

**RESTRUKTURYZACJA  
REGIONALNYCH RYNKÓW PRACY**

---

**GORZÓW WIELKOPOLSKI - SZCZECIN 1996**



**Urząd Wojewódzki w Gorzowie Wielkopolskim**  
**Wydział Ekonomiki i Organizacji Gospodarki Żywnościowej**  
**Akademii Rolniczej w Szczecinie**

**Instytut Badań Systemowych PAN, Oddział w Szczecinie**

**Wojewódzki Urząd Pracy w Gorzowie Wielkopolskim**

**Agencja Własności Rolnej Skarbu Państwa**  
**O/T w Gorzowie Wielkopolskim**

**Międzynarodowa konferencja**

# **RESTRUKTURYZACJA REGIONALNYCH RYNKÓW PRACY**

**Praca pod redakcją**

**prof. dr hab. *Bogdana Krawca***

**Gorzów Wielkopolski - Szczecin 1996 r.**

Zbiór referatów międzynarodowej konferencji naukowej  
w Lubniewicach, która odbyła się w dniach 30-31 maja 1996 r.

Recenzent: prof. dr hab. **Paweł Żukowski**

Skład komputerowy: **Irena Moczulska**



43429 / I

Publikacja dofinansowana przez  
Krajowy Urząd Pracy

ISBN 83-85847-36-7

## KOMITET PROGRAMOWY

1. **Henryk ANTOSIAK**  
Prezes Agencji Restrukturyzacji  
i Modernizacji Rolnictwa, Warszawa
2. **Andrzej BĄCZKOWSKI**  
Minister Pracy i Polityki Socjalnej
3. Prof. dr hab. **Ryszard BUDZIŃSKI**  
Instytut Badań Systemowych PAN,  
Kierownik Oddziału w Szczecinie
4. Prof. dr hab. **Zygmunt DOWGIAŁŁO**  
Przewodniczący Komisji Organizacji  
i Zarządzania Gospodarką  
Żywnościową PAN, Oddział w Gdańsku
5. **Marlan ECKERT**  
Wojewoda Zielonogórski
6. **Zbigniew FALIŃSKI**  
Wojewoda Gorzowski - **przewodniczący**
7. **Roman JAGIELIŃSKI**  
Wicepremier, Minister Rolnictwa  
i Gospodarki Żywnościowej, Warszawa
8. **Aleksander ŁUCZAK**  
Przewodniczący Komitetu  
Badań Naukowych w Warszawie
9. Prof. dr hab. **Tadeusz MADEJ**  
Uniwersytet Szczeciński
10. **Jerzy OLSZAK**  
Wojewoda Piłski
11. **Andrzej PIŁAT**  
Prezes Krajowego Urzędu Pracy, Warszawa
12. **Adam TAŃSKI**  
Prezes Agencji Własności Rolnej  
Skarbu Państwa, Warszawa

## KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący

**Bogusław BIL**

Wicewojewoda Gorzowski

Sekretarz naukowy

Prof. dr hab. **Bogdan KRAWIEC**

Instytut Badań Systemowych PAN,  
Oddział w Szczecinie  
Akademia Rolnicza w Szczecinie,

**Kazimierz BŁASZCZYK**

Dyrektor  
Wojewódzkiego Urzędu Pracy  
w Gorzowie Wielkopolskim

**Jan RYDZANICZ**

Dyrektor  
Wydziału Rolnictwa  
Urzędu Wojewódzkiego  
w Gorzowie Wielkopolskim

**Franciszek KUNCEWICZ**

Agencja Własności Rolnej  
Skarbu Państwa  
O/T w Gorzowie Wielkopolskim  
Prodziekan

Dr hab. **Marian MALICKI**

Wydziału Ekonomiki i Organizacji  
Gospodarki Żywnościowej  
Akademii Rolniczej w Szczecinie

