WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI STOSOWANEJ
I ZARZĄDZANIA

ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH I ZARZĄDZANIU

Wybrane problemy

Pod redakcją
Jerzego HOŁUBCA

WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI STOSOWANEJ
I ZARZĄDZANIA

ANALIZA SYSTEMOWA W FINANSACH I ZARZĄDZANIU
Wybrane problemy

Pod redakcją
Jerzego HOŁUBCA

Warszawa 1999

Wykaz opiniodawców artykułów zamieszczonych w tomie:

prof. dr hab. Jerzy **HOŁUBIEC**

prof. dr hab. Janusz **KACPRZYK**

prof. dr hab. Tadeusz **NOWICKI**

prof. dr hab. Stanisław **PIASECKI**

prof. dr hab. Piotr **SZCZEPANIAK**

prof. dr hab. Tadeusz **TRZASKALIK**

doc. dr hab. Sławomir **WIERZCHOŃ**

doc. dr hab. Leszek **ZAREMBA**

Warszawa 1999

ISBN 83-85847-24-3

Przedmowa

Na niniejszą publikację składa się zbiór prac doktorantów Zaocznych Studiów Doktoranckich "Informatyka w zarządzaniu i finansach" działających przy ***Instytucie Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk***.

Prace te były referowane na konferencji BOS'98 "Rozwój średnich i małych miast w XXI wieku w Polsce: Rola badań operacyjnych i systemowych", Kutno, 8-10 czerwca 1998 r.[1], a także na seminariach Studiów Doktoranckich "Informatyka w zarządzaniu i finansach". Nad stroną merytoryczną publikacji czuwał Pan Prof. dr hab. Jerzy Hołubiec oraz grono recenzentów i opiekunów naukowych doktorantów.

Prace dotyczą głównie problemów analizy systemowej oraz jej zastosowań w dziedzinie finansów, a zwłaszcza - teorii portfela, obligacji i problemów inwestycyjnych. Niektóre prace przy analizie finansowej posługują się tzw. algorytmami genetycznymi i sieciami neuronowymi, a także modelowaniem rozmytym i strukturami fraktalnymi. Część prac dotyczy zarządzania i sterowania produkcją.

Wypada zauważyć, iż doktoranci Studiów atakują w swych pracach tematy nowoczesne i znajdujące się w obszarze tzw. frontu badawczego analizy systemów. Wypada im życzyć sukcesów i wytrwałości w pracy, która winna zakończyć się obronioną pracą doktorską.

---

[1] Głównymi organizatorami konferencji było Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych oraz Instytut Badań Systemowych PAN.

Wypada także zaznaczyć, iż wydanie niniejszej publikacji stało się możliwe dzięki wsparciu finansowemu ze strony ***Wyższej Szkoły Informatyki Stosowanej i Zarządzania***, działającej w ramach Fundacji Krzewienia Nauk Systemowych. Fundacja ta została założona w 1991 roku z inicjatywy Prof. L. Kuźnickiego, wówczas Sekretarza Naukowego Polskiej Akademii Nauk. Do zadań Fundacji należy, między innymi, wspieranie i promocja prac młodych pracowników nauki, a zwłaszcza prac doktorantów.

Mamy nadzieję, iż publikacja niniejsza zostanie życzliwie przyjęta przez specjalistów działających w obszarze nauk systemowych.

Rektor WSISiZ

Prof. Roman Kulikowski

STRUKTURY FRAKTALNE NA RYNKACH KAPITAŁOWYCH

Rafał BATOR
Zaoczne Studia Doktoranckie IBS PAN

Klasyczną geometrię zawdzięczamy Grekom i ich sposobowi patrzenia na świat. To za ich sprawą pojawiło się pojęcie racjonalności. Obserwując codzienność zaskakującą chaotycznymi i na pozór przypadkowymi zdarzeniami poszukiwali oni czystej formy i porządku. Dzięki nim – a przede wszystkim Euklidesowi – powstała geometria. Sprowadziła ona opis natury do czystych form – punktu, jednowymiarowej prostej, trójwymiarowej bryły.

