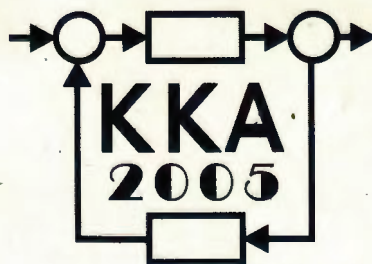


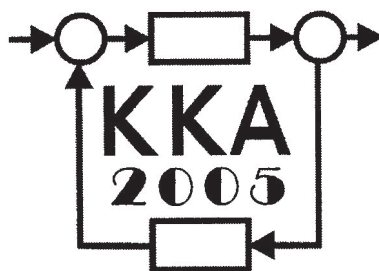
XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom I



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom I



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący
Zastępca Przewodniczącego

Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA
Mikołaj BUSŁOWICZ
Ryszard GESSING
Jakub GUTENBAUM
Stanisław KACZANOWSKI
Janusz KACPRZYK
Józef KORBICZ
Krzysztof KOZŁOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI
Krzysztof MALINOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Stanisław SKOCZOWSKI
Jerzy ŚWIĄTEK
Ryszard TADEUSIEWICZ
Krzysztof TCHOŃ
Jan WĘGLARZ

Michał BIAŁKO
Władysław FINDEISEN
Henryk GÓRECKI
Jerzy JÓZEFczyk
Tadeusz KACZOREK
Jerzy KLAMKA
Zbigniew KOWALSKI
Juliusz L. KULIKOWSKI
Kazimierz MALANOWSKI
Wojciech MITKOWSKI
Władysław PEŁCZEWSKI
Leszek RUTKOWSKI
Roman SŁOWIŃSKI
Andrzej ŚWIERNIAK
Piotr TATJIEWSKI
Leszek TRYBUS
Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący
Zastępcy Przewodniczącego

Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK
Stanisław KACZANOWSKI
Tadeusz KACZOREK
Krzysztof MALINOWSKI
Roman OSTROWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA
Dariusz WAGNER
Jan STUDZIŃSKI
Jan W. OWSIŃSKI

Członkowie

Sekretarze naukowci

ISBN 83-89475-00-6

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

TEORIA STEROWANIA
– TEORIA SYSTEMÓW

ASYNCHRONICZNA FUZJA DANYCH Z WIELU ESTYMATORÓW STANU

Zdzisław KOWALCZUK*, Mariusz DOMŻALSKI**

Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki
ul. Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk

* e-mail:kova@pg.gda.pl

** e-mail:mardo@eti.pg.gda.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono rozproszony algorytm fuzji estymat stanu obiektu dynamicznego, wyznaczonych przez wiele pracujących asynchronicznie ośrodków lokalnych. W każdym z tych ośrodków wyznaczana jest lokalna estymata stanu za pomocą filtru Kalmana, w oparciu o dane z pojedynczego czujnika. Tak obliczone estymaty stanu są następnie przesyłane do algorytmu łączenia, opartego na najlepszym liniowym estymatorze nieobciążonym, nie wykorzystującym informacji a priori.

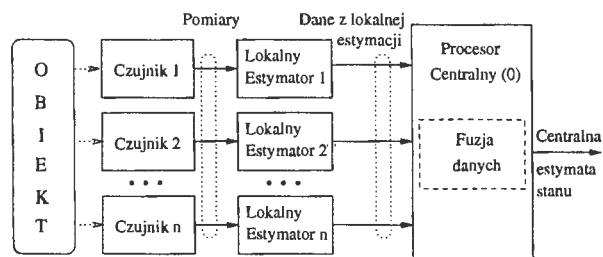
Słowa kluczowe: estymacja stanu, filtracja Kalmana, systemy wieloczuJNIkowe, fuzja danych

1. WSTĘP

W wielu problemach automatyki konieczna jest estymacja stanu obiektu dynamicznego na użytek sterowania, identyfikacji, bądź diagnostyki. Dla obiektów, które można opisać dyskretno-czasowym modelem Gaussa-Markowa, oraz gdy dyskretny pomiar dotyczący obiektu pochodzi z pojedynczego czujnika, istnieje nieobciążony estymator minimalnowariancyjny stanu obiektu, czyli filtr Kalmana [3, 1]. Niestety w pewnych okolicznościach, m.in. z powodu dyskretności źródła pomiaru, dokładność i odporność estymacji stanu wykorzystującej pojedyncze źródło danych jest niewystarczająca.

Jedną z możliwości zapewnienia dokładniejszego oraz bardziej niezawodnego wyznaczania estymaty stanu obiektu jest wykorzystanie informacji z wielu źródeł. Realizowane jest to zwykle w jednej z dwóch architektur: centralnej bądź rozproszonej. W systemie z przetwarzaniem centralnym do algorytmu estymacji stanu (centrum obliczeniowego) wysyłane są wszystkie pomiary ze wszystkich czujników. Dzięki temu algorytm dysponuje całą nieprzetworzoną informacją dostępną o obserwowanym obiekcie. W systemie rozproszonym każdy czujnik wraz z odpowiednim estymatorem (np. filtrem Kalmana) tworzy tzw. ośrodek lokalny. W każdym z tych ośrodków na podstawie danych pochodzących z lokalnego czujnika wyznaczana jest lokalna estymata stanu. W poszczególnych ośrodkach lokalnych estymaty te wyznaczane są zwykle asynchronicznie, czyli w różnych chwilach czasu i z różną częstotliwością. Następnie są one przesyłane do

ośrodka centralnego, wyznaczającego łączną (centralną) estymatę stanu. Do algorytmu wyznaczającego centralną estymatę stanu wysyłana jest zatem informacja przetworzona. Schemat systemu o architekturze rozproszonej przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. System rozproszony fuzji estymat stanu.

