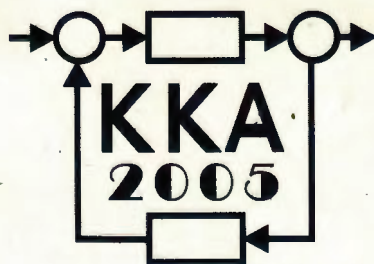


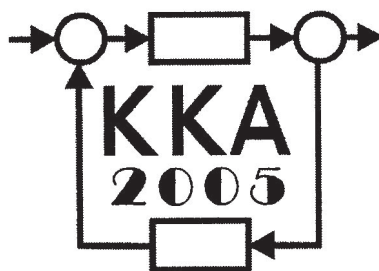
XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom I



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom I



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący
Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA
Mikołaj BUSŁOWICZ
Ryszard GESSING
Jakub GUTENBAUM
Stanisław KACZANOWSKI
Janusz KACPRZYK
Józef KORBICZ
Krzysztof KOZŁOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI
Krzysztof MALINOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Stanisław SKOCZOWSKI
Jerzy ŚWIĄTEK
Ryszard TADEUSIEWICZ
Krzysztof TCHOŃ
Jan WĘGLARZ

Michał BIAŁKO
Władysław FINDEISEN
Henryk GÓRECKI
Jerzy JÓZEFczyk
Tadeusz KACZOREK
Jerzy KLAMKA
Zbigniew KOWALSKI
Juliusz L. KULIKOWSKI
Kazimierz MALANOWSKI
Wojciech MITKOWSKI
Władysław PEŁCZEWSKI
Leszek RUTKOWSKI
Roman SŁOWIŃSKI
Andrzej ŚWIERNIAK
Piotr TATJIEWSKI
Leszek TRYBUS
Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący
Zastępcy Przewodniczącego

Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK
Stanisław KACZANOWSKI
Tadeusz KACZOREK
Krzysztof MALINOWSKI
Roman OSTROWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Dariusz WAGNER
Jan STUDZIŃSKI
Jan W. OWSIŃSKI

Członkowie

Sekretarze naukowci

ISBN 83-89475-00-6

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

TEORIA STEROWANIA
– TEORIA SYSTEMÓW

KOREKTOR RÓWNOLEGŁY DLA UKŁADÓW Z NIEMINIMALNOFAZOWYMI OBIEKTAMI

Ryszard GESSING

Politechnika Śląska, Instytut Automatyki, ul. Akademicka 16, 44-101 Gliwice,
fax: +4832 2372127, email: gessing@ia.gliwice.edu.pl

Streszczenie: W pracy zaproponowano korektor równoległy dla układów z nieminimalnofazowymi obiektami wykorzystując podobne podejście jak w korektorze Smitha. Korektor włączony równoległe do obiektu zmienia jego własności tak, że obiekt zastępczy staje się obiektem minimalnofazowym dobieranym odpowiednio w zależności od celu sterowania. W przypadku stabilizacji na stałym poziomie obiekt zastępczy może przyjąć postać elementu inercyjnego 1-go rzędu. W przypadku śledzenia lub kompensacji zakłóceń w postaci sygnałów o częstotliwościach należących do pewnego pasma, obiekt zastępczy powinien mieć w tym paśmie charakterystykę częstotliwościową pokrywającą się z charakterystyką częstotliwościową obiektu. Proponowane podejście upraszcza projektowanie i poprawia dokładność sterowania.

Słowa kluczowe: projektowanie układów, korektor równoległy, układy ciągłe, układy przekąźnikowe.

1. WPROWADZENIE

Wiadomo, że istnieją obiekty trudne, dla których zaprojektowanie regulatora zapewniającego odpowiednią dokładność sterowania sprawia dużą trudność. Można tutaj wymienić obiekty z opóźnieniem lub obiekty nieminimalnofazowe. Dla tych obiektów nieznaczne zwiększenie wzmocnienia regulatora proporcjonalnego powoduje niestabilność, a dla małych wzmocnień otrzymujemy małą dokładność nawet w stanie ustalonym. Również wymaganie dotyczące stabilności układu ogranicza wzmocnienie regulatora całkowitego i w rezultacie stany nieustalone są bardzo wolne.

Dla obiektów z opóźnieniem Smith [5] zaproponował korektor, który usuwa opóźnienie z pętli sprzężenia zwrotnego tak, że regulator może być projektowany dla obiektu bez opóźnienia. W rezultacie tak zaprojektowany regulator jest szybszy i zapewnia większą dokładność.

W niniejszej pracy naśladując pomysł korektora Smitha proponujemy korektor równoległy, który można zastosować do obiektów nieminimalnofazowych. Stosując to podejście, regulator projektujemy dla odpowiednio dobranego obiektu zastępczego minimalnofazowego. Podobnie jak w przypadku korektora Smitha zakładamy, że obiekt jest stabilny (dla korektora Smitha to założenie nie jest wyraźnie formułowane w literaturze, chociaż jest konieczne). Takie podejście można również stosować

do układów przekąźnikowych. Pierwotna jeszcze niedojrzała wersja takiego podejścia była zastosowana w [2] do układów ze sterowaniem poślizgowym.

