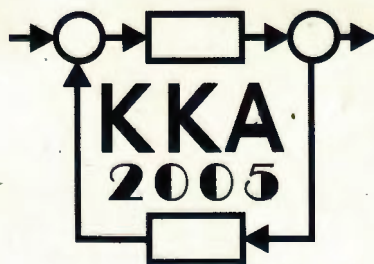


# **XV Krajowa Konferencja Automatyki**

## **Tom I**



**Redaktorzy:  
Zdzisław Bubnicki  
Roman Kulikowski  
Janusz Kacprzyk**

# XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom I



Redaktorzy:  
Zdzisław BUBNICKI  
Roman KULIKOWSKI  
Janusz KACPRZYK

## **ORGANIZATOR**

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

## **WSPÓŁORGANIZATORZY**

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## **ORGANIZATOR**

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk  
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

## **WSPÓLORGANIZATORZY**

Politechnika Warszawska  
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów  
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

## **KOMITET PROGRAMOWY**

Przewodniczący  
Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI  
Roman KULIKOWSKI

## **CZŁONKOWIE**

Stanisław BAŃKA  
Mikołaj BUSŁOWICZ  
Ryszard GESSING  
Jakub GUTENBAUM  
Stanisław KACZANOWSKI  
Janusz KACPRZYK  
Józef KORBICZ  
Krzysztof KOZŁOWSKI  
Krzysztof KUŹMIŃSKI  
Krzysztof MALINOWSKI  
Antoni NIEDERLIŃSKI  
Tadeusz PUCHAŁKA  
Stanisław SKOCZOWSKI  
Jerzy ŚWIĄTEK  
Ryszard TADEUSIEWICZ  
Krzysztof TCHOŃ  
Jan WĘGLARZ

Michał BIAŁKO  
Władysław FINDEISEN  
Henryk GÓRECKI  
Jerzy JÓZEFczyk  
Tadeusz KACZOREK  
Jerzy KLAMKA  
Zbigniew KOWALSKI  
Juliusz L. KULIKOWSKI  
Kazimierz MALANOWSKI  
Wojciech MITKOWSKI  
Władysław PEŁCZEWSKI  
Leszek RUTKOWSKI  
Roman SŁOWIŃSKI  
Andrzej ŚWIERNIAK  
Piotr TATJIEWSKI  
Leszek TRYBUS  
Andrzej P. WIERZBICKI

## **KOMITET ORGANIZACYJNY**

Przewodniczący  
Zastępcy Przewodniczącego

Roman KULIKOWSKI  
Janusz KACPRZYK  
Stanisław KACZANOWSKI  
Tadeusz KACZOREK  
Krzysztof MALINOWSKI  
Roman OSTROWSKI  
Tadeusz PUCHAŁKA  
Dariusz WAGNER  
Jan STUDZIŃSKI  
Jan W. OWSIŃSKI

Członkowie

Sekretarze naukowci

**ISBN 83-89475-00-6**

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk  
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

**STEROWANIE OPTYMALNE  
I ADAPTACYJNE**



## ZASADY TWORZENIA UPROSZCZONEGO FIZYKALNEGO MODELU PROCESU DLA POTRZEB STEROWANIA ADAPTACYJNEGO

Jacek CZECZOT

Politechnika Śląska, Instytut Automatyki  
 ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, e-mail: jacek.czeczot@polsl.pl

**Streszczenie:** W referacie przedstawia się zasady tworzenia uproszczonego i ogólnego modelu dynamicznego dla szerokiej klasy procesów przemysłowych, który następnie może być wykorzystywany do wyprowadzenia prawa sterowania przy pomocy jednej z technik, bazujących na fizycznym modelu procesu. Model ten może być wyprowadzony w oparciu o najogólniejsze prawa zachowania masy i/lub energii, a wszystkie nieznanne nieliniowości oraz niedokładności modelowania zastępują się jednym, zmiennym w czasie parametrem, co stanowi o niestacjonarności modelu. Wartość tego parametru jest następnie estymowana na bieżąco, co pozwala na wykorzystanie techniki adaptacji w wynikowym prawie sterowania.

**Słowa kluczowe:** Sterowanie adaptacyjne typu *model-based*, estymacja, rekurencyjna metoda najmniejszych kwadratów.

### 1. WPROWADZENIE

Fizyczne modele procesów technologicznych można w ogólny sposób podzielić na dwie grupy:

- **Modele budowane dla celów poznawczych.** Podczas budowania tych modeli priorytetem jest dokładne odwzorowanie wszystkich zjawisk zachodzących w procesie. Z reguły są one bardzo złożone i nieliniowe, posiadają dużą ilość parametrów, które muszą być starannie wyznaczone podczas strojenia modelu. Modele te wykorzystuje się podczas badań nad zachowaniem się zjawiska lub procesu przy wykorzystaniu eksperymentu symulacyjnego, a także do symulacyjnej weryfikacji proponowanego algorytmu sterowania procesem.
- **Modele uproszczone.** Modele te wykorzystuje się jako podstawę do konstruowania różnego rodzaju algorytmów sterowania typu *model-based*. Algorytmy te pozwalają zazwyczaj na poprawę jakości sterowania poprzez uwzględnienie nieliniowej natury procesu. Cecha ta wynika z zastosowania uproszczonego modelu procesu, który powinien z ustaloną dokładnością odwzorowywać najważniejsze własności procesu i mieć na tyle prostą postać, aby móc stanowić bazę dla wyprowadzenia algorytmu sterowania.