Natura nie znosi jednak symetrii i równowagi. Naturalne przedmioty nie dają się opisać w geometrii euklidesowej. Nie są to surowe odpowiedniki klasycznych struktur. Poszukiwania opisu naturalnych przedmiotów doprowadziły do powstania geometrii fraktalnej, wykorzystującej asymetrię i chropowatość (naśladujących naturę, która nie znosi symetrii i równowagi, do której wprawdzie ciągle dąży, a przez co jest ciągle w stanie nierównowagi). To jej twórca – Benoit Maldelbrot – stwierdził, że „góry nie są stożkami, a chmury nie są kulami".

1. Rynki kapitałowe

Koncepcja rynków efektywnych zakłada, że wszelka publicznie dostępna informacja – zarówno dane fundamentalne, jak i sama historia cen – są już zdyskontowane w cenach obecnych. Zmiany na rynku następują wtedy, gdy pojawią się nowe informacje. Na tym rynku gra nie jest możliwa nie tylko z powyższego powodu, ale także dlatego, że w ustalaniu cen uczestniczy wielka liczba inwestorów, co daje gwarancję rzetelności cen. Wobec tego dzisiejsza zmiana ceny może nastąpić tylko pod wpływem dzisiejszej nieoczekiwanej informacji. Wiadomości z dnia wczorajszego nie mają znaczenia, a dzisiejsza stopa zwrotu nie jest w żaden sposób związana z wczorajszą. Stopy zwrotu są więc zmiennymi niezależnymi i podlegają błądzeniu przypadkowemu.

W poniższej prezentacji fraktali zostanie podjęta próba pokazania, że m.in. stopy zwrotu z akcji są fraktalami, co oznacza, że pomiędzy kolejnymi stopami zwrotu istnieje korelacja, co jednocześnie prowadzi do wniosku, że nie podlegają one błądzeniu przypadkowemu.

2. Fraktale

Odkrywca fraktali Benoit Mandelbrot charakteryzował je trzema własnościami [Kudrewicz 96, s.16]:

- nie są określone wzorem matematycznym tylko zależnością rekurencyjną,
- mają cechę samopodobieństwa (część fraktala jest podobna do całego)
- są obiektami, których wymiar nie jest liczbą całkowitą

Używał on także skróconej definicji: Fraktal jest obiektem, którego części pozostają w relacji do całości [Peters 97, s. 49]

Mandelbrot rozszerzając swoją definicję doszedł do wniosku, że w naturze wszystkie obiekty geometryczne mają strukturę faktalną. Idealne twory z geometrii euklidesowej, takie jak kula, linia prosta nie występują w przyrodzie.

3. Wymiar fraktalny

Jedną z podstawowych cech fraktali jest *wymiar*. Pojęcie wymiaru wprowadzili już starożytni Grecy, lecz ograniczyli się tylko do wymiarów całkowitych (wymiar linii wynosi 1, płaszczyzny 2, itd.). W przypadku fraktali spotykamy się z wymiarem ułamkowym.

Przyzwyczajeni do wymiarów całkowitych często stwierdzamy, że wymiar danego obiektu jest liczbą całkowitą. Wybierając jako obiekt linię brzegową twierdzimy, że ma ona dwa wymiary. Tymczasem nie wypełnia ona płaszczyzny, czyli jej wymiar jest mniejszy od dwóch, a jednocześnie większy od jednego (jest linią, ale „postrzępioną"). Wymiarem fraktalnym można określić w jaki sposób obiekt wypełnia swoją przestrzeń. W przypadku np. przytoczonej tutaj jako przykład linii brzegowej dla wybrzeża Norwegii wymiar fraktalny wynosi 1,52, a dla Wielkiej Brytanii 1,3 [Peters 97, s. 60]. Różnica potwierdza intuicyjne spostrzeżenie, że wybrzeże Norwegii jest bardziej „postrzępione" (czyli bliższe wymiarowi 2 lub wybrzeże W. Brytanii jest bliższe linii prostej – wymiarowi 1). Przedstawiony przykład pokazuje, że wymiar jest doskonałą miarą dla różnych obiektów. Czy można go zastosować do kursów akcji (przecież wykres kursów akcji jest także obiektem na płaszczyźnie)? Zanim do tego przejdę przyjmiemy dokładniejszą definicję wymiaru fraktalnego. Tak więc *wymiarem fraktalnym będziemy określać sposób w jaki obiekt (lub szereg czasowy) wypełnia swoją przestrzeń.*