Sekretarz

**Alfreda WINNICKA**

Instytut Badań Systemowych PAN,  
Oddział w Szczecinie

**Magda PALIWODA**

Gabinet Wojewody Gorzowskiego

# WYKORZYSTANIE ROZMYTEGO PROGRAMOWANIA LINIOWEGO W PODEJMOWANIU DECYZJI

*Jaroslav Havlicek, Jan Ziskal*

Uniwersytet Rolniczy w Pradze

## 1. Wstęp

Opisywanie świata rzeczywistego za pomocą modeli matematycznych jest głównym trendem współczesnej nauki i techniki. Rzeczywiste zdarzenia bardzo często nie są zdeterminowane i dlatego modele deterministyczne bardzo często nie są w stanie opisać problemów praktycznych. Aby uporać się z niepewnością zwykło się używać teorii prawdopodobieństwa. Jednak doświadczenia praktyczne wykazały, że modele probabilistyczne nie oddają w pełni różnorodności problemów realnego świata.

W latach 60-tych zmieniono podejście i poddano krytyce znaczenie teorii prawdopodobieństwa w budowaniu modeli sztucznej inteligencji i problemach podejmowania decyzji. W 1965 roku w czasie powstania teorii chaosu, powstała również teoria zbiorów rozmytych, utworzona przez *L. A. Zadeha*. Od tego czasu teoria zbiorów rozmytych była używana do opisywania i rozwiązywania ważnych problemów z takich dziedzin jak: produkcja, transport, alokacja, gry, zarządzanie środowiskiem, zarządzanie zasobami wodnymi, nawożenie, logistyka, księgowość, bankowość, finanse, marketing, bilans handlowy i ekonomika rolnictwa *Hwang (1992)*.

W ciągu ostatnich 30 lat zbiory rozmyte znalazły zastosowanie w wielu dyscyplinach nauki: badaniach operacyjnych, zarządzaniu, systemach ekspertowych, teorii kontroli. Zarówno techniki jak i ich aplikacje oparte na zbiorach rozmytych były systematycznie rozwijane. Od początku lat 80-tych teoria możliwości (*possibility theory*) stawała się coraz ważniejsza w dziedzinie zarządzania co spowodowało rozwój progra-

mowania matematycznego nazywanego (possibilistic mathematical programming) co w spolszczonej nazwie nazywać będziemy: possibilistycznym lub możliwościowym programowaniem matematycznym. W badaniach operacyjnych i analizie systemowej teoria zbiorów rozmytych została zastosowana w technikach programowania liniowego i nieliniowego, programowania dynamicznego, w teorii kolejek, wielokryterialnym podejmowaniu decyzji, grupowym podejmowaniu decyzji i w budowie efektywnych systemów inteligentnego wspomaganie decyzji.

## 2. Rozmyte liniowe programowanie matematyczne

Symbolicznie podstawowy problem programowania liniowego (PL) można przedstawić następująco:

zmaksymalizować

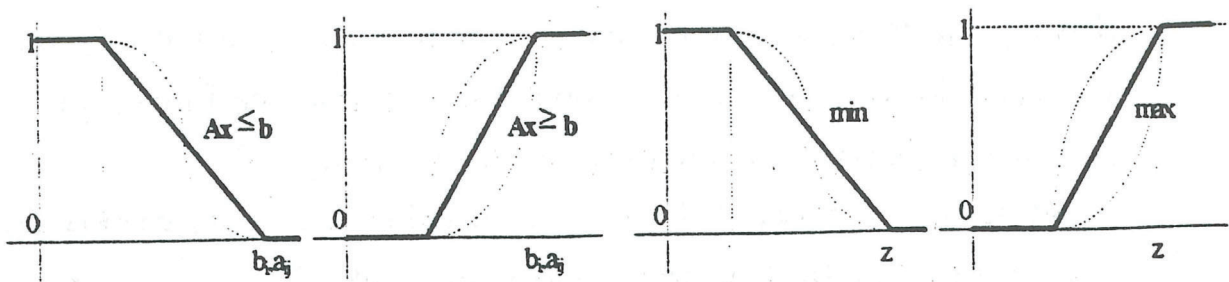
$$Z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (2.1.)$$