Systemy rozproszone posiadają pewne ważne zalety. Należą do nich m.in. dostępność lokalnych estymat stanu w każdym ośrodku lokalnym (stosowana powszechnie technika radarowa) oraz możliwość zastosowania w każdym ośrodku lokalnym innego modelu obiektu, np. dostosowanego do charakterystyki określonego czujnika (nie jest to możliwe w przypadku systemu centralnego, w którym wykorzystywany jest tylko jeden model).

Istnieje wiele metod fuzji estymat stanu, np. metoda oparta na wyznaczaniu korelacji (w kategoriach błędów estymacji) pomiędzy poszczególnymi ośrodkami lokalnymi [1, 4] oraz metoda wykorzystująca tzw. równoważny pomiar [2, 4]. Jednak żadna z nich nie pozwala uwzględnić korelacji (w kategoriach błędów estymacji) występującej (wzajemnie) pomiędzy ośrodkami lokalnymi oraz występującej pomiędzy poszczególnymi ośrodkami lokalnymi a ośrodkiem centralnym w sytuacji, gdy cały system pracuje asynchronicznie. Korelacja ta pochodzi np. od 'wspólnego' szumu procesowego, obserwowanego pośrednio przez czujniki we wszystkich ośrodkach lokalnych oraz uwzględnianego modelu obiektu.

W pracy przedstawiono podstawy teoretyczne niezbędne do implementacji optymalnego (w sensie najlepszego liniowego estymatora nieobciążonego nie wykorzystującego informacji a priori) rozproszonego algorytmu asyn-

chronicznej fuzji estymat stanu. Poprawność metody jest potwierdzona wynikami badań symulacyjnych.

2. WSPÓLNA OŚ CZASU

W systemie rozproszonym estymaty stanu w poszczególnych ośrodkach lokalnych mogą być wyznaczane w sposób asynchroniczny (w różnych momentach czasu) oraz z różną częstotliwością, zależną od okresu z jakim lokalny czujnik wykonuje pomiar. Dlatego dyskretne momenty w których wyznaczana jest centralna i lokalne estymaty stanu muszą być uszeregowane na wspólnej osi czasu. Jednakże w poszczególnych ośrodkach lokalnych ($i = 1, \dots, n$) dyskretno-czasowe indeksy ($\dots, r(i) - 2, r(i) - 1, r(i), \dots$) momentów przetwarzania danych oraz w ośrodku centralnym dyskretno-czasowe indeksy ($\dots, k - 2, k - 1, k, \dots$) momentów fuzji estymat stanu przyjmuje się jako kolejne liczby naturalne z odrębnych zbiorów, czyli

$$\begin{aligned} r(i) &\in \{0, 1, 2, \dots\} & \text{dla } i = 1, 2, 3, \dots, n \\ k &\in \{0, 1, 2, \dots\} & \text{dla ośrodka centralnego} \end{aligned} \quad (1)$$

Aby wszystkie momenty uporządkować na wspólnej osi czasu, dla każdego i -tego ($i = 1, \dots, n$) ośrodka lokalnego definiuje się funkcję odwzorowującą odpowiednie indeksy ($\dots, r(i) - 2, r(i) - 1, r(i), \dots$) na chwile czasu na wspólnej osi jako:

$$\lambda^i : \mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad (2)$$

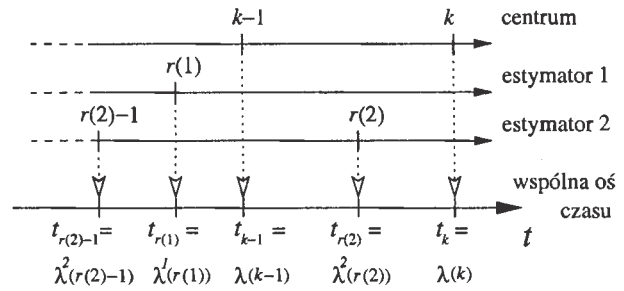
Analogiczną rolę dla centrum pełni funkcja $\lambda(\cdot)$, która odwzorowuje indeksy ($\dots, k - 2, k - 1, k, \dots$) na chwile czasu na tej samej osi. W dalszej części pracy wartości funkcji $\lambda^i(\cdot)$ i $\lambda(\cdot)$ będą oznaczane jako $t_{(\cdot)}$. Jako chwilę początkową pracy algorytmu przyjmuje się $t_0 = 0$.

W celu uproszczenia zapisów, w opisie wielkości zależnych od czasu używane będą dyskretno-czasowe indeksy k i $r(i)$ zamiast chwil czasu $t_k = \lambda(k)$ oraz $t_{r(i)} = \lambda^i(r(i))$. Dla przykładu, estymata stanu $\hat{x}_{r(i)|k}^i$ wyznaczona w i ym ośrodku lokalnym ma swoją interpretację jako $\hat{x}^i(t_{r(i)}|t_k) = \hat{x}^i(\lambda^i(r(i))|\lambda(k))$, która oznacza estymatę stanu na chwilę $t_{r(i)}$ wyznaczoną w oparciu o dane otrzymane do chwili t_k . Zawsze, gdy kontekst (i) jest oczywisty, argument związany z odpowiednim ośrodkiem lokalnym może być pomijany, tj. stosować można zapis $\hat{x}_{r|k}^i$ zamiast $\hat{x}_{r(i)|k}^i$.

Przykład. Przykładową wspólną oś czasu dla systemu rozproszonego przedstawiono na rys. 2. Na osi zaznaczono momenty (t_{k-1}, t_k), dla których wyznaczono estymatę łączną oraz chwile ($t_{r(1)}, t_{r(2)-1}, t_{r(2)}$), dla których wyznaczono estymaty w dwóch ośrodkach lokalnych.