Dążąc do zaprojektowania zaawansowanego algorytmu sterowania w oparciu o fizyczny model procesu, pro-

blem najczęściej formułuje się w następujący sposób: dla obiektu, opisanego równaniami stanu i równaniem wyjścia  $Y$ :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= f(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{p}_1, \underline{d}(t)) \\ Y(t) &= g(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{p}_2, \underline{d}(t)) \end{aligned} \quad (1)$$

konieczne jest zapewnienie śledzenia wielkości sterowanej  $Y$  za wartością zadaną  $Y_{sp}$ . Wielkość sterującą wybiera się wśród elementów wektora  $\underline{u}$ . Dodatkowo w modelu (1) można wyróżnić wektory stałych parametrów  $\underline{p}_1$  i  $\underline{p}_2$  oraz wektor niemierzalnych zakłóceń  $\underline{d}$ . Nietrudno zauważyć, iż takie sformułowanie problemu zakłada bardzo dokładną znajomość pełnej postaci nieliniowego modelu procesu. Zakłada się nie tylko znajomość postaci funkcji nieliniowych  $f(\cdot)$  i  $g(\cdot)$ , ale także znajomość wartości parametrów  $\underline{p}_1$  i  $\underline{p}_2$ , charakteryzujących proces. W praktyce spełnienie tych warunków jest w zasadzie niemożliwe, co sprawia, iż konieczne jest upraszczanie modelu (1) tak, aby pozwalał on na osiągnięcie dwóch sprzecznych celów: wysokiej dokładności odwzorowania podstawowych właściwości procesu oraz bardzo niewielkiej komplikacji samego modelu. Pierwszy cel jest oczywisty i nie wymaga komentarza, natomiast drugi cel wynika z faktu, iż tylko możliwie prosta postać modelu może być później wykorzystana do wyprowadzenia prawa sterowania.

W literaturze spotyka się kilka metod upraszczania postaci nieliniowego modelu procesu (1). Wśród nich wyróżnić można linearyzację modelu (1) w celu wyznaczenia funkcji przejścia w postaci ciągłej lub dyskretniej, redukcja jego rzędu [10] oraz pomijanie niektórych członów w modelu (1) jako mało znaczących w stosunku do pozostałych członów [2]. Ogólnie znana jest także zasada, iż upraszczanie nieliniowego i złożonego modelu stacjonarnego (1) wymaga stopniowego przeobrażenia go w model niestacjonarny. Oznacza to, iż zakłada się zmienność parametrów modelu  $\underline{p}_1(t)$  i  $\underline{p}_2(t)$  w czasie. Aby model w każdej chwili odzwierciedlał aktualny stan procesu, konieczne jest uaktualnianie tych parametrów na bieżąco. Może się to odbywać poprzez pomiary mierzalnych parametrów lub poprzez estymację parametrów niemierzalnych [2, 8]. Ta druga metoda prowa-

dzi zawsze do adaptacyjnego prawa sterowania, co zazwyczaj pozwala na znaczące polepszenie jakości sterowania [1, 11].

Wadą tych wszystkich metod jest konieczność znajomości postaci modelu (1) wraz z wartościami jego parametrów. Celem tej pracy jest zaproponowanie metodyki budowania uproszczonego fizykalnego modelu dla pewnej, szerokiej klasy procesów, bez konieczności znajomości nawet uproszczonego, nieliniowego opisu tego procesu.

## 2. OGÓLNA POSTAĆ UPROSZCZONEGO MODELU FIZYKALNEGO

Dla wyprowadzenia prawa sterowania wygodne jest zapisanie uproszczonego fizykalnego modelu procesu w formie równania, bazującego na bilansie masowym lub energetycznym i opisującego dynamikę zmian wielkości sterowanej  $Y(t)$  [5]. Wielkość ta może być wybrana jako zmienna stanu (stężenie określonego składnika lub temperatura) lub może stanowić kombinację kilku zmiennych stanu. W hipotetycznym procesie można wyróżnić nieznaną ilość nieokreślonych izotermicznych lub nieizotermicznych reakcji biochemicznych, a także dopuszcza się występowanie zjawiska wymiany ciepła o nieznanym opisie matematycznym. Cały proces przebiega w komorze reaktora o zmiennej objętości zajmowanej przez ciecz  $V(t)$  [m<sup>3</sup>].

$$\frac{dY(t)}{dt} = \frac{1}{V(t)} F^T(t) \underline{Y}_F(t) - R_Y(t) \quad (2)$$

Iloczyn wektorów  $F^T(t) \underline{Y}_F(t)$  reprezentuje strumienie masowe lub energetyczne, dochodzące lub wychodzące z komory reaktora. Elementy wektora  $F(t)$  stanowią kombinacje przepływów objętościowych, natomiast wektor  $\underline{Y}_F(t)$  jest wektorem, na który składają się kombinacje wlotowych wartości wielkości  $Y(t)$  oraz samej wielkości  $Y(t)$ .  $R_Y(t)$  jest zmiennym w czasie parametrem o nieznanym opisie matematycznym, mogącym przyjmować wartości dodatnie i ujemne. Reprezentuje on wszystkie nieliniowości procesu, wynikające z zachodzących w nim odwracalnych i/lub nieodwracalnych reakcji biochemicznych lub procesu wymiany lub wytwarzania ciepła.

