciągu  $\{V_{(n)}\}$  od przyjętego początkowego rozkładu pola  $V_{(0)}$ , w iteracji (3.3) sprowadza się do rozpatrzenia zbieżności ciągu  $\{r_{(n)}\}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} r_{(n)} = r, \quad (3.10)$$

gdzie

$$r_{(m+1)} = \mathcal{S}_r(r_{(m)}, S_1), \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (3.11)$$

i zależności  $r$  od przyjętej wartości początkowej  $r_{(0)}$ .

Istnienie rozwiązania (3.8-9) wynika z zasady Schaudera [201] dla punktu stałego odwzorowań ciągłych na odcinku ograniczonym, w ogólności takich rozwiązań może być jednak wiele. Przyjmijmy, że szukamy punktów stałych operatora  $\mathcal{S}_r$  na pewnym odcinku  $[a, b]$  zawartym w  $[0, 1]$ , przyjmując za wartości początkowe ciągów iteracji rozwiązanie dolne  $r_{(0)}$  i górne  $r^{(0)}$

$$r_{(0)} \leq \mathcal{S}_r(r_{(0)}; S_1), \quad (3.12)$$

$$r^{(0)} \geq \mathcal{S}_r(r^{(0)}; S_1), \quad (3.13)$$

gdzie

$$r_{(0)} \leq r^{(0)}. \quad (3.14)$$

Analizowany problem obrazuje Rys. 4.4 gdzie punktami stałymi odwzorowania  $\mathcal{S}_r$  są punkty przecięcia krzywych  $y=u$  i  $y=\mathcal{S}(u, S_1)$ . Za wartości początkowe iteracji możemy na przykład przyjąć  $r_{(0)}=0$  i  $r^{(0)}=1$ . Ponieważ odwzorowanie  $\mathcal{S}_r$  jest na  $[a, b]$  odwzorowaniem ograniczonym i rosnącym, to można wykazać [202, 204], że ciąg  $\{r_{(m)}\}$ , gdzie

$$r_{(m)} = \mathcal{S}_r^m(r_{(0)}; S_1) \quad (3.15)$$

jest rosnący i zbieżny do rozwiązania minimalnego  $\underline{r}$  (najmniejszy punkt stały na  $[a, b]$ ), a ciąg  $\{r^{(m)}\}$ , gdzie

$$r^{(m)} = \mathcal{S}_r^m(r^{(0)}; S_1) \quad (3.16)$$

jest malejący i zbieżny do rozwiązania maksymalnego  $\bar{r}$  (największy punkt stały na  $[a, b]$ ), co implikuje istnienie następującego uporządkowania elementów iteracji

$$r_{(0)} \leq r_{(1)} \leq \dots \leq r_{(m)} \leq \dots \leq \underline{r} \leq \bar{r} \leq \dots \leq r^{(m)} \leq \dots \leq r^{(1)} \leq r^{(0)} \quad (3.17)$$

W punktach  $\underline{r}$  i  $\bar{r}$  moduł pochodnej odwzorowania  $\mathfrak{F}_r$

$$|(\partial_r \mathfrak{F}_r)(rS_1)| < 1 \quad \text{dla} \quad r = \underline{r}, \bar{r} \quad (3.18)$$

i tylko punkty stałe spełniające warunek (3.18) mogą być punktami zbliżności ciągów  $\{r_{(n)}\}$  i  $\{r^{(n)}\}$ . Co więcej [202,203], takie i tylko takie punkty stałe są asymptotycznie stabilnymi rozwiązaniami zagadnienia dynamicznego (w sensie równań (1.1.26-27)). Problem nieliniowy (3.8-9) może posiadać tylko jedno rozwiązanie stabilne  $r = \underline{r} = \bar{r}$ . Jednak gdy na  $[0,1]$  istnieją różne od siebie rozwiązania: minimalne  $\underline{r}$  i maksymalne  $\bar{r}$ , i  $\underline{r} \neq \bar{r}$  to istnieje co najmniej jedno rozwiązanie niestabilne  $r_{NS}$  (patrz Rys.4.4), to znaczy także, dla którego warunek (3.18) nie jest spełniony i które zawarte jest pomiędzy  $\underline{r}$  i  $\bar{r}$ .

$$\underline{r} < r_{NS} < \bar{r}. \quad (3.19)$$

Bistabilność otrzymanego rozwiązania wiąże się ze sparametryzowaniem odwzorowania  $\mathfrak{F}_r$  zewnętrznym parametrem  $S_1$  przy ustalonym kącie padania  $\theta_1$  (przy ustalonym  $S_1$  parametrem przełączającym byłby kąt  $\theta_1$ ). Przepiszmy równanie (3.8) w postaci

$$\mathfrak{F}(r, S_1) = r(S_1) - \mathfrak{F}_r(r(S_1); S_1) = 0, \quad (3.20)$$

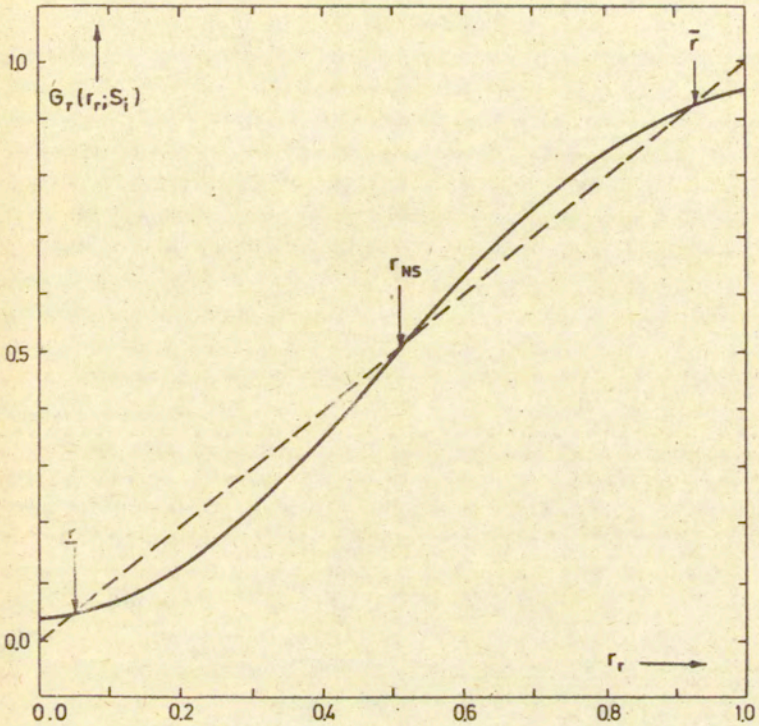
gdzie w sposób jawny zaznaczyliśmy zależność  $r$  od  $S_1$ , i założmy, że dla pewnej wartości  $S_1 = S_{10}$  równanie (3.8) posiada stabilne rozwiązanie minimalne  $r = \underline{r}$ . Przedsużając analityczne rozwiązanie  $\underline{r}$  od  $S_1 = S_{10}$

$$\underline{r}(S_1) \approx r(S_{10}) + (dr/dS_1)(S_{10}) \Delta S_1 \quad (3.21)$$

przy spełnieniu równania (3.20), co implikuje:

$$(d\mathfrak{F}/dS_{10}) = (\partial \mathfrak{F} / \partial r)(dr/dS_1)(S_{10}) + (\partial \mathfrak{F} / \partial S_1)(S_{10}) = 0, \quad (3.22)$$

otrzymujemy wartość  $\underline{r}$  w punkcie  $S_1 = S_{10} + \Delta S_1$ . W ten sposób, startując ze znanego rozwiązania  $\underline{r}(S_{10})$ , możemy otrzymać dowolne rozwiązanie równania (3.8) na gałęzi minimalnego rozwiązania  $\underline{r}(S_1)$ .



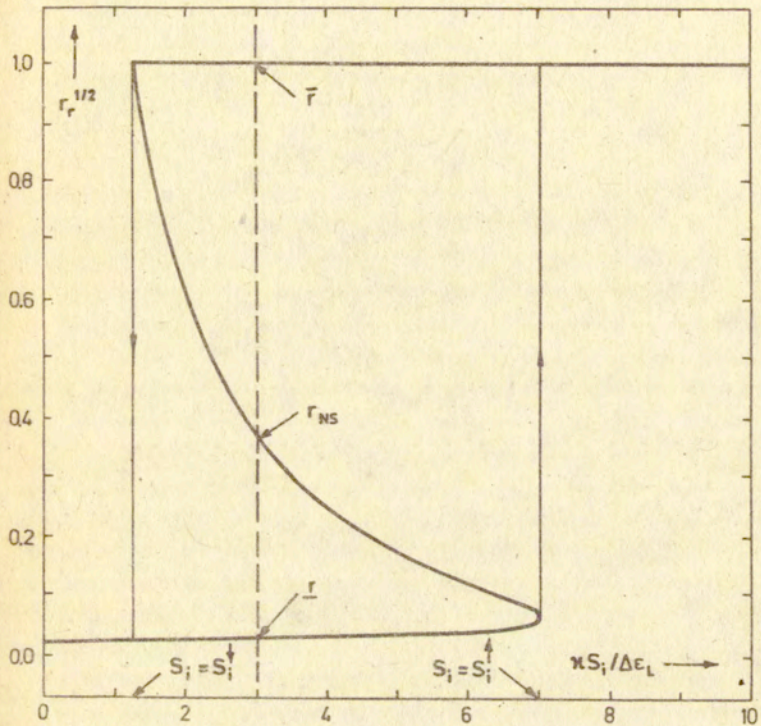
Rys.4.4 Punkty stałe odwzorowania  $\mathcal{S}_r$ ;  $\underline{r}$ ,  $\bar{r}$  - stabilne punkty stałe,  $r_{NS}$  - niestabilny punkt stały;  $n^{-1}=1.005$ ,  $k=50$ ,  $\psi_1/\psi_{cL}=1.5$ ,  $\Delta c_{NL}/\Delta c_L=2.2$ .

Procedura analitycznego przedłużenia zawodzi w takich punktach  $S_1 = S_1^\uparrow$ , dla których pochodna  $dr/dS_1$  staje się rozbieżna. Na mocy (3.20) i (3.22) sytuacja taka zachodzi gdy

$$(\partial_r \mathcal{F})(S_1^\uparrow) = 1 - (\partial_r \mathcal{F}_r)(S_1^\uparrow) = 0, \quad (3.23)$$

to znaczy wtedy, gdy nierówność (3.18) przestaje obowiązywać. Rozwiązanie  $\underline{r}$  przestaje dla  $S_1 = S_1^\uparrow$  być rozwiązaniem stabilnym - w analizowanym tutaj przypadku przestaje w ogóle być rozwiązaniem równania (3.20) - i układ przełącza się do innego, stabilnego rozwiązania, w tym przypadku rozwiązania maksymalnego  $\bar{r}$  (Rys.4.5). Zmniejszając następnie wartość parametru  $S_1$  na mocy (3.21-22) przedłużamy rozwiązanie  $\bar{r}$  wzdłuż jego gałęzi aż do momentu osiągnięcia przez  $S_1$  wartości  $S_1^\dagger$ , przy której  $\partial_r \mathcal{F}_r = 1$  i następuje przełączenie układu na gałąź rozwiązania  $\underline{r}$ . W przypadku występowania bistabilnego przełączania układu istnieje pewien skończony przedział  $[S_1^\dagger, S_1^\uparrow]$  wartości parametru sterującego  $S_1$ , dla których układ posiada jednocześnie dwa stabilne rozwiązania  $\bar{r}$  i  $\underline{r}$ , tworząc pętle histerezy funkcji  $r(S_1)$ . Rys.4.5 przedstawia opisane powyżej zjawisko w granicy fali płaskiej ( $k \rightarrow \infty$ ), gdy niespekularny współczynnik odbicia przyjmuje postać natężeniowego współczynnika Fresnela  $|R|^2$ . Znajac wartość  $r$  i w konsekwencji strumień  $S_r$  mocy wiązki odbitej, rozwiązanie V problemu brzegowego (2.15-20) otrzymujemy poprzez wyznaczenie przy pomocy (2.1-3) i (2.17) współczynnika załamania  $n$ , co w konsekwencji formalnie sprowadza analizowany problem do zagadnienia liniowego. Jest to następstwem faktu założonego braku sprzężenia zwrotnego nieliniowości ośrodka  $\Delta \epsilon_{NL}$  z innymi, poza  $r$ , charakterystycznymi wielkościami (typu na przykład niespekularnych deformacji) wyznaczającymi pole  $V$ . Tak więc, po wyznaczeniu  $r$  i w konsekwencji  $S_r$  rozwiązanie  $V$  można otrzymać metoda przedstawiona w Części 3. Jednakże wyznaczenie pola  $V$  metodami liniowymi następuje poprzez rozwiązanie równania (3.5) w każdym kroku iteracyjnym, ponieważ metoda MIG iteruje połowy problem brzegowy (3.5), a nie bezpośrednio nieliniowy problem całkowy (3.11). W każdym kroku iteracji ( $m$ ) otrzymuje się kolejne wartości  $V_{(m)}$  lub  $V^{(m)}$ , a stąd również  $r_{(m)}$  lub  $r^{(m)}$ . Ze względu na zależność  $n$  od  $r$  człon  $k^2 n^2$  występujący w równaniu Helmholtza (2.16) posiada analogiczne do cech współczynnika  $r$  cechy bistabilności, to znaczy, występowanie w przedziale  $[S_1^\dagger, S_1^\uparrow]$  trzech wartości  $\underline{n}$ ,  $\bar{n}$ ,  $n_{NS}$ , co z kolei implikuje istnienie trzech rozwiązań  $\underline{V}$ ,  $\bar{V}$ ,  $V_{NS}$ , w tym dwu  $\underline{V}$  i  $\bar{V}$





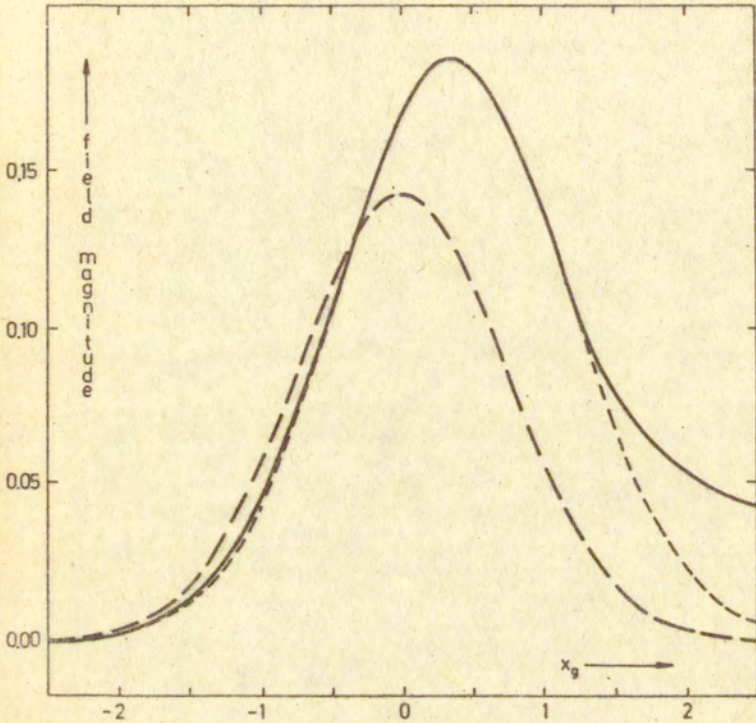
Rys. 4.5 Bistabilność współczynnika spekularnego odbicia R;  $\psi_i / \psi_{cL} = 1.5$ .

asymptycznie stabilnych. Warto również podkreślić, że istnieje możliwość uogólnienia metody MIG na przypadek pełnego sprzężenia nieliniowości  $\Delta \epsilon_{NL}$  z polem  $V$ . Przedstawiona powyżej procedura uzasadniająca w takim przypadku odpowiednie twierdzenia o monotonicznej iteracji brzegowych problemów różniczkowych operatorów eliptycznych i parabolicznych [203-204]. Podstawową trudnością, na jaką się jednak napotyka przy takim uogólnieniu jest konieczność rozwiązania liniowego problemu brzegowego o niejednorodnym rozkładzie współczynnika załamania  $n$ , co znakomicie podwyższa skalę trudności problemu analizowanego w Części 3.