z ograniczeniami

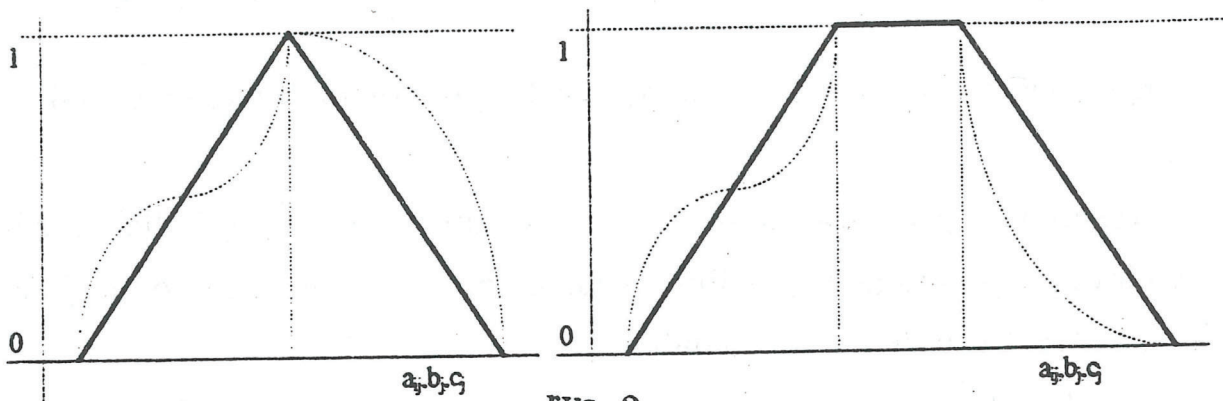
$$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (2.2.)$$

Przyjmujemy, że dane wejściowe  $\{\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \}$  mogą być rozmyte (nieokładne) z powodu niekompletnej informacji, lub informacji trudnej do uzyskania. Aby określić te rozmyte wielkości można posłużyć się w zależności od problemu funkcją przynależności (membership function) lub rozkładem możliwości (possibility distribution). Formy funkcji przynależności i rozkładu możliwości dla różnych problemów programowania liniowego przedstawione są odpowiednio na rysunkach 1 i 2.





rys. 1



rys. 2

W przypadku wystąpienia rozmytych danych wejściowych, układ 2.1. i 2.2. nazywa się rozmytym/możliwościowym (possibilistycznym) programowaniem liniowym. Rozmyte dane wejściowe  $A = (a_{ij})$ ,  $b = (b_i)$ ,  $c = (c_j)$  oznaczamy odpowiednio  $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})$ ,  $\tilde{b} = (\tilde{b}_i)$ ,  $\tilde{c} = (\tilde{c}_j)$ . Ogólnie problem rozmytego/możliwościowego programowania można przedstawić jako:

zmaksymalizować

$$z = \tilde{c}\tilde{x} \quad (2.3.)$$

z ograniczeniami

$$\tilde{A}x \geq \tilde{b}, \quad x \geq 0 \quad (2.4.)$$

Poziom funkcji przynależności wskazuje subiektywny poziom satysfakcji przy danej tolerancji, z drugiej zaś strony poziom możliwości wskazuje subiektywny lub obiektywny poziom trafności (dokładności) danego zdarzenia. Wykorzystanie określonego typu funkcji przynależności tworzy dwie różne koncepcje w rozmytym programowaniu matematycznym:

1. Rozmyte programowanie matematyczne (o rozmytych danych wejściowych, które powinny być modelowane za pomocą funkcji przynależności opartych na subiektywnych preferencjach).
2. Programowanie possibilistyczne (*possibilistic programming*), w którym rozmyte dane wejściowe modelu określa się za pomocą rozkładu możliwości, który jest analogiczny do rozkładu prawdopodobieństwa i może być albo obiektywny albo subiektywny.

Rysunek 1 przedstawia różne przypadki preferencji funkcji przynależności.

Rysunek 2 przedstawia rozkłady possibilistyczne  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{b}$ ,  $\tilde{c}$  dla możliwościowego programowania liniowego, które często przyjmuje się jako funkcje trójkątne lub trapezoidalne.

Najaktualniejszymi publikacjami dotyczącymi rozmytego PL są prace *Zimmermana (1978, 1983, 1985)*, *Lay i Hwang'a (1992)*, *Luhandjula (1989)* i *Słovinskiego (1986)*.