Oryginalnym wynikiem pracy jest zaproponowanie dla obiektów nieminimalnofazowych korektora równoległego poprawiającego dokładność sterowania, oraz pokazanie że zaproponowany korektor może być z powodzeniem stosowany zarówno w układach ciągłych jak i przekąźnikowych.

2. KOREKTOR RÓWNOLEGŁY

Rozważmy obiekt liniowy opisany następującą transmitancją

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{L(s)}{M(s)} \quad (1)$$

gdzie $Y(s)$ i $U(s)$ są transformatami Laplace'a odpowiednio wyjścia i wejścia obiektu, a $L(s)$ i $M(s)$ są wielomianami odpowiednio m -tego i n -tego stopnia, $m < n$. Zakładamy, że obiekt jest stabilny czyli, że bieguny p_i transmitancji (1) mają ujemne części rzeczywiste, tzn. $\text{Re} p_i < 0, i = 1, 2, \dots, n$.

W przypadku obiektu trudnego na przykład nieminimalnofazowego lub z dynamiką wyższego rzędu, kiedy trudno jest zaprojektować regulator zapewniający odpowiednią dokładność, można zastosować korektor równoległy jak to pokazano na rys.1. Przedstawiony tutaj pomysł korektora równoległego opisanego transmitancją

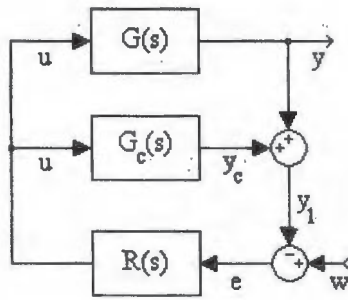
$$G_c(s) = \frac{Y_c(s)}{U(s)} = G_1(s) - G(s) \quad (2)$$

jest analogiczny do korektora (predyktora) Smitha [1]. Przez $Y_c(s)$ oznaczono tutaj transformatę Laplace'a wyjścia korektora a $G_1(s)$ jest odpowiednio wybraną transmitancją.

Zauważmy, że w układzie przedstawionym na rys.1 transmitancja $G_r(s)$ obiektu zastępczego jest opisana przez

$$G_r(s) = \frac{Y_1(s)}{U(s)} = G(s) + G_c(s) = G_1(s) \quad (3)$$

Tak więc obiekt zastępczy jest opisany przez transmitancję $G_1(s)$. Zatem regulator $R(s)$ powinien być zaprojektowany dla obiektu zastępczego o transmitancji



Rys. 1. Układ zamknięty z korektorem równoległym.

$G_1(s)$. Dlatego też wybór transmitancji $G_1(s)$ jest istotnym punktem proponowanej tutaj metody.

W dalszych rozważaniach rozróżnimy dwa przypadki w zależności zarówno od celu sterowania jak i sposobu jego realizacji.

W zależności od celu sterowania rozróżniamy:

1. Stabilizację z zadaną dokładnością przy skokowych wymuszeniach;
2. Śledzenie i kompensację zakłóceń zmiennych dla częstotliwości należących do pewnego pasma częstotliwości roboczych $[0, \omega_{max}]$.

W zależności od sposobu realizacji rozróżniamy:

1. Realizację ciągłą;
2. Realizację przekąźnikową - zmodyfikowane sterowanie poślizgowe.

3. REALIZACJA CIĄGŁA

3.1. Stabilizacja z zadaną dokładnością

W tym przypadku interesuje nas głównie dokładność w stanie ustalonym pojawiającym się po pewnym czasie od wystąpienia skokowego wymuszenia (wartości zadanej lub zakłócenia). Ponieważ w przypadku obiektów nieminimalnofazowych mamy ograniczoną możliwość kształtowania odpowiedzi przejściowej układu, która zależy od położenia zer i biegunów transmitancji obiektu, więc nie formułujemy specjalnych wymagań dotyczących odpowiedzi przejściowej, chociaż powinno być ona akceptowalna.

Można zauważyć, że w rozważanym przypadku model $G_1(s)$ można wybrać w postaci transmitancji elementu inercyjnego pierwszego rzędu, czyli

$$G_1(s) = \frac{k_0}{Ts + 1}, \quad k_0 = G(0), \quad (4)$$

przyjmując, że

$$G_1(0) = G(0) \quad (5)$$

Ponieważ wzmocnienie sygnałów stałych ($\omega = 0$) jest takie same dla obu modeli $G_1(s)$ i $G(s)$ więc w stanie ustalonym, dla stałych sygnałów, z zależności (2) i (5) wynika

$$y_c = 0 \quad \text{i} \quad e = w - y$$

Zauważmy, że dla obiektu zastępczego (4) możemy zastosować regulator proporcjonalny z dużym wzmocnieniem, czyli

$$R(s) = k, \quad (6)$$

gdzie k może być dowolnie duże. Badany układ zamknięty z obiektem (4) i regulatorem (6) może mieć odpowiedni stopień stabilności przy dowolnie dużym wzmocnieniu k , ponieważ charakterystyka częstotliwościowa $kG_1(j\omega)$ leży w pierwszej ujemnej ćwiartce płaszczyzny urojonej Nyquista przy dowolnie dużym k .