Na koniec wyjaśnienia wymaga znaczenie określenia "gaussowska" w nazwie metody MIG. Otóż mimo, że w każdym kroku iteracyjnym dostępne są analityczne wyrażenia (zresztą i te w formie funkcji specjalnych wymagających numerycznej obróbki) na pomocnicze wyrażenia liniowe  $V_{(m)}$  i  $V^{(m)}$ , to jednak wyliczenie wartości pola w każdym punkcie jego przekroju poprzecznego (oczywiście po wprowadzeniu dyskretyzacji współrzędnych  $x_0$  lub  $x_r$ ) przekracza znacznie możliwości dostępnych komputerów typu PC. Sytuacja ulega jednak radykalnej zmianie, gdy istnieje dokładna i prosta metoda aproksymacji rozkładu pola w każdym jego przekroju poprzecznym  $z = \text{const}$ . W metodzie MIG wykorzystuje się naturalną przy padającej wiązce Gaussa aproksymację Gaussa (3.3.4) pola odbitego, w ramach której pola  $V_r$  w dowolnym punkcie jego przekroju rekonstruuje się - w formie również wiązki Gaussa - z wartości tego pola i dwu jego pierwszych pochodnych obliczonych w punkcie pola o największym natężeniu, czyli leżącym na osi rekonstruowanej wiązki odbitej. Jak wynika z Części 3 tego typu procedura prowadzi do przedstawienia pola odbitego  $V_r$  w postaci

$$V_r(x_r, z_r; kv) = R_r P_r V_1(x_r, z_r; kv), \quad (3.24)$$

to znaczy wiązki Gaussa wyznaczonej przez niespekularne deformacje  $\delta_R$ ,  $\delta_\psi$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$ , i  $\delta_\nu$  (Rozdz. 3.6). Oprócz jasnej interpretacji zjawiska odbicia, inne, czysto numeryczne korzyści, wynikające z aproksymowania nieznanej funkcji dwu zmiennych ( $x_0$  i  $z_0$ ) (3.6) funkcją znaną, sparаметryzowaną tylko sześcioma nieznanymi niespekularnymi parametrami, są niewątpliwie. Dokładność przybliżenia Gaussa (3.3.4), w przypadku odbicia od powierzchni granicznej i dla kątów padania  $\theta_1$  bliskich  $\theta_c$ , jest zupełnie wystarczająca (do kilku procent w oszacowaniach energetycznych [14]) dla zastosowań tego przybliżenia w analizie nieliniowego problemu odbicia. Rys. 4.6 przedstawia



Rys.4.6. Przekrój poprzeczny natężenia pola odbitego  $V_r$  (linia ciągła), jego rekonstrukcji przy pomocy niespekularnych deformacji (linia krótko-przerywana) i pola odbitego  $V_0$  obliczonego według przybliżenia optyki geometrycznej (linia długoprzerywana);  $k=50$ ,  $n^{-1}=1.005$ ,  $\kappa S_1/\Delta\epsilon_L=2.20$ , gałąź rozwiązania minimalnego.

rozkład wiązki odbitej (według (3.6) - linia ciągła) i jego rekonstrukcji w języku niespekularnych deformacji (według (3.24) - linia krótko przerywana). Mimo, że dla rozpatrywanego w pracy zakresu parametrów Rys. 4.6 obrazuje przypadek ekstremalny, to jednak różnice pomiędzy rozkładem pola i jego rekonstrukcją są nieznaczne, a w otoczeniu osi wiązki wręcz zaniedbywalnie małe. Inne, równie istotne, konsekwencje przyjętego opisu (3.24) pola odbitego zostaną przedyskutowane w następnym rozdziale.

#### 4.4. BISTABILNOŚĆ EFEKTÓW NIESPEKULARNYCH

Przedstawiona w poprzednim rozdziale analiza oddziaływania padającej wiązki gaussowskiej zerowego rzędu, opisywanej przez przyporządkowanie (Rys. 3.1)

$$V_i \longleftrightarrow (C_i, \varphi_i, -x_0, z_0, \pi - \theta_i, k), \quad (4.1)$$

z nieliniową graniczną powierzchnią hybrydową prowadzi, w przybliżeniu Gaussa, do reprezentacji pola  $V_r$  odbitego od tej powierzchni poprzez wiązkę gaussowską tego samego rzędu. Analogicznie do  $V_i$ , scharakteryzowana jest ona poprzez sześć rzeczywistych wielkości (w odróżnieniu od reprezentacji pól (4.1) i (3.6.2, 3.6.5, 3.6.8), podanych względem układu współrzędnych  $(x, z)$  związanych z powierzchnią graniczną, reprezentacje  $V_r$  (4.2) i  $V_g$  (4.4) podane są względem układu  $(x_g, z_g)$  związanego z wiązką  $V_g$ )

$$V_r \longleftrightarrow (|C_i R_r P_r|, \varphi_i + \varphi_r - \delta_p, \delta_x, \delta_z, \delta_\theta, kv), \quad (4.2)$$

to jest przez moduł i fazę jej zespolonej amplitudy

$$C_r = |C_i R_r P_r| \exp[i(\varphi_i + \varphi_r - \delta_p)], \quad (4.3a)$$

$$\varphi_r = \varphi_g + \delta_\varphi, \quad (4.3b)$$

współrzędne położenia centrum jej talii  $(\delta_x, \delta_z)$ , kat odchylenia jej osi  $\delta_\theta$  i znormalizowana liczba falowa  $kv = k(1 + \delta_\nu)$ . Porównanie wiązki  $V_r$  z wiązką  $V_g$  odbita zgodnie z prawami optyki geometrycznej

$$V_g \leftrightarrow (|C_1 R_g|, \varphi_1 + \varphi_0, 0, 0, 0, k) \quad (4.4)$$

prowadzi do zdefiniowania zbioru sześciu niezależnych rzeczywistych parametrów opisujących wiązkę odbita

$$\Delta_{NR} = (|R_r/R_g|, \delta_\varphi, \delta_x, \delta_z, \delta_\theta, \nu), \quad (4.5a)$$

zwanych parametrami niespekularnych deformacji (geometrycznej) wiązki odbitej lub niespekularnymi przesunięciami w sześciu wymienionych w (4.2) wielkościach. Współczynnik niespekularnej propagacji

$$P_r = |v_r v_g^{-1} \nu^{-1/2} | \exp(-i\delta_p), \quad (4.5b)$$

gdzie

$$\delta_p = i \ln[(v_r/v_g) / |v_r/v_g|] + k[z_r(1 - \cos\delta_\theta) - \delta_z], \quad (4.5c)$$

modyfikujący dodatkowo zespoloną amplitudę wiązki, wyraża się również poprzez geometryczne deformacje wiązki i zależy, poprzez  $z_r$ , od położenia płaszczyzny obserwacji.

Należy podkreślić, że podczas gdy amplitudowy współczynnik odbicia

$$R_r = |R_r| \exp(i\varphi_r) = R_g |R_r/R_g| \exp(i\delta_\varphi), \quad (4.6a)$$

opisywany jest tylko przez niespekularne deformacje  $|R_r/R_g|$  i  $\delta_\varphi$  w amplitudzie i fazie wiązki, to odpowiadający mu natężeniowy współczynnik odbicia

$$r_r = |R_r P_r|^2 \quad (4.6b)$$

wiąże się poprzez niespekularny współczynnik propagacji  $P_r$  również z geometrycznymi deformacjami  $(\delta_x, \delta_z, \delta_\theta, \delta_\nu)$  wiązki odbitej (dla dowolnie zorientowanej płaszczyzny obserwacji). Wyznaczenie zależności wymienionych powyżej niespekularnych przesunięć od parametrów  $(S_1$  lub  $\theta_1)$ , przełączających rozpatrywany układ nieliniowy, opisuje nieliniowe zjawisko niespekularnego odbicia na NI.

W przypadku oddziaływania fali płaskiej z powierzchnią graniczną (Dod.4A) istnieją tylko dwa znormalizowane parametry

$$p = \kappa S_1 / \Delta \epsilon_L, \quad (4.7a)$$

$$q = \psi_1 / \psi_{cL}. \quad (4.7b)$$

fali padającej i układu odbijającego, parametryzujące nieliniowe równanie Fresnela (A.9). Normalizacja (4.7) wielkości  $S_1$  i  $\psi_1$  eliminuje względny liniowy (dla  $S_1 \neq 0$ ) współczynnik załamania  $n_L = \sin \theta_{cL}$  z opisu nieliniowego układu (Dod.4.A). Taka eliminacja współczynnika  $n_L$  nie jest już możliwa w przypadku wiązki padającej o skończonej szerokości jej poprzecznego przekroju. Poza współczynnikiem  $n_L$  i wspomnianymi powyżej parametrami  $p$  i  $q$  działanie układu nieliniowego, to jest układu składającego się z NI i wiązki padającej, zależy również od innych parametrów wiązki, to jest od odległości  $z_0$  (wzdłuż osi wiązki) pomiędzy talia wiązki padającej i płaszczyzną obserwacji  $z_0 = \text{const.}$  i od jej znormalizowanej liczby falowej  $k$ . Dla dowolnie zorientowanej płaszczyzny obserwacji ( $z_0 \neq \text{const.}$ ) działanie NI zależy również od poprzecznego położenia talii wiązki, mierzonego wielkością  $x_0$ . Tak więc z sześciu parametrów wiązki padającej wymienionych w (4.1) tylko jej faza (ze względu na nieliniowość typu Kerra) nie bierze udziału w procesie sprzężenia zwrotnego na NI. Ponieważ natężeniowy współczynnik odbicia  $r_r$ , i stąd również  $\Delta \epsilon_{NL}$ , zależy od tych parametrów, to jest od:  $C_1$  (poprzez  $p$ ),  $x_0$ ,  $z_0$  (poprzez  $z_0$ ),  $\theta_1$  (poprzez  $q$ ) i  $k$  [14], to każdy z nich w zasadzie mógłby służyć jako parametr sterujący układem. Jednakże zależność  $r_r$  od  $p$  lub  $q$  jest znacznie większa (w sensie wielkości pochodnych  $\partial r_r / \partial p$  lub  $\partial r_r / \partial q$ ) niż zależność od  $x_0$ ,  $z_0$  lub  $k$ . Dlatego też ograniczymy się poniżej do analizy dwu najistotniejszych, z punktu widzenia potencjalnych zastosowań, przypadków: zmiennej sterującej  $p$  lub  $q$  przy ustalonych pozostałych parametrach wiązki.

Rys.7-13 przedstawiają efekt bistabilnego przełączania kolejno wszystkich sześciu niezależnych efektów niespekularnych  $r_r$ ,  $\delta_\varphi$ ,  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$ , i  $\nu$  oraz globalnego efektu przesunięcia bocznego  $\delta_s$  maksimum natężenia wiązki. Sterowanie układem realizuje się przez:

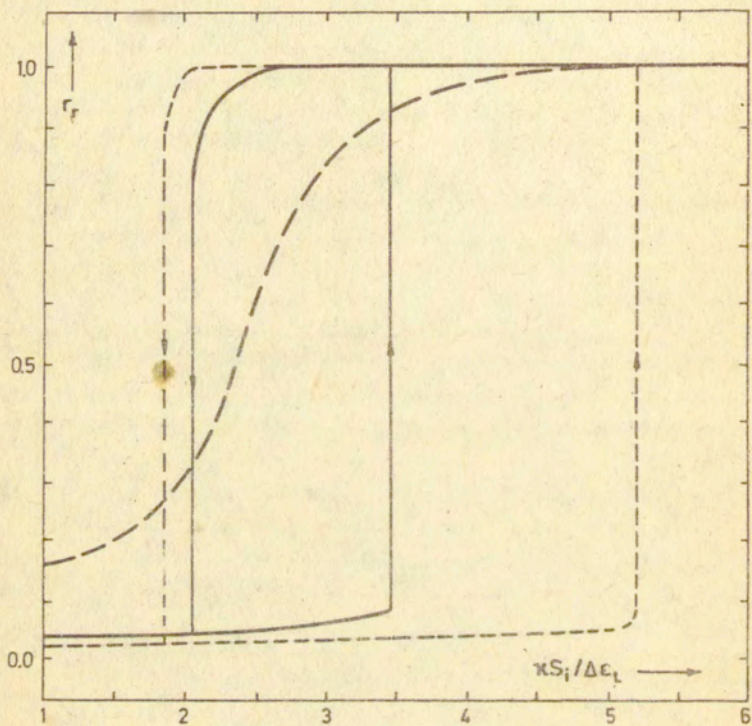
- zmianę znormalizowanej mocy wiązki padającej  $p$  przy ustalonym odstrojeniu katowym  $q=1.5$ ,
- zmianę  $q$  przy ustalonej wartości  $p=3$ .

Zakłada się średni kontrast optyczny  $n_L^{-1}=1.005$ ;  $\Delta\epsilon_L=-0.0099$  i ujemna nieliniowość  $\kappa<0$ . Wiązka padająca pada pod kątem  $\theta_1$  bliskim kąta krytycznego  $\theta_1 \approx \theta_{cL}=84.28^\circ$ , co praktycznie prowadzi do niezależności wyników od polaryzacji (TE lub TM). Przyjmuje się, że płaszczyzna obserwacji leży na granicy pola bliskiego rozbieżnej wiązki geometrycznej  $V_0$  ( $z_0=z_F/3$ ) - wyniki zależą wyłącznie od względnej odległości (wzdłuż promienia wiązki) pomiędzy talia wiązki padającej i płaszczyzną obserwacji. W celu przeanalizowania wpływu szerokości talii wiązki (mierzonej znormalizowaną liczbą falową  $k$ ) przyjęto kilka wartości  $k$ :  $k=25$  - wiązka bardzo wąska ( $2w_0/\lambda \approx 8$ ),  $k=50$  ( $2w_0/\lambda \approx 16$ ) i  $k=75$  ( $2w_0/\lambda \approx 24$ ) - wiązki wąskie.

Wyniki numeryczne otrzymano przy zastosowaniu metody MIG o założonej dokładności względnej obliczeń (wartości pola na osi wiązki odbitej i wartości niespekularnych efektów) rzędu  $10^{-5}$ . Metoda MIG wykorzystuje analityczne rozwiązania problemu liniowego przedstawione w Części 3. Ponadto w części liniowej problemu wyznacza się iteracyjnie układ odniesienia ( $x_r, z_r$ ) wiązki odbitej (Praca A, [14]), a w części nieliniowej iteracyjne sprzężenie zwrotne realizuje się pomiędzy  $r_r$  i  $\Delta\epsilon_{NL}$  (Praca B, [16]). Za wyjątkiem bezpośredniego otoczenia punktów krytycznych  $S_1=S_1^\uparrow$ ,  $S_1^\downarrow$  lub  $\theta_1=\theta_1^\uparrow$ ,  $\theta_1^\downarrow$ , obie procedury iteracyjne wymagają wykonania tylko kilku kroków iteracyjnych. W punktach krytycznych ilość kroków iteracyjnych ulega zwiększeniu, co koresponduje z występowaniem w tych punktach zjawiska krytycznego spowalniania [182-183]. W każdym jednak przypadku wyznaczenie rozkładu pola odbitego wymaga nie więcej niż kilkunastu minut pracy komputera typu PC AT.