Postać modelu (2) stanowi szczególny przypadek ogólnego nieliniowego modelu procesu (1). Uzasadnienie prawdziwości modelu (2) można przedstawić w następujący sposób: równanie (2) może być zawsze spełnione, gdyż w każdej chwili czasu możliwe jest takie dobranie wartości  $R_Y(t)$ , aby równanie to było spełnione. Jeśli dodatkowo przyjmujemy, że wartość  $R_Y(t)$  może zmieniać się w czasie, oczywistym staje się, że równanie (2) może być zawsze spełnione dzięki właściwemu doborowi tej wartości w poszczególnych chwilach czasu. Dowodzi to, iż uproszczony model matematyczny w postaci równania (2) opisuje dynamikę zmian wielkości sterowanej  $Y(t)$  z dużą dokładnością. Z uzasadnienia tego wynika jeszcze jedna bardzo ważna właściwość

modelu (2) – niezwykle duża odporność na jakiegokolwiek niedokładności modelowania i błędy pomiarowe wielkości, wchodzących w skład wektorów  $F(t)$  i  $\underline{Y}_F(t)$ . Mówiąc o niedokładnościach modelowania nie chodzi tutaj jedynie o zastąpienie nieznaną nieliniowości jednym niestacjonarnym parametrem. Warto zwrócić uwagę na fakt, iż wszystkie człony bilansu, które na skutek niewiedzy lub nieznaności warunków pracy procesu nie zostały zawarte w iloczynie wektorów  $F^T(t) \underline{Y}_F(t)$ , zostają natychmiast zrównoważone przez zmianę wartości parametru  $R_Y(t)$ , co pozwala na zrównoważenie bilansu (2) w przypadku, gdy niektóre elementy wektorów  $F(t)$  i  $\underline{Y}_F(t)$  obciążone są błędami pomiarowymi.

Jeśli już udało się uzyskać równanie w postaci równania (2), można w oparciu o nie wyprowadzić prawo sterowania przy następujących założeniach:

- wielkość sterująca musi być wybrana jako jeden z elementów wektorów  $F(t)$  lub  $\underline{Y}_F(t)$ ,
- pozostałe elementy wektorów  $F(t)$  i  $\underline{Y}_F(t)$  oraz wartość wielkości sterowanej  $Y(t)$  muszą być dostępne pomiarowo na bieżąco przynajmniej w dyskretnych chwilach czasu lub muszą być stałe i znane,
- objętość robocza komory reaktora  $V(t)$  musi być mierzalna na bieżąco lub musi być znana i stała.

Powyższe ograniczenia są bardzo realistyczne i mogą być w łatwy sposób spełnione w praktyce, gdyż nie bazują na znajomości pełnej postaci nieliniowego fizykalnego modelu procesu. Konieczne jest jedynie opracowanie metody wyznaczania kolejnych wartości wielkości  $R_Y(t)$  i zastosowanie jej w prawie sterowania dla zapewnienia własności adaptacyjnych.

## 3. PROCEDURA ESTYMACJI RMNK

Okazuje się, iż rekurencyjna metoda najmniejszych kwadratów (RMNK) doskonale sprawdza się podczas estymacji parametru  $R_Y(t)$  [4]. Wynika to z faktu, iż zawsze mamy tylko jeden parametr do estymacji, a w takich przypadkach RMNK sprawdza się znakomicie. Pozwala ona na estymację wartości nieznanego parametru z bardzo małą wartością współczynnika zapomnienia  $\alpha$  (szybka zbieżność), a także nie wymaga stosowania wejściowych sygnałów nieustannie pobudzających. Co więcej, możliwe jest estymowanie wartości parametru  $R_Y(t)$  nawet wtedy, gdy obiekt jest w stanie ustalonym, bez żadnych zewnętrznych wymuszeń. Te cechy sprawiają, iż procedura estymacji jest niezawodna i daje bardzo dobre wyniki.

