



**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

**ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH  
I ZARZĄDZANIU**

Wybrane problemy  
Tom 4

Pod redakcją  
Jerzego HOŁUBCA

Warszawa 2002



**INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK**

**ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH  
I ZARZĄDZANIU**

**Wybrane problemy  
Tom 4**

**Pod redakcją  
Jerzego HOŁUBCA**

**Warszawa 2002**

Wykaz opiniodawców artykułów zamieszczonych w tomie:

doc. dr hab. Mieczysław KŁOPOTEK

prof. dr hab. Stanisław PIASECKI

prof. dr Elżbieta RAKUS-ANDERSON

prof. dr hab. Andrzej STRASZAK

doc. dr hab. Sławomir WIERZCHOŃ

dr Sławomir ZADROŻNY

Publikacja dofinansowana przez  
Agencję Wydawniczo-Poligraficzną "ARGRAF", Warszawa

© Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 2002

ISBN 83-85847-74-X

**Wydawca: INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH PAN**  
**ul. Nowelska 6 01-447 Warszawa**

Redakcja: Dział Informacji Naukowej i Wydawnictw

Barbara Katuszewska, Joanna Runowska, tel. 837-68-22

Druk: Agencja Wydawniczo-Poligraficzna "ARGRAF", Warszawa

Nakład 200 egz., 15 ark.wyd.; 12,8 .ark. druk.

## **DOBÓR FUNKCJI CELU PRZEZNACZONEJ DO POSZUKIWANIA STRATEGII INWESTYCYJNYCH**

*Andrzej Domaradzki*

*Zaoczne Studia Doktoranckie IBS PAN*

*e-mail: andrzejd@box43.pl*

*Wiele zagadnień optymalizacyjnych korzysta z funkcji celu (zwanej też funkcją dopasowania i funkcją energetyczną). Jednym z takich zagadnień jest dość popularne w ekonomii poszukiwanie optymalnych strategii inwestycyjnych. Autor przedstawia w niniejszym artykule propozycję konstrukcji wielokryterialnej funkcji celu, która będzie mogła znaleźć zastosowanie w poszukiwaniu strategii inwestycyjnych o ponadprzeciętnych stopach zwrotu i ograniczonym z góry poziomie ryzyka. Zaproponowana funkcja charakteryzuje się właściwościami pozwalającymi na wykorzystanie jej w popularnych algorytmach optymalizacyjnych oraz w tych, opartych na metodach sztucznej inteligencji. Szereg parametrów funkcji pozwala na jej dopasowanie do osobistych preferencji inwestycyjnych użytkownika.*

*Słowa kluczowe: funkcja celu, strategia inwestycyjna, optymalizacja*

Automatyczne strategie inwestycyjne są ostatnio coraz bardziej doceniane ze względu na duży subiektywizm alternatywnej analizy fundamentalnej bądź technicznej. Konstruując takie strategie należy wziąć pod uwagę persystentny charakter rynków kapitałowych i preferować systemy podążające za trendem oraz poszukujące sygnałów zmiany trendu. Strategie inwestycyjne są testowane i optymalizowane na danych historycznych, co nie gwarantuje że ich działanie w przyszłości będzie równie skuteczne jak poprzednio. Można to jednak uprawdopodobnić unikając przeoptymalizowania i starannie dobierając odpowiednią funkcję celu. Funkcja ta powinna w równym stopniu kierować się wysokością generowanego przez strategię zysku i ryzykiem, które jest elementem nieodłącznie związanym z zawieraniem inwestycji na rynku kapitałowym.

Oceny strategii inwestycyjnych pod względem zyskowności można dokonać porównując osiągnięty zysk z największym możliwym do osiągnięcia zyskiem w tym samym okresie czasu. Iloraz tych dwóch

wartości nazywany jest współczynnikiem *POP* (od angielskiej nazwy *percentage of perfect*).

$$POP = \frac{Z}{Z_{MPS}} \quad (1)$$

gdzie:

$Z$  – zysk osiągnięty przez badaną strategię

$Z_{MPS}$  – zysk osiągnięty przez *Maximum Profit System*, system generujący największy możliwy teoretycznie do osiągnięcia zysk<sup>1</sup>

Wartość współczynnika *POP* równa lub większa od 30% uważana jest za bardzo dobrą (Ward, Sherald, 1995). Licząc ostatnie pięć lat, średni roczny zysk z sygnałów wygenerowanych przy pomocy strategii *Maximum Profit System* dla dziennych inwestycji<sup>2</sup> w indeks WIG20 wynosi 134%<sup>3</sup>. Aby uzyskać wartość *POP* na poziomie 30%, za cel należy postawić zbudowanie systemu generującego 40% zysku rocznie – celem strategii pod względem kryterium zyskowości będzie osiągnięcie 40% zysku rocznie<sup>4</sup>.

$$\hat{Z}_R = 40\% \quad (2)$$

Kolejnym kryterium pod jakim ocenia się strategie inwestycyjne jest poziom bezpieczeństwa kapitału. Inwestycja powinna mieć z góry określony dopuszczalny poziom ryzyka. Należy się jednak zastanowić, co mogłoby być taką mierzalną wartością, która opisze strategię pod kontem wielkości ryzyka związanego z jej stosowaniem.