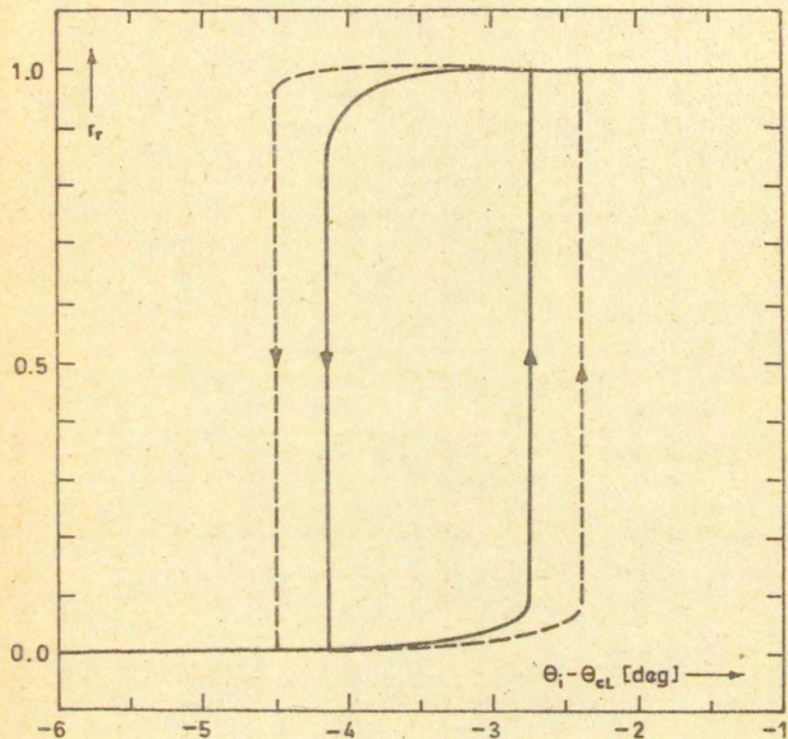
Przedstawione na Rys.7-13 zjawisko niespekularnego odbicia od NI wskazuje na bistabilność wszystkich efektów niespekularnych, tak w przypadku sterowania NI przez strumień mocy  $S_1$  wiązki padającej, jak i przez kat  $\theta_1$  jej padania. Nie zaobserwowano występowania zjawiska wielostabilności, co jest zresztą cechą charakterystyczną wszystkich układów nierezonansowych [8-10]. Jednorodny rozkład współczynnika załamania w obu obszarach dielektrycznych ( $x>0$  i  $x<0$ ) eliminuje również możliwość równoległego występowania wielu obszarów bistabilnych.

Podstawowym parametrem, oprócz  $S_1$  i  $\theta_1$ , determinującym zachowanie się układu nieliniowego jest szerokość talii  $w_0$  wiązki padającej, odpowiadająca w przyjętym w pracy formalizmie, znormalizowanej liczbie falowej  $k$ . Jak

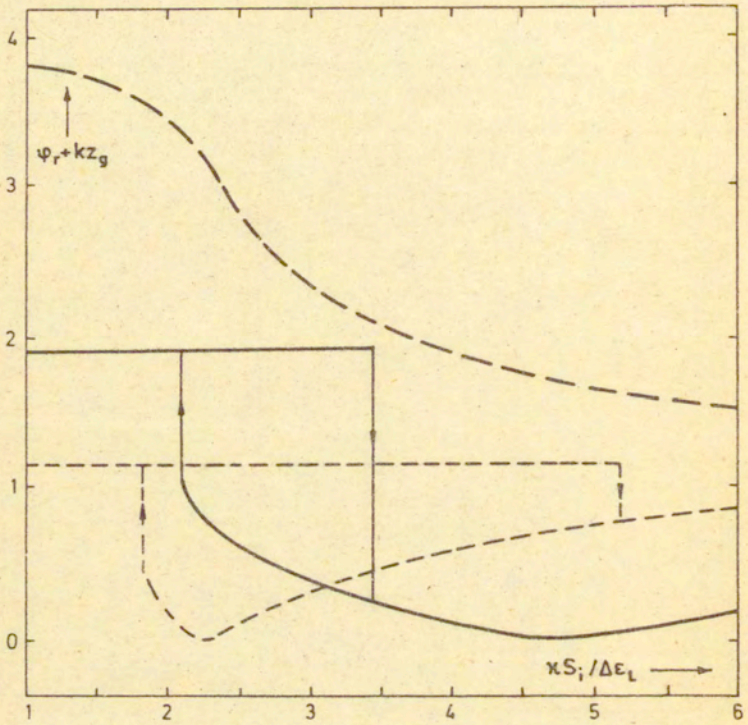


Rys. 7a. Natężeniowy współczynnik odbicia  $r_F$  względem strumienia mocy wiązki padającej  $S_1$ ;  $n^{-1}=1.005$ ,  $\psi_1/\psi_{cL}=1.5$ ,  $z_0=z_F/3$ ,  $k=25$  - linia długo-przerywana,  $k=50$  - linia ciągła,  $k=75$  - linia krótko-przerywana.

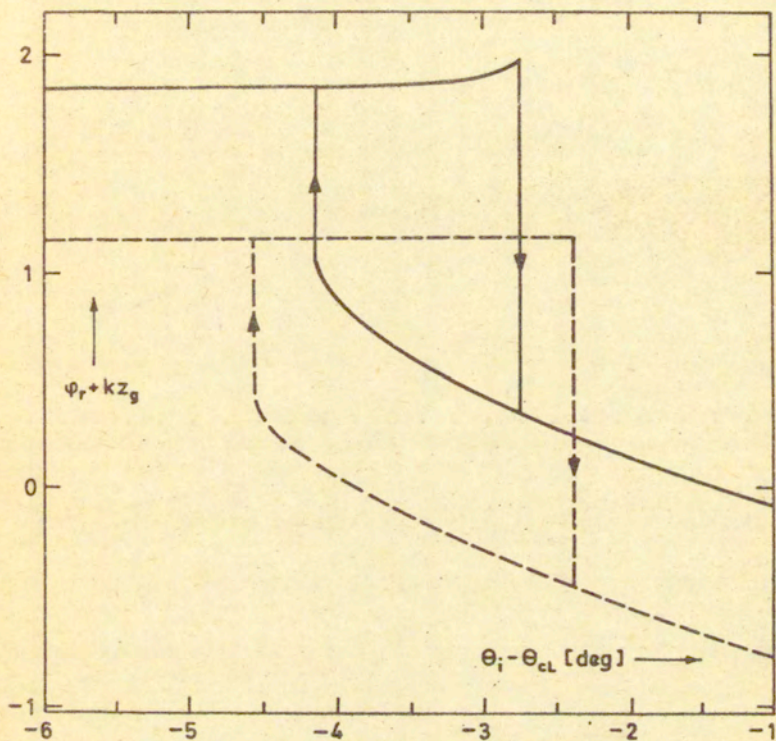




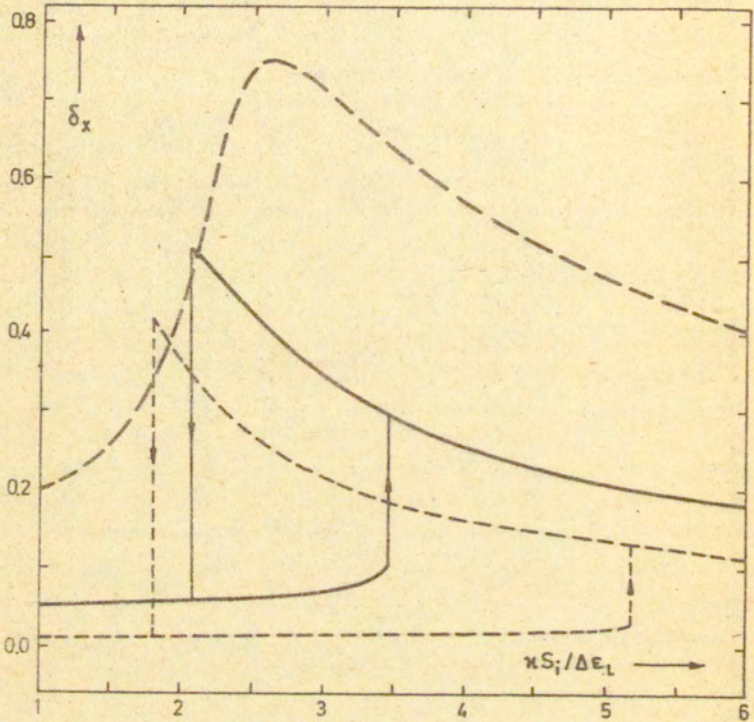
Rys.7b. Natężeniowy współczynnik odbicia  $r_r$  względem kąta padania  $\theta_i$ ;  $n^{-1}=1.005$ ,  $\kappa S_1/\Delta\epsilon_L=3$ ,  $z_g=z_f/3$ ,  $k=50$  - linia ciągła,  $k=75$  - linia krótko-przerywana.



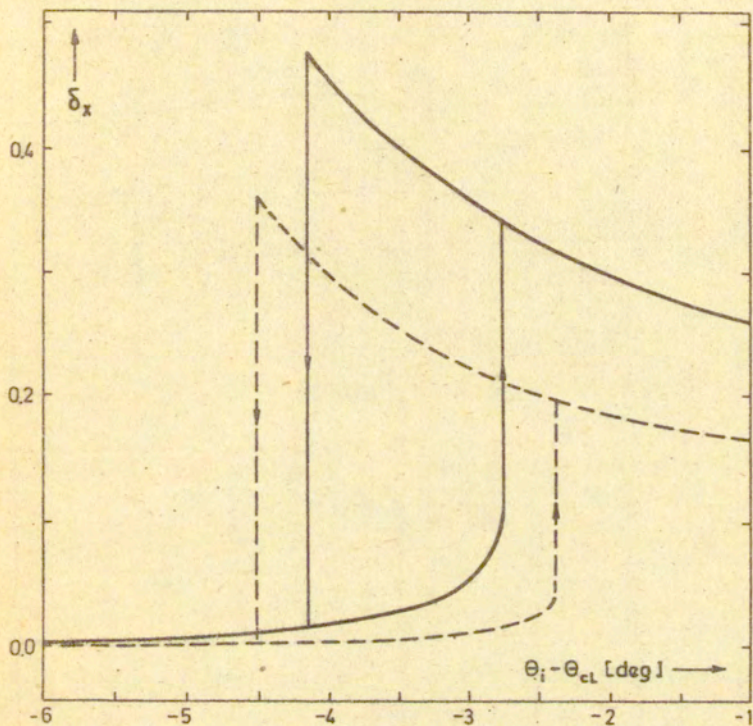
Rys.8a. Faza wiązki odbitej  $\varphi_r + kZ_g$  względem strumienia mocy wiązki padającej  $S_i$ ; parametry te same jak dla Rys.7a.



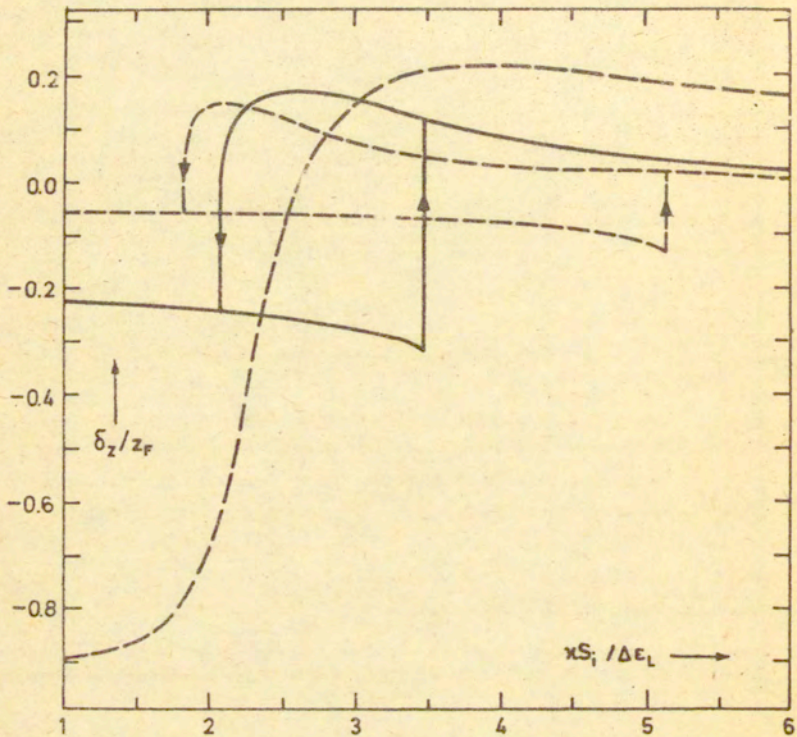
Rys. 8b. Faza wiązki odbitej  $\varphi_r + kz_g$  względem kąta padania  $\theta_i$ ; parametry te same jak dla Rys. 7b.



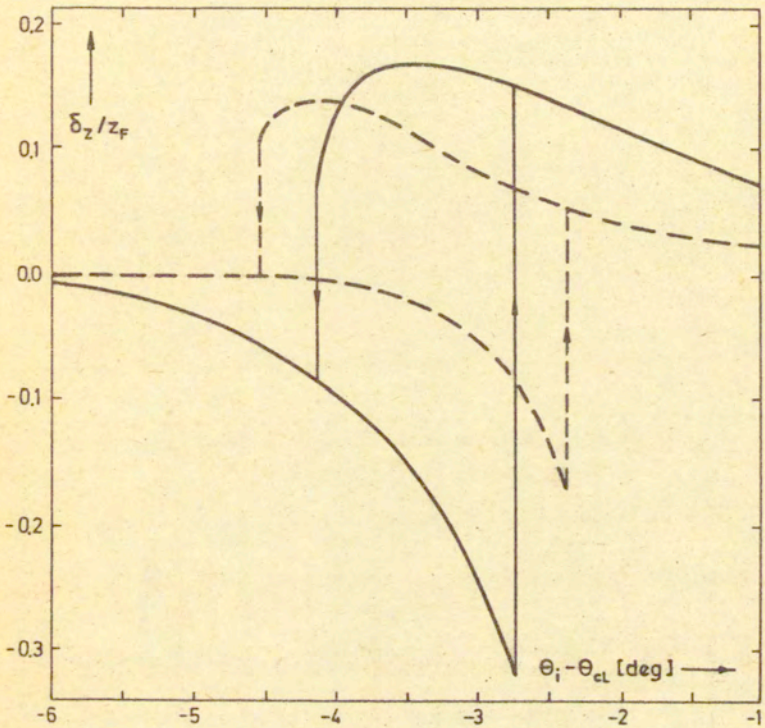
Rys. 9a. Przesunięcie boczne  $\delta_x$  względem strumienia mocy wiązki padającej  $S_i$ ; parametry te same jak dla Rys. 7a.