3. MODEL OBIEKTU

Na potrzeby lokalnej estymacji oraz centralnej fuzji danych, w każdym ośrodku lokalnym oraz w ośrodku centralnym (dokonującym fuzji estymat) przyjmuje się odpowiedni model Gaussa-Markowa dla obserwowanego



Rys. 2. Przykładowa oś czasu dla rozproszonego systemu estymacji.

obiektu. Modele przyjęte w poszczególnych ośrodkach lokalnych i w ośrodku centralnym mogą być różne, np. z powodu zastosowania czujników różnego typu.

Dla każdego i -tego ($i = 1, \dots, n$) ośrodka lokalnego dyskretny model obiektu dynamicznego ma następującą postać:

$$x_{r(i)} = F_{r,r-1}^i x_{r(i)-1} + w_{r,r-1}^i \quad (3)$$

gdzie $F_{r,r-1}^i = \Phi(t_r, t_{r-1})$ jest macierzą systemową transformującą stan $x_{r(i)-1}$ do stanu $x_{r(i)}$, natomiast $w_{r,r-1}^i$ opisuje biały szum procesowy o zerowej wartości średniej i znanej macierzy kowariancji

$$Q_{r,r-1}^i = E [w_{r,r-1}^i (w_{r,r-1}^i)^T] \quad (4)$$

modelujący wpływ nieznanymi czynników na obserwowany obiekt ($E[\cdot]$ jest operatorem wartości oczekiwanej). Uwzględnienie dodatkowych sygnałów deterministycznych w modelu (3) nie ma wpływu na algorytm fuzji estymat zaprezentowany w dalszej części pracy (sygnały te należy oczywiście uwzględnić przy wyznaczaniu przewidywanych stanów). Dzieje się tak dlatego, gdyż kowariancja dowolnego sygnału deterministycznego z każdym innym sygnałem jest równa zero.

Równanie obserwacji charakteryzujące pracę czujnika w i -tym ośrodku lokalnym jest następujące:

$$z_r^i = H_r^i x_{r(i)} + v_r^i \quad (5)$$

gdzie z_r^i stanowi obserwację otrzymaną ze stanu obiektu $x_{r(i)}$ za pomocą macierzy obserwacji H_r^i . Obserwacja jest zakłócona błędem pomiarowym v_r^i , opisanym jako biały szum o zerowej wartości średniej i znanej macierzy kowariancji

$$R_r^i = E [v_r^i (v_r^i)^T] \quad (6)$$

Model obiektu zdefiniowany w ośrodku centralnym może być inny niż modele obiektu wykorzystywane przez ośrodki lokalne i ma postać:

$$x_k = F_{k,k-1} x_{k-1} + w_{k,k-1} \quad (7)$$

gdzie znaczenie poszczególnych składników jest analogiczne jak w przypadku modelu (3) dla ośrodków lokalnych. Zakłada się, że macierze $F_{a,b}^i$ ($i = 1, \dots, n$) oraz macierz $F_{c,d}$ w powyższych równaniach istnieją dla dowolnych par momentów, odpowiednio (t_a, t_b) oraz (t_c, t_d) .

4. FILTR KALMANA

W każdym ośrodku lokalnym, korzystając z odpowiedniego modelu obiektu (3), modelu pomiaru (5) oraz rzeczywistego pomiaru z czujnika, wyznaczana jest lokalna estymata stanu obiektu za pomocą poniższych równań filtru Kalmana [3, 1].

Na podstawie wyników z poprzedniego cyklu (dla chwili czasu t_{r-1}) przewidywany stan w chwili t_r wyznaczany jest następująco:

$$\hat{x}_{r|r-1}^i = F_{r,r-1}^i \hat{x}_{r-1|r-1}^i \quad (8)$$

wraz z macierzą kowariancji równą

$$P_{r|r-1}^i = F_{r,r-1}^i P_{r-1|r-1}^i (F_{r,r-1}^i)^T + Q_{r,r}^i \quad (9)$$

gdzie z $Q_{r,r-1}^i$ (4) jest znana (zależną od czasu) macierzą kowariancji szumu procesowego. Zapis $\hat{x}_{r-1|r-1}^i$ w równaniu (8) oznacza estymatę stanu wyznaczoną przez i -ty ośrodek lokalny dla chwili t_{r-1} , wykorzystując dane otrzymane z czujnika do chwili t_{r-1} włącznie. Analogicznie, zapis $\hat{x}_{r|r-1}^i$ oznacza odpowiednią (a priori) estymatę stanu dla chwili t_r , wyznaczoną w oparciu o dane do chwili t_{r-1} włącznie. Te same uwagi odnośnie notacji dotyczą macierzy kowariancji P w równaniu (9) oraz wielkości zależnych od czasu w kolejnych równaniach. Przewidywany pomiar wyznaczony na podstawie modelu obserwacji (5) oraz przewidywanego stanu ma następującą postać:

$$\hat{z}_{r|r-1}^i = H_r^i \hat{x}_{r|r-1}^i \quad (10)$$

Wzmocnienie filtru Kalmana wyznaczane jest wg zależności

$$K_r^i = P_{r|r-1}^i (H_r^i)^T (H_r^i P_{r|r-1}^i (H_r^i)^T + R_r^i)^{-1} \quad (11)$$

gdzie R_r^i (6) jest znana (zależną od czasu i czujnika) macierzą kowariancji szumu pomiarowego.