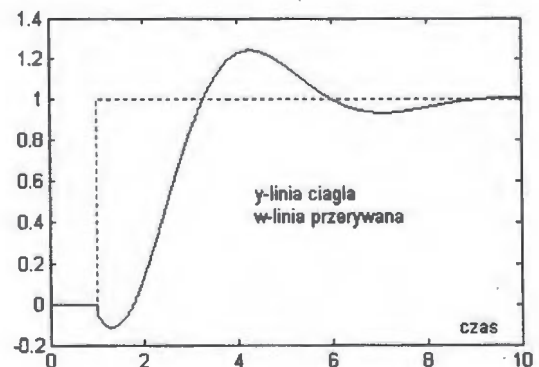
Dodatkowo można zauważyć, że badany układ jest odporny na zmiany parametrów obiektu. Rzeczywiście zmiana pewnego parametru obiektu powoduje zmianę charakterystyki częstotliwościowej obiektu do postaci którą oznaczamy przez $G^*(j\omega)$. Dla dowolnej częstotliwości $\omega > 0$, wektor $G^*(j\omega) - G(j\omega)$ zmienia charakterystykę obiektu zastępczego (3) dodając się do wektora $G_1(j\omega)$. Ponieważ jednak charakterystyka częstotliwościowa $G_1(j\omega)$ leży w pierwszej ujemnej ćwiartce płaszczyzny urojonej więc jej odległość od punktu krytycznego $(-1, j0)$ jest duża i tylko dostatecznie duży wektor $G^*(j\omega) - G(j\omega)$, a więc dostatecznie duża zmiana parametrów obiektu może spowodować niestabilność. To rozumowanie uzasadnia odporność rozważanego układu na zmianę parametrów obiektu. Potwierdzone to zostało przez badania symulacyjne.

Przykład 1.

Rozważany obiekt nieminimalnofazowy opisany przez następującą transmitancję

$$G(s) = k_p \frac{-2s^2 - 2s + 12}{s^3 + 3s^2 + 3.5s + 3}, \quad k_p = 1 \quad (7)$$

Zastosujemy korektor równoległy w którym $G_1(s)$ ma postać (4), przy czym $T = 0,1$ i $k_0 = G(0) = 4$. Przyjmujemy $k = 50$ co zapewnia 0.2% dokładność w stanie ustalonym.



Rys. 2. Przebiegi y i w dla przykładu 1.

Odpowiedź skokowa $y(t)$ układu zamkniętego na zmianę wartości zadanej $w = 1(t)$ jest pokazana na rys. 2. Z dodatkowo przeprowadzonych symulacji okazało się, że układ zamknięty jest stabilny nawet po zmianie k_p na $k_p = 2$ (o 100%) bez zmiany parametrów korektora. Wtedy jednak zmniejsza się ujemny wyskok do wartości $-0,26$, a przeregulowanie zwiększa się do wartości 1,88

i występują zanikające oscylacje. Natomiast nawet czterokrotne zmniejszenie wzmocnienia k_p nie destabilizuje układu.

3.2. Śledzenie i kompensacja zmiennych zakłóceń

W tym przypadku interesuje nas głównie dokładność śledzenia (lub kompensacji zakłóceń) zmieniających się sygnałów o częstotliwościach należących do pewnego paśma częstotliwości $[0, \omega_{mx}]$. Podobnie jak w przypadku układów stabilizacji, w przypadku obiektów nieminimalnofazowych mamy ograniczoną możliwość wpływania na przebiegi przejściowe, które jednak powinny być akceptowalne.

Przy wyborze modelu $G_1(s)$ powinniśmy teraz wziąć pod uwagę fakt, że w rozważanym układzie z korektorem równoległym obiekt zastępczy jest opisany przez transmitancję $G_1(s)$ i regulator powinien być zaprojektowany dla obiektu zastępczego. Dlatego też model $G_1(s)$ powinien być nieminimalnofazowy i zaleca się aby rząd względny transmitancji $G_1(s)$ był również jeden, ponieważ dla tego rodzaju obiektu zastępczego nawet regulator proporcjonalny P z dużym wzmocnieniem k daje zazwyczaj satysfakcjonujące przebiegi regulacji. Dla stabilnego i nieminimalnofazowego modelu spowodowane jest to przez fakt, że charakterystyka częstotliwościowa $kG(j\omega)$ leży zazwyczaj w pierwszej i ewentualnie drugiej ujemnej ćwiartce płaszczyzny Nyquista, dostatecznie daleko od punktu krytycznego $(-1, j0)$, co zapewnia stabilność układu.