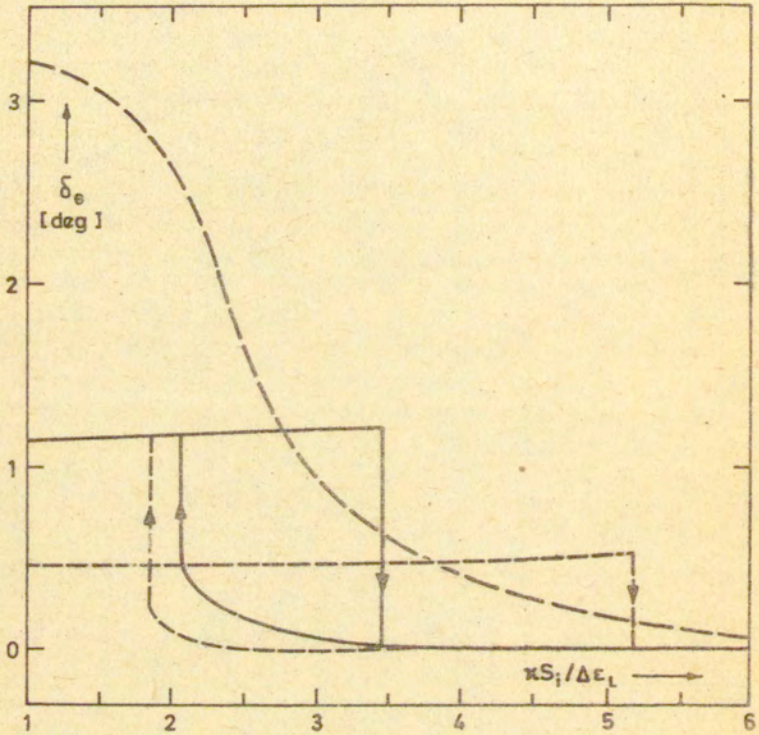
Rys. 9b. Przesunięcie boczne  $\delta_x$  względem kąta padania  $\theta_i$ ; parametry te same jak dla Rys. 7b.



Rys.10a. Znormalizowane przesunięcie ogniskowe  $\delta_z/z_F$  względem strumienia mocy wiązki padającej  $S_1$ ; parametry te same jak dla Rys.7a.

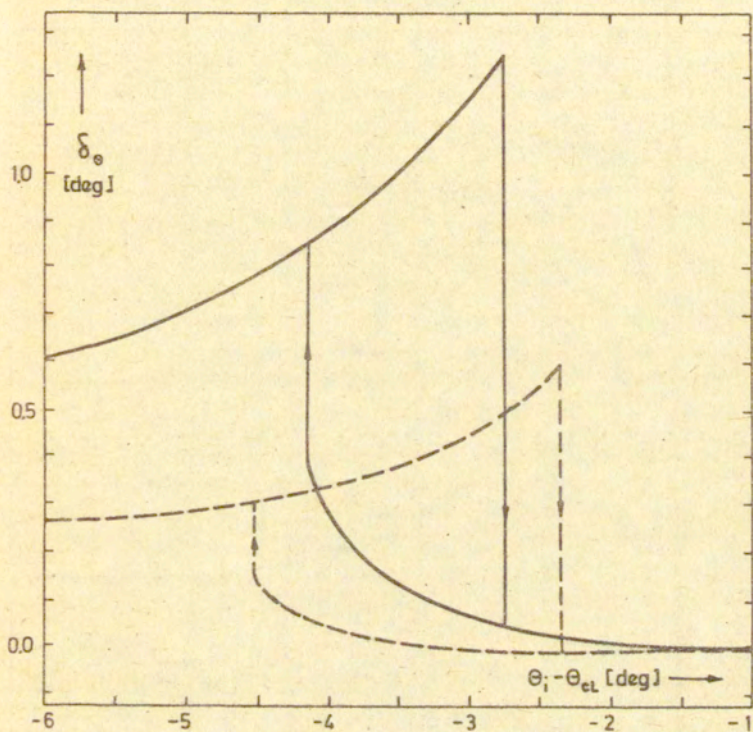


Rys.10b. Znormalizowane przesunięcie ogniskowe  $\delta_z/z_F$  względem kąta padania  $\theta_i$ ; parametry te same jak dla Rys.7b.

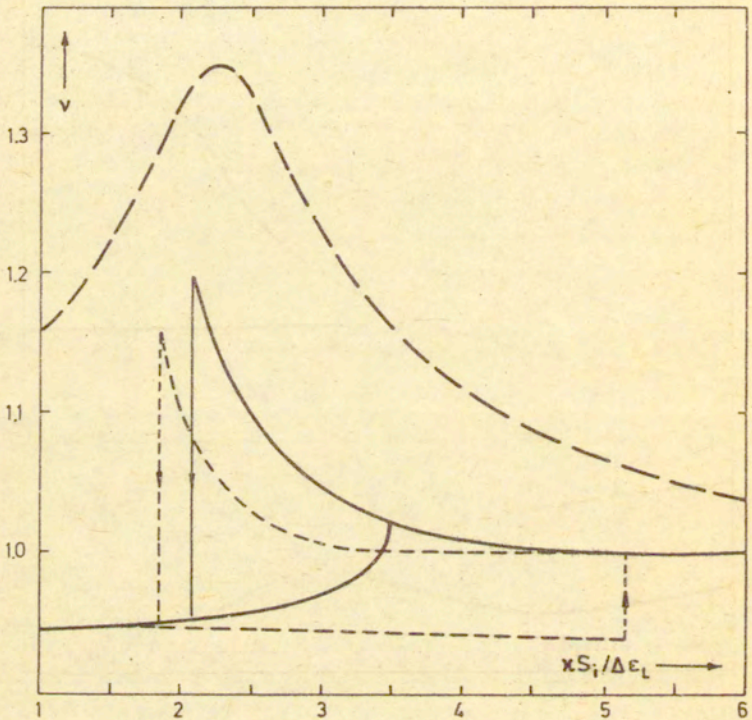


Rys.11a. Przesunięcie katowe  $\delta_e$  względem strumienia mocy wiązki padającej  $S_i$ ; parametry te same jak dla Rys.7a.

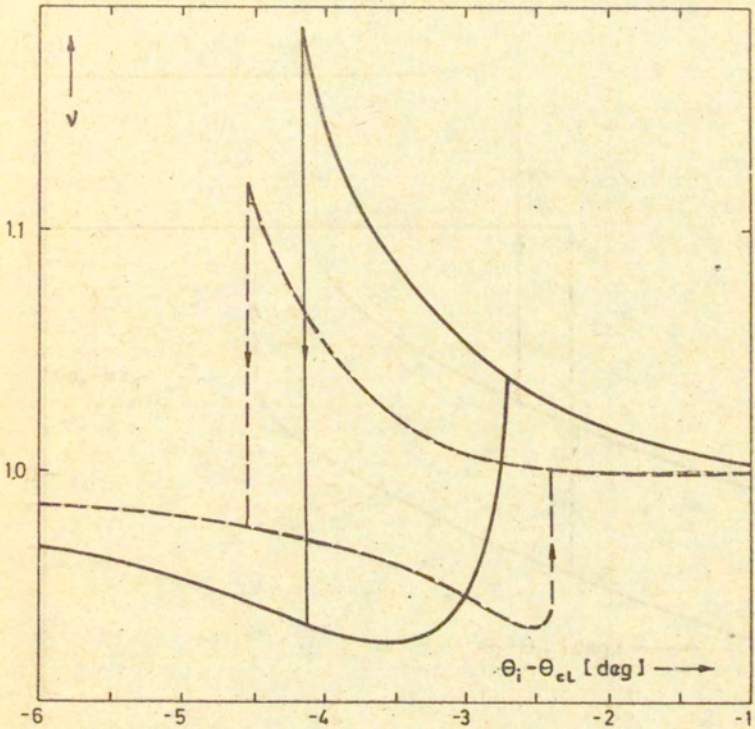




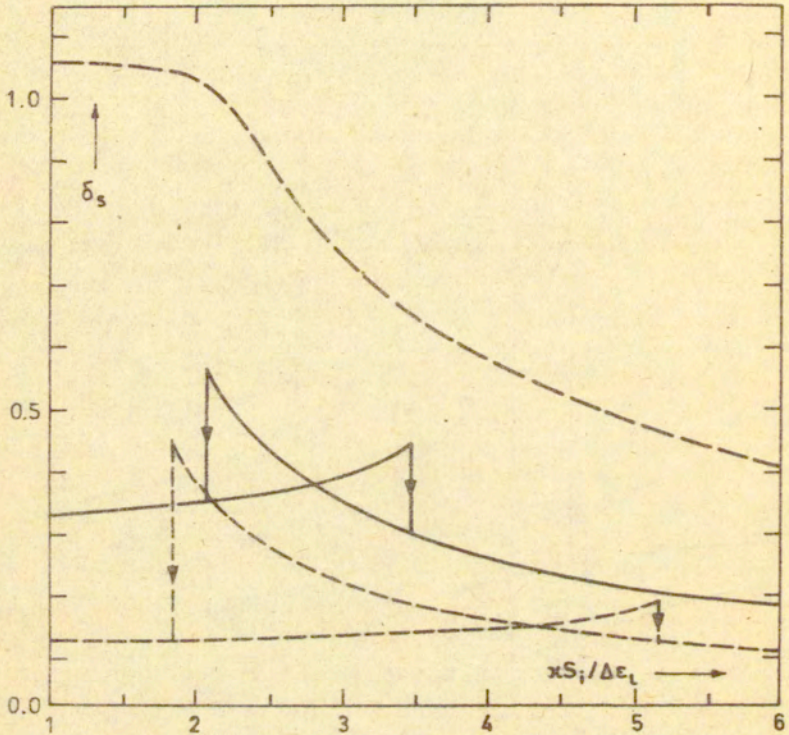
Rys. 11b. Przesunięcie katowe  $\delta_\theta$  względem kąta padania  $\theta_i$ ; parametry te same jak dla Rys. 7b.



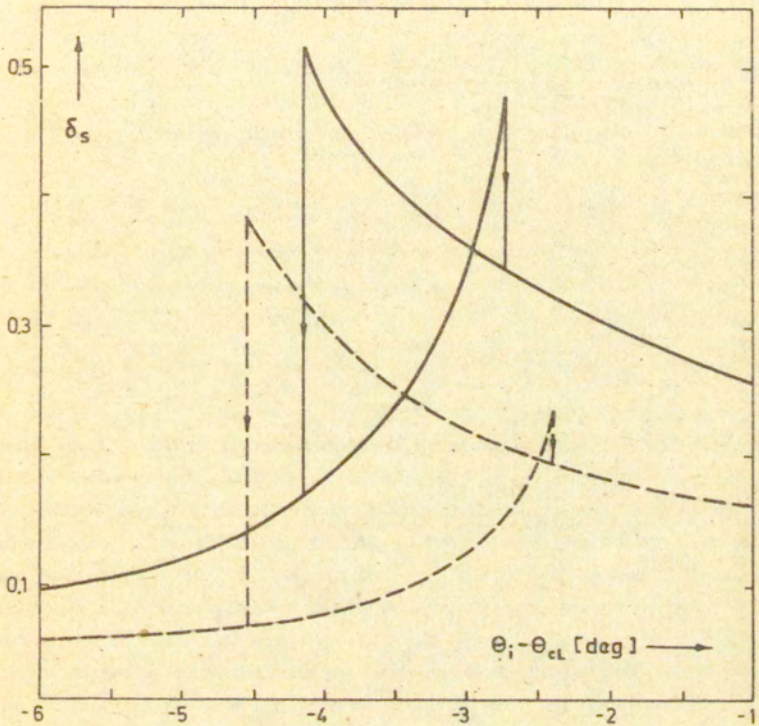
Rys. 12a. Współczynnik  $\nu$  zmiany szerokości talii względem strumienia mocy wiązki padającej  $S_i$ ; parametry te same jak dla Rys. 7a.



Rys.12b. Współczynnik  $\nu$  zmiany szerokości talii względem kąta padania  $\theta_1$ ; parametry te same jak dla Rys.7b.



Rys.13a. Przesunięcie boczne  $\delta_s$  maksimum natężenia wiązki względem strumienia mocy wiązki padającej  $S_1$ ; parametry te same jak dla Rys.7a.



Rys.13b. Przesunięcie boczne  $\delta_s$  maksimum nateżenia wiązki względem kąta padania  $\theta_i$ ; parametry te same jak dla Rys.7b.

wiemy z Rozdz.3.5, w granicy fali płaskiej ( $k \rightarrow \infty$ ) wszystkie (addytywne) efekty niespekularne równają się zeru, a współczynnik niespekularny odbicia  $R_r$  dąży do współczynnika spekularnego  $R_0$ . Współczynnik  $R_0$  wykazuje silne zjawisko bistabilności (Dod.4A i Rys.4.3). Występuje ono zarówno w amplitudzie jak i w fazie współczynnika  $R_0$ , choć bistabilność fazy nie była w literaturze szerzej dyskutowana. Zachodzi pytanie, czym charakteryzuje się bistabilność efektów niespekularnych dla skończonego  $k$ , czy inaczej rzecz umując, jaki jest związek pomiędzy zjawiskiem niespekularnej bistabilności a zjawiskiem dyfrakcji występującym dla  $k \ll \infty$  (Praca B, [16]).

Zjawisko bistabilności optycznej można scharakteryzować dwoma parametrami: zakresem bistabilności, czyli szerokością ( $\Delta S_1 = |S_1^{\uparrow} - S_1^{\downarrow}|$  lub  $\Delta \theta_1 = |\theta_1^{\uparrow} - \theta_1^{\downarrow}|$ ) obszaru bistabilności i kontrastem wielkości przełączanej, czyli różnicą pomiędzy wartościami na jej górnej ("on") i dolnej ("off") gałęzi w krytycznych punktach przełączania. Jak wynika z Rozdz.4.3, bistabilność fazy wiązki i jej deformacji geometrycznych jest, przy przyjętym mechanizmie hybrydowego sprzężenia zwrotnego, zjawiskiem wtórnym wywołanym bistabilnością współczynnika odbicia  $r_r$  (Rys.4.7). Stąd zakres bistabilności innych niespekularnych efektów pozostaje równy odpowiedniemu zakresowi bistabilności dla  $r_r$  (porównaj Rys.4.7a-13a i Rys.4.7b-13b). Dla  $k > 100$  zakresy  $\Delta S_1$  i  $\Delta \theta_1$  pokrywają się w przybliżeniu z odpowiednimi wielkościami dla  $k = \infty$  (Rys.4.3). Stąd, przynajmniej wtedy, gdy ograniczamy się do badania bistabilności optycznej, przypadek padania fali płaskiej realizowany jest w przybliżeniu dla  $k > 100$ . W miarę malenia  $k$  maleją również zakresy  $\Delta S_1$  i  $\Delta \theta_1$ , by dla  $k \approx 30$  osiągnąć wartość zerową. Dla tej wartości  $k$  zjawisko niespekularnej bistabilności przechodzi w zjawisko występowania niespekularnego zysku różniczkowego; NI działa wtedy jako tranzystor optyczny lub transfazor [6] (Rys.4.7a-13a;  $k=25$ ). Należy podkreślić, że  $\Delta S_1$  i  $\Delta \theta_1$  rosną również wraz ze wzrostem kontrastu optycznego  $n_L^{-1}$  i niedostrojenia katowego  $q$ .