Wykorzystując powyższe wyniki, estymata stanu (a posteriori) dla chwili t_r jest obliczana następująco:

$$\hat{x}_{r|r}^i = \hat{x}_{r|r-1}^i + K_r^i (z_r^i - \hat{z}_{r|r-1}^i) \quad (12)$$

gdzie z_r^i jest wektorowym pomiarem pochodzącym z i -tego czujnika. Kowariancja tak wyznaczonej estymaty stanu jest równa

$$P_{r|r}^i = P_{r|r-1}^i - K_r^i (H_r^i P_{r|r-1}^i (H_r^i)^T + R_r^i) (K_r^i)^T \quad (13)$$

Powyższe równania filtru Kalmana umożliwiają wyznaczenie w każdym ośrodku lokalnym nieobciążonej estymaty stanu o minimalnej wariancji w przypadku, gdy obserwowany obiekt może być opisany za pomocą modelu Gaussa-Markowa przedstawionego w p. 3.

5. LOKALNY UJEDNOLICONY MODEL OBSERWACJI

W rozproszonym systemie estymacji ośrodki lokalne zwykle pracują asynchronicznie. Aby obliczyć łączną

(centralną) estymatę stanu, wszystkie estymaty lokalne muszą być rozpatrywane we wspólnej chwili czasu. Dlatego każda lokalna estymata stanu $\hat{x}_{r|r}^i$ jest traktowana w ośrodku centralnym jako 'obserwacja' prawdziwego stanu obiektu x_k we wspólnej chwili t_k , zaburzona pewnym 'błędem obserwacji', czyli [6]

$$\hat{x}_{r|r}^i = F_{r,k}^i x_k + \hat{x}_{r|r}^i - F_{r,k}^i x_k \quad (14)$$

Powyższe równanie można zapisać następująco:

$$y_{r,k}^i = \Gamma_{r,k}^i x_k + \gamma_{r,k}^i \quad (15)$$

gdzie

$$y_{r,k}^i = \hat{x}_{r|r}^i, \quad \Gamma_{r,k}^i = F_{r,k}^i$$

oraz błąd obserwacji w i -tym ośrodku lokalnym jest równy

$$\begin{aligned} \gamma_{r,k}^i &= \hat{x}_{r|r}^i - F_{r,k}^i x_k = \hat{x}_{r|r}^i - F_{r,k}^i (F_{k,r}^i x_{r(i)} + w_{k,r}^i) \\ &= -\hat{x}_{r|r}^i - F_{r,k}^i w_{k,r}^i, \quad \hat{x}_{r|r}^i = x_{r(i)} - \hat{x}_{r|r}^i \end{aligned} \quad (16)$$

Należy zauważyć, że powyższe równania są odpowiednie zarówno w przypadku synchronicznej (gdy wszystkie estymaty lokalne są wyznaczane dla chwili t_k), jak i dla asynchronicznej pracy poszczególnych lokalnych estymatorów stanu (gdy estymaty lokalne są wyznaczane w chwilach $r(i)$, $i = 1, \dots, n$).

Zagregowany model obserwacji dla wszystkich ośrodków lokalnych można przedstawić w następującej zbiorczej postaci:

$$y_k = \Gamma_k x_k + \gamma_k \quad (17)$$

gdzie

$$\begin{aligned} y_k &= [(y_{r(1),k}^1)^T \dots (y_{r(i),k}^i)^T \dots (y_{r(n),k}^n)^T]^T \\ \Gamma_k &= [(\Gamma_{r(1),k}^1)^T \dots (\Gamma_{r(i),k}^i)^T \dots (\Gamma_{r(n),k}^n)^T]^T \\ \gamma_k &= [(\gamma_{r(1),k}^1)^T \dots (\gamma_{r(i),k}^i)^T \dots (\gamma_{r(n),k}^n)^T]^T \end{aligned}$$

6. ALGORYTM FUZJI ESTYMAT STANU

W niniejszym punkcie przedstawiony zostanie rekurencyjny algorytm wyznaczania estymaty łącznej (centralnej) przy wykorzystaniu danych pochodzących z n lokalnych estymatorów. Algorytm ten jest oparty na najlepszym liniowym estymatorze nieobciążonym nie wykorzystującym informacji a priori [6]. Wersja nie wykorzystująca informacji a priori została wybrana zamiast wersji wykorzystującej informacje a priori z tego względu, gdyż w praktyce informacja a priori jest niedostępna.

6.1. Rozszerzony model obserwacji

Lokalny ujednolicony model obserwacji przedstawiony w p. 5. rozszerza się o informację dostępną w centrum, t.j. centralną (łączną) przewidywaną estymatę stanu $\hat{x}_{k|k-1}$

oraz jej macierz kowariancji $P_{k|k-1}$. Tak rozszerzony model obserwacji można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_k &= \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k-1} \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k - (\hat{x}_{k|k-1}) \\ \Gamma_k x_k + \gamma_k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_k - \tilde{x}_{k|k-1} \\ \Gamma_k \tilde{x}_k + \gamma_k \end{bmatrix} = \tilde{\Gamma}_k x_k + \tilde{\gamma}_k \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie x_k jest (nieznany) stanem obiektu w chwili t_k , $\tilde{x}_{k|k-1}$ jest błędem przewidywania stanu w chwili t_k na podstawie informacji dostępnej w centrum do chwili t_{k-1} oraz

$$\tilde{\gamma}_k = \begin{bmatrix} -\tilde{x}_{k|k-1} \\ \gamma_k \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\tilde{\Gamma}_k = \begin{bmatrix} I \\ \Gamma_k \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$C_{\tilde{\gamma}_k} = \begin{bmatrix} P_{k|k-1} & -C_{\tilde{x}_{k|k-1}\gamma_k} \\ -C_{\tilde{x}_{k|k-1}\gamma_k}^T & \text{cov}(\gamma_k) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\text{cov}(\gamma_k) = E[\gamma_k (\gamma_k)^T] \quad (22)$$