4. Obliczanie wymiaru fraktalnego

Wymiar fraktalny na płaszczyźnie wyznacza się mierząc stopień postrzępienia linii. W tym celu należy policzyć liczbę okręgów o określonej średnicy (zaczynamy od dowolnej, „rozsądnej" średnicy), które potrzebne są do pokrycia całej linii. Następnie zwiększa się ustaloną średnicę i zlicza okręgi jeszcze raz. Jeśli przeprowadzimy odpowiednią liczbę takich operacji można zauważyć, że liczba okręgów związana jest wykładniczo z długością promienia okręgów następującą relacją [Peters 97, s. 60]:

$$N \times (2 \times r)^D = 1$$

gdzie: N – liczba okręgów,

r – promień,

D – wymiar fraktalny.

Logarytmując równanie otrzymujemy:

$$D = \frac{\log N}{\log \frac{1}{2 \times r}}.$$

Jest to jeden z najprostszych sposobów określania wymiaru fraktalnego.

5. Zastosowanie wymiaru fraktalnego

Wymiar fraktalny można zastosować do porównania akcji. Porównując np. dwie akcje zazwyczaj obserwujemy ryzyko tych papierów wartościowych, porównując ich zmienność. Zgodnie z teorią Markowitza akcja jest tym bardziej ryzykowana im większa jest jej zmienność [Haugen 96]. Zmienność (określającą ryzyko) definiuje się jako statystyczną miarę odchylenia standardowego stóp zwrotu – lub wariancji. Przyjmuje się, że zmienność jest miarą rozproszenia stóp zwrotu.

Przyjmijmy do porównania dwie akcje.

Odchylenie standardowe akcji S1 i S2 jest takie same. Akcja S1 nie wykazuje żadnego trendu, za to przy akcji S2 trend jest wyraźnie widoczny. Jak podpowiada intuicja wymiar fraktalny akcji S1 będzie większy od wymiaru fraktalnego akcji S2 (kurs akcji S1 jest bardziej „postrzępiony"). Jak widać wymiar fraktalny jest doskonałym sposobem porównania akcji.

Przedstawiony jednak powyżej sposób obliczania wymiaru fraktalnego jest bardzo niepraktyczny. Konstrukcja okręgów i ich zliczanie, przy zmieniającej się średnicy nie jest zadaniem łatwym. Znacznie uproszczenie w obliczeniach wprowadził Hurst.

Obserwacje	S1	S2
1	+2	+1
2	-1	+2
3	-2	+3
4	+2	+4
5	-1	+5
6	+2	+6
Łączna stopa zwrotu	+1,93	+22,83
Odchylenie standardowe	1,7	1,71
Wymiar fraktalny	1,42	1,13

6. Wykładnik Hursta[1]

Hurst był hydrologiem, który pracował przy projekcie budowy zapory na Nilu. Podczas prac zetknął się z problemem stanu zbiornika. Idealny zbiornik, to taki, z którego woda nigdy się nie przelewa. Aby to zapewnić potrzebny jest właściwy system spuszczania z niego wody. Z drugiej strony wody nie można spuścić zbyt dużo, aby poziom jej w zbiorniku nie obniżył się za bardzo.