Odwrotnie niż w przypadku zakresu bistabilności optycznej przedstawia się zależność kontrastu wielkości niespekularnych od  $k$ . Ponieważ, w przypadku liniowym, wielkość efektów niespekularnych rośnie wraz ze zmniejszaniem się  $k$ , to kontrast przy nieliniowym przełączaniu niespekularnej wielkości też rośnie wraz z maleniem  $k$ . Wyjątek stanowi tu współczynnik odbicia  $R_r$ , którego amplituda  $|R_0 + \delta_R|$  i faza  $\varphi_0 + \delta_\varphi$ , oprócz

addytywnych członów niespekularnych  $\delta_R$  i  $\delta_\varphi$ , zawierają również bistabilne efekty spekularne  $|R_q|$  i  $\varphi_q$ . Ponieważ  $|\delta_R| \ll |R_q|$  i  $|\delta_\varphi| \ll |\varphi_q|$ , to wpływ dyfrakcji na moduł  $r_r^{1/2}$  i fazę  $\varphi_r + kz_q$  zespolonej amplitudy wiązki odbitej ogranicza się właściwie wyłącznie do zależności spekularnych wielkości  $r_q$  i  $\varphi_q$  od  $k$  (Rys.4.7-8). Spostrzeżenie to dotyczy wyłącznie podstawowej nierezonansowej struktury NI; w przypadku struktur warstwowych zastosowanie analizy analogicznej do przedstawionej w Części 3 pracy pokazuje [58], że  $\delta_R$  jest rzędu  $|R_q|$  i stąd wpływ efektów niespekularnych na kontrast bistabilnych przełączeń mocy i fazy wiązki odbitej może być nawet przeważający. Geometryczne efekty niespekularne  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$  i  $\delta_\nu$  nie mają swoich spekularnych odpowiedników i stąd ich zależność od  $k$  jest bardziej widoczna (Rys.4.9-13). Kontrasty przełączania są znaczne, szczególnie dla  $30 < k < 50$  i wynoszą odpowiednio: od 0.3 do 0.7 dla  $\delta_x$ , od  $0.2z_F$  do  $z_F$  dla  $\delta_z$ , od  $0.5^\circ$  do  $2.5^\circ$  dla  $\delta_\theta$  i od 0.25 do 0.4 dla  $\delta_\nu$ ; duże zmiany  $\delta_\theta$  kąta odbicia  $\theta_r$  wskazują na to, że niespekularny efekt przesunięcia katowego  $\delta_\theta$  wydaje się być szczególnie dogodnym do wykorzystania w konstrukcji fotonicznych przełączników lub deflektorów wykorzystujących działanie NI.

Zjawisko bistabilności optycznej niekoniecznie musi być reprezentowane petlami histerezy przedstawionymi na Rys.4.7-12. Gdy występują wyłącznie dwie wartości  $S_{11}$  lub dwie wartości  $S_{22}$  (podobnie dla  $\theta_{11}$  i  $\theta_{22}$ ) zjawisko przybiera postać bistabilności motylkowej [199-200], co przy dobranych tutaj parametrach zachodzi dla niespekularnego efektu przesunięcia bocznego  $\delta_S$  maksima natężenia wiązki (Rys.4.13). Wielkość

$$\delta_S = \delta_x + (z_q - \delta_z) \operatorname{tg} \delta_\theta \quad (4.8)$$

zależy od  $\delta_x$  i  $\delta_z$ , posiadających lewoskrotną petlę histerezy (Rys.4.9-10), i od  $\delta_\theta$  z prawoskrotną petlę histerezy, co więcej, zależy od  $\delta_z$  czynnik  $z_q - \delta_z$  może w trakcie przełączania zmieniać znak, co odpowiada bistabilnemu przełączeniu wiązki rozbieżnej na wiązkę zbieżną (lub na odwrót). Sumaryczny efekt tych niezależnych od siebie i o przeciwnych kierunkach przełączeń może prowadzić do odwrócenia kierunku przełączania globalnego efektu  $\delta_S$  w jednym z punktów krytycznych, co daje w rezultacie zjawisko bistabilności motylkowej (Rys.4.13).

Przedstawione na Rys.4.7-13 przebiegi funkcyjne wskazują jednoznacznie, że zjawisko bistabilnego odbicia od NI zawiera, oprócz analizowanego

wcześniej [160-162, 184-197, 206] efektu bistabilnego przełączania współczynnika odbicia  $r_r$ , również inne bistabilne w fazie  $\varphi_r$  zespolonej amplitudy i w geometrycznych deformacjach  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$  i  $\nu$  wiązki odbitej. Zakres bistabilności wszystkich wymienionych powyżej wielkości niespekularnych maleje wraz ze zmniejszeniem szerokości talii wiązki padającej, a kontrast bistabilnego przełączania geometrycznych deformacji wiązki rośnie. Dlatego tak istotny jest dobór przedziału wartości szerokości wiązki, tu odpowiadający przedziałowi  $30 < k < 50$ , dla którego efekty bistabilnego odbicia posiadają jednocześnie odpowiednio duży kontrast i zakres obszaru bistabilności.

Przeprowadzone symulacje numeryczne wykazują, że w przeciwieństwie do szerokości wiązki  $w_0$ , wzrost odstrojenia katowego układu (mierzonego wielkością  $q^2 - 1$ ) zwiększa zakres bistabilności wszystkich efektów niespekularnych. Jest to zresztą zgodne z fizyczną interpretacją zjawiska zaprezentowaną na Rys. 4.3. Z podobnych względów zakres bistabilności wzrasta przy ustalonym  $q$  wraz ze wzrostem liniowego kontrastu optycznego  $n_L$  pomiędzy ośrodkami, co wydaje się być obiecująca własnością, szczególnie przy wykorzystaniu materiałów półprzewodnikowych o stosunkowo dużym współczynniku załamania. Wzrost zakresu bistabilności wiąże się przy tym ze zwiększonymi wartościami krytycznymi  $S_1$ , co nie zawsze, ze względu na ograniczenia energetyczne nieliniowego układu, jest korzystne. Również pozostały parametr układu nieliniowego  $z_0$ , charakteryzujący stopień zbieżności wiązki ( $z_0 > 0$  - wiązka  $V_0$  rozbieżna,  $z_0 < 0$  - wiązka  $V_0$  zbieżna w płaszczyźnie obserwacji) wpływa w istotny sposób na zjawisko niespekularnej bistabilności. Chociaż zależność zakresu bistabilności od  $z_0$  nie jest duża, to jednak kształt petli histerezy zależy od  $z_0$  w sposób istotny. Na przykład, zamiana wiązki rozbieżnej na wiązkę zbieżną ( $z_0 \rightarrow -z_0$ ) pociąga za sobą zamianę na Rys. 4.13 petli motylkowej dla  $\delta_5$  na klasyczną petlę histerezy, przy zaobserwowanym odwrotnym procesie dla niespekularnej wielkości  $\nu$ .

Na tym etapie prac trudno jednoznacznie przewidzieć zakres ewentualnych zastosowań zjawiska stabilności niespekularnej w konkretnych układach optycznych. Wymaga to przeprowadzenia bardziej wszechstronnych symulacji numerycznych i zaawansowanych badań eksperymentalnych. Tym niemniej już teraz wydaje się konieczne uwzględnienie tych efektów w istniejących lub projektowanych układach fotonicznych [160-163] czy



hybrydowych [178,179,205]. Geometria tych układów, ich ograniczenia energetyczne i parametry fizyczne użytych do ich budowy nieliniowych materiałów dielektrycznych zależą w sposób istotny od parametrów wiązki odbitej lub ugiętej, takich jak położenie i szerokość talii wiązki, kierunek (kat) propagacji, faza i amplituda wiązki. Wszystkie te wielkości modyfikowane są przez poszczególne efekty niespekularnego odbicia, które mogą być nawet rzędu wielkości modyfikowanych. Zauważmy na przykład, że kat propagacji wiązki odbitej może ulec niespekularnej zmianie rzędu kilku stopni. Stąd zachodzi konieczność optymalizacji działania tych układów z uwzględnieniem efektów niespekularnych. Dotyczy to tym bardziej warstwowych układów falowodowych [170], na których wartości efektów niespekularnych przewyższają zazwyczaj wartości swoich odpowiedników na NI.

Wielkość otrzymanych efektów niespekularnych (Rozdz.3) i ich kontrastu przy bistabilnych przełączeniach NI, jak również możliwość regulacji zakresu bistabilności, wskazują na możliwość budowy układów fotonicznych bezpośrednio opartych na wykorzystaniu zjawiska niespekularnej bistabilności. W szczególności najbardziej realna wydaje się perspektywa budowy bistabilnych deflektorów, przełączników kierunkowych i sprzęgaczy falowodowych [6], wykorzystujących duży efekt przesunięcia katowego  $\delta_\theta$ . Również przesunięcia boczne  $\delta_x$  i  $\delta_z$  mogą znaleźć zastosowanie w konstrukcji przełączników fotonicznych. Techniczna realizacja takich układów nie powinna odbiegać od dotychczasowych rozwiązań układów fotonicznych [9,10, 157,160-163], hybrydowych [174-179,205] i sensorowych [17]. Możliwość wykorzystania efektów zmiany szerokości talii  $\delta_p$  i przesunięcia ogniskowej  $\delta_z$ , w szczególności możliwości uzyskania bistabilności motylkowej w tych efektach, pozostaje, jak dotychczas, sprawą otwartą.

Przedstawione wyniki numeryczne wskazują na istotną zależność działania układu nieliniowego - gaussowska wiązka padająca wraz z nieliniową powierzchnią graniczną - od wszystkich wymienionych powyżej parametrów  $p$ ,  $q$ ,  $k$ ,  $n_1$  i  $z_0$ . Tylko dla pewnych kombinacji z nich występuje zjawisko bistabilnego odbicia. Być może to jest główną przyczyną pojawiających się sprzeczności w publikowanych pracach [188-194], dotyczących zagadnienia istnienia zjawiska bistabilnego odbicia wiązek światła od nieliniowych powierzchni granicznych; dotychczas na przykład, wpływ zjawiska dyfrakcji na bistabilność zachowania się NI nie był, nie

licząc Pracy B [16], szerzej dyskutowany. Autor ma nadzieję, że dalsze uogólnienia przedstawionej w pracy metody MIG na przypadek osrodka lokalnego, czy też ze skończoną dyfuzją nieliniowych zmian parametrów osrodka, przy uwzględnieniu wewnętrznego sprzężenia pomiędzy polem całkowitym i nieliniowością osrodka, stworzy odpowiednio ogólne i dokładne narzędzie badania działania NI, prowadzące do definitywnego wyjaśnienia również i tego zagadnienia.

#### DODATEK 4A

##### ODDZIAŁYWANIE FALI PŁASKIEJ Z GRANICZNĄ POWIERZCHNIĄ HYBRYDOWĄ.

Przedstawione w Rozdz.4.2-4 rezultaty obowiązują również w granicznym przypadku ( $k \rightarrow \infty$ ) padania fali płaskiej o natężeniu  $I_1$  na nieliniową powierzchnię graniczną. Przypadek ten był również analizowany przez Kapiana [180]. Efekty niespekularne wtedy nie występują ( $\delta_j=0$ ,  $j=1, \dots, 6$ ), a bistabilność samego współczynnika odbicia  $R$  może być opisana w sposób analityczny. Poniżej wszystkie kąty ( $\theta$ ) liczone są względem powierzchni granicznej, na przykład  $\psi_c = \pi/2 - \theta_c$ .

Punktem wyjścia do analizy zjawiska jest teraz prawo Fresnela dla osrodka dielektrycznego dla polaryzacji TE ( $Z=n\cos\psi_1/\cos\varphi_1$ )

$$R_{TE} = \frac{\sin(\psi_1 - \psi_2)}{\sin(\psi_1 + \psi_2)}, \quad T_{TE} = \frac{2\cos\psi_1 \sin\psi_2}{\sin(\psi_1 + \psi_2)} \quad (A.1a)$$

i polaryzacji TM ( $Z=n^{-1} = \cos\varphi_1/\cos\psi_1$ )

$$R_{TM} = \frac{\sin 2\psi_1 - \sin 2\psi_2}{\sin 2\psi_1 + \sin 2\psi_2}, \quad T_{TE} = \frac{\sin 2\psi_1}{\sin 2\psi_1 + \sin 2\psi_2} \quad (A.1.b)$$

i prawo Snella

$$\cos\psi_1/\cos\varphi_1 = n = \sqrt{1 + \Delta\epsilon} \quad (A.2)$$

gdzie  $\psi_1$  i  $\psi_2$  są odpowiednio kątami padania i załamania. Przyjmując założenie małego optycznego kontrastu osrodków

$$|\Delta \epsilon_L| \ll 1 \quad |\Delta \epsilon| \ll 1 \quad (\text{A.3})$$

otrzymujemy z (A.1-2)

$$R = \frac{\psi_1 - \psi_1'}{\psi_1 + \psi_1'}, \quad T = \frac{2\psi_1}{\psi_1 + \psi_1'} \quad (\text{A.4})$$

$$\psi_1^2 - \psi_1'^2 = -\Delta \epsilon \quad (\text{A.5})$$

i stąd kąty krytyczne liniowy  $\psi_{cL}$  i nieliniowy  $\psi_c$  wynoszą odpowiednio

$$\psi_{cL}^2 = -\Delta \epsilon_L, \quad \psi_c^2 = -\Delta \epsilon \quad (\text{A.6})$$

Ponieważ

$$\Delta \epsilon / \Delta \epsilon_L - 1 = \psi_c^2 / \psi_{cL}^2 = RR^* \kappa I_1 / \Delta \epsilon_L \quad (\text{A.7})$$

z (A.5-6) otrzymujemy odpowiednio nieliniowe prawo Snella

$$(\psi_1 / \psi_{cL})^2 - (\psi_1' / \psi_{cL})^2 - 1 = RR^* \kappa I_1 / \Delta \epsilon_L \quad (\text{A.8})$$

i nieliniowe prawo Fresnela

$$(\psi_1 / \psi_{cL})^2 4R(1+R)^{-2} - 1 = RR^* \kappa I_1 / \Delta \epsilon_L \quad (\text{A.9})$$

gdzie przyjęta tutaj za stałą wielkość

$$q = \psi_1 / \psi_{cL} \quad (\text{A.10})$$

opisuje niedostrojenie katowe wiązki padającej do liniowego kąta krytycznego  $\psi_{cL}$ .

Prześledźmy zjawisko spekulanej bistabilności (bistabilności wielkości  $R$ ) na podstawie równań (A.8-9). Nieliniowe przełączenie ze stanu "on" do stanu "off" i na odwrót zachodzi dla takich wartości  $I_1 = I_1^{\downarrow}, I_1^{\uparrow}$ , dla których  $dR/dI_1 = \pm \infty$ , czyli dla  $dI_1/dR = 0$ . W stanie "on" ( $\psi_1 < \psi_c$ ) współczynnik odbicia jest urojony to znaczy

$$R = \exp(i\varphi). \quad (\text{A. 11})$$

Stąd przełączenie ze stanu "on" do stanu "off" zachodzi przy spełnieniu równania

$$dI_1/d\varphi = 4I_1 q^2 (\Delta c_L / \kappa) (1 + \exp(i\varphi))^{-3} (1 - \exp(i\varphi)) = 0, \quad (\text{A. 12})$$

czyli dla (patrz Rys. 4.5 i równanie (A.8))

$$R = 1; \quad I_1^\dagger = (\Delta c_L / \kappa) (q^2 - 1). \quad (\text{A. 13})$$

Widzimy więc, że w miarę wzrostu dostrojenia katowego  $q > 1$   $I_1^\dagger$  maleje do zera. W stanie "off" współczynnik  $R$  jest rzeczywisty i nie większy od 1. Warunek przełączenia ze stanu "off" do stanu "on" przyjmuje teraz postać

$$dI_1/dR = 2(\Delta c_L / \kappa) R^{-3} (1+R)^{-3} [-2q^2 R(1+3R) + (1+R)^3] = 0. \quad (\text{A. 14})$$

Z (A.9) i (A.14) wynika, że w tym przypadku

$$R \leq 1; \quad I_1^\dagger = (\Delta c_L / \kappa) (1-R) R^{-2} (1+3R)^{-1} \geq I_1^\dagger. \quad (\text{A. 15})$$

gdzie znak równość w (A.15) zachodzi dla  $q=1$ . Tak więc dla  $\varphi_1 = \varphi_c$   $I_1^\dagger = I_1^\uparrow$  i zjawisko bistabilności nie występuje. Przy dowolnym, różnym od zera niedopasowaniu katowym ( $q > 1$ ) istnieje zawsze skończony zakres wartości strumienia mocy wiązki padającej  $I_1 \in [I_1^\dagger, I_1^\uparrow]$ , dla których  $R$  przyjmuje trzy różne wartości (Rys. 4.5). Ponadto wartość progowej mocy przełączającej  $I_1^\uparrow$  rośnie wraz z  $q$ . Przyjmując [180], że dynamikę układu hybrydowego określa czas relaksacji  $\tau$

$$\tau (dc/dt) + c = \Delta c_{NL}, \quad (\text{A. 16})$$

a w czasie  $t=0$  wiązka  $V_1$  zaczyna oddziaływać z powierzchnią graniczną, otrzymujemy

$$c(t) = c_L + \Delta c_{NL} (1 - \exp(-t/\tau)), \quad (\text{A. 17})$$

Poprzez linearyzację równania (A.9) można wykazać [180], że rozwiązania  $R$

tego równania są asymptotycznie stabilne dla  $dR/dI_1 \geq 0$  (znak równości dla  $|R|=1$ ) i asymptotycznie niestabilne dla  $dR/dI_1 < 1$ .