$$C_{\tilde{x}_{k|k-1}\gamma_k} = E[\tilde{x}_{k|k-1} (\gamma_k)^T] \quad (23)$$

W powyższym opisie $C_{\tilde{\gamma}_k}$ jest macierzą kowariancji rozszerzonego wektora błędu obserwacji $\tilde{\gamma}_k$ (19), gdzie macierz $C_{\tilde{x}_{k|k-1}\gamma_k}$ reprezentuje kowariancję pomiędzy błędem przewidywania stanu w ośrodku centralnym ($\tilde{x}_{k|k-1}$) a wektorem błędów obserwacji (γ_k), natomiast $\text{cov}(\gamma_k)$ jest macierzą kowariancją wektora błędów obserwacji γ_k . Do wyznaczenia przewidywanej estymata stanu $\hat{x}_{k|k-1}$ wykorzystywany jest model obiektu (7). Obliczana jest ona analogicznie jak w przypadku filtru Kalmana jako

$$\hat{x}_{k|k-1} = F_{k,k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} \quad (24)$$

Odpowiadająca jej macierz kowariancji wynosi

$$P_{k|k-1} = F_{k,k-1} P_{k-1|k-1} (F_{k,k-1})^T + Q_r \quad (25)$$

Rozszerzony model obserwacji (18) dla chwili t_k zawiera dane tylko o tych estymatach z ośrodków lokalnych, które zostały wyznaczone w przedziale czasu $[t_{k-1}, t_k]$. Czyli w każdym cyklu pracy, algorytm fuzji wykorzystuje od zera do (maksymalnie) n lokalnych estymat stanu. Aktualna liczba estymat stanu biorących udział w fuzji danych w chwili t_k będzie oznaczana jako \tilde{n}_k . W granicznym przypadku, gdy w przedziale czasu $[t_{k-1}, t_k]$ brak jest danych z jakiegokolwiek ośrodka lokalnego, wektor $\tilde{y}_k = \hat{x}_{k|k-1}$, macierz $\tilde{\Gamma}_k = I$, macierz kowariancji $C_{\tilde{\gamma}_k} = P_{k|k-1}$ oraz $\tilde{n}_k = 0$.

6.2. Algorytm fuzji estymat stanu

Najlepszy liniowy, rekurencyjny estymator nieobciążony nie wykorzystujący informacji a priori, wyznaczający na podstawie lokalnych estymat stanu łączną estymatę stanu $\hat{x}_{k|k}$ oraz jej macierz kowariancji $P_{k|k}$ ma postać [6]:

$$\hat{x}_{k|k} = W_k \tilde{y}_k \quad (26)$$

$$P_{k|k} = W_k C_{\tilde{\gamma}_k} W_k^T \quad (27)$$

$$W_k = \tilde{\Gamma}_k^+ [I - C_{\tilde{\gamma}_k} (T_k C_{\tilde{\gamma}_k} T_k)^+] \quad (28)$$

gdzie $T_k = I - \tilde{\Gamma}_k \tilde{\Gamma}_k^+$, natomiast operator $(\cdot)^+$ oznacza tzw. pseudoodwrotną macierz Moore'a-Penrose'a ($A^+ \triangleq (A^T A)^{-1} A^T$). W algorytmie tym wykorzystany jest rozszerzony model obserwacji zaprezentowany w p. 6.1.

6.3. Wyznaczanie macierzy kowariancji $C_{\tilde{\gamma}_k}$ (21)

Aby wyznaczyć łączną estymatę stanu obiektu $\hat{x}_{k|k}$ (26), konieczne jest wyznaczenie macierzy kowariancji $\text{cov}(\gamma_k)$ (22) oraz $C_{\tilde{x}_{k|k-1}\gamma_k}$ (23), które są elementami macierzy $C_{\tilde{\gamma}_k}$ (21). Podstawą metody obliczania macierzy (22) oraz (23) są wzory na rekurencyjne wyznaczenie błędu obserwacji (16). Możliwe są dwa przypadki dostępności danych lokalnych w ośrodku centralnym:

Przypadek A) Jeżeli w przedziale czasu $[t_{k-1}, t_k]$ nie są dostępne nowe dane z itego ośrodka lokalnego (czyli $t_r < t_{k-1}$, wówczas błąd obserwacji (dotyczący itego ośrodka) w chwili t_k może być wyznaczony na podstawie wyników z cyklu poprzedniego (dla chwili t_{k-1}) w następujący sposób:

$$\gamma_{r,k}^i = \gamma_{r,k-1}^i - F_{r,k}^i w_{k,k-1}^i \quad (29)$$

Przypadek B) Natomiast, jeżeli w przedziale czasu $[t_{k-1}, t_k]$ są dostępne nowe dane z itego ośrodka lokalnego (czyli $t_{k-1} \leq t_r < t_k$), wtedy wykorzystując równania filtru Kalmana (8), (10) i (12) błąd obserwacji może być wyznaczony rekurencyjnie jako:

$$\begin{aligned} \gamma_{r,k}^i &= (I - K_r^i H_r^i) F_{r,r-1}^i \gamma_{r-1,k-1}^i + \\ &+ K_r^i H_r^i w_{r,k-1}^i + K_r^i v_r^i - F_{r,k}^i w_{k,k-1}^i \end{aligned} \quad (30)$$

Szczegółowe wyprowadzenie powyższych wzorów znajduje się w [5].