Dodatkowe wymaganie związane jest z tym, że charakterystyki częstotliwościowe $G_1(j\omega)$ i $G(j\omega)$ w paśmie częstotliwości roboczych powinny być zbliżone do siebie tzn.

$$G_1(j\omega) \approx G(j\omega) \quad \text{dla } \omega \in [0, \omega_{mx}] \quad (8)$$

Projektowanie układu z korektorem równoległym będzie się więc składać z następujących punktów:

1. wybierz wymierną transmitancję $G_1(s)$ o względnym rzędzie równym jeden;
2. znajdź wartości współczynników wielomianów transmitancji $G_1(s)$ tak że przybliżenie (8) jest spełnione w pewnym paśmie częstotliwości roboczych $[0, \omega_{mx}]$;
3. zaprojektuj regulator $R(s)$ dla którego układ zamknięty ma satysfakcjonujący stopień stabilności.

Algorytm wyznaczania współczynników modelu $G_1(s)$

Oznaczmy przez

$$\bar{G}(s) = G(s)/G(0)$$

model obiektu unormowanego o wzmocnieniu $\bar{G}(0) = 1$. Przyjmijmy model unormowany $\bar{G}_1(s)$ w postaci

$$\bar{G}_1(s) = \frac{b_1 s^{p-1} + b_2 s^{p-2} + \dots + b_{p-1} s + 1}{a_1 s^p + a_2 s^{p-1} + \dots + a_p s + 1} \quad (9)$$

Chcemy wyznaczyć współczynniki $a_i, i = 1, 2, \dots, p, b_j, j = 1, \dots, p-1, p \leq n$, dla których charakterystyka częstotliwościowa $\bar{G}_1(j\omega)$ w pewnym przedziale $[0, \omega_{mx}]$ aproksymuje $\bar{G}(j\omega)$, a model $\bar{G}_1(s)$ jest stabilny i nieminimalnofazowy. Mamy

$$\bar{G}_1(j\omega) = Re\bar{G}_1(j\omega) + jIm\bar{G}_1(j\omega) \quad (10)$$

$$\bar{G}(j\omega) = Re\bar{G}(j\omega) + jIm\bar{G}(j\omega)$$

gdzie Re i Im oznaczają część rzeczywistą i część urojoną odpowiedniej charakterystyki częstotliwościowej. Oznaczmy przez

$$d(\omega) = \frac{\|\bar{G}_1(j\omega) - \bar{G}(j\omega)\|}{\sqrt{[Re\bar{G}_1(j\omega) - Re\bar{G}(j\omega)]^2 + [Im\bar{G}_1(j\omega) - Im\bar{G}(j\omega)]^2}}$$

odległość pomiędzy punktami charakterystyk $\bar{G}_1(j\omega)$ i $\bar{G}(j\omega)$. Oczywiście powinno być

$$d(\omega) \leq \Delta \quad \text{for } \omega \in [0, \omega_{mx}] \quad (11)$$

gdzie Δ jest założoną małą liczbą dodatnią określającą dokładność przybliżenia (np. $\Delta = 0.01$ lub 0.05), a $[0, \omega_{mx}]$ jest przedziałem częstotliwości roboczych, w którym charakterystyki $\bar{G}_1(j\omega)$ i $\bar{G}(j\omega)$ są zbliżone do siebie.

Niechaj N oznacza założoną liczbę punktów ω_i rozłożonych równomiernie w przedziale $[0, \omega_{mx}]$ (np. $N = 10$). Wtedy

$$\omega_i = \frac{i}{N} \omega_{mx} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

Oznaczmy przez Ω zbiór dopuszczalnych wartości współczynników $a_i, i = 1, \dots, p, b_j, j = 1, \dots, p-1$, dla których wielomiany występujące w liczniku i mianowniku transmitancji (9) są stabilne (tzn. ich miejsca zerowe mają ujemne części rzeczywiste). Dokładniej postać zbioru Ω można wyznaczyć korzystając z kryteriów stabilności Hurwitza zastosowanych do współczynników wielomianów licznika i mianownika transmitancji (9).

Inaczej stabilność wielomianów transmitancji (9) można zapewnić przedstawiając wielomian w postaci iloczynu odpowiedniej liczby dwumianów $c_{i1}s^2 + c_{i2}s + 1, i = 1, 2, \dots, p/2$ (gdzie p - stopień wielomianu, a $p/2$ oznaczono część całkowitą ilorazu $p/2$) i ewentualnie jednomianu $d_1s + 1$ (w przypadku gdy $p/2 < p/2$). Wtedy warunki zapewniające stabilność wielomianu przyjmują prostą postać $c_{i1} > 0, c_{i2} > 0, i = 1, 2, \dots, p/2$, oraz $d_1 > 0$.