Sama procedura estymacji bazuje na dyskretnym równaniu (2) z aproksymacją czasowej pochodnej wielkości sterowanej  $Y(t)$  przy pomocy różnicy wstecznej pierwszego stopnia:

$$V^i(Y^i - Y^{i-1}) = T_R F^{T,i} \underline{Y}_F^i - V^i T_R R_Y^i \quad (3)$$

gdzie  $i$  oznacza indeks dyskretnego czasu a  $T_R$  [min] jest okresem dyskretyzacji. Dla powyższego równania można wprowadzić zmienną pomocniczą  $y^i$ :

$$y^i = V^i(Y^i - Y^{i-1}) - T_R F^{T,i} Y_F^i \quad (4)$$

Wartość zmiennej  $y^i$  jest funkcją jedynie mierzalnych lub znanych parametrów, co pozostaje w zgodzie z poczynionymi wcześniej założeniami. Dzięki temu wielkość ta może być w łatwy sposób wyznaczana w każdej dyskretnej chwili czasu. Po połączeniu równań (3) i (4) uzyskuje się następującą zależność:

$$y^i = -V^i T_R R_Y^i \quad (5)$$

Ponieważ powyższe równanie jest liniowe względem parametru  $R_Y^i$ , który jest jedynym estymowanym parametrem, możliwe jest bezpośrednie zastosowanie rekurencyjnej metody najmniejszych kwadratów do estymacji wartości tego parametru. W efekcie uzyskuje się skalarne równania, pozwalające na wyznaczenie wartości  $\hat{R}_Y^i$ , będącej estymatą parametru  $R_Y(t)$ :

$$\hat{R}_Y^i = \hat{R}_Y^{i-1} - V^i T_R P^i (y^i + V^i T_R \hat{R}_Y^{i-1}) \quad (6a)$$

$$P^i = \frac{P^{i-1}}{\alpha} \left( 1 - \frac{V^{i2} T_R^2 P^{i-1}}{\alpha + V^{i2} T_R^2 P^{i-1}} \right) \quad (6b)$$

gdzie  $\alpha$  jest współczynnikiem zapominania.

#### 4. PRZYKŁADY WYPROWADZENIA UPROSZCZONEGO MODELU PROCESU

W rozdziale tym przedstawiamy dwa przykłady wyprorowadzenia uproszczonego fizykalnego modelu dla procesu neutralizacji oraz dla nieizotermicznego reaktora chemicznego. Wyprorowadzenie to odbywa się przy założeniu absolutnego minimum wiedzy o procesie, a w wyniku otrzymuje się uproszczony model zapisany w postaci równania (2).

##### 4.1. Proces neutralizacji

Sposób wyprorowadzenia uproszczonego modelu dla procesu neutralizacji z rys. 1 przedstawiono w pracy [7]. Komora mieszalnika zaopatrzona jest w dwa wloty, pozwalające na dozowanie cieczy: wlot kwasu z przepływem objętościowym  $F_1$  [L/min] i z wlotowym stężeniem kwasu  $c_1$  [mole/L] oraz wlot zasady z przepływem objętościowym  $F_2$  [L/min] i z wlotowym stężeniem zasady  $c_2$  [mole/L]. Wartości  $pH_1$  i  $pH_2$  oznaczają kolejno wartości  $pH$  dla wlotów kwasu i zasady. Proces neutralizacji przebiega w mieszalniku o stałej objętości  $V$  [L] i w jego wyniku na wylocie z komory mieszalnika wyróżnić można stężenie kwasu  $x_1$  [mole/L] i stężenie zasady  $x_2$  [mole/L], co z kolei daje wartość  $pH$  cieczy na wylocie z komory mieszalnika.

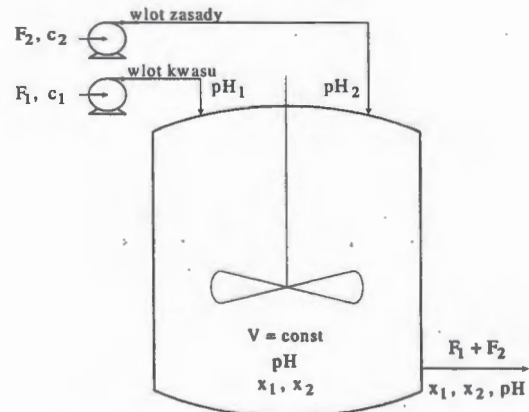
Zakładamy, iż nasza wiedza na temat zachodzącego procesu jest bardzo ograniczona:

- nie znamy nieliniowego opisu matematycznego dla zachodzącej reakcji neutralizacji,

- nie możemy mierzyć bezpośrednio stężeń kwasu i zasady – dotyczy to zarówno stężeń wlotowych jak i wylotowych,
- nic nie wiemy na temat ewentualnego wpływu warunków zewnętrznych (np. temperatury) na przebieg reakcji neutralizacji.

Zakładamy także, iż naszą praktyczną wiedzę na temat procesu można podsumować w następujący sposób:

- zakładamy idealne mieszanie zawartości komory reaktora,
- wartości wlotowe  $pH_1$ ,  $pH_2$ , wartość  $pH$  na wylocie, oraz przepływy objętościowe  $F_1$ ,  $F_2$  są dostępne pomiarowo na bieżąco.



Rys. 1. Uproszczony schemat technologiczny procesu neutralizacji.