WYZNACZANIE MACIERZY $\text{cov}(\gamma_k)$ (22)

Macierz $\text{cov}(\gamma_k)$ składa się $\tilde{n}_k \cdot \tilde{n}_k$ podmacierzy, czyli ma następującą strukturę:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\gamma_k) &= \left[\text{cov}(\gamma_{r,k}^i, \gamma_{s,k}^j) \right]_{\tilde{n}_k \times \tilde{n}_k}, \\ i, j &= 1, \dots, \tilde{n}_k, r = r(i), s = r(j) \end{aligned} \quad (31)$$

Zgodnie ze wzorem (16), błąd obserwacji $\gamma_{r,k}^i$ dotyczący itego ośrodka lokalnego jest zanegowaną sumą błędów estymacji $\tilde{x}_{k|k}^i$ oraz przekształconego szumu procesowego $F_{r,k}^i w_{k,r}^i$. Z tego powodu podmacierze $\text{cov}(\gamma_{r,k}^i, \gamma_{s,k}^j)$ reprezentują dwa rodzaje informacji. Jeżeli $i = j$, podmacierze te są sumą kowariancji błędów estymacji w itym ośrodku oraz przekształconej kowariancji szumu procesowego, co można zapisać następująco:

$$\text{cov}(\gamma_{r,k}^i, \gamma_{r,k}^i) = P_{r|r}^i + F_{r,k}^i Q_{r,r}^i (F_{r,k}^i)^T \quad (32)$$

W takim przypadku podmacierze te reprezentują 'dokładność' estymacji w odpowiednim ($i = 1, \dots, \tilde{n}_k$) ośrodku lokalnym. W drugim przypadku, gdy $i \neq j$, podmacierze te są zależne od kowariancji pomiędzy błędami estymacji oraz szumami procesowymi z różnych ośrodków lokalnych. Oznacza to, że są one 'miarą' tego, ile jest wspólnej informacji pomiędzy odpowiednim (itym i jnym) ośrodkiem lokalnym. Ważne jest to, że poprzez macierz $C_{\tilde{\gamma}_k}$ te

dwa rodzaje informacji są wykorzystywane przez algorytm fuzji (26)–(28).

Bez utraty ogólności założymy, że $t_r \geq t_s$. Należy przy tym pamiętać, że $\text{cov}(\gamma_{r,k}^i, \gamma_{s,k}^j) = \text{cov}(\gamma_{s,k}^j, \gamma_{r,k}^i)^T$. W praktyce możliwe są trzy przypadki dostępności danych z ośrodków lokalnych:

Przypadek I) W przedziale czasu od chwili poprzedniej fuzji do chwili bieżącej nie są dostępne dane zarówno z i tego jak i j tego ośrodka lokalnego (czyli $t_s \leq t_r < t_{k-1}$). Wtedy składniki $\text{cov}(\gamma_{r,k}^i, \gamma_{s,k}^j)$ macierzy kowariancji $\text{cov}(\gamma_k)$ są być obliczane, wykorzystując wynik (29), w następujący sposób:

$$\text{cov}(\gamma_{r,k}^i, \gamma_{s,k}^j) = \text{cov}(\gamma_{r,k-1}^i, \gamma_{s,k-1}^j) + F_{r,k}^i C_{w_{k,k-1}^i, w_{k,k-1}^j} \left(F_{s,k}^j \right)^T \quad (33)$$

Macierz kowariancji $\text{cov}(\gamma_{r,k-1}^i, \gamma_{s,k-1}^j)$ po prawej stronie równania (33) jest wynikiem otrzymanym podczas poprzedniej fuzji danych w chwili t_{k-1} .

Przypadek II) W przedziale czasu $[t_{k-1}, t_k]$ dostępne są nowe dane z i tego ośrodka lokalnego, natomiast nie są dostępne nowe dane z j tego ośrodka (czyli $t_s < t_{k-1}$, $t_r \in [t_{k-1}, t_k]$). W takiej sytuacji składniki macierzy $\text{cov}(\gamma_k)$ są być obliczane, wykorzystując odpowiednio wyniki (29) oraz (30), jako:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\gamma_{r,k}^i, \gamma_{s,k}^j) &= F_{r,k}^i C_{w_{k,k-1}^i, w_{k,k-1}^j} \left(F_{s,k}^j \right)^T \\ &\quad - K_r^i H_r^i C_{w_{r,k-1}^i, w_{k,k-1}^j} \left(F_{s,k}^j \right)^T + \\ &\quad + (I - K_r^i H_r^i) F_{r,r-1}^i \text{cov} \left(\gamma_{r-1,k-1}^i, \gamma_{s,k-1}^j \right) + \end{aligned} \quad (34)$$

Składnik $\text{cov} \left(\gamma_{r-1,k-1}^i, \gamma_{s,k-1}^j \right)$ po prawej stronie równania (34), podobnie jak dla *Przypadku I*, jest wynikiem z poprzedniej fuzji danych w chwili t_{k-1} .

Przypadek III) W przedziale czasu $[t_{k-1}, t_k]$ dostępne są nowe dane zarówno z i tego, jak i z j tego ośrodka lokalnego (czyli $t_r, t_s \in [t_{k-1}, t_k]$, $t_s \leq t_r$). Składniki macierzy kowariancji są wtedy, wykorzystując wynik (30), obliczane następująco:

$$\begin{aligned} \text{cov}(\gamma_{r,k}^i, \gamma_{s,k}^j) &= F_{r,k}^i C_{w_{k,k-1}^i, w_{k,k-1}^j} \left(F_{s,k}^j \right)^T + \\ &\quad + (I - K_r^i H_r^i) F_{r,r-1}^i \text{cov} \left(\gamma_{r-1,k-1}^i, \gamma_{s-1,k-1}^j \right) \cdot \\ &\quad \cdot \left(F_{s,s-1}^j \right)^T (I - K_s^j H_s^j)^T + \\ &\quad - K_r^i H_r^i C_{w_{r,k-1}^i, w_{k,k-1}^j} \left(F_{s,k}^j \right)^T + \\ &\quad - F_{r,k}^i C_{w_{k,k-1}^i, w_{s,k-1}^j} \left(K_s^j H_s^j \right)^T + \\ &\quad + K_r^i H_r^i C_{w_{r,k-1}^i, w_{s,k-1}^j} \left(K_s^j H_s^j \right)^T \end{aligned} \quad (35)$$