## 5. PODSUMOWANIE

W pracy przedyskutowano najważniejsze aspekty zjawiska niespekularnego odbicia na granicy dwu jednorodnych dielektryków. Pole padające przyjęto w postaci modu podstawowego wiązki gaussowskiej padającej z ośrodka gęstszego optycznie pod kątami bliskimi kąta krytycznego. Stosując metodę analizy spektralnej pola otrzymano ściśle rozwiązanie problemu w postaci nieskończonego szeregu reprezentowanego przez funkcje parabolicznego cylindra. Zastosowano przybliżenie Gaussa w opisie pola odbitego, prowadzące do:

- efektywnego numerycznego obliczenia pola odbitego w przybliżeniu przyosiowym, również w przypadku wąskiej wiązki padającej,
- jasnej interpretacji zjawiska odbicia w języku niespekularnych deformacji wiązki odbitej.

Oprócz wyprowadzenia nowych, dokładnych wyrażeń dla geometrycznych deformacji wiązki, to jest dla: przesunięcia bocznego  $\delta_x$ , ogniskowego  $\delta_z$ , katowego  $\delta_\theta$  i modyfikacji szerokości talii  $\nu$ , i oprócz weryfikacji ich geometrycznej interpretacji poprzez wyznaczenie przesunięcia bocznego  $\delta_x$  maksimum natężenia wiązki, udowodniono istnienie dwu nowych efektów niespekularnych:

- zmodyfikowanej (rzeczywistej) amplitudy  $|C_1 P_r R_\varphi (1 + \delta_R)|$
- i fazy  $\varphi_1 + \varphi_\varphi + \delta_\varphi = \delta_P$ ,

zespolonej amplitudy wiązki odbitej, gdzie  $R_\varphi = |R_\varphi| \exp(i\varphi_\varphi)$  jest spekularnym współczynnikiem odbicia,  $\delta_R$  i  $\delta_\varphi$  jego niespekularnymi zmianami w module i fazie, a  $C_1 = |C_1| \exp(i\varphi_1)$  - zespolona amplituda wiązki padającej. Wykazano jakościowo nowy, charakterystyczny dla niespekularnego odbicia związek pomiędzy natężeniowym  $r_r$  i amplitudowym  $R_r$  współczynnikami odbicia, wyrażający się poprzez współczynnik niespekularnej propagacji  $P_r = |P_r| \exp(-i\delta_P)$ . Wykazano zupełność opisu pola odbitego w obszarze przyosiowym za pomocą sześciu niezależnych parametrów  $\delta_r$ ,  $\delta_\varphi$ ,  $\delta_x$ ,  $\delta_z$ ,  $\delta_\theta$  i  $\delta_\nu$  i przebadano numerycznie zależność tych parametrów od kąta padania.

Przeanalizowano zjawisko niespekularnego odbicia wiązki gaussowskiej od hybrydowej powierzchni granicznej, pomiędzy gęstszym optycznie ośrodkiem liniowym i rzadszym optycznie ośrodkiem nieliniowym o nielokalnej nieliniowości typu Kerra. Układ ten modeluje również nielokalną nieliniową powierzchnię graniczną, z zewnętrzną, wnęką rezonansową. Opracowano

numeryczną metodę (MIG) analizy takiego problemu i wykazano przy jej pomocy istnienie zjawiska bistabilności wszystkich niespekularnych efektów odbicia. Wykazano istnienie bistabilności motylkowej bocznego przesunięcia  $\delta_s$ . Przedyskutowano związek pomiędzy zjawiskiem niespekularnej dyfrakcji, a zjawiskiem bistabilności nieliniowej powierzchni granicznej. Poprzez numeryczną symulację zjawiska odbicia wykazano, że wraz ze zmniejszaniem się talii wiązki padającej wzrasta kontrast niespekularnej bistabilności a jej zakres maleje. Tak więc istnieje pewien skończony zakres wartości szerokości talii wiązki, dla których niespekularne efekty są bistabilne i wykazują wystarczające duże dla zastosowań kontrasty przełączania. Wskazano na potencjalne możliwości wykorzystania bistabilnych efektów niespekularnych w konstrukcji fotonicznych przełączników sygnałów optycznych i układów logicznych.

## LITERATURA

- [1] R.A.Harrington, *Time-harmonic electromagnetic fields* (McGraw-Hill, New York, 1961).
- [2] L.A.Wainstein, *Elektromagnitnyje wołny* (Radio i swiaz, Moskwa, 1988).
- [3] H.A.Haus, *Waves and fields in optoelectronics* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1984).
- [4] A.Yariv, P.Yeh, *Optical waves in crystals* (Wiley, New York, 1987).
- [5] A.Kujawski, *Lasery, kurs podstaw fizycznych* (Wyd.Pol.Warszawskiej, Warszawa, 1986).
- [6] J.Petykiewicz, *Podstawy fizyczne optyki scalonej* (PWN, Warszawa, 1989).
- [7] G.I.Stegeman and C.T.Seaton, Nonlinear integrated optics, *J.Appl.Phys.* 58(12) R57-R78 (1985); G.I.Stegeman, E.M.Wright, N.Finlayson, R.Zanoni, C.T.Seaton, Third order nonlinear optics, *J.Lightwave Techn.* 6(6), 953-970 (1988).
- [8] Y.R.Shen, *The principles of nonlinear optics* (Wiley, New York, 1984).
- [9] H.H.Gibbs, *Optical bistability: controlling light by light* (Academic, Florida, 1985).
- [10] T.K.Gustafson and P.W.Smith, *Photonic switching* (Springer, Berlin, 1988).
- [11] W.Nasalski and T.Tamir, "Composite beam-shifting effects under critical reflection conditions", *J.Opt.Soc.Am.* A3(13), P124 (1986).
- [12] W.Nasalski, T.Tamir, L.Lin, Displacement of the intensity peak in narrow beams reflected at a dielectric interface, *J.Opt.Soc.Am.* A5, 132-140 (1988).
- [13] W.Nasalski, Geometrical, amplitude and phase distortions of beam fields reflected by multilayered media, w *Microwave Physics and Technique*, A.Spasov, wyd. (World Scientific, Singapore, 1988), 371-375.
- [14] W.Nasalski, Modified reflectance and geometrical deformations of Gaussian beams reflected at a dielectric interface, *J.Opt.Soc.Am.* A6, 1447-1454 (1989).
- [15] W.Nasalski, Nonspecular reflection by an electro-optically driven nonlinear interface, w *Proc. of URSI International Symposium on Electromagnetic Theory* (The Royal Inst. of Technology, Stockholm,



- 1989), 219-221.
- [16] W.Nasalski, "Nonspecular bistability versus diffraction at nonlinear hybrid interfaces", *Opt.Comm.* 76(6) (1990), w druku.
- [17] D.Burak, W.Nasalski, *Optyczny czujnik odbiciowy - zasady działania i własności*, Prace IPPT 19 (1989).
- [18] W.Nasalski, *Macierz rozpraszania dla skokowych nieciągłości falowodów planarnych*, Prace IPPT 9 (1988).
- [19] W.Samborski, W.Nasalski, *Transfer and scattering matrix analyses of reflection and transmission at multilayered media*, Prace IPPT 30 (1990).
- [20] D.Marcuse, *Light transmission optics* (Van Nostrand, New York, 1972).
- [21] W.G.Wagner, H.A.Haus, J.H.Marburger, "Large - Scale Self-Trapping of optical Beams in the Paraxial Ray Approximation", *Phys.Rev.* 175(1), 256-266 (1968).
- [22] M.Lax, W.H.Louisell, W.B.McKnight, *From Maxwell to paraxial wave optics*, *Phys.Rev.* A11, 1365-1370 (1975).
- [23] P.G.Agrawal, D.N.Patfanayak, *Gaussian beam propagation beyond the paraxial approximation*, *J.Opt.Soc.Am.* 69, 699-700 (1970).
- [24] P.G.Agrawal, M.Lax, *Free-space wave propagation beyond the paraxial approximation*, *Phys.Rev.* A27, 1693-1695 (1983).
- [25] R.Castillo, A.K.Ghatak, H.Hora, *Beam propagation in the paraxial approximation*, *Appl.Sci.Res.* 41, 359-363 (1984).
- [26] T.Takonaka, M.Yokota, O.Fukumitsu, *Propagation of light beams beyond the paraxial approximation* *J.Opt.Soc.Am.* A2(6), 826-829 (1985)
- [27] J.A.Armand, *Beam and fiber optics* (Academic Press, New York, 1976)
- [28] H.Kogelnik, T.Li *Laser beams and resonators*, *Proc.IEEE* 54, 1312-1329 (1966).
- [29] J.A.Arnaud, *Hamiltonian theory of beam mode propagation*, w *Progress in Optics XI*, wyd. E.Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1973).
- [30] G.A.Deschamps, *Gaussian beams as a bundle of complex rays*, *Electron.Lett.* 7, 684-685 (1971); G.A.Deschamps, *Ray Techniques in Electromagnetics*, *Proc.IEEE* 60, 1022-1035 (1972).
- [31] A.Kujawski, *Focusing of Gaussian beams described in terms of complex rays*, *Appl.Opt.* 28 (8), 2458-2459 (1989).
- [32] S.Choudhary, L.B.Felsen, *Analysis of Gaussian beam propagation and diffraction by inhomogeneous wave tracking*, *Proc.IEEE* 62, 1530-1541 (1974).

- [33] S.Y.Shin and L.B.Felsen, Gaussian beam modes by multipoles with complex source points, *J.Opt.Soc.Am.* **67**, 699-700 (1977).
- [34] A.E.Siegman, Hermite-gaussian functions of complex argument as optical-beam eigenfunctions, *J.Opt.Soc.Am.* **63**, 1093-1094 (1973).
- [35] R.Pratesi, L.Ronchi, Generalized Gaussian beams in free space, *J.Opt.Soc.Am.* **67**(9), 1274-1276 (1977).
- [36] Y.M.M.Antar, W.B.Boerner, Generation of complex Gaussian beam modes in beam interaction with a planar dielectric interface, *IEEE Trans. AP-22*(6), 837-839 (1974).
- [37] E.Zauderer, Complex argument Hermite-gaussian and Laguerre-gaussian beams, *J.Opt.Soc.Am.* **A3**(4), 465-469 (1986).
- [38] A.Wünsche, Generalized Gaussian beam solutions of paraxial optics and their connection to a hidden symmetry, *J.Opt.Soc.Am.* **A6**(10), 1320-1329 (1989).
- [39] J.N.Brittingham, Focus waves modes in homogeneous Maxwell's equations: transverse electric mode, *J.Appl.Phys.* **54**, 1179-1189 (1983).
- [40] P.A.Belanger, Packetlike solutions of the homogeneous-wave equation, *J.Opt.Soc.Am.* **A1**(7), 723-724 (1984).
- [41] P.A.Belanger, Lorentz transformation of packetlike solutions of the homogeneous-wave equation, *J.Opt.Soc.Am.* **A3**(3), 541-542 (1986).
- [42] A.Wünsche, Embedding of focus wave modes into a wider class of approximate wave equation solutions, *J.Opt.Soc.Am.* **A6**(10), 1661-1668 (1989).
- [43] B.T.Landesman, M.H.Barret, Gaussian amplitude functions that are exact solutions to the scalar Helmholtz equation, *J.Opt.Soc.Am.* **A5**, 1610-1617 (1988); komentarze: *J.Opt.Soc.Am.* **A6**, 1640-1642 (1989).
- [44] B.T.Landesman, Geometrical representation of the fundamental mode of a Gaussian beam in oblate spherical coordinates, *J.Opt.Soc.Am.* **A6**, 5-17 (1989).
- [45] S.A.Akhmanow, A.P.Sykhorkow, R.W.Khołow Samofokysirowka i difrakcja sweta w nielinijnoy sriede, *Uspehi Fizicheskich Nauk*, **93**, 19-70 (1967).
- [46] A.Yariv, P.Yeh, The application of Gaussian beam formalism to optical propagation in nonlinear media *Opt.Comm.* **27**, 295-298 (1978).
- [47] M.Le Berre, E.Ressayre, A.Tallet, F.P.Mattav, Quasi-trapping of Gaussian beams in two-level systems, *J.Opt.Soc.Am.* **B2**, 956-967 (1985).