Przyjmując za wielkość sterowaną wartość  $pH$  na wylocie z komory mieszalnika, będziemy dążyć do zapisania modelu opisującego dynamikę zmian tej wartości i zawierającego wielkość sterującą  $F_2$ . Model ten musi mieć postać równania (2). Należy podkreślić, iż w przypadku procesu neutralizacji stworzenie takiego modelu w oparciu o zasadę zachowania masy nie zdaje egzaminu. Wynika to z faktu, iż zasada zachowania masy pozwala na uzyskanie modelu, w którym zmiennymi stanu są stężenia składników, a te, w przypadku procesu neutralizacji, z założenia nie są mierzalne. Ponadto w takim modelu nie istnieje możliwość opisanie nieliniowości przy pomocy jednego, zmiennego w czasie parametru, który byłby jednym ze składników prawej strony równań stanu. W związku z tym, jedynym rozwiązaniem wydaje się zaproponowanie modelu wejściowo-wyjściowego, w którym wartość  $pH$  traktowana byłaby jak zmienna stanu. Reprezentuje ono coś na kształt „bilansu wartości  $pH$ ” i przyjmuje następującą postać:

$$\frac{d pH(t)}{dt} = \frac{F_1(t)}{V} (pH_1(t) - pH(t)) + \frac{F_2(t)}{V} (pH_2(t) - pH(t)) - R_Y(t) \quad (7)$$

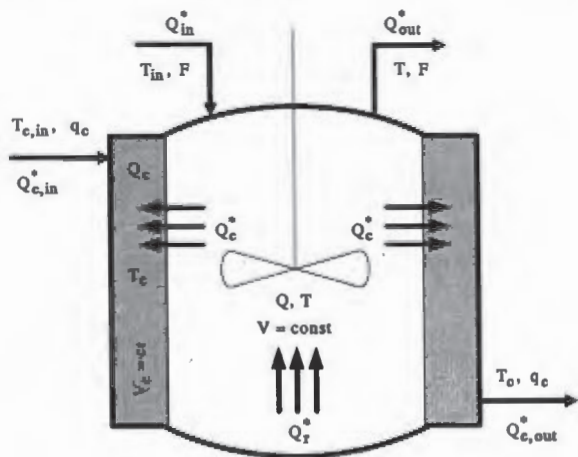
Przyjmując stałą objętość komory reaktora  $V = \text{const}$ . oraz definiując wektory  $\underline{F}(t) = [F_1 \ F_2]^T$  i  $\underline{Y}_F(t) = [(pH_1 - pH) \ (pH_2 - pH)]^T$ , można ostatecznie zapisać równanie (7) w postaci równania (2). Równanie (7) nie ma żadnego sensu fizykalnego. Jest ono



jednak zapisane w postaci równania (2) i spełnia wszystkie wymagania stawiane uproszczonemu modelowi procesu w rozdziale 2. W szczególności występuje w nim wielkość sterująca  $F_2$  oraz pozwala ono na wykorzystanie procedury estymacji parametru  $R_Y(t)$  (6a-b), reprezentującego w tym przypadku nie tylko nieznaną nieliniowość procesu, ale także niedokładność modelowania, wynikającą z zastosowania równania (7) dla opisu rozpatrywanego procesu neutralizacji. Właściwy dobór wartości parametru  $R_Y(t)$  zapewnia, iż „bilans wartości pH” może być spełniony dla dowolnej chwili czasu.

#### 4.2. Nieizotermiczny reaktor chemiczny

Przykładowy nieizotermiczny reaktor chemiczny z płaszczem chłodzącym przedstawia rys. 2. Sposób wyprowadzenia uproszczonego fizykalnego modelu matematycznego w postaci równania (2) dla tego procesu znaleźć można w pracy [6].



Rys. 2. Uproszczony schemat technologiczny nieizotermicznego reaktora chemicznego.

Podobnie, jak w poprzednim przypadku, zakłada się, iż postać pełnego modelu matematycznego dla reaktora pozostaje nieznaną. Co więcej, nieznaną pozostają komponenty, wchodzące ze sobą w reakcje chemiczne, oraz rodzaj i nieliniowy opis matematyczny tych reakcji, zjawiska wytwarzania ciepła oraz zjawiska wymiany ciepła pomiędzy komorą reaktora a płaszczem chłodzącym. Dla rozpatrywanego procesu wiemy, iż:

- zachodzi on w komorze reaktora o stałej i znanej objętości  $V$  [m<sup>3</sup>],
- objętość płaszcza chłodzącego  $V_c$  [m<sup>3</sup>] jest także stałą i znaną,
- we wnętrzu komory reaktora zachodzi szereg reakcji nieizotermicznych, co sprawia, iż podczas jego pracy produkowane jest ciepło, powodując tym samym wzrost temperatury we wnętrzu komory reaktora,
- przez komorę reaktora przepływa medium o mierzalnej temperaturze wlotowej  $T_{in}$  [K] ze znanym lub mierzalnym przepływem objętościowym  $F$  [m<sup>3</sup>/min],
- przez płaszcz chłodzący przepływa ciecz chłodząca o mierzalnej temperaturze wlotowej  $T_{c,in}$  [K] ze znanym (nastawianym) przepływem objętościowym  $q_c$  [m<sup>3</sup>/min],

- temperatury na wylocie z komory reaktora  $T$  [K] oraz na wylocie z płaszcza chłodzącego  $T_c$  [K], są mieralne.