Odległość charakterystyk $\bar{G}_1(j\omega)$ i $\bar{G}(j\omega)$ w przedziale $[0, \omega_{mx}]$ określamy z zależności.

$$d = \max_i d(\omega_i), \quad i \in [1, 2, \dots, 2p]. \quad (13)$$

Aby wyznaczyć wartości współczynników możemy wykorzystać następujący

Algorytm

1. Wybierz ω_{mx}, N i Δ i określ ω_i korzystając z (12).
2. Oblicz współczynniki $a_i, i = 1, 2, \dots, p, b_j = j = 1, 2, \dots, p-1$ z minimalizacji wyrażenia

$$d_{min} = \min_{\Omega} d \quad (14)$$

3. Jeżeli $d_{min} < \Delta$ to zakończ.

4. Jeżeli $d_{min} < \Delta$ to zmniejsz ω_{mx} i powtórz punkty 1 i 2 Algorytmu;

W wyniku zastosowania algorytmu otrzymujemy współczynniki $a_i, b_j, i = 1, 2, \dots, p-1$ oraz d_{min} i ω_{mx} dla założonej transmitancji $\bar{G}_1(s)$ oraz liczb N i Δ .

Poszukiwana transmitancja $G_1(s)$ wynika z zależności

$$G_1(s) = G(0)\bar{G}_1(s) \quad (15)$$

Rozwiązanie problemu minimalizacji sformułowanego w punkcie 2 Algorytmu może sprawiać trudności, gdyż odległość d jako funkcja współczynników a_i, b_j ma zazwyczaj wiele minimów lokalnych. Dlatego też wskazane jest, dla znalezienia odpowiednich punktów startowych, przeszukiwanie przypadkowe rozsądnie zawężone do zbioru Ω .

Przykład 2.

Rozważmy obiekt opisany przez transmitancję (7). Chcemy zaprojektować układ zamknięty z korektorem równoległym, który śledzi za zmieniającą się wartością zadaną lub kompensuje zmieniające się zakłócenie dla częstotliwości należących do pewnego pasma $[0, \omega_{mx}]$. Decydujemy się zastosować model $\bar{G}_1(s)$ drugiego rzędu o postaci

$$\bar{G}_1(s) = \frac{b_1s + 1}{a_1s^2 + a_2s + 1} \quad (16)$$

Ponieważ $G(0) = 4$, więc $\bar{G}(s) = G(s)/4$.

Do znalezienia współczynników transmitancji (16) zastosowaliśmy opisany wyżej algorytm przyjmując $N = 10, \Delta = 0.02$ i $\omega_{mx} = 0.4 \text{ rad/sek}$. Dla znalezienia minimum funkcji d przeszukiwaliśmy zbiór ograniczony do postaci $\Omega = \{0.1 < b_1 < 7, 0.1 < a_i < 7, i = 1, 2\}$, generując w wymienionych przedziałach przypadkowe wartości współczynników b_j, a_i o rozkładzie jednorodnym i następnie zawężając przedziały wokół wstępnie znalezionych wartości.

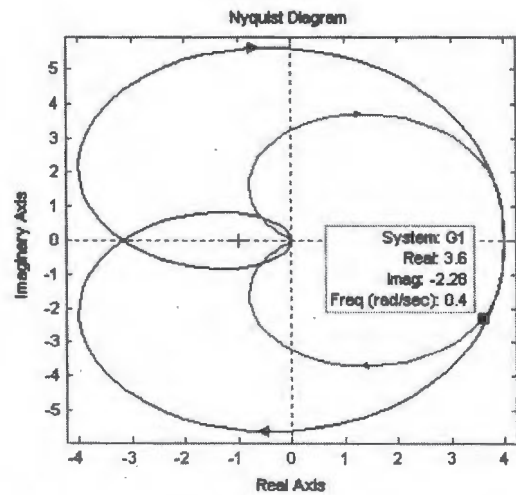
W wyniku takiego postępowania znaleźliśmy następujące rozwiązanie: $b_1 = 0.1845, a_1 = 1.5279, a_2 = 1.3985$. Uwzględniając (16) i wartość $G(0) = 4$ otrzymujemy ostatecznie

$$G_1(s) = \frac{0.738s + 4}{1.5279s^2 + 1.3985s + 1} \quad (17)$$

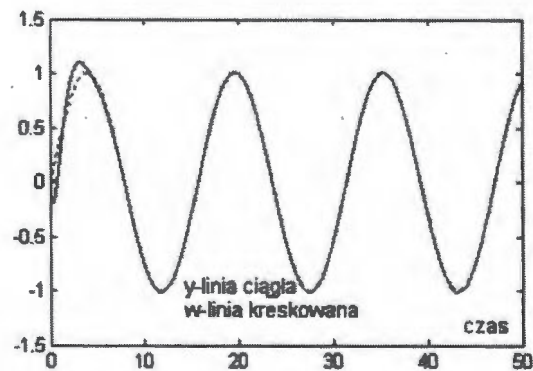
Wykresy Nyquista charakterystyk $G(j\omega)$ i $G_1(j\omega)$ określonych odpowiednio przez (7) i (17) przedstawione są na rys. 3, przy czym maksymalna częstotliwość $\omega_{mx} = 0.4 \text{ rad/sec}$.