- [48] W.S.Vladimirov, *Obobsczennyje funkcji w matematycznej fizykie*, (Nauka, Moskwa 1979).
- [49] M.Tanaka, T.Takenaka, O.Fukumitsu, Gaussian approximation of the emission from a semiconductor laser, *Radio Sci.*17, 155-161 (1982).
- [50] E.Heyman, L.B.Felsen, Complex-source pulsed-beam fields, *J.Opt.Soc.Am.* A6, 806-817 (1989).
- [51] L.M.Brekhowskikh, *Waves in layered media* (Academic Press, New York, 1980).
- [52] T.Tamir, Inhomogeneous wave types at planar structures: I.The lateral wave, *Optic* 36, 209-232 (1972).
- [53] J.H.Harris, R.Shubert and J.N.Polky, Beam coupling to films, *J.Opt.Soc.Am.* 60, 1007-1016 (1970).
- [54] P.K.Tien and R.Ulrich, Theory of prism-film coupler and thin-film light guides, *J.Opt.Soc.Am.* 60, 1325-1337 (1970).
- [55] R.Ulrich, Theory of prism-film coupler by plane-wave analysis, *J.Opt.Soc.Am.* 60, 1337-1350 (1970).
- [56] Y.Z.Ruan and L.B.Felsen, Reflection and transmission of beams at a curved interface, *J.Opt.Soc.Am.* A3, 566-579 (1986).
- [57] I.T.Lu, L.B.Felsen, Y.Z.Ruan and Z.L.Zhang, Evaluation of beam fields reflected at a plane interface, *IEEE Trans.Antennas Propag.* AP-35, 809-817 (1987).
- [58] F.Falco and T.Tamir, Improved analysis of nonspecular phenomena in beams reflected from stratified media, *J.Opt.Soc.Am.* A7, 185-190 (1990).
- [59] J.Navasquillo, V.Such and F.Pomer, Angular shift of an electromagnetic beam reflected by a planar dielectric interface, *J.Opt.Soc.Am.* A6, 1522-1528 (1989).
- [60] R.Simon and T.Tamir, Nonspecular phenomena in partly coherent beams reflected by multilayered structures, *J.Opt.Soc.Am.* A6, 18-22 (1989).
- [61] J.Navasquillo, V.Such and F.Pomer, The transmission of a bounded microwave beam through a dielectric slab, *Am.J.Phys.* 57(3), 257-259 (1989).
- [62] S.Zang and C.Fan, Nonspecular phenomena on Gaussian beam reflection at dielectric interfaces, *J.Opt.Soc.Am.* A5, 1407-1409 (1988).
- [63] S.R.Seshadri, Goos-Hänchen beam shift at total internal reflection, *J.Opt.Soc.Am.* A5, 583-585 (1988).
- [64] S.Nemoto, Waist shift of a Gaussian beam by plane dielectric

- interfaces, *Appl. Opt.* **27**, 1833-1839 (1988).
- [65] C.C.Chan and T.Tamir, Beam phenomena at and near critical incidence upon a dielectric interface, *J. Opt. Soc. Am.* **A4**, 655-663 (1987).
- [66] S.L.Chuang, Lateral shift of an optical beam due to leaky surface-plasmon excitations, *J. Opt. Soc. Am.* **A3**, 593-599 (1986).
- [67] H.M.Lai, F.C.Cheng and W.K.Tang, Goos-Hänchen effect around and off the critical angle, *J. Opt. Soc. Am.* **A3**, 550-557 (1986).
- [68] A.Puri and J.L.Birman, Goos-Hänchen beam shift at total internal reflection with application to spatially dispersive media, *J. Opt. Soc. Am.* **A3**, 543-549 (1986).
- [69] T.Tamir, Nonspecular phenomena in beam fields reflected by multilayered media, *J. Opt. Soc. Am.* **A3**, 558-565 (1986).
- [70] R.P.Riesz and R.Simmon, Reflection of a Gaussian beam a dielectric slab, *J. Opt. Soc. Am.* **A2**, 1809-1817 (1985).
- [71] C.W.Hsue and T.Tamir, Lateral displacement and distortion of beams incident upon a transmitting-layer configuration, *J. Opt. Soc. Am.* **A2**, 978-987 (1985).
- [72] C.C.Chan and T.Tamir, Angular shift of a Gaussian beam reflected near the Brewster angle, *Opt. Lett.* **10**, 378-380 (1985).
- [73] J.Navasquillo and V.Such, Reflection of an arbitrary electromagnetic beam at the plane interface of dielectric angular shift, *Annales de Física* **A81**, 146-149 (1985).
- [74] C.W.Hsue and T.Tamir, Lateral beam displacements in transmitting layered structures, *Opt. Commun.* **49**, 383-387, (1984).
- [75] S.S.Gupta and D.P.Tewar, A model for attenuated total reflection from weakly absorbing dielectric, *Optica Acta* **30**, 1397-1403 (1983).
- [76] S.Y.Lee and N.Marcuvitz, Beam reflection from lossy dielectric layers, *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 1714-1718 (1983).
- [77] V.Shah and T.Tamir, Absorption and lateral shift of beams incident upon lossy multilayered media, *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 37-44 (1983).
- [78] W.J.Wild and C.L.Giles, Goos-Hänchen shifts from absorbing media, *Phys. Rev.* **A25**, 2099-2101 (1982).
- [79] V.Shah and T.Tamir, Anomalous absorption by multi-layered media, *Opt. Commun.* **37**, 383-387 (1981).
- [80] R.G.Turner, Shifts of coherent light beams on reflection at plane interfaces between isotropic media, *Aust. J. Phys.* **33**, 319-335 (1980).
- [81] S.S.Gupta and N.C.Srivastava, Physics of microwave reflection at a

- dielectric-ferrite interface, *Phys.Rev.B* **19**, 5403-5412 (1979).
- [82] S.Kozaki and H.Harada, Beam displacement of a reflected beam at an interface between an inhomogeneous medium and free space, *J.Opt.Soc.Am.* **68**, 1592-1596 (1978).
- [83] S.Kozaki and H.Sakurai, Characteristics of a Gaussian beam at a dielectric interface, *J.Opt.Soc.Am.* **68**, 508-514 (1978).
- [84] L.A.A.Read, M.Wong and G.E.Reesor, Displacement of an electromagnetic beam upon reflection from a dielectric slab, *J.Opt.Soc.Am.* **68**, 319-322 (1978).
- [85] B.A.Anicin, R.Fazlic and M.Kopric, Theoretical evidence for negative Goos-Hänchen shifts, *J.Phys.A:Math.Gen.* **11**, 1657-1662 (1978).
- [86] D.J.Rhodes and C.K.Carniglia, Measurement of the Goos-Hänchen shift at grazing incidence using Lloyd's mirror, *J.Opt.Soc.Am.* **67**, 679-682 (1977).
- [87] V.Shah and T.Tamir, Brewster phenomena in lossy structures, *Opt.Commun.* **23**, 113-117 (1977).
- [88] M.Mang, G.E.Reesor and L.A.A.Read, Displacement of an electromagnetic beam upon external dielectric reflection, *Can.Phys.* **55**, 1061-1065 (1977).
- [89] C.K.Carniglia and K.R.Brownstein, Focal shift and ray model for total internal reflection, *J.Opt.Soc.Am.* **67**, 121-122 (1977).
- [90] M.McGhirk and C.K.Carniglia, An angular spectrum representation approach to the Goos-Hänchen shift, *J.Opt.Soc.Am.* **67**, 103-107 (1977).
- [91] J.J.Cowan and B.Anicin, Longitudinal and transverse displacements of a bounded microwave beam at total internal reflection, *J.Opt.Soc.Am.* **67**, 1307-1314 (1977).
- [92] I.A.White, A.W.Synder and C.Pask, Directional change of beams undergoing partial reflection, *J.Opt.Soc.Am.* **67**, 703-705 (1977).
- [93] M.Tanaka, K.Tanaka and O.Fukumitsu, Transmission and refraction of a Gaussian beam at oblique incidence on a dielectric slab, *J.Opt.Soc.Am.* **67**, 819-825 (1977).
- [94] J.J.Stamnes and G.C.Sherman, Reflection and refraction of an arbitrary wave at a plane interface separating two uniaxial crystals, *J.Opt.Soc.Am.* **67**, 683-695 (1977).
- [95] V.Akylas, J.Kaur and T.M.Knasel, Measurement of the longitudinal shift of radiation at total internal reflection by microwave techniques, *Am.Phys.* **44**, 77-80 (1976).

- [96] S.Kozaki and K.Kimura, Wave path of Gaussian beam in an inhomogeneous medium, *J.Opt.Soc.Am.* **66**, 63-64 (1976).
- [97] S.Kozaki and K.Kimura, Propagation of a Gaussian beam in a medium of which permittivity decreases linearly with a distance, *Electron.Commun.Jpn.* **59-B**, 238-245 (1976).
- [98] J.Gasper, G.C.Sherman and J.J.Stammes, Reflection and refraction of an arbitrary electromagnetic wave at a plane interface, *J.Opt.Soc.Am.* **66**, 955-961 (1976).
- [99] L.A.A.Read, External reflection from dielectrics at microwave frequencies, *Opt.Commun.* **15**, 429-431 (1975).
- [100] M.Green, P.Kirkby and R.S.Timsit, Experimental results on the longitudinal displacement of light beams near total reflection, *Phys.Lett.* **45A**, 259-260 (1975).
- [101] S.Kozaki and Y.Mushiake, Total reflection of a Gaussian beam from an inhomogeneous medium, *J.Appl.Phys.* **46**, 4098-4100 (1975).
- [102] S.Kozaki and Y.Mushiake, A theory and a model experiment on the focusing effect of a Gaussian beam in an inhomogeneous medium, *J.Appl.Phys.* **46**, 3839-3843 (1975).
- [103] Y.M.M.Antar and W.M.Boerner, A generalized approach to beam wave interaction with a dielectric interface, *Appl.Phys.* **7**, 295-301 (1975). A generalized approach to beam wave interaction with a dielectric interface, *Appl.Phys.* **7**, 295-301 (1975).
- [104] T.Ooya, M.Takeiba and O.Fukumitsu, Transmission and reflection of a gaussian beam at normal incidence on a dielectric slab, *J.Opt.Soc.Am.* **65**, 537-541 (1975).
- [105] Y.M.Antar and W.M.Boerner, Gaussian beam interaction with a planar dielectric interface, *Can.Phys.* **52**, 962-972 (1974).
- [106] B.R.Horowitz, Total reflection of a light beam at a dielectric interface: a comparative study, *Appl.Phys.* **3**, 411-416 (1974).
- [107] B.R.Horowitz and T.Tamir, Unified theory of total reflection phenomena at a dielectric interface, *Appl.Phys.* **1**, 31-38 (1973).
- [108] J.W.Ra, H.L.Bertoni and L.B.Felsen, Reflection and transmission of beams at a dielectric interface, *SIAM J.Appl.Math.* **24**, 396-413 (1973).
- [109] K.W.Chiu and J.J.Quinn, On the Goos-Hänchen effect: a simple example of a time delay scattering process, *Am.J.Phys.* **40**, 1847-1851 (1972).
- [110] S.Nemoto and T.Makimoto, A study of the reflection and transmission of beam waves at the plane interface of dielectrics, *Electronics*

- Commun. Jpn. 54-B, 37-36 (1971).
- [111] O. Costa de Beauregard and C. Imbert, Quantized longitudinal and transverse shifts associated with total internal reflection, Phys. Rev. D7, 3555-3563 (1973).
- [112] N. Ashby and S.C. Miller Jr., Shifts of light beams due to total internal reflection, Phys. Rev. D7, 2383-2389 (1973).
- [113] D.G. Bowlware, Phase-shift analysis of the translation of totally reflected beams, Phys. Rev. D7, 2375-2382 (1973).
- [114] L. de Broglie and J.P. Vigièr, Photon mass and new experimental results on longitudinal displacements of laser beams near total reflection", Phys. Rev. Lett. 28, 1001-1004 (1972).
- [115] K.W. Chiu and J.J. Quinn, "On the Goos-Hänchen effect: a simple example of the time delay scattering process", Am. J. Phys. 40, 1847-1851 (1972).
- [116] O. Costa de Beauregard and C. Imbert, "Quantized longitudinal and transverse shifts associated with total internal reflection", Phys. Rev. Lett. 28, 1211-1213 (1972).
- [117] G.J. Troup, J.L.A. Francey, R.G. Turner, and A. Tirkel, "Photon mass and new experimental results on longitudinal displacements of laser beams near total reflection", Phys. Rev. Lett. 28, 1540 (1972).
- [118] C. Imbert, "Calculation and experimental proof of the transverse shift induced by total internal reflection of a circularly polarized light beam" Phys. Rev. D5, 787-796 (1972).
- [119] T. Tamir and H.L. Bertoni, "Lateral displacement of optical beams at multilayered and periodic structures", J. Opt. Soc. Am. 61, 1397-1413 (1971).
- [120] H.R. Horowitz and T. Tamir, "Lateral displacement of a light beam at a dielectric interface", J. Opt. Soc. Am. 61, 586-594 (1971).
- [121] K.V. Lotsch, "Beam displacement at total reflection: The Goos-Hänchen effect, I", Optik 32, 116-137 (1971).
- [122] K.V. Lotsch, "Beam displacement at total reflection: The Goos-Hänchen effect, II", Optik 32, 189-204 (1971). [123] K.V. Lotsch, "Beam displacement at total reflection: The Goos-Hänchen effect, III", Optik 32, 299-319 (1971).
- [124] K.V. Lotsch, "Beam displacement at total reflection: The Goos-Hänchen effect, IV", Optik 32, 553-569 (1971).
- [125] J. Ricard, "Courbes de flux d'énergie de l'onde évanescente et

- nouvelle explication du déplacement d'un faisceau lumineux dans la réflexion totale", *Nouv.Revue d'Optique* 1, 275-286 (1970).
- [126] T.Tamir and A.A.Oliner, "Role of the lateral wave in total reflection of light", *J.Opt.Soc.Am.* 59, 942-949 (1969).
- [127] K.V.Lotsch, "Reflection and refraction of beam of light at a planar interface", *J.Opt.Soc.Am.* 58, 551-571 (1968).
- [128] J.L.Agudin, "Time delay of scattering processes", *Phys.Rev.* 171, 1385-1387 (1968).
- [129] H.Schilling, "Die Strahlversetzung bei der Reflexion elektromagnetischer Wellen an einem anisotropen optisch einachsigen System", *Annalen der Physik* 20(7), 348-357 (1965).
- [130] H.Schilling, "Die Strahlversetzung bei der Reflexion linear oder elliptisch polarisierter ebener Wellen an der Trennebene zwischen absorbierenden Medien", *Annalen der Physik* 16(7), 122-134 (1965).
- [131] R.H.Renard, "Total reflection: A new evaluation of the Goos-Hänchen shift", *J.Opt.Soc.Am.* 54, 1190-1197 (1964).
- [132] V.H.Schilling, "Die Reflexion von ebenen Wellen und von Kugelwellen an der Trennebene zwischen absorbierenden Medien", *Wiss.Zeitschr.TH Magdeburg* 4, 461-473 (1961).
- [133] F.I.Fedorov, "K teorii poĭnovo otrazenia", *Doklady Akademii Nauk SSSR* 105, 465-467 (1955).
- [134] V.H.Wolter, "Untersuchungen zur Strahlversetzung bei Totalreflexion des Lichtes mit der Methode der Minimumstrahlkennzeichnung", *Z.Naturforschung* 5A, 143-153 (1950).
- [135] C.Fragstein, "Zur Seitenversetzung des totalreflektierten Lichtstrahles", *Annalen der Physik*, 4(6), 271-278 (1949).
- [136] K.V.Artmann, "Berechnung der Seitenversetzung des totalreflektierten Strahles", *Annalen der Physik* 2(6), 87-102 (1948).
- [137] F.Goos and H.Hänchen, "Ein neuer und fundamentaler Versuch zur Totalreflexion", *Annalen der Physik* 1(6), 333-345 (1947); "Neumessung des Strahlversetzungseffektes bei Totalreflexion", *Annalen der Phys.* 1(6), 251-252 (1949).
- [138] J.Picht, "Beitrag zur Theorie der total Reflection", *Ann.Physic* 5(3), 433-496 (1929).
- [139] A.U.Ardashev, W.A.Kashin and G.W.Skpotzkiĭ, "Niekotoryje swojstwa uzkovno monohromatitceskovo svietovo puchka", *I.W.U.Z.* 11, 1848-1851 (1968).