### **3. Rozmyte programowanie liniowe**

W literaturze przedstawione są następujące główne podejścia do rozwiązania problemów rozmytego PL:

1. model niesymetryczny, ekwiwalentny do programowania parametrycznego *Verdegay (1982)*,
2. model niesymetryczny *Wernersa* z rozmytą funkcją celu, *Werners (1987)*,
3. model niesymetryczny *Chanas'a* odpowiadający programowaniu celowemu, *Chanas (1984)*,
4. interaktywne PL, *Lay (1992)*,
5. model symetryczny *Zimmermana* odpowiadający programowaniu celowemu, *Zimmerman (1976)*,

Podejście *Zimmermana* jest reprezentatywne i bardzo dobrze ilustruje problematykę rozmytości w PL. Należy zaznaczyć, że jest to pierwsze podejście zawierające praktyczną metodę rozwiązania problemu PL z rozmytymi ograniczeniami i funkcją celu.

Przedstawimy teraz w jaki sposób wykorzystać niesymetryczny model *Vordegay'a* do mierzenia ryzyka podejmowania decyzji przy użyciu PL z rozmytymi prawymi stronami w ograniczeniach.

Przyjmijmy, że musimy wybrać wariant rozwiązania po to by móc modyfikować ryzyko decyzji. Rozmyty zbiór  $A$  tworzy zbiór możliwych rozwiązań problemu.

Jeśli choćby jeden parametr modelu liniowego jest rozmyty, to wartość funkcji celu jest także liczbą rozmytą. Oznacza to, że określona wartość funkcji celu może być osiągnięta z pewnym poziomem funkcji przynależności, co jednoznacznie może być traktowane jako miara ryzyka związanego z rozwiązaniem.

Przyjmijmy, że ograniczenia prawej strony  $b_i$  problemu PL są nieokreślone i wyrażone jako liczby rozmyte. Rozwiązanie takich problemów może być osiągnięte poprzez rangowanie prawych stron. Prawa strona  $i$ -tego ograniczenia jest równoważna z wyrażeniem

$$\tilde{b}_i = b_i + \rho p_i$$

gdzie  $p_i$  jest maksymalną tolerancją  $b_i$ , a  $\rho \in [0, 1]$ .

Dla ograniczenia  $\sum a_{ij}x_j \leq b_i$  przyjmijmy następującą funkcję przynależności

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli} & \sum a_{ij}x_j < b_i \\ 1 - \frac{\sum a_{ij}x_j - b_i}{p_i} & \text{jeżeli} & b_i \leq \sum a_{ij}x_j \leq b_i + p_i \\ 0 & \text{jeżeli} & \sum a_{ij}x_j > b_i + p_i \end{cases}$$

$\mu(x) = 1$  jeżeli ograniczenie jest spełnione,  $\mu(x) \in [0, 1]$  jeżeli maksymalna tolerancja  $p_i$  zbliża się stopniowo do wartości zerowej,  $\mu(x) = 0$ ,

jeśli ograniczenie jest z całą pewnością nie zrealizowane.

Jeżeli tolerancja  $p_i$  jest dana, problem PL można sformułować następująco:

$$\max \left\{ c^\rho x_\rho \mid \sum a_{ij} x_i \leq b_i + (1 - \pi) p_i, x_j \geq 0, \pi \in [0, 1] \right\} \quad (2.5.)$$

Problem (2.5) jest problemem rangowania prawych stron ograniczeń z parametrem  $\rho = 1 - \pi$ . Wartość  $\rho$  jest poziomem funkcji przynależności, a przez to miarą ryzyka wybranego rozwiązania. Jeżeli  $\rho = 1$  to  $\pi = 0$  i maksymalna tolerancja  $p_i$  osiąga swoją wartość maksymalną, czyli rozwiązanie jest obciążone największym ryzykiem.