W praktyce, dla rozpatrywanego reaktora chemicznego z płaszczem chłodzącym za wielkość sterowaną przyjmuje się temperaturę  $T$  na wylocie z komory reaktora a za wielkość sterującą – przepływ objętościowy cieczy przez płaszcz chłodzący  $q_c$ . Będziemy więc dążyć do zapisania uproszczonego fizykalnego modelu procesu w postaci równania, opisującego dynamikę zmian temperatury. W tym celu posługujemy się prawem zachowania energii i proponujemy dwa równania, bilansujące kolejno ciepło zgromadzone we wnętrzu komory reaktora  $Q$  [J] oraz ciepło zgromadzone we wnętrzu płaszcza chłodzącego  $Q_c$  [J].

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q_{in}^*(t) - Q_{out}^*(t) + Q_r^*(t) - Q_c^*(t) \quad (8a)$$

$$\frac{dQ_c(t)}{dt} = Q_{c,in}^*(t) - Q_{c,out}^*(t) + Q_c^*(t) \quad (8b)$$

W równaniach tych wykorzystano następujące strumienie ciepła, zaznaczone na rys. 2:

- $Q_{in}^*$  [J/min] – wlotowy strumień ciepła, wynikający z temperatury wlotowej  $T_{in}$  i z przepływu objętościowego  $F$  medium, przepływającego przez komorę reaktora,
- $Q_{out}^*$  [J/min] – wylotowy strumień ciepła, wynikający z temperatury  $T$  i z przepływu objętościowego  $F$  medium, przepływającego przez komorę reaktora,
- $Q_{c,in}^*$  [J/min] – wlotowy strumień ciepła, wynikający z temperatury wlotowej  $T_{c,in}$  i z przepływu objętościowego  $q_c$  cieczy chłodzącej, przepływającej przez płaszcz chłodzący,
- $Q_{c,out}^*$  [J/min] – wylotowy strumień ciepła, wynikający z temperatury  $T_c$  i z przepływu objętościowego  $q_c$  cieczy chłodzącej, przepływającej przez płaszcz chłodzący,
- $Q_c^*$  [J/min] – strumień ciepła, reprezentujący wymianę ciepła między komorą reaktora a płaszczem chłodzącym,
- $Q_r^*$  [J/min] – strumień ciepła, powstający w wyniku bliżej nieokreślonych nieizotermicznych reakcji chemicznych, zachodzących w komorze reaktora.

W obu równaniach (8a) i (8b) występuje człon  $Q_c^*$ . Można więc wyznaczyć go z równania (8b) i wstawić do równania (8a). Następnie, po rozpisaniu znanych zależności i zastąpieniu tych nieznanymi jednym, zmiennym w czasie parametrem, otrzymuje się ostateczną postać uproszczonego modelu dla rozpatrywanego procesu.

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{q_c(t)}{V} k(T_{c,in}(t) - T_c(t)) - R_Y(t) \quad (9)$$

Przyjmując stałą objętość komory reaktora  $V = \text{const}$ . oraz definiując wektory  $\underline{F}(t) = [q_c(t)]^T$  i  $\underline{Y}_F(t) = [k(T_{c,in}(t) - T_c(t))]^T$ , można ostatecznie zapisać równanie (9) w postaci równania (2). Równanie to spełnia wszystkie wymagania stawiane uproszczonemu modelowi procesu w rozdziale 2. Opisuje ono dynamikę zmian wielkości sterowanej  $T$  i zawiera po prawej stronie wielkość sterującą  $q_c$ . Nieznane nieliniowości procesu oraz wszelkie niedokładności modelowania (zmniejszenie rzędu procesu, pominięcie strat ciepła do otoczenia, itp.) zastąpiono tu jednym zmiennym w czasie parametrem  $R_Y(t)$ . Wartość tego parametru może być estymowana na bieżąco przy pomocy procedury estymacji (6a-b).

Parametr  $k$ , występujący w równaniu (9), można wyznaczyć w oparciu o znajomość ciepła właściwego i gęstości cieczy we wnętrzu komory reaktora oraz cieczy chłodzącej. Jednak, dzięki kompensacyjnym właściwościom procedury estymacji, tak wyznaczona wartość  $k$  może być obciążona dużym błędem i nie wpłynie to na jakość sterowania procesem w oparciu o jego uproszczony model (9) [6].

## 5. PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA UPROSZCZONEGO MODELU DLA WYPROWADZENIA PRAWA STEROWANIA

Zgodnie z założeniami, omówionymi w rozdziale 2, uproszczony model procesu (2) jest modelem afinicznym. Uzupełniony o procedurę estymacji (6a-b) może on stanowić podstawę dla wyprowadzenia algorytmu sterowania w oparciu o jedną z wymienionych poniżej metod. Celem sterowania będzie zawsze utrzymanie wartości wielkości sterowanej na zadanym poziomie  $Y(t) = Y_{sp}$ .