- [140] A.M. Bielskij, "O smiestcenijah svietovo puchka pri mnogokratnyh otrazhenijah", *Optika i Spiektroskopiya* 62, 1335-1338 (1987).
- [141] V.G. Fedosejev, "Energy motion on total internal reflection of an electromagnetic wave packet", *J. Opt. Soc. Am. A3*, 826-829 (1986).
- [142] V.G. Fedosejev, "Popierietenoje dvizenije elektromagnitnoj energii pri otrazhenii i prielomnieni svieta", *Optika i Spiektroskopiya* 62, 119-125 (1987).
- [143] Y. Li, "Oscillations and discontinuity in the focal shift of Gaussian laser beams", *J. Opt. Soc. Am. A3*, 1761-1765 (1986).
- [144] W.H. Carter, M.F. Aburdene, "Focal shift in Laguerre-Gaussian beams", *J. Opt. Soc. Am. A4*, 1949-1952 (1987).
- [145] W.H. Carter, "Focal shift and concept of effective Fresnel number for a Gaussian Laser beam", *Appl. Opt.* 21, 1989-1994 (1982).
- [146] S. Nemoto, "Determination of waist parameters of a Gaussian beam", *Appl. Opt.* 25, 3859-3863 (1986).
- [147] H.L. Bertoni, C.W. Hsue and T. Tamir, "Non-specular reflection of convergent beams from liquid-solid interface", *Trait. Signal* 2, 201-205 (1985).
- [148] P.B. Nagy, K. Cho, L. Adler, and D.E. Chimenti, "Focal shift of convergent ultrasonic beams reflected from a liquid-solid interface", *J. Acoust. Soc. Am.* 81, 835-839 (1987).
- [149] L.B. Felsen, N. Marcuvitz, *Radiation and Scattering of Waves* (Prentice Hall, Englewood-Cliffs, NJ, 1973).
- [150] I.S. Gadshteyn and I.M. Ryzhik, "Tables of Integrals, Series and Products", (Academic, New York, 1980).
- [151] K. Yasumoto and Y. Ōishi, "A new evaluation of the Goos-Hänchen shift and associated time delay", *J. Appl. Phys.* 54, 2170-2176 (1983).
- [152] S. Zhang and T. Tamir, "Spatial modifications of Gaussian beams diffracted by reflection gratings", *J. Opt. Soc. Am. A6*, 1368-1381 (1989).
- [153] R.T. Deck, D. Sarid, G.A. Olson, and J.M. Elson, "Coupling between finite electromagnetic beam and long-range surface-plasmon modes", *Appl. Opt.* 22, 3397 (1983).
- [154] E.F.Y. Kou and T. Tamir, "Range extension of surface plasmons by dielectric layers", *Optics Lett.* 12, 367-369 (1987); "Incidence angles for optimized ATR excitation of surface plasmons", *Appl. Opt.* 27(19), 4098-4103 (1988); "Excitation of surface plasmons by finite width

- beams", *Appl.Opt.* 28(6), 1169-1177 (1989).
- [155] V.Červený, M.M.Popov, and I.Pšeničik, "Computation of wave fields in inhomogeneous media - Gaussian beam approach", *Geophys. J.R.astr. Soc.* 70, 109-128 (1978).
- [156] W.M.Babicz, M.M.Popov, "Metod summirowanija gaussowych pyczkow", *Radiofizika* 32(12), 1447-1456 (1989).
- [157] P.Mandel, S.D.Smith, and B.S.Wherrett, *From optical bistability towards optical computing* (Elsevier, Amsterdam, 1987).
- [158] H.M.Gibbs, P.Mandel, N.Peyghambarian, and S.D.Smith, *Optical bistability III* (Springer, Berlin, 1986).
- [159] A.Korpel, H.H.Lin, and D.J.Mehrl, "Convenient operator formalism for Fourier optics and inhomogeneous and nonlinear wave propagation", *J.Opt.Soc.Am.* 6(5), 630-635 (1989).
- [160] R.Cuykendall and D.R.Andersen, "Reversible optical computing circuits", *Opt.Lett.* 12, 542 (1987).
- [161] R.Cuykendall, "Three-port reversible logic", *Appl.Opt.* 27(9), 1772-1779 (1988).
- [162] R.Cuykendall and K.Strobl, "Thin-film computing with the nonlinear interface", *J.Opt.Soc.Am.B* 6(5), 877-883 (1989).
- [163] G.S.Buller, R.C.Paton, S.D.Smith, and A.C.Walker, "All-optical routing networks based on bistable interferometers", *Appl.Phys.Lett.* 53(25), 2465-2467 (1988).
- [164] D.A.B.Miller, C.T.Seaton, M.E.Prise, and S.D.Smith, "Band-gap-resonant nonlinear refraction in III-V semiconductors", *Phys.Rev.Lett.* 47(3), 197-200 (1981).
- [165] *Nonlinear-Optical properties of materials*, wydanie specjalne, *J.Opt.Soc.Am.B* 6(4) (1989).
- [166] E.M.Wright, W.J.Firth, and I.Galbraith, "Beam propagation in a medium with a diffusive Kerr-type nonlinearity", *J.Opt.Soc.Am.B* 2(2), 383-386 (1985).
- [167] W.J.Firth, I.Galbraith, and E.M.Wright, "Diffusion and diffraction in dispersive optical bistability", *J.Opt.Soc.Am.B* 2(6), 1005-1009 (1985).
- [168] D.R.Heatley, E.M.Wright, J.Ehrlich, and G.I.Stegeman, "Nonlinear directional coupler with a diffusive Kerr-type nonlinearity", *Optics Lett.* 13(5), 419-421 (1988).
- [169] U.Olin, "Effects of diffraction and diffusion in dispersive optical

- bistability in Fabry-Perot étalons, *J. Opt. Soc. Am. B* 5(1), 20-23 (1988).
- [170] V. J. Montemayor and R. T. Deck, "Optical bistability with the waveguide mode", *J. Opt. Soc. Am. B* 2(6), 1010-1013 (1985); "Optical bistability with the waveguide mode: the case of a finite-width incident beam", *J. Opt. Soc. Am. B* 3(9), 1211-1218 (1986).
- [171] K. Y. Lau, Ch. Harder, and A. Yariv, "Interaction of a bistable injection laser with an external optical cavity", *Appl. Phys. Lett.* 40(5), 369-371 (1982).
- [172] H. Haelterman, "Coupled-cavity configuration for optical bistability", *Opt. Commun.* 68(4), 305-308 (1988).
- [173] K. Otsuka, "Pitchfork bifurcation and all-optical digital signal processing with a coupled-element bistable system", *Opt. Lett.* 14(1), 72-74 (1989).
- [174] I. P. Kaminow, L. W. Stulz, E. H. Turner, "Efficient strip-waveguide modulator", *Appl. Phys. Lett.* 27(10), 555-557 (1975).
- [175] H. Naitoh, K. Muto, and T. Nakayama, "Mirror-type optical branch and switch", *Appl. Opt.* 17(1), 101-104 (1978).
- [176] S. K. Sheem and C. S. Tsai, "Light beam switching and modulation using a built-in dielectric channel in  $\text{LiNbO}_3$  planar waveguide", *Appl. Opt.* 17(6), 892-894 (1978).
- [177] J. S. Schildkraut, "Long-range surface plasmon electrooptic modulator", *Appl. Opt.* 27, (21), 4587-4590 (1988).
- [178] P. W. Smith, E. H. Turner and P. J. Maloney, "Electrooptic nonlinear Fabry-Perot devices", *IEEE J. Quantum Elect.* QE-14(3), 207-212 (1978).
- [179] K. Takizawa, M. Okada, H. Kikuchi, and T. Aida, "Bistable spatial light modulator using liquid crystal and  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  crystal", *Appl. Phys. Lett.* 53(24), 2359-2361 (1988).
- [180] A. E. Kaplan, "Bistable reflection of light by an electro-optically driven interface", *Appl. Phys. Lett.* 38(2), 67-69 (1981).
- [181] P. W. Smith, W. J. Tomlinson, P. Maloney and A. E. Kaplan, "Bistability at an electro-optic interface", *Opt. Lett.* 7(2), 57-59 (1982).
- [182] H. A. Attar, H. A. Mackenzie, and W. J. Firth, "Critical slowing-down phenomena in an InSb optically bistable étalon", *J. Opt. Soc. Am. B* 3(9), 1157-1163 (1986).
- [183] B. Segard, J. Zemmouri, and B. Macke, "Noncritical slowing down in optical bistability", *Opt. Commun.* 63(5), 339-343 (1987).

- [184] A.E.Kaplan, "Histerezisnoje otrazenie i prielomnienie na nieliniejnoj granice - novyj klass efektov v nieliniejnoj optike", Pisma v ZETF 24(3), 132-137 (1976).
- [185] A.E.Kaplan, Teorija javlenija histerezisnovo otrazeniya i prielomnieniya svieta na granice nieliniejnoj sriedy", ZETF 72, 1710-1726 (1977).
- [186] A.E.Kaplan, "Prodolno-niejednorodne biegunceje volny i ih rol v nieliniejnoj otrazeni i prelomnieni svieta", IVUZ 22(3), 332-347 (1979).
- [187] N.N.Rozanov, "Nieliniejnoje otrazeniye i propuskaniye ogranicennyh puckov svieta", Optika i Spektroskopiya 47(3), 606-609 (1979).
- [188] P.W.Smith, J.P.Hermann, W. Tomlinson, and P.J.Maloney, "Optical bistability at a nonlinear interface", Appl.Phys.Lett. 35(11), 846-848 (1979).
- [189] D.Marcuse, "Reflection of a Gaussian beam from a nonlinear interface", Appl.Opt. 19(18), 3130-3139 (1980).
- [190] P.W.Smith, W.J.Tomlinson, P.J.Maloney, and J.P.Hermann, "Experimental studies of a nonlinear interface", IEEE J.Quantum Electron. QE-17(3), 340-348 (1981).
- [191] W.J.Tomlinson, J.P.Gordon, P.W.Smith, and A.E.Kaplan, "Reflection of a Gaussian beam at a nonlinear interface", Appl.Opt. 21(11), 2041-2051 (1982).
- [192] P.W.Smith and W.J.Tomlinson, "Nonlinear optical interfaces: switching behavior", IEEE J.Quantum Electron. QE-20(1), 30-36 (1984).
- [193] I.I.Akhmediev, V.I.Korniejev, U.V.Kuzmienko, "Vozbudieniya nieliniejnykh povierhnostnykh voln gaussovymi svetovymi puckami", ZETF 88(1), 107-115 (1985).
- [194] S.D.Nicola, A.E.Kaplan, S.Martellucci, P.Mormile, G.Pierattini, and J.Quartieri, "Stable hysteretic reflection of light at a nonlinear interface", Appl.Phys.B 49, 441-444 (1989).
- [195] D.R.Andersen and J.J.Regan, "Reflection and refraction of a three-dimensional Gaussian beam at a nonlinear interface", J.Opt.Soc.Am.A 6(9), 1484-1492 (1989).
- [196] J.L.Birman, D.N.Pattanayak, and A.Puri, "Prediction of a resonance-enhanced laser-beam displacement at total internal reflection in a semiconductors", Phys.Rev.Lett. 50(21), 1664-1667 (1983); "Resonance Effects on total internal reflection ...".

- Phys.Rev.B 28(10), 5877-5896 (1983); również [168].
- [197] I.C.Khoo, "Optical-terminal induced total internal reflection-to-transmission switching at a glass-liquid crystal interface", Appl.Phys.Lett. 40(8), 645-647 (1982).
- [198] H.Shih and N.Bloembergen, "Phase-matched critical total reflection and the Goos-Hänchen shift in second-harmonic generation", Phys.Rev. A 3(1), 412-420 (1971).
- [199] A.D.Lloyd, I.Janossy, H.A.Mackenzie and B.S.Wherrett, "CW optical bistability in non-absorbing liquids and liquid crystals using HeNe and diode lasers", Opt.Commun. 61(5), 339-344 (1987).
- [200] D.C.Hutchings, A.D.Lloyd, I.Janossy and B.S.Wherrett, "Theory of optical bistability in metal mirrored Fabry-Perot cavities containing thermo-optic materials", Opt.Commun. 61(5), 345-350 (1987).
- [201] K.Maurin, *Analiza* (PWN, Warszawa, 1971).
- [202] I.Stakgold, *Green's functions and boundary value problems*, (Wiley, New York, 1979).
- [203] D.H.Sattinger, *Topics in stability and bifurcation theory*, (Springer, Berlin, 1973).
- [204] H.Amman, "Fixed point equations and nonlinear eigenvalue problems in ordered Banach spaces", SIAM Rev. 18, 620-700 (1976).
- [205] Pozycja [6], Rozdz.14.10, również: H.Jerominek i in., Opt.Commun. 52, 397 (1985); S.T.Chen i in., IEEE J.Quantum Electron.QE-14, 513 (1978).
- [206] K.H.Strobl and R.Cuykendall, "Nonlinear interface: three-dimensional versus saturated model predictions in light of new experimental findings", Opt.Commun. 74(6), 389-392 (1990).

PRACA A

MODIFIED REFLECTANCE AND GEOMETRICAL DEFORMATIONS OF GAUSSIAN  
BEAMS REFLECTED AT A DIELECTRIC INTERFACE

W. Nasalski

## ABSTRACT

The geometrical interpretation of Gaussian-beam deformations under reflection at a linear dielectric interface is revised. It is proved that, besides the four known geometrical effects, namely, the lateral, focal, and angular shifts and the beam-waist modification, an independent nonspecular effect termed the complex amplitude modification exists and that all these effects are necessary for a complete description of the deformed beam. The new effect is described as a product of reflectance and propagation nonspecular modifications. The amplitude-based and intensity-based definitions of the modified reflection coefficient are given, and substantial differences between them and the Fresnel reflectance are shown. The significance of the propagation modification in the evaluation of the modified reflectance is also explained. Analytical expressions for all the nonspecular effects and for the interrelations among them are derived, and an accurate numerical procedure for their evaluation is discussed.

J. Opt. Soc. Am. A 6(9), 1447-1454 (1989).

PRACA B

## NONSPECULAR BISTABILITY VERSUS DIFFRACTION AT NONLINEAR HYBRID INTERFACES

W. Nasalski

## ABSTRACT

A Gaussian beam reflection at a single interface between a linear medium and the nonlinear medium driven by electro-optical feedback is analysed by the method of the Monotone Iteration of Gaussians. The field is described completely in terms of six independent amplitude and geometrical distortions of the reflected beam. Under certain conditions all these nonspecular reflection effects exhibit significant bistable behaviour. The limitations imposed on the nonspecular bistability by diffraction is discussed and the existence of the strong bistability in the diffusive and coupled-cavity configurations is indicated.

Opt. Commun. (1990), w druku

## SPIS TREŚCI

1. Wstęp	4
2. Wiązki Gaussa	12
2.1. Definicje podstawowe	12
2.2. Przybliżenie przyosiowe	16
2.3. Wiązka Gaussa - mod podstawowy	71
2.4. Wiązki Gaussa-Hermita wyższych rzędów	28
Dod. 2. A. Wielomiany i funkcje Hermita	35
3. Oddziaływanie wiązki Gaussa z dielektryczną powierzchnią graniczną - przypadek liniowy	39
3.1. Sformułowanie problemu liniowego	39
3.2. Analiza spektralna problemu	45
3.3. Zespolone deformacje wiązki	56
3.4. Geometryczne deformacje wiązki	59
3.5. Deformacje amplitudy i fazy wiązki	70
3.6. Efekty niespekularnego odbicia - zestawienie	77
Dod. 3. A. Uproszczona analiza asymptotyczna zagadnienia odbicia	80
Dod. 3. B. Uproszczona analiza spektralna zagadnienia odbicia	85
4. Bistabilność efektów niespekularnego odbicia od nieliniowej granicznej powierzchni hybrydowej	89
4.1. Bistabilność optyczna nieliniowej powierzchni granicznej	89
4.2. Sformułowanie problemu nieliniowego	93
4.3. Metoda Monotonicznej Iteracji Gaussowskiej	98
4.4. Bistabilność efektów niespekularnych	108
Dod. 4. A. Oddziaływanie fali płaskiej z hybrydową powierzchnią graniczną	130
5. Podsumowanie	134
Literatura	136
Praca A - abstrakt	150
Praca B - abstrakt	151