Literatura omawiająca aspekty inwestowania na rynkach kapitałowych (choćby Murphy, 1995) zaleca ustalenie największego tolerowanego obsunięcia kapitału (*ang. drawdown*). Tolerowane obsunięcie kapitału jest największą dopuszczalną procentową stratą wartości portfela zarządzanego przy pomocy badanej strategii. W przypadku wystąpienia większej straty niż dopuszczalna, badaną strategię należy odrzucić. Tak skonstruowana miara wydaje się pozwalać generować strategie inwestycyjne od których wymagamy ograniczonego ryzyka. Najczęściej zalecana w literaturze wartość obsunięcia kapitału to 5% dla pojedynczej transakcji i 20% dla serii transakcji.

<sup>1</sup> *Maximum Profit System* jest strategią generującą optymalne sygnały inwestycyjne na podstawie znajomości wszystkich notowań z badanego okresu.

<sup>2</sup> Dopuszczono możliwość dokonywania krótkiej sprzedaży indeksu WIG20.

<sup>3</sup> Uwzględniono prowizję maklerską.

<sup>4</sup> Uwzględniając prowizję maklerską.

$$S_{PT}^* = \inf \left( \frac{(1 + Z_i) * K_P - K_P}{K_P} \right) = -5\% \quad (3)$$

$$S_{ST}^* = \inf \left( \frac{K_P * \prod_{k=i}^j (1 + Z_k) - K_P}{K_P} \right) = -20\% \quad (4)$$

dla wszystkich  $i, j$  spełniających  $1 \leq i < j \leq N$

gdzie:

$S_{PT}^*$  – maksymalna dopuszczalna strata z pojedynczej transakcji

$S_{ST}^*$  – maksymalna dopuszczalna strata z serii transakcji

$K_P$  – kapitał początkowy

$Z_k$  – zysk osiągnięty z  $k$ -tej transakcji

$N$  – całkowita liczba transakcji

Od strategii inwestycyjnej wymaga się ponadto stabilności zysków, największego możliwego procentu zyskowych sygnałów w zbiorze wszystkich sygnałów, dużego średniego zysku z transakcji zakończonych sukcesem i małej średniej straty z transakcji zakończonych porażką. Te właściwości powinny zapewnić dążenie do osiągnięcia możliwie najbardziej wygładzonej krzywej skumulowanego zysku.

Uwzględniając trzy wybrane powyżej kryteria oceny strategii inwestycyjnych, tj. wysokość zysku, dopuszczalne obsunięcie kapitału i wygładzenie krzywej skumulowanego zysku, za idealną krzywą skumulowanego zysku można uznać prostą określoną wzorem (5) a przedstawioną na Rys. 1.

$$\hat{Z}(t) = \frac{\hat{Z}_R}{T} * t \quad (5)$$

gdzie:

$T$  – liczba sesji giełdowych w roku kalendarzowym

$t$  – czas wyrażony w dniach

$Z_R$  – zysk w horyzoncie rocznym wyrażony w procentach



Rysunek 1. Krzywa zysku

Kolejnym etapem po zidentyfikowaniu kryteriów i przypadku idealnego będzie skonstruowanie odpowiedniej funkcji celu. Funkcja ta powinna być znormalizowana i różniczkowalna, co ułatwi jej późniejsze wykorzystanie w popularnych algorytmach optymalizacyjnych oraz w tych, opartych na metodach sztucznej inteligencji.

Funkcja celu będzie zależeć od wielkości osiągniętego zysku, odchyień dziennych zysków poprzedzających moment bieżący od idealnej krzywej zysku, zdefiniowanej wzorem (5) i od spełnienia kryterium na dopuszczalną wartość obsunięcia kapitału.

Uzyskanie przez strategię krzywej zysku pokrywającej się z tą, zdefiniowaną wzorem (5) będzie oznaczało znalezienie minimum funkcji celu.