Próba zastosowania modelu $G_1(s)$ trzeciego rzędu (o względnym rzędzie równym jeden) nie doprowadziła do zwiększenia wartości ω_{mx} , natomiast pogorszyły się wtedy stany przejściowe.

Na rys. 4 porównano odpowiedź czasową $y(t)$ układu zamkniętego z zaprojektowanym korektorem równoległym – z przebiegiem $w(t)$ (dla sinusoidalnej wartości zadanej w postaci $w = \sin(0.4t) \times 1(t)$). Widać, że poza początkowym okresem przejściowym oba wykresy



Rys. 3. Wykresy Nyquista charakterystyk $G(j\omega)$ i $G_1(j\omega)$ dla przykładu 2



Rys. 4. Przebiegi y i w dla przykładu 2.

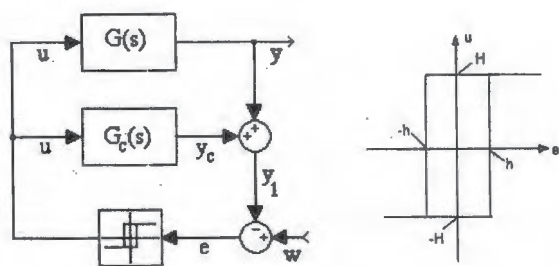
są prawie takie same. Dla sinusoidalnej wartości zadanej w o wyższej częstotliwości pojawia się przesunięcie fazowe i różnicowanie amplitud przebiegów y i w .

Okazuje się układ zamknięty z transmitancją $G_1(s)$ określoną przez (17) jest bardziej wrażliwy na zmianę parametrów obiektu niż dla przypadku rozpatzonego w przykładzie 1. Na przykład układ zamknięty jest teraz stabilny dla parametru k_p z przedziału 0.7-1.24.

4. REALIZACJA PRZEKAŹNIKOWA

Wiadomo, że w przypadku obiektów nieminimalnofazowych niemożliwa jest realizacja sterowania przełącznikowego z zadawalającą dokładnością takiego jak na przykład regulacja dwupołożeniowa lub sterowanie poślizgowe. Okazuje się, że również w tym przypadku korektor równoległy może zdecydowanie poprawić jakość sterowania. Schemat blokowy realizacji przełącznikowej sterowania z korektorem równoległym, oraz charakterystyka przełącznika pokazane są na rys. 5.

Podobnie jak w przypadku realizacji ciągłej najważniejszą sprawą jest wybór modelu $G_1(s)$, który razem z modelem $G(s)$ określa model korektora równoległego. Również teraz, podobnie jak to opisano w rozdziale drugim niniejszej pracy wybór modelu $G_1(s)$ zależy od celu



Rys. 5. Układ zamknięty z korektorem równoległym przy realizacji przekaźnikowej; charakterystyka przekaźnika.

sterowania.

4.1. Stabilizacja zadaną dokładnością

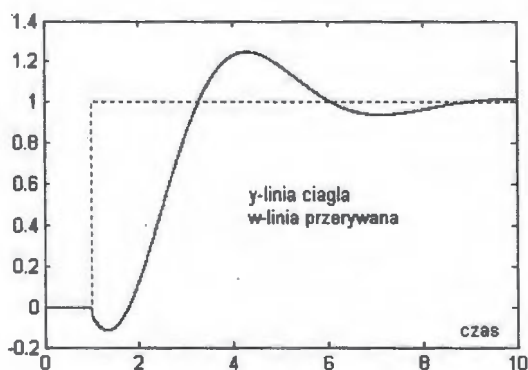
Zalecenia co do wyboru modelu $G_1(s)$ są takie same jak przy realizacji ciągłej sterowania. Zostały one omówione w podrozdziale 3.1 niniejszej pracy. Zilustrujemy to na poniższym przykładzie.

Przykład 3.

Rozważmy obiekt nieminimalnofazowy, stabilny, opisany transmitancją (7). Załóżmy, że celem sterowania jest stabilizacja wyjścia obiektu na stałej wartości określonej przez wartość zadaną z określoną dokładnością. Zbadamy zachowanie się układu przy skokowej zmianie wartości zadanej $w = 1(t-1)$. Zastosujemy układ ze sterowaniem przekaźnikowym i korektorem równoległym, którego schemat blokowy przedstawiono na rys.5.