Przy opracowywaniu tego modelu Hurst przyjął założenie, że zmiany elementu nie poddającego się kontroli – w tym przypadku napływu wody pochodzącej z opadów – mają charakter błądzenia przypadkowego (przyjęto założenie, że jest to przypadek z wieloma stopniami swobody – bowiem system obejmował całe dorzecze Nilu).

Do testowania Hurst opracował własne narzędzie statystyczne: wykładnik Hursta (*H*).

[1] Opis wykładnika za [Peters 97].

Mierzył on wahania poziomu wody zbiornika wokół średniego poziomu w danym czasie. Zakres tych wahań był różny w zależności od długości okresu pomiaru. Gdyby szereg miał charakter losowy ich zakres zmieniałby się proporcjonalnie do pierwiastka kwadratowego czasu (zgodnie z regułą $T^{1/2}$). Pragnąc otrzymać jednolitą miarę niezależną od czasu, Hurst podzielił zakres wahań przez odchylenie standardowe obserwacji. W ten sposób odkrył, że większość zjawisk naturalnych podlega obciążonemu błądzeniu przypadkowemu, czyli trendowi połączonemu z szumem. Miarą siły trendu oraz poziomu szumu jest to, jak przeskalowany zakres zmienia się wraz ze zmianą odcinka czasu, którego dotyczy, to znaczy, jak wysoko H znajduje się ponad 0,5.

Przechodząc do obliczeń Hurst rozpoczął od następującego wzoru:

$$X_{t,N} = \sum_{u=1}^{t}\left(e_u - M_N\right)$$

gdzie: $X_{t,N}$ – skumulowane odchylenie w N okresach,

e_u – napływ w roku u,

M_N – średnie e_u w N okresach.

Użyty przez Hursta zakres (R) będzie więc różnicą między maksymalnym i minimalnym poziomem otrzymanym z powyższych obliczeń. W celu porównania różnych typów szeregów czasowych Hurst – jak przedstawiono powyżej – dzielił ten zakres przez odchylenie standardowe pierwotnych obserwacji. Ten przeskalowany zakres powinien rosnąć wraz z upływem czasu. Wynika stąd następująca zależność:

$$R / S = (a \times N)^H$$

gdzie: R/S – przeskalowany zakres,

N – liczba obserwacji,

a – stała,

H – wykładnik Hursta[2].

Jeżeli szereg ma charakter błądzenia przypadkowego, to H powinno się równać 0,5 (czyli zakres skumulowanych odchyleń powinien rosnąć proporcjonalnie do pierwiastka kwadratowego czasu, czyli N).

Gdy Hurst przeprowadził obliczenia okazało się, że w przypadku Nilu wartość H wynosi 0,9. Przy badaniu innych rzek okazało się, że w większości przypadków H było większe od 0,5. Co to oznacza?

Wartość H wyższa od 0,5 oznacza że obserwacje nie są niezależne. Każda obserwacja „pamięta" wcześniejsze wydarzenia. W tym przypadku mamy do czynienia z szeregiem persystentnym, czyli wzmacniającym trend. Jeśli w danym okresie szereg osiągnął wysokie (niskie) wartości, to istnieją szanse, że w następnym okresie będą one również dodatnie (ujemne). Wpływ teraźniejszości na przyszłość można określić następującą zależnością:

$$C = 2^{(2H-1)} - 1$$

gdzie: C – miara korelacji,

H – wykładnik Hursta.

Wykładnik Hursta jest na tyle uniwersalny, że można go stosować w analizie wszelkich szeregów czasowych. Jego stosowanie wiąże się z niewielką liczbą założeń dotyczących badanego systemu. Po-

---

[2] Hurst podał także uproszczony wzór pozwalający oszacować wartość H na podstawie pojedynczej wartości R/S:

$$H = \log(R/S) / \log(n/2)$$

gdzie: n – liczba obserwacji.

Metoda ta daje często zawyżone lub zaniżone wyniki, ale jest użyteczna przy niewielkich zbiorach danych.

zwala ono klasyfikować szeregi czasowe, a przede wszystkim odróżniać losowe od nielosowych.