W pracy (Domaradzki, 2001) jako funkcję celu zaproponowano:

$$C_1(t) = \sin \theta + \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^T \left( Z(t-i) - \hat{Z}(t-i) \right)^2}{T}} / T, \quad (6)$$

gdzie:

$T$  – liczba sesji giełdowych w roku kalendarzowym

$\theta$  – kąt między skumulowanymi zyskami osiągniętymi przez strategię której szukamy i strategię do której dążymy (Rys. 2)

$Z(t)$  – zysk osiągnięty od początku badanego okresu czasu do chwili  $t$

Policzmy wartość  $\sin \theta$ . Rozwiązując trójkąt zbudowany na ramionach kąta  $\theta$ , przedstawionego na Rys. 2, mamy :

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \quad (7)$$

Do (7) podstawiając :

$$S = \frac{1}{2} * T * \left| Z - \overset{\wedge}{Z} \right|; \quad a = \sqrt{T^2 + \overset{\wedge}{Z}^2}; \quad b = \sqrt{T^2 + \left| Z - \overset{\wedge}{Z} \right|^2} \quad (8)$$

gdzie:

$\overset{\wedge}{Z}$  – idealny zysk – patrz (2)

$Z$  – zysk faktycznie osiągnięty

$T$  – liczba sesji giełdowych w roku kalendarzowym

Otrzymamy:

$$\sin \theta = \frac{T * \left| Z - \overset{\wedge}{Z} \right|}{\sqrt{T^2 + \overset{\wedge}{Z}^2} * \sqrt{T^2 + \left| Z - \overset{\wedge}{Z} \right|^2}} \quad (9)$$

Gdy (9) podstawimy do równania (6), otrzymamy funkcję celu (10), którą należy następnie poddać badaniu na spełnienie kryteriów (3) i (4), mówiących o dopuszczalnym obsunięciu kapitału.

$$C_1(t) = \frac{T * \left| Z_R(t) - \overset{\wedge}{Z} \right|}{\sqrt{T^2 + \overset{\wedge}{Z}^2} * \sqrt{T^2 + \left| Z_R(t) - \overset{\wedge}{Z} \right|^2}} + \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^T \left( Z(t-i) - \overset{\wedge}{Z}(t-i) \right)^2}{T}} / T \quad (10)$$

$$C = C_1 * K(Z_1, Z_2, \dots, Z_N) \quad (11)$$

gdzie:

$Z_1, Z_2, \dots, Z_N$  – zyski z kolejnych transakcji



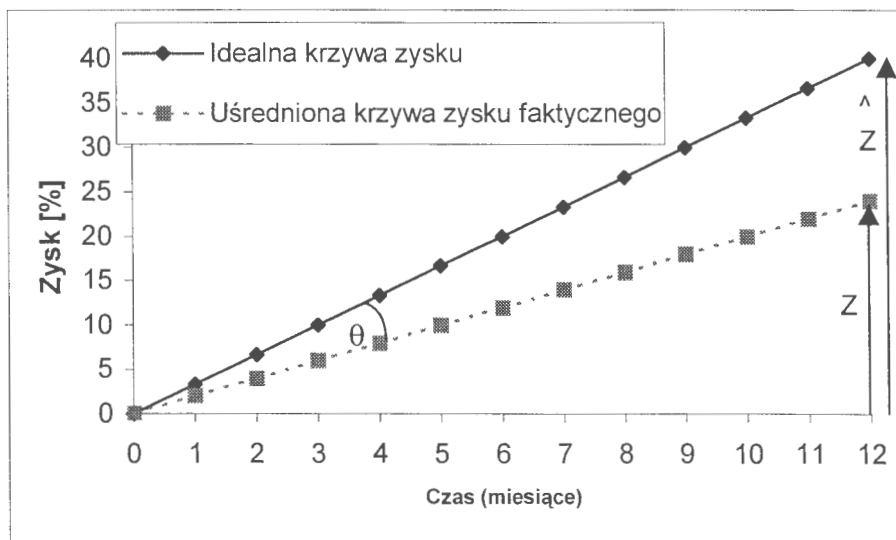
$K(Z_1, Z_2, \dots, Z_T)$  – funkcja mówiąca o stopniu spełnienia kryterium dotyczącym dopuszczalnego obsunięcia kapitału.