Ponieważ obiekt i cel sterowania jest taki sam jak w przykładzie 1 zastosujemy taki sam korektor równoległy opisany transmitancją

$$G_c(s) = \frac{4}{0.1s + 1} - \frac{-2s^2 - 2s + 12}{s^3 + 3s^2 + 3.5s + 3} \quad (18)$$



Rys. 6. Przebiegi y i w dla przykładu 3.

Na rys.6 pokazana jest odpowiedź układu zamkniętego $y(t)$ na skok jednostkowy wartości zadanej $w = 1(t-1)$, przy parametrach przekaźnika $h = 0.01$, $H = 1$. Symulacje zostały wykonane za pomocą programu SIMULINK. Widać, że odpowiedź skokowa jest prawie taka sama jak przedstawiona na rys. 2 odpowiedź dla układu

ciągłego rozpatrzonego w przykładzie 1. Zmiana wzmocnienia obiektu do wartości $k_p = 2$, bez zmiany parametrów korektora równoległego, daje taki sam efekt jak w przypadku układu ciągłego rozpatrzonego w przykładzie 1.

4.2. Śledzenie i kompensacja zakłóceń

Podobnie jak przy realizacji ciągłej, śledzenie zmiennych sygnałów zadanych i/lub kompensacja zmiennych zakłóceń w układzie ze sterowaniem przekaźnikowym i korektorem równoległym jest możliwa dla zmian z częstotliwościami należącymi do pewnego pasma $[0, \omega_{mx}]$. Zalecenia co do konstrukcji korektora równoległego, a w szczególności modelu $G_1(s)$ są takie same jak te które omówiono w podrozdziale 3.2. Zilustrujemy to na poniższym przykładzie.

Przykład 4.

Dla tego samego nieminimalnofazowego obiektu (7) założmy teraz, że celem sterowania jest śledzenie i/lub kompensacja zakłóceń dla sygnałów zmiennych o częstotliwościach należących do pewnego pasma $[0, \omega_{mx}]$. Stosujemy układ ze sterowaniem przekaźnikowym i korektorem równoległym pokazany na rys. 5. Ponieważ obiekt i cel sterowania jest taki sam jak w przykładzie 2 stosujemy taki sam korektor równoległy opisany transmitancją

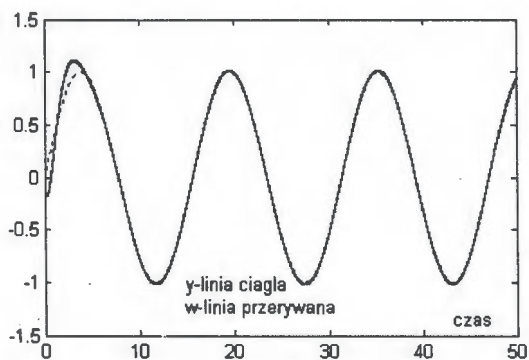
$$G_c(s) = \frac{0.7378s + 4}{1.5279s^2 + 1.3985s + 1} - G(s) \quad (19)$$

gdzie $G(s)$ jest określone przez (7).

Na rys. 7 pokazana jest otrzymana z symulacji odpowiedź skokowa $y(t)$ układu z parametrami przekaźnika $h = 0.001$, $H = 1$ i korektorem równoległym (19) na wartość zadaną $w = \sin(0.4t)1(t)$. Parametr histerezy przekaźnika h jest teraz 10 razy mniejszy niż w przykładzie 3, aby uniknąć widocznych oscylacji wyjścia wynikających z przełączania przekaźnika. Spowodowane jest to przez fakt, że nachylenie odpowiedzi skokowej modelu $G_1(s)$ w chwili początkowej, równe $0.7378/1.5279=0.4829$, które dla danego h decyduje o częstotliwości przełączeń jest teraz $40/0.4829=82.83$ razy mniejsze niż dla $G_1(s)$ z przykładu 3. Zwiększenie h a także zwiększenie H zwiększa wysokoczęstotliwościowe oscylacje w przebiegu czasowym.

Podobnie jak w przypadku realizacji ciągłej sterowania z przykładu 2 układ jest teraz bardziej wrażliwy na zmianę parametrów obiektu niż w przykładzie 3. Na przykład układ jest stabilny dla k_p od 0.7 do 1.2 przy tych samych parametrach korektora odpowiadających $k_p = 1$.

Z przeprowadzonych badań symulacyjnych widać duże podobieństwo przebiegów regulacji przy realizacji ciągłej i przekaźnikowej a więc w przykładach 1 i 3 oraz 2 i 4. Oczywiście w układach przekaźnikowych występują dodatkowo wysokoczęstotliwościowe oscylacje wynikające z przełączeń przekaźnika, które jednak w przypadku małego h są prawie niewidoczne.



Rys. 7. Przebiegi y i w dla przykładu 4.