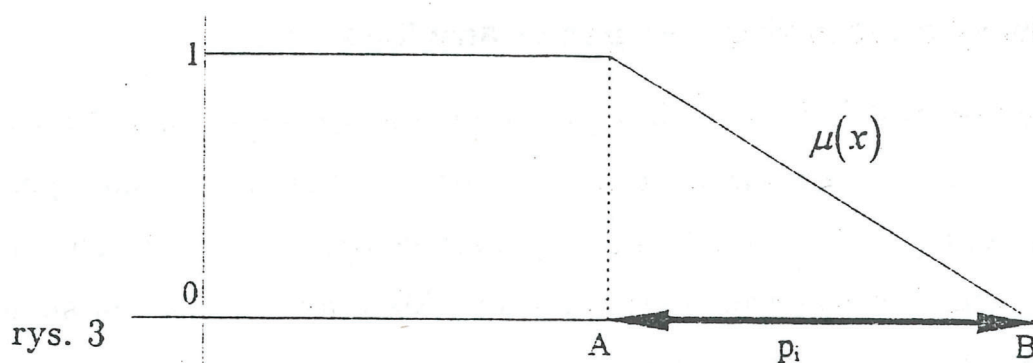
Jeżeli  $\rho = 0$  to  $\pi = 1$ , ograniczenie uczestniczy w rozwiązaniu z wartością  $b_i + 0p_i = b_i$ , co oznacza rozwiązanie bez ryzyka.

W przypadku, gdy koszty  $c_j$  lub parametry techniczne  $a_{ij}$  są zdefiniowane poprzez liczby rozmyte, należy zastosować analogiczne rangowanie kosztów lub parametrów technicznych.

#### 4. Procedura rozwiązania

1. Należy sformułować deterministyczny model PL.
2. Identyfikujemy ograniczenia, których prawe strony (RHS) mogą być liczbami rozmytymi.
3. Niech  $i$ -te ograniczenie  $b_i$  będzie liczbą rozmytą. Należy określić maksymalną tolerancję  $p_i$ . Jeżeli niemożliwe jest jej określenie bezpośrednio, stosujemy estymację ekspertową. W tym przypadku wyznacza się dwa punkty:
  - a) Punkt  $A$ , najbardziej wysunięty w prawo, ale ciągle należący do rozmytego zbioru ze stopniem 1.
  - b) Punkt  $B$ , najbardziej wysunięty na prawo ciągle należący do zbioru rozmytego z niezerowym stopniem.

Odległość pomiędzy tymi punktami jest maksymalną tolerancją  $p_i$ , co przedstawia rysunek 3.



4. Przeprowadzamy obliczenia, stosując standardowy algorytm sympleksowy, dla wartości otrzymanych w pierwszym kroku procedury. Ostateczna tablica sympleksowa jest przedstawiona poniżej:

B	$x_1, \dots, x_n$	$s_1, \dots, s_m$	RHS
	A	$B^{-1}$	$\beta_i$
$z_j - c_i$	$d_j$	$d_k$	$z_{max}$

gdzie:

$B$  - baza rozwiązania optymalnego,

$x_j$  - zmienne decyzyjne,

$s_k$  - zmienne pomocnicze,

$A$  - macierz współczynników technicznych,

$B^{-1}$  - macierz odwrotna do  $B$ ,

$d_j, d_k$  - ceny dualne,

$\beta_i$  - współrzędne rozwiązania bazowego.

5. Należy rozwiązać problem rangowania prawych stron (RHS) dla  $b_i = b_i + \rho p_i$ , czyli określić

$$b_i^\rho = b^{-1}(b_i + \rho p_i) = \beta_i + \rho B^{-1} p_i$$

Dla  $p \in [0, 1]$  uzyskujemy wartości wektora rozwiązań z ryzykiem o stopniu  $\mu(x) = \rho$ .

6. Przeprowadzamy analizę i syntezę uzyskanych wyników.

### **5. Uwagi do rozmytego programowania liniowego**

Rozmyte modele PL opisujące problemy praktyczne są duże. Na Uczelni przeprowadziliśmy doświadczenia w analizie programu produkcji gospodarstwa rolnego z wykorzystaniem podejścia rozmytego, w celu zmierzenia ryzyka proponowanego rozwiązania. Metodologia okazała się użyteczna w następujących dziedzinach:

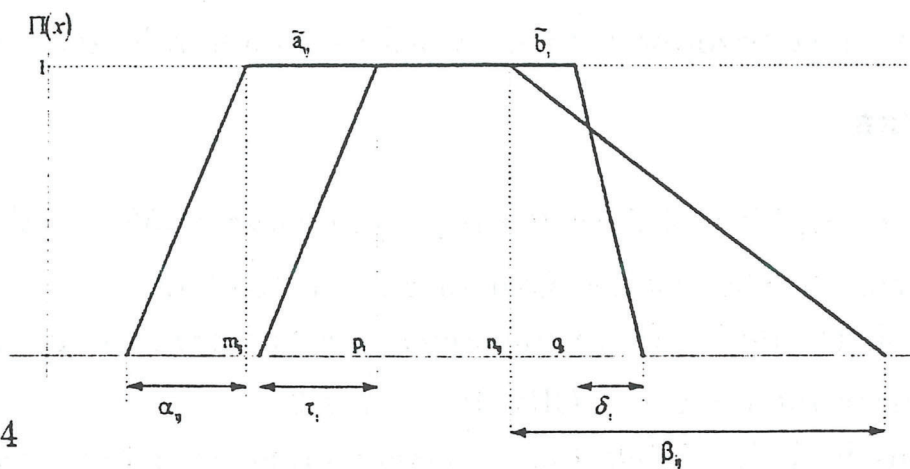
- a) W zarządzaniu, gdzie występuje duża niepewność i szybko zmieniające się ograniczenia. Występują tutaj bardzo często systemy semi i nieustrukturyzowane wraz z ich rozwiązaniami. W wielu problemach rozmytych miara ryzyka rozwiązania może wpływać na analizę "co - jeśli" przeprowadzaną po optymalizacji.
- b) W problemach marketingowych przy badaniu rynku oraz w polityce cenowej produktów.
- c) W produkcji, przy budowie rozmytych systemów regulacyjnych.

### **6. Possibilistyczne PL - podejście podstawowe**

Programowanie możliwościowe (possibilistyczne) (*possibistic programming*) jest stosowane od końca lat 70-tych. Pionierskie prace w tym zakresie przeprowadzili: *Ramik i Rimanek (1985)*, *Tanaka (1984)*, *Dubois (1987)*, *Lai i Hwang (1992)*, *Hanuscheck i Wolf (1989)* i inni. *Zadeh (1978)* zapoczątkował intensywne badania nad teorią możliwości. Modele możliwościowego podejmowania decyzji wprowadziły ważny aspekt w rozwiązywaniu praktycznych problemów podejmowania decyzji. W przeciwieństwie do stochastycznego PL, możliwościowe PL zapewnia lepszą sprawność obliczeniową i jest elastyczniejsze w użyciu. Miara możliwości (*possibility*) pewnego zdarzenia może być interpretowana jako stopień

trafności w rozkładzie możliwości  $\pi(x)$  analogicznie do rozkładu prawdopodobieństwa  $p(x)$  w stochastycznym PL.

W możliwościowym (possibilistycznym) PL wejściowe dane  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{b}$ ,  $\tilde{c}$  mogą mieć możliwościowe rozkłady, w których  $\tilde{a}_{ij}$ ,  $\tilde{b}_i$ ,  $\tilde{c}_{ij}$  są liczbami L-R rozmytymi. Mimo, że istnieje wiele różnych określeń dla liczb L-R rozmytych (trójkątne, trapezoidalne, liniowe i nieliniowe), można użyć dla nich wyrażenia tetradowego  $\tilde{c} = (m, n, \alpha, \beta)$ , gdzie  $m$  jest lewą, główną wartością,  $n$  jest prawą główną wartością z całkowitą przynależnością,  $\alpha$  jest lewą rozpiętością a  $\beta$  prawą, co przedstawia rys. 4.



rys. 4

Po zrangowaniu, problem jest transformowany do problemu PL:  
zmaksymalizować  $cx$  pod warunkiem

$$\sum m_{ij}x_j \leq p_i$$

$$\sum (m_{ij} - d_{ij})x_j \leq p_i - \tau_i$$

$$\sum n_{ij}x_j \leq q_i$$

$$\sum (n_{ij} + \beta_{ij})x_j \leq q_i + \delta_i$$

$$x \geq 0$$

Występujące tu wartości  $p_i$ ,  $q_i$ ,  $\tau$ ,  $\delta_i$  są parametrami procesu rangowania. Optymalne rozwiązanie tego problemu jest możliwe do osiągnięcia za pomocą standardowej metody sympleksowej, *Lai (1992)*.