### 5.1. Process Model-Based Control (PMBC) [12]

Metodologia ta w swojej podstawowej postaci wykorzystuje nieliniowy model procesu w postaci (1). Nic nie stoi więc na przeszkodzie, aby wykorzystać ją do wyprowadzenia prawa sterowania w oparciu o uproszczony model procesu (2), uzupełniony o estymowany na bieżąco parametr  $\hat{R}_Y$ . Po dyskretyzacji z okresem próbkowania  $T_R$  można wtedy zapisać:

$$\frac{Y_{sp} - Y^i}{T_R} = \frac{1}{V^i} \underline{F}^{T,i} \underline{Y}_F^i - \hat{R}_Y^i \quad (10)$$

W przypadku konkretnego procesu wystarczy z równania (10) wyznaczyć wielkość sterującą, która, zgodnie z założeniami, przyjętymi dla modelu (2), jest jednym z elementów wektora  $\underline{F}$  lub  $\underline{Y}_F$ . Doprowadzi to do jawnej postaci prawa sterowania PMBC.

### 5.2. Regulacja predykcyjna

Uproszczony model procesu w postaci równania (2) bardzo dobrze nadaje się do wykorzystania przy wyzna-

czeniu jednokrokowego regulatora predykcyjnego. W pracy [4] autor zaproponował postać takiego regulatora dla sterowania bioreaktorem przy wykorzystaniu uproszczonego modelu procesu ze wskaźnikiem pochłaniania substratu. Praca [3] pokazuje, że idea jednokrokowego regulatora predykcyjnego może być wykorzystana także do sterowania temperaturą we wnętrzu komory nieizotermicznego reaktora chemicznego bez uwzględniania dynamiki płaszcze chłodzącego.

Postać jednokrokowego regulatora predykcyjnego wyprowadza się w oparciu o zdyskretyzowaną postać uproszczonego modelu procesu (2), uzupełnionego o estymowany na bieżąco parametr  $\hat{R}_Y$ . Dyskretyzacji dokonuje się z krokiem próbkowania  $T_R$ :

$$\frac{\hat{Y}^{i+1} - Y^i}{T_R} = \frac{1}{V^i} \underline{F}^{T,i} \underline{Y}_F^i - \hat{R}_Y^i \quad (11)$$

W modelu tym wartość  $\hat{Y}^{i+1}$  oznacza jednokropową predykcję wartości wielkości sterowanej  $Y$ , przeprowadzoną przy założeniu stałości wartości mierzalnych zakłóceń oraz estymowanego parametru  $\hat{R}_Y$  w jednym kroku dyskretyzacji. Przyjmując, iż chcemy przeprowadzić nasz obiekt w tym kroku dyskretyzacji do nowej wartości wielkości sterowanej  $Y_w$ , wystarczy podstawić  $\hat{Y}^{i+1} = Y_w$  do równania (11) i wyznaczyć z niego wielkość sterującą. Wartość  $Y_w$  może być bezpośrednio równa nowej wartości zadanej  $Y_w = Y_{sp}$  lub też może ona stanowić jeden z punktów trajektorii odniesienia, po której chcemy przeprowadzić nasz obiekt do nowej wartości zadanej w większej liczbie kroków dyskretyzacji. Wtedy wartość  $Y_w = \gamma Y_{sp}$ , a wartość współczynnika przyjmujemy jako  $\gamma < 1$ .

Wykorzystanie modelu (2) dla celów klasycznej wielokrokowej regulacji predykcyjnej wymagałoby estymacji przyszłych wartości parametru  $\hat{R}_Y^j$  ( $j = i+1 \dots i+H$ ) przez ilość kroków predykcji  $H$  w oparciu o założone stałe wartości mierzalnych zakłóceń.

### 5.3. Sterowanie linearyzujące [2, 9]

Wykorzystanie uproszczonej postaci modelu (2) do wyprowadzenia prawa sterowania w oparciu o ideę regulacji linearyzującej dla obiektów pierwszego rzędu przedstawiono po raz pierwszy w pracy [5], proponując algorytm sterowania B-BAC (ang. *Balance-Based Adaptive Control*). W podejściu tym wymusza się wykładniczą zmianę uchybu w pętli zamkniętej przy założeniu stałości wartości zadanej  $Y_{sp} = \text{const}$ :

$$\frac{dY(t)}{dt} = \lambda(Y_{sp} - Y(t)). \quad (12)$$

Współczynnik  $\lambda > 0$  jest współczynnikiem strojenia regulatora. Łącząc równanie (12) z równaniem modelu (2), uzupełnionym o estymowaną na bieżąco wartość parametru  $\hat{R}_Y$ , po dyskretyzacji z okresem próbkowania  $T_R$  uzyskuje się ogólną postać regulatora B-BAC:

$$\lambda V^i (Y_{sp} - Y^i) = \underline{F}^{T,i} Y^i - V^i \hat{R}_Y^i \quad (13)$$

Z powyższego równania wystarczy wyznaczyć wartość wielkości sterującej, aby otrzymać jawną postać prawa sterowania B-BAC.