5. WNIOSKI

Projektowanie regulatorów zapewniających odpowiednią dokładność dla obiektów nieminimalnofazowych napotyka na duże trudności. Dla takich obiektów zazwyczaj niewielkie zwiększenie wzmocnienia regulatora proporcjonalnego powoduje niestabilność układu a małe wzmocnienie daje małą dokładność nawet w stanie ustalonym. Wprowadzenie części całkującej w regulatorze w celu poprawy dokładności w stanie ustalonym daje bardzo wolne stany nieustalone, gdyż ze względu na stabilność wzmocnienie części całkującej musi być bardzo małe.

W niniejszej pracy, naśladując rozwiązanie predyktora Smitha [5] proponujemy dla obiektów nieminimalnofazowych korektor równoległy włączony równolegle do obiektu i zmieniający model obiektu zastępczego, który staje się minimalnofazowy. Dla zastępczego modelu obiektu łatwo jest zaprojektować regulator proporcjonalny z dużym wzmocnieniem, który zapewnia odpowiednią dokładność. Rodzaj zastępczego modelu obiektu, w wyborze którego mamy pewną swobodę zależy od celu sterowania.

W przypadku gdy celem sterowania jest stabilizacja przy zadanej dokładności w stanie ustalonym, jako model obiektu zastępczego można wybrać element inercyjny 1-go rzędu o takim samym wzmocnieniu jak obiekt. Stała czasowa tego elementu ma pewien ograniczony wpływ na wyskok ujemny i przeregulowanie odpowiedzi skokowej układu.

W przypadku gdy celem sterowania jest śledzenie i/lub kompensacja zakłóceń w postaci sygnałów zmiennych, o częstotliwościach należących do pewnego pasma częstotliwości roboczych, jako model obiektu zastępczego wybieramy obiekt opisany transmitancją wymierną o względnym rzędzie równy jeden. Parametry modelu obiektu zastępczego wybieramy w ten sposób, że w paśmie częstotliwości roboczych charakterystyki częstotliwościowe modelu obiektu zastępczego i obiektu pokrywają się ze sobą.

Szczególnie w przypadku układów stabilizacji rozważany układ jest odporny na zmianę parametrów obiektu ponieważ charakterystyka częstotliwościowa modelu obiektu zastępczego leży w pierwszej ujemnej ćwiartce płaszczyzny Nyquista. W przypadku śledzenia i/lub

kompensacji zakłóceń wymagane zbliżenia charakterystyk częstotliwościowych modelu obiektu zastępczego i obiektu w paśmie częstotliwości roboczych powoduje pewne zmniejszenie odporności, ponieważ charakterystyka częstotliwościowa modelu obiektu zastępczego może leżeć wtedy w pierwszej i drugiej ujemnej ćwiartce płaszczyzny Nyquista (bliżej punktu krytycznego $(-1, j0)$).

Korektor równoległy może być stosowany do układów ze sterowaniem przekąźnikowym. Układy te mają podobne własności jak układy ciągłe.

Układy przekąźnikowe z korektorem równoległym można traktować jako inną realizację układów ze sterowaniem poślizgowym, w której unika się potrzeby stosowania wyższych pochodnych sygnału. Licznik transmitancji obiektu zastępczego zastępuje tutaj wielomian z pochodnymi określający tak zwaną płaszczyznę poślizgową.

PODZIĘKOWANIE

Praca była wykonana w 2004 roku i była częściowo finansowana przez Komitet Badań Naulowych, grant Nr. 4T11A 012 23.

PARALLEL COMPENSATOR FOR CONTROL SYSTEMS WITH NONMINIMUM PHASE PLANTS

Abstract. Following the Smith compensator the parallel compensator designed for nonminimum phase plants is introduced in the paper. The compensator connected in parallel to the plant changes its properties so that the replacement plant model becomes minimum phase and may be shaped dependently upon the goal of the control. In the case of stabilization on a constant level a first order lag may be chosen for the replacement plant model. In the case of tracking or disturbance rejection of signals with frequencies belonging to some working frequency band, the replacement plant model should have its frequency response close to that of the plant, in the working frequency band. The proposed approach simplifies the design and improves accuracy of the control.

Literatura

- [1] Franklin G. F., J. D. Powell and A. Emami Naeini: *Feedback Control of Dynamic Systems* Addison Wesley, N.Y. 1994.
- [2] Gessing, R. Sliding Mode Control With Decreased Chattering for Nonminimum Phase Plants. *Proceedings of 11-th Mediterranean Conference on Control and Automation MED2002*, June 17–20, 2002, Rodoce, Greece, CD–Rom.
- [3] Goodwin G. C., S. F. Graebe and M. E. Salgado: *Control Systems Design*. Prentice Hall, N.J., 2001.
- [4] Slotine J.J.E. and W. Li *Applied Nonlinear Control* Prentice Hall Int., Inc. 1991.
- [5] Smith, O. *Feedback Control Systems*. Mc Graw-Hill N.Y. 1958.



**Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk**

ISBN 83-89475-02-2