7. Zależność między wymiarem fraktalnym a wykładnikiem Hursta

Wymiar fraktalny szeregu czasowego błądzenia przypadkowego wynosi 1,5, prostej 1, a płaszczyzny 2. Stąd łatwo wyciągnąć wniosek, że zależność między wymiarem fraktalnym a wykładnikiem Hursta przedstawia się następująco:

$$D = 2 - H$$

Zależność ta jest prawdziwa dla wszystkich wartości H.

8. Zastosowanie analizy R/S do rynków kapitałowych – metodologia

W analizie rynków stosujemy logarytmiczne ujęcie stopy zwrotu określone następującą formułą:

$$S_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{(t-1)}}\right),$$

gdzie: S_t – logarytmiczna stopa zwrotu w okresie t,

P_t – cena w okresie t.

Sposób wyznaczania wykładnika Hursta dla rynku akcji:

1. Przekształcić szereg cen lub stóp zysku w logarytmiczne stopy zwrotu (np. wybierając $N = 6$ miesięcy wybrać dane z wielu kolejnych lat).
2. Obliczyć skumulowane odchylenie i zakres (R) między poziomem maksymalnym i minimalnym dla różnych przyrostów czasu (N).

3. Wszystkie otrzymane zakresy przeskalować przez odchylenie standardowe obserwacji dla każdego okresu obliczeń – otrzymamy w ten sposób wartości *R/S*.
4. Obliczyć średnią z otrzymanych wartości *R/S* (w naszym przypadku mamy średnią wartość *R/S* dla sześciomiesięcznych okresów obserwacji).
5. Następnie wykonać te same kroki dla kolejnych wartości *N* (aż *N* osiągnie wartość odpowiadającą badanemu okresowi).
6. Znając log(*N*) i (*R/S*) obliczyć H.

Metoda ta pozwala także na wyznaczenie cyklu (tzw. okresu pamięci). Wartość cyklu najłatwiej uzyskać przedstawiając wartość log(*N*) względem log(*R/S*) na wykresie. Wartość cyklu równa jest takiemu *N* dla którego wykres *H* odchyla się od przedstawionych na wykresie wartości log(*N*) względem log(*R/S*)[3].

---

[3] Dokonując obliczeń dla niektórych akcji i indeksów giełd otrzymano następujące wyniki [Peters 97]:

	Wykładnik Hursta (H)	Cykl (w miesiącach)
S&P	0,78	48
IBM	0,72	18
Xerox	0,73	18
Apple Computer	0,75	18
Coca-Cola	0,70	42
McDonald's	0,65	48
MSCI Niemcy	0,72	60
MSCI Japonia	0,68	48
MSCI Wielka Brytania	0,68	30

Literatura

[1] Haugen, *Nowoczesna teoria inwestowania*, WIG-Press, Warszawa 1996.

[2] Kudrewicz Jacek, *Fraktale i chaos*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1993.

[3] Peitgen Heinz-Otto, Jurgens Hartmut, Saupe Dietmar, *Granice chaosu fraktale*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.

[4] Peters Edgar E., *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, WIG-Press, Warszawa 1997.

WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI STOSOWANEJ
I ZARZĄDZANIA

działa pod auspicjami
Polskiej Akademii Nauk

ZAŁOŻYCIELEM
Wyższej Szkoły Informatyki Stosowanej i Zarządzania
jest
FUNDACJA KRZEWIENIA NAUK SYSTEMOWYCH
powołana z inicjatywy
Prezesa
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

FUNDATOREM
Fundacji Krzewienia Nauk Systemowych
jest
POLSKA AKADEMIA NAUK

ORGANEM
sprawującym nadzór
jest
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ

Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania
prowadzi studia wyższe na kierunkach:
INFORMATYKA
ZARZĄDZANIE I MARKETING

SIEDZIBA
Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-85847-24-3