Podobnie jak w poprzednich przypadkach, składnik $\text{cov} \left(\gamma_{r-1,k-1}^i, \gamma_{s-1,k-1}^j \right)$ po prawej stronie równania

(35) jest wynikiem wyznaczonym dla poprzedniej fuzji danych w chwili t_{k-1} . Szczegółowe wyprowadzenie powyższych wzorów oraz metoda wyznaczania nieznanych macierzy kowariancji $C_{w_{k,k-1}^i, w_{k,k-1}^j}$ szumu procesowego jest przedstawiona w [5]. Wartości początkowe elementów podmacierzy $\text{cov}(\gamma_{r,k}^i, \gamma_{s,k}^j)$ dla $i = j$ można obliczyć ze wzoru (32), natomiast dla $i \neq j$ można przyjąć, że elementy tych podmacierzy są równe zeru.

WYZNACZANIE MACIERZY $C_{\tilde{x}_{k|k-1}\gamma_k}$ (23)

Wykorzystując wzór (24) oraz to, że $W_k \tilde{\Gamma}_k = I$, macierz kowariancji $C_{\tilde{x}_{k|k-1}\gamma_k}$ można przedstawić w następujący sposób:

$$C_{\tilde{x}_{k|k-1}\gamma_k} = -F_{k,k-1} W_{k-1} \begin{bmatrix} -C_{\tilde{x}_{k-1|k-2}\gamma_k} \\ C_{\gamma_{k-1}\gamma_k} \end{bmatrix} + C_{w_{k,k-1}\gamma_k} \quad (36)$$

Nieznane macierze kowariancji w powyższym wzorze mają następującą strukturę:

$$\begin{aligned} C_{w_{k,k-1}\gamma_k} &= \left[C_{w_{k,k-1}\gamma_{r,k}^i} \right]_{1 \times \tilde{n}_k}, \quad i = 1, \dots, \tilde{n}_k \\ C_{\tilde{x}_{k-1|k-2}\gamma_k} &= \left[C_{\tilde{x}_{k-1|k-2}\gamma_{r,k}^i} \right]_{1 \times \tilde{n}_k}, \quad i = 1, \dots, \tilde{n}_k \\ C_{\gamma_{k-1}\gamma_k} &= \left[C_{\gamma_{s,k-1}^j \gamma_{r,k}^i} \right]_{\tilde{n}_{k-1} \times \tilde{n}_k}, \quad i = 1, \dots, \tilde{n}_k, \\ &\quad j = 1, \dots, \tilde{n}_{k-1}, \quad s = r(j), \quad t_s < t_{k-1}, \end{aligned}$$

Aby wyznaczyć odpowiednie składniki tych macierzy rozpatruje się dwa przypadki dostępności danych:

Przypadek I) Jeżeli w przedziale czasu $[t_{k-1}, t_k]$ od chwili poprzedniej fuzji do chwili bieżącej, nie są dostępne dane z i tego ośrodka lokalnego (czyli $t_r < t_{k-1}$), wtedy, wykorzystując wyniki poprzedniej fuzji danych, odpowiednie składniki można wyznaczyć następująco:

$$\begin{aligned} C_{w_{k,k-1}\gamma_{r,k}^i} &= -C_{w_{k,k-1}w_{k,r}^i} (F_{r,k}^i)^T \\ C_{\tilde{x}_{k-1|k-2}\gamma_{r,k}^i} &= C_{\tilde{x}_{k-1|k-2}\gamma_{r,k-1}^i} \\ C_{\gamma_{s,k-1}^j \gamma_{r,k}^i} &= \text{cov}(\gamma_{s,k-1}^j \gamma_{r,k-1}^i) \end{aligned}$$

Przypadek II) Jeżeli w przedziale czasu $[t_{k-1}, t_k]$ są dostępne nowe dane z i tego ośrodka lokalnego (czyli $t_r \in [t_{k-1}, t_k]$), w takim przypadku, wykorzystując wyniki otrzymane dla chwili t_k , nieznanne składniki obliczane są w następujący sposób:

$$\begin{aligned} C_{w_{k,k-1}\gamma_{r,k}^i} &= -C_{w_{k,k-1}w_{r,r-1}^i} (I - K_r^i H_r^i)^T + \\ &\quad - C_{w_{k,k-1}w_{k,r}^i} (F_{r,k}^i)^T \\ C_{\tilde{x}_{k-1|k-2}\gamma_{r,k}^i} &= C_{\tilde{x}_{k-1|k-2}\gamma_{r,k-1}^i} (F_{r,r-1}^i)^T \cdot \\ &\quad \cdot (I - K_r^i H_r^i)^T \\ C_{\gamma_{s,k-1}^j \gamma_{r,k}^i} &= \text{cov}(\gamma_{s,k-1}^j \gamma_{r,k-1}^i) (F_{r,r-1}^i)^T \cdot \\ &\quad \cdot (I - K_r^i H_r^i)^T \end{aligned}$$

Metoda obliczania nieznanych macierzy kowariancji $C_{w_{k,k-1}w_{r,r-1}^i}$ i $C_{w_{k,k-1}w_{k,r}^i}$ oraz szczegółowe wyprowadzenie powyższych wzorów są zaprezentowane w [5]. Jako warunek początkowy przyjmuje się, że wszystkie elementy macierzy $C_{\tilde{x}_{k|k-1}\gamma_k}$ są równe zeru.