Rozwiązując problem programowania stochastycznego, głównym zadaniem jest konwersja przypadkowości (losowości) problemu do odpowiedniej sytuacji deterministycznej. Po przeprowadzeniu tego zadania uzyskujemy nieliniowy model deterministyczny. Oczywiście są trudności z rozwiązaniem tego modelu.

Programowanie możliwościowe z drugiej strony zapewnia bardziej wydajne techniki rozwiązywania nieprecyzyjnych z natury zadań z wartościami  $A, b, c$ , a także zachowuje postać oryginalnego modelu liniowego. Poza tym funkcje przynależności i rozkłady możliwości zapewniają bardziej elastyczne odwzorowanie niepewności w systemach rzeczywistych.

### Literatura

1. Chanas S., 1984: *A fuzzy linear programming problem with equality constraints*. Control and Cybernetics 13, 195-201.
2. Dubois D., 1987: *Linear programming with fuzzy data*. In "Analysis of Fuzzy Information", CRC Press, 241-263.
3. Hanuscheck R., 1989: *Linear programming with fuzzy objectives*. Fuzzy sets and systems 29, 31-48.
4. Havlicek J., 1992: *An Interactive Goal Programming*, Proc. Conf. Agrar Perspectives I, Univ. of Agriculture, Prague, 339-346.
5. Havlicek J., Ziskal J., 1994: *Fuzzy Measure and Fuzzy Linear Programming*. Czech Agricultural University of Prague, 51 pp.
6. Havlicek J., Ziskal J., 1996: *Decision in Soft Systems*. Czech Agricultural University of Prague, 57 pp.
7. Hwang Ch. L., Lai Y. J., 1992: *Fuzzy Mathematical Programming*. Springer Verlag.
8. Lay Y. J., Hwang Ch. L., 1992: *Interactive fuzzy linear programming*. Fuzzy sets and systems 45, 67-86.
9. Lai Y. J., Hwang Ch. L., 1992: *Possibilistic linear programming for managing interest rate risk*. Fuzzy sets and systems 49, 162-171.



10. Lai Y. J., 1992: *A new approach to some possibilistic programming problem*. Fuzzy sets and systems 50, 235-241.
11. Lai Y. J., 1992: *IFLP-II A decision support system*. Fuzzy sets and systems 50. 227-234.
12. Luhandjula M. K., 1989: *Fuzzy optimization an appraisal*. Fuzzy sets and systems, 30, 257-282.
13. Ramik J., Rimanek J., 1985: *Inequality relation between fuzzy numbers and its use in fuzzy optimization*. Fuzzy sets and systems 16, 123-138.
14. Słowiński R. A., 1986: *A multicriteria fuzzy linear programming method for water supply system development planning*. Fuzzy sets and systems 19, 217-237.
15. Tanaka H. H., 1984: *A formulation of fuzzy linear programming based on comparison of fuzzy numbers*. Control and Cybernetics 13, 186-194.
16. Werners B., 1987: *Interactive multiple objective programming subject to flexible constraints*. European J. O. R. 31, 342-349.
17. Verdegay J. L., 1982: *Fuzzy mathematical programming*. In "Approximate Reasoning in Decision Analysis", North-Holland, 231-236.
18. Zadeh L. A., 1978: *Fuzzy sets as a basis a theory of possibility*. Fuzzy sets and systems 1, 3-28.
19. Zimmermann H. J., 1978: *Fuzzy programming and linear programming with several objective functions*. Fuzzy sets and Systems 1, 45-55.
20. Zimmermann H. J., 1983: *Using fuzzy sets in operational research*. European J. O. R. 13, 201-216.
21. Zimmermann H. J., 1985: *Application of fuzzy set theory to mathematical programming*, Inf. Sci. 36, 29-58.

Faint, illegible text covering the majority of the page, likely bleed-through from the reverse side.

IBS

43429 /  
I

RESTRUKTURYZACJA REGIONALNYCH RYNKÓW PRACY

ISBN 83-85847-36-7