## 6. PODSUMOWANIE

W pracy zaproponowano zunifikowaną postać uproszczonego fizykalnego modelu procesu. Model ten ma postać równania bilansowego pierwszego rzędu, opisującego dynamikę wielkości sterowanej. Wszystkie nieznanie nieliniowości procesu oraz ewentualne niedokładności modelowania zostały zastąpione jednym, zmiennym w czasie parametrem, co sprawia, iż model ten jest modelem niestacjonarnym. Wartość tego parametru musi być estymowana na bieżąco, aby zapewnić zgodność między aktualnym stanem procesu a wyjściem modelu. Ponieważ jednak zawsze estymacji wymaga tylko ten jeden parametr, klasyczna metoda najmniejszych kwadratów, zapisana w postaci skalarnej, pozwala na uzyskanie bardzo dobrej dokładności estymacji bez konieczności wykorzystywania jakichkolwiek zewnętrznych sygnałów pobudzających.

Niestacjonarność proponowanego modelu sprawia, iż może on być z powodzeniem wykorzystywany do opisu procesów wyższych rzędów niż wskazywałyby na to postać równania (2). Jednakże należy zwrócić uwagę na fakt, iż model ten zupełnie nie nadaje się do badań poznawczych. Jedyne jego zastosowaniem jest wykorzystanie go do syntezy prawa sterowania w oparciu o metodologię bazującą na fizykalnym modelu procesu. W pracy pokazano przykłady wyprowadzenia uproszczonego modelu procesu w postaci równania (2) dla dwóch przykładowych procesów: procesu neutralizacji oraz niezotermicznego reaktora chemicznego. Wyprowadzenie to odbywa się zawsze przy założeniu możliwie minimalnej wiedzy na temat procesu, a w szczególności na temat charakteru jego nieliniowości. Wykorzystuje się jedynie ogólnie znane prawa zachowania masy i/lub energii. Cecha ta pozwala traktować model (2) jako uniwersalny i praktycznie akceptowalny opis procesu.

Proponowany uproszczony model procesu (2) może stanowić punkt wyjścia dla wyprowadzenia prawa sterowania, uwzględniającego nieliniowy charakter samego procesu. W pracy pokazano to na przykładzie trzech metodologii: Process Model-Based Control, regulacji predykcyjnej i sterowania linearyzującego.

### METHODOLOGY FOR DERIVING THE SIMPLIFIED PHYSICAL MODEL OF A PROCESS FOR THE ADAPTIVE CONTROL

**Abstract:** In this paper, we present the methodology for deriving the simplified and general physical model for a wide range of processes, which can be a basis for a number of model-based control strategies. This model is derived basing on the general mass and/or energy conservation laws and all unknown nonlinearities of a process, together with modeling

uncertainties, are replaced by the only one time-varying parameter. Its value can be easily estimated on-line, which ensures the adaptability of the resulting control law.

## Literatura

- [1] Åström K.J., Wittenmark B. (1989) *Adaptive Control*. Reading: Addison-Wesley Publishing Company.
- [2] Bastin G., Dochain D. (1990) *On-line Estimation and Adaptive Control of Bioreactors*. Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
- [3] Bequette B.W. (1989) A one-step-ahead approach to nonlinear process control. *Proc. of ISA/89 International Conference*. Filadelfia, 711-717.
- [4] Czeczot J. (1997) *Zastosowanie wskaźnika pochłaniania substratu do monitorowania i sterowania biologicznymi procesami oczyszczania wody*. Praca Doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice.
- [5] Czeczot J. (2001) Balance-Based Adaptive Control of the Heat Exchange Process. *7<sup>th</sup> IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics MMAR 2001*, Międzyzdroje, 853-858.
- [6] Czeczot J. (2002) Robust Balance-Based Adaptive Control of the CSTR. *8<sup>th</sup> IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics MMAR 2002*, Szczecin, 327-332.
- [7] Czeczot J. (2003) Robust control of pH process on the basis of the B-BAC methodology. *IFAC Conference on Control Systems Design*, Bratislava, Slovakia.
- [8] Henson M.A., Seborg D.E. (1997) *Nonlinear Process Control*. Prentice Hall PTR.
- [9] Isidori A. (1989). *Nonlinear Control Systems: An Introduction*. 2<sup>nd</sup> ed. Springer Verlag.
- [10] Kokotovic P., Khalil H.K., O'Reilly J. (1986) *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*. Academic Press, London.
- [11] Niederliński A. (1985) *Systemy komputerowe automatyki przemysłowej. Zastosowania*. t. 2, Warszawa, WNT.
- [12] Rhinehart R.R., Riggs J.B. (1990) Process Control through Nonlinear Modeling. *Control*, 3(7), 86.



**Instytut Badań Systemowych  
Polskiej Akademii Nauk**

**ISBN 83-89475-02-2**