7. WYNIKI SYMULACJI

Przedstawioną metodę przebadano dla przypadku estymacji stanu obiektu poruszającego wzdłuż pojedynczej osi (ruch w jednym wymiarze). Dla uproszczenia analizy przyjęto identyczny model obiektu dla ośrodka centralnego i dla ośrodków lokalnych. Wykorzystując równania kinematyki punktu materialnego, ruch obiektu na który wpływają nieznanne czynniki zewnętrzne, można opisać za pomocą następującego dyskretnego modelu:

$$\begin{bmatrix} \zeta_b \\ \eta_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_b - t_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_a \\ \eta_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ w_{b,a} \end{bmatrix}, t_a, t_b \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad (37)$$

Jako współrzędne stanu przyjęto położenie obiektu ζ oraz jego prędkość η . Sygnał $w_{b,a}$ jest białym szumem systemowym o wartości średniej równej zero i znanej wariancji q^2 . Modeluje on wpływ nieznananych czynników powodujących zmianę wartości prędkości η . Dla wszystkich czujników w ośrodkach lokalnych przyjęto następujące równanie obserwacji:

$$z_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_b \\ \eta_b \end{bmatrix} + v_b \quad (38)$$

gdzie szum pomiarowy v_b jest białym i ma zerową wartość średnią oraz znaną wariancję r^2 .

Stan obiektu jest wyznaczany niezależnie przez trzy ośrodki lokalne. Algorytm fuzji estymat stanu, pracujący ze stałym okresem $T = 3s$, przebadano dla dwóch trybów pracy ośrodków lokalnych. W pierwszym trybie ośrodki lokalne pracują asynchronicznie, ale z tym samym okresem ($T = 3s$), natomiast w drugim trybie pracują asynchronicznie z różnym okresem ($T_1 = 3, T_2 = 5$ oraz $T_3 = 7s$). Aby przetestować wpływ wartości szumu procesowego na dokładność estymacji zmieniano wartość jego odchylenia standardowego q , zachowując jednak stałą wartość odchylenia standardowego szumu pomiarowego $r = 10$ metrów.

Wyniki przedstawione w tabeli (1) prezentują odchylenie standardowe błędu estymacji położenia obiektu (w metrach) i są wyznaczone jako średnia ze 100 niezależnych przebiegów algorytmu. Podczas każdego przebiegu symulowano i estymowano stan obiektu przez 500 sekund. Dla porównania, w tabeli zamieszczono wyniki dla algorytmu centralnego opartego na sekwencyjnym filtrze Kalmana [2], który wykorzystuje kolejno wszystkie nieprzetworzone pomiary z czujników w ośrodkach lokalnych.

W pierwszym trybie pracy algorytm fuzji jest lepszy od algorytmu centralnego. Można to wytłumaczyć tym, że w każdym okresie pracy algorytm fuzji wykorzystuje trzy estymaty stanu, podczas gdy algorytm centralny przetwarza (np. trzy razy częściej) pojedyncze pomiary. Przewaga (w dokładności) metody fuzji maleje wraz ze wzrostem wariancji q^2 szumu procesowego. W drugim trybie pracy przy $q = 1$ lepszy jest algorytm fuzji natomiast przy $q = 10$ oraz $q = 100$ lepszy jest algorytm centralny. W tym trybie, w każdym okresie pracy, algorytm fuzji ma dostęp do średnio (około) dwóch estymat stanu.

Tabela 1. Odchylenia std. błędów estymacji [m].

	Estymatory lokalne		Algorytm fuzji	Algorytm centralny	
	T=3	T=3	T=3	T=3	T=1
Tryb 1					
$q \left[\frac{m}{s} \right]$	T=3	T=3	T=3	T=3	T=1
1	27.3	27.6	27.5	16.4	19.4
10	41.0	41.6	40.9	27.4	28.8
100	72.0	71.2	72.1	55.5	56.6
Tryb 2					
$q \left[\frac{m}{s} \right]$	T=3	T=5	T=7	T=3	T=var
1	27.5	33.7	36.1	20.4	22.2
10	41.0	47.7	52.9	33.4	32.5
100	72.6	81.0	88.1	64.8	61.9

Przewaga algorytmu centralnego dla dużych wartości q wynika z tego, że częściej uaktualnia on estymatę stanu, dzięki czemu wartości elementów macierzy kowariancji przewidywanych stanów są mniejsze.

ASYNCHRONOUS FUSION OF DATA FROM MULTIPLE STATE ESTIMATORS

Abstract: In this paper a distributed fusion algorithm utilizing estimates from multiple local processors, working asynchronously, is derived. The fusion algorithm is based on a best linear unbiased estimator without using prior information. In order to produce estimates a standard Kalman filter is used in each local processor. Simulated experiments illustrate the effectiveness of the proposed approach.

Literatura

- [1] Bar-Shalom Y., Li X. R. (1995) *Multitarget-Multisensor Tracking: Principles and Techniques*. CT:YBS Publishing, Storrs.
- [2] Blackman S., Popoli R. (1999) *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Artech House, Boston, MA.
- [3] Kalman R. E. (1960) A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, 82:34–45.
- [4] Kowalczyk Z., Domżański M. (2004) Track-to-track fusion in tracking of multiple targets in — a comparative study. In *Proc. 10th IEEE Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics*, Miedzyzdroje, Poland.
- [5] Kowalczyk Z., Domżański M. (2005) Distributed data fusion based on asynchronous measurements. Raport Techniczny 5/2005, Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki, Politechnika Gdańska.
- [6] Li X. R. (2003) Optimal linear estimation fusion — Part VII: Dynamic systems. In *International Conf. Information Fusion*, pages 455–462, Cairns, Australia.



**Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk**

ISBN 83-89475-02-2