Funkcja  $K(Z_1, Z_2, \dots, Z_T)$  może być zdefiniowana następująco:

$$K(Z_1, Z_2, \dots, Z_T) = \frac{\operatorname{tgh}\left(\frac{S_{PT} - S_{PT}^*}{S_{PT}^*} + \frac{S_{ST} - S_{ST}^*}{S_{ST}^*}\right) + 1}{2} \quad (12)$$

gdzie:

$S_{PT}^*$  i  $S_{ST}^*$  były zdefiniowane wcześniej a  $S_{PT}$  i  $S_{ST}$  to odpowiednio maksymalna strata z jednej transakcji i z serii transakcji dla badanej strategii w określonym oknie czasowym poprzedzającym moment bieżący.

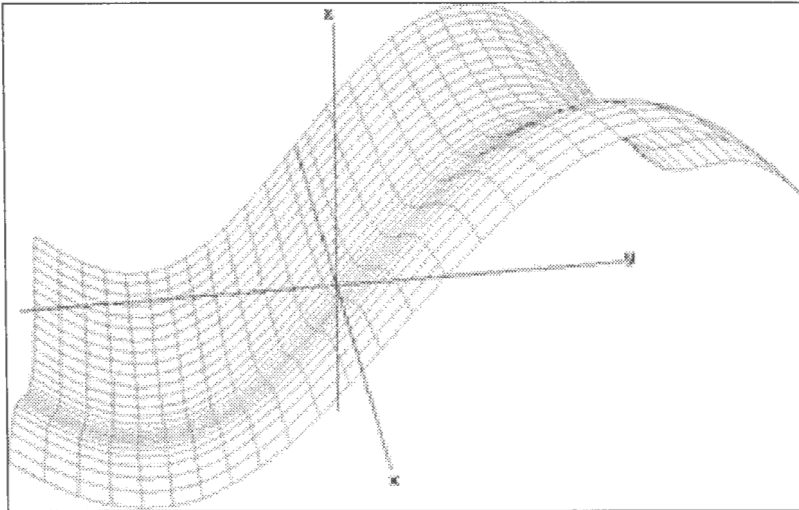


Rysunek 2. Kąt między skumulowanymi zyskami

Ostatecznie:

$$C(t) = \frac{\operatorname{tgh}\left(\frac{S_{PT} - S_{PT}^*}{S_{PT}^*} + \frac{S_{ST} - S_{ST}^*}{S_{ST}^*}\right) + 1}{2} * \left( \frac{T * |Z - \hat{Z}|}{\sqrt{T^2 + \hat{Z}^2} * \sqrt{T^2 + |Z - \hat{Z}|^2}} + \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^T (Z(t-i) - \hat{Z}(t-i))^2}{T}} / T \right)$$

Poniżej przedstawiono profil zaproponowanej funkcji celu w zależności od kąta  $\theta$  i odchylenia uzyskanej krzywej zysku od krzywej idealnej.



Rysunek 3. Profil funkcji celu w zależności odchylenia (oś X) i kąta  $\theta$  (oś Y)

Dzięki wprowadzeniu do pierwotnie zaproponowanej funkcji celu (10) dodatkowego elementu określającego czy badana strategia spełnia kryterium (3) i (4) dotyczące maksymalnego dopuszczalnego obsunięcia kapitału osiągnięto poprawę zbieżności algorytmów generujących strategię inwestycyjne zaprezentowanych w pracy (Domaradzki, 2001). Ponadto zastosowanie tego kryterium wyeliminowało sporą klasę strategii, które dla danych historycznych osiągały wysokie zyski kosztem wystawienia inwestora na duże ryzyko związane z brakiem sformalizowanej metody ochrony kapitału. Strategie takie charakteryzowały się tym, że były o wiele bardziej podatne na zmiany jakościowe jakie nieustannie dokonują się na dynamicznych w swojej naturze rynkach kapitałowych, przez co ich żywotność była wielokrotnie krótsza.

## Literatura

Bauer N. (1994), *Genetic Algorithms and Investment Strategies*. New York, Wiley 1994.

Domaradzki A (2001) *Zastosowanie wybranych inteligentnych metod obliczeniowych do komputerowej predykcji zachowań rynku*

kapitałowego, praca magisterska. Wrocław, Politechnika  
Wrocławska

Gatley E. (1999) *Sieci Neuronowe. Prognozowanie finansowe i projektowanie systemów transakcyjnych*. Warszawa, WIG Press.

Murphy J. (1999) *Analiza Techniczna Rynków Finansowych..* Warszawa, WIG Press.

Ward S., Sherald M. (1995) *The Neural Network Financial Wizards. Technical Analysis of Stock & Commodities*.

Weron A., Weron R. (1999) *Inżynieria finansowa. Wycena instrumentów pochodnych. Symulacje komputerowe. Statystyka rynku*. Warszawa, WNT

ISBN 83-85847-74-X

)